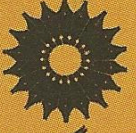


وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



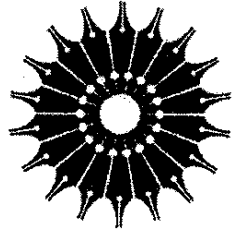
مرکز نشر دانشگاهی

# فیزیک جدید

کنت اس. کرین

ترجمه منیره رهبر، بهرام معلمی





# فیزیک جدید

کنت اس. کرین

ترجمه منیژه رهبر، بهرام معلمی

مرکز نشر دانشگاهی



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



*Modern Physics*  
Second Edition  
Kenneth S. Krane  
John Wiley & Sons, 1996

فیزیک جدید  
تألیف کنت اس. کرین

ترجمه منیژه رهبر، بهرام معلمی

نسخه دوازدهم: زهرا رحیمدل قادر  
حروفچین: مریم حسینی نیا  
ناظر چاپ: خشایار نصیری منش  
مرکز نشر دانشگاهی  
چاپ اول ۱۳۷۹  
چاپ ششم ۱۳۸۹  
تعداد ۳۰۰۰  
لیتوگرافی: وسمه  
چاپ و صحافی: نقش نيزار  
۱۲۸۰۰ تومان

نشانی فروشگاه مرکزی: خیابان انقلاب، روبه روی سینما سپیده، پاساژ خبیری، تلفن: ۶۶۴۰۸۸۹۱، ۶۶۴۱۰۶۸۶

فروش اینترنتی: <http://eshop.iup.ir>

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است  
فهرست نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

**Krane, Kenneth S.**

کرین، کنت

فیزیک جدید / کنت اس. کرین؛ ترجمه منیژه رهبر، بهرام معلمی. — تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۹.

ده، ۷۵۹ ص.؛ مصور، جدول، نمودار. — (مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۰۰۳. فیزیک؛ ۸۹)

ISBN 978-964-01-1003-4

فهرست نویسی براساس اطلاعات فیبا.

**Modern Physics.**

عنوان اصلی:

نمایه.

چاپ ششم: ۱۳۸۹.

ج. مرکز نشر دانشگاهی. د. عنوان.

، مترجم. ب. معلمی، بهرام، ۱۳۷۶ -

۱. فیزیک. الف. رهبر، منیژه، ۱۳۷۴ -

QC ۲۱/۲/۵۴۹ ۵۳۹

۱۳۷۹

۲۲۷۸۱-۷۹م

کتابخانه ملی ایران



بسم الله الرحمن الرحيم

## فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۵	۱. مقدمه
۷	۱-۱ مروری بر فیزیک کلاسیک
۱۲	۲-۱ یکاها و ابعاد
۱۷	۳-۱ رقمهای معنی دار
۲۰	۴-۱ نظریه، آزمایش، قانون
۲۳	پرسشها
۲۴	مسائل
۲۸	۲. نظریه نسبیت خاص
۲۹	۱-۲ نسبیت کلاسیک
۳۴	۲-۲ آزمایش مایکلسون - مورلی
۳۷	۳-۲ اصل موضوعهای اینشتین



۳۸	۴-۲ پیامدهای اصل موضوعهای اینشتین
۵۰	۵-۲ تبدیل لورنتس
۵۶	۶-۲ پارادوکس دوقلوها
۵۸	۷-۲ دینامیک نسبی
۷۱	۸-۲ آزمونهای تجربی نسبیت خاص
۸۰	پرسشها
۸۲	مسائل
۸۷	۳. خواص ذره گونه تابش الکترومغناطیسی
۷۸	۱-۳ مرور امواج الکترومغناطیسی
۹۷	۲-۳ اثر فوتوالکتریک
۱۰۵	۳-۳ تابش جسم سیاه
۱۱۴	۴-۳ اثر کامپتون
۱۲۰	۵-۳ سایر فرایندهای فوتونی
۱۲۳	۶-۳ فوتون چیست؟
۱۲۹	پرسشها
۱۳۱	مسائل
۱۳۵	۴. خواص موج گونه ذرات
۱۳۶	۱-۴ فرض دوبروی
۱۵۰	۲-۴ رابطه های عدم قطعیت برای امواج کلاسیک
۱۵۴	۳-۴ رابطه های عدم قطعیت هایزنبرگ
۱۶۴	۴-۴ بسته های موج
۱۶۹	۵-۴ احتمال و کاتورگی
۱۷۱	۶-۴ دامنه احتمال
۱۷۴	پرسشها
۱۷۶	مسائل



۱۸۲	۵. معادله شرودینگر
۱۸۳	۱-۵ توجیه معادله شرودینگر
۱۸۵	۲-۵ روش کار شرودینگر
۱۹۰	۳-۵ احتمال و بهنجارش
۱۹۳	۴-۵ کاربردها
۲۰۶	۵-۵ نوسانگر هماهنگ ساده
۲۱۰	۶-۵ وابستگی زمانی
۲۱۲	۷-۵ پله‌ها و سدها
۲۲۳	پرسشها
۲۲۵	مسائل
۲۳۰	۶. مدل اتم رادرفورد - بور
۲۳۱	۱-۶ خواص اساسی اتمها
۲۳۲	۲-۶ مدل تامسون
۲۳۷	۳-۶ اتم هسته‌ای رادرفورد
۲۴۷	۴-۶ طیفهای خطی
۲۵۱	۵-۶ مدل بور
۲۵۹	۶-۶ آزمایش فرانک - هرتز
۲۶۰	۷-۶ اصل همخوانی
۲۶۳	۸-۶ نارساییهای مدل بور
۲۶۶	پرسشها
۲۶۷	مسائل
۲۷۳	۷. اتم هیدروژن در مکانیک موجی
۲۷۳	۱-۷ معادله شرودینگر در مختصات کروی
۲۷۵	۲-۷ توابع موج اتم هیدروژن
۲۷۷	۳-۷ چگالیهای احتمال شعاعی

۲۸۲	۴-۷ تکانه زاویه‌ای و چگالیهای احتمال
۲۸۸	۵-۷ اسپین ذاتی
۲۹۵	۶-۷ ترازهای انرژی و نمادگذاری طیف‌شناختی
۲۹۷	۷-۷ اثر زیمان
۳۰۰	۸-۷ ساختار ریز
۳۰۴	پرسشها
۳۰۵	مسائل
۳۰۹	۸. اتمهای چندالکترونی
۳۱۰	۱-۸ اصل طرد پاولی
۳۱۲	۲-۸ حالت‌های الکترونی در اتمهای چندالکترونی
۳۱۵	۳-۸ جدول تناوبی
۳۱۸	۴-۸ خواص عناصر
۳۲۵	۵-۸ پرتوهای ایکس
۳۲۹	۶-۸ طیفهای ابتیکی
۳۳۳	۷-۸ جمع کردن تکانه‌های زاویه‌ای
۳۳۹	۸-۸ لیزرها
۳۴۶	پرسشها
۳۴۸	مسائل
۳۵۱	۹. ساختار مولکولی
۳۵۲	۱-۹ یون مولکول هیدروژن
۳۵۷	۲-۹ مولکول $H_2$ و پیوند کووالانسی
۳۵۹	۳-۹ سایر مولکولها با پیوند کووالانسی
۳۷۱	۴-۹ پیوند یونی
۳۷۸	۵-۹ ارتعاشهای مولکولی
۳۸۲	۶-۹ چرخشهای مولکولی



۳۸۶	۷-۹ طیفهای مولکولی
۳۹۳	پرسشها
۳۹۳	مسائل
۳۹۸	۱۰. فیزیک آماری
۳۹۹	۱-۱۰ تحلیل آماری
۴۰۲	۲-۱۰ آمار کلاسیک در برابر آمار کوانتومی
۴۰۷	۳-۱۰ توزیع سرعتهای مولکولی
۴۱۵	۴-۱۰ توزیع ماکسول - بولتزمن
۴۱۸	۵-۱۰ آمار کوانتومی
۴۲۱	۶-۱۰ کاربردهای آمار بوز - اینشتین
۴۲۹	۷-۱۰ کاربرد آمار فرمی - دیراک
۴۳۴	پرسشها
۴۳۵	مسائل
۴۳۸	۱۱. فیزیک حالت جامد
۴۳۹	۱-۱۱ جامدات یونی
۴۴۷	۲-۱۱ جامدات کووالانسی
۴۴۹	۳-۱۱ سایر پیوندهای جامد
۴۵۳	۴-۱۱ نظریه نواری جامدات
۴۵۹	۵-۱۱ توجیه نظریه نواری
۴۶۴	۶-۱۱ الکترونها در فلزات
۴۷۱	۷-۱۱ ابررسانایی
۴۷۵	۸-۱۱ نیمرساناهای ذاتی و ناخالصی
۴۸۰	۹-۱۱ قطعات نیمرسانا
۴۹۰	پرسشها
۴۹۱	مسائل

۴۹۴	۱۲. ساختار هسته و پرتوزایی
۴۹۵	۱-۱۲ اجزای هسته
۴۹۷	۲-۱۲ اندازه و شکل هسته
۵۰۱	۳-۱۲ جرم و انرژی بستگی هسته
۵۰۵	۴-۱۲ نیروی هسته‌ای
۵۰۸	۵-۱۲ واپاشی پرتوزا
۵۱۳	۶-۱۲ قوانین پایستگی در واپاشیهای پرتوزا
۵۱۵	۷-۱۲ واپاشی آلفا
۵۱۹	۸-۱۲ واپاشی بتا
۵۲۵	۹-۱۲ واپاشی گاما
۵۲۶	۱۰-۱۲ پرتوزایی طبیعی
۵۳۲	۱۱-۱۲ اثر مؤسب‌آور
۵۳۶	پرسشها
۵۳۹	مسائل
۵۴۳	۱۳. واکنشهای هسته‌ای و کاربرد آنها
۵۴۳	۱-۱۳ انواع واکنشهای هسته‌ای
۵۴۹	۲-۱۳ تولید رادیوایزوتوپ در واکنشهای هسته‌ای
۵۵۲	۳-۱۳ سینماتیک واکنش کم‌انرژی
۵۵۶	۴-۱۳ شکافت
۵۶۵	۵-۱۳ همجوشی
۵۷۳	۶-۱۳ کاربردهای فیزیک هسته‌ای
۵۸۱	پرسشها
۵۸۴	مسائل
۵۸۸	۱۴. ذرات بنیادی
۵۸۹	۱-۱۴ چهار نیروی بنیادی

۵۹۲	۱۴-۲ ذرات و پادذرات
۵۹۴	۱۴-۳ خانواده ذرات
۵۹۷	۱۴-۴ قوانین پایستگی
۶۰۴	۱۴-۵ برهم‌کنشها و واپاشیهای ذرات
۶۱۰	۱۴-۶ بررسی انرژی در واپاشیهای ذرات
۶۱۵	۱۴-۷ بررسی انرژی در واکنشهای ذرات
۶۲۱	۱۴-۸ مدل کوآرک
۶۲۸	۱۴-۹ مدل استاندارد
۶۳۳	پرسشها
۶۳۵	مسائل
۶۳۸	۱۵. اختر فیزیک و نسبیت عام
۶۳۹	۱۵-۱ اصل هم‌ارزی
۶۴۴	۱۵-۲ نظریه نسبیت عام
۶۴۹	۱۵-۳ آزمونهای نسبیت عام
۶۵۴	۱۵-۴ تکامل ستارگان
۶۶۰	۱۵-۵ هسته‌زایی
۶۶۵	۱۵-۶ ستارگان کوتوله سفید
۶۶۷	۱۵-۷ ستارگان نوترونی
۶۷۴	۱۵-۸ سیاهچاله‌ها
۶۸۰	پرسشها
۶۸۱	مسائل
۶۸۵	۱۶. کیهانشناسی: مبدأ و سرنوشت عالم
۶۸۶	۱۶-۱ انبساط عالم
۶۹۲	۱۶-۲ تابش زمینه میکروموج کیهانی
۶۹۸	۱۶-۳ ماده تاریک



۷۰۲

۴-۱۶ کیهانشناسی و نسبیت عالم

۷۰۵

۵-۱۶ کیهانشناسی مهبانگ

۷۱۰

۶-۱۶ تشکیل هسته‌ها و اتمها

۷۱۴

۷-۱۶ یزواکهای مهبانگ

۷۱۷

۸-۱۶ آینده عالم

۷۲۳

پرسشها

۷۲۴

مسائل

۷۲۶

پیوست الف

۷۲۸

پیوست ب

۷۳۸

پیوست ج

۷۴۱

فهرست یکاها

۷۴۲

پاسخ مسائل با شماره‌های فرد

۷۵۱

فهرست راهنما

۷۷۵

تصاویر رنگی

## پیشگفتار

این کتاب به عنوان اولین درس فیزیک جدید، شامل نسبیت، فیزیک کوانتومی و کاربردهای آن در نظر گرفته شده است. پیش‌نیاز این درس معمولاً دوره مقدماتی فیزیک بر مبنای حسابان است. هدف اصلی این کتاب، و درسی که برای آن در نظر گرفته شده، القای درک مفاهیم و روشهای فیزیک قرن بیستم به دانشجویان است. این کتاب درسی حاصل یک درس در دانشگاه ایالتی اورگون است که دانشجویان معمولاً در سال دوم می‌گرفتند، و برای دو گروه شنوندگان مختلف دو نقش را بازی می‌کرد: (۱) دانشجویان رشته فیزیک، که بعدها یک درس جامع‌تر در مکانیک کوانتومی می‌گیرند، یک درس فیزیک جدید مقدماتی را به عنوان پیش‌نیاز دروسهای جدی سنتی مکانیک کلاسیک و الکترومغناطیس در گسترش دیدگاه‌هایشان مفید می‌یابند. (۲) دانشجویان غیرفیزیک، که به احتمال زیاد از آن پس دیگر فیزیک نمی‌خوانند، فیزیک جدید را به طور فزاینده‌ای در رشته تحصیلی خود ضروری می‌یابند؛ یک دوره فیزیک کلاسیک مقدماتی به ندرت برای شیمی‌دانها، متخصصان کامپیوتر، مهندسان هسته‌ای، برق، و غیره کافی است.

پیش‌نیازهای لازم برای این درس شامل دروسهای استاندارد بر مبنای حسابان شامل مکانیک، الکترومغناطیس، فیزیک گرما، و اپتیک است. حسابان به طور گسترده‌ای در آن به کار رفته است، اما معلومات قبلی درباره معادلات دیفرانسیل، متغیرهای مختلط، یا مشتقهای جزئی ضروری نیست (هرچند آشنایی با آنها مفید است).

فصلهای ۱ تا ۸ پیکره اصلی کتاب را تشکیل می‌دهند. این فصلها شامل نظریه کوانتومی از طریق ساختار اتمی است. پس از آن خواننده می‌تواند فصلهای ۹ تا ۱۱ (مولکولها، آمار، و جامدات) را ادامه دهد یا به فصلهای ۱۲ تا ۱۴ (هسته‌ها و ذرات) برود. دو فصل آخر (اخترفیزیک و کیهانشناسی) را می‌توان به عنوان تجربه روبنایی فیزیک جدید تلقی کرد، که مفاهیم نسبیت، فیزیک

اتمی، مولکولی، آماری، حالت جامد، هسته‌ای، و فیزیک ذرات را یکپارچه می‌کند. بخشهایی از کتاب که می‌توان آنها را بدون مخدوش شدن پیوستگی مطالب حذف کرد، با ستاره مشخص شده‌اند. به‌منظور حفظ سرشت مقدماتی کتاب و حفظ حجم آن در محدوده‌ای منطقی، مباحث بسیاری حذف شده‌اند که از آن جمله می‌توان نمودارهای فضازمان، چاربردارها، پارامتر، تابعهای موج متقارن و پادمقارن، تکانه زاویه‌ای کل، اسپین ایزوتوپی، هیبربار، و مدل‌های هسته‌ای را برشمرد، تجربه من در تدریس این درس، به‌مدت تقریباً بیست سال، نشان می‌دهد که مبانی فیزیک جدید را می‌توان بدون این موضوعها درک کرد. به‌عنوان مثال، برای اداکردن حق پارامتر و مدل‌های هسته‌ای در فضایی مقدماتی، مطالبی بیشتر از آنچه که درج آنها در این کتاب مقدور باشد لازم است، و آوردن چند پاراگراف، بدون در نظر گرفتن همه جوانب، درباره این مباحث دشوار، بیش از آنکه باعث روشنگری شود به سردرگمی می‌انجامد.

مضمون وحدت بخش این کتاب مبنای تجربی فیزیک جدید را تشکیل می‌دهد. آزمونهای تجربی پدیده‌ها در سراسر کتاب بررسی می‌شود. مثالهای این مورد شامل آخرین آزمونهای تجربی نسبیت خاص و عام و مطالعات دوگانگی موجی - ذره‌ای فوتونها و ذرات مادی است. کاربردهای پدیده‌های بنیادی به‌طور گسترده به‌کار رفته است، از جمله نفوذ در سد، لیزرها، سن‌سنجی رادیواکتیو، تحلیل با استفاده از فعالسازی هسته‌ای، پزشکی هسته‌ای، و ابزارهای نیمرسانا.

خواننده‌ای که با ویراست اول این اثر آشناست، متوجه تغییراتی در ظاهر، محتوا، و سازمان کتاب می‌شود. بخش اعظم کتاب بازنویسی شده است تا واضحتر شود و به درک مطالب آن کمک کند. ترتیب بعضی مباحث تغییر یافته تا بازتاب آرایشی منطقی‌تر باشد یا سد ورود به یک موضوع جدید را کوتاه‌تر کند. تصویرهای رنگی با رهیافت هنری به کتاب اضافه شده است تا آموزش را بهبود بخشد، و پیوست جدیدی شامل عکسهای رنگی افزوده شده است که پدیده‌های بحث شده در کتاب را روشن می‌کنند. تعداد مثالهای حل شده تا ۲۵٪ افزایش یافته و مجموعه پرسشها و مسائل پایان هر فصل (به ترتیب) ۲۳٪ و ۱۵٪ زیاد شده است. کوشش شده است که مسائل به گستره وسیعتری از قابلیتها نیاز داشته باشد؛ بعضی مسائل "باز" گنجانده شده است. فهرست خواندنیهای پایان هر فصل با مراجع جدید روزآمد شده است.

اگرچه رهیافت کتاب بیشتر تحلیلی است، اما روشهای محاسباتی آن را تکمیل کرده‌اند. نمایشها و تمرینهای کامپیوتری بر مبنای موضوعهای کتاب را می‌توان از شبیه‌سازیهای فیزیک جدید<sup>۱</sup> که کنسرسیوم نرم‌افزارهای فیزیک سطح بالاتر<sup>۲</sup> (CUPS) مبتکر آن است و جان وایلی و پسران پخش آن را بر عهده دارند، به‌دست آورد. چند تمرین کامپیوتری برگزیده CPUS در مسائل پایان فصل آمده است.

1. Modern Physics Simulations

2. Consortium for Upper Level Physics Software



تغییرات ویژه در محتوا و سامان این ویراست نسبت به ویراست نخست عبارت‌اند از: فصل ۲ تا حد زیادی بازنویسی شده است. جرم نسبیتی حذف شده<sup>۱</sup> و بر نقش تبدیل لورنتس تأکید کمتری شده است<sup>۲</sup>، به طوری که آن نقشی کلیدی را که در ویراست نخست داشت در اینجا ندارد. بحث دربارهٔ آزمونهای تجربی نسبت روزآمد شده است تا شامل مثالهای بررسیهای ظریف و بادقت فزایندهٔ اخیر باشد.

در فصل ۳، ترتیب مطالب را تغییر داده‌ام، به طوری که بحث اثر فوتوالکتریک در ویراست اخیر پیش از تابش جسم سیاه می‌آید. اگرچه این موضوع ترتیب زمانی این یافته‌ها را وارون می‌کند، اما در این ترتیب جدید آشنایی با مفهوم فوتون راحت‌تر شده است، که به نظر می‌رسد با توصیف اثر فوتوالکتریکی ارتباط مستقیم دارد اما در صورت‌گرایی تابش جسم سیاه در پرسش مفاهیم مجرد ریاضی و آمار پنهان می‌شود. با ادامهٔ تأکید بر آزمونهای تجربی، مطالعات جدید دوگانگی موج-ذره برای نور نقش مهمی در این فصل دارند.

در فصل ۴، بخش مربوط به اصل عدم قطعیت بازنویسی شده است. مثالهایی در خصوص مطالعات جدید سرشت موجی ذرات (الکترونها، نوترونها، اتمهای هلیم) به این فصل اضافه شده است.

فصل ۵ در ویراست حاضر شامل مثالهایی از رفتار موجی ذرات است که با بهره‌گیری از میکروسکوپیهای الکترونی تونل‌زنی روبشی، درک آنها میسر می‌شود.

در این ویراست در فصل ۷ بر مدارهای کوانتوم مکانیکی و احتمالهای فضایی تأکیدی بیشتر و بر مدارهای نوع بور در اتم تأکید کمتری شده است.

فصلهای ۹ تا ۱۱ در ویراست نخست (فیزیک هسته‌ای و ذرات) با فصلهای ۱۲ تا ۱۴ (فیزیک مولکولی، آماری، و حالت جامد) جابه‌جا شده‌اند. در ترتیب جدید، فصل مربوط به فیزیک مولکولی بلافاصله پس از فیزیک اتمی می‌آید و فصلهای مربوط به فیزیک آماری و جامدات در پی آن می‌آیند. فصلهای مربوط به فیزیک هسته‌ای و ذرات مستقیماً به فصلهای مربوط به اخترفیزیک و کیهانشناسی می‌انجامند. مانند ویراست قبل، در این ویراست نیز طی یک درس کوتاه می‌توان از روی هر قطعهٔ شامل سه فصل پرید، اگرچه دو مفهوم از آمار: توزیع فوتون در تابش

۱. نگاه کنید به بحث

Lev B Okun, *Physics Today* (June 1989) 31.

۲. مثلاً نگاه کنید به بحثهای

A John Mallinckrodt, *American Journal of Physics*, 61, 760 (1993) and N David Mermin, *American Journal of Physics*, 62, 11 (1994).

که دربارهٔ حذف کامل تبدیل لورنتس در مقدمات استثنایی با نسبت بحث کرده‌اند.

گرمایی (که برای آن مطالب فصل ۳ مقدمه‌ای کافی به‌شمار می‌آید) و رابطه بین انرژی فرمی و چگالی ذره، در فصلهای اخترفیزیک و کیهانشناسی ضروری‌اند.

در فصل ۱۰ مقدمه جدیدی بر مفاهیم آماری و منشأ اختلاف بین آمار کلاسیکی و کوانتومی، براساس یک مسئله شمارش ساده استوار است.

فصل ۱۱ حاوی بخش جدیدی درباره نظریه نواری، تمرکز بیشتری روی نظریه کوانتومی رسانش الکتریکی، و بخش تازه‌ای در مورد ابررسانایی است.

جنبه‌های تازه فصل ۱۲ شامل مثالهایی از واپاشیهای هسته‌ای "خارق‌العاده" و بحث بازنگری‌شده (و ساده‌شده) محاسبه احتمالات واپاشی آلفا است.

در فصل ۱۳، بخش مربوط به مدل هسته مرکب حذف شده، در عوض، بخشی درباره کاربردهای فیزیک هسته‌ای اضافه شده است.

در فصل ۱۴ بر بخشهای مقدماتی درباره ذرات، نیروها، پادذرات، و طرحهای طبقه‌بندی تأکید شده است. بحث مربوط به مدل کوآرک روزآمد شده‌اند، و بحثی در مورد مدل استاندارد و پیامدهای آن اضافه شده است.

فصلهای ۱۵ و ۱۶ به نحو چشمگیر و گسترده‌ای بازنویسی شده‌اند. در بخشهایی از فصل ۱۵ که به نسبیت عام و سیاهچاله‌ها می‌پردازد، تجدیدنظر شده است، و کاربردهای کیهانشناختی نسبیت عام که قبلاً در فصل ۱۵ آمده بودند به فصل ۱۶ منتقل شده‌اند. فصل ۱۶ شامل آخرین نتایج مربوط به تابش زمینه میکروموج، بخش جدیدی درباره کیهانشناسی و نسبیت عام، و بخش جدیدی درباره ماده تاریک، و یک بخش هم درباره کیهانشناسی مهبانگ بازنویسی شده است. در تحقیقات و سایر فعالیتهای خود در دهه گذشته، به دانشجویان بسیاری برخوردیم (بعضی از آنها اکنون همکارم هستند) که از ویراست اول این کتاب استفاده کرده‌اند. وقتی فهمیدیم آنها از خواندن این کتاب لذت برده‌اند بسیار خوشحال شدم؛ بعضی از آنها به من گفتند که تصمیم آنها در جهت فیزیکدان شدن ناشی از آشنایی اولیه آنها با فیزیک جدید بوده است. برای اغلب دانشجویان، درس فیزیک جدید مقدماتی اولین فرصت آشنایی و یافتن بصیرت نسبت به کاری است که فیزیکدانها انجام می‌دهند و اینکه چه چیزی درباره این رشته هیجان‌آور، حیرت‌انگیز، و دشوار است. امیدوارم که استفاده‌کنندگان از این ویراست جدید نیز این‌گونه بینشها را به‌دست آورند.

کنت اس کرین

مه ۱۹۹۵

## مقدمه

در پایان قرن نوزدهم به نظر می‌رسید که به بیشتر آنچه باید دربارهٔ فیزیک بدانیم پی برده‌ایم. دینامیک نیوتونی بارها به دقت آزموده شده بود، و موفقیت آن معیاری از درک عمیق و منسجم طبیعت به شمار می‌رفت. الکتریسیته و مغناطیس بر اثر کار تجربی ماکسول وحدت یافته بودند، و هرتز در آزمایشهای خود، امواج الکترومغناطیسی را که معادله‌های ماکسول پیش‌بینی کرده بودند کشف و بررسی کرده بود. قانونهای ترمودینامیک و نظریهٔ جنبشی در ارائهٔ توصیفی واحد در گسترهٔ وسیعی از پدیده‌ها کاملاً موفق بودند. به‌طور کلی، انقلاب صنعتی سطحی از پیچیدگی تکنولوژیکی ارائه کرده بود که تأثیر عمیقی بر حیات و استاندارد زندگی در همه‌جا داشت. ایالات متحد آمریکا پس از یک دوره توسعهٔ اقتصادی و جغرافیایی خود را به‌عنوان یک قدرت جهانی مطرح کرده بود. در اروپا، کشورهای قدرتمند سلطنتی محیطی را فراهم کرده بودند که در آن صنعتی‌شدن با گامهای سریعی به پیش می‌رفت. اما، در پس این جو به ظاهر پایدار و توأم با خوش‌بینی، جریانهای زیرگذر شدیدی وجود داشت که پس از چند سال جهان را در درگیری وحشیانهٔ جنگ جهانی اول، موج فزایندهٔ نظامی‌گری، نیروهای ملی‌گرایی و انقلابی فرو می‌برد، و مارکسیسم که در حال نیرومند شدن بود، نظام دیرینه را دگرگون می‌کرد. به همین ترتیب، با غلبهٔ ایده‌های جدید در زمینه‌های نقاشی، مجسمه‌سازی، و موسیقی، هنرهای زیبا نیز دستخوش تغییرات اساسی شده بود.



روانشناسان مکتب فروید درک بنیادی‌ترین جنبه‌های رفتار انسان را دستخوش تغییرات جدی و شدید کرده بودند.

در جهان فیزیک نیز، جریانهای زیرگذری وجود داشت که به‌زودی باعث تغییرات بنیادی می‌شد. اگرچه اکثریت قاطع شواهد تجربی با فیزیک کلاسیک ناسازگار بود، اما نتیجه چند آزمایش را نمی‌توانستند با نظریه‌های کلاسیکی ترمودینامیک و الکترومغناطیس توجیه کنند. بنابه نظریه الکترومغناطیس کلاسیک، برای انتشار امواج الکترومغناطیسی محیط مادی لازم است، اما آزمایشهای دقیق وجود چنین محیطی را نشان نمی‌داد. مطالعه گسیل امواج الکترومغناطیسی از اجسام داغ و تابان به نتایجی می‌انجامید که با نظریه‌های کلاسیک الکترومغناطیس و الکترومغناطیس قابل توجیه نبود. آزمایشهای مربوط به گسیل الکترون از سطحهایی که نور به آنها می‌تابید را نیز نمی‌شد با بهره‌گیری از نظریه‌های کلاسیک درک کرد.

این چند آزمایش، به‌ویژه وقتی آنها را با آزمایشهای موفقیت‌آمیز و قابل فهم قرن نوزدهم که تعداد آنها خیلی زیاد بود، مقایسه می‌کردیم. شاید اهمیت چندانی نداشتند. اما همین چند آزمایش اثر عمیق ماندگاری نه تنها بر جهان فیزیک، بلکه بر تمام علوم، بر ساختار سیاسی جهان، و بر نحوه نگرش ما نسبت به خود و جایگاه خود در عالم داشتند. در فاصله کوتاه دو دهه، نتیجه این آزمایشها به نظریه نسبیت خاص، و نظریه کوانتومی منجر شد؛ اندکی پس از انقلابهای ملهم از این نظریه‌های جدید، زمان رشد فیزیک اتمی، فیزیک هسته‌ای، و فیزیک حالت جامد فرا رسید، که کاربردهای پژوهشی آنها تأثیر عظیمی در زندگی روزمره ما داشته است.

عنوان فیزیک نوین معمولاً به تحولاتی گفته می‌شود که با نظریه‌های نسبیت و کوانتومی و کاربرد آنها در درک اتم، هسته اتم و ذرات تشکیل‌دهنده آن، آرایش اتمها در مولکولها و جامدات، و در مقیاس کیهانی، منشأ و تحول عالم شروع شد. در این کتاب هر یک از این موضوعها به اختصار بررسی می‌شود. با شروع از نظریه نسبیت، به کاوش در فرضها، پیامدها، و تأیید تجربی آن می‌پردازیم. پس از مرور آزمایشهایی که نارسایی مفاهیم کلاسیک ذرات و امواج را نمایان ساخت، موفقیت نظریه کوانتومی (یا مکانیک موجی که گاهی چنین خوانده می‌شود) در حل این نارساییها را بررسی خواهیم کرد. بحث کامل مکانیک موجی مستلزم مهارتی در ریاضی است که فراتر از سطح این کتاب است؛ بنابراین فقط به بررسی مقدماتی و سطحی روشها و کاربردهای مکانیک موجی خواهیم پرداخت. بقیه این کتاب به کاربرد این اصول می‌پردازد: ابتدا با مطالعه ساختار و ویژگیهای اتم، سپس با مطالعه گروهی از اتمها، هم گروههای کوچک در مولکولها و هم گروههای بزرگ در جامدات، و سپس به مطالعه ساختار و ویژگیهای هسته اتم و ذرات بنیادی. سرانجام، از جهان خرد به کیهان باز می‌گردیم و درباره کاربردهای فیزیک نوین در درک بعضی مسئله‌های اخترفیزیک و کیهانشناسی بحث خواهیم کرد.

در این بررسی، به خاطر داشته باشید که جزئیات داستان فیزیک نوین تنها در این قرن نوشته شده، و بسیاری از اکتشافات در زمان حیات ما انجام شده است. این بدان معنی است که داستان فیزیک نوین هنوز کامل نیست و تکامل آن ادامه خواهد یافت. اغلب درمی یابیم که هر بار که عمیقتر بنگریم یا روشهای خود را بهبود بخشیم چیز جدیدی یاد می گیریم و برای گنجاندن این کشفیات جدید باید در نظریه هایمان تجدیدنظر کنیم. در این فرایند پالایش و بازنگری است که مرزهای دانش را به پیش می رود.

## ۱-۱ مروری بر فیزیک کلاسیک

اگرچه خواهیم دید که بسیاری از بخشهای فیزیک نوین با فیزیک کلاسیک تفاوتی بارز دارد، اما اغلب مجبوریم به مفاهیم فیزیک کلاسیک رجوع کنیم. در اینجا بعضی از مفاهیم فیزیک کلاسیک را که ممکن است به آنها نیاز داشته باشیم بررسی می کنیم.

### مکانیک

انرژی جنبشی ذره ای به جرم  $m$  که با سرعت  $v$  حرکت می کند برابر است با

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1-1)$$

و تکانه خطی،  $p$ ، آن با رابطه زیر تعریف می شود

$$p = mv \quad (2-1)$$

انرژی جنبشی را می توان برحسب تکانه خطی به صورت زیر نوشت

$$K = \frac{p^2}{2m} \quad (3-1)$$

وقتی یک ذره با ذره دیگر برخورد می کند، این برخورد را می توان با استفاده از دو قانون پایستگی بنیادی تحلیل کرد:

(الف) پایستگی انرژی. انرژی کل یک دستگاه منزوی (که بر آن نیروی خارجی خالصی وارد نمی شود) ثابت می ماند. این بدان معنی است که (در مورد یک برخورد) انرژی کل دو ذره قبل از برخورد برابر است با انرژی کل دو ذره بعد از برخورد.

(ب) پایستگی تکانه خطی. تکانه خطی کل یک دستگاه منزوی ثابت می ماند. در برخوردها، تکانه خطی کل دو ذره قبل از برخورد با تکانه خطی کل آنها بعد از برخورد برابر است. چون تکانه

خطی برداری است، با کاربرد این قانون معمولاً دو معادله به دست می‌آید، یکی برای مؤلفه‌های  $x$  و دیگری برای مؤلفه‌های  $y$ .

این دو قانون پایستگی بیشترین اهمیت را در درک و تحلیل انواع گوناگون مسئله‌ها در مکانیک کلاسیک دارند. در مسئله‌های ۱-۳، ۱۵ و ۱۶ در پایان این فصل کاربرد این قانونها مرور می‌شود. اهمیت این دو قانون پایستگی چنان عظیم و بنیادی است که گرچه در فصل ۲ خواهیم دید که نظریه نسبیت خاص معادله‌های ۱-۱ و ۲-۱ و ۳-۱ را تغییر می‌دهد، اما قانونهای پایستگی انرژی و تکانه خطی همچنان معتبر باقی می‌مانند.

کاربرد دیگر اصل پایستگی انرژی مطالعه حرکت یک ذره تحت تأثیر نیروی خارجی  $F$  است. اغلب نیروهای خارجی با انرژی پتانسیل  $U$ ، که به صورت زیر تعریف می‌شود (برای حرکت یک‌بعدی) متناظر است:

$$F = -\frac{dU}{dx} \quad (4-1)$$

انرژی کل  $E$  مجموع انرژیهای پتانسیل و جنبشی است:

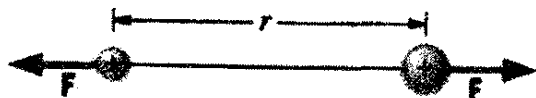
$$E = K + U \quad (5-1)$$

وقتی ذره حرکت می‌کند،  $K$  و  $U$  ممکن است تغییر کنند، اما  $E$  ثابت می‌ماند. (در فصل ۲، می‌بینیم که نظریه نسبیت خاص تعریف جدیدی برای انرژی کل می‌دهد.)

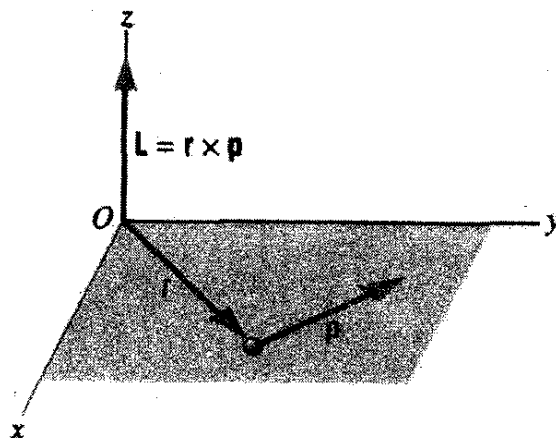
وقتی یک ذره که، با تکانه خطی  $p$  حرکت می‌کند در فاصله  $r$  از مبدأ  $O$  است، تکانه زاویه‌ای،  $L$ ، آن حول نقطه  $O$  از رابطه زیر به دست می‌آید (شکل ۱-۱)

$$L = r \times p \quad (6-1)$$

درست مانند تکانه خطی، برای تکانه زاویه‌ای نیز یک قانون پایستگی وجود دارد. در عمل، این قانون کاربردهای مهم و فراوانی دارد. به عنوان مثال، وقتی یک ذره باردار در نزدیکی یک ذره باردار دیگر حرکت می‌کند و توسط آن منحرف می‌شود، اگر گشتاور نیروی خارجی خالصی بر دستگاه وارد نشود، تکانه زاویه‌ای کل دستگاه (دو ذره‌ای) ثابت می‌ماند. اگر ذره دوم بسیار سنگینتر از ذره اول باشد، حرکت آن از ذره اول تأثیری نمی‌پذیرد و تکانه زاویه‌ای ذره اول ثابت می‌ماند (زیرا ذره دوم هیچ تکانه زاویه‌ایی به دست نمی‌آورد). هنگام حرکت یک ستاره دنباله‌دار در میدان گرانشی خورشید نیز وضعیت مشابهی رخ می‌دهد. با نزدیک شدن ستاره دنباله‌دار به خورشید،  $r$  کم می‌شود، و در نتیجه اگر بخواهیم  $L$  ثابت بماند،  $p$  باید زیاد شود؛ بنابراین، ستاره دنباله‌دار هنگام نزدیک شدن به خورشید شتاب می‌گیرد.



شکل ۱-۲ بر دو ذره باردار نیروهای الکتروستاتیکی برابر و در جهت مخالف در امتداد خطی که مرکز آنها را بهم متصل می‌کند وارد می‌شود. اگر دو ذره هم علامت باشند (هر دو مثبت یا هر دو منفی)، نیرو دافعه؛ و اگر علامت آنها مختلف باشد، نیرو جاذبه است.



شکل ۱-۱ یک ذره به جرم  $m$ ، که فاصله آن از مبدأ  $O$  با بردار مکان  $\mathbf{r}$  مشخص می‌شود و با تکانه خطی  $\mathbf{p}$  در حرکت است، دارای تکانه زاویه‌ای  $\mathbf{L}$  حول مبدأ  $O$  است.

## الکتریسیته و مغناطیس

اندازه نیروی الکتروستاتیکی (نیروی کولنی) میان دو ذره باردار  $q_1$  و  $q_2$  برابر است با

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (7-1)$$

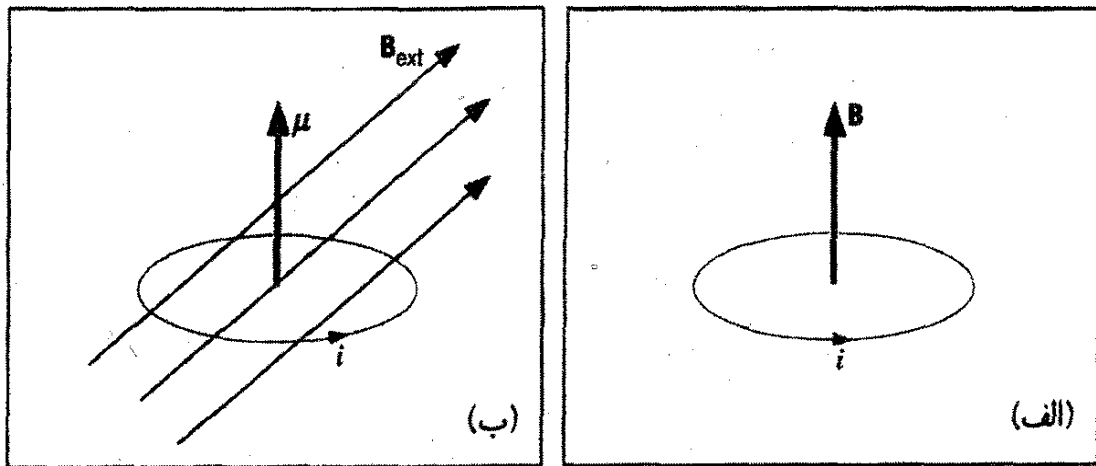
جهت  $\mathbf{F}$  در امتداد خطی راست است که دو ذره را بهم متصل می‌کند (شکل ۱-۲). در دستگاه یکاهای SI، مقدار ثابت  $1/4\pi\epsilon_0$  برابر است با

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

انرژی پتانسیل متناظر با آن برابر است با

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \quad (8-1)$$

در همه معادله‌هایی که از معادله ۷-۱ و ۸-۱ مشتق می‌شوند، کمیت  $1/4\pi\epsilon_0$  باید وجود داشته باشد. در بعضی کتابهای درسی و کتابهای مرجع، ممکن است با کمیت‌های الکتروستاتیکی مواجه شوید که در آنها این ثابت وجود ندارد. در این موارد، به احتمال زیاد از دستگاه سانتی-متر-گرم-ثانیه (cgs) استفاده شده، که در آن ثابت  $1/4\pi\epsilon_0$  برابر ۱ تعریف شده است. هنگام مقایسه کمیت‌های الکتروستاتیکی از مرجعهای مختلف، باید همواره دقیق باشید و همانندی یکاها را واریسی کنید.



شکل ۱-۳ (الف) یک حلقه جریان دایره‌ای میدان مغناطیسی  $B$  را در مرکزش تولید می‌کند. (ب) یک حلقه جریان با گشتاور مغناطیسی  $\mu$  در میدان مغناطیسی خارجی  $B$ . میدان بر حلقه گشتاور نیرویی وارد می‌کند که تمایل به هم‌خط‌کردن  $\mu$  با خارجی  $B$  دارد.

با استفاده از جریان الکتریکی  $i$ ، می‌توان میدان مغناطیسی  $B$  را تولید کرد. به عنوان مثال، اندازه میدان مغناطیسی در مرکز یک حلقه جریان دایره‌ای به شعاع  $r$  برابر است با (شکل ۱-۳ الف)

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r} \quad (9-1)$$

یکای میدان مغناطیسی در دستگاه SI تسلا (T) است، که با یک نیوتون بر آمپر-متر هم‌ارز است. ثابت  $\mu_0$  برابر است با

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{s}^2 / \text{C}^2$$

فراموش نکنید که  $i$  در جهت متداول جریان (مثبت) است، یعنی در خلاف جهت واقعی حرکت الکترونها با بار منفی است که جریان را در سیمهای فلزی تولید می‌کنند. جهت  $B$  با استفاده از قاعده دست راست تعیین می‌شود: اگر سیم را در دست راست خود نگاه دارید به طوری که شست دست شما در جهت جریان باشد، انگشتان شما در جهت میدان هستند.

معمولاً تعریف گشتاور مغناطیسی  $\mu$  برای یک حلقه جریان راحت است:

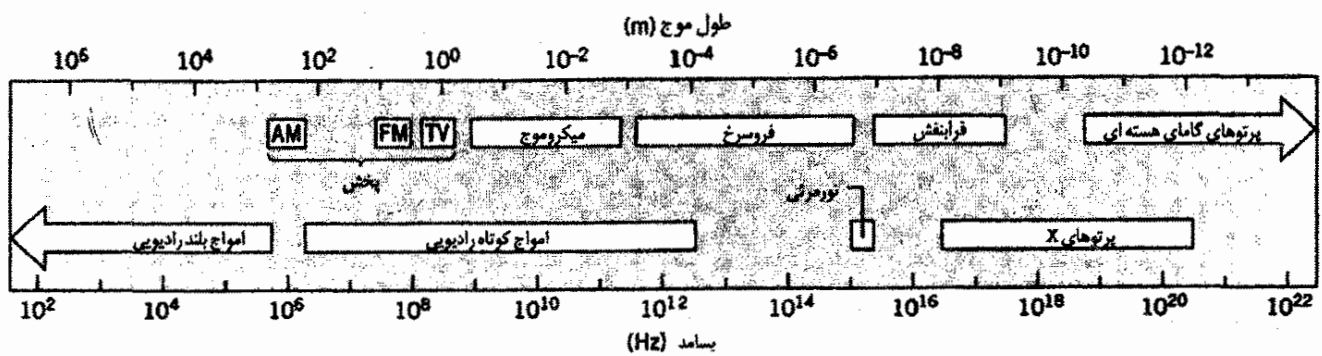
$$|\mu| = iA \quad (10-1)$$

که در آن  $A$  مساحت هندسی محصور در حلقه است. جهت  $\mu$ ، بنابر قاعده دست راست، بر صفحه حلقه عمود است. وقتی یک حلقه جریان میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی  $B$  قرار داده شود، گشتاور نیروی  $\tau$  وارد بر حلقه تمایل دارد  $\mu$  و خارجی  $B$  را هم‌خط کند:

$$\tau = \mu \times B_{\text{خارجی}} \quad (11-1)$$

شکل ۱-۳ ب یک حلقه جریان در میدان خارجی را نشان می‌دهد. راه دیگر تعبیر این مطلب





شکل ۴-۱ طیف الکترومغناطیسی. مرز منطقه‌ها به دقت تعریف نشده است.

نسبت دادن یک انرژی پتانسیل به گشتاور مغناطیسی  $\mu$  در میدان خارجی  $B$  است:

$$U = -\mu \cdot B_{\text{خارجی}} \quad (۱۲-۱)$$

وقتی خارجی  $B$  اعمال شود،  $\mu$  می‌چرخد، به طوری که انرژی آن به یک مقدار کمینه میل می‌کند، که در این حالت  $\mu$  و خارجی  $B$  موازی هستند.

درک ویژگیهای گشتاورهای مغناطیسی مهم است، زیرا خواهیم دید که ذره‌هایی چون الکترونها و پروتونها گشتاور مغناطیسی دارند. اگرچه ما این ذره‌ها را حلقه‌های ریز جریان در نظر نمی‌گیریم، اما گشتاورهای مغناطیسی آنها از رابطه‌های ۱۱-۱ و ۱۲-۱ پیروی می‌کنند.

یک جنبه بسیار مهم الکترومغناطیس، امواج الکترومغناطیسی است. در فصل ۳ درباره بعضی ویژگیهای این امواج به تفصیل بحث خواهیم کرد؛ به ویژه، تداخل و پراش برای بحث ما در این کتاب بنیادی هستند. امواج الکترومغناطیسی در فضای آزاد با سرعت  $c$  (سرعت نور) حرکت می‌کنند، که با ثابتهای الکترومغناطیسی  $\epsilon_0$  و  $\mu_0$  ارتباط دارد:

$$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2} \quad (۱۳-۱)$$

موج دارای بسامد  $\nu$  و طول موج  $\lambda$  است، که با رابطه زیر به هم مربوط می‌شوند

$$c = \lambda \nu \quad (۱۴-۱)$$

گستره طول موجها از بسیار کوتاه (پرتوهای گامای هسته‌ای) تا بسیار بلند (امواج رادیویی) در تغییر است. شکل ۴-۱ طیف الکترومغناطیسی را با نامهای متداول گستره‌های مختلف طول موج نشان می‌دهد.

## نظریه جنبشی ماده

انرژی جنبشی میانگین مولکولهای یک گاز کامل در دمای  $T$  برابر است با

$$K = \frac{3}{2} kT \quad (15-1)$$

که در آن  $k$  ثابت بولتزمن است

$$k = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

یکای دما در دستگاه SI کلون (K) است، نه "درجه کلون". مواظب باشید که نماد  $K$  ی کلون را با نماد  $K$  ی انرژی جنبشی اشتباه نگیرید؛ همین طور دقت کنید ثابت بولتزمن  $k$  با عدد موج  $k = 2\pi/\lambda$  اشتباه نشود.

به عنوان یک برآورد تقریبی، کمیت  $kT$  اغلب به عنوان معیار میانگین انرژی جنبشی هر ذره به کار می رود. به عنوان مثال، در دمای اتاق ( $20^\circ \text{C} = 293 \text{K}$ )، میانگین انرژی جنبشی هر ذره در حدود  $4 \times 10^{-21} \text{ J}$  است، در حالی که در درون ستارگان که در آنها  $10^7 \text{K} \sim T$ ، میانگین انرژی جنبشی در حدود  $10^{-16} \text{ J}$  است.

## ۲-۱ یکاها و ابعاد

تقریباً تمام ثابتهای فیزیکی و متغیرهایی که از آنها استفاده خواهیم کرد هم یکا دارند و هم بُعد. ابعاد یک مقدار ثابت یا متغیر اطلاعاتی درباره نوع ثابت یا متغیر به ما می دهد؛ مثلاً، کمیتی که در یک چارچوب مرجع دارای بُعد طول است، در هر چارچوب مرجع دیگری بُعد طول خواهد داشت. معمولاً جرم، طول، و زمان را ابعاد بنیادی می دانیم.

در حل مسئله ها، همواره باید اطمینان حاصل کنید که معادله های شما از لحاظ ابعادی سازگارند؛ اگر به عنوان مثال، معادله ای دارید که حاوی جمله  $(v + m)$  است که در آن: سرعت =  $v$  و جرم =  $m$ ، حتماً در جایی اشتباه کرده اید؛ هرگز نمی توانید دو کمیت را به هم بیفزایید مگر اینکه بعد آنها یکسان باشد. [اما اگر معادله شما شامل جمله  $(av + m)$  باشد، که در آن  $a$  یک ثابت است، در صورتی که  $a$  ابعاد مناسب داشته باشد، جمله می تواند از لحاظ ابعادی درست باشد].

یک عادت خوب، بررسی نتیجه ها از لحاظ سازگاری ابعادی است. کاربرد این روش بسیار راحت است و همواره می توانید آن را به سرعت انجام دهید. کنترل نتیجه ها از لحاظ سازگاری ابعادی، درستی آنها را تضمین نمی کند؛ اما، عکس این مطلب همواره صحیح است، یعنی، نبود سازگاری ابعادی همواره نشان دهنده وجود خطاست.

گاهی ممکن است یک کمیت یکا داشته باشد اما بُعد نداشته باشد! فرض کنید ساعت شما کند کار کند و هر روز  $6^{\circ}$  ثانیه عقب بماند. بنابراین، آهنگ عقب ماندن آن، روز/ $6^{\circ}$ s است.  $R$  یک کمیت بی بُعد است (زیرا بعد آن  $t/t$  است) اما یکا دارد، و مقدار آن با تغییر یکا تغییر می کند؛ می توان  $R$  را به صورت روز/دقیقه  $10^{\circ}$  یا  $25\text{s/h}$ ، و یا حتی به صورت بی یکای  $10^{-5} \times 9$ ، که عقب ماندن جزئی زمان را در هر بازه به دست می دهد، بیان کرد. به عنوان یک مثال دیگر، همه عوامل تبدیل مانند  $254\text{mm/inch}$  یا  $1000\text{g/kg}$  بی بُعدند.

ما معمولاً برای بیان کمیت های فیزیکی از یکاهای SI استفاده می کنیم. اما، در فیزیک نوین محاسبه های ما اغلب به نتیجه هایی می انجامد که وقتی برحسب یکاهای SI بیان شوند بسیار کوچک یا بسیار بزرگ اند. به عنوان مثال، انرژی های نوعی وابسته به فرایندهای اتمی و هسته ای اغلب در گستره  $10^{-11}$  تا  $10^{-12}$  ژول، و اندازه نوعی سیستم های اتمی و هسته ای در گستره  $10^{-10}$  تا  $10^{-15}$  متر در تغییر است. اگرچه دلیلی وجود ندارد که نتوانیم از این یکاهای SI در مطالعه فیزیک نوین استفاده کنیم، اما اغلب برای راحتی از یکاهای دیگر استفاده می کنیم.

## طول

یکای طول در دستگاه SI متر (m) است، اما برای سیستم های اتمی و هسته ای به طول هایی نیاز داریم که بسیار کوچکتر از متر هستند. از یکاهای زیر برای طول استفاده می کنیم:

$$\text{میکرومتر} = \mu\text{m} = 10^{-6}\text{m}$$

$$\text{نانومتر} = \text{nm} = 10^{-9}\text{m}$$

$$\text{فمتومتر} = \text{fm} = 10^{-15}\text{m}$$

طول موجها را برای راحتی برحسب نانومتر اندازه می گیرند. نور مرئی دارای طول موج هایی در گستره  $400$  تا  $700\text{nm}$  است. اندازه های اتمی نوعاً  $1\text{nm}$  و اندازه های هسته ای در حدود  $1$  تا  $10\text{fm}$  است. (یکای fm را گاهی به افتخار انریکو فرمی، که یکی از پیشگامان فیزیک هسته ای تجربی و نظری بود، فرمی می نامند.)

## انرژی

یکای انرژی در دستگاه SI ژول (J) است، که به علت بزرگی در فیزیک اتمی و هسته ای از آن استفاده نمی شود. یکای مناسبتر، الکترون ولت (eV) است که به صورت مقدار انرژی تعریف می شود که یک ذره با باری برابر بار الکترون هنگام عبور از اختلاف پتانسیل یک ولت به دست

می‌آورد یا از دست می‌دهد. (ولت یکای دستگاه SI است، بنابراین در انتخاب این یکا خیلی به بیراهه نرفته‌ایم!) با استفاده از بار الکترونی  $1.602 \times 10^{-19} \text{C}$  و  $1 \text{V} = 1 \text{J/C}$  رابطه هم‌ارز زیر به دست می‌آید

$$1 \text{eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{J}$$

چند مضرب مناسب الکترون‌ولت عبارت‌اند از

$$\text{keV} = 10^3 \text{eV} = \text{کیلو الکترون‌ولت}$$

$$\text{MeV} = 10^6 \text{eV} = \text{مگا الکترون‌ولت}$$

$$\text{GeV} = 10^9 \text{eV} = \text{گیگا الکترون‌ولت}$$

(در بعضی کتابهای قدیمی‌تر ممکن است به BeV برای بلیون الکترون‌ولت ارجاع شده باشد؛ این یک عامل سردرگمی است، زیرا در ایالات متحد آمریکا یک بلیون  $10^9$  است در حالی که در اروپا یک بلیون  $10^{12}$  است.)

## بار الکتريکی

یکای استاندارد بار الکتريکی کولن (C) است، و کمیت بنیادی بار، یعنی بار الکترون برابر است با  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ . اغلب می‌خواهیم انرژی پتانسیل دو بار بنیادی را که فاصله آنها در حدود ابعاد نوعی اتمی و هسته‌ای است بدانیم و نتیجه را برحسب الکترون‌ولت بیان کنیم. در اینجا یک راه ساده برای انجام این کار مطرح می‌کنیم. انرژی پتانسیل دو الکترون که فاصله آنها  $r = 10^0 \text{nm}$  است را به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

کمیت  $e^2/4\pi\epsilon_0$  را می‌توان به صورت مناسب زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} &= \left( 8.988 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) (1.602 \times 10^{-19} \text{C})^2 \\ &= 2.307 \times 10^{-28} \text{N} \cdot \text{m}^2 \\ &= 2.307 \times 10^{-28} \text{J} \cdot \text{m} \frac{1}{1.602 \times 10^{-19} \text{J/eV}} \cdot \frac{10^9 \text{nm}}{\text{m}} \\ &= 1.440 \text{eV} \cdot \text{nm} \end{aligned}$$

با این ترکیب سودمند ثابتها، محاسبه انرژیهای پتانسیل الکتروستاتیکی بسیار راحت می شود. برای دو بار واحد که فاصله آنها  $10^9 \text{ nm}$  باشد:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{10^9 \text{ nm}} = 1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm} \frac{1}{10^9 \text{ nm}}$$

$$= 1.44 \text{ eV}$$

برای محاسبات با استفاده از اندازه های نوعی هسته، فمتومتر یکای فاصله مناسبتری است، بنابراین

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm} \frac{1 \text{ m}}{10^9 \text{ nm}} \frac{10^{15} \text{ fm}}{\text{m}} \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}}$$

$$= 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

شایان توجه است که چه از انرژیها و اندازه های اتمی ( $\text{eV} \cdot \text{nm}$ ) استفاده کنیم چه از انرژیها و اندازه های هسته ای ( $\text{MeV} \cdot \text{fm}$ )، مقدار کمیت  $e^2/4\pi\epsilon_0$  همواره یکسان و برابر  $1.44$  است و به خاطر سپاری آن نیز راحت است.

### جرم

یکای بنیادی جرم در دستگاه SI کیلوگرم ( $\text{kg}$ ) است، اما این یکا به اندازه ای بزرگ است که به ویژه در کارهای فیزیک اتمی و هسته ای چندان سودمند نیست. مشکل دیگر، که در فصل ۲ به آن می پردازیم، این است که ما برای بیان جرم یک ذره برحسب انرژی سکون آن غالباً از معادله اینشتین  $E = mc^2$  استفاده می کنیم. استفاده از  $c^2$ ، که عدد بسیار بزرگی است، برای انجام این تبدیل اغلب راحت نیست و ممکن است به اشتباهاتی بینجامد. می توان با به کار بردن ضریب  $c^2$  با یکاهای جرم و به خاطر سپردن اینکه  $m = E/c^2$  است از این مسئله اجتناب کرد. به عنوان مثال، اغلب در جداول جرم ذره های بنیادی، جرم الکترون به صورت  $0.511 \text{ MeV}/c^2$  داده می شود. اگرچه ممکن است این مقدار یکای انرژی به نظر برسد، اما در واقع معیاری از جرم است — عامل  $c^2$  تبدیل را انجام می دهد. نکته مهم آن است که می توانیم عامل  $c^2$  را نگه داریم بدون اینکه نگران قراردادن مقدار عددی آن باشیم. می توانید این نتیجه را با تبدیل  $\text{MeV}$  به ژول و قراردادن مقدار عددی  $c^2$  کنترل کنید؛ در این محاسبه باید مقدار  $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ، برای جرم الکترون به دست آورید. (برای اجتناب از گرد کردن خطاها، در این محاسبه برای کمیتها چهار رقم معنی دار به کار برید و نتیجه نهایی را به سه رقم معنی دار گرد کنید.)

یکای جرم دیگری که استفاده از آن راحت است یکای جرم اتمی وحدت یافته،  $u$ ، است. این یکا، راحت ترین یکا برای محاسبه انرژیهای بستگی اتمی و هسته ای است. یکای جرم اتمی

چنان تعریف شده است که جرم فراوانترین ایزوتوپ کربن ( $^{12}\text{C}$ ) درست برابر با  $12\text{u}$  باشد. همه جرمهای اتمی دیگر نسبت به این مقدار اندازه‌گیری می‌شوند. جدول جرمهای اتمی در پیوست ب آمده است.

یک یکای جرم مفید دیگر که بر مبنای  $^{12}\text{C}$  است جرم مولی است. یک مول از هر ماده مقداری از آن ماده است که تعداد ذرات بنیادی (مانند اتمها، مولکولها، یا هرچیز دیگر) تشکیل دهنده آن برابر تعداد ذرات  $12 \times 10^{23}$  کیلوگرم  $^{12}\text{C}$  باشد. این عدد را ثابت آووگادرو می‌نامند و مقدار آن برابر است با

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ بر مول}$$

یعنی، یک مول  $^{12}\text{C}$  حاوی  $N_A$  اتم، و جرم مولی آن (درست) برابر است با  $12 \times 10^3$  کیلوگرم، یک مول نیتروژن حاوی  $N_A$  مولکول  $\text{N}_2$ ، و جرم آن  $28 \times 10^3$  کیلوگرم است، و یک مول آب حاوی  $N_A$  مولکول  $\text{H}_2\text{O}$ ، و جرم آن  $18 \times 10^3$  کیلوگرم است.

### سرعت نور

یکی از ثابتهای بنیادی طبیعت سرعت نور،  $c$ ، است که در مطالعه فیزیک نوین اغلب آن را به‌کار خواهید برد. مقدار آن برابر است با

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

اغلب راحت است که سرعتها را با مقایسه با سرعت نور اندازه بگیریم؛ در فصل ۲ در بسیاری از مسئله‌ها سرعتها به‌صورت کسری از  $c$ ، به‌عنوان مثال،  $v = 0.6c$ ، داده شده‌اند. خوشبختانه، در بسیاری از معادله‌های نسبیت خاص به‌جای  $v$  مقدار  $v/c$  به‌کار می‌رود، و بنابراین اغلب لازم نیست که  $0.6c$  را به سرعت عددی برحسب متر بر ثانیه تبدیل کنیم.

### ثابت پلانک

یکی دیگر از ثابتهای بنیادی طبیعت ثابت پلانک،  $h$ ، است که مقدار آن برابر است با

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

بدیهی است که ابعاد ثابت پلانک انرژی  $\times$  زمان است، اما با کمی دستکاری می‌توان نشان داد که این ثابت دارای ابعاد تکانه خطی  $\times$  جابه‌جایی، و نیز تکانه زاویه‌ای هم هست. ثابت پلانک در



## رقمهای معنی دار ۱۷

مطالعه فیزیک کوانتومی در موارد بسیار به کار می رود، و هرکدام از راههای متفاوت بیان ابعاد آن نشان دهنده یک کاربرد مهم است.

پیش از این تمایل خود را به بهره گیری از الکترون-ولت به جای ژول برای انرژی بیان کردیم، و بنابراین بهتر است ثابت پلانک را با استفاده از eV بیان کنیم:

$$h = 4,136 \times 10^{-15} \text{eV} \cdot \text{s}$$

همین طور در بسیاری از محاسبه ها به حاصلضرب  $hc$  برمی خوریم. باید بتوانید مقدار این کمیت را برحسب یگاهای مناسب به صورت زیر به دست آورید

$$\begin{aligned} hc &= 1240 \text{eV} \cdot \text{nm} \\ &= 1240 \text{MeV} \cdot \text{fm} \end{aligned}$$

جالب است توجه کنید که ابعاد  $hc$  و  $e^2/4\pi\epsilon_0$  یکسان است، و در واقع ما هر دو کمیت را برحسب یگاهای  $\text{eV} \cdot \text{nm}$  محاسبه کردیم. نسبت این دو کمیت یک عدد محض، و مستقل از دستگاه یگاهی است که برمی گزینیم، و خواهیم دید که این نسبت در فیزیک اتمی اهمیتی بنیادی دارد. ثابت بدون بعد  $\alpha$ ، که ثابت ساختار ریز خوانده می شود، در واقع  $2\pi$  برابر این مقدار است:

$$\begin{aligned} \alpha &= 2\pi \frac{e^2/4\pi\epsilon_0}{hc} \\ &= 2\pi \frac{1,440 \text{eV} \cdot \text{nm}}{1240 \text{eV} \cdot \text{nm}} \\ &= 0,007297 \end{aligned} \quad (16-1)$$

این عدد را اغلب به صورت  $\alpha = 1/137,0$  بیان می کنند.

## ۳-۱ رقمهای معنی دار

تعداد رقمهای معنی دار در هر کمیت، اطلاعاتی در مورد دقت آن کمیت به دست می دهد؛ مثلاً دقت کمیتی که تا هشت رقم معنی دار اندازه گیری شده است بیشتر از دقت کمیتی است که تا چهار رقم معنی دار اندازه گیری می شود. در محاسبه ها، تعداد رقمهای معنی دار نتیجه با تعداد رقمهای معنی دار موجود در کمیت های ورودی و استفاده از دو قاعده زیر تعیین می شود:

۱. هنگام جمع یا تفریق، کوچکترین رقم معنی دار عددی که جمع یا تفریق می شود، کوچکترین رقم معنی دار مجموع یا تفاضل را معین می کند. تعداد رقمهای معنی دار اهمیت ندارد.

۲. هنگام ضرب یا تقسیم، تعداد رقمهای معنی‌دار کم‌تیمی که ضرب یا تقسیم می‌شوند را بشمارید. تعداد رقمهای معنی‌دار در حاصلضرب یا خارج‌قسمت را عددی که تعداد رقمهای معنی‌دار آن کمترین است معین می‌کند. محل کوچکترین رقم معنی‌دار اهمیتی ندارد. با چند مثال چگونگی استفاده از این قاعده‌ها را نشان می‌دهیم.

## مثال ۱-۱

اختلاف جرم پروتون و نوترون را بیابید. نتیجه را برحسب  $u$  و  $\text{MeV}/c^2$  بیان کنید.  
حل: جرمهای پروتون و نوترون عبارت‌اند از (تا هفته رقم معنی‌دار):

$$m_n = 1.008665u$$

$$m_p = 1.007276u$$

اختلاف آنها برابر است با

$$1.008665u - 1.007276u = 0.001389u$$

در همه این موارد، آخرین رقم (که با حرف سیاه نوشته شده است) کوچکترین رقم معنی‌دار است. در جمع یا تفریق، تعداد ارقام با معنی اهمیت ندارد. در عمل تفریق مهم نیست که هر یک از دو جرم هفت رقم معنی‌دار دارند، اما تفاضل آنها فقط دارای چهار رقم معنی‌دار است. ضرب تبدیل از  $u$  به  $\text{MeV}/c^2$  عبارت است از

$$1u = 931.50 \text{MeV}/c^2$$

بنابراین اختلاف جرم برابر است با

$$0.001389u \times \frac{931.50 \text{MeV}/c^2}{1u} = 1.294 \text{MeV}/c^2$$

اختلاف جرم برحسب  $u$  چهار رقم معنی‌دار، و ضرب تبدیل پنج رقم معنی‌دار دارد؛ در نتیجه حاصلضرب، طبق قاعده دوم در بالا، فقط می‌تواند چهار رقم معنی‌دار داشته باشد. ■

## مثال ۲-۱

یک پروتون و یک الکترون با هم ترکیب می‌شوند و یک اتم هیدروژن تولید می‌کنند. جرم کل یک پروتون و یک الکترون را به دست آورید.

حل: مقادیر جرمها عبارتاند از

$$m_p = 1.007276u$$

$$m_e = 5.4858 \times 10^{-4}u$$

مجموع جرمها برابر است با

$$1.007276u + 0.00054858u = 1.007825u$$

توجه کنید که محل کوچکترین رقم معنی دار (عدد ۶ در  $m_p$ ) محل کوچکترین رقم معنی دار در حاصل جمع را معین می‌کند. ■

مثال ۳-۱

مقدار  $hc$  در بخش آخر به صورت  $1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$  داده شد. مقدار  $hc$  را تا چهار رقم معنی دار محاسبه و تعیین کنید که آیا صفر در آخرین رقم معنی دار است یا نه.

حل: مقادیری که قبلاً برای  $h$  و  $c$  داده شد دارای چهار رقم معنی دار بودند. برای اجتناب از خطاهای گردکردن، از مقادیر ثابت با پنج رقم معنی دار استفاده می‌کنیم، و سپس نتیجه نهایی را تا چهار رقم گرد می‌کنیم

$$h = 6.6261 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$1 \text{ eV} = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ J}$$

بنابراین،

$$hc = \frac{(6.6261 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(2.9979 \times 10^8 \text{ m/s})(10^9 \text{ nm/m})}{1.6022 \times 10^{-19} \text{ J/eV}}$$

$$= 1239.8 \text{ eV} \cdot \text{nm}$$

با گردکردن تا چهار رقم، به دست می‌آوریم  $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$  بنابراین صفر معنی دار است. (البته، روش مناسب آن است که وقتی نمی‌دانیم صفرها معنی دارند یا نه، آنها را در انتهای چنین اعدادی باقی نگذاریم. بهتر است نتیجه را به صورت  $1.240 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}$  بیان کنیم). ■

توجه دقیق به رقمهای معنی‌دار به عادت بستگی دارد، هرچه زودتر این عادت خوب را کسب کنید در بیان نتیجه محاسبه‌های خود کمتر دچار دردسر می‌شوید. صرف اینکه ماشین حسابی هشت رقم نشان بدهد به این معنا نیست که همه آنها معنی‌دارند، و فقط رقمهای معنی‌دار باید به‌عنوان جواب مسئله در نظر گرفته شوند.

## ۱-۴ نظریه، آزمایش، قانون

ممکن است در هنگام شروع مطالعه علوم در دوره ابتدایی یا دبیرستان، چیزهایی در مورد "روش علمی"، که روالی برای رسیدن به پیشرفت علمی است آموخته باشید. ایده اصلی "روش علمی" آن بود که دانشمند، هنگام تفکر درباره جنبه‌های خاصی از طبیعت، یک فرضیه یا نظریه ابداع می‌کند، و آن را به محک آزمون می‌گذاشت، و در صورتی که از بونه آزمون موفق درمی‌آمد به مرتبه قانون ارتقا می‌یافت. هدف از این کار ما تأکید بر اهمیت انجام آزمایشها به‌عنوان راهی برای آزمودن فرضیه‌ها و رد آنها بود که از این آزمون موفق در نمی‌آمدند. به‌عنوان مثال، یونانیان باستان ایده‌های نسبتاً مشخصی درباره حرکت اجسام، مانند پرتابه‌ها، در میدان جاذبه زمین داشتند. اما هیچکدام از این ایده‌ها را با تجربه نیازموندند، زیرا متقاعد شده بودند که استنتاج منطقی به‌تنهایی می‌تواند قانونهای اسرارآمیز و نهان طبیعت را کشف کند، و وقتی برای درک یک مسئله منطقی به‌کار می‌رفت، دیگر انجام آزمایش ضرورتی نداشت. بنابه استدلال آنها، اگر نظریه و تجربه با یکدیگر ناسازگار بودند، باید اشکالی در تجربه وجود می‌داشت! این سیطره تجربه و تحلیل و اعتقاد چنان فراگیر بود که ۲۰۰۰ سال طول کشید تا گالیله، با بهره‌گیری از یک سطح شیبدار و یک تکه چوب (ابزاری که بدون شک یونانیان باستان نیز می‌توانستند آن را بسازند)، قانونهای حرکت را کشف، و نیوتون بعدها آنها را فرمولبندی و تحلیل کرد.

در مورد فیزیک نوین، هیچکدام از مفاهیم بنیادی تنها با بهره‌گیری از دلیل و برهان بدیهی نیستند. فقط با انجام آزمایشهای غالباً مشکل و الزاماً دقیق است که می‌توانیم چیزی درباره این اثرهای غیرمنتظره و جذاب یاد بگیریم. بنابراین، بر آزمایشهایی تأکید خواهیم کرد که برای مطالعه مباحث فیزیک نوین مانند نسبیت و فیزیک کوانتومی انجام شده است. این آزمایشها با دقت بی‌سابقه‌ای (از مرتبه یک قسمت در  $۱۰^۶$  یا بهتر) انجام شده‌اند و با قطع و یقین می‌توان نتیجه گرفت که فیزیک نوین در قرن بیستم خیلی بهتر از فیزیک کلاسیک در قرنهای قبل به محک آزمون گذاشته شده است.

با وجود این، یک مسئله قدیمی و اغلب سردرگم‌کننده با فیزیک نوین همراه است، که مستقیماً از آشنایی قبلی شما با "روش علمی" سرچشمه می‌گیرد. این مسئله به کاربرد واژه "نظریه"

مربوط می‌شود، مانند "نظریه نسبیت" یا "نظریه کوانتومی"، یا حتی "نظریه اتمی" و "نظریه تکامل". دو تعریف متضاد و مغایر از واژه "نظریه" در فرهنگ وجود دارد:

۱. یک فرضیه یا حدس

۲. یک مجموعه سازمان یافته از واقعیتها و توضیحات

در "روش علمی" تعریف اول "نظریه" مورد نظر است، در حالی که وقتی صحبت از "نظریه نسبیت" به میان می‌آید منظور تعریف دوم است. با وجود این، غالباً این دو تعریف با هم اشتباه می‌شوند و بنابراین نسبیت و فیزیک کوانتومی را گاهی به غلط فرضیه صرف در نظر می‌گیرند، که هنوز در مورد آنها شواهدی باید گردآوری شود، به این امید که روزی با ارائه این شواهد به یک هیئت داور بین‌المللی (یا بین‌کاهشانی) این "نظریه" به مرتبه "قانون" ارتقا یابد. بنابراین "نظریه نسبیت" ممکن است روزی مانند "قانون گرانی" به صورت "قانون نسبیت" درآید. هیچ چیز نمی‌تواند بیش از این ادعا دور از واقعیت باشد!

نظریه نسبیت و نظریه کوانتومی، همانند نظریه اتمی یا نظریه تکامل "مجموعه سازمان یافته‌ای از حقایق و توضیحات هستند" نه "فرضیه". بحث اینکه این "نظریه‌ها" به صورت "قانون" درآیند در میان نیست، امروز "حقایق" (آزمایشها و مشاهده‌ها) مربوط به نسبیت و فیزیک کوانتومی، همانند حقایق مربوط به نظریه اتمی و تکامل را عملاً تمام دانشمندان پذیرفته‌اند؛ اینکه کسی آنها را نظریه یا قانون بنامد صرفاً یک بحث معناشناسی است و ربطی به ارزش علمی آنها ندارد. مانند همه اصول علمی، آنها با کشفیات جدید توسعه و تغییر می‌یابند؛ این ذات پیشرفت علمی است، و باید به خاطر داشت که هدف علم جستجوی حقیقت نهایی یا قانونهای ابدی نیست.

هنوز دو پرسش دیگر وجود دارد که ممکن است آنها را مخصوصاً در مطالعه فیزیک نوین آزردهنده بیابید. اول "چگونگی" این نظریه‌هاست. شواهد تجربی که اساس فیزیک نوین را تشکیل می‌دهد همواره غیرمستقیم است - هیچکس تاکنون یک کوانتوم یا مزون پی و یا حتی هسته "ندیده" است، و هیچکس هرگز با سرعت نزدیک به سرعت نور حرکت نکرده است. تا اثرهای نسبیت را "بینید"؛ همین‌طور هیچکس تاکنون "ندیده" است که چگونه تک‌تک آنها به یکدیگر می‌پیوندند و ترکیبها را به وجود می‌آورند یا چگونه یک "نوع" به نوع دیگری تکامل می‌یابد. اما شواهد تجربی برای همه این فرایندها چنان قانع‌کننده است که هرکسی که با فکر باز و روحیه کنجکاو با آنها برخورد کند، نمی‌تواند تردیدی در مورد آنها داشته باشد.

دومین پرسش ناراحت‌کننده به "چرایی" این نظریه‌ها مربوط می‌شود. چرا طبیعت به جای اینکه مطابق نسبیت گالیله کار کند، برطبق نسبیت اینشتین رفتار می‌کند؟ چرا ذره‌ها گاهی مانند امواج، و امواج مانند ذره‌ها عمل می‌کنند؟ چرا آنها به هم می‌پیوندند و ترکیبها را به وجود می‌آورند؟

چرا صورتهای پیشرفته‌تر حیات از شکلهای ابتدایی به وجود می‌آید؟ اگرچه دانشمندان می‌توانند پاسخهای دقیقی به "چگونگی" این نظریه‌ها بدهند، اما پاسخی برای "چرایی" آنها ندارند، و این به خاطر محدود بودن توان مشاهده و یا قابلیت‌های تجربی آنها نیست، بلکه به خاطر آن است که این پرسشها از قلمرو تجربه خارج‌اند. این پرسشها اهمیت بسیار دارند، و شما به عنوان متخصص بالقوه علوم محض یا کاربردی باید در مورد آنها آگاهی داشته باشید و زمانی را صرف اندیشیدن درباره آنها بکنید. اگر روزی پاسخ این پرسشها پیدا شود، این پاسخ نه در حوزه علوم بلکه در حوزه‌های فلسفه یا الهیات خواهد بود. دانشجو هنگامی که مطالعه واقعه‌های فیزیک نوین را شروع می‌کند باید این پرسشهای اضافی را به خاطر داشته‌باشید و شاید نظر معلم خود را درباره آنها نیز بیسید. اگرچه این اندیشه‌ها به نوبه خود تلاش فکری هیجان‌انگیز است، اما در این کتاب بررسی نخواهند شد.

### پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

اگر می‌خواهید بعضی موضوعهای فیزیک کلاسیک را مرور کنید، کتابهای درسی مقدماتی زیرزمینه لازم را برای شما فراهم می‌کنند؟

H. C. Ohanian, *Physics*, 2nd ed. (New York, Norton, 1989).

R. Resnick, D. Halliday, and K. S. Krane, *Physics*, 4th ed. (New York, Wiley, 1992).

R. A. Serway, *Physics for Scientists and Engineers*, 3rd ed. (Philadelphia, Saunders, 1990).

P. A. Tipler, *Physics for Scientists and Engineers*, 3rd ed. (New York, Worth, 1991).

H. D. Young, *University Physics*, 8th ed. (Reading, MA, Addison-Wesley, 1992).

گاهی خواندن یک موضوع از دیدگاهی نسبتاً متفاوت یا با نگارش متفاوت به فهم مطلب کمک می‌کند. سطح کتابهای فیزیک نوین زیر با سطح این کتاب یکسان است:

A. Beiser, *Concepts of Modern Physics*, 4th ed. (New York, McGraw-Hill, 1987).

H. C. Ohanian, *Modern Physics* (Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1987).

S. T. Thornton and A. Rex, *Modern Physics for Scientists and Engineers* (Philadelphia, Saunders, 1993).

P. A. Tipler, *Elementary Modern Physics* (New York, Worth, 1992).



بعضی کتابهای درسی (هنوز در سطح کارشناس) پیشرفته‌تر:

- J. J. Brehm and W. J. Mullin, *Introduction to the Structure of Matter* (New York, Wiley, 1989).  
 R. Eisberg and R. Resnick, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles*, 2nd ed (New York, Wiley, 1985).  
 R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics* (New York, McGraw-Hill, 1959).

بعضی کتابهای درسی توصیفی، تاریخی، فلسفی و غیرریاضی که زمینه خوبی به خواننده می‌دهد و خواندن آنها بسیار سرگرم‌کننده است:

- A. Baker, *Modern Physics and Anti-Physics* (Reading, Addison- Wesley, 1970).  
 F. Capra, *The Tao of Physics* (Berkeley, Shambhala Publications, 1975).  
 G. Gamow, *Thirty Years That Shook Physics* (New York, Doubleday, 1966).  
 R. March, *Physics for Poets* (New York, McGraw-Hill, 1978).  
 E. Segre, *From X-Rays to Quarks: Modern Physicists and their Discoveries* (San Francisco, W. H. Freeman, 1980).  
 G. L. Trigg, *Landmark Experiments in Twentieth Century Physics* (New York, Cane, Russak, 1975).  
 F. A. Wolf, *Taking the Quantum Leap* (San Francisco, Harper & Row, 1981).  
 G. Zukav, *The Dancing Wu Li Masters, An Overview of the New Physics* (New York, Morrow, 1979).

گاموف، سیگره، و تریگ نقش مستقیمی در پیشرفت فیزیک نوین داشته‌اند و دیدگاههای مطرح شده در کتابهای آنها فقط مخصوص کسانی است که خود جزئی از تحول هستند. کتابهای کاپرا و زوکاو حاوی شباهتهای جالبی میان فیزیک نوین (به‌ویژه نظریه کوانتومی و فیزیک ذرات) و فلسفه شرق است.

پرسشها

۱. در چه شرایطی می‌توانید قانون پایستگی انرژی، پایستگی تکانه خطی، و پایستگی تکانه زاویه‌ای را به‌کار برید؟

۲. کدامیک از کمیتهای پایسته زده‌ای و کدامیک برداری هستند؟ آیا تفاوتی میان کاربرد قانونهای پایستگی برای کمیتهای زده‌ای و برداری وجود دارد؟
۳. چه کمیتهای پایسته دیگری را (علاوه بر انرژی، تکانه خطی، و تکانه زاویه‌ای) می‌توانید نام ببرید؟
۴. چه تفاوتی میان پتانسیل و انرژی پتانسیل وجود دارد؟ آیا ابعاد آنها متفاوت است؟ آیا یکاهای آنها متفاوت است؟
۵. در بخش ۱-۱ نیروی الکتریکی میان دو بار و میدان مغناطیسی یک جریان را تعریف کردیم. با بهره‌گیری از این کمیتهای، میدان الکتریکی یک تک‌بار و نیروی مغناطیسی وارد بر یک بار الکتریکی متحرک را تعریف کنید.
۶. بجز گستره‌های طول موج که در شکل ۱-۴ نشان داده شده است، آیا می‌توانید راهی برای تشخیص امواج رادیویی از امواج فرسرخ بیابید؟ امواج مرئی از فرسرخ چطور؟ یعنی، آیا می‌توانید یک رادیو طراحی کنید که با امواج فرسرخ کار کند؟ آیا موجودات زنده می‌توانند در ناحیه فرسرخ "بینند"؟
۷. چه تفاوتی میان ابعاد و یکاها وجود دارد؟
۸. آیا یک کمیت می‌تواند یکا داشته باشد اما بُعد نداشته باشد؟ بُعد بدون یکا چطور؟
۹. در قرن گذشته یک استاندارد میکروسکوپی برای زمان (بسامد نورگسیل شده از یک اتم) جایگزین یک استاندارد ماکروسکوپی (چرخش زمین) شد. به همین ترتیب، یک استاندارد میکروسکوپی برای طول (بر مبنای یکای بنیادی زمان و سرعت نور) به جای یک استاندارد ماکروسکوپی (یک میله فلزی به طول یک متر) انتخاب شد. آیا این امکان وجود دارد که به جای استاندارد ماکروسکوپی فعلی جرم (کیلوگرم استاندارد) یک استاندارد میکروسکوپی انتخاب شود؟ اگر چنین است، چگونه می‌توان اندازه‌گیریهای ماکروسکوپی را با این استاندارد میکروسکوپی مربوط کرد؟
۱۰. معادله  $y = x^{-1}$  را با  $x = 0.98$  در نظر بگیرید. با پیروی دقیق از قاعده رقمهای معنی‌دار مقدار  $y = 1.0$  را به دست می‌آوریم. چه اشکالی در بیان نتیجه به این صورت وجود دارد؟ چگونه می‌توان قاعده‌های رقمهای معنی‌دار را به گونه‌ای اصلاح کرد که محاسبه‌هایی از این نوع را هم شامل شود؟

### مسائل

۱. اتمی به جرم  $m$ ، که در جهت  $x$  با سرعت  $v$  در حرکت است به‌طور کشسان با اتم ساکنی به جرم  $3m$  برخورد می‌کند. پس از برخورد، اتم اول در جهت  $y$  به حرکت درمی‌آید. جهت حرکت اتم دوم و سرعت هر دو اتم را (برحسب  $v$ ) پس از برخورد بیابید.
۲. اتمی به جرم  $m$  با سرعت  $v$  در جهت مثبت محور  $x$  حرکت می‌کند. این اتم با اتمی به جرم

۲m که در جهت مثبت محور  $y$  با سرعت  $2v/3$  در حرکت است برخورد می‌کند و به آن می‌چسبد. برآیند سرعت و جهت حرکت ترکیب دو اتم، و انرژی تلف‌شده در این برخورد ناکشسان را بیابید.

۳. یک اتم بریلیم ( $m \cong 8r^{\circ}u$ ) با آزادکردن  $92r^{\circ}keV$  به دو اتم هلیم ( $m \cong 4r^{\circ}u$ ) شکافته می‌شود. اگر اتم بریلیم اولیه ساکن باشد، انرژی جنبشی، سرعت، و تکانه دو اتم هلیم را بیابید.

۴. سرعت‌های زیر را برحسب کسری از سرعت نور بیان کنید: (الف) سرعت عادی اتومبیل ( $10^{\circ}km/h$ )، (ب) سرعت صوت ( $330m/s$ )، (ج) سرعت فرار موشک از سطح زمین ( $11km/s$ )، (د) سرعت حرکت مداری زمین به گرد خورشید ( $1.5 \times 10^8 km$ ) = فاصله زمین به دور خورشید).

۵. نشان دهید که ابعاد ثابت پلانک، تکانه خطی  $\times$  جابه‌جایی است.

۶. با شروع از قانون کولن، نشان دهید که  $e^2/4\pi\epsilon_0$  دارای ابعاد انرژی  $\times$  فاصله است.

۷. (الف) با شروع از قانون گرانش عمومی نیوتون، نشان دهید که  $Gm^2$  دارای ابعاد انرژی  $\times$  فاصله است. (ب)  $Gm^2$  را برحسب یكاهای  $eV \cdot nm$  با استفاده از جرم پروتون برآورد کنید. (ج) نسبت  $(Gm^2/(e^2/4\pi\epsilon_0))$  را برآورد کنید. آیا این یک عدد محض است؟ مفهوم آن چیست؟

۸. با استفاده از ثابت آووگادرو، جرم یک واحد جرم اتمی را برحسب کیلوگرم بیابید.

۹. در مدل اتم هیدروژن بور، الکترون در یک مدار دایره‌ای به شعاع  $h^2\epsilon_0/\pi m_e e^2$  با تکانه زاویه‌ای  $h/2\pi$  در حرکت است. سرعت الکترون را به صورت کسری از سرعت نور بیابید، نتیجه را برحسب ثابت ساختار ریز، معادله ۱-۱۶، بیان کنید.

۱۰. یک سیلندر گاز حاوی اتمهای آرگون ( $m = 40r^{\circ}u$ ) است. دما از  $293K$  ( $20^{\circ}C$ ) به  $373K$  ( $100^{\circ}C$ ) افزایش می‌یابد. (الف) میانگین انرژی جنبشی هر اتم چقدر تغییر می‌کند؟ (ب) سیلندر روی یک میز در گرانی زمین قرار دارد. تغییر در ارتفاع ظرفی که همان تغییر قسمت (الف) را در انرژی جنبشی میانگین هر اتم تولید کند به دست آورید.

۱۱. مگنتون بور،  $\mu_B$ ، برابر است با  $eh/4\pi m_e$ . (الف) نشان دهید که  $\mu_B$  را می‌توان برحسب یکای ژول بر تسلا بیان کرد. (ب) نشان دهید که ابعاد  $\mu_B$  همان ابعاد گشتاور مغناطیسی (جریان  $\times$  مساحت) است.

۱۲. شعاع مدار الکترون در اتم هیدروژن برابر است با  $h^2\epsilon_0/\pi m_e e^2$ . (الف) نشان دهید که این کمیت دارای بُعد طول است. (ب) مقدار آن را تا چهار رقم معنی‌دار محاسبه کنید (راهنمایی: صورت و مخرج را در عاملهای مشترک ضرب کنید تا بتوانید از ترکیب ثابت‌هایی که در این فصل محاسبه شد استفاده کنید).

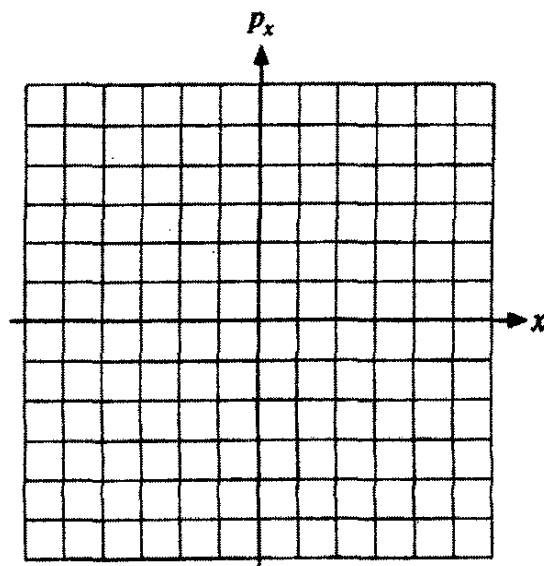
۱۳. یکی از نیکاهای بنیادی که اغلب با آن سروکار داریم طول موج کامپتون الکترون، یعنی  $h/m_e c$  است. (الف) نشان دهید که این کمیت دارای بُعد طول است. (ب) مقدار  $h/m_e c$  را تا چهار رقم معنی دار محاسبه کنید.

۱۴. هسته هلیوم از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است، و جرم آن برابر  $4.001506 u$  است. اختلاف جرم هسته و اجزای تشکیل دهنده آن را بیابید. نتیجه را بر حسب  $u$  و  $MeV/c^2$  بیان کنید.

۱۵. فرض کنید اتم بریلیم در مسئله ۳ ساکن نیست، بلکه با انرژی جنبشی  $4.0 \text{ keV}$  در جهت مثبت محور  $x$  حرکت کند. یکی از اتمهای هلیوم در جهت مثبت محور  $x$  حرکت می‌کند. جهت حرکت اتم هلیوم دیگر و سرعت هریک از اتمهای هلیوم را بیابید. این مسئله را از دو راه مختلف حل کنید: (الف) با بهره‌گیری مستقیم از پایستگی تکانه و انرژی. (ب) با استفاده از نتیجه‌های مسئله ۳ در چارچوب مرجعی که همراه اتم بریلیم اولیه در حرکت است و سپس انتقال به چارچوب مرجعی که در آن اتم بریلیم حرکت می‌کند.

۱۶. فرض کنید اتم بریلیم مسئله ۳ در جهت مثبت محور  $x$  با انرژی جنبشی  $6.0 \text{ keV}$  در حرکت است. یکی از اتمهای هلیوم با زاویه  $30^\circ$  نسبت به محور  $x$  حرکت می‌کند. جهت حرکت اتم هلیوم دیگر و سرعت هریک از اتمها را بیابید. این مسئله را مانند مسئله قبل از دو راه حل کنید. (راهنمایی: فرض کنید یک هلیوم با مؤلفه‌های سرعت  $v_x$  و  $v_y$  در چارچوب سکون بریلیم گسیل شود. رابطه میان  $v_x$  و  $v_y$  چگونه است؟ وقتی با سرعت  $v$  در جهت  $x$  حرکت می‌کنیم،  $v_m$  و  $v_y$  چگونه تغییر می‌کنند؟)

۱۷. گاهی راحت است که رفتار یک ذره را روی نموداری نشان دهیم که یک محور آن مکان ذره، و محور دیگر تکانه خطی آن است. (شکل ۱-۵ مثال مربوط به حرکت ذره‌ای را نشان می‌دهد



شکل ۱-۵ مسئله ۱۷.

که مقید به حرکت در یک بُعد است). فضای مختصاتی که با این دستگاه تعریف می‌شود را فضای فاز می‌نامند. نمودارهای فضای فاز را در حالت‌های زیر رسم کنید: (الف) یک ذره ساکن، (ب) یک ذره که با سرعت مثبت و ثابت در حرکت است، (ج) یک ذره که ابتدا در  $x = 0$  ساکن است و با شتاب مثبت ثابت به حرکت درمی‌آید، (د) یک ذره که حول نقطه  $x$  در جهت مثبت محور  $x$  دارای حرکت هماهنگ ساده است، (ه) تویی که تا ارتفاع  $x = h$  به طرف بالا پرتاب می‌شود.

## نظریه نسبیت خاص

نظریه نسبیت خاص اینشتین و نظریه کوانتومی پلانک در اولین دهه قرن بیستم تقریباً همزمان بر صحنه فیزیک نمایان شدند. هر دو نظریه تغییرات عمیقی در نحوه نگرش ما به جهان در بنیادی‌ترین سطح آن ایجاد کردند.

در این فصل نظریه نسبیت خاص<sup>۱</sup> را مطالعه می‌کنیم. این نظریه به ناحق به عنوان یک نظریه عجیب و غریب که افراد محدودی می‌توانند آن را درک کنند شهرت یافته است. برخلاف این شهرت، نسبیت خاص صرفاً یک دستگاه سینماتیک و دینامیک مبتنی بر یک مجموعه اصل موضوع است که با اصل موضوعهای فیزیک کلاسیک تفاوت دارند. فرمولبندی نهایی آن از قانونهای نیوتون چندان پیچیده‌تر نیست، اما به پیشگویی‌هایی می‌انجامد که ظاهراً برخلاف عقل سلیم‌اند. با وجود این، نظریه نسبیت خاص در آزمایشهای مختلف با دقت آزموده شده‌اند و صحت همه پیشگویی‌های آن به اثبات رسیده است.

ابتدا نظریه نسبیت کلاسیک گاليله و نیوتون را مرور می‌کنیم، و سپس نشان می‌دهیم که چرا

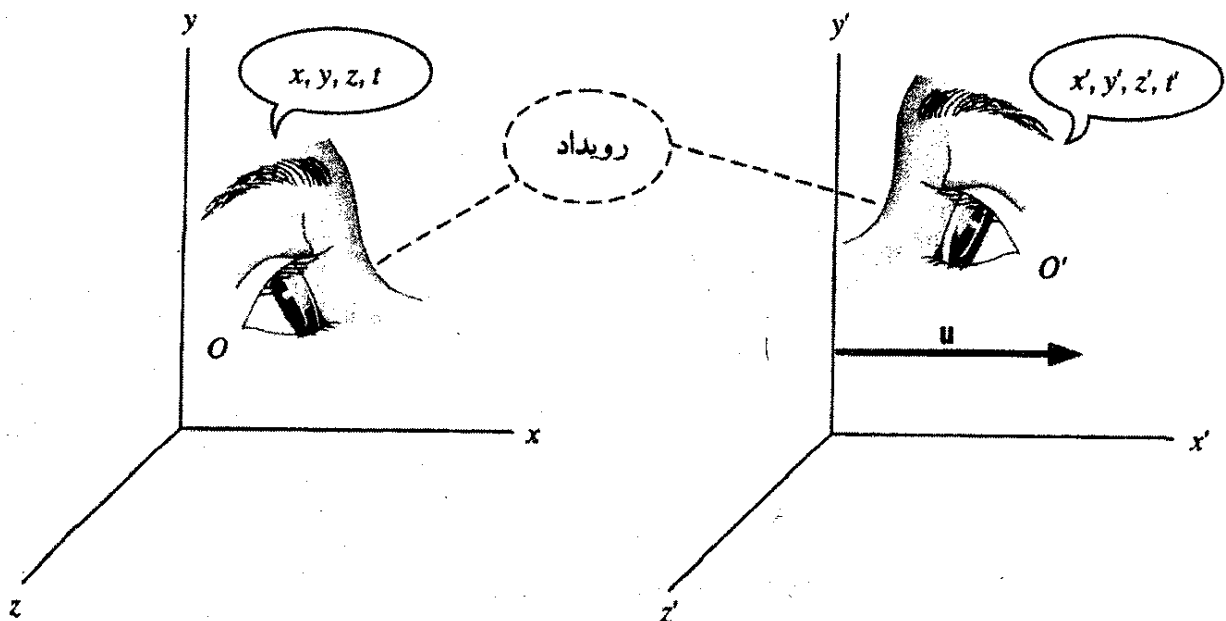
---

۱. "خاص" بودن نظریه نسبیت از آن روست که این نظریه در مورد رویدادهایی به کار می‌رود که ناظرهای چارچوبهای مرجع لخت بیان می‌کنند. در فصل ۱۵ درباره نسبیت عام بحث خواهیم کرد، که در مورد همه ناظرها، از جمله ناظرهای غیرلخت در چارچوب مرجع شتابدار، به کار می‌رود.

اینستین جایگزینی برای آن پیشنهاد کرده است. پس از آن دربارهٔ جنبه‌های ریاضی نسبیت خاص، پیشگوییهای نظریه، و سرانجام آزمونهای تجربی بحث می‌کنیم.

## ۱-۲ نسبیت کلاسیک

“نظریهٔ نسبیت” در واقع راهی است که به کمک آن ناظران چارچوبهای مرجع مختلف می‌توانند نتیجهٔ مشاهده‌های خود را با هم مقایسه کنند. به عنوان مثال، ناظر واقع در یک اتومبیل را در نظر بگیرید که در کنار یک صخرهٔ بزرگ در یک بزرگراه پارک کرده است. به نظر این ناظر، صخره ساکن است. ناظر دیگری، که در همان بزرگراه در یک اتومبیل در حال حرکت است، می‌بیند که صخره از کنار وی عبور می‌کند. به نظر این ناظر صخره متحرک است. نظریهٔ نسبیت چارچوب مفهومی و ابزار ریاضی لازم را در اختیار دو ناظر قرار می‌دهد تا بتوانند گزاره‌هایی چون “صخره ساکن است” در یک چارچوب مرجع را به گزارهٔ “صخره در حرکت است” در چارچوب دیگر تبدیل کنند. به طور کلی، نسبیت امکان بیان قانونهای فیزیک را در چارچوبهای مرجع مختلف فراهم می‌سازد. مبنای ریاضی مقایسهٔ این دو توصیف را تبدیل می‌نامند. شکل ۱-۲ نمایش مجردی از این وضعیت را نشان می‌دهد. دو ناظر  $O$  و  $O'$  هر یک در چارچوب مرجع مربوط به خود ساکن‌اند، اما نسبت به یکدیگر با سرعت ثابت  $u$  حرکت می‌کنند. ( $O$  و  $O'$  هم به ناظرها مربوط می‌شود و هم به چارچوب مرجع آنها). آنها رویداد یکسانی، مانند برخورد دو ذره، را مشاهده می‌کنند که در نقطهٔ معینی از فضا و در یک زمان مشخص روی می‌دهد. به نظر  $O$ ، مختصات فضا و زمان رویداد



شکل ۱-۲ دو ناظر  $O$  و  $O'$  یک رویداد را مشاهده می‌کنند.  $O'$  با سرعت ثابت  $u$  نسبت به  $O$  در حرکت است.



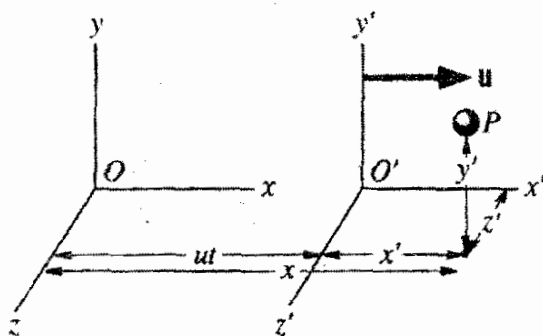
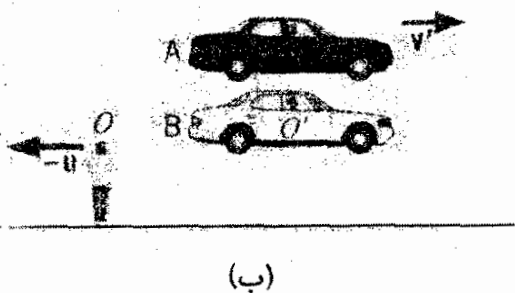
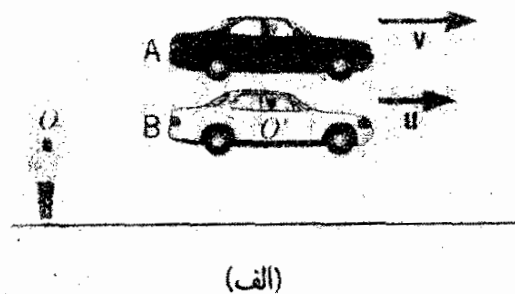
$x, y, z$  و  $t$  است در حالی که به نظر  $O'$  مختصات همان رویداد  $x', y', z'$  و  $t'$  است. دو ناظر از خط‌کشهای مدرج و ساعت‌های همزمان شده استفاده می‌کنند، بنابراین هرگونه تفاوت میان مختصات دو رویداد ناشی از اختلاف چارچوبهای مرجع است نه فرایند اندازه‌گیری. ما با این فرض که سرعت نسبی  $u$  مطابق شکل ۱-۲ همواره در راستای  $xx'$  است بحث را ساده و فرض می‌کنیم که  $u$  سرعت  $O'$  است آن طور که  $O$  اندازه می‌گیرد (و در نتیجه  $O'$  سرعت  $-u$  را برای  $O$  اندازه می‌گیرد). در این بحث چارچوبهای مرجع خاصی را برای  $O$  و  $O'$  بر می‌گزینیم. فرض می‌کنیم که هر ناظر می‌تواند قانونهای نیوتون را بیازماید و دریابد که این قانونها در آن چارچوب مرجع معتبرند. به عنوان مثال، هر ناظر در می‌یابد که هر شیئی که ساکن است یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند در همان حالت باقی می‌ماند مگر اینکه یک نیروی خارجی بر آن وارد شود (قانون اول نیوتون، قانون لختی). این چارچوبهای مرجع را چارچوبهای لخت می‌نامند. یک ناظر که در فضای میان ستاره‌ای در یک موشک بدون دوران با موتور خاموش شناور است در یک چارچوب مرجع لخت قرار دارد. ناظری که در سطح زمین ساکن است در یک چارچوب لخت نیست، زیرا زمین حول محورش می‌چرخد و مداری را نیز به گرد خورشید می‌پیماید؛ اما، شتاب وابسته به این حرکتها به اندازه‌ای کوچک است که می‌توانیم چارچوب مرجعمان را تقریباً لخت در نظر بگیریم. (چارچوب مرجع غیرلخت در سطح زمین اثرهای مهم و اغلب جالب، مانند جریان هوا حول مرکزهای پرفشار یا کم‌فشار ایجاد می‌کند.) ناظری که در یک اتومبیل شتابدار، یک چرخ‌فلک چرخان، یا قطار هوایی شهربازی قرار دارد، در یک چارچوب مرجع لخت نیست!

اکنون تبدیل کلاسیک یا گالیله را به دست می‌آوریم که مختصات  $x, y, z, t$  را به  $x', y', z', t'$  مربوط می‌کند. به عنوان یک اصل موضوع فیزیک کلاسیک، فرض می‌کنیم که  $t = t'$ ، یعنی زمان برای همه ناظرها یکی است. همین طور برای سادگی فرض می‌کنیم که دستگاههای مختصات طوری برگزیده شده‌اند که مبدأ آنها در  $t = 0$  بر یکدیگر منطبق است. جسمی را در  $O'$  در مختصات  $x', y', z'$  در نظر بگیرید (شکل ۲-۲). به ناظر  $O$ ، مختصات  $y, z$  همان مختصات دستگاه  $O'$  هستند. در راستای  $x$ ، ناظر  $O$  جسم را در  $x = x' + ut$  مشاهده می‌کند. بنابراین تبدیل مختصات گالیله به صورت زیر است:

$$x' = x - ut \quad y' = y \quad z' = z \quad (1-2)$$

برای یافتن سرعت‌های جسم آن طور که ناظرهای  $O$  و  $O'$  مشاهده می‌کنند، از این عبارتها نسبت به  $t'$  در طرف چپ و نسبت به  $t$  در طرف راست مشتق می‌گیریم (این کار عملی است زیرا فرض کردیم که  $t' = t$ ). بدین ترتیب تبدیل سرعت گالیله به دست می‌آید:

$$v'_x = v_x - u \quad v'_y = v_y \quad v'_z = v_z \quad (2-2)$$



شکل ۲-۳ مثال ۱-۲ (الف) آنچه ناظر  $O$  که روی زمین ساکن است مشاهده می‌کند. (ب) آنچه  $O'$  در اتومبیل  $B$  مشاهده می‌کند.

شکل ۲-۲ یک شیء یا رویداد در نقطه  $P$  نسبت به ناظر  $O'$  در مختصات  $x', y', z'$  قرار دارد. مختصه  $x$  که  $O$  اندازه می‌گیرد، عبارت است از  $x = x' + ut$  در  $z, y$  مختصات  $O$  با این مختصات در  $O'$  یکی است.

به همین ترتیب، می‌توان از معادله ۲-۲ نسبت به زمان مشتق گرفت و به دست آورد

$$a'_x = a_x \quad a'_y = a_y \quad a'_z = a_z \quad (۳-۲)$$

معادله ۳-۲ بازم نشان می‌دهد که قانونهای نیوتون برای هر دو ناظر صادق است. تا وقتی که  $u$  ثابت باشد ( $du/dt = 0$ )، ناظرها شتابهای یکسانی را اندازه می‌گیرند و یا در مورد نتیجه‌هایی که با بهره‌گیری از رابطه  $F = ma$  به دست می‌آورند توافق دارند.

### مثال ۱-۲

دو اتومبیل با سرعت ثابت در یک جاده و در یک جهت حرکت می‌کنند. اتومبیل  $A$  با سرعت  $60 \text{ km/h}$  و اتومبیل  $B$  با سرعت  $40 \text{ km/h}$ ، نسبت به ناظری که روی زمین است، در حرکت‌اند (شکل ۳-۲ الف). سرعت اتومبیل  $A$  نسبت به اتومبیل  $E$  چقدر است؟

حل: فرض کنید  $O$  ناظر روی زمین باشد، که مشاهده می‌کند  $A$  با  $v_x = 60 \text{ km/h}$  در حرکت است. همچنین فرض کنید که  $O'$  در اتومبیل  $B$  با سرعت  $u = 40 \text{ km/h}$  حرکت

می‌کند. در این صورت

$$v'_x = v_x - u = 60 \text{ km/h} - 40 \text{ km/h} = 20 \text{ km/h}$$

شکل ۲-۳ ب این وضعیت را از دیدگاه ناظر  $O$  نشان می‌دهد.

### مثال ۲-۲

یک هواپیما نسبت به هوای ساکن با سرعت  $320 \text{ km/h}$  به طرف شرق حرکت می‌کند. بنا بر اندازه‌گیری ناظری که روی زمین است بادی با سرعت  $65 \text{ km/h}$  به طرف شمال می‌وزد. ناظر روی زمین سرعت هواپیما را چقدر اندازه می‌گیرد؟

حل: فرض کنید  $O$  ناظر روی زمین و  $O'$  ناظری است که، مثل یک بالن سوار، با باد حرکت می‌کند (شکل ۲-۴). در این صورت  $u = 65 \text{ km/h}$ ، و جهت  $xx'$  باید به طرف شمال باشد. در این حالت سرعت نسبت به  $O'$  را می‌دانیم؛ اگر جهت  $y$  را به طرف شرق بگیریم، داریم  $v'_x = 0$  و  $v'_y = 320 \text{ km/h}$ . با استفاده از معادله ۲-۲ به دست می‌آوریم

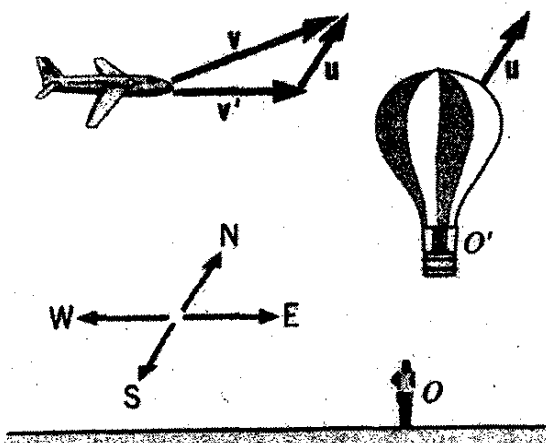
$$v_x = v'_x + u = 0 + 65 \text{ km/h} = 65 \text{ km/h}$$

$$v_y = v'_y = 320 \text{ km/h}$$

هواپیما نسبت به زمین در جهتی حرکت می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{65 \text{ km/h}}{320 \text{ km/h}} \right) = 11.5^\circ$$

یا  $11.5^\circ$  شمال شرق.



شکل ۲-۴ مثال ۲-۲ آنچه ناظر  $O$  که روی زمین ساکن است مشاهده می‌کند. بالن با باد به طرف شمال کشیده می‌شود. در حالی که هواپیما به طرف شمال شرق پرواز می‌کند.

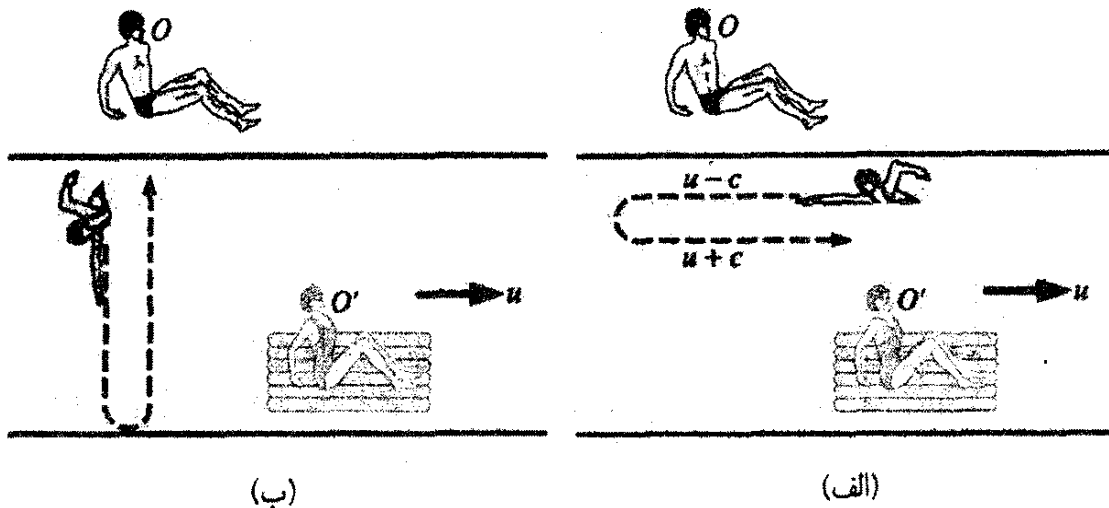
## مثال ۲-۳

شناگری که می‌تواند با سرعت  $c$  در آب ساکن شنا کند، در نهری شنا می‌کند که در آن سرعت جریان آب  $u$  است (که بنا به فرض کوچکتر از  $c$  است). فرض کنید شناگر مسافت  $L$  را در خلاف جهت جریان شنا کند، و سپس به نقطه شروع حرکت برگردد. زمان لازم برای این سفر رفت و برگشت را محاسبه و آن را با زمان لازم برای شنای مسافت  $L$  در عرض رودخانه و بازگشت به مکان اول مقایسه کنید.

حل: فرض کنید که چارچوب مرجع  $O$  زمین و چارچوب مرجع  $O'$  آب باشد، که با سرعت  $u$  حرکت می‌کند (شکل ۲-۵ الف). شناگر همواره با سرعت  $c$  نسبت به آب حرکت می‌کند، و در نتیجه برای شنای برخلاف جهت جریان  $v'_x = -c$  (به خاطر داشته باشید که  $u$  همواره جهت مثبت  $x$  را معین می‌کند). بنابراین معادله ۲-۲،  $v'_x = v_x - u$ ، بنابراین  $v_x = v'_x + u = u - c$  (همان طور که انتظار می‌رفت، اندازه سرعت نسبت به زمین کوچکتر از  $c$  است؛ این مقدار منفی نیز هست، زیرا شناگر در جهت منفی محور  $x$  شنا می‌کند، پس  $|v_x| = c - u$ ). بنابراین،  $t_{\text{بازگشت}} = L/(c - u)$ . برای شنا در جهت جریان،  $v'_x = c$ ، بنابراین  $v_x = u + c$ ،  $t_{\text{رفت}} = L/(c + u)$ ، و زمان کل برابر است با

$$t = \frac{L}{c+u} + \frac{L}{c-u} = \frac{L(c-u) + L(c+u)}{c^2 - u^2} = \frac{2Lc}{c^2 - u^2} = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - u^2/c^2} \quad (۴-۲)$$

برای شنا کردن به طور مستقیم در عرض نهر، تلاش شناگر باید تا اندازه‌ای برخلاف جهت آب باشد تا اثر جریان را خنثی کند (شکل ۲-۵ ب). یعنی، در چارچوب مرجع  $O$  می‌خواهیم  $v_x = 0$



شکل ۲-۵ حرکت یک شناگر آن طور که ناظر ساکن در کناره نهر مشاهده می‌کند. ناظر  $O'$  همراه نهر با سرعت  $u$  حرکت می‌کند.

باشد که طبق معادله ۲-۲ مستلزم  $v'_x = -u$  است. چون سرعت نسبت به آب همواره  $c$  است،  $\sqrt{v'^2_x + v'^2_y} = c$ ؛ در نتیجه  $v'_y = \sqrt{c^2 - v'^2_x} = \sqrt{c^2 - u^2}$  و زمان لازم برای رفت و برگشت برابر است با

$$t = 2t_{\text{عرض}} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (5-2)$$

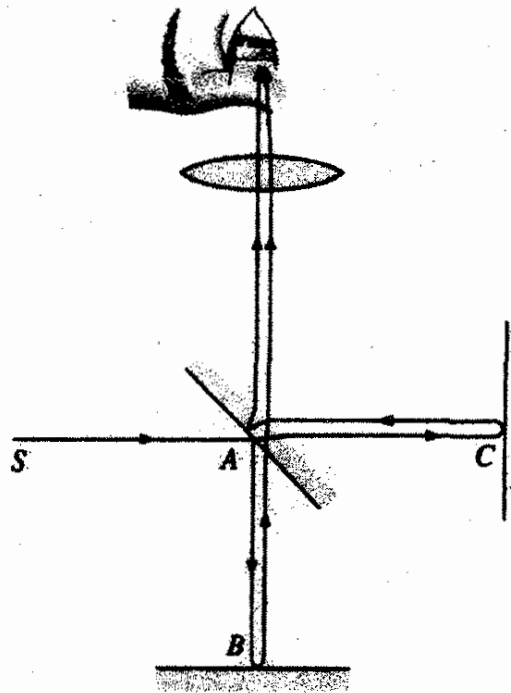
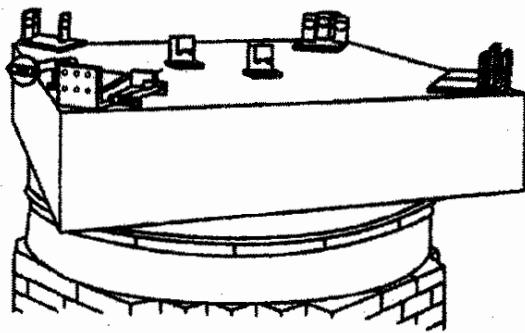
به تفاوت میان شکل این نتیجه و نتیجه حاصل برای شنای برخلاف جریان - در جهت جریان، معادله ۲-۴، توجه کنید.

## ۲-۲ آزمایش مایکلسون - مورلی

دیدیم که چگونه قانونهای نیوتون با تبدیل از یک چارچوب مرجع لخت به چارچوب مرجع دیگر معتبر باقی می‌مانند. بنابراین منطقی است که بپرسیم آیا قانونهای دیگر فیزیک نیز همین طور ناوردا هستند یا نه. مثلاً الکترومغناطیس را در نظر بگیرید. سرعت نور در خلأ دارای مقدار  $c = 299792458 \text{ m/s}$  است. در تبدیل گالیه، یک باریکه نور که نسبت به ناظر  $O'$  با سرعت  $c$  در جهت  $x'$  حرکت می‌کند، نسبت به  $O$  دارای سرعت  $c + u$  خواهد بود. اندازه‌گیری مستقیم این سرعت نسبی در سالهای اخیر امکان پذیر شده است (چنانکه بعداً در این فصل بحث خواهیم کرد)، اما در قرن نوزدهم اندازه‌گیری غیرمستقیم‌تری لازم بود.

فرض کنید که به جای شناگر مثال ۲-۳ یک باریکه نور داشته باشیم. ناظر  $O'$  در چارچوب مرجعی است که در آن سرعت نور برابر  $c$  است. سرعت نوری که ناظر  $O$  که نسبت به  $O'$  در حرکت است اندازه می‌گیرد چقدر است؟ اگر تبدیل گالیه درست باشد، انتظار داریم که یک اختلاف زمانی میان زمانهای برخلاف جهت جریان - در عرض جریان، مثال ۲-۳، مشاهده کنیم.

فیزیکدانهای قرن نوزدهم فرض می‌کردند که چنین وضعیتی وجود دارد: یک چارچوب مرجع ممتاز که در آن سرعت نور درست برابر  $c$  است و چارچوبهای مرجع دیگر در حرکت نسبی که در آنها سرعت نور طبق تبدیل گالیه تغییر می‌کند. چارچوب ممتاز، مانند چارچوب ناظر  $O'$  در مثال ۲-۳، چارچوبی است که نسبت به محیطی که در آن نور با سرعت  $c$  منتشر می‌شود ساکن است (مانند آب در آن مثال). محیط انتشار برای امواج نور کدام است؟ برای فیزیکدانهای قرن نوزدهم باورکردنی نبود که یک آشفتگی موجی بتواند بدون یک محیط منتشر شود. (امواج مکانیکی مانند صوت یا امواج لرزه‌ای را در نظر بگیرید که به واسطه نیروهای مکانیکی در محیط منتشر می‌شوند.) آنها به عنوان یک اصل موضوع وجود محیطی نامرئی و بدون جرم به نام اتر را پذیرفته بودند که تمام فضا را پر کرده بود، با وسیله‌های مکانیکی قابل آشکارسازی نبود، و وجود آن فقط برای انتشار امواج نورانی لازم

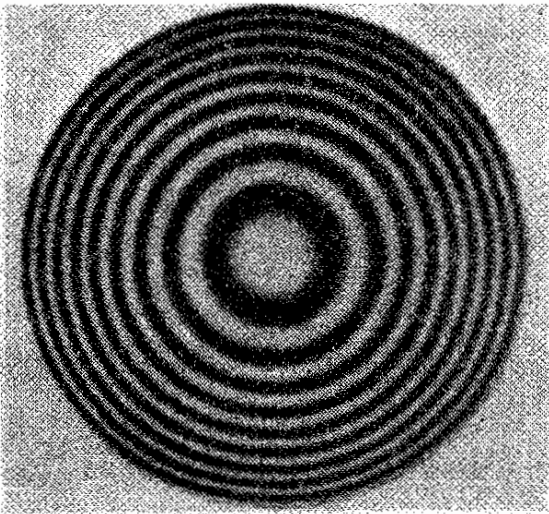


شکل ۲-۶ نمودار طرح وار تداخل سنج مایکلسون. یک باریکه نور از چشمه  $S$  به وسیله آینه نیمه نقره اندود در نقطه  $A$  به دو باریکه شکافته می‌شود، یک باریکه توسط آینه در نقطه  $B$  و باریکه دیگر در نقطه  $C$  بازمی‌تابد. سپس باریکه‌ها برای مشاهده تداخل مجدداً باهم ترکیب می‌شوند. نیمه چپ شکل طرح دستگاه مایکلسون را نشان می‌دهد. برای بهبود حساسیت، آینه‌ها طوری تنظیم شدند که باریکه‌ها هر مسیر را، به جای دوبار، هشت‌بار پیمایند. برای کاهش ارتعاشهای محیط، تداخل‌سنج بر روی یک تخته سنگ ۱٫۵ متر مربعی قرار داشت که در استخری از جیوه شناور بود.

بود. پس منطقی بود که با اندازه‌گیری سرعت حرکت زمین در اثر بتوان دلیلی برای وجود اثر به دست آورد. این کار را می‌شد به ترتیبی که در شکل ۲-۵ نشان داده شده است با اندازه‌گیری تفاوت میان زمانهای حرکت نور برخلاف جریان - در جهت جریان و در عرض جریان انجام داد. محاسبات بر مبنای نسبیت گالیله سرعت نسبی  $O$  (در چارچوب مرجع زمین) و اثر را برابر  $11$  به دست می‌دهد. اولین تحقیق دقیق و مفصل برای یافتن چارچوب ممتاز را فیزیکدان امریکایی آلبرت مایکلسون و همکارش مورلی در سال ۱۸۸۷ انجام دادند. دستگاه آنها متشکل از یک تداخل‌سنج ویژه بود که در شکل ۲-۶ نشان داده شده و به تداخل‌سنج مایکلسون معروف است. در این دستگاه هر باریکه تکرنگ نور به دو باریکه شکافته می‌شود؛ دو باریکه مسیرهای مختلفی را می‌پیمایند و سپس دوباره با هم ترکیب می‌شوند. هرگونه اختلاف فاز میان باریکه‌های ترکیب شونده سبب ظهور نوارهای روشن و تاریک یا "فریزها" می‌شوند که به ترتیب با تداخلهای سازنده و ویرانگر شکل ۲-۷ متناظرند. دو عامل سبب ایجاد اختلاف فاز میان باریکه‌ها می‌شود. اولین عامل اختلاف راه  $AB - AC$  است که بر اثر آن یکی از دو باریکه مسافت طولانیتری را می‌پیماید. عامل دوم، که حتی اگر طول مسیرها یکی باشد نیز وجود دارد، ناشی از اختلاف زمانی میان مسیرهای در خلاف جهت



آلبرت مایکلسون (۱۸۵۲-۱۹۳۱ ایالات متحد). او ۵۰ سال از عمر خود را صرف انجام آزمایشهایی با دقت فزاینده درباره نور کرد، و به همین دلیل اولین شهروند امریکا بود که موفق به دریافت جایزه نوبل شد (۱۹۰۷).



شکل ۲-۷ فریزهای تداخلی به صورتی که در تداخل سنج مایکلسون در شکل ۲-۶ مشاهده شد. وقتی طول مسیر  $ACA$  به اندازه نیم طول موج نسبت به  $ABA$  تغییر کند، تمامی نواحی روشن، تاریک و تمام نواحی تاریک روشن می شوند.

جریان - در جهت جریان و مسیرهای در عرض جریان است (مانند مورد مثال ۲-۳) و حرکت زمین در اتر را نشان می دهد. مایکلسون و مورلی روش زیرکانه‌ای را برای جدا کردن این عامل دوم به کار بردند - آنها دستگاه را  $90^\circ$  درجه چرخاندند! این چرخش تأثیری در عامل اول و تولید اختلاف فاز ندارد (زیرا طولهای  $AB$  و  $AC$  تغییر نمی کنند)، اما، عامل دوم تغییر علامت می دهد، زیرا آنچه پیش از چرخش در خلاف جهت جریان - در جهت جریان قرار داشت، پس از چرخش در عرض جریان قرار می گیرد. با چرخش دستگاه به اندازه  $90^\circ$ ، فریزها باید بر اثر تغییر فاز، از روشن به تاریک و مجدداً به روشن تغییر کنند. هر تغییر از روشن به تاریک نشاندهنده  $180^\circ$  تغییر فاز (نیم دور) است که با اختلاف زمانی نیم دوره تناوب (برای نور مرئی در حدود  $10^{-15}$  ثانیه) متناظر است. بنابراین شمارش تعداد تغییر فریزها معیاری از اختلاف زمانی میان مسیرهاست، که به نوبه خود سرعت نسبی  $u$  را می دهد (مسئله ۱).

هنگامی که مایکلسون و مورلی آزمایش خود را انجام دادند، تغییر قابل ملاحظه‌ای در نقش فریزها مشاهده نشد - آنها تغییری کمتر از  $1^\circ$  فریز مشاهده کردند، که با حرکت زمین با سرعت حداکثر  $5 \text{ km/s}$  در اتر متناظر بود. به عنوان آخرین راه حل، استدلال کردند که شاید حرکت مداری زمین حرکت کلی آن در اتر را خنثی کرده باشد. اگر این استدلال درست بود، شش ماه بعد (یعنی

وقتی زمین در خلاف جهت اولیه در مدار حرکت می‌کرد) این خنثی شدن نباید رخ می‌داد. وقتی آنها آزمایش را شش ماه بعد تکرار کردند، مجدداً هیچ نتیجه‌ای به دست نیامد. مایکلسون و مورلی در هیچ آزمایشی نتوانستند حرکت زمین در اتر را آشکار سازند.

به طور خلاصه، دیدیم که یک رشته استدلال وجود دارد که از اصل لختی گالیله شروع می‌شود، از قوانین نیوتون و فرضهای ضمنی آنها درباره فضا و زمان می‌گذرد و با شکست آزمایش مایکلسون - مورلی در مشاهده حرکت زمین نسبت به اتر به پایان می‌رسد. اگرچه توجیه‌هایی در مورد قابل مشاهده نبودن اتر و در نتیجه جمع شدن سرعتهای در جهت جریان، برخلاف جهت جریان و در عرض جریان با همدیگر، آن‌گونه که انتظار می‌رفت، ارائه شد، اما بدیعترین، انقلابی‌ترین، و سرانجام موفقترین تبیین را نظریه نسبیت خاص اینشتین ارائه داد، که مستلزم بازنگری جدی در مفاهیم نسبیتی فضا و زمان، و در نتیجه تغییراتی در برخی از مبانی فیزیک بود.

## ۲-۳ اصل موضوعهای اینشتین

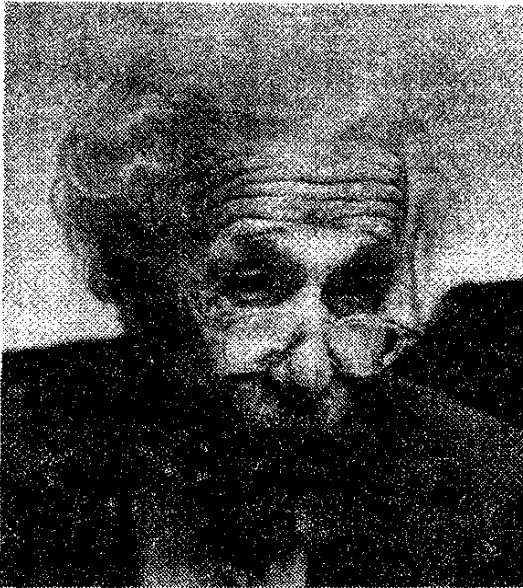
نظریه نسبیت خاص مبتنی بر دو اصل موضوع است که آلبرت اینشتین در سال ۱۹۰۵ پیشنهاد کرد:

اصل نسبیت: قانونهای فیزیک در همه چارچوبهای مرجع لخت یکسان‌اند.  
اصل ثبات سرعت نور: سرعت نور در فضای آزاد در تمام چارچوبهای مرجع لخت دارای مقدار ثابت  $c$  است.

بنا به اصل موضوع اول، قانونهای فیزیک مطلق، جهانی، و برای همه ناظرهای لخت یکسان‌اند. قانونهایی که برای یک ناظر لخت معتبرند برای هر ناظر لخت دیگری نیز معتبر خواهند بود. پذیرش اصل موضوع دوم دشوارتر است، زیرا ظاهراً برخلاف "عقل سلیم" است که بر مبنای سینماتیک گالیله در تجربه‌های روزمره مشاهده می‌کنیم. سه ناظر  $A$ ،  $B$  و  $C$  را در نظر بگیرید.  $B$  ساکن است. در حالی که  $A$  و  $C$  هر یک با سرعت  $c/4$  در جهتهای مخالف از او دور می‌شوند.  $B$  یک باریکه نور در جهت  $A$  گسیل می‌کند. بنا به تبدیل گالیله، اگر  $B$  سرعت باریکه نور را برابر  $C$  اندازه بگیرد،  $A$  سرعت این باریکه را  $c/4 = c - c/4$ ، و  $C$  مقدار آن را  $c/4 = c + c/4$  اندازه می‌گیرد. از طرف دیگر، اصل موضوع دوم اینشتین ایجاب می‌کند که هر سه ناظر سرعت باریکه نور را برابر  $C$  اندازه بگیرند! این اصل موضوع مستقیماً شکست آزمایش مایکلسون - مورلی را توجیه می‌کند: سرعتهای در جهت جریان و در خلاف جهت جریان یکسان و (هر دو برابر با  $C$  هستند) بنابراین اختلاف فازی میان دو باریکه وجود ندارد.

این دو اصل موضوع امکان کنار گذاشتن فرضیه اتر را نیز فراهم می‌سازند. اصل اول





آلبرت اینشتین (۱۸۷۹-۱۹۵۵، آلمان - ایالات متحد). او فیلسوفی صلح‌دوست و مهربان، و معلمی اندیشمند برای دو نسل از فیزیکدانان نظری بود که تأثیر خود را تقریباً بر تمام زمینه‌های فیزیک نوین برجای گذاشته است.

چارچوبهای مرجع ممتاز را مجاز نمی‌شمارد (همه چارچوبهای مرجع هم‌ارزند)، و اصل دوم فقط یک تک چارچوب مرجع را که در آن نور با سرعت  $c$  حرکت کند مجاز نمی‌داند، زیرا نور در همه چارچوبهای مرجع با سرعت  $c$  حرکت می‌کند. نظریه نسبیت خاص مفهوم فضا-زمان مطلق گالیله - نیوتون را کنار می‌گذارد و هر دوی آنها را نسبت به ناظر نسبی در نظر می‌گیرد.

## ۲-۴ پیامدهای اصل موضوعهای اینشتین

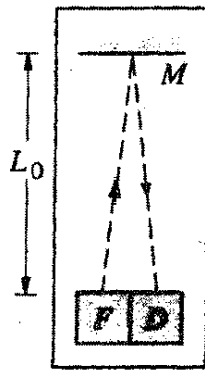
یکی از پیامدهای مهم اصل موضوعهای اینشتین، ضرورت بررسی جدید سرشت بنیادی زمان و فضا است. در این بخش چگونگی تأثیر این اصل موضوعها بر اندازه‌گیری بازه‌های زمان و فضا توسط ناظرهای واقع در چارچوبهای مرجع مختلف را بررسی می‌کنیم.

### نسبیت زمان

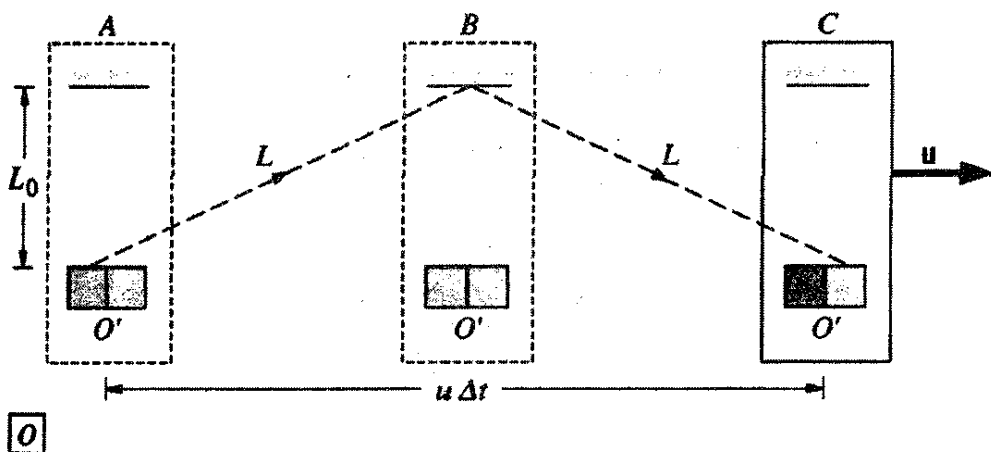
برای نشان دادن نسبیت زمان، از دستگاه زمان‌سنجی استفاده می‌کنیم که در شکل ۲-۸ نشان داده شده است. این دستگاه متشکل است از لامپ درخشی  $F$  که به آشکارساز  $D$  متصل است و در فاصله  $L$  از آینه  $M$  قرار دارد. یک درخش نور از لامپ توسط آینه بازمی‌تابد، و وقتی به  $D$  برمی‌گردد، ساعت تیک می‌زند و درخش دیگر تولید می‌شود. بازه زمانی بین دو تیک برابر است با  $2L/c$  (با نادیده گرفتن حرکت جانبی باریکه نور بین  $F$  و  $D$ ):

$$\Delta t_0 = \frac{2L}{c} \quad (۲-۶)$$

همین بازه زمانی است که وقتی ساعت نسبت به ناظر ساکن است اندازه گرفته می‌شود.



شکل ۸-۲ ساعت در بازه‌های  $\Delta t$  تیب می‌زند و مقدار  $\Delta t$  برابر است با زمانی که طول می‌کشد تا درخش نور مسافت  $2L$  را از لامپ درخشی  $F$  به آینه و برگشت به آشکارساز  $D$  بپیماید. (فاصله عرضی میان  $F$  و  $D$  در مقایسه با  $L$  ناچیز فرض می‌شود.)



شکل ۹-۲ در چارچوب مرجع  $O$ ، ساعتی که  $O'$  حمل می‌کند با سرعت  $u$  در حرکت است. خط‌چین، به طول  $2L$ ، مسیر باریکه نور را آن طور که ناظر  $O$  می‌بیند نشان می‌دهد.

دو ناظر را در نظر می‌گیریم:  $O$  نسبت به زمین ساکن است، و  $O'$  با سرعت  $u$  حرکت می‌کند. هر ناظر حامل یک زمان‌سنج است. شکل ۹-۲ رشته رویدادهایی است که ناظر  $O$  برای ساعت ناظر  $O'$  مشاهده می‌کند. به نظر ناظر  $O$ ، درخش در  $A$  گسیل، در  $B$  بازتابیده، و در  $C$  آشکارسازی می‌شود. در این بازه  $\Delta t$ ،  $O$  مشاهده می‌کند که ساعت به اندازه  $u \Delta t$  از نقطه‌ای که در آن درخش گسیل شده جلو رفته است، و نتیجه می‌گیرد که باریکه نور مسافت  $2L$  را پیموده است، که در آن (با توجه به شکل ۹-۲)  $L = \sqrt{L_0^2 + (u \Delta t / 2)^2}$ . چون ناظر  $O$  می‌بیند که باریکه نور با سرعت  $c$  در حرکت است، بازه زمانی که اندازه می‌گیرد برابر است با

$$\Delta t = \frac{2L}{c} = \frac{2\sqrt{L_0^2 + (u \Delta t / 2)^2}}{c} \quad (7-2)$$

با قرار دادن  $L$  از معادله ۲-۶ و حل معادله ۲-۷ بر حسب  $\Delta t$ ، به دست می‌آوریم

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (۸-۲)$$

معادله ۲-۸ همان اثر معروف به اتساع زمان است. بنابراین معادله، ناظر  $O$  یک بازه زمانی طولانی‌تر از ناظر  $O'$  اندازه می‌گیرد. این یک نتیجه کلی در نسبیت خاص است، که می‌توان آن را به صورت زیر خلاصه کرد. رویدادی را در نظر بگیرید که مدت وقوع آن  $\Delta t_0$  است. ناظر  $O'$  که نسبت به آن رویداد ثابت است (یعنی، به نظر او آغاز و انجام آن در یک نقطه از فضا به وقوع می‌پیوندد) بازه  $\Delta t_0$  را اندازه می‌گیرد، که به ویژه زمان معروف است. ناظر  $O$  که نسبت به  $O'$  در حرکت است برای همان رویداد بازه زمانی طولانی‌تر  $\Delta t$  را اندازه می‌گیرد. اندازه و جهت  $u$  هرچه باشد، بازه  $\Delta t$  همواره طولانی‌تر از بازه  $\Delta t_0$  است.

این یک اثر واقعی است که نه تنها برای ساعت‌های مبتنی بر باریکه نور، بلکه در مورد خود زمان نیز به کار می‌رود؛ به نظر ناظری که در حرکت نسبی است تمام ساعت‌ها، از جمله ساعت‌های زیست‌شناختی، کندتر کار می‌کنند. حتی رشد، پیر شدن، و تحلیل رفتن موجودات زنده با توجه به اثر اتساع زمان کند می‌شود.

اثر اتساع زمان با واپاشی ذرات بنیادی و نیز ساعت‌های اتمی دقیقی که در هواپیماها به کار رفته‌اند به طور تجربی تأیید شده است. درباره بعضی از آزمون‌های تجربی در بخش آخرین فصل بحث خواهیم کرد.

### مثال ۲-۴

موثونها ذرات بنیادی با طول عمر (ویژه)  $2.2 \mu\text{s}$  هستند. این ذرات بر اثر برخورد پرتوهای کیهانی (ذرات پرانرژی از فضا) با مولکولهای هوا با سرعت‌های بسیار زیاد در قسمت بالای جو تولید می‌شوند. ارتفاع جو،  $L$  را در چارچوب مرجع زمین  $100 \text{ km}$  در نظر بگیرید، و کمینه سرعتی را بیابید که موثونها با آن سرعت تا رسیدن به سطح زمین دوام بیاورند.

حل: تولید و واپاشی موثون را می‌توان به صورت "تیکهای" یک ساعت در نظر گرفت. در چارچوب مرجع زمین (ناظر  $O$ ) این ساعت در حرکت است، و در نتیجه تیکهای آن بر اثر اتساع زمان کند می‌شود. اگر موثون با سرعت نزدیک به  $c$  حرکت کند، زمان لازم برای حرکت آن از بالای جو تا سطح زمین برابر است با

$$\Delta t = \frac{L}{c} = \frac{100 \text{ km}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 333 \mu\text{s}$$

اگر بخواهیم موثون را در سطح زمین مشاهده کنیم، باید در چارچوب مرجع زمین حداقل  $333 \mu s$  دوام بیاورد. در چارچوب مرجع موثون، بازهٔ میان تولید و واپاشی آن برابر ویژه زمان  $2.2 \mu s$  است. بازه‌های زمانی با معادلهٔ ۸-۲ به یکدیگر مربوط می‌شوند:

$$333 \mu s = \frac{2.2 \mu s}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

با حل آن به دست می‌آوریم

$$u = 0.999978c$$

اگر اثر اتساع زمان وجود نداشت، موثونها تا رسیدن به سطح زمین دوام نمی‌آوردند. مشاهدهٔ این موثونها تأیید مستقیم اثر اتساع زمان در نسبیت خاص است. ■

### نسبیت طول

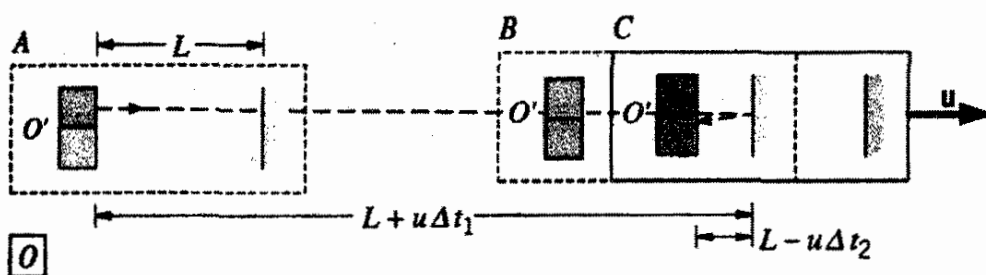
در این بحث، وسیلهٔ زمان سنج متحرک  $O'$  طوری به طرفین چرخانده می‌شود که نور موازی جهت حرکت  $O'$  حرکت کند. شکل ۲-۱۰ توالی رویدادهایی را نشان می‌دهد که  $O$  برای ساعت متحرک مشاهده می‌کند. به نظر  $O$ ، طول ساعت  $L$  است؛ چنانکه خواهیم دید؛ این طول همان طول  $L$  نیست که ناظر  $O'$ ، که ساعت نسبت به او ساکن است، اندازه می‌گیرد.

درخش نور در  $A$  گسیل می‌شود و پس از زمان  $\Delta t_1$  (در مکان  $B$ ) به آینه می‌رسد. در این بازهٔ زمان، نور مسافت  $c \Delta t_1$  را می‌پیماید که برابر است با طول  $L$  ساعت به اضافهٔ فاصلهٔ اضافی  $u \Delta t_1$  که آینه در این بازه جلو رفته است. یعنی،

$$c \Delta t_1 = L + u \Delta t_1 \quad (9-2)$$

این درخش نور در زمان  $\Delta t_2$  از آینه به آشکارساز می‌رود و مسافت  $c \Delta t_2$  را می‌پیماید که برابر است با طول  $L$  ساعت منهای مسافت  $u \Delta t_2$  که ساعت در این بازه جلو رفته است:

$$c \Delta t_2 = L - u \Delta t_2 \quad (10-2)$$



شکل ۲-۱۰ در اینجا ساعتی که ناظر  $O'$  حمل می‌کند درخشی در جهت حرکت گسیل می‌کند.

با حل معادله‌های ۹-۲ و ۱۰-۲ نسبت به  $\Delta t_1$  و  $\Delta t_2$ ، و جمع کردن آنها برای یافتن بازه زمانی کل، به دست می‌آوریم

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{L}{c-u} + \frac{L}{c+u} = \frac{2L}{c} \frac{1}{1-u^2/c^2} \quad (11-2)$$

از معادله ۸-۲،

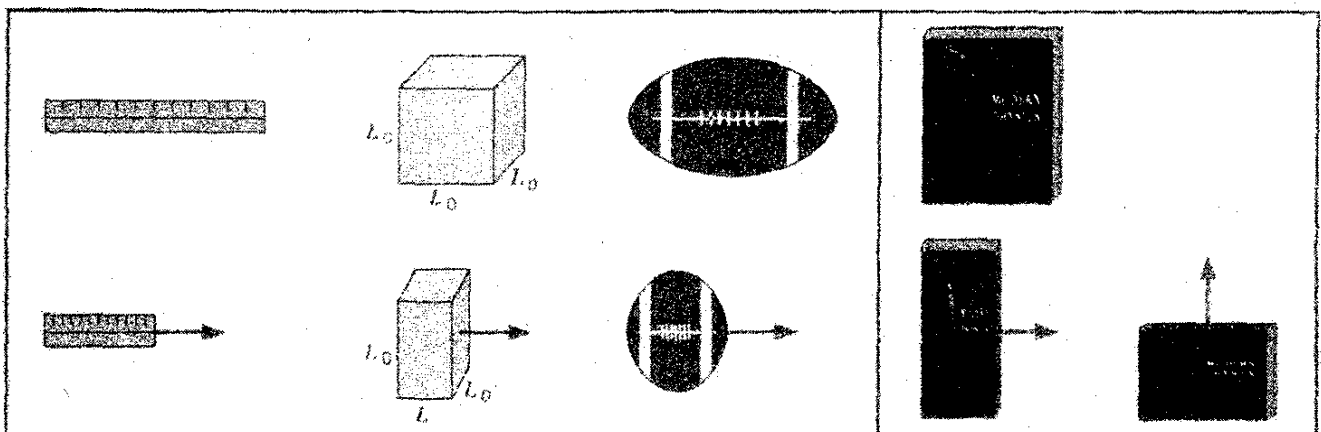
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{2L_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \quad (12-2)$$

از مساوی قرار دادن معادله‌های ۱۱-۲ و ۱۲-۲ و حل آنها به دست می‌آوریم

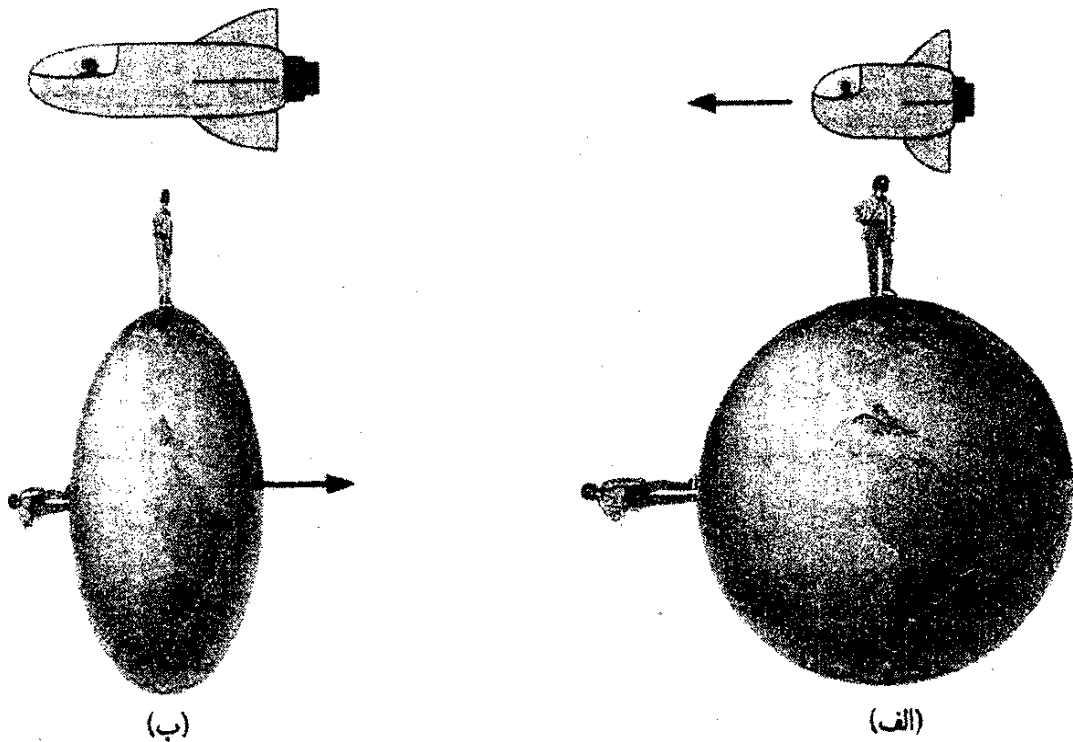
$$L = L_0 \sqrt{1-u^2/c^2} \quad (13-2)$$

معادله ۱۳-۲ اثری را بیان می‌کند که به انقباض طول معروف است. ناظر  $O'$ ، که نسبت به جسم ساکن است، طول سکون  $L_0$  را اندازه می‌گیرد (که همانند ویژه زمان، به ویژه طول معروف است). همه ناظرهایی که نسبت به  $O'$  در حرکت‌اند، فقط در جهت حرکت، طول کوتاهتری را اندازه می‌گیرند؛ مقدار طول در جهت عمود بر جهت حرکت تغییر نمی‌کند (شکل ۱۱-۲).

برای سرعت‌های معمولی  $u \ll c$ ، اثر انقباض طول به اندازه‌ای کوچک است که مشاهده نمی‌شود. به عنوان مثال، یک موشک به طول ۱۰۰ m که با سرعت فرار (۱۱٫۲ km/s) در حرکت است به نظر ناظری که روی زمین است فقط در حدود دو قطر اتمی منقبض می‌شود! با توجه به انقباض طول، اندازه‌گیری طول اجسام متحرک مقداری کمتر از طول در حال سکون آنها به دست می‌دهد. اجسام در واقع کوتاه نمی‌شوند، بلکه صرفاً ناظرهای مختلف طولهای متفاوتی



شکل ۱۱-۲ اجسامی که طول آنها کوتاه شده است. توجه کنید که کوتاه شدن فقط در جهت حرکت رخ می‌دهد.



شکل ۲-۱۲ (الف) موشک منقبض شده آن طور که از زمین دیده می‌شود. (ب) در چارچوب مرجع موشک، زمین منقبض شده به نظر می‌رسد.

را اندازه می‌گیرند. به عنوان مثال، برای ناظران روی زمین یک سفینه فضایی سریع‌السیر در جهت حرکتش کوتاه می‌شود (شکل ۲-۱۲ الف)، اما به نظر ناظری که در سفینه است. زمین منقبض شده به نظر می‌رسد (شکل ۲-۱۲ ب).

این گونه ارائه انقباض طول تا اندازه‌ای آرمانی شده است. نمود واقعی جسمی که به سرعت حرکت می‌کند با زمانی که طول می‌کشد تا نور، پس از ترک قسمت‌های مختلف جسم، به چشم ناظر یا دوربین برسد تعیین می‌شود. برای اطلاعات بیشتر در این مورد، مرجع‌های پایان این فصل را ببینید.

### مثال ۲-۵

در چارچوب مرجع موئون مثال ۲-۴، ضخامت ظاهری جو زمین چقدر است؟

حل: در چارچوب مرجع موئون، چنانکه در مثال ۲-۴ دیدیم، زمین با سرعت  $u = 0.9999978c$  به طرف موئون پیش می‌رود. به نظر ناظری که روی زمین است، ارتفاع جو برابر طول سکون  $L$  یعنی برابر  $100 \text{ km}$  است. برای موئون، زمین در حال حرکت جوی دارد که ارتفاع آن از معادله ۲-۱۳ به دست می‌آید:

$$L = L_0 \sqrt{1 - u^2/c^2} = (100 \text{ km}) \sqrt{1 - (0.9999978)^2} = 0.66 \text{ km} = 660 \text{ m}$$

توجه کنید که آنچه در یک چارچوب مرجع اتساع زمان به نظر می‌رسد را می‌توان در چارچوب مرجع دیگر انقباض طول در نظر گرفت.

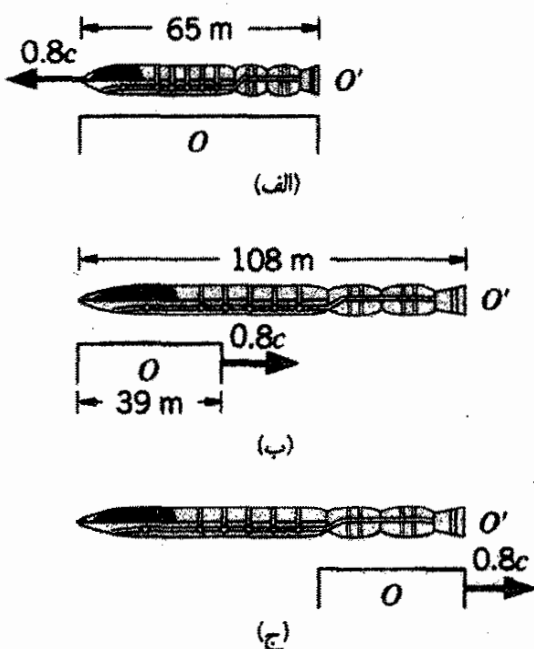
مثال ۲-۶

ناظر  $O$  روی سکویی به طول  $D_0 = 65 \text{ m}$  در یک ایستگاه فضایی ایستاده است. یک موشک با سرعت  $0.8c$  موازی لبه سکو از کنار او می‌گذرد. ناظر متوجه می‌شود که در یک لحظه خاص جلو موشک با یک انتهای سکو و همزمان با آن عقب موشک با انتهای دیگر آن در یک خط قرار می‌گیرند (شکل ۲-۱۳ الف). (الف) به نظر ناظر  $O$  زمان لازم برای اینکه موشک از یک نقطه خاص سکو بگذرد چقدر است؟ (ب) طول سکون  $L_0$  موشک چقدر است؟ (ج) به نظر ناظر  $O'$  در موشک، طول  $D$  سکو چقدر است؟ (د) به نظر ناظر  $O'$ ، چقدر طول می‌کشد تا ناظر  $O$  طول کامل موشک را ببیند؟ (ه) به نظر ناظر  $O$ ، دوسر موشک همزمان بر دوسر سکو منطبق می‌شوند. آیا این رویدادها برای  $O'$  همزمان هستند؟

حل: (الف) به نظر ناظر  $O$ ، طول موشک،  $L$ ، بر طول  $D_0$  سکو منطبق می‌شود. زمان لازم برای عبور موشک از یک نقطه معین را ناظر  $O$  برابر با مقدار زیر اندازه می‌گیرد

$$\Delta t_0 = \frac{L_0}{0.8c} = \frac{65 \text{ m}}{2.4 \times 10^8 \text{ m/s}} = 27 \mu\text{s}$$

این یک بازه ویژه زمان است، زیرا ناظر  $O$  بازه میان دو رویداد را در یک نقطه در چارچوب مرجع  $O$  اندازه می‌گیرد (جلوی موشک از یک نقطه می‌گذرد، و سپس عقب موشک از همان نقطه عبور می‌کند).



شکل ۲-۱۳ مثال ۲-۶ (الف) در چارچوب مرجع  $O$  که بر روی سکو ساکن است، جلو و عقب موشک در حال عبور به طور همزمان بر ابتدا و انتهای سکو منطبق می‌شود. (ب و ج) از چارچوب مرجع  $O'$  در موشک، سکوی در حال عبور ابتدا با جلوی موشک و سپس با عقب آن در یک خط واقع می‌شود. به اثرهای متفاوت انقباض طول در دو چارچوب مرجع توجه کنید.

(ب) ناظر  $O$  طول منقبض شده  $L$  موشک را اندازه می‌گیرد. می‌توان طول سکون  $L_0$  آن را با استفاده از معادله ۱۳-۲ به دست آورد:

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{65 \text{ m}}{\sqrt{1 - (0.80)^2}} = 108 \text{ m}$$

(ج) به نظر  $O$  سکو ساکن است، بنابراین طول سکون  $D_0$  آن  $65 \text{ m}$  است. به نظر ناظر  $O'$  طول منقبض شده سکو برابر است با

$$D = D_0 \sqrt{1 - u^2/c^2} = (65 \text{ m}) \sqrt{1 - (0.80)^2} = 39 \text{ m}$$

(د) برای اینکه ناظر  $O$  تمام طول موشک را ببیند، به نظر  $O'$  باید مسافتی برابر با طول سکون آن یا  $108 \text{ m}$  را طی کند. زمان لازم برای انجام این کار برابر است با

$$\Delta t' = \frac{108 \text{ m}}{0.80c} = 0.45 \mu\text{s}$$

توجه کنید که این برای ناظر  $O'$  یک بازه ویژه زمان نیست، زیرا وی این بازه زمانی را با استفاده از یک ساعت در جلوی موشک (برای اندازه‌گیری زمانی که ناظر  $O$  از جلوی موشک می‌گذرد) و ساعت دیگر در عقب موشک (برای اندازه‌گیری زمانی که ناظر  $O$  از عقب موشک می‌گذرد) تعیین می‌کند. بنابراین این دو رویداد در چارچوب مرجع ناظر  $O'$  در نقطه‌های مختلف روی می‌دهند و در نتیجه در این چارچوب نمی‌توانند با یک ویژه زمان از یکدیگر جدا شوند. بازه زمانی متناظر که ناظر  $O$  برای همین دو رویداد اندازه می‌گیرد، و آن را در بخش (الف) محاسبه کردیم، یک بازه ویژه زمان برای ناظر  $O$  است، زیرا در چارچوب مرجع این ناظر دو رویداد در یک نقطه به وقوع می‌پیوندند. بازه‌های زمانی‌ای که  $O$  و  $O'$  اندازه می‌گیرند، با فرمول اتساع زمان به یکدیگر مربوط می‌شوند. (این نکته را تحقیق کنید.)

(ه) به نظر ناظر  $O'$ ، طول سکون موشک  $L_0 = 108 \text{ m}$  و طول منقبض شده سکو  $D = 39 \text{ m}$  است. بنابراین ناظر  $O'$  به هیچ وجه نمی‌تواند ببیند که هر دوسر به طور همزمان برهم منطبق می‌شوند. توالی رویدادها به نظر ناظر  $O'$  در شکل ۱۳-۲ ب و ۱۳-۲ ج نشان داده شده است. بازه زمانی  $\Delta t'$  در چارچوب  $O'$  بین دو رویداد را که در چارچوب  $O$  همزمان هستند می‌توان با توجه به این نکته محاسبه کرد که به نظر  $O'$  بازه زمانی بین موقعیتهایی که در شکل‌های ۱۳-۲ ب و ۱۳-۲ ج نشان داده است باید برابر زمان لازم برای حرکت سکو در فاصله  $108 \text{ m} - 39 \text{ m} = 69 \text{ m}$  باشد، که مقدار آن برابر است با

$$\Delta t' = \frac{69 \text{ m}}{0.80c} = 0.29 \mu\text{s}$$



این نتیجه نسبیت همزمانی را نشان می‌دهد: دو رویداد که برای ناظر  $O$  همزمان‌اند (منطبق شدن دوسر موشک بر دوسر سکو) نمی‌توانند برای ناظر  $O'$  همزمان باشند. ■

### جمع سرعت نسبیتی

اکنون دستگاه زمان‌سنج را مانند شکل ۱۴-۲ تغییر می‌دهیم. به نظر ناظر  $O'$  که نسبت به دستگاه ساکن است، چشمه  $P$  ذراتی را با سرعت  $v'$  گسیل می‌کند. وقتی یک ذره با لامپ درخشی  $F$  برخورد کند این لامپ چشمک می‌زند. درخش نور به آشکارساز  $D$  برمی‌گردد و ساعت تیک می‌زند. بازه زمانی  $\Delta t_0$  میان تیکها که ناظر  $O'$  اندازه می‌گیرد از دو قسمت تشکیل شده است: یکی زمانی که ذره مسافت  $L_0$  را با سرعت  $v'$  می‌پیماید و دیگری زمانی که نور همین مسافت را با سرعت  $c$  طی می‌کند:

$$\Delta t_0 = L_0/v' + L_0/c \quad (14-2)$$

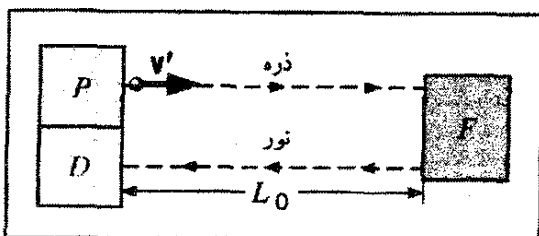
به نظر ناظر  $O$ ، که  $O'$  نسبت به وی با سرعت  $u$  در حرکت است، توالی رویدادها به گونه‌ای است که در شکل ۱۵-۲ نشان داده شده است. ذره گسیلی، که به نظر  $O$  با سرعت  $v$  حرکت می‌کند، در بازه زمانی  $\Delta t_1$  پس از پیمودن مسافت  $v \Delta t_1$  برابر (منقبض شده) طول  $L$  به اضافه مسافت اضافی  $u \Delta t_1$  که ساعت در این بازه حرکت کرده است، به  $F$  می‌رسد:

$$v \Delta t_1 = L + u \Delta t_1 \quad (15-2)$$

در بازه  $\Delta t_2$ ، باریکه نور مسافت  $c \Delta t_2$  برابر با طول  $L$  منهای مسافت  $u \Delta t_2$  را که ساعت در این بازه پیموده است طی می‌کند:

$$c \Delta t_2 = L - u \Delta t_2 \quad (16-2)$$

اکنون معادله‌های ۱۵-۲ و ۱۶-۲ را برحسب  $\Delta t_1$  و  $\Delta t_2$  حل و آنها را با هم جمع می‌کنیم تا بازه کل  $\Delta t$  میان تیکها را بنابه نظر  $O$  پیدا کنیم؛ با استفاده از فرمول اتساع زمان، معادله ۱۸-۲، این نتیجه را به  $\Delta t_0$  از معادله ۱۴-۲ مربوط کنیم و سرانجام با استفاده از فرمول انقباض طول، معادله ۱۳-۲،



شکل ۱۴-۲ در این وسیله زمان‌سنجی،  $P$  یک ذره با سرعت  $v'$  گسیل می‌کند. با رسیدن ذره به  $F$  یک درخش نور تولید می‌شود و به آشکارساز  $D$  برمی‌گردد.

برای مربوط ساختن  $L$  به  $L$  استفاده می‌کنیم. پس از عملیات جبری نتیجه زیر به دست می‌آید

$$v = \frac{v' + u}{1 + v'u/c^2} \quad (17-2)$$

معادله ۱۷-۲ قانون جمع سرعت نسبی برای مؤلفه‌های سرعتی است که در امتداد  $u$  هستند. بعداً در این فصل از روش متفاوتی برای به دست آوردن نتیجه‌های متناظر برای حرکت در سایر جهتها استفاده می‌کنیم.

می‌توان معادله ۱۷-۲ را یک تبدیل سرعت نیز در نظر گرفت، که به ما امکان می‌دهد سرعت  $v'$  را که ناظر  $O'$  اندازه می‌گیرد به سرعت  $v$  که توسط ناظر  $O$  اندازه‌گیری می‌شود مربوط کنیم. قانون متناظر کلاسیک این قانون که با معادله ۲-۲ داده شده عبارت است از  $v = v' + u$ . اختلاف میان نتیجه‌های کلاسیک و نسبییتی مخرج معادله ۱۷-۲ است، که وقتی سرعت در مقایسه با  $c$  کوچک باشد برابر با یک می‌شود. مثال ۷-۲ نشان می‌دهد که چگونه این عامل مانع از آن می‌شود که سرعتها از  $c$  تجاوز کنند. معادله ۱۷-۲، وقتی ناظر  $O'$  یک باریکه نور را مشاهده کند، یک نتیجه مهم می‌دهد. به ازای  $v' = c$

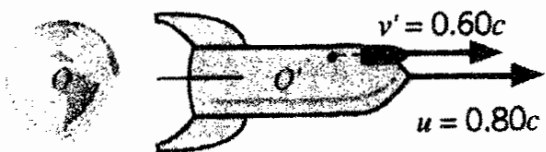
$$v = \frac{c + u}{1 + cu/c^2} = c \quad (18-2)$$

یعنی وقتی  $v' = c$  است بدون توجه به مقدار  $u$  داریم  $v = c$ . تمام ناظرها، درست همان طور که اصل موضوع دوم اینشتین ایجاب می‌کند، سرعت یکسان  $c$  را برای نور اندازه می‌گیرند.

### مثال ۷-۲

یک سفینه فضایی که از زمین با سرعت  $0.80c$  دور می‌شود یک موشک موازی با جهت حرکتش شلیک می‌کند (شکل ۱۵-۲). این موشک با سرعت  $0.60c$  نسبت به سفینه حرکت می‌کند. یک ناظر در روی زمین سرعت موشک را چقدر اندازه می‌گیرد؟

حل: در اینجا ناظر  $O'$  در سفینه و ناظر  $O$  بر روی زمین است؛ با سرعت  $0.80c$   $u =$  نسبت به  $O$  حرکت می‌کند. موشک با سرعت  $v' = 0.60c$  نسبت به  $O'$  حرکت می‌کند و



شکل ۱۵-۲ مثال ۷-۲. یک سفینه فضایی با سرعت  $0.80c$  از زمین دور می‌شود. ناظر  $O'$  در سفینه یک موشک شلیک می‌کند و سرعت آن را نسبت به سفینه  $0.60c$  اندازه می‌گیرد.

مامی خواهیم سرعت آن را نسبت به  $O$  پیدا کنیم. با استفاده از معادله ۲-۱۷، به دست می آوریم

$$v = \frac{v' + u}{1 + v'u/c^2} = \frac{0.6c + 0.8c}{1 + (0.6c)(0.8c)/c^2}$$

$$= \frac{1.4c}{1.48} = 0.95c$$

بنا بر سینماتیک کلاسیک (صورت معادله ۲-۱۷)، ناظر روی زمین مشاهده می کند که موشک با سرعت  $0.6c + 0.8c = 1.4c$  در حرکت است، و در نتیجه سرعت آن از بیشینه سرعت نسبی  $c$  که بنا بر نسبیت مجاز است تجاوز می کند. می توان دید که چگونه معادله ۲-۱۷ این حد سرعت را اعمال می کند. حتی اگر  $v'$  برابر  $0.9999...c$  و  $u$  برابر  $0.9999...c$  بود، سرعت نسبی  $v$  که ناظر  $O$  اندازه می گرفت کمتر از  $c$  باقی می ماند. ■

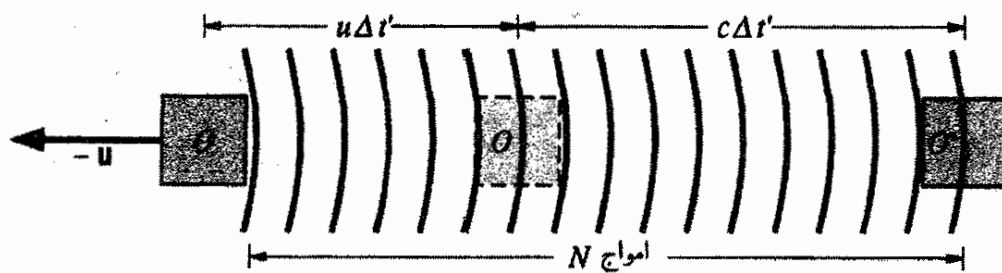
### اثر دوپلر نسبیتی

در اثر دوپلر کلاسیک مربوط به امواج صوتی، ناظری که نسبت به چشمه امواج (مثلاً صوت) در حرکت است بسامدی غیر از آنچه چشمه گسیل می کند را آشکار می سازد. رابطه بسامد  $v'$  که ناظر  $O$  می شنود با بسامد  $v$  که چشمه  $S$  گسیل می کند به صورت زیر است

$$v' = v \frac{v \pm v_O}{v \mp v_S} \quad (19-2)$$

که در آن  $v$  سرعت امواج در محیط (مانند هوای ساکن، در مورد امواج صوتی)،  $v_S$  سرعت چشمه نسبت به محیط و  $v_O$  سرعت ناظر نسبت به محیط است. علامتهای بالایی در صورت و مخرج هنگامی برگزیده می شوند که  $S$  به طرف  $O$  و یا  $O$  به طرف  $S$  حرکت کند.

انتقال دوپلر کلاسیک مربوط به حرکت چشمه با انتقال مربوط به حرکت ناظر متفاوت است. به عنوان مثال، فرض کنید چشمه در  $\nu = 1000 \text{ Hz}$  امواج صوتی گسیل می کند. اگر چشمه با سرعت  $30 \text{ m/s}$  به طرف ناظری حرکت کند که در محیط (مثلاً هوا، که در آن صوت با سرعت  $340 \text{ m/s}$  حرکت می کند) ساکن است، آن گاه  $\nu' = 1097 \text{ Hz}$ ، در حالی که اگر چشمه در محیط ساکن باشد و ناظر با سرعت  $30 \text{ m/s}$  به طرف چشمه حرکت کند، بسامد برابر با  $1088 \text{ Hz}$  می شود. در موارد دیگری که در آنها سرعت نسبی  $S$  و  $O$  برابر است با  $30 \text{ m/s}$ ، مانند موردی که هر کدام با سرعت  $15 \text{ m/s}$  به طرف دیگری حرکت می کند، بازم بسامدهای متفاوتی به دست می آید. در اینجا با وضعیتی سروکار داریم که در آن سرعت چشمه و ناظر نسبت به محیط نه نسبت به همدیگر، انتقال دوپلر را تعیین می کنند. این گفته در مورد امواج نور صادق نیست، زیرا بنا بر اصل



شکل ۱۶-۲ یک چشمهٔ امواج در چارچوب مرجع  $O$  با سرعت  $u$  از ناظر  $O'$  دور می‌شود. در زمان  $\Delta t'$  (به نظر  $O'$ )،  $O$  به اندازهٔ  $u \Delta t'$  دور می‌شود و  $N$  موج گسیل می‌کند.

موضوع اول اینشتین هیچ محیط ("اثر") یا چارچوب مرجع ممتازی وجود ندارد. بنابراین برای اثر دوپلر مربوط به امواج نور به رهیافت متفاوتی نیازمندیم، رهیافتی که بین حرکت چشمه و حرکت ناظر تفاوت قائل نشود، بلکه در آن فقط حرکت نسبی چشمه و ناظر دخیل باشد.

یک چشمهٔ امواج را در نظر بگیرید که در چارچوب مرجع ناظر  $O$  ساکن است. ناظر  $O'$  نسبت به چشمه با سرعت  $u$  حرکت می‌کند. وضعیت را از چارچوب مرجع  $O'$ ، چنانکه در شکل ۱۶-۲ نشان داده شده است، در نظر می‌گیریم. فرض کنید ناظر  $O$  مشاهده کند که چشمه  $N$  موج با بسامد  $\nu$  گسیل می‌کند. به نظر ناظر  $O$ ، این  $N$  موج در بازهٔ  $\Delta t_0 = N/\nu$  گسیل می‌شود؛ این یک بازهٔ ویژهٔ زمان در چارچوب مرجع  $O$  است. بازهٔ زمانی متناظر با آن چارچوب در  $O'$  برابر است با  $\Delta t'$  که در آن ناظر  $O$  مسافت  $u \Delta t'$  را طی می‌کند. به نظر ناظر  $O'$  طول موج برابر است با طول کل بازهٔ اشغال شده توسط این امواج تقسیم بر تعداد امواج:

$$\lambda' = \frac{c \Delta t' + u \Delta t'}{N} = \frac{c \Delta t' + u \Delta t'}{\nu \Delta t_0} \quad (20-2)$$

بسامد به نظر ناظر  $O'$  برابر است با  $\nu' = c/\lambda'$ ، بنابراین

$$\nu' = \nu \frac{\Delta t_0}{\Delta t' (1 + u/c)} \quad (21-2)$$

و با استفاده از فرمول اتساع زمان، معادلهٔ ۸-۲، برای ارتباط میان  $\Delta t_0$  و  $\Delta t'$  به دست می‌آوریم

$$\nu' = \nu \frac{\sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 + u/c} = \nu \sqrt{\frac{1 - u/c}{1 + u/c}} \quad (22-2)$$

این فرمول، انتقال دوپلر نسبیتی، برای موردی است که در آن امواج در جهت موازی با  $u$  مشاهده می‌شوند. توجه کنید که، برخلاف فرمول کلاسیک، تفاوتی میان حرکت چشمه و ناظر وجود ندارد؛ اثر دوپلر نسبیتی فقط به سرعت نسبی چشمه و ناظر بستگی دارد.

بنابر معادله ۲-۲۲ چشمه و ناظر از یکدیگر فاصله می‌گیرند. اگر چشمه و ناظر به هم نزدیک شوند  $u$  را به جای  $u$  در فرمول قرار می‌دهیم.

## مثال ۸-۲

سرعت دور شدن یک کهکشان از زمین به گونه‌ای است که خط آبی هیدروژن با طول موج  $434 \text{ nm}$  در  $600 \text{ nm}$ ، در گستره سرخ طیف، ثبت می‌شود. سرعت کهکشان نسبت به زمین چقدر است؟

حل: با استفاده از معادله ۲-۲۲ با  $\nu = c/\lambda$  و  $\nu' = c/\lambda'$  داریم

$$\frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda} \sqrt{\frac{1 - u/c}{1 + u/c}}$$

$$\frac{c}{600 \text{ nm}} = \frac{c}{434 \text{ nm}} \sqrt{\frac{1 - u/c}{1 + u/c}}$$

با حل آن، به دست می‌آوریم

$$\frac{u}{c} = 0.31$$

بنابراین کهکشان با سرعت  $9.4 \times 10^7 \text{ m/s}$  از زمین دور می‌شود. شواهد به دست آمده از این طریق نشان می‌دهند که تقریباً تمام کهکشانهایی که مشاهده می‌کنیم از ما دور می‌شوند. این بدان معنی است که عالم در حال انبساط است و معمولاً به عنوان شاهدی به نفع نظریه "مهبانگ" در کیهانشناسی در نظر گرفته می‌شود (فصل ۱۶). ■

## ۵-۲ تبدیل لورنتس

دیدیم که تبدیل گالیله مختصات، زمان، و سرعت با اصل موضوعهای اینشتین سازگار نیست. اگر چه تبدیل گالیله در سرعت‌های کم با "عقل سلیم" سازگار است، اما در سرعت‌های زیاد چنین نیست. بنابراین به یک مجموعه معادله‌های تبدیل جدید نیازمندیم که جایگزین مجموعه گالیله شود و بتواند اثرهای نسبیتی‌ای چون اتساع زمان، انقباض طول، جمع سرعت‌ها، و انتقال دوپلر را پیشگویی کند. همانند قبل، در جستجوی تبدیلی هستیم که به ناظرهای  $O$  و  $O'$  که نسبت به هم در حرکت‌اند این امکان را بدهد تا اندازه‌گیریهی مختصات فضا و زمان خود از یک رویداد را باهم مقایسه کنند. این معادله‌های تبدیل اندازه‌گیریهی  $O$   $(t, z, y, x)$  را به اندازه‌گیریهی  $O'$   $(t', z', y', x')$  مربوط می‌کند. این تبدیل جدید باید چند ویژگی داشته باشد: باید خطی باشد (یعنی، فقط به

توان اول فضا و زمان بستگی داشته باشد)، که پیامد همگن بودن فضا و زمان است؛ باید با اصل موضوعهای اینشتین سازگار باشد؛ و وقتی که سرعت نسبی  $O$  و  $O'$  کوچک است باید به تبدیل گالیله تحویل یابد. باز هم فرض می‌کنیم که سرعت  $O'$  نسبت به  $O$  در جهت مثبت  $xx'$  است.

معادله‌های تبدیل لورنتس<sup>۱</sup>، که با توجه به این فرضها به دست آمده‌اند، عبارت است از

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (الف \ ۲۳-۲)$$

$$y' = y \quad (ب \ ۲۳-۲)$$

$$z' = z \quad (ج \ ۲۳-۲)$$

$$t' = \frac{t - (u/c^2)x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (د \ ۲۳-۲)$$

اگر ناظر  $O'$  به طرف ناظر  $O$  حرکت کند (به جای دور شدن از آن)، در این معادله‌ها  $-u$  را به جای  $u$  را قرار می‌دهیم.

سه معادله اول وقتی  $c \gg u$  باشد، مستقیماً به تبدیل گالیله برای مختصات فضایی، یعنی معادله ۱-۲، تحویل می‌یابند. معادله چهارم، که مختصات زمان را به هم ربط می‌دهد، به صورت  $t = t'$  در می‌آید، که اصل موضوع بنیادی جهان گالیله‌ای - نیوتونی است.

اکنون از معادله‌های تبدیل لورنتس برای به دست آوردن بعضی پیشگوییهای نسبیت خاص استفاده می‌کنیم. مسئله‌های پایان این فصل شما را به سایر موارد رهنمون می‌شوند. نتایجی که در اینجا به دست می‌آیند مشابه آنهایی است که قبلاً با استفاده از اصل موضوعهای اینشتین به دست آوردیم، و نشان می‌دهند که معادله‌های تبدیل لورنتس با اصل موضوعهای نسبیت خاص سازگارند.

## انقباض طول

میله‌ای به طول  $L$  در چارچوب مرجع ناظر  $O'$  ساکن است. میله در امتداد محور  $x'$  از  $x'_1$  تا  $x'_2$  قرار دارد؛ یعنی ناظر  $O'$  ویژه طول  $L = x'_2 - x'_1$  را اندازه می‌گیرد. ناظر  $O$ ، که میله نسبت به او در حرکت است، دو سر میله را در مختصات  $x_1$  و  $x_2$  اندازه می‌گیرد. برای تعیین طول میله

۱. ه. لورنتس (۱۸۵۳-۱۹۲۸) فیزیکدان هلندی که به خاطر کارش در زمینه تأثیر میدانهای مغناطیسی بر نور (همراه با یک فیزیکدان دیگر) برنده جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۰۲ شد. در یک تلاش ناموفق برای توجیه شکست آزمایش مایکلسون - مورلی، لورنتس معادله‌های تبدیل را به دست آورد؛ این معادله‌ها، یک سال پیش از انتشار نظریه نسبیت اینشتین، به نام او نامگذاری شدند. برای آشنایی با چگونگی استخراج تبدیل لورنتس نگاه کنید به مفاهیم پایه در نسبیت تألیف رزیک و هالیدی (مک‌میلان، نیویورک، ۱۹۹۲).

متحرک، ناظر  $O$  باید  $x_1$  و  $x_2$  را به طور همزمان تعیین و سپس طول  $L = x_2 - x_1$  را معین کند. فرض کنید که اولین رویداد، گسیل یک درخش توسط ناظر  $O'$  در یک انتهای میله در  $x'_1$  و  $t'_1$  و رویداد بعدی انجام همین کار در  $x'_2$  و  $t'_2$  باشد، که ناظر  $O$  آن را در  $x_2$  و  $t_2$  مشاهده می‌کند. معادله‌های تبدیل لورنتس این مختصات را به یکدیگر مربوط می‌کند، به بیان دقیقتر:

$$x'_1 = \frac{x_1 - ut_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad x'_2 = \frac{x_2 - ut_2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (24-2)$$

و با کم کردن این معادله‌ها، به دست می‌آوریم

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{u(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (25-2)$$

ناظر  $O'$  باید طوری ترتیب به کار انداختن درخشها را بدهد که از دید ناظر  $O$  همزمان به نظر برسند. (چنانکه بعداً در این فصل خواهیم دید، این رویدادها از دید  $O'$  همزمان نیستند.) این کار به ناظر  $O$  امکان می‌دهد تا مختصات نقطه‌های انتهایی میله را همزمان تعیین کند. اگر  $O$  درخشها را همزمان مشاهده کند، آنگاه  $t_2 = t_1$  است، و معادله ۲۵-۲ به صورت زیر در می‌آید

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (26-2)$$

به ازای  $x'_2 - x'_1 = L$  و  $x_2 - x_1 = L$ ، رابطه بالا به صورت زیر در می‌آید

$$L = L \cdot \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (27-2)$$

که همان معادله ۸-۲ است که با استفاده از اصل موضوعهای اینشتین به دست آمد.

### تبدیل سرعت

اگر ناظر  $O$  مشاهده کند که یک ذره با سرعت  $v$  (مؤلفه‌های  $v_x, v_y, v_z$ ) حرکت می‌کند، ناظر  $O'$  چه سرعت  $v'$  را برای ذره مشاهده خواهد کرد؟ رابطه میان سرعتهایی که  $O$  و  $O'$  اندازه می‌گیرند از تبدیل سرعت لورنتس به دست می‌آید:

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - v_x u/c^2} \quad (الف \ 28-2)$$

$$v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - v_x u/c^2} \quad (ب \ 28-2)$$

$$v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - v_x u/c^2} \quad (ج \ 28-2)$$

معادله  $v'_x$  همانند معادله ۱۷-۲ است که قبلاً یا استفاده از اصل موضوعهای اینشتین به دست آوردیم. توجه کنید، در حد سرعتهای کم ( $u \ll c$ )، تبدیل سرعت لورنتس به تبدیل سرعت گالیه، معادله ۲-۲ تحویل می‌یابد. همین‌طور توجه کنید که  $v'_y \neq v_y$ ، اگرچه  $y' = y$ . این ناشی از تغییراتی است که تبدیل لورنتس در مؤلفه زمان می‌دهد.

می‌توان این معادله‌های تبدیل سرعت را از تبدیل مختصات لورنتس به دست آورد. به عنوان مثال، تبدیل سرعت را برای  $v'_y = dy'/dt'$  به دست می‌آوریم. با مشتق‌گیری از تبدیل مختصات  $y' = y$  به دست می‌آوریم  $dy' = dy$ . همین‌طور، با مشتق‌گیری از تبدیل مختصه زمان داریم

$$dt' = \frac{dt - (u/c^2)dx}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

بنابراین

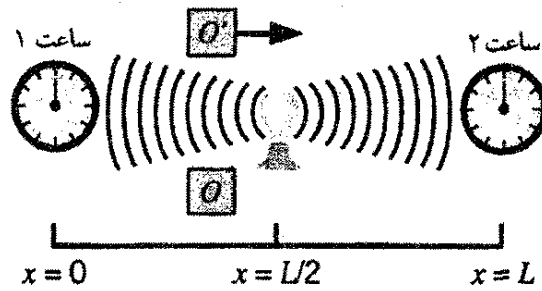
$$\begin{aligned} v'_y &= \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{[dt - (u/c^2)dx]/\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \sqrt{1 - u^2/c^2} \frac{dy}{dt - (u/c^2)dx} \\ &= \sqrt{1 - u^2/c^2} \frac{dy/dt}{1 - (u/c^2)dx/dt} = \frac{v_y \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2} \end{aligned}$$

از همین روش می‌توان برای به دست آوردن معادله‌های تبدیل  $v'_z$  و  $v'_x$  استفاده کرد. این کار به عنوان تمرین (مسئله ۱۳) داده شده است.

### همزمانی و همزمان‌سازی ساعت

برای اغلب ما، همزمان‌سازی ساعت‌های مچی یا دیگر ساعت‌ها کار مشکلی نیست؛ به عنوان مثال، می‌توانیم ساعت‌های مچی‌مان را با نگاه کردن به نزدیکترین ساعت تنظیم کنیم. اما، در این روش زمانی که طول می‌کشد تا نور از صفحه ساعت به چشم ما برسد به طوری که بتوانیم ساعت مچی را تنظیم کنیم منظور نمی‌شود. اگر فاصله ما از ساعت ۱ m باشد، ساعت در حدود ۳ ns ( $3 \times 10^{-9}$  s) عقب خواهد بود. اگرچه این اختلاف زمانی کوتاه ممکن است باعث نشود که شما دیر به کلاس درس فیزیک خود برسید، اما برای فیزیکدان تجربی، که اندازه‌گیری بازه‌های زمانی کوچکتر از ۱ ns برای او امری عادی است، می‌تواند یک مسئله جدی باشد. بنابراین باید سعی کنیم که دقیقتر باشیم. وسیله‌ای شبیه به آنچه در شکل ۱۷-۲ نشان داده شده است می‌سازیم. دو ساعت در محل‌های  $x = 0$  و  $x = L$  و یک لامپ درخشی در فاصله  $x = L/2$  قرار دارد. ساعت‌ها وقتی به کار می‌افتند که درخش نور از لامپ به آنها برسد. چون زمانی که طول می‌کشد





شکل ۲-۱۷ یک درخش نور که از وسط فاصله میان دو ساعت گسیل شده است، به نظر ناظر  $O$  دو ساعت را همزمان به کار می‌اندازد. ناظر  $O'$  مشاهده می‌کند که ساعت ۲ قبل از ساعت ۱ به کار می‌افتد.

تا نور به هر دو ساعت برسد یکسان است، ساعتها درست  $L/2c$  پس از گسیل درخش به کار می‌افتند، و دقیقاً همزمان می‌شوند.

اکنون موقعیت را از دیدگاه ناظر متحرک  $O'$  بررسی می‌کنیم. اگر تاکنون به مطالب این فصل توجه کرده باشید، احتمالاً حدس می‌زنید که ناظر  $O'$  با همزمان بودن ساعتها موافق نیست. در چارچوب مرجع  $O$ ، دو رویداد به وقوع می‌پیوندد؛ دریافت سیگنال نور توسط ساعت ۱ در  $x_1 = 0$  و  $t_1 = L/2c$ . با استفاده از معادله ۲-۲۳، درمی‌یابیم که  $O'$  مشاهده می‌کند که ساعت ۱ سیگنالش را در:

$$t'_1 = \frac{t_1 - (u/c^2)x_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{L/2c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (29-2)$$

دریافت می‌کند، در حالی که سیگنال در مدت زمان زیر به ساعت ۲ می‌رسد

$$t'_2 = \frac{t_2 - (u/c^2)x_2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{L/2c - (u/c^2)L}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (30-2)$$

بنابراین  $t'_1$  کوچکتر از  $t'_2$  است و به نظر می‌رسد که ساعت ۲ سیگنالش را زودتر از ساعت ۱ دریافت می‌کند، بنابراین، به نظر ناظر  $O$  اختلاف زمانی میان به کار افتادن ساعتها برابر مقدار زیر است.

$$\Delta t' = t'_1 - t'_2 = \frac{uL/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (31-2)$$

توجه داشته باشید که این اختلاف زمانی تأثیر اتساع زمان نیست — اتساع زمان ناشی از اولین جمله تبدیل لورنتس (معادله ۲-۲۳) برای  $t'$  است، در حالی که ناهمزمانی از دومین جمله ناشی می‌شود. ناظر  $O'$ ، به واسطه اتساع زمان، مشاهده می‌کند که هر دو ساعت کند کار می‌کنند و همچنین می‌بینید که ساعت ۲ اندکی از ساعت ۱ جلوتر است.

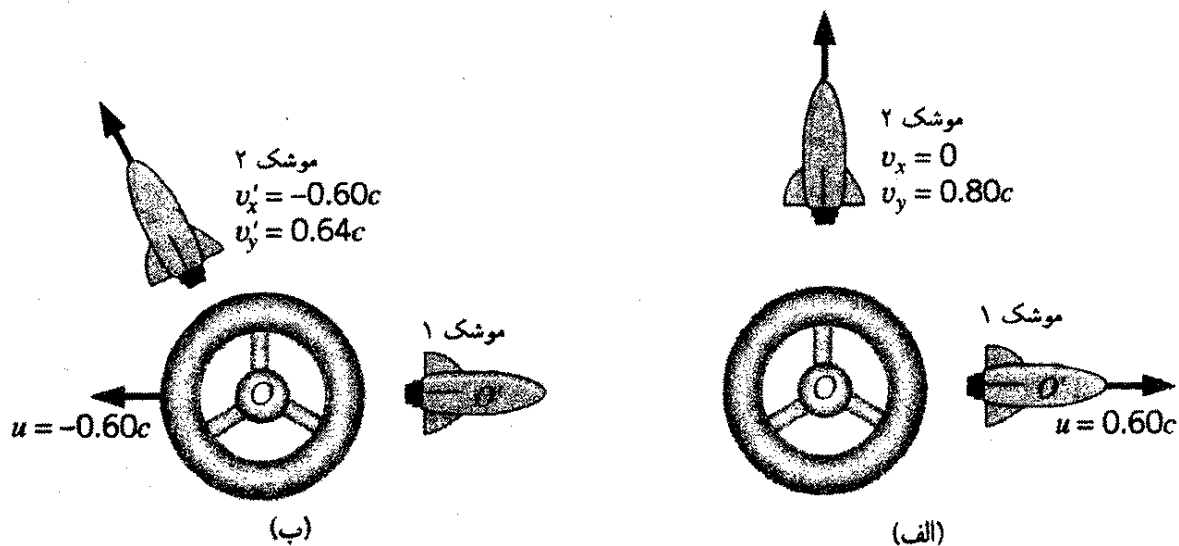
بنابراین نتیجه می‌گیریم که دو رویداد که در یک چارچوب مرجع همزمان‌اند در چارچوب مرجع دیگری که نسبت به چارچوب اول در حرکت است همزمان نیستند، مگر اینکه دو رویداد در یک نقطه از فضا به وقوع پیوندند. (اگر  $L = 0$ ، معادله ۲-۳۱ نشان می‌دهد که ساعتها در تمام چارچوبهای مرجع همزمان‌اند.) ساعتیایی که در یک چارچوب مرجع همزمان به نظر می‌رسند در چارچوب مرجع دیگری که نسبت به آن در حرکت است الزاماً همزمان نیستند.

مثال ۲-۹

دو موشک ایستگاه فضایی خود را نسبت به ناظری که در ایستگاه حضور دارد در مسیرهای عمود برهم ترک می‌کنند. موشک ۱ با سرعت  $0.6c$  و موشک ۲ با سرعت  $0.8c$ ، نسبت به ایستگاه فضایی، حرکت می‌کنند. سرعت موشک ۲ به نظر ناظر واقع در موشک ۱ چقدر است؟  
 حل: ناظر  $O$  در ایستگاه فضایی و ناظر  $O'$  در موشک ۱ است (که با سرعت  $0.6c = u$  در حرکت است) و هر دو موشک ۲ را مشاهده می‌کنند، که (به نظر  $O$ ) در جهت عمود بر موشک در حرکت است. این جهت را جهت  $y$  برای چارچوب مرجع  $O$  در نظر می‌گیریم. بنابراین ناظر  $O$  مشاهده می‌کند که موشک ۲، چنانکه در شکل ۲-۱۸ الف نشان داده شده است، دارای مؤلفه‌های سرعت  $v_x = 0$  و  $v_y = 0.8c$  است.

می‌توان  $v'_x$  و  $v'_y$  را با استفاده از تبدیل سرعت لورنتس تعیین کرد:

$$v'_x = \frac{0 - 0.6c}{1 - 0(0.6c)/c} = -0.6c$$



شکل ۲-۱۸ مثال ۲-۹ (الف) از دیدگاه چارچوب مرجع  $O$ . (ب) از دید چارچوب مرجع  $O'$ .

$$v'_y = \frac{0.8c \sqrt{1 - (0.6c)^2/c^2}}{1 - 0(0.6c)/c} = -0.64c$$

بنابراین، به نظر  $O'$ ، وضعیت همانند شکل ۱۸-۲ است.

سرعت موشک ۲ به نظر  $O'$  برابر است با  $0.88c$  با  $\sqrt{(0.6c)^2 + (0.64c)^2} = 0.88c$  که کمتر از  $c$  است. بنا بر تبدیل گالیله،  $v'_y$  با  $v_y$  یکی است و در نتیجه سرعت برابر است با  $c = \sqrt{(0.6c)^2 + (0.8c)^2}$ . بازهم، تبدیل لورنتس مانع از آن می‌شود که سرعت‌های نسبی به سرعت نور برسند یا از آن بیشتر شوند. اگر سرعتها برابر  $0.999c$  بودند، معادله‌های تبدیل لورنتس مقادیر  $v'_x = -0.999c$  و  $v'_y = 0.477c$  را می‌دادند، که به سرعت نسبی  $0.999998c$  می‌انجامید. توجه کنید که چگونه تبدیل لورنتس باعث می‌شود که مؤلفه  $y$  از  $0.999c$  به  $0.477c$  کاهش یابد. ■

### مثال ۱۰-۲

در مثال ۶-۲، دو رویداد که به نظر  $O$  همزمان بودند (منطبق شدن جلو و عقب موشک با دوسر سکو) از نظر  $O'$  همزمان نبودند. بازه زمانی میان این دو رویداد را از نظر ناظر  $O'$  پیدا کنید. حل: به نظر ناظر  $O$ ، فاصله میان دو رویداد همزمان برابر  $L = 65\text{m}$  است. به ازای  $u = 0.8c$ ، معادله ۳۱-۲ می‌دهد

$$\Delta t' = \frac{uL/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{(0.8)(65\text{ m}) / (3.00 \times 10^8\text{ m/s})}{\sqrt{1 - (0.8)^2}} = 0.29\ \mu\text{s}$$

که با نتیجه محاسبه شده در بخش (ه) مثال ۶-۲ سازگار است. ■

## ۶-۲ پارادوکس دوقلوها

اکنون مطلبی را به اختصار بررسی می‌کنیم که به پارادوکس دوقلوها مشهور است. یک زوج دوقلو را بر روی زمین در نظر بگیرید. یکی از آنها، که ما او را کاسپر می‌نامیم روی زمین می‌ماند، در حالی که خواهر دوقلویش آملیا با یک موشک عازم سفر به یک سیاره دور دست می‌شود. کاسپر، با توجه به آشنایی‌اش با نسبیت خاص می‌داند که ساعت خواهرش نسبت به ساعت او کند کار می‌کند و بنابراین باید هنگام بازگشت، با توجه به آنچه در بحث اتساع زمان مطرح شد، جوانتر از وی باشد. اما، با توجه به همان بحث، می‌دانیم که هر یک از دو ناظری که نسبت به هم در حرکت‌اند، تصور می‌کند که ساعت دیگری کند کار می‌کند. بنابراین، می‌توانستیم این مسئله را از دید آملیا بررسی کنیم، که به نظر وی کاسپر و زمین (همراه با منظومه شمسی و کهکشان) در یک مسافرت رفت و برگشت از او دور می‌شوند و سپس به سوی او برمی‌گردند. در این شرایط، او فکر

می‌کند که ساعت برادرش (که اکنون نسبت به وی در حرکت است) کند کار می‌کند، و در نتیجه انتظار دارد که وقتی مجدداً به یکدیگر می‌رسند برادرش جوانتر از او باشد. در حالی که می‌توان در مورد اینکه وقتی آملیا به زمین برگشت (و یا زمین به آملیا رسید) ساعت چه کسانی نسبت به ساعت او کند کار می‌کند توافق نداشت، که صرفاً یک مسئلهٔ مربوط به چارچوب مرجع است، اما، تمام ناظرها باید دربارهٔ اینکه کدام یک از دوقلوها سن کمتری دارد توافق داشته باشند. این یک پارادوکس است — هر یک از دوقلوها انتظار دارد که دیگری جوانتر باشد.

حل این پارادوکس در منظور کردن نقش نامتقارن دوقلوها نهفته است. قانونهای نسبیت خاص فقط در مورد چارچوبهای لخت، یعنی چارچوبهایی که با سرعت ثابت نسبت به یکدیگر در حرکت‌اند، به کار می‌روند. می‌توان به موشک آملیا نیروی رانش کافی داد، به طوری که در مدت زمان کوتاهی شتاب بگیرد و سفینه را به سیاره برساند، و در نتیجه در خلال سفر به سیاره آملیا بجز مدتی ناچیز در چارچوب مرجعی است که نسبت به گاسپر با سرعت ثابت در حرکت است. اما، برای بازگشت به زمین، باید سرعتش را کم و جهت حرکتش را معکوس کند. اگرچه این کار رامی‌توان در بازهٔ زمانی کوتاهی انجام داد، اما سفر بازگشت آملیا در چارچوبی متفاوت با سفر رفت او صورت می‌گیرد. این پرش آملیا از یک چارچوب لخت به چارچوب دیگر است که سبب بی‌تقارنی در سن دوقلوها می‌شود. فقط آملیا مجبور است هنگام بازگشت به یک چارچوب جدید برود، و بنابراین همهٔ ناظران توافق خواهند کرد که این آملیاست که ”در واقع“ حرکت می‌کند، و این ساعت اوست که ”در واقع“ کند کار می‌کند، بنابراین در بازگشت از سفر او جوانتر می‌ماند. ۵۷

این بحث را با چند مثال عددی کمی‌تر می‌کنیم. فرض کنید، که طبق بحث بالا، شتابگیری و کم شدن سرعت در بازه‌های زمانی کوتاه صورت گیرد، به طوری که تمام سن آملیا فقط در حرکت یکنواخت بگذرد. برای سهولت، فرض می‌کنیم که سیارهٔ دوردست نسبت به زمین ساکن است این موضوع مسئله را تغییر نمی‌دهد، اما مانع از معرفی چارچوب مرجع دیگری می‌شود. فرض کنید فاصلهٔ سیاره از زمین ۱۲ سال نوری است، و آملیا با سرعت  $0.6c$  در حرکت است. بنابراین، به نظر گاسپر ۲۰ سال طول می‌کشد (سال نوری  $12 = 0.6c \times 20$ ) تا خواهرش به سیاره برسد و ۲۰ سال دیگر طول می‌کشد تا پیش او برگردد، و بنابراین سفر او ۴۰ سال طول می‌کشد. (اما، گاسپر تا سیگنال نوری خیر رسیدن خواهرش به سیاره را به زمین نرساند نمی‌داند که او به سیاره رسیده است یا نه. چون این کار ۱۲ سال طول می‌کشد، گاسپر ۳۲ سال پس از عزیمت خواهرش از رسیدن او به سیاره با خبر می‌شود. هشت سال بعد او به زمین برمی‌گردد.) از چارچوب مرجع آملیا در موشک، فاصله با ضریب  $0.8 = \sqrt{1 - (0.6)^2}$  کوتاه شده است. و بنابراین برابر است با  $9.6 = 12 \times 0.8$  سال نوری. آملیا با سرعت  $0.6c$ ، طول سفر به سیاره را ۱۶ سال، و سفر رفت و برگشت را ۳۲ سال اندازه

می‌گیرد. بنابراین سن گاسپر ۴۰ سال زیاد می‌شود در حالی که آملیا ۳۲ سال مسن‌تر شده است و در واقع هنگام بازگشت جوانتر است. این تحلیل را می‌توان با وادار کردن گاسپر به فرستادن یک سیگنال نوری در روز تولد به خواهرش، دقیقتر کرد. می‌دانیم که بسامد سیگنالی که آملیا دریافت می‌کند دارای انتقال دوپلری خواهد بود. طی سفر به خارج، او سیگنالها را با آهنگ زیر دریافت می‌کند

$$(1 \text{ yr}^{-1}) \sqrt{\frac{1 - u/c}{1 + u/c}} = 0.5 \text{ yr}^{-1}$$

و هنگام سفر بازگشت، آهنگ سیگنال با انتقال دوپلری برابر خواهد بود با

$$(1 \text{ yr}^{-1}) \sqrt{\frac{1 + u/c}{1 - u/c}} = 2 \text{ yr}^{-1}$$

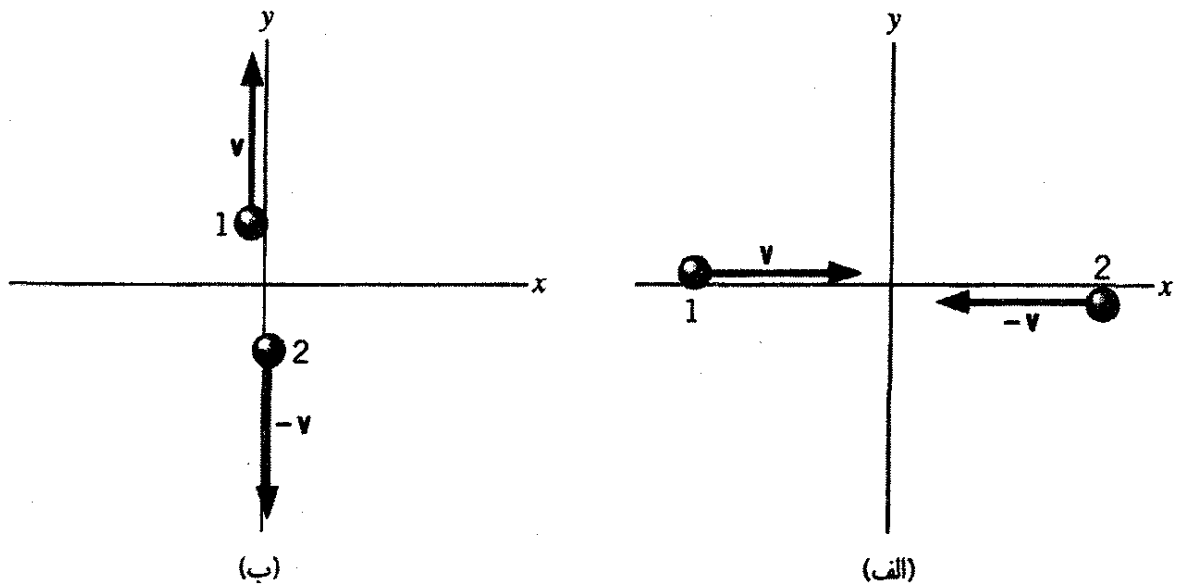
بنابراین آملیا در خلال ۱۶ سال نخست سفر به سیاره، ۸ سیگنال، و در ۱۶ سال سفر بازگشت ۳۲ سیگنال، و در مجموع ۴۰ سیگنال دریافت خواهد کرد، او ۴۰ سیگنال دریافت می‌کند، که نشان می‌دهد برادرش طی سفر ۳۲ ساله او ۴۰ بار جشن تولد گرفته است.

بررسی موقعیت از نظر آملیا که سیگنالها را می‌فرستد به صورت تمرین داده شده است

(مسئله ۱۸).

## ۷-۲ دینامیک نسبیتی

دیدیم که چگونه اصل موضوعهای اینشتین به تعبیر "نسبی" نوینی از مفاهیم قبلاً مطلقاً چون طول، زمان، و اینکه مفهوم کلاسیک سرعت مطلق معتبر نیست، انجامید. پس منطقی است که بپرسیم که این انقلاب تا چه اندازه برداشت ما از مفاهیم فیزیک را تغییر می‌دهد. بنابراین، اکنون به بحث درباره کمیتهای دینامیکی انرژی و تکانه می‌پردازیم، تا آنها را از دیدگاه نسبیت خاص بررسی کنیم. آیا رابطه‌های شناخته شده‌ای چون  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  و  $K = (1/2)mv^2$  هنوز معتبرند، یا باید برداشت نوینی از کمیتهای دینامیکی نیز داشته باشیم؟ به علاوه، قانونهای پایستگی بنیادی فیزیک کلاسیک، مانند پایستگی انرژی و تکانه زاویه‌ای خطی چه تغییری می‌کنند؟ اهمیت این مفاهیم در فیزیک کلاسیک به قدری زیاد است که تمایلی به کنار گذاشتن آنها نداریم. سرانجام، دینامیک کلاسیک، در صورتی که نیرو در مدت زمان طولانی اعمال شود، شتاب دادن به یک جسم تا سرعتهای بیشتر از سرعت نور را مجاز می‌شمارد، در حالی که دستگاه دینامیک نسبیتی، بدون توجه به اینکه مقدار نیروی وارد بر جسم چقدر است، باید از نزدیک شدن سرعت جسم به سرعت نور یا پیشی گرفتن از آن جلوگیری کند.



شکل ۱۹-۲ برخورد دو ذره با جرم یکسان در چارچوب مرجع  $O$  (الف) قبل از برخورد و (ب) بعد از برخورد.

برخوردی را در نظر بگیرید که در شکل ۱۹-۲ الف از دیدگاه چارچوب مرجع  $O$  نشان داده شده است. دو جسم، هر یک به جرم  $m$ ، با سرعت‌های مساوی و با علامت مخالف  $v$  و  $-v$  در امتداد محور  $x$  حرکت می‌کنند. این دو جسم در مبدأ با یکدیگر برخورد می‌کنند، و فاصله میان آنها چنان تنظیم شده است که ذرات پس از برخورد، مطابق شکل ۱۹-۲ ب با سرعت‌های مساوی با علامت مخالف در امتداد محور  $x$  حرکت می‌کنند. فرض می‌کنیم برخورد کاملاً کشسان باشد، به طوری که هیچ انرژی جنبشی‌ای تلف نشود. سرعت‌های نهایی باید  $v$  و  $-v$  باشد. با بهره‌گیری از فرمول کلاسیک ( $p = mv$ )، در می‌یابیم که مؤلفه‌های تکانه دستگانه دو ذره‌ای در چارچوب مرجع  $O$  عبارت است از:

$$p_{xi} = mv + m(-v) = 0 \quad \text{اولیه:}$$

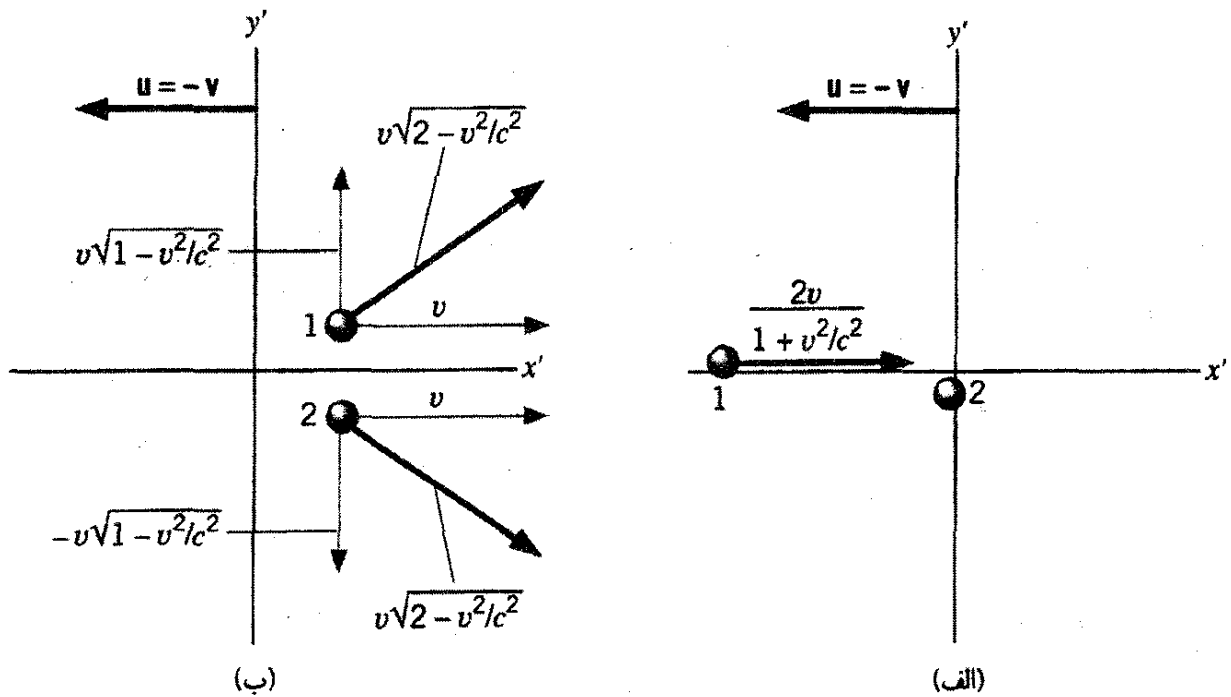
$$p_{yi} = 0$$

$$p_{xf} = 0 \quad \text{نهایی:}$$

$$p_{yf} = mv + m(-v) = 0$$

باین  $p_{xi} = p_{xf}$  و  $p_{yi} = p_{yf}$ ؛ تکانه (بردا) اولیه برابر است با تکانه نهایی، و تکانه در چارچوب مرجع  $O$  پایسته است.

اکنون می‌خواهیم همین برخورد را از دیدگاه چارچوب مرجع  $O'$  که نسبت به چارچوب مرجع  $O$  با سرعت  $u = -v$  در حرکت است بررسی کنیم (شکل ۱۹-۲ الف). توجه کنید که در چارچوب



شکل ۲-۲۰ همان برخورد شکل ۲-۱۹ در چارچوب مرجع  $O'$  نشان داده شده است. (الف) قبل از برخورد و (ب) بعد از برخورد. این چارچوب مرجع با سرعت  $-v$  نسبت به  $O$  در حرکت است.

$O'$  ذره ۲ قبل از برخورد ساکن است. ما از تبدیل سرعت لورنتس، معادله‌های ۲-۲۸ الف و ۲-۲۸ ب استفاده می‌کنیم تا مؤلفه‌های تبدیل یافته  $x'$  و  $y'$  سرعت‌های اولیه و نهایی را، آن طور که  $O'$  مشاهده می‌کند، بیابیم. این مقادیر، که باید آنها را محاسبه کنیم، در شکل‌های ۲-۲۰ الف و ب نشان داده شده‌اند.

اکنون از این سرعتها برای یافتن مؤلفه‌های تکانه دستگاه در چارچوب  $O'$  استفاده می‌کنیم:

$$p'_{xi} = m \left( \frac{2v}{1 + v^2/c^2} \right) + m(0) = \frac{2mv}{1 + v^2/c^2}$$

$$p'_{yi} = 0$$

$$p'_{xf} = mv + mv = 2mv$$

$$p'_{yf} = mv\sqrt{1 - v^2/c^2} + m(-v\sqrt{1 - v^2/c^2}) = 0$$

می‌بینیم که  $p'_{xi}$  برابر  $p'_{xf}$  نیست، به طوری که  $O'$  نتیجه می‌گیرد که تکانه پایسته نمی‌ماند.

از محاسبه بالا بدیهی است که قانون پایستگی تکانه خطی، که آن را در موارد گوناگونی سودمند یافتیم، اگر تکانه را به صورت  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  محاسبه کنیم، اصل موضوع اول اینشتین را (که بنابر آن، قانون باید در تمام چارچوبهای مرجع یکسان باشد) نقض می‌کند. بنابراین، اگر بخواهیم پایستگی تکانه را به عنوان یک قانون عمومی سازگار با اصل موضوع اول اینشتین نگه داریم، باید تعریف

جدیدی برای تکانه بیابیم. این تعریف جدید تکانه باید دو ویژگی داشته باشد: (۱) باید یک قانون پایستگی تکانه به دست دهد که در اصل نسبت صادق باشد؛ یعنی، اگر تکانه به نظر یک ناظر در یک چارچوب مرجع لخت پایسته است، باید به نظر ناظران تمام چارچوبهای مرجع لخت پایسته باشد. (۲) در سرعتهای کم، تعریف جدید باید به  $p = mv$  تبدیل شود، که می‌دانیم در مورد غیرنسبیتی به خوبی کار می‌کند.

این شرایط با تعریف تکانه نسبیتی برای یک ذره به جرم  $m$  و سرعت  $v$  به صورت زیر برآورد می‌شود

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (32-2)$$

برحسب مؤلفه‌ها، می‌توان معادله ۳۲-۲ را به صورت زیر نوشت

$$p_x = \frac{mv_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{و} \quad p_y = \frac{mv_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (33-2)$$

سرعت  $v$  که در مخرج این رابطه‌ها ظاهر می‌شود همواره سرعت ذره است که در چارچوب مرجع لخت خاصی اندازه‌گیری می‌شود. این سرعت مربوط به یک چارچوب لخت نیست. سرعت در صورت می‌تواند هر کدام از مؤلفه‌های بردار سرعت باشد.

ببینیم این تعریف جدید چگونه پایستگی تکانه را در برخوردی که در نظر گرفتیم دوباره برقرار می‌کند. در چارچوب  $O$ ، سرعتها قبل و بعد از برخورد مساوی و با علامت مخالف هستند، و در نتیجه معادله ۳۲-۲ مجدداً تکانه‌های اولیه ونهایی را برابر صفر به دست می‌دهد. در چارچوب  $O'$ ، می‌توان برای به دست آوردن روابط زیر، از اندازه‌های سرعتی استفاده کرد که در شکل ۲-۲۰ الف و ۲-۲۰ ب داده شده‌اند (درستی این روابط را تحقیق کنید):

$$p'_{xi} = p'_{xf} = \frac{2mv}{1 - v^2/c^2}$$

$$p'_{yi} = p'_{yf} = 0 \quad (34-2)$$

بنابراین تکانه‌های اولیه و نهایی در چارچوب  $O'$  برابرند. تکانه در هر دو چارچوب  $O$  و  $O'$  پایسته است. در واقع، تعریف تکانه که با معادله ۳۲-۲ داده شده است پایستگی تکانه را در همه چارچوبهای مرجع لخت، آن طور که اصل نسبیت ایجاب می‌کند، برقرار می‌سازد.

همچنین توجه کنید که، در حد سرعتهای کم، مخرج معادله ۳۲-۲ تقریباً برابر ۱ است؛ در سرعتهای کم معادله ۳۲-۲ به فرمول کلاسیک  $p = mv$  تبدیل می‌شود. بنابراین معادله ۳۲-۲ معیار لازم فرمولهای نسبیتی را نیز دارد.



مثال ۱۱-۲

تکانه یک پروتون که با سرعت  $v = 0.86c$  در حرکت است چقدر است؟  
حل: با استفاده از معادله ۲-۳۲، به دست می آوریم

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(0.86)(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{\sqrt{1 - (0.86)^2}} = 8.44 \times 10^{-19} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

یکاهای  $\text{kg} \cdot \text{m/s}$  معمولاً برای حل مسائلی از این نوع مناسب نیستند. در عرض، معادله ۲-۳۲ را دستکاری می کنیم تا به دست آوریم

$$pc = \frac{mcv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{mc^2(v/c)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{(938 \text{ MeV})(0.86)}{\sqrt{1 - (0.86)^2}} = 1580 \text{ MeV}$$

در اینجا از انرژی سکون  $mc^2$  پروتون که بعداً در این بخش تعریف می شود استفاده کرده ایم. با تقسیم این نتیجه بر نماد  $c$  (نه بر مقدار عددی آن) تکانه به دست می آید. که عبارت است از:

$$p = 1580 \text{ MeV}/c$$

از یکاهای  $\text{MeV}/c$  برای تکانه اغلب در محاسبه های نسبیتی استفاده می شود زیرا، چنانکه بعداً نشان خواهیم داد، کمیت  $pc$  اغلب در این محاسبه ظاهر می شود. باید بتوانید  $\text{MeV}/c$  را به  $\text{kg} \cdot \text{m}/c$  تبدیل کنید و نشان دهید که در نتیجه حاصل برای  $p$  هم ارزند. ■

نسبیت خاص علاوه بر تکانه، رهیافت متفاوتی را برای انرژی جنبشی ارائه می دهد. ابتدا مشکل را با بررسی مجدد برخوردی که در شکل ۲-۱۹ نشان داده شده است مشخص می کنیم. اگر از عبارت کلاسیک  $\frac{1}{2}mv^2$  استفاده کنیم، انرژی جنبشی در برخورد در چارچوب  $O'$  پایسته نیست. (سرعت های نهایی در چارچوب  $O$  را چنان بر می گزینیم که انرژی جنبشی پایسته بماند.) با بهره گیری از سرعت هایی که در شکل های ۲-۲۰ الف و ۲-۲۰ ب نشان داده شده است، می توان نشان داد که (مسئله ۱۹)، با  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ،

$$K'_i = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{(1 + v^2/c^2)^2} \quad (2-35)$$

$$K'_f = mv^2(2 - v^2/c^2)$$

بنابراین  $K_1$  برابر  $K_1'$  نیست، و در برخورد کشسان ظاهراً انرژی جنبشی در چارچوب  $O'$  پایسته نیست. این وضعیت اصل موضوع نسبیت را نقض می‌کند؛ نوع برخورد (کشسان در برابر ناکشسان) باید تابع ویژگیهای اجسام برخورد کننده باشد و نه چارچوب مرجع خاصی که از آن برخورد را مشاهده می‌کنیم. مانند مورد تکانه، اگر بخواهیم پایستگی انرژی و اصل موضوع نسبیت برقرار باشد، به تعریف جدیدی از انرژی جنبشی نیاز داریم.

عبارت کلاسیک انرژی جنبشی کلاسیک اصل موضوع دوم نسبیت را نیز با مجاز شمردن سرعت‌های بیش از سرعت نور نقض می‌کند. برای مقدار انرژی که می‌توانیم به یک ذره بدهیم حدی (نه در دینامیک کلاسیک و نه در نسبیتی) وجود ندارد. با وجود این اگر بگذاریم انرژی جنبشی به طور نامحدود افزایش یابد، عبارت کلاسیک  $K = \frac{1}{2}mv^2$  ایجاب می‌کند که سرعت متناظر با آن به طور نامحدود زیاد شود، و در نتیجه اصل موضوع دوم نسبیت را نقض کند. بنابراین، باید تعبیر تازه‌ای از انرژی جنبشی بیابیم، به طوری که انرژی جنبشی یک ذره بتواند، در حالی که سرعت آن کمتر از  $c$  باقی می‌ماند، به طور نامحدود افزایش یابد.

اصولاً رابطه نسبیتی مربوط به انرژی جنبشی یک ذره را می‌توان با همان روشی که برای به دست آوردن رابطه کلاسیک به کار بردیم، با شروع از صورت ذره‌ای قضیه کار-انرژی به دست آورد (مسئله ۲۱). نتیجه این محاسبه به صورت زیر است

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2 \quad (۳۶-۲)$$

معادله ۳۶-۲ متفاوت از نتیجه کلاسیک  $(\frac{1}{2})mv^2$  به نظر می‌رسد، اما، باید نشان دهید (مسئله ۲۷)، معادله ۳۶-۲ در حد سرعت‌های کم ( $v \ll c$ ) به رابطه کلاسیک تبدیل می‌شود. همچنین می‌توان از اولین جمله معادله ۳۶-۲ دید که وقتی  $v \rightarrow c$  داریم  $K \rightarrow \infty$ . بنابراین، می‌توان انرژی جنبشی یک ذره را به طور نامحدود افزایش داد، در حالی که سرعت آن از  $c$  تجاوز نکند.

معادله ۳۶-۲ را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت

$$K = E - E_0 \quad (۳۷-۲)$$

که در آن انرژی کل نسبیتی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (۳۸-۲)$$

و انرژی سکون  $E_0$  به صورت زیر تعریف می‌شود

$$E_0 = mc^2 \quad (۳۹-۲)$$

انرژی سکون در واقع انرژی کل نسبیتی ذره است که در چارچوب مرجعی اندازه‌گیری می‌شود که در آن ذره ساکن است.

انرژی کل نسبیتی بنا بر معادله ۲-۳۷ به صورت زیر است

$$E = K + E_0 \quad (۲-۴۰)$$

در برهم‌کنشهای ذرات با سرعت‌های نسبیتی، می‌توان اصل پایستگی انرژی پیشین را با اصلی بر مبنای انرژی کل نسبیتی جایگزین کرد:

در یک دستگاه منزوی ذرات، انرژی کل نسبیتی ثابت باقی می‌ماند.

با استفاده از شکل نسبیتی انرژی جنبشی معادله ۲-۳۶، می‌توان نشان داد که انرژی جنبشی در چارچوب  $O'$  برخورد شکل ۲-۲۰ پایسته است (مسئله ۲۰). چون انرژیهای سکون ذرات اولیه و نهایی در این برخورد برابرند، پایستگی انرژی کل نسبیتی با پایستگی انرژی جنبشی هم‌ارز است. به طور کلی، برخوردهای ذرات در انرژیهای زیاد می‌تواند به تولید ذرات جدیدی بینجامد، و در نتیجه انرژی سکون نهایی ممکن است با انرژی اولیه برابر نباشد (مثال ۲-۱۷). چنین برخوردهایی را باید با استفاده از پایستگی انرژی کل نسبیتی  $E$  تحلیل کرد؛ وقتی انرژی سکون در یک برخورد تغییر کند، انرژی جنبشی پایسته نخواهد بود.

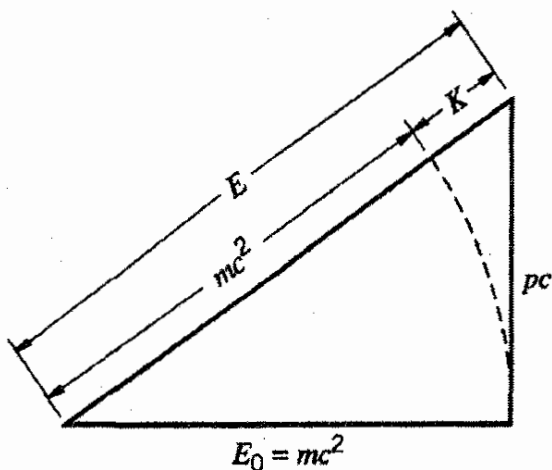
از معادله ۲-۴۰ می‌بینیم که در یک دستگاه منزوی، که در آن انرژی ثابت است ( $\Delta E = 0$ )، باید داشته باشیم  $\Delta K = -\Delta E_0$ . یعنی، هر تغییر در انرژی جنبشی باید با تغییر در انرژی سکون و با علامت مخالف آن همراه باشد. به عنوان مثال، در واکنشی که در آن ذرات جدید تولید می‌شوند، افت انرژی جنبشی ذرات برهم‌کنش‌کننده سبب افزایش انرژی سکون ذرات محصول می‌شود. از طرف دیگر، در یک فرایند واپاشی هسته‌ای مانند واپاشی آلفا، هسته اولیه بخشی از انرژی سکون خود را از دست می‌دهد تا انرژی جنبشی محصولات واپاشی را توجیه کند.

گاهی  $m$  در معادله ۲-۳۹ را جرم سکون  $m_0$  می‌نامند تا آن را از "جرم نسبیتی" که به صورت  $m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$  تعریف می‌شود متمایز کنند. ما تصمیم گرفته‌ایم از جرم نسبیتی استفاده نکنیم، زیرا می‌تواند مفهومی گمراه‌کننده باشد. بنابراین هرگاه از جرم صحبت می‌کنیم همواره منظور ما جرم سکون است.

با دستکاری معادله‌های ۲-۳۲ و ۲-۳۸ رابطه مفیدی میان انرژی کل، تکانه، و انرژی سکون

به دست می‌آید:

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \quad (۲-۴۱)$$



شکل ۲۱-۲ یک یادیار مفید برای به خاطر سپردن رابطه میان  $E$ ،  $p$ ،  $K$ ، و  $E_0$ . توجه کنید که برای اینکه همه متغیرها دارای واحد انرژی باشند، باید از کمیت  $pc$  استفاده کرد.

در شکل ۲۱-۲ یادیار مناسبی برای به خاطر سپردن این رابطه آمده است که به صورت قضیه فیثاغورس برای اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه است.

وقتی یک ذره با سرعت نزدیک به سرعت نور (مثلاً،  $v > 0.99c$ )، در حرکت باشد، که اغلب در شتابدهنده‌های ذرات پرانرژی رخ می‌دهد، دارای انرژی جنبشی بسیار بیشتر از انرژی سکون خواهد بود؛ یعنی  $K \gg E_0$ . در این مورد، معادله ۲-۴۱ را می‌توان، با تقریب بسیار خوب، به صورت زیر نوشت

$$E \cong pc \quad (۲-۴۲)$$

این را تقریب نسبیتی فرین می‌نامند و اغلب برای محاسبه‌های ساده سودمند است. برای ذره‌های بدون جرم (مانند فوتونها یا نوترینوها)، معادله ۲-۴۱ به صورت زیر درمی‌آید

$$E = pc \quad (۲-۴۳)$$

همه ذرات بی‌جرم با سرعت نور حرکت می‌کنند؛ در غیر این صورت، با توجه به معادله‌های ۲-۳۶ و ۲-۳۸ انرژی جنبشی و انرژی کل آنها صفر خواهد بود.

مثال ۲-۱۲

انرژی جنبشی و انرژی کل نسبیتی یک پروتون ( $E_0 = 938 \text{ MeV}$ ) که با سرعت  $v = 0.86c$  حرکت می‌کند چقدر است؟

حل: در مثال ۲-۱۱ دریافتیم که تکانه این ذره  $p = 1580 \text{ MeV}/c$  است. انرژی را می‌توان از معادله ۲-۴۱ به دست آورد:

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} = \sqrt{(1580 \text{ MeV})^2 + (938 \text{ MeV})^2} = 1837 \text{ MeV}$$

انرژی جنبشی از معادله ۳۷-۲ به دست می آید:

$$K = E - E_0 = 1837 \text{ MeV} - 938 \text{ MeV} = 899 \text{ MeV}$$

این مسئله را می توان با یافتن انرژی جنبشی مستقیماً از معادله ۳۶-۲ نیز حل کرد.

مثال ۱۳-۲

سرعت و تکانه یک الکترون ( $E_0 = 0.511 \text{ MeV}$ ) با انرژی جنبشی  $10^6 \text{ MeV}$  را بیابید.

حل: انرژی کل برابر است با  $E = K + E_0 = 10^6 \text{ MeV} + 0.511 \text{ MeV} = 1.00511 \text{ MeV}$

می توان تکانه را از معادله ۴۱-۲ به دست آورد:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - (mc^2)^2} = \frac{1}{c} \sqrt{(1.00511 \text{ MeV})^2 - (0.511 \text{ MeV})^2} = 1.005 \text{ MeV}/c$$

توجه کنید که در این مسئله می توانستیم از تقریب نسبیتی فرین،  $p \cong E/c$  از معادله ۴۲-۲ استفاده کنیم.

خطایی که در این مورد مرتکب می شویم فقط ۱ درصد است.

سرعت را می توان با حل معادله ۳۸-۲ بر حسب  $v$  به دست آورد:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{0.511 \text{ MeV}}{1.00511 \text{ MeV}}\right)^2} = 0.99988 \quad (44-2)$$

مثال ۱۴-۲

در برخوردکننده خطی استانفورد، الکترونها تا انرژی جنبشی  $50 \text{ GeV}$  شتاب می گیرند. سرعت

چنین الکترونی را (الف) به صورت کسری از  $c$ ، و (ب) تفاوت آن با  $c$  به دست آورید. انرژی سکون

الکترون برابر است با  $0.511 \text{ MeV} = 0.511 \times 10^{-3} \text{ GeV}$ .

حل: (الف) ابتدا معادله ۳۶-۲ را بر حسب  $v$  حل می کنیم و به دست می آوریم

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + K/mc^2)^2}} \quad (45-2)$$

و در نتیجه

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + 50 \text{ GeV} / 0.511 \times 10^{-3} \text{ GeV})^2}} \\ = 0.999999999999948c$$

ماشین حسابها نمی‌توانند تا ۱۲ رقم بعد از اعشار را بدهند. در اینجا راهی برای اجتناب از این مشکل وجود دارد. می‌توان معادلهٔ ۲-۴۵ را به صورت  $v = c(1+x)^{1/2}$  حل کرد، که در آن  $x = -1/(1+K/mc^2)^2$  چون  $K \gg mc^2$  داریم  $x \ll 1$ ، و می‌توان با استفاده از بسط دو جمله‌ای نوشت  $v \approx c(1 + 1/2x)$ ، یا

$$v \approx c \left[ 1 - \frac{1}{2(1+K/mc^2)^2} \right]$$

که می‌دهد

$$v = c(1 - 5.2 \times 10^{-11})$$

که همان مقدار  $v$  است که در بالا به دست آمد.

(ب) از نتیجهٔ بالا، داریم

$$c - v = 5.2 \times 10^{-11} c = 0.16 \text{ m/s} = 1.6 \text{ cm/s}$$

### مثال ۲-۱۵

در فاصله‌ای برابر با شعاع مدار زمین ( $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ )، شدت تابش خورشید در حدود  $1.4 \times 10^2 \text{ W/m}^2$  است. آهنگ کاهش جرم خورشید را بیابید.

حل: اگر فرض کنیم که تابش خورشید به طور یکنواخت در سطحی به مساحت  $4\pi r^2$  از یک کره به شعاع  $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$  توزیع می‌شود، توان تابشی کل که از خورشید گسیل می‌شود برابر است با

$$4\pi(1.5 \times 10^{11} \text{ m})^2 (1.4 \times 10^2 \text{ W/m}^2) = 4.0 \times 10^{26} \text{ W} = 4.0 \times 10^{26} \text{ J/s}$$

از اصل پایستگی انرژی می‌دانیم که کاهش انرژی خورشید از طریق تابش را باید به حساب کاهش انرژی سکون متناظر با آن گذاشت. تغییر جرم متناظر با این تغییر انرژی سکون  $\Delta E$  برابر است با  $4.0 \times 10^{26} \text{ J}$  در هر ثانیه

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{4.0 \times 10^{26} \text{ J}}{9.0 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2} = 4.4 \times 10^9 \text{ kg}$$

جرم خورشید با آهنگ در حدود ۴ بیلیون کیلوگرم در ثانیه کم می‌شود! اگر این آهنگ ثابت بماند، خورشید (که جرم کنونی آن  $2 \times 10^{30} \text{ kg}$  است) "فقط" تا  $10^{13}$  سال دیگر خواهد درخشید. ■

## مثال ۱۶-۲

یک شتابدهنده باریکه‌ای از مزونهای  $K$ ی خنثی یا کائون ( $m_K c^2 = 498 \text{ MeV}$ ) با انرژی جنبشی  $325 \text{ MeV}$  تولید می‌کند. کائونی را در نظر بگیرید که به دو مزون پی یا پيون ( $m_\pi c^2 = 140 \text{ MeV}$ ) وامی‌باشد. انرژی جنبشی هر یک از پیونها را در حالت خاصی که در آن پیونها موازی یا پادموازی با جهت پیون اولیه حرکت می‌کنند بیابید.

حل: انرژی ذراتی که پس از واپاشی باقی می‌مانند را می‌توان با اعمال اصول پایستگی انرژی کل نسبیتی و تکانه به دست آورد. انرژی کل نسبیتی اولیه از معادله ۴۰-۲ برابر است با

$$E_K = K + m_K c^2 = 325 \text{ MeV} + 498 \text{ MeV} = 823 \text{ MeV}$$

تکانه اولیه را می‌توان از معادله ۴۱-۲ به دست آورد:

$$p_K c = \sqrt{E_K^2 - (m_K c^2)^2} = \sqrt{(823 \text{ MeV})^2 - (498 \text{ MeV})^2} = 655 \text{ MeV}$$

انرژی کل دستگاه نهایی متشکل از دو پیون برابر است با

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 \\ &= \sqrt{(p_1 c)^2 + (m_\pi c^2)^2} + \sqrt{(p_2 c)^2 + (m_\pi c^2)^2} = 823 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (46-2)$$

که با استفاده از پایستگی انرژی کل نسبیتی، آن را مساوی انرژی کل  $823 \text{ MeV}$  قرار داده‌ایم. بنابراین یک معادله برحسب دو تکانه مجهول  $p_1$  و  $p_2$  دویون داریم. برای یافتن یک معادله دیگر برحسب دو مجهول، پایستگی تکانه را به کار می‌بریم. تکانه نهایی دستگاه دویونی در امتداد باریکه  $p_1 + p_2$  است، و مساوی قرار دادن آن با تکانه اولیه  $p_K$  می‌دهد

$$p_1 c + p_2 c = p_K c = 655 \text{ MeV} \quad (47-2)$$

اکنون دو معادله برحسب دو مجهول  $p_1$  و  $p_2$  داریم. با حل معادله ۴۷-۲ برحسب  $p_2 c$  و قرار دادن این نتیجه در معادله ۴۶-۲، (پس از مقداری دستکاری جبری) یک معادله درجه دوم برای  $p_1 c$  به دست می‌آوریم، که می‌توان آن را با روشهای جبری استاندارد حل کرد و به دست آورد

$$p_1 c = 668 \text{ MeV} \quad \text{یا} \quad -13 \text{ MeV}$$

چون نشانهای ۱ و ۲ دویون اختیاری است، جواب معادله یک پیون با تکانه  $668 \text{ MeV}/c$   $p_1 =$  می‌دهد که موازی باریکه در حرکت است، در حالی که پیون دیگر در جهت مخالف با تکانه

$p_2 = -13 \text{ MeV}/c$  حرکت می‌کند. انرژیهای جنبشی متناظر را می‌توان با استفاده از معادله‌های ۳۷-۲ و ۴۱-۲ یافت، که می‌دهد

$$K = \sqrt{(pc)^2 + (m_\pi c^2)^2} - m_\pi c^2$$

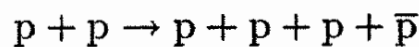
$$K_1 = \sqrt{(668 \text{ MeV})^2 + (140 \text{ MeV})^2} - 140 \text{ MeV} = 543 \text{ MeV}$$

$$K_2 = \sqrt{(-13 \text{ MeV})^2 + (140 \text{ MeV})^2} - 140 \text{ MeV} = 0.6 \text{ MeV}$$

این مسئله را می‌توان با تبدیل لورنتس به چارچوب مرجعی که در آن کائونها ساکن هستند (مسئله ۳۷) به روش دیگر نیز حل کرد. مثال بعد کاربرد دیگر این روش را نشان می‌دهد. ■

### مثال ۱۷-۲

پادپروتون  $\bar{p}$  (یک ذره با جرم سکونی برابر با جرم سکون پروتون،  $938 \text{ MeV}$  اما بار الکتریکی مخالف آن) در سال ۱۹۵۶ در واکنش زیر کشف شد



که در آن پروتونهای شتاب داده شده با هدفی از پروتونهای ساکن در آزمایشگاه برخورد می‌کردند. کمیته انرژی جنبشی لازم برای تولید واکنش را انرژی جنبشی آستانه می‌گویند، که برای آن ذرات نهایی مانند یک مجموعه واحد با یکدیگر حرکت می‌کنند (شکل ۲-۲۲). انرژی جنبشی آستانه برای تولید پاد پروتون را در این واکنش بیابید.

حل: این مسئله به لحاظ مفهومی عکس مثال قبلی است. در اینجا ذرات گرد هم می‌آیند و یک جسم مرکب تشکیل می‌دهند. ما یک روش دیگر را با حل مسئله در چارچوب مرکز تکانه توضیح می‌دهیم که در آن دو پروتون با تکانه‌های مساوی با علامت مخالف به یکدیگر نزدیک می‌شوند و یک ذره جدید ساکن تشکیل می‌دهند (شکل ۲-۲۳).

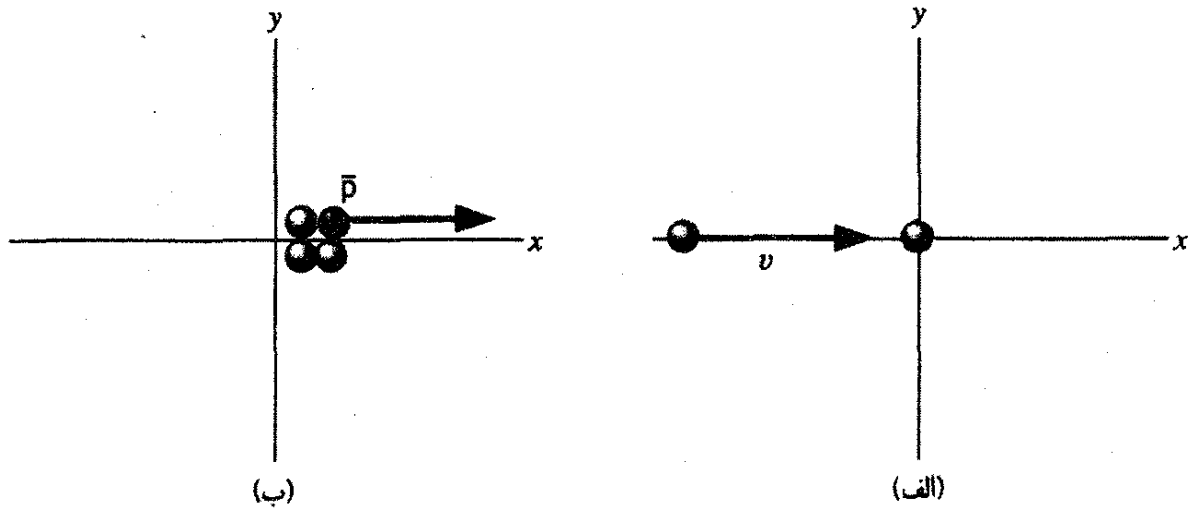
انرژی کل نهایی در چارچوب مرکز تکانه (ناظر  $O'$ )، برابر انرژی سکون محصولات واکنش است، که در حال سکون در این چارچوب تولید می‌شوند، بنابراین

$$E'_f = 4m_p c^2$$

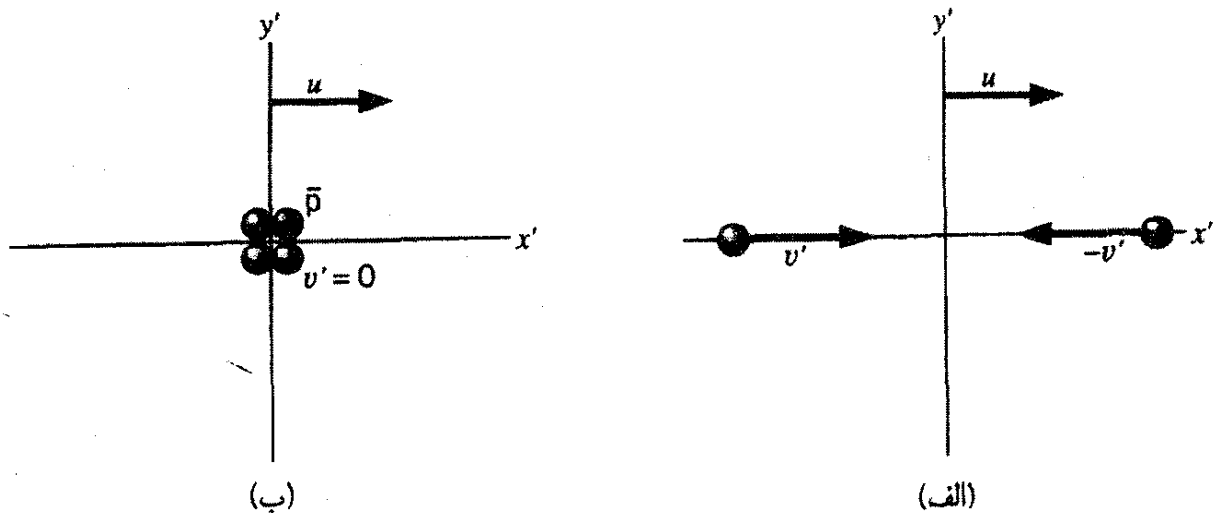
انرژی اولیه برابر است با مجموع انرژیهای کل دو پروتون نخستین:

$$E'_i = E'_1 + E'_2$$





شکل ۲۲-۲ مثال ۱۷-۲ (الف) یک پروتون که با سرعت  $v$  در حرکت است با پروتون دیگری که ساکن است برخورد می‌کند. (ب) در این واکنش سه پروتون و یک پاد پروتون تولید می‌شود، که به عنوان یک مجموعه واحد با هم حرکت می‌کنند.



شکل ۲۳-۲ مثال ۲۲-۲ از دیدگاه چارجوب مرجع مرکز تکانه (الف) دو پروتون که با سرعت‌های مساوی و در جهت‌های مخالف با یکدیگر برخورد می‌کنند. (ب) محصولات واکنش در حال سکون تشکیل می‌شوند.

پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که  $E'_1 = E'_2$  و چون انرژی‌های  $E'_1$  و  $E'_2$  در چارجوب  $O'$  برابرند، داریم

$$E'_1 = E'_2 = \frac{1}{2} E'_T = 2m_p c^2$$

اندازه سرعت هر یک از پروتون‌های برهم‌کنش کننده در چارجوب  $O'$  را می‌توان با حل معادله ۳۸-۲

برحسب  $v/c$  به دست آورد، که می دهد

$$\frac{v'}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{m_p c^2}{E'}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

اکنون با یک تبدیل لورنتس و استفاده از این سرعت به عنوان سرعت تبدیل به دستگاه آزمایشگاه برمی گردیم، که یکی از پروتونها را ساکن می سازد و به دیگری سرعت  $v$  می دهد. معادله های تبدیل از چارچوب  $O'$  به چارچوب  $O$  عکس آنهایی است که در معادله  $28-2$  داده شده اند. با حذف شاخص پایین  $x$  از معادله  $28-2$  الف و حل آن برحسب  $v$ ، (با استفاده از  $v' = c\sqrt{3/4}$  و  $u = c\sqrt{3/4}$ ) به دست می آوریم

$$v = \frac{v' + u}{1 + uv'/c^2} = \frac{2c\sqrt{3/4}}{1 + (\sqrt{3/4})^2} = \frac{4\sqrt{3}}{7}c$$

این مقدار سرعت پروتون فرودی در چارچوب آزمایشگاه است. انرژی کل آن را می توان از معادله  $28-2$  یافت:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - (4\sqrt{3}/7)^2}} = 7m_p c^2$$

و انرژی جنبشی آستانه برابر است با

$$K = E - m_p c^2 = 6m_p c^2 = 6(938 \text{ MeV}) = 5628 \text{ MeV} = 5.628 \text{ GeV}$$

شتابدهنده بواترون در آزمایشگاه لارنس برکلی به منظور انجام این آزمایش طراحی شده بود، به طوری که بتواند باریکه ای از پروتونها با انرژی بیش از  $5.6 \text{ GeV}$  تولید کند. کشف پادپروتون در این واکنش با اعطای جایزه نوبل ۱۹۵۹ به امیلیو سگره و اوئن چمبرلین گرامی داشته شد. ■

## ۸-۲ آزمونهای تجربی نسبیت خاص

چون نسبیت خاص انحرافی بنیادی از مفاهیم فضا و زمان را در فیزیک کلاسیک ایجاد می کند، انجام آزمونهای تجربی مفصلی که بتواند تفاوت پیش بینیهای نسبیت خاص و فیزیک کلاسیک را به روشنی بیان کند حائز اهمیت است. از زمان طرح این نظریه تاکنون، آزمونهای زیادی با دقت هرچه بیشتر انجام شده و در تمامی آنها پیش بینیهای نسبیت خاص تأیید شده است. در اینجا تعدادی از این آزمونها را مطالعه می کنیم.

## عمومیت سرعت نور

بنابر دومین اصل موضوع نسبیت سرعت نور برای تمام ناظرها دارای مقدار یکسان  $c$  است. این موضوع به چند آزمون تجربی منجر می‌شود که دوتای آنها را بررسی می‌کنیم: (۱) آیا سرعت نور با تغییر جهت حرکت تغییر می‌کند؟ (۲) آیا سرعت نور با حرکت نسبی چشمه و ناظر تغییر می‌کند؟

آزمایش مایکلسون - مورلی یک آزمون از نوع اول است. در این آزمایش سرعت‌های نور در خلاف جهت حرکت، در جهت حرکت، و عمود بر جهت حرکت با هم مقایسه و نتیجه گرفته می‌شود که در محدوده خطای آزمایش این سرعتها باهم برابرند. همچنین می‌توان گفت که این آزمایش نشان داد که هیچ چارچوب مرجع ممتازی (هیچ اتری) که سرعت نور نسبت به آن اندازه‌گیری شود، وجود ندارد. اگر اتر وجود داشته باشد، سرعت زمین در آن کمتر از  $5 \text{ km/s}$  است، که از سرعت حرکت مداری زمین به دور خورشید،  $30 \text{ km/s}$ ، بسیار کوچکتر است. می‌توان این نتیجه را به صورت اختلاف  $\Delta c$  میان سرعت‌های در خلاف جهت حرکت - در جهت حرکت و عمود بر جهت حرکت نور بیان کرد؛ در این آزمایش معلوم شد که  $\Delta c/c < 3 \times 10^{-10}$ .

برای آشتی دادن نتیجه آزمایش مایکلسون - مورلی و فیزیک کلاسیک، لورنتس فرضیه "کشش اتر" را پیشنهاد کرد که بنابر آن حرکت زمین در اتر یک کشش الکترومغناطیسی تولید و این کشش بازوی تداخل‌سنج را در جهت حرکت منقبض می‌کند. این انقباض درست به اندازه‌ای بود که اختلاف زمانهای در جهت حرکت - در خلاف جهت حرکت و عمود بر جهت حرکت را که تبدیل گالیله پیش‌بینی کرده بود خنثی می‌کرد. این فرضیه تنها هنگامی موفق بود که طول دو بازوی تداخل‌سنج برابر باشند. برای آزمودن این فرضیه، کندی و تورندایک آزمایش مشابهی را در سال ۱۹۳۲ انجام دادند؛ در این آزمایش، طول دوبازو در حدود  $16 \text{ cm}$  تفاوت داشتند، که بیشینه طولی است که در آن چشمه‌های نور موجود در آن زمان می‌توانستند هم‌دوس بمانند، نتیجه آزمایش آنها  $\Delta c/c < 3 \times 10^{-8}$  بود، که فرضیه انقباض لورنتس را به عنوان توجیه آزمایش مایکلسون - مورلی منتفی ساخت.

در سالهای اخیر، این آزمایشهای بنیادی با استفاده از لیزر به عنوان چشمه‌های نور با دقت قابل ملاحظه‌ای تکرار شده‌اند. آزمایشگران در انستیتوی مشترک برای آزمایشگاه اخترفیزیک در بولدر کلرادو، وسیله‌ای متشکل از دو لیزر He-Ne ساختند که بر روی یک سکوی سنگ خارای چرخان قرار داشت. آنها با پایدار کردن لیزرها از طریق الکترونیکی، حساسیت لیزر را چند مرتبه بزرگی بهبود بخشیدند. مجدداً با بیان نتیجه به صورت اختلاف میان سرعتها در امتداد دو بازوی دستگاه، مقدار  $\Delta c/c < 8 \times 10^{-15}$  به دست آمد که ۵ مرتبه بزرگی از نتیجه اولیه آزمایش

مایکلسون - موری بهتر است. کندی - تورندایک، در یک آزمایش مشابه، با استفاده از لیزرهای He-Ne، مقدار  $\Delta c/c < 1 \times 10^{-10}$  را به دست آوردند، که با ضریب  $300$  از آزمایش اصلی بهتر بود.<sup>۱</sup>

اکنون به بررسی نوع دوم آزمونهای اصل موضوع دوم می پردازیم. آیا سرعت نور با حرکت نسبی چشمه و ناظر تغییر می کند؟ بنا بر نسبیت خاص همه ناظرها یک مقدار برای  $c$  اندازه می گیرند. برای آزمودن این پیش بینی، باید سرعت باریکه نوری را که یک چشمه متحرک گسیل می کند اندازه بگیریم. فرض کنید ما این باریکه را در راستای حرکت چشمه متحرک مشاهده می کنیم که ممکن است به طرف ما بیاید یا از ما دور شود. در چارچوب سکون چشمه، نور گسیل شده با سرعت  $c$  حرکت می کند. می توانیم سرعت نور در چارچوب مرجعمان را به صورت  $c' = c + \Delta c$  بیان کنیم، که در آن  $\Delta c$  بنا بر نسبیت خاص صفر است ( $c = c'$ ) و یا بنا به فیزیک کلاسیک  $\pm u$  است (در تبدیل گالیله، بسته به اینکه حرکت به طرف ناظر و یا در جهت دور شدن از او باشد  $c' = c \pm u$  است). یک آزمایش از این نوع مطالعه پرتوهای  $x$  گسیل شده از یک تپ اختر دوتایی، یک چشمه تپنده سریع از پرتوهای  $x$  در مدار حول ستاره دیگر، است که با چرخش در مدارش باعث گرفتگی تپ اختر می شود. اگر سرعت نور (در این مورد پرتوهای  $x$ ) با حرکت تپ اختر ابتدا به طرف زمین و سپس در جهت دور شدن از آن در مدارش تغییر می کرد، فاصله زمانی آغاز و پایان گرفتگی از نقطه میانی آن یکسان نمی بود. این اثر هرگز مشاهده نشده است، و با توجه به این نوع رصدها نتیجه گرفته ایم که  $\Delta c/c < 2 \times 10^{-12}$ ، که با پیش بینیهای نسبیت خاص سازگار است. این آزمایشها در  $u/c = 10^{-3}$  انجام شده است.<sup>۲</sup>

در آزمایش دیگری از این نوع، واپاشی مزونهای پی (پیونها) به پرتوهای گاما (نوعی از امواج الکترومغناطیسی که با سرعت  $c$  حرکت می کند) مشاهده شد. پیونها (که در آزمایشگاهها توسط شتابدهنده های بزرگ تولید می شوند) این پرتوهای گاما را هنگامی گسیل می کنند که خود با سرعت نزدیک به سرعت نور، نسبت به آزمایشگاه، در حرکت اند. بنابراین اگر نسبیت گالیله معتبر بود، انتظار داشتیم که سرعت پرتوهای گامای گسیل شده در جهت حرکت پیونها واپاشنده (که خود با سرعت  $c'$  در آزمایشگاه حرکت می کنند) به جای  $c$  که نسبیت خاص پیش بینی می کند تقریباً  $2c$  باشد. سرعت این پرتوهای گاما در آزمایشگاه در آزمایشی که در آن پیونها واپاشنده با  $u/c = 0.99975$  حرکت می کردند برابر بود با  $10^8 \text{ m/s} (2.9977 \pm 0.0004)$ . این نتایج همان طور که از نسبیت خاص انتظار می رود نشان می دهند که  $\Delta c/c < 2 \times 10^{-4}$  و  $c' = c$ . این آزمایش

1. A. Brillet and J. L. Hall, *Physical Review Letters*, **42**, 549 (1979), D. Hils and J. L. Hall, *Physics Review Letters*, **64**, 1697 (1990).

2. K. Brecher, *Physical Review Letters*, **39**, 1051 (1977).

نشان می‌دهد که جسمی که نسبت به آزمایشگاه با سرعت تقریباً  $c$  در حرکت است. "نوری" گسیل می‌کند که سرعت آن هم نسبت به جسم و هم نسبت به آزمایشگاه برابر  $c$  است، که این خود گواه بارزی بر درستی اصل موضوع دوم اینشتین است.<sup>۱</sup>

### اتساع زمان

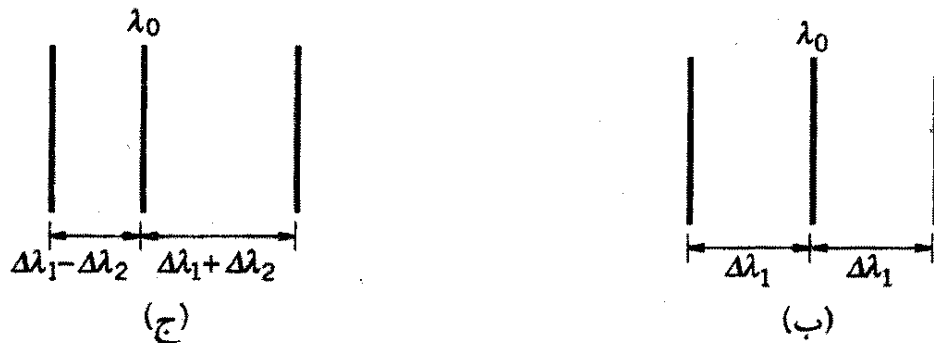
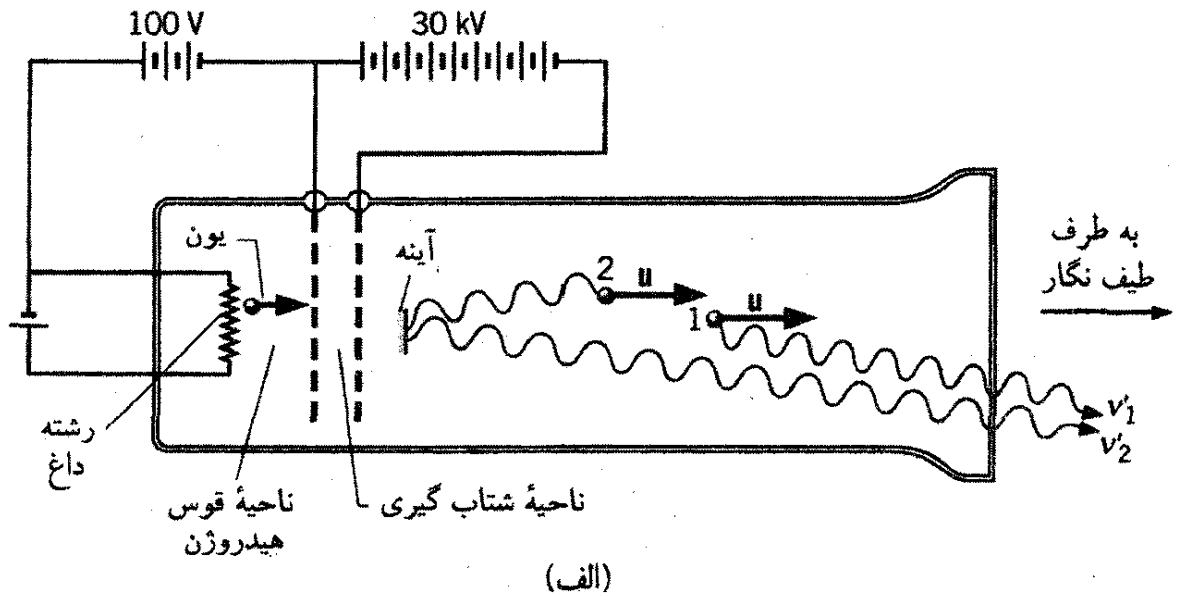
قبلاً درباره اثر اتساع زمان بر واپاشی موثونهایی که پرتوهای کیهانی تولید می‌کنند بحث کردیم. واپاشی موثون را می‌توان در آزمایشگاه نیز بررسی کرد. موثونها را می‌توان بر اثر برخورد در شتابدهنده‌های پرنرژی تولید، و واپاشی آنها را با مشاهده محصولات واپاشی (الکترونهای معمولی) دنبال کرد. این موثونها را هم می‌توان به دام انداخت تا در حال سکون واپاشی کنند، و هم می‌توان آنها را در یک باریکه قرار داد تا در حال حرکت واپاشند. وقتی موثونها در حال سکون مشاهده شوند، طول عمر واپاشی آنها  $2.198 \mu s$  است. (چنانکه در فصل ۱۲ خواهیم دید، واپاشی معمولاً تابع یک قانون نمایی است. طول عمر مدت زمانی است که پس از آن کسر  $1/e = 0.368$  از موثونهای اولیه باقی می‌ماند.) این مقدار ویژه طول عمر است که در چارچوب مرجعی که موثون در آن ساکن است اندازه‌گیری می‌شود. در یک آزمایش به خصوص، موثونها در یک حلقه به دام افتادند و با تکانه  $p = 3094 \text{ MeV}/c$  در آن به گردش درآمدند. واپاشیهای در حال حرکت با طول عمر  $64.37 \mu s$  (در چارچوب مرجع آزمایشگاه) به وقوع می‌پیوندند. معادله  $2-8$  برای موثونهای با این تکانه، طول عمر اتساع یافته  $64.38 \mu s$  (مسئله ۳۸) را می‌دهد، که با مقدار اندازه‌گیری شده به خوبی سازگار است و اثر اتساع زمان را تأیید می‌کند.<sup>۲</sup>

آزمایش مشابه دیگری با پیونها انجام و معلوم شده که ویژه طول عمر، پیونهای ساکن برابر  $26.0 \text{ ns}$  است. در یک آزمایش، پیونهای متحرک با  $u/c = 0.913$  مشاهده شدند و طول عمر آنها  $63.7 \text{ ns}$  اندازه‌گیری شد (پیونها به موثونها وامی‌باشند، بنابراین می‌توانیم واپاشی پرتوزای نمایی پیونها را با مشاهده موثونهای گسیل شده بر اثر واپاشی دنبال کنیم.) برای پیونهایی که با این سرعت در حرکت اند، طول عمر اتساع یافته با مقدار اندازه‌گیری شده دقیقاً سازگار است، که باز هم اثر اتساع زمان را تأیید می‌کند.<sup>۳</sup>

### اثر دوپلر

اثر دوپلر نسبیتی را اولین بار آزمایشهایی تأیید کرد که ایوز و استیلول در سال ۱۹۳۸ انجام دادند. آنها باریکه‌ای از اتمهای هیدروژن را، که در تخلیه‌گازی تولید شده بود، مانند شکل ۲-۲۴ با سرعت

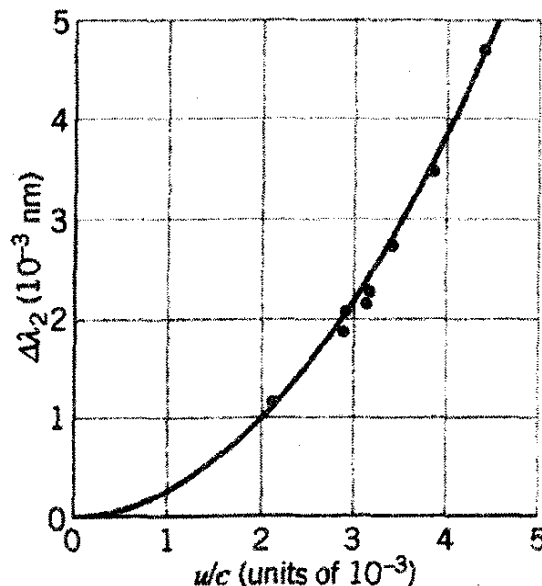
1. T. Alvager, et al, *Physics Letters*, **12**, 260 (1964).
2. J. Bailey, et al, *Nature*, **268**, 301 (1977).
3. D. S. Ayres, et al, *Physical Review*, **D 3**, 1051 (1971).



شکل ۲-۲۴ (الف) دستگاهی که در آزمایش ایوز و استیلول به کار رفت. (ب) طیف خطی پیش‌بینی شده از اثر دوپلر کلاسیکی. (ج) طیف خطی که با توجه به اثر دوپلر نسبیتی انتظار می‌رود.

به داخل یک لامپ فرستادند. آنها می‌توانستند نور گسیل شده از اتمها را در جهت موازی با  $u$  (اتم ۱) و در خلاف  $u$  (اتم ۲، که از آینه بازتابیده است) به طور همزمان مشاهده کنند. برای عکسبرداری از خطهای طیفی مشخصه این اتمها از یک طیف‌نگار استفاده کردند، و همان صفحه عکاسی را برای عکسبرداری از اتمهای ساکن نیز به کار بردند. اگر فرمول دوپلر کلاسیک معتبر بود، طول موج خطهای گسیل شده از اتمهای ۱ و ۲ در بازه‌های متقارن  $\Delta\lambda_1 = \pm \lambda_0 (u/c)$  در دو طرف خط حاصل از اتمهای ساکن (طول موج  $\lambda_0$ ) قرار می‌گرفتند. از طرف دیگر، فرمول دوپلر نسبیتی، باعث یک جابه‌جایی اضافی کوچک نامتقارن  $\Delta\lambda_2 = \pm (1/2) \lambda_0 (u/c)^2$  می‌شود (که برای  $u \ll c$  محاسبه شده است، به طوری که جمله‌ها در مرتبه بالای  $u/c$  را می‌توان نادیده گرفت). شکل ۲-۲۵ نتایج ایوز و استیلول را برای یکی از خطهای هیدروژن نشان می‌دهد (خط آبی سری بالمر در  $\lambda_0 = 486 \text{ nm}$ ). سازگاری میان مقادیر مشاهده شده و آنچه فرمول نسبیتی پیش‌بینی می‌کند تحسین برانگیز است.

آزمایشهای اخیر با استفاده از لیزر فرمول نسبیتی را با دقت بیشتری تأیید کرده است. این آزمایشها مبتنی بر جذب نور لیزر توسط یک اتم هستند؛ وقتی تابش جذب می‌شود، اتم از پایینترین



شکل ۲-۲۵ نتایج آزمایش ایوز-استیلول. بنا به نظریه کلاسیک،  $\Delta\lambda_2 = 0$ ، در حالی که بنا بر نسبیت خاص  $\Delta\lambda_2$  تابع  $(u/c)^2$  است.

حالت انرژی (حالت پایه) به یکی از حالت‌های برانگیخته می‌رود. این آزمایش اساساً طول موج لازم برای برانگیختن آنها از حالت سکون را با طول موجی که برای برانگیزش آنها متحرک ضروری است مقایسه می‌کند. در یک آزمایش از یک باریکه اتم‌های هیدروژن با انرژی جنبشی  $800 \text{ MeV}$  (متناظر با  $u/c = 0.84$ ) که در یک شتابدهنده پرنرژی پروتون تولید شده بود استفاده شد. یک لیزر فرابنفش برای برانگیختن آنها به کار رفت. در این آزمایش اثر دوپلر نسبیتی با دقت حدود  $3 \times 10^{-4}$  تأیید شد.<sup>۱</sup> در آزمایش دیگر، یک باریکه از اتم‌های نئون که با سرعت  $u = 0.36c$  حرکت می‌کرد تحت تابش نور یک لیزر رنگی قابل تنظیم قرار گرفت. در این آزمایش نیز انتقال دوپلر نسبیتی با دقت  $2 \times 10^{-6}$  تأیید شد.<sup>۲</sup>

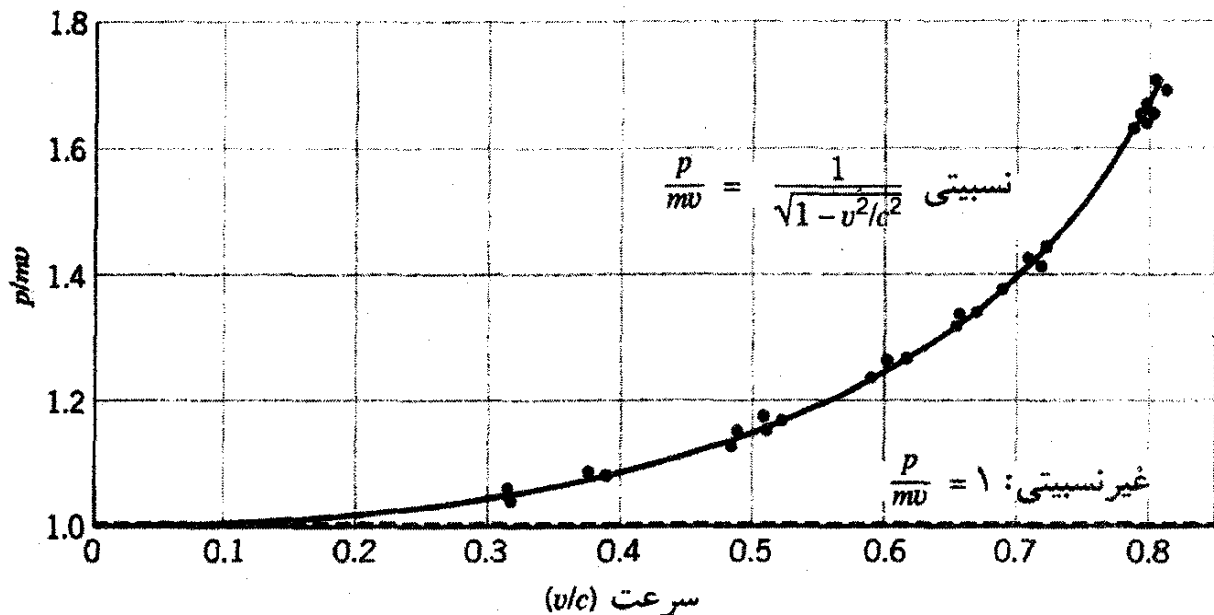
### تکانه و انرژی نسبیتی

تقریباً هر بار که یک فیزیکدان هسته‌ای یا متخصص ذرات بنیادی به آزمایشگاه می‌رود، یک آزمون مستقیم یا غیرمستقیم درباره رابطه انرژی و تکانه در نسبیت خاص انجام می‌شود. در طراحی شتابدهنده‌های پرنرژی که فیزیکدانان هسته‌ای و ذرات بنیادی به کار می‌برند باید از اصول نسبیت خاص استفاده کرد، بنابراین وجود همین طرح‌های ساختمانی موفق، گواه اعتبار فرمول‌های نسبیت خاص است.

این رابطه‌ها درست چند سال پس از انتشار مقاله ۱۹۰۵ اینشتین برای اولین بار به طور مستقیم تأیید شدند. در بعضی فرایندهای واپاشی (واپاشی بتازای هسته‌ای، که در فصل ۱۲ بررسی

1. D. W. MacArthur, et al, *Physical Review Letters*, **56**, 282 (1986).

2. R. W. McGowan, et al, *Physics Review Letters*, **70**, 251 (1993).



شکل ۲-۲۶ نسبت  $p/mv$  برای الکترونها در سرعتهای مختلف رسم شده است. این داده‌ها با نتیجه نسبیتی سازگارند و هیچ توافقی با نتیجه غیرنسبیتی ( $p/mv = 1$ ) ندارند.

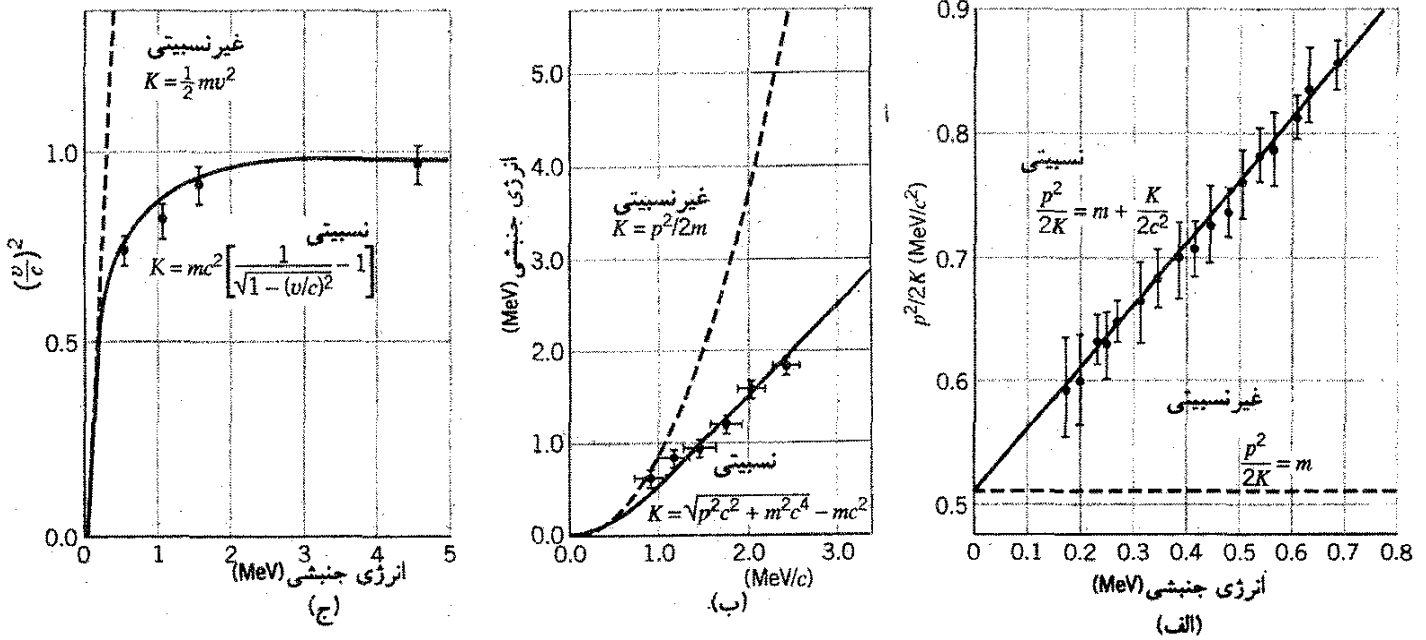
می‌شود) تکانه و سرعت الکترونها پرانرژی به طور همزمان اندازه‌گیری شده‌اند. شکل ۲-۲۶ نتایج چند بررسی متفاوت را نشان می‌دهد که برحسب  $p/mv$  رسم شده است، و مقدار آن بنا بر فیزیک کلاسیک باید برابر یک باشد. این نتایج با فرمول نسبیتی سازگار و با فرمول کلاسیک ناسازگار است. توجه کنید که فرمولهای نسبیتی و کلاسیک در سرعتهای کم نتیجه یکسان می‌دهند، و در واقع در سرعتهای کمتر از  $10^8$  متری در ثانیه نمی‌توان این دو را از یکدیگر تمیز داد، و به همین دلیل این اثرها در آزمایش با وسایل معمولی در آزمایشگاه قابل مشاهده نیستند.

آزمایشهای جدیدتر، که در آنها انرژیهای جنبشی الکترونها سریع اندازه‌گیری شده است. در شکل ۲-۲۷ نشان داده شده‌اند. در اینجا نیز داده‌ها در سرعتهای زیاد با نسبت خاص سازگار و با معادله‌های کلاسیکی ناسازگارند.

### پارادوکس دوقلوها

اگرچه نمی‌توان آزمایشی ترتیب داد تا پارادوکس دوقلوها را آن طور که توصیف کردیم بیازماید، اما انجام آزمایش هم‌ارز آن امکان‌پذیر است. دو ساعت را در آزمایشگاه برمی‌داریم و آنها را به دقت همزمان می‌کنیم. سپس یکی از ساعتها را در هواپیما می‌گذاریم و آن را دور زمین به پرواز درمی‌آوریم. وقتی ساعت را به آزمایشگاه برمی‌گردانیم و دو ساعت را با هم مقایسه می‌کنیم، اگر نسبت خاص صحیح باشد، انتظار داریم که ساعتی که آزمایشگاه را ترک کرده است "جوانتر" باشد - یعنی تیکهای کمتر زده و از دوقلوی مانده در آزمایشگاه خود عقبتر باشد. در این آزمایش، برای اندازه‌گیری اختلاف زمان میان دو ساعت که فقط در حدود  $10^{-7}$  s است، از ساعت‌های بسیار





شکل ۲۷-۲ تأیید رابطه‌های انرژی جنبشی نسبیتی در (الف) و (ب) تکانه و انرژی الکترونی ناشی از واپاشی پرتوزا همزمان اندازه‌گیری شده است. در این آزمایش مستقل، داده‌ها به روشهای متفاوت رسم شده‌اند، اما نتایج به روشنی با رابطه نسبیتی سازگار و با رابطه‌های غیرنسبیتی کلاسیک سازگاری ضعیفی دارند. در (ج) الکترونها در یک میدان الکتریکی قوی، (تا ۴٫۵ میلیون ولت، طبق شکل) تا یک انرژی ثابت شتاب داده شده‌اند و سرعت الکترونها با اندازه‌گیری زمان پرواز آنها در مسافت ۸٫۴ m اندازه‌گیری شده است. توجه کنید که در انرژی جنبشی کم ( $K \ll mc^2$ )، رابطه‌های نسبیتی و غیرنسبیتی یکسان می‌شوند.

دقیق مبتنی بر ارتعاشهای اتمی سزیم استفاده می‌کنیم. چند عامل که همه آنها را می‌توان به دقت محاسبه کرد موجب پیچیدگی این آزمایش می‌شود. زمین در حال دوران یک چارچوب لخت نیست (یک شتاب مرکزگرا وجود دارد)، ساعت‌های روی زمین به واسطه دوران زمین در حرکت‌اند، و نظریه نسبیت عام پیش‌بینی می‌کند که با تغییر ارتفاع هواپیما هنگام پرواز، ساعت متحرک تحت تأثیر میدان گرانشی متغیر قرار می‌گیرد، و در نتیجه آهنگ کار آن تغییر می‌کند. در این آزمایش، همانند آزمایشهای دیگری که مورد بحث قرار دادیم، نتایج با پیش‌بینیهای نسبیت خاص کاملاً سازگارند.<sup>۱</sup> در آزمایشی مشابه، یک ساعت اتمی سزیم که در یک شاتل فضایی حمل می‌شد با یک ساعت سزیم دیگر بر روی زمین، از طریق ارتباط رادیویی میان شاتل و ایستگاه زمینی، مقایسه شد. در ارتفاع مداری ۳۲۸ km، شاتل با سرعت حدود ۷۷۱۲ m/s، یا  $c \times 10^{-5} \times 2.5$  در حرکت است. ساعت در حرکت است با این سرعت با ضریب اتساع زمان از ساعت مشابه در حال سکون کندتر کار می‌کند. در سرعت کم ( $u \ll c$ ) می‌توانیم اختلاف میان آهنگ کار ساعتها را تقریباً به صورت  $u^2/c^2$  یا  $(1/2) \times 10^{-10} \times 3.30$  بنویسیم. ساعتی که در مدار است در هر ثانیه ۳۳ ps از دست

1. J. C. Hafele and R. E. Keating, *Science*, **177**, 166 (1972).

می‌دهد؛ که معادل  $1.8 \mu\text{s}$  به ازای هر مدار است. این بازه‌های زمانی را می‌توان با دقت زیاد اندازه گرفت و این عدم تقارن پیش‌بینی شده در گذر عمر با دقت حدود ۱۰ درصد تأیید شده است.<sup>۱</sup>

### پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

نسبیت خاص شاید بیش از هر رشته علمی دیگری موضوع کتابهای عامه فهم، و غیر ریاضی بوده است. در اینجا چند کتاب آمده است که می‌توانید آنها را برای سرگرمی بخوانید و اطلاعاتی در این زمینه به دست آورید:

L. Barnett, *The Universe and Dr. Einstein* (New York, Time Inc., 1962).  
G. Gamow *Mr. Tompkins in Paperback*, (Cambridge Cambridge University Press, 1967).

در کتاب بالا استاد نوشته‌های علمی مردم‌پسند ما را با یک سفر تخیلی به جهانی می‌برد که در آن  $c$  به اندازه‌ای کوچک است که اثرهای نسبیت خاص بسیار عادی است

L. Marder, *Time and Space Traveler* (Philadelphia, University of Pennsylvania Press, 1971).

B. Russell, *The ABC of Relativity* (New York, New American Library, 1958).

J. T. Schwartz, *Relativity in Illustrations* (New York, New York University Press, 1962.)

سایر کتابهای مربوط به آشنایی با نسبیت، که از این کتاب کاملترند و چندان مشکلتر هم نیستند عبارت‌اند از:

A. P. French, *Special Relativity* (New York, Norton, 1968).

R. Resnick, *Introduction to Special Relativity* (New York, Macmillan, 1992).

R. Resnick and D. Halliday, *Basic Concepts in Relativity* (New York, Macmillan, 1992).

برای بحث درباره ظاهر اجسامی که با سرعت نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کنند نگاه کنید به:

V. T. Weisskopf "The visual appearance of rapidly moving objects."  
*Physics Today*, September, 1960.

I. Peterson, "Space-Time odyssey" *Science News*, 137, 222 (April 14, 1990).

---

1. E. Sappl, *Naturwissenschaften*, 77, 325 (1990).

بعضی کتابهای مفید دیگر عبارت‌اند از:

L. B. Okun, "The concept of mass," *Physics Today*, June 1989, 31.

این مقاله به مطالعه تاریخچه مفهوم "جرم نسبیتی" و ارتباط میان جرم و انرژی سکون می‌پردازد.

C. Swartz, "Reference Frames and Relativity," *The Physics Teacher*, September 1989, 437.

این مقاله عمدتاً به توصیف کلاسیک چارچوبهای مرجع لخت و غیر لخت می‌پردازد.

R. Baierlein, "Teaching  $E = mc^2$ ", *The Physics Teacher*, March 1941, 170,

این مقاله درباره بعضی برداشتهای غلط متداول در مورد جرم و انرژی در نسبیت خاص بحث می‌کند.

سرانجام، کتابی لذت‌بخش و منحصر به فرد در مورد نسبیت خاص؛ دقیق و سرگرم کننده، با تمام پارادوکسهایی که ممکن است تصور کنید، با توصیفها و نمودارهای دقیق، با مثالهای حل شده بسیار:

E. F. Taylor and J. A. Wheeler, *Spacetime Physics*, 2nd ed (New York, Freeman, 1992).

### پرسشها

۱. معنی اصطلاح "نسبیت" را، با بیان خود، توضیح دهید؟ آیا نظریه‌های مختلف نسبیت وجود دارد؟

۲. فرض کنید دو ناظر و صخره‌ای که در اولین بند بخش ۱-۲ توصیف شد در فضای میان ستاره‌ای منزوی شده‌اند. درباره برداشتهای مختلف این دو ناظر از حرکت صخره بحث کنید. آیا آزمایشی وجود دارد که آنها با انجام آن بتوانند بگویند که صخره، به مفهوم مطلق، در حرکت است یا نه؟

۳. وضعیت شکل ۲-۲ را از دیدگاه چارچوب مرجع  $O'$  توصیف کنید.

۴. آیا آزمایش مایکلسون - مورلی نشان می‌دهد که اثر وجود ندارد یا اینکه وجود آن واقعاً غیر ضروری است؟

۵. فرض کنید تیغه‌های یک قیچی باغبانی چند مرتبه بزرگی از دسته‌های آن بلندتر باشد. در واقع تیغه‌ها آنقدر بلندند که وقتی دسته‌ها را با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  به حرکت درمی‌آوریم، سرعت

- مماسی نقطه واقع در نوک تیغه برابر  $v = \omega r$  و بزرگتر از سرعت نور می‌شود. آیا این موضوع با نسبیت خاص ناسازگار است؟ پاسخ خود را توجیه کنید.
۶. نور در آب با سرعت  $2.25 \times 10^8$  m/s حرکت می‌کند. آیا یک ذره می‌تواند در آب با سرعت بیشتر از  $2.25 \times 10^8$  m/s حرکت کند؟
۷. آیا ذراتی وجود دارد که بتوانند با سرعت نور حرکت کنند؟ با توجه به معادله  $\lambda - 2$  این ذرات باید چه ویژگی داشته باشند؟
۸. چگونه نسبیت، مختصات فضا و زمان را در فضا-زمان ترکیب می‌کند؟
۹. اینشتین نظریه نسبیت را هنگامی مطرح کرد که نتوانست مجسم کند ناظری که همراه با یک باریکه نور با سرعت  $c$  در حرکت است نور را چگونه می‌بیند. چرا تجسم این موضوع تا این اندازه مشکل است؟
۱۰. اصطلاحهای اتساع زمان و انقباض طول را به بیان خود شرح دهید.
۱۱. آیا اندازه قرص ماه برای یک مسافر فضایی که با سرعت  $v = 0.99c$  به آن نزدیک می‌شود و کسی که در همان مکان مسافر، ساکن است، تفاوت دارد؟
۱۲. بنا به اثر اتساع زمان، متوسط عمر کسی که در استوا زندگی می‌کند از متوسط عمر کسی که ساکن قطب شمال است بیشتر است یا کمتر؟ چقدر؟
۱۳. استدلال زیر را نقد کنید. "این راهی برای حرکت با سرعت بیش از سرعت نور است. فرض کنید که فاصله یک ستاره از ما  $10^6$  سال نوری است. رفت و برگشت یک علامت رادیویی که از زمین گسیل می‌شود به این ستاره  $20^6$  سال به طول می‌انجامد. اگر بخواهیم در یک موشک با سرعت  $v = 0.8c$  به این ستاره سفر کنیم، این فاصله با ضریب  $\sqrt{1 - (0.8)^2}$  به  $6^6$  سال نوری کاهش می‌یابد و با این سرعت مسافت به آنجا  $7.5^6 = (6^6 \text{ سال نوری}) / (0.8c) = 7.5^6$  سال طول می‌کشد. سفر رفت و برگشت فقط  $15^6$  سال طول می‌کشد، و در نتیجه ما از نور که سفرش  $20^6$  سال به طول می‌انجامد سریعتر حرکت می‌کنیم."
۱۴. آیا می‌توان ساعتهایی را که نسبت به هم در حرکت‌اند همزمان کرد؟ سعی کنید روشی برای انجام این کار ابداع کنید. چه ناظری فکر می‌کند که ساعتها همزمان‌اند؟
۱۵. فرض کنید رویداد  $A$  علت وقوع رویداد  $B$  است. به نظر یک ناظر، رویداد  $A$  قبل از  $B$  اتفاق می‌افتد. آیا ممکن است که در چارچوب مرجع دیگری رویداد  $B$  قبل از  $A$  به وقوع پیوندد؟ بحث کنید.
۱۶. آیا جرم در فیزیک کلاسیک یک کمیت پایسته است؟ در نسبیت خاص چطور؟
۱۷. "در نسبیت خاص، جرم و انرژی هم‌ارزند." درباره این گزاره بحث کنید و مثال بیاورید.

۱۸. کدام یک سنگینترند: یک جسم در دمای کم یا همان جسم در دمای زیاد؟ یک فنر با طول طبیعی یا همان فنر وقتی متراکم است؟ یک محفظه گاز در فشار کم یا در فشار زیاد؟ یک خازن باردار یا همان خازن بدون بار؟

۱۹. آیا یک برخورد می تواند در یک چارچوب مرجع کشسان و در چارچوب دیگر ناکشسان باشد؟  
۲۰. (الف) اگر یک قانون تبدیل نسبیتی برای بار الکتریکی وجود داشت، کدام یک از ویژگیهای طبیعت تغییر می کرد؟ (ب) چه آزمایشهایی می توان انجام داد تا ثابت شود که بار الکتریکی با سرعت تغییر نمی کند؟

### مسائل

۱. جابه جایی یک فریز در آزمایش مایکلسون - مورلی متناظر است با تغییر زمان رفت و برگشت نور در امتداد یک بازوی تداخل سنج به اندازه یک دوره ارتعاش (در حدود  $s \cdot 10^{-15} \times 2$ ) وقتی دستگاه به اندازه  $90^\circ$  می چرخد. بر مبنای نتایج مثال ۲-۳، از جابه جایی یک فریز چه سرعتی برای حرکت در اثر به دست می آید؟ (طول بازوی تداخل سنج را ۱۱ متر در نظر بگیرید.)

۲. فاصله نیویورک تا لوس آنجلس در حدود  $5000$  کیلومتر است و در حدود  $5^\circ$  ساعت طول می کشد تا اتومبیلی که با سرعت  $100 \text{ km/h}$  در حرکت است این فاصله را طی کند. (الف) به نظر مسافران اتومبیل، این فاصله چقدر کمتر از  $5000$  کیلومتر است؟ (ب) در طول  $5^\circ$  ساعت مسافرت، سن آنها چقدر کمتر از  $5^\circ$  ساعت زیاد می شود؟

۳. یک جسم با چه سرعتی حرکت کند تا طول آن به نصف ویژه طول کاهش یابد.

۴. یک فضاپرواز باید به یک سیاره دوردست، در فاصله  $200$  سال نوری از زمین، سفر کند. سرعت لازم برای اینکه سفر رفت و برگشت او فقط  $10$  سال به طول انجامد چقدر است؟

۵. ویژه طول عمر یک ذره  $100 \text{ ns}$  است. (الف) اگر این ذره با سرعت  $v = 0.96c$  حرکت کند، طول عمر آن در آزمایشگاه چقدر می شود؟ در این مدت چه مسافتی را در آزمایشگاه می پیماید؟ (ج) به نظر ناظری که با ذره حرکت می کند چه مسافتی را می پیماید؟

۶. ذرات پرتوزی را در آزمایشگاه با عکسبرداری از ردهای آنها در بعضی آشکارسازها مشاهده می کنند؛ طول رد به سرعت ذره و طول عمر آن بستگی دارد. ذره ای که با سرعت  $0.995c$  حرکت می کند ردی به طول  $125 \text{ mm}$  به جای می گذارد. ویژه طول عمر این ذره چقدر است؟

۷. قسمتهای حذف شده در به دست آوردن معادله ۲-۱۷ را انجام دهید.

۸. دو سفینه فضایی از جهت های مخالف به زمین نزدیک می شوند. به نظر یک ناظر بر روی زمین، سفینه  $A$  با سرعت  $0.753c$  و سفینه  $B$  با سرعت  $0.815c$  در حرکت اند. سرعت سفینه  $A$  به

نظر ناظر واقع در سفینه  $B$  چقدر است؟ سرعت سفینه  $B$  به نظر ناظر واقع در سفینه  $A$  چقدر است؟

۹. موشک  $A$  با سرعت  $0.826c$  یک ایستگاه فضایی را ترک می‌کند. بعداً موشک  $B$  در همان جهت با سرعت  $0.635c$  به حرکت درمی‌آید. سرعت موشک  $A$  از دیدگاه موشک  $B$  چقدر است؟  
 ۱۰. یکی از خط‌های گسیلی قوی از کهکشانهای دور ناشی از هیدروژن و دارای طول موج  $122 \text{ nm}$  (در ناحیه فرابنفش) است. (الف) یک کهکشان باید با چه سرعتی از ما دور شود تا این خط در ناحیه مرئی و در  $366 \text{ nm}$  مشاهده شود؟ (ب) اگر کهکشان با همان سرعت به سوی ما حرکت می‌کرد طول موج خط چقدر می‌شد؟

۱۱. یک استاد فیزیک در دادگاه ادعا می‌کند که دلیل عبور وی از چراغ قرمز ( $\lambda = 650 \text{ nm}$ ) تغییر رنگ قرمز به سبز ( $\lambda = 550 \text{ nm}$ ) بر اثر سرعت و انتقال دوپلری بوده است. استاد با چه سرعتی حرکت می‌کرده است؟

۱۲. یک "علت" در نقطه  $(x_1, t_1)$  و "معلول" آن در نقطه  $(x_2, t_2)$  به وقوع می‌پیوندد. با استفاده از تبدیل لورنتس  $t_2 - t_1$  را بیابید و نشان دهید که  $t_2 - t_1 > 0$  است؛ یعنی ناظر  $O'$  هرگز نمی‌تواند معلول را قبل از "علت" ببیند.

۱۳. تبدیلهای سرعت لورنتس را برای  $v_x'$  و  $v_y'$  به دست آورید.

۱۴. ناظر  $O$  یک باریکه نور را در جهت  $y$  ( $v_y = c$ ) می‌فرستد. با استفاده از تبدیل سرعت لورنتس  $v_x'$  و  $v_y'$  را بیابید و نشان دهید که ناظر  $O'$  نیز مقدار  $c$  را برای سرعت نور به دست می‌آورد. فرض کنید  $O'$  نسبت به  $O$  در جهت  $x$  با سرعت  $u$  حرکت می‌کند.

۱۵. ناظر  $O$  یک درخش نور قرمز را در  $t = 0$  در مبدأ و یک درخش نور آبی را در  $x = 3.26 \text{ km}$  در  $t = 7.63 \mu\text{s}$  مشاهده می‌کند. فاصله و بازه زمانی میان دو درخش از نظر ناظر  $O'$  که نسبت به ناظر  $O$  با سرعت  $0.625c$  در جهت  $x$  حرکت می‌کند چقدر است؟ فرض کنید که مبدأهای دو دستگاه مختصات در لحظه  $t = t' = 0$  برهم منطبق است.

۱۶. یک لامپ در نقطه  $x$  چارچوب مرجع  $O$  در بازه‌های  $t_1$  تا  $t_2$  چشمک می‌زند. ناظر  $O'$  که نسبت به  $O$  با سرعت  $u$  در حرکت است، این بازه را  $t_1' - t_2'$  اندازه می‌گیرد. با استفاده از رابطه‌های تبدیل لورنتس، رابطه اتساع زمان بین  $\Delta t'$  و  $\Delta t$  را به دست آورید.

۱۷. چند سفینه فضایی یک ایستگاه فضایی را همزمان ترک می‌کنند. نسبت به یک ناظر در ایستگاه،  $A$  با سرعت  $0.6c$  در جهت  $x$ ،  $B$  با سرعت  $0.5c$  در جهت  $y$ ، و  $C$  با سرعت  $0.5c$  در جهت منفی  $x$ ، و  $D$  با سرعت  $0.5c$  با زاویه  $45^\circ$  بین جهت‌های منفی  $y$  و  $x$  حرکت می‌کند. مؤلفه‌های سرعت، جهت‌ها، و سرعت‌های  $B$  و  $C$  و  $D$  را از دیدگاه  $A$  بیابید.

۱۸. فرض کنید آملیا که مسافر موشک است (بخش ۲-۶) یک ساعت دارد که در کره زمین ساخته شده است. او هر سال در روز تولدش یک سیگنال نوری به برادرش گاسپر در روی زمین می‌فرستد. (ب) گاسپر سیگنالها را با چه آهنگی در خلال سفر رفت آملیا دریافت می‌کند؟ (ب) آنها را با چه آهنگی در خلال سفر بازگشت وی دریافت می‌کند؟ (ج) چند سیگنال تولد آملیا در طی ۴۰ سال مسافرت که گاسپر اندازه می‌گیرد به او می‌رسد؟

۱۹. با استفاده از سرعتهایی که در شکل ۲-۲۰ الف و ب نشان داده شده است، انرژیهای جنبشی داده شده در معادله ۲-۳۵ را به دست آورید.

۲۰. با استفاده از فرمول نسبیتی برای انرژی جنبشی و سرعتهای شکل ۲-۲۰، نشان دهید که انرژی جنبشی به نظر ناظر  $O'$  پایسته است.

۲۱. قضیه کار-انرژی تغییر انرژی جنبشی را به کاری که یک نیروی خارجی انجام می‌دهد مربوط می‌کند:  $\Delta K = W = \int F dx$ . با نوشتن قانون دوم نیوتون به صورت  $F = dp/dt$  نشان دهید که  $W = \int v dp$  و با استفاده از تکانه نسبیتی و انتگرالگیری جزء به جزء، معادله ۲-۳۶ را به دست آورید.

۲۲. برای چه گستره‌ای از سرعتهای یک ذره به جرم  $m$  می‌توان از رابطه کلاسیک انرژی جنبشی  $(1/2)mv^2$  با دقت ۱ درصد استفاده کرد؟

۲۳. برای چه گستره‌ای از سرعتهای ذره‌ای به جرم  $m$  می‌توان از تقریب نسبیتی حدی  $E \cong pc$  با دقت ۱ درصد استفاده کرد؟

۲۴. با استفاده از معادله‌های ۲-۳۲ و ۲-۳۸ معادله ۲-۴۱ را به دست آورید.

۲۵. فرض کنید ناظر  $O$  برای یک ذره به جرم  $m$  که در جهت  $x$  حرکت می‌کند، سرعت  $v$ ، انرژی  $E$  و تکانه  $p$  را اندازه بگیرد. ناظر  $O'$  که با سرعت  $u$  در جهت  $x$  حرکت می‌کند برای همان جسم  $v'$ ،  $E'$  و  $p'$  را اندازه می‌گیرد. (الف) با استفاده از تبدیل سرعت لورنتس  $E'$  و  $p'$  را بر حسب  $m$ ،  $u$ ، و  $v$  بیابید. (ب)  $E'^2 - (p'c)^2$  را به ساده‌ترین شکل در آورید و نتیجه را تفسیر کنید.

۲۶. مسئله ۲۵ را برای جرمی که در جهت  $y$  حرکت می‌کند از دیدگاه  $O$  تکرار کنید. سرعت ناظر  $O'$  (یعنی  $u$ ) هنوز در امتداد  $x$  است.

۲۷. با استفاده از بسط دو جمله‌ای  $(1+x)^n = 1 + nx + [n(n-1)/2!]x^2 + \dots$

نشان دهید که معادله ۲-۳۶ برای انرژی جنبشی نسبیتی وقتی  $c \ll v$  است به رابطه کلاسیک  $(1/2)mv^2$  تبدیل می‌شود. این نتیجه مهم نشان می‌دهد که رابطه‌های آشنای ما در سرعتهای کم صحیح هستند. با ارزیابی اولین جمله بسط، فراتر از  $(1/2)mv^2$ ، سرعت لازم را برای اینکه عبارت کلاسیک ۱۰۰ درصد خطا داشته باشد بیابید.

۲۸. تغییر جرم یک گرم مس وقتی از  $0^\circ\text{C}$  تا  $100^\circ\text{C}$  گرم می‌شود چقدر است؟ گرمای ویژه مس  $0.4\text{ J/g}\cdot\text{K}$  است.

۲۹. انرژی جنبشی یک الکترون را که با سرعت (الف)  $v = 10^{-2}c$  یا  $v = 10^0c$  (ب)  $v = 10^{-2}c$  (ج)  $v = 10^0c$  (د)  $v = 10^9c$  در حرکت است پیدا کنید.

۳۰. اگر طول شتابدهنده  $50\text{ GeV}$  مثال  $2-14$  برابر  $3\text{ km}$  باشد: (الف) چه مدت طول می‌کشد تا یک الکترون مسافت  $3\text{ km}$  را با سرعتی که در مثال  $2-14$  به دست آورید بپیماید؟ (ب) طول شتابدهنده از دیدگاه چارچوب مرجع الکترون چقدر است؟ (ج) در چارچوب مرجع الکترون، چقدر طول می‌کشد تا الکترون طول شتابدهنده را بپیماید؟

۳۱. الکترونها را با ماشینهای دو مرحله‌ای تا سرعتهای زیاد شتاب می‌دهند. در اولین مرحله الکترونها از حال سکون تا  $v = 10^9c$  شتاب می‌گیرند. دومین مرحله سرعت الکترونها را از  $10^9c$  به  $10^{10}c$  می‌رساند. (الف) در اولین مرحله چقدر انرژی به الکترونها افزوده می‌شود؟ (ب) در دومین مرحله چقدر انرژی باید اضافه شود تا سرعت الکترون فقط  $10^9c$  درصد افزایش یابد؟

۳۲. یک الکترون و یک پروتون را در اختلاف پتانسیل  $10^6$  میلیون ولت شتاب می‌دهیم. تکانه (برحسب  $\text{MeV}/c$ ) و انرژی جنبشی آنها را (برحسب  $\text{MeV}$ ) بیابید و آنها را با آنچه از فرمولهای کلاسیک به دست می‌آید مقایسه کنید.

۳۳. در یک راکتور هسته‌ای، هر اتم اورانیم هنگام شکافت در حدود  $200\text{ MeV}$  انرژی آزاد می‌کند. تغییر جرم  $1\text{ kg}$  اورانیم بر اثر شکافت چقدر است؟

۳۴. یک الکترون و یک پوزیترون (یک پادالکترون) که با سرعت  $v = 10^{10}c$  در حرکت‌اند برخورد سر به سر می‌کنند. بر اثر برخورد الکترونها ناپدید و دو میون ( $mc^2 = 105.7\text{ MeV}$ ) که در جهتهای مختلف حرکت می‌کنند تولید می‌شود انرژی جنبشی هر میون چقدر است؟

۳۵. می‌خواهیم یک ذره به جرم  $9700\text{ MeV}$  را در برخورد بین یک پروتون و یک پادپروتون که با سرعت یکسان و در جهتهای مختلف حرکت می‌کنند تولید کنیم. سرعت لازم برای انجام این کار چقدر است؟

۳۶. یک پیون دارای انرژی سکون  $135\text{ MeV}$  است. این پیون به دو پرتوی گاما (تابش الکترومغناطیسی که با سرعت نور حرکت می‌کند) واپاشیده می‌شود. یک پیون که با سرعت  $v = 10^8c$  در آزمایشگاه حرکت می‌کند به دو پرتوگاما با انرژی مساوی وامی‌باشد؛ این دو پرتو با جهت حرکت زاویه‌های مساوی  $\theta$  می‌سازند. زاویه  $\theta$  و انرژیهای دو پرتوی گاما را بیابید. (راهنمایی: پرتوهای گاما تابش الکترومغناطیسی با  $E = pc$  هستند).

۳۷. مثال  $2-16$  را ابتدا با تبدیل لورنتس به چارچوب مرجعی که در آن کائون اولیه ساکن است



حل کنید. وقتی یک کاتون در حال سکون به دوپون وامی باشد، پیونها با سرعتهای مساوی و در جهتهای مختلف حرکت می‌کنند، به طوری که انرژی به طور مساوی بین آنها تقسیم می‌شود. انرژی و سرعت این پیونها را در چارچوب سکون کاتون بیابید. سپس به چارچوب آزمایشگاه برگردید تا انرژی و سرعت آنها را به دست آورید.

۳۸. در آزمایش واپاشی موئون که در بخش ۲-۷ برای تأیید اتساع زمان بررسی شد، موئونها در آزمایشگاه با تکانه  $3094 \text{ MeV}/c$  حرکت می‌کنند. طول عمر اتساع یافته را در چارچوب آزمایشگاه بیابید (ویژه طول عمر  $198 \mu\text{s}$  را). (۲۱۹۸)

۳۹. عبارت نسبیتی  $p^2/2K = m + K/2c^2$  را، که در شکل ۲-۲۷ الف رسم شده است، به دست آورید.

## خواص ذره‌گونه تابش الکترومغناطیسی

اکنون به بحث پیرامون مکانیک موجی، یعنی دومین نظریه‌ای می‌پردازیم که فیزیک جدید بر شالوده آن استوار است. یکی از پیامدهای مکانیک موجی از میان رفتن تمایز کلاسیک بین ذرات و امواج است. در این فصل سه آزمایش اولیه را در نظر می‌گیریم که به کمک آنها معلوم شد نور، که آن را پدیده‌ای موجی در نظر می‌گرفتیم، دارای خواصی است که معمولاً به ذرات نسبت می‌دهیم. یعنی به جای اینکه انرژی را به صورت هموار و یکنواخت روی یک جبهه موج پخش کند، به صورت بسته‌های متمرکز به ذره‌گونه جریان پیدا می‌کند، هر یک از این بسته‌های گسسته (کوانتوم) انرژی الکترومغناطیسی را فوتون می‌گویند.

پیش از آنکه بحث خود را در خصوص شواهد تجربی مؤید وجود فوتون و خواص ذره‌گونه نور آغاز کنیم، ابتدا برخی خواص امواج الکترومغناطیسی را مرور می‌کنیم.

### ۱-۳ مرور امواج الکترومغناطیسی

یک میدان الکترومغناطیسی با شدت میدان الکتریکی  $E$  و شدت میدان مغناطیسی  $B$  مشخص می‌شود. مثلاً میدان الکتریکی شعاعی ناشی از بار نقطه‌ای واقع در مبدأ عبارت است از:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (1-3)$$

که برداری در جهت شعاعی است. میدان مغناطیسی در فاصله  $r$  از یک سیم دراز، مستقیم، حامل جریان در امتداد محور  $z$  عبارت است از:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \hat{\theta} \quad (2-3)$$

که  $\hat{\theta}$  برداری در جهت  $\theta$  در مختصات استوانه‌ای است.

اگر بارها شتاب داده شوند، یا اگر جریان برحسب زمان تغییر کند، یک موج الکترومغناطیسی تولید می‌شود که در آن  $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{B}$  نه تنها برحسب  $r$ ، بلکه برحسب  $t$  نیز تغییر می‌کنند، بیان ریاضی این موج، بسته به خواص چشمه موج و محیطی که موج در آن حرکت می‌کند، می‌تواند چندین صورت ممکن داشته باشد. یکی از صورتهای خاص آن عبارت است از موج تخت، که در آن جبهه‌های موج مسطح‌اند. (از سوی دیگر، یک چشمه نقطه‌ای، امواجی کروی تولید می‌کند که جبهه‌های موج در آن کره هستند.) موج الکترومغناطیسی تختی که در جهت مثبت  $z$  حرکت می‌کند، با رابطه‌های زیر توصیف می‌شود:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(kz - \omega t + \phi) \quad (3-3)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \sin(kz - \omega t + \phi)$$

که در آن، عدد موج،  $k$ ، از طول موج،  $\lambda$ ،  $k = 2\pi/\lambda$ ، و بسامد زاویه‌ای،  $\omega$ ، از بسامد،  $\omega = 2\pi\nu$ ، به دست می‌آید. چون  $\lambda$  و  $\nu$  با رابطه  $c = \lambda\nu$  به هم مربوط‌اند، بین  $k$  و  $\omega$  نیز رابطه  $c = \omega/k$  برقرار است. زاویه  $\phi$  زاویه فاز دلخواهی را نشان می‌دهد.

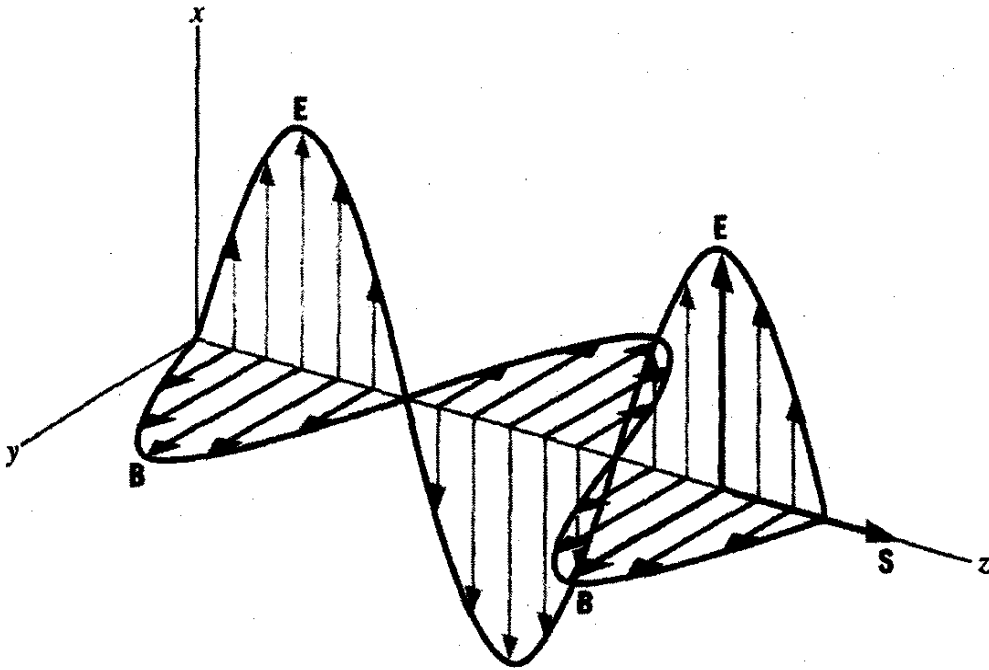
قطبش موج را با بردار  $\mathbf{E}_0$  نشان می‌دهند: صفحه قطبش را  $\mathbf{E}_0$  و جهت انتشار، که در این حالت محور  $z$  است، تعیین می‌کند. همین‌که جهت حرکت و قطبش،  $\mathbf{E}_0$ ، را مشخص کردیم، جهت  $\mathbf{B}_0$  با این شرایط تعیین می‌شود که  $\mathbf{B}$  باید هم بر  $\mathbf{E}$  و هم بر جهت حرکت عمود، و حاصلضرب برداری  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  در جهت حرکت باشد. مثلاً، اگر  $\mathbf{E}_0$  در جهت  $x$  باشد ( $\mathbf{E}_0 = E_0 \hat{i}$ )، که  $\hat{i}$  برداری در جهت  $x$  است، در این صورت  $\mathbf{B}_0$  باید در جهت  $y$  ( $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{j}$ ) باشد. به علاوه، اندازه  $\mathbf{B}_0$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} \quad (4-3)$$

که  $c$  سرعت نور است.

موج الکترومغناطیسی انرژی را از نقطه‌ای به نقطه دیگر منتقل می‌کند؛ شار انرژی را بردار پوئین‌تینگ،  $\mathbf{S}$ ، مشخص می‌کند:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (5-3)$$



شکل ۱-۳ موج الکترومغناطیسی در جهت  $z$  حرکت می‌کند. میدان الکتریکی  $E$  در صفحه  $xz$  و میدان مغناطیسی  $B$  در صفحه  $yz$  قرار دارد.

این کمیت، برای موج تخت، تبدیل می‌شود به:

$$S = \frac{1}{\mu_0} E \cdot B \sin^2(kz - \omega t + \phi) \hat{k} \quad (۶-۳)$$

که  $\hat{k}$  بردار یکه در جهت  $z$  است. ابعاد بردار پوینتینگ انرژی بر واحد زمان بر واحد سطح است؛ مثلاً  $J/s/m^2$  یا  $W/m^2$ . شکل ۱-۳ سمتگیری بردارهای  $E$ ،  $B$ ، و  $S$  را برای این حالت خاص نشان می‌دهد.

آزمایش زیر را در نظر بگیرید. یک آشکارساز تابش الکترومغناطیسی (گیرنده رادیویی یا گوش انسان) را در نقطه‌ای روی محور  $z$  قرار می‌دهیم، و توان الکترومغناطیسی را که موج تخت بالا به این گیرنده می‌رساند تعیین می‌کنیم. گیرنده طوری قرار گرفته است که سطح حساس آن،  $A$ ، عمود بر محور  $z$  است، به طوری که حداکثر سیگنال دریافت می‌شود؛ همین‌طور، نمایش برداری  $S$  را رها می‌کنیم و فقط اندازه آن،  $S$ ، را به کار می‌گیریم. در این صورت توان ورودی به گیرنده،  $P$ ، عبارت است از:

$$P = SA = \frac{1}{\mu_0} E \cdot B \cdot A \sin^2(kz - \omega t + \phi) \quad (۷-۳)$$

که می‌توان آن را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$P = \frac{1}{\mu_0 c} E^2 A \sin^2(kz - \omega t + \phi) \quad (۸-۳)$$

باید به دو جنبه مهم این عبارت توجه کنید:

۱. شدت (میانگین توان به ازای واحد سطح) با  $E^2$  متناسب است. این یکی از ویژگیهای کلی امواج است: شدت با مربع دامنه متناسب است. بعدها پی خواهیم برد امواجی که رفتار ذرات مادی را توصیف می‌کنند نیز همین ویژگی را دارند.

۲. شدت برحسب زمان، با بسامد  $2\nu = 2(\omega/2\pi)$  نوسان می‌کند. البته ما معمولاً این افت‌وخیز را مشاهده نمی‌کنیم؛ مثلاً، بسامد نور مرئی حدود  $10^{15}$  نوسان در ثانیه است، و چون چشم با این سرعت واکنش نشان نمی‌دهد، میانگین زمانی تعداد زیادی (شاید  $10^{13}$ ) چرخه را مشاهده می‌کنیم. اگر  $T$  زمان مشاهده (در مورد چشم حدود  $10^{-2}$  ثانیه) باشد، در این صورت میانگین توان عبارت است از:

$$P_{\text{میانگین}} = \frac{1}{T} \int_0^T P dt \quad (9-3)$$

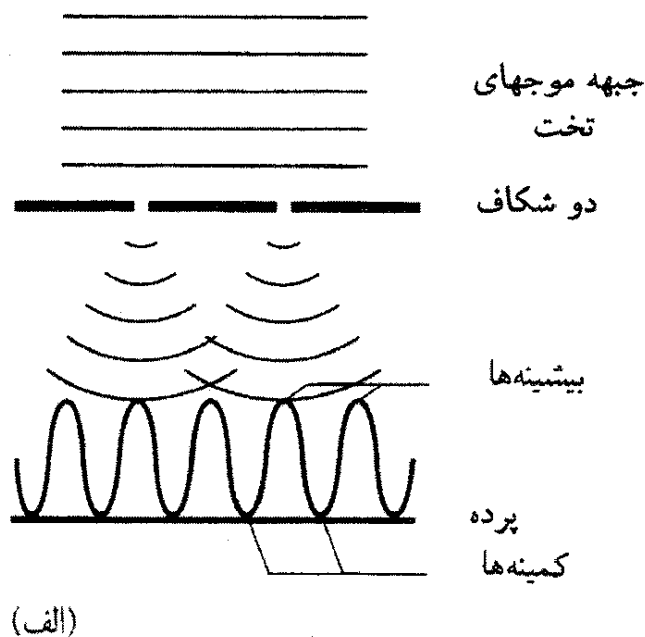
و با بهره‌گیری از معادله ۸-۳، شدت،  $I$ ، را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P_{\text{میانگین}}}{A} = \frac{1}{2\mu_0 c} E^2 \quad (10-3)$$

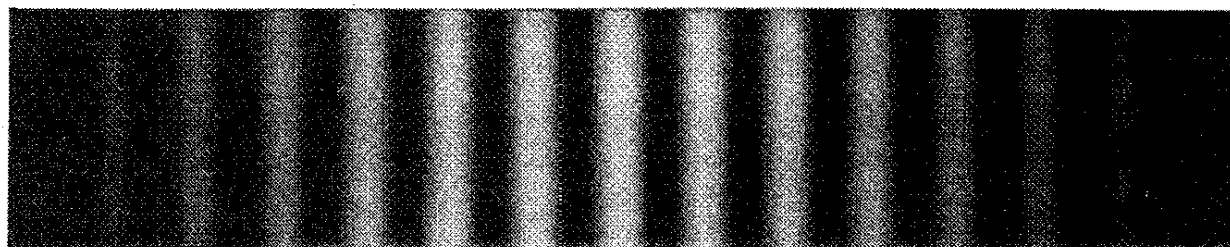
چون مقدار متوسط  $\sin^2 \theta$  برابر  $1/2$  است.

خاصیتی که موج را به پدیده فیزیکی منحصر به فردی تبدیل می‌کند اصل برهم‌نهی است، که باعث می‌شود دو موج در یک نقطه برخورد کنند، و آشفتگی مرکبی را در آن نقطه به وجود آورند که از آشفتگی ناشی از هریک از امواج، به‌تنهایی، بزرگتر یا کوچکتر باشد؛ و سرانجام از نقطه "برخورد" با تمام ویژگیهای هریک از این دو موج، که برخورد هیچگونه تغییری در آن پدید نیاورده است، خارج شوند. برای درک تمایز مهم بین اشیای مادی و امواج، این ترفند را برای دو اتومبیل در نظر بگیرید! این ویژگی خاص امواج به پدیده‌های تداخل و پراش می‌انجامد. ساده‌ترین و شناخته‌ترین مثال تداخل آزمایش دو شکاف یانگ است، که در آن یک موج تخت تکفام بر مانعی فرود می‌آید که دو شکاف باریک در آن وجود دارد. (این آزمایش نخستین بار با امواج نور انجام شد، اما در واقع می‌توان آن را نه‌تنها با سایر امواج الکترومغناطیسی، مانند میکروموجها، بلکه با امواج مکانیکی چون امواج آب یا صوت نیز انجام داد. فرض می‌کنیم که این آزمایش با امواج نور صورت می‌گیرد.)

شکل ۲-۳ ترتیب این آزمایش را نشان می‌دهد. هریک از این شکافها موج تخت را می‌پراشد، به طوری که نور عبوری از هر شکاف سطحی را روی پرده می‌پوشاند که از سایه هندسی شکاف خیلی بزرگتر است. این امر باعث می‌شود که نور خروجی از این دو شکاف روی پرده همپوشان



(الف)



(ب)

شکل ۲-۳ (الف) آزمایش دو شکاف یانگ. یک جبهه موج تخت از دو شکاف می‌گذرد؛ این موج در شکافها پراشیده می‌شود، و در جایی روی پرده که امواج پراشیده همپوشان‌اند، تداخل رخ می‌دهد. (ب) فریزهای تداخل روی پرده مشاهده می‌شوند.

شوند، و تداخل کنند. اگر به اندازه کافی از مرکز پرده دور شویم، به نقطه‌ای می‌رسیم که در آن قله موج گذرنده از یک شکاف درست همزمان با قله موج عبوری از شکاف دیگر، به آن می‌رسند. در این صورت شدت بیشینه است، و ناحیه‌ای روشن روی پرده ظاهر می‌شود. این تداخل سازنده است، و همواره در نقطه‌ای روی پرده پیش می‌آید که فاصله آن از یک شکاف درست یک طول موج بیشتر از شکاف دیگر است. یعنی، اگر  $X_1$  و  $X_2$  فاصله‌های این نقطه بر روی پرده تا دو شکاف باشد، پس شرط بیشینه تداخل سازنده، عبارت است از  $|X_1 - X_2| = \lambda$ . تداخل سازنده وقتی پیش می‌آید که قله موج از یک شکاف همزمان با قله موج شکاف دیگر به یک نقطه برسد، حال چه این موضوع برای اولین بار رخ دهد یا چهارمین بار و یا چهل و هفتمین بار. شرط کلی تداخل سازنده کامل آن است که اختلاف بین  $X_1$  و  $X_2$  مضرب درستی از طول موج باشد:

$$|X_1 - X_2| = n\lambda \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (۱۱-۳)$$

ممکن است قله موج ناشی از یک شکاف همزمان با دره موج شکاف دیگر، به یک نقطه روی پرده برسد. در این صورت، دو موج یکدیگر را خنثی می‌کنند، و یک ناحیه تاریک روی پرده تشکیل می‌شود. این پیشامد را تداخل ویرانگر می‌گویند. (وجود تداخل ویرانگر در کمینه‌های شدت، فوراً نشان می‌دهد که باید بردارهای میدان،  $E$ ، امواج خروجی از دو شکاف را با هم جمع کنیم، و نه توان،  $P$ ، آنها را زیرا  $P$  هرگز نمی‌تواند منفی باشد.) تداخل ویرانگر وقتی رخ می‌دهد که فاصله‌های  $X_1$  و  $X_2$  چنان باشند که فازی از موجها به اندازه نیم چرخه، یا یک و نیم چرخه، دو و نیم چرخه، و الی آخر، با فاز موج دیگر اختلاف داشته باشد:

$$\begin{aligned} |X_1 - X_2| &= \frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \dots \\ &= (n + \frac{1}{4})\lambda \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (12-3)$$

می‌توان محل بیشینه‌های تداخل را بر روی پرده به ترتیب زیر یافت. فرض کنید  $d$  فاصله شکافها، و  $D$  فاصله شکافها از پرده باشند. اگر  $y_n$  فاصله مرکز پرده تا  $n$  امین بیشینه باشد، با توجه به هندسه شکل ۳-۳ (با فرض  $X_1 > X_2$ ) می‌یابیم:

$$X_1^2 = D^2 + \left(\frac{d}{2} + y_n\right)^2 \quad (13-3)$$

$$X_2^2 = D^2 + \left(\frac{d}{2} - y_n\right)^2$$

طرفین دو تساوی بالا را از هم کم می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$X_1^2 - X_2^2 = 2y_n d \quad (14-3)$$

و به این ترتیب،

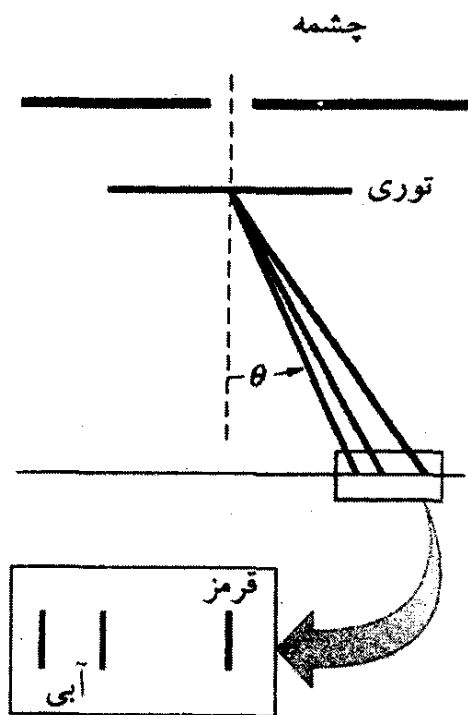
$$y_n = \frac{(X_1 + X_2)(X_1 - X_2)}{2d} \quad (15-3)$$

در آزمایشهای با نور،  $D$  در حدود ۱m و  $y_n$  و  $d$  نوعاً حداکثر ۱mm است؛ به این ترتیب  $X_1 \cong D$  و  $X_2 \cong D$ ، از این رو  $X_1 + X_2 \cong 2D$ ، و تا یک تقریب خوب:

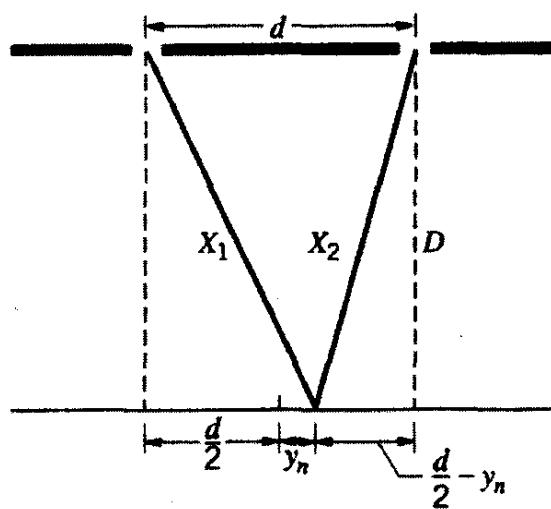
$$y_n = (X_1 - X_2) \frac{D}{d} \quad (16-3)$$

با بهره‌گیری از معادله ۱۱-۳ به‌ازای مقادیر حداکثر  $(X_1 - X_2)$ ، می‌رسیم به:

$$y_n = n \frac{\lambda D}{d} \quad (17-3)$$



شکل ۳-۴ کاربرد توری پراش برای تجزیه نور به طول موجهای تشکیل دهنده آن.



شکل ۳-۳ شکل هندسی آزمایش دو شکاف.

یک وسیله دیگر برای مشاهده تداخل امواج نور توری پراش است، که نوعی وسیله چندشکافی برای ایجاد تداخل امواج نوری به شمار می آید. طرز کار این وسیله را در شکل ۳-۴ مشاهده می کنید؛ بیشینه های تداخل متناظر با طول موجهای مختلف، مطابق رابطه زیر، در زاویه های مختلف ظاهر می شوند

$$d \sin \theta = n\lambda \quad (۱۸-۳)$$

که  $d$  فاصله شکافها و  $n$  عدد مرتبه بیشینه ( $n = ۱, ۲, ۳, \dots$ ) است. این رابطه در اکثر کتابهای درسی فیزیک مقدماتی به دست می آید.

مزیت توری پراش توان تفکیک بالای آن است؛ با این وسیله می توانیم طول موجهایی را که به یکدیگر نزدیک اند، تا حد بسیار خوبی از هم جدا کنیم، و به این ترتیب برای اندازه گیری طول موجها وسیله بسیار مناسبی به شمار می آید. اما، توجه کنید که برای دستیابی به مقادیر منطقی زاویه  $\theta$ ، مثلاً مقادیری که به ازای آنها  $\sin \theta$  در گستره ۳ر۰ تا ۵ر۰ قرار گیرد، باید  $d$  از مرتبه چند برابر طول موج باشد. برای نور مرئی این کار چندان دشوار نیست، اما برای تابشهای با طول موج خیلی کوتاه، ساخت مکانیکی توری میسر نیست. مثلاً، برای پرتوهای  $x$  با طول موجی از مرتبه  $۱\text{nm}$  ر۰، باید یک توری بسازیم که در آن فاصله شکافها کمتر از  $۱\text{nm}$  باشد، که تقریباً به اندازه فاصله



بین اتمهای اکثر مواد است. پس از آزمایشهای پیشگام لاوه و براگ<sup>۱</sup>، یعنی استفاده از خود اتمها به‌عنوان توری پراش، این مسئله حل شده است. یک باریکه پرتوهای  $x$  فاصله‌های منظم اتمها در یک بلور را مانند نوعی توری پراش سه‌بعدی می‌بینید. به مجموعه اتمهای شکل ۳-۵ توجه کنید، که بخش کوچکی از یک برش دوبعدی بلور را نشان می‌دهد. پرتوهای  $x$  از هر اتم در تمام جهتها باز می‌تابند، اما "موجکهای" پراکنده فقط در یک جهت به‌صورت سازنده تداخل می‌کنند باریکه‌ای بازتابیده را به‌وجود می‌آورند، و در این حالت می‌توانیم فرض کنیم که بازتابش از صفحه‌ای صورت گرفته که از یک ردیف اتم گذشته است. (این وضعیت مانند بازتابش نور از آینه است؛ فقط در یک جهت باریکه نور بازتابیده وجود دارد، و در آن جهت می‌توانیم بازتابش را روی یک صفحه در نظر بگیریم که در آن زاویه فرود و زاویه بازتابش باهم برابرند.) فرض کنید ردیفهای اتم در بلور به فاصله  $d$  از یکدیگر قرار دارند. در این صورت بخشی از باریکه از صفحه جلویی باز می‌تابد، و بخشی از آن از صفحه دوم، و الی آخر. جبهه‌های موج باریکه بازتابیده از صفحه دوم، از جبهه‌های موج بازتابیده از صفحه جلویی عقب می‌افتند، زیرا موج بازتابیده از صفحه دوم باید مسافت اضافی  $2d \sin \theta$  را طی کند، که  $\theta$  زاویه فرود با سطح بلور است (قبلاً، در اپتیک، همواره زاویه‌ها را نسبت به خط عمود بر سطح اندازه می‌گرفتیم). اگر این اختلاف مسیر مضرر صحیحی از طول موجها باشد، باریکه‌های بازتابیده به‌طور سازنده تداخل می‌کنند و شدت بیشینه می‌شود؛ به این ترتیب رابطه اساسی مربوط به بیشینه‌های تداخل در پراش پرتو  $x$  ناشی از یک بلور، عبارت است از:

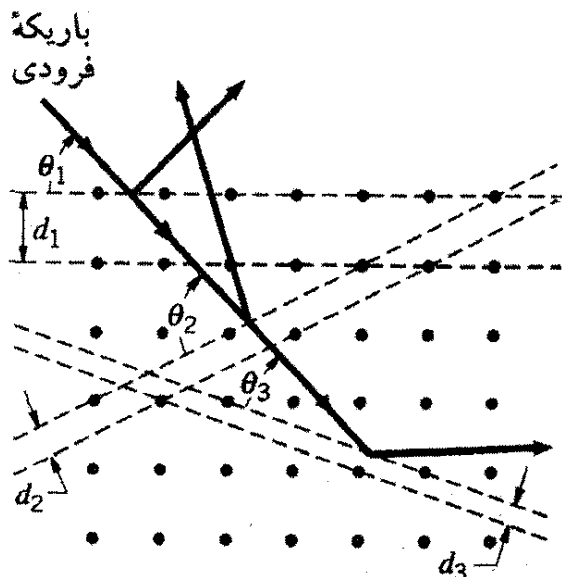
$$2d \sin \theta = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (19-3)$$

این نتیجه را قانون براگ برای پراش پرتو  $x$  می‌گویند. به ضریب ۲ توجه کنید که در معادله ۳-۱۹ ظاهر می‌شود اما در عبارت معادله ۳-۱۸ مربوط به توری پراش معمولی، ظاهر نمی‌شود.

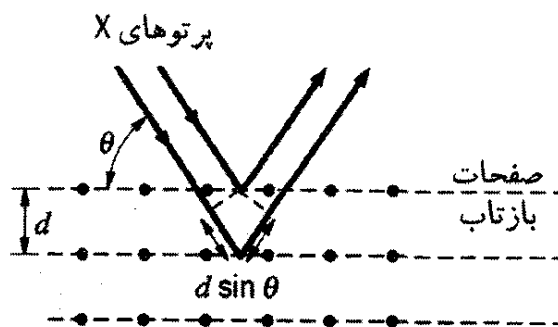
### مثال ۳-۱

به یک تکه بلور نمک طعام (NaCl) باریکه‌ای از پرتوهای  $x$  به طول موج  $250 \text{ nm}$  در  $25^\circ$  می‌تابد، و نخستین بازتاب براگ در زاویه  $26.4^\circ$  مشاهده می‌شود. فاصله بین اتمهای NaCl چقدر است؟

۱. ماکس فون لاوه (۱۸۷۹-۱۹۶۰، آلمان) روش پراش پرتو  $x$  را برای مطالعه ساختارهای بلوری ابداع کرد که در سال ۱۹۱۴ به همین خاطر جایزه نوبل گرفت. لارنس براگ (۱۸۹۰-۱۹۷۱، انگلستان) در هنگامی که دانشجوی دانشگاه کمبریج بود، قانون براگ را برای پراش پرتو  $x$  به‌دست آورد. او و پدرش، ویلیام براگ، به‌خاطر پژوهشهایشان در زمینه کاربرد پرتوهای  $x$  برای تعیین ساختارهای بلوری، به اتفاق جایزه نوبل ۱۲۹۴-۱۹۱۵ را دریافت کردند.



شکل ۶-۳ یک باریکه فرودی پرتوهای x می‌تواند از صفحات بلوری مختلف بازتابد.



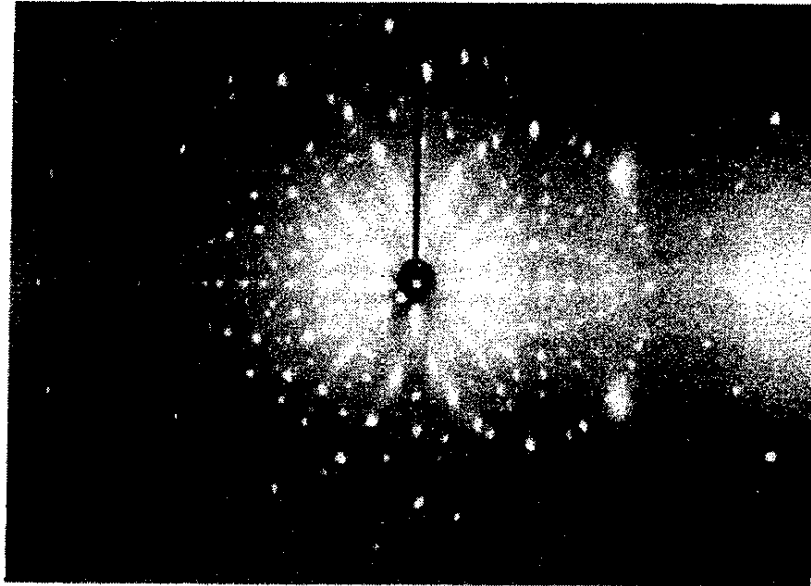
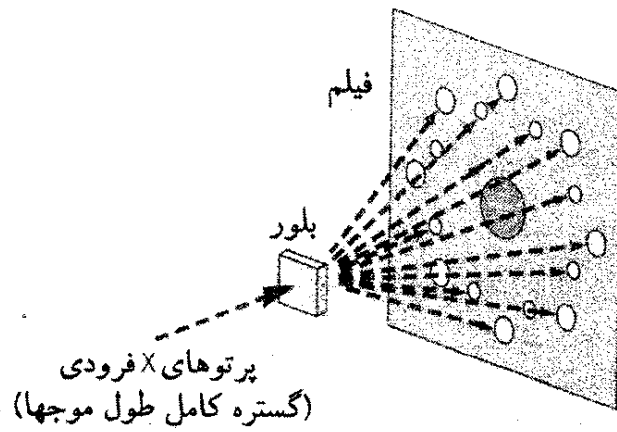
شکل ۵-۳ باریکه‌ای از پرتوهای x از مجموعه صفحات بلور به فاصله d باز می‌تابد. مسافتی که باریکه بازتابیده از صفحه دوم می‌پیماید به اندازه  $2d \sin \theta$  بیشتر از مسافتی است که باریکه بازتابیده از صفحه اول طی می‌کند.

حل: قانون براگ را برای فاصله d حل می‌کنیم، خواهیم داشت:

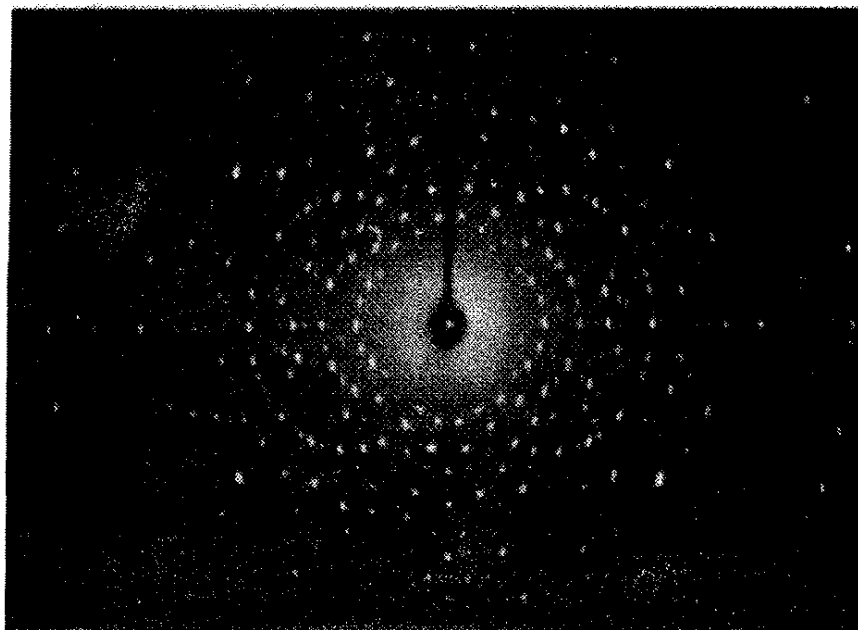
$$d = \frac{n\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{0.25 \text{ nm}}{2 \sin(26.3^\circ)}$$

$$d = 0.282 \text{ nm}$$

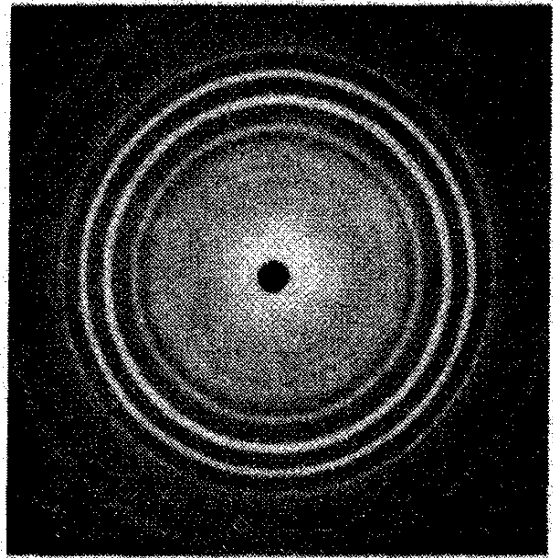
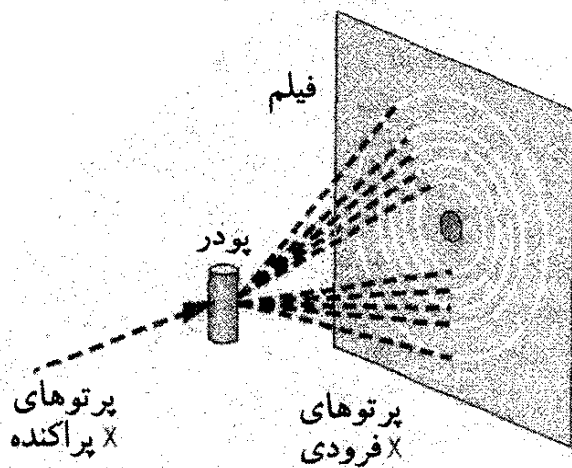
ما شکل ۵-۳ را خیلی دلخواه رسم کردیم؛ چون هیچ معیاری برای گزینش مجموعه اتمها که صفحات بازتابان از آنها می‌گذرند، نداشتیم. شکل ۶-۳ بخش بزرگتری از بلور را نشان می‌دهد. همان‌گونه که می‌بینید، تعداد صفحات بازتابان ممکن زیاد است، که در همه آنها مقدار  $\theta$  و  $d$  فرق می‌کند. (البته،  $d_i$  و  $\theta_i$  به هم مربوط اند و هیچکدام را نمی‌توان مستقل تغییر داد.) اگر باریکه‌ای از پرتوهای x با یک تک‌طول موج را به کار می‌بردیم، شاید یافتن زاویه صحیح و مجموعه صفحات برای مشاهده تداخل دشوار می‌شد. اما، اگر از باریکه‌ای از پرتوهای x در گستره پيوسته‌ای از طول‌موجها استفاده کنیم، به‌ازای هر  $d_i$  و  $\theta_i$  تداخل برای طول‌موج معینی،  $\lambda_i$  رخ می‌دهد و از این رو نقشی از بیشینه‌های تداخل به‌وجود می‌آید که مطابق شکل ۶-۳، در زاویه‌های مختلف بازتابش روی می‌دهند. نقش بیشینه‌های تداخل به فاصله و آرایش اتمها در بلور بستگی ندارد. شکل‌های ۷-۳ و ۸-۳ نمونه نقشهایی (به نام نقشه‌های لاوه) را که از پراکندگی پرتو x از دو بلور مختلف به‌دست آمده است، نشان می‌دهند. نقطه‌های روشن با بیشینه‌های تداخل به‌ازای طول



شکل ۷-۳ (بالا) دستگاه مشاهده پراکندگی پرتو x به وسیله یک بلور یک بیشینه تداخل (لکه) روی فیلم در جایی مشاهده می شود که شرط براگ برای یک مجموعه صفحات بلوری به ازای طول موج خاصی صادق است. (پایین) نقش لاوه برای بلور NaCl.



شکل ۸-۳ نقش لاوه یک بلور کوارتز. تفاوت ساختار بلوری و فاصله ها در بلور کوارتز و NaCl، باعث تفاوت این نقش نسبت به شکل ۷-۳ شده است.



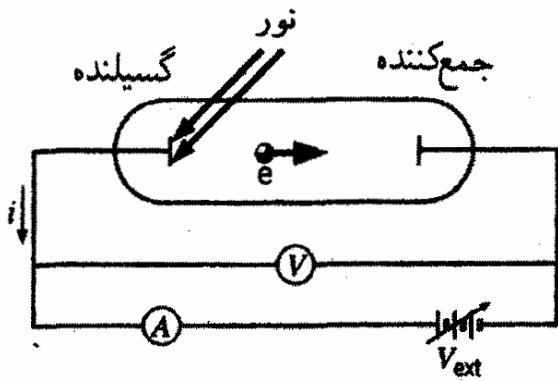
شکل ۳-۹ (چپ) دستگاه مشاهده پراکندگی پرتو X از یک نمونه پودری. چون بلورهای زیاد موجود در یک پودر دارای همه سمتگیریهایی مختلف ممکن هستند، هر پرتو پراکنده در شکل ۳-۷ به مخروطی تبدیل می شود که روی فیلم یک دایره تشکیل می دهد. (راست) نقش پراش (به نام نقش دبی - شرن) یک نمونه پودر.

موجهایی از گستره طول موجهای فرودی هستند که در معادله ۳-۱۹ صدق می کنند. نقش سه بعدی از شکلهای دوبعدی که رسم کرده ایم پیچیده تر است، اما تعبیر و تفسیر هر یک از این نقطه ها (لکه ها) یکسان است. در شکل ۳-۹ طرح ناشی از نمونه ای را مشاهده می کنید که از چند بلور کوچک، و نه از یک تک بلور، تشکیل می شود. (این شکل مانند شکل ۳-۷ یا ۳-۸ است که به سرعت حول مرکزش چرخیده باشد). استنتاج ساختارهای بلوری و فاصله های شبکه نیز به کمک این تصویرها میسر است. تمام مثالهایی که در این بخش آوردیم، به خواص موجی تابش الکترومغناطیسی بستگی دارند. اکنون درباره آزمایشهایی در زمینه نور و سایر تابشهای الکترومغناطیسی بحث می کنیم که نشان می دهند تعبیر موجی، توصیف کاملی از خواص تابش الکترومغناطیسی نیست.

### ۳-۲ اثر فوتوالکتریک

وقتی نور بر سطح یک فلز بتابد، ممکن است الکترونیایی از آن گسیل شوند. این پدیده را که به اثر فوتوالکتریک معروف است، هاینریش هرتز در سال ۱۸۸۷ در جریان تحقیقاتش در زمینه تابش الکترومغناطیسی کشف کرد. الکترونیهای گسیلیده را فوتوالکترون می نامند.

یک ترتیب آزمایشی برای مشاهده اثر فوتوالکتریک در شکل ۳-۱۰ نشان داده شده است. نور فرودی بر سطح فلز (گسیلنده) می تواند الکترونها را آزاد کند، که به جمع کننده می روند. این آزمایش را باید در یک لامپ خلا انجام داد، به طوری که الکترونها در برخورد با مولکولهای هوا انرژی از



شکل ۳-۱۰ دستگاه مشاهده اثر فوتوالکتریک. جریان الکترونها از گسیلنده به جمع‌کننده را آمپرسنج  $A$ ، به صورت جریان  $i$  در مدار خارجی، اندازه می‌گیرد و یک چشمه ولتاژ متغیر خارجی  $V$ ، اختلاف پتانسیلی بین گسیلنده و جمع‌کننده برقرار می‌کند که ولت‌سنج  $V$  آن را اندازه می‌گیرد.

دست ندهند. در میان خواصی که می‌توان از این طریق سنجید، آهنگ گسیل الکترون و حداکثر انرژی جنبشی فوتوالکترونها را می‌توان برشمرد.<sup>۱</sup> آهنگ گسیل الکترون را می‌توان به صورت جریان الکتریکی  $i$  در مدار خارجی و به کمک یک آمپرسنج اندازه‌گیری کرد. حداکثر انرژی جنبشی الکترونها با اعمال یک پتانسیل منفی به دو سر جمع‌کننده تعیین می‌شود که می‌تواند پراثرترین الکترونها را که در این حالت برای "بالارفتن" از تپه پتانسیل انرژی کافی ندارند دفع کند. این پتانسیل، که پتانسیل ایست  $V_s$  نامیده می‌شود، با افزایش اندازه ولتاژ تا افت جریان آمپرمتر به صفر تعیین می‌شود، در این نقطه بیشینه انرژی جنبشی،  $K_{max}$ ، درست با انرژی که الکترونها،  $eV_s$ ، در "بالارفتن" از تپه صرف کرده‌اند برابر است:

$$K_{max} = eV_s \quad (۳-۲۰)$$

که  $e$  اندازه بار الکتریکی الکترون است. معمولاً مقدار  $V_s$  چندولتی بیش نیست.<sup>۲</sup> به لحاظ کلاسیک، موج الکترومغناطیسی با شدت  $I$  سطح فلز را روشن می‌کند. الکترون از این موج تا آنجا انرژی جذب می‌کند که از انرژی بستگی الکترون به فلز تجاوز کند، که در این نقطه الکترون آزاد می‌شود. حداقل انرژی موردنیاز برای کندن الکترون از سطح فلز را تابع کار،  $\phi$ ، ماده می‌گویند. در جدول ۳-۱ برخی مقادیر تابع کار مواد مختلف درج شده است. مشاهده می‌کنید که این مقادیر نوعاً چند الکترون‌ولت هستند. نظریه موج کلاسیک درباره خواص فوتوالکترونها گسیلیده چه پیش‌بینی می‌کند؟

۱. الکترونها با طیف پیچیده‌ای از انرژیها گسیل می‌شوند، که با مطالعه آنها می‌توان به بسیاری از جزئیات ساختار فلز پی برد. در اینجا فقط به بیشینه انرژی جنبشی علاقه‌مندیم که، چنانکه بعداً خواهیم دید، به یکی از خواص ساده فلز، یعنی انرژی لازم برای کندن سست‌ترین الکترون از سطح فلز، بستگی دارد.
۲. پتانسیل ایست در شکل ۳-۱۰ با ولت‌سنج اندازه گرفته می‌شود. اختلاف پتانسیل  $V$  که روی صفحه ولت‌سنج خوانده می‌شود، با ولتاژ خارجی  $V$ ، که چشمه متغیر تأمین می‌کند، برابر نیست. چون گسیلنده و جمع‌کننده در مدار از فلزات مختلفی ساخته می‌شوند، یک اختلاف پتانسیل تماس،  $V_{cpd}$ ، در مدار چنان برقرار می‌شود که  $V = V_{\text{خارجی}} + V_{cpd}$ .

جدول ۱-۳ توابع کار فوتوالکتریک

مواد	$\phi$ (eV)
Na	۲,۲۸
Al	۴,۰۸
Co	۳,۹۰
Cu	۴,۷۰
Zn	۴,۳۱
Ag	۴,۷۳
Pt	۶,۳۵
Pb	۴,۱۴

۱. بیشینه انرژی جنبشی باید با شدت تابش متناسب باشد. هرچه روشنایی چشمه نور زیادتر شود، انرژی بیشتری به سطح می‌رسد (میدان الکتریکی بزرگتر می‌شود) و الکترونها باید با انرژی جنبشی بیشتری آزاد شوند. به بیانی دیگر، افزایش شدت چشمه نور میدان الکتریکی موج،  $E$ ، را زیاد می‌کند، که در نتیجه بر نیروی وارد بر الکترون،  $F = -eE$ ، و انرژی جنبشی آن، وقتی سرانجام سطح را ترک می‌کند، می‌افزاید.

۲. اثر فوتوالکتریک باید در همه بسامدها یا طول موجها به وقوع بپیوندد. بنابر نظریه موجی، مادام که شدت نور برای آزاد کردن الکترونها کافی باشد، اثر فوتوالکتریک باید بدون توجه به بسامد یا طول موج، رخ دهد.

۳. نخستین الکترونها باید پس از برخورد اولیه تابش به سطح، در بازه زمانی در حدود ثانیه گسیل شوند. در نظریه موجی، انرژی موج به صورت یکنواخت روی جبهه موج توزیع می‌شود. اگر الکترون انرژی را مستقیماً از موج جذب کند، مقدار انرژی که به هر الکترون داده می‌شود تابع مقدار انرژی تابشی است که به سطحی که الکترون در آن محدود است فرود می‌آید. با فرض اینکه مساحت این سطح در حدود اندازه یک اتم باشد، یک محاسبه تقریبی به برآوردی می‌انجامد که بر پایه آن تأخیر زمانی بین روشن کردن چراغ و جذب نخستین فوتوالکترونها باید از مرتبه ثانیه باشد (مثال ۲-۳).

### مثال ۲-۳

یک باریکه لیزر به شدت  $120 \text{ W/m}^2$  (تقریباً با شدت یک لیزر هلیم-نئون کوچک) بر سطحی از سدیم فرود می‌آید. حداقل انرژی  $2.3 \text{ eV}$  مصرف می‌شود. تا یک الکترون از سدیم (با تابع کار

$\phi$  برای سدیم) آزاد شود. با فرض اینکه الکترون در سطحی محدود باشد که شعاع آن برابر است با شعاع اتم سدیم ( $10^8 \text{ nm}$ )، چه مدت طول می‌کشد تا سطح برای آزاد کردن یک الکترون انرژی کافی جذب کند؟

حل: توان میانگین، میانگین  $P$ ، که موجی به شدت  $I$  به سطح  $A$  می‌رساند، برابر است با  $IA$ . یک اتم روی سطح "هدفی به مساحت"  $A = \pi r^2 = \pi (10^{-10} \text{ m})^2 = 3.1 \times 10^{-20} \text{ m}^2$  است. اگر همه توان الکترومغناطیسی به الکترون داده شود، انرژی با آهنگ میانگین  $\Delta E / \Delta t = P$  جذب می‌شود. بازه زمانی  $\Delta t$  لازم برای جذب انرژی  $\Delta E = \phi$  را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P_{\text{متوسط}}} = \frac{\phi}{IA}$$

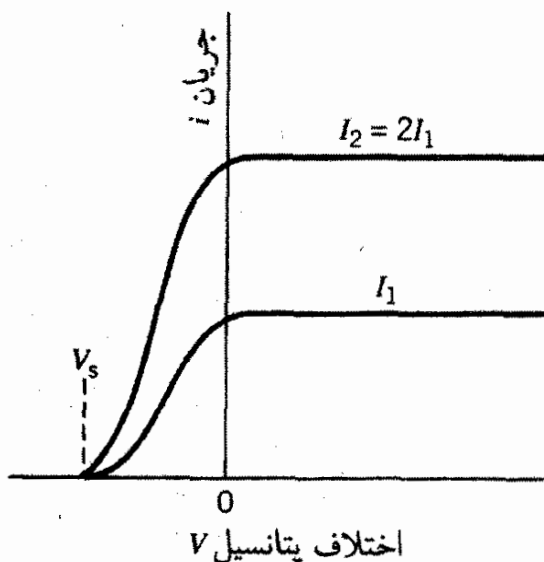
$$= \frac{(2.3 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{(120 \text{ W/m}^2)(3.1 \times 10^{-20} \text{ m}^2)} = 10^{-8} \text{ s}$$

درواقع، الکترونها در فلزات همیشه به تک‌تک اتمها مقید نیستند، بلکه می‌توانند آزادانه در همه فضای فلز حرکت کنند. اما، بدون توجه به هر برآورد منطقی برای مساحتی که انرژی را جذب می‌کند، اندازه زمان مشخصه برای گسیل فوتوالکترون مقداری از مرتبه ثانیه، یعنی در گستره‌ای است که اندازه‌گیری آن به آسانی امکان‌پذیر است. ■

مشخصات تجربی اثر فوتوالکتریک تا سال ۱۹۰۲ به خوبی معلوم شده بود. اما آیا پیش‌بینیهای نظریه کلاسیک با نتایج تجربی قابل مقایسه بود؟

۱. بیشینه انرژی جنبشی (که پتانسیل ایست آن را تعیین می‌کند) به کلی مستقل از شدت چشمه نور است. شکل ۳-۱۱ نتایج تجربی را نشان می‌دهد. با دوبرابر شدن شدت چشمه، پتانسیل تغییر نمی‌کند، که حاکی از آن است که انرژی جنبشی الکترونها هیچ تغییری نمی‌کند. این نتیجه تجربی با نظریه موجی، که بنابر پیش‌بینیهای آن بیشینه انرژی جنبشی باید تابع شدت نور باشد، ناسازگار است.

۲. اگر بسامد چشمه نور پایینتر از مقدار معینی باشد، اثر فوتوالکتریک اصلاً رخ نمی‌دهد. این مقدار، که مشخصه جنس و نوع سطح فلز به کار رفته در آزمایش است، بسامد قطع،  $\nu_c$  خوانده می‌شود. بالاتر از  $\nu_c$ ، هر چشمه نور، هر چند هم که ضعیف باشد، باعث گسیل فوتوالکترونها می‌شود؛ پایینتر از  $\nu_c$ ، هیچ چشمه نوری، هر قدر هم که قوی باشد، باعث گسیل فوتوالکترونها نخواهد شد. این نتیجه تجربی نیز با پیش‌بینیهای نظریه موجی ناسازگار است.



شکل ۱۱-۳ جریان فوتوالکتریک  $i$  بر حسب اختلاف پتانسیل  $V$  به ازای دو مقدار مختلف شدت نور. وقتی شدت دو برابر می شود، جریان هم دو برابر می شود (فوتوالکترونهای گسیلیده دو برابر می شوند)، اما پتانسیل ایست،  $V_s$ ، تغییری نمی کند.

۳. نخستین فوتوالکترونها عملاً بلافاصله (در ظرف  $10^{-9}$  s) بعد از روشن شدن چشمه نور، گسیل می شوند. نظریه موجی یک تأخیر زمانی قابل اندازه گیری را پیش بینی می کند، پس این نتیجه هم با نظریه موجی سازگار نیست. این سه نتیجه تجربی جملگی نشان می دهند که نظریه موجی از توجیه اثر فوتوالکتریک ناتوان است.

یک نظریه موفق برای اثر فوتوالکتریک را آلبرت اینشتین در سال ۱۹۰۵ مطرح کرد. پنج سال پیش از آن، در سال ۱۹۰۰، ماکس پلانک فیزیکدان آلمانی نظریه ای را پرداخته بود که توزیع طول موج نورگسیلیده از اشیای داغ، و تابان (تابش گرمایی) را توضیح می داد. (در بخش بعد درباره تابش گرمایی و نظریه پلانک صحبت خواهیم کرد.) اینشتین، بر پایه ایده های پلانک، پیشنهاد کرد که انرژی موج نوری روی جبهه موج به طور پیوسته توزیع نمی شود، بلکه در بسته های جایگزیده متمرکز است، که بعداً آنها را فوتون نامید. انرژی هر فوتون وابسته به یک موج الکترومغناطیسی با بسامد  $\nu$  عبارت است از:

$$E = h\nu \quad (21-3)$$

که  $h$  ثابت تناسب، به نام ثابت پلانک، است. می توان با جایگذاری  $\nu = c/\lambda$ ، انرژی فوتون را به طول موج امواج الکترومغناطیسی نیز مربوط کرد، که در این صورت،

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (22-3)$$

اغلب درباره فوتونها چنان صحبت می کنیم که گویی ذره اند، و به صورت بسته های متمرکز انرژی خواص ذره گونه دارند. چون فوتونها با سرعت نور همراه موج الکترومغناطیسی حرکت می کنند،



باید از رابطه نسبیته  $p = E/c$  پیروی کنند. با ترکیب این عبارت و معادله ۲۲-۳، می‌رسیم به:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (22-3)$$

فوتونها، مانند سایر ذرات، علاوه بر انرژی حامل تکانه خطی نیز هستند.

چون فوتون با سرعت نور حرکت می‌کند، پس باید جرمش صفر باشد. در غیر این صورت انرژی و تکانه آن بینهایت می‌شود. به همین ترتیب، انرژی سکون فوتون،  $E_0 = mc^2$ ، نیز باید صفر باشد. (با همه اینها، در بعضی شرایط، بهتر است که فوتون با انرژی  $E$  را به واسطه انرژی دارای جرم  $E/c^2$  در نظر بگیریم.)

به تعبیر اینشتین، یک فوتوالکترون بر اثر برخورد با یک تک‌فوتون آزاد می‌شود. کل انرژی فوتون بلافاصله به یک تک‌فوتوالکترون داده می‌شود. اگر انرژی فوتون،  $h\nu$ ، بیشتر از تابع کار ماده،  $\phi$ ، باشد، فوتوالکترون آزاد می‌شود. اگر انرژی فوتون کمتر از تابع کار باشد، اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. به این ترتیب، این توضیح دو ناکامی نظریه موجی یعنی وجود بسامد قطع و نبود هرگونه تأخیر زمانی قابل اندازه‌گیری را توجیه می‌کند.

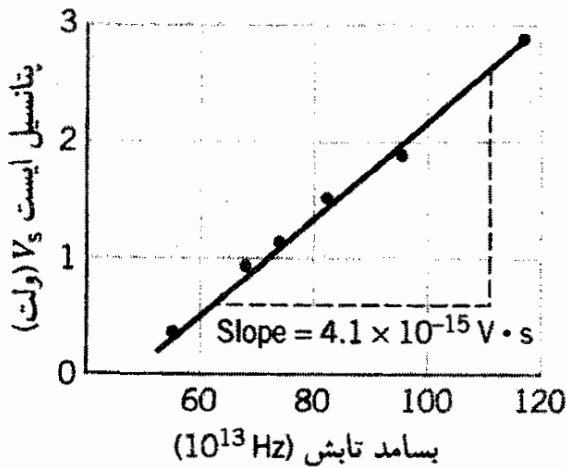
اگر انرژی فوتون از تابع کار تجاوز کند، انرژی اضافی به‌عنوان انرژی جنبشی الکترون ظاهر می‌شود:

$$K_{\max} = h\nu - \phi \quad (24-3)$$

شدت چشمه نور در این عبارت ظاهر نمی‌شود! دوبرابر شدن شدت نور به این معناست که تعداد



رابرت میلیکان (۱۸۶۸-۱۹۵۳، ایالات متحده آمریکا). وی شاید بهترین آزمایشگر عصر خود بود. از جمله کارهایش می‌توان تعیین مقدار دقیق ثابت پلانک با استفاده از اثر فوتوالکتریک (که به‌خاطر آن جایزه نوبل ۱۹۲۳ را برد) و اندازه‌گیری بار الکترون (با بهره‌گیری از دستگاه مشهور "قطره روغن" اش)، را برشمرد.



شکل ۳-۱۲ نتایج میلیکان برای اثر فوتوالکتریک در سدیم. شیب خط برابر است با  $h/e$ ؛ تعیین تجربی شیب راهی برای تعیین ثابت پلانک است. محل تقاطع باید بسامد قطع را بدهد؛ در زمان میلیکان پتانسیلهای تماس الکترودها دقیقاً معلوم نبودند و از این رو مقیاس قائم چند دهم ولت جابه‌جا شده بود. این تصحیح تأثیری بر شیب نداشت.

فوتونهایی که به سطح برخورد می‌کنند و در نتیجه تعداد فوتوالکترونهاى آزاد شده دوبرابر می‌شود، اما انرژی جنبشی بیشینه آنها دقیقاً برابر نیست.

انرژی جنبشی بیشینه با آزاد شدن سست پیوندترین الکترون متناظر است. ممکن است بعضی الکترونها بر اثر برهم‌کنش با سایر الکترونها در ماده انرژی از دست بدهند و با انرژی جنبشی کمتری خارج شوند.

فوتونی که انرژی معادل  $\phi$  را تأمین می‌کند، یعنی دقیقاً کمترین انرژی لازم برای کندن یک الکترون، با نوری به بسامد قطع،  $\nu_c$ ، متناظر است. در این بسامد، هیچگونه انرژی اضافی برای انرژی جنبشی وجود ندارد، از این رو معادله ۳-۲۴ تبدیل می‌شود به  $h\nu_c = \phi$ ، یا

$$\nu_c = \frac{\phi}{h} \quad (۲۵-۳)$$

طول موج قطع متناظر،  $\lambda_c = c/\nu_c$ ، عبارت است از:

$$\lambda_c = \frac{hc}{\phi} \quad (۲۶-۳)$$

به نظر می‌رسد که نظریه فوتون تمام جنبه‌های مشاهده‌شده اثر فوتوالکتریک را توجیه می‌کند. مشروحترین آزمون این نظریه را رابرت میلیکان در سال ۱۹۱۵ انجام داد. میلیکان بیشینه انرژی جنبشی (پتانسیل ایست) را به‌ازای بسامدهای مختلف نور اندازه گرفت و منحنی تغییرات معادله ۳-۲۴ را به دست آورد. نمونه‌ای از نتایج وی را در شکل ۳-۱۲ مشاهده می‌کنید. میلیکان، به کمک شیب خط مقداری برای ثابت پلانک به دست آورد:

$$h = ۶٫۵۷ \times ۱۰^{-۳۴} \text{ J.s}$$

میلیکان تا اندازه‌ای به خاطر آزمایشهای مشروح خود در زمینه اثر فوتوالکتریک جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۲۳ را دریافت کرد. جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۲۱ به خاطر اعمال نظریه فوتون اینشتین در مورد اثر فوتوالکتریک، به وی تعلق گرفت.

به طوری که در بخش بعد خواهیم دید، توزیع طول موج تابش گرمایی نیز مقداری برای ثابت پلانک به دست می‌دهد، که با مقداری که میلیکان از اثر فوتوالکتریک به دست آمد کاملاً سازگار است. ثابت پلانک یکی از بنیادی‌ترین ثابتهای طبیعت به شمار می‌آید؛ درست همان‌گونه که  $c$  ثابت مشخصه نسبیست است،  $h$  هم ثابت مشخصه مکانیک کوانتومی است. مقدار ثابت پلانک با دقت زیاد در آزمایشهای گوناگون اندازه‌گیری شده است. مقداری که اخیراً برای این ثابت پذیرفته شده، برابر است با:

$$h = 6,6260755 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

مثال ۳-۳

(الف) انرژی و تکانه یک فوتون نور سرخ با طول موج  $650 \text{ nm}$  چقدر است؟ (ب) طول موج یک فوتون با انرژی  $2.4 \text{ eV}$  چقدر است؟

حل: (الف) با بهره‌گیری از معادله ۳-۲۲، خواهیم داشت:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3,00 \times 10^8 \text{ m/s})}{650 \times 10^{-9} \text{ m}}$$

$$= 3,06 \times 10^{-19} \text{ J}$$

با تبدیل این نتیجه به الکترون‌ولت، داریم:

$$E = \frac{3,06 \times 10^{-19} \text{ J}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 1,91 \text{ eV}$$

اگر ترکیب  $hc$  مانند فصل یک، برحسب یكاهای  $\text{eV.nm}$  بیان شوند، مسائلی از این دست، ساده‌تر خواهند شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV.nm}}{650 \text{ nm}} = 1,91 \text{ eV}$$

تکانه، با استفاده از معادله ۳-۲۳، به همین شیوه به دست می‌آید:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{1}{c} \frac{hc}{\lambda} = \frac{1}{c} \frac{1240 \text{ eV.nm}}{650 \text{ nm}} = 1,91 \text{ eV}/c$$

تکانه هم به همین شیوه، مستقیماً از انرژی، به دست می‌آید:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{1,91 \text{ eV}}{c} = 1,91 \text{ eV}/c$$

(مرور بحث مثال ۲-۱۱ در خصوص یکاهای تکانه، می‌تواند مفید باشد.)

(ب) معادله ۳-۲۲ را بر حسب  $\lambda$  حل می‌کنیم، و می‌رسیم به:

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{2.40 \text{ eV}} = 517 \text{ nm}$$

مثال ۳-۴

تابع کار تنگستن  $4.52 \text{ eV}$  است. (الف) طول موج قطع  $\lambda_c$  تنگستن چیست؟ (ب) بیشینه انرژی جنبشی الکترونها در هنگامی که طول موج  $198 \text{ nm}$  به کار می‌رود، کدام است؟ پتانسیل ایست در این حالت چقدر است؟

حل: (الف) معادله ۳-۲۶ می‌دهد:

$$\lambda_c = \frac{hc}{\phi} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{4.52 \text{ eV}} = 274 \text{ nm}$$

در ناحیه فرابنفش.

(ب) در طول موجهای کوتاهتر،

$$\begin{aligned} K_{\max} &= h\nu - \phi = \frac{hc}{\lambda} - \phi \\ &= \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{198 \text{ nm}} - 4.52 \text{ eV} = 1.74 \text{ eV} \end{aligned}$$

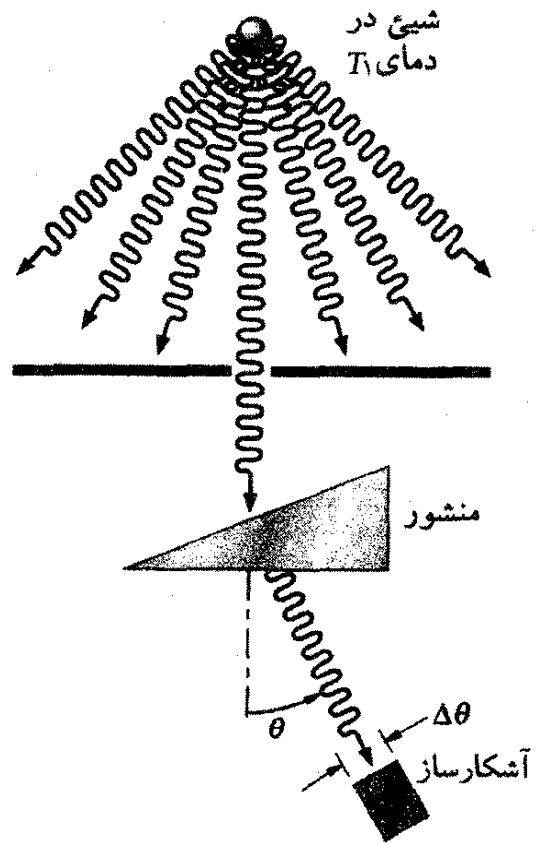
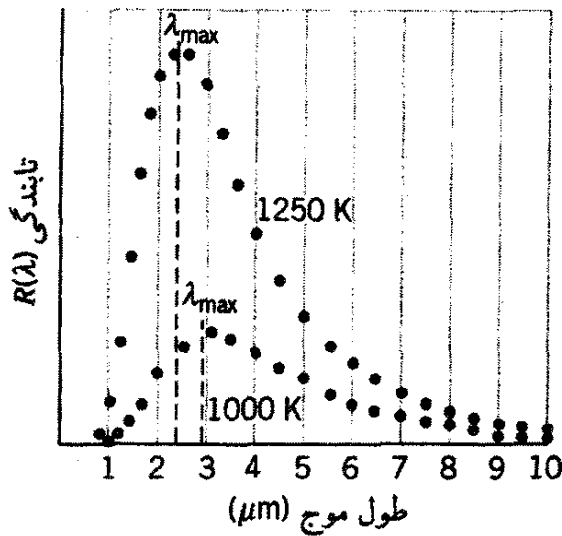
(ج) پتانسیل ایست ولتاژ متناظر با  $K_{\max}$  است:

$$V_s = \frac{K_{\max}}{e} = \frac{1.74 \text{ eV}}{e} = 1.74 \text{ eV}$$

### ۳-۳ تابش جسم سیاه

نخستین نشانه نارسایی تصویر موج کلاسیک تابش الکترومغناطیسی (که به خوبی از عهده توضیح آزمایشهای یانگ و هرتز در قرن نوزدهم برآمده بود و به دقت با معادله‌های ماکسول قابل تحلیل بود) ناشی از شکست این نظریه در توضیح طیف مشاهده شده تابش گرمایی بود؛ تابش گرمایی نوعی تابش الکترومغناطیسی است که همه اشیاء صرفاً به علت دمایشان گسیل می‌کنند.

یک ترتیب آزمایشی معمولی در شکل ۳-۱۳ نشان داده شده است. یک شیء در دمای  $T_1$  نگه داشته می‌شود. تابش گسیل شده از این شیء را دستگاهی آشکارسازی می‌کند که نسبت به طول موج این تابش حساس است. مثلاً، می‌توان از محیط پاشنده‌ای چون منشور استفاده کرد



شکل ۳-۱۴ یک نتیجه ممکن اندازه‌گیری تابندگی در چندین طول موج. هر دمای دیگری از جسم گسیلنده یک قله،  $\lambda_{max}$ ، دیگر را به دست می‌دهد.

شکل ۳-۱۳ اندازه‌گیری طیف تابش گرمایی. وسیله‌ای چون منشور برای جدا کردن طول موجهای گسیلیده از شیء به کار گرفته می‌شود.

به‌گونه‌ای که طول موجهای مختلف در زاویه‌های مختلف  $\theta$  ظاهر شوند. با حرکت دادن آشکارساز تابش در زاویه‌های مختلف  $\theta$ ، می‌توانیم شدت تابش در یک طول موج خاص را اندازه‌گیری کنیم. چون آشکارساز یک نقطه هندسی (که به سختی می‌توان آن را آشکارساز کارآمدی دانست!) نیست بلکه شامل گستره کوچکی از زاویه‌های  $\Delta\theta$  است، آنچه که عملاً اندازه می‌گیریم مقدار تابش در گستره  $\Delta\theta$  حول  $\theta$  یا به بیان دیگر، در گستره  $\Delta\lambda$  حول  $\lambda$  است.

فرض کنید  $I$  شدت کل تابش الکترومغناطیسی گسیلیده در تمام طول موجها باشد. در بازه  $\Delta\lambda$  در یک طول موج خاص چون  $\lambda$  (یعنی، بین محدوده‌های  $\lambda$  و  $\lambda + d\lambda$ )، شدت  $dI$  عبارت است از:

$$dI = R(\lambda)d\lambda \quad (27-3)$$

که  $R(\lambda)$  عبارت است از تابندگی (گسیلندگی تابشی)، یعنی شدت در واحد بازه طول موج. آزمایش ما  $dI$  را اندازه می‌گیرد و از این رو می‌توانیم  $R(\lambda)$  را در هر طول موج مورد نظر تعیین کنیم. شکل ۳-۱۴ نمونه‌ای از نتایج را هنگامی که شیء در دمای  $T_1 = 1000\text{ K}$  باشد، نشان می‌دهد.

اگر اکنون دمای جسم را به مقدار دیگر  $T_2$  تغییر دهیم، منحنی متفاوتی حاصل می‌شود، که در شکل ۱۴-۳ به ازای  $T_2 = 1250 \text{ K}$  نشان داده شده است. اگر اندازه‌گیری را برای چندین دمای مختلف تکرار کنیم، به نتایجی منظم برای تابندگی می‌رسیم که دو ویژگی مهم را آشکار می‌کند:

۱. کل شدت تابیده در تمام طول موجها، یعنی، مساحت زیر منحنی  $R(\lambda)$ ، با افزایش دما افزایش می‌یابد. این نتیجه، شگفت‌انگیز نیست: یک شیء تابان در واقع با بالا رفتن دمایش، انرژی بیشتری می‌تاباند. از اندازه‌گیریهای دقیق، پی می‌بریم که شدت کل متناسب با توان چهارم دما افزایش می‌یابد:

$$I = \int R(\lambda) d\lambda \propto T^4$$

$$I = \sigma T^4$$

که در اینجا ثابت تناسب  $\sigma$  را وارد کرده‌ایم. معادله ۲۸-۳ را قانون استفان و ثابت  $\sigma$  را ثابت استفان-بولتزمن می‌گویند. مقدار این ثابت را می‌توان به کمک نتایج تجربی، مانند آنچه در شکل ۱۴-۳ نشان داده شده است، تعیین کرد:

$$\sigma = 5.670399 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

۲. طول موج  $\lambda_{\max}$  که تابندگی  $R(\lambda)$  در آن به بیشینه مقدارش می‌رسد، با افزایش دما کاهش می‌یابد، یعنی با دما تناسب معکوس دارد:

$$\lambda_{\max} \propto \frac{1}{T}$$

به کمک نتایجی، مانند نتیجه‌های شکل ۱۴-۳، می‌توانیم ثابت تناسب را تعیین کنیم، یعنی،

$$\lambda_{\max} T = 2898 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K} \quad (29-3)$$

این نتیجه را قانون جابه‌جایی وین می‌گویند؛ واژه "جابه‌جایی" معطوف به چگونگی حرکت یا جابه‌جایی قله با تغییر دماست.

### مثال ۵-۳

(الف) در چه طول موجی یک شیء در دمای اتاق ( $T = 20^\circ \text{C}$ ) حداکثر تابش گرمایی را گسیل می‌کند؟ (ب) این شیء را تا چه دمایی باید گرم کنیم تا قله تابش گرمایی آن در ناحیه سرخ طیف قرار گیرد؟ (ج) گسیل تابش گرمایی این شیء در دمای بالاتر، چندبرابر می‌شود؟

حل: (الف) با بهره‌گیری از دمای مطلق،  $T = 293\text{K}$ ، از قانون جابه‌جایی وین به دست می‌آوریم:

$$\lambda_{\max} = \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{m.K}}{293\text{K}} = 9,89 \mu\text{m}$$

(ب) هرگاه طول موج نور سرخ را  $\lambda \cong 650 \text{nm}$  بگیریم، باز هم با به‌کارگیری قانون جابه‌جایی وین،  $T$  را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{m.K}}{650 \times 10^{-9} \text{m}} = 4460 \text{K}$$

(ج) چون کل شدت تابش با  $T^4$  متناسب است، نسبت تمامی گسیلهای گرمایی عبارت خواهد بود از:

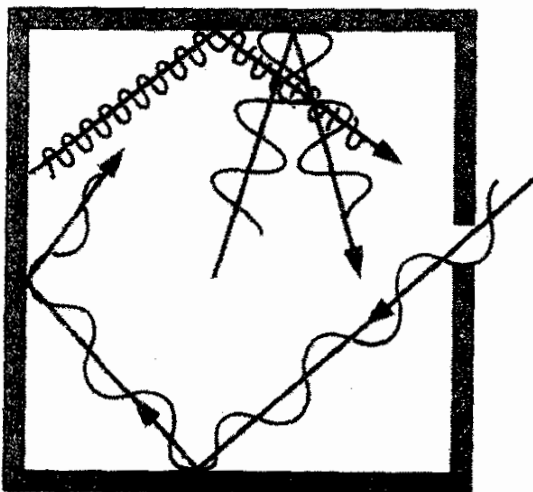
$$\frac{T_2^4}{T_1^4} = \frac{(4460 \text{K})^4}{(293 \text{K})^4} = 5,37 \times 10^4$$

■ حتماً توجه کنید که در این مثال از دمای مطلق (کلوین) استفاده کرده‌ایم.

اکنون وقت آن فرا رسیده است که این نتایج (وابستگی  $R$  به  $\lambda$ ، قانون استفان، و قانون وین) را بر پایه نظریه‌های ترمودینامیک و الکترومغناطیس تجزیه و تحلیل کنیم و بفهمیم. در اینجا بحث کاملی در خصوص این نظریه ارائه نخواهیم داد، بلکه فقط خطوط کلی آن را به اختصار بیان می‌کنیم. در پایان این فصل مراجعی را خواهید یافت که در آنها می‌توان به بحثهایی جامعتر (و پیشرفته‌تر) در این مبحث دست یافت.

اجسام جامد معمولی به علت نوری که از آنها باز می‌تابد، مشاهده می‌شوند. در دمای اتاق، تابش گرمایی عمدتاً در ناحیه فروسرخ طیف ( $\lambda_{\max} \cong 10 \mu\text{m}$ ) صورت می‌گیرد، که چشمان ما نسبت به آن حساس نیستند. وقتی این اجسام را گرم می‌کنیم، شروع به گسیل نور مرئی می‌کنند؛ بنابه معادله ۲۹-۳، هرچه  $T$  افزایش یابد،  $\lambda_{\max}$  کم می‌شود، و در دماهای نه‌چندان زیاد،  $\lambda_{\max}$  تا ناحیه مرئی پایین می‌آید. مثلاً، یک قطعه فلز (بر اثر گرم شدن)، ابتدا به رنگ قرمز تیره درمی‌آید، و با افزایش دما تابش به رنگ زرد می‌گراید.

متأسفانه، مقدار تابش گسیل شده از هر جسم نه‌تنها به دما، بلکه به عوامل دیگری، چون خواص سطح آن (مثلاً، توانایی بازتاب تابش فرودی بر آن) نیز بستگی دارد. برای از میان برداشتن برخی از این مشکلات، جسمی را در نظر می‌گیریم که سطح آن کاملاً سیاه باشد (یک جسم سیاه) و هیچگونه تابشی را که به آن برخورد می‌کند، باز نتاباند، و ویژگیهای سطح آن را به این ترتیب نتوان دید. اما، این تعمیم هنوز مسئله را به اندازه کافی ساده نمی‌کند که بتوانیم طیف تابش گسیلیده را



شکل ۳-۱۵ کاواکی پر از تابش الکترومغناطیسی. حفره موجود در دیواره کاواک یک جسم سیاه آرمانی را نشان می دهد.

برآورد کنیم. پس تعمیم را کلی تر می کنیم تا برسیم به نوع خاصی از جسم سیاه. این نوع خاص که یک کاواک است، مانند درون یک جعبه فلزی است که حفره کوچکی در یک دیواره آن کنده شده باشد (شکل ۳-۱۵). این حفره همان جسم سیاه است، نه خود جعبه. تابشی که از خارج به حفره برخورد کند در داخل جعبه گم می شود و شانس اندکی برای خروج مجدد از حفره دارد؛ به این ترتیب هیچگونه بازتابشی از جسم سیاه (حفره) صورت نمی گیرد. چون تابشی که از حفره خارج می شود نمونه ای از تابش داخل جعبه است، درک سرشت تابش داخل جعبه این امکان را به ما می دهد که به تابشی که از حفره خارج می شود، پی ببریم.

اکنون محاسبه کلاسیک انرژی تابشی گسیلیده در هر طول موج در چند مرحله انجام می شود. در اینجا، بدون اثبات اجزای اساسی این محاسبات، ابتدا مقدار تابش (تعداد موجها) در هر طول موج، سپس سهم هر موج در کل انرژی داخل جعبه، و سرانجام تابندگی متناظر با آن انرژی را ارائه می کنیم.

۱. جعبه آکنده از امواج ایستاده الکترومغناطیسی است. اگر دیواره های جعبه فلزی باشند، تابش به عقب و جلو بازتابیده می شود و گره ای از میدان الکتریکی در هر دیواره به وجود می آید (میدان الکتریکی باید در داخل هر رسانا صفر باشد). این وضعیت مانند همان شرایطی است که در مورد سایر امواج ایستاده، چون امواج واقع بر یک تار کشیده یا ستونی از هوا در یک لوله ارگ، اعمال می شود.

۲. تعداد امواج ایستاده با طول موجهای بین  $\lambda$  و  $\lambda + d\lambda$  برابر است با:

$$N(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi V}{\lambda^2} d\lambda \quad (3-30)$$

که در آن  $V$  حجم جعبه است. برای امواج ایستاده یک بعدی، مانند امواج روی یک تار کشیده به طول  $L$ ، طول موجهای مجاز عبارتند از:  $(n = 1, 2, 3, \dots)$  و  $\lambda = 2L/n$ . تعداد امواج ایستاده ممکن با طول موجهایی بین  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  عبارت است از:  $n_2 - n_1 = 2L(1/\lambda_2 - 1/\lambda_1)$ . در بازه کوچک  $\lambda$  تا



$N(\lambda)d\lambda = |dn/d\lambda|d\lambda = (2L/\lambda^2)d\lambda$  تعداد امواج ایستاده عبارت خواهد بود از: می‌توان با تعمیم این رهیافت به سه بعد، معادله ۳-۳۰ را به دست آورد.

۳. هر تک‌موج انرژی  $kT$  را به تابش داخل جعبه می‌دهد. این نتیجه پیامد ترمودینامیک کلاسیک است. تابش در جعبه با دیواره به دمای  $T$  در حالت تعادل گرمایی است. تابش از دیواره‌ها باز می‌تابد زیرا اتمهای دیواره آن را جذب و سپس به سرعت گسیل می‌کنند؛ در این فرایند اتمها با بسامد تابش نوسان می‌کنند. در دمای  $T$ ، میانگین انرژی جنبشی گرمایی هر اتم نوسان‌کننده عبارت است از  $kT(1/2)$  (نتیجه‌ای شبیه به همان نتیجه که برای گاز کامل به دست آمد). برای یک نوسانگر هماهنگ ساده، میانگین انرژی جنبشی برابر است با میانگین انرژی پتانسیل، به گونه‌ای که میانگین انرژی کل عبارت است از  $kT$ .

۴. بین تابندگی و چگالی انرژی (انرژی در واحد حجم)  $u(\lambda)$ ، در طول موج  $\lambda$ ، رابطه زیر برقرار است:

$$R(\lambda) = \frac{c}{4} u(\lambda) \quad (31-3)$$

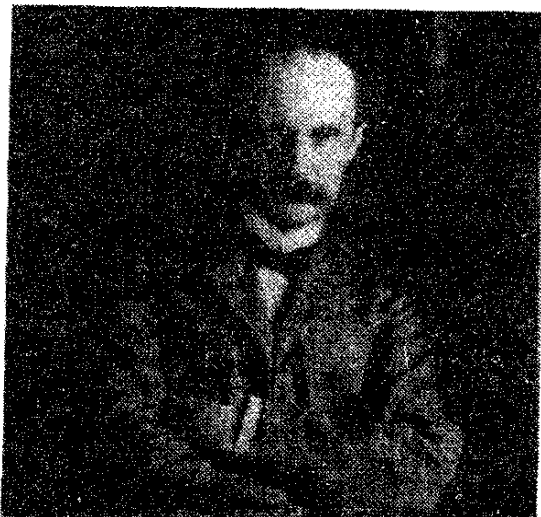
این نتیجه با محاسبه مقدار تابشی که از یک جزء سطح در داخل کاواک می‌گذرد از الکترومغناطیس کلاسیک به دست می‌آید.

با کنار هم گذاشتن این عوامل، ابتدا چگالی تابش در داخل کاواک را محاسبه می‌کنیم:

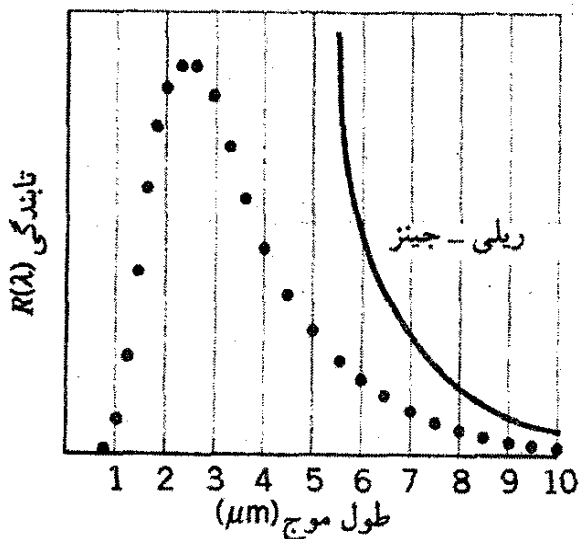
(انرژی به ازای هر موج ایستاده)  $\times$  (تعداد امواج ایستاده در واحد حجم) = چگالی انرژی

یا

$$u(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^2} kT \quad (32-3)$$



ماکس پلانک (۱۸۵۸-۱۹۴۷). از کار او در زمینه توزیع طیفی تابش، که به نظریه کوانتومی انجامید، با اهدای جایزه نوبل سال ۱۹۱۸ تقدیر شد. در سالهای بعد، نوشته‌های او بیشتر در زمینه موضوعهای مذهبی و فلسفی بود.



شکل ۳-۱۶ ناکامی فرمول کلاسیک ریلی-جینز در برازش به تابندگی مشاهده شده. در طول موجهای بلند نظریه به داده‌ها نزدیک می‌شود، اما در طول موجهای کوتاه فرمول کلاسیک به صورت اسفباری ناموفق است.

با بهره‌گیری از معادله ۳-۳۰ برای  $N(\lambda)/V$ ، تعداد امواج ایستاده در واحد حجم، سرانجام معادله ۳-۳۱ تابندگی را به ما می‌دهد:

$$R(\lambda) = \frac{\lambda \pi^2 k T^3 c}{15 \lambda^4} \quad (۳-۳۱)$$

(برای جزئیات بیشتر درباره به دست آوردن آن، نگاه کنید به مراجع پایان این فصل.)

این نتیجه که به فرمول ریلی - جینز معروف است، بستگی شدیدی به نظریه‌های الکترومغناطیس و ترمودینامیک دارد، و بیشترین تلاش ما را در جهت استفاده از فیزیک کلاسیک در جهت درک مسئله تابش جسم سیاه نشان می‌دهد. در شکل ۳-۱۶ تابندگی محاسبه شده از فرمول ریلی - جینز با نمونه نتایج تجربی قبلی ما مقایسه شده است. تابندگی محاسبه شده از معادله ۳-۳۳ به داده‌های تجربی در طول موجهای بلند نزدیک می‌شود، اما در طول موجهای کوتاه، نظریه کلاسیک (که پیش‌بینی می‌کند با  $\lambda \rightarrow 0$  داریم  $R \rightarrow \infty$ ) به صورت اسفباری ناموفق است. ناکامی فرمول ریلی - جینز در طول موجهای کوتاه را فاجعه فرابنفش می‌نامند و یکی از مسائل جدی فیزیک کلاسیک است، زیرا نظریه‌های ترمودینامیک و الکترومغناطیس که فرمول ریلی - جینز بر آنها استوار بود در بسیاری از شرایط دیگر آزموده شده بودند و سازگاری بسیار خوبی با نتایج تجربی داشتند. از قرار معلوم نظریه‌های کلاسیک برای تابش جسم سیاه کارایی نداشت و نوع جدیدی از نظریه فیزیکی ضروری بود.

این فیزیک جدید که تابش جسم سیاه را به درستی تفسیر می‌کرد فیزیکدان آلمانی ماکس پلانک در سال ۱۹۰۰ پیشنهاد کرد. فاجعه فرابنفش ناشی از آن بود که فرمول ریلی - جینز تابندگی بسیار زیادی را در طول موجهای کوتاه (یا معادل آن بسامدهای زیاد) پیش‌بینی می‌کرد. فقط باید کاری می‌کردیم که با  $\lambda \rightarrow 0$  یا  $\nu \rightarrow \infty$  داشته باشیم  $R \rightarrow 0$ . پلانک استدلال کرد که بازتابهای روی دیواره کاواک ناشی از جذب و بازگسیل سریع تابش توسط اتمهای دیواره است؛ در خلال این مدت

اتمها با بسامد تابش نوسان می‌کنند. چون انرژی دستگاہ نوسان‌کننده تابع بسامد آن است، پلانک کوشید راهی برای کاهش تعداد امواج ایستاده با بسامد زیاد با کاهش تعداد نوسانگرهای پربسامد در دیواره کاواک بیابد. وی این کار را با فرض جسورانه‌ای انجام داد که شالوده یک نظریه فیزیکی جدید به نام فیزیک کوانتومی شد. این نظریه به نوع جدیدی از مکانیک به نام مکانیک موجی وابسته است. ما روشهای این مکانیک را در فصل ۵ بررسی خواهیم کرد؛ اکنون نشان می‌دهیم که چگونه نظریه پلانک طیف گسیل شده از جسم سیاه را به درستی تفسیر می‌کند.

پلانک پیشنهاد کرد که یک اتم نوسان‌کننده فقط می‌تواند انرژی را در بسته‌های گسسته (به نام کوانتوم) جذب و بازگسیل کند. اگر انرژی این کوانتومها با بسامد تابش متناسب می‌بود، با زیاد شدن بسامد، انرژی نیز زیاد می‌شد؛ چون هیچ موج منفرد نمی‌توانست حاوی انرژی بیش از  $kT$  باشد، هیچ موج ایستاده‌ای وجود نداشت که انرژی کوانتوم آن بزرگتر از  $kT$  باشد. این موضوع شدت تابندگی در بسامدهای زیاد (طول موج کم) را عملاً محدود و مسئله فاجعه فرابنفش را حل می‌کرد. (چنانکه در مطالعه فیزیک کوانتومی خواهیم دید، همه کمیت‌های محاسبه شده برحسب میانگین یا احتمال بیان می‌شوند. بنابراین صحیح‌تر است که بگوییم نقش پلانک این بود که راهی را یافت که نشان داد احتمال یافتن یک مد نوسان با انرژی بسیار بیش از  $kT$  را می‌توان به صورت قابل چشمپوشی کوچک کرد.)

در نظریه پلانک، هر نوسانگر فقط انرژی را به صورت مضربهای صحیح یک کمیت بنیادی  $\epsilon$  گسیل یا جذب می‌کند:

$$E = n\epsilon \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (34-3)$$

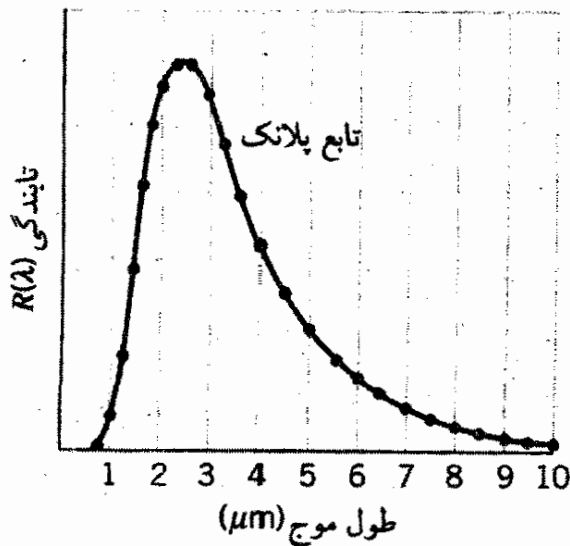
که  $n$  تعداد کوانتومهاست، به علاوه، انرژی هر کوانتوم به کمک بسامد تعیین می‌شود:

$$\epsilon = h\nu \quad (35-3)$$

که  $h$  ثابت تناسب است، و اکنون به آن ثابت پلانک می‌گویند. بر پایه این فرض پلانک تابندگی را محاسبه کرد:

$$R(\lambda) = \left(\frac{c}{4}\right) \left(\frac{\lambda\pi}{\lambda^2}\right) \left[\left(\frac{hc}{\lambda}\right) \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}\right] \quad (36-3)$$

(این نتیجه در بخش ۱۰-۶ به دست می‌آید.) سازگاری آزمایش با فرمول پلانک در شکل ۱۷-۳ نشان داده شده است، و می‌توانید ببینید که فرمول پلانک چقدر خوب با داده‌ها می‌خواند.



شکل ۳-۱۷ تابع پلانک با داده‌های مشاهده‌شده کاملاً جور درمی‌آید.

توجه کنید که فرض پلانک درباره انرژی گسسته نوسانها به جایگزین کردن میانگین انرژی  $kT$  در معادله ۳-۳۳ با کمیت داخل کروشه معادله ۳-۳۶ می‌انجامد. چون می‌دانیم قانون ریلی - جینز، معادله ۳-۳۳، در طول موجهای بلند موفق است، انتظار داریم که در حد  $\lambda$  بزرگ، معادله ۳-۳۶ به معادله ۳-۳۳ تبدیل شود. با بسط عبارت نمایی مخرج، این نتیجه مستقیماً به دست می‌آید.

در مسائل ۱۶ و ۱۷ در پایان این فصل، از شما می‌خواهیم که نشان دهید فرمول پلانک را می‌توان برای به دست آوردن قانون استفان و قانون جابه‌جایی وین به کار برد. در واقع، استنتاج قانون استفان از فرمول پلانک به رابطه‌ای می‌انجامد که بین ثابت استفان - بولتزمن و ثابت پلانک برقرار است:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \quad (۳۷-۳)$$

پلانک، در سال ۱۹۰۰ با تعیین مقدار ثابت استفان - بولتزمن از داده‌های موجود تابندگی، توانست مقدار ثابت  $h$  را تعیین کند:

$$h = ۶٫۵۶ \times ۱۰^{-۳۴} \text{ J}\cdot\text{s}$$

که با مقداری که میلیکان پانزده سال بعد براساس تحلیل داده‌های ناشی از اثر فوتوالکتریک به دست آورد، به خوبی سازگار است. سازگاری خوب این دو مقدار قابل توجه است، زیرا از آزمایشهایی کاملاً متفاوتی به دست آمده‌اند؛ در یکی از این آزمایشها گسیل، و در دیگری جذب تابش الکترومغناطیسی دخیل است. این موضوع نشان می‌دهد که ویژگی کوانتس حادته‌ای نیست که از تحلیل یک آزمایش خاص سر برآورده باشد، بلکه ویژگی خود میدان الکترومغناطیسی است. پلانک، و سایر دانشمندان هم‌عصرش، این برداشت را به آسانی نپذیرفتند اما، دلایل تجربی بعدی (از جمله اثر کامپتون) چنان مستحکم و قانع‌کننده از کار در آمد که هیچ تردیدی در مورد صحت نظریه فوتون اینشتین و ساختار ذره‌گونه میدان الکترومغناطیسی باقی نگذاشتند.

### ۳-۴ اثر کامپتون

راه دیگر برهم‌کنش تابش با اتمها از طریق اثر کامپتون است، که در آن تابش از الکترونهای سست پیوند، که می‌توان تقریباً آنها را آزاد در نظر گرفت، پراکنده می‌شود. الکترون با جذب بخشی از انرژی تابش از اتم آزاد می‌شود؛ انرژی باقیمانده به صورت تابش الکترومغناطیسی باز می‌تابد. از دیدگاه موجی، تابش پراکنده کم‌انرژی‌تر از تابش فرودی است (اختلاف انرژی آن به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود) اما طول موجش تغییر نمی‌کند. اما چنانکه خواهیم دید، مفهوم فوتون به پیش‌بینی بسیار متفاوتی برای تابش پراکنده می‌انجامد.

فرایند پراکندگی را می‌توان به صورت برهم‌کنش (در معنای کلاسیک ذرات، به عنوان "برخورد") بین یک تک‌فوتون و یک الکترون، که آن را ساکن فرض می‌کنیم، تلقی کرد. شکل ۳-۱۸ این برخورد را نشان می‌دهد. در ابتدا، انرژی فوتون  $E$  است که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (38-3)$$

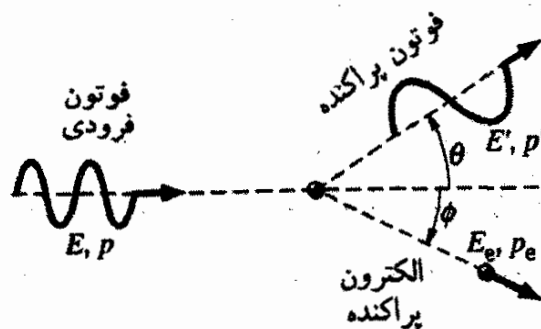
و تکانه خطی  $p$  برابر است با،

$$p = \frac{E}{c} \quad (39-3)$$

انرژی سکون الکترون  $m_e c^2$  است. بعد از پراکندگی، انرژی فوتون  $E'$  و تکانه آن  $p'$  است، و در جهتی حرکت می‌کند که با جهت حرکت فوتون فرودی زاویه  $\theta$  می‌سازد. انرژی کل الکترون  $E_e$  و تکانه آن  $p_e$  است و در جهتی حرکت می‌کند که با فوتون اولیه زاویه  $\phi$  می‌سازد. (برای منظور کردن احتمال اینکه فوتونهای فرودی پراکنده‌های الکترونهای پراکنده پراکنده بدهند، از سینماتیک نسبیتی برای الکترون استفاده می‌کنیم.) پس با اعمال شرایط متعارف پایستگی انرژی و تکانه خواهیم داشت:

$$E_{\text{اولیه}} = E_{\text{نهایی}}$$

$$E + m_e c^2 = E' + E_e \quad (40-3 \text{ الف})$$



شکل ۳-۱۸ هندسه پراکندگی کامپتون.

$$(p_x)_{\text{اولیه}} = (p_x)_{\text{نهایی}}$$

$$p = p_e \cos \phi + p' \cos \theta \quad (۳-۴۰ \text{ ب})$$

$$(p_y)_{\text{اولیه}} = (p_y)_{\text{نهایی}}$$

$$0 = p_e \sin \phi - p' \sin \theta \quad (۳-۴۰ \text{ ج})$$

اکنون سه معادله و چهار مجهول  $(\theta, \phi, E_e, E')$ ؛ که  $p_e$  و  $p'$  مجهولهای مستقل نیستند) داریم که نمی‌توان برای آنها جوابی یکتا به دست آورد، اما می‌شود با حل همزمان این معادله‌ها دو مجهول از چهار مجهول را حذف کرد. اگر بخواهیم انرژی و جهت فوتون پراکنده را اندازه بگیریم،  $E_e$  و  $\phi$  را حذف می‌کنیم. زاویه  $\phi$  با ترکیب معادله‌های تکانه حذف می‌شود:

$$p_e \cos \phi = p - p' \cos \theta$$

$$p_e \sin \phi = p' \sin \theta$$

طرفین را مجذور، و با هم جمع می‌کنیم:

$$p_e^2 = p^2 - 2pp' \cos \theta + p'^2 \quad (۳-۴۱)$$

رابطه نسبیتی بین انرژی و تکانه، بنابه معادله ۲-۴۱، عبارت است از:

$$E_e^2 = c^2 p_e^2 + m_e^2 c^4$$

مقدار  $E_e$  را از معادله ۳-۴۰ الف و مقدار  $p_e^2$  را از معادله ۳-۴۱ در این معادله قرار می‌دهیم:

$$(E + m_e c^2 - E')^2 = c^2 (p^2 - 2pp' \cos \theta + p'^2) + m_e^2 c^4 \quad (۳-۴۲)$$

پس از اندکی عملیات جبری، می‌رسیم به:

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) \quad (۳-۴۳)$$

این معادله را چنین نیز می‌توان نوشت:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (۳-۴۴)$$

که  $\lambda$  طول موج فوتون فرودی و  $\lambda$  طول موج فوتون پراکنده است. کمیت  $h/m_e c$  را طول موج کامپتون الکترون می‌گویند و مقدار آن  $0.002426 \text{ nm}$  است؛ اما، به یاد داشته باشید که این کمیت یک طول موج حقیقی نیست بلکه تغییر طول موج است.

معادله‌های  $3-44$  و  $3-43$ ، تغییر انرژی یا طول موج فوتون را برحسب زاویه پراکندگی، به دست می‌دهند. چون کمیت سمت راست هیچگاه منفی نمی‌شود،  $E'$  همواره کوچکتر از  $E$  است. انرژی فوتون پراکنده از فوتون فرودی اولیه کمتر است؛ اختلاف  $E - E'$  درست همان انرژی جنبشی است که به الکترون داده شده، یعنی  $E_e - m_e c^2$ . به همین ترتیب،  $\lambda'$  همواره بزرگتر از  $\lambda$  است. طول موج فوتون پراکنده بلندتر از طول موج فوتون فرودی است؛ گستره تغییرات طول موج از  $0^\circ$  تا  $\theta = 90^\circ$  دو برابر طول موج کامپتون در  $\theta = 180^\circ$  است. البته، این توصیفها برحسب انرژی و طول موج هم‌ارزند، و انتخاب اینکه از کدام یک استفاده کنیم، صرفاً به سهولت آن بستگی دارد.

### مثال ۳-۶

برای پرتوهای  $x$  به طول موج  $0.240 \text{ nm}$  پراکندگی کامپتون صورت می‌گیرد، و باریکه پراکنده در زاویه  $60^\circ$  نسبت به باریکه فرودی مشاهده می‌شود. پیدا کنید: (الف) طول موج پرتوهای  $x$  پراکنده؛ (ب) انرژی فوتونهای پرتو  $x$  پراکنده؛ (ج) انرژی جنبشی الکترونهای پراکنده، و (د) جهت حرکت الکترونهای پراکنده.

حل: (الف)  $\lambda'$  را می‌توان بلافاصله از معادله  $3-44$  یافت:

$$\begin{aligned}\lambda' &= \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \\ &= 0.240 \text{ nm} + (0.00243 \text{ nm})(1 - \cos 60^\circ) \\ &= 0.2412 \text{ nm}\end{aligned}$$

(ب) انرژی  $E'$  را می‌توان مستقیماً از  $\lambda'$  به دست آورد

$$E' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{0.2412 \text{ nm}} = 5141 \text{ eV}$$

(ج) با توجه به معادله  $3-43$  الف مربوط به پایستگی انرژی، داریم:

$$\begin{aligned}E_e &= (E - E') + m_e c^2 = K_e + m_e c^2 \\ K_e &= E - E'\end{aligned}\tag{۳-۴۵}$$



آرتور کامپتون (۱۸۹۲-۱۹۶۲، ایالات متحده). کارهای او در زمینه پراکندگی پرتو x به تأیید نظریه فوتون اینشتین انجامید و برایش جایزه نوبل فیزیک ۱۹۲۷ را به ارمغان آورد. وی یکی از پیشگامان تحقیقات در زمینه پرتوهای x و پرتوهای کیهانی بود. در خلال جنگ جهانی دوم وی هدایت بخشی از تحقیقات بمب اتمی ایالات متحده را به عهده داشت.

انرژی فوتون اولیه،  $E$ ، برابر است با  $hc/\lambda = 5167\text{eV}$ ، و به این ترتیب:

$$K_e = 5167\text{eV} - 5141\text{eV} = 26\text{eV}$$

(د) مانند مورد معادله ۳-۴۱ معادله‌های ۳-۴۰ و ۳-۴۰ ج را برای  $p_e \cos \phi$  و  $p_e \sin \phi$

حل می‌کنیم اما به جای جمع و مجذورکردن، طرفین دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\tan \phi = \frac{p' \sin \theta}{p - p' \cos \theta} \quad (3-46)$$

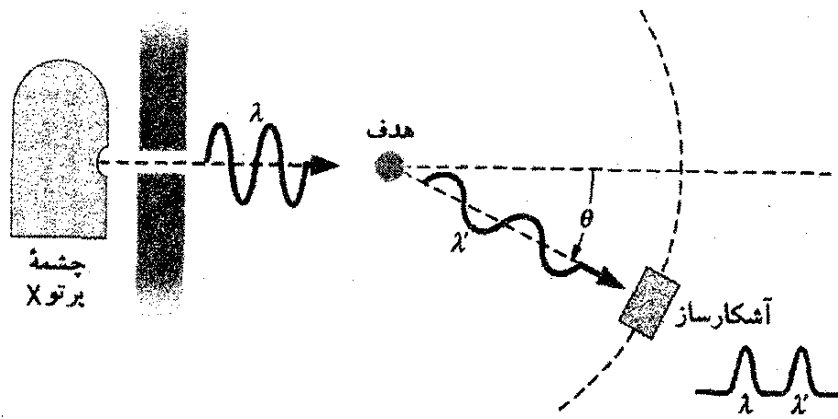
با ضرب صورت و مخرج کسر بالا را در  $c$  و یادآوری اینکه  $E = pc$  و  $E' = p'c$  خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{E' \sin \theta}{E - E' \cos \theta} = \frac{(5141\text{eV})(\sin 60^\circ)}{(5167\text{eV}) - (5141\text{eV})(\cos 60^\circ)} \\ &= 1.715 \end{aligned}$$

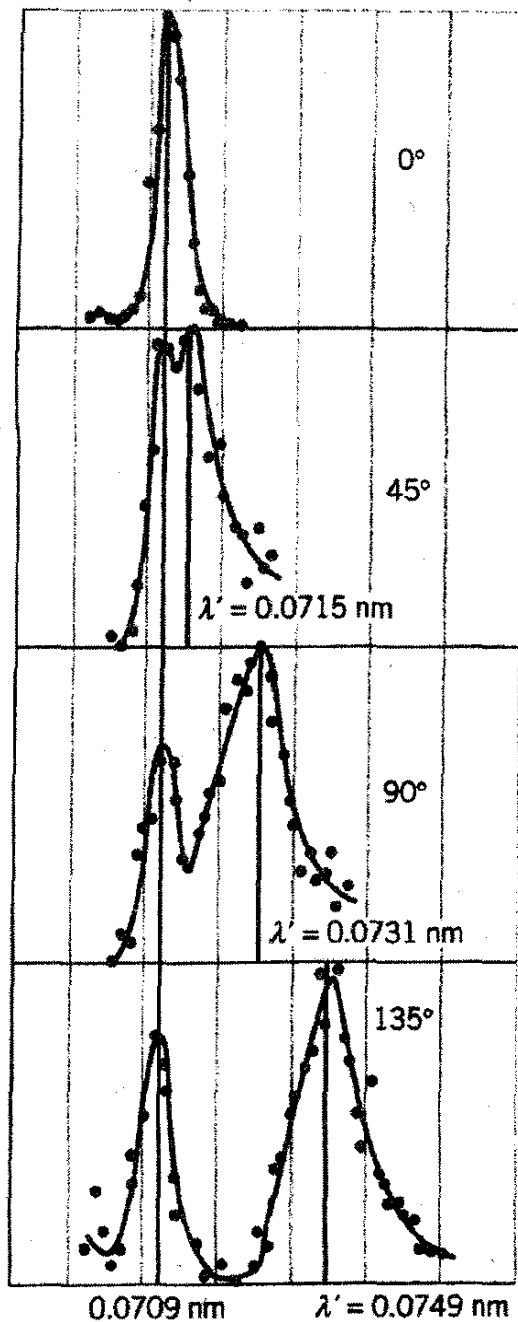
$$\phi = 59.7^\circ$$

نخستین نمایش تجربی این نوع پراکندگی را آرتور کامپتون در سال ۱۹۲۳ انجام داد. نموداری از آزمایش وی در شکل ۳-۱۹ نشان داده شده است. باریکه‌ای از پرتوهای x بر یک هدف پراکندگی فرود می‌آید، که کامپتون برای آن از کربن استفاده کرد. (هرچند که هیچ هدف پراکندگی عملاً

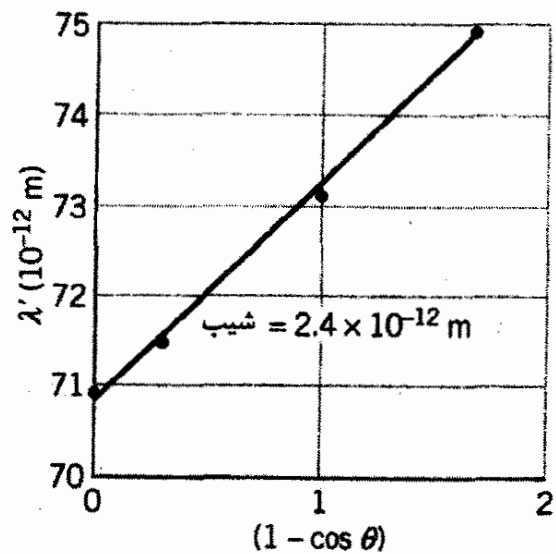
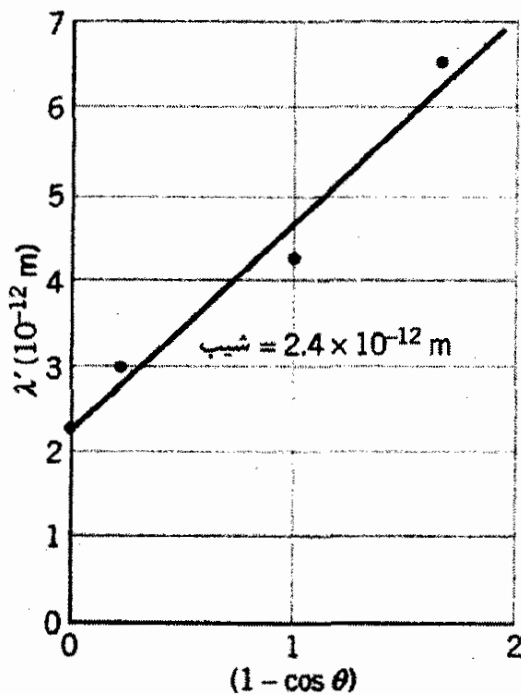




شکل ۱۹-۳ نمودار طرح وار دستگاه پراکندگی کامپتون. طول موج،  $\lambda'$ ، پرتوهای X پراکنده به کمک آشکارسازی که می‌توان آن را در  $\theta$  های مختلف قرار داد، اندازه‌گیری می‌شود. اختلاف طول موج با  $\theta$  تغییر می‌کند.



شکل ۲۰-۳ نتایج اولیه کامپتون برای پراکندگی پرتو X.



شکل ۲۲-۳ نتایج کامپتون برای پراکندگی پرتو گاما. هرچند که طول موجها تقریباً دو مرتبه بزرگی کوتاهتر از طول موجهای پرتو x اند، شیب برابر شیب شکل ۲۱-۳ است، که فرمول کامپتون، معادله ۲-۴۴، پیش‌بینی می‌کند.

شکل ۲۱-۳ طول موجهای پرتو x پراکنده،  $\lambda'$ ، با استفاده از شکل ۲۰-۳، به‌ازای زاویه‌های پراکندگی مختلف. شیب مورد انتظار عبارت است از  $2.4 \times 10^{-12} \text{ m}$ ، که با شیب اندازه‌گیری شده از داده‌های کامپتون سازگار است.

حاوی الکترونهاي "آزاد" واقعي نيست، الکترونهاي خارجي يا ظرفيت در اتم بسياري از مواد پيوند ضعيفي دارند و تقريباً مانند الکترونهاي آزاد عمل مي‌کنند. انرژی جنبشي اين الکترونها در اتم در مقايسه با انرژی فوتونهاي پرتو x فرودي به اندازه‌اي کم است که مي‌توان آنها را تقريباً الکترونهاي "آزاد" تلقی کرد.) یک آشکارساز متحرک انرژی پرتوهای x پراکنده را در زاویه‌های مختلف  $\theta$  اندازه می‌گرفت.

نتایج اولیه کامپتون در شکل ۲۰-۳ نشان داده شده است. در هر زاویه، دو قله متناظر با فوتونهاي پرتو x پراکنده با دو انرژی یا طول موج مختلف، ظاهر می‌شود. طول موج یکی از قله‌ها با تغییر زاویه تغییر نمی‌کند؛ این قله مربوط به پراکندگی از الکترونهاي "دروني" اتم با پیوند محکم است، پیوند بین این الکترونها و اتمها چنان محکم است که فوتون پراکنده می‌شود و هیچ انرژی از دست نمی‌دهد. اما، طول موج قله دیگر به شدت با زاویه تغییر می‌کند؛ به طوری که می‌توان در شکل ۲۱-۳ مشاهده کرد، این تغییر دقیقاً به اندازه‌اي است که فرمول کامپتون پیش‌بینی می‌کند.

نتایج مشابهی را می‌توان از پراکندگی پرتوهای گاما به دست آورد، که فوتونهاي پرانرژی‌تری (با طول موج کوتاهتر) هستند که در فرایندهای واپاشی پرتوهای گوناگون گسیل می‌شوند. کامپتون تغییر طول موج پرتوهای گامای پراکنده را نیز، مطابق شکل ۲۲-۳، اندازه گرفت. تغییر طول موج حاصل

از اندازه‌گیریهای پرتو گاما با تغییر طول موج ناشی از اندازه‌گیریهای پرتو  $x$  یکسان است؛ فرمول کامپتون ۳-۴۴، باعث می‌شود که این انتظار را داشته باشیم، زیرا به تغییر طول موج فرودی بستگی ندارد.

### ۳-۵ سایر فرایندهای فوتونی

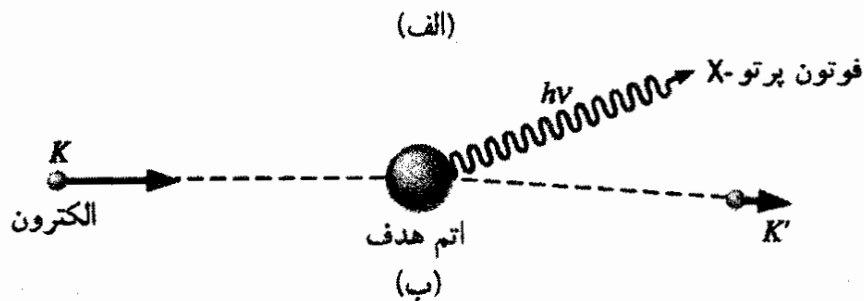
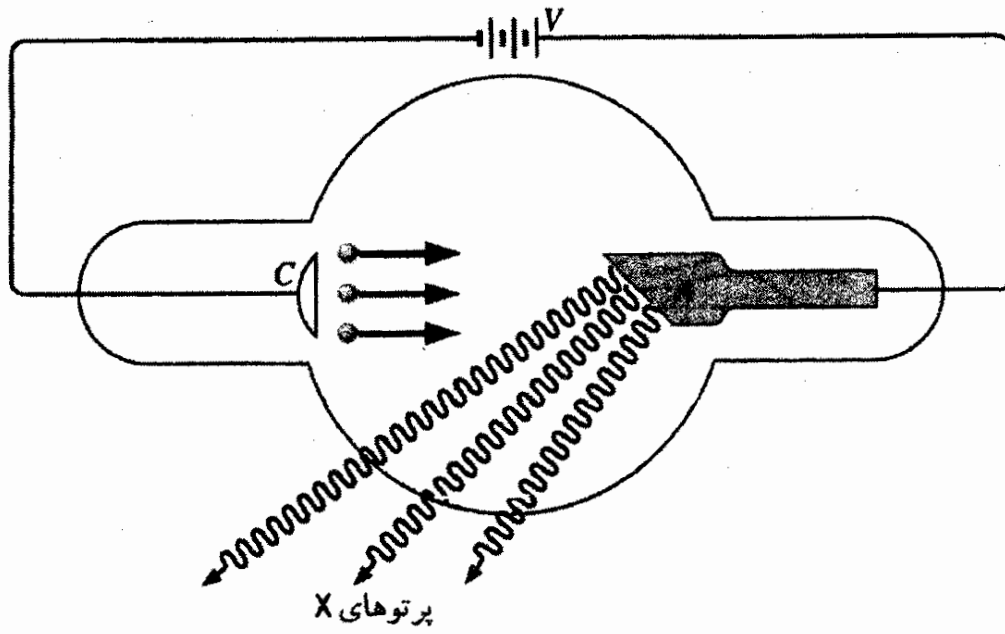
هرچند پراکندگی کامپتون و اثر فوتوالکتریک نخستین گواه تجربی در تأیید کوانتس (رفتار ذره‌گونه) تابش الکترومغناطیسی را فراهم آوردند، آزمایشهای بسیار دیگری نیز وجود دارند که آنها را در صورتی می‌توان به دقت تفسیر کرد که فوتونها را به صورت کوانتومهای گسسته تابش الکترومغناطیسی فرض کنیم. در این بخش درباره فرایندهایی بحث می‌کنیم، که اگر فقط سرشت موجی تابش الکترومغناطیسی را در نظر بگیریم، از فهم آنها عاجز خواهیم ماند.

#### تابش ترمزی و تولید پرتو $x$

وقتی یک بار الکتریکی، مانند الکترون، شتاب بگیرد یا شتاب منفی پیدا کند، انرژی الکترومغناطیسی تابش می‌کند؛ که در چارچوب فعلی، باید بگوییم فوتون گسیل می‌کند. فرض کنید باریکه‌ای از الکترونها داریم، که پس از شتاب گرفتن در پتانسیل  $V$ ، دارای انرژی جنبشی  $K = eV$  شده است (شکل ۳-۲۳). الکترونها در برخورد به یک هدف کند و سرانجام متوقف می‌شوند، زیرا با اتمهای ماده هدف برخورد می‌کنند. در چنین برخوردی، تکانه به اتم منتقل می‌شود، الکترون کند می‌شود، و فوتونها گسیل می‌شوند. انرژی جنبشی پس‌زنی اتم کم است (زیرا جرم آن بسیار زیاد است) و می‌توان با اطمینان از آن چشم پوشید. اگر انرژی جنبشی الکترون پیش از برخورد  $K$  باشد و اگر بعد از برخورد، با انرژی جنبشی کمتر  $K'$  هدف را ترک کند، آنگاه انرژی فوتون برابر است با:

$$h\nu = K - K' \quad (۳-۴۷)$$

مقدار انرژی تلف شده، و در نتیجه انرژی و طول موج فوتون گسیلیده، به صورت یکتا معین نمی‌شوند، زیرا  $K$  تنها انرژی معلوم در معادله ۳-۴۷ است. هر الکترون معمولاً برخوردهای زیادی انجام می‌دهد، و بنابراین پیش از آنکه متوقف شود، فوتونهای بسیاری را گسیل می‌کند؛ انرژی این فوتونها گستره وسیعی را از انرژیهای کم (طول موجهای بلند) متناظر با اتلافهای انرژی کم، تا یک بیشینه انرژی  $K$ ، متناظر با الکترونی که در یک تک برخورد همه انرژی را از دست داده، در برمی‌گیرد.



شکل ۳-۲۳ (الف) دستگاه تولید تابش ترمزی. الکترونها از کاتد C در اختلاف پتانسیل V به سوی آند A شتاب می‌گیرند. وقتی الکترونی در آند به یک اتم هدف برخورد کند، می‌تواند با گسیل یک فوتون پرتو X کند شود. (ب) نمایش طرح‌وار فرایند تابش ترمزی.

بنابراین، کوتاهترین طول موج گسیلیده به کمک بیشینه اتلاف انرژی ممکن تعیین می‌شود:

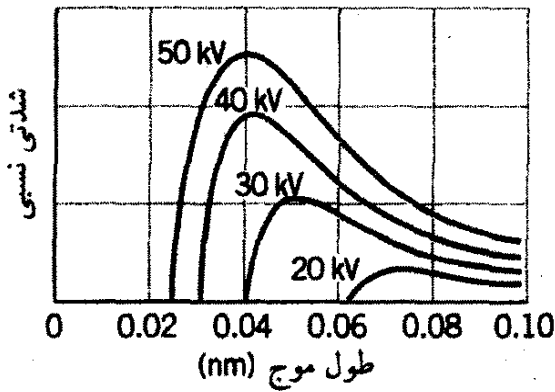
$$h\nu = K$$

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = eV$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} \quad (۴۸-۳)$$

برای ولتاژهای شتاب‌دهنده معمولی در گستره  $10000V$ ،  $\lambda_{\min}$  در گستره چنددهم نانومتر (nm) قرار می‌گیرد، که متناظر است با ناحیه پرتو X طیف. این توزیع پیوسته پرتوهای X را که با انرژیهای پرتو X گسسته‌ای که در انتقالهای اتمی گسیل می‌شوند تفاوت بسیار دارند. تابش ترمزی<sup>۱</sup> می‌نامند (در فصل ۸ مطالب مشروحتری در این خصوص خواهد آمد). چند نمونه طیف تابش ترمزی را در شکل ۳-۲۴ مشاهده می‌کنید.

۱. واژه آلمانی و به معنی تابش ترمزی یا کندشونده: Bremsstrahlung.



شکل ۳-۲۴ چند نمونه طیف تابش ترمزی. هر طیف با مقدار ولتاژ شتاب‌دهنده،  $V$ ، مشخص می‌شود.

فرایند تابش ترمزی را می‌توان به صورت نمادین زیر نوشت:

فوتون + الکترون  $\rightarrow$  الکترون

فرایند دقیقاً عکس فرایند اثر فوتوالکتریک، به قرار زیر، است:

الکترون  $\rightarrow$  فوتون + الکترون

اما، هیچکدام از این فرایندها برای الکترونهاى آزاد به وقوع نمی‌پیوندد. در هر دو حالت باید اتم سنگینی در آن حوالی وجود داشته باشد که تکانهٔ پس‌زنی را بگیرد.

### تولید زوج

فرایند دیگری که می‌تواند در هنگام برخورد فوتونها و اتمها رخ دهد تولید زوج است، که در آن فوتون تمام انرژی‌اش را از دست می‌دهد و دو ذره، یک الکترون و یک پوزیترون، آفریده می‌شوند. (پوزیترون ذره‌ای است که جرمش همان جرم الکترون است اما بار الکتریکی مثبت دارد؛ مطالب بیشتر در خصوص پادذرات در فصل چهاردهم آمده است.) در اینجا مثالی از خلق انرژی سکون را داریم. الکترون پیش از برخورد فوتون با اتم وجود نداشت (این الکترونی نیست که بخشی از اتم را تشکیل می‌داد). انرژی فوتون به انرژی کل نسبی،  $E_+$  و  $E_-$ ، پوزیترون و الکترون تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} h\nu &= E_+ + E_- \\ &= (m_e c^2 + K_+) + (m_e c^2 + K_-) \end{aligned} \quad (49-3)$$

چون  $K_+$  و  $K_-$  همواره مثبت‌اند، انرژی فوتون باید دست‌کم برابر  $2m_e c^2 = 1.02 \text{ MeV}$  باشد تا این فرایند رخ دهد؛ این فوتونهایی پراثری در ناحیهٔ پرتوهای گامای هسته‌ای قرار دارند. به زبان نمادین:

پوزیترون + الکترون  $\rightarrow$  فوتون

این فرایند، مانند تابش ترمزی، به وقوع نمی‌پیوندد مگر اینکه اتمی در حوالی آن وجود داشته باشد که تکانهٔ پس‌زنی لازم را تأمین کند، فرایند عکس نیز رخ می‌دهد:

$$\text{فوتون} \rightarrow \text{پوزیترون} + \text{الکترون}$$

این فرایند را نابودی الکترون-پوزیترون می‌گویند و در صورتی برای الکترونها و پوزیترونهاى آزاد رخ می‌دهد که دست‌کم دو فوتون آفریده شود. در این فرایند الکترون و پوزیترون ناپدید و دو فوتون جایگزین آنها می‌شود. هرگاه  $E_1$  و  $E_2$  انرژیهای فوتون باشند، پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که،

$$(m_e c^2 + K_+) + (m_e c^2 + K_-) = E_1 + E_2$$

معمولاً  $K_+$  و  $K_-$  بسیار کوچک‌اند، و می‌توانیم فرض کنیم که پوزیترون و الکترون اساساً ساکن‌اند. در این صورت، بنابه پایستگی تکانه، این دو فوتون دارای انرژی برابر  $m_e c^2 (= 0.511 \text{ MeV})$  هستند و در جهت‌های دقیقاً مخالف هم حرکت می‌کنند.

### ۳-۶ فوتون چیست؟

در این فصل شالودهٔ تجربی محکمی را برای سرشت ذره‌گونهٔ نور بنا نهادیم. می‌توانیم فوتونها را با چند خاصیت اساسی آنها توصیف کنیم:

- فوتونها، مانند موج الکترومغناطیسی، با سرعت نور حرکت می‌کنند؛
  - جرم و انرژی سکون آنها صفر است؛
  - حامل انرژی و تکانه‌اند، که بین آنها و بسامد و طول موج موج الکترومغناطیسی رابطه‌های  $E = h\nu$  و  $p = h/\lambda$  برقرار است؛
  - در گسیل و جذب تابش فوتونها می‌توانند تولید یا نابود شوند؛
  - فوتونها، مانند الکترونها، می‌توانند با سایر ذرات برخورد‌های ذره‌گونه انجام دهند.
- سایر خواص فوتونها از مطالعهٔ مشروح‌تر آنها به دست می‌آید؛ از جملهٔ آنها می‌توان نقش فوتونها در انتقال نیروی الکترومغناطیسی بنابه نظریهٔ جدید میدان الکترومغناطیسی، و انحراف آنها را در میدان گرانشی برشمرد (فصل ۱۵).

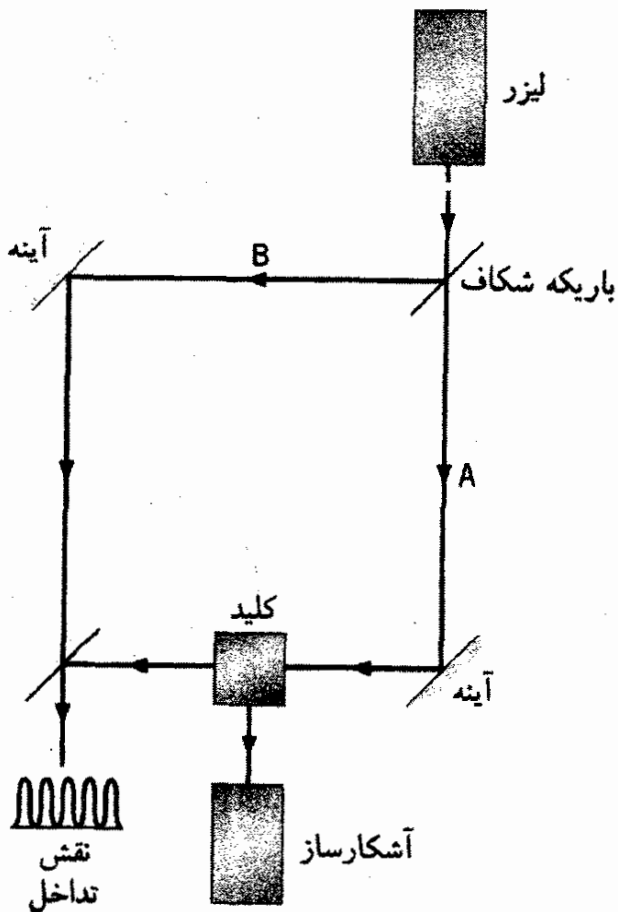
با توجه به این ویژگیها، تصویری روشن و قطعی از سرشت فوتون به دست می‌آوریم. اما، این تصویر با توصیف موجی تابش الکترومغناطیسی تفاوت فراوان دارد. انرژی موج به صورت هموار و پیوسته روی جبهه‌های موج پخش می‌شود؛ اما، انرژی فوتونها به بسته‌های جایگزیده محدود می‌شود. بدیهی است که توصیفهای موجی و ذره‌ای تابش الکترومغناطیسی با یکدیگر سازگار نیستند.

در این فصل آزمایشهایی را تشریح کردیم که می‌توان آنها را فقط با تصویر فوتونی توصیف کرد. آزمایشهای دیگر، مانند تداخل و پراش، را فقط می‌توان به کمک تصویر موجی توضیح داد. مثلاً، آزمایش تداخل دو شکاف ایجاب می‌کند که جبهه موج چنان تقسیم شود که بخشی از شدت آن بتواند از هر شکاف بگذرد. یک ذره فقط می‌تواند از یک شکاف بگذرد یا شکاف دیگر؛ اما یک موج می‌تواند از هر دو شکاف بگذرد.

اگر تصویرهای موجی و ذره‌ای را معتبر اما مانعة‌الجمع بدانیم، باید فرض کنیم که نور گسیلیده از یک چشمه باید یا به صورت امواج حرکت کند و یا به مثابه ذرات. چشمه از کجا بداند که کدام نوع نور (ذرات یا امواج) را گسیل کند؟ فرض کنید یک دستگاه در شکافی را در یک طرف چشمه و یک سلول فوتوالکتریک را در طرف دیگر قرار داده‌ایم. رفتار نوری که به سوی شکاف گسیل شده، موجی، و نور گسیلیده به سوی سلول فوتوالکتریک (فوتوسل) ذره‌ای است. این چشمه چطور می‌داند که ذرات را در چه جهت و امواج در کدام جهت بفرستد؟

شاید طبیعت نوعی "رمز پنهانی" دارد که نوع آزمایشی را که ما انجام می‌دهیم به صورت سیگنال به چشمه می‌فرستد، به‌گونه‌ای که چشمه تشخیص می‌دهد ذرات را گسیل کند یا امواج را. بگذارید آزمایش دوگانه خود را با نور یک کهکشان دوردست تکرار کنیم، نوری که به مدت تقریباً مساوی با سن عالم ( $10^9 \times 15$  سال) به سوی ما در حرکت بوده است. بی‌گمان نوع آزمایشی که ما انجام می‌دهیم را نمی‌توان به صورت سیگنال در مدت زمانی که دستگاه دو شکافی را از روی میز آزمایشگاه برمی‌داریم و به جایش دستگاه سلول فوتوالکتریک قرار می‌دهیم به حدود شناخته شده عالم بازپس فرستاد. با همه اینها پی می‌بریم که نور ستاره هم می‌تواند تداخل دو شکافی تولید کند و هم اثر فوتوالکتریک.

شکل ۳-۲۵ آرایش آزمایشی جدیدی را نشان می‌دهد که برای آزمودن این موضوع طراحی شد که آیا این سرشت دوگانه یکی از خواص ذاتی نور به حساب می‌آید و یا ناشی از دستگاههای ماست؟ یک باریکه نور از یک لیزر به یک باریکه شکاف می‌تابد، و در آن به دو مؤلفه ( $A$  و  $B$ ) تقسیم می‌شود. آینه‌ها دو باریکه را چنان باز می‌تابانند که می‌توانند مجدداً ترکیب شوند و یک نقش تداخل به وجود آورند. در سر راه باریکه  $A$  کلیدی وجود دارد که می‌تواند این باریکه را به سوی آشکارساز منحرف کند. اگر کلید قطع باشد، باریکه  $A$  منحرف نمی‌شود بلکه با باریکه  $B$  ترکیب خواهد شد تا نقش تداخل را به وجود آورد. اگر کلید وصل باشد، باریکه  $A$  منحرف و در آشکارساز مشاهده می‌شود، که نشان می‌دهد نور مسیری محدود و معین را پیموده است، که مشخصه ذره به حساب خواهد آمد. به بیان دیگر، اگر کلید قطع باشد، باریکه نور به صورت موج مشاهده می‌شود؛ و اگر کلید وصل باشد، باریکه نور به صورت ذره مشاهده خواهد شد.

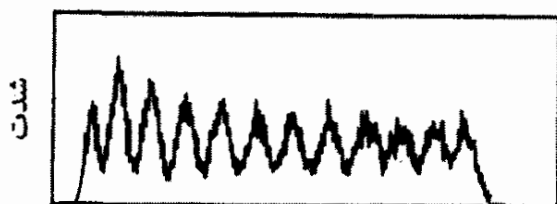


شکل ۳-۲۵ دستگاه مخصوص آزمایش گزینش با تأخیر. فوتونها از یک لیزر به باریکه شکاف برخورد و می‌توانند مسیرهای A یا B را طی کنند. کلید واقع در مسیر A می‌تواند باریکه را به داخل یک آشکارساز منحرف کند. اگر کلید قطع باشد، باریکه A با باریکه B باز ترکیب می‌شود و یک نقش پراش را به وجود می‌آورد.

اگر نور رفتار ذره‌ای داشته باشد، باریکه شکاف آن را یا در مسیر A می‌فرستد و یا در مسیر B، هر یک از این دو مسیر را می‌توان به صورت کاتوره‌ای برای ذره برگزید، اما هر ذره فقط می‌تواند یک مسیر را طی کند. از سوی دیگر، اگر رفتار نور موجی باشد، باریکه شکاف آن را در هر دو مسیر می‌فرستد، و شدتش را تقسیم می‌کند. شاید باریکه شکاف به نحوی حس کند که کلید قطع است یا وصل، به طوری که می‌داند آیا آزمایشی از نوع ذره‌ای انجام می‌دهیم یا از نوع موجی. اگر این‌طور باشد، پس باریکه شکاف باید "بداند" آیا تمام شدت را در یک مسیر روانه کند (به طوری که ما یک ذره مشاهده کنیم) یا شدت را بین این مسیرها تقسیم کند (به گونه‌ای که یک موج مشاهده کنیم). اما، در این آزمایش، شدت لیزر چندان کم بود که در هر لحظه فقط یک فوتون در دستگاه وجود داشت. به علاوه، آزمایشگران کلید نوری خیلی سریعی به کار بردند که زمان پاسخ آنها از زمان لازم برای رفتن فوتون از دستگاه تا کلید، کوتاهتر بود. یعنی، حالت کلید می‌توانست بعد از اینکه نور از باریکه شکاف عبور کرد عوض شود، و بنابراین دیگر باریکه شکاف نمی‌توانست "بداند" که کلید چگونه تنظیم شده است و آزمایش نوع ذره‌ای انجام می‌شود یا نوع موجی. این نوع آزمایش را آزمایش "گزینش با تأخیر" می‌نامند، زیرا آزمایشگر هنگامی که نور در راه خود به دستگاه مشاهده است تصمیم می‌گیرد، چه نوع آزمایشی را باید انجام دهد.

در این آزمایش، پژوهشگران پی بردند که هر وقت کلید را قطع کنند، نقش تداخل مشخصه امواج را

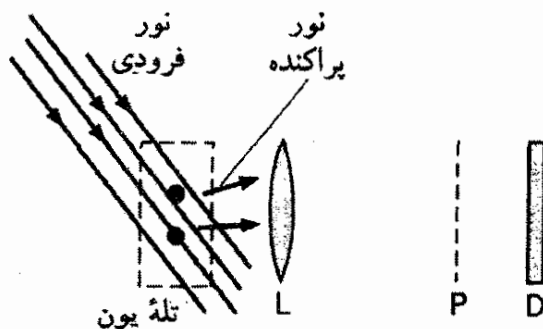




مکان در امتداد آشکارساز  
(الف)



مکان در امتداد آشکارساز  
(ب)



شکل ۳-۲۶ نمودار طرح‌وار آزمایش مشاهده پراکندگی نور از دو اتم به دام افتاده. نور پراکنده به کمک عدسی L جمع و از طریق قطبشگر P روی آشکارساز D کانونی می‌شود.

شکل ۳-۲۷ (الف) نور پراکنده شده از هر دو اتم تداخل را نشان می‌دهد. (ب) نور پراکنده شده از یکی از اتمها تداخلی را نشان نمی‌دهد.

مشاهده می‌کنند. اما وقتی که کلید را وصل کردند، ذرات را در آشکارساز دیدند و نقش تداخل مشاهده نشد. یعنی، هر وقت آزمایش نوع موجی را انجام دادند امواج را مشاهده کردند، و هرگاه آزمایش نوع ذره‌ای انجام گرفت، ذرات مشاهده شدند. سرشت موجی و ذره‌ای هر دو همزمان در نور وجود دارد، و این سرشت دوگانه به روشنی مربوط به نور است و از ویژگیهای دستگاههای آزمایش نیست.

تلاش دیگری که برای تشخیص سرشت ذره‌ای و موجی نور به عمل آمد؛ انجام یک نوع دیگر از آزمایش دو شکاف بود. در این آزمایش، نور از یک لیزر متشکل از دو اتم جیوه به دام افتاده پراکنده می‌شد؛ این اتمها عملاً نقش دو شکاف را بازی می‌کردند (شکل ۳-۲۶). اگر نور مانند یک ذره عمل کند، تعیین اینکه از کدام "شکاف" عبور می‌کند، و یا در این مورد، از کدام اتم پراکنده می‌شود، میسر خواهد بود. از سوی دیگر، موج می‌تواند از هر دو اتم پراکنده شود. با توجه به قطبش نور پراکنده، تعیین اینکه آیا پراکندگی حالت فقط یکی از اتمها را تغییر می‌دهد (که در این حالت نور رفتار ذره‌ای دارد) یا حالت هر دو اتم را (که در این حالت رفتار نور موجی است) امکان‌پذیر است.

شکل ۳-۲۷ نتایج این آزمایش را نشان می‌دهد. وقتی نور از هر دو اتم پراکنده شود، نقش تداخل به وجود می‌آید؛ وقتی نور از یکی از اتمها پراکنده می‌شود، هیچ تداخلی به وجود نمی‌آید. چون یک نور واحد هر دو نتیجه را به وجود آورده است، می‌توان نتیجه گرفت که سرشت ذره‌ای و موجی هر دو در نور وجود دارد. وقتی سرشت ذره‌ای نور را مشاهده می‌کنیم، تداخل پیش نمی‌آید. (نمی‌توانیم همزمان سرشت موجی آن را مشاهده کنیم.)

به این ترتیب گرفتار نتیجه ناراحت‌کننده‌ای می‌شویم: نور نه ذره است و نه موج؛ نور به نحوی هم ذره است و هم موج، و بسته به نوع آزمایشی که روی آن انجام می‌دهیم، فقط یکی از این دو جنبه آشکار می‌شود. آزمایش نوع ذره‌ای سرشت ذره‌ای را بروز می‌دهد، حال آنکه آزمایش نوع موجی سرشت موجی را نشان می‌دهد. ناتوانی ما در طبقه‌بندی نور به عنوان ذره و یا موج بیشتر به واسطه نارسایی واژگان محدود ما (براساس تجربیات با ذرات و امواج معمولی) برای توصیف پدیده‌ای است که از ذرات یا امواج ساده ظریف‌تر و اسرارآمیزتر است، تا ناتوانی ما از درک سرشت نور.

هرگاه این نقش تداخل دو شکاف را با چشم خود یا فیلم عکاسی مشاهده کنیم، این وضعیت دشوارتر هم می‌شود. زیرا هم چشم ما و هم فیلم، هر دو به تک‌تک فوتونها واکنش نشان می‌دهند. وقتی یک تک‌فوتون جذب یکی از یاخته‌های شبکه چشم می‌شود، یک ضربه الکتریکی پدید می‌آید که به مغز می‌رود (البته، بینایی ما ترکیبی از تعداد زیادی از این ضربه‌هاست). وقتی فیلم یک تک‌فوتون را جذب می‌کند، یک تک‌دانه امولسیون (لایه حساس) عکاسی تاریک می‌شود؛ برای تشکیل یک تصویر کامل به تعداد زیادی دانه نیاز است.

اکنون فرض کنید می‌توانیم تک‌تک دانه‌های فیلم را وقتی فوتونها را جذب می‌کنند و سیاه می‌شوند، ببینیم، و بگذارید این آزمایش را با یک چشمه ضعیف نور انجام دهیم که در آن بازه زمانی بین گسیل فوتونها نسبتاً طولانی است. ابتدا می‌بینیم که یک دانه سیاه می‌شود، آنگاه دانه دیگر، و به همین ترتیب تا آخر، تا اینکه پس از مشاهده تعداد زیادی فوتون نقش تداخل ظاهر می‌شود. به بیان دیگر، تصویر موجی آزمایش دو شکاف نشان می‌دهد که می‌توانیم با برهم‌نهادن میدانهای الکتریکی بخشی از جبهه‌موجهای فرودی که از دو شکاف می‌گذرند میدان الکتریکی خالص موجی را به پرده می‌تابد بباییم؛ در این صورت شدت یا توان در آن موج مرکب را می‌توان به روش مشابه معادله‌های ۳-۷ تا ۳-۱۰ یافت، و باید انتظار داشته باشیم که شدت برابری درست مانند نقش تداخل دو شکاف، بیشینه‌ها و کمینه‌هایی داشته باشد.

به طور خلاصه، توضیح دقیق منشأ ظهور نقش تداخل ناشی از تصویر موجی است، و تفسیر دقیق تکامل این نقش روی فیلم حاصل تصویر ذره‌ای است؛ این دو توضیح، که بنابر محدودیت واژگانی و تجربه عقل سلیم، نمی‌تواند به طور همزمان صحیح باشد، باید به نحوی در کنار یکدیگر انجام شوند تا توصیفی کامل از خواص تابش الکترومغناطیسی را به دست دهند.

این معضل دوگانگی موج-ذره را نمی‌توان با یک توضیح ساده حل کرد؛ فیزیکدانان و فیلسوفان از هنگام پیدایش نظریه کوانتومی با آن دست به گریبان بوده‌اند. بهترین کاری که می‌توانیم بکنیم این است که بگوییم هیچیک از تصویرهای موجی و ذره‌ای به طور کامل و در همه اوقات صحیح نیست؛ بگوییم که برای تشریح کامل پدیده‌های فیزیکی هر دو ضروری هستند؛ و بگوییم که در واقع این دو

تصویر مکمل یکدیگرند. در مورد آزمایش دو شکاف، باید به صورت زیر استدلال کنیم: برهم‌کنش بین یک "چشمه" تابش و میدان الکترومغناطیسی کوانتیده است، و می‌توانیم فرض کنیم که اتمهای چشمه تک‌تک فوتونها را گسیل می‌کنند. برهم‌کنش در آن سوی آزمایش، یعنی فیلم عکاسی، نیز کوانتیده است، و دید مفید مشابهی از اتمهایی داریم که تک‌تک فوتونها را جذب می‌کنند. در این میان، انرژی الکترومغناطیسی به صورت هموار و پیوسته به صورت موج منتشر می‌شود و می‌تواند رفتار نوع موجی (تداخل یا پراش) از خود نشان دهد. تأثیر دو شکاف تغییردادن چگونگی انتشار موج (مثلاً، از موج تخت به نقش مشخصه دو شکاف) است. هر جا که شدت موج زیاد باشد، فیلم حضور فوتونهای بسیاری را آشکار می‌کند؛ هر جا شدت موج کم باشد، فوتونهای اندکی مشاهده می‌شوند. با یادآوری اینکه شدت موج با مجذور دامنه آن متناسب است، داریم:

$$^2 | \text{دامنه میدان الکتریکی} | \propto \text{احتمال مشاهده فوتونها}$$

همین عبارت است که ارتباط نهایی بین رفتار موجی و رفتار ذره‌ای را برقرار می‌سازد، و در دو فصل بعد خواهیم دید که رابطه مشابهی بین جنبه‌های موجی و ذره‌ای اجسامی، مانند الکترونها، که قبلاً تصور می‌شد رفتار ذرات کلاسیک را دارند، برقرار است.

### پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

درباره تابش الکترومغناطیسی و تداخل در اکثر کتابهای درسی فیزیک پایه بحث می‌شود؛ مثلاً به فهرست انتهای فصل اول این کتاب رجوع کنید. منبع خوب دیگر در این زمینه عبارت است از: H. D. Young, *Fundamentals of Waves, Optics, and Modern Physics* (New York, McGraw-Hill, 1976).

مجموعه تصاویری که پدیده‌های اپتیک کلاسیک را نشان می‌دهند می‌توان در این مرجع یافت: M. Cagnet, M. Francon, & J. C. Thrierr, *Atlas of Optical Phenomena* (Berlin, Springer-Verlag, 1962).

برای بحثهای کاملتر درباره تابش جسم سیاه، از جمله به دست آوردن قانون ریلی - جینز، به منابع زیر مراجعه کنید:

آیزبرگ، و رزیک، فیزیک کوانتومی، ترجمه ناصر نفی، ج ۲، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۹، ص ۷۴۸.

F. K. Richtmeyer, E. H. Kennard, and J. N. Cooper, *Introduction to Modern Physics*, 6th ed. (New York, McGraw-Hill, 1969).

ویژگیهای پرتو x از جمله پراش و پراکندگی آن در منابع زیر بررسی شده است.

L. Bragg, "X-Ray Crystallography," *Scientific American*, 219, 58 (July 1968).

G. L. Clark, *Applied X- Rays* (New York, McGraw-Hill, 1940).

A. H. Compton and S. K. Allison, *X- Rays in Theory and Experiment* (New York, Van Nostrand, 1935).

برای دستیابی به مطالب مشروحتر در خصوص آزمایشهای مطرح شده در این فصل، و اهمیت آنها در تکامل نظریه کوانتومی، نگاه کنید به:

W. H. Cropper, *The Quantum Physicists* (New York, Oxford University Press, 1970) Chapter 1.

A. Shimony, "The Reality of the Quantum World," *Scientific American* 258, 46 (January 1988).

### پرسشها

۱. قطر هسته اتمی در حدود  $10^{-15} \times 10$  m است. فرض کنید می‌خواهیم پراش فوتونها را به وسیله هسته مطالعه کنید، چه انرژی را باید انتخاب کنید؟ چرا؟
۲. چرا سرشت موجی نور از توجیه ویژگیهای مشاهده شده اثر فوتوالکتریک عاجز است؟
۳. چرا در اثر فوتوالکتریک، انرژی جنبشی بعضی الکترونها از  $K_{max}$  کمتر است؟
۴. چرا اثر فوتوالکتریک برای الکترونهاي آزاد رخ نمی‌دهد؟
۵. از تابع کار چه چیزی در مورد خواص فلزات دستگیرمان می‌شود؟ از فلزات مندرج در جدول ۱-۳، کدام یک الکترونها ضعیفترین پیوند را دارند؟ کدام قویترین پیوند را دارند؟
۶. جریان الکتریکی عبور بار در واحد زمان است. اگر انرژی جنبشی فوتوالکترونها را (با افزایش انرژی فوتونهاي فرودی) افزایش دهیم، آیا نباید به علت جریان سریعتر بار، جریان افزایش یابد؟ چرا چنین نمی‌شود؟
۷. دو برابر کردن بسامد نور فرودی، بر آزمایش اثر فوتوالکتریکی چه تأثیری خواهد داشت؟ اگر طول موج را دو برابر کنیم، چه پیش می‌آید؟ در صورت دو برابر شدن شدت، نتیجه چیست؟
۸. در اثر فوتوالکتریک، فوتونی که در یک جهت حرکت می‌کند چگونه می‌تواند الکترونی را که در جهت دیگر حرکت می‌کند پرتاب کند؟ در این صورت چه بر سر پایداری تکانه می‌آید؟

۹. در شکل ۳-۱۱، وقتی اختلاف پتانسیل بزرگتر از  $V_s$  می‌شود، چرا جریان فوتوالکتریک، نه به سرعت، بلکه به آهستگی زیاد می‌شود و به مقدار اشباعش می‌رسد؟ با توجه به این شکل چه مشکلات تجربی برای تعیین  $V_s$  به این طریق وجود دارد؟
۱۰. فرض کنید بسامد یک چشمه نور معین درست بالاتر از بسامد قطع گسیلنده است، به طوری که اثر فوتوالکتریک رخ می‌دهد. از دید ناظری که در حرکت نسبی است، این بسامد باید بر اثر انتقال دوپلر به مقدار کمتری انتقال یافته باشد که زیر بسامد قطع است. آیا این ناظر متحرک نتیجه می‌گیرد که اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد؟ توضیح دهید.
۱۱. چرا حفره‌هایی که در هیزم تشکیل می‌شوند درخشانتر از هیزم در حال سوختن به نظر می‌رسند؟ آیا دما در این حفره‌ها از دمای سطح هیزم در حال سوختن بیشتر است؟
۱۲. نظریه کلاسیک تابش جسم سیاه بر چه زمینه‌هایی از فیزیک کلاسیک استوار است؟ چرا فکر نمی‌کنیم که "فاجعه فرابنفش" نشان می‌دهد که یکی از این نظریه‌های کلاسیک مشکل دارد؟
۱۳. اشیاء در دمای اتاق در چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی تابش می‌کنند؟ اگر چشمان ما در آن ناحیه حساس باشد با چه مشکلاتی روبه‌رو می‌شویم؟
۱۴. شدت کل تابش گرمایی با دوبرابر شدن دمای جسم، چگونه تغییر می‌کند؟
۱۵. طول موج فوتونهای پراکنده کامپتون که در  $90^\circ$  مشاهده می‌شوند  $\lambda'$  است. طول موج فوتون پراکنده که در  $180^\circ$  مشاهده می‌شود برحسب  $\lambda'$ ، چقدر است؟
۱۶. بنابر فرمول پراکندگی کامپتون، اگر به اجسام در زاویه‌های مختلف بنگریم باید نور با طول موجهای مختلف را بازتابانند. پس چرا در هنگام تغییر زاویه دیدمان نسبت به اشیاء، در آنها تغییر رنگی مشاهده نمی‌کنیم؟
۱۷. یک چشمه تک‌انرژی پرتوهای x به انرژی  $84\text{keV}$  در اختیار دارید، اما برای انجام یک آزمایش به پرتوهای x با انرژی  $70\text{keV}$  نیاز دارید. چطور می‌توانید انرژی پرتو x را از  $84\text{keV}$  به  $70\text{keV}$  تبدیل کنید؟
۱۸. غالباً در خصوص مشکلاتی که گسیل پرتو x از گیرنده‌های تلویزیونی پیش می‌آورند، مطالبی می‌خوانیم. منشأ این پرتوهای x چیست؟ طول موج آنها را محاسبه کنید.
۱۹. قله‌های پرتو x در شکل ۳-۲۰ تیز نیستند بلکه در گستره‌ای از طول موجها گسترده‌اند. برای این پخش‌شدگی چه دلایلی می‌توان ذکر کرد؟
۲۰. باریکه‌ای از فوتونها از یک ماده عبور می‌کند. سه راه که در این فصل مورد بحث قرار گرفتند و طی آنها فوتونها می‌توانند در برهم‌کنش با ماده انرژی از دست دهند، کدام‌اند؟

۲۱. در کدام یک از فرایندهای فوتونی مورد بحث در این فصل (اثر فوتوالکتریک، تابش گرمایی، پراکندگی کامپتون، تابش ترمزی، تولید زوج، نابودی الکترون-پوزیترون) تکانه؛ انرژی؛ جرم؛ تعداد فوتونها؛ تعداد الکترونها؛ تعداد الکترونها منهای تعداد پوزیترونها، پایسته است؟

### مسائل

۱. یک آزمایش دو شکاف با نور سدیم ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ) انجام می شود. فاصله این شکافها  $1.5 \text{ mm}$  است، و پرده به فاصله  $2.357 \text{ m}$  از شکافها قرار گرفته است. فاصله بین بیشینه های مجاور روی پرده را بیابید.

۲. در مثال ۳-۱، به ازای چه زاویه فرودی قله پراگ مرتبه دوم تولید خواهد شد؟

۳. پرتوهای x تکفام بر روی بلوری به شکل هندسی شکل ۳-۵ فرود می آیند. قله پراگ مرتبه اول وقتی مشاهده می شود که زاویه فرود  $34^\circ$  باشد. فاصله بلوری  $347 \text{ nm}$  به دست آمده است. (الف) طول موج پرتوهای x چیست؟ (ب) اکنون مجموعه صفحات بلوری را در نظر بگیرید که، مطابق شکل ۳-۶، با سطح بلور زاویه  $45^\circ$  تشکیل می دهند. برای پرتوهای x با طول موج یکسان، زاویه فرود با سطح بلور چقدر باشد تا قله پراگ مرتبه اول را تولید کند. در چه زاویه ای نسبت به سطح باریکه خروجی در این حالت ظاهر می شود؟

۴. تکانه (الف) یک پرتو گامای  $1.0 \text{ MeV}$ ؛ (ب) یک پرتو x بیست و پنج کیلو الکترون ولتی؛ (ج) یک فوتون فرورسرخ  $1.0 \mu\text{m}$ ؛ (د) یک فوتون موج رادیویی  $150 \text{ MHz}$ ، را بیابید. تکانه را بر حسب  $\text{kg.m/s}$  و  $\text{eV/c}$  بیان کنید.

۵. بسامد امواج رادیویی از مرتبه  $1 \text{ MHz}$  تا  $100 \text{ MHz}$  هستند. گستره انرژی این فوتونها چیست؟ بدن ما پیوسته تحت بمباران این فوتونها قرار دارند. چرا برای ما خطرناک نیستند؟

۶. (الف) طول موج یک فوتون پرتو x به انرژی  $1.0 \text{ keV}$  چیست؟ (ب) طول موج یک فوتون پرتو گاما به انرژی  $1.0 \text{ MeV}$  چقدر است؟ (ج) گستره انرژی فوتونهای نور مرئی با طول موج  $350$  تا  $700$  نانومتر، چقدر است؟

۷. فرض کنید یک چشمه نور  $100 \text{ W}$  تمام انرژی را به شکل نور مرئی، با میانگین طول موج فوتونی حدود  $550 \text{ nm}$ ، تابش کند. از این نور در هر ثانیه چند فوتون به یک ورقه کاغذ  $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$  برخورد می کند؟

۸. طول موج قطع اثر فوتوالکتریک با استفاده از سطح آلومینیمی چقدر است؟

۹. وقتی بر فلز سدیم نوری به طول موج  $10^2 \text{ nm} \times 420$  می تابد، پتانسیل ایست  $65 \text{ eV}$  را

به دست می‌آید؛ وقتی طول موج به  $10^2 \text{ nm} \times 10^3$  تغییر کند، پتانسیل ایست عبارت خواهد بود از  $1.697 \text{ eV}$ . با بهره‌گیری از این داده‌ها و مقادیر سرعت نور و بار الکترون، تابع کار سدیم و مقدار ثابت پلانک را بیابید.

۱۰. طول موج قطع فوتوالکتریک یک سطح فلزی عبارت است از  $325.6 \text{ nm}$ . نوری به طول موج  $259.8 \text{ nm}$  بر آن می‌تابد. پتانسیل ایست چقدر است؟

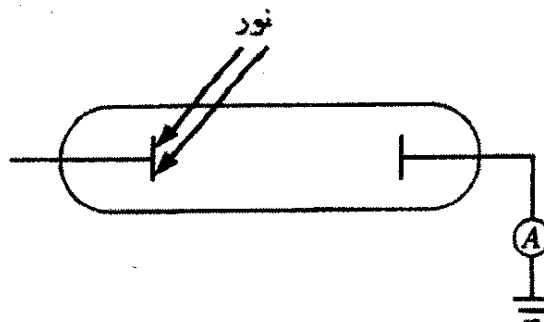
۱۱. وقتی نور به طول موج  $\lambda$  بر یک سطح مسی می‌تابد، پتانسیل ایست عبارت است از  $V$ . اگر همین طول موج برای تاباندن بر یک سطح سدیم به کار رود، پتانسیل ایست، بر حسب  $V$ ، چقدر خواهد بود؟

۱۲. طول موج قطع برای اثر فوتوالکتریک در یک فلز معین برابر است با  $254 \text{ nm}$ . (الف) تابع کار آن فلز چیست؟ (ب) آیا اثر فوتوالکتریک به ازای  $\lambda > 254 \text{ nm}$  مشاهده خواهد شد یا به ازای  $\lambda < 254 \text{ nm}$ ؟

۱۳. نور بر یک سطح از جنس روی می‌تابد و فوتوالکترون‌ها مشاهده می‌شوند. (الف) بلندترین طول موجی که سبب گسیل فوتوالکترون‌ها می‌شود، کدام است؟ (ب) وقتی نور به طول موج  $220 \text{ nm}$  به کار گرفته شود، پتانسیل ایست چقدر است؟

۱۴. فوتونی که در یک جهت حرکت می‌کند به یک سطح برمی‌خورد و فوتوالکترونی رها می‌کند که در جهت مخالف به حرکت درمی‌آید. به کمک فرضهای معقول این فرایند را از دیدگاه پایستگی تکانه خطی تحلیل کنید.

۱۵. فرض کنید که اثر فوتوالکتریک، به جای مدار شکل ۳-۱۰ با دستگاه شکل ۳-۲۸، مشاهده می‌شد. فرض کنید گسیلنده فلزی به مساحت  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  و ضخامت  $1 \text{ mm}$  باشد، و فرض کنید باریکه نوری به شدت  $4 \text{ W/m}^2$  به طور یکنواخت بر کل سطح آن بتابد. با استفاده از هر فرض معقول دیگری که نیاز دارید، محاسبه کنید، (الف) جریان اولیه‌ای که درست پس از تابش نور جاری می‌شود، و به (ب) مدت زمانی که این جریان برقرار است.



۱۶. با مشتقگیری از معادله ۳-۳۶، نشان دهید که بیشینه  $R(\lambda)$  چیزی است که از قانون جابه‌جایی وین معادله ۳-۲۹، انتظار می‌رود.

۱۷. با انتگرال‌گیری از معادله ۳-۳۶ به معادله ۳-۲۸ برسید. با استفاده از انتگرال معین  $\int_0^{\infty} x^2 dx / (e^x - 1) = \pi^2/15$  به معادله ۳-۳۷ برسید که ثابت استفان - بولتزمن و ثابت پلانک را به هم مربوط می‌کند.

۱۸. از مقدار عددی ثابت استفان - بولتزمن برای یافتن مقدار عددی ثابت پلانک از معادله ۳-۳۷ بهره‌گیری کنید.

۱۹. قله تابندگی خورشید در چه طول موجی است؟ دمای سطح خورشید حدود  $6000\text{K}$  است. این مقدار با حداکثر حساسیت چشم انسان چه رابطه‌ای دارد؟

۲۰. عالم آکنده از تابش گرمایی با طیف جسم سیاه در دمای مؤثر  $27\text{K}$  است (فصل ۱۶). قله طول موج این تابش چیست؟ انرژی کوانتومها (برحسب  $\text{eV}$ ) در طول موج قله چقدر است؟ این قله طول موج در چه ناحیه‌های از طیف الکترومغناطیسی قرار دارد؟

۲۱. دمای یک کاواک معین  $1150\text{K}$  است. (الف) در چه طول موجی تابندگی آن بیشینه است؟ (ب) چه کسری از بیشینه تابندگی، در دو برابر طول موج قسمت (الف) وجود دارد؟ ۲۲. توان تابیده‌شده از بدن انسان را محاسبه کنید.

۲۳. دمای کاواکی  $1650\text{K}$  است. انرژی داخل این کاواک با چه آهنگی از حفره‌ای در دیواره آن به قطر  $1\text{mm}$  خارج می‌شود؟

۲۴. نشان دهید که معادله ۳-۴۳ از معادله ۳-۴۲ به دست می‌آید؟

۲۵. فوتونهای فرودی به انرژی  $10^3 39\text{keV}$  به صورت کامپتونی پراکنده می‌شوند، و باریکه پراکنده در زاویه  $45^\circ$  نسبت به باریکه فرودی مشاهده می‌شود. (الف) انرژی فوتونهای پراکنده در آن زاویه چقدر است؟ (ب) چه انرژی جنبشی به الکترون پراکنده داده می‌شود؟

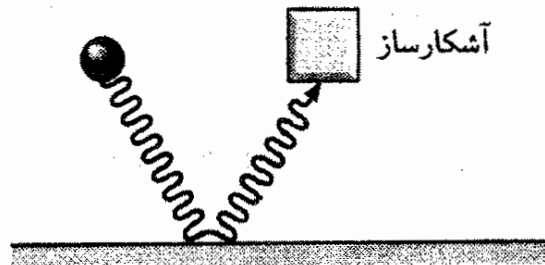
۲۶. فوتونهای پرتو x به طول موج  $248\text{nm}$  بر هدفی فرود می‌آیند و فوتونهای پراکنده کامپتون در  $90^\circ$  مشاهده می‌شوند. (الف) طول موج فوتونهای پراکنده چقدر است؟ (ب) تکانه فوتونهای فرودی چیست؟ تکانه فوتونهای پراکنده چقدر است؟ (ج) انرژی جنبشی الکترونهای پراکنده چقدر است؟ (د) اندازه و جهت تکانه الکترونهای پراکنده چیست؟

۲۷. در پراکندگی کامپتون، بیشینه انرژی جنبشی را که به‌ازای انرژی معین فوتون به الکترون پراکنده داده می‌شود محاسبه کنید.

۲۸. پرتوهای گامای پراانرژی، می‌توانند بر اثر پراکندگی کامپتون از محیط اطراف، مطابق شکل ۳-۲۹، به یک آشکارساز تابش برسند. این اثر را پس پراکندگی می‌گویند. نشان دهید که به‌ازای  $E \gg m_e c^2$



فوتون پس پراکنده، بدون توجه به انرژی فوتون اولیه، دارای انرژی تقریباً  $25\text{MeV}$  است؛ زاویه پراکندگی در این حالت تقریباً  $180^\circ$  است.



شکل ۳-۲۹ مسئله ۲۸.

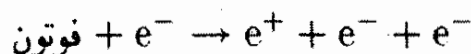
۲۹. پرتوهای گاما به انرژی  $662\text{MeV}$  به صورت کامپتونی پراکنده می‌شوند. (الف) انرژی فوتون پراکنده مشاهده شده در زاویه پراکندگی  $60^\circ$  چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی الکترونها پراکنده چیست؟

۳۰. ثابت کنید که پایسته ماندن توأم تکانه و انرژی نسبیتی کل در وضعیت زیر ممکن نیست: یک الکترون آزاد که با سرعت  $v$  حرکت می‌کند یک فوتون گسیل می‌کند و سپس با سرعت کمتر  $v'$  به حرکت درمی‌آید.

۳۱. فرض کنید یک اتم آهن در حال سکون فوتون پرتو  $x$  به انرژی  $64\text{keV}$  گسیل می‌کند. تکانه "پس زنی" و انرژی جنبشی این اتم را محاسبه کنید. (راهنمایی: آیا انتظار انرژی جنبشی کلاسیک را برای این اتم دارید یا انرژی جنبشی نسبیتی؟ آیا احتمال دارد که انرژی جنبشی خیلی کمتر از انرژی سکون اتم باشد؟)

۳۲. حداقل طول موج پرتو  $x$  تولید شده در تابش ترمزی به وسیله الکترونها که تا  $10^4\text{V}$  تا  $250$  شتاب گرفته‌اند، چیست؟

۳۳. فوتونی به انرژی  $E$  بر یک الکترون ساکن برخورد و در فرایند تولید زوج یک الکترون مثبت (پوزیترون) و یک الکترون تولید می‌کند:



این دو الکترون و پوزیترون با تکانه‌های یکسان در جهت فوتون اولیه حرکت می‌کنند. انرژی جنبشی سه ذره نهایی و انرژی فوتون،  $E$ ، را بیابید. (راهنمایی: تکانه و انرژی نسبیتی کل پایسته‌اند.)

## خواص موج‌گونه ذرات

دستگاه مکانیک مربوط به سیستم‌های کوانتومی را گاهی "مکانیک موجی" می‌گویند. در این فصل درباره شواهد تجربی در تأیید رفتار موجی ذراتی چون الکترون بحث خواهیم کرد. در فیزیک کلاسیک، قانونهای حاکم بر ویژگیهای موجی و ذره‌ای تفاوتی بنیادی دارند. پرتابه‌ها از قانونهای مربوط به ذرات مانند مکانیک نیوتونی، پیروی می‌کنند. امواج دستخوش تداخل و پراش می‌شوند، که نمی‌توان آنها را با مکانیک نیوتونی مربوط به ذرات توضیح داد. هر ذره (مثلاً یک پرتابه) حامل انرژی است که در ناحیه کوچکی از فضا محدود شده است؛ از سوی دیگر، موج انرژی خود را در جبهه‌های موج در سرتاسر فضا پخش می‌کند. برخلاف این تفاوت آشکار که در فیزیک کلاسیک وجود دارد، نظریه کوانتومی نیازمند آن است که، در حوزه میکروسکوپی، ذرات گاهی از قاعده‌هایی پیروی کنند که آنها را قبلاً برای امواج تدوین کرده بودیم! پس باید برخی تصورات کلاسیک درباره تفاوت بین ذرات و امواج را کنار بگذاریم. این ملاحظات کلاسیک مانند گرفتن، محدود کردن و تعیین مکان ذرات را نمی‌توان به راحتی درباره امواج اعمال کرد. تصورش را بکنید که چطور می‌شود یک موج صوتی یا موج آب را به چنگ آورد!

در روند بحث پیرامون چارچوب منطقی و ریاضی مکانیک کوانتومی که چنین تنگناهایی را از میان بردارد، به بسیاری اصول موضوع، مقایسه‌ها، و مثالهایی رجوع می‌کنیم که در فیزیک

کلاسیک همتایی ندارند. نظریه کوانتومی اگرچه باید با برهم‌کنشهای ذرات سروکار داشته باشد، اما باید سرشت موجی رفتار حاصل از برهم‌کنش را نیز به دست دهد. به علاوه، رفتار موج‌گونه نباید برای مجموعه اتمهایی که اشیای معمولی را می‌سازند، و قوانین نیوتون برای ذرات را می‌توان با موفقیت در مورد آنها به کار برد مشاهده شود. این آمیزه خارق‌العاده رفتار موج‌گونه و ذره‌گونه بخشی اساسی نظریه کوانتومی است. این امر به لحاظ منطقی ناسازگار به نظر می‌رسد، اما کارآمد است! فرمولبندی ریاضیاتی کامل ما را قادر می‌سازد تا ویژگیهای اتمها و هسته‌ها را با دقتی باورنکردنی محاسبه کنیم؛ وقتی این محاسبات را با تجربه می‌آزماییم، آنها را به غایت دقیق می‌یابیم. با توجه به توفیقای این نظریه، می‌توانیم نداشتن چارچوب سازگار آن را توجیه کنیم.

با مطالعه این فصل، متوجه ارجاع فراوان به جمله‌ها و اصطلاحهایی چون احتمال نتیجه یک اندازه‌گیری، میانگین چندین بار تکرار یک اندازه‌گیری، و رفتار آماری دستگاه، خواهید شد. این اصطلاحها بخش اساسی نظریه کوانتومی به شمار می‌آیند، و شما نمی‌توانید سرشت نظریه کوانتومی را دریابید مگر اینکه مفاهیم کلاسیک چون مسیرهای ثابت و قطعیت نتیجه را به راحتی کنار بگذارید، و مفاهیم کوانتوم مکانیکی احتمال و توزیع آماری نتایج را جایگزین آن کنید.

#### ۴-۱ فرض دوبروی

پیشرفت فیزیک اغلب با دوره‌های طولانی کار پُرحمت تجربی و نظری مشخص می‌شود که با تأیید جرعه‌هایی از بصیرت باعث تغییرات ژرفی در چگونگی نگرش ما به عالم شده است. عموماً هرچه بینش عمیقتر و گامهای اولیه جسورانه‌تر باشد، از دید تاریخی ساده‌تر به نظر می‌رسد، و به احتمال زیاد ممکن است از خود پرسیم که "چرا این به فکر من نرسیده بود؟" نظریه نسبیت خاص اینشتین یکی از نمونه‌های چنین بصیرتی است؛ فرض لویی دوبروی فرانسوی یکی دیگر از آنها به شمار می‌آید. در فصل قبل درباره آزمایش دو شکاف (که آن را فقط می‌توان به کمک رفتار موجی نور فهمید) و اثر کامپتون و فوتوالکتریک (که فقط به کمک رفتار ذره‌ای نور قابل درک‌اند) بحث کردیم. آیا این سرشت دوگانه ذره-موج یک ویژگی مربوط به نور است یا اجسام مادی نیز از آن برخوردارند؟ دوبروی، در یک فرض جسورانه و تهورآمیز که در رساله دکتریش در سال ۱۹۲۴ مطرح کرد، این مورد دوم را برگزید. با بررسی معادله ۳-۲۱، یعنی  $E = h\nu$ ، و معادله ۳-۲۳، یعنی  $p = h/\lambda$ ، به برخی مشکلات به‌کارگیری اولی در مورد ذرات پی‌می‌بریم، زیرا با اطمینان نمی‌توانیم بگوییم که  $E$  انرژی جنبشی، انرژی کل، و یا انرژی نسبیتی است (البته، تمام اینها برای نور یکی است). این مشکلات در رابطه دوم وجود ندارد. دوبروی، بدون هیچگونه پشتوانه تجربی برای اثبات فرض خود، پیشنهاد کرد که به هر ذره مادی که با تکانه  $p$  حرکت می‌کند موجی با



لویی دو بروی (فرانسه، ۱۸۹۲-۱۹۸۷). کارهای او، که از خانواده‌ای اشرافی برخاسته بود، در پیشرفت اولیه نظریه کوانتومی سهم به‌سزایی داشت.

طول موج  $\lambda$  وابسته است که به تکانه  $p$  با رابطه زیر مربوط می‌شود:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (۱-۴)$$

طول موج،  $\lambda$ ، ذره‌ای که برطبق معادله ۱-۴ محاسبه شده باشد، طول موج دو بروی آن ذره نامیده می‌شود.

#### مثال ۱-۴

طول موج دو بروی را در موارد زیر محاسبه کنید:

(الف) اتومبیلی به جرم  $۱۰۰۰\text{ kg}$  که با سرعت  $۱۰۰\text{ m/s}$  (حدود  $۲۰۰\text{ mi/h}$ ) حرکت می‌کند.

(ب) گلوله‌ای  $۱۰\text{ گرمی}$  که با سرعت  $۵۰۰\text{ m/s}$  حرکت می‌کند.

(ج) یک ذره دود به جرم  $۱۰^{-۹}\text{ g}$  که با سرعت  $۱\text{ cm/s}$  حرکت می‌کند.

(د) الکترونی با انرژی جنبشی  $۱\text{ eV}$ .

(ه) الکترونی با انرژی جنبشی  $۱۰۰\text{ MeV}$ .

حل: (الف) بابت بهره‌گیری از رابطه کلاسیک بین سرعت و تکانه،

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{۶٫۶ \times ۱۰^{-۳۴}\text{ J}\cdot\text{s}}{(۱۰^۳\text{ kg})(۱۰۰\text{ m/s})} = ۶٫۶ \times ۱۰^{-۳۹}\text{ m}$$

(ب) مانند بند الف،

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(10^{-2} \text{ kg})(500 \text{ m/s})} = 1.3 \times 10^{-22} \text{ m}$$

(ج)

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(10^{-12} \text{ kg})(10^{-2} \text{ m/s})} = 6.6 \times 10^{-20} \text{ m}$$

(د) انرژی سکون ( $mc^2$ ) الکترون برابر است با  $5.1 \times 10^5 \text{ eV}$ . چون انرژی جنبشی ( $1 \text{ eV}$ )

خیلی کمتر از انرژی سکون است، می‌توانیم از سینماتیک نانسیتی استفاده کنیم:

$$p = \sqrt{2mK} = \sqrt{(2)(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}$$

$$= 5.4 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

در این صورت

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{5.4 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 1.2 \times 10^{-9} \text{ m} = 1.2 \text{ nm}$$

این جواب را می‌توانیم، با استفاده از  $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ ، به طریق زیر هم بیابیم:

$$p = \sqrt{2mK} = \sqrt{\frac{2(mc^2)K}{c^2}} = \frac{1}{c} \sqrt{2(mc^2)K}$$

$$cp = \sqrt{2(5.1 \times 10^5 \text{ eV})(1 \text{ eV})} = 1.0 \times 10^3 \text{ eV}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{1.0 \times 10^3 \text{ eV}} = 1.2 \text{ nm}$$

این روش در ابتدا تصنعی به نظر می‌رسد، اما در عمل کاملاً مفید است، به ویژه از این جهت

که انرژیها را در فیزیک اتمی و هسته‌ای معمولاً برحسب الکترون ولت بیان می‌کنند.

(و) در این مورد، انرژی جنبشی خیلی بیشتر از انرژی سکون است، و از این رو در حد قلمرو نسبیتی

قرار داریم، که در آنجا، مطابق معادله ۲-۴۲، داریم:  $K \approx E \approx pc$ . طول موج عبارت است از:

$$\lambda = \frac{hc}{pc} = \frac{1240 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{100 \text{ MeV}} = 12 \text{ fm}$$

توجه کنید که طول موجهای محاسبه شده در بندهای الف، ب، و ج بسیار کوتاهتر از آن هستند

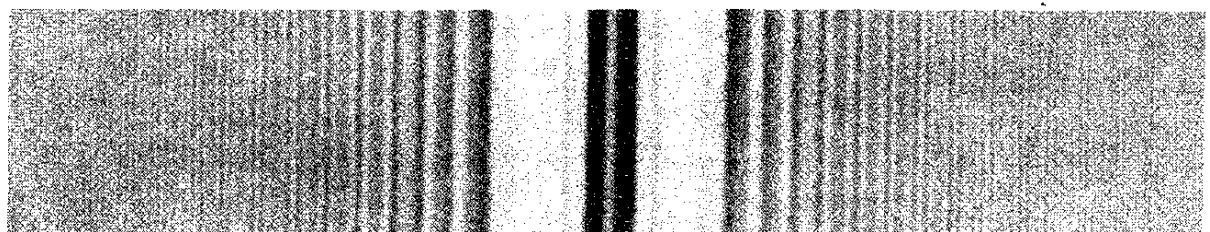
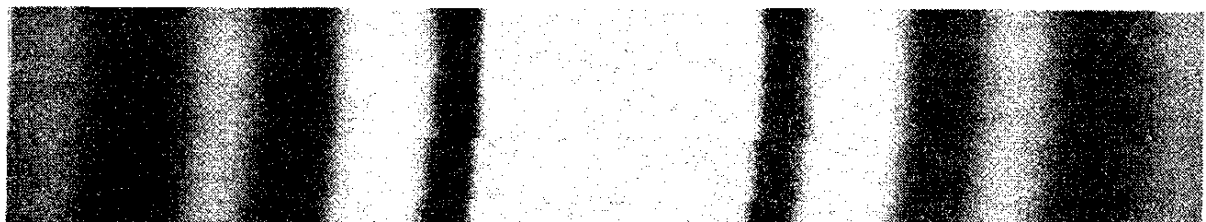
که در آزمایشگاه بشود آنها را مشاهده کرد. فقط در دو حالت آخر، که طول موج در آنها از مرتبه

ابعاد اتمی یا مولکولی است، می‌توانیم شانس مشاهده طول موج را داشته باشیم. به علت کوچکی  $h$ ، فقط برای ذراتی با ابعاد اتمی یا هسته‌ای رفتار موجی قابل مشاهده است.

بلافاصله دو سؤال مطرح می‌شود. اولاً، دقیقاً چه نوع موجی دارای این طول موج دوبروی است؟ یعنی، دامنه موج دوبروی چه چیزی را اندازه می‌گیرد؟ پاسخ به این پرسش چندان آسان نیست، از این رو پاسخ مفصل آن را تا آخرین بخش این فصل به تأخیر می‌اندازیم. در حال حاضر، فرض می‌کنیم که، به ذره در حال حرکت، یک موج دوبروی به طول موج  $\lambda$  وابسته است، که وقتی آزمایش نوع موجی (مانند پراش) روی آن انجام شود، خودش را نشان می‌دهد.

سپس سؤال دوم پیش می‌آید: چرا این طول موج پیش از دوبروی مستقیماً مشاهده نشد؟ همان طور که بندهای (الف)، (ب) و (ج) نشان داد، طول موج دوبروی اشیای معمولی، بسیار کوتاه است. فرض کنید می‌خواهیم سرشت موجی این اشیاء را با آزمایشی از نوع دو شکاف نشان دهیم. از معادله ۱۷-۳ به خاطر دارید که فاصله بین فریزهای مجاور در آزمایش دو شکاف عبارت است از  $\Delta y = \lambda D/d$ . هرگاه به جای فاصله دو شکاف،  $d$ ، و فاصله شکاف یا پرده،  $D$ ، مقادیری معقول و قابل قبول قرار دهید، پی خواهید برد که هیچ پیکربندی تجربی قابل حصولی وجود ندارد که بتواند فاصله مشاهده‌پذیری از فریزها را تولید کند (مسئله ۹). هیچ آزمایشی را نمی‌توان انجام داد که سرشت موجی اشیای ماکروسکوپی (در ابعاد آزمایشگاهی) را هویدا کند.

برای نمایاندن سرشت موجی ذرات، باید از ذراتی در قلمرو اتمی بهره گیریم. نشانه‌های رفتار موجی را آزمایشهای تداخل و پراش بروز می‌دهند. درباره آزمایشهای تداخل در بخش ۱-۳ بحث کردیم؛ پراش در اکثر کتابهای درسی فیزیک پایه بررسی می‌شود و در شکل ۱-۴ این پدیده را برای امواج نور مشاهده می‌کنید.



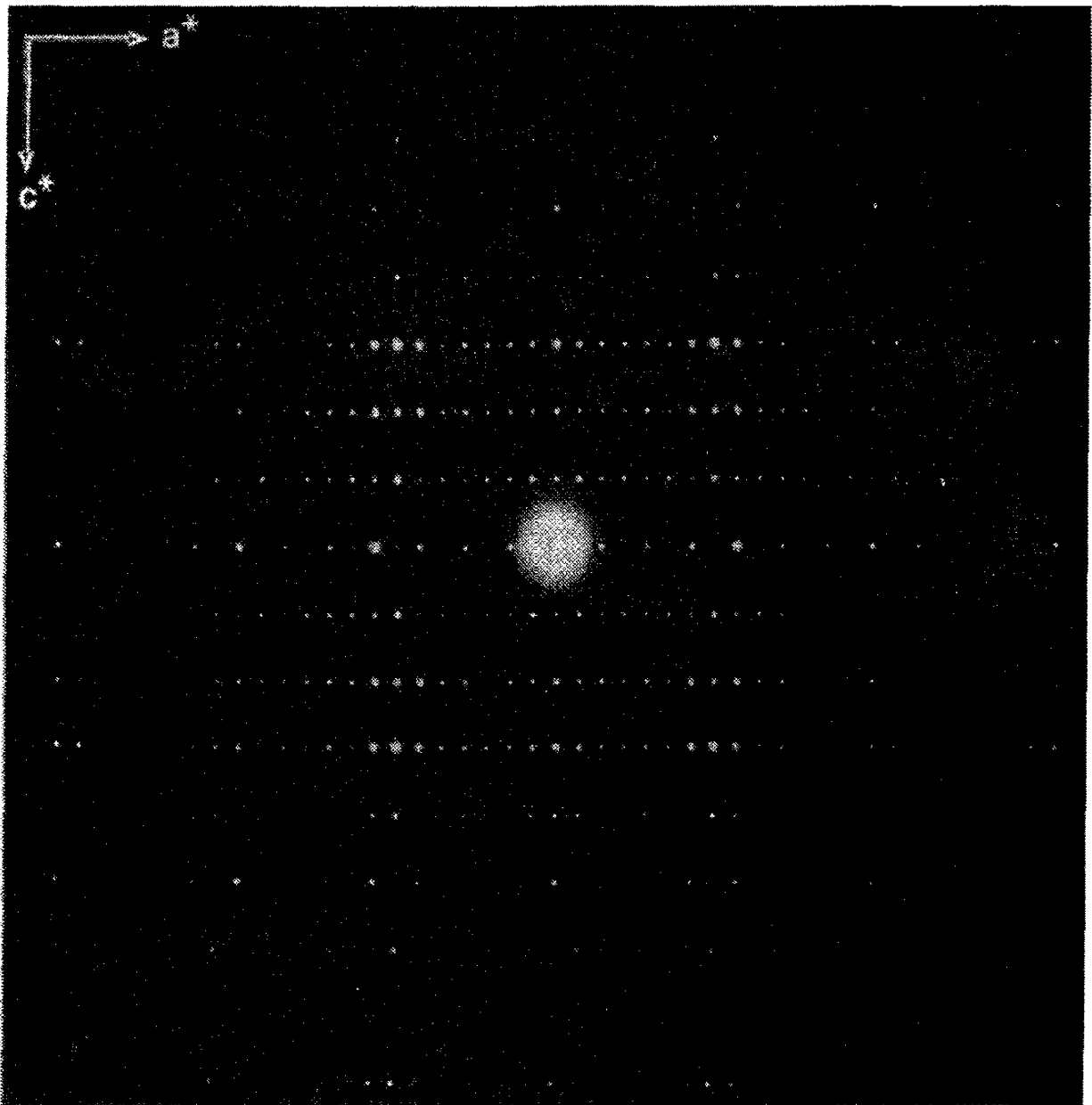
شکل ۱-۴ (بالا) نقش پراش برای امواج نوری فرودی بر یک تک شکاف. (پایین) نقش پراش برای امواج نوری فرودی بر یک سیم نازک.

مشکلات عملی ساختن دو شکاف برای انجام آزمایشهای تداخل با باریکه‌های ذراتی چون الکترون‌ها، نوترون‌ها، و اتم‌ها تا مدت‌های مدیدی پس از ارائه فرض دوبروی، کماکان حل نشده بود. بعداً در همین بخش این آزمایشها را بررسی می‌کنیم. فعلاً به دو آزمایشی می‌پردازیم که مشکلات فناورانه آنها اندکی پس از پیشنهاد دوبروی پیرامون سرشت موجی ذرات در سال ۱۹۲۴، حل شد. این آزمایشها شامل پراش الکترون، نه از طریق ساختن مصنوعی تک شکاف مطابق شکل ۱-۴، بلکه به واسطه اتمهای بلور است. پیامدهای این آزمایشها شبیه آزمایشهای پراش پرتو x است که در شکل ۱-۳ تشریح شد. فاصله منظم اتمهای بلور نقشهای پراش زیبایی پدید می‌آورد که آنها را برای پرتو x در شکل‌های ۷-۳ تا ۹-۳ مشاهده می‌کنید.

بنابراین، برای بررسی سرشت موجی الکترون‌ها روش زیر را اختیار می‌کنیم. باریکه‌ای از الکترون‌ها در پتانسیل  $V$  شتاب می‌گیرند، و دارای انرژی جنبشی نانسیتی  $K = eV$  و تکانه نانسیتی  $p = \sqrt{2mK}$  می‌شوند. مکانیک موجی باریکه الکترون‌ها را موجی با طول موج  $\lambda = h/p$  در نظر می‌گیرد. این باریکه درست به همان ترتیبی که در مورد باریکه پرتوهای x در شکل ۷-۳ تشریح شد، به یک بلور برخورد می‌کند، و از باریکه پراکنده عکسبرداری می‌شود. این عکس در شکل ۲-۴ نشان داده شده است. تشابه بین شکل ۲-۴ (پراش الکترون) و شکل‌های ۷-۳ و ۸-۳ (پراش پرتو x) به روشنی نشان می‌دهد که الکترون‌ها مانند موج عمل می‌کنند.

مقایسه مستقیم "حلقه‌ها"ی حاصل از پراکندگی به وسیله مواد چند بلوری (شکل ۹-۳) در شکل ۳-۴ نشان داده شده‌اند. اثر مقایسه بین پراکندگی الکترون و پراکندگی پرتو x چشمگیر است، و در اینجا نیز دلیل محکمی بر شباهت رفتار موجی الکترون‌ها و پرتوهای x وجود دارد. آزمایشها از نوعی که در شکل ۳-۴ توضیح داده شد را نخستین بار ج. پ. تامسون در سال ۱۹۲۷ انجام داد، که به خاطر همین کار در جایزه نوبل فیزیک ۱۹۳۷ سهیم شد. (پدر تامسون، یعنی جی. جی. تامسون، جایزه نوبل فیزیک ۱۹۰۶ را به خاطر کشف الکترون و اندازه‌گیری نسبت بار به جرم آن به دست آورده بود. به این ترتیب می‌توان گفت که تامسون پدر سرشت ذره‌ای الکترون را کشف کرد، در حالی که تامسون پسر، کاشف سرشت موجی آن بود.)

نخستین تأیید تجربی سرشت موجی الکترون‌ها (و تأیید کیفی رابطه دوبروی:  $\lambda = h/p$ ) کوتاه زمانی پس از فرض اولیه دوبروی فراهم آمد. در سال ۱۹۲۶، در آزمایشگاههای بل تلفن، کلینتون دیویسون و لستر گرمر بازتاب باریکه‌های الکترون را از سطح بلورهای نیکل بررسی می‌کردند. نمای طرح‌وار دستگاه آنها در شکل ۴-۴ نشان داده شده است. باریکه‌ای از الکترون‌ها از یک رشته گرم در اختلاف پتانسیل  $V$  شتاب می‌گیرند. این باریکه با عبور از یک روزنه

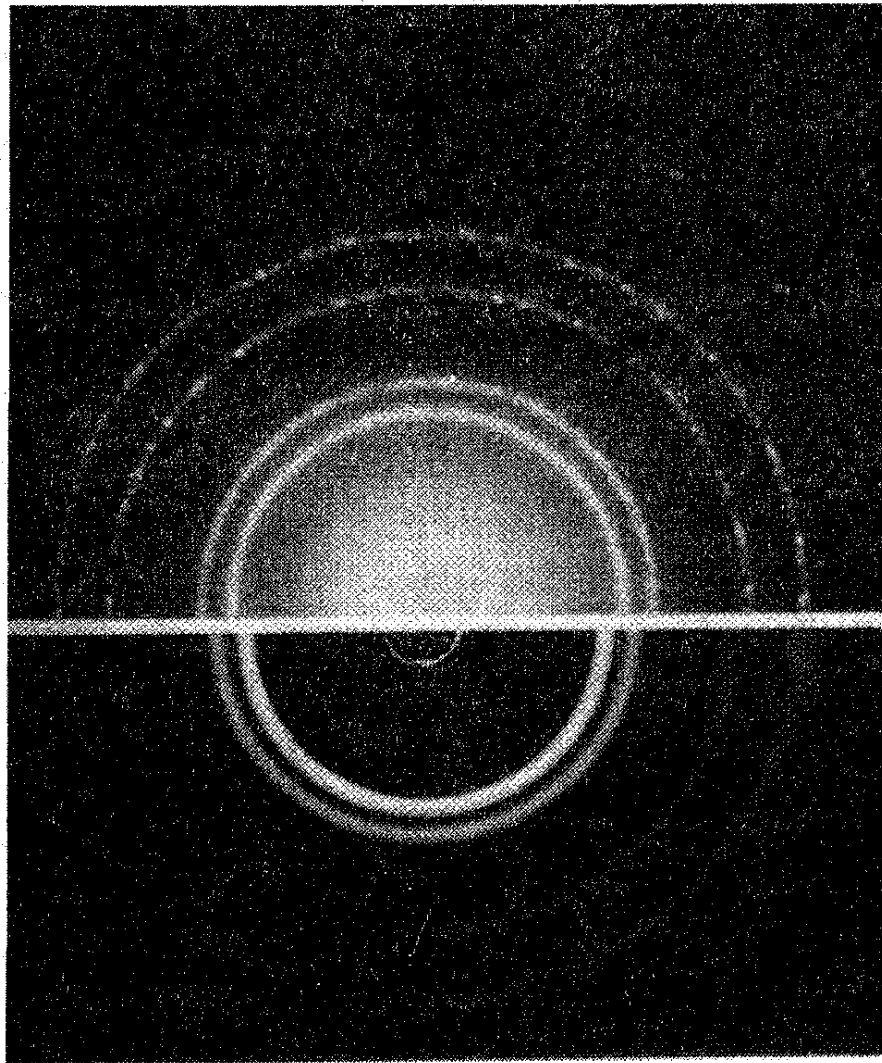


شکل ۲-۴ نقش پراش الکترون. هر کدام از نقطه‌های درخشان، مانند نقشهای پراش پرتو x در شکل‌های ۷-۳ و ۸-۳، ناحیه تداخل سازنده هستند. هدف یک بلور  $\text{Ti}_2\text{Nb}_{10}\text{O}_{29}$  است.

کوچک، به یک تک‌بلور نیکل برخورد می‌کند. اتمها بلور این الکترونها را در تمام جهتها پراکنده می‌کنند، که بعضی از آنها به یک آشکارساز برخورد می‌کنند؛ این آشکارساز می‌تواند تا هر زاویه نسبت به باریکه فرودی حرکت کند و شدت باریکه الکترون پراکنده شده در آن زاویه را اندازه بگیرد.

شکل ۵-۴ نتایج یکی از آزمایشهای دیویسون و گرمر را نشان می‌دهد. وقتی ولتاژ شتاب‌دهنده روی ۵۴۷ تنظیم می‌شود، بازتابش شدیدی از باریکه در زاویه  $\phi = 5^\circ$  صورت می‌گیرد. علت این بازتابش شدید چیزی جز برهم‌نهی امواج برای تولید بیشینه شدت، نیست. حال ببینیم چگونه این نتایج تأییدی کمی برای طول موج دوبروی هستند.



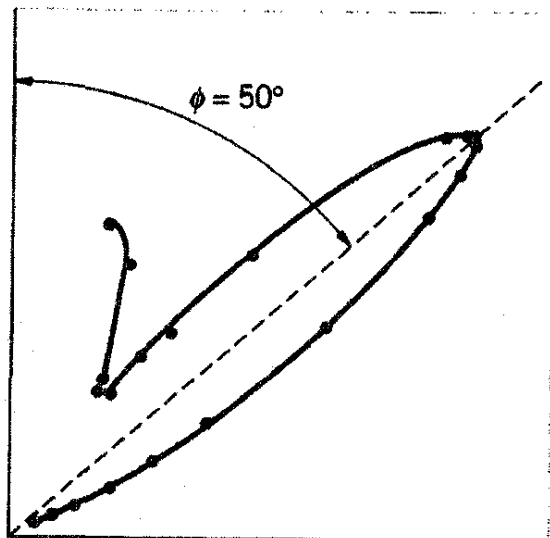


شکل ۳-۴ مقایسه پراش پرتو x و پراش الکترون. نیمه بالایی شکل نتیجه پراکندگی پرتوهای x به طول موج  $0.71 \text{ nm}$ ، را از برگه آلومینیومی نشان می‌دهد، و نیمه پایینی نتیجه پراکندگی الکترونها  $600 \text{ eV}$  از برگه آلومینیومی است. (طول موجها باهم فرق دارند به طوری که مقیاس این دو نیمه با هم سازگار شده است.)

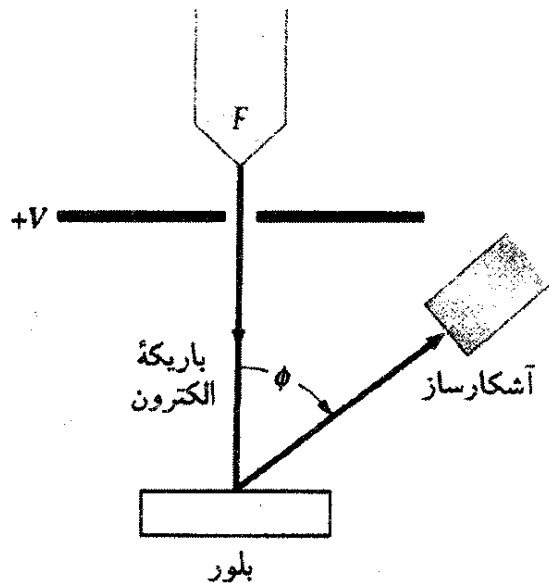
اگر فرض کنیم هر یک از اتمهای بلور می‌تواند نقش یک پراکننده را داشته باشد، در این صورت امواج الکترونی پراکنده می‌توانند تداخل کنند، و یک شبکه پراش بلوری برای الکترونها داریم. شکل ۴-۶ نمایش ساده‌ای از بلور نیکل به کار رفته در آزمایش دیویسون-گرم را نشان می‌دهد. چون الکترونها کم انرژی هستند، تا عمق زیاد بلور نفوذ نکرده‌اند، و کافی است که پراش در صفحه اتمهای سطح را در نظر بگیریم. این وضعیت کاملاً مشابه استفاده از توری بازتابش برای نور است؛ فاصله  $d$  بین ردیف اتمها روی بلور مانند فاصله بین شکافها در توری اپتیکی است. بیشینه برای توری پراش بیشینه‌ها برای آن زاویه‌های  $\phi$  رخ می‌دهد که:

$$d \sin \phi = n\lambda \quad (2-4)$$

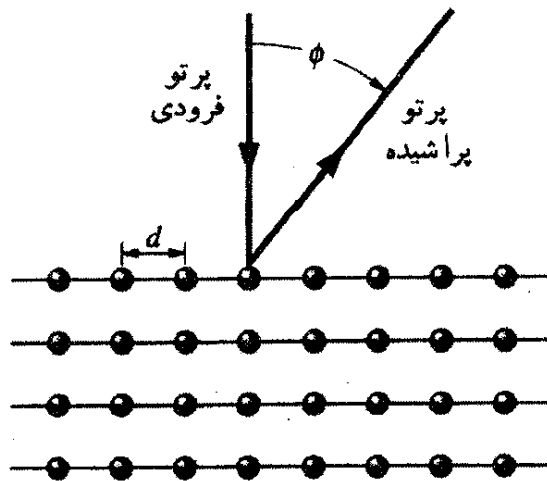
که  $n (= 1, 2, 3, \dots)$  شماره ترتیب بیشینه است. با توجه به داده‌های مستقل، می‌دانیم که فاصله ردیفهای اتمها در یک بلور نیکل عبارت است از  $d = 0.215 \text{ nm}$ .



شکل ۵-۴ نتایج دیویسون و گرمر. هر نقطه روی نمودار شدت نسبی را در هنگامی نشان می‌دهد که آشکارساز شکل ۴-۴ در زاویه  $\phi$ ، از محور قائم قرار دارد. تداخل سازنده سبب می‌شود که شدت باریکه بازتابیده در  $\phi = 50^\circ$  به ازای  $V = 54V$  به بیشینه برسد.



شکل ۴-۴ دستگاهی که دیویسون و گرمر برای بررسی پراش الکترون به کار گرفتند. الکترونها رشته  $F$  را ترک می‌کنند و در ولتاژ  $V$  شتاب می‌گیرند. این باریکه به یک بلور برخورد می‌کند و باریکه پراکنده در زاویه  $\phi$  نسبت به باریکه فرودی آشکارسازی می‌شود. این آشکارسازی می‌تواند در گستره  $0^\circ$  تا  $90^\circ$  حرکت کند.



شکل ۶-۴ سطح بلور مانند توری پراش با فاصله  $d$  عمل می‌کند.

قله در  $\phi = 50^\circ$  باید قله‌ای از مرتبه اول ( $n = 1$ ) باشد، زیرا هیچ قله‌ای در زاویه‌های کوچکتر مشاهده نشده است. اگر این قله در واقع یک بیشینه تداخل باشد، طول موج متناظر، با توجه به معادله ۲-۴ عبارت است از:

$$\lambda = d \sin \phi = (0.215 \text{ nm})(\sin 50^\circ) = 0.165 \text{ nm}$$

می‌توان این مقدار را با مقداری که از نظریهٔ دوبروی انتظار می‌رود مقایسه کرد. الکترونی که در اختلاف پتانسیل ۵۴۷ شتاب گرفته باشد، دارای انرژی جنبشی ۵۴eV و در نتیجه دارای تکانه زیر است:

$$p = \sqrt{2mK} = \frac{1}{c} \sqrt{2mc^2 K} = \frac{1}{c} (7430 \text{ eV})$$

طول موج دوبروی عبارت است از  $\lambda = h/p = hc/pc$  با بهره‌گیری از  $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$

$$\lambda = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{7430 \text{ eV}} = 0.167 \text{ nm}$$

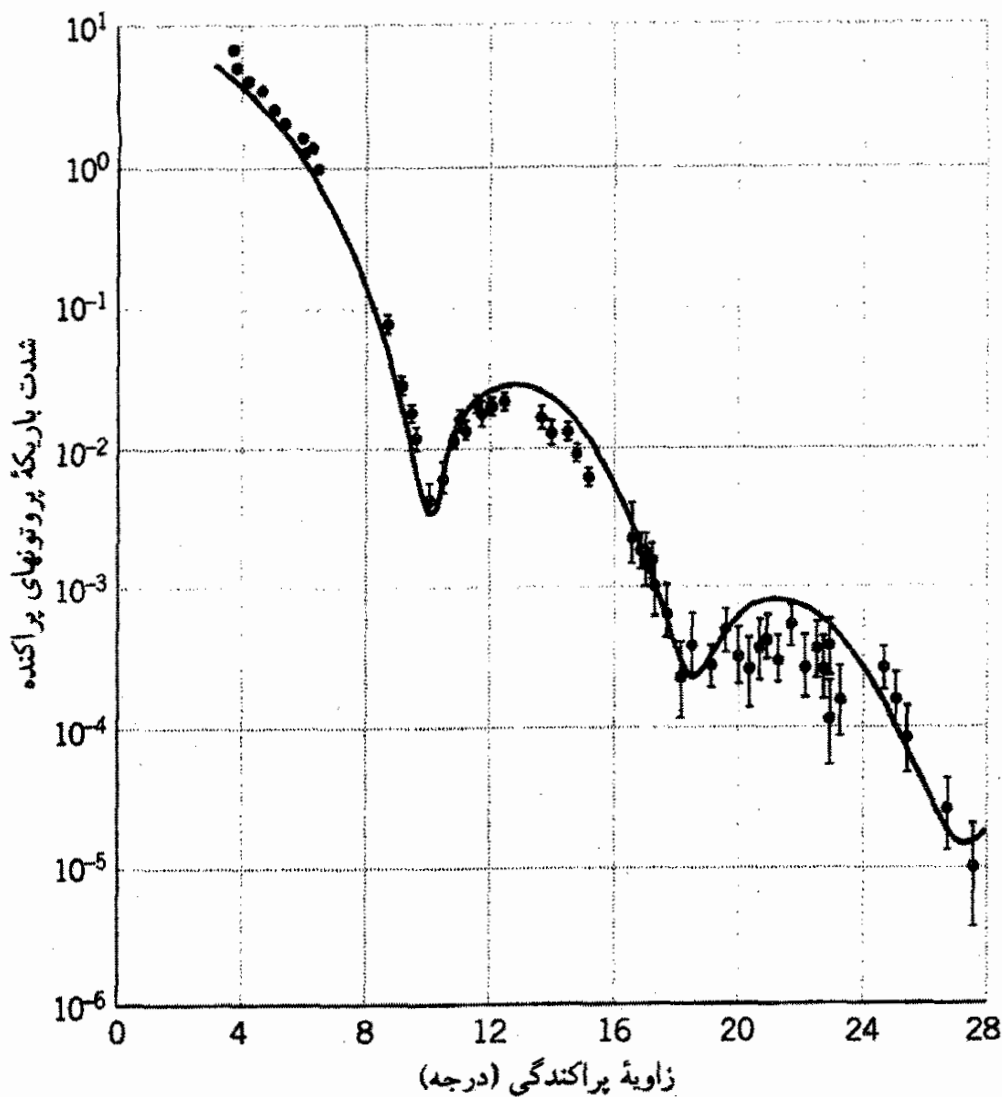
که سازگاری آن با مقداری که از پیشینهٔ پراش یافته شده بسیار عالی، و مدرک محکمی در تأیید نظریهٔ دوبروی است. دیویسون به خاطر این کار تجربی، در سال ۱۹۳۷ در جایزهٔ نوبل فیزیک با جی.پی. تامسون سهیم شد.

سرشت موجی ذرات منحصر به الکترونها نیست؛ هر ذره‌ای با تکانه  $p$  دارای طول موج دوبروی  $h/p$  است. نوترونهايي که در راکتورهای هسته‌ای تولید می‌شوند دارای انرژی جنبشی متناظر با طول موجهای تقریباً ۱ nm هستند؛ این نوترونها هم برای پراش به وسیلهٔ بلورها مناسب‌اند. شکل ۴-۷ نشان می‌دهد که پراش نوترونها از یک بلور نمک همان نقش مشخصه‌ای را پدید می‌آورند که پراش الکترونها یا پرتوهای x.

برای مطالعهٔ هستهٔ اتمها، طول موجهای خیلی کوتاهتری، از مرتبهٔ  $10^{-15} \text{ m}$ ، ضروری است. شکل ۴-۸ نقش پراشی را نشان می‌دهد که به واسطهٔ پراکندگی پروتونهای با انرژی جنبشی ۱ GeV از هستهٔ اکسیژن، تولید شده است. پیشینه‌ها و کمینه‌های نقش پراش با پیشینه‌ها و کمینه‌های ناشی از

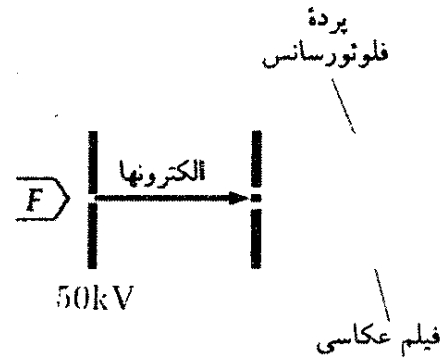


شکل ۴-۷ پراش نوترونها از یک بلور سدیم کلرید.

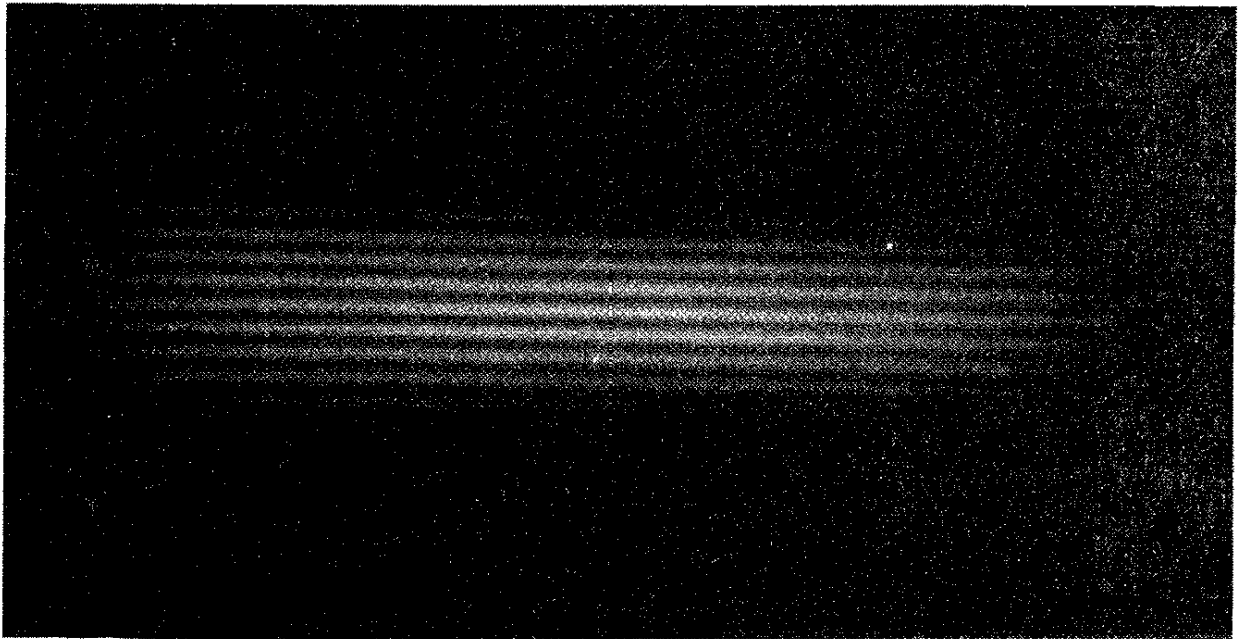


شکل ۴-۸ پراش پروتونها  $1\text{ GeV}$  از هسته‌های اکسیژن. نقش بیشینه‌ها و کمینه‌ها مانند نقش بیشینه‌ها و کمینه‌های پراش تک شکاف امواج نور است.

پراش تک شکافی، شکل ۴-۱، مشابه‌اند. (شدت در کمینه‌ها صفر نمی‌شود زیرا هسته‌ها مرز واضح و مشخصی ندارند. تعیین ابعاد هسته‌ای از روی این نقشه‌های پراش در فصل ۱۲ بررسی می‌شود.) دلیل قطعی سرشت موجی نور از آزمایش دو شکاف که توماس یانگ در سال ۱۸۰۱ انجام داد، به دست آمد. علی‌الاصول، انجام آزمایش‌های دو شکاف با ذرات و در نتیجه مشاهده مستقیم رفتار موج‌گونه آنها باید امکان‌پذیر باشد. اما، مشکلات فناوریانه ایجاد شکافهای دوگانه برای ذرات چشمگیرند، و فقط در سالهای اخیر این دشواریها برطرف شده‌اند. نخستین آزمایش دو شکاف با الکترونها در سال ۱۹۶۱ انجام شد. نموداری از دستگاه مربوط به انجام این آزمایش در شکل ۴-۹ نشان داده شده است. الکترونها از یک رشته داغ در اختلاف پتانسیل  $5\text{ keV}$  (متناظر با طول موج  $\lambda = 0.4\text{ pm}$ ) شتاب گرفتند) و از دو شکاف به فاصله  $2\text{ }\mu\text{m}$  و عرض  $5\text{ }\mu\text{m}$  عبور کردند. تصویری از نقش شدت حاصل در شکل ۴-۱۰ نشان داده شده است. شباهت با نقش دو شکاف برای نور (شکل ۳-۲) بارز است.

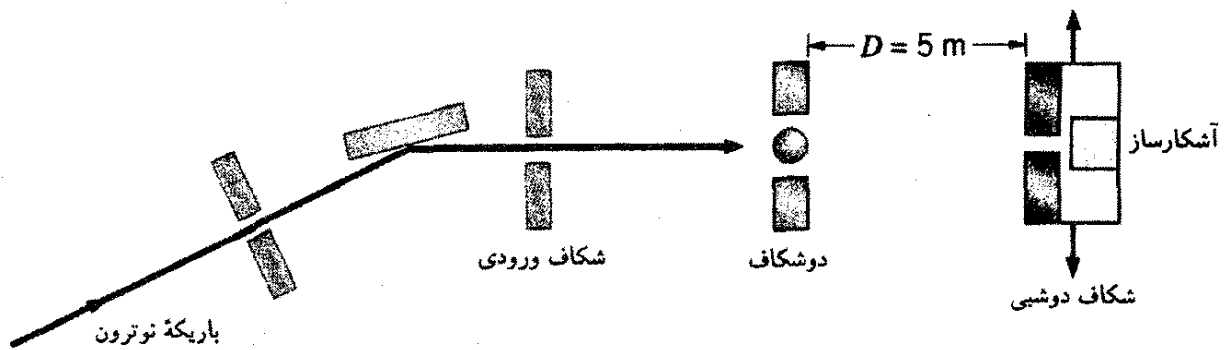


شکل ۹-۴ دستگاه دوشکافی برای الکترونها. الکترونها از رشته  $F$  در اختلاف پتانسیل  $50\text{ kV}$  شتاب می‌گیرند و از دو شکاف عبور می‌کنند. وقتی این الکترونها به یک پرده فلونورسان برخورد کنند یک نقش مرئی (مانند صفحه تلویزیون) پدید می‌آورند، و از نقش حاصل عکس گرفته می‌شود. عکسی از این نقش در شکل ۱۰-۴ نشان داده شده است.

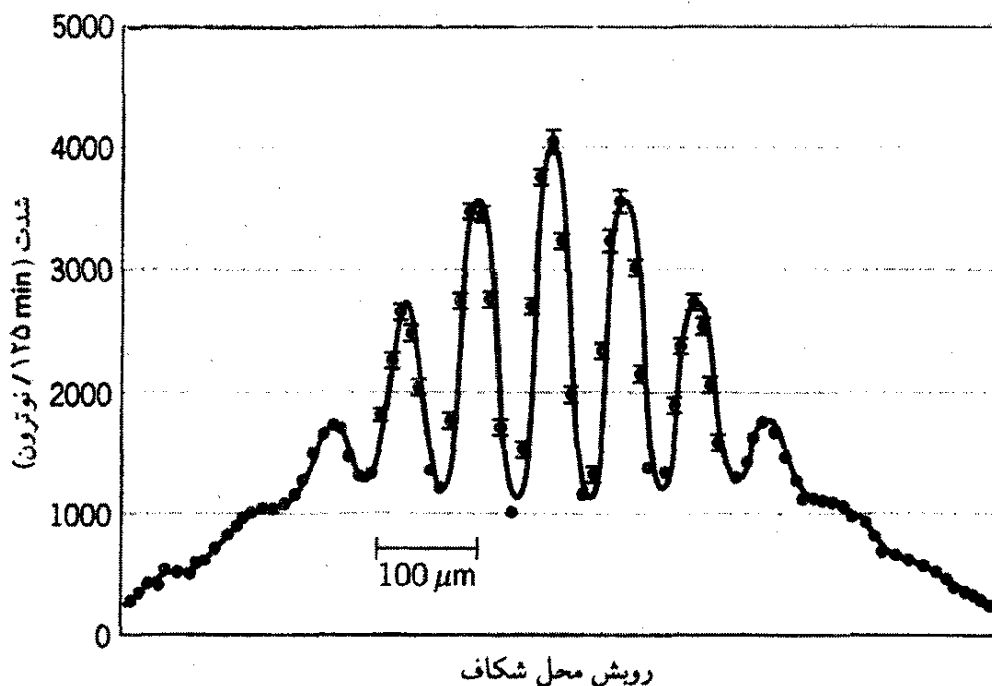


شکل ۱۰-۲ تداخل دوشکافی برای الکترونها.

همین آزمایش را می‌توان برای نوترونها انجام داد. در این حالت، چشمه نوترونها یک راکتور هسته‌ای بود که در آن حرکت نوترونها خروجی تا توزیع انرژی " گرمایی " (میانگین  $0.025\text{ eV} \approx kT \approx K$ ) کند می‌شد. با استفاده از پراش بلور، طول موجهای خاصی از این توزیع را می‌شد از طریق فرایندی مشابه آنچه در شکل ۵-۳ نشان داده شده است برگزید؛ نوترونها (که توزیع انرژی پیوسته‌ای دارند) بر یک بلور فرود می‌آیند، و با انتخاب زاویه پراکندگی، انتخاب یک طول موج خاص، بنابر قانون پراکندگی براگ، معادله ۱۹-۳، امکان‌پذیر است (مسئله ۱۲). نوترونها (با انرژی جنبشی  $0.024\text{ eV}$  و طول موج دوبروی  $1.85\text{ nm}$ ) از گافی به قطر  $148\text{ }\mu\text{m}$  در ماده‌ای عبور می‌کردند که عملاً تمام نوترونها را جذب می‌کرد (شکل ۱۱-۴). در مرکز گاف

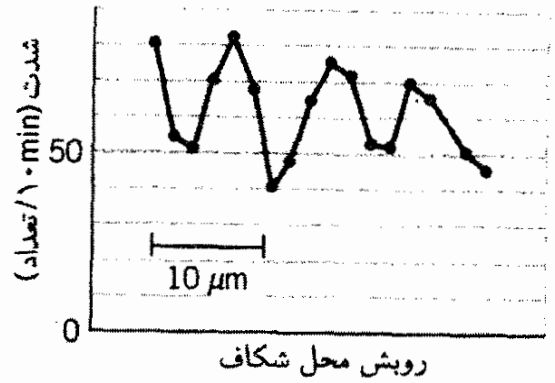
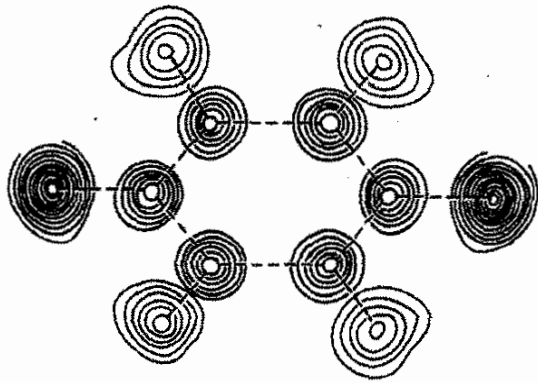


شکل ۴-۱۱ دستگاه دو شکاف برای نوترونها. نوترونهای گرمایی که از یک راکتور خارج شده‌اند بر یک بلور فرود می‌آیند؛ پراکندگی در یک زاویه خاص انرژی نوترونها را برمی‌گزیند. این نوترونها پس از عبور از دو شکاف، به وسیله دستگاه شکاف روبشی، که به صورت جانبی حرکت می‌کند، شمرده می‌شوند.



شکل ۴-۱۲ نقش شدت مشاهده شده برای تداخل دو شکافی با نوترونها. فاصله بین بیشینه‌ها حدود  $75 \mu\text{m}$  است.

سیمی از جنس بور (که به شدت نوترونها را جذب می‌کند) به قطر  $104 \mu\text{m}$  قرار داشت. نوترونها می‌توانستند از هر طرف این سیم از داخل شکافهایی به پهنای  $22 \mu\text{m}$  عبور کنند. شدت نوترونی را که از این دو شکاف گذشتند را با لغزاندن دیگر در عرض باریکه مشاهده می‌کردند و شدت نوترونی عبوری از این "شکاف روبشی" اندازه‌گیری می‌شد. شکل ۴-۱۲ نقش حاصل از بیشینه‌ها و کمینه‌های شدت را نشان می‌دهد و تردیدی باقی نمی‌گذارد که تداخل رخ می‌دهد و در نتیجه نوترونها دارای سرشت موجی هستند. طول موج را می‌توان با توجه به فاصله شکافها از معادله ۳-۱۷ به دست آورد. با برآورد فاصله بیشینه‌های مجاور،  $\Delta y$ ، از روی شکل ۴-۱۲، که



شکل ۴-۱۳ نقش شدت مشاهده شده برای تداخل دوشکافی با اتمهای هلیم<sup>۱</sup>

شکل ۴-۱۴ ساختار اتمی بنزن جامد که از پراش نوترون به دست آمده است. دایره‌ها پربندهای چگالی ثابت را نشان می‌دهند. دایره‌های سیاه مکان شش اتم کربن را نشان می‌دهند که حلقه بنزنی را تشکیل می‌دهند. دایره‌های آبی محل اتمهای هیدروژن را می‌نمایانند.

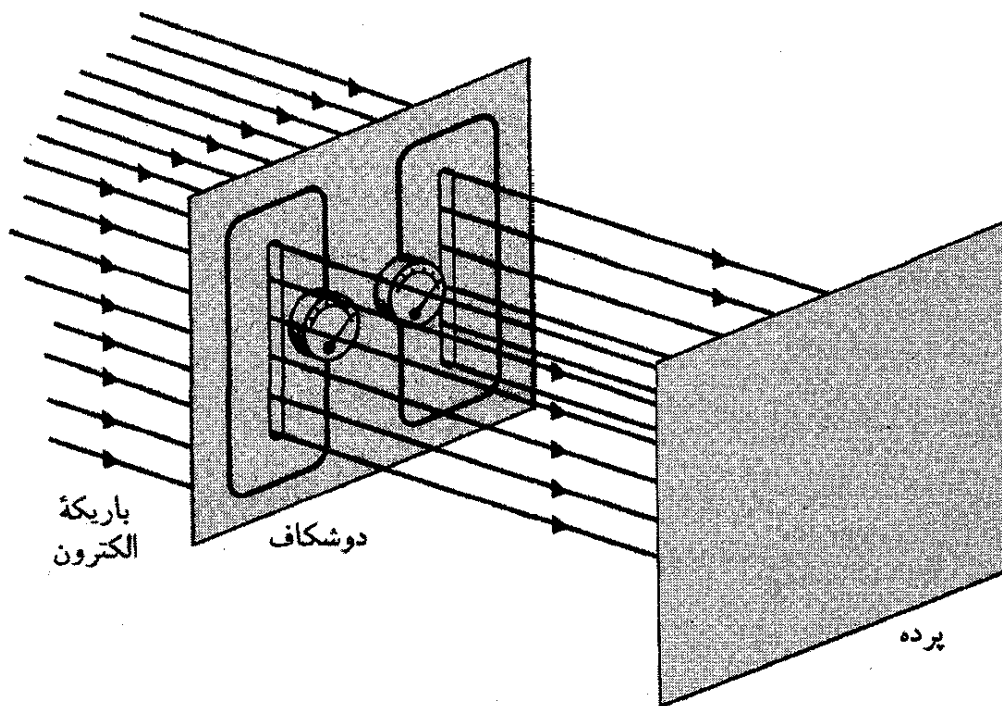
حدود  $75 \mu\text{m}$  می‌شود، می‌رسیم به:

$$\lambda = \frac{d\Delta y}{D} = \frac{(126 \mu\text{m})(75 \mu\text{m})}{\Delta m} = 1,89 \text{ nm}$$

این نتیجه، با طول موج دوبروی  $1,85 \text{ nm}$  که برای باریکه نوترون اختیار شد، سازگاری بسیار خوبی دارد. انجام آزمایش مشابه با اتمها هم امکان‌پذیر است. در این حالت، یک چشمه اتمهای هلیم باریکه‌ای (با سرعتی متناظر با انرژی جنبشی  $20 \text{ eV}$ ) تشکیل می‌داد که از دو شکاف به فاصله  $8 \mu\text{m}$  و پهنای  $1 \mu\text{m}$  عبور می‌کرد. در اینجا نیز یک شکاف روبشی برای اندازه‌گیری شدت باریکه عبوری از دو شکاف به کار می‌رفت. شکل ۴-۱۳ نقش شدت حاصل را نشان می‌دهد. هرچند که نتایج در این مورد مانند نتیجه‌های حاصل از آزمایش با الکترونها و نوترونها چشمگیر نیست، اما دلیل روشنی از بیشینه‌ها و کمینه‌های تداخل وجود دارد و فاصله بیشینه‌ها طول موجی را به دست می‌دهد که با طول موج دوبروی سازگار است (مسئله ۷).

در این فصل، تا اینجا، درباره چند نوع آزمایش تداخل و پراش با بهره‌گیری از ذرات گوناگون، الکترونها، پروتونها، نوترونها، و اتمها، بحث کرده‌ایم. این آزمایشها نه منحصر به نوع خاصی ذره است و نه به نوع خاصی مشاهده. آنها مثالهایی از پدیده‌ای کلی، یعنی سرشت موجی ذرات، به شمار می‌آیند که پیش از سال ۱۹۲۰ قابل مشاهده نبودند زیرا تا آن هنگام آزمایشهای لازم هنوز هم انجام نشده بود. امروزه این سرشت موجی یک ابزار اساسی برای دانشمندان است. مثلاً، پراش نوترون اطلاعات جامعی در خصوص ساختار بلورهای جامد و مولکولهای پیچیده به دست می‌دهد

1. O. Carnal and J. Mlynek, *Physical Review Letters*, **66**, 2689 (1991).



شکل ۴-۱۵ دستگاه مربوط به ثبت عبور الکترونها از شکافها. هر شکاف با یک حلقه دارای سنجهای احاطه می‌شود که عبور یک الکترون از این شکاف را مشخص می‌کند. روی پرده هیچ فریز تداخلی تشکیل نمی‌شود.

(شکل ۴-۱۴). در میکروسکوپ الکترونی از امواج الکترون برای روشن کردن و عکس گرفتن از اشیاء بهره می‌گیرند؛ چون طول موج را می‌توان هزاران بار از طول موج نور مرئی کوتاهتر کرد، پس این امکان وجود دارد که جزئیات ریز غیر قابل مشاهده با نور مرئی را به این وسیله از هم تفکیک و مشاهده کرد (عکس رنگی ۱).

وقتی آزمایش دو شکاف را با ذراتی چون الکترون انجام می‌دهیم، دلمان می‌خواهد بدانیم که ذره از کدام شکاف رد می‌شود. مثلاً می‌توانیم هر شکاف را با یک حلقه الکترومغناطیسی احاطه کنیم تا هر باریک ذره باردار یا ذره‌ای با گشتاور مغناطیسی از حلقه گذشت، یک سنجه منحرف شود (شکل ۴-۱۵). اگر ذرات را با آهنک کندی به این شکافها؛ شلیک کنیم، می‌توانیم هر ذره را در هنگام عبور از یکی از دو شکاف و ظاهر شدن روی پرده ردگیری کنیم.

اگر این آزمایش را واقعاً انجام می‌دادیم، دیگر روی پرده نقش تداخلی را ثبت نمی‌کردیم. در عوض، نقشی مانند آنچه در شکل ۴-۱۵ نشان داده شده است مشاهده می‌کردیم با "برخوردهایی" به مقابل هر شکاف بدون فریزهای تداخل هر وسیله‌ای را برای تعیین عبور ذره از هر شکاف به‌کار بریم، نقش تداخل از میان می‌رود. ذره کلاسیک باید از یکی از دو شکاف بگذرد، فقط موج است که می‌تواند با عبور بخشهایی از جبهه موج از هر دو شکاف و سپس ترکیب مجدد آنها باعث تداخل شود. وقتی می‌پرسیم ذره از کدام شکاف عبور کرده است، فقط جنبه‌های ذره‌ای رفتار آن را بررسی



می‌کنیم، و نمی‌توانیم سرشت موجی (نقش تداخل) آن را مشاهده کنیم. برعکس، وقتی به بررسی سرشت موجی می‌پردازیم، به‌طور همزمان نمی‌توانیم سرشت ذره‌ای را مشاهده کنیم. الکترون یا رفتار ذره‌ای دارد و یا موجی، اما نمی‌توانیم هر دو جنبه رفتاری آن را همزمان مشاهده کنیم. این مطالب مبنای اصل مکملیت را تشکیل می‌دهند، که بنابر آن توصیف کامل یک موجود فیزیکی چون فوتون یا الکترون نمی‌تواند فقط برحسب خواص ذره‌ای موجی آن صورت پذیرد، بلکه باید هر دو جنبه رفتاری آن را در نظر گرفت. به علاوه، سرشت ذره‌ای و موجی را نمی‌توان همزمان مشاهده کرد، و جنبه رفتاری که مشاهده می‌کنیم به نوع آزمایشی که انجام می‌دهیم بستگی دارد. آزمایش نوع ذره‌ای فقط رفتار ذره‌گونه، و آزمایش نوع موجی فقط ذره موج‌گونه را نشان می‌دهد.

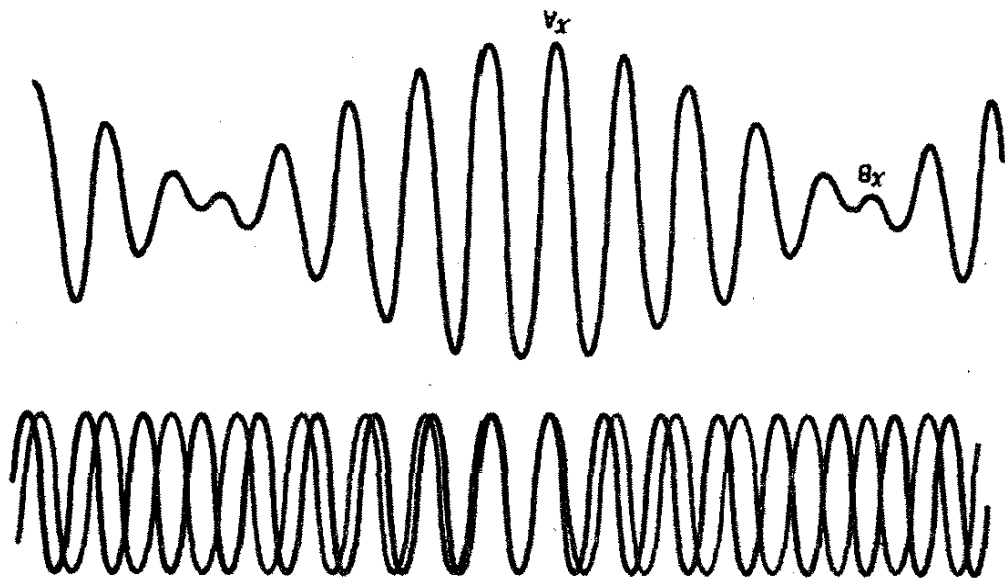
## ۲-۴ رابطه‌های عدم قطعیت برای امواج کلاسیک

در این بخش تفاوت مهم دیگر ذرات و امواج کلاسیک را بررسی می‌کنیم. یک موج به شکل  $y = y_1 \sin k_1 x$ ، را مطابق شکل ۴-۱۶، در نظر بگیرید. این یک موج است که خود را از  $x = -\infty$  تا  $x = +\infty$  به صورت بی‌پایان تکرار می‌کند. اگر بپرسیم که: "محل این موج کجاست؟" نمی‌توانیم پاسخی برای آن بیابیم؛ این موج همه جا هست. (از سوی دیگر، طول موج آن به دقت تعیین می‌شود و عبارت است از  $2\pi/k_1$ ) اگر بخواهیم از موج برای نشان دادن یک ذره استفاده کنیم، این موج باید یکی از صفات مهم ذره را داشته باشد؛ یعنی باید جایگزیده باشد، یا بتواند در ناحیه نسبتاً کوچکی (مثلاً، در ابعاد اتم یا هسته) از فضا محدود شود. موج سینوسی خالص به واسطه گستره نامحدودش در تعیین محل ذرات به‌کار نمی‌آید.

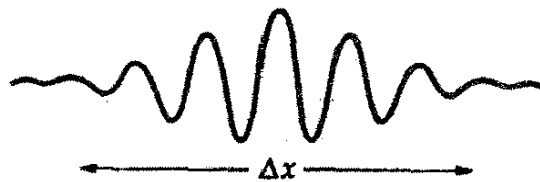
اکنون ببینیم وقتی به موج اولیه خود یک موج دیگر با طول موج اندکی متفاوت (یعنی،  $k$  متفاوت) را می‌افزاییم، به طوری که  $y = y_1 \sin k_1 x + y_2 \sin k_2 x$ ، چه پیش می‌آید. نقش مشخصه، که در مورد امواج صوتی به آن "زنش" می‌گویند، مطابق شکل ۴-۱۷، تولید می‌شود. این نقش هم به صورت بی‌پایان از  $x = -\infty$  تا  $x = +\infty$  تکرار می‌شود، اما اطلاعات ما در خصوص "مکان" موج کمی بیشتر است؛ به‌ازای بعضی مقادیر  $x$ ، احتمال "موج زدن" محیط کمتر از مقادیر دیگر است (یا دست‌کم با دامنه کمتری "موج می‌زند"). در شکل ۴-۱۷، ارتعاش



شکل ۴-۱۶ یک موج سینوسی خالص، که از  $-\infty$  تا  $+\infty$  گسترش یافته است.



شکل ۱۷-۴ برهم‌نهی دو موج سینوسی با طول موجهای تقریباً مساوی که باعث زنش می‌شود. تفاوت طول موج این دو موج سینوسی ده درصد، اما دامنه آنها یکی است.



شکل ۱۸-۴ برآیند جمع چند موج سینوسی (با طول موجهای مختلف و احتمالاً دامنه‌های متفاوت).

را در نقطه  $x = x_A$  مشاهده می‌کنیم، اما در  $x = x_B$  آن را نمی‌بینیم. وضعیت معلومات، ما درباره "مکان" موج بهتر شده، اما این بهبود به قیمت شناخت ما از طول موج حاصل شده است؛ دو طول موج مختلف را با هم جمع کرده‌ایم و در نتیجه طول موج دیگر به دقت مشخص نیست. اگر به جمع کردن امواج با طول موجهای متفاوت (یعنی، با عددهای موج،  $k$ ، مختلف)، با دامنه‌ها و فازهایی که به درستی برگزیده شده‌اند، ادامه دهیم، سرانجام به وضعیتی مشابه آنچه در شکل ۱۸-۴ نشان داده شده است می‌رسیم. این موج عملاً خارج از ناحیه نسبتاً باریکی از فضا،  $\Delta x$ ، دامنه‌ای ندارد ( $\Delta x$  دقیقاً تعریف نشده است، اما یک معیار تقریبی از فضایی است که موج در آن دامنه نسبتاً بزرگی دارد). برای رسیدن به این وضعیت، باید تعداد زیادی موج با عددهای موج مختلف،  $k$ ، را با هم جمع کنیم. به این ترتیب موج نمایانگر گستره‌ای از عددهای موج (طول موجها) است که با  $\Delta k$  نشان می‌دهیم. وقتی یک تک موج سینوسی داشتیم،  $\Delta k$  صفر (فقط یک  $k$ ) و  $\Delta x$  نامعین بود (موج در سرتاسر فضا گسترده بود). همین که  $\Delta k$  را افزایش دادیم (با افزودن امواج بیشتر)،  $\Delta x$  کم شد (موج محدودتر شد). به نظر می‌رسد بین  $\Delta x$  و  $\Delta k$  رابطه معکوسی برقرار است؛ با کاهش یکی از آنها، دیگری افزایش می‌یابد. یک رابطه تقریبی ریاضی

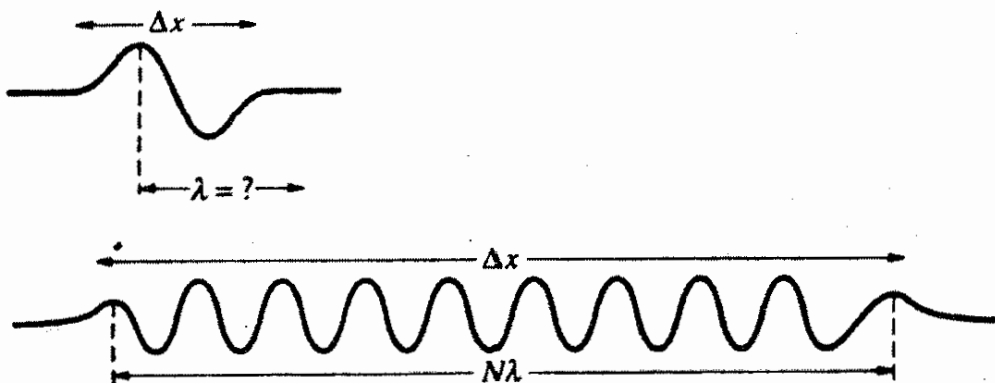
بین  $\Delta x$  و  $\Delta k$  عبارت است از:

$$\Delta x \Delta k \sim 1 \quad (3-4)$$

که علامت  $\sim$  به معنای "از مرتبه بزرگی" است. چون  $\Delta x$  و  $\Delta k$  را هنوز به دقت تعریف نکرده ایم، آنها را باید برآوردهایی تلقی کرد که معادله ۳-۴ یک نمایش تقریبی از رابطه آنهاست. بنا به معادله ۳-۴ حاصل ضرب  $\Delta x$ ، یعنی گستره فضایی موج، و  $\Delta k$ ، گستره اعداد موجی که در آن وجود دارند، از مرتبه بزرگی یک است.

مکان هر نوع موج را فقط می توان به قیمت کاهش دقت اندازه گیری طول موج آن، تعیین کرد. این گزاره، و نمایش ریاضی آن که در قالب معادله ۳-۴ بیان شد، نخستین "رابطه های عدم قطعیت" برای امواج کلاسیک به شمار می آیند. مکان و طول موج (عدد موج) به میزانی که با معادله ۳-۴ داده شده است، متقابلاً "غیر قطعی" اند.

می توانیم این رابطه را به شیوه ای اندکی متفاوت هم تفسیر کنیم. فرض کنید می خواهیم طول موج یک موج کلاسیک، مانند یک موج آب، را اندازه بگیریم. این کار را می توان با اندازه گیری فاصله بین دو قله موج مجاور انجام داد. فرض کنید این موج تپ بسیار کوچکی یا فقط یک قله موج است (شکل ۱۹-۴). اندازه گیری  $\lambda$  خیلی دشوار است، احتمال دارد در اندازه گیریمان مرتکب خطای زیادی بشویم، شاید این خط از مرتبه بزرگی یک طول موج هم باشد. یعنی، وقتی  $\Delta x$ ، یعنی گستره فضایی موج، از مرتبه طول موج ( $\Delta x \sim \lambda$ ) باشد، عدم قطعیت در طول موج،  $\Delta \lambda$ ، از مرتبه طول موج ( $\Delta \lambda \sim \lambda$ ) است. از ترکیب این برآوردها، به  $\Delta x \Delta \lambda \sim \lambda^2$  می رسیم. اکنون فرض کنید که موج در  $N$  چرخه گسترش یابد، به طوری که  $\Delta x \sim N\lambda$ . اکنون می توانیم  $\lambda$  را با دقت بیشتری تعیین کنیم. با شمردن طول موجهای موجود در  $\Delta x$ ، باز هم دچار خطایی از مرتبه طول موج (شاید  $1/2$  یا  $1/3$  یا  $1/4$ ، اما باز هم از مرتبه یک) در  $N$  می شویم، به طوری که اکنون  $\Delta \lambda \sim \lambda/N$ ، و یک



شکل ۱۹-۴ دو گروه متفاوت امواج.

بار دیگر  $\lambda^2 \sim \Delta x \Delta \lambda$ . (یکی از صورتهای اندکی متفاوت این رابطه، با برآورد کوچکتری از عدم قطعیت، در مثال ۲-۴ به دست خواهد آمد.) می‌توان نشان داد که این رابطه عدم قطعیت، که "اندازه" یک موج را به عدم قطعیت در تعیین طول موجش مربوط می‌کند، با معادله ۳-۴ هم‌ارز است. می‌توانیم درباره وابستگی زمانی موج به استدلالهای مشابهی دست بزنیم. فرض کنید موجی داریم که در بازه زمانی معین  $\Delta t$  تداوم دارد. می‌خواهیم دوره،  $T$ ، این موج را با شمردن تعداد چرخه‌ها در این بازه زمانی، تعیین کنیم. اگر این موج حاوی  $N$  چرخه باشد، در این صورت  $\Delta t \sim NT$ . در روند اندازه‌گیری دوره، ممکن است در هنگام شمردن تعداد چرخه‌های موجود در گروه موج خطایی از مرتبه بزرگی یک چرخه در اندازه‌گیریهای ما راه یابد، و از این رو  $\Delta T \sim T/N$ . با ترکیب این برآوردها، به  $\Delta T \Delta t \sim T^2$  می‌رسیم. با بازنویسی این برآورد برحسب بسامد زاویه‌ای،  $\omega = 2\pi/T$ ، (بازهم با چشمپوشی عوامل از مرتبه واحد) خواهیم داشت:

$$\Delta \omega \Delta t \sim 1 \quad (4-4)$$

این رابطه، دومین رابطه از روابط عدم قطعیت امواج کلاسیک، و شبیه به معادله ۳-۴ است که رابطه‌ای تقریبی بین برآوردهای عدم قطعیت می‌دهد.

#### مثال ۲-۴

در جریان یک اندازه‌گیری طول موج امواج آب،  $1^\circ$  قله موج در مسافت  $200 \text{ cm}$  شمرده می‌شوند. حداقل عدم قطعیت در طول موج را که ممکن است از این آزمایش به دست آید، برآورد کنید. حل: برای برآورد  $\Delta \lambda$ ، باید آن را به  $\Delta k$  ربط دهیم. می‌دانیم که  $k$  و  $\lambda$  با رابطه زیر به هم مربوط می‌شوند:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

و پس از مشتق‌گیری داریم،

$$dk = -\frac{2\pi}{\lambda^2} d\lambda$$

هرگاه به جای مشتقها بازه‌های کوچک را قرار دهیم و فقط اندازه‌ها را بگیریم، می‌یابیم:

$$\Delta k = \frac{2\pi}{\lambda^2} \Delta \lambda$$

(درباره تفاوت این مقدار با  $\Delta k = 2\pi/\Delta \lambda$ ، بیندیشید. چرا معادله اخیر نادرست است؟ وقتی

$\lambda$  را به دقت می دانیم، چه اتفاقی می افتد؟) از معادله ۳-۴ داریم:  $\Delta x \Delta k \sim 1$ ، بنابراین

$$\Delta x \left( \frac{2\pi}{\lambda^2} \Delta \lambda \right) \sim 1$$

یا

$$\Delta x \Delta \lambda \sim \frac{\lambda^2}{2\pi} \quad (5-4)$$

با حل این معادله برای  $\Delta \lambda$  و جایگذاری مقادیر عددی، می رسمیم به:

$$\Delta \lambda \sim \frac{1}{\Delta x} \frac{\lambda^2}{2\pi} = \frac{1}{200 \text{ cm}} \frac{(20 \text{ cm})^2}{2\pi} \sim 0.3 \text{ cm}$$

### مثال ۳-۴

یک فروشنده قطعات الکترونیکی یک وسیله اندازه گیری بسامد را برای فروش به شما عرضه می کند. وقتی آن را به یک سیگنال سینوسی وصل می کنند، به طور خودکار بسامد سیگنال را نمایش می دهد، و برای محاسبه تغییرات بسامد، این بسامد را مجدداً اندازه می گیرد و هر ثانیه یک بار آخرین اطلاعات مربوط به آن را نمایش می دهد. فروشنده اعلام می کند که این دستگاه با دقت  $1 \text{ Hz}$  تنظیم شده است. آیا این ادعا درست است؟

حل: بر اساس معادله ۳-۴، می دانیم که اندازه گیری بسامد در زمان  $\Delta t = 1 \text{ s}$  باید با عدم قطعیت  $\Delta \omega \sim 1 \text{ rad/s}$  همراه باشد. دقت ذکر شده از جانب فروشنده عبارت است از  $\Delta \omega = 2\pi(\Delta \nu) = 0.6 \text{ rad/s}$ ، و به این ترتیب تردید ما در مورد مشخصات ذکر شده، موجه است.

### ۳-۴ رابطه های عدم قطعیت هایزنبرگ

رابطه های عدم قطعیت که در بخش پیش بررسی شد برای تمام امواج صادق اند، و بنابراین باید آنها را در مورد امواج دوبروی هم اعمال کنیم. می توانیم از رابطه اساسی دوبروی،  $p = h/\lambda$ ، همراه با عبارت  $k = 2\pi/\lambda$  استفاده کنیم و  $p = hk/2\pi$  را بیابیم، که بین تکانه ذره و عدد موج، موج دوبروی آن رابطه برقرار می کند. ترکیب  $h/2\pi$  در مکانیک موجی فراوان پیش می آید و آن را با نماد  $\hbar$  نشان می دهند:

$$\begin{aligned} \hbar &= \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \\ &= 6.58 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

بر حسب  $\hbar$

$$p = \hbar k \quad (۶-۴)$$

و بنابراین  $\Delta k = \Delta p / \hbar$ . از رابطه عدم قطعیت (معادله ۳-۴) داریم

$$\Delta x \Delta p_x \sim \hbar \quad (۷-۴)$$

شاخص  $x$  بدین جهت به تکانه افزوده شده است که یادآور شود معادله ۷-۴ برای حرکت در جهت معینی صادق است و بین عدم قطعیت‌های مکان و تکانه، فقط در آن جهت، رابطه برقرار می‌کند. در صورت نیاز رابطه‌های مشابه و مستقلی را می‌توان در سایر جهتها به‌کار گرفت؛ به این ترتیب  $\Delta y \Delta p_y \sim \hbar$  یا  $\Delta z \Delta p_z \sim \hbar$ .

رابطه انرژی - بسامد برای فوتونها عبارت است از  $E = h\nu$ ، که می‌توان آن را به صورت  $E = \hbar\omega$  هم نوشت. مانند مورد رابطه تکانه - طول موج، فرض می‌کنیم که این رابطه را می‌توان در حوزه ذرات هم به‌کار برد تا عدم قطعیت در انرژی را، که فقط شامل مشتق‌های کوچک است، محاسبه کنیم. بنابراین می‌گیریم  $\Delta E = \hbar\Delta\omega$ ، با قراردادن مقدار به جای  $\Delta\omega$  در معادله ۴-۴ می‌رسیم به:

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar \quad (۸-۴)$$

معادله‌های ۷-۴ و ۸-۴ رابطه‌های عدم قطعیت هایزنبرگ هستند. این رابطه‌ها نمایش‌های ریاضی اصل عدم قطعیت هایزنبرگ‌اند، که بنابر آن:

تعیین همزمان مکان و تکانه ذره با دقت نامحدود، ناممکن است.

و

تعیین همزمان انرژی و مختصه زمان ذره با دقتی نامحدود، ناممکن است.

این رابطه‌ها برآوردی از حداقل عدم قطعیت ناشی از هر آزمایشی را به دست می‌دهد؛ اندازه‌گیری مکان و تکانه هر ذره گستره‌ای از مقادیر پهنا،  $\Delta x$ ، و  $\Delta p_x$  را به دست خواهد داد. دلایلی، ممکن است به نتایجی بدتر از معادله‌های ۷-۴ یا ۸-۴ برسیم، اما نمی‌توانیم به مقادیر بهتر از آنها دست یابیم. (گاهی، ممکن است به این رابطه‌ها بر بخورید که به جای  $\hbar$  در سمت راست، با  $\hbar/2$  یا  $\hbar$  نوشته شده‌اند، و یا اینکه به جای  $\sim$ ، که تساوی را می‌رساند، از نماد  $<$  بهره‌گرفته باشند. این تفاوت



ورنر هایزنبرگ (۱۹۰۱-۱۹۷۶، آلمان). وی که به خاطر اصل عدم قطعیتش بسیار معروف است، نظریه کوانتومی را نیز بر پایه ماتریسها فرمولبندی کرد.

چندان مهم نیست، چرا که معادله‌های ۷-۴ و ۸-۴ فقط برآوردی را به ما می‌دهند. عدم قطعیت‌های واقعی  $\Delta x$  و  $\Delta p_x$  به توزیع اعداد موج (یا طول موجهای) مختلف که برای محدود کردن موج به ناحیه  $\Delta x$  به کار می‌بریم بستگی دارند: متراکمترین توزیع  $\Delta x \Delta p_x = \hbar/2$  را می‌دهد، در حالی که برای تمام توزیعها داریم:  $\Delta x \Delta p_x > \hbar/2$ . بنابراین به کارگیری  $\hbar$  به عنوان یک برآورد، بی‌خطر است.

این رابطه‌ها تأثیر ژرفی برنگرش ما به طبیعت نهاده‌اند. کاملاً پذیرفتنی است که بگوییم در تعیین محل مکان یک موج آب عدم قطعیت حاکم است. بیان همین گزاره در مورد موج دو بروی موضوع کاملاً متفاوتی است، چرا که یک عدم قطعیت متناظر تلویحی در مکان ذره وجود دارد. بنابه معادله‌های ۷-۴ و ۸-۴، طبیعت محدودیتهایی را به دقت انجام آزمایشها اعمال می‌کند؛ بدون توجه به کیفیت طراحی دستگاههای اندازه‌گیری، هرگز نمی‌توانیم هیچ اندازه‌گیری بهتر از معادله‌های ۷-۴ یا ۸-۴ انجام دهیم. برای تعیین دقیق تکانه، باید اندازه‌گیری خود را در یک فاصله  $\Delta x$  انجام دهیم؛ اگر بخواهیم یک ذره را به ناحیه کوچکی از فضا،  $\Delta x$ ، محدود کنیم توانایی خود را در اندازه‌گیری دقیق تکانه آن از دست می‌دهیم. برای اندازه‌گیری انرژی با عدم قطعیت کم، باید زمان طولانی  $\Delta t$  صرف شود؛ اگر طول عمر یک ذره کوتاه باشد، عدم قطعیت در انرژی آن زیاد است. در مثالهای زیر کاربردهای این رابطه‌های عدم قطعیت را ارائه خواهیم داد.

#### مثال ۴-۴

الکترونی با سرعت  $3.6 \times 10^6 \text{ m/s}$  در جهت  $x$  می‌کند. می‌توانیم سرعت آن را با دقت ۱٪

اندازه بگیریم. (الف) با چه دقتی می‌توانیم به‌طور همزمان مکان آن را هم تعیین کنیم؟ در مورد حرکت آن در جهت  $y$  چه می‌توانیم بگوییم؟  
 حل: (الف) تکانه الکترون عبارت است از:

$$p_x = mv_x = (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3.6 \times 10^6 \text{ m/s}) = 3.3 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

عدم قطعیت  $\Delta p_x$  برابر است با ۱٪ این تعداد، یا  $3.3 \times 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ . پس عدم قطعیت در مکان چنین می‌شود:

$$\Delta x \sim \frac{\hbar}{\Delta p_x} = \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{3.3 \times 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 3.2 \text{ nm}$$

که تقریباً  $10^4$  برابر قطر اتم است.

(ب) اگر الکترون در جهت  $x$  حرکت کند، سرعت آن را در جهت  $y$  را به دقت می‌دانیم؛ به این ترتیب  $\Delta p_y = 0$ . رابطه عدم قطعیت  $\Delta y \Delta p_y \sim \hbar$  نامتناهی بودن  $\Delta y$  را می‌طلبد. پس نمی‌توانیم هیچ چیزی را دربارهٔ مختصه  $y$  الکترون بدانیم. ■

#### مثال ۵-۴

محاسبات مثال قبلی را برای یک توپ بیس بال ( $m = 0.145 \text{ kg}$ ) که با سرعت ( $42.5 \text{ m/s}$ ) پرتاب شده، تکرار کنید. باز هم فرض کنید سرعتش را بتوان با دقت ۱٪ اندازه گرفت.  
 حل: (الف) تکانه توپ بیس بال عبارت است از

$$p_x = mv_x = (0.145 \text{ kg})(42.5 \text{ m/s}) = 6.16 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

عدم قطعیت در تکانه  $6.16 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  است، و عدم قطعیت متناظر آن در مکان می‌شود

$$\Delta x \sim \frac{\hbar}{\Delta p_x} = \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{6.16 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 1.7 \times 10^{-33} \text{ m}$$

این عدم قطعیت  $19$  مرتبهٔ بزرگی کوچکتر از ابعاد هستهٔ اتم است. اصل عدم قطعیت را نمی‌توان مسئول به هدف نخوردن توپ دانست!

(ب) ظاهراً محاسبهٔ عدم قطعیت در مختصهٔ  $y$  (که فرض می‌کنیم از دید دریافت کنندهٔ توپ، افقی و در جهت چپ-راست باشد) توپ در امتداد همان خطی پیش می‌رود که الکترون، که به این نتیجه می‌انجامد که نمی‌توانیم هیچگونه اطلاعاتی دربارهٔ مختصهٔ افقی توپ به دست آوریم.

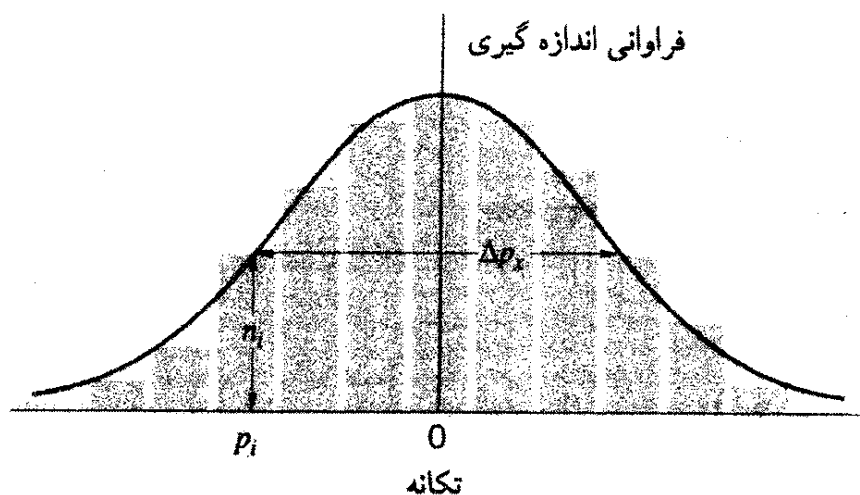


توپ به جای عبور از روی پایگاه پنج ضلعی زمین اصلی، ممکن است از روی پایگاه اول یا سوم، عبور کند! چون می‌دانیم این نتیجه‌گیری غلط است، باید محاسبه را مجدداً بررسی کنیم. اشتباه ما در این است که فرض کردیم حرکت توپ را در جهت  $x$  دقیقاً می‌دانیم. فرض کنید سرعت توپ مؤلفه کوچکی در جهت  $y$  داشته باشد. این مؤلفه سرعت از جریانهای هوا یا ناتوانی ما در پرتاب دقیق توپ در جهت  $x$  ناشی می‌شود. فرض کنید این مؤلفه  $10^{-10}$  برابر مؤلفه  $x$  سرعت باشد؛ تعیین جهت توپ با این دقت موفقیتی چشمگیر است، اما فرض می‌کنیم این کار شدنی است. محاسبه‌ای شبیه به محاسبه قبل نشان می‌دهد که عدم قطعیت در مختصه  $y$  عبارت است از  $\Delta y = 1.7 \times 10^{-25} \text{ m}$ ، که باز هم چندین برابر کوچکتر از قطر یک هسته است. هیچ روش قابل تصور برای تعیین مؤلفه  $y$  سرعت توپ بیس‌بال با دقتی که اصل عدم قطعیت در توانایی ما برای تعقیب مسیر آن تأثیر داشته باشد وجود ندارد. یکبار دیگر می‌بینیم که، به علت کوچکی اندازه ثابت پلانک، آثار کوانتومی در مورد اشیای معمولی قابل مشاهده نیست. ■

فرض کنید ذره‌ای را در ناحیه‌ای به طول  $L$  قرار داده‌ایم به طوری که ذره بتواند بین دو دیواره حرکت رفت و برگشت داشته باشد. بین دیواره‌ها، ذره آزادانه حرکت می‌کند (هیچ گونه نیرویی بر آن وارد نمی‌آید). این ذره با دیواره‌ها به صورت کشسان برخورد می‌کند. فرض کنید دیواره‌ها در ابتدا در  $\pm\infty$  قرار دارند. همه اطلاعات ما درباره مکان ذره این است که بین این دو دیواره قرار دارد ( $\Delta x = \infty$ ). پس، رابطه عدم قطعیت به ما می‌گوید که  $\Delta p_x = 0$ ، یعنی، می‌توانیم مقدار تکانه ذره را به دقت بدانیم. فرض می‌کنیم  $p_x = 0$ . اکنون دیواره‌ها را به هم نزدیک می‌کنیم تا به فاصله  $L$  از یکدیگر برسند. اکنون ذره در ناحیه کوچکی از فضا ( $\Delta x \sim L$ ) محبوس است، که به معنای آن است که عدم قطعیت در تکانه آن باید افزایش یابد ( $\Delta p_x \sim \hbar/L$ )، و از این رو مشاهده ذره ممکن است آن را در حال حرکت بیابد.

اگر سیستمهای زیاد فراهم آوریم و تکانه ذره را در هر سیستم اندازه‌گیری کنیم، میانگین اندازه‌گیریها صفر خواهد بود. چون در این حالت هیچ جهت متمایزی وجود ندارد، احتمال حرکت ذره در یک جهت به همان میزان احتمال حرکت در جهت دیگر است، و میانگین اندازه‌گیری بسیار صفر خواهد بود. شکل ۴-۲ یک نمونه از نتیجه تعداد زیادی اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. مقیاس قائم نشان می‌دهد که تا چه اندازه یک نتیجه خاص حاصل می‌شود. مقادیر به دست آمده به طور متقارن حول صفر (مقدار متوسط یا میانگین) توزیع شده‌اند، و پهنای توزیع با  $\Delta p_x$  اندازه‌گیری می‌شود.

شکل ۴-۲ به یک توزیع آماری شبیه است، و در واقع تعریف دقیق  $\Delta p_x$  شبیه تعریف



شکل ۴-۲۰ تکانه ذره‌ای که در ناحیه  $\Delta x$  محبوس است. اگر چندین بار این اندازه‌گیری را تکرار کنیم، مقدار  $p_i$  به اندازه  $n_i$  بار اندازه‌گیری می‌شود. تکانه میانگین صفر است، و پهنای توزیع عبارت است از  $\Delta p_x \sim \hbar/\Delta x$ .

انحراف استاندارد،  $\sigma_A$ ، کمیت  $A$  است که متوسط یا میانگین آن میانگین  $A$  است:

$$\sigma_A = \sqrt{(A^2)_{\text{میانگین}} - (A_{\text{میانگین}})^2}$$

اگر  $A$  را  $N$  بار اندازه‌گیری کنیم، آنگاه  $A_{\text{میانگین}} = N^{-1} \sum A_i$  و  $(A^2)_{\text{میانگین}} = N^{-1} \sum A_i^2$  بنابراین می‌توانیم تعریف دقیقی از عدم قطعیت در تکانه را به صورت زیر ارائه دهیم:

$$\Delta p_x = \sqrt{(p_x^2)_{\text{میانگین}} - (p_{x,\text{میانگین}})^2} \quad (9-4)$$

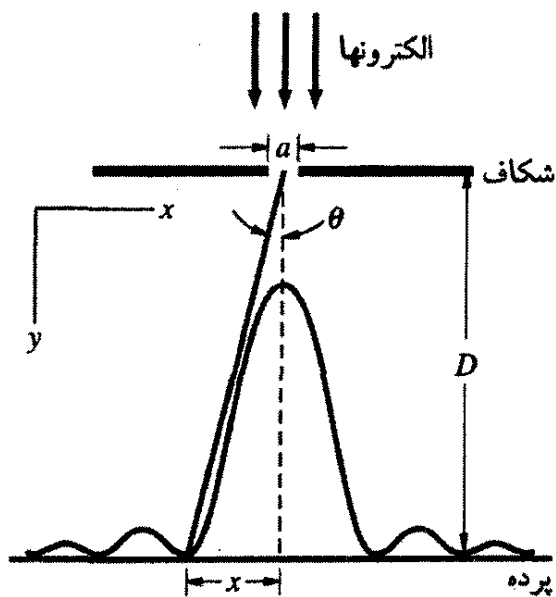
برای ذره‌ای که بین دیواره‌ها حرکت می‌کند، میانگین  $p_x$  قطعاً صفر است. آنچه باقی می‌ماند،

$$\Delta p_x = \sqrt{(p_x^2)_{\text{میانگین}}} \quad (10-4)$$

در واقع مقدار ریشه میانگین مربعی  $p_x$  است. این مقدار را می‌توان معیاری تقریبی از اندازه  $p_x$  گرفت. به این ترتیب اغلب گفته می‌شود که  $\Delta p_x$  معیاری از اندازه تکانه ذره را به دست می‌دهد. به طوری که از شکل ۴-۲۰ هم برمی‌آید، این حکم در واقع صحیح است.

#### مثال ۴-۶

باریکه‌ای از الکترونهای تک انرژی (با تکانه  $p_y$ ) که در جهت  $y$  حرکت می‌کند از شکافی به پهنای  $a$  می‌گذرند (شکل ۴-۲۱). عدم قطعیت در مؤلفه  $x$  تکانه یکی از الکترونها را پس از عبور از شکاف بیابید، و تفسیر این آزمایش بر طبق اصل عدم قطعیت را با تفسیر قراردادی پراش تک شکافی مقایسه کنید.



شکل ۴-۲۱ شدت مشاهده شده در پراش تک شکاف. پهنای این شکاف  $a$  و فاصله پرده از آن  $D$  است. نخستین کمینه پراش به فاصله  $x$  از مرکز تشکیل می‌شود.

حل: باریکه الکترونها ابتدا فقط در جهت  $y$  حرکت می‌کند، به گونه‌ای که پیش از عبور از شکاف تکانه هیچ مؤلفه‌ای در جهت  $x$  ندارد ( $p_x = 0$ ). چون  $p_x$  را به دقت می‌دانیم ( $\Delta p_x = 0$ )، بنا به معادله ۴-۷ داریم:  $\Delta x = \infty$ ؛ یعنی، هیچگونه اطلاعاتی در خصوص مکان ذرات در جهت  $x$  در اختیار نداریم.

درست پس از عبور باریکه از شکاف، عدم قطعیت در مختصه  $x$  آن به پهنای شکاف تقلیل یافته است، پس اکنون  $\Delta x = a$ . عدم قطعیت متناظر در تکانه‌اش، بنا به معادله ۴-۷، عبارت است از:

$$\Delta p_x \sim \hbar/a$$

اندازه‌گیرهای آن سوی شکاف، دیگر ذره‌ای را که دقیقاً در جهت  $y$  حرکت می‌کند نشان نمی‌دهند؛ اکنون تکانه یک مؤلفه کوچک  $x$  هم دارد که مقادیر آن، مطابق شکل ۴-۲۰، حول صفر توزیع شده‌اند. ذره در حین عبور از شکاف، به‌طور متوسط یک مؤلفه  $x$  تکانه به اندازه تقریبی  $\hbar/a$  را مطابق اصل عدم قطعیت، به‌دست می‌آورد.

اکنون زاویه  $\theta$  را به‌دست می‌آوریم که مشخص می‌کند ذره با این میانگین  $p_x$  در کجا روی پرده فرود می‌آید. به‌ازای زاویه‌های کوچک،  $\sin \theta \approx \tan \theta$  و از این رو

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{p_x}{p_y} = \frac{\hbar/a}{p_y} = \frac{\lambda}{2\pi a}$$

که برای طول موج دوبروی الکترونها از  $\lambda = h/p_y$  استفاده کرده‌ایم. می‌توانیم این عبارت را به‌صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$a \sin \theta = \lambda/2\pi \quad (۴-۱۱)$$

که درست عبارتی است که مکان نخستین کمینه پراش را برای شکافی به پهنای  $a$  تعیین می‌کند. این سازگاری دقیق تصادفی است، و به چگونگی تعریف ما از عدم قطعیتها و مختصات پرده بستگی دارد. با این همه، محاسبه نشان می‌دهد که توزیع تکانه‌های عرضی که از اصل عدم قطعیت به دست می‌آید با توزیع باریکه در بیشینه پراش مرکزی هم‌ارز است، و مجدداً ارتباط تنگاتنگ بین رفتار موجی و عدم قطعیت در تعیین مکان ذره را نشان می‌دهد.

پراش (پخش) باریکه پس از عبور از یک شکاف همان تأثیر اصل عدم قطعیت بر تلاش ما برای مشخص کردن مکان ذره است. هرچه شکاف را باریکتر کنیم،  $p_x$  افزایش می‌یابد و باریکه بازم بیشتر پخش می‌شود. برای دستیابی به اطلاعات دقیق درباره مکان ذره از طریق باریکتر کردن شکاف، اطلاعات و دقتان را درباره جهت حرکت آن کم کرده‌ایم. این موازنه بین مشاهده مکان و تکانه، اساس اصل عدم قطعیت به شمار می‌آید. ■

#### مثال ۷-۴

در واپاشی بتازا، الکترونها از هسته اتم خارج می‌شوند. فرض می‌کنیم الکترونها به گونه‌ای در هسته به دام افتاده‌اند، و گاهی یکی از آنها می‌گریزد و در آزمایشگاه مشاهده می‌شود. قطر هسته را نوعاً  $10^{-14} \text{ m} \times 10^0$  بگیرید، و با استفاده از اصل عدم قطعیت گستره انرژی جنبشی این الکترونها را برآورد کنید.

حل: اگر الکترون در ناحیه‌ای به پهنای  $\Delta x \sim 10^{-14} \text{ m}$  به دام افتاده باشد، عدم قطعیت متناظر در تکانه آن عبارت خواهد بود از:

$$\Delta p_x = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1}{c} \frac{\hbar c}{\Delta x} = \frac{1}{c} \frac{197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{10^{-14} \text{ fm}} = 197 \text{ MeV}/c$$

توجه کنید که در این محاسبه از  $\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$  استفاده می‌شود. چون این تکانه برای الکترونها مسلماً نسبی است، برای یافتن انرژی جنبشی باید از فرمول نسبی بهره بگیریم:

$$K = \sqrt{p^2 c^2 + (mc^2)^2} - mc^2$$

و با استفاده از معادله ۷-۴ برای برقراری رابطه بین  $\Delta p_x$  و  $p_x$ ، می‌رسیم به

$$K = 19 \text{ MeV}$$

یعنی، الکترونهای محبوس در ناحیه‌ای از فضا به ابعاد هسته دارای یک توزیع انرژی جنبشی حول مقدار  $19 \text{ MeV}$  هستند.

انرژی جنبشی الکترونی که در جریان واپاشی بتازا از هسته گسیل می‌شوند در حدود ۱ MeV است، که از انرژی که اصل عدم قطعیت برای الکترونها محبوس در داخل هسته ایجاب می‌کند، بسیار کمتر است. این محاسبه نشان می‌دهد که الکترونها کم انرژی ناشی از واپاشی بتازا نمی‌توانند در ناحیه‌ای از فضا به ابعاد هسته محدود باشند، و باید توضیح دیگری برای الکترونها مشاهده شده در واپاشی بتازا یافت. (به طوری که در فصل ۱۲ خواهیم دید، این الکترونها از قبل در هسته وجود ندارند، تا اصل عدم قطعیت را نقض کنند، بلکه هسته در لحظه واپاشی آنها را "می‌سازد".)

#### مثال ۸-۴

(الف) انرژی سکون یک مزون پی باردار ۱۴۰ MeV و طول عمر آن ۲۶ ns است. عدم قطعیت انرژی مزون پی را، بر حسب MeV و به صورت کسری از انرژی سکون آن، بیابید. (ب) همین محاسبات را برای مزون پی بدون بار، با انرژی سکون ۱۳۵ MeV و طول عمر  $8.3 \times 10^{-17}$  s تکرار کنید. (ج) این موارد را برای مزون رو، با انرژی سکون ۷۶۵ MeV و طول عمر  $4.4 \times 10^{-24}$  s، تکرار کنید.

حل: (الف) اگر عمر مزون پی ۲۶ ns باشد، ما باید در خلال این مدت انرژی سکون آن را اندازه بگیریم، و بنابه معادله ۸-۴، هر اندازه‌گیری انرژی که در مدت زمان  $\Delta t$  انجام شده باشد عدم قطعیتی دست کم به اندازه مقدار زیر، دارد

$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t} = \frac{6.58 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}}{26 \times 10^{-9} \text{ s}} = 2.5 \times 10^{-8} \text{ eV} = 2.5 \times 10^{-12} \text{ MeV}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2.5 \times 10^{-12} \text{ MeV}}{140 \text{ MeV}} = 1.8 \times 10^{-16}$$

(ب) به همین ترتیب،

$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t} = \frac{6.58 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}}{8.3 \times 10^{-17} \text{ s}} = 7.9 \text{ eV} = 7.9 \times 10^{-6} \text{ MeV}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{7.9 \times 10^{-6} \text{ MeV}}{135 \text{ MeV}} = 5.9 \times 10^{-8}$$

(ج) در مورد مزون رو،

$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t} = \frac{6.58 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}}{4.4 \times 10^{-24} \text{ s}} = 1.5 \times 10^8 \text{ eV} = 150 \text{ MeV}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{150 \text{ MeV}}{765 \text{ MeV}} = 0.20$$

در حالت اول، اصل عدم قطعیت اثری به‌جا نمی‌گذارد که بشود آن را اندازه گرفت؛ جرم ذره را نمی‌توان تا دقت  $10^{-16}$  اندازه‌گیری کرد (حدود  $10^{-6}$  بهترین دقت قابل حصول است). در مثال دوم، اصل قطعیت در حدود  $10^{-7}$  است، که به حد ابزار اندازه‌گیری ما نزدیک می‌شود و بنابراین باید در آزمایشگاه قابل مشاهده باشد. در مثال سوم، می‌بینیم که اصل عدم قطعیت می‌تواند سهم مؤثری در دقت معلومات ما درباره انرژی سکون مزون رو داشته باشد؛ اندازه‌گیریهای انرژی سکون آن در حدود  $765 \text{ MeV}$  با پخش شدگی  $150 \text{ MeV}$ ، مستقل از میزان دقت وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری انرژی سکون به‌کار می‌بریم، هرگز نمی‌توانیم این پخش شدگی را کم کنیم.

طول عمر ذره کوتاه عمری چون مزون رو را نمی‌توان مستقیماً اندازه گرفت. در عمل روش محاسبه این مثال را معکوس می‌کنیم؛ انرژی سکون را اندازه می‌گیریم، که توزیعی به‌صورت شکل  $4-20$  به‌دست می‌دهد، و از "پهنای" این توزیع،  $\Delta E$ ، طول عمر را با استفاده از معادله  $4-8$  نتیجه می‌گیریم. در خصوص این روش در فصل ۱۴ بحث خواهیم کرد.

#### مثال ۹-۴

کمینه سرعت یک توپ بیلیارد ( $m \sim 100 \text{ g}$ )، محدود در چارچوب میز بیلیارد به ابعاد  $1 \text{ m}$  را محاسبه کنید.

حل: به‌ازای  $1 \text{ m} \sim \Delta x$ ، داریم:

$$\Delta p_x \sim \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1 \text{ m}} = 1 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

بنابراین،

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} = \frac{1 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0.1 \text{ kg}} = 1 \times 10^{-33} \text{ m/s}$$

بدین ترتیب آثار کوانتومی حرکت گوی بیلیارد را با سرعتی از مرتبه  $1 \times 10^{-33} \text{ m/s}$  نشان می‌دهد. در این سرعت، گوی باید مسافت  $1/100$  قطر هسته اتم را در زمانی برابر با سین عالم طی کند! در اینجا نیز، می‌بینیم که آثار کوانتومی با اشیای ماکروسکوپی قابل‌رؤیت نیستند.

## ۴-۴ بسته‌های موج

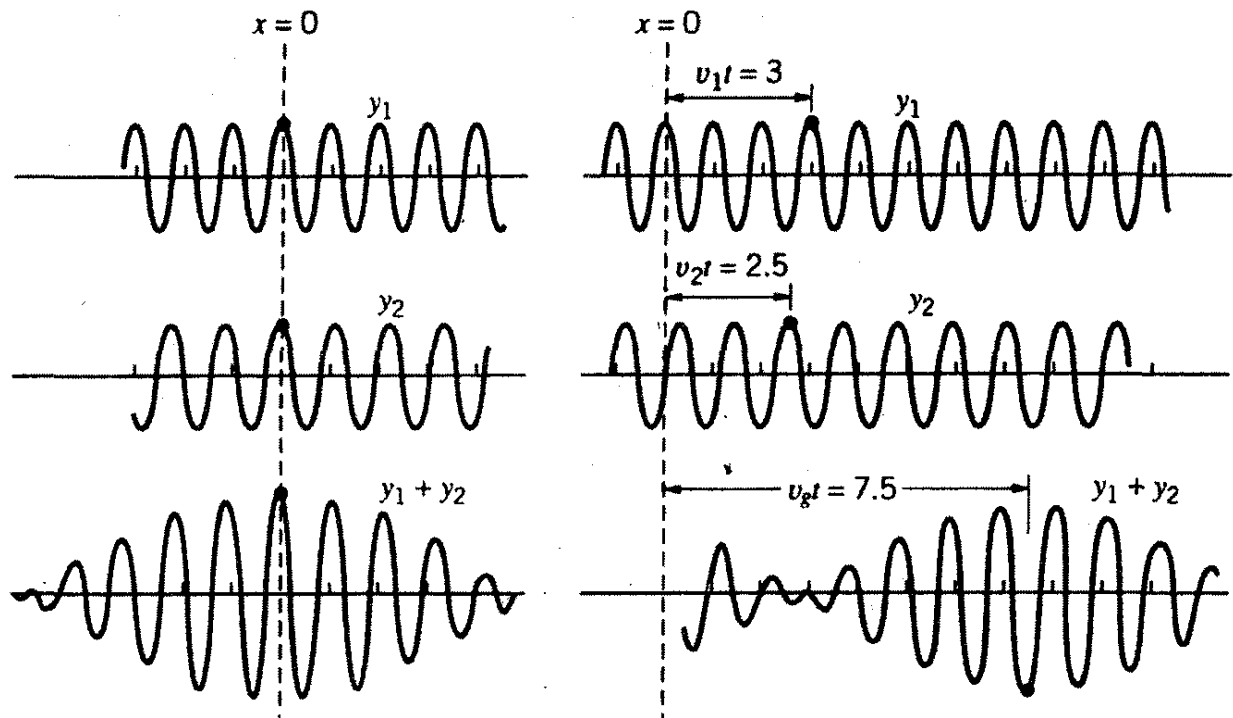
یک موج سینوسی ناب به کلی ناجایگزیده است؛ این موج از  $-\infty$  تا  $+\infty$  گسترده شده است. از سوی دیگر، یک ذره کلاسیک کاملاً جایگزیده است. توصیف کوانتومی ما ذرات و امواج را مخلوط می‌کند. ذرات تقریباً، و نه کاملاً، جایگزیده‌اند. مثلاً یک الکترون به اتم مشخص وابسته است. مکانش را با عدم قطعیتی از مرتبه قطر اتم ( $10^{-10} \text{ m}$ ) می‌دانیم، اما درست نمی‌دانیم در کجای اتم قرار دارد. روشی که در فیزیک برای تشریح این موقعیت به‌کار می‌رود، روش بسته موج است. بسته موج را می‌توان برهم‌نهمش تعداد زیادی موج دانست که، در حوالی ذره به‌طور سازنده تداخل می‌کنند، و موج برآیند دارای دامنه‌ای بزرگ می‌شود، دور از ذره تداخل ویرانگر است، به گونه‌ای که موج برآیند در مناطقی که انتظار یافتن ذره را نداریم، دامنه کوچکی دارد. تفسیر دقیق این دامنه‌های بزرگ و کوچک را در بخش بعد خواهیم دید. فعلاً توصیف ریاضی بسته موج را می‌آوریم و درباره برخی ویژگیهای آن بحث خواهیم کرد.

بسته موجی ایده‌آل باید مثل شکل ۴-۱۸ باشد. دامنه آن بجز در ناحیه‌ای از فضا به ابعاد  $\Delta x$  قابل چشمپوشی است. این متناظر با ذره‌ای است که در ناحیه‌ای با بعد  $\Delta x$  جایگزیده باشد. از بحث قبلی مان، می‌دانیم که این وضعیت به گستره‌ای از تکانه‌های  $\Delta p_x$  می‌انجامد، که معادله ۴-۷ آنها را مشخص می‌کند؛ چون هر تکانه متناظر با یک طول موج دوبروی منحصر به فرد است، گستره تکانه‌های  $\Delta p_x$  با گستره طول موجهای  $\Delta \lambda$  هم‌ارز است. به این ترتیب انتظار داریم که توصیف ریاضی بسته موج به کمک جمع (برهم‌نهمی) تعدادی امواج با طول موجهای متغیر صورت گیرد. برای سادگی، امواج سینوسی به شکل  $y = A \cos kx$  را در نظر می‌گیریم که  $k$  عدد موج،  $2\pi/\lambda$  است. همین طور فرض می‌کنیم که تمام امواج دامنه یکسانی دارند. در حالت کلی این موضوع صادق نیست، اما محاسبات ما را ساده می‌کند.

ادامه بحث را با در نظر گرفتن موجی با عدد موج  $k_1$  آغاز می‌کنیم و آن را با موجی با عدد موج تقریباً برابر با  $k_2 = k_1 + \Delta k$  جمع می‌کنیم. شکل موج حاصل، شکل ۴-۱۷، پدیده "زنش" را نشان می‌دهد. هر یک از موجها در  $v = 0$  به‌طور هم‌فاز شروع به حرکت می‌کنند، به‌طوری که برآیند در آن نقطه بیشینه است. با پیشروی موج، اختلاف اندک طول موج سبب می‌شود که این دو موج ناهم‌فاز شوند، و برآیند صفر شود. با کمی عملیات مثلثاتی به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} y(x) &= A \cos k_1 x + A \cos k_2 x \\ &= 2A \cos \left( \frac{\Delta k}{2} x \right) \cos \left( \frac{k_1 + k_2}{2} x \right) \end{aligned} \quad (12-4)$$

جمله آخر معادله ۴-۱۲ تغییر دامنه برآیند را در محدوده پوشی می‌دهد که با اولین جمله کسینوسی مشخص شده است.



شکل ۴-۲۲ سرعت گروه یک بسته موج. در سمت چپ یک "عکس" امواج  $y_1$  و  $y_2$  و مجموع آنها را در لحظه  $t = 0$  مشاهده می‌کنید ( $y_1$  دارای طول موج ۱ واحد و  $y_2$  دارای طول موج  $1.5$  واحد است). موج ۱ با سرعت ۳ واحد بر ثانیه و موج ۲ با سرعت ۲.۵ واحد بر ثانیه حرکت می‌کنند. یک عکس در لحظه  $t = 18$  در سمت راست دیده می‌شود. این دو موج تا رسیدن به نقطه  $7.5$  واحد همفاز نیستند، از این رو نقطه‌ی میان‌ی "زنش" با سرعت گروه  $7.5$  واحد بر ثانیه حرکت می‌کند، که در این حالت از  $y_1$  یا  $y_2$  خیلی بزرگتر است.

اکنون این امواج را به صورت امواج پیشرونده در نظر می‌گیریم که، بیان ریاضی آن با قراردادن  $(kx - \omega t)$  به جای  $kx$  حاصل می‌شود. بسامد زاویه‌ای این نوسان  $\omega$  و سرعت فاز موج  $v = \omega/k$ ، یعنی سرعت حرکت یک موج تک مؤلفه در یک محیط است. این دو موج در شکل ۴-۲۲ در  $t = 0$  و در لحظه  $t$  بعد از آن نشان داده شده‌اند. به طور کلی، سرعت‌های فاز  $v_1 = \omega_1/k_1$  و  $v_2 = \omega_2/k_2$  می‌توانند متفاوت باشند. توجه کنید که پوش با سرعتی متفاوت از سرعت تک‌تک امواج حرکت می‌کند. در اینجا نیز، می‌توانیم با کمی عملیات مثلثاتی: رابطه‌ای ضریح برای برآیند به دست آوریم

$$y(x, t) = A \cos(k_1 x - \omega_1 t) + A \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$= 2A \cos\left(\frac{\Delta k}{2} x - \frac{\Delta \omega}{2} t\right) \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2} x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \quad (13-4)$$

که در آن  $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$ . پس پوش با سرعت  $v = \Delta \omega / \Delta k$  حرکت می‌کند، در حالی که سرعت حرکت موج در داخل پوش  $(\omega_1 + \omega_2) / (k_1 + k_2)$  است، اگر  $\Delta \omega$  و  $\Delta k$  کوچک باشند، تفاوت چندانی با  $v_1$  یا  $v_2$  ندارد.



برهم نهی فقط دو موج به بسته موج شکل ۱۸-۴ شباهتی ندارد. می‌توانیم با جمع کردن امواج سینوسی بیشتر با عددهای موج،  $k_i$ ، متفاوت و احتمالاً دامنه‌های،  $A(k_i)$ ، مختلف، در لحظه  $t = 0$  به تقریب بهتری دست یابیم:

$$y(x) = \sum_{\substack{\text{چندین} \\ k_i}} A(k_i) \cos k_i x \quad (14-4)$$

اگر تعداد امواج مختلف خیلی زیاد و خیلی نزدیک به هم باشد، به جای مجموع در معادله ۱۴-۴ می‌توان انتگرال قرار داد:

$$y(x) = \int A(k) \cos kx \, dk \quad (15-4)$$

که انتگرال‌گیری در هرگستره‌ای از عددهای موج (احتمالاً  $0$  تا  $\infty$ ) مجاز است. مثلاً، فرض کنید گستره‌ای از عددهای موج را از  $k_0 - \Delta k/2$  تا  $k_0 + \Delta k/2$  داریم. اگر همه این موجها دامنه یکسان  $A$  داشته باشد، با توجه به معادله ۱۵-۴، بسته موج می‌تواند به صورت زیر باشد (به مسئله ۲۹ در پایان همین فصل نگاه کنید)

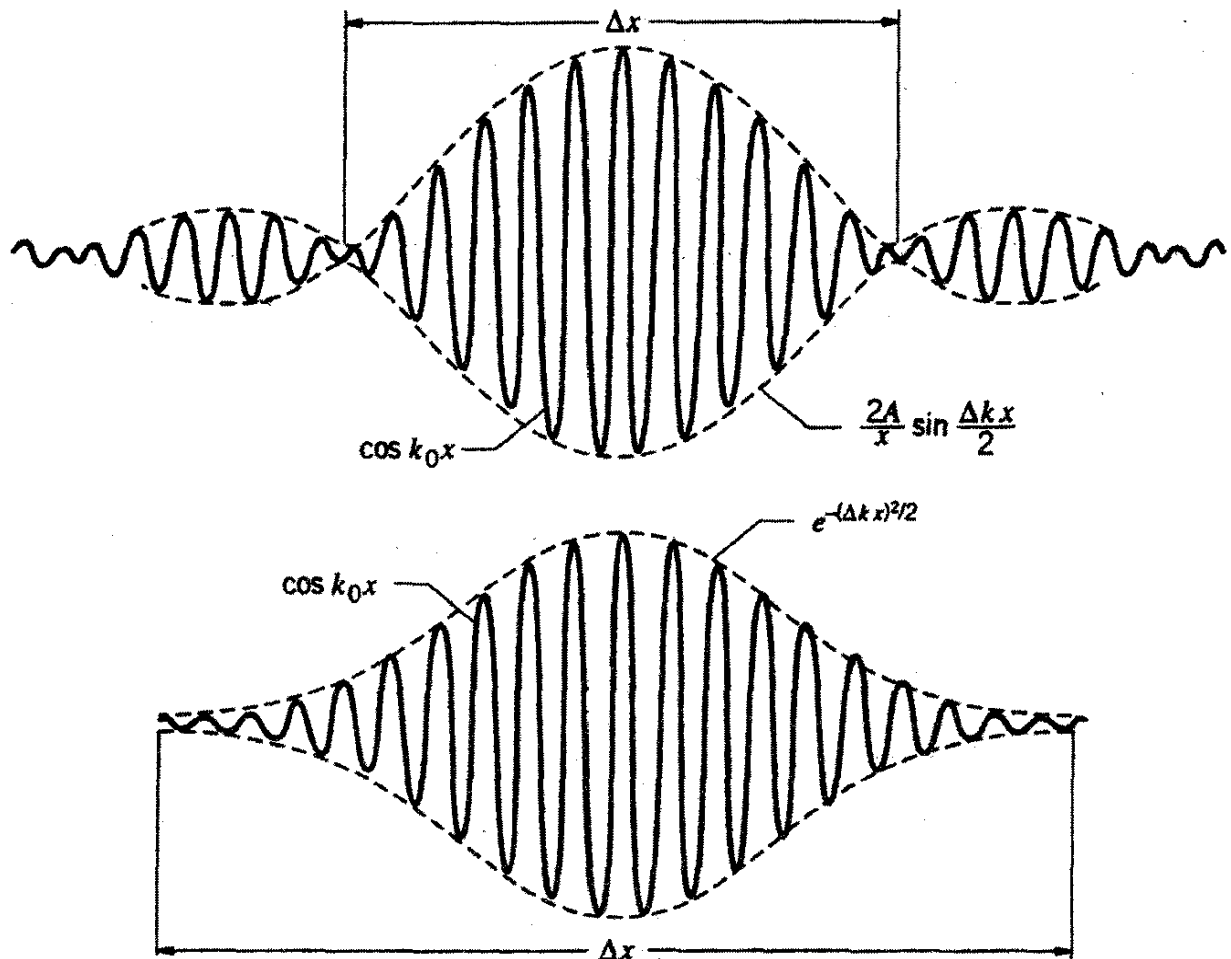
$$y(x) = \frac{2A}{x} \sin\left(\frac{\Delta k}{2}x\right) \cos k_0 x \quad (16-4)$$

تابع  $\cos k_0 x$  در پوش  $\sin(\Delta k x/2)$  نوسان می‌کند. نمایش تغییرات این تابع را در شکل ۲۳-۴ مشاهده می‌کنید که به بسته موج متناهی که به دنبالش هستیم شباهت بیشتری دارد. دامنه این موج فقط در ناحیه  $\Delta x$  بزرگ است، اما، فقط با جمع کردن عددهای موج متفاوت با هم، به آن دست یافته‌ایم. (این درست همان چیزی است که با توجه به معادله ۳-۴ اصل عدم قطعیت ضروری است که برای کوچک شدن  $\Delta x$ ، باید  $\Delta k$  بزرگ شود.)

با فراهم آوردن امکان تغییر  $A(k)$  می‌توان به تقریب حتی بهتری از شکل بسته موج دست یافت؛ مثلاً از  $A(k) = e^{-(k-k_0)^2/2(\Delta k)^2}$  که گاوسی شکل است، می‌رسیم به (مسئله ۳۰):

$$y(x) \propto e^{-(\Delta k x)^2/2} \cos k_0 x \quad (17-4)$$

در اینجا نیز، پوشی وجود دارد که کسینوسی را مدوله می‌کند و دامنه آن را در خارج از ناحیه‌ای به پهنای  $\Delta x$  کاهش می‌دهد (شکل ۲۳-۴). برای محدود کردن این موج به این ناحیه کوچک، یکبار دیگر از گستره بزرگی از عددهای موج استفاده کرده‌ایم.



شکل ۴-۲۳ مثال مربوط به دو بسته موج متفاوت. در هر مورد یک تابع مدوله‌ساز وجود دارد که دامنه موج کسینوسی را خارج از ناحیه  $\Delta x$  کاهش می‌دهد.

شکل ۴-۲۳ را باید عکسی از بسته موج در زمانی مشخص، مثلاً  $t = 0$ ، تلقی کرد. به همین ترتیب، معادله‌های ۴-۱۶ و ۴-۱۷ امواج را فقط در  $t = 0$  نشان می‌دهند. برای تبدیل آنها به امواج پیشرونده، باید مانند مورد معادله ۴-۱۳، به جای  $kx$  کمیت  $kx - \omega t$  را قرار داد. در مورد دو موج به‌کار رفته برای معادله ۴-۱۳، دریافتیم که پوش با سرعت  $\Delta\omega / \Delta k$  حرکت کرده است. با تعریف سرعت گروه به‌صورت زیر این موضوع را به حالتی تعمیم می‌دهیم که در آن چندین عدد موج وجود دارند:

$$v_{\text{گروه}} = \frac{d\omega}{dk} \quad (18-4)$$

پوش بسته‌های موج با سرعت گروه حرکت می‌کند، در حالی که در داخل پوش هر یک از مؤلفه‌های موج با سرعت فاز خود حرکت می‌کنند:

$$v_{\text{فاز}} = \frac{\omega}{k} \quad (19-4)$$

سرعت فاز را نمی‌توان برای بسته موج تعریف کرد، بلکه فقط برای یک تک مؤلفه موج معنی دارد.

## مثال ۱۰-۴

برخی امواج دریایی با سرعت فاز  $v_{\text{فاز}} = \sqrt{g\lambda/2\pi}$  حرکت می‌کنند، که  $g$  شتاب گرانی است. سرعت گروه یک "بسته موج" از این امواج چیست؟ نتیجه را برحسب سرعت فاز بیان کنید.

حل: سرعت گروه از معادله ۱۸-۴ به دست می‌آید. چون  $k = 2\pi/\lambda$ ، پس  $v_{\text{فاز}} = \sqrt{g/k}$ . اما با  $v_{\text{فاز}} = \omega/k$  داریم  $\omega/k = \sqrt{g/k}$ ، به طوری که  $\omega = \sqrt{gk}$  و  $d\omega = \sqrt{g}((1/2)k^{-1/2})dk$ . بنابراین  $d\omega/dk = (1/2)\sqrt{g/k}$ ، از این رو  $v_{\text{گروه}} = (1/2)v_{\text{فاز}}$ .

به طور خلاصه، ذره‌ای را که در ناحیه معینی از فضا جایگزیده است، نباید با یک تک موج دوبروی با بسامد و طول موج مشخص نمایش داد، بلکه باید آن را به کمک بسته موجی نشان داد که نمایانگر برهم نهی تعداد زیادی موج است. پوش بسته موج با سرعت گروه  $d\omega/dk$  حرکت می‌کند. بحث ما کامل نیست مگر اینکه بتوانیم تفسیری فیزیکی از سرعت گروه ارائه دهیم. ذره‌ای جایگزیده را در نظر بگیرید که با گروهی از امواج دوبروی نشان داده شده باشد. برای هر یک از مؤلفه‌های موج، انرژی ذره با رابطه  $E = h\nu = \hbar\omega$  به بسامد موج دوبروی مرتبط می‌شود، و به همین ترتیب عبارت  $p = h/\lambda = \hbar k$  بین تکانه ذره با طول موج موج دوبروی رابطه برقرار می‌کند. سرعت گروه،  $v_{\text{گروه}} = d\omega/dk$ ، موج دوبروی را می‌شود به این صورت بیان کرد:

$$v_{\text{گروه}} = \frac{d\omega}{dk} = \left(\frac{d\omega}{dE}\right) \left(\frac{dE}{dp}\right) \left(\frac{dp}{dk}\right) = \left(\frac{1}{\hbar}\right) \left(\frac{dE}{dp}\right) (\hbar)$$

$$v_{\text{گروه}} = \frac{dE}{dp} \quad (20-4)$$

در معادله ۲۰-۴،  $E$  انرژی ذره و  $p$  تکانه آن است. برای ذره کلاسیک که فقط انرژی جنبشی  $K = p^2/2m$  را دارد، می‌توانیم  $dE/dp$  را به ترتیب زیر بیابیم

$$\frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp} \left( \frac{p^2}{2m} \right) = \frac{p}{m} = v \quad (21-4)$$

که سرعت ذره است.

از ترکیب معادله‌های ۲۰-۴ و ۲۱-۴ به نتیجه مهمی می‌رسیم:

$$v_{\text{گروه}} = v_{\text{ذره}} \quad (22-4)$$

سرعت ذره با سرعت گروه بسته موج متناظر آن برابر است. بسته موج و ذره با هم حرکت می‌کنند؛ ذره هر کجا برود، بسته موج دوبروی آن مانند سایه دنبالش می‌کند. اگر یک آزمایش موجی روی

ذره انجام دهیم، بسته موج دوبروی همواره آنجاست تا رفتار موجی ذره را برملا سازد. ذره هرگز نمی‌تواند از سرشت موجی خود بگریزد!

## ۴-۵ احتمال و کاتورگی

می‌توان هر اندازه‌گیری مکان یا تکانه یک ذره را با همان دقتی انجام داد که مهارت تجربی مجاز می‌دارد. در این صورت چگونه رفتار موج‌گونه ذره قابل مشاهده می‌شود؟ عدم قطعیت در مکان یا تکانه چطور بر آزمایش ما تأثیر می‌گذارد؟

فرض کنید با اتصال یک الکترون به یک هسته، اتمی درست کنیم (در این مثال فرض می‌کنیم هسته در فضا ثابت است). مدتی پس از آماده‌شدن اتم، مکان الکترون را اندازه می‌گیریم. سپس همین کار را تکرار می‌کنیم، و اتم را به همان شیوه آماده می‌کنیم، و درمی‌یابیم که این اندازه‌گیری مکان الکترون نتیجه‌ای می‌دهد که با اندازه‌گیری اولیه متفاوت است. در واقع، هر بار که اندازه‌گیری را تکرار کنیم، احتمالاً نتیجه متفاوتی به دست آوریم. اگر اندازه‌گیری را بارها تکرار کنیم، به نتیجه زیر می‌رسیم که: سیستمهایی که به صورت یکسان آماده شده‌اند رفتار بعدی یکسانی از خود نشان نمی‌دهند. این نتیجه‌گیری با مفاهیم اساسی فیزیک کلاسیک ناسازگار است. پس اگر نتیجه کاملاً کاتوره‌ای است، چه امیدی به تدوین نظریه‌ای ریاضی داریم که در پیش‌بینی نتیجه یک اندازه‌گیری مفید باشد؟ حل این معضل در توجه به احتمال دستیابی به نتیجه‌ای معین از آزمایشی نهفته است که نتیجه‌های آن تحت تأثیر قوانین آمارند. نمی‌توانیم نتیجه یک شیر یا خط یا بازی تاس را پیش‌بینی کنیم، زیرا هر نتیجه‌ای همانقدر محتمل است که نتیجه دیگر. اما، می‌توانیم توزیع مقدار زیادی اندازه‌گیری منفرد را پیش‌بینی کنیم. مثلاً در یک شیر یا خط، نمی‌دانیم که نتیجه "شیر" است یا "خط"؛ احتمال هر دو حالت یکسان است. اما اگر این عمل را بارها تکرار کنیم، انتظار داریم که تقریباً ۵۰ درصد "شیر" بیاید و ۵۰ درصد هم "خط"؛ هر چند که نمی‌توانیم نتیجه یک بار سکه انداختن را پیش‌بینی کنیم، اما می‌توانیم نتیجه مقدار زیادی شیر یا خط‌کردن را به نحوی پیش‌بینی کنیم.

بررسی سیستمهایی که قانونهای فیزیک کوانتومی بر آنها حاکم است به وضعیت مشابهی می‌انجامد. نمی‌توانیم نتیجه هر تک اندازه‌گیری مکان الکترون را در اتمی که تهیه کرده‌ایم، پیش‌بینی کنیم، اما در تعداد زیادی اندازه‌گیری باید توزیع آماری نتایج را بیابیم. گرچه نمی‌توانیم یک نظریه ریاضی تدوین کنیم که نتیجه یک تک اندازه‌گیری را پیش‌بینی کند، اما می‌توانیم در به دست آوردن یک نظریه ریاضی که رفتار آماری یک سیستم (با رفتار آماری تعداد زیادی سیستم یکسان) را پیش‌بینی کند، بکوشیم. نظریه کوانتومی شیوه‌ای ریاضی در اختیار ما می‌گذارد

که بتوانیم نتیجه میانگین یا محتمل اندازه‌گیرها و توزیع هر یک از نتیجه‌ها حول میانگین را محاسبه کنیم. این موضوع نقطه ضعف مهمی به شمار نمی‌آید، زیرا در قلمرو فیزیک کوانتومی، به ندرت اندازه‌گیرهایی با، مثلاً یک اتم، انجام می‌دهیم. اگر گسیل نور از سیستم تابنده یا ویژگیهای یک جسم جامد، و یا پراکندگی ذرات هسته‌ای را مطالعه کنیم، با تعداد زیادی اتم سروکار خواهیم داشت، و از این رو شناختمان نسبت به میانگینهای آماری به‌راستی بسیار مفید واقع می‌شود.

در واقع، این مفاهیم آن‌طور هم که به نظر می‌رسد، از زندگی روزمره ما دور نیستند. مثلاً وقتی کارشناس هواشناسی از تلویزیون برای فردا ۵۰ درصد بارندگی را "پیش‌بینی" می‌کند، منظورش چیست؟ آیا در ۵۰ درصد موارد باران می‌بارد، یا در ۵۰ درصد سطح شهر؟ تعبیر صحیح حرفهای کارشناس هواشناسی این است که مجموعه شرایط جوی موجود، در بسیاری موارد مشابه، در نیمی از موارد به بارندگی می‌انجامد. جراحی هم که شانس زنده ماندن یک بیمار را بعد از عمل جراحی ۵۰ درصد بیان می‌کند، منظورش دقیقاً همان است که در مورد پیش‌بینی هوا گفتیم؛ یعنی تجربه او در تعداد زیادی از موارد مشابه حاکی از بهبودی در نیمی از آنهاست.

مکانیک کوانتومی نیز از زبان مشابهی استفاده می‌کند. مثلاً وقتی می‌گوییم که الکترون اتم هیدروژن به احتمال ۵۰ درصد در جهت ساعتگرد می‌گردد، منظورمان این است که پس از مشاهده مجموعه بزرگی از اتمها که به صورت مشابهی تهیه شده‌اند، دریافته‌ایم که ۵۰ درصد الکترونها در جهت ساعتگرد می‌گردند. البته یک تک اندازه‌گیری گردش ساعتگرد و یا پادساعتگرد را نشان می‌دهد. (همین‌طور، یا باران می‌بارد و یا نمی‌بارد؛ بیمار یا زنده می‌ماند و یا می‌میرد.)

البته می‌توان گفت که شیر یا خط کردن و یا تاس انداختن یک فرایند کاتوره‌ای نیست، بلکه سرشت ظاهراً کاتوره‌ای نتیجه، فقط بازتاب اطلاع نداشتن ما از حالت سیستم است. مثلاً اگر از چگونگی تاس انداختن اطلاع دقیق داشته باشیم (یعنی اندازه و جهت سرعت اولیه، سمتگیری اولیه، سرعت دوران را بدانیم) و دقیقاً بدانیم چه قانونی بر جهش آنها از روی میز حاکم است. باید بتوانیم به دقت پیش‌بینی کنیم که چگونه روی میز قرار می‌گیرند. (به همین ترتیب، اگر اطلاعات بیشتری در خصوص فیزیک جو یا علم فیزیولوژی داشتیم، می‌توانستیم با قاطعیت پیش‌بینی کنیم که آیا فردا باران می‌بارد یا خیر و یا یک بیمار زنده می‌ماند یا نه.) در عوض وقتی نتیجه‌ها را به کمک احتمالات تحلیل می‌کنیم، در واقع به ناتوانی خود از تحلیل دقیق اذعان می‌کنیم. یک مکتب فکری وجود دارد که بنا به آن همین وضعیت در فیزیک کوانتومی وجود دارد. با توجه به این تفسیر، می‌توانیم رفتار الکترون در اتم مورد نظر را دقیقاً پیش‌بینی کنیم مشروط بر آنکه سرشت مجموعه‌ای از به اصطلاح "متغیرهای پنهان" را که حرکت آن را تعیین می‌کنند، بشناسیم. اما، شواهد تجربی

با این نظریه منافات دارند، و از این رو باید نتیجه بگیریم که رفتار کاتوره‌ای هر سیستم که قانونهای کوانتومی بر آن حاکم‌اند یک جنبه بنیادی طبیعت به شمار می‌آیند و نتیجه معلومات محدود ما از خواص آن سیستم نیست.

## ۴-۶ دامنه احتمال

یک مسئله نهایی باقی می‌ماند که باید بررسی شود. دامنه موج دوبروی معرف چه چیزی است؟ در هر پدیده موجی، یکی از کمیت‌های فیزیکی مانند تغییر مکان یا فشار برحسب مسافت و زمان تغییر می‌کند. با انتشار موج دوبروی، کدام خاصیت فیزیکی تغییر می‌کند؟ در بخش پیش، درباره نمایش یک ذره جایگزیده با یک بسته موج صحبت کردیم. اگر ذره‌ای در ناحیه‌ای از فضا به ابعاد  $\Delta x$  محدود باشد، بسته موجی که نمایانگر این ذره است، فقط در ناحیه‌ای از فضا با ابعاد  $\Delta x$  دامنه بزرگی دارد و در جاهای دیگر دامنه آن کوچک است. یعنی، هر جا که احتمال یافتن ذره زیاد باشد دامنه بزرگ است و هر جا که احتمال یافته شدن آن کم باشد، دامنه کوچک است. احتمال یافتن ذره در هر نقطه تابع دامنه موج دوبروی آن در همان نقطه است. در مقایسه با فیزیک کلاسیک، که در آن شدت هر موج با مجذور دامنه‌اش متناسب است، داریم:

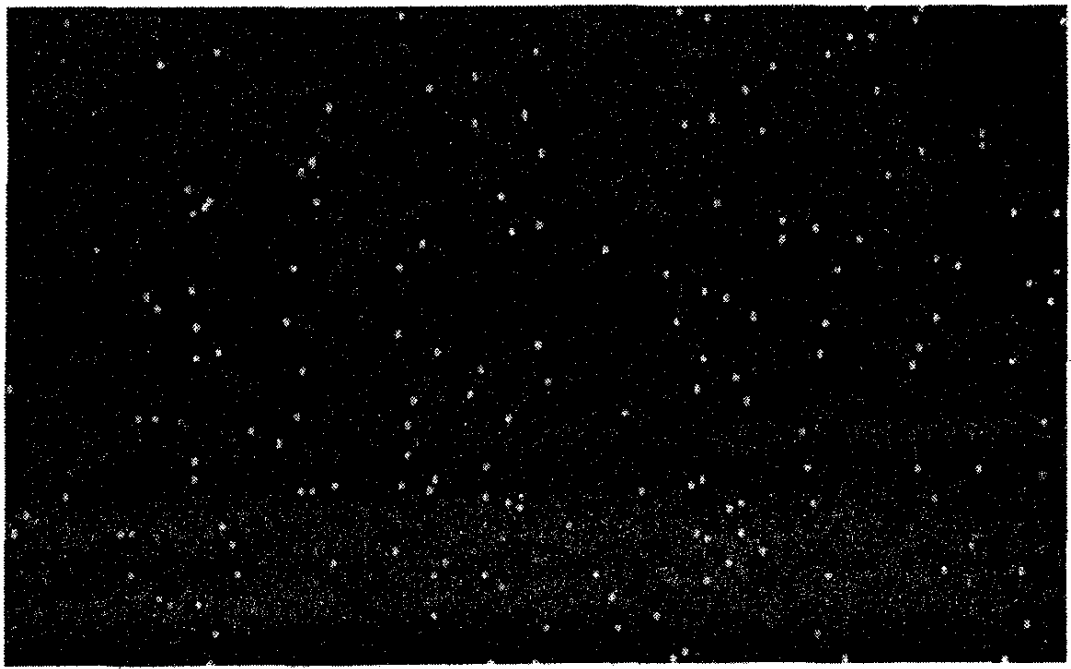
$$|^2 \text{ دامنه موج دوبروی} | \propto \text{احتمال مشاهده ذرات}$$

این حکم را با رابطه مشابه برای فوتونها که در بخش ۳-۶ بررسی شد، مقایسه کنید:

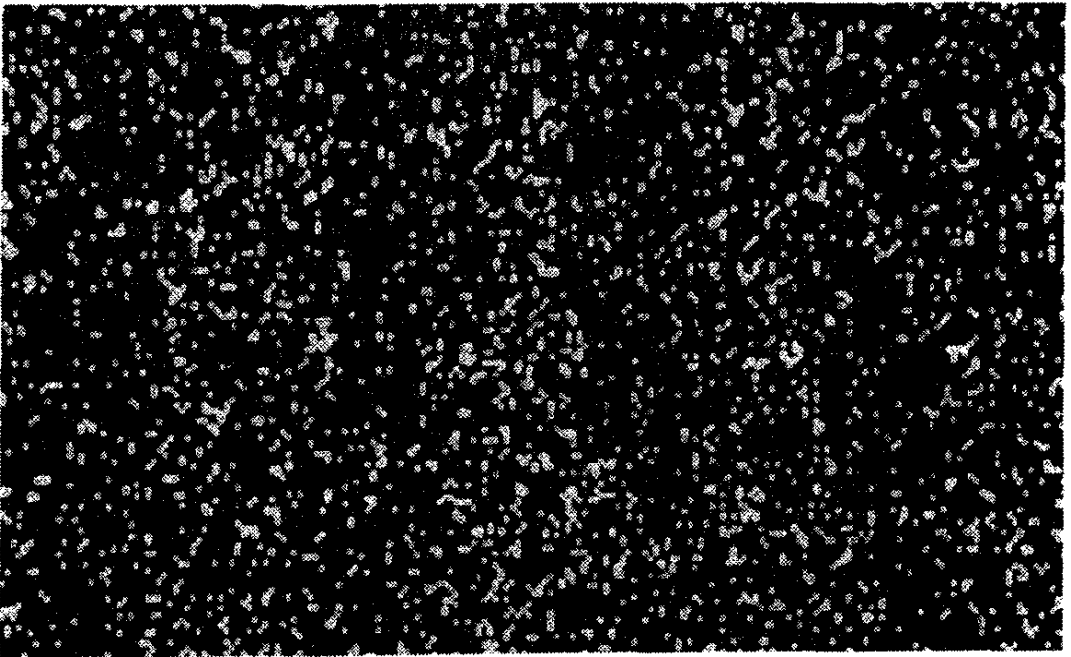
$$|^2 \text{ دامنه میدان الکتریکی} | \propto \text{احتمال مشاهده فوتونها}$$

درست همان طور که دامنه میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی ناحیه‌هایی را که احتمال مشاهده فوتونها کم و زیاد است نشان می‌دهد، موج دوبروی نیز همین کار را برای ذرات انجام می‌دهد. شکل ۴-۲۴ این اثر را نشان می‌دهد، که در آن هر یک از الکترونها در یک آزمایش از نوع دو شکاف سرانجام فریزهای تداخل مشخصه را تولید می‌کند. مسیر هر الکترون را موج دوبروی آن به سوی نواحی مجاز با احتمال زیاد، هدایت می‌کند. این اثر آماری برای تعداد کم الکترونها بارز نیست، اما وقتی تعداد زیادی الکترون آشکارسازی شوند، اثر نامبرده کاملاً آشکار می‌شود.

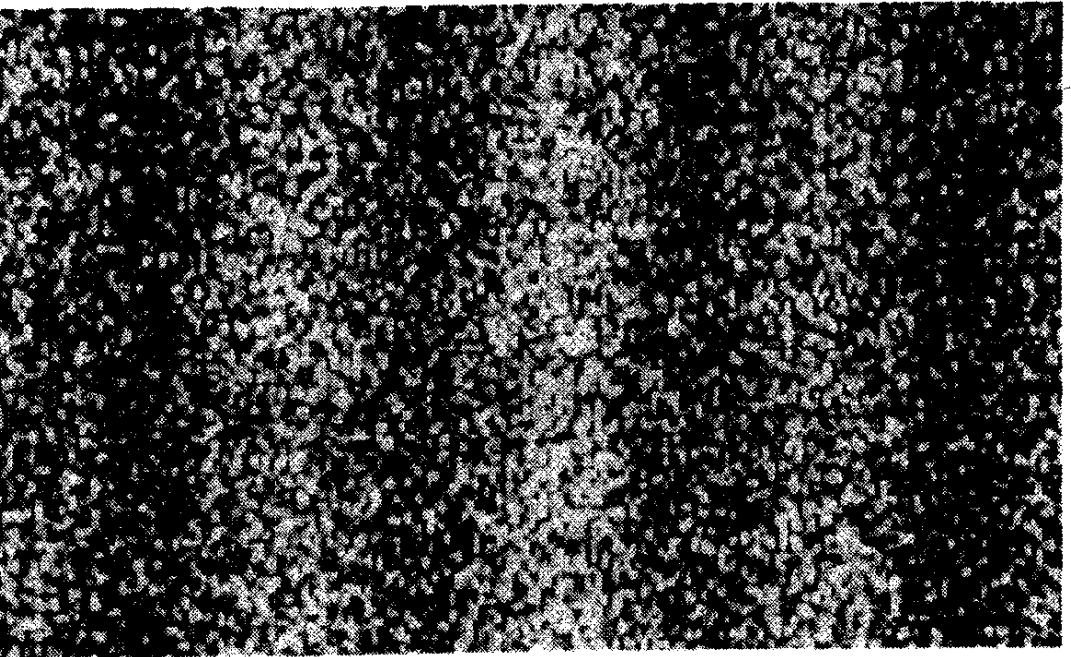
در فصل بعد درباره چارچوب ریاضی محاسبه دامنه‌های موج مربوط به یک ذره در وضعیت‌های گوناگون بحث خواهیم کرد، و تعریف ریاضی دقیقتری از احتمال را هم ارائه خواهیم داد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۴-۲۴ تشکیل نقش تداخل یک الکترون در حالی که تعداد فرایندهای از الکترونها آشکارسازی می‌شوند: (الف) ۱۰۰ الکترون؛ (ب) ۳۰۰۰ الکترون؛ (ج) ۷۰۰۰۰ الکترون.

## مراجع پیشنهادی برای مطالعهٔ بیشتر

بسیاری از مراجع تشریحی که در فصل ۱ برشمردیم زمینهٔ مطالعهٔ مفیدی برای این فصل هم به شمار می‌آیند. برای شرحی لذت‌بخش از دنیایی که در آن ثابت پلانک به قدری بزرگ است که آثار کوانتومی عادی‌اند، نگاه کنید به

G. Gamow, *Mr Tompkins in Paperback* (Cambridge, Cambridge University Press, 1967).

یک بحث غیرریاضی دیگر دربارهٔ نظریهٔ کوانتومی، در کتابی با مشخصات زیر یافت می‌شود:  
هافمن، بینش، سرگذشت شگفت کوانتوم، ترجمهٔ بهرام معلمی، تهران، انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۶۴.

یک گفتگوی تخیلی، که در آن قهرمانان کتاب گفتگوی گالیله مجدداً گردهم آمده‌اند تا پیرامون نظریهٔ کوانتومی، اندازه‌گیری، و عدم قطعیت به بحث پردازند، در این کتاب آمده است.

J. M. Jauch, *Are Quanta Real?* (Bloomington, Indiana University Press, 1973).

پارادوکس گربهٔ شرودینگر در مرجع اخیر بررسی شده است.

سایر مراجع، که در آنها فلسفهٔ نظریهٔ کوانتومی با ریاضیات، در سطح همین کتاب حاضر، در آمیخته است، به قرار زیرند:

R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics* (Reading, Addison-Wesley, 1965).

فصلهای ۱ تا ۳ از جلد ۳ به خصوص مقدمات مناسبی برای امواج کوانتومی و فلسفهٔ اندازه‌گیری هستند.

R. Resnick and D. Halliday, *Basic Concepts in Relativity and Early Quantum Theory* (New York, Macmillan, 1992).

در فصل ۶ این کتاب پیرامون سرشت موجی ذرات و اصل عدم قطعیت بحث شده است.

E. H. Wichmann, *Quantum Physics, Volume 4 of the Berkeley Physics Course* (New York, McGraw-Hill, 1971).

اثر پیشرفته‌تری که به خصوص به زمینهٔ فلسفی نظریهٔ کوانتومی پرداخته است، عبارت است از:

D. Bohm, *Quantum Theory* (Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1951) Chapters 5 and 6.



برای دستیابی به بحثی در خصوص اصل عدم قطعیت، نگاه کنید به:

G. Gamow, "The Principle of Uncertainty," *Scientific American*, 198, 51 (January 1958).

ترجمه‌ای از مقاله کلاوس یونسون درباره آزمایش دوشکاف الکترون در *American Journal of Physics*, 42, 4 (1974). چاپ شده است. این مقاله کوتاه و واضح، بسیار خواندنی است و به‌عنوان نمونه‌ای از روش آزمایشی دقیق که برای انجام آزمایشهای تداخل و نشان دادن سرشت موجی ذره ضروری است، به شدت توصیه می‌شود.

شرح آزمایشهای جدیدتر را، که در آنها از میکروسکوپ الکترونی برای نشان دادن اثرهای زیبای تداخل و پراش الکترونها، استفاده شده است، می‌توان در مراجع زیر یافت:

P. G. Merli, G. F. Missiroli, and G. Pozzi, *American Journal of Physics*, 44, 306 (1976).

G. Matteucci and G. Pozzi, *American Journal of Physics*, 46, 619 (1978).

A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki, and H. Ezawa, *American Journal of Physics*, 57, 117 (1989).

G. Matteucci, *American Journal of Physics*, 58, 1143 (1990).

خلاصه از شرح آزمایشهای اخیر در زمینه اثرهای تداخل و پراش نوترونها، عبارت است از:

R. Gähler and A. Zeilinger, *American Journal of Physics*, 59, 316 (1991).

## پرسشها

۱. وقتی الکترونی با طول موج دوبروی معین حرکت می‌کند، با آن طول موج عقب و جلو می‌رود یا بالا و پایین؟

۲. دنیای متفاوتی را در نظر بگیرید که در آن قانونهای فیزیک کوانتومی هنوز به‌کار می‌روند، اما در آن  $h = 1 \text{ J} \cdot \text{s}$ . برخی مشکلات زندگی در این دنیا کدامند؟ (برای دستیابی به گزارش زیبا و مفرحی درباره این دنیا رجوع کنید به: *Gamow, Mr. Tompkins in Paperback*).

۳. فرض کنید می‌خواهیم بسامد مجهول  $\nu$  را با گوش دادن به زندهای بین  $\nu$  و یک بسامد معلوم (و قابل کنترل)  $\nu$  اندازه بگیریم. (فرض می‌کنیم  $\nu$  را با عدم قطعیتی به دلخواه کوچک می‌دانیم.) بسامد زنده عبارت است از  $|\nu' - \nu|$ . اگر هیچ زنده را نشنویم، نتیجه می‌گیریم که  $\nu = \nu'$ . (الف) چه مدت باید گوش فرا دهیم تا "هیچ" زنده را نشنویم؟ (ب) اگر هیچ زنده را در یک ثانیه نشنویم،  $\nu$  را با چه دقتی تعیین کرده‌ایم؟ (ج) اگر در ظرف  $10^8 \text{ s}$  هیچ زنده نشنویم، دقتمان

- چقدر است؟ در  $10^8$  چطور؟ (د) این آزمایش چگونه با معادله  $4-4$  مربوط می‌شود؟
۴. برای برداشتن یک الکترون با یک انبرک، اصل عدم قطعیت چه مشکلاتی را به وجود می‌آورد؟
۵. آیا اصل عدم قطعیت در مورد خود طبیعت نیز به کار می‌رود یا فقط در مورد نتیجه آزمایشها صادق است؟ یعنی، آیا مکان و تکانه واقعاً غیر قطعی‌اند، یا صرفاً معلومات ما درباره آنها چنین است؟ آیا این دو مورد فرقی هم با یکدیگر دارند؟
۶. بنابه اصل عدم قطعیت، در عمل هرچه بیشتر بکوشیم تا یک شیء را محدود کنیم، سریعتر آن را در حال حرکت می‌یابیم. آیا بدین سبب است که نمی‌توانید پول را به مدت زیادی در جیب یا کیف خود نگه دارید؟ یک برآورد عددی انجام دهید.
۷. مجموعه‌ای از مولکولهای گاز را در نظر بگیرید که در یک ظرف به دام افتاده‌اند. هرچه دیواره‌های ظرف را به هم نزدیکتر کنیم (گاز را متراکم کنیم) مولکولها سریعتر حرکت می‌کنند (دما افزایش می‌یابد). آیا این رفتار گاز ناشی از اصل عدم قطعیت است؟ پاسختان را با برآورد عددی توجیه کنید.
۸. هسته‌ها بسیاری ناپایدارند و بر اثر واپاشی پرتوزا به هسته‌های دیگر وامی‌باشند. طول عمر این واپاشیها نوعاً از مرتبه چند روز تا چند سال است. آیا انتظار دارید که اصل عدم قطعیت باعث اثری قابل اندازه‌گیری در دقتی شود که با آن می‌توانیم جرم اتمهای این هسته‌ها را اندازه‌گیری کنیم؟
۹. درست همان طور که می‌توان با  $c \rightarrow \infty$  به حد کلاسیک نسبت دست یافت، حد کلاسیک رفتار کوانتومی نیز با فرض  $\hbar \rightarrow 0$  حاصل می‌شود. موارد زیر را در حد  $\hbar \rightarrow 0$  در نظر بگیرید و توضیح دهید که رفتار کلاسیک آنها چگونه است: اندازه کوانتوم انرژی یک موج الکترومغناطیسی، طول موج دو بروی یک الکترون، رابطه‌های عدم قطعیت هایزنبرگ.
۱۰. فرض کنید باریکه الکترون در یک لامپ تلویزیون در اختلاف پتانسیل  $25\text{ kV}$  شتاب می‌گیرد و سپس از یک خازن منحرف کننده به پهنای داخلی  $1\text{ cm}$  می‌گذرد. آیا در این مورد اثرهای پراش اهمیت دارند؟ پاسخ خود را با محاسبه توجیه کنید.
۱۱. ساختار بلورها را می‌توان به کمک پراش پرتو  $x$  (شکلهای ۳-۷ و ۳-۸)، پراش الکترون (شکل ۴-۲)، و پراش نوترون (شکل ۴-۷) آشکار کرد. چگونه این آزمایشها ساختارهای یکسانی را نشان می‌دهند؟ موارد اختلاف آنها کدام است؟
۱۲. بسیاری از کشفهای بزرگ در فیزیک به طور تصادفی صورت گرفته است. اگر دیویسون و گرمر ولتاژ شتابدهنده خود را در کمتر از  $327$  تنظیم می‌کردند، چه پیش می‌آمد؟
۱۳. فرض کنید در آزمایش دوشکاف الکترون، یکی از شکافها را با ورقه بسیار نازکی از ماده فلئورسان پوشانیم که وقتی یک الکترون از آن گذشت، یک فوتون نورگسیل کند. سپس الکترونها را تک تک به سوی دوشکاف شلیک کنیم؛ آیا درخش نوری که می‌بینیم معلوم می‌کند که الکترون

از کدام شکاف گذشته است یا خیر. این کار چه تاثیری بر نقش تداخل دارد؟ چرا؟  
 ۱۴. در تلاشی دیگر برای تعیین اینکه الکترون از کدام شکاف می‌گذرد، دوشکاف را از نیروسنج فیزی بسیار دقیقی می‌آویزیم و تکانه "پس زنی" شکاف را در نتیجه عبور الکترون اندازه می‌گیریم. الکترونیهایی که در حوالی مرکز به پرده برخورد می‌کنند برحسب اینکه از کدام شکاف می‌گذرند، باعث پس‌زنیهایی در جهت مخالف می‌شوند. طرح این دستگاه را بکشید و تأثیر آن را بر نقش تداخل توصیف کنید. (راهنمایی: اصل عدم قطعیت  $\Delta p \Delta x \sim \hbar$  را برای حرکت شکافهای آویخته از نیروسنج در نظر بگیرید. مکان شکاف را با چه دقتی می‌دانیم؟)

۱۵. آیا امکان دارد که  $v$  از  $c$  بزرگتر باشد؟ آیا  $v_{\text{group}}$  می‌تواند از  $c$  بزرگتر شود؟

۱۶. در یک محیط غیر پاشنده،  $v_{\text{group}} = v_{\text{phase}}$ ؛ این راه دیگری برای بیان این مطلب است که تمام امواج، بدون توجه به طول موجشان، با سرعت فاز یکسانی حرکت می‌کنند. آیا این حکم برای (الف) امواج دوبروی؛ (ب) امواج نور در شیشه؛ (ج) امواج نور در خلأ؛ (د) امواج صوت در هوا صادق است؟ در تلاش برای برقراری ارتباط (مثلاً، از طریق صحبت یا به وسیله سیگنالهای رادیویی) در یک محیط شدیداً پاشنده، با چه دشواریهایی مواجه خواهیم شد؟

## مسائل

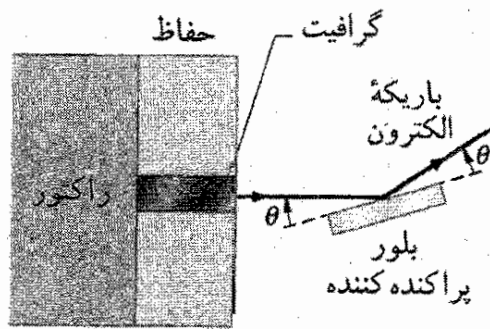
۱. طول موج دوبروی را در موارد زیر بیابید (الف) یک مولکول نیتروژن ( $m = 28u$ ) در هوا در دمای اتاق؛ (ب) یک پروتون  $5\text{MeV}$ ؛ (ج) یک الکترون  $50\text{GeV}$ ؛ (د) الکترونی متحرک با سرعت  $v = 10^6\text{m/s}$ .

۲. نوترونیهای تولید شده در یک راکتور را نوترونیهای گرمایی می‌گویند، زیرا انرژی جنبشی آنها (بر اثر برخورد) کاهش یافته است تا اینکه  $K \cong 3/2kT$ ، که  $T$  دمای اتاق است. (الف) انرژی جنبشی این نوترونها چقدر است؟ (ب) طول موج دوبروی آنها چقدر است؟ چون این طول موج در حدود فاصله اتمهای جسم جامد در شبکه است، پراش نوترون (مانند پراش الکترون و پرتو  $x$ ) وسیله مفیدی برای مطالعه شبکه‌های جامدات به شمار می‌آید.

۳. اگر بخواهیم ویروسی به قطر  $12\text{nm}$  را تفکیک کنیم، الکترونها را باید تا چه ولتاژهایی شتاب دهیم (مثلاً، مانند کاری که میکروسکوپ الکترونی انجام می‌دهد)؛ در مورد اتمی به قطر  $12\text{nm}$  چگونه؟ و برای پروتون به قطر  $12\text{fm}$  این ولتاژ چقدر باید باشد؟

۴. در یک میکروسکوپ الکترونی می‌خواهیم ذراتی به قطر تقریباً  $10\mu\text{m}$  (حدود  $1000$  برابر ابعاد یک تک اتم) را مطالعه کنیم. طول موج دوبروی الکترونها چقدر باشد؟ این الکترونها باید در چه ولتاژی شتاب بگیرند تا این طول موج دوبروی را داشته باشند؟

۵. برای مطالعه هسته اتمی، می‌خواهیم پراش ذراتی را مشاهده کنیم که طول موج دوبروی آنها در حدود قطر هسته، حدود  $14 \text{ fm}$ ، برای هسته سنگینی چون سرب، باشد. اگر ذرات پراشیده: (الف) الکترون، (ب) نوترون، (ج) ذرات آلفا ( $m = 4u$ ) باشند، چه انرژی جنبشی‌ای را باید به‌کار ببریم؟
۶. یک الکترون آزاد به صورت کشسان در یک بعد و بین دو دیواره به فاصله  $L = 5 \text{ nm}$  عقب و جلو می‌رود. (الف) فرض کنید این الکترون را یک موج ایستاده دوبروی نشان دهد که در هر دیواره یک گره دارد؛ نشان دهید که طول موجهای دوبروی مجاز عبارت‌اند از  $\lambda = 2L/n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). (ب) مقادیر انرژی جنبشی الکترون را به‌ازای  $n = 1, 2, 3$  بیابید.
۷. در نقش تداخل دو شکاف برای اتمهای هلیم (شکل ۴-۱۳)، انرژی جنبشی باریکه اتمها  $20 \text{ eV}$  است. (الف) طول موج دوبروی یک اتم هلیم با این انرژی جنبشی چقدر است؟ (ب) طول موج دوبروی اتمها را از روی فاصله فریزها در شکل ۴-۱۳ محاسبه، و نتیجه حاصل را با مقادیر حاصل از بند (الف) مقایسه کنید. فاصله دو شکاف تا شکاف روبشگر  $64 \text{ cm}$  است.
۸. اگر طول موج دوبروی اتمهای یک گاز خیلی کوتاهتر از فاصله میانگین این ذرات باشد، این اتمها را می‌توان ذرات کلاسیک تلقی کرد. میانگین طول موج دوبروی را با میانگین فاصله اتمها در یک ظرف گاز هلیم (تک اتمی) در فشار  $1 \text{ atm}$  و در دمای اتاق ( $20^\circ \text{C}$ ) مقایسه کنید. در چه دما یا فشاری انتظار دارید آثار کوانتومی مهم شوند؟
۹. فرض کنید می‌خواهیم آزمایش دو شکاف را با باریکه ذرات دود مثال ۴-۱ ج انجام دهیم. فرض کنید می‌توانیم دو شکافی بسازیم که فاصله آنها در حدود ابعاد ذرات باشد. اگر دو شکاف و پرده در سواحل مخالف امریکا واقع شده باشند فاصله بین فریزها را محاسبه کنید.
۱۰. در آزمایش دیویسون-گرمر با استفاده از بلور  $\text{Ni}$ ، یک باریکه مرتبه دوم در زاویه  $55^\circ$  مشاهده می‌شود. این واقعه به‌ازای چه ولتاژ شتاب‌دهنده‌ای رخ می‌دهد؟
۱۱. بلوری را چنان برش داده‌اند که ردیف اتمهای سطح آن به فاصله  $352 \text{ nm}$  قرار گیرند. باریکه‌ای از الکترونها در اختلاف پتانسیل  $175 \text{ V}$  شتاب می‌گیرد و به‌طور عمودی بر این سطح فرود می‌آید. اگر تمام مرتبه‌های پراش ممکن را بتوان مشاهده کرد، باریکه‌های پراشیده در چه زاویه‌هایی (نسبت به باریکه فرودی) یافته می‌شوند؟
۱۲. باریکه‌ای از نوترونهای گرمایی (مسئله ۲) از یک راکتور هسته‌ای خارج می‌شود و مطابق شکل ۴-۲۵ بر یک بلور فرود می‌آید. برای این باریکه، مطابق شکل ۳-۵، پراکندگی براگ از بلوری رخ می‌دهد که صفحه‌های پراکننده آن  $247 \text{ nm}$  با هم فاصله دارند. می‌خواهیم از طیف پیوسته انرژی این باریکه نوترونی با انرژی  $105 \text{ eV}$  را برگزینیم. زاویه پراکندگی براگی را بیابید که به باریکه پراکنده‌ای با این انرژی می‌انجامد. چه انرژیهای دیگری در این باریکه پراکنده وجود خواهند داشت؟



شکل ۴-۲۵ مسئله ۱۲.

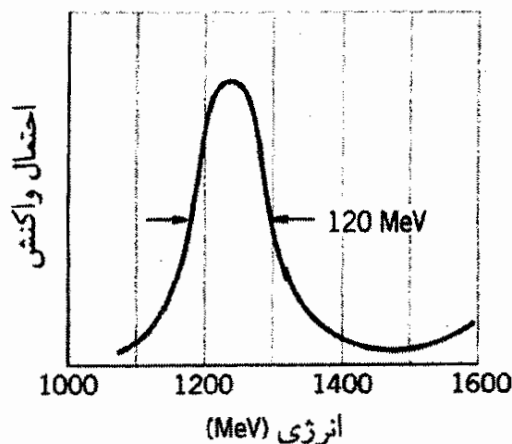
۱۳. فرض کنید سرعت یک موج پیشرونده  $v$  باشد (که  $v = \lambda \nu$ ). به جای اندازه گیری امواج در یک مسافت  $\Delta x$ ، در یک مکان می مانیم و تعداد قله های موج را می شمیریم که در زمان  $\Delta t$  عبور می کنند. نشان دهید معادله ۴-۵ با معادله ۴-۴ برای این حالت هم ارز است.

۱۴. سرعت الکترونی را با عدم قطعیت  $10^4 \text{ m/s} \times 2^\circ$  اندازه می گیرند. ابعاد کوچکترین ناحیه فضا که الکترون را در آن می توان محدود کرد، چقدر است؟

۱۵. الکترونی در ناحیه ای از فضا به ابعاد اتم ( $1 \text{ nm}$ ) محدود شده است. (الف) عدم قطعیت در تکانه این الکترون چیست؟ (ب) انرژی جنبشی یک الکترون با تکانه  $\Delta p$  چیست؟ آیا این تکانه مقدار معقولی برای انرژی جنبشی یک الکترون در یک اتم به دست می دهد؟

۱۶. ذره  $\Sigma^*$  دارای انرژی سکون  $1385 \text{ MeV}$  و طول عمر  $10^{-23} \text{ s}$  است. گستره معمول نتیجه اندازه گیریهای انرژی سکون  $\Sigma^*$  کدام است؟

۱۷. یک مزون پی (پیون) و یک پروتون می توانند برای لحظه ای به هم بپیوندند و یک ذره  $\Delta$  تشکیل دهند. اندازه گیری انرژی سیستم  $\pi p$  (شکل ۴-۲۶) قله ای را در  $1236 \text{ MeV}$ ، متناظر با



شکل ۴-۲۶ مسئله ۱۷.

انرژی سکون ذره  $\Delta$ ، و پخش شدگی تجربی  $120 \text{ MeV}$ ، نشان می‌دهد. طول عمر  $\Delta$  چقدر است؟  
 ۱۸. هسته‌ای یک پرتوگاما به انرژی  $10 \text{ MeV}$  از حالتی به طول عمر  $12 \text{ ns}$  گسیل می‌کند. (الف) عدم قطعیت در انرژی پرتوگاما چیست؟ (ب) این کمیت با دقت تجربی بهترین آشکارسازهایی پرتوگاما که از مرتبه چند  $\text{eV}$  است، چه رابطه‌ای دارد؟ آیا می‌شود این عدم قطعیت را مستقیماً اندازه گرفت؟

۱۹. یک هسته هلیوم به جرم  $5u$  از حالت سکون به یک هسته هلیوم معمولی (به جرم  $4u$ ) و یک نوترون (به جرم  $1u$ ) شکافته می‌شود. انرژی سکون آزاد شده در این تلاشی  $89 \text{ MeV}$  است، که بین محصولات (نه به تساوی) تقسیم می‌شود. (الف) بایره‌گیری از پایستگی تکانه، انرژی جنبشی نوترون را بیابید. (ب) طول عمر هسته اولیه  $10^{-21} \text{ s}$  است. با توجه به اصل عدم قطعیت چه گستره‌ای از انرژی جنبشی را باید در آزمایشگاه اندازه‌گیری کنیم؟

۲۰. ذرات آلفا، در فرایندهای واپاشی هسته‌ای با انرژیهای حدود  $5 \text{ MeV}$  گسیل می‌شوند. در مقایسه با مثال  $4-7$ ، بگویید آیا ذره آلفا می‌تواند در داخل هسته وجود داشته باشد یا خیر.

۲۱. در یک فلز، الکترونها رسانش به هیچ اتمی متصل نیستند، بلکه نسبتاً آزادانه در سراسر فلز حرکت می‌کنند. یک تکه فلز مس به ابعاد  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  را در نظر بگیرید. (الف) عدم قطعیت در هر مؤلفه تکانه الکترون مقید در این فلز چیست؟ (ب) نتیجه محاسبه انرژی جنبشی نوعی یک الکترون در این فلز کدام است؟ (فرض کنید  $(\Delta p)^2 = [(\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2 + (\Delta p_z)^2]^{1/2}$ )  
 (ج) فرض کنید ظرفیت گرمایی مس  $24.5 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$  باشد. آیا تأثیر این حرکت بر انرژی داخلی مس در دمای اتاق مهم است؟ از این موضوع چه نتیجه‌ای می‌گیرید (مسئله ۲۳)؟

۲۲. گاهی پروتون یا نوترون می‌توانند با گسیل و سپس جذب مجدد مزون پی، به جرم  $135 \text{ MeV}/c^2$  پایستگی انرژی را "نقض" کنند. این تا هنگامی امکان‌پذیر است که مزون در محدوده زمان به اندازه کافی کوتاه  $\Delta t$  سازگار با اصل عدم قطعیت، مجدداً جذب شود. (الف) فرض کنید  $\Delta E \cdot p \rightarrow p + \pi$  چقدر پایستگی انرژی را نقض می‌کند؟ هرگونه انرژی جنبشی را نادیده بگیرید.  
 (ب) مزون پی چه مدت زمان  $\Delta t$  می‌تواند وجود داشته باشد؟ (ج) با فرض اینکه مزون پی با سرعتی خیلی نزدیک به سرعت نور حرکت کند، چقدر از پروتون می‌تواند دور شود؟ (این روش، که در فصل ۱۲ هم درباره آن بحث خواهیم کرد، برآوردی از برد نیروی هسته‌ای به ما می‌دهد، زیرا به نظر ما پروتونها و نوترونها در هسته با تبادل مزونهای پی کنار هم قرار می‌گیرند.)

۲۳. در یک بلور، فاصله اتمها  $L$  است؛ یعنی، هر اتم باید در داخل یک فاصله حداکثر  $L$  جایگزیده باشد. (الف) کمینه عدم قطعیت در تکانه اتمهای جامدی، که  $20 \text{ nm}$  از هم فاصله دارند، چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی نمونه‌ای از اتم به جرم  $65u$  چقدر است؟ (ج) یک مجموعه از این

اتمها چه سهمی در انرژی داخلی یک جامد نوعی، مانند مس، دارند؟ آیا این تأثیر در دمای اتاق چشمگیر است (مسئله ۲۱)؟

۲۴. از یک دستگاه برای تهیه یک باریکه اتمی از طریق گرم کردن مجموعه‌ای از اتمها تا دمای  $T$  و خروج این باریکه از حفره‌ای به قطر  $d$  در یک طرف کوره، استفاده می‌شود. سپس این باریکه مسیر مستقیمی به طول  $L$  را طی می‌کند. نشان دهید قطر این باریکه در پایان مسیر به مقداری از مرتبه  $Lh/d\sqrt{3mkT}$  ( $m$  جرم اتم)، از  $d$  بزرگتر می‌شود. محاسبه‌ای عددی را برای مقادیر نوعی  $m = 7u$ ،  $T = 1500\text{K}$ ،  $L = 2\text{m}$ ،  $d = 3\text{mm}$ ، انجام دهید.

۲۵. عملیات مثلثاتی لازم برای رسیدن به معادله ۴-۱۳ انجام دهید.

۲۶. امواج صوتی با سرعت  $330\text{m/s}$  در هوا حرکت می‌کنند. تداوم صدای سوتی به بسامد حدود  $1\text{kHz}$  برابر  $2\text{s}$  است. (الف) این "قطار موج" معرف صدا در چه فاصله‌ای گسترش یافته است؟ (ب) طول موج این صوت چقدر است؟ (ج) دقتی را که با آن یک ناظر می‌تواند طول موج را اندازه‌گیری کند برآورد کنید. (د) دقتی را برآورد کنید که یک ناظر می‌تواند با آن این بسامد را اندازه‌گیری کند.

۲۷. سنگی به داخل آب انداخته شده و در نقطه برخورد سنگ با آب یک آشفتگی با تداوم  $4\text{s}$  پدید آمده است. سرعت موج  $25\text{cm/s}$  است. (الف) گروه امواج تا چه فاصله‌ای بر سطح آب امتداد می‌یابد؟ (ب) ناظری ۱۲ قله موج را در این گروه می‌شمارد. دقت در تعیین طول موج را برآورد کنید.

۲۸. نشان دهید که داده‌های شکل ۴-۲۱ با معادله ۴-۱۳ سازگارند، یعنی، با استفاده از  $\lambda_1 = 1$  و  $\lambda_2 = 10/9$ ،  $v_1 = 3$  و  $v_2 = 2.5$  نشان دهید که  $v_{\text{گروه}} = 7.5$ .

۲۹. (الف) با استفاده از توزیع عددهای موج با دامنه ثابت در گستره  $\Delta k$  حول  $k_0$ :

$$A(k) = A \quad k_0 - \frac{\Delta k}{2} \leq k \leq k_0 + \frac{\Delta k}{2}$$

= ۰ سایر مقادیر

معادله ۴-۱۶ را از معادله ۴-۱۵ به دست آورید. (ب) برای پهنای بسته موج،  $\Delta x$ ، مقدار مناسبی اختیار کنید، و نشان دهید که  $\Delta x \Delta k \sim 1$ .

۳۰. با بهره‌گیری از توزیع عددهای موج،  $A(k) = e^{-(k-k_0)^2/2(\Delta k)^2}$  به ازای  $k = -\infty$  تا  $k = +\infty$ ، معادله ۴-۱۷ را به دست آورید. از هرگونه ثابت ضربی در  $y(x)$  چشم‌پوشید.

۳۱. (الف) نشان دهید که بین سرعت گروه رابطه زیر برقرار است:

$$v_{\text{گروه}} = v_{\text{فاز}} - \lambda \frac{dv_{\text{فاز}}}{d\lambda}$$

- (ب) وقتی نور سفید از شیشه می‌گذرد، سرعت فاز هر طول موج آن تابع طول موج است. (این منشأ پاشندگی و تجزیه نور سفید به رنگهای تشکیل‌دهنده آن است؛ طول موجهای مختلف با سرعتهای مختلف حرکت می‌کنند و ضریب شکست آنها هم متفاوت است.) فاز  $v$  چه ارتباطی با  $\lambda$  دارد؟ آیا  $dv_{\text{فاز}}/d\lambda$  مثبت است یا منفی؟ به این ترتیب، آیا  $v_{\text{فاز}} < v_{\text{گروه}}$  یا  $v_{\text{فاز}} > v_{\text{گروه}}$ ؟
۳۲. برخی امواج سطحی در شاره با سرعت فاز  $\sqrt{b/\lambda}$  حرکت می‌کنند، که  $b$  مقداری است ثابت. سرعت گروه بسته‌ای از امواج را، برحسب سرعت فاز، بیابید.
۳۳. با محاسبه‌ای شبیه به محاسبه معادله ۴-۲۱، نشان دهید رابطه  $dE/dp = v$  معتبر می‌ماند، که  $E$  نمایانگر انرژی جنبشی نسبی ذره است.



## معادله شرودینگر

رفتار آتی ذره در وضعیت کلاسیک (نانبیتی، ناکوانتومی) را می‌توان با استفاده از قانونهای نیوتون با قطعیتی مطلق پیش‌بینی کرد. اگر نیروی معلوم  $\mathbf{F}$  (که وابسته به انرژی پتانسیل  $U$  است) بر ذره‌ای وارد شود که در ابتدا در  $\mathbf{r}_0$  است و با سرعت  $\mathbf{v}_0$  حرکت می‌کند، می‌توانیم با انجام عملیات ریاضی لازم برای حل قانون دوم نیوتون،  $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$  (معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم) مکان،  $\mathbf{r}(t)$  و سرعت،  $\mathbf{v}(t)$ ، ذره را در همه زمانهای آینده  $t$ ، پیدا کنیم. این محاسبات ریاضی ممکن است دشوار باشند، و در واقع حل این معادله‌ها در شکل بسته (که در این حالت به کمک کامپیوتر جوابی تقریبی را می‌توان به دست آورد) ناممکن است. اینها فقط مشکلات ریاضی‌اند، و فیزیک مسئله از نوشتن معادله اصلی  $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$  و تفسیر جوابهای آن، یعنی  $\mathbf{r}(t)$  و  $\mathbf{v}(t)$  تشکیل شده است. مثلاً پس از آنکه این معادله‌ها حل شدند، می‌توان نشان داد که ماهواره یا سیاره‌ای که تحت تأثیر نیروی گرانشی  $1/r^2$  حرکت می‌کند، دقیقاً مسیری بیضوی را می‌پیماید. به همین نحو، می‌توان با بهره‌گیری از معادله‌های ماکسول (مجموعه‌ای از معادله‌های دیفرانسیل مرتبه اول) میدانهای الکتریکی و مغناطیسی وابسته به هر توزیع بار و جریان را به دست آورد. مانند مورد قانونهای نیوتون، فیزیک این مسئله نیز عبارت است از نوشتن معادله‌های اولیه و تفسیر و تعبیر جواب آن.

در فیزیک کوانتومی نانبیتی، معادله اصلی که باید حل شود یک معادله دیفرانسیل مرتبه

دوم به نام معادله شرودینگر است. معادله شرودینگر، مانند قانونهای نیوتون، باید برحسب نیروی معینی نوشته شود که بر ذره وارد می‌شود (هرچند که کار با انرژی پتانسیل راحت‌تر از نیروست). معادله شرودینگر، برخلاف قانونهای نیوتون، مسیر حرکت را نمی‌دهد؛ در عوض، جواب آن تابع موج ذره را به دست می‌دهد، که حاوی اطلاعات درباره رفتار موج‌گونه ذره است. در این فصل با معادله شرودینگر آشنا می‌شویم، برخی از جوابهای آن را به‌ازای بعضی انرژیهای پتانسیل به دست می‌آوریم، و می‌آموزیم چگونه این جوابها را تفسیر کنیم.

## ۱-۵ توجیه معادله شرودینگر

نه قانونهای نیوتون، نه معادله‌های ماکسول، و نه معادله شرودینگر، هیچکدام را نمی‌توان از اصول اساسی به دست آورد. در عوض، آنها را می‌توان معادله‌هایی در نظر گرفت که برای سازگاری با نتایج آزمایشی و نظری قبلی و برای توجیه برخی اصول تقارن و قوانین پایستگی نوشته شده‌اند. در این بخش، این روال را برای بررسی و مطالعه معادله شرودینگر در پیش می‌گیریم که معادله بنیادی برای محاسبه رفتار موجی ذرات نانسبیتی است.

اکنون خود را به جای اروین شرودینگر در سال ۱۹۲۶ می‌گذاریم. در نبود شواهد تجربی که راهنمای بسط معادله‌ای بنیادی برای تشریح رفتار کوانتومی باشد، ابتدا ویژگیهایی را برمی‌شمیریم که این معادله باید داشته باشد.

۱. در این معادله اصل پایستگی انرژی باید صادق باشد. در حالی که میل داریم بخش بزرگی



اروین شرودینگر (۱۸۸۷-۱۹۶۱ اتریش). گرچه وی با تفسیر احتمالاتی که بعداً در مورد کار او به‌کار رفت، موافق نبود، اما نظریه ریاضی مکانیک موجی را توسعه داد که برای نخستین بار امکان محاسبه رفتار موجی دستگاههای فیزیکی را فراهم ساخت.

از چارچوب فیزیک کلاسیک را قربانی کنیم، پایستگی انرژی یکی از اصولی که انتظار داریم کماکان معتبر بماند. در این صورت می‌گیریم:

$$K + U = E \quad (۱-۵)$$

که در آن  $K$ ،  $U$ ، و  $E$ ، به ترتیب، انرژی جنبشی، پتانسیل و کل هستند. چون در جستجوی معادله‌ای هستیم که ذرات ناسبیتی را توصیف کند، می‌گیریم  $K = \frac{1}{2}mv^2 = p^2/2m$ . همچنین،  $E$  مجموع انرژیهای جنبشی و پتانسیل را بیان می‌کند، نه انرژی کل نسبیتی را.

۲. این معادله، هر شکلی که داشته باشد، باید با فرض دوبروی سازگار باشد؛ اگر محاسبه ریاضی را برای ذره آزادی به تکانه  $p$  انجام دهیم، باید به موجی با طول موج  $\lambda = h/p$  به دست آوریم. با استفاده از معادله ۴-۵،  $p = \hbar k$ ، انرژی جنبشی وابسته به موج دوبروی ذره آزاد را به صورت  $K = \hbar^2 k^2 / 2m$  می‌یابیم.

۳. این معادله، به لحاظ ریاضی، باید "خوش رفتار" باشد. مثلاً، جوابی که اطلاعاتی درباره مکان یا حالت حرکت ذره می‌دهد، باید پیوسته باشد؛ مثلاً، باید شگفت‌زده شویم اگر ذره ناگهان در نقطه‌ای از فضا ناپدید و در نقطه‌ای دیگر مجدداً پدیدار شود. این جواب باید تک مقدار هم باشد؛ برای وجود ذره در مکان خاصی در یک زمان خاص، فقط باید یک احتمال وجود داشته باشد. این جواب باید خطی نیز باشد، به طوری که امواج دوبروی باید ویژگی مهم برهم نهی را که برای امواج انتظار داریم، داشته باشد.

با کار در جهت عکس، کار را با یکی از جوابهای این معادله که دنبالش هستیم، یعنی جواب مربوط به موج دوبروی ذره آزاد شروع می‌کنیم. از فیزیک کلاسیک چیزهایی درباره شکل ریاضی موج می‌دانیم. مثلاً، امواج روی یک تار کشیده به شکل  $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ ، و امواج الکترومغناطیسی دارای شکل مشابه  $\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{E} \cdot \sin(kx - \omega t)$  و  $\mathbf{B}(x, t) = \mathbf{B} \cdot \sin(kx - \omega t)$  هستند. بنابراین فرض می‌کنیم که موج دوبروی ذره آزاد، که آن را با  $\psi(x, t)$  نمایش می‌دهیم، به شکل کلی  $\Psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$  است، که نمایانگر موجی به دامنه  $A$  است که در جهت مثبت  $x$  حرکت می‌کند. طول موج و بسامد این موج، به ترتیب، عبارت‌اند از  $\lambda = 2\pi/k$  و  $\nu = \omega/2\pi$ . برای ساده‌سازی مسئله، وابستگی زمانی را نادیده می‌گیریم و فقط به تصویری از موج در یک زمان مشخص، مثلاً  $t = 0$ ، می‌پردازیم.  $\Psi(x, t = 0)$  را به صورت  $\psi(x)$  تعریف می‌کنیم، داریم

$$\psi(x) = A \sin kx \quad (۲-۵)$$

فعالاً در جستجوی شکل مستقل از زمان معادله شرودینگر هستیم. (بعداً، در همین فصل، وابستگی زمانی را هم بررسی خواهیم کرد.) در این معادله باید انرژی  $U$  دخیل باشد. اگر  $U$  با توان یک در این معادله ظاهر شود، در این صورت (برای برقرار بودن سازگاری ابعادی و پایستگی انرژی) انرژی جنبشی،  $K$ ، نیز باید با توان یک ظاهر شود. با بهره‌گیری از نتیجه قبلی،  $K = \hbar^2 k^2 / 2m$ ، می‌توانیم یک جمله برحسب  $k^2$  را از معادله ۳-۵ با دوبرابر مشتق گرفتن برحسب  $x$ ، به‌دست آوریم:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -k^2 A \sin kx = -k^2 \psi = -\frac{2m}{\hbar^2} K \psi = -\frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi$$

یا

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U \psi = E \psi \quad (3-5)$$

معادله ۳-۵ یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم است که آن را طوری نوشته‌ایم که دارای ویژگیهای زیر باشد: (۱) با پایستگی انرژی سازگار است؛ (۲) خطی و تک مقدار است؛ (۳) یک جواب ذره آزاد ( $U = 0$ ) می‌دهد که با یک تک موج دوبروی سازگار است. معادله‌های دیگر را با این ویژگیها می‌توان نوشت، اما فقط معادله ۳-۵ از آزمون مهم سازگاری با نتایج تجربی در موارد متعدد فیزیکی سربلند بیرون می‌آید. معادله ۳-۵ معادله شرودینگر مستقل از زمان در یک بعد است. هرچند مشخصات کامل یک موج باید شامل مختصه زمان باشد و موقعیتهای فیزیکی حقیقی، عموماً سه بعدی هستند، اما با مطالعه و بررسی جوابهای معادله ۳-۵ می‌توانیم چیزهای زیادی درباره ریاضیات و فیزیک مکانیک کوانتومی فراگیریم. شمول وابستگی زمانی این معادله و تعمیم آن به سه بعد را، در صفحات بعدی همین فصل بررسی خواهیم کرد.

## ۲-۵ روش کار شرودینگر

روشهای حل معادله ۳-۵، بدون توجه به شکل انرژی پتانسیل  $U$  (که اغلب تابع  $x$  است)، تا حد زیادی باهم شبیه‌اند، به طوری که می‌توانیم فهرستی از مراحل به‌دست آوردن جوابها تهیه کنیم. فرض می‌کنیم که انرژی پتانسیل  $U(x)$  را می‌دانیم، و می‌خواهیم تابع موج  $\psi(x)$  و انرژی  $E$  مربوط به آن انرژی پتانسیل را به‌دست آوریم. این عمل مثالی کلی نوعی مسئله به نام مسئله ویژه مقدار است؛ پی می‌بریم که دستیابی به جوابهای معادله فقط به‌ارای مقادیر خاص  $E$ ، که به آنها ویژه مقادیر انرژی می‌گویند، امکان‌پذیر است.

۱. ابتدا معادله ۳-۵ را با  $U(x)$  مناسب می‌نویسیم. توجه کنید که اگر انرژی پتانسیل به‌طور ناپیوسته تغییر کند [ $U(x)$  می‌تواند ناپیوسته باشد؛ اما  $\psi(x)$  نمی‌تواند]، ممکن است به نوشتن

معادله‌های مختلفی برای نواحی مختلف فضا نیاز پیدا کنیم. مثالهایی از این دست در بخش ۴-۵ ارائه می‌شوند.

۲. بابت‌گیری از روشهای کلی ریاضی، مناسب با شکل معادله، تابع ریاضی  $\psi(x)$  را بیابید که یکی از جوابهای این معادله دیفرانسیل باشد. چون هیچ روش خاصی از این نوع برای حل معادله‌های دیفرانسیل وجود ندارد، مثالها را بررسی می‌کنیم تا چگونگی یافتن جوابها را بیاموزیم.

۳. به‌طور کلی، ممکن است چند جواب به‌دست آید. با اعمال شرایط مرزی، بعضی از این جوابها ممکن است حذف شوند و می‌توان بعضی ثابتهای اختیاری را تعیین کرد. این کاربرد شرایط مرزی است که ویژه مقدارهای انرژی را برمی‌گزیند.

۴. اگر در جستجوی جوابهای پتانسیلی هستید که به‌صورت ناپیوسته تغییر می‌کند، باید شرایط پیوستگی را بر  $\psi$  (و معمولاً بر  $d\psi/dx$ ) در مرز بین نواحی مختلف، اعمال کنید.

۵. ثابتهای تعیین نشده، مانند  $A$  را در معادله ۲-۵ برآورد کنید. روش این کار در بخش زیر بررسی شده است.

اکنون مثالی را از فیزیک کلاسیک در نظر می‌گیریم که نیازمند بسیاری از روشهای حل مسئله است که در مورد مسائل فیزیک کوانتومی به‌کار می‌بریم. شرط پیوستگی در مرز بین دو ناحیه شرطی است که باید اغلب در مسائل کلاسیک به‌کار رود. برای توضیح مطلب، مسئله کلاسیک زیر را بررسی می‌کنیم.

### مثال ۱-۵

جرم  $m$  از ارتفاع  $H$  بالای یک مخزن آب از حالت سکون پایین انداخته می‌شود. بر این جرم در حین ورود به آب نیروی شناوری  $B$ ، بزرگتر از آن، وارد می‌شود. (نیروی چسبندگی را که از طرف آب وارد می‌شود، نادیده می‌گیریم.) جابه‌جایی و سرعت این جسم را از زمانی که رها می‌شود تا وقتی به سطح آب می‌رسد، بیابید.

حل: دستگاه مختصاتی اختیار می‌کنیم که در آن  $y$  به سوی بالا مثبت، و  $y = 0$  در سطح آب باشد. در مدتی که این جسم در حال سقوط آزاد است، فقط نیروی گرانی بر آن وارد می‌شود. پس در ناحیه ۱ (بالای سطح آب) بنا به قانون دوم نیوتون:

$$-mg = m \frac{d^2 y_1}{dt^2}$$

که جوابهای آن به این قرارند:

$$v_1(t) = v_0 - gt$$

$$y_1(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

که در آن  $v_0$  و  $y_0$  سرعت اولیه و ارتفاع در  $t = 0$  هستند.

وقتی این جسم وارد آب می شود (ناحیه ۲). نیرو به صورت  $B - mg$  در می آید، از این رو

قانون دوم نیوتون چنین می شود:

$$B - mg = m \frac{d^2 y_2}{dt^2}$$

که جوابهای آن عبارت اند از:

$$v_2(t) = c_1 + \left( \frac{B}{m} - g \right) t$$

$$y_2(t) = c_2 + c_1 t + \frac{1}{2} \left( \frac{B}{m} - g \right) t^2$$

این جوابها چهار ضریب نامعلوم،  $y_0$ ،  $v_0$ ،  $c_1$  و  $c_2$  دارند. دو ثابت اول را می توان با اعمال شرایط اولیه به دست آورد؛ در  $t = 0$  (لحظه رهاشدن جسم)  $y_0 = H$  و  $v_0 = 0$  زیرا جسم از حالت سکون فرو می افتد. پس، جوابها در ناحیه ۱ عبارت اند از:

$$v_1(t) = -gt$$

$$y_1(t) = H - \frac{1}{2}gt^2$$

گام بعدی اعمال شرایط مرزی در سطح آب برای تعیین  $c_1$  و  $c_2$  است. فرض کنید  $t_1$  زمانی است که جسم وارد آب می شود. شرایط مرزی ایجاب می کند که  $v$  و  $y$  در مرز بین هوا و آب پیوسته باشد:

$$y_1(t_1) = y_2(t_1)$$

و

$$v_1(t_1) = v_2(t_1)$$

بنابه شرط اول، جسم در یک لحظه ناپدید، و در لحظه بعد در نقطه دیگر در فضا پدیدار نمی شود. شرط دوم با این نیاز که سرعت در سطح آب به صورت هموار تغییر کند هم ارز است. [اگر چنین نبود،

در این صورت حتی با  $\Delta t \rightarrow 0$  داشتیم  $v_1(t_1 - \Delta t) \neq v_2(t_1 + \Delta t)$  و شتاب نامتناهی می شد. [ برای به کارگیری شرایط مرزی، ابتدا باید  $t_1$  را بیابیم، که زمانی است که در آن  $y_1$  صفر می شود.

$$y_1(t_1) = H - \frac{1}{2}gt_1^2 = 0$$

پس،

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

می توانیم سرعتی،  $v_1(t_1)$  را بیابیم که جسم با آن وارد آب می شود:

$$v_1(t_1) = -gt_1 = -g\sqrt{\frac{2H}{g}} = -\sqrt{2gH}$$

پس از شرایط مرزی به دست می آوریم:

$$y_2(t_1) = c_2 + c_1\sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{1}{2}\left(\frac{B}{m} - g\right)\left(\frac{2H}{g}\right) = 0$$

و

$$v_2(t_1) = c_1 + \left(\frac{B}{m} - g\right)\sqrt{\frac{2H}{g}} = -\sqrt{2gH}$$

این دو معادله را می توان به طور همزمان برای  $c_1$  و  $c_2$  حل کرد، که می دهد:  $c_1 = -(B/m)\sqrt{2H/g}$  و  $c_2 = H(1 + B/mg)$ . پس جوابهای کامل در ناحیه ۲ عبارت اند:

$$v_2(t) = -\frac{B}{m}\sqrt{\frac{2H}{g}} + \left(\frac{B}{m} - g\right)t$$

$$y_2(t) = H + \frac{HB}{mg} - \frac{B}{m}\sqrt{\frac{2H}{g}}t + \frac{1}{2}\left(\frac{B}{m} - g\right)t^2$$

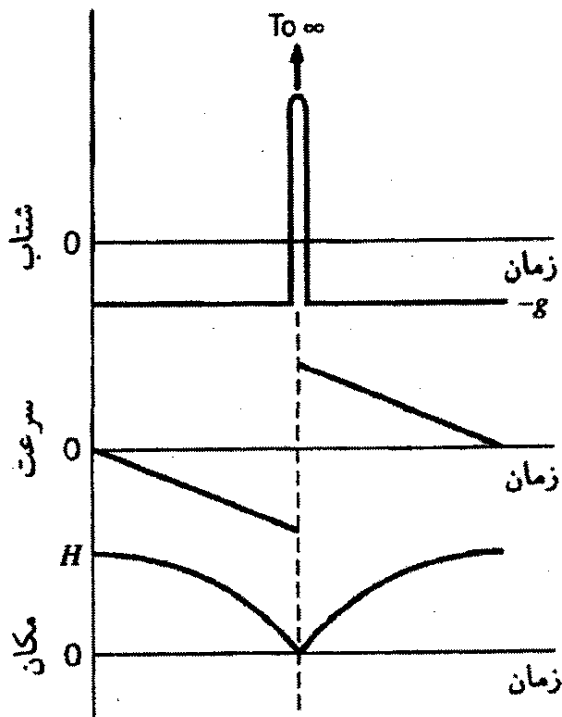
این معادله ها بر حسب  $v_1$ ،  $y_1$ ،  $v_2$  و  $y_2$  رفتار جسم را از  $t = 0$  تا رسیدنش به سطح آب به دست می دهند.

می توانیم این نتایج را برای محاسبه سایر خواص حرکت به کار گیریم؛ مثلاً می توانیم حداکثر

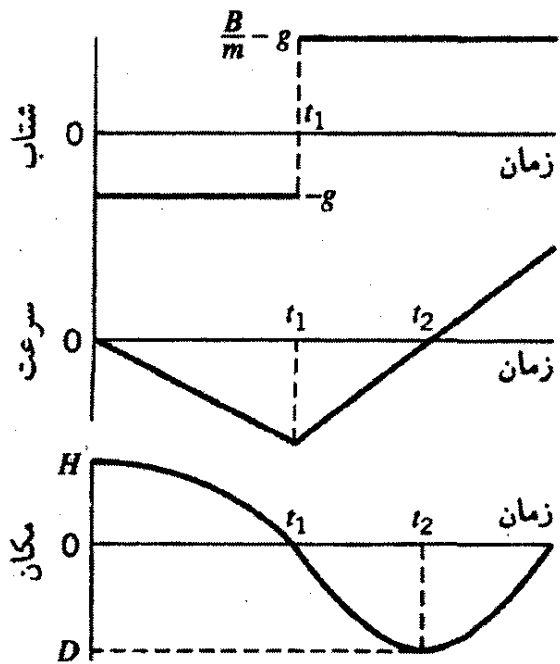
عمقی را بیابیم که جسم به آن می رسد، که به ازای  $v_2 = 0$  به دست می آید. اگر فرض کنیم  $t_2$  زمان روی دادن این واقعه است، پس

$$v_2(t_2) = -\frac{B}{m}\sqrt{\frac{2H}{g}} + \left(\frac{B}{m} - g\right)t_2 = 0$$

$$t_2 = \frac{B}{B - mg}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$



شکل ۲-۵ شتاب، سرعت، و مکان جرمی که به طور کشسان از یک سطح سخت برمی‌گردد. یک شتاب نامتناهی در مدتی بینهایت کوتاه اعمال می‌شود. سرعت ناپیوسته است (به طور لحظه‌ای از  $-v$  تا  $+v$  تغییر می‌کند). اما مکان پیوسته است.



شکل ۱-۵ شتاب، سرعت، مکان جرم، که در مثال ۱ تشریح شد. توجه کنید که شتاب ناپیوسته است، اما سرعت و مکان پیوسته‌اند.

در این لحظه  $t_2$  عمق،  $D$ ، درست همان مقدار  $y_2$  است:

$$D = y_2(t_2) = \left( H + \frac{HB}{mg} \right) - \frac{B}{m} \sqrt{\frac{2H}{g}} t_2 + \frac{1}{2} \left( \frac{B}{m} - g \right) t_2^2$$

$$= -\frac{mgH}{B - mg}$$

به طور خلاصه، در این مثال با به‌کارگیری معادله‌های حرکت یک جواب به‌دست آوردیم، ضرایب نامعلوم را با اعمال شرایط مرزی محاسبه کردیم، و از جواب حاصل برای محاسبه یکی از جنبه‌های رفتار آتی جسم (در این حالت، عمق بیشینه  $D$ ) بهره گرفتیم. همین روش اساسی را می‌توان برای مسائل فیزیک کوانتومی به‌کار برد.

رفتار این جسم در شکل ۱-۵ نشان داده شده است، که شتاب، سرعت، و مکان را برحسب زمان نشان می‌دهد. توجه کنید که هر دوی  $v(t)$  و  $y(t)$  همان طور که شرایط مرزیمان ایجاب می‌کند، پیوسته‌اند.

فرض کنید به‌جای آب سطح جامدی بگذاریم که جسم از آن (که صلب است) به‌صورت کشسان بگردد. در این صورت، در یک نمایش آرمانی، می‌توانیم این وضعیت را در شکل ۲-۵



تصویر کنیم. در این حالت جسم در لحظه تماس با سطح، تحت تأثیر نیروی نامتناهی قرار می‌گیرد، به گونه‌ای که سرعتش به صورت ناپیوسته، اما مکانش به طور پیوسته تغییر می‌کند. (باز هم چنان نیست که در جایی ناپدید و در جای دیگر پدیدار شود).

نتیجه گیری برای مسئله کلاسیک را می‌توانیم به صورت زیر خلاصه کنیم؛ عبارت معادل برای کاربردهای کوانتوم مکانیکی نیز در داخل آکولاد آورده شده است. وقتی یک جسم در مرز بین

دو ناحیه حرکت می‌کند که در آنجا در معرض  $\left\{ \begin{array}{l} \text{نیروهای} \\ \text{انرژیهای پتانسیل} \end{array} \right\}$  مختلف قرار می‌گیرد، رفتار

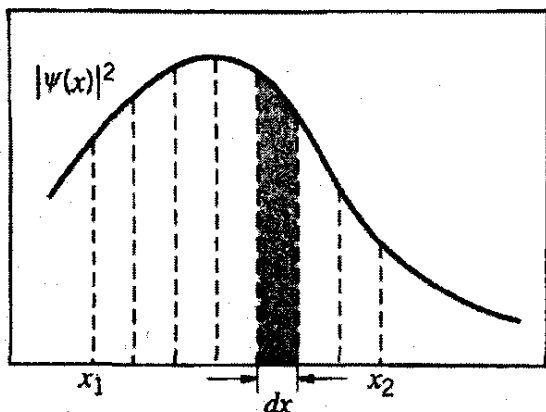
اساسی این جسم را می‌توان با استفاده  $\left\{ \begin{array}{l} \text{قانون دوم نیوتون} \\ \text{معادله شرودینگر} \end{array} \right\}$  یافت.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{مکان} \\ \text{تابع موج} \end{array} \right\}$  جسم همواره در

مرز پیوسته، و  $\left\{ \begin{array}{l} \text{سرعت} \\ \text{مشتق } d\psi/dt \end{array} \right\}$  نیز مادام که  $\left\{ \begin{array}{l} \text{نیرو} \\ \text{تغییر انرژی} \\ \text{پتانسیل} \end{array} \right\}$  متناهی بماند، پیوسته است.

درست مانند مورد فیزیک کلاسیک، هر مسئله ممکن است به روشهای مختلف نیاز داشته باشد، و از این رو تعیین یک روش کلی برای حل آن دشوار است. اما، مراحل ذکر شده در این بخش، جهت کلی جستجوی جواب را پیش پای شما می‌گذارند. بهترین راه فراگیری این روشها مطالعه مثالهای این فصل است. در اینجا روش کار ناقص است؛ ما درباره روشهای ریاضی برای یافتن جواب  $\psi(x)$  بحث کرده‌ایم، اما تفسیر جواب و کاربرد آن در وضعیتهای فیزیکی را بررسی نکرده‌ایم. درباره این موارد در بخش بعد صحبت خواهیم کرد.

## ۳-۵ احتمال و بهنجارش

گامهای باقیمانده در روش شرودینگر به تفسیر فیزیکی جواب معادله دیفرانسیل بستگی دارد. هدف اولیه، در حل معادله شرودینگر دستیابی به ویژگیهای موجی ذره است. این ویژگیها را تابع موج  $\psi(x)$  توصیف می‌کند. تابع  $\psi(x)$  موج را به مفهومی نشان می‌دهد که با آن آشناییم؛ این موج ممکن است از یک طول موج داشته باشد که با سرعت فاز معینی حرکت می‌کند و یا آمیزه‌ای از طول موجها (یک بسته موج) باشد که با سرعت گروه معینی به پیش می‌رود. تفسیر فیزیکی دامنه این موج به مراتب دشوارتر است. دامنه  $\psi(x)$  چه چیزی را نشان می‌دهد، و متغیر فیزیکی که موج می‌زند چیست؟ این کمیت بی‌شک جابه‌جایی از نوع موج آب و یا موج روی تار کشیده پیانو نیست؛ موج فشار از نوع صوت هم، نیست. بلکه نوع بسیار متفاوتی از موج است، که مجذور قدر مطلق دامنه آن احتمال یافتن ذره در محل معینی از فضا را می‌دهد.



شکل ۳-۵ احتمال کل یافتن ذره بین هر دو نقطه  $x_1$  و  $x_2$  با جمع کردن احتمالهای هر بازه  $dx$  تعیین می شود.

اگر  $P(x)$  را چگالی احتمال (احتمال بر واحد طول، در یک بعد) تعریف کنیم، در این صورت بنا به روش شرودینگر:

$$P(x)dx = |\psi(x)|^2 dx \quad (۴-۵)$$

در معادله ۴-۵،  $|\psi(x)|^2 dx$  احتمال یافتن ذره در فاصله  $dx$  (یعنی، بین  $x$  و  $x + dx$ ) را می دهد. توجه کنید که برای مثبت کردن احتمال در همه جا، باید از قدر مطلق استفاده کنیم. این تفسیر  $|\psi(x)|^2$  به ما کمک می کند تا شرط پیوستگی  $\psi(x)$  را درک کنیم. نباید بگذاریم که احتمال به طور ناپیوسته تغییر کند، بلکه، مانند هر موج خوش رفتار، احتمال تعیین محل ذره باید به طور یکنواخت و پیوسته تغییر کند.

اکنون این تفسیر  $\psi(x)$  به ما امکان می دهد تا روش کار شرودینگر را تکمیل کنیم و نشان دهیم که چگونه از تابع موج برای محاسبه کمیتهایی که می توانیم در آزمایشگاه اندازه بگیریم استفاده کنیم. مراحل ۱ تا ۵ در بخش پیش مطرح شدند؛ ادامه این روش به قرار زیر است:

۶. بازه بین دو نقطه  $x_1$  و  $x_2$  به یک رشته بازه های بینهایت کوچک به پهنای  $dx$  تقسیم می شود (شکل ۳-۵). احتمال کل یافتن ذره بین  $x_1$  و  $x_2$  عبارت است از مجموع تمام احتمالهای  $P(x)dx$  در هر بازه  $dx$ . این مجموع را می توان به صورت یک انتگرال بیان کرد:

$$\begin{aligned} \text{احتمال یافتن ذره بین } x_1 \text{ و } x_2 &= \int_{x_1}^{x_2} P(x)dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx \end{aligned} \quad (۵-۵)$$

۱. گاهی برای راحتی (با بی دقتی) می گوئیم که  $|\psi(x)|^2$  احتمال یافتن ذره در نقطه  $x$  را می دهد. اما، یک تک نقطه یک تجرید ریاضی بدون بعد فیزیکی است. احتمال یافتن یک ذره در یک نقطه صفر است، اما احتمال یافتن ذره در یک بازه غیر صفر است.

نتیجه منطقی این قاعده، یک احتمال  $100^\circ$  درصد برای یافتن ذره در جایی در امتداد محور  $x$  است، و از این رو

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1 \quad (6-5)$$

معادله ۶-۵ را شرط بهنجارش می‌گویند، که نشان می‌دهد ثابت  $A$  را که در مرحله ۵ روش کار در باره‌اش بحث کردیم، چطور پیدا کنیم. توجه کنید که ثابت  $A$  از جواب معادله دیفرانسیل به دست نمی‌آید؛ در واقع، مادام که معادله شرودینگر خطی است، اگر  $\psi(x)$  یکی از جوابهای آن باشد، هر ثابتی ضربدر  $\psi(x)$  هم جواب آن خواهد بود. تابع موجی که در آن ثابت ضربی دلخواهی مطابق معادله ۶-۵ تعیین شود بهنجار نام دارد؛ در غیر این صورت، نابهنجار است. فقط تابع موجی که به درستی بهنجار شده باشد می‌تواند برای محاسبات فیزیکی بامعنی به کار رود. اگر بهنجارش به درستی انجام شده باشد، معادله ۵-۵ همواره احتمالی را می‌دهد که بین  $0^\circ$  و  $1^\circ$  است.

۷. هر یک از جوابهای معادله شرودینگر را که به ازای آن  $|\psi(x)|^2$  نامتناهی شود باید کنار گذاشت؛ احتمال یافتن ذره در هر ناحیه، هرگز نمی‌تواند نامحدود باشد. عملاً با قراردادن ثابت ضربی یک جواب برابر با صفر آن را "کنار می‌گذاریم". مثلاً اگر جواب ریاضی معادله دیفرانسیل برای تمامی ناحیه  $x > 0^\circ$  عبارت  $\psi(x) = Ae^{kx} + Be^{-kx}$  را بدهد، در این صورت باید  $A = 0^\circ$  شود تا این جواب از لحاظ فیزیکی معنی‌دار باشد؛ در غیر این صورت  $|\psi(x)|^2$  با میل کردن  $x$  به بینهایت، نامتناهی خواهد شد. (اما، اگر این جواب فقط در بخش کوچکی از گستره  $x$ ، مثلاً  $0^\circ < x < L$ ، معتبر باشد، در این صورت نمی‌توانیم قرار دهیم  $A = 0^\circ$ ). اگر این جواب بخواهد در تمامی ناحیه  $x < 0^\circ$  معتبر باشد، پس باید قرار دهیم  $B = 0^\circ$ .

۸. چون دیگر نمی‌توانیم با قطعیت درباره مکان ذره صحبت کنیم، پس دیگر نمی‌توانیم نتیجه یک تک اندازه‌گیری هر کمیت فیزیکی را که به مکان آن وابسته باشد، تضمین کنیم. اما، اگر بتوانیم احتمال مربوط به هر مختصه را محاسبه کنیم، می‌توانیم نتیجه محتمل یک تک اندازه‌گیری یا (به طور معادل) میانگین نتیجه تعداد زیادی اندازه‌گیری را بیابیم. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم میانگین مکان یک ذره را با اندازه‌گیری مختصه  $x$  آن بیابیم. با انجام تعداد زیادی اندازه‌گیری، مقدار  $x_1$  را  $n_1$  بار،  $x_2$  را  $n_2$  بار، والی آخر می‌یابیم، و به طریق معمول می‌توانیم مقدار میانگین را به دست آوریم:

$$x_{\text{میانگین}} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots}{n_1 + n_2 + \dots} \quad (7-5)$$

$$= \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} \quad (8-5)$$

تعداد دفعات  $n_1$  که می‌توانیم هر  $x_1$  را اندازه‌بگیریم با احتمال  $P(x_i)dx$  برای یافتن ذره در بازه  $dx$  در  $x_i$  متناسب است. با قراردادن انتگرال به جای مجموع خواهیم داشت:

$$x_{\text{میانگین}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)x dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(x) dx} \quad (9-5)$$

و بنابراین

$$x_{\text{میانگین}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 x dx \quad (10-5)$$

که اگر تابع موج بهنجار شود می‌توان گام آخر را برداشت، زیرا مخرج معادله ۹-۵ در این صورت یک می‌شود.

با مقایسه، مقدار میانگین هر تابع  $x$  را می‌شود یافت:

$$[f(x)]_{\text{میانگین}} = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x)f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 f(x) dx \quad (11-5)$$

مقادیر میانگین محاسبه شده مطابق با معادله ۱۰-۵ یا ۱۱-۵ را مقادیر انتظاری می‌گویند.

## ۴-۵ کاربردها

### ذره آزاد

منظور از "ذره آزاد" ذره متحرکی است که در هیچ نقطه فضا نیرویی بر آن وارد نشود؛ یعنی  $F = 0$ ، و از این رو به‌ازای تمام مقادیر  $x$  مقدار  $U(x)$  ثابت است. می‌توانیم این ثابت را صفر بگیریم، زیرا انرژی پتانسیل فقط در محدوده یک ثابت اختیاری تعیین می‌شود.

این روش را با نوشتن معادله ۳-۵ با انرژی پتانسیل مناسب ( $U = 0$ )، به‌کار می‌گیریم:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = E\psi \quad (12-5)$$

یا

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -k^2 \psi \quad (13-5)$$

که

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (14-5)$$

با معادله ۵-۱۳ آشنایم؛ جواب این معادله، هرگاه  $k^2$  همیشه مثبت باشد، عبارت خواهد بود از:

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (۱۵-۵)$$

مقادیر مجاز انرژی را می‌توان از معادله ۵-۱۴ یافت:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (۱۶-۵)$$

چون جواب ما هیچ محدودیتی بر  $k$  اعمال نکرده است، پس انرژی می‌تواند هر مقداری را داشته باشد (به زبان فیزیک کوانتومی، می‌گوییم که انرژی کوانتیده نیست). توجه داریم که معادله ۵-۱۶ انرژی جنبشی ذره‌ای با تکانه  $p = \hbar k$  یا، هم‌ارز آن،  $p = h/\lambda$  است؛ بر پایه بحث بخش ۵-۱، این درست همان چیزی است که انتظارش را داریم، زیرا معادله شرودینگر را چنان نوشته‌ایم تا جواب آن برای ذره آزاد متناظر با یک تک موج دوبروی باشد.

حل این معادله برحسب  $A$  و  $B$  مشکلاتی را به وجود می‌آورد زیرا انتگرال بهنجارش، معادله ۵-۶، را نمی‌توان از  $-\infty$  تا  $+\infty$  برای این تابع موج محاسبه کرد. (اگر برهم‌نهی خطی چند موج سینوسی یا کسینوسی را، به همان شیوه‌ای که در بخش ۴-۴ انجام دادیم، در نظر می‌گرفتیم، این مشکلات بروز نمی‌کردند.) بنابراین نمی‌توانیم احتمالها را از تابع موج معادله ۵-۱۵ تعیین کنیم.

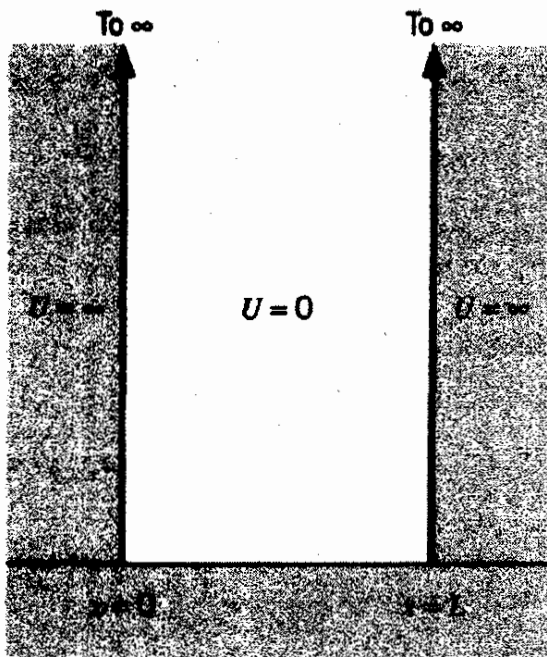
### ذره در جعبه (یک بعدی)

در این حالت ذره‌ای داریم که در "جعبه‌ای" یک بعدی به طول  $L$  حرکت می‌کند؛ این ذره به طور کامل در داخل "جعبه" به دام افتاده است. (مهره‌ای را در نظر بگیرید که بدون اصطکاک روی سیم کشیده‌ای بین دو دیواره صلب می‌لغزد و با این دو دیواره به طور کاملاً کشسان برخورد می‌کند.) این انرژی پتانسیل را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq L \\ \infty & x < 0, x > L \end{cases} \quad (۱۷-۵)$$

شکل ۵-۴ این انرژی پتانسیل، که به آن چاه انرژی پتانسیل نامتناهی می‌گویند، نشان می‌دهد. البته، مختاریم که برای  $U$  در ناحیه  $0 \leq x \leq L$  هر مقدار ثابتی را اختیار کنیم؛ برای راحتی آن را صفر می‌گیریم.

اکنون این روش را باید جداگانه در نواحی داخل و خارج جعبه به کار بگیریم. ناحیه خارجی را می‌توانیم به یکی از دو راه تحلیل کنیم. اگر معادله ۵-۳ را برای ناحیه خارج جعبه بررسی کنیم،



شکل ۴-۵ یک ذره آزادانه در ناحیه یک بعدی،  $0 \leq x \leq L$  حرکت می‌کند، اما از ورود آن به  $x < 0$  و  $x > L$  جلوگیری می‌شود.

پی می‌بریم که تنها راه اجتناب از بی‌معنی شدن این معادله به‌ازای  $U \rightarrow \infty$  این است که  $\psi = 0$  شود، به‌طوری که  $U\psi$  نامتناهی نشود. به عبارت دیگر، می‌توانیم به همان بیان اولیه مسئله برگردیم. اگر دیواره‌های جعبه کاملاً صلب باشند، ذره باید همواره در جعبه باشد، و احتمال یافتن آن در جای دیگر باید صفر شود. برای آنکه این احتمال را در همه جای خارج از دیواره صفر کنیم، باید در خارج از جعبه بگیریم  $\psi = 0$ ، به این ترتیب داریم

$$\psi(x) = 0 \quad x < 0, x > L \quad (18-5)$$

معادله شرودینگر به‌ازای  $0 \leq x \leq L$  وقتی  $U(x) = 0$ ، با معادله ۱۲-۵ مشابه است و همان جواب را هم دارد:

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (0 \leq x \leq L) \quad (19-5)$$

که در آن

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (20-5)$$

جواب ما کامل نیست، زیرا  $A$  یا  $B$  را محاسبه نکرده‌ایم، همین‌طور مقادیر مجاز انرژی،  $E$ ، را هم نیافته‌ایم. برای این کار، باید این شرط را که  $\psi(x)$  در دو سوی مرز پیوسته است، اعمال کنیم.

در این حالت، باید جوابهایمان به ازای  $x < 0$  و  $x > 0$  در  $x = 0$  جور باشند؛ به همین ترتیب، جوابها به ازای  $x > L$  و  $x < L$  نیز در  $x = L$  جور باشند. بگذارید از  $x = 0$  شروع کنیم. در  $x > 0$ ، دریافتیم که  $\psi = 0$ ، و از این رو باید  $\psi(x)$  از معادله ۱۹-۵ در  $x = 0$  برابر صفر قرار داده شود.

$$\psi(0) = A \sin 0 + B \cos 0 = 0$$

که می‌دهد:

$$B = 0 \quad (21-5)$$

چون به ازای  $x > L$  داریم  $\psi = 0$ ، باید داشته باشیم  $\psi(L) = 0$

$$\psi(L) = A \sin kL + B \cos kL = 0 \quad (22-5)$$

چون قبلاً یافته‌ایم  $B = 0$ ، اکنون باید داشته باشیم:

$$A \sin kL = 0 \quad (23-5)$$

یا اینکه  $A = 0$ ، که در این حالت در همه جا  $\psi = 0$ ، در همه جا  $\psi^2 = 0$ ، و هیچ ذره‌ای وجود ندارد (جواب بی‌معنی) یا اینکه  $\sin kL = 0$ ، که فقط وقتی صادق است که

$$kL = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

یا

$$kL = n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (24-5)$$

چون  $k = 2\pi/\lambda$ ، پس  $\lambda = 2L/n$ ؛ این مانند نتیجه‌ای است که در مکانیک مقدماتی برای طول موجهای امواج ایستاده در تار به طول  $L$ ، که هر دو سر آن ثابت است، به دست آمد. به این ترتیب جواب معادله شرودینگر برای ذره‌ای که در ناحیه‌ای خطی به طول  $L$  به دام افتاده، عبارت است از یک رشته امواج دوبروی ایستاده! همه طول موجها مجاز نیستند؛ فقط بعضی مقادیر، که از معادله ۲۴-۵ تعیین شده‌اند، وجود دارند.

از معادله ۲۰-۵ درمی‌یابیم که چون با توجه به معادله ۲۴-۵ فقط برخی مقادیر  $k$  مجازند، پس فقط بعضی مقادیر  $E$  می‌توانند موجود باشند؛ انرژی کوانتیده است! با حل معادله ۲۴-۵ به‌ازای  $k$  و قراردادن جواب در معادله ۲۰-۵، می‌رسیم به:

$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (25-5)$$

برای راحتی، می‌گیریم  $E_1 = \hbar^2 \pi^2 / 2mL^2$ ؛ این واحد انرژی را جرم ذره و طول جعبه تعیین می‌کند. در این صورت  $E_n = n^2 E_1$ ، و تنها انرژیهای مجاز ذره عبارت‌اند از  $E_1$ ،  $4E_1$ ،  $9E_1$ ،  $16E_1$ ، والی آخر. تمام مقادیر بینابین، مانند  $3E_1$  یا  $2E_1$ ، ممنوع‌اند. چون در این مورد انرژی صرفاً جنبشی است، نتیجه می‌گیریم که فقط سرعت‌های معینی برای ذره مجازند. این با مورد کلاسیک خیلی فرق می‌کند، که در آن مهره (که بدون اصطکاک در امتداد سیم می‌لغزد و با دیواره‌ها برخوردکشسان می‌کند) می‌تواند هر سرعت اولیه‌ای داشته باشد و با همان سرعت تا ابد هم حرکت کند، و جلو و عقب برود، در حالت کوانتومی، این ممکن نیست؛ فقط بعضی سرعت‌های اولیه به حالت‌های مستمر و ابدی حرکت می‌انجامد؛ این شرایط خاص را "حالت‌های مانا" می‌گویند. (این حالت‌ها از آن‌رو "مانا" هستند که وقتی وابستگی زمانی مانند بخش ۵-۶ برای تشکیل  $\Psi(x, t)$  وارد شود،  $|\Psi(x, t)|^2$  مستقل از زمان می‌شود. مقادیر میانگین محاسبه شده مطابق معادله ۱۱-۵ نیز به همین ترتیب با زمان تغییر نمی‌کنند. ذره‌ای که در ابتدا در یک حالت مانای ناب باشد، همواره در همان حالت باقی می‌ماند.) نتیجه اندازه‌گیری انرژی یک ذره در یک چاه انرژی پتانسیل باید یکی از انرژیهای حالت مانا باشد؛ هیچ نتیجه دیگری ممکن نیست.

جواب ما برای  $\psi(x)$  هنوز هم کامل نیست، زیرا هنوز هم ثابت  $A$  را تعیین نکرده‌ایم. برای انجام این کار، به شرط بهنجاری،  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi^2 dx = 1$ ، برمی‌گردیم که در معادله ۵-۶ داده شد. چون جز به‌ازای  $0 \leq x \leq L$  داریم  $\psi = 0$ ، انتگرال به استثنای داخل آن ناحیه صفر می‌شود، به گونه‌ای که

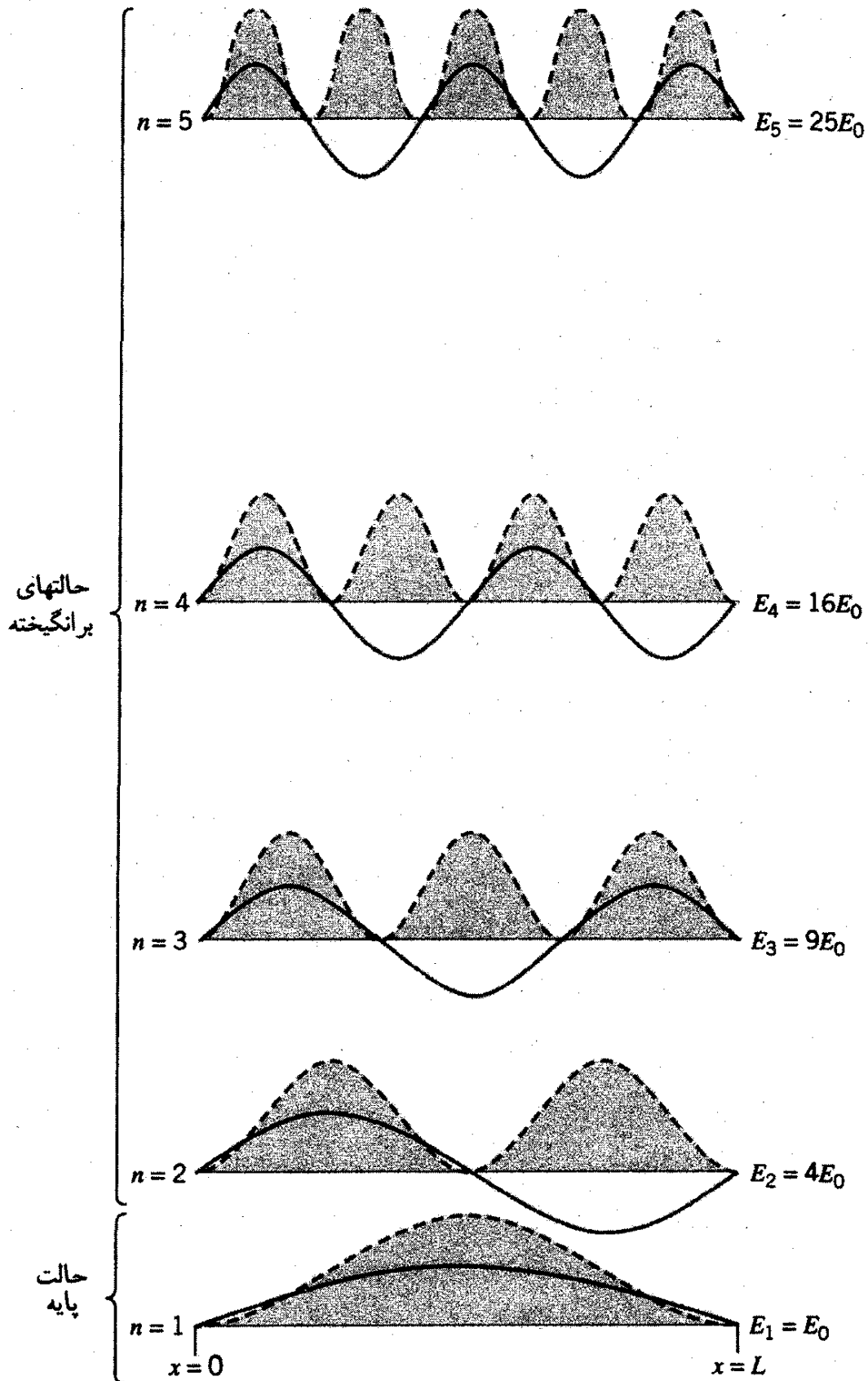
$$\int_0^L A^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx = 1 \quad (26-5)$$

که از آن  $A = \sqrt{2/L}$  را به‌دست می‌آوریم. پس، تابع موج کامل به‌ازای  $0 \leq x \leq L$  عبارت است از

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (27-5)$$

در شکل ۵-۵، ترازهای انرژی مجاز، تابعهای موج، و چگالیهای احتمال  $\psi^2$  برای چند تا از





شکل ۵-۵ ترازهای انرژی مجاز ذره در چاه نامتناهی یک بعدی. تابع موج برای هر تراز با خطوط پر نشان داده شده است، و نواحی سایه دار چگالی احتمالی برای هر تراز را می‌دهند.

پایینترین حالتها نشان داده شده است. پایینترین حالت انرژی را که برای آن  $n = 1$  است حالت پایه می‌گویند، و حالت های با انرژی بالاتر ( $n > 1$ ) را حالت های برانگیخته می‌نامند. اکنون نتایج محاسبه خود را تفسیر می‌کنیم. فرض کنید دره ای به انرژی  $E$  را با دقت در

داخل ناحیه خودمان ("سیم" مان) می‌گذاریم و سپس مکان آن را اندازه می‌گیریم. پس از چندین بار تکرار این اندازه‌گیری، توزیعی از نتایج را مشابه با  $\psi^2$  برای حالت  $n = 1$  می‌یابیم؛ احتمال در  $x = L/2$  از همه جا بیشتر است، و هرچه از مرکز دور می‌شویم به تدریج کاهش می‌یابد و در لبه‌ها به صفر می‌رسد. (اگر یک ذره کلاسیک و غیرکوانتومی را به کار می‌گرفتیم، انتظار می‌داشتیم در همه جای "جعبه"، احتمال یکسانی را بیابیم.) فرض کنید این اندازه‌گیری را تکرار کنیم، با این تفاوت که اکنون دستگاه را با دادن انرژی  $4E_1$  به ذره آماده کنیم. اندازه‌گیری مکان آن را تکرار می‌کنیم، و توزیعی از نتایج را مطابق با  $\psi^2$  به ازای  $n = 2$  می‌یابیم: بیشینه‌های احتمال در  $x = L/4$  و  $x = 3L/4$ ، و احتمال صفر در  $x = L/2$ ! ذره باید چنان حرکت کند که بتوان گاهی آن را در  $L/4$  و  $3L/4$  یافت بدون آنکه هیچگاه در  $L/2$  یافت شود! در اینجا یک نمایش نموداری از اختلاف بین فیزیک کلاسیک و کوانتومی داریم. ذره چگونه می‌تواند از  $L/4$  تا  $3L/4$  برود بدون آنکه از  $L/2$  بگذرد؟ مشکل ما در پاسخ دادن به این پرسش ناشی از تمایلمان در تفکر برحسب ذرات است، در حالی که فیزیک کوانتومی نگرش موجی را می‌طلبد. نخستین نت همساز یک تار مرتعش به طول  $L$  در مرکز آن یک گره دارد، و "اطلاعات" از چپ به راست و از راست به چپ، از مرکز می‌گذرد، اگرچه نقطه وسط حرکت نمی‌کند. وقتی از مکان صحبت می‌کنیم، منظورمان یک ذره است؛ وقتی درباره حرکت از  $L/4$  تا  $3L/4$  صحبت کنیم، سروکارمان با امواج است.

محاسبه احتمالات و مقادیر میانگین را به کمک مثالهای زیر توضیح خواهیم داد.

### مثال ۲-۵

الکترونی در یک ناحیه یک بعدی به طول  $1.0 \times 10^{-10} \text{ m}$  (قطر نوعی اتم) به دام افتاده است. (الف) برای برانگیختن الکترون از حالت پایه به نخستین حالت برانگیخته چقدر انرژی باید به آن بدهیم؟ (ب) در حالت پایه، احتمال یافتن الکترون در ناحیه  $0.90 \times 10^{-10} \text{ m}$  تا  $1.10 \times 10^{-10} \text{ m}$  چیست؟ (ج) در نخستین حالت برانگیخته، احتمال یافتن الکترون بین  $x = 0$  و  $x = 0.25 \times 10^{-10} \text{ m}$  چقدر است؟

حل: (الف)

$$E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} = \frac{(1.05 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})^2 (3.14)^2}{2(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.0 \times 10^{-10} \text{ m})^2} = 6.0 \times 10^{-18} \text{ J} \\ = 37 \text{ eV}$$

با  $E_2 = 4E_1$ ، اختلاف انرژی،  $\Delta E$ ، عبارت است از:

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_2 - E_1 = 4E_1 - E_1 = 3E_1 \\ &= 3(37\text{eV}) = 111\text{eV}\end{aligned}$$

(ب) با توجه به معادله ۵-۵،

$$\text{احتمال} = \int_{x_1}^{x_2} \psi^2 dx = \frac{2}{L} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2 \frac{\pi x}{L} dx = \left( \frac{x}{L} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi x}{L} \right) \Big|_{x_1}^{x_2}$$

با ارزیابی این عبارت به ازای  $x_1 = 0.90 \times 10^{-10} \text{m}$  و  $x_2 = 1.10 \times 10^{-10} \text{m}$ ، می‌رسیم به:

$$\text{احتمال} = 0.0038 = 0.38\%$$

(ج)

$$\begin{aligned}\text{احتمال} &= \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{2}{L} \right) \sin^2 \frac{2\pi x}{L} dx \\ &= \left( \frac{x}{L} - \frac{1}{4\pi} \sin \frac{4\pi x}{L} \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \\ &= 0.25\end{aligned}$$

(البته، این نتیجه همان چیزی است که با بررسی منحنی نمایش تغییرات  $\psi^2$  به ازای  $n = 2$  در شکل ۵-۵ انتظارش را داریم. بازه  $x = 0$  تا  $x = L/4$  حاوی ۲۵ درصد کل سطح زیر منحنی  $\psi^2$  است.)

### مثال ۳-۵

نشان دهید مقدار میانگین  $x$ ، بدون توجه به حالت کوانتومی، عبارت است از  $L/2$ .  
حل: از معادله ۵-۱ استفاده می‌کنیم؛ چون جز به ازای  $0 \leq x \leq L$  داریم  $\psi = 0$ ، پس  $0$  و  $L$  را به عنوان حدود انتگرال‌گیری به کار می‌گیریم:

$$x_{\text{میانگین}} = \frac{2}{L} \int_0^L \left( \sin^2 \frac{n\pi x}{L} \right) x dx$$

با انتگرال‌گیری جزء به جزء یا مراجعه به جدولهای انتگرال؛ نتیجه عبارت است از:

$$x_{\text{میانگین}} = \frac{L}{2}$$

توجه کنید که، همان طور که می‌خواستیم، این نتیجه مستقل از  $n$  است. به این ترتیب اندازه‌گیری میانگین مکان ذره هیچ اطلاعاتی دربارهٔ حالت کوانتومی آن نمی‌دهد. ■

### ذره در جعبهٔ (دو بعدی)

وقتی وضعیت قبلی را به دو و سه بعد تعمیم دهیم، جنبه‌های اساسی جواب تغییری نمی‌کنند، اما یک ویژگی مهم جدید نمایان می‌شود. در این بخش نشان می‌دهیم که این رویداد چطور رخ می‌دهد، زیرا این ویژگی جدید، به نام واگنی، در مطالعهٔ فیزیک اتمی بسیار مهم است.

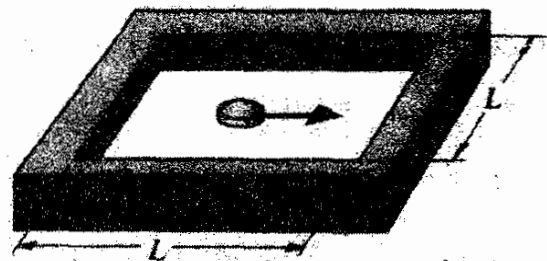
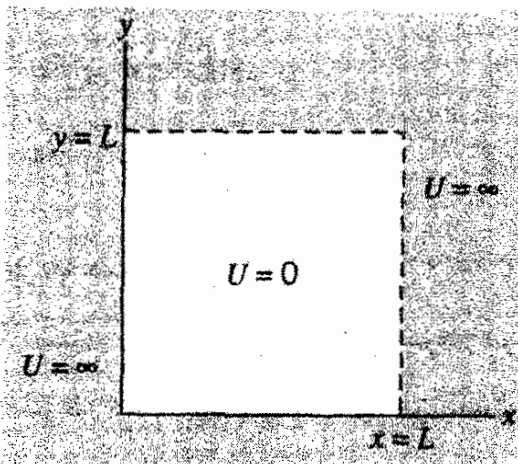
ابتدا، به معادلهٔ شرودینگری نیاز داریم که در بیش از یک بعد معتبر باشد؛ شکل قبلی این معادله، معادلهٔ ۳-۵، شکل یک بعدی بود. اگر انرژی پتانسیل تابعی از  $x$ ،  $y$  باشد، انتظار داریم که  $\psi$  نیز هم به  $x$  و هم به  $y$  وابسته باشد، پس باید به جای مشتقات نسبت به  $x$ ، مشتقات نسبت به  $x$  و  $y$  را قرار دهیم. پس، در دو بعد داریم:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, y)}{\partial y^2} \right) + U(x, y)\psi(x, y) = E\psi(x, y) \quad (28-5)$$

اکنون، "جعبه" دو بعدی را می‌توان چنین بیان کرد:

$$U(x, y) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq L; 0 \leq y \leq L \\ \infty & \text{به‌ازای بقیهٔ مقادیر } x, y \end{cases} \quad (29-5)$$

جرمی را در نظر بگیرید که بدون اصطکاک بر روی یک میز می‌لغزد و مطابق شکل ۶-۵، در



شکل ۶-۵ ذره‌ای آزادانه در ناحیهٔ دو بعدی  $0 \leq x \leq L$ ،  $0 \leq y \leq L$  حرکت می‌کند.

۱. دو جملهٔ اول طرف چپ این معادله مشتقات جزئی هستند؛ در توابع خوش رفتار، این مشتق‌گیری مستلزم مشتق گرفتن نسبت به یک متغیر است در حالی که متغیر دیگر ثابت نگه داشته می‌شود. به این ترتیب اگر  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ ، آنگاه  $\partial f / \partial x = 2x + y$  و  $\partial f / \partial y = 2y + x$ .

$x = 0, x = L, y = 0, y = L$  و به طور کشسان با دیواره‌های آن برخورد می‌کند. (برای سادگی، جعبه را مربعی فرض کرده‌ایم؛ می‌توانستیم آن را با قراردادن  $U = 0$  به ازای  $0 \leq x \leq a$  و  $0 \leq y \leq b$  مربع مستطیلی بگیریم.)

حل معادله‌های دیفرانسیل جزئی مستلزم به‌کارگیری روشی پیچیده‌تر است، و از این رو به جزئیات حل آن نمی‌پردازیم. مانند حالت قبل، فرض می‌کنیم که در خارج از جعبه  $\psi(x, y) = 0$ ، تا در آنجا احتمال صفر شود. در داخل جعبه، جوابهایی را در نظر می‌گیریم که جدایی‌پذیر باشند؛ یعنی، تابع  $x, y$  را بتوان به صورت حاصلضرب یک تابع فقط وابسته به  $x$  و دیگری فقط وابسته به  $y$  بیان کرد:

$$\psi(x, y) = f(x)g(y) \quad (30-5)$$

که توابع  $f$  و  $g$  مشابه معادله ۱۵-۵ هستند:

$$\begin{aligned} f(x) &= A \sin k_x x + B \cos k_x x \\ g(y) &= C \sin k_y y + D \cos k_y y \end{aligned} \quad (31-5)$$

عدد موج  $k$  در مسئله قبل به عددهای موج  $k_x$  برای  $f(x)$  و  $k_y$  برای  $g(y)$  تفکیک شده است. بعداً رابطه این دو عدد موج را نشان خواهیم داد. (مسئله ۱۸ در پایان این فصل را هم ببینید.) شرط پیوستگی  $\psi(x, y)$  ایجاب می‌کند که جوابهای داخل و خارج در مرز باهم جور شوند. چون در همه جای خارج از جعبه  $\psi = 0$ ، شرط پیوستگی مستلزم آن است که در همه جای روی مرز  $\psi = 0$ ، یعنی،

$$\begin{aligned} \psi(0, y) = 0 \quad \text{و} \quad \psi(L, y) = 0 \quad y & \text{ به‌ازای همه مقادیر } y \\ \psi(0, x) = 0 \quad \text{و} \quad \psi(x, L) = 0 \quad x & \text{ به‌ازای همه مقادیر } x \end{aligned}$$

در قیاس با مسئله قبل، این شرط در  $x = 0$  می‌دهد  $f(0) = 0$ ، که مستلزم  $B = 0$  در معادله ۳۱-۵ است. به همین ترتیب، این شرط در  $y = 0$  می‌دهد  $g(0) = 0$ ، که مستلزم  $D = 0$  است. شرط  $f(L) = 0$  مستلزم آن است که  $\sin k_x L = 0$ ، و به این ترتیب  $k_x L$  مضرب صحیحی از  $\pi$  باشد؛ به همین ترتیب شرط  $g(L) = 0$  مستلزم آن است که  $k_y L$  مضرب درستی از  $\pi$  باشد. لازم نیست که این دو عدد صحیح الزاماً یکی باشند، و از این رو آنها را  $n_x$  و  $n_y$  می‌نامیم. با قرار دادن در معادله ۳۰-۵، می‌رسیم به:

$$\psi(x, y) = A' \sin \frac{n_x \pi x}{L} \sin \frac{n_y \pi y}{L} \quad (32-5)$$

که  $A'$  ترکیب  $A$  و  $C$  است. ضریب  $A'$  در اینجا نیز به کمک شرط بهنجارش به دست می آید، که در دو بعد خواهد شد.

$$\iint \psi^2 dx dy = 1 \quad (33-5)$$

عبارت بالا، برای حالت مورد نظر ما می شود:

$$\int_0^L dy \int_0^L A'^2 \sin^2 \frac{n_x \pi x}{L} \sin^2 \frac{n_y \pi y}{L} dx = 1 \quad (34-5)$$

از اینجا، می رسمیم به:

$$A' = \frac{2}{L} \quad (35-5)$$

(جوابهای این مسئله، که امواج ایستاده دوبروی روی سطح دوبعدی اند، شبیه جوابهای مسئله کلاسیک ارتعاشات غشای کشیده ای چون پوست طبل است.)

سرانجام، می توانیم جواب  $\psi(x, y)$  را که به دست آورده ایم در معادله ۲۸-۵ قرار دهیم تا انرژی را بیابیم:

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2) \quad (36-5)$$

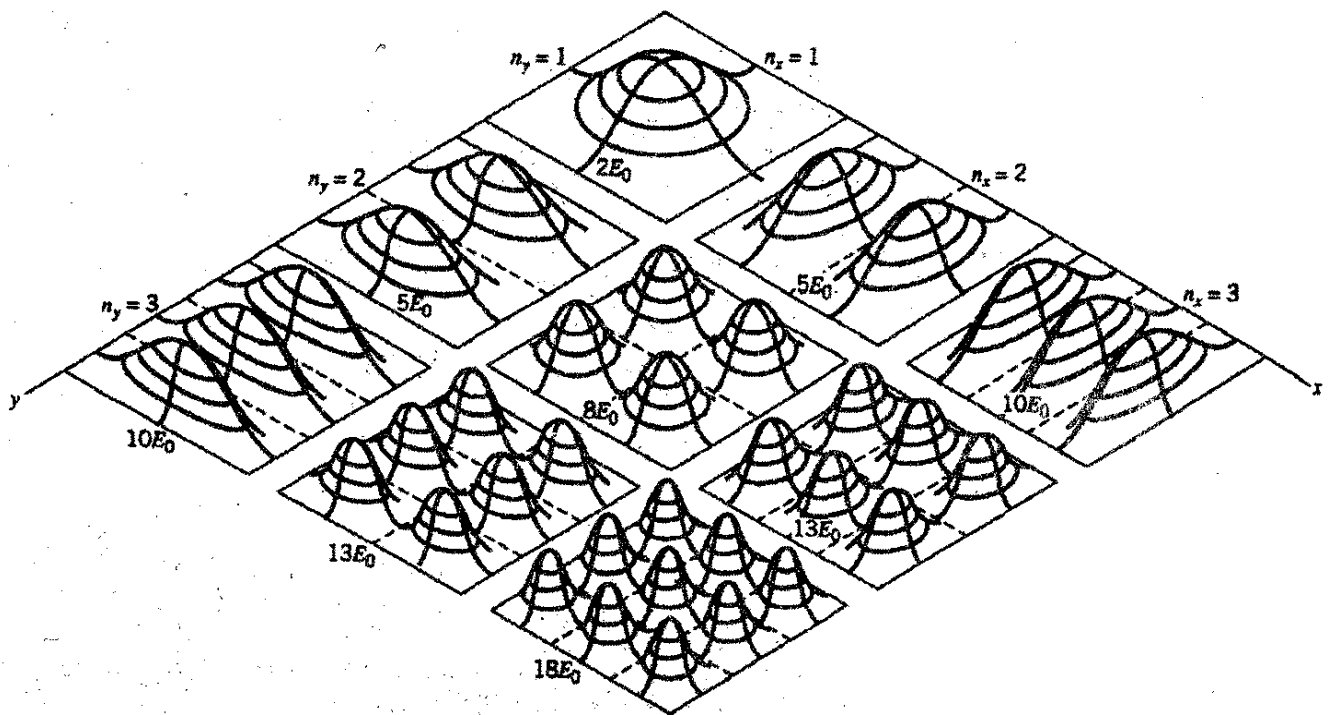
این نتیجه را با معادله ۲۵-۵ مقایسه کنید. در اینجا نیز می گیریم  $E_0 = \hbar^2 \pi^2 / 2mL^2$  به گونه ای که  $E = E_0 (n_x^2 + n_y^2)$ . شکل ۷-۵ انرژی حالت های برانگیخته را نشان می دهد. می توانید ببینید این انرژیها چقدر با انرژیهای حالت یک بعدی نشان داده شده در شکل ۵-۵ تفاوت دارند.

شکل ۸-۵ چگالی احتمال  $\psi^2$  را برای چند ترکیب مختلف عددهای کوانتومی  $n_x$  و  $n_y$  نشان می دهد. این احتمال، درست مانند احتمال در مسئله یک بعدی، دارای بیشینه و کمینه است. مثلاً اگر به ذره انرژی  $8E_0$  می دادیم و سپس مکان آن را چندین بار اندازه می گرفتیم، انتظار می داشتیم که در اکثر اوقات آن را در نزدیکی چهار نقطه  $(x, y) = (L/4, L/4), (L/4, 3L/4), (3L/4, L/4), (3L/4, 3L/4)$  بیابیم؛ هرگز انتظار نداریم آن را در  $x = L/2$  یا  $y = L/2$  بیابیم. شکل چگالی احتمال چیزهایی درباره اعداد کوانتومی و بنابراین در خصوص انرژی به ما می گوید. به این ترتیب اگر چگالی احتمال را اندازه می گرفتیم و شش بیشینه را می یافتیم، مطابق شکل ۸-۵، باید نتیجه می گرفتیم که ذره با  $n_x = 2$  و  $n_y = 3$  یا  $n_x = 3$  و  $n_y = 2$  دارای انرژی  $13E_0$  بود.

(5, 2) or (2, 5)	$29E_0$
(5, 1) or (1, 5)	$26E_0$
(4, 3) or (3, 4)	$25E_0$
(4, 2) or (2, 4)	$20E_0$
(3, 3)	$18E_0$
(4, 1) or (1, 4)	$17E_0$
(3, 2) or (2, 3)	$13E_0$
(3, 1) or (1, 3)	$10E_0$
(2, 2)	$8E_0$
(2, 1) or (1, 2)	$5E_0$
(1, 1)	$2E_0$
( $n_x, n_y$ )	انرژی

شکل ۷-۵ پایینترین ترازهای انرژی مجاز ذره محدود در جعبه دوبعدی.

اخيراً عکسبرداری از چگالیهای احتمال الکترونهاي محدود به ناحیه دوبعدی میسر شده است. برای قراردادن تک تک آنها روی یک سطح فلزی برای تشکیل دیواره‌های چاه پتانسیل، از نوک میکروسکوپ الکترونی استفاده کردند. یک الکترون روی سطح در داخل این چاه محدود شد، و چگالی احتمال الکترون نیز با استفاده از میکروسکوپ الکترونی مشاهده شد. عکس رنگی شماره ۲ نتیجه این آزمایش جالب را نشان می‌دهد. حلقه‌ای متشکل از ۴۸ اتم آهن به شعاع  $13\text{nm}$  و  $7\text{r}$  "حصاری" تشکیل می‌دهد که الکترون را محدود می‌کند. در داخل این حلقه، "امواج" الکترونی به وضوح قابل رؤیت‌اند. چاه پتانسیل، به جای مربعی، دایره‌ای است اما بجز آن این تحلیل همان



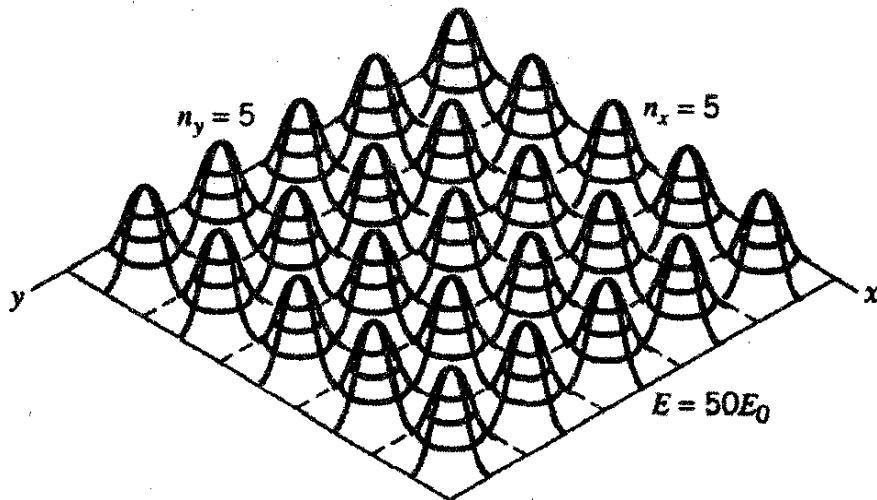
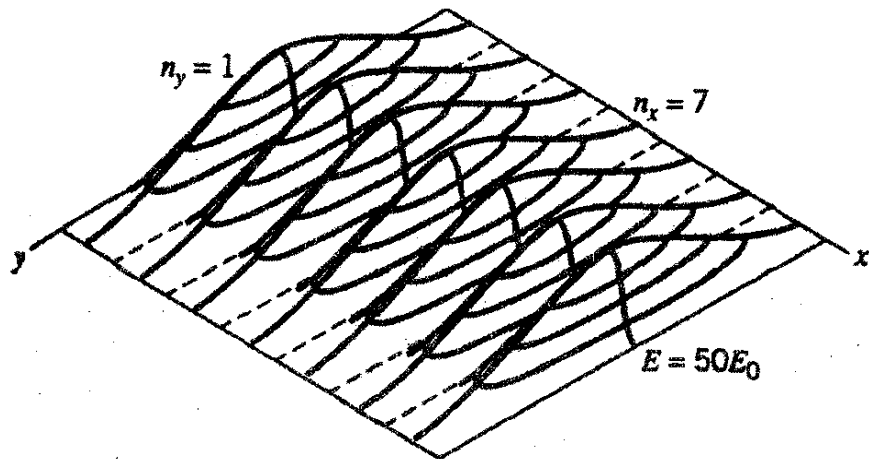
شکل ۸-۵ چگالی احتمال  $\psi^2$  برای برخی ترازهای انرژی پایینتر ذره در جعبه دوبعدی.

روشهایی را دنبال می‌کند که در این بخش توصیف شد؛ وقتی معادله شرودینگر در مختصات قطبی استوانه‌ای با انرژی پتانسیل برای چاه دایره‌ای حل می‌شود، چگالی احتمال حاصل با چگالی احتمال مشاهده شده به خوبی سازگار است. این نتایج زیبا تأیید چشمگیری است از توابع موج که برای "ذره واقع در جعبه" به دست آمدند.

واگنی. گاهی پیش می‌آید که دو مجموعه مختلف اعداد کوانتومی  $n_x$  و  $n_y$  درست انرژی یکسانی داشته باشند. این وضعیت را واگنی می‌نامند، و می‌گویند ترازهای انرژی مربوطه واگن‌اند. مثلاً تراز انرژی در  $E = 13E_0$  واگن است، زیرا هم  $n_x = 2$  و  $n_y = 3$  و هم  $n_x = 3$  و  $n_y = 2$  دارای  $E = 13E_0$  هستند. چون این واگنی ناشی از مبادله  $n_x$  و  $n_y$  است (که همان تعویض محورهای  $x$  و  $y$  است)، توزیعهای احتمال در این دو حالت چندان متفاوت نیست. اما، حالت  $E = 50E_0$  را در نظر بگیرید، که در آن سه مجموعه عدد کوانتومی:  $n_x = 7, n_y = 1$ ؛  $n_x = 5, n_y = 5$ ؛ و  $n_x = 1, n_y = 7$  وجود دارد. دو نتیجه اول از مبادله  $n_x$  و  $n_y$  ناشی می‌شوند و از این رو توزیعهای احتمال یکسانی دارند، اما سومی حالت حرکت بسیار متفاوتی را، مطابق شکل ۸-۵، نشان می‌دهد. می‌گویند تراز  $E = 13E_0$  واگن دوتایه است، در حالی که تراز واقع در  $E = 50E_0$  واگن سه تاییه است؛ همچنین می‌توان گفت که یکی از ترازها دارای واگنی ۲ است، در حالی که برای تراز دیگر واگنی ۳ است.

به طور کلی واگنی وقتی پیش می‌آید که سیستم با دو یا چند عدد کوانتومی مشخص شده باشد؛ به طوری که در محاسبه بالا دیدیم، ترکیبهای گوناگون عددهای کوانتومی اغلب می‌توانند مقدار





شکل ۵-۹ دو چگالی احتمال بسیار متفاوت با انرژی دقیقاً یکسان.

انرژی یکسانی بدهند. تعداد اعداد کوانتومی مختلف مورد نیاز یک مسئله معین درست برابر با تعداد ابعادی است که مسئله در آن ابعاد حل می‌شود؛ مسائل یک بعدی فقط به یک عدد کوانتومی، مسائل دوبعدی به دو عدد کوانتومی نیاز دارند، و الی آخر. وقتی به سه بعد می‌رسیم، مانند بعضی مسائل آخر این فصل و به خصوص در اتم هیدروژن در فصل ۷، پی می‌بریم که آثار واگنی چشمگیرتر می‌شوند؛ در فیزیک اتمی، واگنی سهم عمده‌ای در ساختار و خواص آنها دارد.

## ۵-۵ نوسانگر هماهنگ ساده

وضعیت دیگری که می‌توان آن را با استفاده از معادله شرودینگر به آسانی حل و فصل کرد، نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی است. نوسانگر کلاسیک جسمی به جرم  $m$  است که به فنری با ثابت نیروی  $k$  متصل شده باشد. بر این جسم یک نیروی بازگرداننده،  $F = -kx$ ، وارد می‌آید که  $x$  جابه‌جایی از وضعیت تعادلش است (که آن را  $x = 0$  می‌گیریم). این نوسانگر را می‌توان به کمک قانونهای نیوتون تحلیل کرد و بسامد  $\omega = \sqrt{k/m}$  و دوره  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$  را به دست آورد.

انرژی جنبشی این نوسانگر در  $x = 0$  بیشینه است؛ در نقطه برگشت  $x = \pm A$  انرژی جنبشی آن صفر می‌شود، که  $A$  دامنه حرکت است. نوسانگر در نقاط برگشت برای لحظه‌ای متوقف و سپس جهت حرکتش معکوس می‌شود. البته، حرکت آن به ناحیه  $-A \leq x \leq +A$  محدود است. چرا حرکت این سیستم را با بهره‌گیری از مکانیک کوانتومی تحلیل می‌کنیم؟ اگرچه در طبیعت هرگز نمونه‌ای از نوسانگر کوانتومی یک بعدی یافت نمی‌شود، اما سیستم‌هایی، مانند مولکول تک اتمی مرتعش، وجود دارند که رفتاری تقریباً شبیه یکی از آنها دارد. در واقع هر سیستم واقع در کمینه یک انرژی پتانسیل تقریباً مانند یک نوسانگر هماهنگ ساده عمل می‌کند.

انرژی پتانسیل وابسته به نیروی  $F = -kx$  عبارت است از  $U = \frac{1}{2}kx^2$ ، و بنابراین معادله شرودینگر زیر را داریم:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2}kx^2\psi = E\psi \quad (37-5)$$

(چون در یک بعد کار می‌کنیم،  $U$  و  $\psi$  فقط تابع  $x$  اند.) حل صریح این معادله دیفرانسیل دشوار است، و از این رو جوابهای آن را حدس می‌زنیم. این جواب باید با  $x \rightarrow \pm\infty$  به صفر میل کند، و در حد  $x \rightarrow \pm\infty$  جوابهای معادله ۳۷-۵ رفتار نماهایی  $-x^2$  را داشته باشند. پس  $\psi(x) = Ae^{-ax^2}$  را امتحان می‌کنیم، که در آن  $A$  و  $a$  ثابت‌هایی هستند که با محاسبه معادله ۳۷-۵ برای این انتخاب  $\psi(x)$  تعیین می‌شوند. از محاسبه  $d^2\psi/dx^2$  شروع می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dx} &= -2ax(Ae^{-ax^2}) \\ \frac{d^2\psi}{dx^2} &= -2a(Ae^{-ax^2}) - 2ax(-2ax)Ae^{-ax^2} \end{aligned}$$

و  $\psi(x)$  و  $d^2\psi/dx^2$  را در معادله ۳۷-۵ قرار می‌دهیم تا ببینیم آیا جوابی وجود دارد یا خیر.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(-2aAe^{-ax^2} + 2a^2x^2Ae^{-ax^2}) + \frac{1}{2}kx^2(Ae^{-ax^2}) = EAe^{-ax^2} \quad (38-5)$$

با حذف عامل مشترک  $Ae^{-ax^2}$  می‌رسیم به:

$$\frac{\hbar^2 a}{m} - \frac{2a^2\hbar^2}{m}x^2 + \frac{1}{2}kx^2 = E \quad (39-5)$$

معادله ۳۹-۵ معادله‌ای نیست که بر حسب  $x$  حل شود، زیرا ما در جستجوی جوابی هستیم که برای هر مقدار  $x$  صادق باشد، و نه برای یک مقدار خاص. برای اینکه این معادله به ازای هر مقدار  $x$  برقرار باشد، باید ضرایب  $x^2$  حذف شوند و ثابت‌های باقیمانده مساوی باشند. (یعنی، معادله  $bx^2 = c$  را

در نظر بگیرید. این معادله البته به ازای  $x = \sqrt{c/b}$  معتبر است، اما اگر بخواهیم به ازای هر مقدار  $x$  و تمام مقادیر آن صادق باشد، باید هر دوی  $b$  و  $c$  صفر شوند. به این ترتیب:

$$-\frac{\hbar^2 a^2}{m} + \frac{1}{2}k = 0 \quad (40-5)$$

و

$$\frac{\hbar^2 a}{m} - E = 0 \quad (41-5)$$

که می دهد

$$a = \frac{\sqrt{km}}{\hbar} \quad (42-5)$$

و

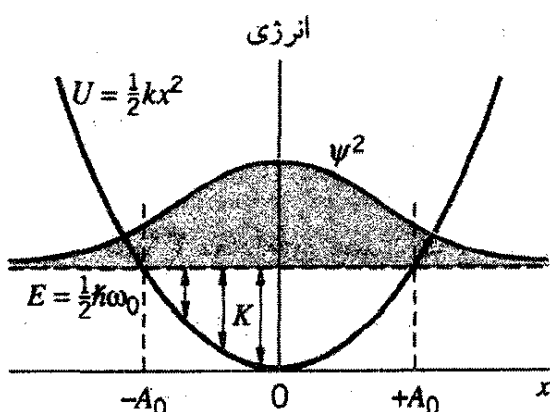
$$E = \frac{1}{2}\hbar\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (43-5)$$

می توانیم انرژی را بر حسب بسامد کلاسیک  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  به صورت زیر نیز بنویسیم:

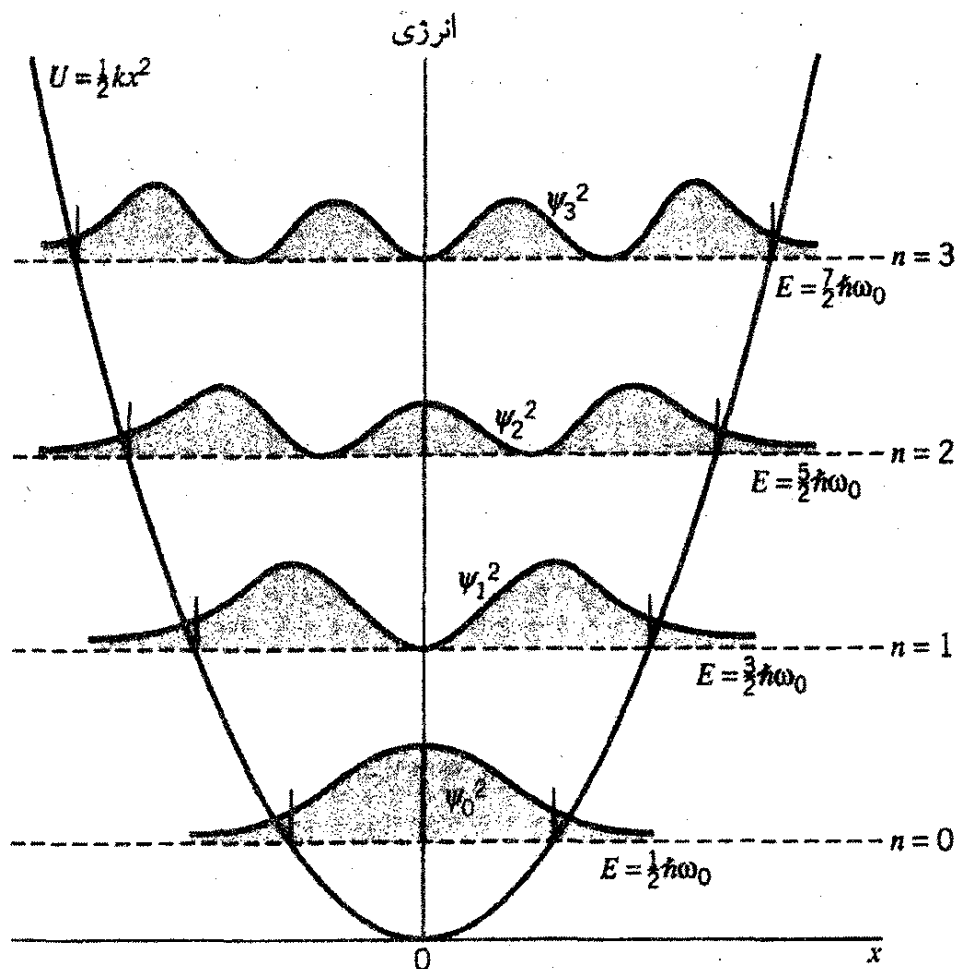
$$E = \frac{1}{2}\hbar\omega_0 \quad (44-5)$$

ضریب  $A$  را باید از شرط بهنجارش یافت (مسئله ۲۰).

جوابی که هم اکنون یافته ایم در شکل ۱۰-۵ نشان داده شده است. این جواب دارای یک نکته در خور توجه است؛ احتمال یافتن ذره در فراسوی نقطه های برگشت کلاسیک  $x = \pm A_0$  غیر صفر است. انرژی کل  $E$  ثابت است، و فراتر از  $x = \pm A_0$ ، انرژی پتانسیل از  $E$  بیشتر است، به طوری که انرژی جنبشی منفی خواهد شد. در قلمرو فیزیک کلاسیک، این امر ناممکن است، و از این رو ذره کلاسیک را هرگز نمی توان در  $|x| > A_0$  یافت. اما، برای موج کوانتومی این امکان وجود دارد که به محدوده ناحیه ای نفوذ کنیم که به لحاظ کلاسیک ممنوع است. در بخش بعد در این خصوص صحبت خواهیم کرد.



شکل ۱۰-۵ حالت پایه نوسانگر هماهنگ یک بعدی. انرژی جنبشی،  $K$ ، تفاوت بین انرژی کل،  $E$ ، و انرژی پتانسیل  $U = 1/2 kx^2$  است.



شکل ۱۱-۵ پایستریترین ترازهای انرژی و چگالیهای احتمال مربوط به آنها برای نوسانگر هماهنگ. خطهای قائم کوتاه نقطه‌های برگشت کلاسیک را مشخص می‌کنند.

جوابی که یافته‌ایم متناظر با حالت پایه نوسانگر است. جواب عمومی که ریاضیات دشواری دارد، به صورت  $\psi_n(x) = A f_n(x) e^{-ax^2}$  است، که  $f_n(x)$  یک چند جمله‌ای است که بالاترین توان  $x$  در آن  $x^n$  است. انرژیهای متناظر عبارت‌اند از:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega. \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (45-5)$$

توجه کنید که این ترازها، که در شکل ۱۱-۵ همراه با چگالیهای احتمالشان نشان داده شده‌اند، برخلاف ذره یک بعدی در جعبه، فاصله‌های یکنواختی دارند. تمام این جوابها دارای ویژگی نفوذ چگالی احتمال به ناحیه ممنوع فراتر از نقطه‌های برگشت کلاسیک هستند. چگالی احتمال، تا حدودی شبیه به موج سینوسی، بین نقطه‌های برگشت نوسان می‌کند، و فراتر از نقطه‌های برگشت به صورت  $e^{-2ax^2}$  کاهش می‌یابد.

یک رشته از حالت‌های برانگیخته ارتعاشی مانند شکل ۱۱-۵ معمولاً در مولکولهای دو اتمی چون HCl یافت می‌شود (فصل ۹). فاصله بین حالتها نوعاً ۱ تا ۱ الکترون ولت

است؛ این حالتها وقتی مشاهده می‌شوند که فوتونها (در ناحیه فرسرخ طیف) با جهش مولکول از یک حالت به حالت دیگر گسیل یا جذب شوند. در هسته‌ها هم زنجیره مشابهی با فاصله ۱ تا ۱ میلیون الکترون ولت و تابشهایی در ناحیه پرتوگامای طیف مشاهده می‌شود.

## ۵-۶ وابستگی زمانی

تا اینجا بستگی زمانی معادله شرودینگر یا جوابهای آن را در نظر نگرفتیم، اکنون هم روش حل آن را به تفصیل بررسی نمی‌کنیم، بلکه صرفاً به بیان نتیجه می‌پردازیم: با فرض اینکه  $\psi(x)$  یک جواب مستقل از زمان معادله ۳-۵ متناظر با انرژی  $E$  باشد، تابع موج وابسته به زمان  $\Psi(x, t)$  از رابطه زیر به دست می‌آید<sup>۱</sup>

$$\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-i\omega t} \quad (۴۶-۵)$$

که در آن بسامد  $\omega$  از رابطه دوبروی به دست می‌آید:

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \quad (۴۷-۵)$$

به طوری که در بخش ۴-۱ گفتیم، معلوم نیست که انرژی  $E$  در رابطه دوبروی باید انرژی کل کلاسیک باشد یا انرژی کل نسبیتی، زیرا رابطه متناظر  $E = h\nu$  در مورد فوتونها، هیچ سرخشی به دست نمی‌دهد. در این فصل فرض کرده‌ایم که رابطه کلاسیک  $E = U + K$ ، و سهم انرژی سکون در  $E$  را نادیده گرفته‌ایم. به بیان دقیق، باید بنویسیم  $E = U + K + mc^2$  (اما هنوز هم

۱. عدد موهومی  $i$  برابر تعریف عبارت است از  $\sqrt{-1}$ . هر عدد مختلط را می‌توان با یک جزء حقیقی، مستقل از  $i$ ، و یک جزء موهومی، وابسته به  $i$ ، نشان داد. در این فصل به انجام عملیاتی با اعداد مختلط نیاز داریم، و در این عملیات فقط به رابطه زیر نیازمندیم: عبارت نمایی  $e^{i\theta}$  را می‌توان برحسب توابع مثلثاتی حقیقی به صورت زیر نمایش داد:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

و

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta$$

به این ترتیب،

$$\sin \theta = \frac{1}{2i}(e^{i\theta} - e^{-i\theta})$$

و

$$\cos \theta = \frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta})$$

فقط حالت‌هایی را در نظر می‌گیریم که در آنها  $v \ll c$ ، به طوری که  $\frac{1}{2}mv^2$  برای  $K$  پذیرفتنی است. اضافه کردن انرژی سکون یک عامل  $e^{-imc^2 t/\hbar}$  را وارد معادله ۴۶-۵ می‌کند، اما چون تمام ویژگی‌های قابل اندازه‌گیری  $\Psi(x, t)$  تابع  $\Psi\Psi^*$ ، حاصلضرب  $\Psi$  و مزدوج مختلط آن،  $\Psi^*$  است که با قراردادن  $i$  به جای  $i$  به دست آمده است، این عامل اضافی پیامدهای قابل مشاهده‌ای ندارد و می‌توان با آسودگی خاطر از آن چشم پوشید. مانند مسئله ۲۳ فصل ۴، سرعت گروه تابع  $dE/dp$  است و افزایش ثابت‌هایی چون  $mc^2$  به  $E$  تأثیری بر حرکت بسته موج ندارد.

برای مشاهده اینکه چگونه ضرب کردن در  $e^{-i\omega t}$  یک موج می‌دهد، بررسی می‌کنیم که چگونه تابع موج ذره آزاد، معادله ۱۵-۵، تابع موج وابسته به زمان،  $\Psi(x, t)$ ، را می‌دهد. اگر ابتدا معادله ۱۵-۵ را بر حسب نماهای مختلط  $e^{ikx}$  و  $e^{-ikx}$  بازنویسی کنیم، به طوری که

$$\psi(x) = A'e^{ikx} + B'e^{-ikx} \quad (48-5)$$

این فرایند ساده می‌شود. ثابت‌های  $A'$  و  $B'$  را می‌شود از ثابت‌های  $A$  و  $B$  به دست آورد. اکنون، برای تابع موج وابسته به زمان، داریم:

$$\begin{aligned} \Psi(x, t) &= (A'e^{ikx} + B'e^{-ikx})e^{-i\omega t} \\ &= A'e^{i(kx-\omega t)} + B'e^{-i(kx+\omega t)} \end{aligned} \quad (49-5)$$

جمله اول طرف راست نمایانگر یک تابع مثلثاتی با فاز  $(kx - \omega t)$  است، و از این رو موجی را بیان می‌کند که در جهت مثبت  $x$  در حال حرکت است؛ جمله دوم با موجی که در جهت منفی  $x$  حرکت می‌کند، متناظر است. مجذور اندازه ضرایب شدت امواج را می‌دهند؛ به این ترتیب شدت موج متحرک در جهت مثبت عبارت است از  $|A'|^2$  و شدت موج متحرک در جهت منفی  $x$  عبارت خواهد بود از  $|B'|^2$ .

فرض کنید باریکه‌ای از ذرات تک انرژی داریم که در جهت مثبت  $x$  حرکت می‌کند، که تابع موجی به شکل جمله اول معادله ۴۹-۵ آن را نمایش می‌دهد. احتمال تعیین مکان یک ذره  $|A'|^2$  است. که مقداری ثابت و مستقل از مکان  $x$  ذره است. احتمال یافتن ذره در هر مکانی در امتداد محور  $x$  یکسان است. (البته با رابطه عدم قطعیت سازگار است. اگر باریکه تک‌انرژی باشد،  $\Delta p = 0$  و بنابراین  $\Delta x = \infty$ .)

اگر این تابع موج برای امواج متحرک در هر دو جهت دامنه‌های مساوی داشته باشد (یعنی، اگر  $|A'|^2 = |B'|^2$ )، بعضی مکانها را می‌توان یافت که در آنها چگالی احتمال  $\Psi\Psi^*$ ، مساوی صفر باشد. نقطه‌هایی می‌توانند وجود داشته باشند که در آنها احتمال

یافتن ذره صفر است! در قیاس با فیزیک کلاسیک، وقتی دو موج هم دامنه را که در جهت‌های مخالف در حرکت‌اند با هم جمع کنیم، یک موج ایستاده حاصل می‌شود، که در آن نقطه‌هایی (به نام "گره") وجود دارند که در آنها دامنه موج مرکب همواره صفر می‌شود.

## ۷-۵ پله‌ها و سدها

در این نوع مسئله کلی، بررسی می‌کنیم که چه پیش می‌آید اگر یک ذره که در ناحیه‌ای (یک بعدی) با انرژی پتانسیل ثابت در حرکت است، ناگهان وارد ناحیه‌ای با انرژی پتانسیل متفاوت، البته باز هم ثابت، شود. در خصوص جزئیات جوابهای این مسائل بحث نمی‌کنیم. اما روشهای حل هر کدام از آنها چنان شبیه هم است که می‌توانیم طرح کلی مراحل مختلف حل آنها را ترسیم کنیم. در این بحث، فرض می‌کنیم  $E$  انرژی کل (ثابت) ذره، و  $U$  مقدار انرژی پتانسیل ثابت باشد.

پله انرژی پتانسیل،  $E > U$ .

هرگاه  $E$  از  $U$  بزرگتر باشد، جواب معادله شرودینگر به شکل زیر است:

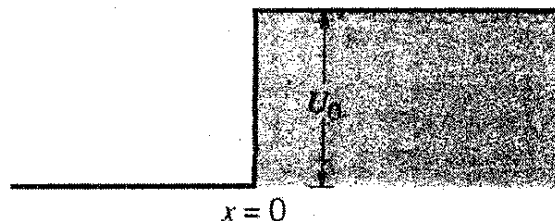
$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (50-5)$$

که در آن

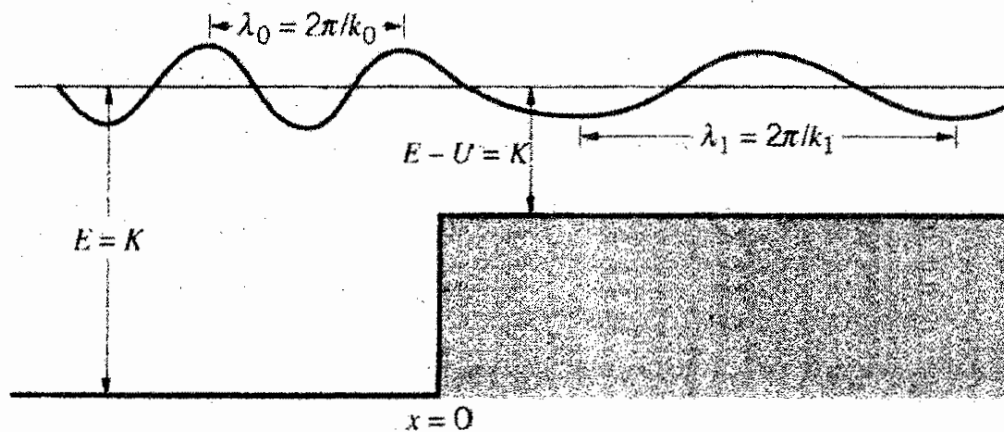
$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - U)} \quad (51-5)$$

$A$  و  $B$  ثابت‌هایی هستند که باید از شرایط پیوستگی و بهنجارش یافته شوند. مثلاً پله انرژی پتانسیل را، مطابق شکل ۱۲-۵، در نظر می‌گیریم:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ = U_0 & x \geq 0 \end{cases}$$



شکل ۱۲-۵ یک پله به ارتفاع  $U_0$ .



شکل ۱۳-۵ تابع موج یک ذره با انرژی  $E$  که با پله‌ای به ارتفاع  $U$ ، برای حالت  $E > U$  مواجه می‌شود وقتی ذره از این پله می‌گذرد، طول موج دوبروی از  $\lambda$  به  $\lambda_1$  تغییر می‌کند، اما  $\psi$  و  $d\psi/dx$  در  $x = 0$  پیوسته‌اند.

اگر انرژی کل و بزرگتر از  $U$  باشد، می‌توانیم صرفاً جوابهای معادله دیفرانسیل را در این دو ناحیه بنویسیم:

$$\psi(x) = A \sin k_0 x + B \cos k_0 x \quad k_0 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad x > 0 \quad (\text{الف } ۱۳-۵)$$

$$\psi_1(x) = C \sin k_1 x + D \cos k_1 x \quad k_1 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - U)} \quad x > 0 \quad (\text{ب } ۱۳-۵)$$

رابطه‌های بین چهار ثابت،  $A$ ،  $B$ ،  $C$ ، و  $D$ ، را با اعمال این شرط که  $\psi'(x) = d\psi/dx$  و  $\psi(x)$  باید در مرز پیوسته باشند، می‌توان یافت؛ به این ترتیب  $\psi_1(0) = \psi(0)$  و  $\psi_1'(0) = \psi'(0)$ . یک نمونه جواب باید به صورت نمودار شکل ۱۳-۵ باشد. توجه کنید که اعمال شرط پیوستگی گذار همواری از یک موج به موج دیگر در مرز را تضمین می‌کند.

در اینجا نیز، می‌توانیم با بهره‌گیری از معادله  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$  این جوابها را از شکل سینوسی و کسینوسی به عبارتهای نمایی مختلط تبدیل کنیم:

$$\psi(x) = A' e^{ik_0 x} + B' e^{-ik_0 x} \quad x < 0 \quad (\text{الف } ۱۳-۵)$$

$$\psi_1(x) = C' e^{ik_1 x} + D' e^{-ik_1 x} \quad x > 0 \quad (\text{ب } ۱۳-۵)$$

وقتی با ضرب کردن هر جمله در  $e^{-i\omega t}$  وابستگی زمانی وارد شد، می‌توانیم مؤلفه‌های موج را به صورت زیر مشخص کنیم، به خاطر داریم که  $(kx - \omega t)$  فاز موج متحرک در جهت  $x$  مثبت، و  $(kx + \omega t)$  فاز موج متحرک در جهت منفی  $x$  است، و فرض می‌کنیم که مربع اندازه هر ضرب



شدت مؤلفه موج متناظر را می‌دهد. در ناحیه  $x < 0$ ، معادله ۵۳-۵ الف برهم‌نهی موجی به شدت  $|A'|^2$  است که در جهت  $x$  مثبت از  $(-\infty$  تا  $0)$  حرکت می‌کند با موجی به شدت  $|B'|^2$  که در جهت  $x$  منفی در حرکت است. فرض کنید می‌خواستیم جوابمان ذراتی را توصیف کند که از چپ بر این پله فرود می‌آیند. در این صورت  $|A'|^2$  شدت موج فرودی را می‌دهد (به بیان دقیقتر، موج دوبروی باریکه ذرات فرودی را توصیف می‌کند) و  $|B'|^2$  شدت موج بازتابیده است. نسبت  $|B'|^2/|A'|^2$  کسری از شدت موج فرودی است که بازتابیده. در ناحیه  $x > 0$ ، اگر ذرات را از جهت منفی محور  $x$  شلیک کنیم، موج با شدت  $|D'|^2$  در جهت  $x$  منفی (از  $x = +\infty$  تا  $x = 0$ )، نمی‌تواند وجود داشته باشد، از این رو، در این شرایط آزمایشی خاص حق داریم  $D'$  را صفر بگیریم. در این صورت شدت موج عبوری عبارت است از  $|C'|^2$ .

همین‌طور می‌توانیم جوابها را برحسب انرژی جنبشی در هر ناحیه تحلیل کنیم. در جایی که انرژی جنبشی حداکثر باشد، تکانه خطی،  $p (= \sqrt{2mK})$ ، حداکثر است، و طول موج دوبروی،  $\lambda (= h/p)$ ، حداقل مقدار خود را دارد. به این ترتیب در ناحیه  $x > 0$ ، طول موج کوتاهتر است تا در ناحیه  $x < 0$ .

پله انرژی پتانسیل،  $E < U_0$

هرگاه  $E$  کمتر از  $U_0$  شود، جواب دیگری به دست می‌آید:

$$\psi(x) = Ae^{kx} + Be^{-kx} \quad (54-5)$$

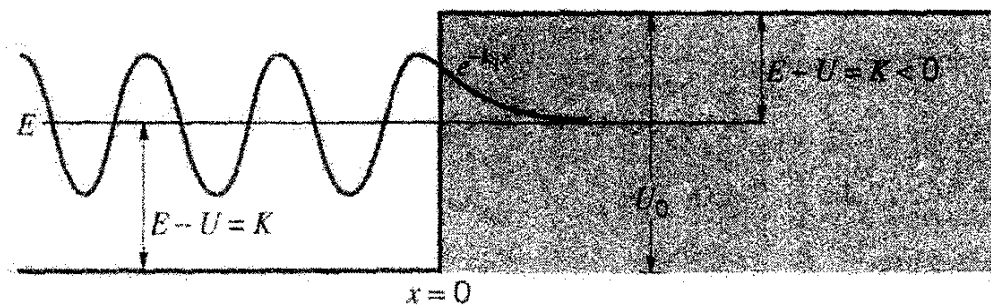
که

$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E)} \quad (55-5)$$

اگر ناحیه‌ای که این جواب باید در آن صادق باشد تا  $+\infty$  یا  $-\infty$  امتداد داشته باشد، باید با صفر قراردادن  $A$  یا  $B$  مانع از نامتناهی شدن  $\psi$  شویم؛ اگر این ناحیه فقط شامل  $x$  محدود باشد، این کار لازم نیست.

به‌عنوان مثال، اگر در مسئله قبل،  $E$  کمتر از  $U_0$  بود، جواب  $\psi_0$  (به‌ازای  $x < 0$ ) باز هم از معادله ۵۲-۵ الف یا ۵۳-۵ الف به دست می‌آمد، اما جواب  $\psi_1$  (به‌ازای  $x > 0$ ) چنین می‌شد:

$$\psi_1 = Ce^{k_1x} + De^{-k_1x} \quad k_1 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E)} \quad (56-5)$$



شکل ۱۴-۵ تابع موج ذره‌ای با انرژی  $E$  که برای حالت  $E < U_0$ ، با یک پله انرژی به ارتفاع  $U_0$  مواجه می‌شود. تابع موج در ناحیه‌ای که به لحاظ کلاسیک ممنوع است به صورت نمایی کاهش می‌یابد، که در این ناحیه انرژی جنبشی کلاسیک منفی خواهد بود. در  $x = 0$ ،  $\psi$  و  $d\psi/dx$  پیوسته‌اند.

قرار می‌دهیم  $C = 0$  تا مانع از نامتناهی شدن  $\psi_1(x)$  به‌ازای  $x \rightarrow \infty$  شویم، و شرایط مرزی را بر  $\psi(x)$  و  $\psi'(x)$  در  $x = 0$  اعمال می‌کنیم. جواب حاصل در شکل ۱۴-۵ نشان داده شده است.

این جواب تفاوت مهم مکانیک کلاسیک و کوانتومی را نشان می‌دهد. در تعبیر کلاسیک، ذره را هرگز نمی‌توان در ناحیه  $x > 0$  یافت، زیرا انرژی کل آن برای غلبه بر پله انرژی پتانسیل کافی نیست. اما مکانیک کوانتومی نفوذ تابع موج، و در نتیجه ذره، را در ناحیه ممنوع کلاسیک مجاز می‌دارد. هیچ آزمایشی هرگز نمی‌تواند ذره را در ناحیه ممنوع مشاهده کند (انرژی جنبشی ذره در آنجا باید منفی باشد)، اما در بعضی آزمایشها یک ذره می‌تواند از ناحیه ممنوع کلاسیک بگذرد و به ناحیه مجاز راه یابد که در آنجا می‌توان آن را مشاهده کرد. بعداً در این بخش مثالهایی در این خصوص خواهیم آورد.

نفوذ به داخل ناحیه ممنوع به سرشت موجی ذره بستگی دارد، و می‌توانیم نشان دهیم که میزان نفوذ با عدم قطعیت در تعیین مختصه مکان یا زمان ذره سازگار است. چگالی احتمال در ناحیه  $x > 0$  عبارت است از  $|\psi_1|^2$ ، که مطابق معادله ۵۶-۵ با  $e^{-2k_1x}$  متناسب است. اگر مقدار نفوذ یک نمونه،  $\Delta x$ ، را فاصله  $x = 0$  تا نقطه‌ای تعریف کنیم که در آن نقطه احتمال به اندازه  $1/e$  افت می‌کند، آنگاه

$$e^{-2k_1\Delta x} = e^{-1}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2k_1} = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}} \quad (57-5)$$

اگر قرار بود این ذره وارد ناحیه‌ای با  $x > 0$  شود، باید انرژی دست کم برابر  $U_0 - E$  به دست می‌آورد تا به بالای پله انرژی پتانسیل برسد؛ اگر قرار باشد در ناحیه  $x > 0$  حرکت کند، باید انرژی

جنبشی بیشتری کسب کند. البته، اینکه ذره خودبه خود هر مقدار انرژی کسب کند، نقض پایستگی انرژی است، اما بنابه رابطه عدم قطعیت،  $\Delta E \Delta t \sim \hbar$ ، پایستگی انرژی در زمانهایی کوتاهتر از  $\Delta t$  اعمال نمی شود مگر در محدوده  $\Delta E \sim \hbar/\Delta t$ . یعنی، اگر ذره مقدار انرژی،  $\Delta E$ ، را "قرض کند" و انرژی قرضی را در محدوده زمانی  $\Delta t \sim \hbar/\Delta E$  "برگرداند"، ما به عنوان ناظر هنوز معتقدیم که انرژی پایسته است. فرض کنید به قدر کافی انرژی قرض می کنیم تا انرژی جنبشی  $K$  را در ناحیه ممنوع به ذره بدهیم. این ذره چقدر در ناحیه ممنوع نفوذ می کند؟

انرژی "قرضی" عبارت است از  $(U_0 - E) + K$ ؛ جمله  $(U_0 - E)$  ذره را به بالای پله می برد، مقدار اضافی  $K$  باعث حرکت آن می شود. این انرژی را باید در ظرف مدت زیر پس بدهیم:

$$\Delta t = \frac{\hbar}{U_0 - E + K} \quad (58-5)$$

ذره با سرعت  $v = \sqrt{2K/m}$  حرکت می کند، و از این رو فاصله ای که می تواند طی کند عبارت است از:

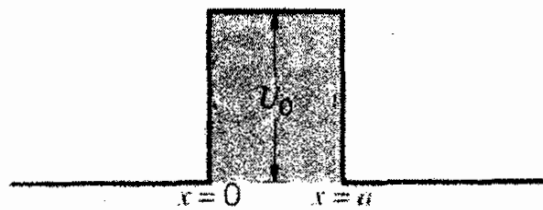
$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{2} v \Delta t \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2K}{m}} \frac{\hbar}{U_0 - E + K} \end{aligned} \quad (59-5)$$

(ضریب  $1/2$  به این علت ظاهر می شود که در مدت زمان  $\Delta t$  ذره باید به اندازه  $\Delta x$  نفوذ کند و برگردد.)

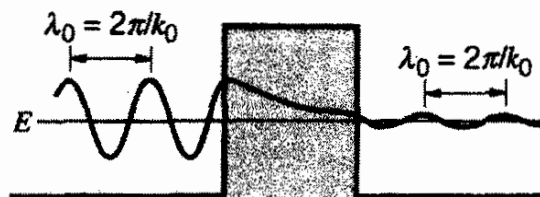
در حد  $K \rightarrow 0$ ، میزان نفوذ،  $\Delta x$ ، مطابق معادله ۵۹-۵ به صفر میل می کند زیرا سرعت ذره در این حد صفر است؛ به همین ترتیب، در حد  $K \rightarrow \infty$  داریم  $\Delta x \rightarrow 0$ ، زیرا در این حالت  $\Delta t$  صفر می شود. بین این دو حد، به ازای مقدار خاصی از  $K$  مقدار  $\Delta x$  باید بیشینه شود. با مشتق گیری از معادله ۵۹-۵ نسبت به  $K$ ، می توانیم این مقدار بیشینه را بیابیم:

$$\Delta x_{\max} = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}} \quad (60-5)$$

این مقدار  $\Delta x$  با معادله ۵۷-۵ یکسان است! که نشان می دهد نفوذ به داخل ناحیه ممنوع که از جواب معادله دیفرانسیل به دست می آید با رابطه عدم قطعیت سازگاری تام دارد. (توافق معادله های ۵۷-۵ و ۶۰-۵ در واقع تصادفی است، زیرا عامل  $1/e$  در به دست آوردن معادله ۵۷-۵ به دلخواه اختیار شد. آنچه در واقع نشان داده ایم این است که معادله شرودینگر همان برآوردهای عدم قطعیت رابطه های هایزنبرگ را می دهد.)



شکل ۱۵-۵ یک سد به ارتفاع  $U$  و پهنای  $a$ .



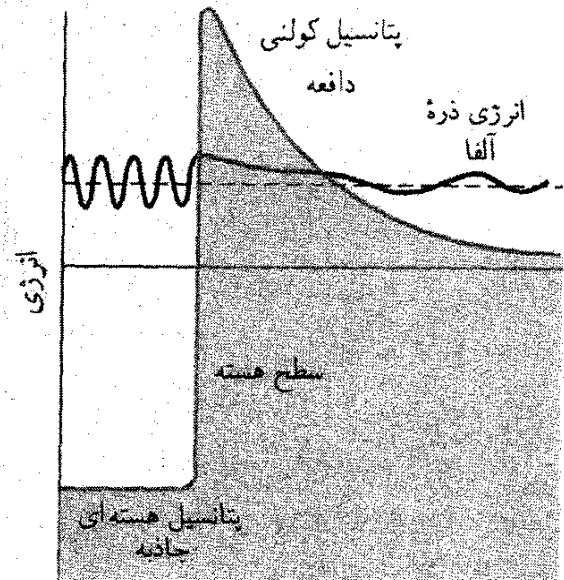
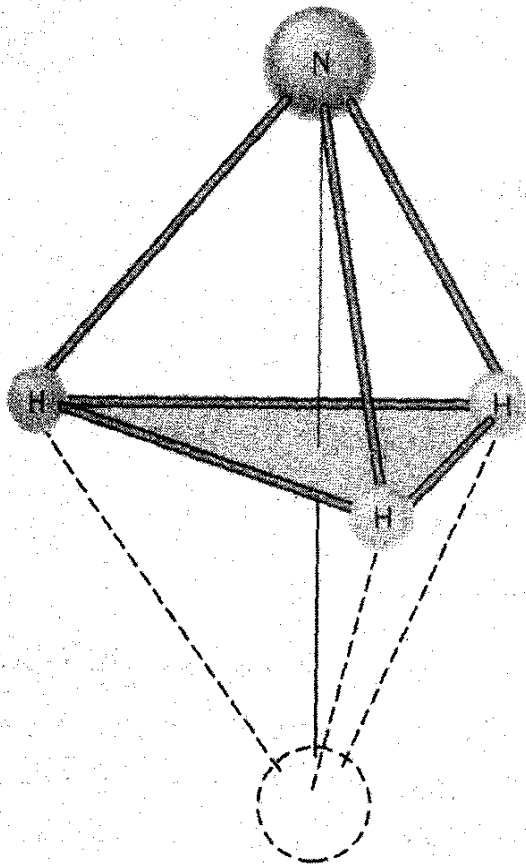
شکل ۱۶-۵ تابع موج ذره‌ای به انرژی  $E < U$  که به یک سد برخورد می‌کند (ذره در شکل بالا از سمت چپ فرود می‌آید). طول موج  $\lambda$  در هر دو سوی سد یکی است، اما دامنه در آن سوی سد خیلی کمتر از دامنه اولیه است. ذره را هرگز نمی‌توان در داخل سد (جایی که باید انرژی جنبشی منفی داشته باشد) مشاهده کرد، اما در آن سوی سد قابل مشاهده است.

### سد انرژی پتانسیل

اکنون سد پتانسیل شکل ۱۵-۵ را در نظر بگیرید:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ U & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

ذراتی با انرژی  $E$  کمتر از  $U$  از سمت چپ به آن برخورد می‌کنند. با توجه به تجربه انتظار جوابهایی را داریم که در شکل ۱۶-۵ نشان داده شده‌اند: نوسان سینوسی در ناحیه  $x < 0$  (یک موج فرودی هر یک موج بازتابیده)، نمایی در ناحیه  $0 \leq x \leq a$ ، و نوسانهای سینوسی در ناحیه  $x > a$  (موج عبوری). شدت موج عبوری را می‌توان با کاربرد مناسب شرایط پیوستگی یافت، که در این مورد بحث نمی‌کنیم؛ معلوم می‌شود که این شدت تابع انرژی ذره و ارتفاع و ضخامت سد است. به لحاظ کلاسیک، ذرات هرگز نباید در  $x > a$  ظاهر شوند، چرا که برای غلبه بر این سد انرژی کافی ندارند؛ این وضعیت مثالی از نفوذ در سد است، که گاهی تونل‌زنی کوانتوم مکانیکی خوانده می‌شود. ذرات را هرگز نمی‌توان در ناحیه ممنوع کلاسیک  $0 \leq x \leq a$  مشاهده کرد، اما می‌توانند در آن ناحیه "تونل بزنند" و در  $x > a$  مشاهده شوند.



شکل ۵-۱۸ نمودار طرح وار مولکول آمونیاک. دافعه کولنی سه هیدروژن سدی در برابر حرکت اتم نیتروژن به محل قرینه (خط چینها) در طرف دیگر صفحه هیدروژنها به وجود می آورد.

شکل ۵-۱۷ یک ذره آلفا در سد پتانسیل هسته‌ای نفوذ می کند. احتمال نفوذ در سد به ضخامت و ارتفاع آن بستگی دارد.

هرچند سد انرژی پتانسیل در شکل ۵-۱۵ کاملاً طرح وار و فرضی است، اما در طبیعت

نمونه های فراوانی از این نوع تونل زنی یافت می شود. چهار مثال را بررسی می کنیم.

۱. واپاشی آلفا. هسته اتم از پروتونها و نوترونهای متحرک تشکیل شده است؛ گاهی این ذرات

به صورت مجموعه ای از دو پروتون و دو نوترون، به نام ذره آلفا، درمی آیند. در یکی از شکلهای واپاشی

پرتوزا، هسته می تواند یک ذره آلفا گسیل کند، که می توان آن را در آزمایشگاه آشکارسازی کرد. اما،

ذره آلفا برای فرار از هسته باید مطابق شکل ۵-۱۷ در یک سد نفوذ کند، احتمال نفوذ ذره آلفا در

سد، و آشکارسازی آن در آزمایشگاه، را می توان با توجه به انرژی ذره آلفا، و ارتفاع و ضخامت سد

محاسبه کرد. احتمال واپاشی را می شود در آزمایشگاه اندازه گرفت، و معلوم شده است که با مقدار

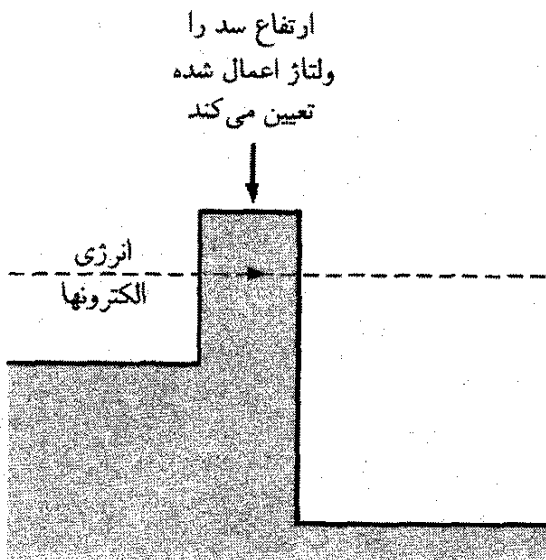
به دست آمده از محاسبه مکانیک کوانتومی بر اساس نفوذ در سد، سازگاری بسیار خوبی دارد.

۲. وارونی آمونیاک. شکل ۵-۱۸ مولکول آمونیاک،  $NH_3$ ، را نشان می دهد. اگر بخواهیم اتم

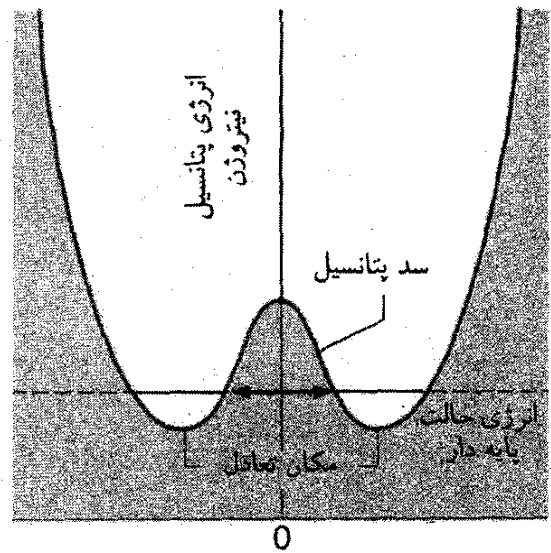
نیتروژن را در امتداد محور مولکول، به طرف صفحه اتمهای هیدروژن، حرکت دهیم، با دافعه سه اتم

هیدروژن مواجه می شویم که پتانسیلی به صورت شکل ۵-۱۹ تولید می کند. بنابه قوانین مکانیک

کلاسیک، در صورتی که به اتم نیتروژن انرژی کافی ندهیم، نمی تواند برسد و در طرف دیگر صفحه



شکل ۵-۲۰ سد انرژی پتانسیلی که یک الکترون در دیود تونل می‌بیند. رسانندگی این وسیله را احتمال نفوذ الکترون در سد، که تابع ارتفاع سد است، تعیین می‌کند.

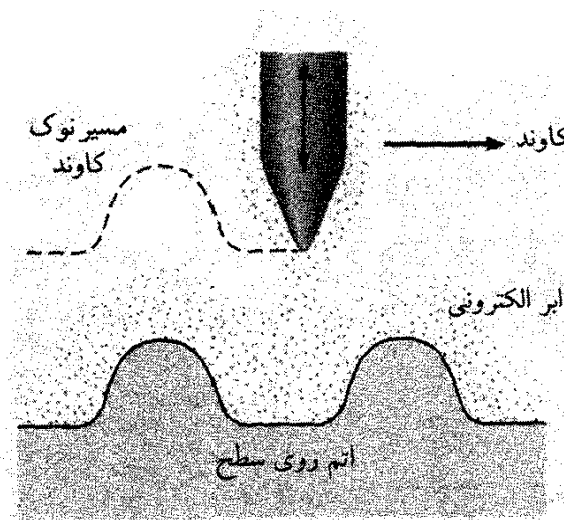


شکل ۵-۱۹ انرژی پتانسیل از دید اتم نیتروژن در مولکول آمونیاک. نیتروژن می‌تواند در سد نفوذ کند و از یک وضعیت تعادل به وضعیت تعادل دیگر برود.

هیدروژنها ظاهر شود. بنا به مکانیک کوانتومی، نیتروژن می‌تواند در سد تونل بزند و طرف دیگر مولکول ظاهر شود. در واقع، اتم  $N$  عملاً با بسامد متجاوز از  $10^{10}$  نوسان در ثانیه این طرف و آن طرف می‌رود. ۳. دیود تونل. دیود تونل یک وسیله الکترونیکی است که پدیده تونل‌زنی را به کار می‌برد. پتانسیلی را که یک الکترون در دیود تونل "می‌بیند" می‌توان به صورت طرح وار شکل ۵-۲۰ نشان داد. جریان در این قطعه الکترونیکی را، الکترونهايي تأمین می‌کنند که از یک طرف به طرف دیگر سد تونل می‌زنند. آهنگ تونل‌زنی، و در نتیجه جریان را می‌توان صرفاً با تغییر ارتفاع سد از طریق ولتاژ اعمال شده تنظیم کرد. این کار را می‌توان به سرعت انجام داد، به طوری که می‌توان به بسامدهای کلیدزنی متجاوز از  $10^1 Hz$  دست یافت. کار دیودهای نیم‌رسانای معمولی به پخش الکترونها از یک طرف پیوندگاه به طرف دیگر آن بستگی دارد، و در نتیجه در مقیاسهای زمانی طولانی‌تر (یعنی، بسامدهای کمتر) کار می‌کنند.

۴. میکروسکوپ تونل‌زنی روبشی. تصویر تک‌تک اتمها روی سطح مواد (عکس رنگی ۳) را می‌توان به کمک میکروسکوپ تونل‌زنی روبشی تشکیل داد. الکترونها در یک سد پتانسیل (تابع کار ماده) روی یک سطح به دام می‌افتند. وقتی کاوند سوزن‌مانندی در محدوده حدود  $1 nm$  سطح قرار داده شود (شکل ۵-۲۱)، الکترونها می‌توانند در سد، بین سطح و کاوند تونل بزنند و جریانی تولید کنند که می‌توان آن را در یک مدار خارجی ثبت کرد.

این جریان به عرض سد (فاصله کاوند تا سطح) حساسیت بسیار دارد. در عمل، یک سازوکار

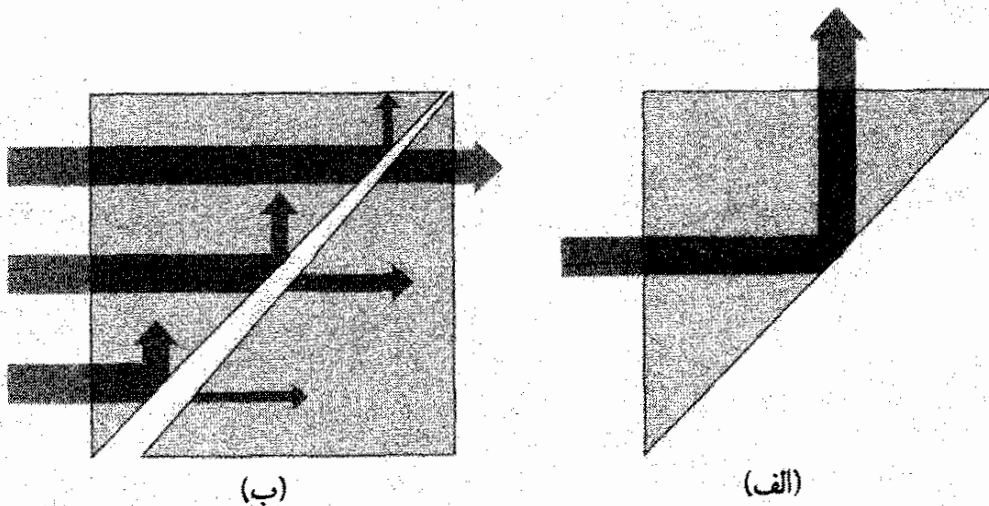


شکل ۲۱-۵ در میکروسکوپ تونل زنی روبشی، یک کاوند سوزن مانند یک سطح را جاروب می‌کند. این کاوند به طور عمودی به حرکت در می‌آید به طوری که فاصله بین کاوند و سطح، ضمن حرکت جانبی کاوند، ثابت می‌ماند.

فیدبک با حرکت دادن نوک کاوند به بالا و پایین، جریان را ثابت نگه می‌دارد. حرکت نوک کاوند نقشه‌ای از سطح را رسم می‌کند که جزئیاتی کوچکتر از  $1 \text{ nm}$  و  $10^\circ$ ، حدود  $1/10^\circ$  قطر اتم! را نشان می‌دهد.

گرد بینینگ و هاینریش روهرر، به خاطر ابداع میکروسکوپ تونل زنی روبشی، جایزه نوبل فیزیک ۱۹۸۶ را دریافت کردند.

پیش از پایان این بحث، برای مدت کوتاهی به موضوع دوگانگی ذره-موج برمی‌گردیم. ذره هرگز در ناحیه ممنوع مشاهده نمی‌شود؛ یافتن ذره در آن ناحیه نقض پایستگی انرژی است. هر ذره‌ای که از طرف چپ به پله انرژی پتانسیل شکل ۵-۱۴ برخورد کند باز می‌تابد و در جهت منفی  $x$  به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ بعضی از این ذرات در  $x = 0$  باز می‌تابند، در حالی که بقیه پیش از برگشتن و ظهور مجدد به اندازه  $\Delta x$  در سد نفوذ می‌کنند. هر ذره‌ای که بر سد شکل ۵-۱۶ فرود آید (یا از آن باز می‌تابد و یا عبور می‌کند؛ تعداد ذرات فرودی برابر است با تعداد ذرات بازتابیده به  $x < 0$  به اضافه تعداد ذراتی که به  $x > a$  رفته‌اند. هیچ ذره‌ای "به دام نمی‌افتد" یا در ناحیه ممنوع  $a < x < 0$  دیده نمی‌شود. ذره فرودی چگونه می‌تواند از  $x > 0$  به  $x > a$  برود؟ این ذره، به عنوان ذره کلاسیک، نمی‌تواند این کار را انجام دهد! اما، موج نمایانگر ذره می‌تواند در سد نفوذ کند، که مشاهده ذره در ناحیه مجاز کلاسیک  $x > a$  را مجاز می‌دارد. این پدیده نفوذ در ناحیه ممنوع یک ویژگی شناخته شده امواج کلاسیک است. فیزیک کوانتومی با برقراری ارتباط بین ذره و موج، جنبه جدیدی به این مشاهده می‌بخشد، و این امکان را فراهم می‌آورد که ذره به یک ناحیه ممنوع کلاسیک وارد شود.



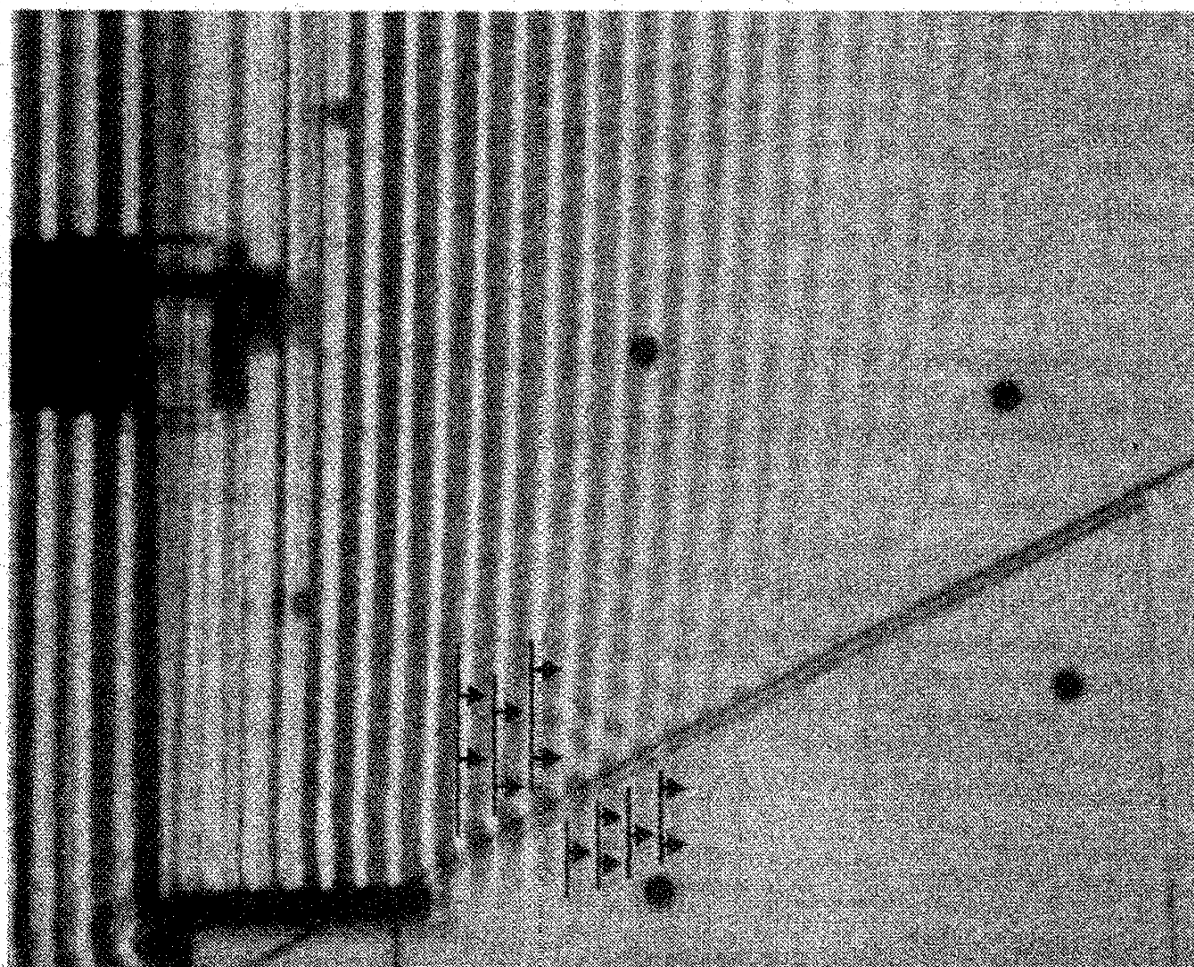
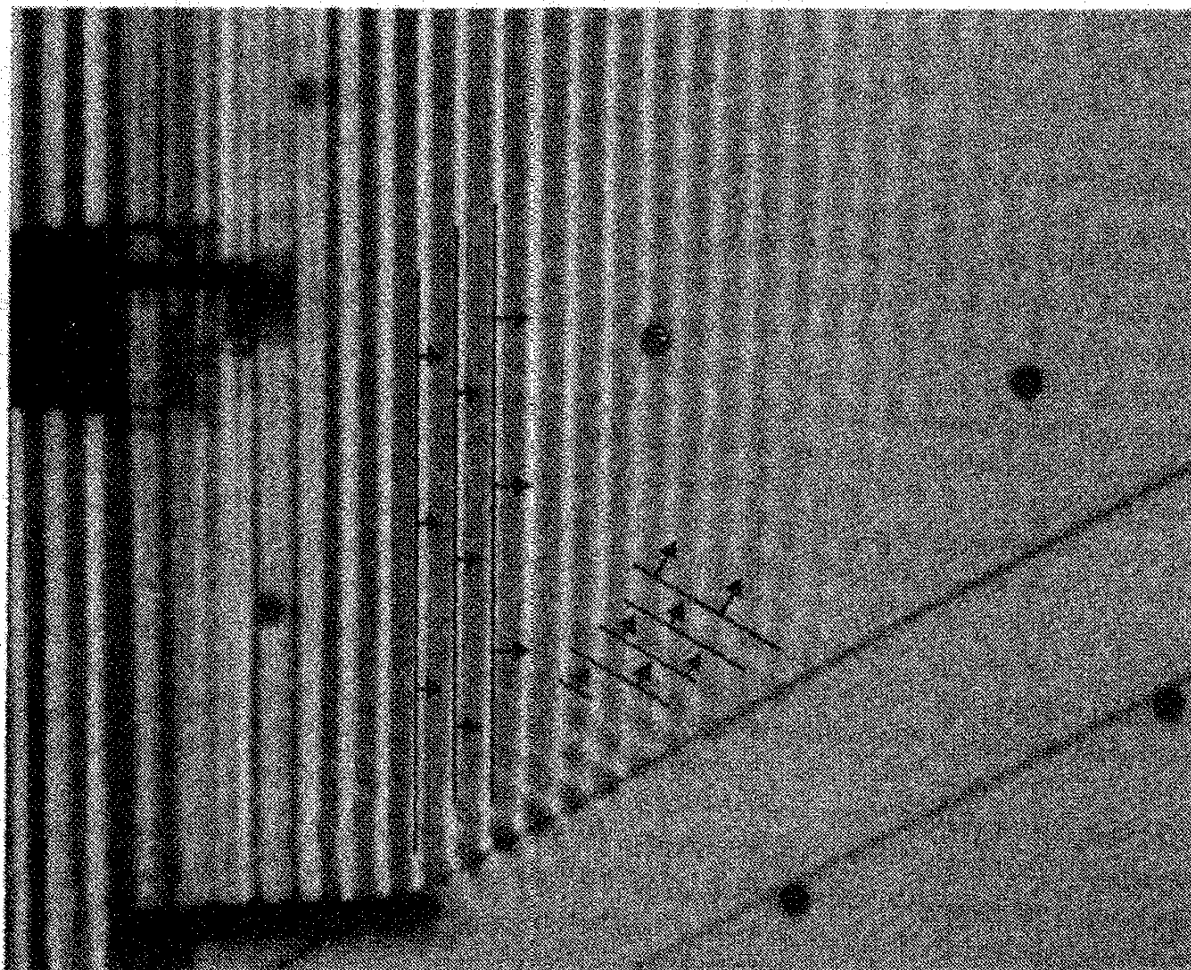
شکل ۲۲-۵ (الف) بازتاب کلی امواج نور در مرز شیشه - هوا. (ب) بازتاب کلی سرخورده. هرچه فاصله بین دو تکه شیشه بیشتر (ضخیمتر) شود، احتمال نفوذ باریکه در آن کمتر می‌شود. توجه کنید که باریکه نور در شکاف بین دوتکه شیشه ظاهر نمی‌شود.

یک مثال از اثر نفوذ در حوزه امواج کلاسیک بازتاب کلی<sup>۱</sup> امواج نور است. شکل ۲۲-۵ الف یک باریکه نور را در شیشه نشان می‌دهد که بر مرز شیشه و هوا فرود می‌آید. برای این باریکه بازتاب کلی در شیشه صورت می‌گیرد (به‌طور کامل باز تابیده می‌شود). اما، اگر تکه شیشه دیگر در مجاورت تکه شیشه اولی قرار داده شود، مطابق شکل ۲۲-۵ ب، باریکه می‌تواند به داخل تکه شیشه دوم راه یابد. این اثر را بازتاب کلی سرخورده می‌گویند. شدت باریکه در این تکه دوم، که عرض پیکانها در شکل ۲۲-۵ ب نمایانگر آن است، با افزایش فاصله بین دوتکه شیشه، به سرعت کاهش می‌یابد. برای امواج آب، مطابق شکل ۲۳-۵، نیز می‌توان این اثر را مشاهده کرد.

اگر فرض کنیم که یک موج می‌تواند برای تعیین اینکه در آن سوی مرز چیست پیش از بازگشت به ناحیه مجاز، مسافتی کوتاه، شاید چند طول موج، در داخل ناحیه ممنوع نفوذ کند، می‌توانیم این مشاهدات را توجیه کنیم. این موج در ناحیه ممنوع منتشر نمی‌شود؛ قانونهای بازتابش و شکست حضور موج را در آنجا ممنوع می‌کنند. اما، اگر این موج در محدوده فاصله نفوذ چند طول موج، به ناحیه مجاز دیگری برخورد کند، می‌تواند در این ناحیه مجاز دوم منتشر شود. مثالهای تونل‌زنی این فصل را می‌توان کاربردهای این اثر موج کلاسیک بر ذرات تابع رفتار کوانتومی تلقی کرد.

۱. بازتاب کلی، که در اکثر کتابهای درسی فیزیک مقدماتی درباره آن بحث می‌شود، وقتی پیش می‌آید که یک باریکه نور از طرفی که ضریب شکست بیشتر است به مرز بین دو ماده، مانند شیشه و هوا، فرود آید. اگر زاویه فرود در داخل شیشه از یک مقدار حدی معین بیشتر شود، باریکه نور به‌طور کامل به داخل شیشه بازمی‌تابد (بازتاب کلی). در سایر موارد، بخشی از این باریکه بازتابیده می‌شود و بخشی از آن در مرز شکسته می‌شود.





شکل ۲۳-۵ بازتاب کلی سرخورده برای امواج آب. در مرز، عمق ناگهان افزایش می‌یابد و امواج بازتاب کلی پیدا می‌کنند. وقتی گاف باریک شود، این امواج می‌توانند نفوذ کنند و در طرف دیگر ظاهر شوند.

## پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

مقدمه‌ای بر صورتگرایی فیزیک کوانتومی و توسعه تاریخی آن را می‌توان در کتاب زیر یافت:

W. H. Cropper, *The Quantum Physicists and an Introduction to Their Physics* (New York, Oxford University Press, 1970).

بحثهای دیگری در خصوص معادله شرودینگر و مثالهایی از کاربرد آن را در کتابهای زیر خواهید یافت که برحسب دشواری با شروع از سطح این کتاب مرتب شده‌اند:

N. Ashby and S. C. Miller, *Principles of Modern Physics* (San Francisco, Holden Day, 1970).

P. A. Lindsay, *Introduction to Quantum Mechanics for Electrical Engineers* (New York, McGraw-Hill, 1967).

E. H. Wichmann, *Quantum Physics, Volume 4 of the Berkeley Physics Course* (New York, McGraw-Hill, 1971).

آیزبرگ، رابرت [و] رابرت رزیک، فیزیک کوانتومی، ترجمه ناصر نفی، ج ۱، ج ۲، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۹، ۷۴۸ ص.

R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics* (New York, McGraw-Hill, 1959).

می‌توانید تصویرهایی را که پراکندگی بسته‌های موج از سدها و رفتار بسته‌های موج در چاه مربعی و چاههای انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ را نشان می‌دهند، در این مرجع بیابید:

S. Brandt and H. D. Dahmen, *The Picture Book of Quantum Mechanics* (New York, Wiley, 1985).

برای دستیابی به توصیفی از میکروسکوپ تونل‌زنی روبشی، نگاه کنید به:

G. Binnig and H. Rohrer, *Scientific American*, **253**, 50 (August 1985).

## پرسشها

۱. قانونهای نیوتون را می‌توان برای به‌دست آوردن رفتار آتی ذره به‌کار برد. معادله شرودینگر از چه لحاظ این کار را انجام می‌دهد؟ از چه نظر این کار را نمی‌کند؟

۲. چرا بهنجارشدن تابع موج اهمیت دارد؟ آیا تابع موج بهنجار نشده یکی از جوابهای معادله شرودینگر است؟

۳. معنای فیزیکی  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx = 1$  چیست؟
۴. ابعاد  $\psi(x)$  کدام اند؟ ابعاد  $\psi(x, y)$  چیست؟
۵. هیچکدام از توابع زیر را نمی توان به عنوان جوابهای معادله شرودینگر در نظر گرفت. در هر مورد علت را ذکر کنید.

$$\psi(x) = A \cos kx \quad x < 0 \quad (\text{الف})$$

$$\psi(x) = B \sin kx \quad x > 0$$

$$\psi(x) = \frac{Ae^{-kx}}{x} \quad -L \leq x \leq L \quad (\text{ب})$$

$$\psi(x) = A \sin^{-1} kx \quad (\text{ج})$$

$$\psi(x) = A \tan kx \quad x > 0 \quad (\text{د})$$

۶. در چاه نامتناهی وقتی  $n \rightarrow \infty$  چه اتفاقی برای چگالی احتمال می افتد؟ آیا این موضوع با فیزیک کلاسیک سازگار است؟
۷. اگر چاه انرژی پتانسیل نامتناهی از  $x = x_0$  تا  $x = x_0 + L$  گسترش یافته باشد، که  $x_0$  مقدار  $x$  غیر صفر است، جواب آن چه فرقی می کند؟ آیا هیچ یک از ویژگیهای قابل اندازه گیری آن فرق خواهد کرد؟
۸. اگر انرژی پتانسیل چاه انرژی پتانسیل نامتناهی یک بعدی به ازای  $0 \leq x \leq L$  صفر نباشد بلکه مقدار ثابت  $U_0$  را داشته باشد، جواب آن چه فرقی می کند؟ انرژی حالتی برانگیخته چقدر خواهند بود؟ طول موج دوبروی ایستاده چقدر خواهد بود؟ منحنی نمایش تغییرات است دو تابع موج پایینترین حالتها را رسم کنید.
۹. آونگی را در نظر بگیرید که چون یک نوسانگر کوانتومی رفتار می کند؛ اختلاف انرژی بین حالتی کوانتومی آونگی به طول  $1 \text{ m}$  چقدر است؟ آیا این اختلافها قابل مشاهده اند؟
۱۰. آیا برای سد انرژی پتانسیل (شکل ۵-۱۵)، طول موج به ازای  $x > a$  با طول موج به ازای  $x < 0$  یکسان است؟ آیا دامنه این امواج یکی است؟
۱۱. فرض کنید ذرات از جهت مثبت  $x$  بر پله انرژی پتانسیل فرود می آیند. کدام یک از چهار ضریب معادله ۵-۵۳ باید صفر قرار داده شود؟ چرا؟
۱۲. انرژی حالتی برانگیخته سیستمهایی که در این فصل درباره آنها بحث کردیم دقیق بوده است؛ یعنی هیچ عدم قطعیتی در آنها وجود ندارد. این موضوع چه تأثیری در طول عمر ذرات در

آن حالت‌های برانگیخته دارد؟ آیا ذره‌ای که به حال خود رها شده است گذارهایی از حالت به حالت دیگر انجام می‌دهد؟

۱۳. بگویید چگونه رفتار ذره در یک چاه نامتناهی یک بعدی را می‌توان برحسب امواج دوبروی ایستاده توضیح داد؟

۱۴. برای مشاهده نفوذ در سد امواج صوتی، چه آزمایشی را طراحی می‌کنید؟ برای این سد چه گستره ضخامتی را اختیار می‌کنید؟

۱۵. اگر  $U$  در شکل ۱۵-۵ منفی بود، توابع موج به ازای  $E > 0$  و  $E < 0$  چگونه بودند؟

۱۶. آیا معادله ۲۰-۵ حاکی از آن است که، تکانه ذره را دقیقاً می‌دانیم؟ در این صورت، اصل عدم قطعیت در مورد شناخت ما از مکان آن چه حکمی می‌کند؟ چگونه می‌توانید این موضوع را با اینکه ذره باید در چاه باشد، وفق دهید؟

۱۷. آیا مرزهای تیز و جهش‌های سریع انرژی پتانسیل در طبیعت وجود دارند؟ در غیر این صورت، پله‌های انرژی پتانسیل و سدهای انرژی پتانسیل را چگونه تحلیل می‌کنیم؟

## مسائل

۱. یک ذره کلاسیک با سرعت  $v$  آزادانه در جهت مثبت  $x$  حرکت می‌کند. پس از عبور از مبدأ (در  $t = 0$ ) وارد ناحیه ۱ می‌شود و به میزان  $a_1$  شتاب منفی پیدا می‌کند. در لحظه  $t_1$  و در مکان  $x_1$  ناحیه ۱ را ترک می‌کند و به ناحیه ۲ وارد می‌شود، که در ناحیه اخیر شتاب منفی  $a_2 = 1/2 a_1$  را پیدا می‌کند. در لحظه  $t_2$  و در نقطه  $x_2$ ، وقتی سرعتش  $v/2$  است، ناحیه ۲ را ترک می‌کند و دوباره حرکت آزادانه خود را از سر می‌گیرد. بدون نوشتن معادله حرکت، نموداری مشابه شکل ۱-۵ رسم کنید که شتاب، سرعت و مکان را از زمانهای کمتر از صفر تا زمانهای بزرگتر از  $t_2$  نشان دهد. درباره اینکه آیا  $a$ ،  $v$ ، و  $x$  (و شیب آنها!) پیوسته‌اند یا خیر، به دقت فکر کنید.
۲. شکل یک موج؛ برای  $x < 0$ ، به این صورت است:

$$y = -A \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{6} \right)$$

به ازای  $x > 0$ ، طول موج آنها عبارت است از  $\lambda/2$ . با اعمال شرایط پیوستگی در  $x = 0$ ، دامنه (برحسب  $A$ ) و فاز موج در ناحیه  $x > 0$  را بیابید. موج را چنان رسم کنید که هم  $x < 0$  و هم  $x > 0$  را نشان دهد.

۳. انرژی حالت پایه یک ذره در یک چاه یک بعدی نامتناهی  $4\text{eV}$  است. اگر پهنای چاه دو برابر شود، انرژی حالت پایه جدید چقدر می‌شود؟

۴. ذره‌ای در یک چاه نامتناهی در حالت پایه با انرژی  $۱.۲۶\text{eV}$  است. چقدر انرژی باید به این ذره داده شود تا به دومین حالت برانگیخته ( $n = 3$ ) برسد؟ برای رسیدنش به سومین حالت برانگیخته ( $n = 4$ ) چقدر انرژی باید به انرژی آن اضافه شود؟

۵. الکترونی در چاه یک بعدی بینهایت عمیق به پهنای  $۰.۲۵۱\text{nm}$  به دام افتاده است. این الکترون ابتدا در حالت  $n = 4$  است. (الف) فرض کنید الکترون با گسیل یک فوتون به حالت پایه برود. انرژی این فوتون چقدر است؟ (ب) انرژی فوتونهای دیگری را بیابید که الکترون در گذر از حالت  $n = 4$  و حالت پایه گسیل می‌کند.

۶. نشان دهید معادله ۵-۲۶ مقدار  $A = \sqrt{2/L}$  را می‌دهد.

۷. ذره‌ای در چاه بعدی نامتناهی به پهنای  $L$  به دام افتاده است. اگر این ذره در حالت پایه‌اش باشد، احتمال یافتن ذره را: (الف) بین  $x = 0$  و  $x = L/3$ ؛ (ب) بین  $x = L/3$  و  $x = 2L/3$ ؛ (ج) بین  $x = 2L/3$  و  $x = L$  بیابید.

۸. ذره‌ای بین دیواره‌های صلب با فاصله  $L = ۰.۱۸۹\text{nm}$  محدود شده است. این ذره در دومین حالت برانگیخته ( $n = 3$ ) است. احتمال یافتن این ذره را در بازه‌ای به پهنای  $۱.۰\text{pm}$  واقع در: (الف)  $x = ۰.۱۱۸\text{nm}$ ؛ (ب)  $x = ۰.۳۱\text{nm}$ ؛ (ج)  $x = ۰.۷۹\text{nm}$  برآورد کنید. (راهنمایی: برای این مسئله هیچ گونه انتگرال‌گیری لازم نیست؛ معادله ۵-۴ را مستقیماً به کار برید.) نتایج متناظر برای ذره کلاسیک چه خواهند بود؟

۹. الکترونی در چاه یک بعدی به پهنای  $۱۳۲\text{nm}$  به دام افتاده است. این الکترون در حالت  $n = 10$  است. (الف) انرژی این الکترون چیست؟ (ب) عدم قطعیت تکانه آن کدام است؟ (راهنمایی: از معادله ۴-۱۰ استفاده کنید.) (ج) عدم قطعیت مکان آن چیست؟ این نتایج وقتی  $n \rightarrow \infty$  چه تغییری می‌کنند؟ آیا این موضوع با رفتار کلاسیک سازگار است؟

۱۰. کمینه انرژی الکترونی که در ناحیه یک بعدی به ابعاد هسته اتمی ( $۱.۰ \times 10^{-14}\text{m}$ ) به دام افتاده است چیست؟ این نتیجه را با مقدار معادل در مثال ۴-۷ مقایسه کنید.

۱۱. کمینه انرژی یک پروتون یا نوترون ( $mc^2 \cong 940\text{MeV}$ ) که در ناحیه‌ای از فضا با ابعاد هسته‌ای ( $۱.۰ \times 10^{-14}\text{m}$ ) محدود شده است چیست؟

۱۲. نشان دهید که مقدار میانگین  $x^2$  در چاه یک بعدی عبارت است از:

$$(x^2)_{\text{میانگین}} = L^2 \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} n^2 \pi^2 \right)$$

۱۳. با استفاده از مسئله ۱۲ نشان دهید که، برای چاه یک بعدی نامتناهی، از تعریف

$$\Delta x = \sqrt{(x^2)_{\text{میانگین}} - (x_{\text{میانگین}})^2}$$

می‌رسیم به:

$$\Delta x = L \sqrt{\frac{1}{12} - \frac{1}{2\pi^2 n^2}}$$

۱۴. (الف) در چاه یک بعدی نامتناهی، میانگین  $p$  چقدر است؟ (از بحث تقارن استفاده کنید). (ب) میانگین  $(p^2)$  چقدر است؟ [راهنمایی: میانگین  $(p^2/2m)^2$  چقدر است؟]. (ج)  $\Delta p = \sqrt{(p^2)_{\text{میانگین}} - (p_{\text{میانگین}})^2}$  چقدر است؟ (د) از نتیجه مسئله قبل بهره بگیرید و کمترین مقدار ممکن  $\Delta x \Delta p$  را محاسبه کنید. این کمیت را با آنچه از رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ به دست می‌آید مقایسه کنید؟

۱۵. مسئله ذره در چاه انرژی پتانسیل متناهی مانند مسئله چاه نامتناهی است، با این تفاوت که در اینجا مقدار انرژی پتانسیل به ازای  $x < 0$  و  $x > L$  عبارت است از  $U$ . (الف) با گنجاندن شش ثابت نامعلوم، توابع موج را برای سه ناحیه  $x < 0$ ،  $0 < x < L$ ، و  $x > L$  بنویسید، مشروط بر اینکه  $E < U$ . (ب) باید دو تالی از این شش ثابت را صفر قرار دهیم. این دو ثابت کدام‌اند؟ چرا؟ (ج) با یادآوری شرایط مرزی  $x = 0$  و  $x = L$ ، نمودار سه تابع موج با پایینترین انرژی و چگالیهای احتمال را رسم کنید. لازم نیست شرایط مرزی را صریحاً به کار بگیرید؛ فقط شکل مورد انتظار تابع موج را نشان دهید. بگذارید جوابهای چاه پتانسیل نامتناهی راهنمای شما درباره شکل توابع موج در داخل چاه باشد.

۱۶. تراز بعدی (بالاتر از  $E = 50 E_0$ ) ذره دوبعدی در یک جعبه که در آن واگنی بزرگتر از ۲ باشد، چیست؟

۱۷. ذره‌ای در یک جعبه دوبعدی به طول  $L$  و پهنای  $2L$  محدود است، مقادیر انرژی عبارت‌اند از:  $E = (\hbar^2 \pi^2 / 2mL^2)(n_x^2 + n_y^2/4)$ . دو تا از پایینترین ترازهای واگن را بیابید.

۱۸. با جایگزینی مستقیم نشان دهید که معادله ۵-۳۱ جوابی را برای معادله شرودینگر دوبعدی، معادله ۵-۲۸، فراهم می‌آورد. رابطه بین  $k_x$ ،  $k_y$  و  $E$  را بیابید.

۱۹. ذره‌ای در یک ناحیه سه بعدی فضا با ابعاد  $L$  در  $L$  در  $L$  محدود شده است. ترازهای انرژی آن عبارت‌اند از  $(\hbar^2 \pi^2 / 2mL^2)(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$ ، که  $n_x$ ،  $n_y$  و  $n_z$  اعداد صحیح بزرگتر یا مساوی یک هستند. یک نمودار تراز انرژی رسم کنید که انرژیها، اعداد کوانتومی، و واگنهای را برای ۱۰ تراز انرژی پایینی نشان دهد.

۲۰. با بهره‌گیری از شرط بهنجارش، نشان دهید که ثابت  $A$  برای نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی در حالت پایه‌اش دارای مقدار  $(m\omega_0 / \hbar\pi)^{1/2}$  است.

۲۱. (الف) در نقطه‌های برگشت کلاسیک  $\pm A$  نوسانگر هماهنگ ساده،  $K = 0$  و از این رو

۲۱.  $E = U$ . به اعتبار این رابطه، نشان دهید که در حالت پایه این نوسانگر  $A_0 = (\hbar\omega_0/k)^{1/2}$  (ب) نقطه‌های برگشت را در اولین و دومین حالت برانگیخته بیابید.

۲۲. با بهره‌گیری از تابع موج حالت پایه نوسانگر هماهنگ ساده، میانگین  $x$ ، میانگین  $(x^2)$ ، و  $\Delta x$  را بیابید. از ثابت بهنجارش  $A = (m\omega_0/h\pi)^{1/4}$  بهره‌گیرید.

۲۳. (الف) برای نوسانگر هماهنگ ساده انتظار دارید میانگین  $p$  چقدر باشد؟ به جای محاسبه از استدلالی بر مبنای تقارن استفاده کنید. (ب) برای برقرارکردن رابطه بین  $p^2$  و  $x^2$  می‌شود از پایستگی انرژی در نوسانگر هماهنگ بهره‌گرفت. با استفاده از این رابطه، مقدار میانگین  $(x^2)$  برای مسئله ۲۲، میانگین  $(p^2)$  را بیابید. (ج) با استفاده از نتایج الف و ب،  $\Delta p$  را محاسبه کنید.

۲۴. با استفاده از نتایج مسائل ۲۲ و ۲۳،  $\Delta x \Delta p$  را برای نوسانگر هماهنگ محاسبه کنید. آیا این نتیجه با رابطه عدم قطعیت سازگار است؟

۲۵. تابع موج یک نوسانگر هماهنگ در نخستین حالت برانگیخته به صورت  $\psi(x) = Axe^{-ax^2}$  است. با دنبال کردن روشی که در بخش ۵-۵ عنوان شد،  $a$  و انرژی  $E$  را بیابید. ثابت  $A$  را با تکیه بر شرط بهنجارش بیابید.

۲۶. با استفاده از ثابت بهنجارش  $A$  از مسئله ۲۰ و مقدار  $a$  از معادله ۴۲-۵، احتمال یافتن یک نوسانگر را در حالت پایه‌اش در فراسوی نقطه‌های برگشت کلاسیک  $\pm A_0$  بیابید. این مسئله را نمی‌توان به شکل بسته تحلیلی حل کرد. با استفاده از نمودار، ماشین حساب، یا کامپیوتر، روش تقریبی و عددی برای آن در پیش گیرید. فرض کنید یک الکترون در ناحیه‌ای با ابعاد اتمی ( $A_0 = 0.1 \text{ nm}$ ) با یک ثابت نیروی مؤثر  $1 \text{ eV/nm}^2$ ، مقید شده است.

۲۷. انرژی حالت پایه یک الکترون نوسانگر عبارت است از  $1.24 \text{ eV}$ . چقدر انرژی باید به این الکترون داد تا آن را به دومین حالت برانگیخته برسد؟ برای رفتن به چهارمین حالت برانگیخته چگونه؟

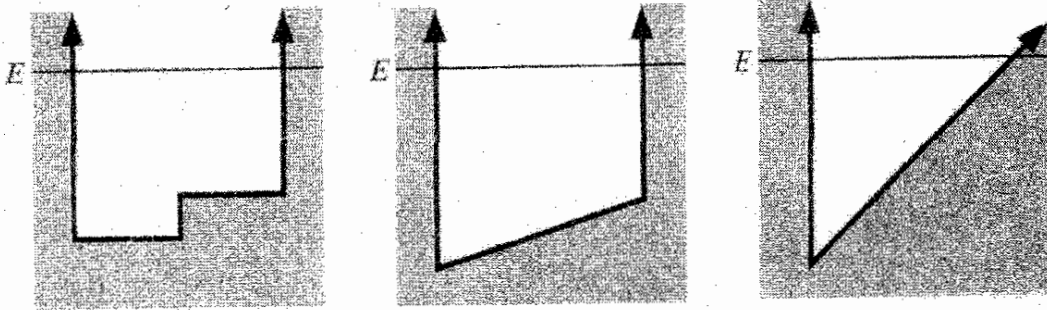
۲۸. احتمال یافتن یک ذره نوسانگر در حالت پایه را در یک بازه کوچک در مرکز چاه و در نقطه‌های برگشت کلاسیک مقایسه کنید.

۲۹. انرژی یک نوسانگر هماهنگ دوبعدی  $E = \hbar\omega_0(n_x + n_y + 1)$  است که  $n_x$  و  $n_y$  اعداد صحیح‌اند که از صفر شروع می‌شوند. (الف) این نتیجه را بر مبنای انرژی نوسانگر یک بعدی توجیه کنید. (ب) یک نمودار تراز انرژی را مشابه با شکل ۷-۵، چنان رسم کنید که مقادیر  $E$  و اعداد کوانتومی  $n_x$  و  $n_y$  را نشان دهد. (ج) نشان دهید که هر تراز دارای واگنی  $n_x + n_y + 1$  است.

۳۰. مقداری از  $K$  را بیابید که به ازای آن معادله ۵۹-۵ بیشینه مقدارش را داشته باشد، و نشان دهد که معادله ۶۰-۵ مقدار بیشینه  $\Delta x$  است.



۳۱. نموداریکی از جوابهای ممکن معادله شرودینگر را برای هر یک از انرژیهای پتانسیل شکل ۲۴-۵ رسم کنید در هر حالت چندین چرخه تابع موج را نشان دهید.



شکل ۲۴-۵ مسئله ۳۱.

۳۲. برای ذره‌ای با انرژی  $E < U$  که بر پله انرژی پتانسیل فرود می‌آید، از  $\psi$  معادله ۵۲-۵ الف و  $\psi_1$  معادله ۵۶-۵ استفاده کنید، و ثابتهای  $B$  و  $D$  را برحسب  $A$  با اعمال شرایط مرزی در  $x = 0$  محاسبه کنید.

۳۳. با استفاده از توابع موج معادله ۵۳-۵ برای پله انرژی پتانسیل، از شرایط مرزی  $\psi$  و  $d\psi/dx$  برای یافتن  $B'$  و  $C'$  برحسب  $A'$  بهره‌گیرید، برای یک پله پتانسیل که ذرات از جهت  $x$  منفی بر آن فرود می‌آیند، نسبتهای  $|B'|^2/|A'|^2$  و  $|C'|^2/|A'|^2$  را محاسبه و آنها را تفسیر کنید.

۳۴. (الف) توابع موج مربوط به سه ناحیه سد انرژی پتانسیل (شکل ۱۵-۵) را به‌ازای  $E < U$  بنویسید. به‌طور کلی به شش ضریب نیاز دارید. از نمادگذاری نمایی مختلط بهره‌گیرید. (ب) از شرایط مرزی در  $x = 0$  و در  $x = a$  استفاده کنید تا چهار رابطه مابین این شش ضریب را بیابید. (ج) فرض کنید ذرات از چپ بر سد فرود می‌آیند. چه ضریبی باید صفر گرفته شود؟ چرا؟

۳۵. مسئله ۳۴ را برای سد انرژی پتانسیل به‌ازای  $E > U$  تکرار، و نمودار جوابها را رسم کنید.



## مدل اتم رادرفورد-بور

هدف ما در این فصل، پی بردن به بعضی جزئیات ساختار اتمی بر مبنای بررسیهای تجربی و آزمایشی اتمهاست. به ویژه، دو نوع آزمایش را بررسی می‌کنیم که در تکوین نظریه ساختار اتمی نقش بسزایی دارند. این دو آزمایش عبارت‌اند از پراکندگی ذرات باردار به وسیله اتمها، که اطلاعاتی درباره توزیع بار الکتریکی در اتمها در اختیار ما می‌گذارد، و گسیل یا جذب تابش به وسیله اتمها، که ما را از حالت‌های برانگیخته اتمها آگاه می‌کند.

با بهره‌گیری از اطلاعاتی که از این آزمایشها به دست آورده‌ایم یک مدل اتمی می‌سازیم که به ما کمک می‌کند تا خواص اتمها را درک کنیم. یک مدل معمولاً تصویر بسیار ساده‌شده‌ای از یک سیستم پیچیده‌تر است، که بینشی از کارکرد آن سیستم فراهم می‌سازد اما ممکن است به اندازه کافی جامع نباشد که همه ویژگیهای آن را توضیح دهد.

در این فصل، آزمایشهایی را بررسی می‌کنیم که به مدل بور-رادرفورد (مشهور به مدل بور) انجامیدند، و بر مبنای ساختار شناخته‌شده "سیاره‌ای" استوار است که در آن الکترون‌ها مانند سیاراتی که به دور خورشید می‌گردند هسته را دور می‌زنند. هرچند که این مدل از دیدگاه مکانیک موجی اعتبار کافی ندارد، اما برای درک بسیاری از خواص اتمی، به خصوص حالت‌های برانگیخته ساده‌ترین اتم، یعنی هیدروژن، سودمند است. در فصل ۷، نشان می‌دهیم که چگونه مکانیک موجی تصویری را که از اتم هیدروژن داریم تغییر می‌دهد، و در فصل ۸ ساختار اتمهای پیچیده‌تر را مطالعه می‌کنیم.

## ۱-۶ خواص اساسی اتمها

پیش از شروع به ساختن مدل اتم، بعضی خواص اساسی اتمها را خلاصه می‌کنیم.

۱. اتمها خیلی ریزند، شعاع آنها حدود  $1 \text{ nm}$  (یعنی  $10^{-9} \text{ m}$ ) است. از این رو هر کوششی برای "دیدن" اتم با استفاده از نور مرئی ( $\lambda \cong 500 \text{ nm}$ ) به جهت اثرهای پراش، بی‌ثمر است. با استفاده از روش زیر می‌توانیم برآورد خاصی از اندازهٔ بیشینهٔ یک اتم به دست دهیم. مکعبی از جنس عنصری، مثلاً آهن، را در نظر بگیرید. چگالی آهن حدود  $8 \text{ g/cm}^3$  و جرم مولی آن  $56 \text{ g}$  است. یک مول آهن ( $56 \text{ g}$ ) حاوی اتمهایی به تعداد عدد آووگادرو، حدود  $6 \times 10^{23}$  اتم، است. به این ترتیب  $6 \times 10^{23}$  اتم حدود  $7 \text{ cm}^3$  را اشغال می‌کنند و از این رو یک اتم در  $10^{-23} \text{ cm}^3$  جای می‌گیرد. اگر فرض کنیم اتمهای یک مادهٔ جامد حتی الامکان تنگاتنگ چیده شده‌اند، یعنی شبیه کره‌های سخت با هم در تماس‌اند، در این صورت قطر یک اتم تقریباً عبارت است از:

$$\sqrt[3]{10^{-23} \text{ cm}^3} \cong 2 \times 10^{-8} \text{ cm} = 0.2 \text{ nm}$$

۲. اتمها پایدارند، آنها به‌طور خودبه‌خود به تکه‌های کوچکتر تقسیم نمی‌شوند و یا فرو نمی‌پاشند؛ بنابراین نیروهای داخلی که اتم را یکپارچه نگه می‌دارند باید در حال تعادل باشند. از این موضوع بلافاصله پی می‌بریم که نیروهایی که اجزای یک اتم را در کنار هم نگه می‌دارند باید به نحوی مخالف یکدیگر باشند، در غیر این صورت اتم فرومی‌پاشد.

۳. اتمها حاوی الکترونها دارای بار منفی‌اند اما خودشان به لحاظ الکتریکی خنثی هستند. اگر یک اتم یا مجموعه‌ای از اتمها را با نیروی کافی برآشفته کنیم، الکترونها از آن گسیل می‌شوند. از بررسی اثر کامپتون و اثر فوتوالکتریک به این نکته پی می‌بریم. در فصل ۴ هم دیدیم که اگرچه الکترونها در بعضی فرایندهای واپاشی پرتوزا از هستهٔ اتمها گسیل می‌شوند، اما در آن هسته‌ها "وجود" ندارند بلکه به دنبال فرایندی در آنجا ساخته می‌شوند. با توجه به اصل عدم قطعیت، وجود الکترونها گسیلی با انرژیهای مشاهده‌شده در آزمایشگاه در هسته ممنوع است. اما اصل عدم قطعیت چنین محدودیتی را بر اتمها اعمال نمی‌کند (مسئلهٔ ۱)، از این روست که فرض می‌کنیم الکترون در اتمها حضور دارد.

همچنین به آسانی می‌توانیم ببینیم که تودهٔ مادهٔ به لحاظ الکتریکی خنثی است، و فرض می‌کنیم که این هم یک ویژگی اتمهاست. آزمایش با باریکه‌های اتمی این فرض را تأیید می‌کند. از این حقایق تجربی می‌گیریم که اتمی با  $Z$  الکترون دارای بار منفی باید حاوی بار مثبت خالص  $Ze$  نیز باشد.

۴. اتمها تابش الکترومغناطیسی گسیل و جذب می‌کنند. این تابش می‌تواند به شکلهای گوناگونی،

چون نور مرئی ( $500 \text{ nm} \sim \lambda$ )، پرتوهای  $x$  ( $1 \text{ nm} \sim \lambda$ )، پرتوهای فرابنفش ( $10 \text{ nm} \sim \lambda$ )، پرتوهای فرورسرخ ( $1 \mu\text{m} \sim \lambda$ )، و مانند آنها باشد، در واقع از مشاهده این تابشهای گسیل و جذب شده است که بسیاری از چیزهایی را که درباره اتمها می دانیم، فرا گرفته ایم. در یک نمونه اندازه گیری گسیل، جریان الکتریکی از لامپ حاوی نمونه کوچکی از ماده مورد نظر در حالت گازی، می گذرد و وقتی اتم برانگیخته به حالت پایه اش برمی گردد، تابش گسیل می کند. طول موج بسیاری از تابشهای گسیلیده را می توان به دقت اندازه گرفت، همان طور که با توری پراش این کار را برای نور مرئی انجام می دهیم. طول موجهای جذب را می توان با عبور یک باریکه نور سفید از یک نمونه گاز و توجه به اینکه کدام رنگها از نور سفید بر اثر جذب در گاز حذف می شوند، اندازه گرفت. یکی از جنبه های مخصوصاً عجیب تابشهای اتمی این است که طول موج جذب و تابش اتمها همواره یکسان نیست؛ بعضی طول موجهای موجود در آزمایش گسیل در آزمایش جذب ظاهر نمی شوند. هر نظریه موفق ساختار اتمی باید بتواند این طول موجهای گسیل و جذب را توجیه کند.

## ۲-۶ مدل تامسون\*

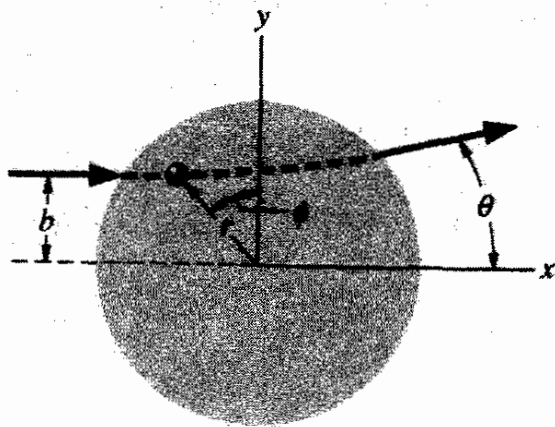
یکی از مدل های اولیه ساختار اتم را جی جی تامسون پیشنهاد کرد، که به خاطر کارهای قبلی اش در زمینه شناسایی الکترون و اندازه گیری نسبت بار به جرم آن،  $e/m$ ، مشهور بود. مدل تامسون شامل بسیاری از خواص شناخته شده اتمها، از قبیل اندازه، جرم، تعداد الکترونها، و خنثایی الکتریکی اتم است. در این مدل، اتم حاوی  $Z$  الکترون است که در کره ای همگن با بار مثبت نشانده شده اند (شکل ۱-۶). کل بار مثبت این کره  $Ze$ ، جرم آن اساساً همان جرم اتم است (الکترونها سهم چندانی در جرم کل اتم ندارند)، و شعاع این کره،  $R$ ، برابر شعاع اتم است. (این مدل را گاهی مدل "کیک کشمش" هم می گویند، چرا که الکترونها مانند کشمشهای کیک در سرتاسر اتم توزیع می شوند). نیروی وارد بر یک الکترون در فاصله  $r$  از مرکز یک کره با توزیع بار یکنواخت و شعاع  $R$  را می توان با بهره گیری از قانون گاوس محاسبه کرد (مسئله ۲):

$$F = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} r = kr \quad (1-6)$$

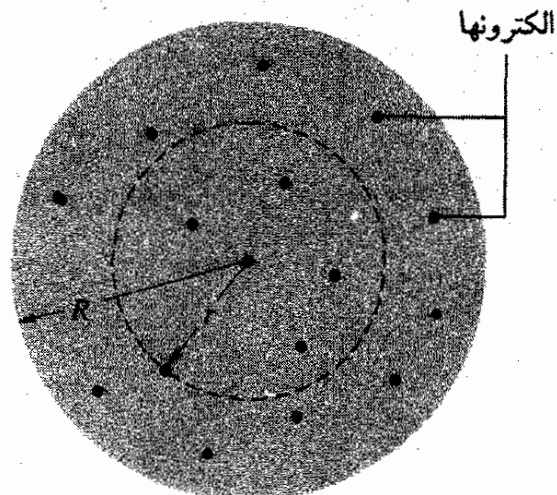
این نیروی بازگرداننده خطی باعث می شود الکترونها حول وضعیت تعادلشان نوسان کنند، درست مانند جرم متصل به فنری که نیروی بازگرداننده  $F = kx$  بر آن وارد می آید.

بنابراین انتظار داریم که در اتم تامسون الکترونها حول وضعیت تعادلشان با بسامد  $\nu = (2\pi)^{-1} \sqrt{k/m}$  نوسان کنند، که  $k$  ثابتی است که در معادله ۱-۶ تعریف شده است. چون

\* این بخش اختیاری است که بدون از دست رفتن پیوستگی موضوع می توان از آن گذشت.



شکل ۲-۶ ذره آلفای دارای بار مثبت با عبور از اتم تامسون به اندازه زاویه  $\theta$  منحرف می‌شود. مختصات  $r$  و  $\phi$  مکان ذره آلفا را وقتی این ذره در داخل اتم است مشخص می‌کند.



شکل ۱-۶ مدل اتم تامسون.  $Z$  الکترون ریز در داخل کره یکنواختی با بار مثبت  $Ze$  و شعاع  $R$  نشانده شده‌اند. یک سطح کروی خیالی به شعاع  $r$  حاوی کسر  $r^3/R^3$  از این بار است.

بار الکتریکی نوسان‌کننده امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کند که بسامد آن با بسامد این نوسان یکسان است، براساس مدل تامسون انتظار داریم که تابش گسیل‌شده از اتمها دارای این بسامد مشخصه باشد. اما معلوم شده که چنین نیست (مسئله ۳)؛ بسامدهایی محاسبه شده همان بسامدهای مشاهده شده تابش گسیلیده از اتمها نیستند.

جدی‌ترین نارسایی مدل تامسون در پراکندگی ذرات باردار از اتمها نمایان می‌شود. عبور تک‌ذره با بار مثبت از یک اتم را در نظر بگیرید. این ذره تحت تأثیر نیروهای الکتریکی اتم، تا حدودی از مسیر اولیه خود منحرف می‌شود. این نیروها عبارت‌اند از: (۱) نیروی دافعه ناشی از بار مثبت اتم، و (۲) نیروی جاذبه ناشی از الکترونها دارای بار منفی. در رویارویی پرتابه و یک الکترون، نیروهایی که هریک بر دیگری وارد می‌کند (بنابر قانون سوم نیوتون) مساوی و مختلف‌العلامت‌اند، و از این رو قربانی اصلی این رویارویی الکترون است که جرم خیلی کمتری دارد؛ تأثیر رویارویی بر پرتابه ناچیز است. (فرض کنید توپ بولینگ را در میدانی پر از توپ پینگ‌پنگ بغلتانیم!) به این ترتیب فقط باید اتم دارای بار مثبت را عامل اصلی انحراف ذره در نظر بگیریم. با استدلالی مشابه، هر حرکت ممکن اتم با جرم بیشتر را بر اثر عبور پرتابه نادیده می‌گیریم. به این ترتیب، آزمایش، پراکندگی یک ذره با بار مثبت از قسمت سنگین و دارای بار مثبت اتم صورت می‌گیرد.

شکل ۲-۶ نمایش انحراف پرتابه را نشان می‌دهد، که با سرعت  $v$  (فرض می‌کنیم  $c \ll v$ ) و از مکانیک نسبیتی بهره می‌گیریم، به طوری که  $K = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$  در امتداد خطی حرکت می‌کند که فاصله آن از مرکز اتم اگر پرتابه منحرف نشود  $b$  است. فاصله  $b$  را پارامتر برخورد می‌گویند.

دافعه الکتریکی باعث انحراف اندکی می‌شود، و از این رو ذره اتم را در جهتی اندکی متفاوت ترک می‌کند که زاویه آن با جهت اولیه  $\theta$  است.

می‌توانیم زاویه انحراف  $\theta$  را با در نظر گرفتن ضربه‌ای که بر پرتابه وارد می‌آید، و به آن تکانه‌ای در جهت  $y$  می‌دهد، محاسبه کنیم:

$$\Delta p_y = \int F_y dt \quad (2-6)$$

در یک نقطه دلخواه در امتداد مسیر

$$F_y = F \cos \phi$$

بر پرتابه، با بار  $q = ze$ ، نیروی  $F$  وارد می‌آید که مقایسه با معادله ۱-۶ عبارت است از:

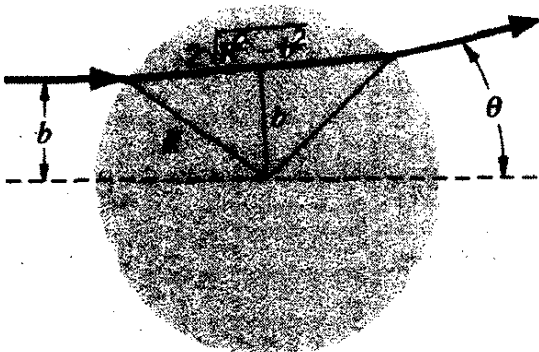
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{R^2} r = zkr \quad (3-6)$$

$k$  همان ثابتی است که به وسیله معادله ۱-۶ تعریف شد. چون  $\phi \cong b/r$ ، داریم:

$$\begin{aligned} \Delta p_y &\cong \int zkr \cdot \frac{b}{r} \cdot dt = zkb \int dt \\ &= zkbT \end{aligned} \quad (4-6)$$

که  $T$  کل زمانی است که طول می‌کشد تا پرتابه از اتم بگذرد، و برابر است با کل مسافت طی شده در اتم تقسیم بر سرعت متوسط. چون انحراف ناچیز است، مسیر را می‌توان تقریباً یک خط مستقیم در نظر گرفت (شکل ۳-۶) و سرعت متوسط تقریباً برابر  $v$  است، به گونه‌ای که:

$$T \cong \frac{2\sqrt{R^2 - b^2}}{v} \quad (5-6)$$



شکل ۳-۶ شکل هندسی تقریبی انحراف یک ذره آلفا به وسیله اتم تامسون. در نمایش زاویه پراکندگی، که بیشینه مقدارش حدود  $1^\circ$  است، بسیار اغراق شده است.

در این صورت از معادله ۶-۴ داریم:

$$\Delta p_y \cong \frac{2zkb}{v} \sqrt{R^2 - b^2} \quad (6-6)$$

با فرض ناچیز بودن تغییر  $p_x$ ، داریم:

$$\tan \theta = \frac{p_y}{p_x} \cong \frac{\Delta p_y}{p} \quad (7-6)$$

و اگر  $\theta$  کوچک باشد،  $\tan \theta \cong \theta$ ، از این رو

$$\theta \cong \frac{\Delta p_y}{p} = \frac{2zkb}{mv^2} \sqrt{R^2 - b^2} \quad (8-6)$$

مقدار زاویه پراکندگی  $\theta$  به مقدار پارامتر برخورد،  $b$ ، بستگی دارد. وقتی  $b = 0$ ، پرتابه منحرف نمی‌شود ( $\theta = 0$ ) زیرا نیروی خالص وارد بر پرتابه صفر است. وقتی  $b = R$ ، پرتابه باز هم منحرف نمی‌شود، زیرا فرض می‌کنیم نیرو فقط وقتی وارد می‌آید که پرتابه در داخل اتم باشد. می‌توانیم مقدار میانگین متناظر با مقدار میانگین  $b$  را بیابیم، که برای آن مقدار بینابینی  $b = R/2$  را اختیار می‌کنیم. در این حالت، از معادله ۸-۶ می‌رسیم به:

$$\theta_{\text{میانگین}} = \sqrt{\frac{3}{4} \frac{z k R^2}{m v^2}} \quad (9-6)$$

معادله ۹-۶ برآوردی از میانگین زاویه پراکندگی برای اتم تامسون را به دست می‌دهد.

### مثال ۱-۶

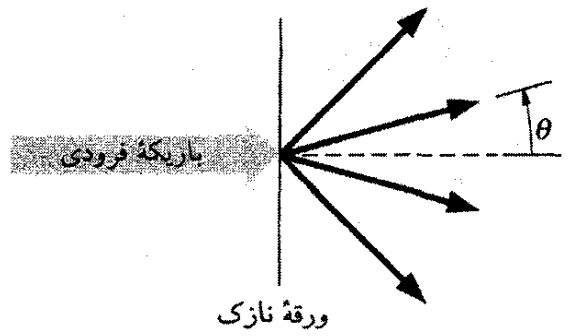
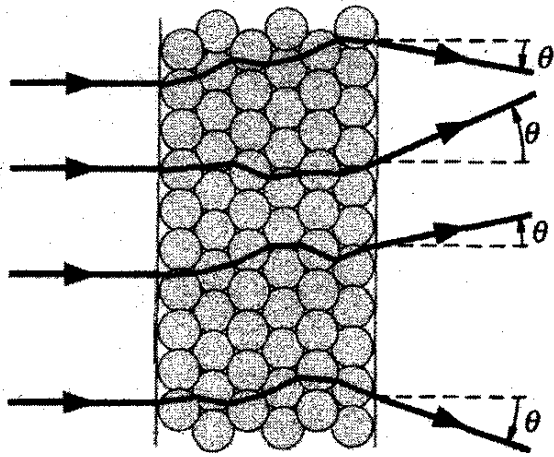
با استفاده از مدل تامسون با  $R = 0.1 \text{ nm}$  (نمونه شعاع اتمی)، میانگین زاویه انحراف به‌ازای هر برخورد را وقتی ذرات آلفا ( $z = 2$ ) با انرژی  $5 \text{ MeV}$  از طلا ( $Z = 79$ ) پراکنده می‌شوند، محاسبه کنید.

حل: با محاسبه کمیت  $zkR^2$  می‌رسیم به:

$$zkR^2 = 2 \left( \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \right) R^2 = (2)(79) \frac{1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0.1 \text{ nm}} \cong 2.3 \text{ keV}$$

(به یاد آورید که  $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ )، همچنین،  $mv^2 = 2K = 10 \text{ MeV}$ ، از این رو

$$\theta_{\text{میانگین}} \cong \sqrt{\frac{3}{4} \frac{2.3 \text{ keV}}{10 \text{ MeV}}} \cong 2 \times 10^{-2} \text{ rad} = 0.1^\circ$$



شکل ۵-۶ نمایش میکروسکوپی پراکندگی. بعضی از تک پراکندگیها گرایش به افزایش  $\theta$  دارند، در حالی پراکندگیهای دیگر را  $\theta$  کاهش می دهند.

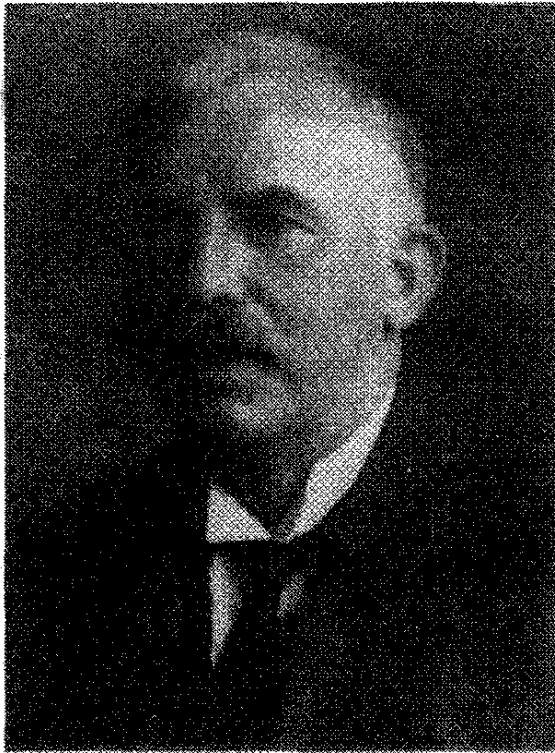
شکل ۴-۶ یک نمونه آزمایش پراکندگی. یک باریکه فرودی به وسیله یک برگه نازک پراکنده می شود؛ ذرات پراکنده در تمام مقادیر ممکن  $\theta$  در آزمایشگاه پراکنده می شوند.

شکل ۴-۶ طرح یک آزمایش پراکندگی معمولی را نشان می دهد. باریکه ای از ذرات بر یک برگه نازک فرود می آید. به جای پراکندگی یک تک پرتابه از یک تک اتم، پراکندگی چند پرتابه از چند اتم را مشاهده می کنیم و هیچ کنترلی بر پارامتر برخورد  $b$  در هر پراکندگی نداریم. شکل ۵-۶ مقطع بزرگ شده ای از ورقه پراکنده را نشان می دهد. یک پرتابه در حین عبور از این برگه چندین بار پراکنده می شود. به ازای ضخامت برگه در حدود  $1 \mu\text{m}$  ( $10^{-6} \text{ m}$ )، پرتابه به وسیله حدود  $10^4$  اتم پراکنده می شود، که هر یک از آنها پرتابه را در زاویه ای منحرف می کند که مقدار میانگین آن میانگین  $\theta$  است. زاویه پراکندگی کل برای هر پرتابه خاص را ملاحظات آماری تعیین می کند، زیرا بعضی از تک پراکندگیها پرتابه را به زاویه های پراکندگی بزرگتر و بعضی از آنها به زاویه های پراکندگی کوچکتر می رانند (شکل ۵-۶). این یک مثال از مسئله "قدم زدن کاتوره ای" است؛ به ازای  $N$  پراکندگی، بین میانگین زاویه پراکندگی کل،  $\theta$ ، یا میانگین زاویه هر تک پراکندگی رابطه زیر برقرار است:

$$\theta \approx \sqrt{N} \theta_{\text{میانگین}} \quad (10-6)$$

به ازای  $N = 10^4$  و  $\theta_{\text{میانگین}} = 1^\circ$ ، انتظار داریم میانگین زاویه پراکندگی خالصی حدود  $1^\circ$  را ببینیم، که با مشاهدات سازگار است.

نارسایی مدل تامسون وقتی نمایان می شود که احتمال پراکندگی در زاویه های بزرگ را بررسی می کنیم. اگر هر تک پراکندگی پرتابه را به اندازه زاویه ای حدود  $1^\circ$  منحرف کند، برای مشاهده انحراف پرتابه ها در زاویه کل بزرگتر از  $90^\circ$ ، باید حدود  $10^4$  پراکندگی پی در پی داشته باشیم، که همه آنها پرتابه را به زاویه های بزرگتر برانند. چون احتمال پراکندگی در زاویه های بزرگتر یا کوچکتر



ارنست رادرفورد (انگلستان، ۱۸۷۱-۱۹۳۷). بنیانگذار فیزیک هسته‌ای، به‌خاطر کارهای ابتکاری در زمینه پراکندگی ذره آلفا و واپاشیهای پرتوزا معروف است. رهبری الهامبخش وی بر نسلی از دانشمندان هسته‌ای و اتمی انگلیس تأثیر نهاد.

مساوی است، احتمال  $10^4$  پراکندگی پی‌درپی در زاویه‌های بزرگتر، مانند احتمال یافتن  $10^4$  شیر متوالی در شیر یا خط‌کردن یعنی حدود  $10^{-3000} = (1/2)^{10000}$  است.

در سال ۱۹۱۰ هانس گایگر و ارنست مارسدن در آزمایشگاه ارنست رادرفورد آزمایشی از این نوع انجام دادند. نتیجه‌هایی که به‌دست آوردند نشان داد که احتمال پراکنده‌شدن یک ذره آلفا در زاویه‌های بزرگتر از  $90^\circ$  حدود  $10^{-4}$  است. رادرفورد این اختلاف چشمگیر بین مقدار انتظاری ( $10^{-3000}$ ) و مقدار مشاهده‌شده ( $10^{-4}$ ) را این‌گونه تشریح کرد:

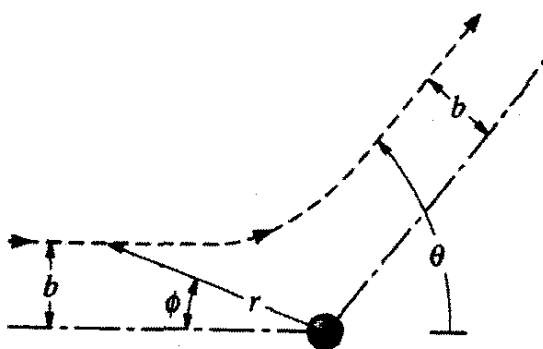
این شگفت‌ترین رویدادی بود که تاکنون در زندگی برابم پیش آمده بود. این واقعه همان اندازه باورنکردنی بود که یک گلولهٔ توپ ۱۵ اینچی پس از برخورد به یک تکه دستمال کاغذی برگردد و به خود شما اصابت کند.

تحلیل نتایج این آزمایشهای پراکندگی باعث شد رادرفورد پیشنهاد کند که جرم و بار مثبت اتم به‌طور یکنواخت در تمام حجم اتم توزیع نشده، بلکه در ناحیهٔ فوق‌العاده کوچکی، به قطر حدود  $10^{-14}$  m، در مرکز اتم، تمرکز یافته است. در بخش بعد خواهیم دید که این پیشنهاد تا چه حد با نتیجهٔ حاصل از پراکندگی در زاویه‌های بزرگ سازگار است.

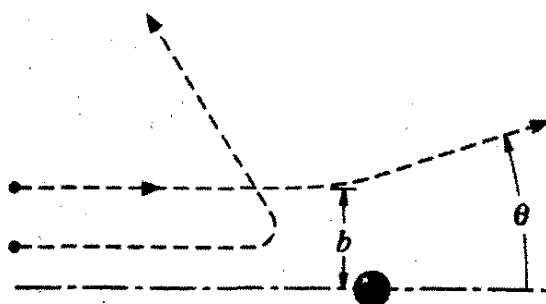
## ۳-۶ اتم هسته‌ای رادرفورد

رادرفورد ضمن تحلیل پراکندگی ذرات آلفا نتیجه گرفت که محتملترین راه انحراف یک ذره آلفا





شکل ۶-۷ مسیر هذلولوی ذره پراکنده.



شکل ۶-۶ پراکندگی از یک اتم هسته دار. مسیر ذره پراکنده یک هذلولوی است. هرچه پارامتر برخورد کوچکتر باشد زاویه پراکندگی بزرگتر است.

( $m = 4u$ ) در زاویه‌ای بزرگ یک تک برخورد با یک جسم سنگینتر است. بنابراین، رادرفورد پیشنهاد کرد که بار و جرم اتم در مرکز آن در ناحیه‌ای به نام هسته، متمرکز است. شکل ۶-۶ طرح پراکندگی را در این حالت را نشان می‌دهد. بر پرتابه، با بار  $ze$ ، نیرویی دافعه ناشی از هسته مثبت بار وارد می‌آید:

$$F = \frac{(ze)(Ze)}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (۱۱-۶)$$

(فرض می‌کنیم که پرتابه همیشه خارج از هسته است، از این رو بار هسته‌ای کامل،  $Ze$ ، را احساس می‌کند.) الکترونها اتمی، با جرم اندکشان، تأثیر چندانی بر مسیر پرتابه ندارند و اثر آنها را بر پراکندگی نادیده می‌گیریم. همین‌طور فرض می‌کنیم که جرم هسته بسیار بزرگتر از جرم پرتابه است به طوری که در خلال فرایند پراکندگی حرکت نمی‌کند؛ چون هسته هیچ حرکت پس‌زنی ندارد، انرژی جنبشی اولیه و نهایی پرتابه،  $K$ ، با هم برابرند.

مطابق شکل ۶-۶، به ازای هر پارامتر برخورد  $b$ ، یک زاویه پراکندگی معین،  $\theta$ ، وجود دارد و ما به رابطه بین  $b$  و  $\theta$  نیاز داریم. می‌توان نشان داد که این پرتابه مسیر هذلولوی را طی می‌کند؛ در مختصات قطبی  $r$  و  $\phi$ ، معادله این هذلولوی عبارت است از:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin\phi + \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 b^2 K} (\cos\phi - 1) \quad (۱۲-۶)$$

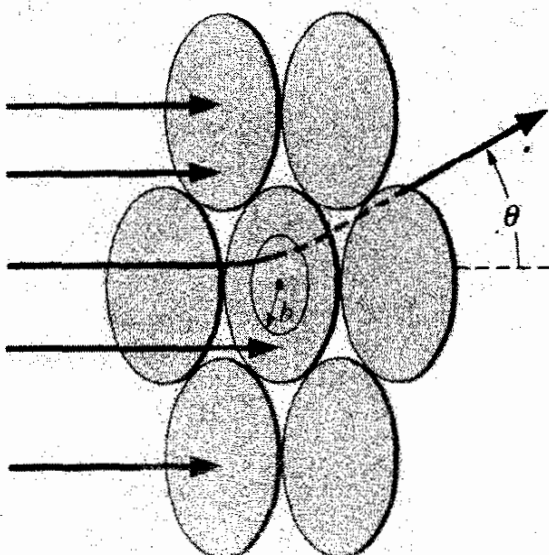
مطابق شکل ۶-۷، مکان اولیه ذره عبارت است از  $\phi = 0$ ،  $r \rightarrow \infty$  و مکان نهایی عبارت خواهد بود از  $\phi = \pi - \theta$ ،  $r \rightarrow \infty$ . با استفاده از مختصات مکان نهایی، معادله ۱۲-۶ تبدیل می‌شود به:

$$b = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 K} \cot \frac{1}{2}\theta = \frac{zZ}{2K} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cot \frac{1}{2}\theta \quad (۱۳-۶)$$

(این نتیجه به این صورت نوشته می‌شود تا بتوان  $1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm} = e^2 / 4\pi\epsilon_0$  را به آسانی در آن وارد کرد.) پرتابه‌ای که با پارامتر برخورد  $b$  به هسته نزدیک می‌شود در زاویه  $\theta$  پراکنده خواهد شد؛ پرتابه‌هایی که با مقادیر کوچکتر  $b$  نزدیک می‌شوند، مطابق شکل ۶-۶، در زاویه‌های بزرگتر پراکنده خواهند شد.

بررسی خود درخصوص پراکندگی پرتابه‌های باردار به وسیله هسته را (که معمولاً پراکندگی رادرفورد نامیده می‌شود) به سه بخش تقسیم می‌کنیم: (۱) محاسبه کسری از پرتابه‌ها که در زاویه‌هایی بزرگتر از  $\theta$  پراکنده شده‌اند، (۲) فرمول پراکندگی رادرفورد و تأیید تجربی آن، و (۳) نزدیکترین فاصله پرتابه تا هسته.

۱. کسری از پرتابه‌ها که در زاویه‌های بزرگتر از  $\theta$  پراکنده شده‌اند. با توجه به شکل ۶-۶ بلافاصله ملاحظه می‌کنیم که هر پرتابه با پارامتر برخورد کوچکتر از مقدار  $b$  در زاویه‌های بزرگتر از  $\theta$  متناظر با آن پراکنده خواهد شد. احتمال اینکه پارامتر برخورد کوچکتر از یک مقدار مفروض  $b$  باشد چیست؟ فرض کنید ضخامت برگه یک اتم باشد، یعنی یک تک‌لایه از اتم‌ها که، مطابق شکل ۸-۶، تنگ هم چیده شده‌اند. هر اتم را با یک قرص دایره‌ای، به مساحت  $\pi R^2$ ، نشان داده‌ایم. اگر برگه حاوی  $N$  اتم باشد، مساحت کل آن عبارت خواهد بود از  $N\pi R^2$ . برای پراکندگی در زاویه‌های بزرگتر از  $\theta$ ، پارامتر برخورد باید بین صفر و  $b$  باشد؛ یعنی، پرتابه باید در محدوده یک قرص دایره‌ای به مساحت  $\pi b^2$  به اتم نزدیک شود. اگر پرتابه‌ها به طور یکنواخت در سطح قرص پراکنده شوند، در این صورت کسری از پرتابه‌ها که در داخل این سطح قرار می‌گیرند درست برابر است با  $\pi b^2 / \pi R^2$ . ضخامت یک برگه پراکنده‌کننده واقعی ممکن است هزاران یا ده‌ها هزار اتم باشد. فرض کنید  $t$  ضخامت برگه و  $A$  مساحت آن باشد، و فرض می‌کنیم  $\rho$  و  $M$  چگالی و جرم مولی ماده‌ای



شکل ۸-۶ طرح پراکندگی برای چندین اتم. به ازای پارامتر برخورد  $b$ ، زاویه پراکندگی عبارت است از  $\theta$ . اگر ذره در محدوده سطح  $\pi b^2$  قرص به اتم وارد شود، زاویه پراکندگی آن بزرگتر از  $\theta$  خواهد شد.

باشد که برگه از آن ساخته شده است. در این صورت حجم برگه  $At$ ، جرم آن  $\rho At$ ، تعداد مولها  $\rho At/M$ ، و تعداد اتمها یا هستهها در واحد حجم عبارت خواهد بود از

$$n = N_A \frac{\rho At}{M} \frac{1}{At} = \frac{N_A \rho}{M} \quad (۱۴-۶)$$

که  $N_A$  عدد آووگادرو (تعداد اتمها در هر مول) است. تعداد هستهها در واحد سطح، از دید یک پرتابه فرودی، عبارت است از  $nt = N_A \rho t/M$ ؛ یعنی، به طور میانگین، هر هسته یک سطح  $(N_A \rho t/M)^{-1}$  را در مقابل پرتابه قرار می‌دهد. برای پراکندگی در زاویه‌های بزرگتر از  $\theta$ ، باید مجدداً پرتابه در محدوده سطح  $\pi b^2$  از مرکز اتم قرار گیرد؛ کسر پراکنده شده در زاویه‌های بزرگتر از  $\theta$  درست همان کسری است که به یک اتم در محدوده  $\pi b^2$  نزدیک می‌شود:

$$f_{<b} = f_{>\theta} = nt\pi b^2 \quad (۱۵-۶)$$

با فرض اینکه ذرات فرودی به طور یکنواخت در سطح برگه پخش می‌شوند.

### مثال ۲-۶

یک برگه طلا ( $\rho = ۱۹۳ \text{g/cm}^3$ ،  $M = ۱۹۷ \text{g/mol}$ ) دارای ضخامت  $۲.۰ \times ۱۰^{-۲} \text{cm}$  است. این برگه را برای پراکندن ذرات آلفا به انرژی جنبشی  $۸.۰ \text{MeV}$  به کار می‌گیرند. (الف) چه کسری از ذرات آلفا در زاویه‌های بزرگتر از  $۹۰^\circ$  پراکنده می‌شود؟ (ب) چه کسری از ذرات آلفا در زاویه‌های بین  $۹۰^\circ$  و  $۴۵^\circ$  پراکنده می‌شود؟

حل: (الف) در این مورد تعداد هستهها در واحد حجم را می‌توان چنین محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} n &= \frac{N_A \rho}{M} = \frac{(۶.۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{اتم/mol})(۱۹۳ \text{g/cm}^3)}{۱۹۷ \text{g/mol}} \\ &= ۵.۹ \times ۱۰^{۲۲} \text{اتم/cm}^3 \\ &= ۵.۹ \times ۱۰^{۲۸} \text{اتم/m}^3 \end{aligned}$$

برای اینکه پراکندگی در زاویه  $۹۰^\circ$  انجام گیرد، پارامتر برخورد  $b$  را می‌توان از معادله ۱۳-۶ یافت:

$$b = \frac{(۲)(۷۹)}{۲(۸.۰ \times ۱۰^۶ \text{eV})} (۱.۴۴ \text{eV} \cdot \text{nm}) \cot ۴۵^\circ = ۱.۴ \times ۱۰^{-۱۲} \text{m}$$

بنابراین هسته  $\pi b^2 = ۶.۴ \times ۱۰^{-۲۸} \text{m}^2$  و در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} f_{>۹۰} &= (۵.۹ \times ۱۰^{۲۸} \text{هسته/m}^3)(۲.۰ \times ۱۰^{-۲} \text{m})(۶.۴ \times ۱۰^{-۲۸} \text{م}^2/\text{هسته}) \\ &= ۷.۵ \times ۱۰^{-۵} \end{aligned}$$

(ب) با تکرار همین محاسبات به‌ازای  $\theta = 45^\circ$ ، می‌رسیم به:

$$b = \frac{(2)(79)}{2(1.8 \times 10^6 \text{ eV})} (1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm}) \cot 22.5^\circ = 3.4 \times 10^{-12} \text{ m}$$

و  $f_{45^\circ} = 4.4 \times 10^{-2}$  اگر کسر کل  $4.4 \times 10^{-2}$  در زاویه‌هایی بزرگتر از  $45^\circ$  پراکنده شود، و از این کسر،  $7.5 \times 10^{-5}$  در زاویه‌هایی بزرگتر از  $90^\circ$  پراکنده شود، کسر پراکنده‌شده بین  $45^\circ$  و  $90^\circ$  به این قرار خواهد بود:

$$4.4 \times 10^{-2} - 7.5 \times 10^{-5} = 3.6 \times 10^{-2}$$

۲. فرمول پراکندگی رادرفورد و توجیه تجربی آن. برای یافتن احتمال پراکندگی پرتابه در گستره زاویه‌ای کوچک  $\theta$  (بین  $\theta$  و  $\theta + d\theta$ )، باید پارامتر برخورد در گستره کوچک  $db$  در  $b$  قرار گیرد (شکل ۹-۶). این کسر،  $df$ ، با توجه به معادله ۱۵-۶، عبارت است از:

$$df = nt(2\pi b db)$$

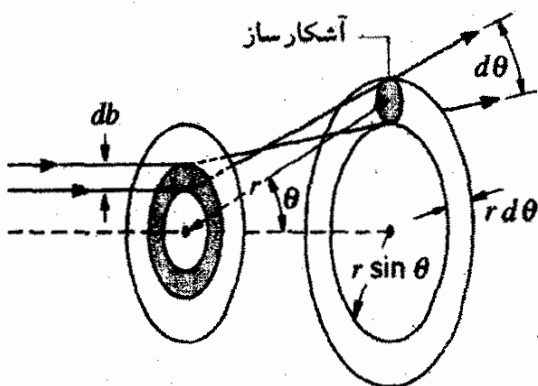
با دیفرانسیل گرفتن از معادله ۱۳-۶ کمیت  $db$  را برحسب  $d\theta$  می‌یابیم:

$$db = \frac{zZ}{2K} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(-\csc^2 \frac{1}{2}\theta\right) \left(\frac{1}{2}d\theta\right) \quad (16-6)$$

و به این ترتیب،

$$|df| = \pi nt \left(\frac{zZ}{2K}\right)^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \csc^2 \frac{1}{2}\theta \cot \frac{1}{2}\theta d\theta \quad (17-6)$$

(علامت منفی در معادله ۱۶-۶ اهمیتی ندارد؛ بلکه فقط به ما می‌گوید با کاهش  $d$  مقدار  $\theta$  افزایش می‌یابد.) فرض کنید یک آشکارساز پرتابه‌های پراکنده را در زاویه  $\theta$  و به فاصله  $r$  از هسته قرار



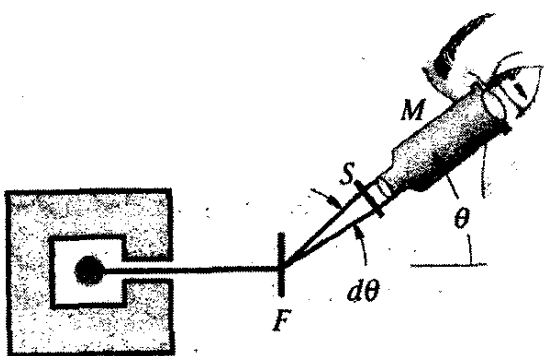
شکل ۹-۶ ذراتی که بین  $b$  و  $b + db$  به حلقه وارد می‌شوند، به‌طور یکنواخت در امتداد حلقه‌ای به پهنای  $d\theta$  توزیع می‌شوند. یک آشکارساز در فاصله  $r$  از برگه پراکنده قرار دارد.

دهیم. احتمال اینکه پرتابه‌ای به داخل این آشکارساز پراکنده شود به  $df$  بستگی دارد، که احتمال گذشتن ذرات پراکنده از حلقه‌ای به شعاع  $r \sin \theta$  و پهنای  $r d\theta$  است. مساحت این حلقه عبارت است از  $dA = (2\pi r \sin \theta) r d\theta$ . برای محاسبه آهنگ پراکنده شدن پرتابه‌ها به داخل آشکارساز باید احتمال پراکندگی به این حلقه را در واحد سطح بدانیم. این احتمال عبارت است از  $|df|/dA$ ، که آن را  $N(\theta)$  می‌نامیم، و بعد از مقداری عملیات و دستکاری می‌رسیم به:

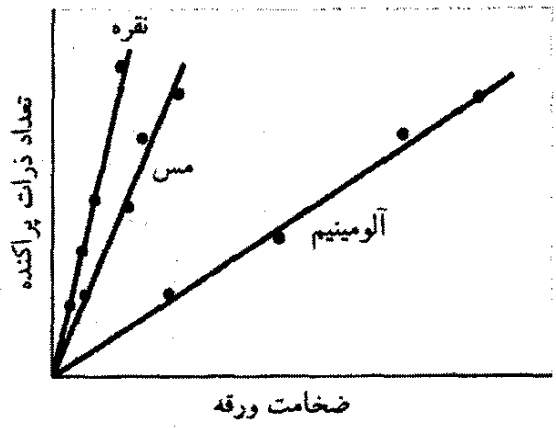
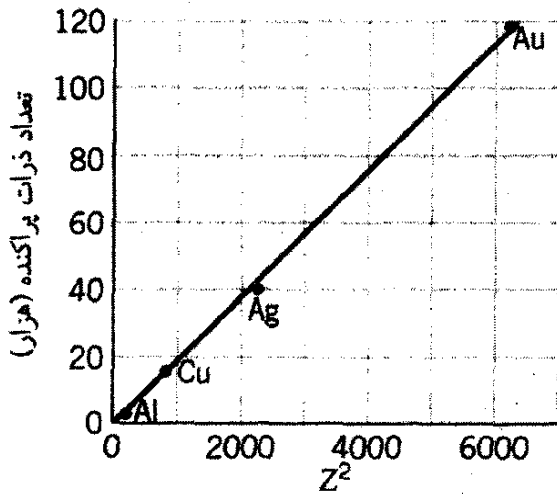
$$N(\theta) = \frac{nt}{4r^2} \left( \frac{zZ}{2K} \right)^2 \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{1}{2}\theta} \quad (۱۸-۶)$$

که فرمول پراکندگی رادرفورد است.

گایگر و مارسدن، در آزمایشگاه رادرفورد، پیش‌بینی‌های این فرمول را در یک رشته آزمایش‌های جالب توجه که دقت فراوان و مهارت تجربی زیادی را می‌طلبد، آزمودند. آنها ذرات آلفا ( $z = 2$ ) را از انواع متنوعی از برگه‌های فلزی نازک، پراکنده کردند. در آن روزها که هنوز تجهیزات ثبت و پردازش الکترونیکی موجود نبود، گایگر و مارسدن ذرات آلفا را با شمردن سوسوزنیها (درخشهای نور) ناشی از برخورد این ذرات به یک صفحه سولفیدروی، مشاهده و ثبت می‌کردند. در شکل ۱۰-۶ طرحی از تجهیزات آنها را مشاهده می‌کنید. به‌طور کلی، چهار پیش‌بینی فرمول پراکندگی رادرفورد آزموده شد: الف)  $N(\theta) \propto t$ . گایگر و مارسدن، با یک چشمه ذرات آلفای  $8\text{MeV}$  ناشی از واپاشی پرتوزا، از برگه‌های پراکنده‌ای استفاده کردند که ضخامت آنها،  $t$ ، تغییر می‌کرد در حالی که زاویه پراکندگی،  $\theta$ ، در حدود  $25^\circ$  ثابت نگه داشته می‌شد. در شکل ۱۱-۶ نتایج آنها خلاصه شده است و بستگی خطی  $N(\theta)$  به  $t$  آشکار است. این موضوع هم معلوم است که، حتی در این زاویه پراکندگی کوچک، تک‌پراکندگی خیلی مهمتر از پراکندگی چندگانه است. (در نظریه آماری کاتوره‌ای پراکندگی چندگانه، احتمال پراکندگی در یک زاویه بزرگ با ریشه دوم تعداد تک‌پراکندها متناسب است، و انتظار داریم  $N(\theta) \propto t^{1/2}$ . شکل ۱۱-۶ به روشنی نشان می‌دهد که این حکم صادق نیست.) این نتیجه، تفاوت مهم پراکندگی از اتم تامسون و اتم هسته‌ای رادرفورد را نشان می‌دهد: در



شکل ۱۰-۶ نمودار طرح‌وار (کلی) آزمایش پراکندگی ذره آلفا، یک چشمه پرتوزای ذرات آلفا در حفاظی با سوراخی کوچک قرار دارد. ذرات آلفا به برگه  $F$  برخورد می‌کنند و در گستره زاویه‌ای  $d\theta$  پراکنده می‌شوند. در هر برخورد یک ذره پراکنده به پرده  $S$  یک درخش نورگسیل و با میکروسکوپ متحرک  $M$  مشاهده می‌شود.



شکل ۶-۱۲. بستگی آهنگ پراکندگی به بار هسته‌ای  $Z$  در برگه‌هایی از جنسهای مختلف. داده‌ها برحسب  $Z^2$  رسم شده‌اند.

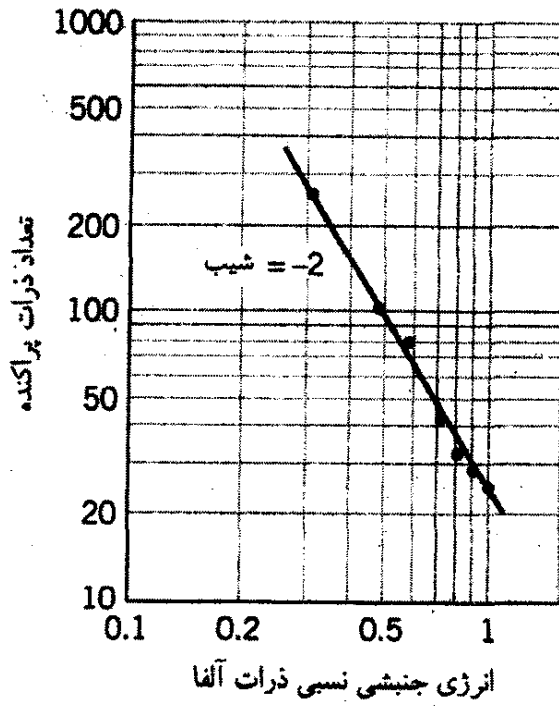
شکل ۶-۱۱. وابستگی آهنگ پراکندگی به ضخامت برگه برای سه برگه پراکندگی مختلف.

مدل تامسون، هر اتم در مسیر پرتابه حین عبور از برگه آن را پراکنده می‌کند (شکل ۶-۵)، در حالی که در مدل هسته‌ای رادرفورد هسته به اندازه‌ای ریز است که فرصت حتی یک تک‌رویاری قابل ملاحظه اندک، و مجال رویاری با بیش از یک هسته، ناچیز است.

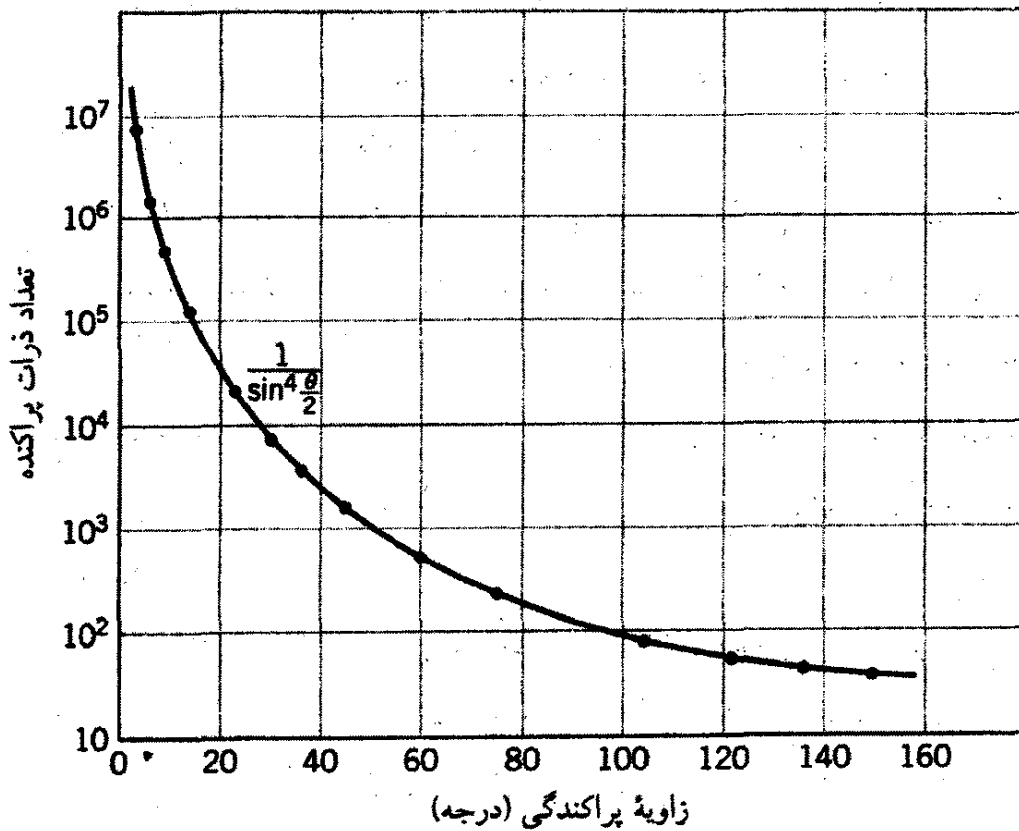
(ب)  $N(\theta) \propto Z^2$ . در این آزمایش، گایگر و مارسدن از مواد پراکنده متفاوت و متنوعی استفاده کردند، که ضخامت آنها تقریباً (و نه دقیقاً) یکسان بود. بنابراین، آزمودن این تناسب از آزمودن تناسب قبلی بسیار دشوارتر است، زیرا مستلزم مقایسه ضخامت‌های مختلف از مواد مختلف است. اما، مطابق شکل ۶-۱۲، این نتایج با تناسب  $N(\theta)$  با  $Z^2$  سازگار است.

(ج)  $N(\theta) \propto K^{-2}$ . برای آزمودن این پیش‌بینی فرمول پراکندگی رادرفورد، گایگر و مارسدن ضخامت برگه پراکنده را ثابت نگه داشتند و سرعت ذرات آلفا را تغییر دادند. آنها این کار را با کند کردن ذرات آلفای گسیل شده از چشمه پرتوزا، با استفاده از ورقه‌های نازک میکا، انجام دادند. آنها با اندازه‌گیریهای مستقل به اثر ضخامت‌های گوناگون میکا بر سرعت ذرات آلفا پی بردند. نتیجه این آزمایش در شکل ۶-۱۳ نشان داده شده است؛ در اینجا نیز سازگاری فوق‌العاده خوب با رابطه موردنظر را می‌بینیم.

(د)  $N(\theta) \propto \sin^{-2}(\theta/2)$ . این بستگی به  $\theta$  شاید مهمترین و بارزترین جنبه فرمول پراکندگی رادرفورد باشد. این بستگی بیشترین تغییرات  $N$  در گستره حصول در آزمایش را هم پدید می‌آورد. در آزمونهای پیشین،  $N$  شاید یک مرتبه بزرگی تغییر می‌کرد؛ اما در این حالت  $N$  از زاویه‌های کوچکتر تا بزرگتر در حدود پنج مرتبه بزرگی تغییر می‌کند. گایگر و مارسدن با استفاده از یک برگه طلا  $\theta$  را از  $5^\circ$  تا  $150^\circ$  تغییر دادند، تا رابطه بین  $N$  و  $\theta$  را بیابند که در شکل ۶-۱۴ رسم شده است. سازگاری با فرمول رادرفورد در اینجا نیز بسیار خوب است.



شکل ۱۳-۶ بستگی سرعت پراکندگی به انرژی جنبشی ذرات آلفای فرودی برای پراکندگی از یک تک برکه. به مقیاس لگاریتمی هر دو محور توجه کنید؛ شیب  $-2$  نشان می‌دهد که:  $\log N \propto -2 \log K$ ، یا  $N \propto K^{-2}$ ، که همان چیزی است که از فرمول رادرفورد انتظار داریم.



شکل ۱۴-۶ بستگی آهنگ پراکندگی به زاویه پراکندگی  $\theta$ ، با استفاده از یک برکه طلا. بستگی  $\sin^{-4}(\theta/2)$  دقیقاً مطابق پیش‌بینی فرمول رادرفورد است.

به این ترتیب تمام پیش‌بینیهای فرمول پراکندگی رادرفورد به کمک آزمایش تأیید، و صحت "اتم هسته‌ای" اثبات شد.

۳. نهایت نزدیکی پرتابه به هسته. یک پرتابه دارای بار مثبت با نزدیک شدن به هسته کند می‌شود، بخشی از انرژی اولیه‌اش به انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی ناشی از دافعه هسته‌ای تبدیل می‌شود. هرچه پرتابه به هسته نزدیک شود، انرژی پتانسیل آن بیشتر می‌شود، زیرا

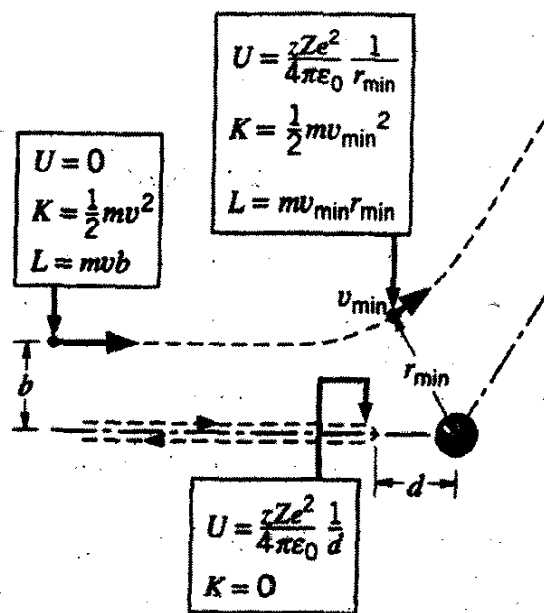
$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{r}$$

بیشینه انرژی پتانسیل، و در نتیجه کمینه انرژی جنبشی، به‌ازای کمترین مقدار  $r$  پیش می‌آید. فرض می‌کنیم که وقتی پرتابه خیلی از هسته دور است انرژی کل آن  $E = K = (\frac{1}{2})mv^2$  و  $U = 0$ . با نزدیک شدن پرتابه به هسته،  $K$  کاهش و  $U$  افزایش می‌یابد، اما مجموع  $U + K$  کماکان ثابت می‌ماند. در فاصله  $r_{min}$  سرعت عبارت است از  $v_{min}$  و (شکل ۱۵-۶):

$$E = \frac{1}{2}mv_{min}^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{r_{min}} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (19-6)$$

تکانه زاویه‌ای نیز پایسته است. در فاصله دور از هسته، تکانه زاویه‌ای  $L$  عبارت است از  $m vb$  و در  $r_{min}$  تکانه زاویه‌ای عبارت است از  $m v_{min} r_{min}$  از این‌رو:

$$m vb = m v_{min} r_{min}$$



شکل ۱۵-۶ نهایت نزدیکی پرتابه به هسته.



یا

$$v_{\min} = \frac{b}{r_{\min}} v \quad (20-6)$$

از ترکیب معادله‌های ۱۹-۶ و ۲۰-۶، می‌رسیم به:

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left( \frac{b^2 v^2}{r_{\min}^2} \right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{r_{\min}} \quad (21-6)$$

این عبارت را می‌توان برای  $r_{\min}$  حل کرد.

توجه کنید که انرژی جنبشی پرتابه در  $r_{\min}$  صفر نیست، مگر اینکه  $b = 0$  باشد (شکل ۱۵-۶). در این حالت، پرتابه باید تمام انرژی جنبشی‌اش را از دست بدهد، و به نزدیکترین فاصله تا هسته برسد. در این نقطه فاصله آن تا هسته عبارت است از  $d$ ، یعنی فاصله نهایت نزدیکی. با حل معادله ۲۱-۶ بر حسب  $r_{\min}$  وقتی  $b = 0$ ، این فاصله را می‌یابیم و می‌رسیم به:

$$d = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{K} \quad (22-6)$$

مثال ۳-۶

فاصله نهایت نزدیکی یک ذره آلفای  $7 \text{ MeV}$  فرودی بر یک برکه طلا را بیابید.

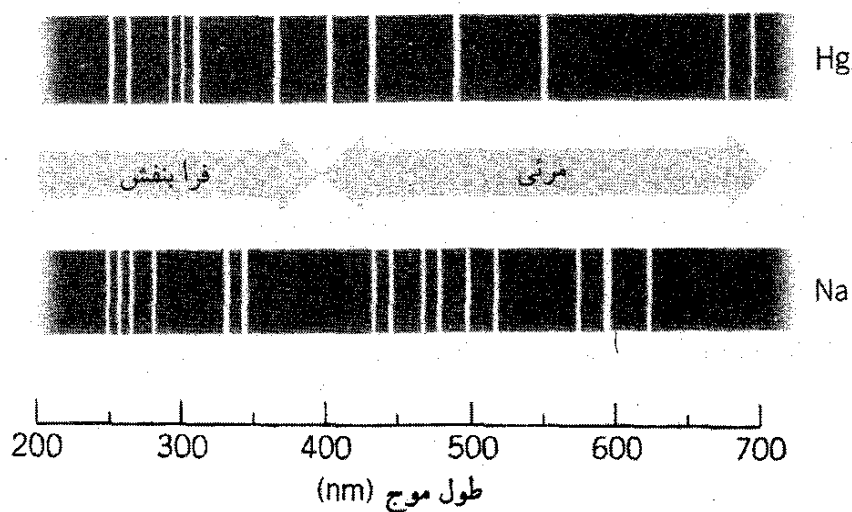
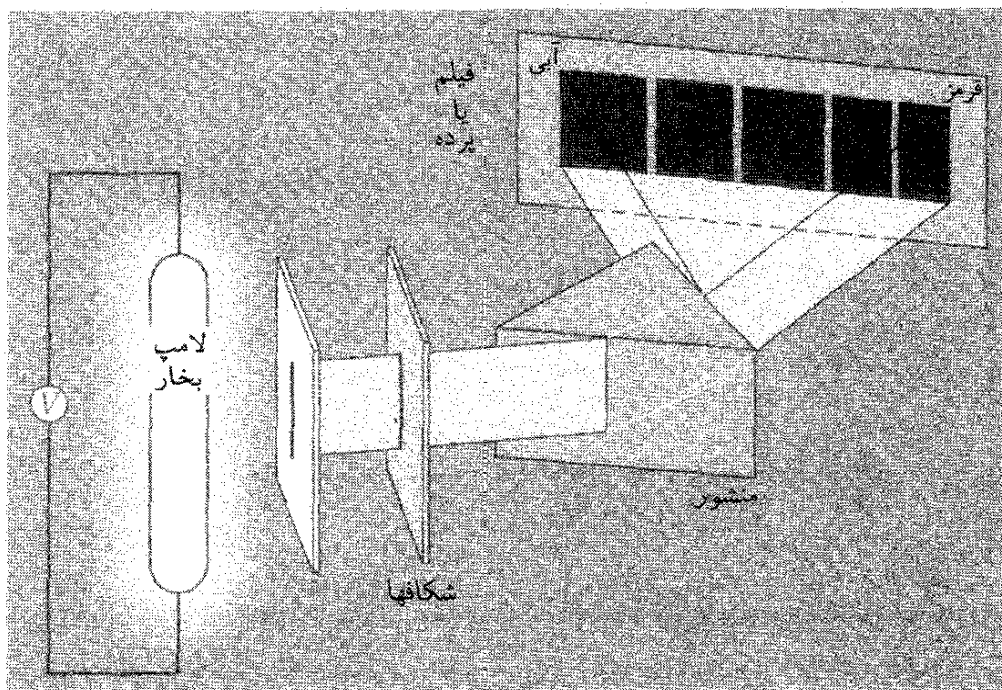
حل:

$$\begin{aligned} d &= \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{K} = (2)(79)(1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm}) \frac{1}{7.0 \times 10^6 \text{ eV}} \\ &= 2.8 \times 10^{-6} \text{ nm} \\ &= 2.8 \times 10^{-12} \text{ m} \end{aligned}$$

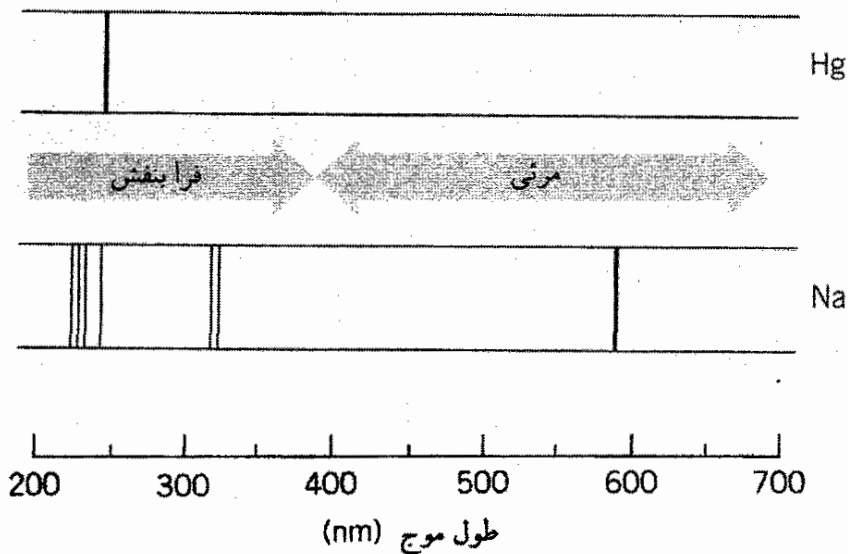
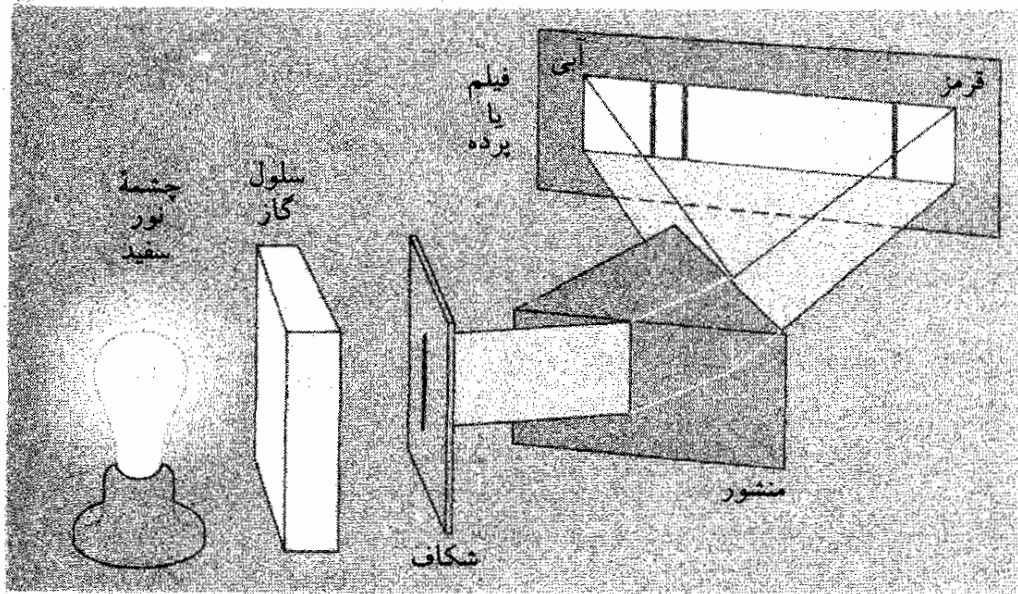
هرچند این فاصله بسیار کوتاه (مثلاً، خیلی کمتر از شعاع اتم) است، اما بازم از شعاع هسته طلا (حدود  $7 \times 10^{-15} \text{ m}$ ) بیشتر است. به این ترتیب پرتابه همواره در خارج از توزیع بار هسته‌ای قرار دارد، و قانون پراکندگی رادرفورد، که از فرض بیرون ماندن پرتابه از هسته به دست آمد، پراکندگی را به درستی تشریح می‌کند. اگر انرژی جنبشی پرتابه را زیاد کنیم، یا از دافعه الکتروستاتیکی، با به کار بردن یک هسته هدف با  $Z$  کم، بگاهیم، این فرض دیگر معتبر نیست. در برخی شرایط، فاصله نهایت نزدیکی را می‌توان از شعاع هسته کمتر کرد. در این صورت، دیگر بار هسته‌ای کل بر پرتابه تأثیر نمی‌گذارد، و قانون پراکندگی رادرفورد دیگر صادق نیست. در واقع، به طوری که در فصل ۱۲ خواهیم گفت، این موضوع روش مناسبی برای اندازه‌گیری ابعاد هسته در اختیار ما می‌گذارد.

## ۴-۶ طیفهای خطی

تابش از آنها را می‌توان به طیفهای پیوسته و طیفهای گسسته یا خطی تقسیم کرد. در طیف پیوسته، تمام طول‌موجها از یک مقدار کمینه، شاید صفر، تا مقداری بیشینه، شاید نزدیک به  $\infty$ ، گسیل می‌شوند. تابش از یک جسم تابان داغ مثالی از این طبقه است. نور سفید آمیزه‌ای از تمام رنگهای مختلف نور مرئی است؛ جسم داغی که نور سفید می‌تاباند در تمام طول‌موجهای طیف مرئی نور گسیل می‌کند. از سوی دیگر، اگر تخلیه الکتریکی در لامپی حاوی مقدار کمی گاز یا بخار عنصری معین، مانند جیوه، سدیم، یا نئون انجام شود، نور با چند طول‌موج گسسته، و نه در هر طول‌موج دیگر، گسیل می‌شود. نمونه این طیفهای "خطی" در شکل ۶-۱۶ و عکس رنگی ۴ نشان داده

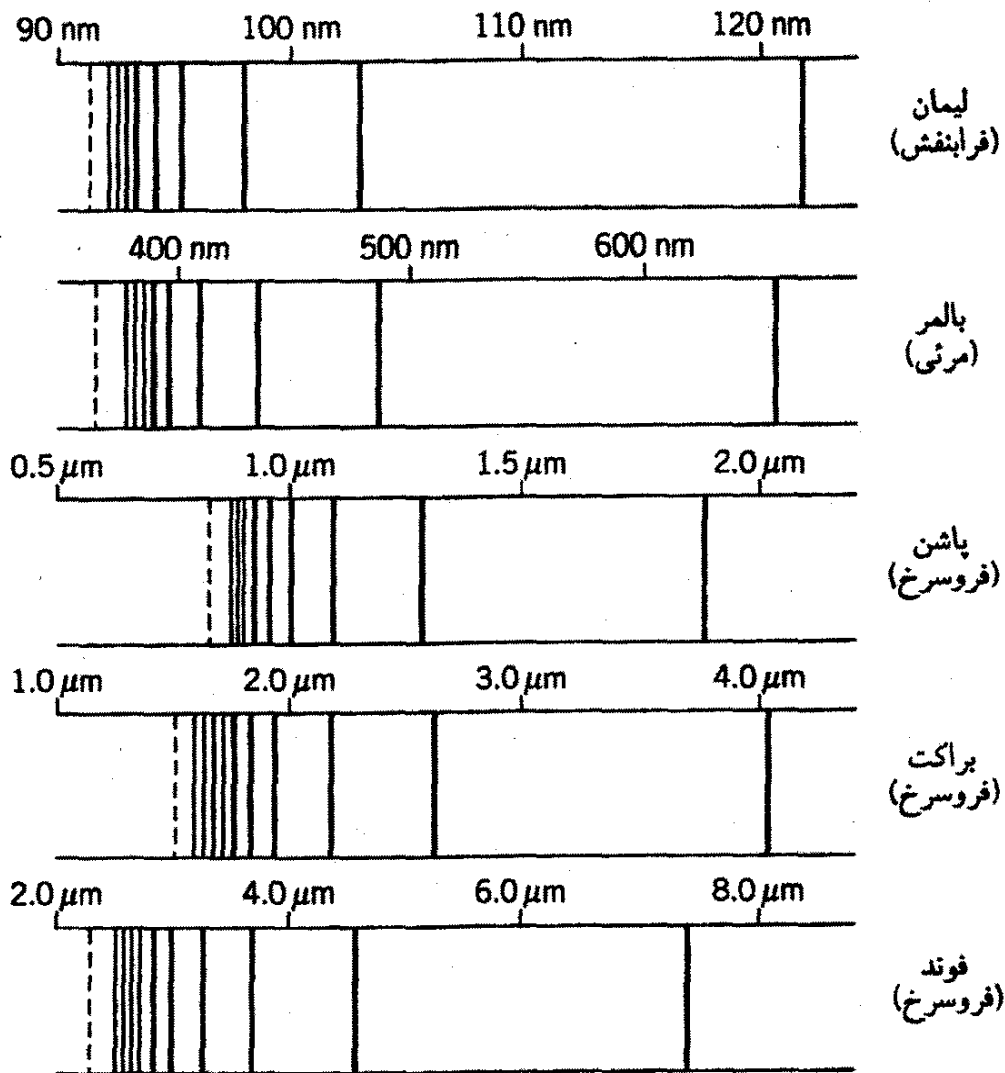


شکل ۶-۱۶ ابزار مشاهده طیفهای خطی. نور وقتی گسیل می‌شود که تخلیه الکتریکی در لامپ حاوی بخار یک عنصر، صورت گیرد. نور از یک محیط پاشنده، مثلاً منشور یا توری پراش می‌گذرد، که هریک از مؤلفه‌های طول‌موج را در مکان متفاوتی نشان می‌دهد. نمونه طیفهای خطی جیوه و سدیم در ناحیه مرئی و فرابنفش نزدیک نشان داده شده‌اند.



شکل ۶-۱۷ وسیله‌ای برای مشاهده طیفهای جذبی. یک چشمه نور گسترده پیوسته‌ای از طول موجها را تولید می‌کند، که بعضی از آنها را عنصر گازی شکل جذب می‌کند. نور، مانند شکل ۶-۱۶، پاشیده می‌شود. نتیجه عبارت است از یک طیف "رنگین کمان" پیوسته، با خطهای تاریک در طول موجهایی که در آنجا گاز نور را جذب کرده است.

شده‌اند. خطهای پررنگ  $436\text{nm}$  (آبی) و  $546\text{nm}$  (سبز) در طیف جیوه نور چراغهای بخار جیوه در خیابانها را با روشنایی آبی - سبزشان می‌دهد؛ خط زرد با شدت زیاد در  $589\text{nm}$  در طیف سدیم (که عملاً یک دوتایی، دو خط خیلی نزدیک به هم، است) به نور چراغهای بخار سدیم خیابان، رنگ زرد ملایمی می‌دهد. خطهای سرخ با شدت زیاد نتون عامل رنگ سرخ "تابلوه‌های نتون" به شمار می‌آیند. یک آزمایش ممکن دیگر عبور یک باریکه نور سفید، حاوی همه طول موجها، از یک نمونه گاز است. با انجام این کار، پی می‌بریم که بعضی طول موجها از نور سفید جذب شده‌اند، و دوباره یک طیف خطی حاصل شده است. این طول موجها متناظر با بسیاری (اما نه همه) طول موجهای مشاهده شده در طیف گسیلی هستند. در شکل ۶-۱۷ نمونه‌های این مورد را مشاهده می‌کنید. به‌طور کلی، تفسیر طیفهای خطی در اتمهای پیچیده بسیار دشوار است، و از این رو فعلاً به



شکل ۱۸-۶ سریهای طیفی گسیلی و جذبی هیدروژن. به نظم و ترتیب در فاصله خطهای طیفی توجه کنید. با نزدیک شدن به حد هر سری (خط چینها)، این خطها به یکدیگر نزدیکتر می شوند. فقط سری لیمان در طیف جذبی ظاهر می شود؛ تمام سریها در طیف گسیلی موجودند.

طیفهای خطی ساده ترین اتم، هیدروژن، می پردازیم. مطابق شکل ۱۸-۶، هم در طیفهای گسیلی و هم در طیفهای جذبی نظم و ترتیبی به چشم می خورد. توجه کنید که، مانند طیفهای سدیم و جیوه، بعضی خطها که در طیف گسیلی حضور دارند در طیف جذبی نیستند.

در بحث پیرامون تابش جسم سیاه، به مثالی از "روش علمی معکوس" برخوردیم که در آن، در نبود نظریه ای که داده ها را توضیح می دهد، می کوشیم تابعی را بیابیم که به این داده ها برازش یابد، و سپس می کوشیم به نظریه ای دست یابیم که تابع به دست آمده را توضیح دهد. یوهانس بالمر، معلم سویسی، متوجه شد که طول موجهای گروهی از خطهای گسیلی هیدروژن در ناحیه مرئی را می توان با دقت زیادی از فرمول زیر محاسبه کرد:

$$\lambda = 3645 \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (23-6)$$

که  $\lambda$  بر حسب  $nm$  است و  $n$  می تواند مقادیر صحیحی را اختیار کند که از ۳ شروع می شوند. مثلاً به ازای  $n = 3$ ،  $\lambda = 6563 \text{ nm}$ . این فرمول را هم اکنون به نام فرمول بالمر می شناسند و به رشته خطهایی که این فرمول با آنها منطبق است، سری بالمر می گویند. طول موج  $3645 \text{ nm}$ ، متناظر با  $n \rightarrow \infty$  را حد سری می نامند. چند صباحی نگذشت که پی بردند تمام گروه بندیهای خطهای طیف هیدروژن می توانند در فرمول مشابهی به شکل زیر برآزش یابند:

$$\lambda = \lambda_{\text{حد}} \frac{n^2}{n^2 - n_0^2} \quad (24-6)$$

که  $\lambda_{\text{حد}}$  طول موج حد سری مربوطه است و  $n$  مقادیر صحیح از  $n_0 + 1$  به بعد را می گیرد (برای سری بالمر،  $n_0 = 2$ ). سریهای دیگر را امروزه سری لیمان ( $n_0 = 1$ )، پاشن ( $n_0 = 3$ )، براکت ( $n_0 = 4$ )، و فوند ( $n_0 = 5$ ) می گویند.

ویژگی جالب دیگر طول موجهای هیدروژن در قالب اصل ترکیب ریتس خلاصه می شود. اگر طول موجهای گسلی هیدروژن را به بسامد تبدیل کنیم، به ویژگی عجیبی می رسیم که بعضی از بسامدها با هم جمع می شوند و بسامدهای دیگری را می دهند که در این طیف ظاهر می شوند. هر مدل موفق اتم هیدروژن باید بتواند ظهور این نظمهای حسابی جالب را در طیفهای گسلی توضیح دهد.

#### مثال ۴-۶

حد سری در سری پاشن ( $n_0 = 3$ ) عبارت است از  $8201 \text{ nm}$ . بلندترین طول موج سری پاشن چیست؟

حل: از معادله ۲۴-۶،

$$\lambda = 8201 \frac{n^2}{n^2 - 3^2} \quad (n = 4, 5, 6, \dots)$$

سه تا از بلندترین طول موجها به این قرارند:

$$n = 4: \quad \lambda = 8201 \frac{4^2}{4^2 - 3^2} = 1875 \text{ nm}$$

$$n = 5: \quad \lambda = 8201 \frac{5^2}{5^2 - 3^2} = 1281 \text{ nm}$$

$$n = 6: \quad \lambda = 8201 \frac{6^2}{6^2 - 3^2} = 1094 \text{ nm}$$

این گذارها در ناحیه فرورخ طیف الکترومغناطیسی رخ می دهند.

## مثال ۵-۶

نشان دهید که بلندترین طول موج سری بالمر و دوتا از بلندترین طول موجهای سری لیمان در اصل ترکیب ریتس صدق می‌کند. در سری لیمان  $\lambda_{حد} = 91.13 \text{ nm}$ .

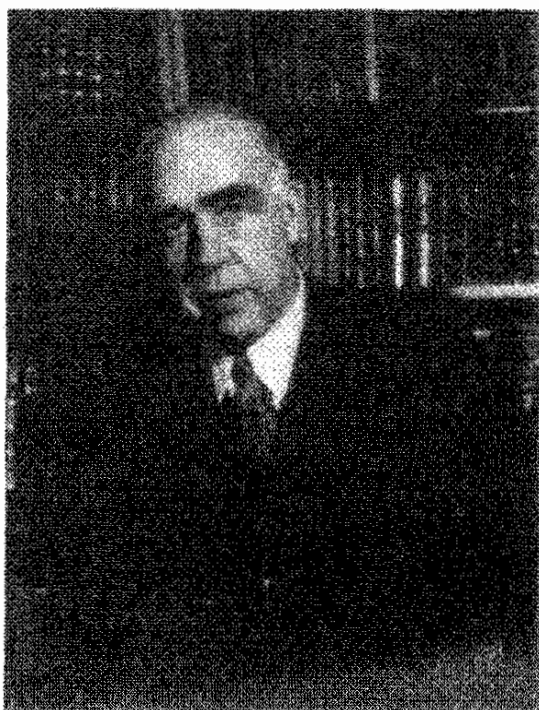
حل: بلندترین طول موج سری بالمر را قبلاً با استفاده از معادله ۶-۲۳ به ازای  $n = 3$ ، به مقدار  $656.1 \text{ nm}$  یافتیم. با تبدیل این رقم به بسامد، می‌رسیم به  $\nu = 4.57 \times 10^{14} \text{ Hz}$ . با استفاده از معادله ۶-۲۴ به ازای  $n = 2$  و  $n = 1$ ، دوتا از بلندترین طول موجهای سری لیمان را  $121.5 \text{ nm}$  و  $102.5 \text{ nm}$ ، متناظر با بسامدهای  $24.67 \times 10^{14} \text{ Hz}$  و  $29.24 \times 10^{14} \text{ Hz}$  می‌یابیم. با جمع کردن کوچکترین بسامد سری لیمان و کوچکترین بسامد سری بالمر، کوچکترین بسامد بعدی لیمان به دست می‌آید:

$$24.67 \times 10^{14} \text{ Hz} + 4.57 \times 10^{14} \text{ Hz} = 29.24 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

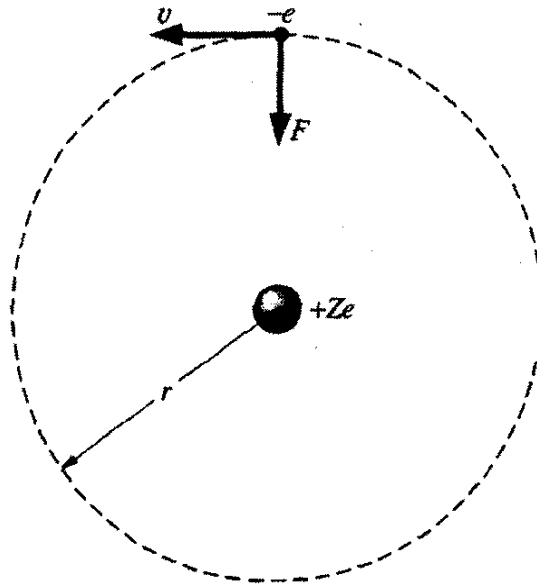
که نمایانگر اصل ترکیب ریتس است.

## ۵-۶ مدل بور

در پی پیشنهاد رادرفورد مبنی بر اینکه جرم و بار مثبت در ناحیه بسیار کوچکی در مرکز اتم متمرکزند، نیلس بور فیزیکدان دانمارکی در سال ۱۹۱۳ پیشنهاد کرد که اتم در واقع شبیه یک منظومه شمسی مینیاتوری است، که الکترونها، همانند سیاراتی که گرد خورشید می‌چرخند هسته را دور می‌زنند. به



نیلس بور (۱۸۸۵-۱۹۶۲ دانمارک). او یک نظریه موفق برای طیف تابشی هیدروژن اتمی تدوین کرد و در پرداختن مفاهیم حالت‌های مانا و مکملیت در مکانیک کوانتومی سهم بود. وی بعداً نظریه موفق‌تری را برای شکافت هسته‌ای پیشنهاد کرد. مؤسسه فیزیک نظری که وی در کپنهاگ بنیاد نهاد دانشمندان را از سراسر جهان به سوی خود جذب می‌کند.



شکل ۱۹-۶ مدل اتم بور (برای هیدروژن:  $Z = ۱$ ).

این ترتیب، رمبش اتم تحت تأثیر جاذبه الکتروستاتیکی کولنی بین هسته و الکترونها به همان دلیل صورت نمی‌گیرد که منظومه شمسی بر اثر جاذبه گرانشی بین سیارات و خورشید فرو نمی‌ریزد. در هر دو حالت، نیروی جاذبه، شتاب مرکزگرای لازم برای تداوم حرکت مداری را فراهم می‌آورد. برای سادگی اتم هیدروژن با یک الکترون را در نظر می‌گیریم که هسته با یک بار مثبت را دور می‌زند (شکل ۱۹-۶). شعاع مدار دایره‌ای  $r$  است، و الکترون (به جرم  $m$ ) با سرعت مماسی ثابت  $v$  حرکت می‌کند. نیروی جاذبه کولنی شتاب مرکزگرای  $v^2/r$  را تأمین می‌کند، به طوری که

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (۲۵-۶)$$

با دستکاری این معادله، می‌توانیم انرژی جنبشی الکترون را بیابیم (فرض می‌کنیم که هسته ساکن بماند، که در این باره بعداً مفصلتر صحبت خواهیم کرد):

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (۲۶-۶)$$

انرژی پتانسیل دستگاه الکترون - هسته انرژی پتانسیل کولنی است:

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (۲۷-۶)$$

انرژی کل  $E = K + U$  از جمع کردن ۲۶-۶ و ۲۷-۶ به دست می‌آید:

$$E = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (۲۸-۶)$$

تا اینجا، یک مشکل جدی این مدل را نادیده گرفته‌ایم. با توجه به فیزیک کلاسیک یک بار الکتریکی شتابدار، مانند همین الکترون مداری خودمان، باید انرژی الکترومغناطیسی را به صورت پیوسته تابش کند. با تابش انرژی، انرژی کل این الکترون کاهش می‌یابد، و الکترون در یک حرکت مارپیچی به سوی هسته حرکت می‌کند و اتم فرو می‌ریزد. بور برای حل این مشکل، فرضیهٔ جسورانه‌ای را مطرح کرد؛ او پیشنهاد کرد که بعضی حالت‌های خاص حرکتی، به نام حالت‌های مانا، وجود دارند که در این حالت‌ها الکترون انرژی الکترومغناطیسی تابش نمی‌کند. به نظر بور، تکانهٔ زاویه‌ای  $L$  الکترون در این حالت‌ها مقادیری را می‌گیرد که مضربهای صحیحی از  $\hbar$  اند. در حالت‌های مانا، اندازهٔ تکانهٔ زاویه‌ای الکترون می‌تواند  $\hbar$ ،  $2\hbar$ ،  $3\hbar$  و ... باشد، اما مقادیری چون  $2.5\hbar$  یا  $3.1\hbar$  را نخواهد پذیرفت. این موضوع کوانتس شدن تکانهٔ زاویه‌ای نامیده می‌شود.

در یک مدار دایره‌ای، بردار مکان  $\mathbf{r}$  که محل الکترون نسبت به هسته را تعیین می‌کند، همواره بر تکانهٔ خطی آن،  $\mathbf{p}$ ، عمود است. مقدار تکانهٔ زاویه‌ای، که به صورت  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$  تعریف می‌شود، وقتی  $\mathbf{p}$  بر  $\mathbf{r}$  عمود باشد، عبارت است از  $L = rp = mvr$ . به این ترتیب فرض بور به این صورت خواهد بود:

$$mvr = n\hbar \quad (29-6)$$

که  $n$  عدد صحیح ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) است. می‌توانیم با استفاده از این رابطه و معادلهٔ ۲۶-۶ برای انرژی جنبشی:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \left( \frac{n\hbar}{mr} \right)^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (30-6)$$

مقادیر مجاز شعاع  $r$  را به دست آوریم:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} n^2 = a_0 n^2 \quad (31-6)$$

که شعاع بور،  $a_0$ ، بنا بر تعریف عبارت است از:

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} = 0.529 \text{ nm} \quad (32-6)$$

این نتیجهٔ مهم با آنچه که از فیزیک کلاسیک انتظار داریم، تفاوت بسیار دارد. با پرتاب ماهواره تا هر ارتفاعی می‌توان آن را در مداری با هر شعاع دلخواه قرار داد و سپس به آن سرعت مناسبی مناسب را داد. این حکم در مورد مدار الکترون صادق نیست؛ بنابه مدل بور فقط بعضی شعاعها



در مدل بور مجازند. شعاع مدار الکترون می‌تواند  $a$ ،  $۴a$ ،  $۹a$ ،  $۱۶a$ ، و به این ترتیب تا آخر باشد، اما هرگز نمی‌توانند  $۳a$  یا  $۵r۳a$  باشد.

عبارتی را که برای  $r$  به دست آوردیم، می‌توان با معادله ۶-۲۸ ترکیب کرد و رسید به:

$$E_n = -\frac{me^2}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (۳۳-۶)$$

یک شاخص  $n$  به نماد انرژی اضافه کرده‌ایم تا شاخصی باشد که ترازهای انرژی را نشان دهد. ثابتها را می‌توان محاسبه کرد، می‌رسیم به:

$$E_n = \frac{-۱۳٫۶\text{eV}}{n^2} \quad (۳۴-۶)$$

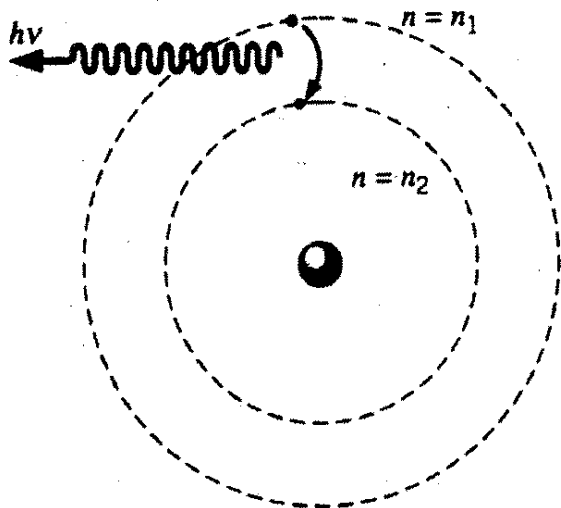
طرح‌واره ترازهای انرژی در شکل ۶-۲۰ نشان داده شده‌اند. انرژی الکترون کوانتیده است؛ فقط بعضی مقادیر انرژی ممکن‌اند. در پایینترین تراز، با  $n = ۱$ ، انرژی الکترون:  $E_1 = -۱۳٫۶\text{eV}$  و به شعاع مدار آن  $r_1 = ۰٫۵۲۹\text{nm}$  است. این حالت را حالت پایه می‌گویند. حالت‌های بالاتر ( $n = ۲$  با  $E_2 = -۳٫۴\text{eV}$ ،  $n = ۳$  با  $E_3 = -۱٫۵\text{eV}$  و الی آخر) حالت‌های برانگیخته هستند. وقتی فاصله الکترون و هسته برای  $n = \infty$  بینهایت شود داریم:  $E = ۰$ . با شروع از یک الکترون و هسته با فاصله بینهایت و نزدیک کردن الکترون به هسته تا آنکه در مداری در حالت خاص  $n$  قرار گیرد می‌توان یک اتم هیدروژن ساخت. چون انرژی این حالت کمتر از  $E = ۰$  است که با آن شروع کردیم، مقداری انرژی مساوی با  $|E_n|$  آزاد کرده‌ایم. برعکس، اگر الکترونی در حالت  $n$  داشته باشیم، می‌توانیم با دادن انرژی  $|E_n|$  "اجزای اتم را از هم جدا کنیم". این انرژی را انرژی بستگی حالت  $n$  می‌گویند. اگر انرژی بیشتری از  $|E_n|$  به الکترون بدهیم، آن مقدار اضافی آن به صورت انرژی جنبشی الکترونی که اکنون آزاد است ظاهر خواهد شد.

انرژی برانگیختگی یک حالت برانگیخته  $n$ ، انرژی بالاتر از حالت پایه، یعنی  $E_n - E_1$  است. به این ترتیب نخستین حالت برانگیخته ( $n = ۲$ ) دارای انرژی برانگیختگی زیر است

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -۳٫۴\text{eV} - (-۱۳٫۶\text{eV}) = ۱۰٫۲\text{eV}$$

انرژی برانگیختگی حالت برانگیخته دوم  $۱۲٫۱\text{eV}$  است، و الی آخر.

قبلاً درباره طیفهای گسیلی و جذبی هیدروژن اتمی بحث کردیم، و بحث درباره مدل بور بدون درک منشأ این طیفها کامل نیست. بور فرض کرد که، اگرچه الکترون مادامی که در حالت مانای خاصی است تابش نمی‌کند، اما می‌تواند با رفتن به تراز انرژی پایینتر تابش گسیل کند.



$n = \infty$	=====	$E_{\infty} = 0$
$n = 4$	=====	$E_4 = -0.8 \text{ eV}$
$n = 3$	=====	$E_3 = -1.5 \text{ eV}$
$n = 2$	=====	$E_2 = -3.4 \text{ eV}$

$n = 1$	=====	$E_1 = -13.6 \text{ eV}$
---------	-------	--------------------------

شکل ۲۱-۶ یک الکترون از حالت  $n_1$  به حالت  $n_2$  می‌پرد و یک فوتون گسیل می‌کند.

شکل ۲۰-۶ ترازهای انرژی هیدروژن اتمی.

در این تراز پایینتر، انرژی الکترون کمتر از انرژی تراز اولیه آن است، و اختلاف انرژی به صورت یک کوانتوم تابش ظاهر می‌شود که انرژی آن با اختلاف انرژی بین ترازها برابر است. یعنی، اگر الکترون از  $n = n_1$  به  $n = n_2$  بپرد، مطابق شکل ۲۱-۶، فوتونی با انرژی زیر ظاهر می‌شود:

$$h\nu = E_{n_1} - E_{n_2} \quad (۳۵-۶)$$

یا، با استفاده از معادله ۳۳-۶ برای انرژیها،

$$\nu = \frac{me^2}{64\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (۳۶-۶)$$

طول موج تابش گسیلیده عبارت است از:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{64\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2c}{me^2} \left( \frac{n_1^2n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \right) \quad (۳۷-۶)$$

عکس ضریب عددی معادله ۳۷-۶ را ثابت ریذبرگ،  $R_{\infty}$  می‌گویند:

$$R_{\infty} = \frac{me^2}{64\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2c} \quad (۳۸-۶)$$

مقدار عددی فعلی ثابت ریذبرگ عبارت است از

$$R_{\infty} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

## مثال ۶-۶

طول موجهای گذارهای  $n_1 = 3$  تا  $n_2 = 2$  و  $n_1 = 4$  تا  $n_2 = 2$  را بیابید.  
حل: معادله ۶-۳۷ می دهد:

$$\lambda = \frac{1}{1.097 \times 10^7 \text{m}^{-1}} \left( \frac{3^2}{3^2 - 2^2} \right) = 656.1 \text{nm}$$

$$\lambda = \frac{1}{1.097 \times 10^7 \text{m}^{-1}} \left( \frac{4^2}{4^2 - 2^2} \right) = 486.0 \text{nm}$$

این طول موجها به نحو چشمگیری به مقادیر دو تا از بلندترین طول موجهای سری بالمر (شکل ۶-۱۸) نزدیک اند. در واقع، معادله ۶-۳۷ می دهد:

$$\lambda = (364.5 \text{nm}) \left( \frac{n_1^2}{n_1^2 - 4} \right)$$

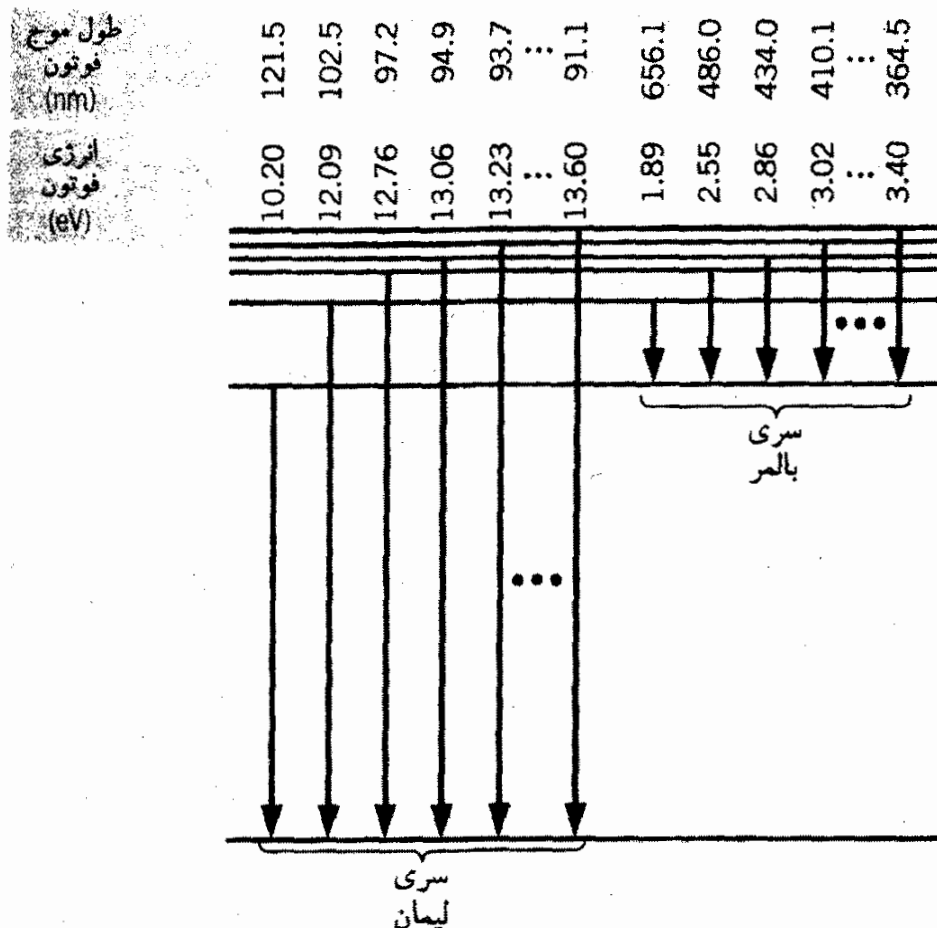
برای طول موج گذارهای هر حالت  $n_1$  به  $n_2 = 2$ . این مقدار با معادله ۶-۲۳ برای سری بالمر یکسان است. به این ترتیب می بینیم که این تابشهای سری بالمر متناظر با گذارهای ترازهای بالاتر به تراز  $n = 2$  هستند. سریهای تابش، مطابق شکل ۶-۲۲ را می توان به همین ترتیب مشخص کرد. فرمولهای بور اصل ترکیب ریتس را هم توجیه می کند، که بنابه آن بعضی بسامدها در طیف گسیلی می توانند جمع شوند تا بسامدهای دیگری را بدهند. اکنون گذاری را از یک حالت  $n_2$  به حالت  $n_1$  در نظر می گیریم، که گذار  $n_2$  به  $n_1$  به دنبال آن صورت می گیرد. می توان معادله ۶-۳۶ را برای این حالت به کار برد که می دهد:

$$\nu_{n_2 \rightarrow n_2} = cR_{\infty} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$\nu_{n_1 \rightarrow n_1} = cR_{\infty} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

به این ترتیب

$$\begin{aligned} \nu_{n_2 \rightarrow n_2} + \nu_{n_1 \rightarrow n_1} &= cR_{\infty} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) + cR_{\infty} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \\ &= cR_{\infty} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \end{aligned}$$



شکل ۲۲-۶ گذارهای سری بالمر و لیمان در هیدروژن.

که برابر است با بسامد تک فوتونی که در یک گذار مستقیم از  $n_2$  به  $n_1$  گسیل شده است، و بنابراین،

$$\nu_{n_2 \rightarrow n_2} + \nu_{n_2 \rightarrow n_1} = \nu_{n_2 \rightarrow n_1} \quad (۳۹-۶)$$

بنابراین مدل بور با اصل ترکیب ریثس کاملاً سازگار است. چون بین بسامد یک فوتون گسیلیده و انرژی آن رابطه  $E = h\nu$  برقرار است، جمع کردن بسامدها با جمع کردن انرژیها هم‌ارز است. انرژی یک فوتون که در گذار که از فرازیک یا چند حالت گسیل می‌شود، برابر است با مجموع گام به گام انرژی گذارهایی که تمام تک‌حالتها را به هم مربوط می‌کند (مسئله ۲۴).

مدل بور به ما کمک می‌کند تا بفهمیم چرا اتم تابش را در طول موجهای یکسان جذب و گسیل نمی‌کند. اتمهای منزوی معمولاً در حالت پایه هستند؛ طول عمر حالت‌های برانگیخته اغلب بسیار کوتاه است (کمتر از  $10^{-9}$  s) و پس از آن به حالت پایه واپس می‌باشند. بنابراین در طیف جذبی فقط گذارهای از حالت پایه دخیل‌اند. با توجه به شکل ۲۲-۶، می‌بینیم که فقط گذارهای سری لیمان را می‌توان در طیف جذبی هیدروژن یافت. یک اتم هیدروژن در حالت پایه می‌تواند با جذب تابش  $10^2 \text{ eV}$  به نخستین حالت برانگیخته و با جذب انرژی  $12.09 \text{ eV}$  به دومین حالت برانگیخته برسد، و الی آخر. اتم هیدروژن نمی‌تواند فوتونی با انرژی  $13.6 \text{ eV}$  (نخستین خط سری بالمر) را جذب کند،

زیرا این اتم در ابتدا در تراز  $n = 2$  نیست. بنابراین سری بالمر در طیف جذبی یافت نمی‌شود. نظریه بور برای هیدروژن را می‌توان برای هر اتم تک‌الکترونی به‌کار برد، هرچند که بار هسته‌ای آن بیشتر از ۱ باشد. مثلاً می‌توانیم ترازهای انرژی هلیوم یک بار یونیده (هلیمی که یک الکترون از دست داده باشد)، هلیوم دوبار یونیده، و الی آخر، را محاسبه کنیم. بار الکتریکی هسته‌ای فقط در یک‌جا در بیان نیروی الکتروستاتیکی بین هسته و الکترون، در معادله ۶-۲۵ وارد نظریه بور می‌شود. برای هسته‌ای با بار  $Ze$ ، نیروی کولن وارد بر الکترون عبارت است از

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad (40-6)$$

یعنی، به جای  $e^2$  قبلی حالا  $Ze^2$  را داریم. با همین جایگزینی در نتایج نهایی، می‌توانیم شعاعهای مجاز را بیابیم:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Ze^2 m} n^2 = \frac{a_0 n^2}{Z} \quad (41-6)$$

و انرژیها می‌شوند:

$$E_n = -\frac{m(Ze^2)^2}{32\pi^2\epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = -(13.6 \text{ eV}) \frac{Z^2}{n^2} \quad (42-6)$$

مدارهای اتمهای با  $Z$  بالاتر به هسته نزدیکترند و انرژی (منفی) بیشتری دارند؛ یعنی، پیوند الکترون با هسته مستحکمتر است.

### مثال ۶-۷

دو تا از بلندترین طول‌موجهای سری بالمر بریلیم سه بار یونیده ( $Z = 4$ ) را محاسبه کنید.

حل: چون تابشهای سری بالمر به تراز  $n = 2$  ختم می‌شوند، دو تا از بلندترین طول‌موجها عبارت‌اند از تابشهای متناظر با  $n = 3 \rightarrow n = 2$  و  $n = 4 \rightarrow n = 2$ . انرژی این تابشها و طول‌موجهای متناظر آنها عبارت‌اند از:

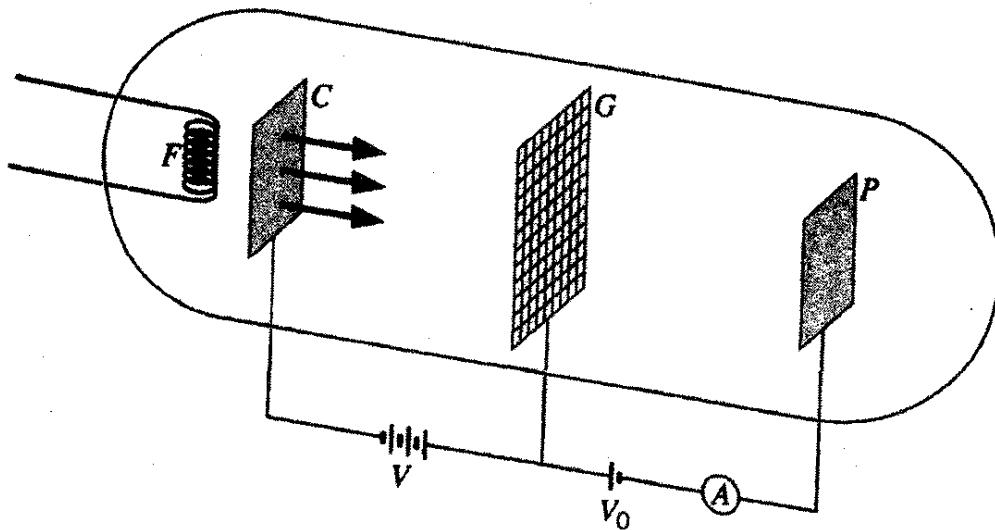
$$E_3 - E_2 = -(13.6 \text{ eV})(4^2) \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right) = 30.2 \text{ eV}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{30.2 \text{ eV}} = 41.0 \text{ nm}$$

$$E_4 - E_2 = -(13.6 \text{ eV})(4^2) \left( \frac{1}{16} - \frac{1}{4} \right) = 40.8 \text{ eV}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{40.8 \text{ eV}} = 30.4 \text{ nm}$$

این تابشها در ناحیه فرابنفش هستند.

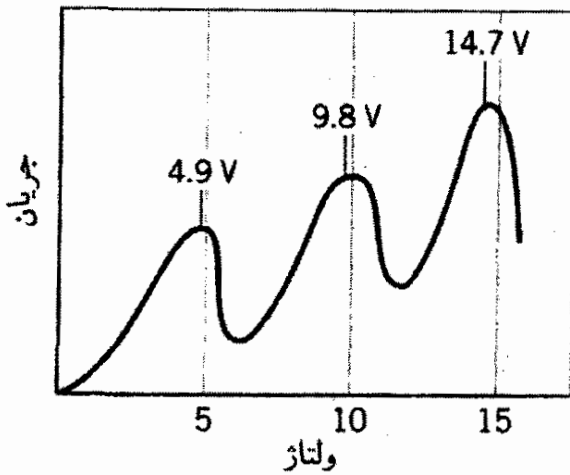


شکل ۶-۲۳ دستگاه فرانک - هرتز. الکترونها کاتد  $C$  را ترک می‌کنند، و در ولتاژ  $V$  به سوی شبکه  $G$  شتاب می‌گیرند، و به صفحه  $P$  می‌رسند که در آنجا آمپرسنج  $A$  آنها را ثبت می‌کند.

## ۶-۶ آزمایش فرانک - هرتز

آزمایش زیر را در نظر بگیرید که با تجهیزات شکل ۶-۲۳ انجام شده است. یک رشته کاتد را گرم می‌کند و الکترونها را گسیل می‌شوند. این الکترونها در اختلاف پتانسیل  $V$ ، که ما آن را کنترل می‌کنیم، به سوی شبکه شتاب می‌گیرند. اگر  $V$  از  $V_0$ ، پتانسیل ترمزی بین شبکه و صفحه، تجاوز کند، الکترونها از شبکه می‌گذرند و به صفحه می‌رسند. جریان الکترونها را که به صفحه می‌رسند با استفاده از آمپرسنج  $A$  اندازه‌گیری می‌شود.

اکنون فرض کنید لامپ پر از گاز هیدروژن اتمی در فشار کم باشد. با افزایش ولتاژ از صفر، الکترونها بیشتر و بیشتری به صفحه می‌رسند، و در نتیجه جریان افزایش می‌یابد. الکترونها داخل لامپ می‌توانند با اتمهای اکسیژن برخورد کنند، اما در این برخوردها انرژی از دست نمی‌دهند؛ برخوردها کاملاً کشسان هستند. تنها راه از دست دادن انرژی الکترون در یک برخورد آن است که الکترون انرژی کافی برای گذار اتم هیدروژن به یک حالت برانگیخته داشته باشد. به این ترتیب، وقتی انرژی الکترونها به  $10.2\text{eV}$  برسد و اندکی از آن تجاوز کند (یا وقتی ولتاژ به  $10.2\text{eV}$  برسد)، الکترونها می‌توانند برخوردهای ناکشسان انجام دهند، که  $10.2\text{eV}$  انرژی به اتم (که حالا در تراز  $n = 2$  است) می‌دهد، و انرژی اندکی را برای الکترون اولیه باقی می‌گذارد. اگر این الکترون بخواهد از شبکه عبور کند، ممکن است دیگر برای غلبه بر پتانسیل ترمزی اندک و رسیدن به صفحه، انرژی کافی نداشته باشد. به این ترتیب وقتی  $V = 10.2\text{V}$ ، افتی در جریان مشاهده می‌شود. با افزایش بیشتر  $V$ ، مشاهده آثار برخوردهای چندگانه آغاز می‌شود. یعنی، وقتی  $V = 20.4\text{V}$ ، یک الکترون می‌تواند با یک برخورد ناکشسان اتم را



شکل ۶-۲۴ نتیجه آزمایش فرانک - هرتز با استفاده از بخار جیوه. در ولتاژهای  $4.9V$ ،  $9.8V$ ،  $14.7V$  (که  $2 \times 4.9V$  و  $3 \times 4.9V$  است)، جریان فرو می‌افتد.

در حالت  $N = 2$  ترک کند. الکترون در این فرایند  $10.2eV$  انرژی از دست می‌دهد، و پس از برخورد با  $10.2eV$  انرژی باقیمانده از اتم خارج می‌شود، که این مقدار برای برانگیختن یک اتم هیدروژن دیگر در یک برخورد ناکشسان کافی است. به این ترتیب، اگر در ولتاژ  $V$  یک افت جریانی مشاهده شود، در  $2V$ ،  $3V$ ، و ... افت‌های مشابهی مشاهده خواهد شد.

به این ترتیب این آزمایش دلیل سراسری از وجود حالت‌های برانگیخته اتمی را در اختیار ما می‌گذارد. متأسفانه، انجام این آزمایش با هیدروژن آسان نیست، زیرا هیدروژن طبیعی به شکل مولکولی،  $H_2$ ، است و نه به صورت اتمی. این مولکولها می‌توانند به راه‌های گوناگون انرژی جذب کنند، که تفسیر آزمایش را پیچیده می‌کند. جیمز فرانک و گوستاو هرتز در سال ۱۹۱۴، با بهره‌گیری از لامپی پر از بخار هیدروژن، آزمایش مشابهی را انجام دادند. نتایج آنها در شکل ۶-۲۴ نشان داده شده است، که دلیل روشنی بر وجود یک حالت برانگیخته در  $4.9eV$  است؛ هرگاه ولتاژ مضربی از  $4.9V$  باشد، افتی در جریان ظاهر می‌شود. برحسب اتفاق، طیف گسیلی جیوه یک خط فرابنفش با شدت زیاد در طول موج  $254nm$  دارد، که با انرژی  $4.9eV$  متناظر است؛ این خط ناشی از گذار بین همان حالت برانگیخته  $4.9eV$  و حالت پایه است. آزمایش فرانک - هرتز نشان داد که یک الکترون باید کمینه انرژی معینی داشته باشد تا با یک اتم برخورد ناکشسان انجام دهد؛ اکنون آن کمینه انرژی را انرژی یک حالت برانگیخته اتم تعبیر می‌کنیم. فرانک و هرتز به خاطر همین کارشان جایزه نوبل ۱۹۲۵ را دریافت کردند.

## ۶-۷ اصل همخوانی\*

دیدیم که چگونه می‌توان به کمک مدل بور طول موجهای گذار در هیدروژن اتمی را محاسبه کرد که با

\* این بخش اختیاری است که بدون از دست رفتن پیوستگی بحث، می‌توانید از آن بگذرید.

طول موجهای مشاهده شده در طیفهای گسیلی و جذبی سازگاری بسیار خوبی داشته باشد. اما، بور برای رسیدن به این سازگاری، ناگزیر از دو فرض شد که انحرافی بنیادی از فیزیک کلاسیک به شمار می آید. به ویژه، اینکه ذره باردار شتابدار با توجه به فیزیک کلاسیک انرژی الکترومغناطیسی تابش می کند، اما الکترون در مدل اتمی بور، که به واسطه حرکت در مدار دایره ای شتابدار است، تابش نمی کند (مگر اینکه به مدار دیگری بپرد). در اینجا با مورد بسیار متفاوتی از مطالعه نسبیت خاص، مواجه ایم. مثلاً، به یاد دارید که نسبیت یک رابطه برای انرژی جنبشی،  $K = E - E_0$ ، می دهد و فیزیک کلاسیک رابطه ای دیگر،  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ؛ اما، نشان دادیم که  $E - E_0$ ، به ازای  $v \ll c$  به  $\frac{1}{2}mv^2$  تبدیل می شود. به این ترتیب، این دو رابطه در واقع تفاوت چندانی با هم ندارند؛ یکی از آنها صرفاً حالت خاصی از دیگری است. اما معضل الکترون شتابدار صرفاً مربوط به اینکه فیزیک اتمی (به عنوان مثالی از فیزیک کوانتومی)، حالت خاصی از فیزیک کلاسیک باشد نیست. بار شتابدار یا تابش می کند، یا تابش نمی کند. راه حل بور برای این معضل جدی پیشنهاد اصل همخوانی بود، که بنابه آن

در حدی که می دانیم نظریه کلاسیک با آزمایش سازگار است، نظریه کوانتومی باید با نظریه کلاسیک سازگار باشد.

یا به بیان دیگر:

در حد اعداد کوانتومی بزرگ نظریه کوانتومی باید با نظریه کلاسیک سازگار باشد.

حال ببینیم که چگونه می توان این اصل را برای اتم بور به کار برد. بنابه فیزیک کلاسیک، یک بار الکتریکی که در مداری دایره ای حرکت می کند، با بسامدی برابر با بسامد دورانش، تابش می کند. برای یک مدار اتمی، دوره گردش عبارت است از فاصله پیموده شده در یک مدار،  $2\pi r$ ، تقسیم بر سرعت مداری  $v = \sqrt{2K/m}$ ، که عبارت است از انرژی جنبشی:

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{2K}{m}}} = \frac{\sqrt{16\pi^2 \epsilon_0 m r^3}}{e} \quad (43-6)$$

که برای به دست آوردن انرژی جنبشی از معادله ۲۶-۶ استفاده می کنیم. بسامد  $\nu$  عکس دوره است:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{e}{\sqrt{16\pi^2 \epsilon_0 m r^3}} \quad (44-6)$$

با بهره گیری از معادله ۳۱-۶ برای مدارهای مجاز، می رسیم به:

$$\nu_n = \frac{me^2}{32\pi^2 \epsilon_0 \hbar^2 n^3} \quad (45-6)$$



الکترون "کلاسیک" که در مداری به شعاع  $r$  حرکت می‌کند، در بسامد  $\nu_n$  تابش می‌کند. اگر شعاع اتم بور را چندان بزرگ بگیریم که این اتم از یک جسم به ابعاد کوانتومی ( $10^{-10} \text{ m}$ ) به جسمی به ابعاد آزمایشگاهی ( $10^{-2} \text{ m}$ ) تبدیل شود، باید انتظار رفتار کلاسیک را داشته باشیم. چون شعاع با افزایش  $n$  به صورت  $n^2$  زیاد می‌شود، این رفتار کلاسیک باید به ازای مقادیری از  $n$  در گستره  $10^2 - 10^4$  رخ دهد. بگذارید بسامد تابش گسیلیده از چنین اتمی را وقتی الکترون از مدار  $n$  به مدار پایینتر  $n-1$  می‌رود محاسبه کنیم. بنابر معادله ۴۶-۶، بسامد عبارت است از

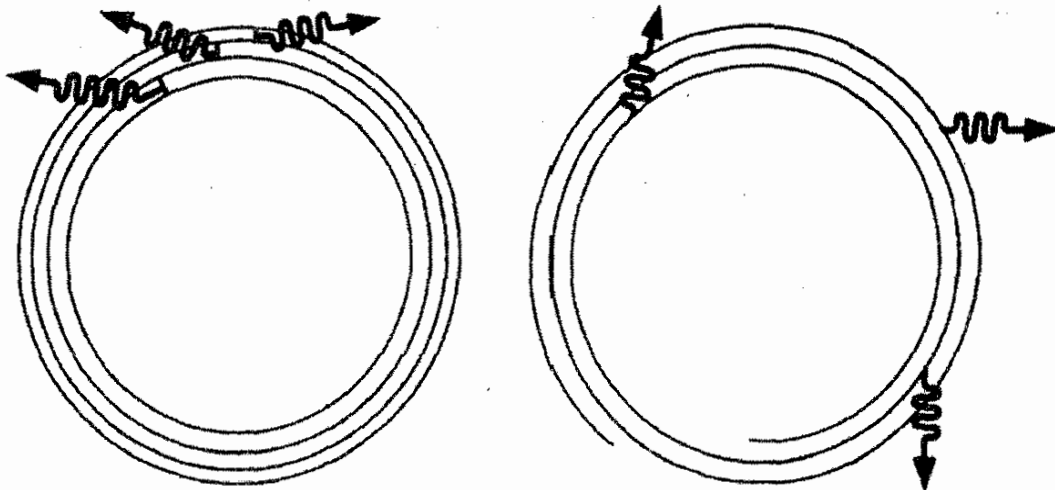
$$\begin{aligned} \nu &= \frac{me^4}{64\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \left( \frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ &= \frac{me^4}{64\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} \end{aligned} \quad (46-6)$$

اگر  $n$  خیلی بزرگ باشد، می‌توانیم  $n-1$  را با  $n$ ، و  $2n-1$  را با  $2n$  تقریب بزنیم، که می‌دهد:

$$\nu \cong \frac{me^4}{64\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{2n}{n^2} = \frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (47-6)$$

این معادله همان معادله ۴۵-۶ برای بسامد "کلاسیک" است. الکترون "کلاسیک" با حرکت مارپیچی به‌کنندی به طرف هسته می‌رود، و بسامدی تابش می‌کند که از معادله ۴۵-۶ به دست می‌آید، در حالی که الکترون "کوانتومی" از مدار  $n$  به مدار  $n-1$  و سپس به مدار  $n-2$  می‌رود، تا آخر، و در بسامدی تابش می‌کند که از معادله ۴۷-۶، به دست می‌آید. (وقتی مدارهای دایره‌ای خیلی بزرگ باشند، این پرش از یک مدار دایره‌ای به مدار دایره‌ای کوچکتر بعدی، مطابق شکل ۲۵-۶، خیلی شبیه با مارپیچ است.)

در ناحیه  $n$  بزرگ، که فیزیک کلاسیک و کوانتومی همپوشان می‌شوند، عبارتهای کلاسیک و کوانتومی مربوط به بسامدهای تابش یکسان‌اند. این نمونه‌های از یکی از کاربردهای اصل همخوانی است. کاربردهای اصل همخوانی بسیار فراتر از اتم بور است، و این اصل در شناخت اینکه چگونه از حوزه‌ای که در آن قوانین فیزیک کلاسیک معتبرند، به حوزه‌ای برویم که قوانین فیزیک کوانتومی در آن اعتبار دارند حائز اهمیت است.



شکل ۶-۲۵ (چپ) یک اتم کوانتومی بزرگ. با پیرشهای الکترون به حالت‌های پایینتر، فوتونها در گذارهای گسسته گسیل می‌شوند. (راست) یک اتم کلاسیک. الکترون شتابدار به طور پیوسته فوتونها را گسیل می‌کنند.

## ۸-۶ نارساییهای مدل بور

مدل بور تصویری از چگونگی حرکت الکترونها به دور هسته ارائه می‌کند، و بسیاری از تلاشهای ما در توصیف رفتار اتمها با رجوع به این تصویر است، هرچند که دقیقاً هم درست نیست. موضوع قابل ملاحظه (شاید حتی مبارک یا اتفاقی) این است که کامیابیهای این مدل، با مفاهیم جدیدش درباره ترازهای انرژی گسسته و حالت‌های مانا، درست یک دهه پیش از کارهای دو بروی و تولد مکانیک موجی به وقوع پیوست.

از جهتی، سازگاری خوب بین مقادیر طول موجهای سری بالمر که محاسبه کردیم با مقادیر تجربی اتفاقی است، زیرا مرتکب دو خطا شده‌ایم. نخستین خطا مربوط به جرم محدود هسته است و از نادیده گرفتن حرکت هسته ناشی می‌شود. الکترون حول هسته نمی‌گردد، بلکه الکترون و هسته هردو گرد مرکز جرم مشترکشان می‌گردند. بنابراین انرژی جنبشی باید شامل یک جمله اضافی ناشی از حرکت هسته باشد، و تأثیر وارد کردن این جمله کاهش ثابت ریدبرگ از مقدار  $R_\infty$  (به این جهت آن را چنین می‌نامیم که اگر جرم هسته نامحدود می‌شد، صحیح می‌بود) به مقدار  $R = R_\infty / (1 + m/M)$  است، که در آن  $M$  جرم هسته است. این اثر طول موجهای محاسبه شده را با ضریبی حدود  $1.00055$  افزایش می‌دهد. دومین اشتباهی که از ما سرزد تبدیل بسامدها به طول موجها بود. بسامد فوتون گسیلیده با اختلاف انرژی ترازهای اتمی ارتباط مستقیم دارد؛ برای یافتن این طول موج، از عبارت  $c = \lambda\nu$  بهره می‌گیریم، که فقط در خلأ صادق است. چون آزمایش معمولاً در آزمایشگاه در هوا صورت می‌گیرد، عبارت صحیح به صورت  $\lambda\nu = v_{\text{هوا}}$  است، که  $v_{\text{هوا}}$  سرعت نور در هواست. این اثر گرایش به افزایش طول موجهای محاسبه شده با ضریب حدود  $1.00029$  دارد. در نتیجه این دو خطا تا حدودی یکدیگر را جبران می‌کنند.

مدل بور، به رغم توفیقهایش در بهترین حالت یک مدل ناقص است. این مدل فقط برای اتمهایی مفید است که حاوی یک الکترون (هیدروژن، هلیوم یکبار یونیده، لیتیم دوبار یونیده، و غیره) باشد. اما در مورد اتمهایی با دو یا چند الکترون صدق نمی‌کند، زیرا ما فقط نیروی بین الکترون و هسته را در نظر گرفتیم، و نه نیرویی که بین خود الکترونها وجود دارد. به علاوه، اگر طیف گسیلی را با دقت زیاد بنگریم، پی می‌بریم که بسیاری از خطها در واقع تک خط نیستند، بلکه ترکیبهایی از دو یا چند خط خیلی نزدیک به هم‌اند؛ مدل بور نمی‌تواند این دوتایه‌های خطوط طیفی را توجیه کند. شمر بخش بودن این مدل به عنوان مبنایی که سایر خواص اتم را براساس آن بتوان محاسبه کرد نیز محدود است؛ هر چند که انرژی خطهای طیفی را می‌توانیم به دقت محاسبه کنیم، اما محاسبه شدت آنها ممکن نیست. مثلاً، چند باریک الکترون در حالت  $n = 3$  مستقیماً به حالت  $n = 1$  می‌پرد، و فوتون مربوطه را می‌گسیلد، و چند بار ابتدا به حالت  $n = 2$  و سپس به حالت  $n = 1$  می‌پرد، و دو فوتون گسیل می‌کند؛ یک نظریه کامل باید راهی را برای محاسبه این ویژگی پیش پایمان بگذارد.

یکی از نارساییهای جدی مدل بور آن است که پیش‌بینیهای غلطی در مورد تکانه زاویه‌ای الکترون می‌کند. برای حالت پایه هیدروژن ( $n = 1$ )، نظریه بور  $L = \hbar$  را می‌دهد، در حالی که آزمایش به روشنی  $L = 0$  را نشان می‌دهد.

یک نارسایی جدی‌تر این مدل آن است که رابطه عدم قطعیت را کاملاً نقض می‌کند. (برای دفاع از بور، به خاطر داشته باشید که این کاریک دهه پیش از ارائه مکانیک موجی، همراه با ایده‌های عدم قطعیت همراه آن صورت گرفت.) رابطه عدم قطعیت  $\Delta x \Delta p_x \gtrsim \hbar$  برای هر جهتی از فضا معتبر است. اگر جهت شعاعی را برگزینیم، در این صورت  $\Delta r \Delta p_r \gtrsim \hbar$ . برای الکترونی که در یک مدار دایره‌ای حرکت می‌کند، مقدار  $r$  را دقیقاً می‌دانیم، و بنابراین  $\Delta r = 0$ . اگر الکترون در یک دایره حرکت کند  $p_r$  نیز دقیقاً بر ما معلوم است (در واقع، این کمیت دقیقاً صفر است)، و از این رو  $\Delta p_r = 0$ . این معلوم بودن دقیق همزمان  $r$  و  $p_r$  نقض اصل عدم قطعیت به شمار می‌آید. اما، نمی‌خواهیم این مدل را به طور کامل کنار بگذاریم. مدل بور یک تصویر ذهنی از ساختار اتم به دست می‌دهد که گاهی می‌تواند مفید باشد. بسیاری از ویژگیهای اتمی، به خصوص ویژگیهای مربوط به مغناطیس، وجود دارند که می‌توان آنها را بر مبنای مدارهای بور فهمید. وقتی مسئله را به دقت در فصل بعد بررسی کنیم، پی می‌بریم که ترازهای انرژی هیدروژن که از حل معادله شرودینگر به دست می‌آیند در واقع با ترازهای مدل بور همسان‌اند.

در این فصل دو مسئله فیزیک اتمی، پراکندگی رادرفورد و طیف گسیلی هیدروژن، را بررسی کردیم. هر دوی آنها را می‌توان براساس محاسباتی درک کرد که بدون مراجعه به مکانیک موجی

انجام شده‌اند، هرچند که انتظار داریم مکانیک موجی مبحث با اهمیتی در مقیاس اتمی باشد. در واقع، این دو مثال از این جهت منحصر به فردند که محاسبات مکانیک موجی "صحیح" فرمول پراکندگی رادرفورد و طول موجهای گسیلی هیدروژن همان نتیجه‌های محاسبات کلاسیک را می‌دهند! برای بسیاری از پدیده‌هایی که مطالعه کرده‌ایم، از جمله تابش جسم سیاه، پراکندگی کامپتون، و اثر فوتوالکتریک، این طور نبود. حدس زدن روند تکامل فیزیک در عصر بور و رادرفورد، اگر محاسبات کلاسیک آنان نتایج درستی را نمی‌داد، بسیار جالب توجه است.

### پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

بحث درباره بسیاری از ویژگیهای اساسی اتمها را می‌توانید در مرجع زیر بیابید:

M. R. Wehr, J. A. Richards, & T. W. Adair, *Physics of the Atom* (Reading, Addison-Wesley, 1978).

برای چشم‌اندازی تاریخی درباره تحول نظریه اتمی، نگاه کنید به:

H. A. Boorse and L. Motz, editors, *The World of the Atom* (New York, Basic Books, 1966.)

G. K. T. Conn and H. D. Turner, *The Evolution of the Nuclear Atom* (London, Iliffe Books, 1965).

F. Friedman and L. Sartori, *The Classical Atom* (Reading, Addison-Wesley, 1965).

برای دستیابی به جزئیات بیشتر درباره تاریخچه مدل‌های تامسون و بور، نگاه کنید به:

J. L. Heilborn, "J. J. Thomson and The Bohr Atom," *Physics Today*, April 1977, 23.

J. L. Heilbron, "Bohr's First Theories of the Atom," *Physics Today*, October 1985, 28.

خلاصه عامه‌پسندی از کارهای رادرفورد، در مرجع زیر آمده است:

E. N. da C. Andrade, "The Birth of the Nuclear Atom," *Scientific American*, 195, 93 (November 1956).

مقاله‌های اولیه درباره مدل رادرفورد و تأیید تجربی آن، مشکلات آزمایشها و دقت و تواناییهای آزمایشگران را نشان می‌دهند. این مقاله‌ها را بدون اشکال می‌توان خواند و نیاز به ریاضیاتی فراتر از سطح این کتاب ندارند.

E. Rutherford, *Philosophical Magazine*, 21, 669 (1911).

H. Geiger, *Proceedings of the Royal Society of London*, A83, 492 (1910).

H. Geiger and E. Marsden, *Philosophical Magazine*, 25, 604 (1913).

### پرسشها

۱. مدل تامسون در زاویه‌های پراکندگی بزرگ ناموفق است، یا در زاویه‌های پراکندگی کوچک؟ چرا؟
۲. اگر باریکه‌ای از ذرات آلفا را با یک پارامتر برخورد از یک تک‌اتم هدف در حال سکون پراکنده می‌کردیم، کدام اصل فیزیکی نقض می‌شد؟
۳. آیا می‌توانیم با استفاده از فرمول پراکندگی رادرفورد، پراکندگی را در موارد زیر تحلیل کنیم؟  
(الف) پروتون فرودی بر آهن؛ (ب) ذرات آلفای فرودی بر لیتیم ( $Z = 3$ )؛ (ج) هسته‌های نقره فرودی بر طلا؛ (د) اتمهای هیدروژن فرودی بر طلا؛ (ه) الکترونهای فرودی بر طلا.
۴. چه عاملی گستره زاویه‌ای  $d\theta$  را در آزمایش پراکندگی ذره آلفا تعیین می‌کند (شکل ۶-۱۰)؟
۵. چرا بور مفهوم امواج دوبروی را در نظریه خود به‌کار نبرد؟
۶. در کدام مدار بور الکترون دارای بیشترین سرعت است؟ آیا بررسی نانسیتی الکترون در آن حالت، موجه است؟
۷. یک الکترون در هیدروژن چگونه از  $r = 4a_0$  به  $r = a_0$  می‌رود بدون اینکه در جایی در فاصله این دو حالت وجود داشته باشد؟
۸. کوانتش انرژی در اتم هیدروژن چه شباهتی با کوانتش سیستمهای مورد بحث در فصل ۵ دارد؟ تفاوت آنها چیست؟ آیا منشأ این کوانتتها یکی است؟
۹. در یک اتم بور، الکترونی از حالت  $n_1$  با تکانه زاویه‌ای  $n_1\hbar$  به حالت  $n_2$  با تکانه زاویه‌ای  $n_2\hbar$  می‌پرد. یک سیستم منزوی چگونه می‌تواند تکانه زاویه‌ای خود را تغییر دهد؟ (در فیزیک کلاسیک، تغییر تکانه زاویه‌ای نیاز به یک گشتاور نیروی خارجی دارد.) آیا فوتون می‌تواند حامل تفاوت تکانه زاویه‌ای باشد؟ بیشینه تکانه زاویه‌ای را که فوتون می‌تواند نسبت به مرکز اتم داشته باشد، برآورد کنید. آیا این یک نارسایی دیگر مدل بور را بیان نمی‌کند؟
۱۰. حاصلضرب  $E_n r_n$  برای اتم هیدروژن (۱) به ثابت پلانک و (۲) به عدد کوانتومی  $n$  بستگی ندارد. آیا این موضوع حائز اهمیت است؟ این یک اثر کوانتومی است یا کلاسیک؟
۱۱. (الف) اتم بور چگونه رابطه عدم قطعیت  $\Delta x \Delta p$  را نقض می‌کند؟ (ب) اتم بور چگونه رابطه عدم قطعیت  $\Delta E \Delta t$  را نقض می‌کند؟  $\Delta E$  چیست؟ این چه چیزی را در مورد  $\Delta t$  ایجاب می‌کند؟ درباره گذارهای بین ترازها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱۲. فرضهایی که به تدوین نظریه بور انجامیدند، برشمردید. کدامیک از آنها ناشی از نادیده گرفتن کمیتهای بسیار کوچک اند؟ کدامیک از اینها اصول اساسی نسبیت یا فیزیک کوانتومی را نقض می کنند؟

۱۳. فرضهایی را برشمردید که به تدوین فرمول پراکندگی رادرفورد انجامیدند. کدامیک از آنها حاصل نادیده گرفتن کمیتهای کوچک اند؟ کدامیک از آنها اصول اساسی نسبیت یا فیزیک کوانتومی را نقض می کنند؟

۱۴. هم در نظریه رادرفورد و هم در نظریه بور، رابطه کلاسیک انرژی جنبشی را به کار بردیم. سرعت یک الکترون در اتم بور و سرعت یک ذره آلفا در آزمایش معمولی پراکندگی را محاسبه کنید، و بگویید آیا استفاده از فرمولهای کلاسیک در این موارد موجه است؟

۱۵. هم در نظریه رادرفورد و هم در نظریه بور، هر نوع ویژگی موجی ذرات را نادیده گرفتیم. طول موج دوبروی الکترون در اتم بور را محاسبه و آن را با ابعاد اتم مقایسه کنید. طول موج دوبروی یک ذره آلفا را محاسبه و آن را با اندازه هسته مقایسه کنید. آیا انتظار دارید رفتار موجی در هیچ یک از این موارد اهمیت داشته باشد؟

۱۶. چرا کاهش جریان در آزمایش فرانک-هرتز ناگهانی نیست؟

۱۷. با توجه به آزمایش فرانک-هرتز، نخستین حالت برانگیخته جیوه در انرژی  $4.9\text{eV}$  است. آیا انتظار دارید جیوه در طیف مرئی خطهای جذبی داشته باشد؟

۱۸. آیا اصل همخوانی یکی از اجزای ضروری فیزیک کوانتومی است یا صرفاً سازگاری تصادفی، دو فرمول به شمار می آید؟ مرز بین دنیای فیزیک کوانتومی و دنیای فیزیک غیرکوانتومی کلاسیک، را در کجا باید رسم کنیم؟

## مسائل

۱. می دانیم انرژی الکترونها در اتم در گستره چند الکترون ولت است. نشان دهید که اصل عدم قطعیت محدود شدن الکترونها با این انرژی را در ناحیه های به ابعاد یک اتم ( $1\text{nm}$  ر) مجاز می دارد.

۲. الکترون شکل  $1-6$  را در میدان الکتریکی کره با بار مثبت  $Ze$  که آن را فرا گرفته است. در نظر بگیرید که (الف) با استفاده از قانون گاوس، نشان دهید که میدان الکتریکی ناشی از بار مثبت وارد بر الکترون عبارت است از

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R^2} r$$

(ب) نشان دهید که برای این میدان الکتریکی، نیروی وارد بر الکترون از معادله ۱-۶ به دست می‌آید.

۳. (الف) بسامد نوسان الکترون و طول موج جذب یا گسیل پیش‌بینی شده اتم هیدروژن را در مدل تامسون محاسبه کنید. از  $R = 0.53 \text{ nm}$  استفاده کنید. این مقدار را با طول موج مشاهده شده قویترین خط گسیلی و جذبی در هیدروژن،  $122 \text{ nm}$ ، مقایسه کنید. (ب) این محاسبه را برای سدیم ( $Z = 11$ ) با  $R = 0.18 \text{ nm}$  تکرار کنید. نتیجه را با طول موج مشاهده شده،  $590 \text{ nm}$ ، مقایسه کنید.

۴. با استفاده از معادله ۸-۶ بیشینه زاویه پراکندگی و پارامتر برخورد مربوط به آن را محاسبه کنید.

۵. مدل تامسون را برای اتمی با ۲ الکترون در نظر بگیرید. فرض کنید الکترونها بر روی قطری در دو طرف مرکز کره و به فاصله  $x$  از آن قرار گرفته‌اند. (الف) نشان دهید که اگر  $x = R/2$ ، این ترکیب پایدار است. (ب) ترکیبهای پایدار مشابهی برای اتمهایی با ۳، ۴، ۵، و ۶ الکترون بسازید.

۶. ذرات آلفا با انرژی جنبشی  $5.0 \text{ MeV}$  را یک برگه طلا در زاویه  $90^\circ$  پراکنده می‌کند. (الف) پارامتر برخورد چیست؟ (ب) کمینه فاصله بین ذرات آلفا و هسته طلا چقدر است؟ (ج) انرژی پتانسیل و جنبشی آن را در این فاصله کمینه بیابید.

۷. انرژی جنبشی یک ذره آلفا چقدر باشد تا نهایت نزدیکی آن به یک هسته طلا با شعاع هسته  $(7.0 \times 10^{-15} \text{ m})$  برابر شود؟

۸. نهایت نزدیکی در هنگامی که ذرات آلفا با انرژی جنبشی  $6.0 \text{ MeV}$  را یک برگه نازک مس پراکنده می‌کند، چیست؟

۹. پروتونهای با انرژی  $5.0 \text{ MeV}$  بر یک برگه نقره به ضخامت  $4.0 \times 10^{-6} \text{ cm}$  فرود می‌آیند. چه کسری از پروتونهای فرودی در زاویه (الف) بزرگتر از  $90^\circ$ ؛ (ب) بزرگتر از  $10^\circ$ ؛ (ج) بین  $5^\circ$  و  $10^\circ$ ؛ (د) کوچکتر از  $5^\circ$ ، پراکنده می‌شود؟

۱۰. پروتونها بر برگه‌ای از مس به ضخامت  $12 \mu\text{m}$  فرود می‌آیند. (الف) انرژی جنبشی پروتون چقدر باید باشد تا نهایت نزدیکی مساوی شعاع هسته ( $5 \text{ fm}$ ) شود؟ اگر انرژی پروتون  $7.5 \text{ MeV}$  باشد، پارامتر برخورد برای پراکندگی در  $120^\circ$  چیست؟ (ج) کمینه فاصله بین پروتون و هسته در این حالت چیست؟ (د) چه کسری از پروتونها در زاویه بزرگتر از  $120^\circ$  پراکنده می‌شود؟

۱۱. ذرات آلفا با انرژی جنبشی  $K$  از برگه طلا یا از برگه نقره، به ضخامت یکسان، پراکنده می‌شوند. نسبت تعداد ذرات پراکنده شده از برگه طلا در زاویه‌های بزرگتر از  $90^\circ$  به تعداد پراکنده شده از برگه نقره در همین شرایط، چیست؟

۱۲. بیشینه انتقال انرژی جنبشی به هسته هدف در برخورد رودرویی با  $b = 0$  صورت می‌گیرد.

(چرا؟) بیشینه انرژی جنبشی منتقل شده به هسته هدف را وقتی ذرات آلفای  $8 \text{ MeV}$  بر برگه طلا فرود می‌آیند، محاسبه کنید. آیا مجاز به نادیده گرفتن این انرژی هستیم؟

۱۳. بیشینه انتقال انرژی جنبشی یک ذره آلفا به یک الکترون در خلال یک برخورد رودرو رخ می‌دهد. مقدار انرژی جنبشی را که یک ذره آلفا با انرژی جنبشی  $8 \text{ MeV}$  در یک برخورد رودرو با یک الکترون ساکن از دست می‌دهد محاسبه کنید. آیا با توجه به نظریه رادرفورد مجاز به نادیده گرفتن این انرژی هستیم؟

۱۴. ذرات آلفا به انرژی  $9.6 \text{ MeV}$  بر یک برگه نقره به ضخامت  $7 \mu\text{m}$  فرود می‌آیند. به ازای مقدار معینی از پارامتر برخورد، ذرات آلفا دقیقاً نیمی از انرژی جنبشی فرودی خود را در هنگام رسیدن به کمترین فاصله از هسته، از دست می‌دهند. کمترین فاصله، پارامتر برخورد، و زاویه پراکندگی را بیابید.

۱۵. ذرات آلفا با انرژی جنبشی  $6 \text{ MeV}$  با آهنگ  $10^2 \times 3 \text{ r}^\circ$  بر ثانیه بر یک برگه طلا به ضخامت  $3 \times 10^{-6} \text{ m}$  فرود می‌آیند. یک آشکارساز دایره‌ای به قطر  $10 \text{ cm}$  در فاصله  $12$  سانتی‌متری این برگه در زاویه  $30^\circ$  نسبت به جهت فرود ذرات آلفا قرار می‌گیرد. این آشکارساز با چه آهنگی ذرات آلفای پراکنده را اندازه می‌گیرد؟

۱۶. برای حالت  $n = 3$  در هیدروژن، سرعت الکترون، انرژی جنبشی، و انرژی پتانسیل را بیابید.

۱۷. با به‌کارگیری نظریه بور حدود طول موج سری را در سریهای بالمر و لیمان هیدروژن بیابید.

۱۸. نشان دهید که سرعت الکترون در مدار  $n$ ام بور هیدروژن  $ac/n$  است، که در آن  $\alpha$  ثابت ساختار ریز است. سرعت در اتم هیدروژن گونه با بار هسته‌ای  $Ze$  چقدر است؟

۱۹. الکترونی در حالت  $n = 5$  هیدروژن قرار دارد. گذار این الکترون به کدام حالتها امکان‌پذیر است، و انرژی تابشهای گسیلیده چیست؟

۲۰. یک اتم هیدروژن در حالت  $n = 6$  قرار دارد، (الف) با در نظر گرفتن تمام مسیرهای ممکن، اگر این اتم به حالت پایه برود، چند نوع فوتون با انرژی مختلف گسیل می‌شود؟ (ب) فرض کنید فقط گذارهای  $\Delta n = 1$  مجاز باشند. چند نوع فوتون با انرژی مختلف گسیل خواهد شد؟ (ج) چند نوع فوتون با انرژی مختلف در یک اتم هیدروژن مدل تامسون گسیل می‌شود؟

۲۱. شکل ۲۲-۶ را ادامه دهید، تا گذارهای سریهای پاشن را نشان دهد و انرژی و طول موج آنها را محاسبه کنید.

۲۲. به مجموعه‌ای از اتمهای هیدروژن در حالت پایه نور فرابنفش به طول موج  $59 \text{ nm}$  می‌تابانیم. انرژی جنبشی الکترونها گسیلیده را بیابید.

۲۳. انرژی یونش، انرژی لازم برای خارج کردن یک الکترون از اتم است. انرژی یونش را در موارد



زیر بیابید: (الف) تراز  $n = 3$  هیدروژن؛ (ب) تراز  $n = 2$  در  $\text{He}^+$  (هلیم یک بار یونیده)؛ (ج) تراز  $n = 4$  در  $\text{Li}^{++}$  (لیتیم دوبار یونیده).

۲۴. با استفاده از فرمول بور اختلاف انرژی  $E(n_1 \rightarrow n_2) = E_{n_1} - E_{n_2}$  را بیابید و نشان دهید که:

(الف)  $E(4 \rightarrow 2) = E(4 \rightarrow 3) + E(3 \rightarrow 2)$ ؛ (ب)  $E(4 \rightarrow 1) = E(4 \rightarrow 2) + E(2 \rightarrow 1)$

(ج) این نتایج را بر مبنای اصل ترکیب ریتس تفسیر کنید.

۲۵. اختلاف طول موج بین خط اول سری بالمر در هیدروژن معمولی ( $M \cong 1u$ ) و در هیدروژن "سنگین" ( $M \cong 2u$ ) چیست؟

۲۶. کوتاهترین و بلندترین طول موجهای سری لیمان هلیم یک بار یونیده را بیابید.

۲۷. یک نمودار تراز انرژی رسم کنید که چهار تا از پایتترین ترازهای لیتیم یک بار یونیده را نشان دهد. تمام گذارهای ممکن از ترازها را نشان گذاری کنید و هر گذار را با طول موجش مشخص کنید.

۲۸. الکترونی در تراز  $n = 8$  لیتیم یونیده قرار دارد. (الف) سه تا بلندترین طول موجهایی را بیابید که از هنگام گذار الکترون از تراز  $n = 8$  به یک تراز پایتتر گسیل می شوند. (ب) کوتاهترین طول موجی را بیابید که می تواند گسیل شود. (ج) سه تا از بلندترین طول موجها را بیابید که در آنها الکترون در تراز  $n = 8$  یک فوتون را جذب می کند و به حالت بالاتر می رود، مشروط بر آنکه بتوانیم الکترون را به مدت کافی در آن تراز نگه داریم تا فوتون را جذب کند. (د) کوتاهترین طول موجی را بیابید که می تواند جذب شود.

۲۹. طول عمر ترازها در اتم هیدروژن در حدود  $10^{-8}$  s است. عدم قطعیت انرژی نخستین حالت برانگیخته را بیابید و آن را با انرژی این حالت مقایسه کنید.

۳۰. در کتاب *Handbook of Chemistry and Physics* فهرست زیر برای طول موجهای گسیلی (بر حسب nm) هلیم یونیده، آمده است:

۲۳٫۷۳	۳۰٫۳۸	۱۲۱٫۵	۲۵۱٫۱	۴۶۸٫۶	۱۰۱۲٫۴
۲۴٫۳۰	۱۰۲٫۵	۱۶۴٫۰	۲۷۳٫۴	۵۴۱٫۱	۱۱۶۲٫۶
۲۵٫۶۳	۱۰۸٫۵	۲۳۸٫۵	۳۲۰٫۳	۶۵۶٫۰	۱۸۶۳٫۷

با استفاده از همان مقادیر  $n$  طیف هیدروژن، این خطهای طیفی را در قالب سریها دسته بندی کنید، و شاخص  $n$  را برای هر خط مشخص کنید. حد سری را برای هر سری تعیین کنید. هر سری در چه ناحیه طیف الکترومغناطیسی جای می گیرد؟

۳۱. در کتاب *Handbook of Chemistry and Physics* طول موجهای گسیلی زیر (بر حسب nm) برای هلیم دوبار یونیده داده شده است: ۱۱۳۹، ۱۳۵۰، ۵۴۰۰، ۷۲۹۱. این خطها را با

سریهای طیفی مناسب (مانند مورد هیدروژن) مشخص کنید، و شاخص  $n$  را برای هر خط تعیین کنید و حد سریها را برای هر سری بیابید.

۳۲. وقتی یک اتم فوتونی را در حین گذار از حالتی با انرژی  $E_1$  به حالتی با انرژی  $E_2$  گسیل می‌کند، انرژی فوتون دقیقاً مساوی  $E_1 - E_2$  نیست. پایستگی تکانه ایجاب می‌کند که اتم پس بزند، و از این رو بخشی از انرژی به انرژی جنبشی پس‌زنی  $K_R$  تبدیل می‌شود. نشان دهید که:  $K_R \cong (E_1 - E_2)^2 / 2Mc^2$  که  $M$  جرم اتم است. این انرژی پس‌زنی را برای گذر  $n = 2$  تا  $n = 1$  در هیدروژن محاسبه کنید.

۳۳. مدتها قبل، در یک کهکشان دور، بسیار دور، بار الکتریکی هنوز به وجود نیامده بود، و اتمها را نیروهای گرانشی کنار هم نگه می‌داشت. شعاع بور و انرژی گذار  $n = 2$  تا  $n = 1$  را در اتم هیدروژنی با پیوند گرانشی، محاسبه کنید.

۳۴. (الف) عبارتی برای شعاع  $a_0$  برحسب ثابت ساختار ریز  $\alpha$  (فصل ۱)، انرژی سکون الکترون، و ثابت  $hc$  بیابید. (ب) همین محاسبه را برای انرژی حالت پایه هیدروژن،  $E_1$ ، تکرار کنید.

۳۵. در یک اتم موثونی، به جای الکترون یک ذره دارای بار منفی به نام موئون قرار داده می‌شود. جرم موئون  $207$  برابر جرم الکترون است. (الف) کوتاهترین طول موج سری لیمان در اتم هیدروژن موثونی چیست؟ این طول موج به چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی تعلق دارد؟ (ب) تصحیح جرم هسته‌ای متناهی در این حالت چقدر است؟ (نگاه کنید به بحث آغاز بخش ۶-۸).

۳۶. شعاع مدار اول بور در یک اتم سرب موثونی ( $Z = 82$ ) چیست؟ آن را با شعاع هسته‌ای در حدود  $7\text{fm}$  مقایسه کنید.

۳۷. شق دیگر نظریه بور با این فرض شروع می‌شود که حالت‌های مانا (ویژه حالتها) آنهایی هستند که برایشان محیط مدار مضرب صحیحی از طول موجهای دوبروی باشد. (الف) نشان دهید که این شرط به امواج ایستاده دوبروی حول مدار می‌انجامد. (ب) نشان دهید که این شرط به شرط تکانه زاویه‌ای معادله ۶-۲۹، می‌انجامد که در نظریه بور به کار رفت.

۳۸. نشان دهید که انرژی فوتون گسیلیده در گذار اتم هیدروژن از حالت  $n$  به حالت  $n-1$  وقتی  $n$  خیلی بزرگ باشد، عبارت است از  $\Delta E \cong \alpha^2 (mc^2/n^2)$  که  $\alpha$  ثابت ساختار ریز است.

۳۹. فرض کنید طول عمر تمام ترازهای برانگیخته هیدروژن  $10^{-8}\text{s}$  است. با رفتن به ترازهای برانگیخته بالاتر، ترازها به هم نزدیک و نزدیکتر می‌شوند، و دیری نمی‌گذرد که انرژیها به اندازه‌ای به هم نزدیک می‌شود که عدم قطعیت هر حالت تا حد فاصله بین حالتها بزرگ می‌شود، و دیگر نمی‌توانیم حالتها را از هم تفکیک کنیم. با استفاده از نتیجه مسئله ۳۸ برای فاصله بین ترازها مقدار  $n$  را که به ازای آن این وضعیت پیش می‌آید، بیابید. شعاع چنین اتمی چیست؟

۴۰. بسامد حرکت یک الکترون را با بسامد فوتونهای گسیلیده در گذارهای  $n$  به  $n - 1$  به ازای (الف)  $n = 10$ ؛ (ب)  $n = 100$ ؛ (ج)  $n = 1000$ ؛ (د)  $n = 10000$  مقایسه کنید.

۴۱. یک اتم فرضی فقط دو حالت برانگیخته، در  $4 \text{ eV}$  و  $7 \text{ eV}$ ، دارد و انرژی یونش حالت پایه آن  $9 \text{ eV}$  است. اگر بخار این اتمها را در آزمایش فرانک - هرتز به کار ببریم، به ازای چه ولتاژهایی انتظار مشاهده کاهش جریان را داریم؟ تمام ولتاژها را تا  $20 \text{ V}$  برشمرید.

۴۲. نخستین حالت برانگیخته سدیم با گسیل فوتونی به طول موج  $590 \text{ nm}$  به حالت پایه وامی پاشد. اگر بخار سدیم در آزمایش فرانک - هرتز به کار رود، نخستین افت جریان در چه ولتاژی ثبت خواهد شد؟



## اتم هیدروژن در مکانیک موجی

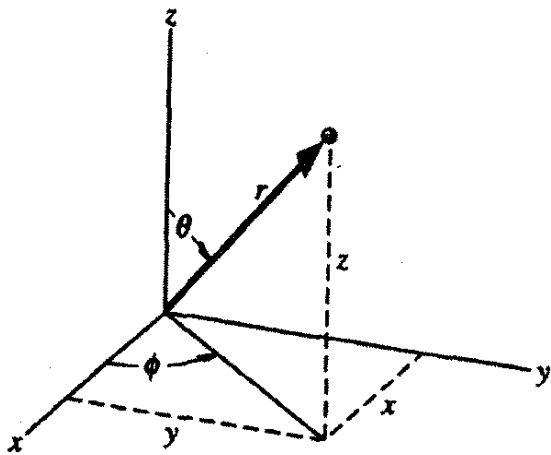
در این فصل جوابهای معادله شرودینگر را برای اتم هیدروژن بررسی می‌کنیم. خواهیم دید که این جوابها، که همان ترازهای انرژی مدل بور را می‌دهند، به لحاظ در نظر گرفتن عدم قطعیت در تعیین مکان الکترون با مدل بور فرق دارند.

سایر نارساییهای مدل بور با حل معادله شرودینگر به آسانی از میان نمی‌روند. اولاً، شکافتگی به اصطلاح "ساختار ریز" خطهای طیفی را، که هنگام بررسی خیلی دقیق خطها ظاهر می‌شوند، نمی‌توان با این جوابها توضیح داد؛ توضیح مناسب این اثر به آشنایی با یک ویژگی جدید الکترون، یعنی اسپین ذاتی، نیازمند است. ثانیاً، مشکلات ریاضی حل معادله شرودینگر برای اتمهای دو یا چند الکترونی بسیار است، از این رو بحث خود را در این فصل به اتمهای تک الکترونی محدود می‌کنیم، تا بینیم چگونه مکانیک موجی امکان شناخت برخی ویژگیهای اتمی را در اختیار ما می‌گذارد. در فصل بعدی درباره ساختار اتمهای بس الکترونی بحث خواهیم کرد.

### ۷-۱ معادله شرودینگر در مختصات کروی

معادله شرودینگر در سه بعد به صورت زیر است:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z)\psi = E\psi \quad (1-7)$$



شکل ۱-۷ مختصات قطبی کروی برای اتم هیدروژن. پروتون در مبدأ و الکترون در شعاع  $r$ ، در جهتی واقع شده است که با زاویه قطبی،  $\theta$ ، و زاویه سمتی  $\phi$  تعیین می‌شود.

که در آن  $\psi$  تابعی است از  $x$ ،  $y$  و  $z$ . روال معمول حل معادله دیفرانسیل جزئی از این نوع جدا کردن متغیرهاست. انرژی پتانسیل برای نیروی بین هسته و الکترون عبارت است از

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{e^2}{r} \right) \quad \text{و چون } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$U(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (2-7)$$

انرژی پتانسیل به این شکل به معادله قابل تفکیک نمی‌انجامد، اما اگر در مختصات قطبی کروی (دست‌کم برای این محاسبات) مناسب‌تر کار کنیم، یعنی در مختصات  $(r, \theta, \phi)$  به جای مختصات  $(x, y, z)$ ، می‌توانیم متغیرها را جدا کنیم و یک مجموعه جواب بیابیم. متغیرهای مختصات قطبی کروی در شکل ۱-۷ نشان داده شده‌اند. این ساده‌سازی در جواب به قیمت پیچیده‌تر شدن معادله شرودینگر تمام می‌شود، که می‌انجامد به:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \right] + U(r, \theta, \phi) \psi = E \psi \quad (3-7)$$

که در آن  $\psi = \psi(r, \theta, \phi)$ . فقط جوابهایی را در نظر می‌گیریم که جداشدنی هستند و می‌توان آنها را به صورت حاصلضرب عوامل درآورد

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (4-7)$$

در رابطه بالا تابع شعاعی  $R(r)$ ، تابع قطبی  $\Theta(\theta)$ ، و تابع سمتی  $\Phi(\phi)$  هر کدام تابعی از یک تک متغیرند. این روش سه معادله دیفرانسیل به دست می‌دهد که هر کدام تابع یک تک متغیر  $(r, \theta, \phi)$  هستند.

## ۲-۷ توابع موج اتم هیدروژن

وقتی یک معادله سه بعدی مانند معادله شرودینگر را حل می‌کنیم، به طور طبیعی سه پارامتر به صورت شاخص یا برچسب سه جواب ظاهر می‌شوند، درست همان طور که شاخص  $n$  در جواب معادله یک بعدی نامتناهی در بخش ۴-۵ ظاهر شد. این شاخصها سه عدد کوانتومی اند که جوابها را مشخص می‌کنند. ما درباره جزئیات ریاضی دستیابی به جوابها، که می‌توان آنها را در مراجع پایان این فصل یافت، بحث نمی‌کنیم.

جوابهای جداشده معادله ۲-۷ را، که با اعداد کوانتومی تکمیل شده‌اند می‌توان چنین نوشت

$$\psi_{n,l,m_l}(r, \theta, \phi) = R_{n,l}(r) \Theta_{l,m_l}(\theta) \Phi_{m_l}(\phi) \quad (5-7)$$

سه شاخص  $(m_l, l, n)$  سه عدد کوانتومی لازم برای توصیف جوابها هستند. توابع موج متناظر با بعضی مقادیر اعداد کوانتومی در جدول ۱-۷ داده شده‌اند. توابع موج برحسب شعاع بور،  $a_0$ ، نوشته می‌شوند که آن را در معادله ۳۲-۶ تعریف کردیم.

این سه عدد کوانتومی و مقادیر مجازشان عبارت‌اند از:

$\dots, 2, 1$	عدد کوانتومی اصلی	$n$
$n - 1, \dots, 2, 1, 0$	عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای	$l$
$\pm l, \dots, \pm 2, \pm 1, 0$	عدد کوانتومی مغناطیسی	$m_l$

عدد کوانتومی اصلی  $n$  تراز انرژی را، درست مانند مدل بور، مشخص می‌کند. وقتی معادله شرودینگر

جدول ۱-۷ بعضی توابع موج اتم هیدروژن

$\Phi(\phi)$	$\Theta(\theta)$	$R(r)$	$m_l$	$l$	$n$
$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$	۰	۰	۱
$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{(2a_0)^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$	۰	۰	۲
$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cos \theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$	۰	۱	۲
$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\phi}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$	$\pm 1$	۱	۲

را حل می‌کنیم، ترازهای انرژی کوانتیده به این قرار به دست می‌آیند

$$E_n = -\frac{me^2}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (۶-۷)$$

که درست همان معادله ۳۳-۶ است. توجه کنید که انرژی فقط تابع  $n$  است و به سایر اعداد کوانتومی  $l$  یا  $m_l$  بستگی ندارد. مقادیر مجاز عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای را  $m$ ، و عدد کوانتومی مغناطیسی را  $l$  محدود می‌کند.

برای حالت پایه ( $n = 1$ )، فقط  $l = 0$  و  $m_l = 0$  مجازند. پس مجموعه کامل اعداد کوانتومی برای حالت پایه عبارت است از  $(n, l, m) = (1, 0, 0)$ ، و تابع موج برای این حالت در بالاترین سطر جدول ۱-۷ داده شده است. نخستین حالت برانگیخته ( $n = 2$ ) می‌تواند دارای  $l = 0$  یا  $l = 1$  باشد. به ازای  $l = 0$ ، فقط  $m_l = 0$  مجاز است. اعداد کوانتومی این حالت عبارت‌اند از  $(2, 0, 0)$ ، و تابع موج آن در سطر دوم جدول ۱-۷ داده شده است. به ازای  $l = 1$ ، می‌توانیم داشته باشیم  $\pm 1$  یا  $m_l = 0$ . به این ترتیب سه مجموعه ممکن اعداد کوانتومی:  $(2, 1, 0)$  و  $(2, 1, \pm 1)$  وجود دارد. تابع موج این حالتها در سطرهای سوم و چهارم جدول ۱-۷ درج شده است.

برای تراز  $n = 2$ ، چهار مجموعه مختلف ممکن اعداد کوانتومی و به همان نسبت چهار تابع موج مختلف، وجود دارد. تمام این توابع موج دارای انرژی یکسان هستند، به طوری که تراز  $n = 2$  واکن است. (با واکنی در بخش ۴-۵ آشنا شدیم). اگر اعداد کوانتومی را برای تراز  $n = 3$  برشمریم، آن را با نه مجموعه ممکن اعداد کوانتومی واکن می‌باییم. به طور کلی، واکنی هر تراز با عدد کوانتومی اصلی  $n$ ، عبارت است از  $n^2$ . در شکل ۲-۷ نشانگذاری سه تراز اول را مشاهده می‌کنید.

اگر انرژی این ترکیبهای مختلف اعداد کوانتومی دقیقاً یکسان است، پس منظور از فهرست جداگانه آنها چیست؟ اولاً، همان‌گونه که در بخش آخر این فصل خواهیم گفت، ترازها دقیقاً واکن نیستند، بلکه اختلاف انرژی ناچیزی (حدود  $10^{-5} \text{ eV}$ ) دارند. ثانیاً، در بررسی گذار بین ترازها، پی‌بردیم که شدت هر گذار به تراز خاصی که گذار از آن سرچشمه می‌گیرد بستگی دارد. ثالثاً، و

-1.5 eV	$(3, 0, 0)$	$(3, 1, 1)$	$(3, 1, 0)$	$(3, 1, -1)$	$(3, 2, 2)$	$(3, 2, 1)$	$(3, 2, 0)$	$(3, 2, -1)$	$(3, 2, -2)$
-3.4 eV	$(2, 0, 0)$	$(2, 1, 1)$	$(2, 1, 0)$	$(2, 1, -1)$					

شکل ۲-۷ پایتترین ترازهای انرژی در هیدروژن، که با اعداد کوانتومی  $(m_l, l, n)$  مشخص شده‌اند. نخستین حالت برانگیخته دارای واکنی چهارتایی و حالت برانگیخته دوم دارای واکنی نه‌تایی است.

شاید مهمترین عامل، این است که هر یک از این مجموعه‌های اعداد کوانتومی متناظر با تابع موج بسیار متفاوت، و در نتیجه حالت بسیار متفاوتی از حرکت الکترون است. برای درک این موضوع، باید تعبیر هندسی اعداد کوانتومی را در نظر بگیریم، که در بخش ۷-۴ درباره آن بحث خواهیم کرد.

### ۷-۳ جگالیهای احتمال شعاعی

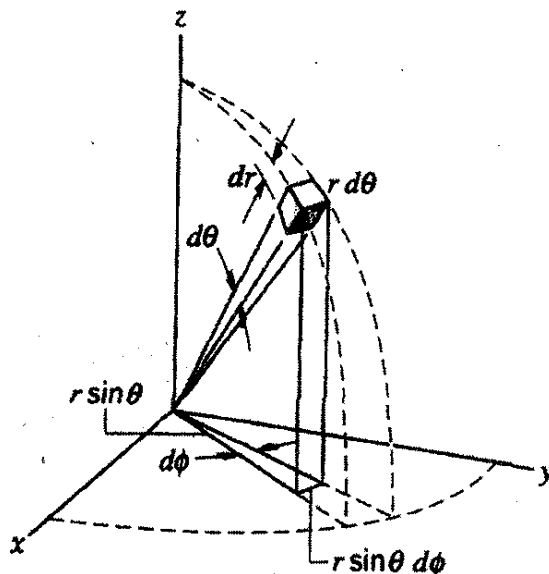
به طوری که در فصل ۵ دیدیم، احتمال یافتن الکترون در مکانی مشخص را مربع تابع موج تعیین می‌کند. به بیان دقیقتر،  $|\psi(r, \theta, \phi)|^2$  چگالی احتمال (احتمال در واحد حجم) یافتن الکترون در مکان  $(r, \theta, \phi)$  را می‌دهد. برای محاسبه احتمال واقعی یافتن الکترون، احتمال در واحد حجم را جزء حجم،  $dV$ ، واقع در  $(r, \theta, \phi)$  ضرب می‌کنیم. در مختصات قطبی کروی (شکل ۷-۳) این جزء حجم عبارت است از:

$$dV = r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi \quad (7-7)$$

و بنابراین احتمال عبارت است از

$$|\psi_{n,l,m_l}(r, \theta, \phi)|^2 dV = |R_{n,l}(r)|^2 |\Theta_{l,m_l}(\theta)|^2 |\Phi_{m_l}(\phi)|^2 r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi \quad (7-8)$$

با بهره‌گیری از عبارت مربوط به احتمال، می‌توانیم بسیاری از جنبه‌های توزیع فضایی الکترون را محاسبه کنیم. مثلاً، می‌توانیم احتمال شعاعی  $P(r) \, dr$  را برای تعیین مکان الکترون در جایی بین  $r$  و  $r + dr$ ، بدون توجه به مقادیر  $\theta$  و  $\phi$ ، بیابیم. به بیان دیگر، پوسته کروی نازکی به شعاع



شکل ۷-۳ جزء حجم در مختصات قطبی کروی.



$r$  و ضخامت  $dr$  را در نظر می‌گیریم و احتمال وجود الکترون در داخل حجم این پوسته را تعیین می‌کنیم، چون به  $\theta$  یا  $\phi$  علاقه‌مند نیستیم، روی تمام مقادیر ممکن این متغیرها انتگرال می‌گیریم:

$$P(r)dr = |R_{n,l}(r)|^2 r^2 dr \int_0^\pi |\Theta_{l,m_l}(\theta)|^2 \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} |\Phi_{m_l}(\phi)|^2 d\phi \quad (۹-۷)$$

انتگرالهای  $\theta$  و  $\phi$  هر کدام برابر واحدند، زیرا هر یک از توابع  $R$ ،  $\Theta$ ، و  $\Phi$  تک‌تک بهنجار شده‌اند. به این ترتیب چگالی شعاعی احتمال عبارت است از

$$P(r) = r^2 |R_{n,l}(r)|^2 \quad (۱۰-۷)$$

شکل ۴-۷ این تابع را برای چند تا از پایینترین ترازهای هیدروژن نشان می‌دهد.

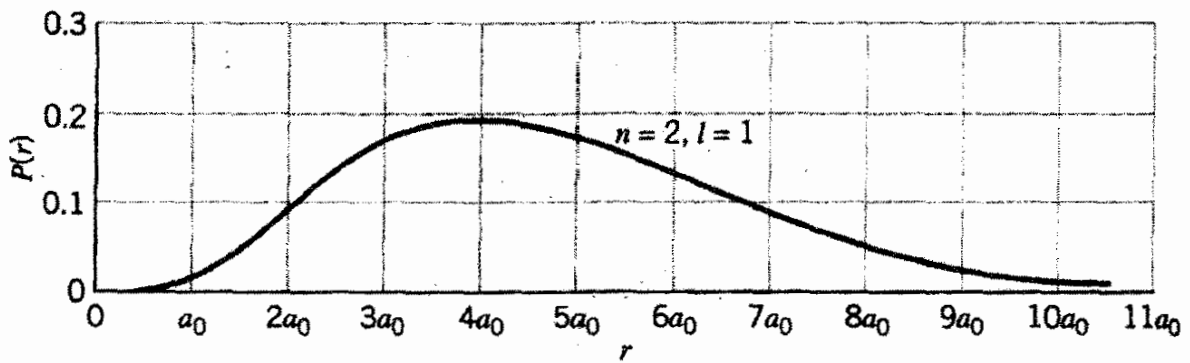
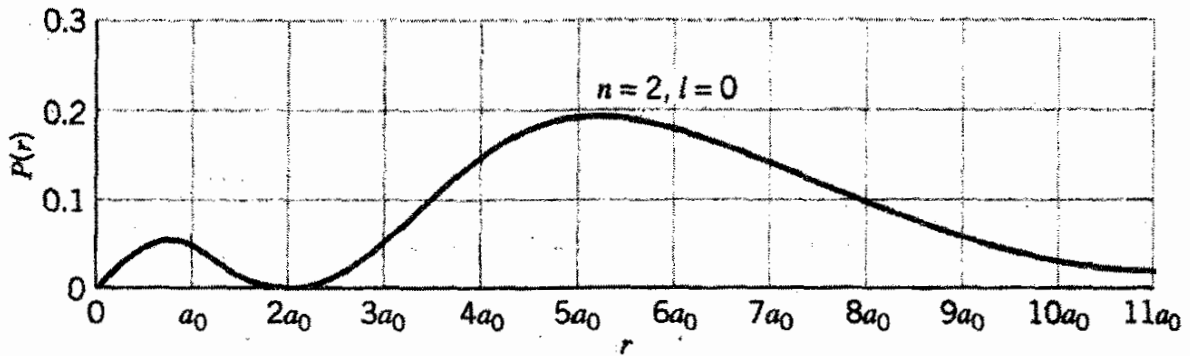
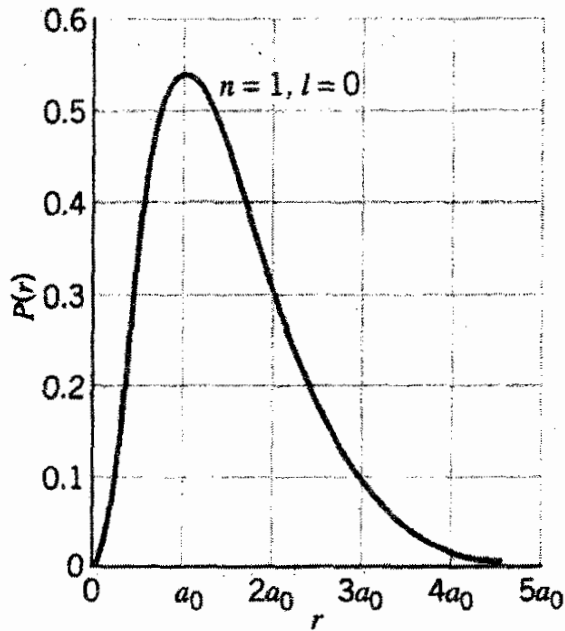
توجه کنید که در شکل ۴-۷ میانگین مختصه شعاعی به‌ازای تابع موج  $n = 1$  حدود  $a_0$  و به‌ازای هر دو تابع موج  $n = 2$  حدود  $5a_0$  است. همین طور توجه کنید که میانگین شعاع توابع موج  $l = 0$  و  $l = 1$  مربوط به حالت  $n = 2$  تفاوت چندانی ندارند. از این نمودارها معلوم می‌شود که میانگین شعاع عمدتاً تابع  $n$  است و به  $l$  بستگی چندانی ندارد (مسائل ۱۶ و ۱۷). این روند، مطابق شکل ۵-۷، برای  $n = 3$  و  $n = 4$  ادامه می‌یابد.

عدد کوانتومی اصلی  $n$  نه تنها تراز انرژی الکترون، بلکه تا حدود زیادی میانگین فاصله الکترون تا هسته را هم تعیین می‌کند. مانند مدل بور، این میانگین شعاع تقریباً به صورت  $n^2$  تغییر می‌کند، به طوری که فاصله میانگین یک الکترون  $n = 2$  از هسته حدود چهار برابر یک الکترون  $n = 1$  و برای یک الکترون  $n = 3$  فاصله از هسته نه برابر فاصله الکترون  $n = 1$  است، و الی آخر. معیار دیگر تعیین مکان الکترون محتملترین شعاع آن است. که با توجه به مکانی تعیین می‌شود که در آن  $P(r)$  بیشینه است. به‌ازای هر  $n$ ،  $P(r)$  برای حالتی با  $l = n - 1$  فقط یک بیشینه دارد، که در مدار بور،  $r = n^2 a_0$  است. مثال زیر این وضعیت را برای حالت  $n = 2$  نشان می‌دهد.

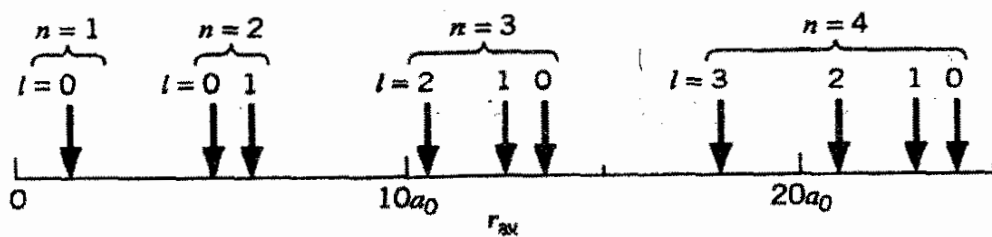
مثال ۱-۷

ثابت کنید که محتملترین فاصله یک الکترون تا مبدأ در حالت  $n = 2$ ،  $l = 1$ ، عبارت است از  $4a_0$ .  
حل: در تراز  $n = 2$ ،  $l = 1$ ، چگالی احتمال شعاعی عبارت است از

$$\begin{aligned} P(r) &= r^2 |R_{2,1}(r)|^2 \\ &= r^2 \frac{1}{24a_0^3} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/a_0} \end{aligned}$$



شکل ۴-۷ چگالی احتمال شعاعی  $P(r)$  برای سه تا از پایستریتهای هیدروژن.



شکل ۵-۷ میانگین شعاع، میانگین  $r$ ، برای حالت‌های اتم هیدروژن. نشانگرهای هر حالت با عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای علامت‌گذاری شده‌اند.

می‌خواهیم ببینیم که این تابع در کجا بیشینه است؛ به طریق معمول، مشتق اول  $P(r)$  را می‌گیریم و آن را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned}\frac{dP(r)}{dr} &= \frac{1}{24a_0^5} \frac{d}{dr} (r^2 e^{-r/a_0}) \\ &= \frac{1}{24a_0^5} \left[ 2r e^{-r/a_0} + r^2 \left( -\frac{1}{a_0} \right) e^{-r/a_0} \right] = 0 \\ &\frac{1}{24a_0^5} e^{-r/a_0} \left[ 2r - \frac{r^2}{a_0} \right] = 0\end{aligned}$$

تنها جوابی که یک بیشینه می‌دهد  $r = 2a_0$  است.

### مثال ۲-۷

الکترونی در حالت  $n = 1$ ،  $l = 0$  است. احتمال یافتن این الکترون در فاصله‌ای نزدیکتر از شعاع بور به هسته چیست؟

حل: در اینجا نیز به احتمال شعاعی علاقه‌مندیم

$$P(r)dr = r^2 |R_{1,0}(r)|^2 dr = r^2 \frac{4}{a_0^3} e^{-2r/a_0} dr$$

احتمال کل یافتن الکترون بین  $r = 0$  و  $r = a_0$  عبارت است از

$$P = \int_0^{a_0} P(r)dr = \frac{4}{a_0^3} \int_0^{a_0} r^2 e^{-2r/a_0} dr$$

با قراردادن  $x = 2r/a_0$ ، رابطه بالا به صورت زیر نوشته می‌شود

$$P = \frac{1}{2} \int_0^2 x^2 e^{-x} dx$$

با ارزیابی انتگرال، می‌رسیم به:

$$P = 0.32$$

یعنی الکترون در ۳۲ درصد موارد در فاصله نزدیکتر از یک شعاع بور به هسته است.

### مثال ۳-۷

برای حالت‌های  $n = 2$  ( $l = 0$  و  $l = 1$ )، احتمالهای یافتن الکترون را در داخل شعاع بور مقایسه کنید.

حل: برای تراز  $n = 2, l = 0$  داریم:

$$P(r)dr = r^2 |R_{2,0}(r)|^2 dr = r^2 \frac{1}{8a_0^3} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/a_0} dr$$

احتمال کل یافتن الکترون بین  $r = 0$  و  $r = a_0$  عبارت است از

$$P = \int_0^{a_0} P(r)dr = \frac{1}{8a_0^3} \int_0^{a_0} \left(4r^2 - \frac{4r^3}{a_0} + \frac{r^4}{a_0^2}\right) e^{-r/a_0} dr$$

و در اینجا نیز، می‌گیریم  $x = r/a_0$

$$P = \frac{1}{8} \int_0^1 (4x^2 - 4x^3 + x^4) e^{-x} dx$$

با محاسبه انتگرالها، می‌رسیم به

$$P = 0.34$$

برای تراز  $n = 2, l = 1$  داریم

$$P(r)dr = r^2 |R_{2,1}(r)|^2 = r^2 \frac{1}{24a_0^3} \frac{r^2}{a_0} e^{-r/a_0} dr$$

احتمال کل قرارگرفتن بین  $r = 0$  و  $r = a_0$  عبارت است از

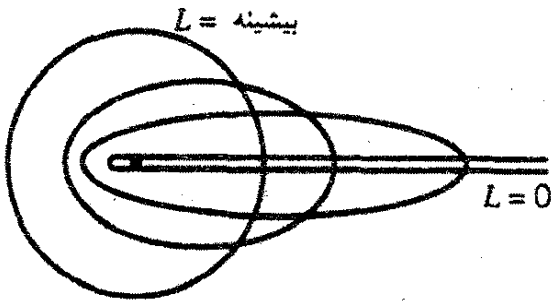
$$P = \int_0^{a_0} P(r)dr = \frac{1}{24a_0^3} \int_0^{a_0} \frac{r^4}{a_0} e^{-r/a_0} dr$$

$$= \frac{1}{24} \int_0^1 x^4 e^{-x} dx$$

$$= 0.37$$

در حالت  $l = 1$ ، احتمال یافتن الکترون در داخل  $a_0$  حدود  $10\%$  بار کمتر از حالت  $l = 0$  است. این احتمال با شکل ۷-۴ که قله کوچکی را در چگالی احتمال شعاعی به‌ازای  $n = 2, l = 0$  در  $r$  کوچک، نشان می‌دهد سازگار است. بدیهی است که سطح زیر منحنی  $P(r)$  بین  $r = 0$  و  $r = a_0$  به‌ازای  $n = 2, l = 0$ ، بیشتر از سطح مربوط به  $n = 2, l = 1$  است.

با ترکیب این نتیجه با نتیجه حاصل از شکل ۷-۵، می‌بینیم که، برای حالت  $n = 2$ ، الکترون  $l = 0$  مدت بیشتری را در نزدیکی هسته سپری می‌کند تا الکترون  $l = 1$ ، و همچنین زمان بیشتری را در فاصله‌های بیشتر سپری می‌کند (میانگین شعاع آن بزرگتر است). این نتیجه‌ای کلی است که به‌ازای هر مقدار  $n$  صادق است؛ هرچه مقدار  $l$  کوچکتر باشد، احتمال یافتن الکترون هم نزدیک به هسته و هم دورتر از آن، بیشتر می‌شود. الکترون چگونه می‌تواند هم نزدیک به هسته باشد و هم دور از آن؟ در بخش بعد با تغییر هندسی عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای نشان خواهیم داد که این موضوع منطقی است. ■



شکل ۶-۷ مدارهای سیاره‌ای هم انرژی با تکانه‌های زاویه‌ای،  $L$ ، متفاوت. با کاهش  $L$ ، مدار به بیضی باریکتر و کشیده‌تری تبدیل می‌شود.

## ۴-۷ تکانه زاویه‌ای و چگالیهای احتمال

در این بخش، اعداد کوانتومی  $l$  و  $m_l$  و تعبیر فیزیکی آنها را در نظر می‌گیریم. همین‌طور دربارهٔ بخش زاویه‌ای چگالی احتمال الکترون بحث خواهیم کرد.

در یک مدار کلاسیک، مانند یک سیاره در منظومهٔ شمسی، انرژی کل میانگین فاصلهٔ سیاره تا خورشید را تعیین می‌کند. برای یک انرژی کل معین، چند مدار مختلف، از مدار تقریباً دایره‌ای زمین تا مدارهای بسیار کشیدهٔ دنباله‌دارها، امکان‌پذیرند. تکانهٔ زاویه‌ای،  $L$ ، این مدارها باهم تفاوت دارد، که برای مدار دایره‌ای از همه بیشتر و برای بیضی کشیده از همه کمتر است. شکل ۶-۷ مدارهای سیاره‌ای گوناگون با انرژی کل یکسان و تکانه‌های زاویه‌ای مختلف را نشان می‌دهد.

بیضی نختی که برای آن  $L$  کوچک است، همان ویژگی را دارد که در پایان بخش پیشین مورد بحث قرار گرفت؛ در مقایسه با مدار دایره‌ای با  $L$  بیشینه، سیاره زمان زیادی را هم در نزدیکی خورشید سپری می‌کند و هم دور از آن. این امر حاکی از ارتباط بین تکانهٔ زاویه‌ای مداری کلاسیک و عدد کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای،  $l$ ، الکترون است. اما، همان‌گونه که خواهیم دید، تفاوت‌های مهمی بین ویژگیهای کلاسیک و کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای وجود دارد.

به لحاظ کلاسیک، تکانهٔ زاویه‌ای یک ذره با بردار  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$  نمایش داده می‌شود، که  $\mathbf{r}$  بردار مکان است که محل ذره را تعیین می‌کند و  $\mathbf{p}$  تکانهٔ خطی آن است. جهت  $\mathbf{L}$  بر صفحهٔ مدار عمود است. نظریهٔ کوانتومی رابطه‌ای بین طول بردار تکانهٔ زاویه‌ای و عدد کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای،  $l$ ، به دست می‌دهد:

$$|\mathbf{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad (۱۱-۷)$$

مثال ۴-۷

طول بردارهای تکانهٔ زاویه‌ای را که نمایانگر حرکت مداری یک الکترون در حالتی با  $l = ۱$  و حالت دیگری با  $l = ۲$  هستند، محاسبه کنید.

حل: معادلهٔ ۱۱-۷ رابطهٔ بین طول این بردار و عدد کوانتومی،  $l$ ، مربوطه را می‌دهد. به‌ازای

$$l = ۱$$

$$|\mathbf{L}| = \sqrt{۱(۱+۱)}\hbar = \sqrt{۲}\hbar$$

به‌ازای  $l = 2$

■  $|\mathbf{L}| = \sqrt{2(2+1)\hbar} = \sqrt{6}\hbar$

در اینجا به دو نکته مهم توجه کنید. اولاً، طول بردار  $|\mathbf{L}|$  همواره از  $l\hbar$  بزرگتر است زیرا  $\sqrt{l(l+1)}$  همواره بزرگتر از  $l$  است. درباره اهمیت این نکته بعداً بحث می‌کنیم. ثانیاً، این مقادیر  $|\mathbf{L}|$ ، که می‌توانیم آن را به‌عنوان "اندازه" تکانه زاویه‌ای الکترون تعبیر کنیم، کاملاً با تکانه‌هایی که در مدل بور به‌دست آوردیم تفاوت دارند. مثلاً، الکترونی با  $n = 3$  در مدل بور دارای تکانه زاویه‌ای  $|\mathbf{L}| = 3\hbar$  است (بخش ۵-۶). در مدل بردار کوانتوم مکانیکی ما، یک الکترون با  $n = 3$  دارای  $l = 2$  (با  $|\mathbf{L}| = \sqrt{6}\hbar$ )، یا  $l = 1$  (با  $|\mathbf{L}| = \sqrt{2}\hbar$ )، یا حتی  $l = 0$  (با  $|\mathbf{L}| = 0$ ) است. بردار  $\mathbf{L}$ ، درست مثل هر بردار کلاسیک عادی، مؤلفه‌هایی در امتداد هر محوری در فضا دارد. در اینجا نیز، توابع موج که با استفاده از معادله شرودینگر به‌دست آمده‌اند قاعده‌هایی برای محاسبه مؤلفه‌های  $\mathbf{L}$  در اختیار ما می‌گذارند. (عموماً محور  $z$  را برای ملاحظات خاص برمی‌گزینیم، زیرا یک محور مرجع در دستگاه مختصات قطبی کروی است.) مؤلفه  $z$  بردار  $\mathbf{L}$ ، که آن را با  $L_z$  نمایش می‌دهیم، به مقادیر زیر محدود می‌شود

$$L_z = m_l \hbar \quad (12-7)$$

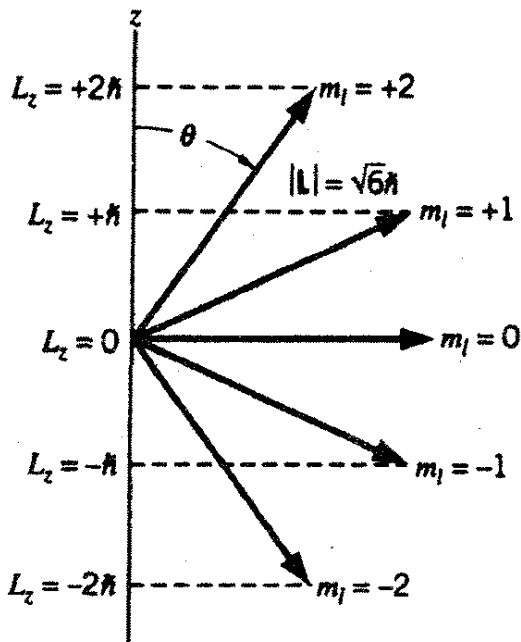
که  $m_l$  عدد کوانتومی مغناطیسی است، که مقادیر  $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  را اختیار می‌کند.

### مثال ۵-۷

مؤلفه‌های ممکن  $z$  بردار  $\mathbf{L}$  که تکانه زاویه‌ای مداری حالتی با  $l = 2$  را نشان می‌دهند، کدام‌اند؟  
 حل: مقادیر ممکن  $m_l$  به‌ازای  $l = 2$  عبارت‌اند از  $2, +1, 0, -1, -2$ ، و از این رو بردار  $\mathbf{L}$  می‌تواند یکی از پنج مؤلفه ممکن  $z$  را اختیار کند:  $2\hbar$ ، یا  $1\hbar$ ،  $0$ ،  $-1\hbar$  یا  $-2\hbar$ .  $L_z = 2\hbar$ . طول بردار  $\mathbf{L}$ ، که قبلاً هم آن را یافته‌ایم، عبارت است از  $\sqrt{6}\hbar$ .  
 ■

مؤلفه‌های بردار  $\mathbf{L}$  به‌ازای  $l = 2$  در شکل ۷-۷ نشان داده شده‌اند. هرسمتگیری متفاوت در فضای بردار  $\mathbf{L}$  با یک مقدار متفاوت  $m_l$  متناظر است. زاویه قطبی  $\theta$  که بردار  $\mathbf{L}$  با محور  $z$  می‌سازد، با رجوع به شکل به‌دست می‌آید. چون  $L_z = |\mathbf{L}| \cos \theta$ ، داریم

$$\cos \theta = \frac{L_z}{|\mathbf{L}|} = \frac{m_l \hbar}{\sqrt{l(l+1)}\hbar}$$



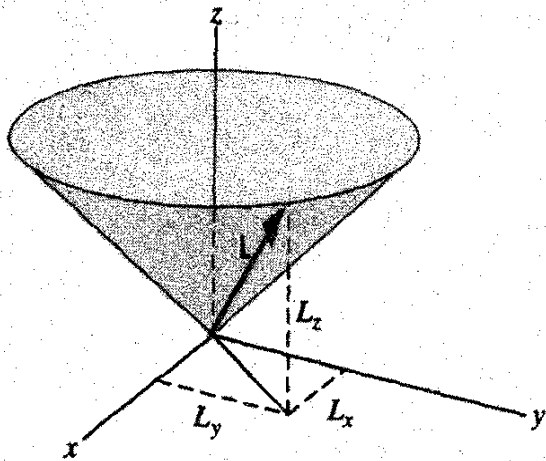
شکل ۷-۷ سمتگیرها در فضا و مؤلفه‌های  $L_z$  برداری با  $l = 2$ . پنج سمتگیری ممکن وجود دارد.

پس،

$$\cos \theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (۱۳-۷)$$

این رفتار یکی از جنبه‌های عجیب فیزیک کوانتومی را به نام کوانتش فضا نمایش می‌دهد که در آن فقط بعضی سمتگیرهای بردارهای تکانه زاویه‌ای مجازند. تعداد این سمتگیرها  $2l + 1$  (تعداد مقادیر ممکن مختلف  $m_l$ ) است و اندازه مؤلفه‌های متوالی  $z$  همواره به قدر  $\hbar$  باهم اختلاف دارند. مثلاً فرض کنید بتوانیم مجموعه‌ای از اتمهای هیدروژن را در حالتی با  $l = 1$  تهیه کنیم. با گزینش اختیاری یک محور  $z$  و با استفاده از یک روش تجربی مناسب، مؤلفه  $z$  بردار  $L$  را اندازه می‌گیریم. در این اندازه‌گیری مقادیر  $+\hbar$ ،  $0$  یا  $-\hbar$  را به دست می‌آوریم. با گزینش یک محور  $z$  کاملاً متفاوت، این اندازه‌گیری را تکرار می‌کنیم و یک بار دیگر می‌یابیم:  $+\hbar$ ،  $0$  یا  $-\hbar$ . این رفتار با رفتار بردارهای کلاسیک تفاوت کلی دارد. مؤلفه  $z$  یک بردار کلاسیک به طول  $1^\circ$  برابر  $1^\circ$  است، اگر محور  $z$  را در امتداد این بردار اختیار کنیم، و یا برابر است با  $1^\circ$  اگر جهت مخالف را برگزینیم، یا  $5^\circ$  است اگر محور  $z$  با بردار زاویه  $6^\circ$  بسازد، اگر محور  $z$  با بردار زاویه  $45^\circ$  تشکیل دهد، اندازه این مؤلفه  $0.7^\circ$  خواهد بود. مؤلفه‌های  $z$  یک بردار کوانتوم مکانیکی با  $l = 1$  به  $+\hbar$ ،  $0$  یا  $-\hbar$  محدود می‌شوند. نکته عجیب این است که می‌بینیم هر جهتی را برای محور  $z$  اختیار کنیم، در نتیجه تأثیری ندارد!

شاید از خود بپرسید که چرا به محور  $z$  توجه خاصی مبذول داشته‌ایم. گذشته از راحتی آن در مختصات قطبی، دلیل قانع‌کننده‌ای هم برای این کار وجود دارد. بنا به قوانین فیزیک کوانتومی، می‌توانیم فقط درباره یکی از این سه مؤلفه  $L$  اطلاعات دقیق داشته باشیم (برای راحتی، مؤلفه



شکل ۸-۷ بردار  $\mathbf{L}$  دارای حرکت تقدیمی سریع حول محور  $z$  است، به طوری که  $L_z$  ثابت می‌ماند، اما  $L_x$  و  $L_y$  نامعین‌اند.

$z$  را اختیار می‌کنیم؛ در این صورت، سایر مؤلفه‌های  $\mathbf{L}$  کاملاً نامعین‌اند. این موضوع پیامد یکی از شکلهای اضافی اصل عدم قطعیت است:

$$\Delta L_z \Delta \phi \gtrsim \hbar \quad (۱۴-۷)$$

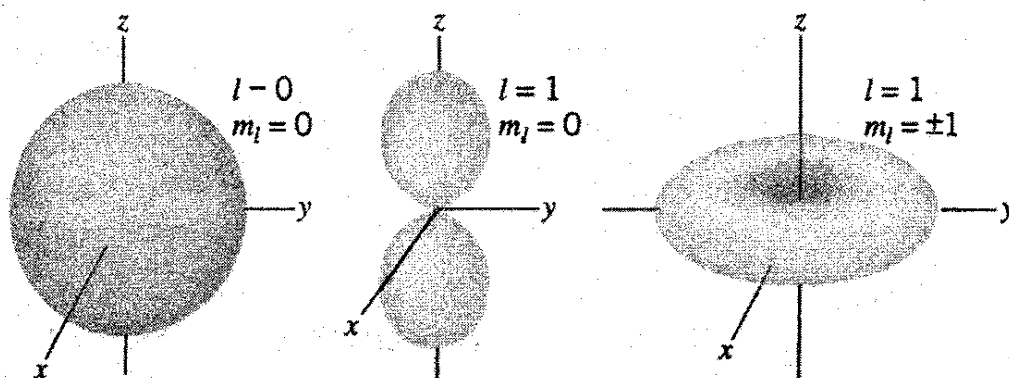
که  $\phi$  زاویه سمتی است که در شکل ۱-۷ تعریف شد. اگر  $L_z$  را دقیقاً بدانیم ( $\Delta L_z = 0$ )، در این صورت هیچ اطلاعی از زاویه  $\phi$  نداریم؛ همه مقادیر به یک اندازه محتمل‌اند. این معادل آن است که بگوییم درباره  $L_x$  و  $L_y$  هیچ چیز نمی‌دانیم؛ هرگاه یکی از مؤلفه‌های  $\mathbf{L}$  معین شود، مؤلفه‌های دیگر کاملاً نامعین می‌شوند. شکل ۸-۷ یک نمایش تصویری از رفتار بردار  $\mathbf{L}$  را نشان می‌دهد. ما این بردار را برداری در نظر می‌گیریم که حول محور  $z$  می‌گردد، یا دارای حرکت تقدیمی است، و این حرکت چنان سریع است که هرگز نمی‌توانیم آن را ببینیم، و در تمام مدت هم  $L_z$  ثابت می‌ماند. در این تفسیر، می‌بینید که چگونه هیچ اطلاعی از مؤلفه‌های  $x$  و  $y$  بردار  $\mathbf{L}$  نداریم. همچنین ملاحظه می‌کنید که چرا باید  $|\mathbf{L}| > l\hbar$  صادق باشد. اگر رابطه  $|\mathbf{L}| = l\hbar$  برقرار بود، وقتی  $m_l$  بیشینه مقدارش ( $m_l = +l$ ) را داشت، داشتیم:  $L_z = m_l \hbar = l\hbar$ . چون طول این بردار با مؤلفه  $z$  آن برابر است، پس باید در امتداد محور  $z$  باشد، به طوری که  $L_x = L_y = 0$ . اما، این اطلاعات دقیق همزمان از هر سه مؤلفه  $\mathbf{L}$  شکلی از اصل عدم قطعیت را که در قالب معادله ۱۴-۷ بیان شد، نقض می‌کند، و بنابراین وقوع این وضعیت مجاز نیست.

اکنون به بخش زاویه‌ای چگالی احتمال می‌پردازیم، که از مربع اندازه بخش زاویه‌ای تابع موج به دست می‌آید:

$$P(\theta, \phi) = |\Theta(\theta)\Phi(\phi)|^2 \quad (۱۵-۷)$$

شکل ۹-۷ چگالیهای احتمال زاویه‌ای را برای توابع موج  $l = 0$  و  $l = 1$ ، مندرج در جدول ۱-۷، نشان می‌دهد.



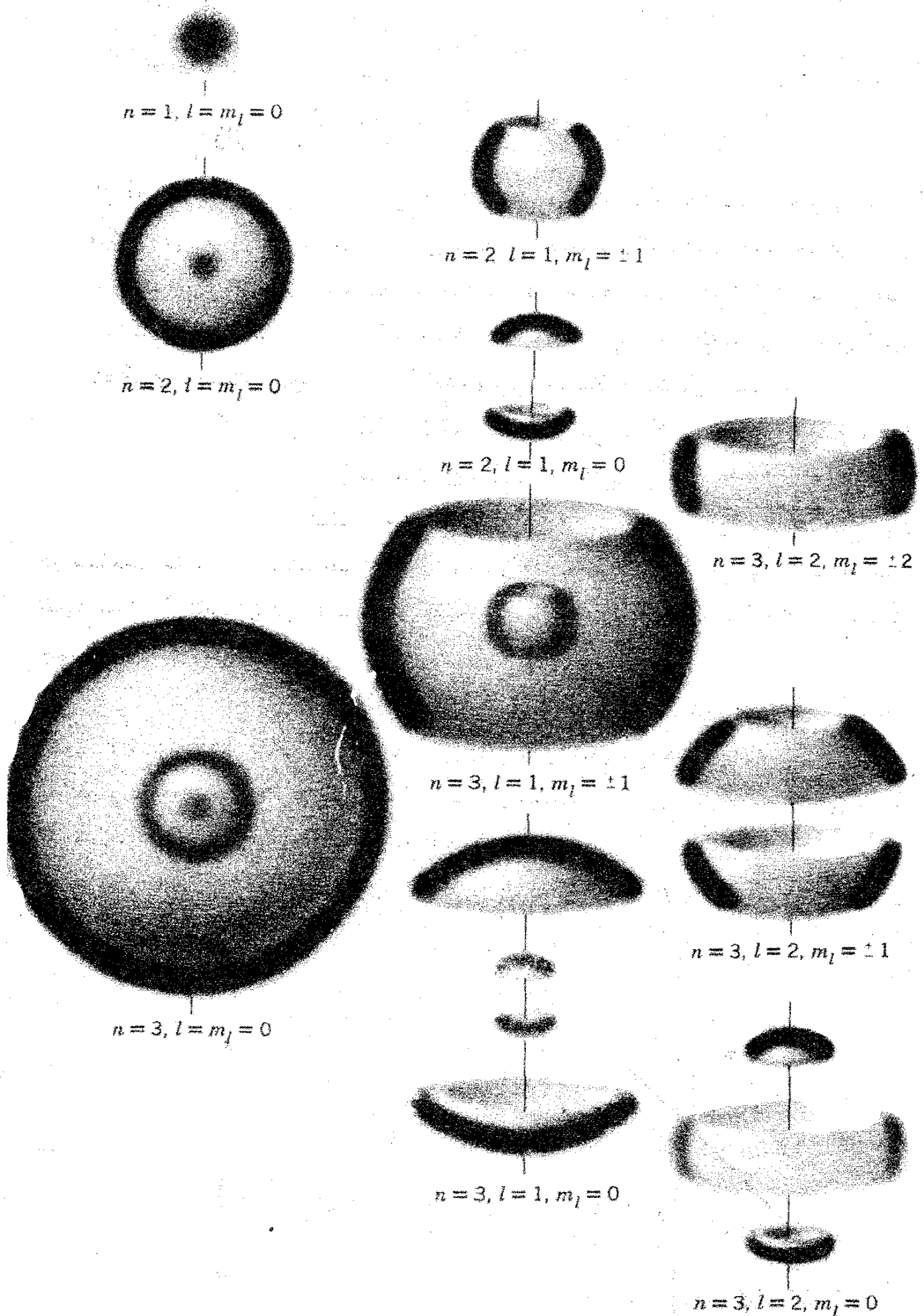


شکل ۹-۷ بستگی زاویه‌ای چگالیهای احتمال  $l = 0$  و  $l = 1$ .

توجه کنید که تمام چگالیهای احتمال دارای تقارن استوانه‌ای‌اند، یعنی هیچ‌گونه بستگی به زاویه سمتی  $\phi$  وجود ندارد. تابع موج  $l = 0$  تقارن کروی نیز دارد، یعنی چگالی احتمال مستقل از جهت است.

چگالیهای احتمال  $l = 1$  دو شکل متمایز دارند. به‌ازای  $m_l = 0$ ، الکترون عمدتاً در دو ناحیه با احتمال بیشینه در امتداد محور  $z$  مثبت و منفی یافته می‌شود، در حالی که به‌ازای  $m_l = \pm 1$ ، الکترون بیشتر در حوالی صفحه  $xy$  وجود دارد. به‌ازای  $m_l = 0$ ، بردار تکانه زاویه‌ای الکترون در صفحه  $xy$  است (شکل ۷-۷). به‌لحاظ کلاسیک، بردار تکانه زاویه‌ای بر صفحه مدار عمود است، بنابراین عجیب نیست که الکترون بخش اعظم وقت خود را در جهت عمود بر صفحه  $xy$ ، یعنی امتداد محور  $z$ ، می‌گذراند. به‌ازای  $m_l = \pm 1$ ، تصویر بردار تکانه زاویه‌ای در امتداد محور  $z$  بیشینه است؛ در اینجا نیز الکترون که مدارش عمود بر  $\mathbf{L}$  است، قسمت عمده وقت خود را در نزدیکی صفحه  $xy$  سپری می‌کند. این چگالیهای احتمال برای تعیین مکان الکترون با اطلاعاتی که از سمتگیری بردار تکانه زاویه‌ای به‌دست آمده است سازگارند، و تقارن استوانه‌ای چگالیهای احتمال با عدم قطعیت معلومات ما از سمتگیری  $\mathbf{L}$  که در شکل ۸-۷ نشان داده شد، سازگار است.

با کنار هم نهادن چگالیهای احتمال شعاعی و زاویه‌ای، می‌توانیم نمایشهای چگالی احتمال کامل الکترون،  $|\psi|^2$  را، مطابق شکل ۷-۱۰، به‌دست آوریم. این شکلها را می‌توان نمایانگر توزیع "پخش شده" بار الکترونی در اتم تلقی کرد، که ناشی از عدم قطعیت در تعیین مکان الکترون است. این شکلها نتایج آماری تعداد زیادی اندازه‌گیری مکان الکترون در اتم را نیز نمایش می‌دهند. این توزیعهای فضایی پیامدهای مهمی برای ساختار اتمهای چند الکترونی دارند، که در فصل ۸ بررسی می‌شود، همین‌طور برای پیوستن اتمها به یکدیگر و تشکیل مولکولها که در فصل ۹ بررسی خواهد شد.



شکل ۷-۱۰ نمایشهای  $|\psi|^2$  برای مجموعه‌های مختلف اعداد کوانتومی. محور  $z$  محور قائم است. شدت در هر نمودار و در هر نقطه با احتمال تعیین مکان یک الکترون در یک جزء حجم کوچک در آن نقطه، متناسب است.

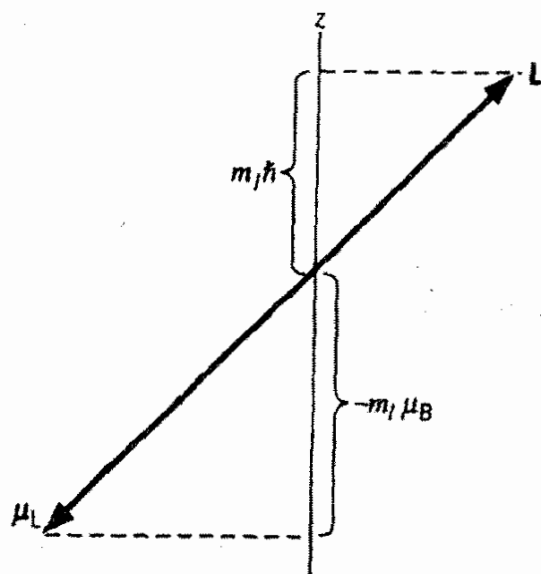
## ۷-۵ اسپین ذاتی

یکی از راههای مشاهده کوانتس فضایی قرار دادن اتم در یک میدان مغناطیسی خارجی است. از برهمکنش بین میدان مغناطیسی و گشتاور دوقطبی مغناطیسی اتم (که با تکانه زاویه‌ای مداری الکترون رابطه دارد)، می‌توان هم مؤلفه‌های جداگانه  $L$  را مشاهده کرد و هم  $l$  را با شمارش تعداد مؤلفه‌ها (که همان‌طور که دیدیم، برابر است با  $2l + 1$ )، تعیین کرد. اما، با انجام این آزمایش، نتیجه شگفت‌انگیزی به دست می‌آید که حاکی از یک ویژگی غیرمنتظره الکترون است.

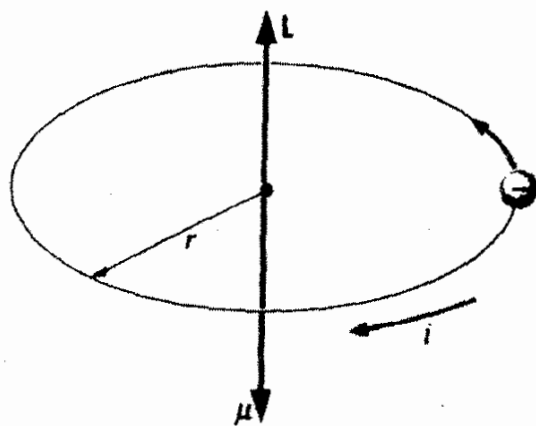
شکل ۷-۱۱ یک گشتاور مغناطیسی کلاسیک را نشان می‌دهد که ناشی از یک حلقه جریان یا حرکت مداری یک جسم باردار است. (برای مقایسه با الکترون چرخان، فرض می‌کنیم که این جسم حامل بار منفی باشد.) گشتاور مغناطیسی  $\mu$  برداری است که اندازه آن حاصلضرب جریان در مساحت حلقه مدار است. جهت  $\mu$ ، که با قانون دست راست معین می‌شود، بر صفحه مدار عمود است. اگر انگشتان در جهت معمول (مثبت) جریان قرار گیرند، مطابق شکل ۷-۱۱، شست جهت  $\mu$  را نشان می‌دهد.

همان‌گونه که دیدیم، در مکانیک کوانتومی داشتن اطلاعات دقیق درباره جهت  $L$  و در نتیجه جهت  $\mu$  ممنوع است. شکل ۷-۱۲ رابطه بین  $L$  و  $\mu$  را نشان می‌دهد که با مکانیک کوانتومی سازگار است. فقط مؤلفه‌های  $z$  این بردارها را می‌توان مشخص کرد. چون بار الکترون منفی است، علامت مؤلفه‌های  $z$  بردارهای  $L$  و  $\mu$  مخالف یکدیگرند.

می‌توان با استفاده از مدل بور برای مدار دایره‌ای رابطه بین  $L$  و  $\mu$  را به دست آورد، که همان



شکل ۷-۱۲ بنابه قوانین مکانیک کوانتومی، فقط مؤلفه‌های  $z$  بردارهای  $L$  و  $\mu$  را می‌توان مشخص کرد.



شکل ۷-۱۱ یک بار منفی چرخان به صورت یک حلقه جریان نشان داده شده است. چون بار منفی است،  $L$  و  $\mu$  در جهت‌های مخالف هستند.

نتیجه کوانتوم مکانیکی دقیق از کار در می آید. الکترون چرخان را یک حلقه جریان دایره‌ای با شدت جریان  $i = dq/dt = q/T$  می‌گیریم، که در آن  $q$  بار الکترون  $(-e)$  و  $T$  مدت زمان یک بار دور زدن در مدار است. اگر الکترون با سرعت  $v = p/m$  به دور حلقه‌ای به شعاع  $r$  حرکت کند، در این صورت  $T = 2\pi r/v = 2\pi r m/p$ . گشتاور مغناطیسی عبارت است از

$$\mu = iA = \frac{q}{2\pi r m/p} \pi r^2 = \frac{q}{2m} r p = \frac{q}{2m} |\mathbf{L}| \quad (16-7)$$

زیرا  $|\mathbf{L}| = r p$ . با نوشتن معادله ۱۶-۷ برحسب بردارها و قراردادن  $-e$  به جای بار الکترون، می‌رسیم به:

$$\mu_L = -\frac{e}{2m} \mathbf{L} \quad (17-7)$$

علامت منفی، که به واسطه بار منفی الکترون وارد شده است، نشان می‌دهد که بردارهای  $\mathbf{L}$  و  $\mu_L$  در جهتهای مخالف‌اند. شاخص  $\mathbf{L}$  در  $\mu_L$  به یادمان می‌آورد که این گشتاور مغناطیسی ناشی از تکانه زاویه‌ای مداری الکترون،  $\mathbf{L}$ ، است.

مؤلفه  $z$  گشتاور مغناطیسی عبارت است از

$$\mu_{L,z} = -\frac{e}{2m} L_z = -\frac{e}{2m} m_l \hbar = -\frac{e\hbar}{2m} m_l = -m_l \mu_B \quad (18-7)$$

کمیت  $e\hbar/2m$  را بنابر تعریف، مگنتون بور،  $\mu_B$ ، می‌گویند:

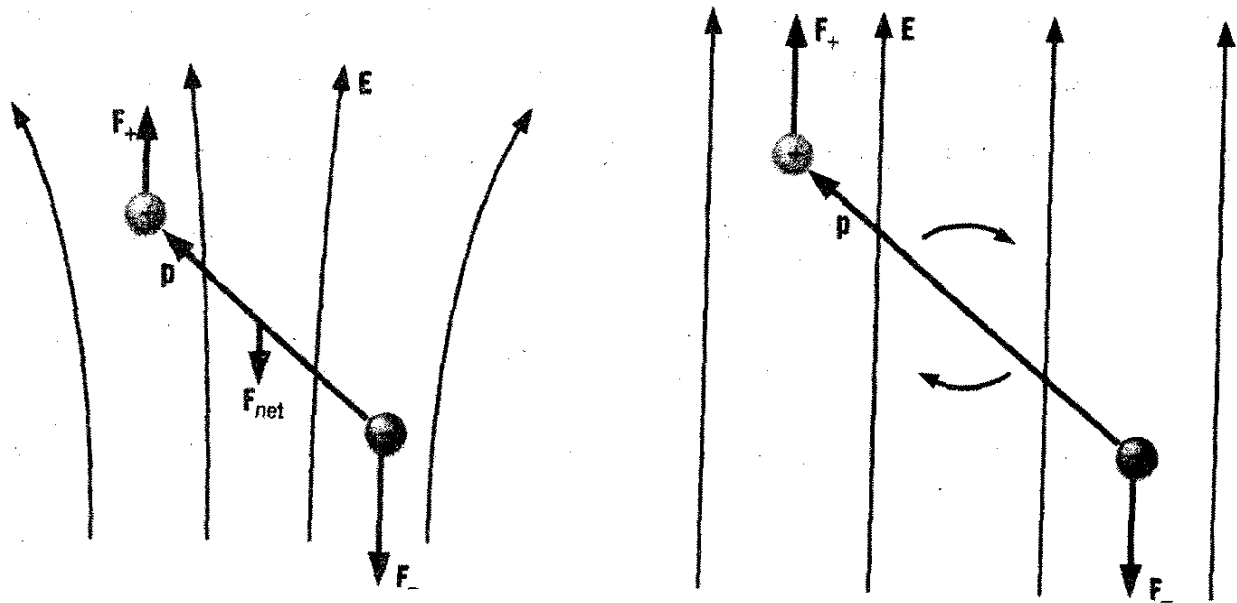
$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \quad (19-7)$$

مقدار  $\mu_B$  عبارت است از

$$\mu_B = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

مگنتون بور یکای راحتی برای بیان گشتاورهای مغناطیسی اتمی است، که اندازه آنها نوعاً در حدود  $\mu_B$  است.

پیش از بررسی بیشتر رفتار  $\mu_L$ ، این رفتار را برای دوقطبی الکتریکی که از دوبار مساوی و مختلف‌العلامت  $q$  در فاصله  $r$  از هم تشکیل شده است بررسی می‌کنیم. اندازه گشتاور دوقطبی الکتریکی،  $p$ ، برابر  $qr$  و جهت آن از بار منفی به طرف بار مثبت است. مطابق شکل ۱۳-۷، در یک میدان الکتریکی یکنواخت، به یک دوقطبی گشتاور نیرویی وارد می‌شود که می‌خواهد آن را

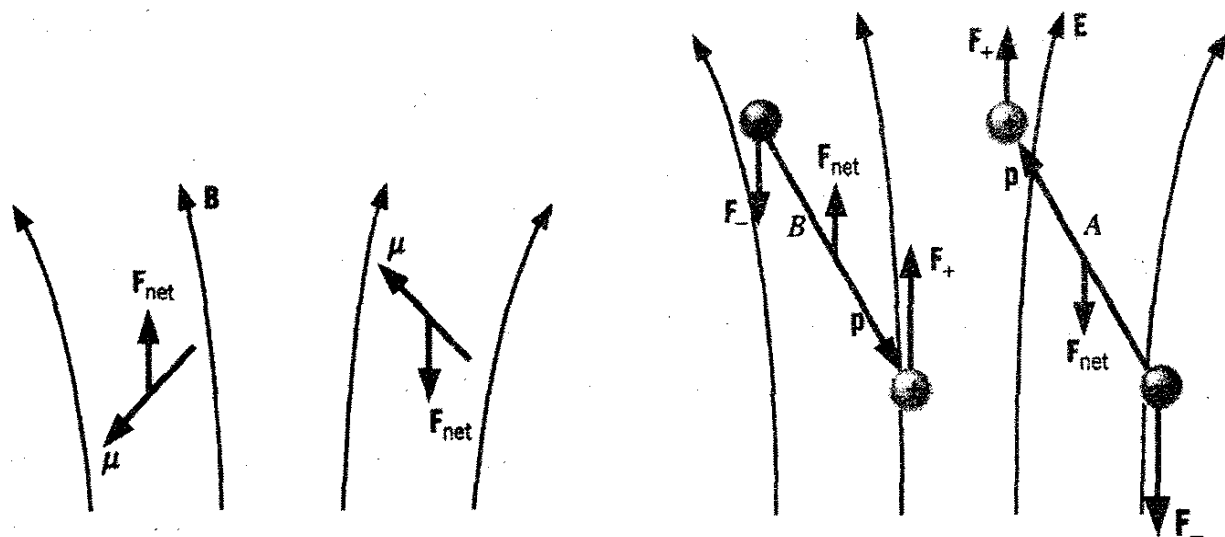


شکل ۷-۱۴ یک دوقطبی الکتریکی در میدان غیریکنواخت. میدان از پایین به بالای شکل کاهش می‌یابد، به طوری که نیروی  $F_-$  از نیروی  $F_+$  بزرگتر است. یک برآیند نیروی روبه پایین بر دوقطبی وارد می‌شود.

شکل ۷-۱۳ یک دوقطبی الکتریکی در میدان الکتریکی یکنواخت  $E$ . نیروی  $F_+$  بر بار مثبت و نیروی  $F_-$  بر بار منفی وارد می‌شود و یک گشتاور نیروی خالص بر دوقطبی وارد می‌شود.

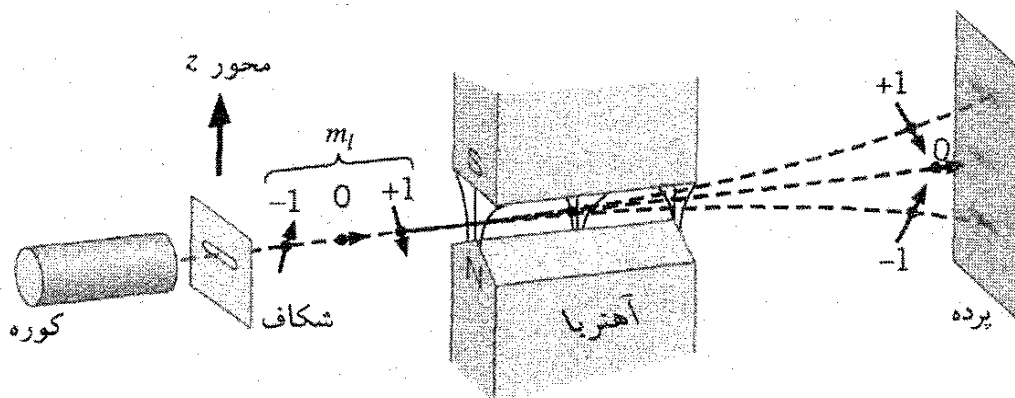
بچرخاند تا با  $E$  هم‌خط شود. اکنون فرض کنید که این میدان یکنواخت نیست؛ میدانی که بر بار مثبت اعمال می‌شود با میدانی که بر بار منفی وارد می‌شود مساوی نیست (شکل ۷-۱۴). باز هم یک گشتاور نیروی خالص وجود دارد که می‌خواهد دوقطبی را بچرخاند، اما یک برآیند نیرو هم وجود دارد که می‌خواهد دوقطبی را به حرکت در آورد. دوقطبی شکل ۷-۱۵ را در نظر بگیرید. فرض کنید اندازه میدان الکتریکی در نزدیکی پایین شکل از میدان در نزدیکی بالای شکل بزرگتر است، و باز هم فرض کنید که جهت میدان به طرف بالاست. بر دوقطبی  $A$ ، با گشتاور دوقطبی اش،  $p$ ، که به طرف بالاست، یک برآیند نیروی روبه پایین،  $F_-$  وارد می‌آید، زیرا نیروی (رو به پایین)  $F_-$  وارد بر بار منفی از نیروی روبه بالای  $F_+$  وارد بر بار مثبت، بزرگتر است. از سوی دیگر، بر دوقطبی  $B$ ، با گشتاور دوقطبی،  $p$ ، رو به پایین اش، یک برآیند نیروی روبه بالا وارد می‌آید، زیرا اکنون  $F_+$  از  $F_-$  بزرگتر است. می‌توانیم این نتیجه را به صورت دیگری بیان کنیم که برای بحث پیرامون گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی مناسبتر است. فرض کنید جهت میدان محور  $z$  را مشخص کند. در این صورت بر تمام دوقطبیهای با  $p_z > 0$  (مانند دوقطبی  $A$ ) یک برآیند نیروی منفی وارد می‌آید و در جهت  $z$  منفی حرکت می‌کنند، و بر تمام دوقطبیهای با  $p_z < 0$  (مثل دوقطبی  $B$ ) یک برآیند نیروی مثبت وارد می‌شود و در جهت مثبت  $z$  به حرکت درمی‌آیند.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی،  $\mu$ ، هم همین رفتار را دارد. (در واقع اگر قطبهای خیالی  $S$  و  $N$



شکل ۷-۱۶ دو دوقطبی مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت. بر دوقطبیهای در جهت‌های مخالف برایندهای نیرویی در جهت‌های مخالف وارد می‌شود.

شکل ۷-۱۵ دو دوقطبی با گشتاورهای مخالف در یک میدان غیریکنواخت. این دوقطبیها تحت تأثیر براینند نیرو در جهت‌های مخالف حرکت می‌کنند.



شکل ۷-۱۷ نمودار طرح‌وار آزمایش اشترن-گرلاخ. باریکه‌ای از اتمهای خروجی از یک کوره از یک شکاف می‌گذرند و وارد ناحیه‌ای می‌شوند که در آنجا میدان مغناطیسی نایکنواختی وجود دارد. به اتمهایی که گشتاور دوقطبی مغناطیسی‌شان در جهت‌های مخالف است، نیروهایی در جهت‌های مخالف وارد می‌شود.

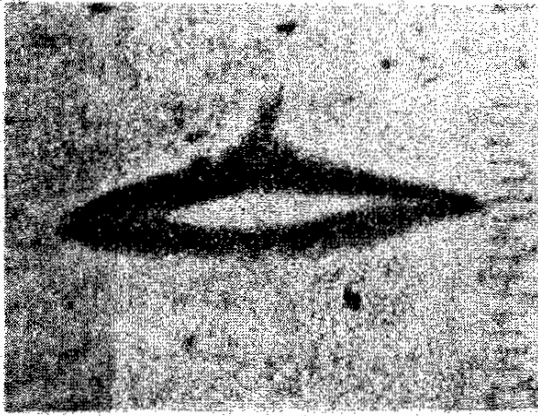
را در نظر بگیریم، رفتار گشتاور مغناطیسی را می‌توان مطابق شکل‌های ۷-۱۳، ۷-۱۴ و ۷-۱۵ نشان داد. یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت که برگشتاورهای مغناطیسی اعمال شود نیروی نامتوازنی را به وجود می‌آورد که به یک جابه‌جایی می‌انجامد. شکل ۷-۱۶ رفتار گشتاورهای مغناطیسی با سمتگیرهای مختلف را در یک میدان غیریکنواخت نشان می‌دهد. این دوستگیری مختلف برایندهای نیرویی را در جهت‌های مخالف می‌دهند.

آزمایش زیر را، که به طور طرح‌وار در شکل ۷-۱۷ نشان داده شده است، در نظر بگیرید. یک باریکه از اتمهای هیدروژن در حالت  $l = 1, m = 2$  است. این باریکه متشکل از تعداد مساوی

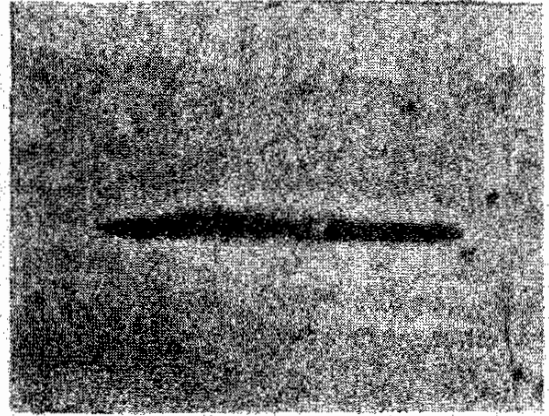
اتمها در حالت‌های  $+1$  و  $0$  و  $-1$  است.  $m_l = -1$  است. (فرض کنید این آزمایش را چنان سریع انجام می‌دهیم که حالت  $n = 2$  به حالت  $n = 1$  واپاشد. این کار شاید در عمل ممکن نباشد.) این باریکه از ناحیه‌ای می‌گذرد که در آنجا یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت وجود دارد. بر اتمهای با  $m_l = +1$  یک برابند نیروی روبه بالا وارد می‌آید و آنها را به طرف بالا منحرف می‌کند، در حالی که اتمهای با  $m_l = -1$  به طرف پایین منحرف می‌شوند. اتمهای با  $m_l = 0$  منحرف نمی‌شوند. این باریکه پس از عبور از میدان به یک پرده برخورد می‌کند و تصویری مرئی تشکیل می‌دهد. وقتی میدان برقرار نباشد، انتظار داریم یک تصویر از شکاف در مرکز پرده مشاهده کنیم، زیرا هیچ انحرافی وجود ندارد. وقتی میدان برقرار است، انتظار داریم سه تصویر از شکاف روی پرده بیفتد: یکی در مرکز (متناظر با  $m_l = 0$ )، یکی بالای مرکز ( $m_l = +1$ )، و یکی پایین مرکز ( $m_l = -1$ ). اگر اتم در حالت پایه باشد ( $l = 0$ )، انتظار داریم، چه میدان برقرار باشد و چه نباشد، یک تصویر در پرده مشاهده کنیم (به یاد آورید که یک اتم  $m_l = 0$  منحرف نمی‌شود). اگر باریکه را در حالت  $l = 2$  آماده کرده بودیم، می‌دیدیم که در هنگام برقراری میدان پنج تصویر تشکیل می‌شود. تعداد تصویرهایی که ظاهر می‌شوند درست برابر با مقادیر مختلف  $m_l$  است، که برابرند با  $2l + 1$ . چون  $l$  دارای مقادیر ممکن  $0, 1, 2, 3, \dots$  است، پس  $2l + 1$  دارای مقادیر  $1, 3, 5, 7, \dots$  است؛ یعنی باید همواره تعداد فردی از تصاویر را روی پرده ببینیم، اما اگر عملاً آزمایش را با هیدروژن در حالت  $l = 1$  انجام دهیم، نه سه تصویر بلکه شش تصویر روی پرده می‌افتد. وقتی این آزمایش را با هیدروژن در حالت  $l = 0$  انجام دهیم، وضع گیج‌کننده‌تر می‌شود زیرا نه یک بلکه دو تصویر روی پرده می‌یابیم، یکی نمایانگر انحراف به بالا و یکی انحراف به پایین! در حالت  $l = 0$ ، طول بردار  $l$  صفر است، و از این رو انتظار هیچ گشتاور مغناطیسی را نداریم تا میدان مغناطیسی آن را منحرف کند. مشاهده می‌کنیم که این موضوع درست نیست؛ حتی در حالت  $l = 0$ ، اتم یک گشتاور مغناطیسی دارد، که با معادله  $7-16$  ناسازگار است.

نخستین آزمایش از این نوع را اشترن و گرلاخ در سال ۱۹۲۱ انجام دادند. آنها از باریکه اتمهای نقره استفاده کردند؛ هرچند ساختار الکترونی نقره از ساختار الکترونی هیدروژن خیلی پیچیده‌تر است (که درباره این موضوع در فصل ۸ بحث خواهیم کرد)، اما برای آن همان اصول صادق است؛ در نقره باید داشته باشیم  $0, 1, 2, 3, \dots$ ، و از این رو انتظار داریم تعداد تصویرهای تشکیل شده روی پرده فرد باشد. در واقع، آنها مشاهده کردند که باریکه به دو مؤلفه شکافته می‌شود، و دو تصویر از شکافها روی پرده تشکیل می‌شود (شکل ۷-۱۸).

مشاهده تصویرهای مجزا نخستین مدرک قاطع کوانتس فضایی بود؛ گشتاورهای مغناطیسی کلاسیک تمام سمتگیریهایی ممکن را دارند و یک طرح بخش پیوسته روی پرده تشکیل می‌دهند، اما



(ب)



(الف)

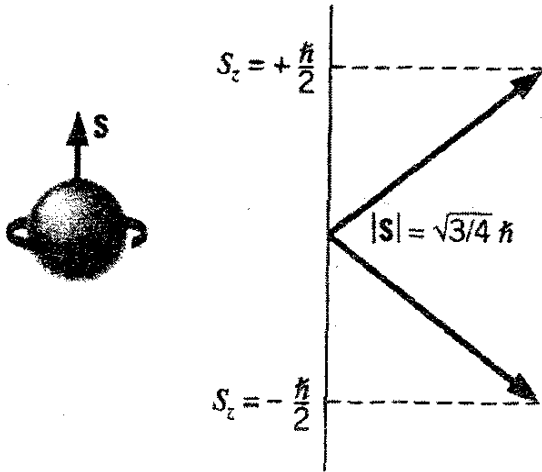
شکل ۷-۱۸ نتایج آزمایش اشترن-گراخ. (الف) تصویر شکاف در حالی که میدان برقرار نیست. (ب) در حالی که میدان برقرار است، دو تصویر از شکاف روی پرده ظاهر می‌شوند. مقیاس سمت راست تصویر معرف ۱mm است.

مشاهده تعدادی تصویر گسسته بر روی پرده به این معناست که گشتاورهای مغناطیسی اتمی فقط می‌تواند برخی سمتگیریهای گسسته را در فضا اختیار کنند. این سمتگیریها متناظر با سمتگیریهای گسسته گشتاور مغناطیسی (یا، به بیان دیگر، تکانه زاویه‌ای) است.

اما، تعداد تصویرهای گسسته روی پرده با انتظار تعداد فرد تصاویر، نمی‌خواند. ما انتظار  $1 + 2l$  تصویر را داریم، از این رو برای دو تصویر باید داشته باشیم  $l = 1/2$ ، که بنا به معادله شرودینگر مجاز نیست. اگر در تکانه زاویه‌ای اتم، تکانه زاویه‌ای ذاتی الکترون نیز سهیم باشد، می‌توانیم این معضل را حل کنیم.

حرکت زمین دوتکانه زاویه‌ای دارد، تکانه زاویه‌ای مداری حرکت زمین حول خورشید و تکانه زاویه‌ای ذاتی چرخش زمین حول محورش. به همین ترتیب، الکترون یک تکانه زاویه‌ای مداری،  $L$ ، دارد که مشخصه حرکت الکترون حول هسته است، و یک تکانه زاویه‌ای ذاتی،  $S$ ، که رفتار آن چنان است که گویی الکترون حول محور خودش می‌چرخد. به این دلیل،  $S$  را معمولاً اسپین ذاتی می‌نامند. (مفهوم الکترون به‌عنوان یک گوی باردار کوچک که حول محورش می‌چرخد، درست مثل مدل بور، مفهوم مفیدی است. متأسفانه، این مفهوم درست نیست. اما، در مسیر پیشرفت علم بارها پیش می‌آید که ایده‌درستی به‌دلیلی غلط مطرح می‌شود. پس از آن که گودشمیت و اولنپک مفهوم اسپین الکترون را در سال ۱۹۲۵ مطرح کردند، پل آدرین موریس دیراک نشان داد که نظریه کوانتومی نسبیتی صحیح الکترون اسپین الکترون را مستقیماً به‌صورت یک عدد کوانتومی اضافی می‌دهد.) برای توضیح نتیجه آزمایش اشترن-گراخ، باید به الکترون یک عدد کوانتومی اسپین ذاتی،  $s$ ، برابر  $1/2$  نسبت دهیم. رفتار اسپین ذاتی خیلی شبیه به تکانه زاویه‌ای مداری است؛ یعنی





شکل ۱۹-۷ تکانه زاویه‌ای اسپین الکترون و سمتگیری فضایی بردار تکانه زاویه‌ای اسپین.

جدول ۲-۷ مقایسه گشتاور زاویه‌ای مداری و اسپینی

اسپینی	مداری	
$s = \frac{1}{2}$	$l = 0, 1, 2, \dots$	عدد کوانتومی
$ S  = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{3}{4}}\hbar$	$ L  = \sqrt{l(l+1)}\hbar$	طول بردار
$S_z = m_s \hbar$	$L_z = m_l \hbar$	مؤلفه z
$m_s = \pm \frac{1}{2}$	$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$	عدد کوانتومی مغناطیسی
$\mu_S = -(e/m)S$	$\mu_L = -(e/2m)L$	گشتاور مغناطیسی

یک عدد کوانتومی  $s$  (که می‌توانیم آن را یک برجسب ناشی از ریاضیات تلقی کنیم)، یک بردار تکانه زاویه‌ای،  $S$ ، همراه بایک گشتاور مغناطیسی مربوط به آن  $\mu_S$ ، یک مؤلفه  $z$ ،  $S_z$ ، و یک عدد کوانتومی مغناطیسی،  $m_s$ ، وجود دارد. شکل ۱۹-۷ ویژگیهای بردار  $S$  را نشان می‌دهد، و در جدول ۲-۷ ویژگیهای تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین باهم مقایسه شده‌اند.

وارد کردن اسپین آزمایش‌اشتن-گرلاخ را توجیه می‌کند. خارجی‌ترین الکترون اتم نقره در حالتی با  $l = 0$  است. (سایر الکترونها سهمی در خواص مغناطیسی اتم ندارند.) بنابراین، رفتار مغناطیسی به‌طور کلی ناشی از گشتاور اسپین است، که در میدان مغناطیسی فقط دوسمتگیری ممکن، متناظر با دو باریکه مشاهده شده خروجی از آهنربا، دارد.

هرذره بنیادی دارای یک اسپین ذاتی مشخصه و یک گشتاور مغناطیسی اسپینی متناظر با آن است. مثلاً، هم پروتون و هم نوترون یک عدد کوانتومی اسپین  $1/2$  دارند. عدد کوانتومی اسپین فوتون  $1$  است، در حالی که عدد کوانتومی اسپین پيون (مزون پی) عبارت است از  $s = 0$ .

## مثال ۶-۷

در آزمایشی از نوع اشترن-گرلاخ، میدان مغناطیسی برحسب فاصله در جهت  $z$  به صورت  $dB_z/dz = ۱.۴ \text{ T/mm}$  تغییر می‌کند. اتمهای نقره فاصله  $x = ۳.۵ \text{ cm}$  را در آهنربا می‌پیمایند. محتملترین سرعت اتمهایی که از کوره خارج می‌شوند  $v = ۷۵۰ \text{ m/s}$  است. فاصله دوباریکه را در هنگام خروج از آهنربا بیابید. جرم اتم نقره  $۱.۸ \times ۱۰^{-۲۵} \text{ kg}$ ، و گشتاور مغناطیسی آن حدود ۱ مگنتون بور است.

حل: انرژی پتانسیل گشتاورهای مغناطیسی در میدان مغناطیسی عبارت است از

$$U = -\mu \cdot \mathbf{B} = -\mu_z B_z$$

چون میدان در امتداد محور مرکزی آهنربا فقط یک مولفه  $z$  دارد. نیروی وارد بر اتم را می‌توان طبق رابطه زیر از انرژی پتانسیل به دست آورد

$$F_z = -\frac{dU}{dz} = \mu_z \frac{dB_z}{dz}$$

شتاب اتم نقره هنگام عبور از آهنربا عبارت است از

$$a = \frac{F_z}{m} = \frac{\mu_z (dB_z/dz)}{m}$$

انحراف قائم،  $\Delta z$ ، هر باریکه را می‌توان از رابطه  $\Delta z = 1/2 at^2$  یافت، که  $t$ ، زمان عبور از آهنربا، برابر است با  $x/v$ . چون هر باریکه به این اندازه منحرف می‌شود، انحراف کل،  $d$ ، عبارت است از  $۲\Delta z$  یا

$$\begin{aligned} d &= \frac{\mu_x (dB_z/dz) x^2}{mv^2} \\ &= \frac{(۹.۲۷ \times 10^{-24} \text{ J/T})(۱.۴ \times 10^2 \text{ T/m})(۳.۵ \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(۱.۸ \times 10^{-25} \text{ kg})(۷۵۰ \text{ m/s})^2} \\ &= ۱.۶ \times 10^{-4} \text{ m} = ۰.۱۶ \text{ mm} \end{aligned}$$

این کمیت با فاصله‌ای که می‌توان از روی مقیاس شکل ۷-۱۸ خواند، سازگار است. ■

## ۶-۷ ترازهای انرژی و نمادگذاری طیف‌شناختی

قبلاً همه حالت‌های الکترونی ممکن در هیدروژن را به کمک عدد کوانتومی  $(m_l, l, m)$  تشریح کردیم، اما همان‌گونه که دیدیم، یک ویژگی دیگر الکترون، یعنی تکانه زاویه‌ای ذاتی یا اسپین، مستلزم

وارد کردن یک عدد کوانتومی چهارم است. نیازی نیست که اسپین  $s$  را مشخص کنیم، زیرا همواره برابر  $1/2$  است (آن را یک ویژگی بنیادی الکترون، مانند بار الکتریکی یا جرم آن در نظر می‌گیریم)، اما، ضروری است که مقدار عدد کوانتومی  $m_s$  ( $+1/2$  یا  $-1/2$ ) را مشخص کنیم، که اطلاعاتی درباره مؤلفه  $z$  بردار  $S$  در اختیار ما می‌گذارد. بنابراین، توصیف حالت الکترون در اتم به چهار عدد کوانتومی  $(m_s, m_l, l, n)$  نیاز دارد.

مثلاً حالت پایه هیدروژن را قبلاً به صورت  $(n, l, m_l) = (1, 0, 0)$  مشخص کردیم. با اضافه شدن  $m_s$ ، این حالت یا به صورت  $(1, 0, 0, +1/2)$  و یا  $(1, 0, 0, -1/2)$  درمی‌آید. در این حالت، واگنی حالت پایه ۲ است. نخستین حالت برانگیخته هشت نشان ممکن دارد:  $(2, 0, 0, +1/2)$ ،  $(2, 0, 0, -1/2)$ ،  $(2, 1, 1, +1/2)$ ،  $(2, 1, 1, -1/2)$ ،  $(2, 1, 0, +1/2)$ ،  $(2, 1, 0, -1/2)$ ،  $(2, 1, -1, +1/2)$ ،  $(2, 1, -1, -1/2)$ . چون اکنون دو نشان ممکن به ازای هریک نشان قبلی وجود دارد (هر  $(m_l, l, n)$  به  $m_l, l, n, +1/2$  و  $m_l, l, n, -1/2$  تبدیل می‌شود)، واگنی هر تراز به جای  $n^2$  عبارت است از  $2n^2$ .

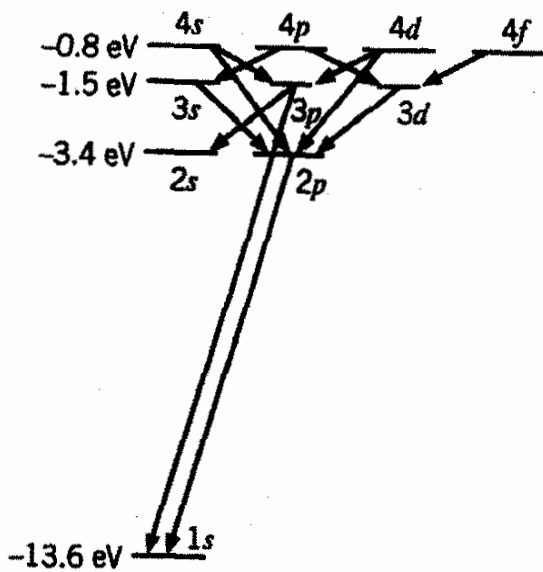
وقتی یک اتم را در میدان مغناطیسی قرار می‌دهیم، باید مقادیر مختلف  $m_s$  یا  $m_l$  را از هم تمیز دهیم. در بیشتر کاربردهای دیگر، مقادیر  $m_s$  و  $m_l$  اهمیتی ندارند، و نوشتن آنها در هر بار ارجاع به تراز معینی از اتم، دست و پاگیر است. بنابراین، برای نشاندار کردن ترازها از نمادگذاری دیگری، به نام نماد گذاری طیفی، بهره می‌گیریم. در این سیستم برای مشخص کردن مقادیر مختلف از حروف استفاده می‌کنیم: برای  $l = 0$  حروف  $s$  را به کار می‌گیریم (آن را با عدد کوانتومی  $s$  اشتباه نگیرید)، برای  $l = 1$ ، حرف  $p$  را به کار می‌گیریم، و به این ترتیب الی آخر.

نماد گذاری کامل به صورت زیر است:

مقدار $l$	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
نام گذاری	$s$	$p$	$d$	$f$	$g$	$h$	$i$

(چهار حرف اول به جای تیز، اصلی، پخش، و بنیادی گذاشته شده‌اند، که برای تشریح طیفهای اتمی، پیش از تدوین نظریه اتمی به کار می‌رفتند.) در نماد گذاری طیفی، حالت پایه هیدروژن با  $1s$  مشخص می‌شود، که مقدار  $l = 0$  قبل از  $s$  آورده می‌شود. شکل ۷-۲۰ نشان‌گذاری ترازهای اتم هیدروژن را با این نمادگذاری نشان می‌دهد.

در شکل ۷-۲۰ همچنین خطهایی نشان داده شده‌اند که معرف فوتونهای مختلفی هستند که در هنگام گذر اتم از یک حالت به حالت پایینتر، گسیل می‌شوند. این خطها یک جنبه دیگر از نمودار ترازها، به نام قاعده گزینش، را نشان می‌دهند. تمام گذارها مجاز نیستند. با حل معادله شرودینگر و



شکل ۷-۲۰ بخشی از نمودار تراز انرژی هیدروژن، که نمادگذاری طیفی ترازها و برخی گذارهایی را نشان می‌دهد که در قاعده گزینش  $\Delta l = \pm 1$  صدق می‌کنند.

استفاده از جوابهای آن برای محاسبه احتمالات گذار، پی‌می‌بریم که گذارهایی با بیشترین احتمال وقوع آنهاپی هستند که  $l$  را یک واحد تغییر می‌دهند، و از این رو قاعده گزینش به این قرار است

$$\Delta l = \pm 1 \quad (۷-۲۰)$$

مثلاً تراز  $3s$  نمی‌تواند در گذار به تراز  $2s$  ( $\Delta l = 0$ ) فوتون گسیل کند، بلکه باید به تراز  $2p$  ( $\Delta l = 1$ ) برود. برای  $n$  هیچ قاعده گزینشی وجود ندارد، از این رو تراز  $3p$  می‌تواند به  $2s$  یا  $1s$  (اما نه  $2p$ ) برود.

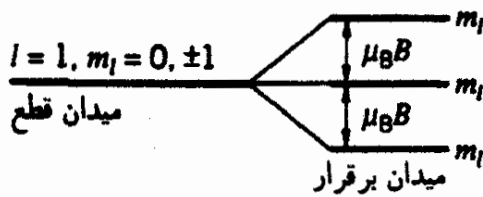
### ۷-۷ اثر زیمان\*

اکنون لحظه‌ای یک دنیای فرضی (و کمتر هیجان‌انگیز) را در نظر بگیرید که در آن الکترون اسپین، و در نتیجه گشتاور مغناطیسی اسپینی ندارد. فرض کنید یک اتم هیدروژن را در تراز  $2p$  ( $l = 1$ ) آماده و آن را در یک میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی  $B$  (مثلاً میدان یک آهنربای الکتریکی آزمایشگاهی) قرار داده‌ایم. در این صورت، گشتاور مغناطیسی  $\mu_L$  مربوط به تکانه زاویه‌ای مداری با میدان برهم‌کنش می‌کند، و انرژی مربوط به این برهم‌کنش عبارت است از

$$U = -\mu_L \cdot B \quad (۷-۲۱)$$

یعنی، گشتاورهای مغناطیسی که در جهت میدان قرار دارند از گشتاورهایی که در خلاف جهت میدان‌اند، انرژی کمتری دارند. حال فرض می‌کنیم میدان در جهت  $z$  باشد. با استفاده از معادله

\* این بخش اختیاری است و می‌توان بدون از دست دادن تداوم مطالب، از آن گذشت.



شکل ۲۱-۷ شکافتگی تراز  $l = 1$  در یک میدان مغناطیسی خارجی. (اثرهای تکانه زاویه‌ای اسپینی الکترون را نادیده گرفته‌ایم.) انرژی مقادیر مختلف  $m_l$  در میدان مغناطیسی فرق می‌کند.

۱۸-۷ برای مؤلفه  $z$  گشتاور مغناطیسی، داریم

$$U = -\mu_{L,z} B = m_l \mu_B B \quad (22-7)$$

برحسب مگنتون بور،  $\mu_B$ ، که در معادله ۱۹-۷ تعریف شد. در نبود میدان مغناطیسی، تراز  $l=1$  دارای انرژی معین،  $E_1 (-3.4 \text{ eV})$ ، است. وقتی میدان برقرار شود، انرژی عبارت خواهد بود از  $E_1 + U = E_1 + m_l \mu_B B$ ؛ یعنی، اکنون، با توجه به مقدار  $m_l$ ، سه انرژی ممکن مختلف برای این تراز وجود دارد. شکل ۲۱-۷ این وضعیت را نشان می‌دهد.

اکنون فرض کنید اتم در گذاری به حالت پایه (۱s) یک فوتون گسیل می‌کند. در نبود میدان مغناطیسی، یک تک فوتون با انرژی  $10.2 \text{ eV}$  و طول موج  $122 \text{ nm}$  گسیل می‌شود. در حضور میدان مغناطیسی، سه فوتون می‌تواند گسیل شود، که انرژی آنها عبارت است از:  $10.2 \text{ eV} + \mu_B B$ ،  $10.2 \text{ eV}$  و  $10.2 \text{ eV} - \mu_B B$ . حال ببینیم که تغییر کوچک انرژی  $\Delta E (= \mu_B B)$  چه تأثیری بر طول موج دارد. با مشتق‌گیری از رابطه  $E = hc/\lambda$  داریم

$$dE = \frac{-hc}{\lambda^2} d\lambda \quad (23-7)$$

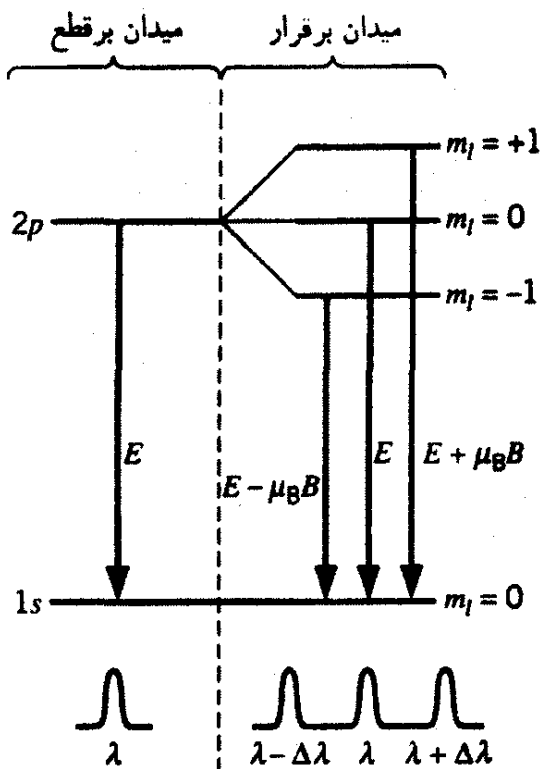
به جای مشتقها، تفاضلهای کوچک را می‌گذاریم. قدر مطلقها را در نظر می‌گیریم، و معادله بالا را برحسب  $\Delta\lambda$  حل می‌کنیم، که می‌دهد

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{hc} \Delta E \quad (24-7)$$

شکل ۲۲-۷ سه گذار، و مثالی از نتیجه اندازه‌گیری طول موجهای گسیل شده را نشان می‌دهد. در تحلیل گذار بین حالت‌های مختلف  $m_l$ ، اغلب باید قاعده گزینش دیگری را به کار ببریم: بنا بر این قاعده تنها گذارهای ممکن آنهایی هستند که  $m_l$  در آنها به اندازه  $0$ ،  $+1$  یا  $-1$  تغییر کند:

$$\Delta m_l = 0, \pm 1 \quad (25-7)$$

تغییرات دو واحد یا بیشتر برای  $m_l$  مجاز نیست.



شکل ۷-۲۲ اثر بهنجار زیمان. وقتی میدان برقرار شود، طول موج  $\lambda$  به سه طول موج جداگانه تبدیل می شود.

مثال ۷-۷

تغییر طول موج فوتون  $2p - 1s$  را وقتی یک اتم هیدروژن در یک میدان مغناطیسی  $2 \times 10^4 \text{ T}$  قرار می گیرد، محاسبه کنید.

حل: انرژی فوتون عبارت است از

$$E = -13.6 \text{ eV} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 10.2 \text{ eV}$$

و طول موج آن می شود

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{10.2 \text{ eV}} = 122 \text{ nm}$$

تغییر انرژی ترازها،  $\Delta E$ ، به این قرار است

$$\begin{aligned} \Delta E &= \mu_B B = (9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(2 \times 10^4 \text{ T}) \\ &= 1.85 \times 10^{-19} \text{ J} \\ &= 1.16 \times 10^{-5} \text{ eV} \end{aligned}$$

و به این ترتیب، از معادله ۷-۲۴،

$$\begin{aligned} \Delta \lambda &= \frac{\lambda^2}{hc} \Delta E = \frac{(122 \text{ nm})^2}{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}} = 1.16 \times 10^{-5} \text{ eV} \\ &= 0.00139 \text{ nm} \end{aligned}$$

آهنربا

خاموش

روشن

شکل ۷-۲۳ اثر زیمان در رودیم. طیف پایینی شکافتگی خطهای طیفی را در هنگام برقراری میدان مغناطیسی نشان می‌دهد.

حتی برای میدان مغناطیسی آزمایشگاهی نسبتاً بزرگ  $2T$ ، تغییر طول موج خیلی کوچک است، اما با بهره‌گیری از طیف‌سنج نوری به آسانی می‌شود آن را اندازه گرفت. ■

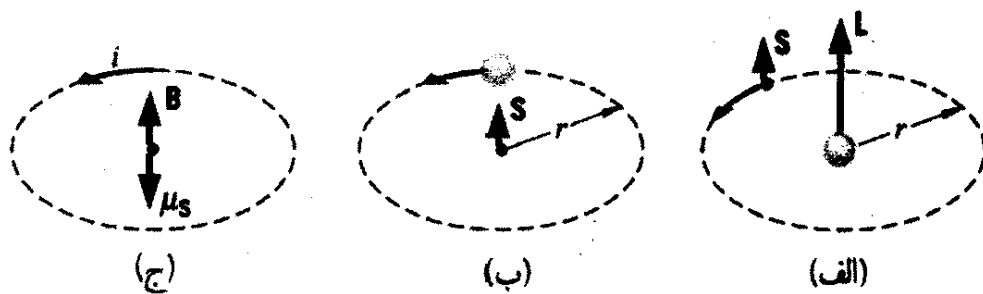
آزمایشی که هم‌اکنون بررسی کردیم مثالی است از اثر زیمان، یعنی شکافته شدن یک خط طیفی با یک طول موج، به خطهایی با چند طول موج مختلف وقتی اتمهای گسیلنده در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرند. در اثر زیمان بهنجار یک تک خط طیفی به سه مؤلفه شکافته می‌شود؛ این اثر فقط برای اتمهای بدون اسپین رخ می‌دهد. (البته، برخلاف الکترونهای بدون اسپین فرضی که در نظر گرفتیم، تمام الکترونها اسپین دارند؛ اما، در برخی اتمهای چند الکترونی، اسپینها می‌توانند زوج شوند و همدیگر را خنثی کنند، به گونه‌ای که اتم مانند یک اتم بدون اسپین عمل کند.) وقتی اسپین وجود دارد، علاوه بر اثر گشتاور مغناطیسی مداری، باید گشتاور مغناطیسی اسپین را هم در نظر بگیریم. در این صورت طرح حاصل از شکافتگی تراز پیچیده‌تر است، و خطهای طیفی می‌توانند به بیشتر از سه مؤلفه شکافته شوند. این حالت را اثر زیمان نابهنجار می‌گویند، که شکل ۷-۲۳ مثالی از آن را نشان می‌دهد.

## ۸-۷ ساختار ریز\*

در بحث پیرامون طیف هیدروژن در فصل ۶، گفتیم که بررسی دقیق خطهای گسیلی نشان می‌دهد که بسیاری از آنها در واقع تک خط نیستند بلکه ترکیبی از دوخط بسیار نزدیک به هم هستند. در این بخش منشأ این اثر، به نام ساختار ریز، را بررسی می‌کنیم.

اگر اتم هیدروژن را در چارچوب مرجع الکترون، که در آن پروتون ظاهراً به دور الکترون می‌گردد بررسی کنیم، درست همان‌طور که به نظر می‌رسد خورشید به دور زمین می‌گردد، مسئله راحت‌تر

\* این بخش اختیاری است که بدون از دست رفتن پیوستگی مطالب، می‌توان از آن گذشت.



شکل ۲۴-۷ (الف) یک الکترون با تکانه زاویه‌ای مداری  $L$  در مداری دایره‌ای حول پروتون می‌گردد. اسپین الکترون با  $L$  موازی است. (ب) از دیدگاه الکترون، پروتون مطابق شکل پروتون را دور می‌زند. (ج) پروتونی که ظاهراً مداری دایره‌ای را می‌پیماید با جریان  $i$  نشان داده شده است و میدان مغناطیسی  $B$  را در محل الکترون پدید می‌آورد. جهت گشتاور مغناطیسی اسپینی الکترون در خلاف جهت تکانه زاویه‌ای اسپینی آن است.

می‌شود. برای راحتی، این مسئله را به سیاق مدل بور مطالعه می‌کنیم تا برآوردی از این اثر به دستمان بیاید. شکل ۲۴-۷ اتم در چارچوبهای مرجع پروتون و الکترون نشان می‌دهد. در چارچوب مرجع الکترون، حرکت پروتون در یک مدار دایره‌ای به شعاع  $r$  را می‌توان یک حلقه جریان تلقی کرد، که یک میدان مغناطیسی  $B$  را در محل الکترون تولید می‌کند. این میدان مغناطیسی با گشتاور مغناطیسی اسپینی الکترون،  $\mu_S = (-e/m)S$ ، برهم‌کنش می‌کند. انرژی برهم‌کنش گشتاور مغناطیسی  $\mu_S$  در میدان مغناطیسی عبارت است از

$$U = -\mu_S \cdot B \quad (26-7)$$

یعنی، وقتی  $\mu_S$  و  $B$  موازی‌اند. انرژی  $(U = -\mu_S B)$  کمتر از وقتی است که  $\mu_S$  و  $B$  پادموازی هستند  $(U = +\mu_S B)$ . جهت  $z$  را جهت  $B$  در نظر می‌گیریم؛ با  $\mu_S = (-e/m)S$  داریم

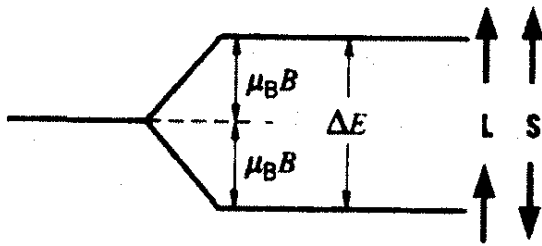
$$U = \frac{e}{m} \mathbf{S} \cdot \mathbf{B} = \frac{e}{m} S_z B \quad (27-7)$$

چون  $S_z = \pm (1/2)h$ ، این انرژی عبارت است از

$$U = \pm \frac{eh}{2m} B = \pm \mu_B B \quad (28-7)$$

در وضعیتی که در شکل ۲۴-۷ نشان داده شده است  $S_z = +1/2h$ ، و به این ترتیب  $U = +\mu_B B$  وقتی  $S$  سمتگیری مخالف داشته باشد، آنگاه  $U = -\mu_B B$ . این اثر، مطابق شکل ۲۵-۷، هر تراز را به دو تراز، یک حالت بالاتر با  $L$  و  $S$  موازی و یک حالت پایینتر با  $L$  و  $S$  پاد موازی، تجزیه می‌کند. اختلاف انرژی بین این حالتها  $\Delta E = 2\mu_B B$  است.





شکل ۲۵-۷ شکافتگی ساختار ریز در هیدروژن. انرژی حالتی که در آن  $L$  و  $S$  موازی اند کمی بیشتر از حالت با  $L$  و  $S$  پادموازی است.

در اینجا، نتیجه مشابه نتیجه بحث قبلی در مورد اثر زیمنان به نظر می‌رسد، اما باید به یک تفاوت مهم توجه کنیم: میدان مغناطیسی  $B$  در این مورد میدان آزمایشگاهی نیست که بتوان آن را قطع و وصل کرد؛ بلکه میدانی ناشی از حرکت ظاهری پروتون است، یعنی همواره وجود دارد. می‌توانیم با استفاده از مدل بور مقدار این شکافتگی انرژی را تقریباً برآورد کنیم. در مرکز یک حلقه دایره‌ای به شعاع  $r$  که جریان  $i$  از آن عبور می‌کند میدان مغناطیسی زیر وجود دارد

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r} \quad (29-7)$$

جریان  $i$  بار جاری در حلقه است (در این حالت  $e+$  است) تقسیم بر زمان لازم،  $T$ ، برای طی کردن یک دور مدار. زمان لازم برای یک بار دور زدن عبارت است از فاصله طی شده  $(2\pi r)$  تقسیم بر سرعت  $v$ .

$$B = \frac{\mu_0 e}{2r T} = \frac{\mu_0 e v}{2r 2\pi r} \quad (30-7)$$

پس اختلاف انرژی بین این حالتها چنین می‌شود

$$\Delta E = 2\mu_B B = \frac{\mu_0 e v}{2\pi r^2} \mu_B \quad (31-7)$$

چون  $|L| = mvr = nh$ ، (به یاد داشته باشید که از مدل بور استفاده می‌کنیم) سرعت  $v$  عبارت است از  $nh/mr$  از این رو

$$\Delta E = \frac{\mu_0 e^2 \hbar^2 n}{4\pi m^2 r^2} \quad (32-7)$$

هرگاه در معادله ۳۱-۶ به جای شعاع بور تعداد آن را قرار دهیم، می‌رسیم به

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{\mu_0 e^2 \hbar^2 n}{4\pi m^2} \left( \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2} \right)^2 \\ &= \frac{\mu_0 m e^4}{256\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^5} \end{aligned} \quad (33-7)$$

با قراردادن  $c^2 = 1/\epsilon_0 \mu_0$  و بهره‌گیری از ثابت بی‌بعد تعریف‌شده در معادله ۱-۱۵، می‌توانیم رابطه بالا را به صورتی ساده‌تر بازنویسی کنیم:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \quad (۳۴-۷)$$

که می‌انجامد به

$$\Delta E = (mc^2) \alpha^2 \frac{1}{n^5} \quad (۳۵-۷)$$

$\alpha$  را ثابت ساختار ریز می‌گویند که ثابت بی‌بعدی با مقدار خیلی نزدیک به  $1/137$  است. برای حالت  $n = 2$  هیدروژن، انتظار داریم تفاوت انرژی حالت با  $L$  و  $S$  موازی با انرژی حالت  $L$  و  $S$  پادموازی به اندازه زیر باشد

$$\Delta E = (0.511 \text{ MeV}) \left( \frac{1}{137} \right)^2 \frac{1}{2^5} = 4.53 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

می‌توانیم این برآورد را با مقدار تجربی، بر اساس شکافتگی مشاهده شده خط اول سری لیمان،  $4.54 \times 10^{-5} \text{ eV}$ ، مقایسه کنیم. می‌بینیم که به‌رغم فرضهایی که کردیم یعنی، استفاده از مدل بور و به‌کار نبردن توابع موج هیدروژن برای انجام این محاسبه، سازگاری با مقدار تجربی چشمگیر است. (در واقع، این سازگاری به‌صورت نگران‌کننده‌ای خوب است، زیرا فراموش کردیم اثر مهم نسبیتی را در حرکت الکترون به حساب آوریم، که سهم آن در ساختار ریز در حدود برهم‌کنش اسپین - مدار است که در این بخش بررسی شد. در واقع باید این محاسبه را یک برآورد مرتبه بزرگی تلقی کنیم، که اتفاقاً یک نتیجه عددی نزدیک به مقدار مشاهده شده می‌دهد.)

### پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

بررسی جامع‌تر اتم هیدروژن، به خصوص ساختار ریز، را در مرجع زیر خواهید یافت:

J. Norwood, *Twentieth Century Physics* (Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1976).

بررسی عالی و تمام عیار جوابهای معادله شرودینگر برای اتم هیدروژن در فصل ۵ مرجع زیر آمده است:

L. Pauling and E. B. Wilson, *Introduction to Quantum Mechanics* (New York, McGraw-Hill, 1935).

نشان دادن توزیعهای احتمال سه بعدی روی کاغذ دو بعدی چالشی بزرگ برای کسانی است که می‌خواهند این کار را انجام دهند و تفسیر این تصاویر اغلب برای دانشجویان بسیار دردسر آفرین است. نگاهی به بعضی تصاویر دیگر، بی‌فایده نخواهد بود:

N. Ashby and S. C. Miller, *Principles of Modern Physics* (San Francisco, Holden-Day, 1970).

R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics* (New York, McGraw-Hill, 1959).

S. Brandt and H. D. Dahmen, *The Picture Book of Quantum Mechanics* (New York, Wiley, 1985).

مجموعه جالب توجهی از توزیعهای احتمال رسم شده به وسیله کامپیوتر را می‌توان در مرجع زیر یافت:

D. Kleppner, M. G. Littman, and M. L. Zimmermann, "Highly Excited Atoms" *Scientific American*, 244, 130 (May 1981).

### پرسشها

۱. تفسیر کوانتوم مکانیکی اتم هیدروژن با مدل بور چه فرقی دارد؟
۲. بردار تکانه زاویه‌ای کوانتیده با بردار تکانه زاویه‌ای کلاسیک چه تفاوتی دارد؟
۳. اعداد کوانتومی  $n, l, m_l$  در (الف) محاسبه کوانتوم مکانیکی؛ (ب) مدل برداری؛ (ج) مدل (مداری) بور، چه معنایی دارند؟
۴. کمیت‌های دینامیکی که برای گزینش خاص  $n$  و  $l$  ثابت‌اند، برشمرید. کمیت‌های دینامیکی غیر ثابت را برشمرید. این کمیتها را با مدل بور مقایسه کنید.
۵. تکانه زاویه‌ای مداری در مدل بور و محاسبه کوانتوم مکانیکی چه تفاوتی دارد؟
۶. منظور از اینکه  $\mathbf{L}$  حول محور  $z$  حرکت تقدیمی دارد چیست؟ آیا می‌توانیم حرکت تقدیمی را مشاهده کنیم؟
۷. در مدل بور، انرژی کل را برای هر مدار، به کمک انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی محاسبه کردیم. در محاسبه کوانتوم مکانیکی، آیا انرژی پتانسیل برای هر مجموعه اعداد کوانتومی ثابت است؟ آیا انرژی جنبشی ثابت است؟ آیا انرژی کل ثابت است؟
۸. منظومه از اصطلاح کوانتوم فضایی چیست؟ آیا فضا واقعاً کوانتیده است؟
۹. یکی از نارساییهای مدل بور مسئله پایستگی تکانه زاویه‌ای در گذار، بین ترازهاست. در مورد

- این مسئله در ارتباط با ویژگیهای تکانه زاویه‌ای کوانتوم مکانیکی اتم، به ویژه قاعده گزینش معادله ۷-۲۰، بحث کنید. فرض کنید فوتون حامل تکانه زاویه‌ای  $\hbar$  است.
۱۰. احتمال نزدیکی الکترون  $2s$  به هسته، از این احتمال برای الکترون  $2p$ ، بیشتر است (مثال ۷-۳) و همین طور احتمال دورتر بودن آن به هسته هم بیشتر است (مسئله ۱۴). چطور چنین چیزی ممکن است؟
۱۱. چگالی احتمال  $\psi^* \psi$  برای توابع موج مندرج در جدول ۷-۱ تابع  $\phi$  نیست. این موضوع چه اهمیتی دارد؟
۱۲. اگر بار هسته به جای  $e$  برابر  $Ze$  بود، توابع موج مندرج در جدول ۷-۱ چه تغییری می‌کردند؟ (به یاد آورید که همین تغییر را در مدل بور در بخش ۶-۵، داریم.) این موضوع چه تأثیری بر چگالی احتمال  $P(r)$  دارد؟
۱۳. آیا یک اتم هیدروژن در حالت پایه می‌تواند یک فوتون (با انرژی مناسب) را جذب کند و به حالت  $3d$  برود؟
۱۴. آیا درست است که الکترون را گوی باردار کوچکی در نظر بگیریم که حول محورش می‌چرخد؟ آیا این کار مفید است؟ آیا این وضعیت به استفاده از مدل بور برای نشان دادن حرکت مداری الکترون شبیه است؟
۱۵. عدد کوانتومی اسپین فوتون ۱، اما گشتاور مغناطیسی اسپینی آن صفر است. این موضوع را توضیح دهید.
۱۶. شباهتها و تفاوت‌های بین شکافتگی زیمان و شکافتگی ساختار ریز کدام‌اند؟
۱۷. اگر اتمی با یک الکترون هسته‌ای به بار  $Ze$  داشته باشد ساختار ریز آن، چه تغییری می‌کند؟
۱۸. آیا ساختار ریزی که محاسبه کردیم، بر تراز  $n = 1$  اثری می‌گذارد؟
۱۹. (الف) اثر زیمان و (ب) ساختار ریز در یک اتم هیدروژن میونی چه تغییری می‌کنند؟ (مسائل ۳۵ و ۳۶ در فصل ۶) میون همان اسپین الکترون را دارد، اما جرم آن  $207$  برابر جرم الکترون است.
۲۰. محاسبه ساختار ریز اگرچه بر مبنای مدل بسیار ساده شده‌ای انجام شد، اما نتیجه‌ای مانند محاسبه دقیقتر داد: شکافتگی ساختار ریز با رفتن به حالت‌های برانگیخته بالاتر کاهش می‌یابد. برای این موضوع دست کم دو دلیل کیفی ارائه کنید.

## مسائل

۱. مجموعه ممکن اعداد کوانتومی تراز  $n = 4$  هیدروژن را بدون در نظر گرفتن اسپین الکترون (مانند شکل ۷-۲) برشمرید.

۲. (الف) مقادیر ممکن  $l$  برای  $n = 6$  کدام اند؟ (ب) مقادیر ممکن  $m_l$  به ازای  $l = 6$  کدام است؟ (ج) کوچکترین مقدار ممکن  $n$  که به ازای آنها  $l$  بتواند ۴ باشد، چیست؟ (د) کوچکترین  $l$  ممکن که بتواند مؤلفه  $z$ ی برابر  $4\hbar$  داشته باشد، کدام است؟

۳. (الف) با در نظر گرفتن اسپین الکترونی، واگنی تراز انرژی  $n = 5$  هیدروژن چیست؟ (ب) با جمع کردن تعداد حالتها به ازای هر  $e$  مجاز برای  $n = 5$ ، نشان دهید که همان واگنی بند (الف) به دست می آید.

۴. برای هر مقدار  $l$ ، تعداد حالتهای ممکن عبارت است از  $2(2l + 1)$ . صریحاً نشان دهید که تعداد کل حالتها برای هر عدد کوانتومی اصلی عبارت است از:

$$\sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = 2n^2$$

این عبارت، واگنی هر تراز انرژی را می دهد.

۵. توضیح دهید که چرا هر کدام از مجموعه اعداد کوانتومی زیر  $(m_s, m_l, l, n)$  برای هیدروژن مجاز نیست.

(الف) $(+\frac{1}{4}, -1, 2, 2)$	(ج) $(-\frac{3}{4}, +1, 1, 4)$
(ب) $(-\frac{1}{4}, +2, 1, 3)$	(د) $(+\frac{1}{4}, +1, -1, 2)$

۶. یک الکترون در حالت  $l = 3, n = 4$  هیدروژن قرار دارد. (الف) طول بردار تکانه زاویه ای این الکترون چیست؟ (ب) این بردار تکانه زاویه ای چند مؤلفه  $z$  مختلف می تواند داشته باشد؟ مؤلفه های  $z$  ممکن را برشمرید. (ج) مقادیر زاویه ای که بردار  $L$  با محور  $z$  می سازد کدام اند؟ (د) اگر عدد کوانتومی اصلی  $n$  به جای ۴ عبارت بود از ۵، آیا پاسخهای ما به بندهای (الف)، (ب) و (ج) تغییر می کرد؟

۷. وقتی  $l = 2$ ، بردار  $L$  با محور  $z$  چه زاویه هایی می سازد؟

۸. نشان دهید که توابع موج  $(0, 0, 1)$  و  $(2, 0, 0)$  مندرج در جدول ۷-۱ به درستی بهنجار شده اند.  
 ۹. با جایگذاری مستقیم نشان دهید که هر دو تابع موج  $n = 2, l = 0, m_l = 0$  و  $n = 2, l = 1, m_l = 0$  در جدول ۷-۱ جوابهای معادله ۷-۳ متناظر با انرژی نخستین حالت برانگیخته هیدروژن هستند.

۱۰. با جایگذاری مستقیم نشان دهید که تابع موج متناظر با  $n = 1, l = 0, m_l = 0$  یکی از جوابهای معادله ۷-۳ متناظر با انرژی حالت پایه هیدروژن است.

۱۱. نشان دهید چگالی احتمال شعاعی تراز  $1s$  در  $r = a_0$  دارای بیشینه مقدار خود است.

۱۲. مقادیر شعاع را در مکانی بیابید که چگالی احتمال شعاعی  $n = 2, l = 0$  بیشینه مقدارش را دارد.
۱۳. احتمال یافتن الکترون  $n = 2, l = 1$  بین  $a.$  و  $2a.$  چقدر است؟
۱۴. احتمال اینکه حالت‌های  $n = 2, l = 0$  و  $n = 2, l = 1$  از  $5a.$  به هسته دورتر باشند، پیدا کنید. احتمال دورتر بودن کدام حالت از هسته بیشتر است؟
۱۵. برای یک اتم هیدروژن در حالت پایه، احتمال اینکه الکترون بین  $a.$  و  $10a.$  باشد چیست؟ (راهنمایی: لازم نیست برای حل این مسئله هیچ انتگرالی را محاسبه کنید).
۱۶. مقدار متوسط یا میانگین شعاع  $r$  را می‌توان از رابطه  $\int_0^\infty rP(r)dr = \text{میانگین } r \text{ یافت}$ . نشان دهید که مقدار میانگین  $r$  برای حالت  $1s$  هیدروژن عبارت است از  $(3/2)a.$  چرا این مقدار از شعاع بور بزرگتر است؟
۱۷. مقدار میانگین  $U$  (مسئله ۱۶) را برای ترازهای  $2s$  و  $2p$  بیابید.
۱۸. مقدار متوسط یا میانگین انرژی پتانسیل الکترون در یک اتم هیدروژن را می‌توان از رابطه  $\int_0^\infty U(r)P(r) dr = \text{میانگین } U \text{ یافت}$ . میانگین  $U$  را در حالت  $1s$  بیابید و آن را با انرژی پتانسیل محاسبه شده با مدل بور وقتی  $n = 1$  مقایسه کنید.
۱۹. (الف) برای حالت‌های  $1s, 2s$  و  $2p$  هیدروژن، نشان دهید که  $(1/n^2)a. = \text{میانگین}(r^{-1})$ . (راهنمایی: از  $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = n!/a^{n+1}$  استفاده کنید.) (ب) این یک نتیجه کلی برای همه حالت‌های هیدروژن است. با توجه به این نتیجه، بگویید چرا مدل بور چنین برآورد خوبی از شکافتگی ساختار ریز و نیز سایر آثار مغناطیسی ناشی از الکترون چرخان می‌دهد.
۲۰. فرض کنید چشمه اتمها در آزمایش اشترن-گراخ کوره‌ای با دمای  $1000K$  باشد. فرض کنید گرادیان میدان مغناطیسی  $10T/m$ ، و طول ناحیه حاوی میدان مغناطیسی و ناحیه بدون میدان بین آهنربا و پرده هر کدام  $1m$  باشد. با در نظر گرفتن هر فرض دیگر مورد نیاز، و فاصله تصویرهای مشاهده شده روی پرده را محاسبه کنید.
۲۱. حالت‌های برانگیخته (در نمادگذاری طیفی) را برشمرد که برای آن حالت  $4p$  می‌تواند گذارهای روبه پایین داشته باشد.
۲۲. یک اتم هیدروژن در حالت برانگیخته  $5g$  است، و از آن یک سری گذار انجام می‌دهد که همگی به حالت  $1s$  می‌انجامند. روی نموداری مشابه با شکل ۷-۲۰، توالی گذارهای ممکن را نشان دهید. (ب) بند (الف) را برای حالتی تکرار کنید که اتم در حالت  $5d$  است.
۲۳. اثر زیمنان بهنجار را برای گذار  $3d$  به  $2p$  در نظر بگیرید. (الف) یک نمودار تراز انرژی رسم کنید که شکافتگی ترازهای  $3d$  و  $2p$  را در یک میدان مغناطیسی خارجی نشان دهد. تمام ترازهای

ممکن از هر حالت  $m_l$  تراز  $3d$  به هر حالت  $m_l$  تراز  $2p$  را نشان دهید. (ب) کدام گذارها در قاعده گزینش  $\Delta m_l = \pm 1$  یا  $\Delta m_l = 0$  صدق می‌کند؟ (ج) نشان دهید که فقط سه انرژی مختلف گسیل می‌شود.

۲۴. مجموعه‌ای از اتمهای هیدروژن در میدان مغناطیسی  $3.0\text{T}$  قرار گرفته‌اند. با چشمپوشی از آثار اسپین الکترون، طول موجهای سه مؤلفه زیمان بهنجار (الف) گذار  $3d$  به  $2p$ ؛ (ب) گذار  $3s$  به  $2p$  را بیابید.

۲۵. طول موجهای مؤلفه‌های نخستین خط سری لیمان را محاسبه کنید، ساختار ریز تراز  $2p$  را در نظر بگیرید.

۲۶. انرژیها در طول موجهای گذار  $3d$  به  $2p$  را، با به حساب آوردن ساختار ریز هردو تراز، محاسبه کنید. چند طول موج مؤلفه در این گذار باید وجود داشته باشد؟



## اتمهای چندالکترونی

در ساخت مدلی که به شناخت ساختار و ویژگیهای اتمهای با بیش از یک الکترون به ما کمک کند، چند مشکل پیش می‌آید. مثلاً، فرض کنید می‌خواهیم یک اتم هلیم بسازیم. بار هسته‌ای آن  $Z = 2$  است، و بنابراین باید دو الکترون فراهم آوریم. با آوردن الکترون اول، ترازهای انرژی را که این الکترون باید از آنها بگذرد تا به حالت پایه برسد می‌توان با بهره‌گیری از محاسبات پیشین، و قراردادن  $Z = 2$ ، به خوبی تشریح کرد. این الکترون سرانجام حالت  $1s$  را اشغال می‌کند. با آوردن الکترون دوم، این الکترون جاذبه هسته با  $Z = 2$  و نیز دافعه الکتریکی الکترون اول را حس می‌کند. (به خاطر دارید که الکترون اول به صورت یک گوی بار نامشخص ظاهر می‌شود که هسته را کاملاً احاطه کرده است؛ شکل ۷-۱۰). بنابراین، نیروی جاذبه خالصی که این الکترون را به سوی هسته می‌راند تا حدودی ضعیفتر از آن است که در غیر این صورت برای  $Z = 2$  انتظار داشتیم؛ مقدار موثر بار هسته‌ای که الکترون دوم، می‌بیند  $+2$  از جانب هسته و شاید  $-1$  از جانب الکترون اول است که  $+1 \cong Z_{\text{موثر}}$  را می‌دهد. اما، با ورود الکترون دوم، الکترون اول نیروی دافعه‌ای را از جانب الکترون دوم احساس می‌کند، که ترازهای انرژی الکترون اول را تغییر می‌دهد.

مسئله برهم‌کنشهای متقابل سه یا چند جسم مثالی است از آنچه که فیزیکدانان آن را مسئله



چندجسمی می‌نامند. جوابهای دقیق، و بسته معادله شرودینگر را نمی‌توان برای این مسائل یافت. برای اتم دوالکترونی، می‌توان جوابهای عددی را یافت که نتایج دقیقی می‌دهند، اما با افزایش  $Z$ ، به دست آوردن این جوابها دشوارتر می‌شود. در این فصل، مجموعه‌ای تقریبی از ترازهای انرژی اتمهای چندالکترونی را در نظر می‌گیریم، و تلاش می‌کنیم برخی ویژگیهای (شیمیایی، الکتریکی، مغناطیسی، اپتیکی، و مانند آنها) اتمها را بر مبنای این ترازهای انرژی را بفهمیم.

## ۸-۱ اصل طرد پاؤلی

پیش از پرداختن به ترازهای انرژی، ابتدا ببینیم که الکترونها چگونه ترازهای انرژی در اتم چندالکترونی را اشغال می‌کنند. شاید انتظار داشته باشیم که تمام  $Z$  الکترون سرانجام به پایینترین تراز انرژی، حالت  $1s$ ، فرو بریزند. ویژگیهای این نوع اتم نسبت به اتمهای مجاورش با  $Z \pm 1$  الکترون، باید به صورت نسبتاً هموار تغییر کنند. در واقع، بعضی ویژگی اتمها، مانند انرژیهای پرتوهای  $x$  گسیلیده، این تغییر هموار را نشان می‌دهند. اما، سایر خواص به این صورت تغییر نمی‌کنند و با این مدل تمام الکترونها در یک تراز، سازگار نیستند. مثلاً نئون (با  $Z = 10$ ) گازی بی‌اثر است؛ این گاز به شدت واکنش‌ناپذیر است و در اغلب موارد ترکیبهای شیمیایی تشکیل نمی‌دهد. همسایگانش، فلور (با  $Z = 9$ ) و سدیم ( $Z = 11$ )، از جمله واکنش‌پذیرترین عناصرند و در اغلب موارد، به شدت با سایر مواد ترکیب می‌شوند. به عنوان مثال دیگر، نیکل ( $Z = 28$ ) به شدت مغناطیسی (فرومغناطیسی) است و، با وجود فلز بودن، رسانندگی الکتریکی آن چندان زیاد نیست. مس ( $Z = 29$ ) یک



ولفگانگ پاؤلی (۱۹۰۰-۱۹۵۸، سوئیس). اصل طرد وی مبنای شناخت ساختار اتمی است، اما در توسعه نظریه کوانتومی، نظریه واپاشی بتازای هسته‌ای، و پی‌بردن به تقارن در قوانین فیزیکی، نیز سهمیم بود.

رسانای الکتریکی عالی است اما مغناطیسی نیست. این تفاوت‌های بارز در خواص عناصر مجاور نشان می‌دهد فرض اینکه تمام الکترونها یک تراز انرژی را اشغال می‌کنند، درست نیست. ولفگانگ پاؤلی در سال ۱۹۲۵، با توجه به گذارهای موجود در طیف گسیلی اتمها، و گذارهایی که انتظار وقوعشان را داریم اما وجود ندارند، قاعده‌ای را پیشنهاد کرد که مانع از فروافتادن همه الکترونها یک اتم به تراز ۱s می‌شود. اصل طرد پاؤلی، به بیان ساده، به این قرار است:

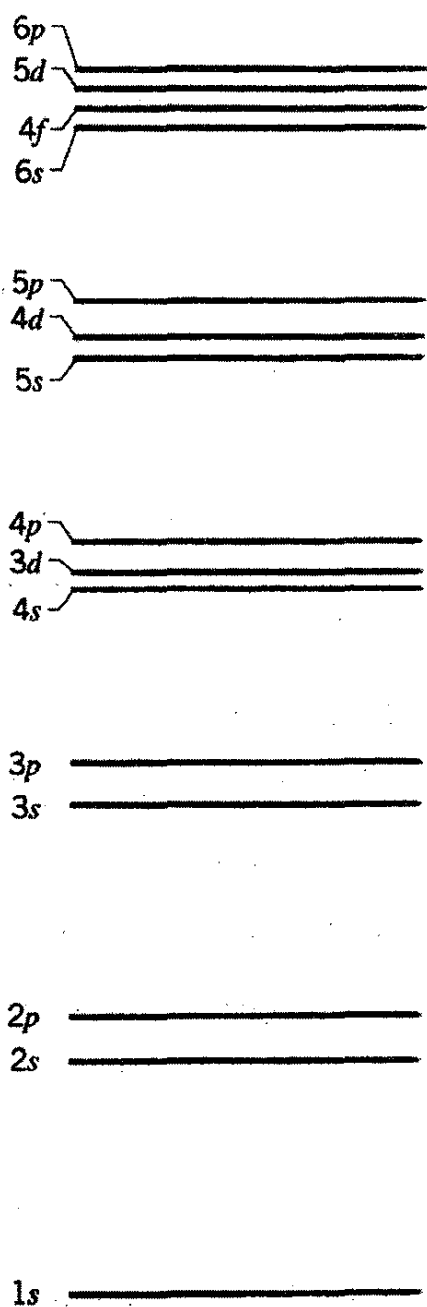
هیچ دو الکترونی در یک تک‌اتم نمی‌توانند مجموعه اعداد کوانتومی  $(m_s, m_l, l, n)$  یکسان داشته باشند.

اصل پاؤلی مهمترین قاعده حاکم بر ساختار اتمها به‌شمار می‌آید، و بررسی ویژگی اتمها بدون شناخت کامل این اصل امکان‌پذیر نیست.

اکنون عملکرد اصل پاؤلی را در مورد هلیم ( $Z = 2$ ) بررسی می‌کنیم. نخستین الکترون هلیم، در حالت پایه ۱s، دارای اعداد کوانتومی  $n = 1, l = 0, m_l = 0, m_s = +1/2$  یا  $m_s = -1/2$  است. الکترون دوم می‌تواند همین  $n, l, m_l$  و  $m_l$  را داشته باشد، اما نمی‌تواند دارای همان  $m_s$  باشد، زیرا در این صورت اصل طرد نقض می‌شود. بنابراین اگر نخستین الکترون ۱s دارای  $m_s = +1/2$  است، الکترون دوم باید دارای  $m_s = -1/2$  باشد. اکنون فرض کنید می‌خواهیم یک اتم لیتیم ( $Z = 3$ ) بسازیم. درست مانند مورد هلیم، برای دو الکترون اول اعداد کوانتومی عبارت‌اند از  $(1, 0, 0, -1/2)$  و  $(1, 0, 0, +1/2)$  و  $(n, l, m_l, m_s)$ . چون الکترون سوم، مطابق اصل طرد، نمی‌تواند همین مجموعه اعداد کوانتومی دو الکترون اولی را داشته باشد، نمی‌تواند وارد تراز  $n = 1$  شود، زیرا در تراز  $n = 1$  فقط دو مجموعه متفاوت اعداد کوانتومی وجود دارد، و از هر دوی این مجموعه‌ها قبلاً استفاده شده است. بنابراین، الکترون سوم باید به یکی از ترازهای  $n = 2$  برود؛ آزمایشها نشان می‌دهند که تراز بعدی موجود از دو تراز  $n = 2$  (۲s یا ۲p) تراز ۲s است، و از این‌رو الکترون سوم باید دارای اعداد کوانتومی  $(2, 0, 0, -1/2)$  و  $(2, 0, 0, +1/2)$  باشد. الکترون چهارم، در مورد بریلیم ( $Z = 4$ )، دارای  $n, l$  و  $m_l$  یکسان با این اعداد الکترون سوم است، اما  $m_s$  آن مختلف است. وقتی به بور، با  $Z = 5$  می‌رسیم، الکترون پنجم نمی‌تواند به حالت ۲s برود، زیرا قبلاً هر دو مجموعه اعداد کوانتومی در آن تراز را تخصیص داده‌ایم؛ پس الکترون پنجم به ترازهای ۲p می‌رود. بنابراین باید انتظار داشته باشیم که خواص بور، با یک الکترون ۲p، با خواص لیتیم یا بریلیم، که فقط دو الکترون ۲s دارند، فرق داشته باشد. در این فرایند نخستین گام، استفاده از تمام اعداد کوانتومی ممکن برای یک تراز، و سپس قراردادن الکترونها در تراز بعدی است که باعث تفاوت خواص شیمیایی و فیزیکی عناصر می‌شود.

## ۲-۸. حالت‌های الکترونی در اتمهای چندالکترونی

شکل ۱-۸ نتیجه یک محاسبه تقریبی را برای چگونگی پر شدن ترازهای انرژی در اتمهای چندالکترونی با افزایش عدد اتمی  $Z$  نشان می‌دهد. تراز  $۱s$  پایینترین تراز انرژی باقی می‌ماند، و انرژی ترازهای  $۲s$  و  $۲p$  نسبتاً نزدیک به هم است. تراز  $۲s$  همیشه اندکی کم انرژی تر از تراز  $۲p$  است. (شکافتگی ساختار ریز در مقیاس این نمودار خیلی کوچک است.) با یادآوری مثال ۷-۳، می‌توانیم بفهمیم که چرا انرژی تراز  $۲s$  پایینتر قرار می‌گیرد. الکترون تراز  $۲s$  زمان طولانی‌تری را در داخل شعاع بور سپری می‌کند تا الکترون تراز  $۲p$  "دایره‌ای"  $۲p$ . الکترون  $۲p$  بارالکتریکی هسته‌ای  $Ze$  را می‌بیند که دو الکترون  $۱s$  آنرا محافظت یا "استتار" کرده‌اند. اما، الکترون  $۲s$  گاهی از شعاع بور به هسته نزدیکتر می‌شود، و در آنجا جاذبه بار هسته‌ای کل را حس می‌کند. به‌طور میانگین، الکترون  $۲s$  نیروی جاذبه اندکی بیشتر از الکترون



شکل ۱-۸ زیرپوسته (زیرتراز)های اتمی، به ترتیب افزایش انرژی، گروه‌بندیهای انرژی به مقیاس نیستند، بلکه صرفاً نمایانگر انرژیهای نسبی زیرپوسته‌ها هستند.

$2p$  را حس می‌کند؛ بنابراین الکترون  $2s$  پیوند محکمتری دارد و در تراز انرژی پایینتری قرار می‌گیرد. یک مثال حدی پیوند محکمتر یا مدارهای نافذ برای ترازهای  $n = 3$  به وقوع می‌پیوندد. الکترون  $3s$  به مدارهای داخلی نفوذ می‌کند (این الکترون، مطابق شکل ۷-۱۰، به‌ازای  $3$  کوچک دارای چگالی احتمال بزرگی است)، و الکترون  $3p$  هم تقریباً به همان مقدار نفوذ می‌کند. نفوذ الکترون  $3d$  به مدارهای داخلی ناچیز است. در نتیجه، ترازهای  $3s$  و  $3p$  دارای محکمترین پیوندهند و از این رو انرژی آنها از تراز  $3d$  کمتر است. برای ترازهای  $n = 4$  هم اتفاق مشابهی می‌افتد؛ پیوند محکمتر الکترونها  $4s$  و  $4p$  ترازهای انرژی آنها را چنان پایین می‌برد که؛ مطابق شکل ۸-۱، تقریباً بر تراز  $3d$  منطبق می‌شوند. ترازهای  $3d$  و  $4s$  به لحاظ انرژی خیلی به هم نزدیک‌اند؛ برای بعضی اتمها تراز  $3d$  پایینتر و برای بعضی اتمها  $4s$  پایینتر است. این اختلاف انرژی کم عامل مهمی در رسانندگی الکتریکی مس است، که در فصل آینده درباره آن صحبت خواهیم کرد.

پیوند محکمتر مدارهای نافذ  $s$  و  $p$  ترازهای  $5s$  و  $5p$  را به حوالی تراز  $4d$  می‌راند، و به همان ترتیب سبب می‌شود که ترازهای  $6s$  و  $6p$  تقریباً در همان انرژی ترازهای  $5d$  و  $4f$  ظاهر شوند. همان‌گونه که در مورد اتم هیدروژن دیدیم، فاصله میانگین مدارهای با  $n$  یکسان از هسته تقریباً برابر است. (الکترونها مدارهای نافذ زمان بیشتری را از الکترونها مدارهای غیرنافذ در نزدیکی هسته می‌گذرانند، اما زمان بیشتری را هم دورتر از هسته سپری می‌کنند؛ میانگین فاصله مدارهای نافذ تا هسته حدود همان میانگین فاصله مدارهای غیرنافذ تا هسته است. برای تأیید این امر در مورد اتم هیدروژن، به مسئله ۱۷ در فصل ۷ نگاه کنید.) مجموعه مدارهای با مقدار معین  $n$  را که میانگین فاصله آنها از هسته تقریباً یکسان است را پوسته اتمی می‌گویند. پوسته‌های اتمی را، به ترتیب زیر، با حروف مشخص می‌کنند:

$n$	۱	۲	۳	۴	۵
پوسته	$K$	$L$	$M$	$N$	$O$

ترازهای با مقدار معین  $n$  و  $l$  (مثلاً  $2s$  یا  $3d$ ) را زیرپوسته می‌گویند. تعداد الکترونها  $l$  که می‌توان در هر زیرپوسته قرار داد عبارت است از  $2(2l + 1)$ . عامل  $(2l + 1)$  از تعداد مقادیر مختلف  $m_l$  به‌ازای هر  $l$  ناشی می‌شود، زیرا  $m_l$  می‌تواند مقادیر  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  را بگیرد. عامل اضافی  $2$  ناشی از دو مقدار مختلف  $m_s$  است؛ به‌ازای هر  $m_l$  می‌توانیم داشته باشیم  $m_s = +1/2$  یا  $m_s = -1/2$ . مطابق با این چارچوب کلی، زیرپوسته  $1s$  ظرفیت تعداد  $2(2 \times 0 + 1) = 2$  الکترون را دارد؛ ظرفیت زیرپوسته  $3d$  عبارت است از

جدول ۱-۸ پرشدن زیرپوسته‌های اتمی

ظرفیت	زیرپوسته	l	n
$2(2l + 1)$			
۲	۱s	۰	۱
۲	۲s	۰	۲
۶	۲p	۱	۲
۲	۳s	۰	۳
۶	۳p	۱	۳
۲	۴s	۰	۴
۱۰	۳d	۲	۳
۶	۴p	۱	۴
۲	۵s	۰	۵
۱۰	۴d	۲	۴
۶	۵p	۱	۵
۲	۶s	۰	۶
۱۴	۴f	۳	۴
۱۰	۵d	۲	۵
۶	۶p	۱	۶
۲	۷s	۰	۷
۱۴	۵f	۳	۵
۱۰	۶d	۲	۶

$10 = 2(2 \times 2 + 1)$  الکترون. (توجه کنید که این ظرفیت به  $n$  بستگی ندارد؛ هر زیرپوسته  $d$  ظرفیت  $10$  الکترون را دارد.) جدول ۱-۸ ترتیب و ظرفیت زیرپوسته‌ها را نشان می‌دهد. به خاطر سپردن دقیق آنچه را که شکل ۱-۸ و جدول ۱-۸ نشان می‌دهند، اهمیت دارد. این شکل و جدول ترتیب پرشدن ترازهای انرژی را نشان می‌دهند و از این رو فقط نمایانگر الکترونیهای "خارجی" یا ظرفیت هستند. مثلاً،  $18$  الکترون نخست، ترازهای تا  $3p$  را پر می‌کنند، و ترازهای انرژی (زیرپوسته‌ها) که در اختیار الکترون نوزدهم در پتاسیم ( $Z = 19$ ) یا کلسیم ( $Z = 20$ ) قرار دارند، به خوبی در شکل ۱-۸ نشان داده شده‌اند. اما، ترازهای انرژی مناسب برای الکترون نوزدهم در عنصر سنگینی چون سرب ( $Z = 82$ ) خیلی فرق می‌کند. در این حالت، بهتر است اتم را به کمک پوسته‌ها توصیف کنیم؛ تمام حالت‌های  $n = 3$  (پوسته  $M$ ) با هم در یک گروه قرار می‌گیرند، به همان‌گونه که تمام حالت‌های  $n = 4$  (پوسته  $N$ )، والی آخر، در یک گروه قرار می‌گیرند. وقتی، مانند مورد پرتوهای  $x$ ، درباره ساختار داخلی اتم، صحبت می‌کنیم، ترتیب شکل ۱-۸ درست نیست، و بهتر است که این ترازها را به صورت پوسته‌ها گروه‌بندی کنیم، این کار را در بخش ۵-۸ انجام می‌دهیم.

## ۳-۸ جدول تناوبی

شکل ۲-۸ جدول تناوبی عناصر را نشان می‌دهد که آرایه منظم عناصر شیمیایی است که برحسب عدد اتمی  $Z$  فزاینده طوری مرتب شده‌اند که ستونهای عمودی، به نام گروهها، حاوی عناصری با خواص فیزیکی و شیمیایی تقریباً یکسان‌اند. در این بخش درباره ترتیب پرشدن زیرپوسته‌های الکترونی به گونه‌ای بحث می‌کنیم که به شناخت آرایش جدول تناوبی کمک کند. در بخش بعد برخی خواص فیزیکی و شیمیایی عناصر را بررسی می‌کنیم.

برای فهمیدن آرایش زیرپوسته‌ها و جدول تناوبی عناصر، باید از دو قاعده مربوط به پرشدن زیرپوسته‌های الکترونی پیروی کنیم:

۱. ظرفیت هر پوسته  $(2l + 1) \times 2$  است. (البته، این قاعده راه دیگری برای اصل طرد پاولی است.)

۲. الکترون‌ها پایستترین حالت‌های انرژی موجود (قابل دسترس) را اشغال می‌کنند.

برای نشان دادن آرایش الکترونی هر عنصر، از یک نمادگذاری بهره می‌گیریم که هویت زیرپوسته و تعداد الکترونهای موجود در آن را مشخص می‌کند. هویت زیرپوسته را مطابق معمول نشان داده‌ایم، و تعداد الکترونهای موجود در آن با یک شاخص نشان می‌دهیم. به این ترتیب، پیکربندی هیدروژن به صورت  $1s^1$  است، که نشان می‌دهد یک الکترون در پوسته  $1s$  است، و هلیم هم پیکربندی  $1s^2$  را دارد. هلیم هم یک زیرپوسته پر دارد (زیرپوسته  $1s$ ) و هم یک پوسته اصلی (پوسته  $K$ ) بسته و بنابراین عنصر فوق‌العاده پایدار و بی‌اثری است. در مورد لیتیم ( $Z = 3$ )، از پرکردن زیرپوسته  $2s$  شروع می‌کنیم؛ پیکربندی لیتیم به صورت  $1s^2 2s^1$  است. برای بریلیم

عناصر قللی		فلزات واسطه										گازهای بی‌اثر										
1s	1 H											2 He										
2s	3 Li 4 Be											3p 5 B 6 C 7 N 8 O 9 F 10 Ne										
3s	11 Na 12 Mg											3d 13 Al 14 Si 15 P 16 S 17 Cl 18 Ar										
4s	19 K 20 Ca	21 Sc 22 Ti 23 V 24 Cr 25 Mn 26 Fe 27 Co 28 Ni 29 Cu 30 Zn											4p 31 Ga 32 Ge 33 As 34 Se 35 Br 36 Kr									
5s	37 Rb 38 Sr	39 Y 40 Zr 41 Nb 42 Mo 43 Tc 44 Ru 45 Rh 46 Pd 47 Ag 48 Cd											5p 49 In 50 Sn 51 Sb 52 Te 53 I 54 Xe									
6s	55 Cs 56 Ba	71 Lu 72 Hf 73 Ta 74 W 75 Re 76 Os 77 Ir 78 Pt 79 Au 80 Hg											6p 81 Tl 82 Pb 83 Bi 84 Po 85 At 86 Rn									
7s	87 Fr 88 Ra	103 Lr 104 Rf 105 Ha 106 Sg 107 Nh 108 Hs 109 Mc 110 Ds 111																				
		5d																				
		6d																				
		4f										لاتانیدها (خانکهای کمیاب)										
		5f										آکتینیدها										

شکل ۲-۸ جدول تناوبی عناصر

( $Z = 4$ )  $(1s^2 2s^2)$  زیر پوسته  $2s$  پر است، و عنصر بعدی باید شروع به پر کردن زیر پوسته  $2p$  کند (بور،  $Z = 5$ )  $(1s^2 2s^2 2p^1)$ . زیر پوسته  $2p$  ظرفیت شش الکترون را دارد، و برای نئون ( $Z = 10$ ) و  $(1s^2 2s^2 2p^6)$  و زیر پوسته  $2p$  و هم پوسته  $L$  ( $n = 2$ ) تکمیل‌اند.

ردیف (یا دوره) بعدی با سدیم ( $Z = 11$ )  $(1s^2 2s^2 2p^6 3s^1)$  آغاز می‌شود، و زیر پوسته‌های  $3s$  و  $3p$  دقیقاً به همان صورت زیر پوسته‌های  $2s$  و  $2p$  پر می‌شوند، و این ردیف به گاز بی‌اثر نئون ( $Z = 18$ )  $(1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6)$  می‌انجامد. عناصر ردیف دوره سوم به لحاظ خواص شیمیایی شبیه عناصر متناظر ردیف (دوره) دوم هستند، و از این رو مستقیماً زیر آنها نوشته می‌شوند. الکترون بعدی معمولاً باید به تراز  $3d$  برود. اما، مدار بسیار نافذ الکترون  $4s$  سبب می‌شود که تراز  $4s$  با انرژی اندکی کمتر از تراز  $3d$  ظاهر شود، و از این رو زیر پوسته  $4s$  معمولاً اول پر می‌شود. از این رو، پیکربندی پتاسیم ( $Z = 19$ ) و کلسیم ( $Z = 20$ )، به ترتیب، عبارت‌اند از:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$  و  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$ . این عناصر خواصی شبیه به عناصر متناظر با یک و دو الکترون در زیر پوسته  $s$  در دوره‌های دوم و سوم دارند، و بنابراین مستقیماً زیر آنها قرار می‌گیرند.

اکنون پر کردن زیر پوسته  $3d$  را شروع می‌کنیم. چون هیچ زیر پوسته  $1d$  یا  $2d$  ای وجود ندارد (چرا وجود ندارد؟)، باید انتظار داشته باشیم عنصر اول با پیکربندی زیر پوسته  $d$  خواص شیمیایی نسبتاً متفاوتی با عناصری که قبلاً جایگزین کرده‌ایم داشته باشد؛ در نتیجه این عنصر در یکی از گروه‌ها (ستون‌ها)ی قبلاً اشغال شده ظاهر نخواهد شد، و از این رو گروه جدیدی را با اسکاندیم ( $Z = 21$ )  $(1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^1)$  آغاز می‌کنیم. زیر پوسته  $3d$  سرانجام با روی ( $Z = 30$ )  $(1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10})$  بسته می‌شود. در این رهگذر بعضی تغییرات جزئی هم پیش می‌آیند؛ مهمترین آنها در مس، با  $Z = 29$ ، است. برای این حالت تراز  $3d$  اندکی پایتتر از تراز  $4s$  قرار می‌گیرد، و از این رو زیر پوسته  $3d$  قبل از  $4s$  پر می‌شود، و به پیکربندی  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$  خواهد انجامید. به طوری که در بخش بعد خواهیم دید، این پیکربندی عامل رسانندگی الکتریکی زیاد مس به شمار می‌آید.

در سری بعدی عناصر، زیر پوسته  $4p$ ، از گالیم ( $Z = 31$ ) تا گاز بی‌اثر کریبتون ( $Z = 36$ )، پر می‌شود. وقتی به دوره بعدی می‌رویم، باز هم زیر پوسته  $5s$  را پیش از زیر پوسته  $4d$  پر می‌کنیم، و سری  $10$  عنصر متناظر با پر بودن زیر پوسته  $4d$  مستقیماً در زیر سری عناصری نوشته می‌شود که دارای پیکربندیهای پر نشده در زیر پوسته  $3d$  هستند. (نقره، با  $Z = 47$ ، دقیقاً با مس در دوره چهارم، با زیر پوسته  $4d$  که قبل از  $5s$  پر می‌شود، متناظر است.) بعد از تکمیل زیر پوسته  $4d$ ، زیر پوسته  $5p$  پر می‌شود، و به گاز بی‌اثر زنون ( $Z = 54$ ) می‌انجامد.

دوره بعدی با سزیم و باریم که زیر پوسته  $s$  را پر می‌کنند و لانتانم که زیر پوسته  $5d$  را پر می‌کند

آغاز می‌شود. مانند دو مورد دوره‌های قبلی،  $5d$  و  $6s$  در انرژی تقریباً یکسانی قرار دارند؛ چون  $6s$  در انرژی اندک پایینتری قرار دارد، ابتدا پر می‌شود. اما، باز هم زیر پوسته دیگری تقریباً در همان انرژی  $6s$  و  $5d$ ، یعنی زیر پوسته  $4f$  وجود دارد، که اکنون از سریم به لوتیتم، شروع به پر شدن می‌کند. این دسته عناصر، به نام لانتانیدها یا خاکهای کمیاب، معمولاً در جدول تناوبی عناصر به صورت جداگانه نوشته می‌شوند، زیرا عناصر زیر پوسته  $f$  دیگری وجود ندارند که زیر آنها نوشته شوند. زیر پوسته  $4f$  ظرفیت ۱۴ الکترون را دارد، و از این رو ۱۴ عنصر در سری لانتانیدها وجود دارد. به محض تکمیل شدن زیر پوسته  $4f$ ، به پر کردن زیر پوسته  $5d$  بر می‌گردیم، و آن عناصر را در گروه زیر گروه‌های متناظر با عناصر  $3d$  و  $4d$  می‌نویسیم، و سپس دوره را با پر کردن زیر پوسته  $6p$  تکمیل می‌کنیم، که به گاز بی‌اثر رادون ( $Z = 86$ ) ختم می‌شود. دوره هفتم خیلی شبیه به دوره ششم با سری عناصر به نام اکتینید پر می‌شود، که زیر لانتانیدهای متناظر با پر شدن زیر پوسته  $5f$ ، نوشته می‌شود. در جدول ۲-۸ پیکربندی الکترونی بعضی عناصر درج شده است.

جدول ۲-۸ آرایش الکترونی بعضی عناصر<sup>۱</sup>

$[\text{Kr}]5s^2 4d^1$	Y	$1s^1$	H
$[\text{Kr}]5s^1 4d^5$	Mo	$1s^2$	He
$[\text{Kr}]5s^1 4d^1 0$	Ag	$1s^2 2s^1$	Li
$[\text{Kr}]5s^2 4d^1 0 5p^1$	In	$1s^2 2s^2$	Be
$[\text{Kr}]5s^2 4d^1 0 5p^6$	Xe	$1s^2 2s^2 2p^1$	B
$[\text{Xe}]6s^1$	Cs	$1s^2 2s^2 2p^6$	Ne
$[\text{Xe}]6s^2 5d^1$	La	$[\text{Ne}]3s^1$	Na
$[\text{Xe}]6s^2 5d^1 4f^1$	Ce	$[\text{Ne}]3s^2 3p^1$	Al
$[\text{Xe}]6s^2 4f^2$	Pr	$[\text{Ne}]3s^2 3p^6$	Ar
$[\text{Xe}]6s^2 5d^1 4f^7$	Gd	$[\text{Ar}]4s^1$	K
$[\text{Xe}]6s^2 4f^1 0$	Dy	$[\text{Ar}]4s^2 3d^1$	Sc
$[\text{Xe}]6s^2 4f^1 2$	Yb	$[\text{Ar}]4s^1 3d^5$	Cr
$[\text{Xe}]6s^2 5d^1 4f^1 2$	Lu	$[\text{Ar}]4s^2 3d^5$	Mn
$[\text{Xe}]6s^2 5d^5 4f^1 2$	Re	$[\text{Ar}]4s^1 3d^1 0$	Cu
$[\text{Xe}]6s^1 5d^1 0 4f^1 2$	Au	$[\text{Ar}]4s^2 3d^1 0$	Zn
$[\text{Xe}]6s^2 5d^1 0 4f^1 2$	Hg	$[\text{Ar}]4s^2 3d^1 0 4p^1$	Ga
$[\text{Xe}]6s^2 5d^1 0 4f^1 2 6p^1$	Tl	$[\text{Ar}]4s^2 3d^1 0 4p^6$	Kr
$[\text{Xe}]6s^2 5d^1 0 4f^1 2 6p^6$	Rn	$[\text{Kr}]5s^1$	Rb

۱. منظور از نمادهای داخل گروه این است که اتم دارای آرایش گاز بی‌اثر قبل از خود به اضافه الکترونهاست اضافی است که در جدول ثبت شده‌اند.



موضوع بسیار مهم درباره این طرح، آن است که آرایش جدول تناوبی خیلی پیش از آشنایی با نظریه اتمی شناخته شده بود. دیمیتری مندلیف در سال ۱۸۵۹ عناصر را در گروهها و دورههایی براساس خواص شیمیایی و فیزیکیشان سازمان داد؛ شناخت این سازمان و نظم به کمک ترازهای اتمی پیروزی بزرگ نظریه اتمی است. آنچه باقی می ماند تفسیر خواص شیمیایی و فیزیکی عناصر براساس این ترازهای اتمی است.

## ۴-۸ خواص عناصر

در این بخش روش به کارگیری معلوماتمان درباره ساختار اتمی را برای درک خواص فیزیکی و شیمیایی عناصر به اختصار بررسی می کنیم. بحثمان بر دو اصل زیر استوار است:

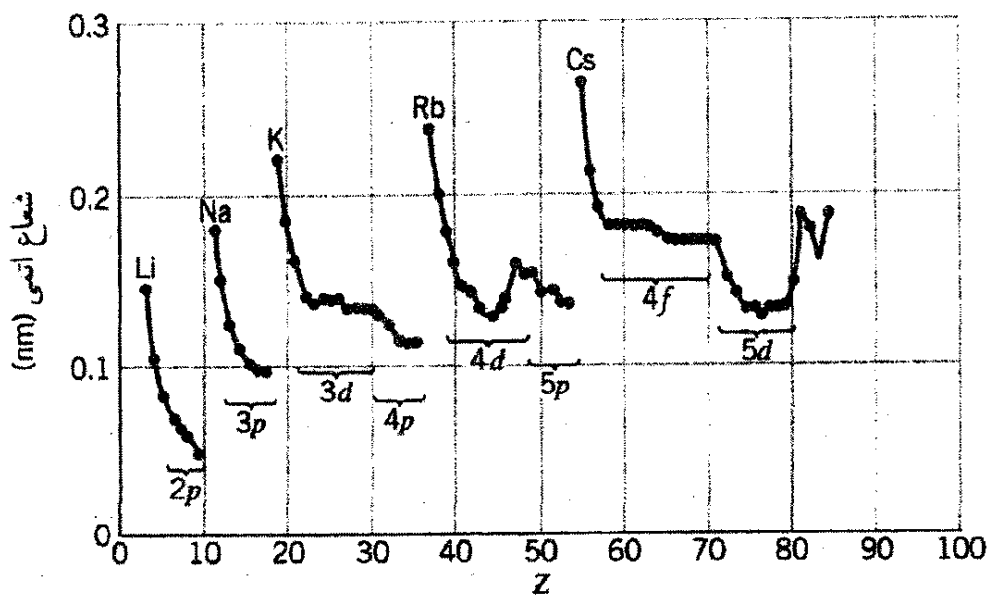
۱. زیر پوسته های پر معمولاً پیکربندیهای بسیار پایداری هستند. اتمی با یک الکترون خارج از پوسته ای بسته به آسانی با دادن آن الکترون به اتم دیگر یک پیوند شیمیایی تشکیل می دهد. به همین ترتیب، اتمی که یک الکترون برای تشکیل یک پوسته بسته کم دارد به آسانی الکترونی اضافی را از یک اتم دیگر می گیرد و یک پیوند شیمیایی تشکیل می دهد.

۲. زیر پوسته های پر معمولاً نقشی در خواص شیمیایی یا فیزیکی اتم ندارند. فقط الکترونهاي زیر پوسته های پرنشده را باید در نظر گرفت. (انرژیهای پرتو  $x$  از این قاعده مستثنی است.) چند خاصیت فیزیکی مختلف عناصر را در نظر می گیریم، و سعی می کنیم به آن خواص براساس نظریه اتمی پی ببریم.

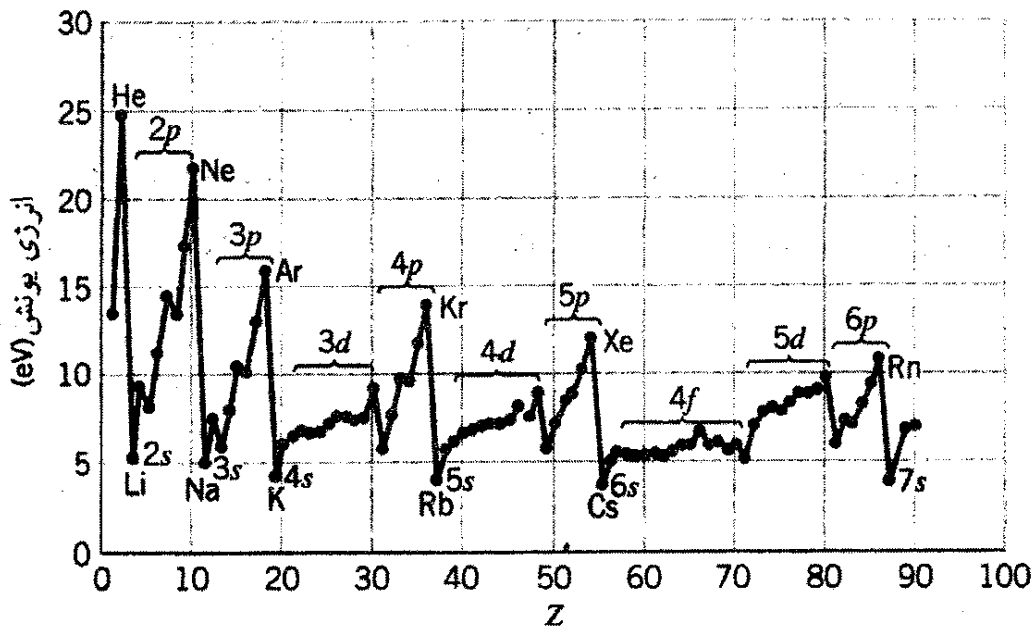
۱. شعاعهای اتمی. قبلاً دیدیم که شعاع اتم یک کمیت دقیقاً مشخص نیست، زیرا چگالی احتمال وجود الکترون "اندازه" اتم را تعیین می کند. به همین ترتیب تعیین این شعاعها به روش تجربی دشوار است، و در واقع آزمایشهای مختلف مقادیر مختلفی را برای شعاعها می دهند. یکی از راههای تعیین این شعاع استفاده از فاصله بین اتمها در بلوری حاوی آن عنصر است. شکل ۳-۸ نشان می دهد که چگونه این شعاعهای اتمی برحسب  $Z$  تغییر می کنند.

۲. انرژی یونش. کمینه انرژی لازم برای خارج کردن یک الکترون از اتم را انرژی یونش آن اتم می گویند. مثلاً، انرژی یونش هیدروژن  $13.6\text{eV}$  است. انرژی یونش اولین الکترون هلیوم  $24.6\text{eV}$  و برای دومین الکترون  $54.4\text{eV}$  است. جدول ۳-۸ انرژی یونش برخی عناصر و شکل ۴-۸ تغییرات انرژی یونش با عدد اتمی  $Z$  را نشان می دهد.

۳. مقاومت ویژه الکتریکی. در مواد کپهای، جریان الکتریکی وقتی به وجود می آید که یک اختلاف پتانسیل (ولتاژ) در دو سر ماده برقرار شود. رابطه  $V = iR$  جریان  $i$  را به ولتاژ  $V$  مربوط



شکل ۳-۸ شعاعهای اتمی، که به کمک فاصله‌های اتمی در بلورهای یونی تعیین شده‌اند. این شعاعها با میانگین شعاع ابر الکترونی در اتمهای آزاد، تفاوت دارند.



شکل ۴-۸ انرژیهای یونش اتمهای خنثای عناصر.

جدول ۳-۸ انرژیهای یونش اتمهای خنثای [برحسب eV] برای بعضی عناصر

۱۵٫۷۶	Ar	۱۳٫۶۰	H
۴٫۳۴	K	۲۴٫۵۹	He
۷٫۷۲	Cu	۵٫۳۹	Li
۱۴٫۰۰	Kr	۹٫۳۲	Be
۴٫۱۸	Rb	۲۱٫۵۶	Ne
۹٫۲۲	Au	۵٫۱۴	Na

می‌کند، که در آن  $R$  مقاومت الکتریکی ماده است. اگر ماده یکنواخت و به طول  $L$  و سطح مقطع  $A$  باشد، مقاومت عبارت خواهد بود از:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

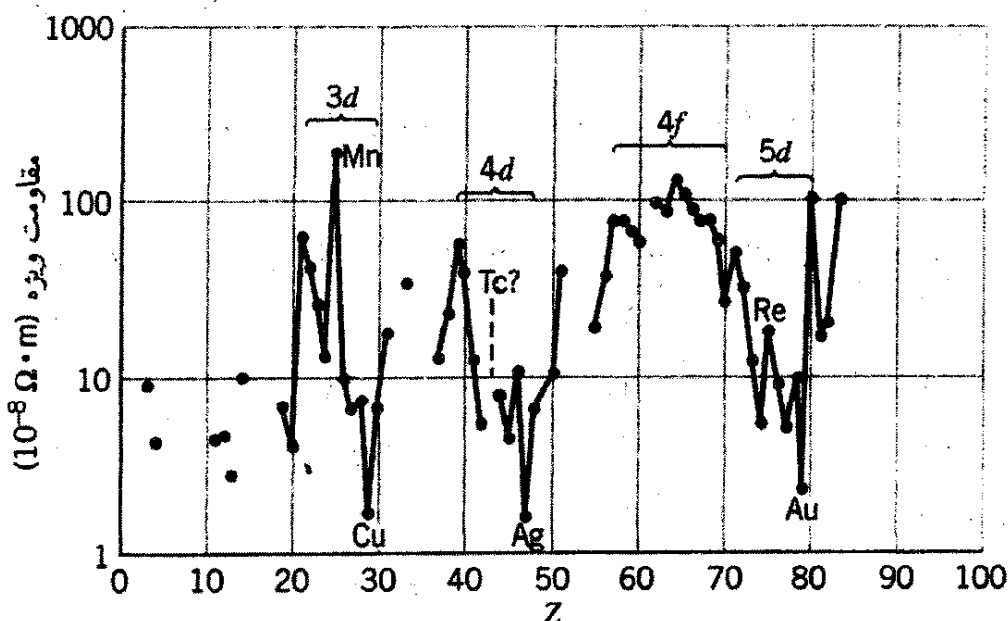
مقاومت ویژه الکتریکی،  $\rho$ ، مشخصه نوع ماده است و برحسب اهم-متر ( $\text{ohm}\cdot\text{m}$ ) اندازه‌گیری می‌شود. مقاومت ویژه رساناهای الکتریکی خوب کم است (برای مس  $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \text{ohm}\cdot\text{m}$ )؛ در رسانای ضعیف، مقاومت ویژه زیاد (برای گوگرد،  $\rho = 2 \times 10^{15} \text{ohm}\cdot\text{m}$ ) است. از دیدگاه اتمی، جریان به حرکت الکترونیایی بستگی دارند که پیوندشان نسبتاً سست است، و می‌توان آنها را با برقرارکردن اختلاف پتانسیل از اتم جدا کرد، و همین‌طور به توانایی الکترونها در رفتن از یک اتم به اتم دیگر. به این ترتیب انتظار داریم عناصر دارای الکترونها  $s$ ، که پیوندشان بسیار ضعیف است و از هسته بسیار دور می‌شوند مقاومت ویژه بسیار کمی داشته باشند.

شکل ۵-۸ تغییرات مقاومت ویژه الکتریکی را برحسب عدد اتمی نشان می‌دهد.

۴. پذیرفتاری مغناطیسی. وقتی ماده‌ای را در یک میدان مغناطیسی به شدت  $B$  قرار دهند، این ماده "مغناطیده" می‌شود و دارای مغناطیدگی  $M$  می‌شود، که برای بسیاری مواد با  $B$  متناسب است:

$$\mu \cdot M = \chi B$$

که  $\chi$  ثابت بی‌بعدی به نام پذیرفتاری مغناطیسی است. (موادی که در آنها  $\chi > 0$  پارامغناطیسی اند؛

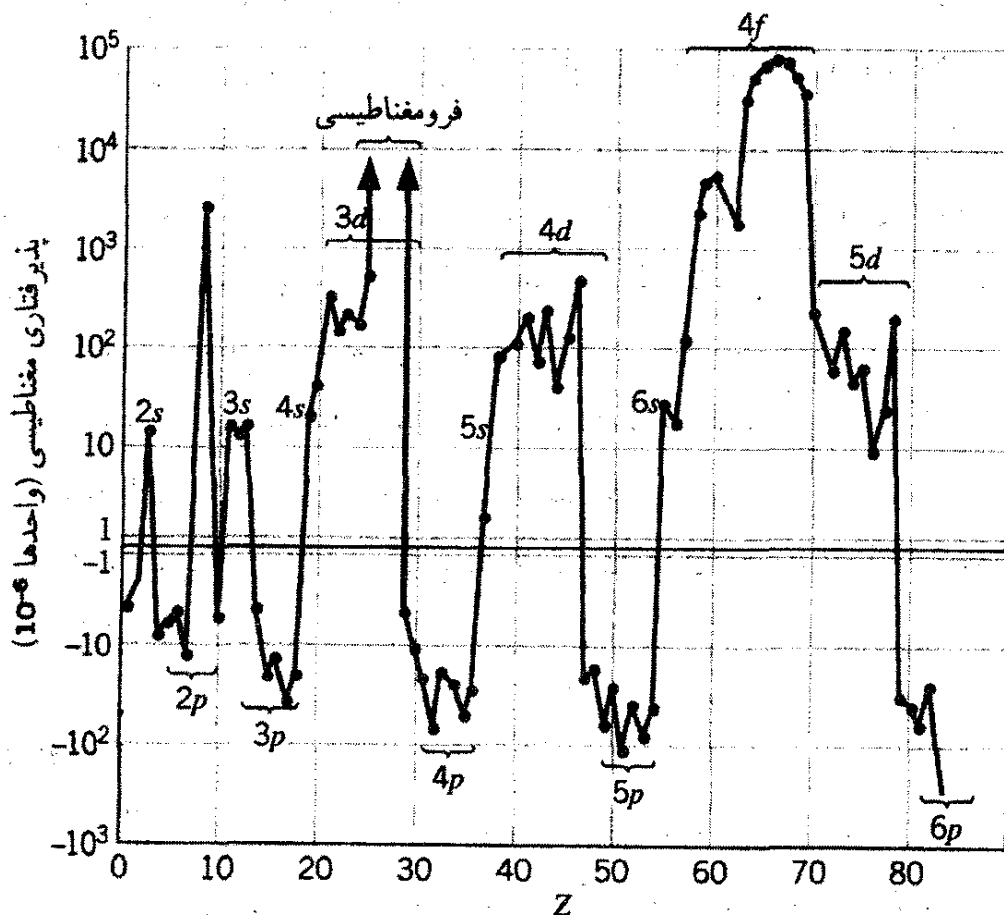


شکل ۵-۸ مقاومت ویژه الکتریکی عناصر.

به موادی که در آنها  $\chi < 0$  دیامغناطیسی می‌گویند؛ موادی را که همواره، حتی وقتی  $B$  وجود ندارد، مغناطیده باقی می‌مانند فرومغناطیسی می‌گویند و  $\chi$  برای چنین موادی نامعین است. از دیدگاه اتمی، مغناطیسی بودن آنها به  $L$  و  $S$  الکترونها در زیر پوسته‌های پرنشده بستگی دارد، زیرا گشتاورهای مغناطیسی  $\mu_L$  و  $\mu_S$  با  $L$  و  $S$  متناسب‌اند (جدول ۷-۲ را به یاد آورید). این اثر عامل پذیرفتاریهای پارامغناطیسی است و در اتمهایی یافت می‌شود که در آنها  $L$  یا  $S$  غیر صفر باشد. دیامغناطیسی ناشی از اثر زیر است: وقتی یک میدان مغناطیسی متغیر در سطح محدود به یک مدار الکتریکی وجود داشته باشد، جریانی القایی در این مدار برقرار می‌شود؛ این جریان القایی یک میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد که با تغییرات میدان اعمال شده مخالفت می‌کند (قانون لنز). در فیزیک اتمی، جریان الکتریکی الکترونی است که حول هسته می‌گردد، و جریان القایی ناشی از سرعت گرفتن یا کند شدن حرکت الکترون در مدار به هنگام برقراری میدان مغناطیسی است. این کار نوعی مغناطیدگی در ماده به وجود می‌آورد که بر خلاف میدان اعمال شده  $B$  است، و از این رو تأثیر دیامغناطیسی بر  $\chi$  منفی است.

شکل ۸-۶ پذیرفتاری مغناطیسی عناصر را نشان می‌دهد.

با بررسی شکلهای ۸-۳ تا ۸-۶، می‌توانید نظمهای چشمگیری را در ویژگیهای عناصر مشاهده



شکل ۸-۶ پذیرفتاری مغناطیسی عناصر.

کنید به خصوص توجه کنید که خواص دنباله عناصر مختلف، مثلاً مقاومت ویژه الکتریکی عناصر زیر پوسته  $d$  یا پذیرفتاری مغناطیسی عناصر زیر پوسته  $p$ ، چقدر شبیه هم هستند. اکنون ببینیم چگونه ساختار اتمی عامل این ویژگیهاست.

## گازهای بی اثر

گازهای بی اثر آخرین ستون جدول تناوبی عناصر را اشغال می کنند. چون گازهای بی اثر فقط دارای زیر پوسته های پر هستند، عموماً با سایر عناصر، ترکیبهای شیمیایی تشکیل نمی دهند؛ این عناصر تمایل به دادن یا پذیرفتن الکترون ندارند. این عناصر در دمای اتاق به صورت گازهای تک اتمی اند، و چون اتمهایشان به یکدیگر نمی پیوندند، نقطه جوش خیلی پایینی (نوعاً  $20^\circ\text{C}$  -) دارند. انرژی یونش آنها خیلی بیشتر از انرژی یونش عناصر مجاور است، زیرا برای بازکردن یک زیر پوسته پر انرژی بسیار زیادی لازم است.

## عناصر زیر پوسته $p$

عناصر ستون (گروه) بعد از گازهای بی اثر هالوژنها ( $\text{At, I, Br, Cl, F}$ ) هستند. این اتمها یک الکترون کمتر از یک پوسته بسته دارند و پیکربندی آنها به صورت  $np^5$  است. چون پیکربندی زیر پوسته بسته بسیار پایدار است، این عناصر به آسانی با اتمهایی ترکیب می شوند که می توانند یک الکترون لازم برای بستن زیر پوسته  $p$  را تأمین کنند. بنابراین، هالوژنها فوق العاده واکنش پذیرند. با گذر از سری شش عنصری که در آنها زیر پوسته  $p$  پر می شود، شعاع اتمی کاهش می یابد. این "انقباض" به این سبب رخ می دهد که بار هسته ای فزاینده، تمام مدارهای نزدیک به هسته را به طرف خود می کشد. با توجه به شکل ۸-۳ پی می بریم که هالوژنها کوچکترین شعاع را در هر سری زیر پوسته  $p$  دارند. (شعاع بلور یونی گازهای بی اثر مشخص نیست.) با افزایش بار هسته ای، پیوند الکترونیهای  $p$  نیز محکمتر می شود؛ در شکل ۸-۴ می بینیم که انرژی یونش چگونه با پر شدن زیر لایه  $p$  به صورت منظم افزایش می یابد. از شکل ۸-۶ می بینیم که هر سری زیر پوسته  $p$  دیامغناطیسی است که پذیرفتاری مغناطیسی منفی مشخصه آن است.

## عناصر زیر پوسته $s$

عناصر دو ستون (گروه) اول را قلیایی (پیکربندی  $ns^1$ ) و قلیایی خاکی ( $ns^2$ ) می گویند. تک الکترون  $s$  عنصر قلیایی را بسیار واکنش پذیر می کند؛ قلیاییهای خاکی نیز، به رغم پر بودن زیر پوسته  $s$ ، به همان میزان واکنش پذیرند. این بدان سبب است که تابع موج الکترون  $s$  می تواند تا

فاصله‌های نسبتاً دور از هسته گسترش یابد، که در آنجا الکترون (به واسطه وجود  $1 - Z$  الکترون دیگر) از تأثیر بار هسته‌ای محفوظ می‌ماند و بنابراین پیوند آن چندان محکم نیست. (با توجه به شکل ۸-۳ پیکربندهای  $ns^1$  و  $ns^2$  بزرگترین شعاع اتمی را می‌دهند، و با توجه به شکل ۸-۴ این پیکربندیها کمترین انرژیهای یونش را دارند.) به همین دلایل، عناصر  $ns^1$  و  $ns^2$  رساناهای الکتریکی نسبتاً خوبی هستند. در شکل ۸-۶ می‌بینیم که این عناصر پارامغناطیسی‌اند؛ به‌زای  $l = 0$ ، دیامغناطیسی سهمی در خاصیت مغناطیسی ندارد.

## فلزات واسطه

سه ردیف عناصر که در آنها زیرپوسته  $d$  (Sc تا Zn، Y تا Cd، Lu تا Hg) پر می‌شوند، فلزات واسطه می‌نامند. بسیاری از خواص شیمیایی آنها را الکترونهاي "خارجی" تعیین می‌کنند؛ تابع موج این الکترون تا دورترین نقطه از هسته گسترش می‌یابند. در فلزات واسطه، همواره شعاع متوسط الکترونهاي  $s$ ، از شعاع متوسط الکترونهاي  $d$  بزرگتر است. (به یاد آورید که شعاع متوسط عمدتاً تابع  $n$  است؛ برای الکترونهاي  $s$  فلزات واسطه  $n$  بزرگتر از الکترونهاي  $d$  است) با افزایش عدد اتمی رشته فلزات واسطه، یک الکترون  $d$  و یک واحد بار هسته‌ای اضافه می‌کنیم؛ تأثیر نهایی بر الکترون  $s$  اندک است، زیرا الکترون اضافی  $d$ ، الکترون  $s$  را از بار هسته‌ای اضافی پنهان می‌کند. بنابراین خواص شیمیایی فلزات واسطه، همان‌طور که تغییرات اندک شعاع و انرژی یونش نشان می‌دهد، بسیار شبیه به یکدیگر است.

مقاومت ویژه الکتریکی فلزات واسطه دارای دو جنبه بارز است: خیز شدید در مرکز دنباله، و افت شدید در نزدیکی انتها (شکل ۸-۵). فروافت شدید در حوالی انتهای دنباله حاکی از مقاومت ویژه اندک (رسانندگی زیاد) مس، نقره، و طلاست. اگر زیرپوسته  $d$  را به صورت پیش‌بینی شده پر می‌کردیم، پیکربندی مس به صورت  $4s^1 3d^1$  در می‌آمد؛ اما زیرپوسته  $d$  پر از زیرپوسته  $s$  پایدارتر است، و از این رو یکی از الکترونهاي  $s$  به زیرپوسته  $d$  منتقل می‌شود، که به پیکربندی  $4s^1 3d^1$  می‌انجامد. این تک‌الکترون  $s$  نسبتاً آزاد است که از مس رسانایی بسیار خوب می‌سازد. رفتار نقره ( $5s^1 4d^1$ ) و طلا ( $6s^1 5d^1$ ) هم همین‌طور است.

در مرکز دنباله فلزات واسطه، خیز شدیدی در مقاومت ویژه به چشم می‌خورد؛ ظاهراً پوسته نیمه پر نیز پیکربندی پایدار است، و از این رو مقاومت ویژه  $Mn(3d^5)$  و  $Re(5d^5)$  از عناصر مجاورشان بیشتر است. (عنصر Tc، با پیکربندی  $4d^5$ ، پرتوزاست و در طبیعت یافت نمی‌شود؛ مقاومت ویژه آن نامعلوم است.) خیز مشابهی در مقاومت ویژه در مرکز دنباله  $4f$  دیده می‌شود. پذیرفتاری پارامغناطیسی فلزات واسطه شبیه به هم است، زیرا در این فلزات تکانه زاویه‌ای مداری

الکترونهاي  $d$  بزرگ است، همچنين تعداد الکترونهاي زیر پوسته  $d$  که می‌توانند گشتاورهای مغناطیسی اسپینی خود را جفت کنند نیز بیشتر است. این دو اثر به قدر کافی بزرگ هستند تا بر دیامغناطیسی حرکت مداری فائق آیند. الکترونهاي  $d$ ، با تکانه زاویه‌ای بزرگشان عامل فرومغناطیسی بودن آهن، نیکل، و کبالت به شمار می‌آیند. اما، به محض پرشدن زیر پوسته  $d$ ، گشتاورهای مغناطیسی مداری و اسپینی دیگر تأثیری در خواص مغناطیسی ندارند (تمام مقادیر  $m_l$  و  $m_s$ ، مثبت و نیز منفی، اختیار می‌شوند)؛ به این دلیل، مس و روی، برخلاف فلزات واسطه مجاورشان، پارامغناطیسی نیستند، بلکه دیامغناطیسی‌اند.

### لانتانیدها (خاکهای کمیاب)

خاکهای کمیاب بیشتر شبیه فلزات واسطه‌اند که در آنها یک زیر پوسته "داخلی" (زیر پوسته  $4f$ ) بعد از زیر پوسته‌ای "خارجی" (زیر پوسته  $6s$ ) پر می‌شود. به دلایلی که در بالا ذکر شد، خواص شیمیایی خاکهای کمیاب باید شبیه هم باشد، زیرا این خواص را عمدتاً الکترون  $6s$  تعیین می‌کند؛ شعاعها و انرژیهای یونش درستی این مطلب را نشان می‌دهند.

به واسطه تکانه زاویه‌ای مداری بزرگتر الکترونهاي زیر پوسته  $f$  ( $l = 3$ ) و نیز به علت بیشتر بودن تعداد الکترونهاي زیر پوسته  $f$  که می‌توانند گشتاورهای مغناطیسی اسپینی خود را همخط کنند، پذیرفتاری پارامغناطیسی خاکهای کمیاب حتی از پذیرفتاری پارامغناطیسی فلزات واسطه هم بزرگتر است. حتی خاصیت فرومغناطیسی خاکهای کمیاب به طور قابل ملاحظه‌ای شدیدتر از خاصیت فرومغناطیسی عناصر گروه آهن است. معمولاً فکر می‌کنیم که، آهن مغناطیسی‌ترین عناصر است. اگر یک تکه آهن را مغناطیده کنیم، میدان مغناطیسی داخلی (در داخل این قطعه آهن) آن حدود  $28T$  می‌شود. میدان مغناطیسی داخلی فلز هولمیم مغناطیده، یکی از خاکهای کمیاب،  $800T$ ، یعنی تقریباً  $30^\circ$  برابر میدان مغناطیسی داخلی آهن است! بخش اعظم خاکهای کمیاب دیگر هم همین خواص مغناطیسی را دارند. (فلزات خاکی کمیاب سواص "فرومغناطیسی" خود را در دمای اتاق بروز نمی‌دهند، بلکه باید تا دماهای پایینتر از آن سرد شوند. هولمیم باید تا  $2^\circ K$  سرد شود تا خواص مغناطیسی خود را بروز دهد.)

### اکتینیدها

خواص فیزیکی و شیمیایی رشته عناصر اکتینید مشابه خواص خاکهای کمیاب است. متأسفانه، اکثر عناصر اکتینید (عناصر فراتر از اورانیوم) پرتوزا هستند و در طبیعت یافت نمی‌شوند. این عناصر را به طور مصنوعی تولید می‌کنند و فقط به میزان اندک یافت می‌شوند. به این ترتیب نمی‌توانیم بسیاری از خواص کپه‌ای آنها را تعیین کنیم.

## ۵-۸ پرتوهای x

همان‌طور که در فصل ۳ گفتیم، پرتوهای x تابشهای الکترومغناطیسی با طول‌موجهای تقریباً از  $1\text{ nm}$  تا  $10\text{ nm}$  (انرژی تقریباً از  $10^4\text{ eV}$  تا  $10^6\text{ keV}$ ) هستند. در فصل ۳ درباره طیف پیوسته پرتو x که از الکترونهاى شتابدار گسیل می‌شدند صحبت کردیم. در این بخش به طیفهای خطی پرتو x گسسته می‌پردازیم که از آنها گسیل می‌شوند.

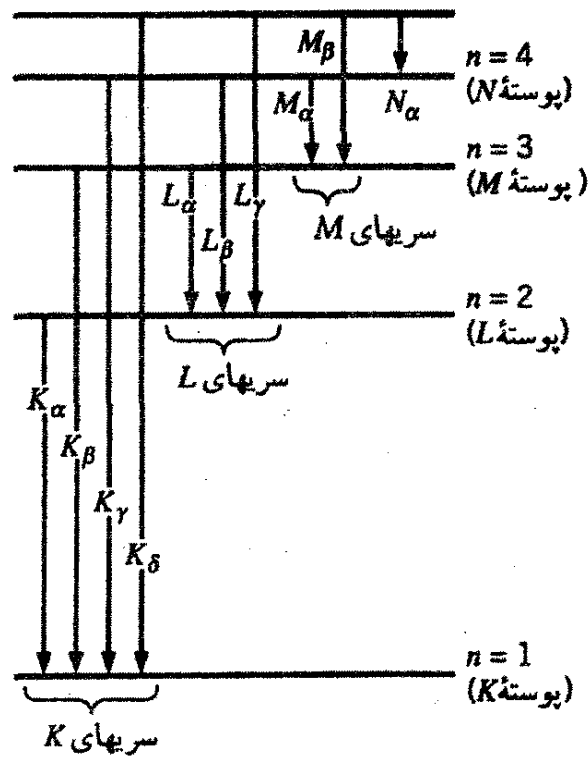
پرتوهای x در گذارهای بین ترازهای انرژی زیرین آنها گسیل می‌شوند که معمولاً پر هستند. پیوند الکترونهاى داخلی به اندازه‌ای محکم است که فاصله این ترازها برای گسیل فوتونهایی در گستره طول‌موجهای پرتو x مناسب است. پیوند الکترونهاى خارجی نسبتاً ضعیفتر، و فاصله بین این ترازهای خارجی فقط چند الکترون‌ولت است؛ گذارهای بین این ترازها به فوتونها انرژی در حدود چند الکترون‌ولت می‌دهد، که مربوط به ناحیه مرئی طیف است. این گذارهای "اپتیکی" را در بخش بعد بررسی می‌کنیم.

چون تمام پوسته‌های داخلی اتم پر هستند، گذارهای پرتو x در شرایط عادی بین این ترازها صورت نمی‌گیرد. مثلاً، یک الکترون  $2p$  نمی‌تواند گذاری به زیرپوسته  $1s$  داشته باشد، زیرا تمام اتمهای بالاتر از هیدروژن دارای زیرپوسته‌های  $1s$  پر هستند. برای مشاهده این گذار، باید الکترونی را از زیرپوسته  $1s$  خارج کنیم. این کار را می‌توان با بمباران کردن اتم با الکترونها (یا سایر ذرات) انجام داد که به میزان کافی شتاب گرفته‌اند تا پس از یک برخورد، یک الکترون  $1s$  را آزاد کنند. (این کار به ولتاژهای شتاب‌دهنده‌ای از مرتبه  $10^4\text{ V}$  نیازمند است.)

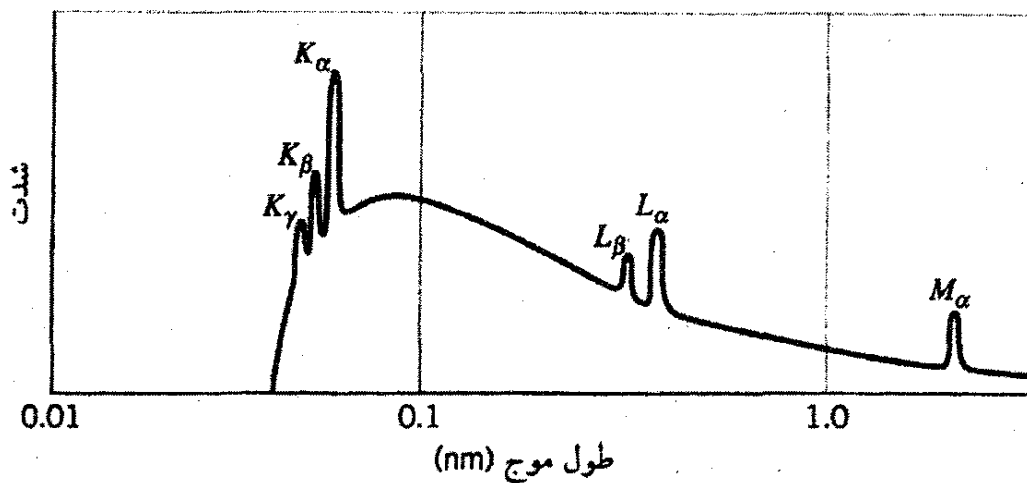
همین که یک الکترون از زیرپوسته  $1s$  خارج شد، یک الکترون از یک زیرپوسته بالاتر به سرعت با یک گذار آن جای خالی را پر می‌کند، و در این فرایند یک فوتون پرتو x گسیل می‌کند. انرژی این فوتون با اختلاف انرژی ترازهای اولیه و نهایی الکترونی که این گذار را انجام می‌دهد، برابر است.

قبلاً یک نمادگذاری را تعریف کردیم که در آن پوسته  $n = 1$  را پوسته  $K$  نامیدیم، وقتی یک الکترون  $1s$  را خارج کردیم، یک تهیجا در پوسته  $K$  به وجود می‌آید. پرتوهای xی را که در فرایند برگردن این تهیجا گسیل می‌شوند پرتوهای x پوسته  $K$ ، یا به اختصار پرتوهای  $Kx$  می‌نامند. (این پرتوهای x در گذارهایی گسیل می‌شوند که از پوسته‌های  $L$ ،  $M$ ،  $N$ ، ... سرچشمه می‌گیرند، اما آنها را به نام تهیجایی می‌شناسند که آن را پر کرده‌اند و نه پوسته‌ای که از آنجا سرچشمه گرفته‌اند.) پرتو  $Kx$  که از پوسته  $n = 2$  (پوسته  $L$ ) سرچشمه می‌گیرد، پرتو  $K_{\alpha}x$  نام دارد، و پرتوهای  $Kx$  ناشی از پوسته‌های بالاتر را  $K_{\beta}$ ،  $K_{\gamma}$ ، والی آخر می‌گویند. در شکل ۷-۸ این گذارها را مشاهده می‌کنید. این امکان نیز وجود دارد که الکترونهاى بمباران‌کننده بتوانند یک الکترون را از پوسته  $L$  بکنند، و الکترونهاى ترازهای بالاتر برای برگردن این تهیجا فرو بریزند. فوتونهایی را که در این گذارها گسیل





شکل ۸-۷ سری پرتو X.



شکل ۸-۸ طیف پرتو X مشخصه نقره، که می‌تواند بر اثر برخورد الکترونیهای  $30 \text{ keV}$  به یک هدف نقره، تولید شود. توزیع پیوسته یک طیف تابش ترمزی است.

می‌شوند پرتوهای  $LX$  می‌گویند. پرتو X با کمترین انرژی سری  $L$  را  $L_\alpha$  می‌نامند، و سایر پرتوهای  $LX$  را به ترتیب افزایش انرژی، مطابق شکل ۸-۷، نامگذاری می‌کنند.

ممکن است پس از پرتو  $X K_\alpha$  یک پرتو X مستقیماً  $L$  گسیل شود. یک تهیجا در پوسته  $K$  را می‌توان با گذاری از پوسته  $L$ ، و گسیل پرتو  $X K_\alpha$  پر کرد. اما، الکترونی که از پوسته  $L$  خارج شده است در آنجا یک تهیجا باقی می‌گذارد، الکترونی از پوسته بالاتر می‌تواند آن را پر کند، که این کار با گسیل یک پرتو  $X L$  همراه است.

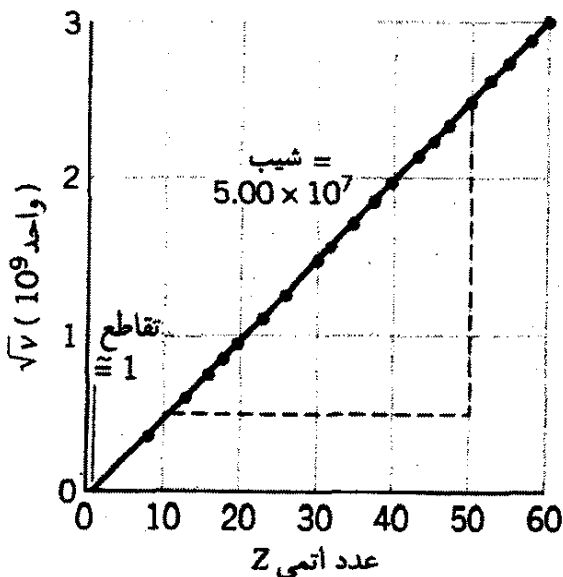
به همین ترتیب، سایر سریها را با  $M$ ،  $N$  و الی آخر علامت‌گذاری می‌کنیم. شکل ۸-۸ نمونه طیف پرتو X را نشان می‌دهد که از نقره گسیل شده است.

تاکنون اختلاف انرژی زیرپوسته‌های درون پوسته‌های اصلی را در نظر نگرفتیم. مثلاً پرتو  $x$   $L_{\alpha}$  می‌تواند از یکی از ترازهای  $n = 3$  ( $3d, 3p, 3s$ ) سرچشمه بگیرد و به یکی از ترازهای  $n = 2$  ( $2p, 2s$ ) ختم شود. انرژی این گذارهای مختلف کمی با هم اختلاف دارند، به طوری که چندین پرتو  $x$   $L_{\alpha}$  به وجود خواهد آمد، که انرژی آنها در مقایسه با، مثلاً، اختلاف انرژی بین پرتوهای  $L_{\alpha}$  و  $L_{\beta}$ ، کوچک است. در واقع، در بسیاری از کاربردها، حتی متوجه این شکافتگی انرژی اندک نمی‌شویم.

اکنون بگذارید پرتو  $x$   $K_{\alpha}$  را با تفصیل بیشتری بررسی کنیم. یک الکترون در پوسته  $L$  را دو الکترون  $1s$  استتار می‌کند، و از این رو بار هسته‌ای مؤثر برای این الکترون  $Z - 2 \cong Z_{\text{مؤثر}}$  است. وقتی یکی از آن الکترونها  $1s$  در هنگام ایجاد تهیجای پوسته  $K$  خارج می‌شود، تنها الکترون باقیمانده  $1s$  پوسته  $L$  را می‌پوشاند، و بنابراین  $Z - 1 \cong Z_{\text{مؤثر}}$ . (در این محاسبه، اثر استتار اندک الکترونها خارجی را نادیده گرفتیم؛ چگالی احتمال آنها در مدارهای پوسته  $L$  صفر نیست، اما آنقدر کم است که می‌توان اثرشان بر  $Z_{\text{مؤثر}}$  را نادیده گرفت.) پرتو  $x$   $K_{\alpha}$  را به این ترتیب می‌توان به عنوان گذاری از یک تراز  $n = 2$  به تراز  $n = 1$  در اتمی تک‌الکترونی با  $Z_{\text{مؤثر}} = Z - 1$  تحلیل کرد. با بهره‌گیری از معادله‌های ۳۶-۶ و ۴۲-۶ برای اتم بور، می‌توانیم بسامد گذار  $K_{\alpha}$  در اتمی با عدد اتمی  $Z$  را به صورت زیر یافت

$$\nu = \frac{3cR_{\infty}}{4}(Z - 1)^2 \quad (1-8)$$

اگر منحنی نمایش تغییرات  $\sqrt{\nu}$  را بر حسب  $Z$  رسم کنیم، به خط مستقیمی با شیب  $(3cR_{\infty}/4)^{1/2}$  می‌رسیم. شکل ۹-۸ مثالی از این منحنی را نشان می‌دهد. (در ضمن، این



شکل ۹-۸ تغییرات ریشه دوم بسامد بر حسب عدد اتمی برای پرتوهای  $x$   $K_{\alpha}$ . شیب خط عبارت است از  $5.00 \times 10^7 \text{ s}^{-1/2}$ ، که با مقدار پیش‌بینی‌شده،  $(3cR_{\infty}/4)^{1/2} = 4.97 \times 10^7 \text{ s}^{-1/2}$ ، به خوبی سازگار است. تقاطع، مطابق پیش‌بینی، به ۱ نزدیک است.



هنری موزلی (۱۸۸۷-۱۹۱۵، انگلستان). کارهای او در زمینه طیفهای پرتو  $x$  نخستین پیوند بین جدول تناوبی شیمیایی و فیزیک اتمی بود، اما دیری نپایید که کار درخشان او با مرگ زود هنگامش در میدانهای نبرد جنگ جهانی اول به پایان رسید.

نتیجه به فرض ما درباره مقدار دقیق تصحیح استتار، بستگی ندارد. یعنی، می توانستیم بنویسیم  $Z_{\text{موزلی}} = Z - k$ ، که  $k$  عددی مجهول، احتمالاً نزدیک به ۱ است. تنها تغییر در نمودار به محل تقاطع مربوط می شود، باز هم خط راستی با همان شیب خواهیم داشت.

این روش، راه ساده و توانمندی برای تعیین عدد اتمی  $Z$  در اختیار ما می گذارد، که نخستین بار آن را موزلی، فیزیکدان انگلیسی، در سال ۱۹۱۳ نشان داد؛ او انرژی پرتو  $x$  ( $K_{\alpha}$  و سایر ترازهای) عناصر را اندازه گرفت و به این ترتیب عددهای اتمی آنها را تعیین کرد. موزلی نخستین کسی بود که متوجه رابطه خطی نموده شده در شکل ۸-۹ شد؛ اکنون این نوع نمودارها را نمودارهای موزلی می نامند. کشف وی نخستین وسیله مستقیم اندازه گیری عددهای اتمی عناصر را فراهم ساخت. پیش از آن، عناصر در جدول تناوبی برحسب جرمشان مرتب می شدند. موزلی متوجه شد که بعضی عناصر بدون ترتیب وارد فهرست شده اند، که در آن عنصر با  $Z$  بالاتر جرم کمتری داشت (مثلاً، کبالت، و نیکل یا ید و تلور). وی همچنین گافهای متناظر با عناصری را یافت که هنوز کشف نشده بودند؛ مثلاً، عنصر پرتوزای طبیعی تکنسیم ( $Z = ۴۳$ ) در طبیعت وجود ندارد و در هنگام کار موزلی شناخته نشده بود، اما موزلی وجود این گاف را در  $Z = ۴۳$  نشان داد.

کار موزلی در پیشبرد فیزیک اتمی اهمیت فراوان داشت. موزلی که همزمان با رادرفورد و بور مشغول تحقیقات بود، نه تنها درستی مدل رادرفورد - بور را مستقیماً اثبات کرد، بلکه پیوند مستحکمی بین جدول تناوبی عناصر، که پیش از آن طرح رده بندی دلخواهی از عناصر به شمار می رفت، و نظریه اتمی به وجود آورد.

مثال ۱-۸

انرژی پرتو  $K_\alpha$  سدیم ( $Z = 11$ ) را محاسبه کنید.

حل: انرژی را می‌توان از معادله ۱-۸ یافت

$$\begin{aligned} \Delta E = h\nu &= \frac{3hcR_\infty}{4}(Z-1)^2 \\ &= \frac{3(1240 \text{ eV}\cdot\text{nm})(1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1})}{4}(10)^2 = 1.020 \text{ keV} \end{aligned}$$

مقدار اندازه‌گیری شده  $1.040 \text{ keV}$  است. اختلاف مختصر می‌تواند ناشی از تصحیح استتار در مؤثر  $Z$  باشد، که دقیقاً مساوی ۱ نیست. ■

مثال ۲-۸

بعضی انرژیهای اندازه‌گیری شده پرتو  $x$  در نقره ( $Z = 47$ ) عبارت‌اند از:  $K_\alpha : 21,990 \text{ keV}$  و  $K_\beta : 25,145 \text{ keV}$ . انرژی بستگی الکترون  $K$  در نقره  $25,514 \text{ eV}$  است. با بهره‌گیری از این داده‌ها: (الف) انرژی پرتو  $x$   $L_\alpha$ ، و (ب) انرژی بستگی الکترون  $L$  را بیابید.

حل: (الف) با توجه به شکل ۷-۸، می‌بینیم که بین انرژیها رابطه زیر برقرار است:

$$\Delta E(L_\alpha) + \Delta E(K_\alpha) = \Delta E(K_\beta)$$

یا

$$\Delta E(L_\alpha) = \Delta E(K_\beta) - \Delta E(K_\alpha) = 25,145 \text{ keV} - 21,990 \text{ keV} = 3,155 \text{ keV}$$

(ب) در اینجا نیز با توجه به شکل ۷-۸، ملاحظه می‌کنیم که:

$$\Delta E(K_\alpha) = E(L) - E(K)$$

یا

$$E(L) = E(K) + \Delta E(K_\alpha) = -25,514 \text{ keV} + 21,990 \text{ keV} = -3,524 \text{ keV}$$

پس، انرژی بستگی الکترون  $L$  عبارت خواهد بود از  $3,524 \text{ keV}$ . ■

## ۶-۸ طیفهای ایتیکی

همان‌طور که در بخش پیشین گفتیم، گذارهای حاصل از برانگیزش یا جدا کردن یکی از الکترونهای خارجی در گستره مرئی طیف قرار می‌گیرند، و در نتیجه گذارهایی ایتیکی نامیده می‌شوند. انرژی بستگی

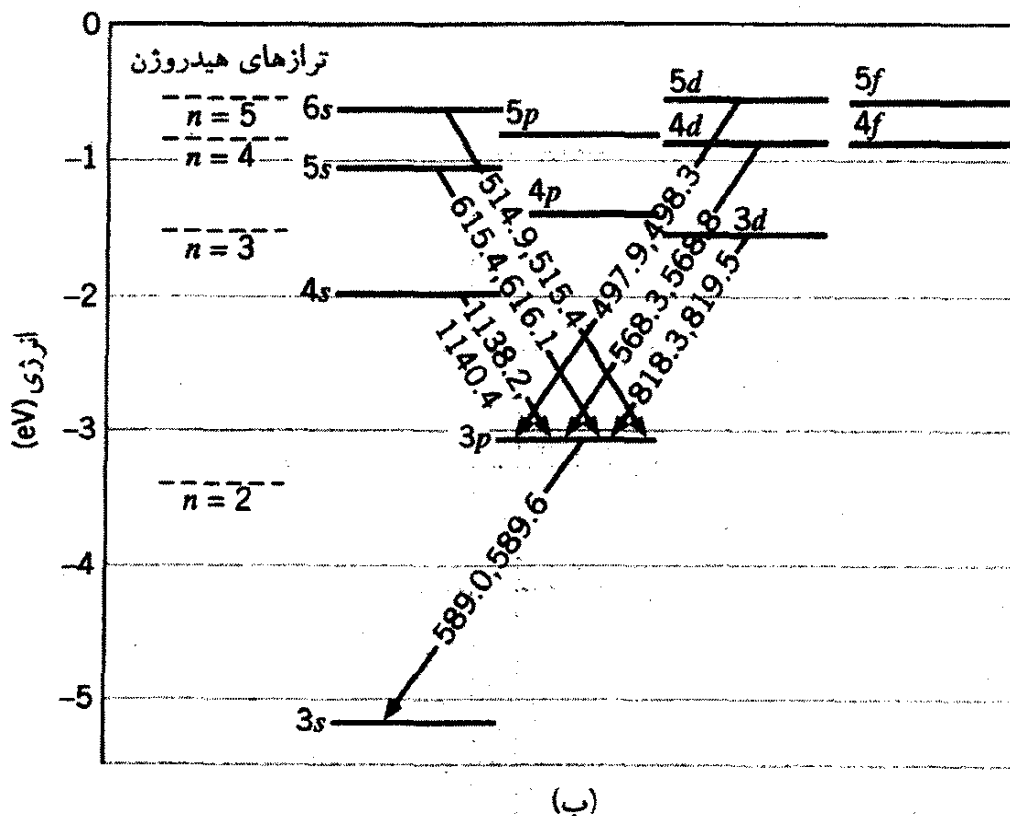
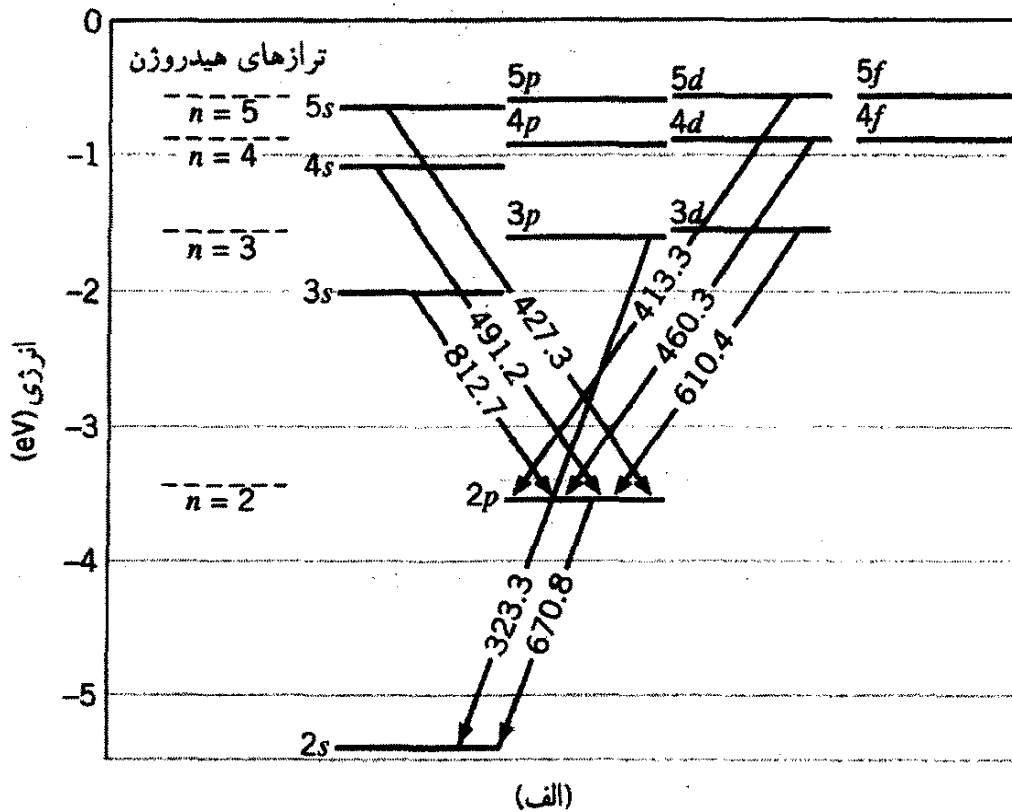
الکترونهاى خارجى در اتم معمولاً در حدود چند الکترون ولت است، و از اين رو انرژی نسبتاً کمی برای خارج کردن یک الکترون خارجى لازم است و گذارى اَبْتیکی پديد می آورد. در واقع، جذب و بازگسيل نور به وسیله این الکترونهاى خارجى مسئول رنگهاى مختلف اشیای مادى است (هرچند که در جامدات ترازهاى انرژی الکترون با ترازهاى انرژی الکترون اتمهاى منزوى تفاوت بسیار دارد). برخلاف طیفهاى پرتو x، که به کندی و به صورت هموار از عنصرى به عنصر بعدى تغییر می کنند، طیفهاى اَبْتیکی می توانند بین عناصر همجوار، به خصوص عناصرى که متناظر با زیر پوسته هاى پر هستند، به شدت تغییر کنند.

پس از هیدروژن، درک نمودار ترازهاى انرژی فلزات قلیایی ( $Li, Na, K, Rb, Cs, Fr$ ) از همه راحت تر است، زیرا فقط یک تک الکترون  $s$  در خارج از یک مغزه بی اثر وجود دارد. در این صورت، بسیاری از حالتهاى برانگیخته، مربوط به برانگیختگی این تک الکترون است، و طیفهاى حاصل خیلی شبیه به طیف هیدروژن هستند، زیرا بار هسته اى  $+Ze$  را  $(Z - 1)$  الکترون دیگر می پوشاند. شکل ۸-۱۰ ترازهاى انرژی  $Li$  و  $Na$  را همراه با برخی گذارهاى گسیلیده نشان می دهد که از همان قاعده  $\Delta l = \pm 1$  گذارهاى هیدروژن پیروى می کند.

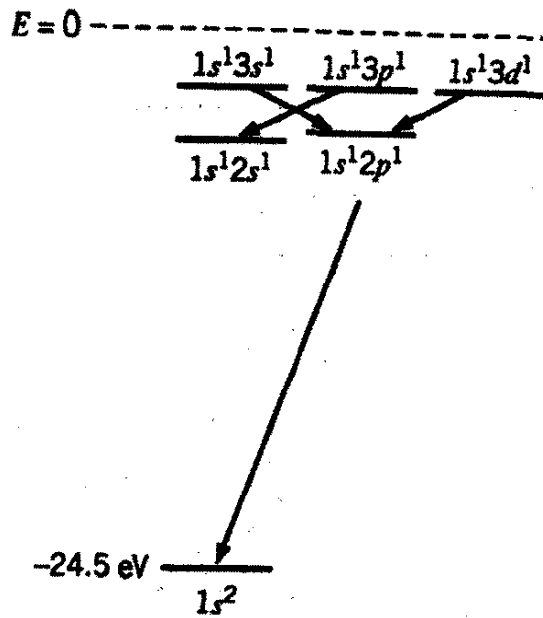
پیکربندى حالت پایه لیتیم  $1s^2 2s^2$ ، و پیکربندى حالت پایه سدیم  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$  است. حالتهاى برانگیخته در هر دو مورد را می توان با انتقال الکترون خارجى به یک حالت بالاتر به دست آورد. مثلاً، نخستین حالت برانگیخته  $Li$   $1s^2 2p^1$  است، که الکترون  $2s$  به تراز  $2p$  منتقل می شوند. (انرژی لازم برای انجام این کار را می توان به وسایل گوناگون، مانند جذب یک فوتون یا عبور دادن جریانى الکتريکى از داخل ماده در یک لوله تخلیه گاز فراهم آورد.) الکترون برانگیخته در حالت  $2p$  با گسيل فوتونى به طول موج  $8446 \text{ \AA}$  به سرعت به حالت  $2s$  برمی گردد. چون مغزه خنشى سهمى در این برانگیختن یا گسيل ندارد، می توانیم در هنگام مطالعه ترازها و گذارها در عناصر قلیایی همه الکترونها بجز الکترون خارجى را نادیده بگیریم.

پیکربندى حالت پایه هلیم  $1s^2$  است. می توانیم حالت برانگیخته اى را با انتقال یکی از این الکترونها به تراز بالاتر پديد آوریم، و از این رو بعضى پیکربندىهاى حالت برانگیخته ممکن عبارت خواهند بود از  $1s^1 2s^1$ ،  $1s^1 2p^1$ ،  $1s^1 3s^1$ ، والى آخر. فوتونهاى وقتى گسيل می شوند که الکترون برانگیخته به تراز  $1s$  برگردد. قاعده گزینش  $\Delta l = \pm 1$  برای گذارها در اینجا نیز گذارهاى ممکن را محدود می کند. شکل ۸-۱۱ بخشى از نمودار تراز انرژی هلیم را نشان می دهد.

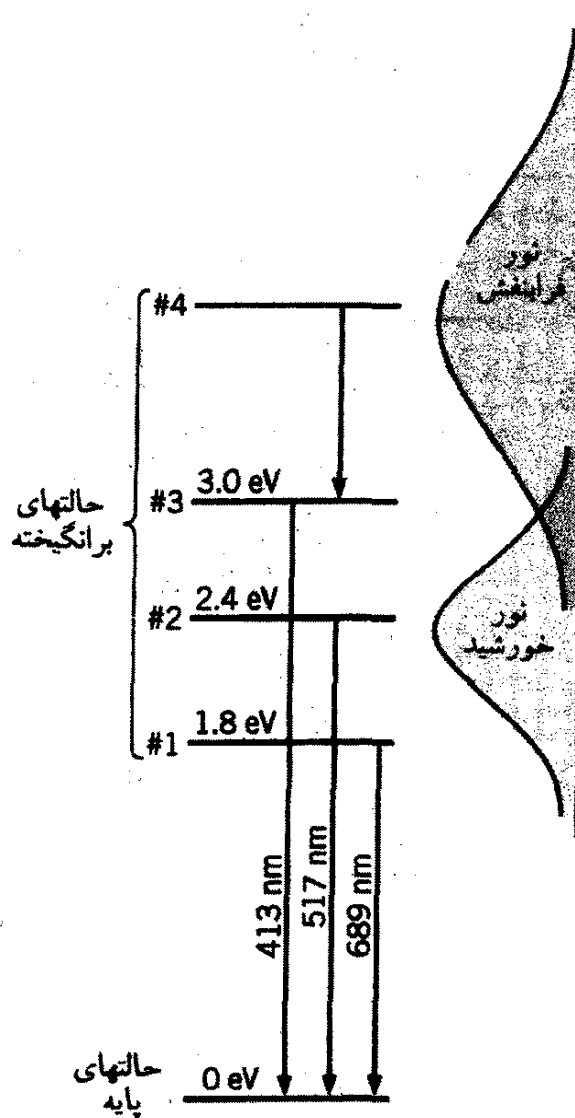
پدیده فلوتورسانى عامل ظهور چیزی است که به اصطلاح "نور سیاه" خوانده می شود و چشمه تابش فرابنفش است. فوتونهاى ناحیه فرابنفش، که برای چشم انسان نامرئى است، انرژی بیشتری از فوتونهاى ناحیه مرئى دارند، و از این رو اگر اتم یک فوتون فرابنفش را جذب کند، الکترون



شکل ۸-۱۰ (الف) نمودار ترازهای انرژی لیتیم، که بعضی گذارها را (که با مقادیر طول موج برحسب نانومتر مشخص شده‌اند) در ناحیه اپتیکی نشان می‌دهد. انرژیهای متناظر برای هیدروژن جهت مقایسه در نمودار گنجانده شده‌اند. (ب) نمودار تراز انرژی سدیم. شکافتگی ساختار ریز حالت  $3p$  هر گذاری را که این حالت در آن دخیل است به یک دو تاییه با فاصله کم تبدیل می‌کند. (چون شکافتگی ساختار ریز با  $Z$  افزایش می‌یابد، مقدار این شکافتگی در لیتیم ناچیز است.)



شکل ۱۱-۸ بخش کوچکی از نمودار تراز انرژی هلیوم، به گذارهای  $\Delta l = \pm 1$  توجه کنید.



شکل ۱۲-۸ حالت‌های برانگیخته یک اتم فرضی. با پرتوگیری از نور خورشید می‌توان فقط به حالت‌های برانگیخته ۱ و ۲ رسید؛ پرتوگیری از نور فرابنفش حالت ۴ را پرجمعیت می‌کند، که به نوبه خود به تراکم حالت ۳ می‌انجامد. در نور فرابنفش، شدت رنگ آبی یا بنفش (۴۱۳nm) بیش از نور آفتاب است.

خارجی (که عامل گذارهای اپتیکی است) می‌تواند به ترازهای بالا برانگیخته شود. این الکترونها طی گذارهایی به حالت پایه، فوتونهایی در ناحیه مرئی گسیل می‌کنند. اشیاء در نور فرابنفش اغلب رنگهایی را در انتهای آبی یا بنفش طیفی نشان می‌دهند که وقتی این اشیاء را در نور می‌بینیم وجود ندارند. با توجه به ترکیب نور خورشید و حالت‌های برانگیخته اپتیکی یک اتم فرضی مانند شکل ۸-۱۲ می‌توان این اثر را فهمید. بیشترین شدت نور خورشید در مرکز طیف مرئی، در ناحیه زرد است؛ شدت نور در دو انتهای قرمز یا آبی طیف مرئی کم است. فوتونهای "زرد" برای برانگیختن اتم فرضی تا ترازهای ۱ و ۲، مطابق شکل ۸-۱۲، انرژی کافی دارند، اما این انرژی برای رسیدن به تراز ۳ یا ۴ کافی نیست. اما، فوتونهای فرابنفش پرانرژی‌تر برای رسیدن به ترازهای بالاتر انرژی کافی دارند، و از این رو نوری که اتم پس از برانگیخته شدن با نور فرابنفش گسیل می‌کند، نسبت آنچه پس از برانگیخته شدنش در نور خورشید می‌گسیلد، مؤلفه آبی شدیدتری دارد (عکس رنگی ۵).

## ۸-۷ جمع کردن تکانه‌های زاویه‌ای\*

خواص یک اتم قلیایی چون سدیم را عمدتاً تک‌الکترون خارجی آن تعیین می‌کند؛ اگر این الکترون دارای اعداد کوانتومی  $(m_l, l, m_s, m)$  باشد، کل اتم چنان رفتار می‌کند که گویی همین اعداد کوانتومی را دارد. در اتمهای با چند الکترون در خارج از زیر پوسته‌های پر، این طور نیست. مثلاً پیکربندی الکترونی کربن ( $Z = 6$ ) عبارت است از  $1s^2 2s^2 2p^2$ . برای یافتن تکانه زاویه‌ای کربن، باید تکانه‌های زاویه‌ای دو الکترون  $2p$  را ترکیب کرد.

فرض کنید اتمی داریم که در خارج از زیر پوسته‌های پر دو الکترون دارد. اعداد کوانتومی این الکترونها عبارت‌اند از  $(m_{l1}, m_{s1}, l_1, m_1)$  و  $(m_{l2}, m_{s2}, l_2, m_2)$ . تکانه زاویه‌ای کل اتم به کمک جمع برداری تکانه‌های زاویه‌ای مداری این دو الکترون تعیین می‌شود:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 \quad (2-8)$$

بین هر بردار و عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مربوط به آن رابطه‌های زیر برقرار است

$$|\mathbf{L}| = \sqrt{L(L+1)}\hbar \quad |\mathbf{L}_1| = \sqrt{l_1(l_1+1)}\hbar \quad |\mathbf{L}_2| = \sqrt{l_2(l_2+1)}\hbar$$

که  $L$  عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری کل اتم است. این بردارها مثل بردارهای معمولی با هم جمع نمی‌شوند، بلکه قاعده‌های جمع مربوط به تکانه زاویه‌ای کوانتیده را دارند. به کمک این قاعده‌ها می‌توانیم  $L$  و عدد کوانتومی مغناطیسی مربوط به آن،  $M_L$  را بیابیم.

\* این بخش اختیاری است که می‌توان بدون از دست رفتن تداوم مطلب، از آن گذشت.



۱. بیشینه مقدار عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری کل عبارت است از

$$L_{\max} = l_1 + l_2$$

۲. کمینه مقدار عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری کل عبارت است از

$$L_{\min} = |l_1 - l_2|$$

۳. مقادیر مجاز  $L$  در گستره  $L_{\min}$  تا  $L_{\max}$  اعداد صحیح را اختیار می‌کند:

$$L = L_{\min}, L_{\min} + 1, L_{\min} + 2, \dots, L_{\max}$$

۴. مؤلفه  $z$  بردار تکانه زاویه‌ای کل از مجموع مؤلفه‌های  $z$  هر یک از بردارها به دست می‌آید

$$L_z = L_{1z} + L_{2z}$$

یا

$$M_L = m_{l1} + m_{l2} \quad (3-8)$$

گستره مقادیر مجاز  $M_L$ ، مقادیر صحیح از  $-L$  تا  $+L$  است:

$$M_L = -L, -L + 1, \dots, -1, 0, \dots, L - 1, L$$

قاعده‌های مشابهی برای جفت شدن بردارهای تکانه زاویه‌ای اسپین وجود دارد که تکانه زاویه‌ای اسپین کل،  $S$ ، را می‌دهد. برای دو الکترون که هر یک از آنها دارای  $s = 1/2$  هستند، عدد کوانتومی اسپینی  $S$  می‌تواند ۰ یا ۱ باشد.

در تمام زیرپوسته‌های پر داریم  $L = 0$  و  $S = 0$ ، از این رو نیازی نیست که زیرپوسته‌های پر را برای تحلیل تکانه زاویه‌ای یک اتم در نظر بگیریم. به این دلیل، زیرپوسته‌های پر معمولاً نقشی در خواص مغناطیسی اتم ندارند.

برای جفت کردن بیش از دو الکترون، ابتدا دو الکترون اول را جفت می‌کنیم تا مقادیر کمینه و بیشینه  $L$  به دست آید. آنگاه هر مقدار مجاز  $L$  را با تکانه زاویه‌ای سوم جفت می‌کنیم تا بزرگترین بیشینه و کوچکترین کمینه را به دست آوریم.

مثال ۳-۸

عددهای کوانتومی اسپینی و مداری کل را برای کربن بیابید.

حل: کربن دو الکترون  $2p$  در خارج از زیر پوسته‌های پر دارد. برای هریک از این الکترونها  $l = 1$ . بنابه قاعده‌های مربوط به جمع تکانه‌های زاویه‌ای، داریم:

$$L_{\max} = 1 + 1 = 2 \quad L_{\min} = |1 - 1| = 0$$

به این ترتیب:  $L = 0, 1, 2$ . برای تکانه زاویه‌ای اسپینی، داریم:

$$S_{\max} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1, \quad S_{\min} = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right| = 0$$

و به این ترتیب ۱ یا  $S = 0$ . برخی ترکیبهای  $L$  و  $S$  با توجه به اصل پاولی ممنوع‌اند. مثلاً، برای دستیابی به  $L = 2$ ، برای هر دو الکترون، باید  $m_l = +1$  باشد. پس برای این دو الکترون مقادیر  $m_s$  باید متفاوت باشد، و از این رو  $S = 1$  با  $L = 2$  مجاز نیست. ■

#### مثال ۴-۸

عددهای کوانتومی مداری و اسپینی کل نیتروژن را بیابید.

حل: هیدروژن سه الکترون  $2p$ ، هریک با  $l = 1$ ، در خارج از زیر پوسته‌های پر دارد. اگر دوتای اول را با هم جمع کنیم، مانند مثال ۳-۸، می‌رسیم به  $L_{\max} = 2$  و  $L_{\min} = 0$ ، و از این رو:  $L = 0, 1, 2$ . اکنون  $l = 1$  الکترون سوم را با هریک از این مقادیر جفت می‌کنیم تا بزرگترین بیشینه و کوچکترین کمینه را بیابیم، که می‌دهد

$$L_{\max} = 2 + 1 = 3 \quad L_{\min} = |1 - 1| = 0$$

و از این رو  $L = 0, 1, 2, 3$ . برای بردارهای اسپین، نیز ابتدا دو الکترون اول را جفت می‌کنیم تا  $S_{\max} = 1$  و  $S_{\min} = 0$  به دست آید. سپس  $S = 1/2$  الکترون سوم را به آنها اضافه می‌کنیم، خواهی داشت

$$S_{\max} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \quad S_{\min} = \left| 0 - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

مقادیر حاصل  $S$  عبارت‌اند از  $1/2$  و  $3/2$  (از کمینه تا بیشینه در گامهای صحیح در ابتدا نیز، اصل پاولی می‌تواند بعضی ترکیبهای  $L$  و  $S$  را ممنوع کند. حالت  $L = 3$  اصلاً نمی‌تواند وجود داشته باشد، زیرا برای سه الکترون باید  $m_l = +1$ ، و با اختصاص دادن اعداد کوانتومی  $m_s$ ، دو الکترون دارای  $m_s$  و  $m_l$  یکسان خواهند شد، که بنابه اصل پاولی ممنوع است. ■

دو الکترون  $2p$  کربن می‌توانند ترکیب شوند تا  $L = 0, 1, 2$  و  $S = 0, 1$  را بدهند. حالت پایه

کربن فقط با یک گزینش معین  $L$  و  $S$  مشخص می شود. چطور می توانیم پی ببریم که کدام یک از این ترکیبها حالت پایه است؟ قاعده های مربوط به یافتن اعداد کوانتومی حالت پایه را قواعد هوند می نامند:

۱. ابتدا مقدار بیشینه  $M_S$  سازگار با اصل پاؤلی را می یابیم. در این صورت

$$S = M_{S,\max}$$

۲. سپس، برای  $M_S$ ، مقدار بیشینه  $M_L$  سازگار با اصل پاؤلی را پیدا می کنیم. پس

$$L = M_{L,\max}$$

در مورد کربن، مقدار بیشینه  $M_S$  عبارت است از  $+1$ ، که وقتی به دست می آید که برای هر دو الکترون ظرفیت:  $m_s = +1/2$  باشد. به این ترتیب  $S = 1$ . با دو الکترون در پوسته  $2p$ ، اصل پاؤلی هیچگونه محدودیتی بر  $S$  اعمال نمی کند؛ در واقع، سه الکترون در پوسته  $2p$  را می توان با  $m_s = 1/2$  مشخص کرد. کار بعدی ما یافتن مقدار بیشینه  $M_L$  است. مقدار بیشینه  $m_l$  برای الکترون نخست  $+1$  است. الکترون دوم نمی تواند دارای  $m_l = +1$  باشد، زیرا در این صورت هر دو الکترون مجموعه بکسانی از اعداد کوانتومی را خواهند داشت که نقض اصل پاؤلی است. مقدار بیشینه  $m_l$  برای الکترون دوم  $0$  است، و بنابراین  $M_{L,\max} = +1$  و  $L = 1$ . بنابراین، حالت پایه کربن با  $S = 1$  و  $L = 1$  مشخص می شود.

### مثال ۵-۸

با بهره گیری از قواعد هوند اعداد کوانتومی حالت پایه نیتروژن را بیابید.

حل: پیکربندی الکترونی نیتروژن  $1s^2 2s^2 2p^3$  است. از بیشینه سازی  $M_S$  برای سه الکترون  $2p$  شروع می کنیم. چون سه الکترون در زیر پوسته  $p$ ، بنابر اصل پاؤلی، مجازند که  $m_s = +1/2$  را داشته باشند، مقدار بیشینه  $M_S$  عبارت است از  $3/2$ ، و بنابراین  $S$  برابر  $3/2$  است. هر یک از این سه الکترون دارای اعداد کوانتومی  $(2, 1, 1, m_l, +1/2)$  هستند. برای بیشینه کردن  $M_L$  به الکترون اول بیشینه مقدار  $m_l$ ، یعنی  $+1$  را نسبت می دهیم. مقدار بیشینه  $m_l$  که برای الکترون دوم باقی می ماند عبارت است از  $0$ ، و بنابراین، برای الکترون سوم باید  $m_l = -1$  باشد. کل  $M_L$  عبارت است از  $0 = (-1) + 0 + 1$ ، از این رو  $L = 0$ . به این ترتیب  $L = 0$ ،  $S = 3/2$  اعداد کوانتومی حالت پایه نیتروژن هستند. ■

### مثال ۶-۸

$L$  و  $S$  حالت پایه اکسیژن ( $Z = 8$ ) را بیابید.

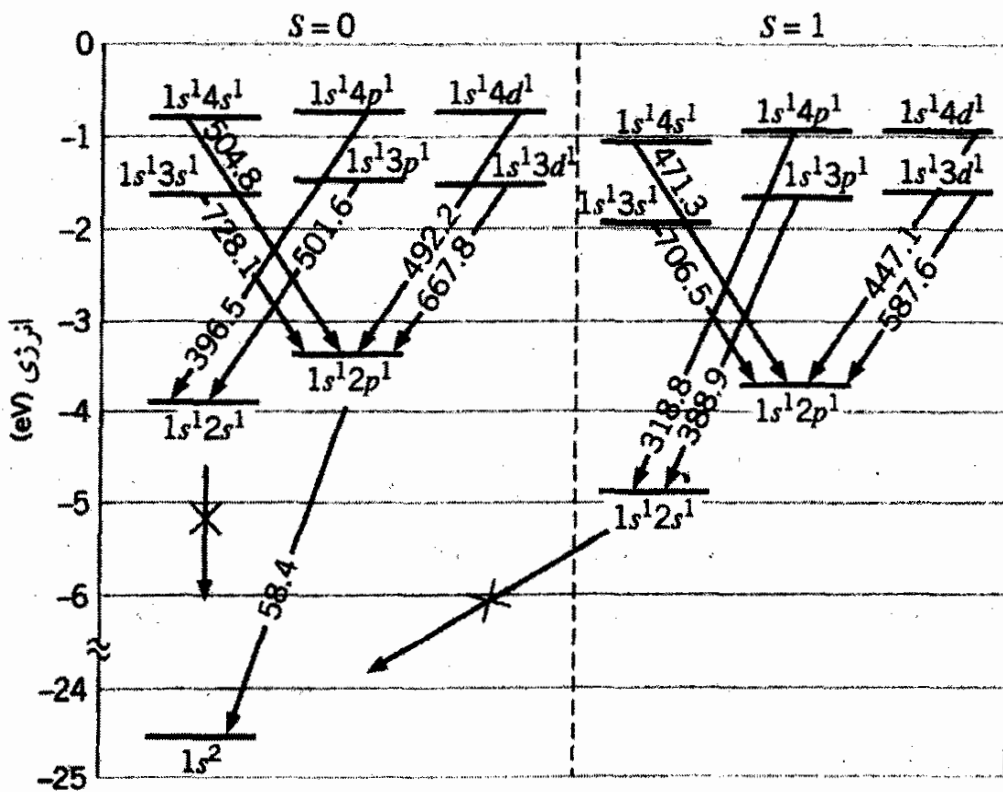
حل: پیکربندی الکترونی اکسیژن به صورت  $1s^2 2s^2 2p^2$  است. چون فقط سه الکترون در پوسته  $p$  می‌توانند دارای  $m_s = +1/2$  باشند، برای الکترون چهارم باید داشته باشیم  $m_s = -1/2$ ، از این رو:  $M_{S,\max} = 1/2 + 1/2 + 1/2 + (-1/2) = 1$ ، و در نتیجه  $S = 1$ ، برای یافتن  $L$ ، توجه می‌کنیم که، مانند نیتروژن، سه الکترون با  $m_s = +1/2$  دارای  $m_l = +1, 0, -1$  است، و  $M_L$  را با دادن  $m_l = +1$  به الکترون چهارم، بیشینه می‌کنیم. به این ترتیب  $M_{L,\max} = +1$ ، و  $L = 1$ . ■

اکنون ترازهای انرژی هلیوم را بررسی می‌کنیم. پیکربندی حالت پایه هلیوم به صورت  $1s^2$  است. هر دو الکترون، الکترونهای  $s$  اند، با  $l = 0$ ، و از این رو تنها مقدار ممکن صفر است. چون در هر دو الکترون  $m_l = 0$ ، اصل پاولی ایجاب می‌کند که اسپین دو الکترون مخالف هم باشند، به طوری که برای یکی از آنها  $m_s = +1/2$  و برای دیگری  $m_s = -1/2$  است. پس تنها  $M_S$  کل ممکن صفر است، به طوری که حالت پایه هلیوم دارای  $L = 0$  و  $S = 0$  است. نخستین حالت برانگیخته دارای پیکربندی  $1s^2 2s^2$  است. چون برای هر دو الکترون باز هم  $l = 0$  است، در اینجا نیز باید داشته باشیم  $L = 0$ . اما، اسپین کل  $S$  اکنون می‌تواند  $0$  یا  $1$  باشد، زیرا اصل پاولی  $m_s$  را در این حالت محدود نمی‌کند؛ این دو الکترون اکنون اعداد کوانتومی اصلی،  $m$ ، متفاوتی دارند، و بنابراین چیزی وجود ندارد که مانع از داشتن  $m_s$  یکسان شود. بنابراین، دو "حالت برانگیخته اول" برای هلیوم وجود دارد، یکی با  $L = 0$  و  $S = 0$ ، و دیگری با  $L = 0$  و  $S = 1$ . (هر دوی این حالتها دارای پیکربندی  $1s^2 2s^1$  هستند.) حالتی با  $S = 0$  را حالت تک‌تایه می‌گویند (زیرا تنها یک تک‌مقدار ممکن  $M_S$  وجود دارد)، و حالتی با  $S = 1$  را حالت سه‌تایه می‌نامند (زیرا سه حالت ممکن  $M_S$ ، یعنی  $+1, 0, -1$ ، وجود دارد). رده‌بندی حالتها به تک‌تایه و سه‌تایه وقتی اهمیت می‌یابد که قاعده‌های گزینش را برای گذار بین حالتها در نظر بگیریم؛ این قاعده‌های گزینش تعیین می‌کنند که کدام گذارها مجاز (و بنابراین محتمل‌اند) و کدام مجاز نیستند. قاعده‌های گزینش، برای  $L$  و  $S$ ، عبارت‌اند از:

$$\Delta L = 0, \pm 1 \quad (4-8)$$

$$\Delta S = 0 \quad (5-8)$$

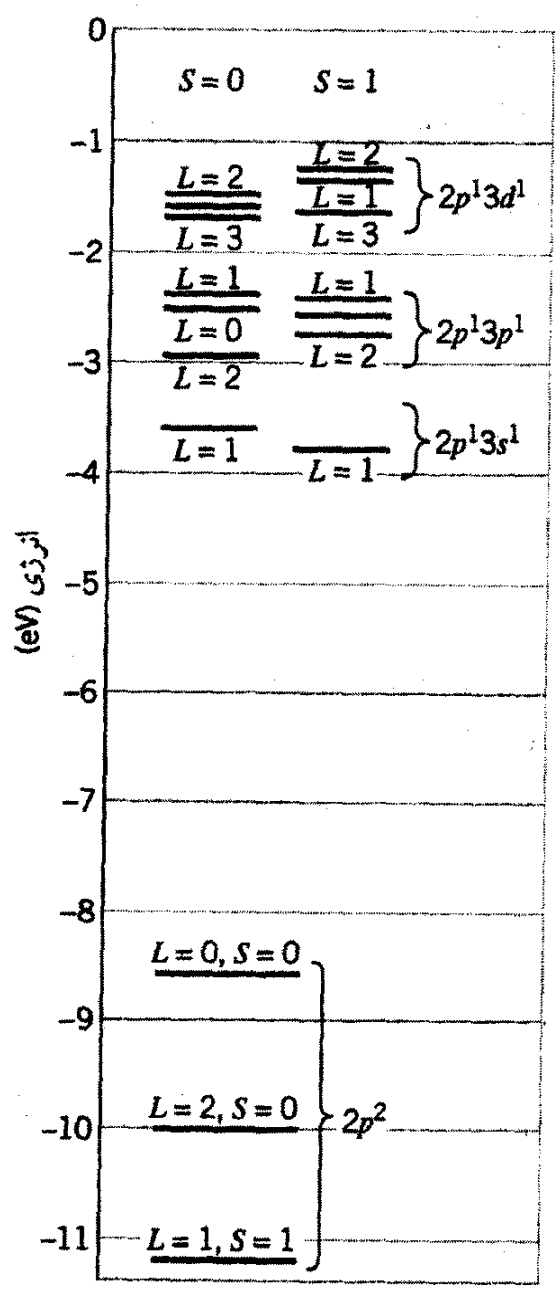
(برای  $n$  قاعده گزینشی وجود ندارد.) البته، قاعده گزینش  $\Delta l = \pm 1$  برای تک‌الکترونی که گذار را انجام می‌دهد، همچنان برقرار است. برای دو حالت  $1s^1 2s^1$  هلیوم، قاعده  $\Delta l$  هیچ حالتی را مجاز به گذارهایی به حالت پایه  $1s^2$  نمی‌کند (برای  $2s$  به  $1s$ ،  $\Delta l = 0$  است)، و به علاوه، قاعده  $\Delta S$  حالت‌های سه‌تایه ( $S = 1$ ) را از واپاشی به حالت پایه  $S = 0$  باز می‌دارد. به این ترتیب، این گذارها می‌توانند فقط با نقض این قاعده‌های گزینش به وقوع پیوندند، و چون این رویداد بسیار



شکل ۸-۱۳ نمودار تراز انرژی برای هلیوم. حالتها به صورت تک‌تایه ( $S = 0$ ) و سه‌تایه ( $S = 1$ ) دسته‌بندی شده‌اند. بعضی گذارها در نواحی ایتیکی و فرابنفش نشان داده شده‌اند. گذارهای مشخص شده با X قاعده گزینش  $\Delta l = \pm 1$  را نقض می‌کنند.

نامحتمل است، گذارها با احتمال کم رخ می‌دهند. ترازهای انرژی که احتمال واپاشی آنها کم است باید پیش از واپاشی مدتی طولانی "دوام بیاورند"؛ چنین حالتی را حالت‌های شبه‌پایدار می‌گویند. شکل ۸-۱۳ ترازهای انرژی و گذارها را در هلیوم نشان می‌دهد. ترازهای تک‌تایه و سه‌تایه جداگانه دسته‌بندی می‌شوند، زیرا گذار بین ترازهای تک‌تایه و سه‌تایه، قاعده گزینش  $\Delta S = 0$  را نقض خواهند کرد.

شکل ۸-۱۴ نمودار تراز انرژی کربن را نشان می‌دهد. به پیچیدگی فزاینده این نمودار، در مقایسه با فلزات قلیایی و حتی هلیوم، توجه کنید. این نمودار از جفت‌شدگی دو الکترون به دست آمده است، که مقدار  $l$  هر دوی آنها می‌تواند غیرصفر باشد. قبلاً بحث کردیم که چگونه پیکربندی  $2p^2$  می‌تواند مقادیر  $l = 0, 1, 2$  و  $S = 0$  یا  $1$  را اختیار کند. فقط یکی از اینها ( $L = 1, S = 1$ ) حالت پایه کربن است؛ حالت‌های دیگر حالت‌های برانگیخته‌اند. می‌توان با بردن یکی از الکترون‌های  $2p$  به یک تراز بالاتر، حالت‌های برانگیخته‌تر را به دست آورد و به پیکربندیهای  $2p^1 3s^1$  ( $S = 0$  یا  $1$ ) و  $2p^1 3p^1$  ( $L = 1$  یا  $1$  یا  $2$ ;  $S = 0$  یا  $1$ ),  $2p^1 3d^1$  ( $L = 1, 2, 3$ ;  $S = 0$  یا  $1$ ) و الی آخر، دست یافت. دشواری تحلیل نمودار تراز انرژی خاکهای نادر یا اکتینیدها را در نظر بگیرید که زیر پوسته‌های غیرپر ( $l = 3$ ) آنها می‌تواند تا ۱۴ الکترون داشته باشند!



شکل ۸-۱۴ نمودار تراز انرژی کربن. هر گروه از ترازه با پیکربندی الکترون مشخص می شود. هر یک از ترازه با  $L$  و  $S$  کل مشخص می شود.

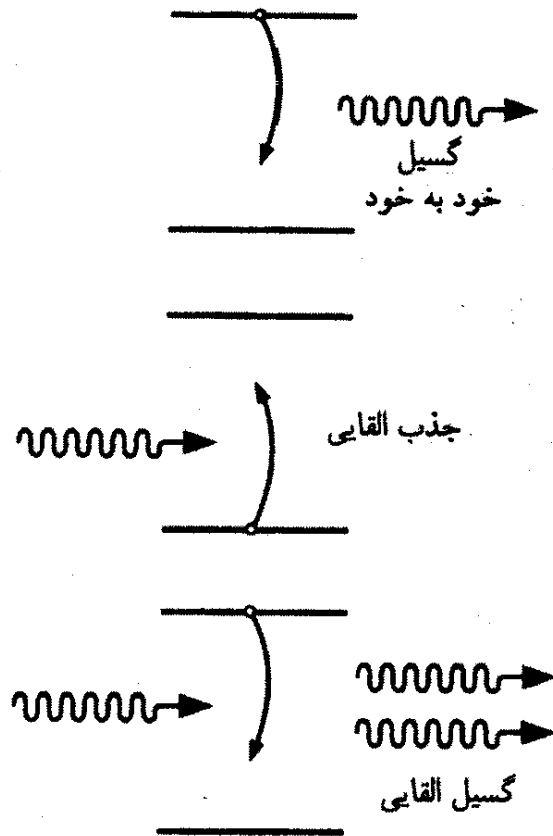
### ۸-۸ لیزرها

تابش به سه طریق می تواند با ترازهای انرژی آنها (مطابق شکل ۸-۱۵) برهم کنش کند. درباره دو راه اول قبلاً بحث کردیم. در نوع اول برهم کنش، اتم در یک حالت برانگیخته با گسیل یک فوتون به حالت پایینتر می رود. (در تمام مثالهایی که در اینجا در نظر می گیریم، انرژی فوتون برابر است با اختلاف انرژی دو حالت اتمی.) این برهم کنش گسیل خودبه خود است، که آن را به صورت زیر نمایش می دهیم

$$\text{فوتون} + \text{اتم} \rightarrow \text{اتم}^*$$

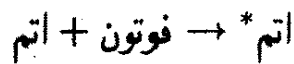
که علامت ستاره حاکی از حالت برانگیخته است.

برهم کنش دوم، جذب القایی، مسئول طیفهای جذبی و جذب تشدید است. اتم در حالت

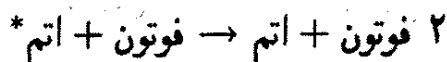


شکل ۸-۱۵ برهم‌کنشهای تابش با ترازهای انرژی اتمی.

پایه یک فوتون (با انرژی مناسب) جذب می‌کند و به حالت برانگیخته می‌رود. به صورت نمادین:

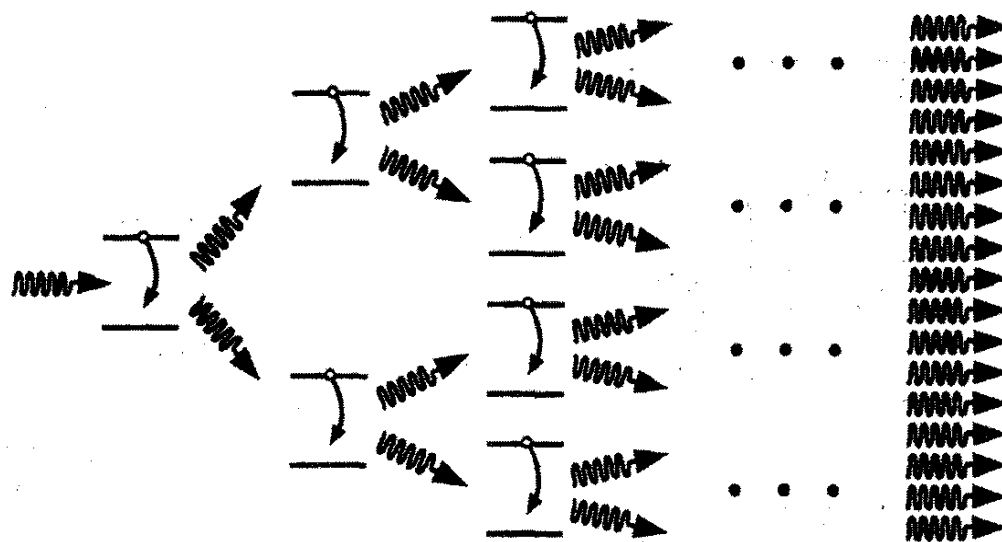


برهم‌کنش سوم، که مسئول عملکرد لیزر به‌شمار می‌آید، گسیل القایی (یا تحریک‌شده) است. در این فرایند، اتم در حالت برانگیخته است. یک فوتون عبوری با انرژی مناسب (در اینجا نیز، مساوی اختلاف انرژی دو تراز) اتم را وامی‌دارد تا با گسیل یک فوتون به حالت پایینتر، یا پایه، برود. (البته، اگر به حال خودش هم گذاشته می‌شد، سرانجام این گذار را انجام می‌داد، اما بعد از سیخونک زدن فوتون عبوری بر آن، این گذار زودتر صورت می‌گیرد.) به زبان نمادین



در اینجا نکته مهم این است که دو فوتون خروجی درست در یک جهت با انرژی دقیقاً یکسان حرکت می‌کنند، و امواج الکترومغناطیسی مربوطه کاملاً همفاز (همدوس) هستند.

فرض کنید مجموعه‌ای از اتمها را، که همگی در یک حالت برانگیخته هستند، در اختیار داریم (شکل ۸-۱۶). فوتونی از اتم اول می‌گذرد، و سبب گسیل القایی و در نتیجه به وجود آمدن دو فوتون می‌شود. هریک از این دو فوتون باعث یک فرایند گسیل القایی می‌شوند، و چهار فوتون تولید



شکل ۸-۱۶ تشکیل باریکه شدید در یک لیزر. هر فوتون در برهم‌کنش با یک اتم برانگیخته دو فوتون تولید می‌کند.

می‌کنند. این فرایند، یعنی دو برابر شدن تعداد فوتونها در هر مرحله، ادامه می‌یابد تا باریکه شدید از فوتونها که همگی همدوس و هم‌جهت‌اند تشکیل شود. این فرایند، که به ساده‌ترین شکل بیان شد، اساس کار لیزر را تشکیل می‌دهد. (کلمه لیزر از حروف اول واژه‌های انگلیسی تشکیل شده است که به معنای تقویت نور به وسیله گسیل القایی تابش است.)<sup>۱</sup>

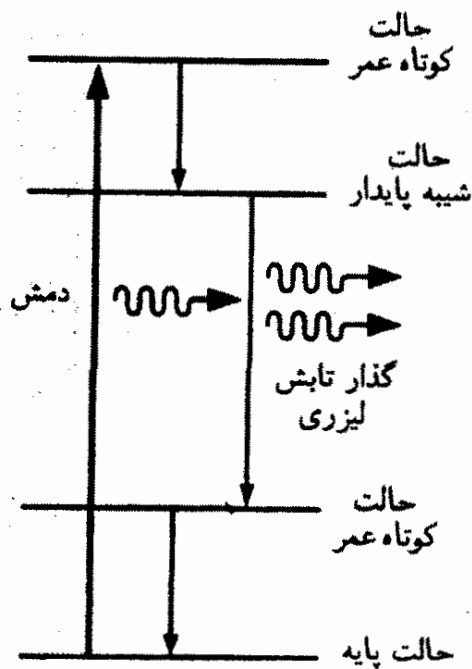
این مدل ساده لیزر، به چند دلیل، کارساز نخواهد بود. اولاً، نگهداری مجموعه‌ای از اتمها در حالت برانگیخته در انتظار تحریک برای گسیل فوتون دشوار است. (ما هیچ‌گونه گسیل خودبه‌خود نمی‌خواهیم.) ثانیاً، اتمهایی که در حالت پایه هستند فوتونها را جذب و در نتیجه آنها را از باریکه در حال تشکیل خارج می‌کنند.

برای حل این مشکلات، باید به یک وارونی جمعیت دست یابیم؛ یعنی در مجموعه‌ای از اتمها، تعداد اتمها در حالت بالاتر را از تعداد آنها در حالت پایینتر بیشتر کنیم. این وضعیت را "وارونی" می‌گویند زیرا در شرایط عادی در حالت تعادل گرمایی، حالت پایینتر همواره جمعیت بیشتری دارد. پس "وارونی" وضعیتی غیرطبیعی است که باید با وسایل مصنوعی به آن دست یافت، زیرا در عملکرد لیزر نقش اساسی دارد.

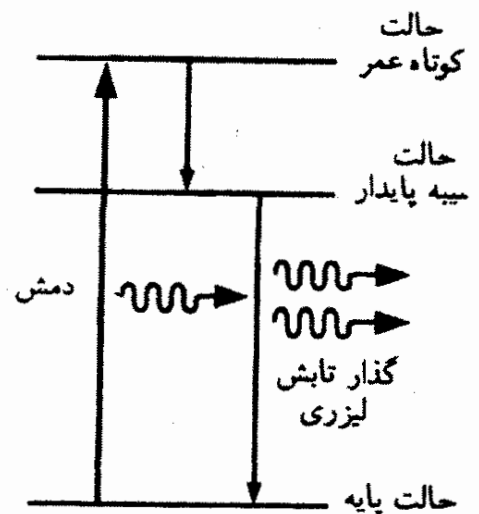
نخستین لیزر، که آن را میمان<sup>۲</sup> در سال ۱۹۶۰ ساخت، بر مبنای اتم سه تراز (شکل ۸-۱۷) بود. محیط این لیزر یک میله یاقوت جامد است که در آن اتمهای کروم مسئول کار لیزر هستند. این اتمها، که ابتدا در حالت پایدارند، به کمک یک چشمه انرژی خارجی (فوران نور از یک لامپ فلاش که میله یاقوت را فرا گرفته است) به حالت برانگیخته "دمیده" می‌شوند. حالت برانگیخته

1. Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation (LASER).  
2. T. H. Maiman





شکل ۸-۱۸ یک اتم چهارترازی.



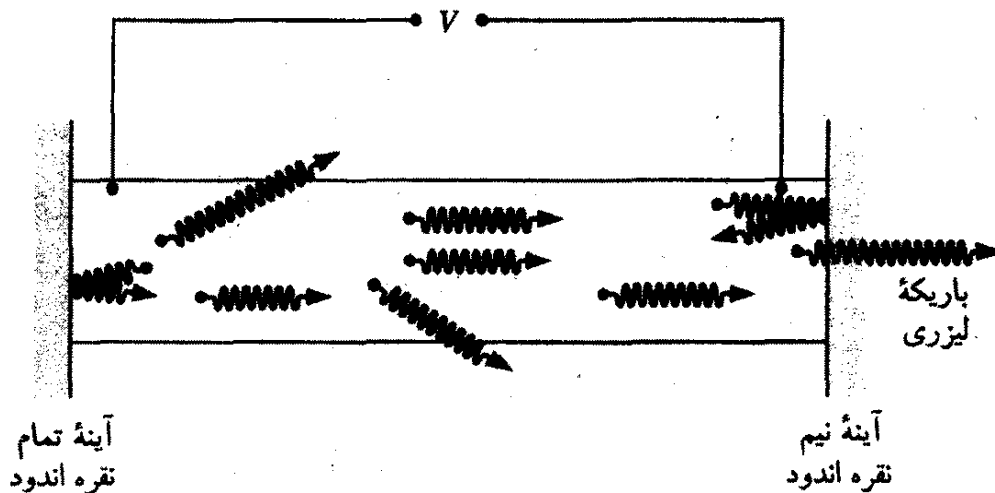
شکل ۸-۱۷ یک اتم سه ترازی.

(با گسیل خودبه خود) به سرعت به حالت برانگیخته پایینتر وامی باشد، که این حالت پایینتر حالتی شبه پایدار است؛ اتم برای مدتی نسبتاً طولانی، شاید  $10^{-3}$  s، در مقایسه با  $10^{-10}$  s برای حالت‌های کوتاه عمر، در آن حالت باقی می ماند، گذار از حالت شبه پایدار به حالت پایه گذار "لیزری" است، که از گسیل القایی از طریق گذراندن فوتون حاصل شده است.

اگر عمل دمش موفقیت آمیز باشد، تعداد اتمهای حالت شبه پایدار بیشتر از تعداد آنها در حالت پایه خواهد بود، و ما به وارونی جمعیت دست یافته ایم. اما، با وقوع گذار لیزری، جمعیت حالت پایه افزایش می یابد، و به این وسیله وارونی جمعیت به هم می خورد. این اضافه جمعیت در حالت پایه باعث جذب تابش لیزری می شود و در نتیجه فوتونهایی که باید در عمل لیزری نقش داشته باشند از بین می روند.

لیزر چهار ترازی شکل ۸-۱۸ این مشکل باقیمانده را برطرف می کند. حالت پایه به حالت برانگیخته ای دمیده می شود که به سرعت، مانند مورد لیزر سه ترازی، به حالت شبه پایدار وامی باشد. گذار لیزری از حالت شبه پایدار به یک حالت برانگیخته دیگر ادامه می یابد، که به نوبه خود به سرعت به حالت پایه وامی باشد. پس اتم در حالت پایه نمی تواند در انرژی گذار لیزری جذب کند، و یک لیزر عملی در اختیار داریم. چون حالت کوتاه عمر پایینتر به سرعت وامی باشد، جمعیت آن همواره از جمعیت حالت شبه پایدار کمتر است، که وارونی جمعیت را حفظ می کند.

لیزر هلیم - نئون یک مثال لیزر چهارترازی است. مخلوطی از گاز هلیم و نئون (حدود ۹۰ درصد هلیم) در لامپ باریکی، مطابق شکل ۸-۱۹، گنجانیده می شود. یک جریان الکتریکی در گاز،



شکل ۸-۱۹ نمودار طرح‌واره یک لیزر He-Ne.

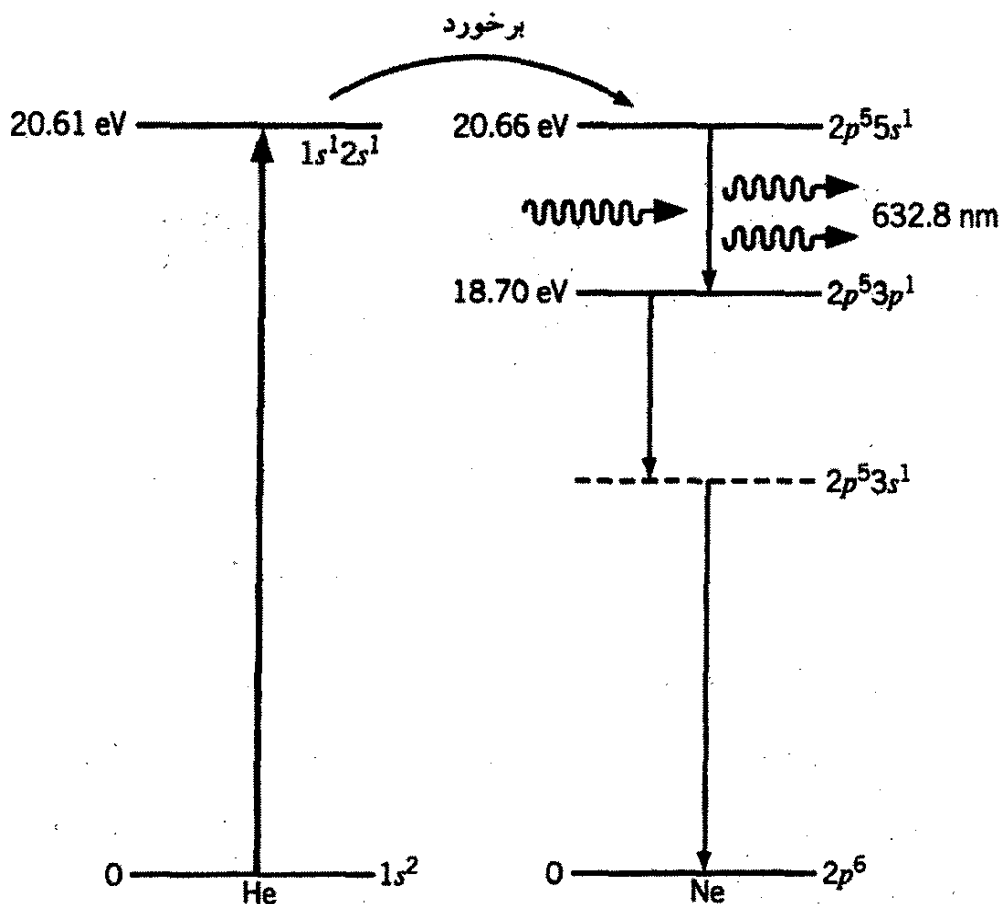
هلیوم را از حالت پایه‌اش به حالت برانگیخته در انرژی حدود  $20.6\text{eV}$  "می‌دمد"، به یاد دارید که این حالت، یک حالت شبه پایدار هلیوم است؛ اتم برای مدتی نسبتاً طولانی در آن حالت می‌ماند زیرا الکترون  $2s$  مجاز نیست با گسیل فوتون به تراز  $1s$  برگردد. گاهی، یک اتم هلیوم برانگیخته به یک اتم نئون در حالت پایه برخورد می‌کند. بر اثر این کار، انرژی برانگیختگی  $20.6\text{eV}$  می‌تواند به اتم نئون منتقل شود، زیرا نئون دارای حالت برانگیخته‌ای در  $20.6\text{eV}$  است، و اتم هلیوم به حالت پایه‌اش برمی‌گردد. به بیان نمادین،



که حالت برانگیخته با ستاره نمایش داده شده است. حالت برانگیخته نئون متناظر است با خارج کردن یک الکترون از زیرپوسته  $2p$  و بالابردن آن تا زیرپوسته  $5s$ . الکترون از این حالت به تراز  $3p$  و امی‌پاشد و سرانجام به حالت پایه  $2p$  برمی‌گردد. شکل ۸-۲۰ این دنباله رویدادها و نمودارهای تراز را نشان می‌دهد. (تراز خط چین، یعنی تراز  $3s$  نئون، در عملکرد لیزر اهمیتی ندارد، بلکه به عنوان یک گام میانی در برگشت به حالت پایه نئون ضروری است، چون  $\Delta l = 0$  گذار  $3p \rightarrow 2p$  مجاز نیست، اما دنباله  $3p \rightarrow 3s \rightarrow 2p$  مجاز است.)

در هر زمان معین، تعداد اتمهای نئون در حالت  $5s$  از حالت  $3p$  بیشتر است، زیرا جورشدن مناسب انرژی حالت  $5s$  با حالت برانگیخته هلیوم احتمال برانگیخته شدن حالت  $5s$  نئون را بیشتر می‌کند. همین امر وارونی جمعیت لازم برای لیزر را به وجود می‌آورد.

گاهی یک اتم نئون در حالت  $5s$  یک فوتون (به طول موج  $632.8\text{nm}$ ) موازی با محور لامپ گسیل می‌کند. این فوتون باعث گسیل القایی به وسیله سایر اتمها می‌شود، و سرانجام باریکه‌ای از تابش همدوس (همفاز) تشکیل می‌شود که در امتداد محور لامپ به حرکت درمی‌آید. آینه‌ها به



شکل ۸-۲۰ دنباله گذارها در یک لیزر He-Ne.

دقت در دو سر لامپ هم خط می‌شوند تا به تشکیل موج همدوس، در حین عقب و جلو رفتن آن بین دو سر لامپ، کمک کنند و باعث شوند گسیل القایی بیشتری صورت گیرد. یکی از آینه‌ها فقط نیمه‌نقره‌اندود است، که باعث فرار قسمتی از باریکه از یکی از سرهای لامپ می‌شود.

کارایی لیزر چندان زیاد نیست؛ لیزرهای هلیم-نئون کوچکی که به احتمال زیاد در آزمایشگاه یا کارهای نمایشی دیده‌اید، دارای خروجی نور در حدود چند میلی‌وات‌اند؛ توان الکتریکی لازم برای به‌کار انداختن چنین وسیله‌ای در حدود  $10^1$  تا  $10^2$  وات است، و از این‌رو کارایی (توان خروجی تقسیم بر توان ورودی) آن فقط حدود  $10^{-2}$  تا  $10^{-5}$  است. این همدوسی و جهت‌دار بودن باریکه لیزر و چگالی انرژی آن است که لیزر را وسیله‌ای مفید می‌سازد (عکس رنگی ۶)؛ توان آن را می‌توان در باریکه‌ای به قطر تنها چند میلی‌متر متمرکز کرد و حتی از یک لیزر کوچک می‌توان  $10^2 \text{ W/m}^2$  یا  $10^3 \text{ W/m}^2$  توان دریافت کرد. اکنون لیزرهای بزرگتر در گستره مگاوات ( $10^6 \text{ W}$ ) در دسترس‌اند، و آزمایشگاه‌های تحقیقاتی در کار ساختن لیزرهای  $10^8$  تراواتی ( $10^{12} \text{ W}$ ) هستند که کاربردهای خاصی دارند. این لیزرهای توانمند به‌طور پیوسته کار نمی‌کنند، بلکه تپی هستند، که تپ‌های کوتاه (شاید  $10^{-8} \text{ s}$ ) را با آهنگهای در حدود  $10^4 \text{ Hz}$  تولید می‌کنند. (چنین تپی، در واقع، مثال خوبی از یک بسته موج است.)

## پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

برخی جنبه‌های دیگر نمایش برداری حالت‌های اتمی را می‌توان در اثر زیر یافت:

K. W. Ford, *Classical and Modern Physics* (Lexington, Xerox College Publishing, 1974), Volume 3, Chapter 24.

دو کار پیشرفته‌تر و حاوی مطالب مفصلتر، عبارت‌اند از:

H. Semat and J.R. Albright, *Introduction to Atomic and Nuclear Physics*, (New York, Holt, Rinehart and Winston, 1972).

J. C. Willmott, *Atomic Physics* (Chichester, Wiley, 1975).

مرجع با سطح بالاتر عبارت است از:

H. G. Kuhn, *Atomic Spectra* (New York, Academic Press, 1969).

سرانجام، سه کار کلاسیک که حاوی برخی مطالب مقدماتی و پیشرفته‌اند و تقریباً تمام جنبه‌های ساختار اتمی را در برمی‌گیرند:

A. C. Candler, *Atomic Spectra and the Vector Model* (Cambridge, Cambridge University Press, 1937).

G. Herzberg, *Atomic Spectra and Atomic Structure* (New York, Prentice-Hall, 1937).

H. E. White, *Introduction to Atomic Spectra* (New York, McGraw-Hill, 1934).

کارهای مرجع بسیاری هم عمومی و هم تخصصی، در خصوص لیزرها وجود دارند. یک اثر مقدماتی مناسب در این زمینه به این قرار است:

B. A. Lengyel, *Lasers* (New York, Wiley, 1971).

دو مقاله عامه‌پسند نوشته برنده جایزه نوبل ۱۹۸۱ (به خاطر کارهایش در زمینه لیزرها):

A. W. Schawlow, "Optical Masers," *Scientific American*, 204, 52 (June 1961).

A. W. Schawlow, "Laser light," *Scientific American*, 219, 120 (September 1968).

شماره سپتامبر ۱۹۶۸ این مجله به تمامی به مبحث نور اختصاص یافته و شامل مقاله‌های دیگری درباره لیزرها هم هست.

## پرسشها

۱. شکل ۸-۱ را به طرف بالا ادامه دهید تا دو گروه عمده بعدی را نشان دهد. عدد اتمی گاز بی اثر بعدی زیر  $Rn$  چیست؟ ساختار سطر (دوره) هشتم جدول تناوبی عناصر چگونه است؟ انتظار دارید که نخستین زیر پوسته  $g$  در کجا شروع به پر شدن کند؟ پیش بینی می کنید که عناصر زیر پوسته  $g$  چه خواصی داشته باشند؟ عدد اتمی گاز بی اثر دوم زیر رادون چیست؟
۲. چرا انرژی زیر پوسته های  $4s$  و  $3d$  با اعداد کوانتومی اصلی متفاوت،  $n$ ، تا این حد به هم نزدیک است؟
۳. انتظار دارید عنصر  $107$  رسانایی خوب باشد یا ضعیف؟ درباره عنصر  $111$  چه می گوید؟ پیش بینی می کنید عنصر  $112$  پارامغناطیسی باشد یا دیامغناطیسی؟
۴. زیرکونیم اغلب به صورت ناخالصی در فلز هافنیم وجود دارد. چرا؟
۵. آیا انتظار دارید ایتربیم ( $Yb$ ) در دماهای به اندازه کافی کم فرومغناطیسی شود؟ چه نوع رفتار مغناطیسی را برای پولونیم ( $Po$ ) در دماهای متعارف انتظار دارید؟ برای فرانسیم ( $Fr$ ) چه پیش بینی می کنید؟
۶. با پیش رفتن در سری فلزات واسطه یا عناصر خاکی کمیاب، به زیر پوسته های  $d$  یا  $f$  الکترونها می افزاییم. در ترکیبات شیمیایی، بسیاری از این عناصر دارای حالت های والانس  $+2$  یا  $+3$  هستند، که با از دست دادن دو الکترون  $s$  متناظر است. این پارادوکس آشکار را توضیح دهید.
۷. چرا عناصر خاکی کمیاب (لانتانید) خواص شیمیایی مشابهی دارند؟ برای تشخیص اتمهای لانتانید از یکدیگر از چه خاصیتی باید استفاده کنید؟
۸. بگوئید چرا نظریه بور توجیه ضعیفی از گذارهای اپتیکی دارد اما انرژی گذارهای پرتو  $x$  را به خوبی پیش بینی می کند.
۹. در خصوص پیکربندی الکترونی اتمی با  $L = 0$  و  $S = 0$  در حالت پایه، چه نتیجه ای می توانید بگیرید؟
۱۰. فرض کنید آزمایش اشترن-گرلاخ را با استفاده از اتمی با اعداد کوانتومی تکانه زاویه ای  $L$  و  $S$  در حالت پایه اش انجام دهیم. باریکه به چند مؤلفه شکافته خواهد شد؟ آیا انتظار دارید فاصله آنها برابر باشد؟
۱۱. واگنی حالت تکانه زاویه ای مداری کل  $L$  که دارای  $S = 0$  باشد، چیست؟ واگنی حالت تکانه زاویه ای اسپینی کل،  $S$ ، که در آن  $L = 0$  باشد، چیست؟ واگنی کل حالتی که در آن هم  $L$  و هم  $S$  غیر صفر باشند، کدام است؟

۱۲. مقادیر  $L$  و  $S$  در یک اتم چقدر باشد تا اثر زیمن بهنجار را نشان دهد؟ آیا این فقط در مورد حالت پایه صادق است یا شامل حالت‌های برانگیخته هم می‌شود؟ آیا یک اتم می‌تواند در بعضی گذارها اثر بهنجار زیمن و در برخی دیگر اثر بی‌هنجار زیمن را از خود نشان دهد؟ آیا همین اتم می‌تواند در بعضی گذارها اصلاً اثر زیمنی از خود نشان ندهد؟

۱۳. براساس قاعده‌های مربوط به جفت‌شدن مقادیر  $l$  و  $s$  الکترون برای به‌دست آوردن  $L$  و  $S$  کل، بگویید چرا زیرپوسته‌های پر در خواص مغناطیسی اتم سهمی ندارند؟

۱۴. اگر اتمی در حالت پایه  $S = 0$  باشد، آیا می‌توانید بفهمید که تعداد الکترونهای آن فرد است یا زوج؟ اگر  $L = 0$  باشد چطور؟

۱۵. پوسته اتمی  $L$  عملاً حاوی سه تراز متمایز است: یک تراز  $2s$  و دو تراز  $2p$  (یک دوتایه ساختار ریز). اگر پرتو  $K_{\alpha}$  را با تفکیک زیاد بررسی کنیم، به جای سه مؤلفه دو مؤلفه مختلف می‌بینیم. این اختلاف را توضیح دهید.

۱۶. انرژیهای  $K_{\alpha}$  که با استفاده از معادله ۸-۱ محاسبه شده‌اند برای  $Z = 20$  حدود  $1 \text{ eV}$  درصد به ازای  $Z = 40$  حدود  $1 \text{ درصد}$ ، و به ازای  $Z = 80$  حدود  $10 \text{ درصد}$  کمتر هستند. چرا این نظریه ساده برای  $Z$  بزرگ ناموفق است؟ آیا این موضوع می‌تواند ناشی از این باشد که با اثر استتار برخورد درستی نشده و اینکه مؤثر  $Z$  برابر  $Z - 1$  نیست؟ در غیر این صورت، می‌توانید دلیل دیگری ارائه دهید؟

۱۷. نخستین حالت برانگیخته در سدیم یک دوتایه ساختار ریز است: طول‌موجهای گسیلیده در واپاشی این حالتها عبارت‌اند از  $589.59 \text{ nm}$  و  $589.0 \text{ nm}$ ، که اختلاف آنها  $0.59 \text{ nm}$  است. حالت  $4s$  برانگیخته در سدیم (شکل ۸-۱۰) به دوتایه  $3p$  وامی‌باشد و تابشی در طول‌موجهای  $1138.15 \text{ nm}$  و  $1140.38 \text{ nm}$ ، با اختلاف  $2.23 \text{ nm}$ ، گسیل می‌کند. بگویید چرا ساختار ریز  $3p$  در یک حالت اختلاف طول‌موج  $0.59 \text{ nm}$  و در حالت دیگر اختلاف طول‌موج  $2.23 \text{ nm}$  را می‌دهد.

۱۸. فرض کنید یک اتم سه‌ترازی، مانند اتم شکل ۸-۱۷، داریم که در آن حالت شبه‌پایدار بالاترین حالت برانگیخته است؛ گذار لیزری در این حالت باید گذار بالاتر باشد. آیا این اتم مسئله جذب گذار لیزری را حل می‌کند؟ آیا می‌توان با این اتم یک لیزر خوب ساخت؟

۱۹. یک باریکه لیزری چه فرقی با یک چشمه نقطه‌ای نور دارد؟ تغییر شدت باریکه برحسب فاصله از چشمه را برای لیزر و چشمه نقطه‌ای با هم مقایسه کنید.

۲۰. بگویید منظور از وارونی جمعیت چیست و چرا برای عملکرد لیزر ضروری است.

۲۱. چطور می‌توانید نشان دهید که نور لیزر همدوس است؟ نتیجه همین آزمایش با یک چشمه تکفام معمولی چه خواهد بود؟ برای یک چشمه نور سفید وضع چگونه است؟

## مسائل

۱. (الف) تمام عناصر با پیکربندی  $p^2$  را برشمرید. (ب) تمام عناصر با پیکربندی  $d^7$  را برشمرید.
۲. پیکربندی الکترونی (الف) P؛ (ب) V؛ (ج) Sb؛ (د) Pb را ارائه دهید.
۳. با بهره‌گیری از انرژی یونش سدیم بار هسته‌ای مؤثری را که بیرونی‌ترین الکترون آن می‌بیند به دست آورید. محاسبه را برای پتاسیم تکرار کنید. نتایج حاصل را با پیش‌بینی‌های مبتنی بر نظریه بور مقایسه کنید؟
۴. معادله ۸-۱ را به دست آورید.
۵. عنصری یک پرتو  $K_\alpha$  به طول موج  $1940 \text{ nm}$  گسیل می‌کند. این عنصر را شناسایی کنید.
۶. انرژی‌های پرتو  $K_\alpha$  کلسیم ( $Z = 20$ )، زیرکونیم ( $Z = 40$ )، و جیوه ( $Z = 80$ ) را با هم مقایسه کنید. آنها را با مقادیر اندازه‌گیری شده  $369 \text{ keV}$ ،  $158 \text{ keV}$ ، و  $708 \text{ keV}$  مقایسه کنید (پرسش ۱۶).
۷. یک نمودار موزلی، مانند شکل ۸-۹ را برای پرتوهای  $K_\beta$  با استفاده از انرژی‌های زیر بر حسب  $\text{keV}$  رسم کنید:

Ne	۰٫۸۵۸	Mn	۶٫۵۱	Zr	۱۷٫۷
P	۲٫۱۴	Zn	۹٫۵۷	Rh	۲۲٫۸
Ca	۴٫۰۲	Br	۱۳٫۳	Sn	۲۸٫۴

شیب منحنی را تعیین و با مقدار پیش‌بینی شده مقایسه کنید. (معادله ۸-۱ فقط در مورد پرتوهای  $K_\alpha$  برقرار است؛ باید معادله مشابهی را برای پرتوهای  $K_\beta$  به دست آورید.) تقاطع محور  $z$  را تعیین و آن را تفسیر کنید.

۸. مسئله ۷ را برای پرتوهای  $L_\alpha$  تکرار کنید (انرژیها به  $\text{keV}$ ):

Mn	۰٫۷۲۱	Rh	۲٫۸۹
Zn	۱٫۱۱	Sn	۳٫۷۱
Br	۱٫۶۰	Cs	۴٫۶۵
Zr	۲٫۰۶	Nd	۵٫۷۲

تفسیرهایی را برای شیب و تقاطع ارائه کنید.

۹. در یک لامپ پرتو  $x$  الکترونها بعد از شتاب‌گرفتن در اختلاف پتانسیل  $V$  به یک هدف برخورد می‌کنند. کمینه مقدار  $V$  را برای مشاهده پرتوهای  $K_\alpha$  برآورد کنید.

۱۰. پیکربندی الکترونی کروم در فراسوی مغزه بی اثر ارگون به صورت  $4s^1 3d^5$  است. مقادیر  $L$  و  $S$  حالت پایه آن چقدرند؟

۱۱. با استفاده از قاعده‌های هوند  $S$  و  $L$  حالت پایه عناصر زیر را بیابید: (الف) Ce، با پیکربندی  $[Xe] 6s^2 4f^1 5d^1$ ؛ (ب) Gd، با پیکربندی  $[Xe] 6s^2 4f^7 5d^1$ ؛ (ج) Pt، با پیکربندی  $[Xe] 6s^1 4f^{14} 5d^9$ .

۱۲. با بهره‌گیری از قاعده‌های هوند،  $S$  و  $L$  حالت پایه را برای (الف) فلئور ( $Z = 9$ )؛ (ب) منیزیم ( $Z = 12$ )؛ (ج) تیتانیم ( $Z = 22$ )؛ (د) آهن ( $Z = 26$ ) بیابید.

۱۳. یک حالت برانگیخته معین اتمی دارای پیکربندی  $4d^1 5d^1$  است. مقادیر ممکن  $L$  و  $S$  کدام‌اند؟

۱۴. با فرض گشتاور مغناطیسی برابر یک مگنتون بور، میدان مغناطیسی مؤثری را بیابید که شکافتگی ساختار ریز حالت  $3p$  سدیم را تولید می‌کند. (برای شکافتگیها نگاه کنید به مسئله ۱۷ یا شکل ۸-۱۰).

۱۵. با استفاده از طول‌موجهای شکل ۸-۱۰، اختلاف انرژی بین حالت‌های  $3d$  و  $4d$  را در لیتیم محاسبه کنید؛ همین کار را برای سدیم انجام دهید. مقادیر حاصل را با اختلاف انرژی متناظر با  $n = 3$  تا  $n = 4$  در هیدروژن مقایسه کنید. با توجه به مقادیر مختلف  $Z$ ، چرا سازگاری تا این اندازه خوب است؟

۱۶. (الف) با بهره‌گیری از اطلاعات مربوط به لیتیم که در شکل ۸-۱۰ آمد، اختلاف انرژی حالت‌های  $3p$  و  $3d$  را محاسبه کنید. (ب) انرژی حالت‌های  $3s$ ،  $4s$ ، و  $5s$  را در بالای حالت پایه محاسبه کنید. (ج) انرژی یونش لیتیم در حالت پایه  $5eV$  است. انرژی یونش حالت  $2p$  چقدر است؟ برای حالت  $3s$  وضع چگونه است؟

۱۷. گذارهای زیر را که ناشی از دوتایه‌های ساختار ریز مختلف در سدیم (تمام طول‌موجها به nm) است در نظر بگیرید:

$$3p - 3s : 588,995, 589,592$$

$$4p - 3s : 330,303, 330,241$$

$$5p - 3s : 285,307, 285,286$$

$$6p - 3s : 268,047, 268,038$$

شکافتگی این چهار حالت  $p$  را، برحسب  $eV$ ، محاسبه کنید. بستگی این شکافتگی به عدد کوانتومی  $n$  را تعیین، و با نظریه ساده بخش ۷-۸ مقایسه کنید.



۱۸. با بهره‌گیری از طول‌موجهای شکل ۸-۱۳، اختلاف انرژی بین حالت‌های تک‌تایه  $1s^1 4p^1$  و  $1s^1 3p^1$  ( $S = 0$ ) را در هلیوم مقایسه کنید. این اختلاف انرژی را با مقدار پیش‌بینی شده با استفاده از مدل بور مقایسه کنید، با این فرض که الکترون  $s$  الکترون  $p$  را بپوشاند. این محاسبه را برای حالت‌های سه‌تایه ( $S = 1$ )  $3d$  و  $4d$  تکرار کنید.

۱۹. (الف) شش مجموعه اعداد کوانتومی ( $m_s, m_l, l, n$ ) یک الکترون  $2p$  را برشمرید. (ب) فرض کنید اتمی چون کربن داریم، که دارای دو الکترون  $2p$  است. با نادیده گرفتن اصل پاولی، چند ترکیب ممکن مختلف اعداد کوانتومی برای دو الکترون وجود دارند؟ (ج) چند ترکیب ممکن بند (ب) با اعمال اصل پاولی حذف می‌شود؟ (د) فرض کنید کربن در یک حالت برانگیخته با پیکربندی  $2p^1 3p^1$  است. آیا اصل پاولی انتخاب اعداد کوانتومی را برای الکترون‌ها محدود می‌کند؟ چند مجموعه متفاوت اعداد کوانتومی برای این دو الکترون امکان‌پذیرند؟

۲۰. با بهره‌گیری از واگنی حالت‌های با همه  $L$  و  $S$  کل ممکن، حالت برانگیخته کربن شامل چند تراز مختلف  $2p^1 3p^1$  است (شکل ۸-۱۴). این نتیجه را با نتیجه شمارش هر یک از مقادیر  $m_l$  و  $m_s$  ممکن در مسئله ۱۹ مقایسه کنید (برسش ۱۱).

۲۱. (الف) بلندترین طول‌موج طیف جذبی لیتیم چیست؟ (ب) بلندترین طول‌موج طیف جذبی هلیوم کدام است؟ در چه ناحیه‌ای از طیف این اتفاق می‌افتد؟ (ج) کوتاهترین طول‌موجها در طیفهای جذبی هلیوم و لیتیم کدام‌اند؟ اینها در چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی واقع‌اند؟

۲۲. یک لیزر کوچک هلیوم-نئون باریکه‌ای با توان میانگین  $35\text{mW}$  و قطر  $24\text{mm}$  تولید می‌کند. (الف) این لیزر در هر ثانیه چند فوتون گسیل می‌کند؟ (ب) دامنه میدان الکتریکی این موج نور چیست؟ این نتیجه را با میدان الکتریکی در فاصله یک متری یک لامپ مهتابی که  $100\text{W}$  نور مرئی گسیل می‌کند، مقایسه کنید.

## ساختار مولکولی

در این فصل به ترکیب اتمها در مولکولها، حالت‌های برانگیخته مولکولها، و راه‌های جذب و گسیل تابش به وسیله مولکولها می‌پردازیم. با توجه به نتایج آزمایش‌های متعدد، فاصله بین اتمها در مولکولها در حدود  $1\text{nm}$  است، و انرژی بستگی هر اتم در مولکول از مرتبه الکترون ولت است. این فاصله و انرژی بستگی تقریباً همان چیزی است که برای مدارهای الکترونی انتظار داریم، و از این رو انتظار داریم نیروهایی که مولکولها را بهم می‌پیوندند ناشی از الکترونها باشد. الکترونهای دارای بار منفی پیوندی را به وجود می‌آورند که بر دافعه کولنی هسته‌های با بار مثبت اتمها در مولکول، غلبه می‌کند.

اما، می‌دانیم که دافعه کولنی بین الکترونها هم وجود دارد، و معلوم نیست که مولکولهای پایدار چگونه تشکیل می‌شوند. کلید حل این مسئله در چگالیهای احتمال فضایی مدارهای اتمی است، که برای هیدروژن محاسبه کردیم و در فصل ۷ نمایش دادیم. این چگالیهای احتمال اغلب تقارن کروی ندارند، و معمولاً یک جهت فضایی را برحسب دیگر ترجیح می‌دهند.

وقتی اتمها جمع می‌شوند تا مولکول را به وجود آورند، حالت‌های اتمی به حالت‌های مولکولی تبدیل می‌شوند. این حالتها را الکترونهای والانس اتمهای مولکول برحسب انرژی فزاینده پُر می‌کنند. درست مانند مورد اتمها، این چگالیهای احتمال حالت‌های مولکولی اشغال شده است که سرشت

پیوندهای مولکولی و ساختار و ویژگیهای مولکولها را تعیین می‌کند.

درست همان‌طور که مطالعه فیزیک اتمی را با بررسی ساده‌ترین اتم آغاز کردیم، مطالعه و بررسی فیزیک مولکولی را نیز از ساده‌ترین مولکول،  $H_2^+$ ، یعنی مولکول هیدروژن یک بار یونیده، شروع می‌کنیم. سپس به مولکولهای ساده دیگر، مانند  $H_2$  و  $NaCl$ ، می‌پردازیم و سرانجام خواهیم دید که معلومات قبلی ما از توابع موج اتمی چگونه به ما کمک می‌کند تا حالت‌های مولکولی را که اساس شیمی آلی است، بفهمیم.

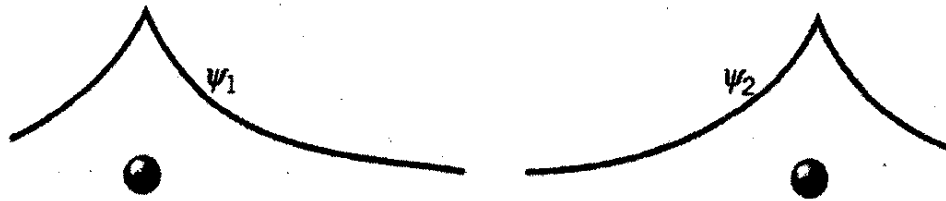
این فصل را با بحث درباره حالت‌های برانگیخته چرخشی و ارتعاشی مولکولها به پایان می‌بریم. تابشهای الکترومغناطیسی گسیل شده در گذارهای بین حالتها یک مهر مشخصه مولکول و ساختار آن است. طیف‌نمایی مولکولی، یعنی مطالعه این تابشها، در حوزه‌های متنوعی چون شناسایی آلاینده‌های جوی و جستجوی حیات در فضای خارج از کره زمین، کاربرد دارد.

## ۹-۱ یون مولکول هیدروژن

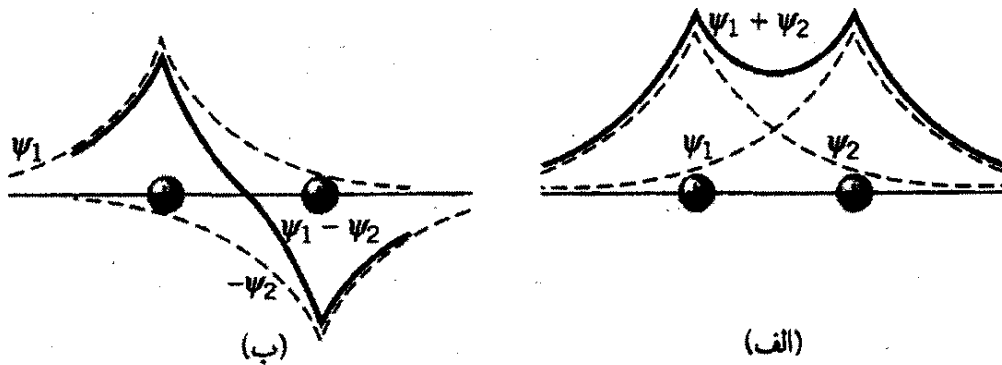
آنچه ساختار مولکولی را پیچیده می‌کند، همان چیزی است که موجب پیچیدگی ساختار اتمی هم می‌شود؛ تعداد الکترون‌ها بیش از آن است که نوشتن و حل معادله‌های دینامیکی حاکم بر ساختار اتم یا مولکول را امکان‌پذیر سازد. بنابراین، از همان شگرد مطالعه ساختار اتمی برای ساختار مولکول استفاده می‌کنیم. بررسی خود را از مولکولی آغاز می‌کنیم که فقط یک الکترون دارد. این مولکول  $H_2^+$ ، یون مولکول هیدروژن است که با کندن یک الکترون از مولکول هیدروژن معمولی،  $H_2$ ، به دست می‌آید.

پیش از آنکه به خواص مکانیک موجی  $H_2$  بپردازیم، بگذارید ببینیم چه چیزی اجزای این مولکول ساده را کنار یکدیگر نگه می‌دارد. ابتدا پی می‌بریم که درست نیست که  $H_2^+$  را یک اتم هیدروژن (پروتون به اضافه الکترون) در نظر بگیریم که به یک پروتون دیگر پیوسته است. چون اتم هیدروژن با چنین ترکیبی به لحاظ الکتریکی خنثی است و هیچ نیروی کولنی الکتروستاتیکی وجود ندارد که این دو جزء را کنار هم نگه دارد. دست کم در این نوع مولکول، ظاهراً درست نیست که الکترون را صرفاً متعلق به یکی از اجزای این ترکیب بدانیم. الکترون باید به گونه‌ای بین این دو بخش مشترک باشد. الکترون باید بخش اعظم وقت خود را در ناحیه بین دو پروتون سپری کند، یعنی به بیان مکانیک کوانتومی، چگالی احتمال الکترون در آن ناحیه باید زیاد باشد.

همان‌طور که در فصل ۷ دیدیم، الکترون حالت پایه هیدروژن دارای  $13.6\text{eV}$  انرژی، و تابع موج  $\psi = (\pi a_0^3)^{-1/2} e^{-r/a_0}$  است، که در آن  $a_0$  شعاع بور، و چگالی احتمال متناسب با  $\psi^2$  است. شکل ۹-۱ توابع موج الکترون برای دو پروتون با فاصله زیاد از یکدیگر را نشان می‌دهد. اگر



شکل ۹-۱ توابع موج الکترون برای دو اتم هیدروژن که فاصله زیادی از یکدیگر دارند.

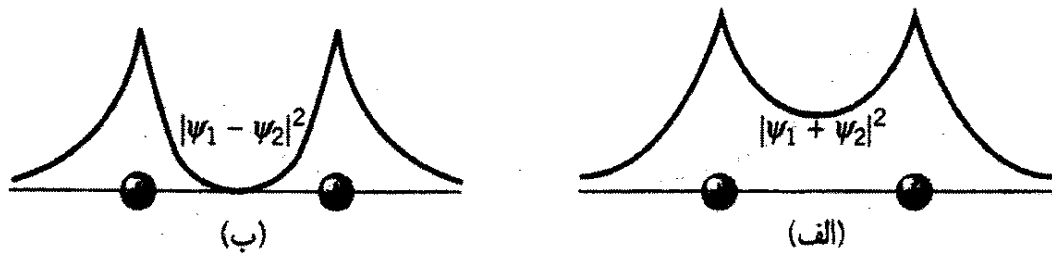


شکل ۹-۲ همپوشی دو تابع موج هیدروژنی. در (الف)، این دو تابع موج هم علامت‌اند، در حالی که در (ب) مختلف‌العلامت هستند.

این دو پروتون را به هم نزدیکتر کنیم، توابع موج همپوش می‌شوند، و باید آنها را مطابق قاعده‌های مکانیک کوانتومی باهم ترکیب کنیم: ابتدا باید توابع موج را باهم جمع کنیم، سپس نتیجه را برای یافتن چگالی احتمال کل، به توان دو برسانیم. (توجه کنید که هرگاه توابع را ابتدا مجذور و بعد آنها را باهم جمع کنیم، نتیجه خیلی فرق خواهد کرد.)

می‌توانیم این دو تابع موج را به راههای مختلف، بسته به اینکه هم علامت یا مختلف‌العلامت باشند، باهم جمع کنیم. علامت مطلق یک تابع موج اختیاری است. برای به دست آوردن ثابت بهنجارش یک تابع موج، در واقع مجذور آن را محاسبه می‌کنیم. می‌توانیم ریشه مثبت یا منفی را اختیار کنیم؛ اما برای راحتی اغلب ریشه مثبت را برمی‌گزینیم. وقتی چگالیهای احتمال  $\psi^2$  را برای یک تک تابع موج محاسبه می‌کنیم، انتخاب علامت بی‌معنی است؛ اما وقتی توابع موج مختلف را باهم ترکیب می‌کنیم، علامتهای مربوط به آنها نشان می‌دهند که باید این دو تابع را باهم جمع یا از هم کم کنیم، که به چگالیهای احتمال بسیار متفاوتی می‌انجامد.

دو ترکیب مختلف توابع موج شکل ۹-۲ را در نظر بگیرید. در یک مورد، این دو تابع موج هم علامت‌اند، و مورد دیگر علامتهای مخالف دارند. تأثیر این اختلاف علامت بر توزیعهای احتمال، که در شکل ۹-۳ مشاهده می‌کنید، تعیین‌کننده است. چگالی احتمال متناظر با  $\psi_1 + \psi_2$  (شکل ۹-۳ الف) در ناحیه بین دو پروتون نسبتاً بزرگ است. از اینجا به تراکم بار منفی بین پروتونها



شکل ۳-۹ چگالیهای احتمال متناظر با دو تابع موج شکل ۲-۹.

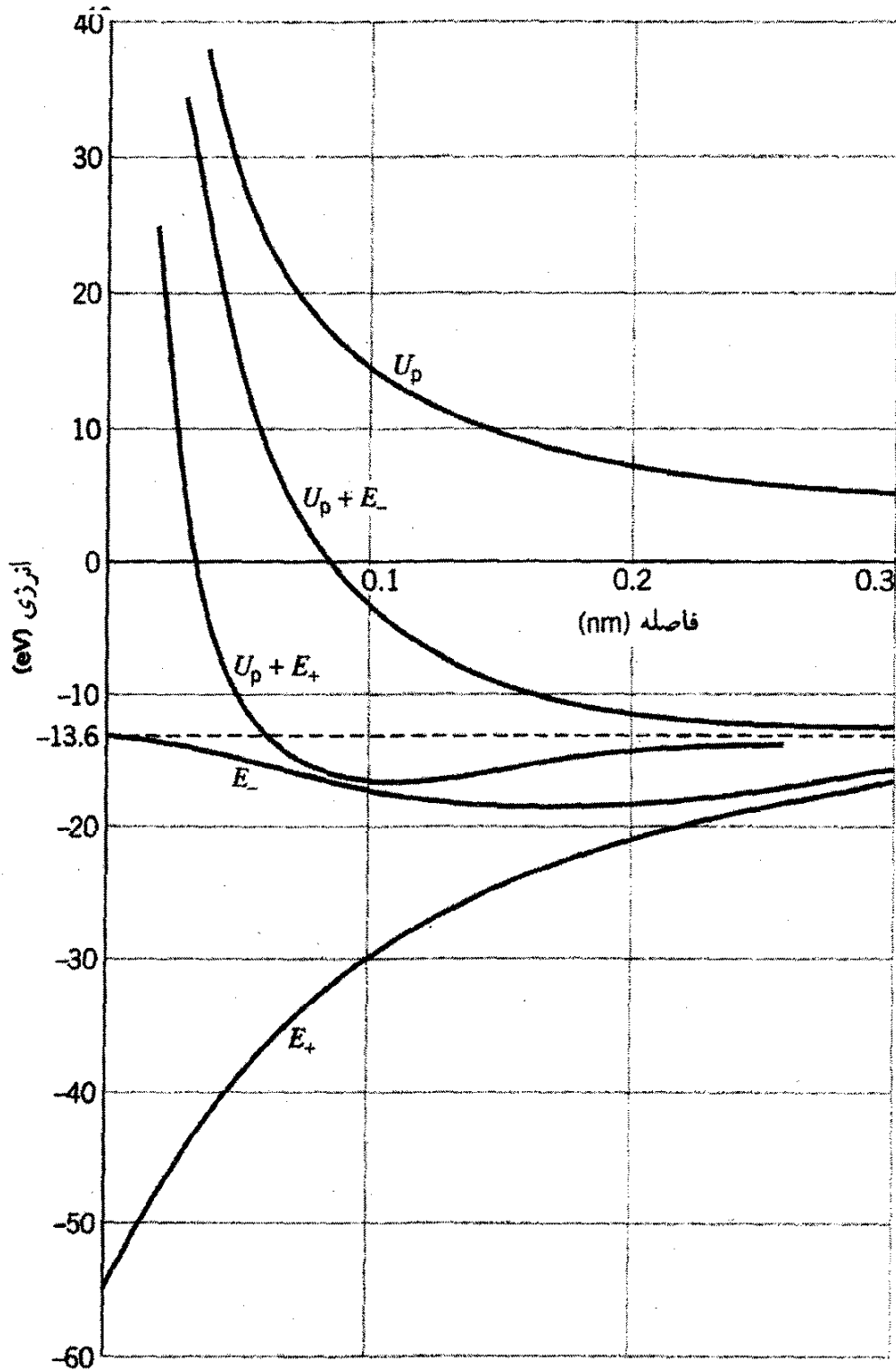
بی می‌بریم، که می‌تواند جاذبه کولنی کافی را برای تشکیل یک مولکول پایدار تأمین کنند. اما، چگالی احتمال متناظر با  $\psi_1 - \psi_2$  (شکل ۳-۹ ب) در میانه فاصله بین پروتونها صفر می‌شود و چگالی بار منفی در این ناحیه کوچک است. بار منفی کافی برای غلبه بر دافعه کولنی پروتونها وجود ندارد، و در نتیجه این ترکیب توابع موج به تشکیل مولکول پایدار نمی‌انجامد.

حال انرژی یون مولکول هیدروژن را بر حسب فاصله بین دو پروتون،  $R$ ، در نظر می‌گیریم. انرژی پتانسیل کولنی پروتونها  $U_p = e^2 / 4\pi\epsilon_0 R$  است؛ منحنی نمایش تغییرات این تابع در شکل ۴-۹ نشان داده شده است. برای یافتن انرژی الکترون بر حسب  $R$ ، ابتدا موردی را در نظر می‌گیریم که دو پروتون خیلی از هم دورند. در این حالت الکترون در مدار حالت پایه حول یکی از پروتونها قرار دارد، که در آن  $E = -13.6 \text{ eV}$ . وقتی پروتونها به هم نزدیک می‌کنیم، پیوند الکترون محکمتر می‌شود (زیرا هر دو پروتون آن را جذب می‌کنند) و انرژی منفی‌تر خواهد شد. وقتی  $R \rightarrow 0$ ، سیستم به یک تک اتم با  $Z = 2$  نزدیک می‌شود. برای تابع موج  $\psi_1 + \psi_2$  (شکل ۲-۹ الف)، تابع موج ترکیب شده در  $R = 0$  یک بیشینه دارد و شبیه تابع موج حالت پایه یک اتم با  $Z = 2$  است. با یادآوری این نتیجه از فصل ۶ برای انرژی الکترون در یک اتم هیدروژن‌گونه داریم،

$$E_n = (-13.6 \text{ eV}) \frac{Z^2}{n^2}$$

که در آن  $n$  عدد کوانتومی اصلی است، انرژی الکترون در حالت پایه را به‌ازای  $Z = 2$  برابر  $-54.4 \text{ eV}$  به دست می‌آوریم. پس، انرژی متناظر با مجموع دو تابع موج، که آن را با  $E_+$  نشان می‌دهیم برای مقادیر بزرگ  $R$  برابر  $-13.6 \text{ eV}$  است و برای مقادیر کوچک  $R$  مقدار آن  $-54.4 \text{ eV}$  می‌شود. نتیجه یک محاسبه دقیق  $E_+$  در شکل ۴-۹ نشان داده شده است.

برای ترکیب متناظر با تفاضل دو تابع موج، انرژی بار دیگر به‌ازای  $R$  بزرگ می‌شود  $-13.6 \text{ eV}$ . وقتی  $R \rightarrow 0$ ، تابع موج ترکیب شده به صفر میل می‌کند (شکل ۲-۹ ب). پایینترین تراز انرژی با تابع موجی که در  $R = 0$  ناپدید می‌شود حالت  $2p$  است، که برای آن انرژی در یک اتم هیدروژن گونه  $Z = 2$  عبارت است از  $-13.6 \text{ eV}$ . بنابراین، انرژی  $E_-$  متناظر با تابع موج  $\psi_1 - \psi_2$  هم



شکل ۴-۹ بستگی انرژی به فاصله  $H_2^+$ .

برای  $R$  بزرگ و هم  $R$  کوچک دارای مقدار  $13.6 \text{ eV}$  - است. شکل دقیق آن در شکل ۴-۹ نشان داده شده است.

انرژی کل یون مولکول هیدروژن مجموع انرژی پروتون،  $U_p$ ، و انرژی الکترون، یعنی  $E_+$  یا  $E_-$  است. منحنی نمایش تغییرات این دو مجموع نیز در شکل ۴-۹ رسم شده است. مشاهده می‌کنید که ترکیب  $U_p + E_-$  هیچ کمینه‌ای ندارد و از این رو فاقد حالت مقید پایدار است. تابع موج  $\psi_1 - \psi_2$ ، همان گونه که انتظار داشتیم، به پیکربندی پایداری برای یون مولکول هیدروژن نمی‌انجامد.

مجموع  $U_p + E_+$  در فاصله تعادل  $R_{\text{تعادل}} = 0.106 \text{ nm}$  و انرژی  $16.3 \text{ eV}$  دارای کمینه است. انرژی بستگی  $B$  مربوط به  $H_2^+$  انرژی لازم برای جدا کردن یون به  $H$  و  $H^+$  و متناظر است با عمق دره پتانسیل  $U_p + E_+$  در شکل ۹-۴:

$$B = E(H + H^+) - E(H_2^+) = -13.6 \text{ eV} - (-16.3 \text{ eV}) = 2.7 \text{ eV}$$

توجه کنید که انرژی بستگی مولکولی را به صورت اختلاف انرژی بین مؤلفه‌های مختلف ( $H$  و  $H^+$ ) و سیستم مرکب ( $H_2^+$ ) تعریف کردیم.

توجه به این نکته جالب است که پایداری در  $R_{\text{تعادل}} \cong 2a_0$  به دست می‌آید. از فصل ۷ به یاد دارید که چگالی شعاع احتمال برای حالت  $1s$  هیدروژن در  $r = a_0$  بیشینه است. بنابراین پیکربندی پایدار یون  $H_2^+$  چنان است که بیشینه چگالی شعاعی برای یک تک اتم  $H$  درست در وسط مولکول قرار می‌گیرد! که باردیگر با پیش‌بینی‌های ما برای ساختار  $H_2^+$  سازگار است؛ الکترون باید قسمت اعظم وقت خود را بین این دو پروتون سپری کند.

به طور خلاصه، از مطالعه این مولکول ساده پی بردیم که یکی از جنبه‌های مهم پیوند مولکولی شریک شدن دو اتم مولکول در یک تک الکترون است. این مشارکت مسئول پایداری مولکول است. با به خاطر داشتن این موضوع اکنون می‌توانیم الکترون دومی را اضافه کنیم و مولکول  $H_2$  را در نظر بگیریم.

### مثال ۹-۱

فرض کنید یک بار منفی کروی به قطر  $R_{\text{eq}}$  بین دو پروتون در پیکربندی تعادل  $H_2^+$  قرار دارد، به گونه‌ای که این دو پروتون دقیقاً بر سطح کره مساند. روی کره چه باری وجود داشته باشد تا به سیستم انرژی بستگی  $2.7 \text{ eV}$  بدهد؟

حل: فرض کنید بار منفی روی کره کسر  $\delta$  از بار الکترون باشد. در این صورت انرژی پتانسیل بین کره و یکی از پروتونها عبارت است

$$U_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\delta e^2}{R_{\text{eq}}/2}$$

انرژی کل سیستم شامل دافعه پروتونها و جاذبه کره منفی به ازای هر یک از پروتونهاست:

$$\begin{aligned} E &= U_p + 2U_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R_{\text{eq}}} - 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\delta e^2}{R_{\text{eq}}/2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R_{\text{eq}}} (1 - 4\delta) \end{aligned}$$

با جایگذاری مقدار  $R_{eq} = 0.106 \text{ nm}$  و  $E = -B = -2.7 \text{ eV}$ ، می‌توانیم معادله بالا را حل کنیم و برسیم به

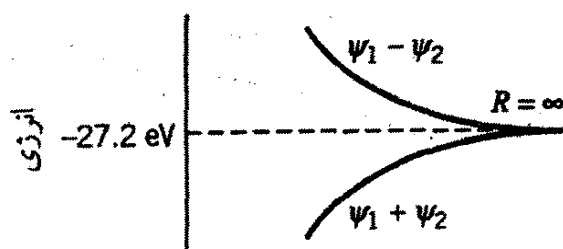
$$\delta = 0.30$$

■ مقدار بار با کسر  $|\psi|^2$  بین این دو پروتون در شکل ۹-۳ الف تقریباً سازگار است.

## ۹-۲ مولکول $H_2$ و پیوند کووالانسی

فرض کنید دو اتم هیدروژن به فاصله خیلی زیاد از یکدیگر داریم. به هر یک از این اتمها یک حالت الکترونی  $1s$ ، در انرژی  $-13.6 \text{ eV}$ ، وابسته است، زیرا این اتمها چنان از هم دورند که بین الکترونها هیچ برهم‌کنشی وجود ندارد. با نزدیک‌تر کردن اتمها به یکدیگر و تشکیل شدن یک مولکول  $H_2$ ، توابع موج الکترون شروع به همپوشانی می‌کنند، به گونه‌ای که الکترونها بین این دو اتم "به مشارکت گذاشته می‌شوند." به طوری که در بخش پیشین دیده‌ایم، این رویداد به گونه‌ای رخ می‌دهد که دو تابع موج در ناحیه بین دو پروتون یا باهم جمع می‌شوند و یک مولکول پایدار می‌دهند، یا ازهم کم می‌شوند، که به مولکول پایداری نمی‌انجامد. اکنون هر یک از حالت‌های منفرد اتمها به حالت‌های مولکولی تبدیل می‌شوند. توجه کنید که، مطابق شکل ۹-۵، تعداد حالت‌ها با کاهش فاصله  $R$  تغییر نمی‌کند. وقتی فاصله اتمها خیلی زیاد شود، دو حالت، هر یک در  $-13.6 \text{ eV}$ ، به وجود می‌آید، به طوری که انرژی کل در  $R = \infty$  عبارت است از  $-27.2 \text{ eV}$ ، وقتی فاصله کاهش می‌یابد، بازهم دو حالت وجود دارد، اما در این مورد انرژی آنها متفاوت است، یک حالت متناظر با مجموع دو تابع موج و به مولکول پایدار  $H_2$  می‌انجامد؛ حالت دیگر با تفاضل دو تابع موج متناظر است و مولکول پایداری را نمی‌دهد. حالت مولکولی را که به مولکول پایدار می‌انجامد، حالت پیوندی، و حالتی را که به مولکول پایدار نمی‌انجامد حالت پاد پیوندی می‌گویند.

همان گونه که قبلاً در مورد  $H_2^+$  دیدیم، برای تشکیل یک مولکول، توزیع احتمال الکترون در ناحیه بین دو پروتون باید بزرگ باشد. در مورد  $H_2$ ، این موضوع برای هر دو الکترون صادق است،



شکل ۹-۵ انرژی ترکیب‌های گوناگون توابع موج در  $H_2$ .



و حتماً با توجه به اصل پاؤلی، انتظار داریم که هر دو الکترون آن حالت مولکولی را اشغال کنند که باعث احتمال زیاد در ناحیه مرکزی می‌شود، و اسپین آنها باید در جهت خلاف یکدیگر باشد؛ یعنی، یکی از آنها باید اسپین " بالا" و دیگری اسپین " پایین" داشته باشد.

به اشتراک نهادن الکترونها در مولکولی چون  $H_2$  منشأ پیوند کووالانسی است؛ این نوع پیوند در مولکولهایی رخ می‌دهد که حاوی دو اتم یکسان باشند، و از این رو آن را پیوند جورقطبی یا جور هسته‌ای هم می‌گویند.

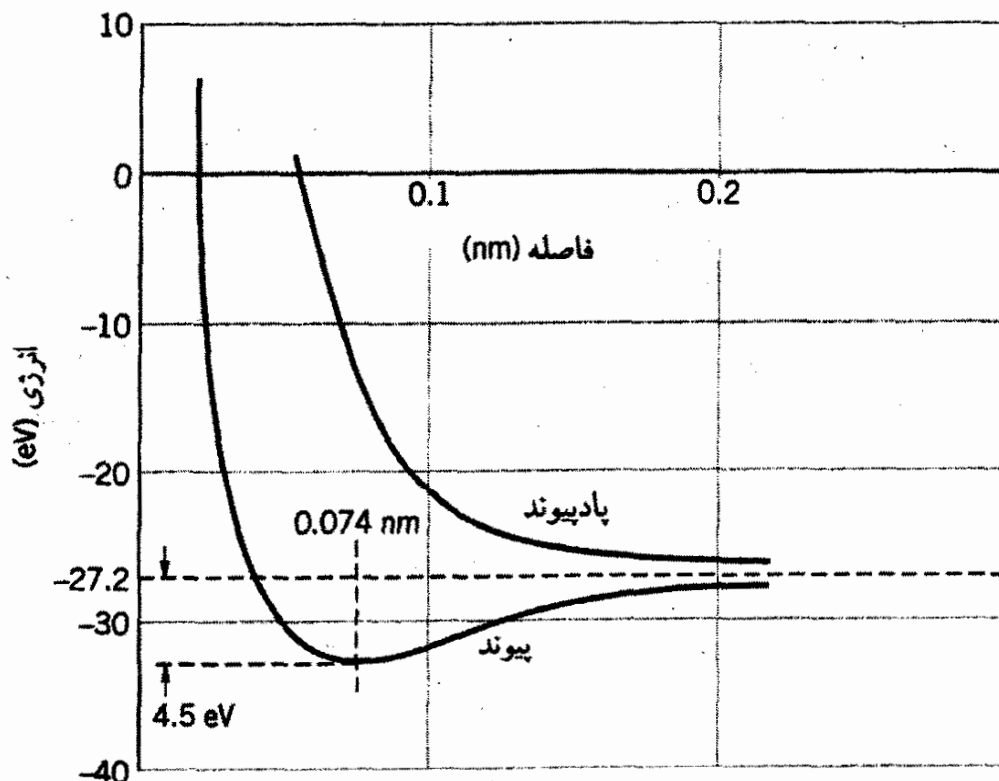
اکنون جنبه‌های اساسی پیوند کووالانسی را جمع‌بندی می‌کنیم:

۱. با نزدیک شدن دو اتم به یکدیگر، الکترونها برهم‌کنش می‌کنند و حالت‌های اتمی مجزا و ترازهای انرژی به حالت‌های مولکولی تبدیل می‌شوند.

۲. در یکی از حالت‌های مولکولی، توابع موج الکترون به نحوی همپوشان می‌شوند که انرژی کمتر از اتم‌های مجزا می‌دهند؛ این حالت پیوندی است که به تشکیل مولکولهای پایدار می‌انجامد.

۳. حالت مولکولی دیگر (حالت پاد پیوندی) انرژی بیشتر از تک‌تک اتمها دارد و به تشکیل مولکولهای پایدار نمی‌انجامد.

۴. محدودیت‌های اصل پاؤلی برای حالت‌های مولکولی، درست، مانند حالت‌های اتمی، صادق است؛ هر حالت مولکولی را حداکثر دو الکترون، متناظر با دو سمتگیری مختلف اسپین الکترون، اشغال می‌کند. انرژی حالت پیوندی برای  $H_2$  در شکل ۹-۶ نشان داده شده است؛ همان گونه که ملاحظه



شکل ۹-۶ پیوند و پاد پیوند در  $H_2$ .

می‌کنید، یک کمینه در  $E = -31.7 \text{ eV}$  در  $R = 0.074 \text{ nm}$  وجود دارد. اگر مولکول  $\text{H}_2$  را به دو اتم  $\text{H}$  خنثی تقسیم کنیم، انرژی کل عبارت است از  $-27.2 \text{ eV} = -13.6 \text{ eV} \times 2$ ، و از این رو انرژی بستگی مولکولی  $\text{H}_2$  برابر  $4.5 \text{ eV} = (-31.7 \text{ eV}) - (-27.2 \text{ eV})$  می‌شود.

از مقایسه شکل‌های ۹-۴ و ۹-۶ بلافاصله به اثر افزودن یک الکترون اضافی به  $\text{H}_2^+$  پی می‌بریم؛ انرژی بستگی بیشتر (پیوند مولکولی محکمتر) است، و هسته‌ها به هم نزدیکتر می‌شوند. هر دو اثر ناشی از وجود الکترون اضافی در ناحیه بین دو پروتون است.

همین‌طور می‌توانیم بفهمیم که چرا  $\text{He}$  مولکول  $\text{He}_2$  تشکیل نمی‌دهد؛ با کنار هم قرار گرفتن دو اتم  $\text{He}$ ، حالت‌های پیوندی و پاد پیوندی خیلی شبیه به مورد  $\text{H}_2$  تشکیل می‌شوند. مولکول  $\text{He}_2$  چهار الکترون، دو تا در حالت پیوندی و دو تا در حالت پاد پیوندی، دارد و اثر نهایی آن این است که هیچ مولکول پایداری شکل نمی‌گیرد. (اما،  $\text{He}_2^+$  با الکترون پیوندی و فقط یک الکترون پاد پیوندی پایدار است. انرژی بستگی  $\text{He}_2^+$  برابر  $3.1 \text{ eV}$  و فاصله آنها  $1.08 \text{ nm}$  است، که به نحو چشمگیری به مقادیر متناظر  $\text{H}_2^+$  نزدیک است.)

## ۳-۹ سایر مولکولها با پیوند کووالانسی

سایر سیستم‌های هیدروژن‌گونه با یک تک الکترون  $s$  نیز مولکولهای پایداری را با پیوند کووالانسی تشکیل می‌دهند؛ مثلاً نگاه کنید به مقادیر مربوط به  $\text{Li}_2$  و  $\text{Na}_2$  مندرج در جدول ۹-۱.

جدول ۹-۱ ویژگیهای مولکول با پیوند  $s$

مولکول	انرژی تفکیک <sup>۱</sup> (eV)	فاصله تعادل (nm)
$\text{H}_2$	۴٫۵۲	۰٫۰۷۴
$\text{Li}_2$	۱٫۱۰	۰٫۲۶۷
$\text{Na}_2$	۰٫۸۰	۰٫۳۰۸
$\text{K}_2$	۰٫۵۹	۰٫۳۹۲
$\text{LiNa}$	۰٫۹۱	۰٫۲۸۱
$\text{KNa}$	۰٫۶۶	۰٫۳۴۷
$\text{LiH}$	۲٫۴۳	۰٫۱۶۰
$\text{Rb}_2$	۰٫۴۷	۰٫۴۲۲
$\text{NaRb}$	۰٫۶۱	۰٫۳۵۹
$\text{Cs}_2$	۰٫۴۳	۰٫۴۵۰
$\text{NaH}$	۲٫۰۹	۰٫۱۸۹

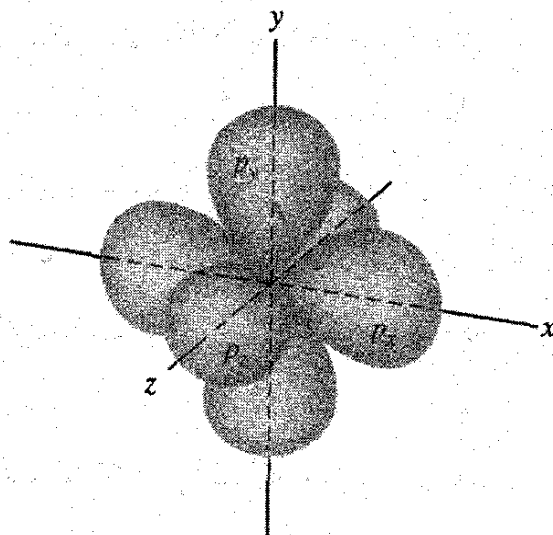
۱. "انرژی تفکیک" معادل است با "انرژی بستگی" به‌عنوان معیاری از استحکام پیوند شیمیایی. هر یک از این دو اصطلاح بر انرژی لازم برای گسستن پیوند دلالت می‌کند.

اتمهای با الکترونهاي والانس در حالتهاي  $p$  نیز می‌توانند با پیوندهای کووالانسی مولکولهایي چون اکسیژن و نیتروژن، را تشکیل دهند. چون سه حالت اتمی  $p$  وجود دارد، پس شش حالت مولکولی خواهیم داشت، و رده‌بندی ترازها می‌تواند کاملاً ملال آور شود، اما می‌توانیم ساختار مولکولهای متشکل از اتمهای با الکترون  $p$  را بر مبنای هندسهٔ حالتهاي اتمی  $p$  بفهمیم. سه کاربرد این نوع پیوند کووالانسی یعنی، مولکولهای جورقطبی  $pp$ ، پیوندهای جهتدار  $sp$ ، و حالتهاي هیبرید  $sp$ ، را بررسی می‌کنیم ابتدا برخی ویژگیهای حالتهاي اتمی  $p$  را مرور می‌کنیم.

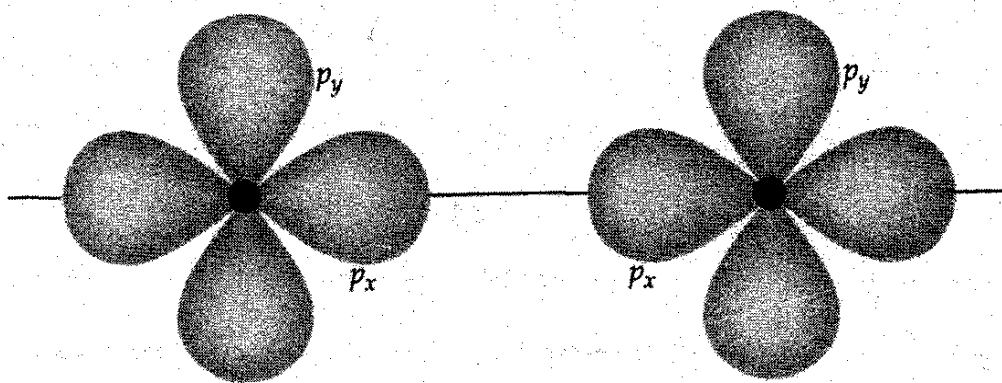
در فصل ۷ معادلهٔ شرودینگر را برای اتم  $H$  حل کردیم و توزیع چگالی احتمال را برای توابع موج الکترونی مختلف نشان دادیم. البته، این جوابهای هیدروژن برای سایر اتمها مناسب نخواهد بود، اما جنبه‌های اساسی هندسهٔ حالتهاي اتمی درست باقی می‌مانند. اکنون توجه خود را بر حالتهاي  $p$  متمرکز می‌کنیم، که سه حالت، متناظر با  $+1$ ،  $0$ ، و  $-1$   $m_l$  هستند. توزیعیهای احتمال متناظر با این مقادیر  $m_l$  در شکل ۷-۹ نشان داده شده‌اند. می‌توان تصور کرد که این توزیعیها به شکل "عدد هشت لاتین" با دو لب مشخص احتمال زیاد هستند، در حالت  $m_l = 0$ ، محور بلند "عدد هشت" در امتداد محور  $z$  است، و دو لب با بیشینهٔ احتمال در جهت  $+z$  و  $-z$  قرار می‌گیرند. در حالتهاي  $m_l = \pm 1$ ، "عدد هشت" در صفحهٔ  $xy$  قرار می‌گیرد، و می‌توانیم تصور کنیم که به سرعت حول محور  $z$ ، در جهت پاد ساعتگرد برای  $m_l = +1$  و ساعتگرد برای  $m_l = -1$  می‌چرخد، که مجدداً دو لب با احتمال زیاد را می‌دهد که اکنون در امتداد خطی قرار می‌گیرند، که می‌تواند هر سمتگیری را در صفحهٔ  $xy$  داشته باشد. برای هدف ما در اینجا، استفاده از نمادگذاری  $m_l$  چندان مناسب نیست، بهتر است از نمادگذاری دیگر استفاده کنیم که در آن به هر یک از سه حالت ممکن  $p$  برجسبی بزنییم که جهتهاي متناظر با لُیهای بیشینهٔ احتمال را مشخص کند. به این ترتیب  $p_z$  حالت با نواحی احتمال زیاد الکترون در امتداد محور  $z$  است، و به همین ترتیب برای  $p_x$  و  $p_y$ . شکل ۷-۹ نمودار طرح‌وار این توزیعیهای احتمال را نشان می‌دهد. (حالت  $p_z$  دقیقاً متناظر با  $m_l = 0$  است؛  $p_x$  و  $p_y$  با مخلوط  $m_l = +1$  و  $m_l = -1$  متناظرند.) ساختار مولکولهای حاوی الکترونهاي  $p$  را بر اساس این مدل سادهٔ متشکل از سه حالت متقابلاً متعامد  $p_x$ ،  $p_y$  و  $p_z$  بررسی می‌کنیم.

### پیوندهای کووالانسی $pp$

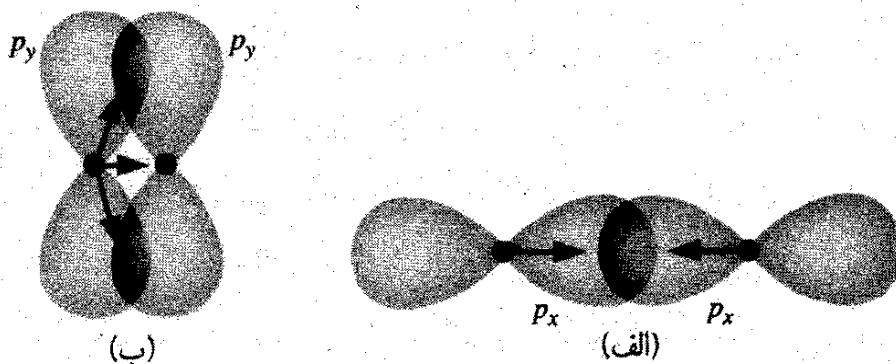
بینیم وقتی دو اتم با پوستهٔ  $p$  را که توزیعیهای احتمال هر کدام مانند شکل ۷-۹ است به هم نزدیک می‌کنیم چه پیش می‌آید. فرض می‌کنیم که این اتمها، مطابق شکل ۸-۹، در امتداد محور  $x$  به هم نزدیک شوند، با نزدیکتر شدن اتمها به یکدیگر، حالتهاي  $p_x$  همپوش می‌شوند (شکل ۹-۹ الف)؛ و (هرگاه دو تابع موج با هم جمع شوند) چگالی بار منفی فزاینده‌ای را بین دو هسته می‌دهند و باعث



شکل ۷-۹ توزیعهای احتمال سه الکترون  $p$  مختلف.



شکل ۸-۹ دو اتم با الکترون  $p$ . توزیع احتمال  $p_z$ ، که عمود بر صفحه کاغذ است، در این شکل نشان داده نشده است.



شکل ۹-۹ (الف) همپوشانی توزیعهای احتمال  $p_x$ . بردارها نیرویی را نشان می‌دهند که به واسطه همپوشانی بر هسته‌ها وارد می‌شود. (ب) همپوشانی توزیعهای احتمال  $p_y$ . نیروهای خارج محوری در امتداد این محور برابند نیروی کوچکتری را می‌دهند.

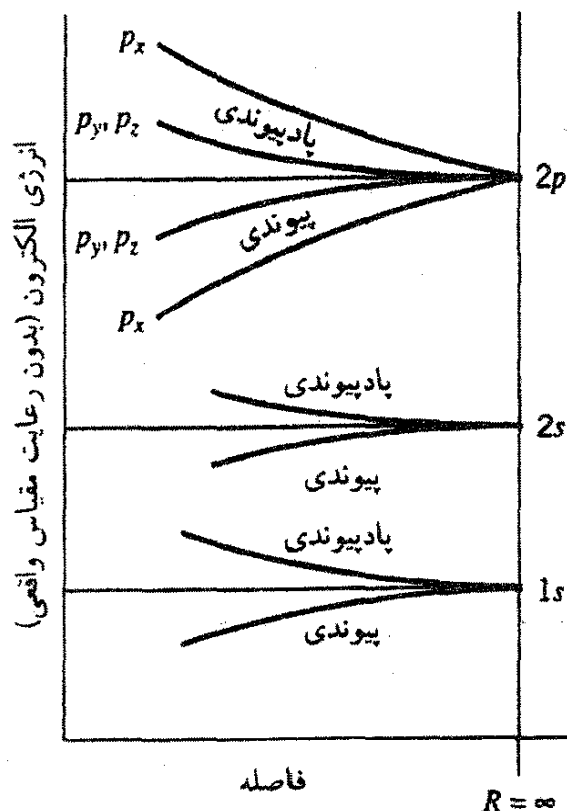
پیوند اتمها در مولکول می‌شوند. همپوشی بسیار ضعیفتری بین حالت‌های  $p_z$  (شکل ۹-۹ ب) و نیز بین حالت‌های  $p_y$  (که در شکل نشان داده نشده) وجود دارد. چون همپوشی حالت‌های  $p_y$  در امتداد خطی نیست که هسته‌ها را به هم وصل می‌کند، مؤلفه‌هایی از نیروی بستگی وجود دارد که با یکدیگر مخالف‌اند، و فقط نیروی برآیند بسیار کوچکتري در امتداد خط واصل بین هسته‌ها عمل می‌کند (شکل ۹-۹ ب). به علاوه، در حالت‌های  $p_y$  همپوشی کمتر است. نتیجه نهایی به این صورت است که حالت‌های  $p_y$  (و نیز حالت‌های  $p_z$ ) در بستگی مولکولی تأثیر کمتری از حالت‌های  $p_x$  دارند.

این مدل بسیار ساده شده، نشان می‌دهد که حالت  $p_x$  باید اثر پیوندی بسیار بزرگتری (و نیز اثر باید پیوند خیلی بزرگتری) از حالت‌های  $p_y$  و  $p_z$  داشته باشد. همچنین با توجه به این مدل، آثار پیوندی و پاد پیوندی حالت‌های  $p_y$  باید مشابه آثار پیوندی و پاد پیوندی  $p_z$  باشند.

اکنون انرژی حالت‌های مولکولی را برحسب فاصله هسته‌ای،  $R$  در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم با دو اتم سروکار داریم، که الکترون‌های والانس آنها در پوسته  $2p$  است، هر اتم یک حالت اتمی  $1s$  دارد که با دو الکترون پر می‌شود. وقتی این حالتها همپوش شوند، حالت‌های مولکولی پیوندی و پاد پیوندی  $1s$  به وجود می‌آیند، درست مانند مورد  $H_2$ . به طور کلی چهار الکترون  $1s$  در مولکول وجود دارد، و با دو الکترون در هر حالت، حالت‌های مولکولی پیوندی و پاد پیوندی  $1s$  کاملاً پر می‌شوند. همین موضوع در مورد حالت‌های  $2s$  هم صادق است. ترازهای  $2s$  اتمی حالت‌های مولکولی پیوندی و پاد پیوندی را تشکیل می‌دهند، و چون هر اتم یک پوسته  $2s$  پر دارد، چهار الکترون  $2s$  هر دو حالت مولکولی پیوندی و پاد پیوندی را پر می‌کند.

چون پوسته‌های  $2p$  در اتمها تا اندازه‌ای پر است، پیوند مولکولی نهایی به شدت به حالت‌های  $2p$  مولکولی وابسته است. برای هر حالت اتمی  $(p_z, p_y, p_x)$  حالت‌های مولکولی پیوندی و پاد پیوندی متناظر وجود دارد. اما، آثار پیوندی و پاد پیوندی این حالتها، مطابق شکل ۹-۹، هم‌ارز نیستند. حالت  $p$  که در امتداد خط تماس  $p_x$  است اثری بسیار چشمگیرتر از اثر نهایی دارد که دور از خط تماس  $(p_z, p_y)$  قرار می‌گیرند. بنابراین حالت پیوند  $p_x$  باید انرژی کمتری از حالت‌های پیوندی  $p_z$  و  $p_y$  داشته باشد، و حالت پاد پیوندی  $p_x$  باید انرژی بیشتری از حالت‌های پاد پیوندی  $p_z$  و  $p_y$  داشته باشد. شکل ۹-۱۰ انرژی این حالت‌های مولکولی را نشان می‌دهد.

اکنون سه مولکول دواتمی متشکل از اتمهای با دو الکترون والانس  $2p$ :  $N_2$ ،  $O_2$  و  $F_2$  را در نظر می‌گیریم. نیتروژن هفت الکترون دارد؛ پوسته‌های  $1s$  و  $2s$  پرند، و سه الکترون پوسته  $2p$  را اشغال می‌کنند. بنابراین، در مولکول  $N_2$  شش الکترون  $2p$  برای پر کردن حالت‌های مولکولی  $2p$ ، که هر یک از آنها می‌تواند حاوی دو الکترون باشند وجود دارد. سه تا از پایتترین ترازهای



شکل ۹-۱۰ حالت‌های ۲p پیوندی و پاد پیوندی.

مولکولی ۲p پُر می‌شوند. چون هر سه این ترازها حالت‌های پیوندی هستند،  $N_2$  یک مولکول دو اتمی بسیار پایدار تشکیل می‌دهد (انرژی بستگی =  $9.8 eV$ ، فاصله آنها =  $110 nm$ ). به اعتبار این پایداری، نیتروژن به صورت  $N_2$  در اکثر شرایط نسبتاً غیرفعال است.

اکسیژن چهار الکترون ۲p دارد، و از این رو مولکول  $O_2$  باید در ترازهای مولکولی ۲p دارای هشت الکترون باشد. اینها نه تنها سه تراز پیوندی را مانند مورد  $N_2$  پُر می‌کنند، بلکه پایینترین ( $2p_y$  یا  $2p_z$ ) تراز پاد پیوندی را هم پُر خواهند کرد. بنابراین انتظار داریم پایداری  $O_2$  کمتر از  $N_2$  باشد، زیرا دارای سه تراز مولکولی پیوندی و یک تراز مولکولی پاد پیوندی دارد، و تجربه با پیش‌بینی و انتظار ما می‌خواند. انرژی بستگی  $O_2$  ( $5.1 eV$ ) از انرژی بستگی  $N_2$  کمتر، و فاصله هسته‌ای آن بیشتر ( $120 nm$ ) است. پایداری مولکول  $O_2$  کمتر از  $N_2$  است، و پیوندهای مولکولی  $O_2$  را با واکنشهای شیمیایی معمول، مثلاً، مانند اکسایش فلزات در هوا می‌توان شکست.

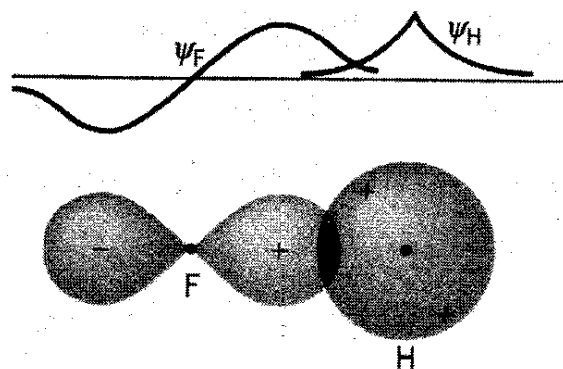
فلوئور پنج الکترون ۲p دارد، از این رو مولکول  $F_2$  ده الکترون در حالت‌های ۲p دارد، که سه تراز پیوندی و دو تراز پاد پیوندی را پُر می‌کنند. به همین اعتبار پایداری  $F_2$  حتی از  $O_2$  کمتر است؛ انرژی لازم برای تجزیه  $F_2$  به دو اتم  $F$  فقط  $1.6 eV$  است، و گاز فلوئور با بسیاری مواد به شدت واکنش می‌کند. در واقع، چون فوتونهای نور مرئی انرژی بیشتر از  $1.6 eV$  (نوعاً ۲ تا ۴ الکترون ولت) دارند،  $F_2$  معمولاً ناپایدار است و بر اثر نور دیدن به اتمهای  $F$  تجزیه می‌شود. این فرایند را تفکیک نوری می‌گویند.

انتظار داریم تمام مولکولهای مبتنی بر اتمهای پوسته  $p$ ، مانند  $O_2$ ،  $N_2$ ، و  $F_2$  رفتار مشابهی داشته باشند هرچند ممکن است نمودارهای تراز مولکولی آنها پیچیده تر باشد. متأسفانه، سایر اتمهای  $np^3$  ( $P$ ،  $As$ ،  $Sb$ ،  $Bi$ ) و اتمهای  $np^4$  ( $S$ ،  $Se$ ،  $Te$ ،  $Po$ ) در دمای متعارف جامدند، و خواص مولکولی آنها را معمولاً نمی توان مشاهده کرد، زیرا در اجسام جامد برهم کنش اتمها معمولاً از آثار پیوندی مولکولی مهمتر است (به این موضوع در فصل ۱۱ خواهیم پرداخت). اما، سایر هالوژنها ( $Cl$ ،  $Br$ ،  $I$ ،  $At$ ) خواصی مشابه  $F_2$  — مولکولهای دواتمی با پیوند نسبتاً ضعیف دارند، که بسیار واکنش پذیر هستند.

### پیوندهای مولکولی $sp$

اغلب یک مولکول پایدار از دو اتم تشکیل می شود، یکی با یک الکترون والانس حالت  $s$  و دیگری با یک یا چند الکترون والانس حالت  $p$ . مثلاً، مولکول  $HF$  را در نظر بگیرید. تابع موج الکترون  $H$  را قبلاً تشریح کرده ایم، و اتم  $F$  در پوسته  $p$  پنج الکترون دارد، از این رو از سه حالت اتمی  $2p$ ، دو تایشان دو الکترون خود را دارند، و سومی یک تک الکترون دارد. چهار الکترون جفت شده را که تأثیر چندانی بر پیوند مولکولی ندارد نادیده می گیریم، و در عوض توجه خود را بر تک الکترون  $p$  جفت نشده متمرکز می کنیم. توزیع احتمال دولبی با یک تابع موج حالت  $p$  دولبی متناظر است، که در آن علامتهای  $\psi$  دولب عکس هم است. تابع موج  $1s$  متعلق به  $H$  فقط یک علامت دارد (شکل ۹-۱۱). وقتی اتمهای  $H$  و  $F$  از فاصله ای دور به هم نزدیک می شوند، اگر تابع موج  $H$  اتفاقاً همان علامت لب نزدیکتر تابع موج  $F$  را داشته باشد، احتمال وجود الکترون افزایش می یابد، و از این رو یک حالت  $sp$  پیوندی تشکیل می شود. می توان حالت های  $sp$  پاد پیوندی نیز داشت، که ناشی از توابع موج  $H$  و  $F$  با علامتهای مخالف است.

در جدول ۹-۲ انرژیهای تفکیک و فاصله های هسته ای بعضی مولکولهای دواتمی با پیوند  $sp$  درج شده است.



شکل ۹-۱۱ همپوشانی توابع موج  $s$  و  $p$ .

جدول ۹-۲ خواص مولکولهای با پیوند  $sp$

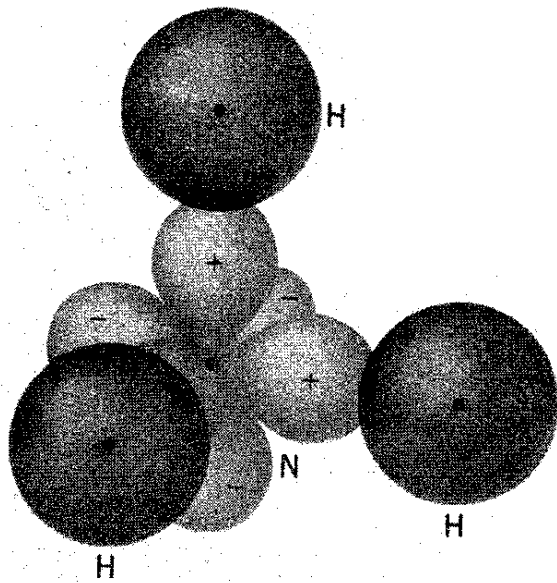
مولکول	انرژی تفکیک (eV)	فاصله تعادل (nm)
HF	۵٫۹۰	۰٫۰۹۲
HCl	۴٫۴۸	۰٫۱۲۸
HBr	۳٫۷۹	۰٫۱۴۱
HI	۳٫۱۰	۰٫۱۶۰
LiF	۵٫۹۸	۰٫۱۵۶
LiCl	۴٫۸۶	۰٫۲۰۲
NaF	۴٫۹۹	۰٫۱۹۳
NaCl	۴٫۲۶	۰٫۲۳۶
KF	۵٫۱۵	۰٫۲۱۷
KCl	۴٫۴۳	۰٫۲۶۷

اکنون مولکول آب،  $H_2O$ ، را در نظر می‌گیریم. اکسیژن هشت الکترون دارد، که چهارتایشان پوسته  $2p$  را اشغال می‌کنند. وقتی این الکترونها را در حالت‌های اتمی  $2p$  قرار دهیم، ابتدا با یک الکترون در هر یک از حالت‌های  $p_x$ ،  $p_y$ ، و  $p_z$  شروع می‌کنیم، و سپس الکترون  $2p$  چهارم باید با یکی از سه الکترون اولی جفت شود. بنابراین، یک اتم اکسیژن دو الکترون جفت نشده  $2p$  دارد، که هریک می‌تواند پیوندی با الکترون  $1s$  متعلق به H برای تشکیل یک مولکول  $H_2O$  داشته باشد. شکل ۹-۱۲ نمایشی از توزیعهای احتمال الکترون را نشان می‌دهد که برای یک اتم اکسیژن و یک مولکول  $H_2O$  انتظار داریم. چنین مولکولی دارای پیوندهای جهت‌دار است، که جهت نسبی ثابت، و قابل اندازه‌گیری در فضا دارند. زاویه انتظاری بین این دو پیوند  $90^\circ$  است؛ این زاویه را می‌توان به‌صورت تجربی، مثلاً با اندازه‌گیری گشتاور دوقطبی الکتریکی اتم اندازه گرفت، و نتیجه اندازه‌گیری،  $104.5^\circ$ ، تا اندازه‌ای بزرگتر از آن است که انتظار داریم. این اختلاف را می‌توان ناشی از دافعه کولنی دو اتم H دانست، که می‌خواهد زاویه پیوند را تا اندازه‌ای بازتر کند.

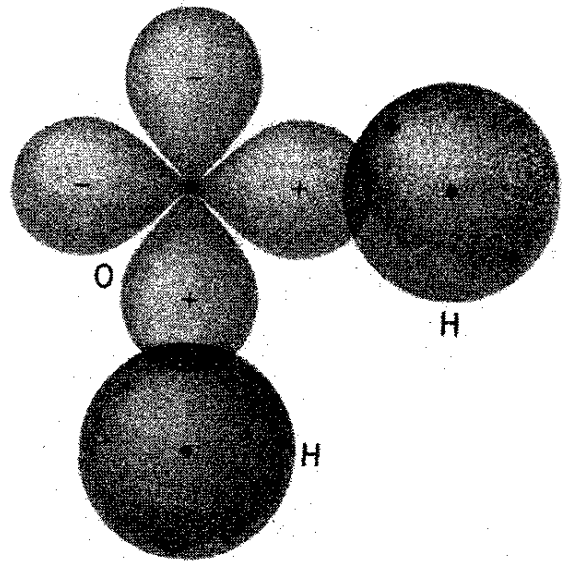
به‌عنوان مثالی دیگر، مولکول  $NH_3$  (آمونیاک) را در نظر بگیرید. اتم نیتروژن، با  $Z = 7$ ، دارای سه الکترون  $p$  جفت نشده، هرکدام در حالت‌های اتمی  $p_x$ ،  $p_y$ ، و  $p_z$  است. هریک از این الکترونها می‌تواند پیوندی با یک اتم H تشکیل دهد تا مولکول  $NH_3$  شکل گیرد، و انتظار داریم سه پیوند  $sp$ ، متقابلاً عمود برهم، داشته باشیم (شکل ۹-۱۳). زاویه پیوند اندازه‌گیری شده  $107.3^\circ$  است که در اینجا نیز دال بر دافعه بین اتمها H است.

در جدول ۹-۳ بعضی زاویه‌های پیوند اندازه‌گیری شده برای مولکولهایی درج شده است که





شکل ۹-۱۳ همپوشی توابع موج الکترونی در  $NH_3$ .



شکل ۹-۱۲ همپوشی توابع موج الکترونی در  $H_2O$ .

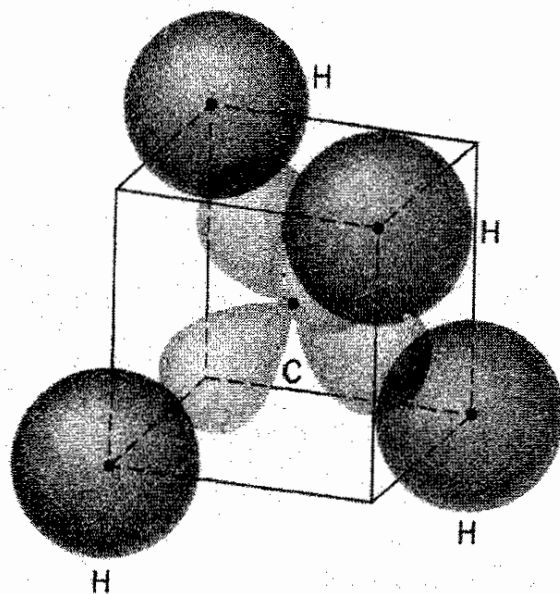
جدول ۹-۳ زاویه‌های پیوند مربوط به پیوندهای جهت‌دار  $sp$

زاویه پیوند	مولکول
$104.5^\circ$	$H_2O$
$93.3^\circ$	$H_2S$
$91.0^\circ$	$H_2Se$
$89.5^\circ$	$H_2Te$
$107.3^\circ$	$NH_3$
$93.3^\circ$	$PH_3$
$91.8^\circ$	$AsH_3$
$91.3^\circ$	$SbH_3$

دارای پیوندهای جهت‌دار هستند. به طوری که می‌بینید، زاویه پیوند در واقع در بسیاری حالتها به  $90^\circ$  نزدیک می‌شود. بر پایه بحث بالا، باید بتوانید بگویید که با افزایش  $Z$  مربوط به اتم مرکزی، چرا این اتفاق رخ می‌دهد.

### حالت‌های هیبریدی $sp$

یکی از مثالهای اتم  $2p$  که تاکنون در نظر نگرفتیم، اتم کربن است، این غفلت یک دلیل خاص دارد: کربن انواع گوناگونی از پیوندهای مولکولی دارد، که به تنوع در نوع و پیچیدگی مولکولهای حاوی کربن می‌انجامد. این تنوع، مبنای فراوانی انواع مولکولهای آلی است که، بر پایه انواع گوناگون پیوندهای مولکولی کربن، تشکیل می‌شود و از این رو شناخت فیزیک پیوندهای مولکولی کربن



شکل ۹-۱۴ آرایش چهاروجهی پیوندهای مولکولی در  $\text{CH}_4$ .

برای درک بسیاری از مسائل بنیادی ساختار و فرایندهای زیست‌شناسی مولکولی، جنبه اساسی دارد.

پیکربندی کربن، با شش الکترون، به صورت  $1s^2 2s^2 2p^2$  است، از این رو انتظار داریم کربن در شرایط عادی دارای والانس ۲ باشد، با دو الکترون  $2p$  که در ساختار آن سهم است، و از این رو انتظار داریم مولکولهای پایداری چون  $\text{CH}_2$  را، با پیوند جهت‌دار  $sp$  (شبه  $\text{H}_2\text{O}$ ) و زاویه پیوند تقریباً  $90^\circ$ ، تشکیل دهد. اما، آنچه تشکیل می‌شود  $\text{CH}_4$  (متان) با ساختار چهاروجهی (شکل ۹-۱۴)، با چهار پیوند هم‌ارز، است. به‌عنوان مثالی دیگر، عناصر ستون سوم جدول تناوبی (بور، آلومینیم، گالیم، ...) دارای پیکربندی خارجی  $ns^2 np$  ( $n = 2$  برای بور،  $n = 3$  برای آلومینیم، والی آخر) است، و انتظار داریم این عناصر ترکیب‌هایی را تشکیل دهند که گویی دارای یک تک الکترون والانس هستند. بنابراین، انتظار داریم هالیدهایی چون  $\text{BCl}$  یا  $\text{GaF}$ ، اکسیدهایی چون  $\text{B}_2\text{O}$  یا  $\text{Al}_2\text{O}$ ، نیتريدی‌هایی چون  $\text{B}_2\text{N}$  یا  $\text{Al}_2\text{N}$ ، هیدریدهایی چون  $\text{BH}$  یا  $\text{GaH}$ ، و والی آخر، تشکیل شوند. در عوض پی‌می‌بریم که رفتار بور، آلومینیم، و گالیم عموماً چنان است که گویی دارای سه الکترون والانس‌اند، و ترکیب‌هایی چون  $\text{BCl}_2$ ،  $\text{AlN}$ ،  $\text{Al}_2\text{O}_2$ ، و  $\text{B}_2\text{H}_6$  تشکیل می‌دهند. به‌علاوه، به‌نظر می‌رسد که این سه الکترون والانس هم‌ارز باشند؛ مثلاً، هیچ راهی برای وابسته‌ساختن دوتا از الکترونهای والانس به حالت‌های  $s$  و یک الکترون والانس به حالت  $p$  وجود ندارد. پیوندهایی که با این سه الکترون تشکیل می‌شوند با یکدیگر زاویه‌های  $120^\circ$  می‌سازند.

این اثر هیبریدشدگی  $sp$  مسئول والانس سه (به‌جای یک) در بورن و چهار (به‌جای دو) در

کربن است. چهار پیوند  $\text{CH}_4$  هم‌ارز و همسان‌اند، که اگر دو پیوند  $ss$  و دو پیوند  $sp$  داشتیم، چنین نبود، به همین ترتیب در  $\text{BF}_3$  یا  $\text{BCl}_3$ ، سه پیوند یکسان‌اند و مسلماً مربوط به دو پیوند  $sp$  و یک پیوند  $pp$  نیستند.

معنای متعارف هیبرید ثمرهٔ وصلت والدینی از انواع مختلف است، که در آن فرزند کاملاً شبیه هیچیک از والدین نیست، بلکه مقداری از صفات هر یک به ارث می‌برد. در مورد مولکولها، هیبرید شدن مربوط به فرایندی است که در آن حالتها را دیگر نمی‌توان به صورت حالت‌های  $s$  یا  $p$  مشخص کرد، بلکه مخلوطی از حالت‌های  $s$  و  $p$  هستند. تشکیل هیبریدهای  $sp$  معمولاً به قرار زیر است:

۱. دو اتم با پیکربندی  $2s^2 2p^n$ ، یکی از الکترونهای  $2s$  پوستهٔ  $2p$  برانگیخته می‌شود و پیکربندی  $2s^1 2p^{n+1}$  به دست می‌آید.

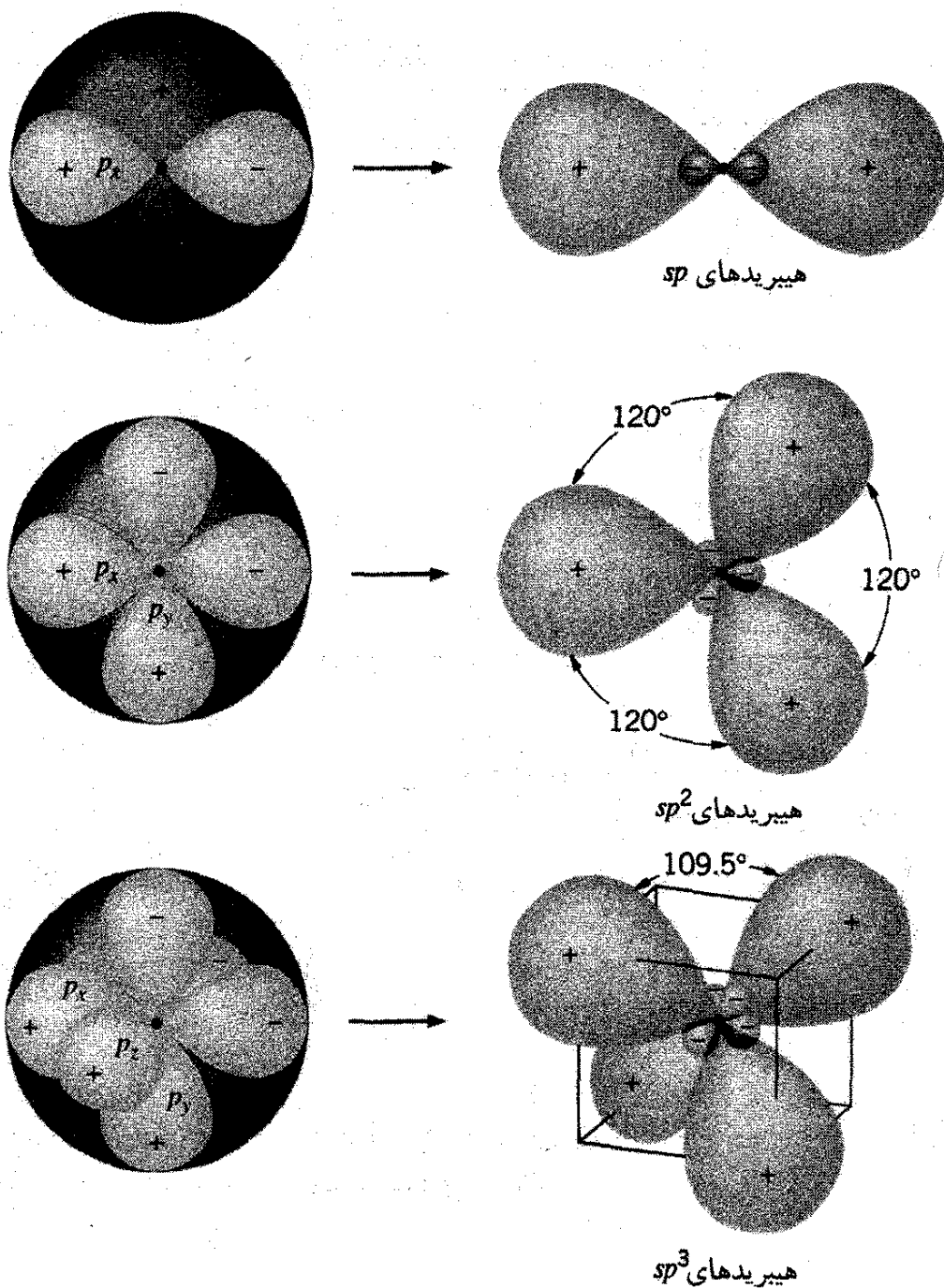
۲. حالت‌های هیبرید با در نظر گرفتن مخلوط‌های مساوی توابع موج نمایانگر حالت  $2s$  و هر یک از حالت‌های  $2p$ ، تشکیل می‌شوند. مثلاً در مورد کربن، پیکربندی  $2s^1 2p^2$  به  $2s^1 2p^2$  تبدیل می‌شود. با این فرض که حالت‌های  $2p$  به صورت  $2p_x$  و  $2p_y$  باشند، توابع موج هیبرید حاصل را می‌توان به صورت ترکیب‌های مختلف  $\psi_{2s}$ ،  $\psi_{2p_x}$  و  $\psi_{2p_y}$  به قرار زیر نشان داد:

$$\psi = \psi_{2s} + \psi_{2p_x} + \psi_{2p_y}$$

سایز ترکیبها را می‌توان با کم کردن توابع موج، به جای جمع کردن آنها، تشکیل داد. شکل ۹-۱۵ توزیع احتمال انتظاری هیبریدهای  $sp$ ،  $sp^2$  و  $sp^3$  را نشان می‌دهد. به یاد داشته باشید که این هیبریدها هنوز حالت‌های مولکولی را نشان نمی‌دهند؛ بلکه صرفاً سهم یکی از اتمها در توزیع الکترونی پیوندی مولکول به شمار می‌آید.

به این ترتیب، ساختار چهار وجهی  $\text{CH}_4$  صرفاً نتیجهٔ آرایش فضایی متقارن چهار حالت هیبرید  $sp^3$  مربوط به C است، که هر حالت هیبرید به یک H پیوند خورده است. زاویهٔ پیوند این چهار وجهی متقارن  $109^\circ 5'$  است، که بازایه‌های پیوند اندازه‌گیری شدهٔ  $\text{CH}_4$  و سایر هیبریدهای  $sp^3$  در جدول ۹-۴، سازگاری خوبی دارد.

ممکن است فقط دو الکترون  $2p$  در پیکربندی  $2s^1 2p^2$  کربن در حالت‌های هیبرید درگیر شوند؛ در این صورت الکترون  $2p$  سوم، مثلاً می‌تواند حالت‌های مولکولی  $pp$  معمولی تشکیل دهد. مولکول اتیلن،  $\text{C}_2\text{H}_4$ ، مثالی از این ساختار است. سه هیبرید  $sp^2$  زاویه‌های پیوند  $120^\circ$  را تشکیل می‌دهند؛ در هر اتم کربن دو تا از سه حالت هیبرید  $sp^2$  به یک اتم H، و اتم سوم به کربن دیگر متصل می‌شود. الکترون هیبرید نشدهٔ  $p$ ، مطابق شکل ۹-۹ ب برای حالت‌های مولکولی  $pp$



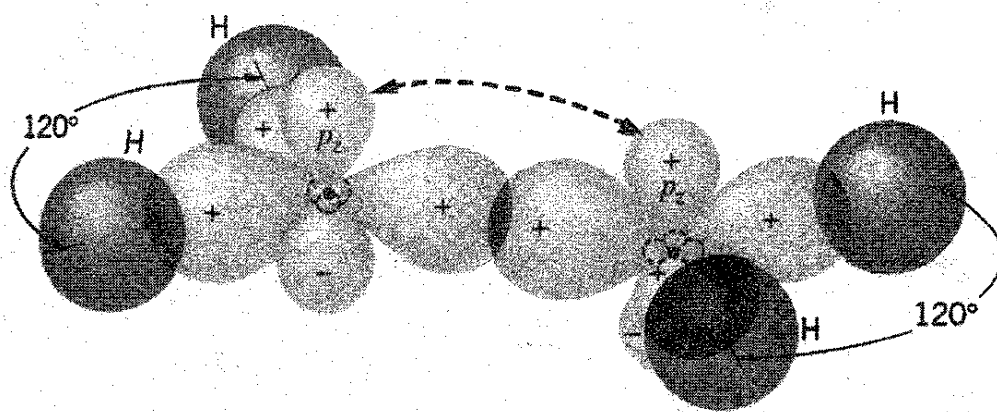
شکل ۹-۱۵ توزیعهای احتمال در هیبریدهای  $sp$ ،  $sp^2$  و  $sp^3$ .

”خارج از محور“، پیوندی بین این دو کربن تشکیل می‌دهد. شکل ۹-۱۶ نمایشی از این پیوند را در  $C_2H_2$  نشان می‌دهد. بین زوجهای کربن دو پیوند برقرار است، یکی از هیبرید  $sp^2$  و دیگر از حالت هیبرید نشده  $p_z$ . مثال دیگر هیبریدهای  $sp^2$  در کربن عبارت است از بنزن ( $C_6H_6$ ) که در آن هر کربن به وسیله هیبریدهای  $sp^2$  به یک H و دو کربن دیگر متصل است، که در اینجا نیز یک اوربیتال  $p$  هیبرید نشده برای پیوند کربنها وجود دارد. ساختار اساسی بنزن مطابق شکل ۹-۱۷، حلقه‌ای از اتمهای کربن است، با زاویه انتظاری  $120^\circ$  بین حالت‌های هیبرید، که به مولکول شکل شش ضلعی مشخصه‌اش را می‌دهد (عکس رنگی ۷ و شکل ۴-۱۴).

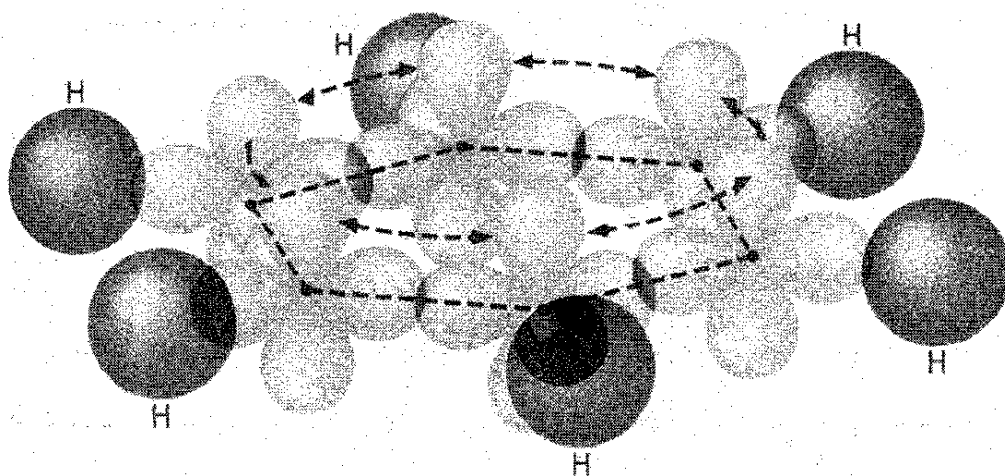
سرانجام، کربن می‌تواند هیبریدهای  $sp$  تشکیل دهد، و دو حالت  $p$  هیبرید نشده باقی بگذارد.

جدول ۹-۴ زاویه‌های پیوند هیبریدهای  $sp^2$

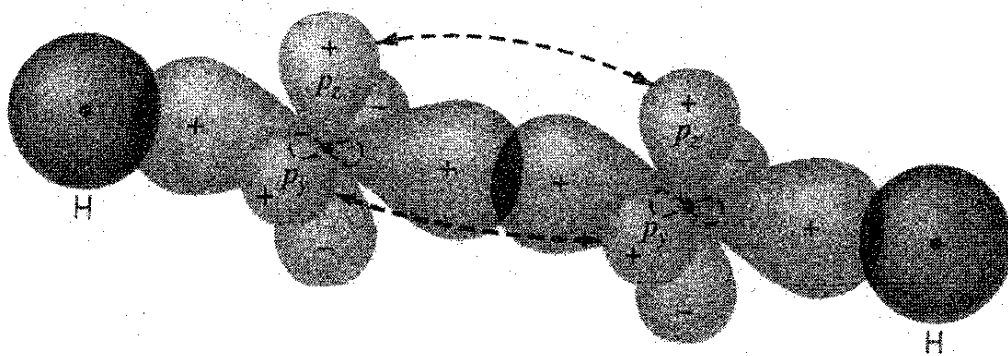
زاویه پیوند	مولکول
$109.5^\circ$	$CCl_4$
$109.3^\circ$	$C_2H_6$
$109.3^\circ$	$C_2Cl_6$
$108.6^\circ$	$CClF_3$
$110.5^\circ$	$CH_3Cl$
$108.2^\circ$	$SiHF_3$
$110.2^\circ$	$SiH_3Cl$
$108.3^\circ$	$GeHCl_3$
$110.9^\circ$	$GeH_3Cl$



شکل ۹-۱۶ پیوند مولکولی در  $C_2H_4$ . برای وضوح، همپوشی  $p_z$  نشان داده نشده است؛ خط چین مربوط به پیوندی است که حالت‌های  $p_z$  هیبرید نشده تشکیل داده‌اند.



شکل ۹-۱۷ پیوند مولکولی در بنزن. مانند شکل ۹-۱۶، همپوشی حالت‌های  $p_z$  هیبرید نشده، نشان داده نشده است، اما خط چین پیوندهای  $p_z$  را نشان می‌دهد.



شکل ۱۸-۹ پیوند مولکولی در  $C_2H_4$ . کربنها با سه پیوند، یکی از هیبرید  $p_x$  و دوتا از حالت‌های  $p_y$  و  $p_z$  به هم متصل می‌شوند.

استیلن ( $C_2H_2$ ) مثالی از این نوع مولکول است، با دو کربنی که اکنون به وسیله سه پیوند، یکی از حالت هیبرید  $sp$  و دوتای دیگر از حالت‌های هیبرید نشده  $p$  به هم متصل شده‌اند. شکل ۱۸-۹ آرایش پیوندی را در  $C_2H_2$  را نشان می‌دهد.

این تنوع پیوندهای کربن، اساس خواص گوناگون مولکولهای آلی، از مولکولهای ساده‌ای که در اینجا بررسی کردیم تا مولکولهای پیچیده مبنای موجودات زنده، را تشکیل می‌دهد. اما، این تنها کربن نیست که دارای هیبریدشدگی  $sp$  است، بلکه سایر اتمها نیز این ویژگی را دارند. (درواقع، پیروی نکردن  $NH_3$  از زاویه پیوند پیش‌بینی شده  $90^\circ$  می‌تواند به واسطه هیبریدشدن  $sp$  باشد تا ناشی از دافعه اتمهای H.) وجود هیبریدهای  $3s - 3p$  (سیلیسیم) و هیبریدهای  $4s - 4p$  (ژرمانیم) نیز امکان‌پذیر است. همین هیبریدشدگی است که به موادی مثل کربن، ظرفیت ۴ و آرایش پیوندی متقارن می‌دهد، که تا حدودی موجب می‌شود که Si و Ge مواد نیم‌رسانای مفیدی به‌شمار آیند، که در فصل ۱۱ بررسی خواهیم کرد. تأمل در امکان ایجاد یک نوع جدید شیمی آلی، از جمله صورتهای جدید حیات، بر پایه Si یا Ge، به جای C نیز جالب است (رنگی ۸).

## ۴-۹ پیوند یونی

در پیوند کووالانسی، به طوری که دیدیم، الکترونها پیوندی متعلق به اتم خاصی از مولکول نیستند، بلکه بین اتمها مشترک‌اند. می‌توان مولکولی تشکیل داد که ناشی از حالت کاملاً مخالف باشد یعنی در آن الکترونها والانس مشترک نباشند بلکه تمام وقتشان را فقط در مجاور یکی از اتمهای مولکول سپری کنند.

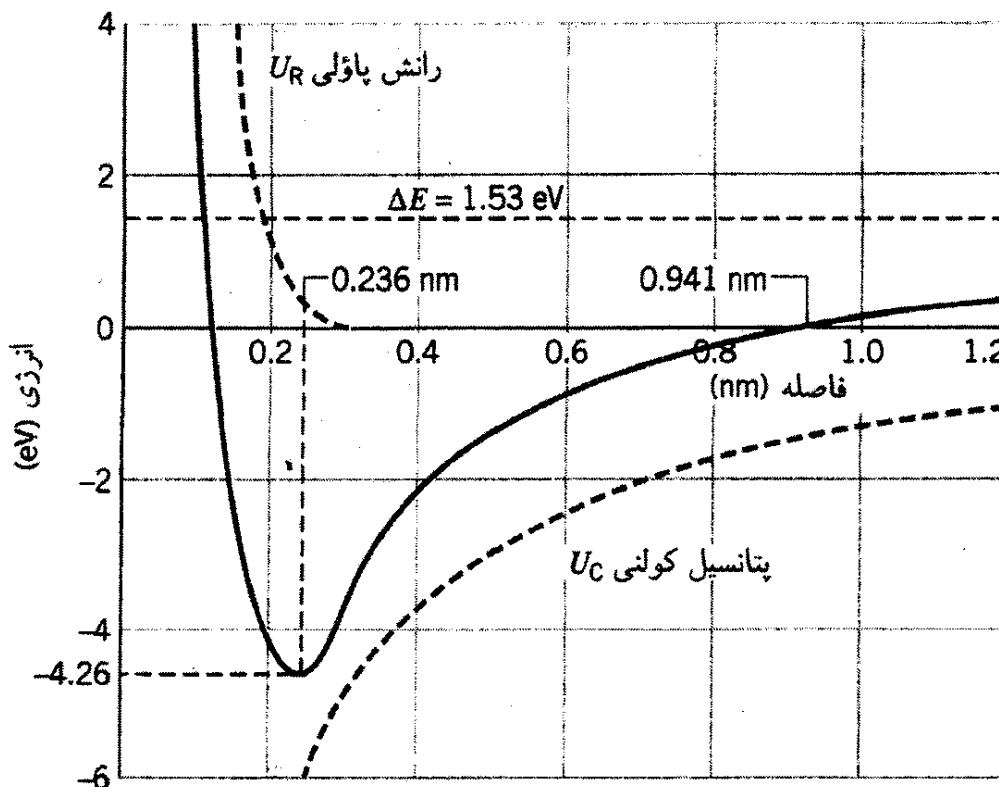
مولکول یونی NaCl را در نظر بگیرید. فرض کنید یک اتم سدیم خنثی ( $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ )، با یک الکترون  $3s$  خارج از پوسته بسته، و یک اتم کلر خنثی ( $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$ ) داریم که یک الکترون از یک پوسته  $3p$  پر کم دارد. برای خارج کردن الکترون خارجی از Na به  $14eV$ ،

یعنی انرژی یونش Na، نیاز داریم که آن را به یک یون مثبت بار  $\text{Na}^+$  تبدیل می‌کند. حال اگر آن الکترون را به اتم Cl متصل کنیم، یک یون منفی  $\text{Cl}^-$  تولید می‌شود، انرژی آزاد شده  $361\text{eV}$ ، الکترون خواهی Cl است. علت آزاد شدن انرژی این است که پوسته  $3p$  پر یک پیکربندی بسیار پایدار و به لحاظ انرژی بسیار مطلوب است. به این ترتیب، اگر برای یونش Na، مقدار  $514\text{eV}$  انرژی قرض بگیریم، با اتصال الکترون به Cl فوراً  $361\text{eV}$  برمی‌گردد. می‌توانیم با نزدیک کردن  $\text{Na}^+$  و  $\text{Cl}^-$  به یکدیگر، که انرژی پتانسیل کولنی آنها  $153\text{eV}$  است، انرژی باقیمانده،  $153\text{eV} (= 514\text{eV} - 361\text{eV})$  را برگردانیم. فاصله متناظر با این انرژی پتانسیل از معادله انرژی پتانسیل،  $U = e^2 / 4\pi\epsilon_0 R$ ، به دست می‌آید:

$$R = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 U} = \frac{144\text{eV}\cdot\text{nm}}{153\text{eV}} = 0.941\text{ nm}$$

یعنی، مادام که فاصله  $\text{Na}^+$  و  $\text{Cl}^-$  کمتر از  $0.941\text{nm}$  باشد، جاذبه کولنی انرژی کافی را برای غلبه بر اختلاف انرژی یونش Na و الکترون خواهی Cl، تأمین خواهد کرد. به بیان دیگر، یونهای  $\text{Na}^+$  و  $\text{Cl}^-$  در فاصله کمتر از  $0.941\text{nm}$  از یکدیگر پیکربندی پایدارتری از آنها Na و Cl دارند. به این ترتیب به نظر می‌رسد که هرچه یونهای  $\text{Na}^+$  و  $\text{Cl}^-$  را به هم نزدیک کنیم، پیوندشان محکمتر می‌شود. اما، اگر خیلی به یکدیگر نزدیک شوند، پوسته  $2p$  پر  $\text{Na}^+$  و پوسته  $3p$  پر  $\text{Cl}^-$  شروع به همپوشی می‌کنند. چون الکترونها ذرات همانند هستند، با همپوشی دو تابع موج الکترون دیگر نمی‌توان فهمید که کدام الکترون از آن Na و کدام متعلق به Cl است. دیگر "الکترون Na" یا "الکترون Cl" وجود ندارد؛ همه الکترونها به هم شبیه‌اند. به این ترتیب اگر یک الکترون  $2p$  از Na و یک الکترون  $3p$  از Cl همپوش شوند، هردوی آنها گاهی مانند الکترونهای  $2p$  در Na و گاهی به عنوان الکترونهای  $3p$  در Cl رفتار خواهند کرد. اما این ممکن نیست؛  $\text{Na}^+$  دارای یک پوسته الکترونی  $2p$  پر است، و  $\text{Cl}^-$  یک پوسته  $3p$  پر دارد؛ به واسطه اصل پاؤلی، وجود الکترونهای اضافی در هیچ یک از پوسته‌ها مجاز نیست. بنابراین برای نزدیکتر کردن این دو یون به یکدیگر، باید الکترونها از پوسته‌های  $2p$  یا  $3p$  به پوسته بالاتری رانده شوند، تا برای الکترونهای همپوش "جا باز شود". چون این کار انرژی می‌گیرد، پس باید به سیستم  $\text{Na}^+ + \text{Cl}^-$  انرژی اضافه کنیم تا فاصله یونها کاهش یابد. می‌توانیم این انرژی را نوعی "انرژی پتانسیل" دافعه در نظر بگیریم، که وقتی می‌خواهیم یونها را به یکدیگر نزدیک کنیم، به سرعت افزایش می‌یابد.

به‌طور خلاصه، وقتی یونها از هم دورند، یکدیگر را جذب می‌کنند و وقتی خیلی به یکدیگر نزدیک می‌شوند، همدیگر را دفع می‌کنند؛ در فاصله‌ی بینابین باید مکان تعادلی باشد که در آنجا



شکل ۹-۱۹ انرژی مولکولی در NaCl. "صفر" مقیاس انرژی اتمهای Cl و Na خنثی را نشان می‌دهد. منحنی سیاه مجموع سه عاملی است که در انرژی مولکولی سهیم‌اند.

نیروهای جاذبه و دافعه متوازن شوند. این وضعیت تعادل است که اندازه مولکول یونی را تعیین می‌کند.

شکل ۹-۱۹، انرژی مولکول NaCl را برحسب فاصله بین هسته‌ها نشان می‌دهد. هرگاه نقطه صفر انرژی را برای اتمهای خنثی در نظر بگیریم، می‌توانیم انرژی مولکولی را به سه جمله تقسیم کنیم: ثابت  $\Delta E = 1.53 \text{ eV}$ ، که اختلاف انرژی بین یونها و اتمهای خنثی را نشان می‌دهد؛ جاذبه کولنی،  $U_C$ ، بین یونها؛ و "دافعه" پاولی،  $U_R$ ، که در شکل ۹-۱۹ به صورت پتانسیلی نشان داده شده است. که به ازای  $R$  کوچک به سرعت زیاد می‌شود و به ازای مقادیری از  $R$  که از مجموع شعاعهای یونی بیشتر شود به صفر فرو می‌افتد، که در این نقطه پوسته‌های الکترون دیگر با یکدیگر همپوشانی نمی‌کنند و دافعه پاولی دیگر پیش نمی‌آید. مجموع این سه جمله انرژی مولکولی NaCl را می‌دهد، که در فاصله تعادل  $0.236 \text{ nm}$ ، کمینه است. در این فاصله، انرژی  $4.26 \text{ eV}$  - است، به گونه‌ای که انرژی بستگی یا انرژی تفکیک (انرژی لازم برای شکافتن مولکول به اتمهای خنثی) عبارت است از  $4.26 \text{ eV}$ .

در جدول ۹-۵ فاصله تعادل و انرژی تفکیک چند مولکول یونی درج شده است.

به یاد آورید که در اینجا با مولکولهای منزوی سروکار داریم و نه با مجموعه‌ای از مولکولها در جامدات. وقتی در این بخش درباره NaCl صحبت می‌کنیم، منظورمان نمک طعام جامد نیست



جدول ۵-۹ خواص برخی مولکولهای یونی دواتمی

مولکول	انرژی تفکیک (eV)	فاصله تعادل (nm)
NaCl	۴٫۲۶	۰٫۲۳۶
NaF	۴٫۹۹	۰٫۱۹۳
NaH	۲٫۰۸	۰٫۱۸۹
LiCl	۴٫۸۶	۰٫۲۰۲
LiH	۲٫۴۷	۰٫۲۳۹
KCl	۴٫۴۳	۰٫۲۶۷
KBr	۳٫۹۷	۰٫۲۸۲
RbF	۵٫۱۲	۰٫۲۲۷
RbCl	۴٫۶۴	۰٫۲۷۹

بلکه گازی از مولکولهای NaCl است. فاصله بین آنها در جامدات می‌تواند با فاصله در یک مولکول تفاوت بسیار داشته باشد.

مثال ۲-۹

(الف) مقدار انرژی دافعه پاولی برای NaCl در فاصله تعادل چیست؟ (ب) مقدار انرژی دافعه پاولی را در فاصله ۱ nm برآورد کنید.

حل: (الف) در فاصله تعادل، انرژی کولنی عبارت است از

$$U_C = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R_{eq}} = -\frac{1.44 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{0.236 \text{ nm}} = -6.10 \text{ eV}$$

و انرژی دافعه پاولی را می‌توان به کمک انرژی مولکولی،  $E$ ، یافت:

$$U_R = E - U_C - \Delta E = -4.26 \text{ eV} - (-6.10 \text{ eV}) - 1.53 \text{ eV} = 0.31 \text{ eV}$$

(ب) با توجه به شکل ۹-۱۹ در  $R = 1 \text{ nm}$ ، داریم:  $E = +4.0 \text{ eV}$ . انرژی کولنی در  $R = 1 \text{ nm}$  عبارت است از  $-14.4 \text{ eV}$ ، و انرژی دافعه به این قرار است

$$U_R = E - U_C - \Delta E = +4.0 \text{ eV} - (-14.4 \text{ eV}) - 1.53 \text{ eV} = 16.9 \text{ eV}$$

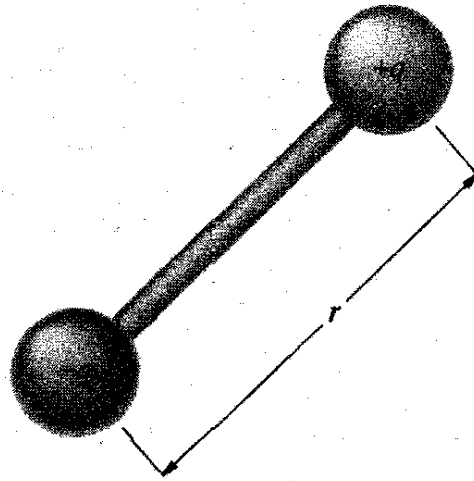
توجه کنید که انرژی دافعه در  $R$  کوچک با چه سرعتی افزایش می‌یابد.

پیوند کووالانسی و یونی نمایانگر دو حالت فرین اند، که در یکی از آنها الکترونها بین دو اتم مشترک اند و در دیگری الکترونها همیشه وابسته به یکی از اتمها هستند. چطور می توانیم تصمیم بگیریم که آیا دو اتم به واسطه پیوند کووالانسی به هم متصل شده اند یا از طریق پیوند یونی؟ پاسخ این پرسش به گرایش اتمها در شریک شدن در الکترونهاشان، یا سیطره یک اتم دیگر و نگاه به داشتن همه الکترونها و الانس برای خودش، بستگی دارد.

برای مولکولهای دواتمی جور هسته، انتظار یک پیوند کووالانسی ناب را داریم؛ چون این دو اتم درست همانند هستند، هیچ کدام نمی توانند غالب باشند و الکترون کاملاً بین آنها تقسیم می شود. اما، در مولکولهای ناجورهسته وضعیت کاملاً فرق می کند، در اینجا پیوند یونی خالص یا کووالانسی ناب وجود ندارد. چون این دو اتم اعداد اتمی و پیکربندی الکترونی متفاوت دارند، تابع موج یک الکترون و الانس یا پیوندی، حتی اگر مشترک باشد، در نزدیکی یک اتم درست مانند حوالی اتم دیگر نیست. بنابراین، این الکترون باید زمان طولانی تری را در حوالی یکی از اتمها بگذراند تا در نزدیکی اتم دیگر؛ این به معنای آن است که یکی از اتمها می تواند، حتی اگر آن را کووالانسی بیندازیم، بار منفی و پیوند اندکی بیشتر، و سرشت اندکی یونی داشته باشد. برعکس، یک پیوند یونی "ناب" سرشت اندکی کووالانسی دارد؛ در فصل ۷ دیدیم که توابع موج الکترون ناگهان به دامنه صفر فرو نمی افتد، بلکه به طور نمایی صفر می شود. بنابراین، حتی در یک مولکول یونی، مانند NaCl، تابع موج الکترونی که به یون  $Cl^-$  منتقل شده است در محل یون  $Na^+$  صفر نیست؛ در واقع، دامنه تابع موج در محل یون  $Na^+$  بسیار کوچک است، اما صفر نیست. بنابراین الکترون در مدتی، هرچند خیلی کوتاه، بین



لینوس پاولینگ (۱۹۰۱-۱۹۹۴، ایالات متحده). هرچند که وی را عموماً شیمیدان می دانند، اما کارهایش در زمینه پیوندهای مولکولی فراتر از مرزهای شیمی - فیزیک سنتی است. به وی دو جایزه نوبل اعطاشده است: جایزه نوبل شیمی ۱۹۵۴ به خاطر کارهایش در زمینه پیوند شیمیایی، و جایزه صلح نوبل در سال ۱۹۶۳ به خاطر تلاشهایش در جهت منع آزمایش سلاحهای هسته ای.



شکل ۹-۲۰ یک دوقطبی الکتریکی.

اتهما مشترک است، و پیوند، درحالی که عمدتاً یونی است، اما سرشت کووالانسی مختصری نیز دارد. یکی از راههای تجربی برای توصیف سرشت یونی نسبی یک مولکول، گشتاور دوقطبی الکتریکی مولکول است. دوقطبی الکتریکی، مطابق شکل ۹-۲۰، از دو بار  $-q$  و  $+q$ ، در فاصله  $r$ ، از یکدیگر تشکیل می‌شود. گشتاور دوقطبی الکتریکی این آرایش، بنابر تعریف، عبارت است از

$$p = qr \quad (۹-۱)$$

در یک مولکول کاملاً کووالانسی، هیچ یک از اتمها بار اضافی ندارند، و از این رو عملاً  $q = 0$  و انتظار می‌رود گشتاور دوقطبی صفر باشد. از سوی دیگر، در یک مولکول یونی، یکی از اتمها بار مثبت خالص و دیگری یک بار منفی خالص دارد، از این رو گشتاور دوقطبی صفر نیست. اگر  $\text{NaCl}$  مولکول یونی ناب باشد، انتظار یک گشتاور دوقطبی به قرار زیر را داریم

$$p = eR_{\text{eq}} = (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(0.236 \times 10^{-9} \text{ m}) = 3.78 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$$

گشتاور دوقطبی الکتریکی اندازه‌گیری شده  $\text{NaCl}$  عبارت است از  $3.00 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$ ، که ۷۹٪ برابر یا بیشینه تعداد مربوط به یک پیوند کاملاً یونی است. چون  $\text{NaCl}$  فقط تا اندازه‌ای یونی است، گشتاور دوقطبی اندازه‌گیری شده از مقدار کاملاً یونی کوچکتر است. با در نظر گرفتن نسبت بین گشتاور دوقطبی الکتریکی اندازه‌گیری شده و بیشینه مقدار محاسبه شده از معادله ۹-۱، می‌توان سهم سرشت یونی پیوند مولکولی را تعیین کرد.

آیا خاصیتی در اتمها وجود دارد که امکان پیش‌بینی اینکه آنها با پیوندهای یونی به هم متصل شوند می‌شوند یا کووالانسی را بدهد؟ یک ویژگی که ارزش پیش‌بینانه دارد، الکترونگاتیوی است که می‌توان آن را تقریباً به صورت توانایی اتم در جذب الکترونها در هنگام تشکیل پیوندهای شیمیایی تعریف کرد. الکترونگاتیوی اتم را می‌توان از مجموع انرژی لازم برای کندن یک الکترون

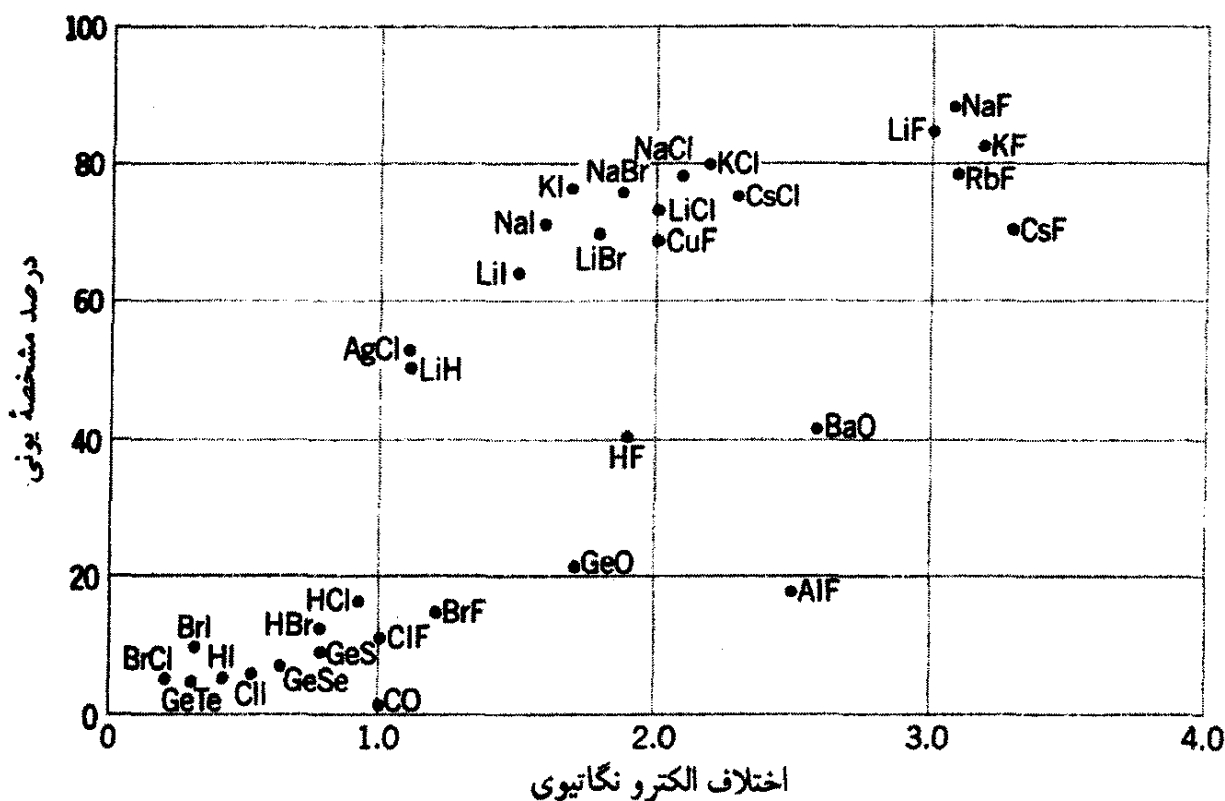
(انرژی یونش) و انرژی حاصل از افزودن یک الکترون (الکترون خواهی) محاسبه کرد. جدول ۹-۶ مقادیر الکترونگاتیوی برخی عناصر را نشان می‌دهد.

اگر الکترونگاتیوی دو اتم در یک مولکول یکسان باشد، تمایل آنها به جذب الکترون مساوی است و بنابراین پیوندهای کووالانسی تشکیل می‌دهند. اگر این دو الکترونگاتیوی خیلی باهم فرق داشته باشند، یکی از اتمها تمایل بیشتری برای جذب الکترونها دارد؛ در نتیجه، یک اتم دارای یک بار منفی خالص و اتم دیگر یک بار مثبت خالص به همان مقدار خواهد شد. پس، پیوند مولکولی دارای سرشت یونی نسبی خواهد بود.

بنابراین انتظار داریم رابطه‌ای تقریبی بین سرشت یونی نسبی (که از مقایسه گشتاور دوقطبی الکتریکی اندازه‌گیری شده با بیشینه مقدار پیش‌بینی شده آن به دست می‌آید) و اندازه اختلاف مقادیر الکترونگاتیوی وجود داشته باشد. شکل ۹-۲۱ منحنی نمایش تغییرات مشخصه‌های

جدول ۹-۶ الکترونگاتیوی برخی عناصر

		۲٫۱	H
۴٫۰	F	۱٫۰	Li
۳٫۰	Cl	۰٫۹	Na
۲٫۸	Br	۰٫۸	K
۲٫۵	I	۰٫۸	Rb
		۰٫۷	Cs



شکل ۹-۲۱ مشخصه یونی نسبی پیوندها در مولکولهای دو اتمی.

یونی نسبی را برحسب اختلافهای الکترونگاتیوی نشان می‌دهد. هرچند این نقطه‌ها پراکنده‌اند، می‌توانید ببینید که در واقع رابطه مستقیمی بین این کمیتها برقرار است: مولکولهای با اختلاف الکترونگاتیوی کم دارای خصلت یونی مختصرند و بنابراین پیوندهای کووالانسی تشکیل می‌دهند، در حالی که مولکولهای با اختلاف الکترونگاتیوی بزرگ عمدتاً پیوندهای یونی تشکیل می‌دهند.

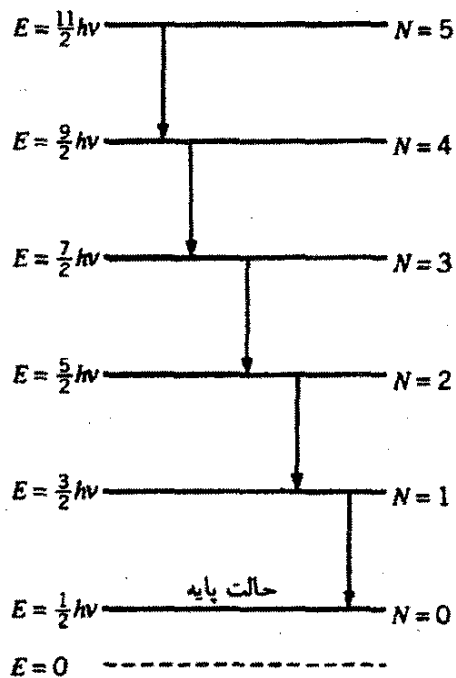
## ۹-۵ ارتعاشهای مولکولی

مولکول درست مانند اتم می‌تواند انرژی الکترومغناطیسی را جذب و گسیل کند؛ مثلاً مولکول  $H_2$  می‌تواند فوتونی با انرژی مناسب را جذب کند و یکی از الکترونهای  $1s$  را به حالت برانگیخته  $2p$  ببرد، و سپس با گسیل یک فوتون به حالت پایه برگردد. انرژی چنین فوتونهایی نوعاً در حدود انرژی ناشی از گذارهای الکترونی در اتمها،  $1eV$  تا  $10eV$ ، است. در فصل ۸ درباره این گذارهای اپتیکی (در ناحیه مرئی طیف الکترومغناطیسی) برای سیستمهای اتمی صحبت کردیم، و چون گذارهای اپتیکی در مولکولها نیز مشابه‌اند، بیشتر از این درباره آنها بحث نمی‌کنیم.

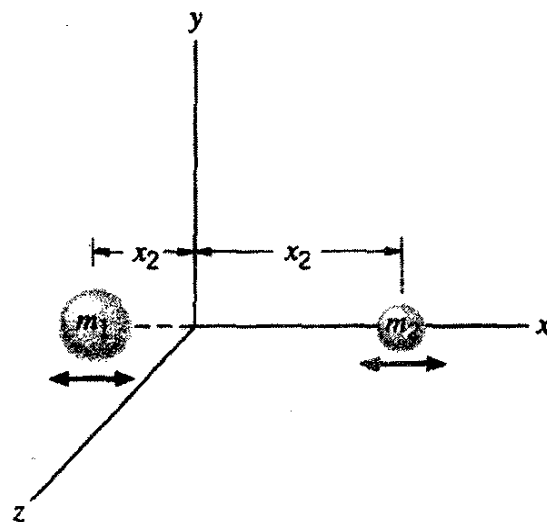
جذب یا گسیل یک فوتون اپتیکی حالت حرکت الکترون را در مولکول تغییر می‌دهد. اما، مولکولها، اما نه اتمها، می‌توانند به صورتهای دیگر تابش الکترومغناطیسی را جذب یا گسیل کنند. می‌توان با مرتعش کردن اتمها نسبت به یکدیگر یا چرخاندن آنها حول مرکز جرم اتم، حالت حرکت تک‌تک اتمها را تغییر داد. حرکتهای ارتعاشی و چرخشی، درست مثل حرکت الکترونی، کوانتیده‌اند؛ انرژی ارتعاشی و انرژی چرخشی را فقط می‌توان به صورت دسته‌های گسسته با اندازه معین، گسیل یا جذب کرد. در ادامه این فصل، راههای دیگری را مطالعه می‌کنیم که طی آنها مولکول می‌تواند با تغییر حالت چرخشی یا ارتعاشی حرکتش، انرژی الکترومغناطیسی را جذب یا گسیل کند. در خلال این بحثها، الکترونها را به کلی نادیده می‌گیریم؛ ارتعاش و چرخش هر دو به جرم جسم مرتعش یا چرخان بستگی دارد، و جرم الکترونها به قدری ناچیز است که می‌توان از آن چشم پوشید.

بحث خود را با حرکت ارتعاشی مولکول پی‌می‌گیریم. دو اتم مولکول چنان نوسان می‌کنند که مرکز جرم ثابت می‌ماند (شکل ۹-۲۲). (فقط مولکولهای دو اتمی را در نظر می‌گیریم، تا بحث ساده شود، اما همین اصول کلی برای مولکولهای با بیش از دو اتم نیز صادق است.) در فصل ۵ مکانیک موجی نوسانگر هماهنگ ساده را مطالعه کردیم، و پی‌بردیم که، برای انرژی پتانسیل  $U = \frac{1}{2}kx^2$ ، ترازهای انرژی عبارت‌اند

$$E = h\nu\left(N + \frac{1}{2}\right) \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (2-9)$$



شکل ۹-۲۳ ترازهای انرژی و گذارها در یک مولکول مرتعش.



شکل ۹-۲۲ یک مولکول دو اتمی مرتعش.

که در آن  $\nu$  همان بسامد نوسان کلاسیک است:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/m} \quad (۳-۹)$$

ترازهای انرژی ارتعاشی در شکل ۹-۲۳ نشان داده شده‌اند.

مولکول با تغییر حالت ارتعاشی خود می‌تواند انرژی را جذب یا گسیل کند. وقتی یک فوتون با انرژی  $h\nu$  جذب شود، عدد کوانتومی ارتعاشی،  $N$ ، یک واحد افزایش می‌یابد. یک مولکول برانگیخته می‌تواند با گسیل فوتونی با انرژی  $h\nu$  از دست بدهد، که در این حالت  $N$  یک واحد کاهش می‌یابد. در هر دو مورد جذب یا گسیل، قاعدهٔ گزینشی در کار است که نشان می‌دهد وقوع کدام گذارها مجاز است:

$$|\Delta N| = 1 \quad (۴-۹)$$

تنها گذارهایی می‌توانند رخ دهند، که  $N$  را یک واحد تغییر دهند. این گذارها در شکل ۹-۲۳ نشان داده شده‌اند. توجه کنید که تمام این گذارها دارای انرژی  $h\nu$  هستند.

برای محاسبهٔ بسامد گذارهای گسیلیده به کمک معادلهٔ ۹-۳، باید جرم  $m$  و ثابت نیروی ارتعاشی،  $k$ ، را بدانیم. چون هر دو اتم مولکول در ارتعاش شرکت دارند، معلوم نیست که چه جرمی

باید به کار برد. فرض کنید جرم دو اتم  $m_1$  و  $m_2$  باشد. وقتی این اتمها از وضعیت تعادلشان عبور می‌کنند، انرژی کل مولکول برابر است با

$$E_T = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$= \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} \quad (5-9)$$

در چارچوب مرجعی که در آن مرکز جرم مولکول ثابت (بی‌حرکت) است.  $p_1 = p_2$  و انرژی را می‌توان (با  $p = p_1 = p_2$ ) به صورت زیر نوشت:

$$E_T = \frac{1}{2}p^2 \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) = \frac{1}{2}p^2 \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right) = \frac{p^2}{2m} \quad (6-9)$$

که در آن

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (7-9)$$

یعنی، انرژی سیستم با یک تک جرم  $m$  برابر است، که با تکانه  $p$  حرکت می‌کند. این نوعی جرم مؤثر کل مولکول است و به آن جرم کاهش یافته می‌گویند. این همان جرمی است که باید در محاسبه بسامد ارتعاشی به کار ببریم.

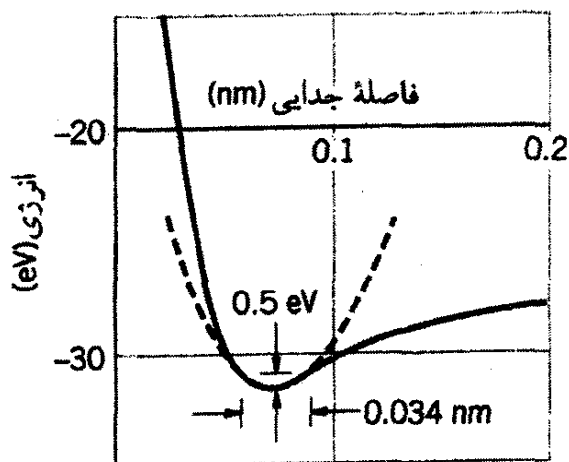
توجه کنید که وقتی  $m_1 = m_2$ ، مانند مورد یک مولکول جور هسته،  $m = 1/2 m_1$ ، یعنی جرم مؤثر نصف جرم هر یک از اتمهاست. هرگاه یکی از جرمها خیلی بزرگتر از دیگری باشد، جرم کاهش یافته تقریباً مساوی جرم سبکتر است. این حکم با پیش‌بینی ما سازگار است، زیرا لختی جرم سنگینتر تمایل آن را به حرکت کم می‌کند، و قسمت اعظم حرکت ارتعاشی را جرم سبکتر انجام می‌دهد.

مثال زیر محاسبه ثابت نیروی ارتعاشی را نشان می‌دهد.

### مثال ۳-۹

بسامد ارتعاشی و انرژی فوتون را برای  $H_2$  بیابید.

حل: برای یافتن بسامد از معادله ۳-۹، باید ثابت نیرو،  $k$ ، معلوم باشد. برای محاسبه  $k$ ، مولکول را یک نوسانگر هماهنگ ساده در نظر می‌گیریم و در حوالی فاصله تعادل  $R_{eq}$ ، و یک انرژی پتانسیل نوسانگر سهموی،  $U = 1/2 kx^2$  را به انرژی مولکولی در آن ناحیه برآزش می‌دهیم. شکل ۹-۲۴ ناحیه کمینه انرژی و یک سهمی را نشان می‌دهد که منحنی را در نزدیکی کمینه تقریب می‌زند.



شکل ۹-۲۴ برازش یک سهمی (خط چین) به کمینه انرژی  $H_2$ .

معادله این سهمی به صورت زیر است

$$E - E_{\min} = \frac{1}{2}k(R - R_{eq})^2 \quad (۸-۹)$$

ثابت  $k$  را می‌توان به کمک نمودار با یافتن مقداری از  $R - R_{eq}$  برآورد کرد، که به ازای مقدار معینی از  $E - E_{\min}$  ضروری است. به طوری که در شکل مشاهده می‌شود، وقتی  $E - E_{\min} = ۰.۵۰ \text{ eV}$ ، مقدار  $R - R_{eq}$  عبارت است از  $۰.۰۱۷ \text{ nm}$  (یعنی  $۰.۰۳۴ \text{ nm} / ۲$ ). از حل معادله بالا برای  $k$ ، به دست می‌آوریم

$$k = \frac{2(E - E_{\min})}{(R - R_{eq})^2} = \frac{2(۰.۵۰ \text{ eV})}{(۰.۰۱۷ \text{ nm})^2} = ۳۶ \times ۱۰^{۲۰} \text{ eV/m}^2$$

جرم کاهیده هیدروژن مولکولی نصف جرم کاهیده اتم هیدروژن است. اکنون می‌توانیم بسامد ارتعاشی را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kc^2}{mc^2}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(۳۶ \times ۱۰^{۲۰} \text{ eV/m}^2)(۹.۰ \times ۱۰^{۱۶} \text{ m}^2/\text{s}^2)}{(۰.۵)(۱.۰۰۸ \text{ u})(۹۳۱.۵ \text{ MeV/u})}} \\ &= ۱.۳ \times ۱۰^{۱۲} \text{ Hz} \end{aligned}$$

انرژی فوتون متناظر عبارت است از

$$E = h\nu = (۴.۱۴ \times ۱۰^{-۱۵} \text{ eV}\cdot\text{s})(۱.۳ \times ۱۰^{۱۲} \text{ Hz}) = ۰.۵۴ \text{ eV}$$

طول موج این تابش  $۲.۳ \mu\text{m}$  است، که در ناحیه فرورسرخ طیف قرار می‌گیرد. ارتعاشهای مولکولی نوعاً فوتونهایی در فرورسرخ می‌دهند.



توجه کنید که این سهمی تقریبی معقول از منحنی انرژی واقعی برای انرژیهای تا حدود ۱eV بالاتر از کمینه می‌دهد، که با حالت برانگیخته با  $N = 2$  متناظر است. اگر بخواهیم مولکول  $H_2$  را تا انرژیهای بیش از ۱eV بالای حالت پایه‌اش برانگیزیم، باید انتظار انحرافهایی از رفتار پیش‌بینی شده به کمک نوسانگر هماهنگ ساده را داشته باشیم. به ویژه، دیگر تمام گذارها انرژی یکسانی ندارند، و تغییراتی غیر از  $\Delta N = \pm 1$  می‌تواند به وقوع پیوندد. در سایر مولکولها، تقریب نوسانگر هماهنگ می‌تواند به‌ازای اعداد کوانتومی ارتعاشی بزرگتر معتبر بماند، اما سرانجام در تمام حالتها در مقادیر به‌اندازه کافی بزرگ  $N$ ، کارایی خود را از دست خواهد داد. ■

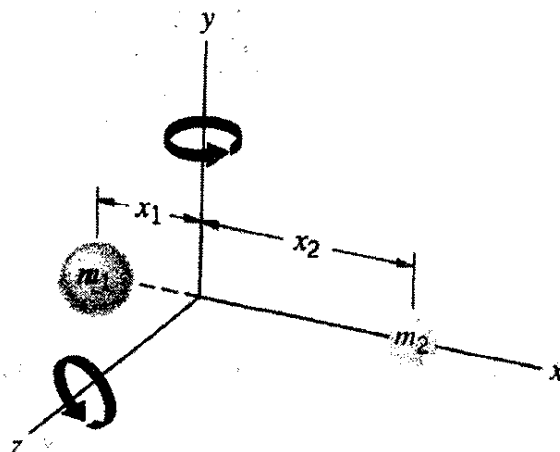
با خلاصه‌کردن نتیجه‌گیریهای این بخش برای حرکت ارتعاشی مولکولها، انتظار داریم که نوسانگر هماهنگ ساده توصیف معقولی از حرکت در نزدیکی کمینه انرژی به‌دست دهد با دنباله‌ای از فوتونهای گسیلی یا جذبی که همگی دارای انرژی  $h\nu$  متناظر با تغییر یک واحد در عدد کوانتومی ارتعاشی هستند. تابشهای گسیلیده یا جذب‌شده عموماً در ناحیه فرسرخ طیف قرار دارند.

## ۹-۶ چرخشهای مولکولی

یک راه دیگر تغییر حالت حرکت مولکول در هنگام جذب یا گسیل تابش، چرخیدن حول مرکز جرم است. مولکول دواتمی شکل ۹-۲۵ را در نظر بگیرید. مبدأ این دستگاه مختصات مرکز جرم مولکول است، به گونه‌ای که  $x_1 m_1 = x_2 m_2$ . انرژی جنبشی چرخشی عبارت است از

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (9-9)$$

که در آن  $I$  گشتاور لختی مولکول و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای آن است. می‌توانیم انرژی جنبشی را



شکل ۹-۲۵ مولکول اتم.

برحسب تکانه زاویه‌ای،  $|\mathbf{L}| = I\omega$ ، نیز بتویسیم:

$$K = \frac{|\mathbf{L}|^2}{2I} \quad (۱۰-۹)$$

گشتاور لختی مولکول به این قرار است

$$I = m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 \quad (۱۱-۹)$$

این عبارت را می‌توان برحسب جرم کاهشده،  $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ ، و فاصله تعادل،  $R_{eq} = x_1 + x_2$  به صورت زیر نوشت:

$$I = m R_{eq}^2 \quad (۱۲-۹)$$

انرژی جنبشی عبارت است از کل انرژی سیستمی که باید کوانتیده شود، زیرا هیچ انرژی پتانسیلی وجود ندارد. بدون حل کردن معادله شرودینگر برای این نوع حرکت چرخشی، می‌توانیم مقدار انرژیهای کوانتیده را حدس بزنیم. برای اتم هیدروژن، اندازه تکانه زاویه‌ای،  $\mathbf{L}$ ، با  $|\mathbf{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar$  در معادله ۷-۱۱ داده می‌شود که در آن  $l = 0, 1, 2, 3, \dots$  و بنابراین انتظار داریم انرژیهای مولکول دواتمی چرخان عبارت باشند از

$$E = \frac{|\mathbf{L}|^2}{2I} = \frac{L(L+1)\hbar^2}{2mR_{eq}^2} \quad (۱۳-۹)$$

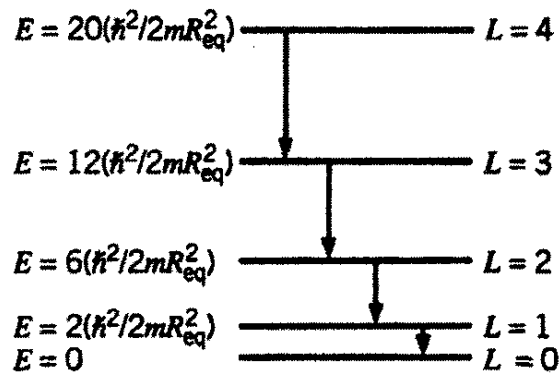
که در آن  $L$  عددی کوانتومی است که مقادیر  $0, 1, 2, \dots$  را درست مثل تکانه زاویه‌ای مداری اتم  $H$  اختیار می‌کند.

وقتی یک مولکول را به حالت چرخشی با انرژی زیاد برمی‌انگیزیم، این مولکول با گسیل فوتونهای متناظر با گذارهای چرخشی به حالت پایه‌اش برمی‌گردد. قاعده گزینش برای این فوتونها عبارت است از

$$|\Delta L| = 1 \quad (۱۴-۹)$$

در این صورت، انرژی یک فوتون اختلاف انرژی بین دو تراز مجاور است:

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_{L+1} - E_L \\ &= \frac{(L+1)(L+2)\hbar^2}{2mR_{eq}^2} - \frac{L(L+1)\hbar^2}{2mR_{eq}^2} \\ &= (L+1) \frac{\hbar^2}{mR_{eq}^2} \end{aligned} \quad (۱۵-۹)$$



شکل ۹-۲۶ ترازهای انرژی و گذارها در یک مولکول دواتمی چرخان.

به خاطر دارید که گذارهای بین برانگیزشهای ارتعاشی جملگی انرژی یکسانی دارند؛ اما، انرژی گذارهای چرخشی تابع  $L$  است. شکل ۹-۲۶ دنباله‌ای از ترازهای چرخشی و گذارهای بین آنها را نشان می‌دهد.

#### مثال ۹-۴

انرژیها و طول موجهای سه تا از کم‌انرژی‌ترین تابشهای گسیلیده از مولکول  $H_2$  را محاسبه کنید. حل: انرژی فوتون اختلاف انرژی بین ترازهاست، که از معادله ۹-۱۵ به دست می‌آید: برای محاسبه این انرژی، ابتدا باید کمیت چرخشی،  $\hbar^2/mR_{eq}^2$ ، را تعیین کنیم. برای  $H_2$ ، جرم کاهشیده،  $m$ ، نصف جرم اتم هیدروژن است. پس:

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{mR_{eq}^2} &= \frac{\hbar^2 c^2}{mc^2 R_{eq}^2} = \frac{(hc)^2}{4\pi^2 mc^2 R_{eq}^2} \\ &= \frac{(1240 \text{ eV} \cdot \text{nm})^2}{4\pi^2 (0.5 \times 1.008 \text{ u} \times 931.5 \text{ MeV/u})(0.074 \text{ nm})^2} \\ &= 0.152 \text{ eV} \end{aligned}$$

اکنون معادله ۹-۱۵ مستقیماً انرژیها را می‌دهد، و طول موجهای متناظر از  $\lambda = hc/\Delta E$  به دست می‌آید.

$L = 1$ تا $L = 0$	$\Delta E = 0.152 \text{ eV}$	$\lambda = 81.6 \mu\text{m}$
$L = 2$ تا $L = 1$	$\Delta E = 0.304 \text{ eV}$	$\lambda = 40.8 \mu\text{m}$
$L = 3$ تا $L = 2$	$\Delta E = 0.456 \text{ eV}$	$\lambda = 27.2 \mu\text{m}$

انرژیهای گسیلیده دنباله  $\Delta E$ ،  $2\Delta E$ ،  $3\Delta E$ ، ... را تشکیل می‌دهند و طول موجهای گسیلیده عبارتند از  $\lambda$ ،  $\lambda/2$ ،  $\lambda/3$ ، ...

گذارهای چرخشی گسیلیده (مانند گذارهای ارتعاشی) در ناحیه فروسرخ قرار دارند، اما طول

موجها ۱-۲ مرتبه بزرگی بزرگتر از طول موجهای گذارهای ارتعاشی هستند. این ناحیه طیف متناظر با فرسرخ دور و تابشهای میکروموج است.

مثال ۹-۵

شکل ۹-۲۷ بخشی از طیف جذبی چرخشی یک مولکول را نشان می دهد. گشتاور لختی این مولکول را تعیین کنید.

حل: هر قله در طیف جذبی با مولکولی متناظر است که با جذب فوتونی که با انرژی یا بسامد مناسب از یکی از ترازهای شکل ۹-۲۶ به تراز بالاتر بعدی می رود. این بسامدها را می توان از معادله ۹-۱۵ به دست آورد:

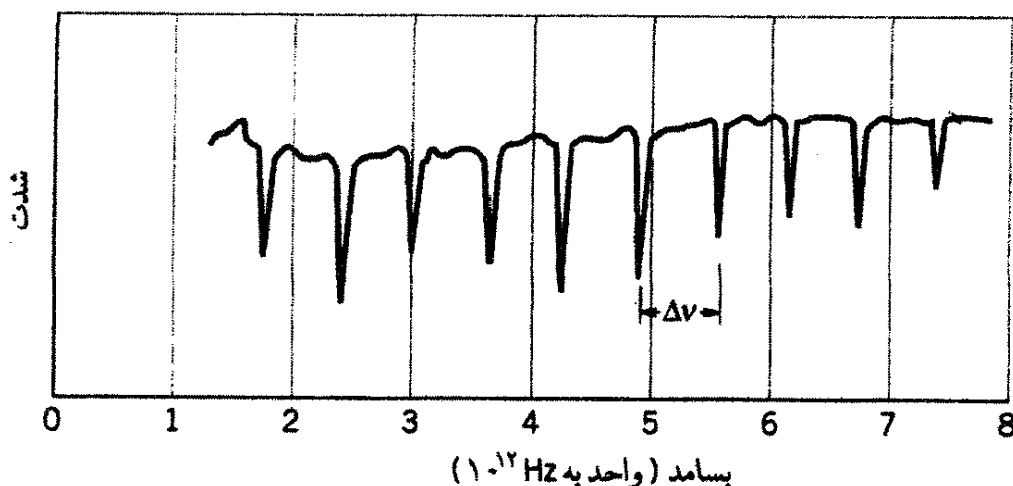
$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = (L + 1) \frac{\hbar}{2\pi I}$$

که در آن معادله ۹-۱۲ برای جایگزین کردن  $mR_{eq}^2$  با گشتاور لختی  $I$  به کار رفته است. بسامد هر قله در شکل ۹-۲۷ از این رابطه به دست می آید، اما نمی توانیم  $I$  را بیابیم زیرا مقدار  $L$  را برای این قله ها نمی دانیم. می توانیم با محاسبه اختلاف بسامد،  $\Delta\nu$ ، مابین قله های مجاور  $L + 1$  و  $L + 2$  از این مشکل اجتناب کنیم:

$$\Delta\nu = (L + 2) \frac{\hbar}{2\pi I} - (L + 1) \frac{\hbar}{2\pi I} = \frac{\hbar}{2\pi I}$$

یا، با برآورد فاصله،  $\Delta\nu$ ، بین قله های شکل ۹-۲۷ برابر با  $6.2 \times 10^{11} \text{ Hz}$ ،

$$I = \frac{\hbar}{2\pi \Delta\nu} = \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{2\pi (6.2 \times 10^{11} \text{ Hz})}$$



شکل ۹-۲۷ یک طیف جذبی مولکولی.

$$\rho = 2.7 \times 10^{-27} \text{ kg.m}^3$$

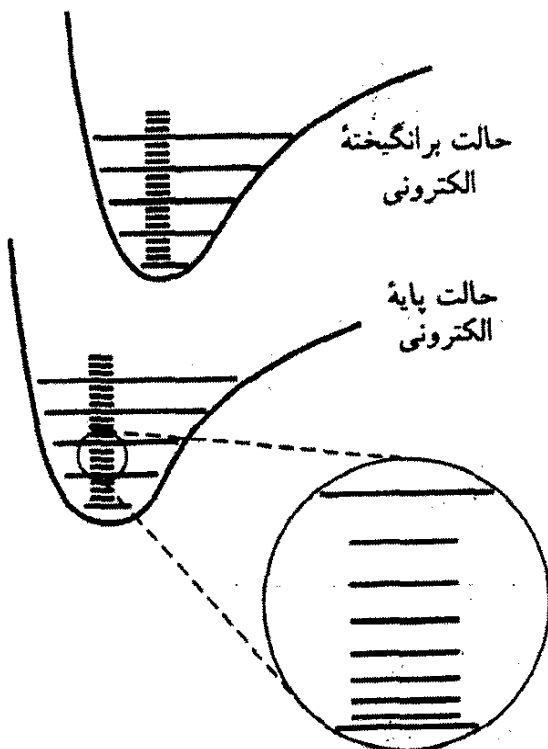
$$V = 0.16 \text{ u.nm}^3$$

این مقدار متناظر است با، مثلاً، مولکولی با جرم کاهیده  $1u$  (مانند مولکول متشکل از هیدروژن و یک اتم خیلی سنگینتر) و با فاصله تعادل  $0.13 \text{ nm}$ .

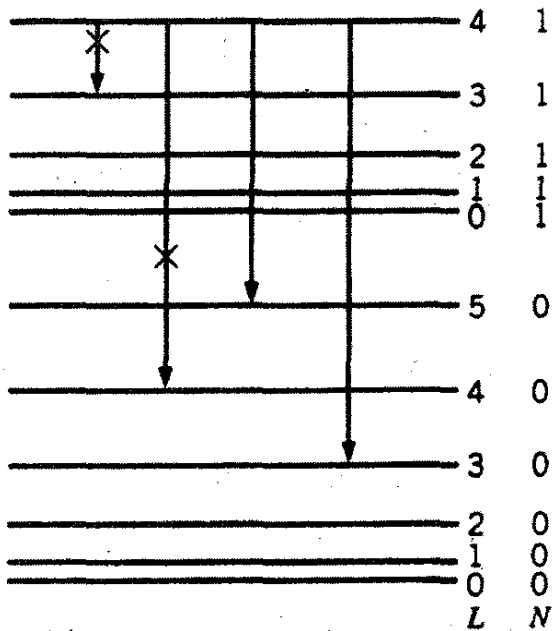
خلاصه این بخش به این قرار است که، دیدیم حرکت چرخشی یک مولکول به دنباله‌ای از ترازهای انرژی می‌انجامد که فاصله آنها از یکدیگر برابر نیست. فاصله ترازهای انرژی چرخشی از هم،  $1-2$  مرتبه بزرگی نزدیکتر از ترازهای ارتعاشی است. تابشهای گسیلیده یک سری صعودی از انرژیها (یا سری نزولی از طول موجها) را در ناحیه فروسرخ دور یا میکروموج طیف تشکیل می‌دهند. این تابشها را قاعده گزینش که بنا به آن، عدد کوانتومی چرخشی  $L$  فقط می‌تواند یک واحد تغییر کند، محدود می‌سازد.

## ۷-۹ طیفهای مولکولی

یک مولکول پیچیده به طوری که نمودار تراز انرژی شکل ۹-۲۸ نشان می‌دهد می‌تواند، انرژی را به راههای گوناگون جذب یا گسیل کند. انرژی گسیلیده یا جذب شده می‌تواند حالت الکترونی را تغییر دهد (در مقایسه با تغییر ترازهای انرژی الکترونیها در اتم). انرژی لازم برای این تغییر از مرتبه  $eV$ ,



شکل ۹-۲۸ ترازهای انرژی الکترونی، ارتعاشی و چرخشی مولکولی.



شکل ۹-۲۹ ترکیب ترازهای انرژی چرخشی و ارتعاشی. گذارهای مشخص شده با x قاعده‌های گزینش را نقض می‌کنند و مجاز نیستند. توجه کنید که فاصله ترازهای چرخشی خیلی کوچکتر از فاصله ترازهای ارتعاشی است، از این رو دنباله‌ای از حالت‌های چرخشی بر روی هر حالت ارتعاشی تشکیل می‌شود.

متناظر با فوتونهای واقع در گستره مرئی طیف است. در محدوده کمینه انرژی هر حالت الکترونی، حالت‌های چرخشی و ارتعاشی وجود دارد. فاصله ترازهای انرژی حالت‌های ارتعاشی یکنواخت و نوعاً  $10^4$  تا  $10^5$  الکترون ولت است. فاصله حالت‌های چرخشی یکنواخت نیست، و این فاصله نوعاً کوچکتر و در حدود  $10^1$  تا  $10^2$  الکترون ولت است. چون فاصله ترازهای چرخشی از فاصله ترازهای ارتعاشی بسیار کوچکتر است، بهتر است هر حالت ارتعاشی را مبنایی در نظر بگیریم که دنباله‌ای از حالت‌های چرخشی روی آن ساخته می‌شود. در اینجا فقط درباره ساختار ارتعاشی و چرخشی، و نه حالت‌های برانگیخته الکترونی، بحث می‌کنیم.

شکل ۹-۲۹ جزئیات ساختار چرخشی و ارتعاشی را نشان می‌دهد. حالتها را با عدد کوانتومی ارتعاشی،  $N$ ، و عدد کوانتومی چرخشی،  $L$ ، برچسب می‌زنیم. برای گذار بین این ترازها باید قاعده‌های گزینش چرخش و ارتعاشی، هردو، صادق باشند:

$$|\Delta N| = 1 \quad \text{و} \quad |\Delta L| = 1 \quad (9-16)$$

مطابق شکل ۹-۲۹، حالت با اعداد کوانتومی  $N = 1$  و  $L = 4$  را در نظر بگیرید. این مولکول نمی‌تواند گذاری به پایینترین حالت چرخشی بعدی ( $N = 10$  و  $L = 3$ ) داشته باشد، زیرا  $D$  قاعده گزینش ارتعاشی  $|\Delta N| = 1$  را نقض می‌کند. تمام گذارها باید به طور همزمان در هر دو قاعده گزینش صدق کنند. این مولکول می‌تواند گذاری به حالت  $N = 0$ ،  $L = 3$  یا به حالت با  $N = 0$  و  $L = 5$  داشته باشد. این قاعده‌های گزینش باید در گذارهای جذبی هم صادق باشند.

انرژی حالت با اعداد کوانتومی  $N$  و  $L$  را می‌توان به صورت مجموع جمله‌های ارتعاشی و چرخشی نوشت:

$$E_{NL} = \left(N + \frac{1}{2}\right) h\nu + \frac{L(L+1)\hbar^2}{2mR_{eq}^2} \quad (17-9)$$

که در آن

$$N = 0, 1, 2, \dots \quad \text{و} \quad L = 0, 1, 2, \dots$$

چون جمله ارتعاشی خیلی بزرگتر از جمله چرخشی است، طول‌موجهای گسیلی طیف معمولاً با  $N \rightarrow N - 1$  متناظرند، در حالی که  $L \rightarrow L \pm 1$ ؛ طول‌موجهای جذبی مربوط به گذارهایی هستند که در آنها  $N$  به اندازه یک واحد افزایش می‌یابد.

برای جذب از حالت اولیه  $N$  و  $L$  به حالت نهایی  $N + 1$  و  $L \pm 1$ ، انرژیهای ممکن فوتون عبارت‌اند

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_{N+1, L \pm 1} - E_{NL} \\ &= \left[ \left(N + \frac{3}{2}\right) h\nu + \frac{(L \pm 1)(L \pm 1 + 1)\hbar^2}{2mR_{eq}^2} \right] \\ &\quad - \left[ \left(N + \frac{1}{2}\right) h\nu + \frac{L(L+1)\hbar^2}{2mR_{eq}^2} \right] \\ \Delta E &= h\nu + \frac{\hbar^2}{mR_{eq}^2}(L+1) \quad L \rightarrow L+1 \text{ به‌ازای} \quad (18-9) \end{aligned}$$

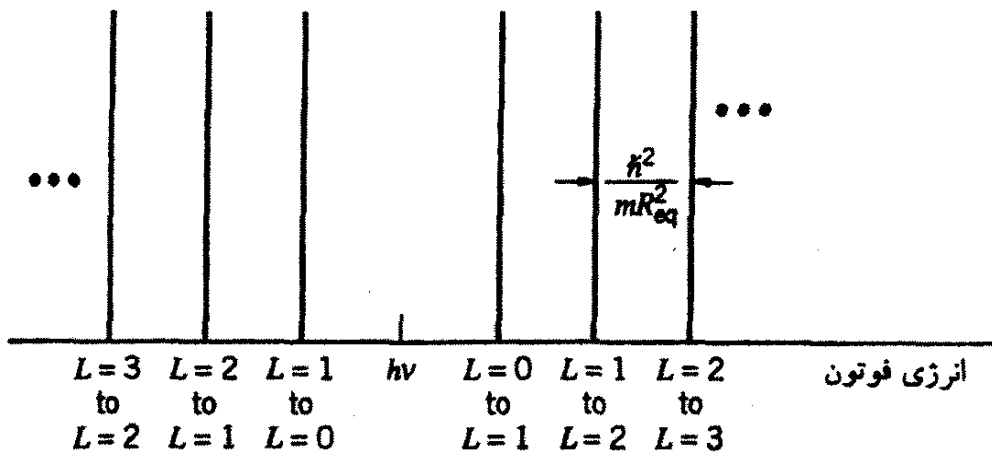
$$\Delta E = h\nu - \frac{\hbar^2}{mR_{eq}^2}(L) \quad L \rightarrow L-1 \text{ به‌ازای} \quad (19-9)$$

شکل ۹-۳۰ طیف پیش‌بینی شده فوتونهای جذبی را نشان می‌دهد. با شروع از مرکز و حرکت به سمت راست یک سری فوتون داریم که انرژی آنها از معادله ۹-۱۸ به دست می‌آید:

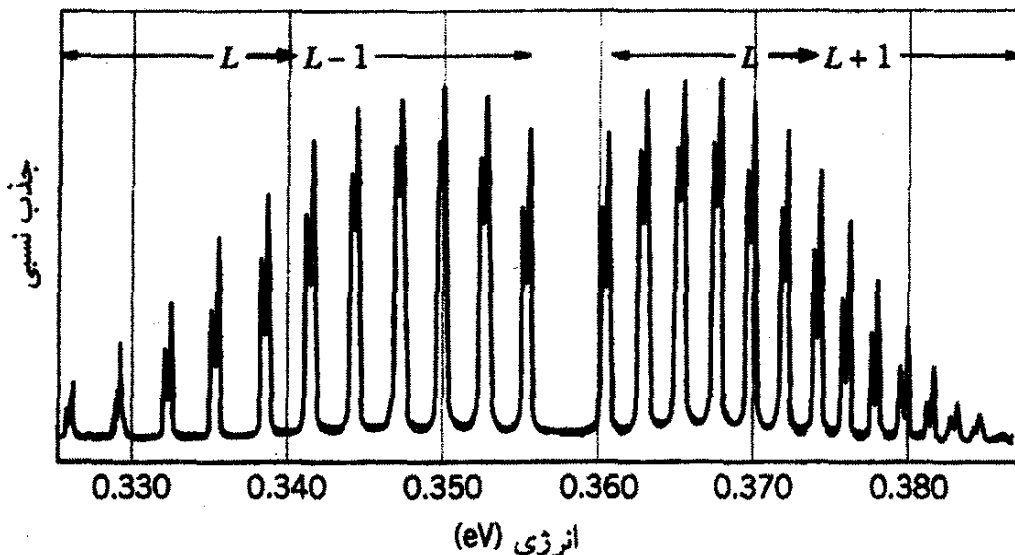
$$h\nu + \hbar^2/mR_{eq}^2, h\nu + 2\hbar^2/mR_{eq}^2, h\nu + 3\hbar^2/mR_{eq}^2, \dots$$

همین‌طور با شروع از مرکز و حرکت به چپ فوتونهایی را داریم که انرژی آنها از معادله ۹-۱۹ به دست می‌آید:

$$h\nu - \hbar^2/mR_{eq}^2, h\nu - 2\hbar^2/mR_{eq}^2, h\nu - 3\hbar^2/mR_{eq}^2, \dots$$



شکل ۹-۳۰ دنباله‌های پیش‌بینی شده گذارهای جذبی بین ترکیب حالت‌های چرخشی و ارتعاشی.



شکل ۹-۳۱ طیف جذبی مولکولی HCl.

توجه کنید که فوتون با انرژی  $h\nu$  در مرکز طیف وجود ندارد؛ این فوتون متناظر با یک گذار ارتعاشی "خالص" است که قاعده گزینش چرخشی را نقض می‌کند.

می‌توانیم این طیف آرمانی را با طیف حقیقی شکل ۹-۳۱ مقایسه کنیم، که گذارهای جذبی مولکول HCl را نشان می‌دهد. هرچند ساختار بنیادی شکل ۹-۳۰ موجود است، اما تفاوت‌هایی وجود دارد، که می‌توانیم آنها را بر پایه ساختار مولکولی توضیح دهیم.

۱. فاصله گذارها برابر نیست. انتظار داریم که فاصله تمام گذارهای طیف انرژی ثابت  $h/mR_{eq}^2$  باشد، اما همان‌طور که می‌بینید، چنین نیست. توضیح این اثر در ثابت فرض کردن گشتاور لختی مولکول نهفته است. با چرخیدن مولکول، یک "نیروی مرکزگریز" ظاهری وارد می‌آید که باعث زیاد شدن فاصله آنها، افزایش گشتاور لختی و کاهش انرژی جنبشی می‌شود. مطابق شکل ۹-۳۱ این اثر با افزایش  $L$  زیاد می‌شود.



۲. ارتفاع قله‌ها کاملاً متفاوت‌اند. ارتفاع قله‌ها شدت گذارها را می‌دهند، و شدت هرگذار با جمعیت تراز متناسب است که گذارها از آن چشمه می‌گیرند. جمعیت ترازها، مطابق ضریب توزیع بولتزمن - ماکسول،  $e^{-E/kT}$ ، با زیاد شدن انرژی، کاهش می‌یابد. به علاوه این جمعیتها با افزایش  $L$ ، با ضریب  $2L + 1$ ، که واگنی تکانه زاویه‌ای هر تراز را می‌دهد، افزایش می‌یابند؛ عملاً، هرچه زیرحالت‌های یک تراز زیادتر باشند، جمعیت آن بیشتر است. بنابراین می‌توانیم جمعیت تراز انرژی،  $E_{NL}$ ، را به صورت زیر بنویسیم:

$$p(E_{NL}) = (2L + 1)e^{-E_{NL}/kT} = (2L + 1)e^{-[(N+1/2)h\nu + L(L+1)\hbar^2/2mR_{eq}^2]/kT} \quad (20-9)$$

که در آن  $E_{NL}$  معادله ۹-۱۷ را به کار برده‌ایم.

برای چند تراز اول، جمعیتها با افزایش  $L$  زیاد می‌شوند، زیرا ضریب نمایی تفاوت چندانی با یک ندارد. اما، با ادامه افزایش انرژی، تأثیر ضریب نمایی سریعاً فزاینده غالب می‌شود و در نتیجه جمعیتها کاهش می‌یابد، و به ازای  $L > 10$  ناچیز می‌شود.

تراز با بیشترین جمعیت، را که با شدیدترین قله طیف متناظر است، می‌توان با تعیین محل بیشینه، که در آن  $dp/dL = 0$ ، از معادله ۹-۲۰ یافت. نتیجه به این قرار خواهد بود

$$2L + 1 = \sqrt{\frac{2kT}{\hbar^2/mR_{eq}^2}} \quad (21-9)$$

برای اندازه‌گیری در دمای اتاق ( $kT \cong 0.025 \text{ eV}$ ) و به اندازه  $\hbar^2/mR_{eq}^2 \cong 0.0026 \text{ eV}$  (که فاصله قله‌ها در شکل ۹-۳۱ محاسبه شده است)، برای بیشینه شدت قله می‌رسیم به  $L \cong 3$ ، که موافق شکل ۹-۳۱ است.

۳. به نظر می‌رسد هرقله از دو قله با فاصله خیلی کم تشکیل شده باشد. کمر متشکل از دو نوع اتم (ایزوتوپ) با جرمهای تقریبی  $35u$  و  $37u$  است. این اختلاف جرم باعث اختلاف اندکی در انرژیهای ارتعاشی و چرخشی این دو ایزوتوپ می‌شود، به طوری که اتم سنگینتر انرژی کمتری دارد. به این ترتیب قله‌های اتمهای  $Cl$  با جرم  $37u$  در انرژی اندکی کمتر از قله‌های مربوط به اتمهای  $Cl$  با جرم  $35u$  ظاهر می‌شوند. فراوانی اتم سبکتر در حدود سه برابر اتم سنگینتر است، از این رو قله‌های مربوط به اتم سبکتر شدت بیشتری دارند.

درست همان‌طور که طیف‌نمایی اتمی راهی برای شناسایی اتمها به کمک طیف گسیلی یا جذبی مشخصه آنها پیش پیمان می‌گذارد، به کمک طیف‌نمایی مولکولی نیز می‌توانیم مولکولها را

به اعتبار تابشی که جذب یا گسیل می‌کنند، باز شناسیم. هر مولکول " اثر انگشت " مربوط به خود را دارد که می‌توان آن را به آسانی باز شناخت. نکته مهم آن است که این روش، ترکیب مولکول، یعنی تعداد اتمهای هر نوع، و نسبتهای ایزوتوپی، حتی حالت یونش مولکول، را دقیقاً مشخص می‌کند. به این ترتیب به آسانی می‌توانیم CO را از CO<sub>2</sub>، H<sup>۲۵</sup>Cl را از H<sup>۳۷</sup>Cl، و H<sub>۲</sub><sup>+</sup> را از H<sub>۲</sub> تمیز دهیم. همان‌طور که فکر می‌کنید، این روش دقیق تعیین هویت، در حوزه‌هایی که در آنها مشخص کردن دقیق مقادیر کم مولکولها ضروری است کاربرد فراوان دارد. دو کاربرد آن جالب توجه است. طیفهای جذبی جو زمین را می‌توان برای تعیین مقادیر اندک آلاینده‌های گوناگون به‌کاربرد، و به این ترتیب طیف‌نمایی مولکولی در اندازه‌گیری پاکیزگی هوا به ماکمک می‌کند. به همین ترتیب، طیفهای جذبی غبار میان سیاره‌ای برای شناسایی مولکولهای موجود در فضای میان ستاره‌ای به‌کار می‌روند. این تنها روشی است که (فعالاً) به کمک آن می‌توان اطلاعاتی درباره مولکولهای پیچیده در کهکشانمان به‌دست آورد، زیرا ستارگان داغتر از آن هستند که مولکولی در آنها وجود داشته باشد.

متأسفانه، زمین بخش اعظم تابش فرسرخ و میکروموجی را که مشخصه این مولکولهاست جذب می‌کند، اما طیف‌سنجیهای موجود در ماهواره‌هایی خارج از جو امکان مشاهده این تابشها و شناسایی انواع گوناگون مولکولها، از جمله برخی مولکولهای آلی نسبتاً پیچیده، را فراهم می‌آورند. یک مزیت دیگر این طیف‌سنجیها آن است که با هدف‌گیری زمین، می‌توانند گسیل تابش فرسرخ از زمین و جذب آن به وسیله جو را اندازه‌گیری کنند، و به این ترتیب وجود آلاینده‌های جوی گوناگون را آشکارسازی کنند.

### مثال ۹-۶

(الف) به کمک طیف جذبی HCl (شکل ۹-۳۱)، ثابت نیروی ارتعاشی را تعیین کنید. (ب) فاصله قله‌های انرژی چرخشی را تعیین و آنها را با مقدار پیش‌بینی شده برای HCl مقایسه کنید.

حل: (الف) بسامد ارتعاشی را می‌توان از انرژی گذار مرکزی " مفقود " در شکل ۹-۳۱ تعیین کرد. این انرژی را می‌توان از روی شکل حدود ۰.۳۵۸eV تعیین کرد، و از این رو

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{0.358 \text{ eV}}{4.14 \times 10^{-15} \text{ eV}} = 8.65 \times 10^{13} \text{ Hz}$$

جرم کاهیده HCl را می‌توان از معادله ۹-۷ برابر ۰.۹۸u = m به‌دست آورد. اکنون می‌توانیم ثابت نیرو را از حل معادله ۹-۳ به‌ازای k بیابیم:

$$\begin{aligned} k &= 4\pi^2 m \nu^2 = 4\pi^2 (0.98 \text{ u}) (8.65 \times 10^{13} \text{ Hz})^2 \\ &= 2.89 \times 10^{29} \text{ u} \cdot \text{Hz}^2 = 2.99 \times 10^{21} \text{ eV/m}^2 \end{aligned}$$

(ب) با توجه به شکل، فاصله قله‌های انرژی  $0.0026\text{eV}$  به دست می‌آید. فاصله پیش‌بینی شده (شکل ۹-۳۰)، عبارت است از

$$\frac{\hbar^2}{mR_{\text{eq}}^2} = \frac{(hc)^2}{4\pi^2(mc^2)R_{\text{eq}}^2} = \frac{(1240\text{eV}\cdot\text{nm})^2}{4\pi^2(0.918\text{u} \times 931.5\text{MeV}/\text{u})(0.127\text{nm})^2}$$

$$= 0.00265\text{eV}$$

این محاسبه سازگاری بسیار خوبی با مقدار محاسبه شده از اطلاعات مربوط به طیف دارد. ■

### پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

برخی کتابهای جامع درباره طیف‌نمایی مولکولی که حاوی مطالب مقدماتی و نیز پیشرفته‌اند، عبارت‌اند از:

G. M. Barrow, *Introduction to Molecular Spectroscopy* (New York, McGrawHill, 1962).

M. Karplus and R. N. Porter, *Atoms and Molecules* (Menlo Park, W. A. Benjamin, 1970).

L. Pauling, *The Chemical Bond* (Ithaca, Cornell University Press, 1967).

یک اثر پیشرفته اما مفصل.

G. Herzberg, *Molecular Spectra and Molecular Structure* (New York, Van Nostrand, 1950).

جلد I این کتاب مربوط به مولکولهای دو اتمی است.

دو مقاله همگان فهم درباره جستجو در پی مولکولها در فضا:

B.E. Turner, "Interstellar Molecular," *Scientific American* **228**, 50 (March 1973).

B. Zuckerman, "Interstellar Molecules," *Nature* **268**, 491 (August 1977).

اطلاعات در باب خواص مولکولها به صورت جدول در خیلی جاها یافت می‌شود؛ مثلاً نگاه کنید به: *Handbook of Chemistry and Physics* (Chemical Rubber Publishing Co.)

یا

the *Journal of Physical and Chemical Reference Data*.

پرسشها

۱. چرا شعاع  $H_2$  از شعاع  $H^+$  کوچکتر، و انرژی بستگی آن بیشتر است؟
۲. مولکول  $LiH$  ساختار الکترونی ساده‌ای دارد. اتم  $H$  یک الکترون می‌خواهد تا زیر پوسته  $1s$  خود را پر کند، اما اتم  $Li$  هم می‌خواهد زیر لایه  $2s$  خود را پر کند. براساس ساختار اتمی  $H$  و  $Li$ ، انتظار دارید که تمایل کدامیک برای دستیابی به یک الکترون اضافی بیشتر باشد؟ آیا مقادیر الکترونگاتیوی جدول ۹-۶ با این امر سازگار است؟
۳. به‌طور کلی، انتظار دارید پیوندهای  $ss$  قویتر باشند یا پیوندهای  $pp$ ؟ چرا؟
۴. بگویید چرا زاویه‌های پیوندهای  $sp$  (جدول ۹-۳) با افزایش عدد اتمی اتم مرکزی به  $90^\circ$  نزدیک می‌شوند.
۵. وضع ثابت‌های نیروی مولکولی  $k$  در مقایسه با ثابت فنرهای معمولی چگونه است؟ از این مقایسه چه نتیجه‌ای می‌گیریم؟
۶. چرا در نظر گرفتن چرخشهای مولکول دو اتمی شکل ۹-۲۵ حول محور  $x$  لازم نیست؟ گشتاور لختی مربوط به چرخش حول  $x$  را محاسبه کنید؛ این انرژیهای چرخشی را با مقادیر متناظر به چرخش حول محورهای  $y$  و  $z$  مقایسه کنید.
۷. بگویید فاصله تعادل مولکول را چگونه می‌توان با اندازه‌گیری خطهای جذبی یا گسیلی مربوط به حالت‌های چرخشی تعیین کرد؟
۸. فاصله ترازهای چرخشی  $D_2$  (نوعی "هیدروژن سنگین"؛ جرم  $D$  دو برابر جرم  $H$  است) را با فاصله ترازهای چرخشی  $H_2$  مقایسه کنید؛ این فاصله‌ها چه رابطه‌ای با فاصله ترازهای انرژی ارتعاشی دارند؟ فاصله حالت‌های تعادل آنها چه رابطه‌ای دارند؟
۹. برای مولکولی چون  $HCl$ ، تعداد ترازهای چرخشی بین دو تراز ارتعاشی نخست را محاسبه کنید.
۱۰. چرا یک اتم به‌طور کلی تابش را فقط از حالت پایه جذب می‌کند، در حالی که مولکول می‌تواند از بسیاری حالت‌های چرخشی یا ارتعاشی برانگیخته جذب کند؟
۱۱. اگر مجموعه‌ای از مولکولها همگی در حالت پایه  $N = 0$ ،  $L = 0$  می‌بودند، چند خط در طیف جذبی وجود می‌داشت؟

مسائل

۱. انرژی یونش  $H_2$  را محاسبه کنید.
۲. انرژی کولنی  $KBr$  را در فاصله تعادل محاسبه کنید.

۳. انرژی یونش پتاسیم  $434 \text{ eV}$  است؛ الکترون خواهی بد  $3.06 \text{ eV}$  است. درجه فاصله ای مولکول KI انرژی کولنی کافی را برای غلبه بر انرژی مورد نیاز تشکیل یونهای  $\text{K}^+$  و  $\text{I}^-$  به دست می آورد.

۴. قدرت پیوند را عموماً برحسب کیلوژول برمول بیان می کنند. انرژی تفکیک مولکولی (به eV) را با توجه به قدرت پیوندهای زیر بیابید: (الف)  $\text{NaCl}$ ،  $410 \text{ kJ/mol}$ ؛ (ب)  $\text{Li}_2$ ،  $106 \text{ kJ/mol}$ ؛ (ج)  $\text{N}_2$ ،  $945 \text{ kJ/mol}$ .

۵. (الف) با فرض فاصله  $193 \text{ nm}$ ، گشتاور دوقطبی الکتریکی انتظاری  $\text{NaF}$  را محاسبه کنید.

(ب) گشتاور دوقطبی اندازه گیری شده  $27.2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$  است. سرشت یونی نسبی  $\text{NaF}$  چیست؟

۶. فاصله تعادل HI عبارت است از  $160 \text{ nm}$  و گشتاور دوقطبی الکتریکی اندازه گیری شده اش  $1.47 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$  است. سرشت یونی نسبی HI را بیابید.

۷. فاصله تعادل BaO عبارت است از  $194 \text{ nm}$  و گشتاور دوقطبی الکتریکی اندازه گیری شده  $26.5 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$  است. سرشت یونی نسبی را، با فرض دو الکترون ظرفیت، محاسبه کنید.

۸. یک تابع تجربی که باید برای نشان دادن انرژی مولکولی به کار رود عبارت است از

$$E = \frac{A}{R^9} - \frac{B}{R}$$

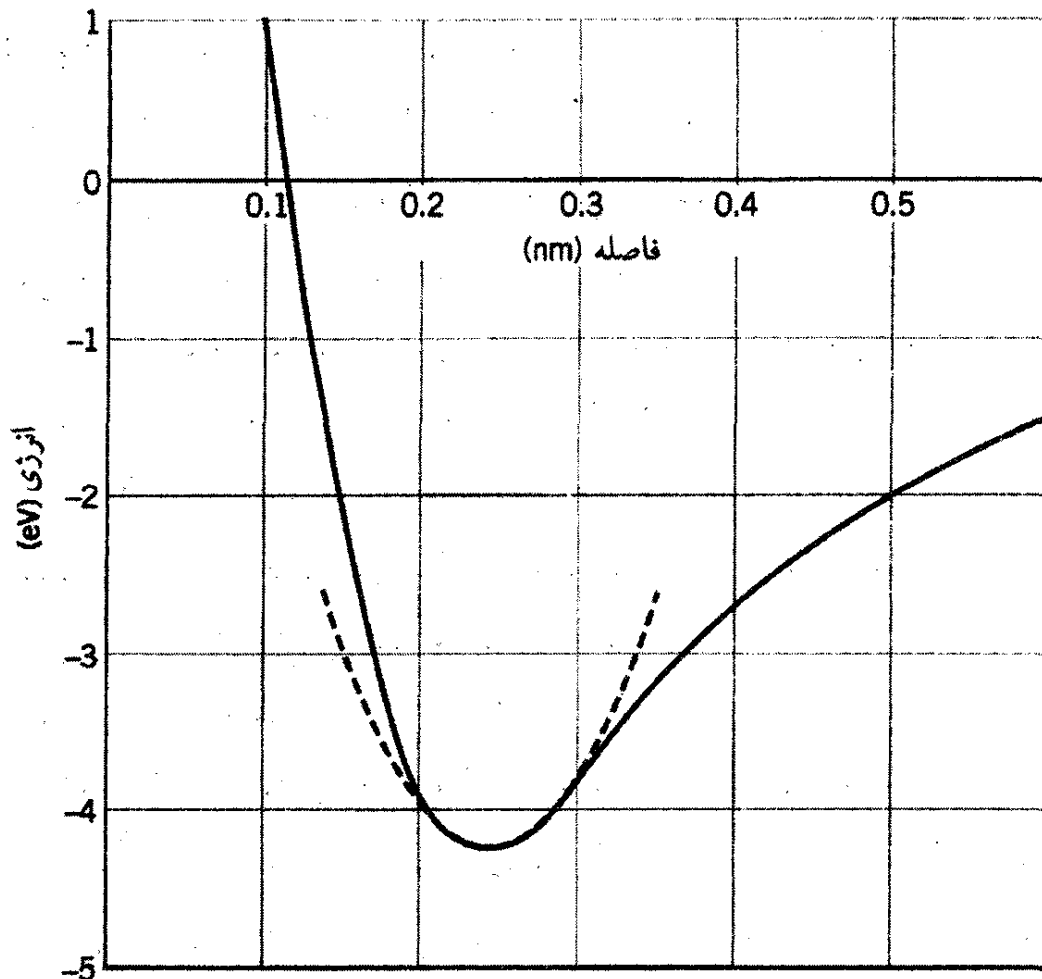
که در آن  $A$  و  $B$  ثابتهای مثبت اند،  $A$  و  $B$  را برحسب فاصله تعادل،  $R_{\text{eq}}$ ، و انرژی تفکیک،  $E$ ، بیابید. منحنی نمایش تغییرات تابع حاصل را رسم کنید.

۹. نشان دهید که زاویه بین پیوندها در ساختار کربن چهاروجهی (شکل ۹-۱۴) عبارت است از  $109.5^\circ$ .

۱۰. معادله ۹-۱۲ را از معادله ۹-۱۱ به دست آورید.

۱۱. اختلاف انرژی چرخشی،  $\hbar^2/mR^2$ ، متعلق به  $\text{HCl}$  را برای دو جرم مختلف  $\text{Cl}$  ( $35 \text{ u}$  و  $37 \text{ u}$ ) محاسبه کنید.

۱۲. شکل ۹-۳۲ کمینه انرژی مولکولی  $\text{NaCl}$  را نشان می دهد، که از آن یک سهمی رسم شده است. با استفاده از روشهای مثال ۹-۳، ثابت نیروی ارتعاشی مؤثر، طول موج و بسامد ارتعاشی، و انرژی فوتون ارتعاشی را برای  $\text{NaCl}$  بیابید. این تابشها درجه گستره ای از طیف الکترومغناطیسی قرار دارند؟ بیشینه عدد کوانتومی ارتعاشی که به ازای تقریب سهمی برای  $\text{NaCl}$  معتبر باقی می ماند، چیست؟



شکل ۹-۳۲ مسئله ۱۲.

۱۳. جدول زیر را تکمیل کنید؛ در این جدول خواص مولکولهای  $H_2$  در حالتی مقایسه می‌شوند که یکی یا هر دو اتم H آن جای خود را به یک اتم دوتریم (D) بدهند؛ دوتریم یک اتم "هیدروژن سنگین" با دو برابر جرم هیدروژن معمولی است.

$h^2/mR_{eq}^2$	$R_{eq}$	بسامد ارتعاشی	مولکول
$0.152 \text{ eV}$	$0.074 \text{ nm}$	$1.32 \times 10^{14} \text{ Hz}$	$H_2$
			HD
			$D_2$

۱۴. انرژی تفکیک واقعی هر مولکول نه تنها به عمق کمینه انرژی، بلکه به انرژی "نقطه صفر" حرکت ارتعاشی هم بستگی دارد (شکلهای ۹-۲۳ و ۹-۲۸). انرژی تفکیک  $H_2$  را  $4.52 \text{ eV}$  و انرژی ارتعاشی را  $0.52 \text{ eV}$  فرض کنید، و انرژی تفکیک HD و  $D_2$  را بیابید (مسئله ۱۳).

۱۵. با روش مثال ۹-۴، انرژی و طول موج سه‌گذار از پایبندترین گذارهای چرخشی گسیلیده از NaCl مولکولی را محاسبه کنید. این تابشها در چه ناحیه طیف الکترومغناطیسی قرار دارند؟

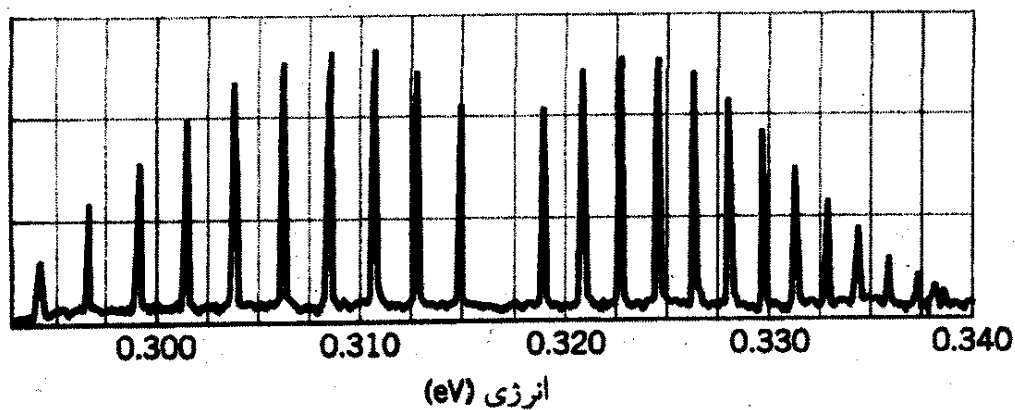
۱۶. تعداد حالت‌های چرخشی بین حالت‌های ارتعاشی برای: (الف)  $H_2$  (مثال ۹-۳)؛ (ب)  $HCl$  (مثال ۹-۶)؛ (ج)  $NaCl$  (مسئله‌های ۱۲ و ۱۵)، را برآورد کنید.

۱۷. شکل ۹-۲۹ ترکیب ساختار چرخشی-ارتعاشی را نشان می‌دهد که انرژی ارتعاشی از انرژی چرخشی خیلی بیشتر است. نموداری رسم کنید که وضعیت معکوس را نشان دهد، و در آن انرژی چرخشی خیلی بیشتر از انرژی ارتعاشی باشد. از مقیاسی استفاده کنید که در آن  $h^2/mR_{eq}^2 = 20$  واحد و  $h\nu = 2$  واحد است؛ ترازهای چرخشی را تا  $L = 3$  و ترازهای ارتعاشی را تا  $N = 3$  نشان دهید.

۱۸. (الف) نموداری، مشابه نمودار شکل ۹-۲۹، رسم کنید، که تمام گذارهای جذبی ممکن از حالت‌های  $N = 0$  تا حالت‌های  $N = 1$  را نشان دهد. حالت‌های چرخشی را تا  $L = 5$  در آن بگنجانید. (ب) با بهره‌گیری مقادیر  $h\nu = 10$  واحد و  $h^2/2mR_{eq}^2 = 1/4$  واحد، طیف انرژی جذبی، از جمله تمام گذارهای ناشی از بند (الف)، را نشان دهید، هر گذار را با عدد کوانتومی اولیه و انتهایی مشخص کنید. ۱۹. برپایه ترازهای انرژی در مقاله ۹-۱۷، انرژی فوتونهای گسیلیده را محاسبه کنید.

۲۰. (الف) جرم کاهیده مولکول  $KCl$  چیست؟ (ب) هرگاه فاصله تعادل  $26 \text{ nm}$  باشد، فاصله گذارها دو طیف ترکیبی چرخشی-ارتعاشی را بیابید.

۲۱. شکل ۹-۳۳ طیف جذبی مولکول  $HBr$  را نشان می‌دهد. با پیروی از روندهای اساسی بخش ۹-۷؛ (الف) انرژی گذار "مفقود"؛ (ب) ثابت نیروی مؤثر،  $k$ ؛ (ج) فاصله ترازهای چرخشی  $h^2/mR_{eq}^2$  را بیابید. فاصله ترازهای چرخشی پیش‌بینی شده برای  $HBr$  را برآورد و با مقدار به‌دست آمده از روی طیف، مقایسه کنید. چرا فقط خط‌های تک وجود دارند و مانند حالت  $HCl$  خط‌های دوتایی در آن به‌وجود نمی‌آید؟



شکل ۹-۳۳ مسئله ۲۱.

۲۲. معادله ۹-۲۱ را از معادله ۹-۲۰ به‌دست آورید.

۲۳. (الف) در مجموعه‌ای از مولکولهای  $H_2$  در دمای اتاق، نسبت تعداد مولکولها در حالت ارتعاشی  $N = 1$  به تعداد مولکولها در حالت ارتعاشی  $N = 0$ ، چیست؟ (برای این مسئله ساختار چرخشی را نادیده بگیرید.) (ب) نسبت این تعداد در حالت  $N = 2$  به تعداد آن در حالت پایه، چیست؟
۲۴. مسئله ۲۳ را برای مولکولهای  $NaCl$  تکرار کنید.
۲۵. در مجموعه‌ای از مولکولهای  $H_2$  در دمای اتاق، تعداد نسبی مولکولها در چهار حالت نخست چرخشی حالت ارتعاشی  $N = 0$  را بیابید. (ب) قسمت (الف) را در شرایطی تکرار کنید که دما  $30K$  باشد. (راهنمایی: واگنی ترازها را از قلم نیندازید.)
۲۶. مسئله ۲۵ را برای  $NaCl$  تکرار کنید.
۲۷. درجه دمایی ۲۵ درصد از مجموعه مولکولهای  $HCl$  در نخستین حالت ارتعاشی برانگیخته خواهند بود؟ (ساختار چرخشی را نادیده بگیرید.)
۲۸. شدیدترین خط جذبی در طیف چرخشی- ارتعاشی  $CO$  در دمای اتاق به ازای  $L = 7$  به وجود می‌آید. درستی این مقدار را با محاسبه تحقیق کنید (فاصله تعادل  $CO$  عبارت است از  $113nm$  ر ۰).



## فیزیک آماری

بسیاری از آزمایشهای فیزیک را طوری تحلیل می‌کنند که گویی برهم‌کنشها تک‌رویدادهای منزوی هستند. مثلاً، در گسیل نور از اتمهای یک گاز با چگالی کم، احتمال اینکه گذارهای الکترون در هر اتم از وجود الکترونهاى دیگر متأثر شوند بسیار کم است، و از این رو نور ناشی از مجموعه چند اتم را می‌توان با نور گسیل‌یافته از یک تک‌اتم یکی گرفت. پراکندگی رادرفورد و پراکندگی کامپتون نیز نمونه آزمایشهایی هستند که می‌توان آنها را به همین شیوه تحلیل کرد.

از سوی دیگر، اگر افزایش انرژی گاز موجود در یک محفظه را با بالا رفتن دمای آن بررسی کنیم. نمی‌توانیم با اطمینان پیش‌بینی کنیم که اگر انرژی کل  $E$  را به گازی متشکل از  $N$  اتم بیفزاییم، هر اتم معین چه مقدار انرژی به دست می‌آورد. به طور متوسط، انرژی هر اتم به اندازه  $E/N$  افزایش می‌یابد، اما انرژی بعضی اتمها اصلاً افزایش نمی‌یابد، در حالی که اتمهای دیگر  $10 E/N$  یا حتی  $10^0 E/N$  انرژی جذب می‌کنند.

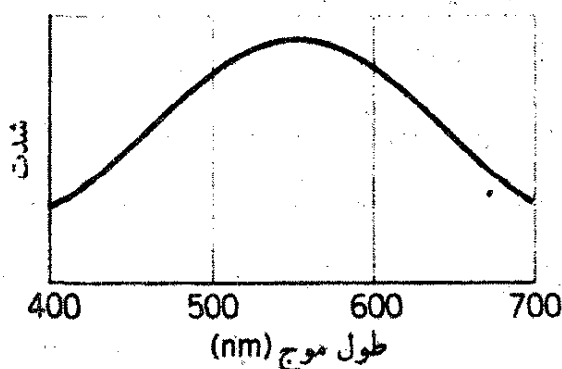
این تقسیم انرژی بین چندین جزء یک سیستم را نمی‌توان به سادگی و به کمک تک‌رویدادهای منزوی تحلیل کرد. تحلیل این پدیده‌های جمعی مستلزم بهره‌گیری از روشهای فیزیک آماری است، که در آن، با محاسبه نتیجه دقیق تک‌رویدادهای منزوی سروکار نداریم، بلکه می‌خواهیم میانگین نتیجه رویدادهای جمعی بسیار را بر مبنای توزیع آماری نتایج ممکن، پیش‌بینی کنیم.

در این فصل درباره قوانین فیزیک آماری بحث می‌کنیم و به بررسی بعضی سیستمها که از آمار کلاسیک پیروی می‌کنند و برخی سیستمهای دیگر که تابع آمار کوانتومی اند می‌پردازیم. این مفاهیم آماری برای شناخت خواص کلی ماده ضروری‌اند، و در این فصل به اختصار و در فصل ۱۱ به تفصیل مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

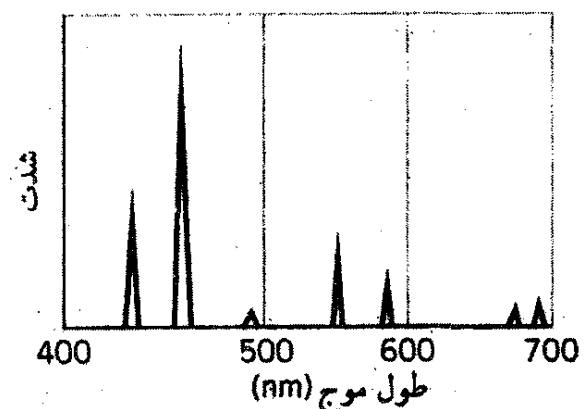
## ۱-۱۰ تحلیل آماری

وقتی جریان الکتریکی را از لامپی حاوی یک گاز با چگالی کم، مانند بخار جیوه، عبور دهیم اتمهای این گاز نور گسیل می‌کنند. الکترونهای هریک از اتمها از حالت پایه به حالت‌های برانگیخته رانده می‌شوند، و سپس با گسیل یک یا چند فوتون به حالت پایه برمی‌گردند. برای بخار جیوه، تک فوتونهای متناظر با نور سبز، نور آبی، نور نارنجی، و الی آخر را مشاهده می‌کنیم. هر فوتون طول موج معینی دارد و متناظر با گذار بین دو تراز با انرژیهای معین است. جدا از اثر اصل عدم قطعیت، طول موجها "مشخص" اند. اگر این نور را با وسیله‌ای با توان تفکیک بالا مانند توری پراش بررسی کنیم، طیف حاصل (شکل ۱-۱۰) تیزی خطهای طیفی را نشان می‌دهد. می‌توانیم این طیف را بر مبنای دانسته‌هایمان از حالت‌های برانگیخته یک تک‌اتم جیوه بفهمیم؛ مادام که چگالی گاز کم باشد، تعداد اتمهای موجود در لامپ تأثیری بر طیف مشاهده شده ندارد. نور گسیلیده از این مجموعه اتمها را طوری بررسی می‌کنیم که گویی تک تک گسیلها به تنهایی و جداگانه صورت می‌گیرند.

اکنون حالت متضاد رشته تنگستن را در لامپهای التهابی معمولی در نظر می‌گیریم. شکل ۱-۲



شکل ۱-۲ طیف پیوسته یک چشمه التهابی در ناحیه مرئی.



شکل ۱-۱۰ طیف خطی جیوه در ناحیه مرئی.

طیف این حالت را نشان می‌دهد، که توزیع پیوسته طول‌موجهایی را دارد که آنها را نور "سفید" می‌نامیم. تمام طول‌موجها، و نه فقط تعداد معینی طول‌موج، حضور دارند. اتمهای تنگستن منزوی، مانند اتمهای جیوه، در تعداد معینی طول‌موج گسسته و مشخص نور گسیل می‌کنند، اما در رشته تنگستن جامد اثر جمعی سایر اتمهای مجاور، ترازهای انرژی را تغییر می‌دهد و طیف را پیوسته می‌سازد. اگرچه تعداد اتمهای بخار جیوه و رشته تنگستن ممکن است تقریباً برابر باشد، اما در یک حالت می‌توانیم حضور سایر اتمها را نادیده بگیریم، در حالی که در مورد دیگر باید تأثیر متقابل بسیاری از اتمها یا تمامی آنها را در نمونه ۱ منظور کنیم.

به دو طریق می‌توان یک سیستم پیچیده را تحلیل کرد. رهیافت نخست مشخص کردن مجموعه‌ای از ویژگیهای میکروسکوپی، مانند مکان و سرعت هر اتم است. اما حتی برای سیستم کوچک حاوی شاید  $10^{15}$  اتم، این کار آشکارا بی‌ثمر است. رهیافت دوم تشخیص این نکته است که چنین توصیفی نه تنها بینهایت پیچیده که غیرضروری نیز هست زیرا به جزئیاتی می‌پردازد که چندان مفید نیستند. می‌توانیم رفتار سیستمهای حاوی ذرات زیاد را به کمک چند ویژگی ماکروسکوپی، مانند دما یا فشار گاز، بفهمیم و پیش‌بینی کنیم. به دست آوردن رابطه بین ویژگیهای میکروسکوپی و ماکروسکوپی یکی از پیروزیهای بزرگ فیزیک قرن نوزدهم به‌شمار می‌آید. مثلاً، برای گاز موجود در یک محفظه، نظریه جنبشی رابطه بین حرکت میکروسکوپی مولکولها و دما و فشار ماکروسکوپی را به دست می‌دهد. به‌طور کلی، می‌توانیم با شمارش تعداد ترتیبهای مختلف خواص میکروسکوپی سیستم، به تحلیل آماری بپردازیم. مثلاً، توزیع ۲ واحد انرژی را در یک "گاز" حاوی چهار ذره یکسان اما تمیزپذیر در نظر بگیرید. هر ذره فقط می‌تواند انرژی را در واحدهای صحیح بگیرد. پس این چهار ذره چگونه می‌توانند دو واحد انرژی را قسمت کنند؟ یک راه این است که همه این ۲ واحد به یک ذره داده شود. برای عملی شدن این توزیع چهار راه مختلف، متناظر با گزینش هریک از چهار ذره برای دریافت ۲ واحد انرژی، وجود دارد. راه دیگر توزیع انرژی این است که به دو ذره مختلف ۱ واحد انرژی بدهیم. این توزیع را به شش طریق می‌توان انجام داد (جدول ۱۰-۱).

هر توزیع انرژی ممکن را یک ماکروحالت می‌گویند که حالتی از سیستم است که می‌توان آن را با اندازه‌گیری یک خاصیت ماکروسکوپی، مانند دما مشاهده کرد. در سیستم ساده‌ما، دو ماکروحالت وجود دارد، یک حالت که در آن یک ذره دارای ۲ واحد انرژی است و حالت دیگر که در آن دو ذره هریک ۱ واحد انرژی دارند. ترتیبهای مختلف متغیرهای میکروسکوپی متناظر با یک تک ماکروحالت را، میکروحالت می‌نامند. در سیستم ما، چهار میکروحالت متناظر با ماکروحالت  $A$  و شش میکروحالت متناظر با ماکروحالت  $B$  وجود دارند. تعداد میکروحالتهای متناظر با یک ماکروحالت خاص را چندگانگی  $W$  می‌گویند. در سیستم مورد نظر ما،  $W_A = 4$  و  $W_B = 6$ .

جدول ۱-۱۰ میکروحالت‌های سیستم ساده

میکروحالت				
انرژی ذره				
ماکروحالت	۱	۲	۳	۴
A	۲	۰	۰	۰
	۰	۲	۰	۰
	۰	۰	۲	۰
	۰	۰	۰	۲
B	۱	۱	۰	۰
	۱	۰	۱	۰
	۱	۰	۰	۱
	۰	۱	۱	۰
	۰	۱	۰	۱
	۰	۰	۱	۱

یکی از کاربردهای این اصول آماری تعیین جهت تحول طبیعی یک سیستم است. در واقع، بنا بر قانون دوم ترمودینامیک سیستم‌های منزوی در جهتی تحول می‌یابند که چندگانگی افزایش یابد. یعنی، اگر از ماکروحالت A شروع می‌کردیم و می‌گذاشتیم چهار ذره با یکدیگر برهم‌کنش کنند، می‌توانستیم بعدها آن را در ماکروحالت B بیابیم؛ اما، اگر سیستم در ماکروحالت B می‌بود، احتمال یافتن بعدی آن در ماکروحالت A کمتر می‌بود، چرا که تغییر از B به A مستلزم کاهش چندگانگی و دارای احتمال کمتر است. با افزایش تعداد ذرات سیستم، تفاوت‌های چندگانگی بیشتر می‌شود، و تغییراتی که در آنها چندگانگی کاهش می‌یابد به قدری کم می‌شوند که عملاً مشاهده‌ناپذیرند.

در این تحلیل آماری فرض زیر نهفته است:

احتمال وقوع تمام میکروحالت‌ها برابر است.

سیستم، می‌تواند با احتمال یکسان در هر یک از  $10^1$  میکروحالت جدول  $10^1-1$  باشد. این فرض است که ما را مجاز می‌دارد وزن آماری بیشتری را به میکروحالت B نسبت دهیم؛ چون این سیستم را می‌توان با احتمالی یکسان در هر یک از شش میکروحالت B یا چهار میکروحالت A یافت، وزن نسبی B عبارت است از  $3/2 = 6/4$ ، به طوری که در تعداد زیادی سیستم یکسان انتظار داریم ۴۰ درصد آنها را در ماکروحالت A و ۶۰ درصد را در ماکروحالت B بیابیم.

۱. قانون دوم ترمودینامیک را غالباً برحسب آنتروپی، S، بیان می‌کنند که بنا بر آن یک سیستم منزوی باید چنان تحول یابد که  $\Delta S \geq 0$ . لودویگ بولتزمن (۱۸۴۴-۱۹۰۶)، فیزیکدان اتریشی، رابطه بین آنتروپی یک سیستم و چندگانگی ماکروحالت آن را به این قرار به دست آورد:  $S = k \ln W$ ، که در آن k ثابت بولتزمن است. به این ترتیب افزایش آنتروپی سیستم، در هنگام تغییر از یک ماکروحالت به ماکروحالت دیگر، با افزایش چندگانگی‌های متناظر هم‌ارز است.

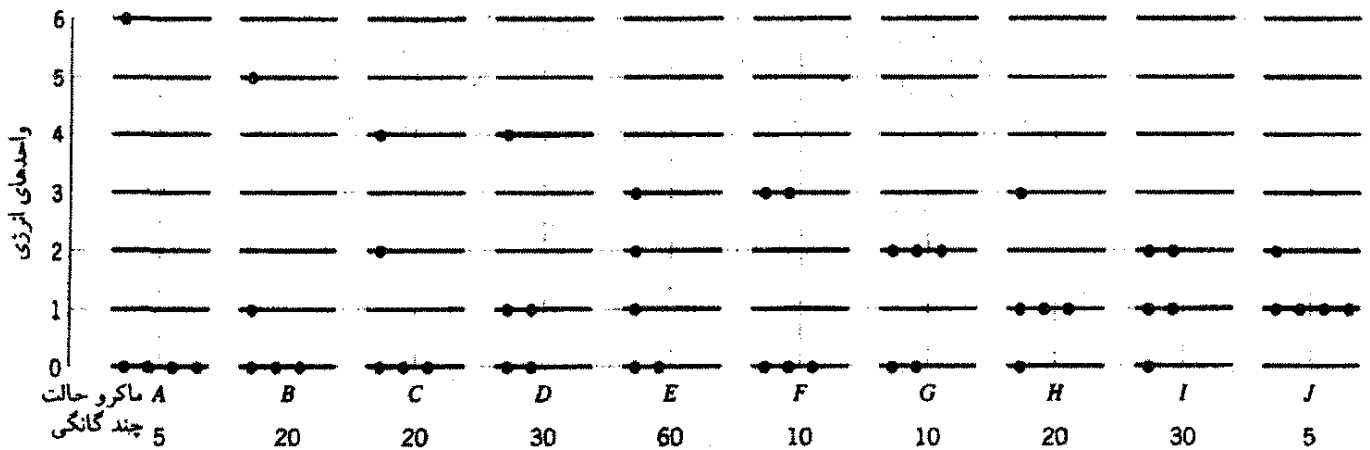
یک مثال دیگر، بازی پوکر است. تاپ استریت فلاش حاوی  $A♥, K♥, Q♥, J♥, ۱۰♥$ . دقیقاً همان قدر محتمل است که آوردن یک دست بی ارزش معین  $۱۰♠, ۸♣, ۵♦, ۴♥, ۲♠$ . آنچه که دست تاپ استریت فلاش را چنین ممتاز و کمیاب می‌کند این است که فقط چهار تاپ استریت فلاش در میان  $۲۵۹۸۹۶۰$  دست ممکن در بازی پوکر، که بیشترشان بی ارزش‌اند، وجود دارد. هرچند که احتمال تاپ استریت فلاش به اندازه احتمال هر دست بی ارزش معین است، اما احتمال آمدن آن از هر دست بی ارزش کمتر است. در زبان فیزیک آماری، "تاپ استریت فلاش" ماکروحالت دارای میکروحالت‌های کسری (و بنابراین احتمال کسری) از "دست بی ارزش" یا ماکروحالت "یک جفت" است.

فرض احتمال مساوی میکروحالت‌ها این امکان را فراهم می‌آورد که محاسبات مربوط به سیستم را انجام دهیم. مثلاً، فرض کنید تعداد زیادی سیستم همانند، مانند سیستم‌های جدول ۱-۱۰، داریم، که میکروحالت‌هایشان به صورت کاتوره‌ای توزیع شده‌اند. اگر به هر سیستم دسترسی یابیم و انرژی یک ذره را اندازه بگیریم. احتمال اینکه این ذره ۲ واحد انرژی داشته باشد، چیست؟ در میان  $۱۰$  میکروحالت با احتمال یکسان شامل  $۴۰$  ذره، چهار ذره با ۲ واحد انرژی وجود دارد. به این ترتیب  $p(۲) = ۴/۴۰ = ۰٫۱$ ، و ما انتظار داریم که در  $۱۰$  درصد اندازه‌گیریها  $E = ۲$  به دست آوریم. به همین ترتیب،  $p(۱) = ۰٫۳$  و  $p(۰) = ۰٫۶$ .

تحلیل آماری یک سیستم پیچیده راهی را برای توصیف حالت سیستم، میانگین ویژگی‌های آن، و تحول زمانی‌اش، پیش‌پایمان می‌گذارد. چون فیزیک اغلب اوقات دقیقاً با این جزئیات سروکار دارد، تحلیل آماری در واقع بسیار سودمند است. این تحلیل را می‌توان در مورد سیستم‌هایی با تعداد ذرات کم، مانند هسته‌ای با حدود  $۱۰^۲$  ذره، یا تعداد خیلی زیاد، مانند ستاره‌ای چون خورشید با  $۱۰^{۵۷}$  ذره، به کار برد. کار بعدی ما تعیین این است که آیا بین رفتارهای آماری ذرات کلاسیک و کوانتومی اختلافی وجود دارد یا خیر.

## ۱۰-۲ آمار کلاسیک در برابر آمار کوانتومی

برای نشان دادن اختلاف بین آمار کلاسیک و کوانتومی، ابتدا مثالی شبیه مثال بخش قبل، یعنی توزیع ۶ واحد انرژی در مجموعه‌ای از پنج ذره یکسان اما غیرقابل تمیز، را در نظر می‌گیریم. توزیع انرژی، به جای اینکه مانند جدول ۱-۱۰ تنظیم شود، در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. نه ماکروحالت، از  $A$  تا  $I$ ، وجود دارد. هریک از اینها ذره‌ای با انرژی معینی را نشان می‌دهد؛ مثلاً، در ماکروحالت  $B$  سه ذره با انرژی  $E = ۰$ ، یکی با  $E = ۱$  و دیگری با  $E = ۵$  یافت می‌شود. چندگانگی هر ماکروحالت (تعداد میکروحالت‌ها) را می‌توان جدول‌بندی کرد، یا آن را مستقیماً با



شکل ۱۰-۳ ماکرو حالت های یک سیستم که در آن پنج ذره یکسان در ۶ واحد انرژی سهیم اند.

بهره گیری از روش های استاندارد نظریه جایگشت محاسبه کرد:

$$W = \frac{N!}{N_0! N_1! N_2! N_3! N_4! N_5! N_6!} \quad (1-10)$$

که در آن  $N$  تعداد کل ذرات و  $N_E$  تعداد ذرات با انرژی  $E$  است. مانند مثال قبل، توجه داشته باشید که چندگانگی در حالتی که انرژی بین تعداد زیادتری ذرات تقسیم شود، مانند حالت  $E$ ، بیشینه و وقتی انرژی در تعداد کمتری ذره متمرکز شود، مانند میکرو حالت های  $A$  یا  $I$ ، کمینه است. مانند قبل، بگذارید احتمال اندازه گیری هر مقدار معین انرژی یک ذره را محاسبه کنیم. مطابق معمول، این کار را می توان با در نظر گرفتن مجموعه ای از تمام  $200$  میکرو حالت ممکن و شمارش تعداد دفعاتی که هر مقدار انرژی ظاهر می شود، انجام داد. به زبان نمادین،

$$p(E) = \frac{\sum_{i=A}^I N_E W_i}{N \sum_{i=A}^I W_i} \quad (2-10)$$

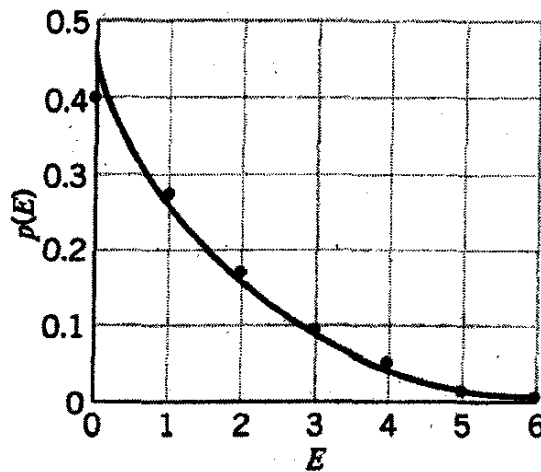
که در آن  $N_E$  تعداد ذرات با انرژی  $E$  در هر ماکرو حالت معین تا  $I$  است. جمع روی نه ماکرو حالت انجام می شود. مثلاً ذره ای با ۲ واحد انرژی فقط در ماکرو حالت های  $C, E, G, I$ ، و  $J$  ظاهر می شود و از این رو احتمال یافتن ذره ای با ۲ واحد انرژی عبارت است از

$$p(2) = \frac{1 \times 20 + 1 \times 60 + 3 \times 10 + 2 \times 30 + 1 \times 5}{5 \times 210} = 0.167$$

احتمال های مربوط به اندازه گیری هر یک از انرژی های ممکن در جدول ۱۰-۲ درج شده است. توجه کنید که احتمال با افزایش انرژی کاهش می یابد. این احتمالها در شکل ۱۰-۴ رسم شده اند. منحنی

جدول ۱-۲ احتمالهای انرژی برای سیستم شکل ۱-۳

انرژی	احتمال
۰	۰٫۴۰۰
۱	۰٫۲۶۷
۲	۰٫۱۶۷
۳	۰٫۰۹۵
۴	۰٫۰۴۸
۵	۰٫۰۱۹
۶	۰٫۰۰۵



شکل ۱-۴ احتمال یافتن مقدار معینی از انرژی در مجموعه‌ای از ذرات کلاسیک. این منحنی یک تابع نمایی است که به خوبی به نقطه‌ها می‌برازد.

هموار یک خم نمایی به شکل  $p \propto e^{-\beta E}$  است، که در آن  $\beta$  ثابتی است که برای برازش با داده‌ها اختیار شده است. مشاهده می‌کنید که کاهش  $p$  با افزایش  $E$  تقریباً نمایی است.

این مثال کاربرد آمار کلاسیک را نشان می‌دهد. هرچند تعداد میکروحالتها و میکروحالتهای سیستمهای حقیقی متشکل از تعداد زیادی ذره بیش از آن است که بتوان آنها را جدولبندی کرد، اما ویژگیهای آنها را می‌توان با تعیین تابع توزیع  $p(E)$ ، که نشان می‌دهد انرژی چگونه بین اجزای یک سیستم تقسیم می‌شود، تحلیل کرد. در قسمتهای بعدی این فصل درباره کاربرد آمار کلاسیک در توزیع انرژی مولکولهای یک گاز بحث خواهیم کرد. تجربه این مثال ساده راهنمای مفیدی در اختیارمان می‌گذارد: تابع توزیع کلاسیک واقعی نمایی و به صورت  $e^{-\beta E}$  از کار درمی‌آید. اما، پدیده‌های دیگری، چون رسانندگی الکتریکی و گرمای ویژه فلزات، رفتار هلیوم مایع، و تابش گرمایی، وجود دارند که نمی‌توان آنها را با بهره‌گیری از آمار کلاسیک به صورت موفقیت‌آمیزی تحلیل کرد. برای این پدیده‌ها، باید از روشهای آمار کوانتومی استفاده کنیم.

چرا باید آمار کلاسیک با آمار کوانتومی تفاوت داشته باشد؟ دو تا از فرضهای مثال این بخش با اصول اساسی فیزیک کوانتومی ناسازگارند:

۱. در فیزیک کوانتومی، ذرات یکسان را باید غیر قابل تشخیص تلقی کرد. در محاسبه چندگانگی ماکروحالتها، فرض کردیم ذرات کلاسیک یکسان و قابل تشخیص اند. یعنی، این ذرات از ۱ تا ۵ (یا با هر علامت قابل تمیز دیگر) شماره گذاری کردیم. مثلاً، در ماکروحالت  $A$  تشخیص میکروحالتی که در آن ذره ۱ دارای  $E = ۶$  است، از میکروحالت با ذره ۲ دارای  $E = ۶$ ، امکان پذیر است، به گونه ای که هر کدام از اینها را میکروحالتهای جداگانه ای برای تعیین چندگانگی ۵ منظور می کنیم. اگر این ذرات را ذرات کوانتومی غیر قابل تشخیص (مانند الکترون یا فوتون) در نظر بگیریم، نمی توانیم بین این میکروحالتها تفاوت بگذاریم. مکانیک کوانتومی فرایند مشاهده را به بخشی از تحلیل سیستم تبدیل می کند؛ مثلاً، اصل عدم قطعیت محدودیتهایی را نه فقط بر رفتار سیستم بلکه بر شناخت ما از رفتار آن اعمال می کند. اگر نتوانیم پنج میکروحالت از  $A$  را به عنوان ترتیبهای جداگانه مشاهده کنیم، نمی توانیم آنها را ترتیبهای جداگانه به شمار آوریم. برای ذرات کوانتومی یکسان، چندگانگی هر ماکروحالت دقیقاً ۱ می شود.

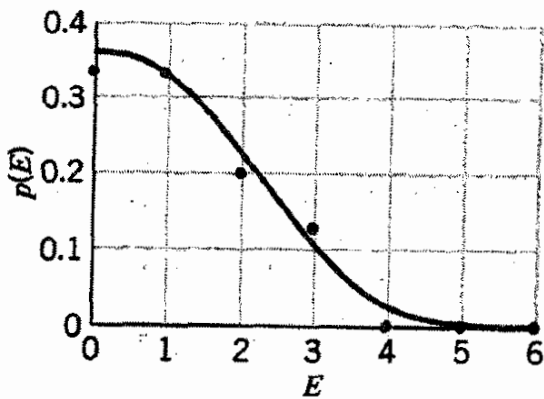
۲. مکانیک کوانتومی می تواند محدودیتهایی را بر بیشینه تعداد ذرات موجود در هر حالت خاص اعمال کند. مثلاً، فرض کنید ذرات در مثال مورد نظر ما الکترون باشند. اصل پاولی وجود دو الکترون یک سیستم را در یک حالت حرکت (یا با مجموعه اعداد کوانتومی یکسان) ممنوع می سازد. چون الکترونها می توانند اسپین بالا یا پایین داشته باشند، پس نمی توان بیش از دو الکترون با انرژی معین داشت. مثلاً، ماکروحالتهای  $A, B, C, G, H$  و  $J$  ممنوع اند، زیرا در هریک از آنها بیشتر از ۲ ذره با انرژی یکسان وجود دارد.

می توانیم محاسبه احتمال  $p(E)$  را برای دو مورد از ذرات کوانتومی تکرار کنیم: فوتونها یا ذرات آلفا که اسپینهای صحیح دارند و اصل پاولی هم محدودیتی بر آنها اعمال نمی کند، و الکترونها یا پروتونها، که دارای اسپین  $1/2$  اند و اصل پاولی تعداد آنها را به ازای هر انرژی به ۲ محدود می کند. در حالت اول، نه تا ماکروحالت با چندگانگیهای برابر یک داریم، و در حالت دوم سه ماکروحالت  $(D, E, I)$  را مجدداً با چندگانگیهای مساوی یک داریم. جدول ۱۰-۳ مقادیر حاصل از  $p(E)$  را می دهد. منحنی تغییرات احتمال مربوط به ذرات با اسپین صحیح در شکل ۱۰-۵ رسم شده است؛ این منحنی تقریباً نمایی است. اما در انرژیهای کم با شیب بیشتری صعود می کند. منحنی نمایش تغییرات مقادیر مربوط به ذرات با  $s = 1/2$  در شکل ۱۰-۶ رسم شده است؛ در این حالت رفتار منحنی حتی تقریباً هم نمایی نیست؛ بلکه، در نزدیکی  $E = 0$  نسبتاً تخت است و سپس برای مقادیر انرژی بیشتر، به سرعت فرو می افتد.

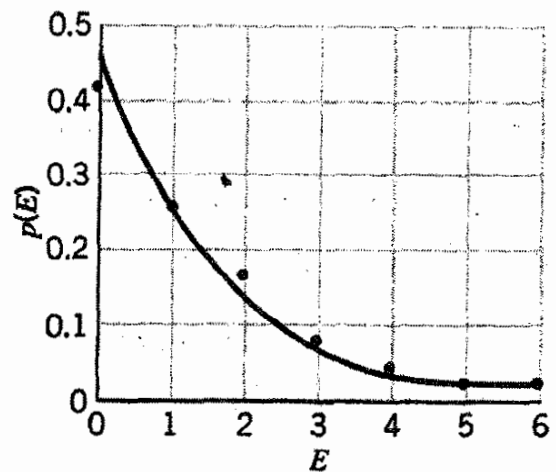


جدول ۱۰-۳ احتمالات انرژی برای ذرات کوانتومی

احتمال		انرژی
اسپین ۱/۲	اسپین درست	
۰.۳۳۳	۰.۴۲۰	۰
۰.۳۳۳	۰.۲۶۰	۱
۰.۲۰۰	۰.۱۶۰	۲
۰.۱۳۳	۰.۰۸۰	۳
۰.۰۰۰	۰.۰۴۰	۴
۰.۰۰۰	۰.۰۲۰	۵
۰.۰۰۰	۰.۰۲۰	۶



شکل ۱۰-۶ توزیع احتمال برای ذرات کوانتومی با اسپین ۱/۲. این منحنی، که برای مشخص کردن نقاط رسم شده است، در انرژیهای کم تقریباً تخت می‌شود.



شکل ۱۰-۵ توزیع احتمال برای ذرات کوانتومی با اسپین صحیح. منحنی تقریباً نمایی است اما در انرژیهای کم با شیب تندتری از شکل ۱۰-۴ بالا می‌رود.

مثالی را که در این بخش تحلیل کردیم باید فقط نمایانگر بعضی تفاوت‌های آمار کلاسیک و کوانتومی تلقی کرد. توابع توزیع انرژی واقعی  $p(E)$  برای سیستم‌های بس‌ذره‌ای با آنچه برای یک سیستم پنج‌ذره‌ای ساده به‌دست آمد تفاوت دارند.

ذرات با اسپین صحیح را تابع توزیعی توصیف می‌کند که تقریباً نمایی است اما در انرژیهای کم با شیب تندتری بالا می‌رود؛ این تفاوت مسئول تعدادی اثر جمعی جالب توجه است. این تابع توزیع را توزیع بوز-اینشتین می‌نامند، و ذراتی را که از این توزیع پیروی می‌کنند بوزون می‌گویند.

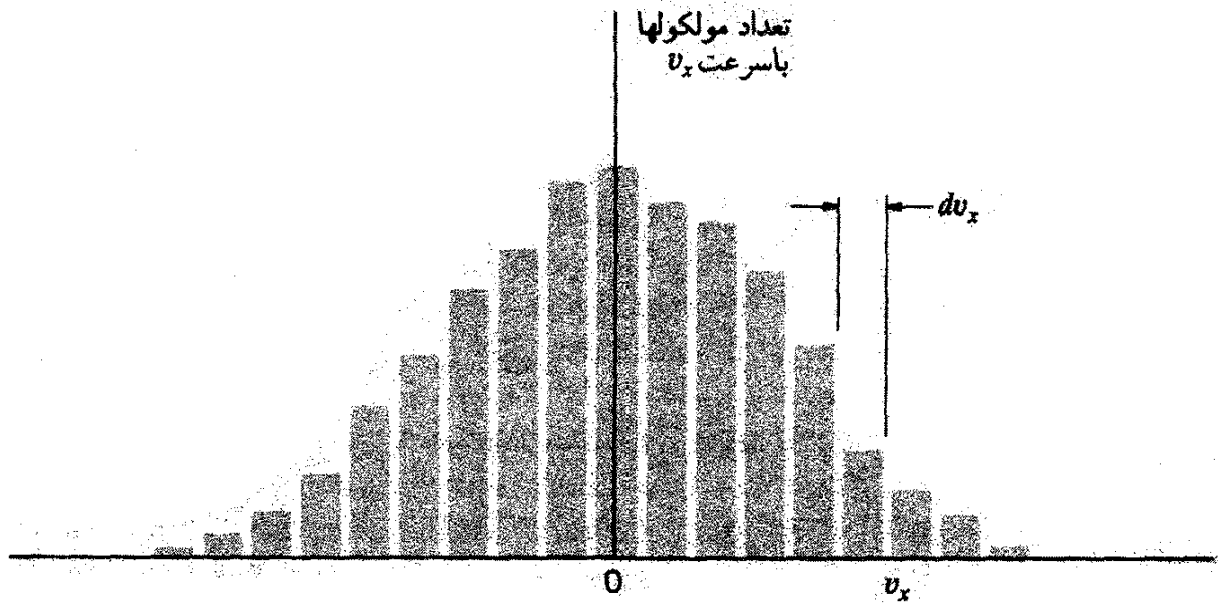
ذراتی که از اصل پاؤلی پیروی می‌کنند را توزیع بسیار متفاوتی توصیف می‌کند که در انرژی‌های کم تخت است (شکل ۱۰-۶)؛ این تابع را توزیع فرمی-دیراک می‌گویند، و ذراتی با اسپین نیم صحیح را فرمیون می‌نامند. در بخش‌های بعدی این فصل توابع توزیع بوز-اینشتین و فرمی-دیراک را در موارد گوناگون فیزیکی مطرح و به‌کار خواهیم گرفت.

### ۱۰-۳ توزیع سرعت‌های مولکولی

ظرف بزرگی پر از یک نوع گاز را در فشار نسبتاً کم در نظر بگیرید. به طوری که در بخش قبل گفتیم، انرژی موجود، که فرض می‌کنیم فقط به صورت انرژی جنبشی انتقالی باشد، بین  $N$  مولکول طوری توزیع می‌شود که تعداد مولکول‌های با انرژی جنبشی کم بسیار بیشتر از مولکول‌های با انرژی جنبشی زیاد است. می‌توانیم این ادعا را با اندازه‌گیری توزیع سرعت مولکول‌ها به تفصیل بررسی کنیم. همان‌طور که بارها در این کتاب گفتیم، این پرسش بی‌معناست که: "چند مولکول (در واحد حجم) مؤلفه‌های سرعت  $v_x$ ،  $v_y$ ، و  $v_z$  را دارند؟" زیرا، نمی‌دانیم منظور از اینکه یک مولکول دقیقاً این مؤلفه‌های سرعت را دارد، چیست. (به بیان دیگر، دقیق چقدر دقیق است؟) اینکه بررسییم: "چند مولکول (در واحد حجم) سرعت‌های بین  $(v_x, v_y, v_z)$  و  $(v_x + dv_x, v_y + dv_y, v_z + dv_z)$  دارند؟" بامعناتر، و در واقع توصیف بهتری از آن چیزی است که عملاً اندازه می‌گیریم. اگر جعبه ساکن باشد، انتظار داریم توزیع سرعت‌ها حول صفر متقارن باشد (تعداد مولکول‌هایی که به راست می‌روند، درست برابر تعدادی است که به طرف چپ حرکت می‌کنند) و نیز انتظار داریم این توزیع چنان باشد که احتمال یافتن مولکولی با سرعت زیاد کم باشد. (مثال فصل قبل را به یاد آورید—یافتن یک ذره با تمام انرژی نامحتمل بود.) اگر قرار باشد آزمایشی انجام دهیم که در آن مؤلفه  $v_x$  را در بازه  $dv_x$  اندازه‌گیری می‌کنیم، به نتیجه‌ای مطابق شکل ۱۰-۷ خواهیم رسید. می‌توانیم فرض کنیم که این شکل نمایشی از یک منحنی هموار است، و منحنی آشنایی که شکل مناسب را داشته باشد (و به طور کلی به فرایندهای آماری کاتوره‌ای نیز مربوط باشد) توزیع بهنجار یا گاوسی  $e^{-x^2}$  است. بنابراین فرض می‌کنیم توزیع به صورت زیر ارائه شود

$$f(v_x)dv_x = \frac{1}{A_x} e^{-bv_x^2} dv_x \quad (۱۰-۳)$$

که در آن  $f(v_x)dv_x$  تعداد مولکول‌ها در واحد حجم با مؤلفه‌های سرعت بین  $v_x$  و  $v_x + dv_x$  را می‌دهد. معادله ۱۰-۳ توزیع سرعت ماکسول است. ثابت‌های  $A_x$  و  $b$  بعداً تعیین خواهند شد. اغلب به توزیع سرعت علاقه‌مند نیستیم، بلکه توزیع اندازه سرعت برایمان مهم است. برای



شکل ۱۰-۷ یک نتیجه ممکن اندازه‌گیری توزیع یکی از مؤلفه‌های سرعت مولکولهای گاز

به دست آوردن توزیع اندازه سرعت باید ابتدا معادله ۱۰-۳ را به سه بعد تعمیم دهیم:

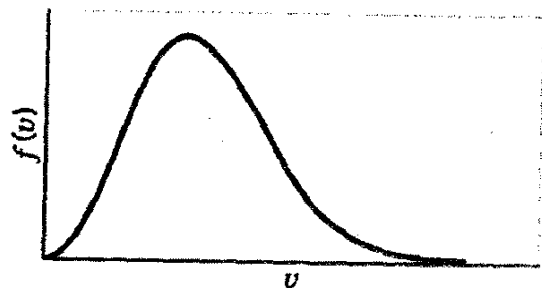
$$\begin{aligned} f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z &= \frac{1}{A_x A_y A_z} e^{-bv_x^2} e^{-bv_y^2} e^{-bv_z^2} dv_x dv_y dv_z \\ &= \frac{1}{A} e^{-b(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} dv_x dv_y dv_z \quad (4-10) \end{aligned}$$

$A$  ثابت جدیدی است که باید تعیین شود. اندازه سرعت  $v$  عبارت است از  $(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2}$ ، و می‌خواهیم توزیع اندازه‌های سرعت  $f(v)dv$  را معلوم کنیم. برای یافتن این توزیع، باید رابطه  $dv$  را با  $dv_x, dv_y, dv_z$  بدانیم، یا به بیانی دیگر بدانیم چند ترکیب مختلف  $v_x, v_y, v_z$  و مقدار  $v$  یکسانی را می‌دهند. یکی از راههای پی‌بردن به چگونگی این کار، در نظر گرفتن دستگاه مختصاتی است که محورهای آن  $v_x, v_y, v_z$  باشند؛ پس نقاط با مقدار ثابت  $v$  سطح کره‌ای به شعاع  $v$  را تشکیل می‌دهند، و منظور کردن گستره  $dv$  پوسته‌ای کروی به ضخامت  $dv$  را، مطابق شکل ۱۰-۸، می‌دهد. حجم این پوسته کروی عبارت است از  $4\pi v^2 dv$ ، و با قراردادن  $4\pi v^2 dv$  به جای  $dv_x dv_y dv_z$ ، توزیع اندازه سرعت ماکسول را به دست می‌آوریم:

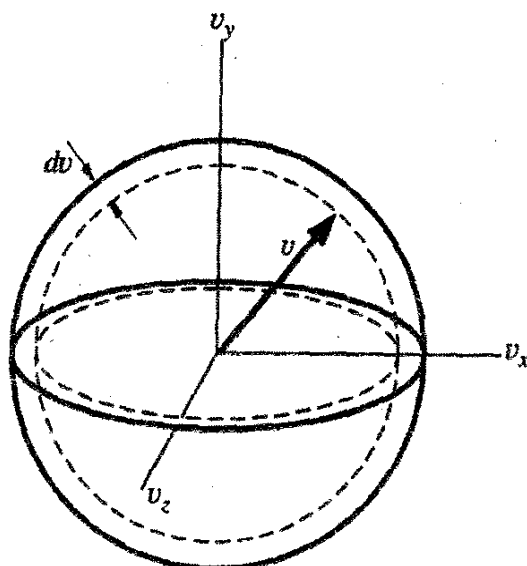
$$f(v)dv = \frac{4\pi}{A} e^{-bv^2} v^2 dv \quad (5-10)$$

تابع  $f(v)$  در شکل ۱۰-۹ رسم شده است.

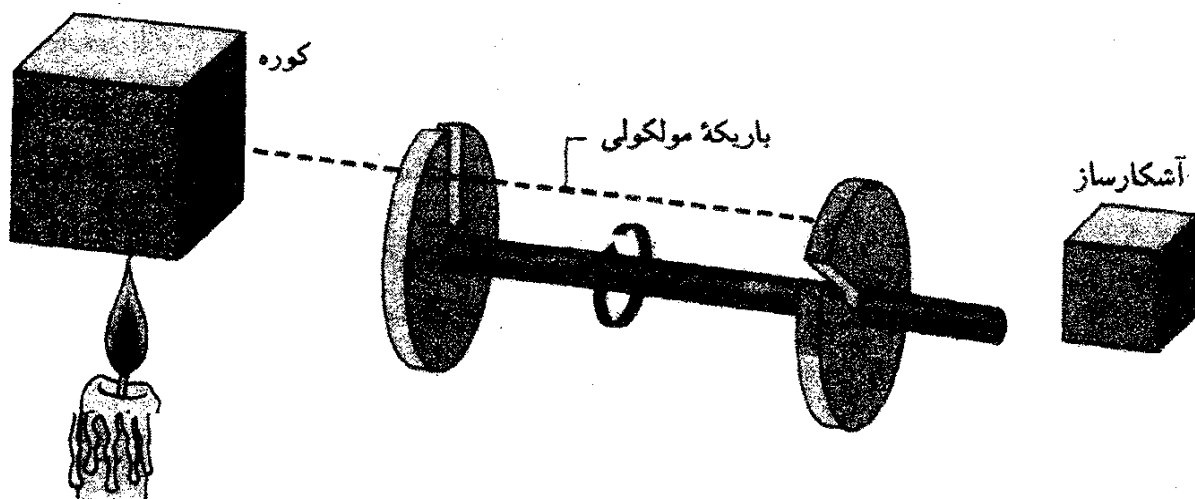
مثالی از یک آزمایش اندازه‌گیری توزیع سرعت‌های مولکولی در شکل ۱۰-۱۰ نشان داده شده است. یک حفره کوچک در دیواره "کوره" فرار جریانی از مولکولها را میسر می‌کند!



شکل ۹-۱۰ توزیع اندازه سرعت ماکسول  $f(v)$ .

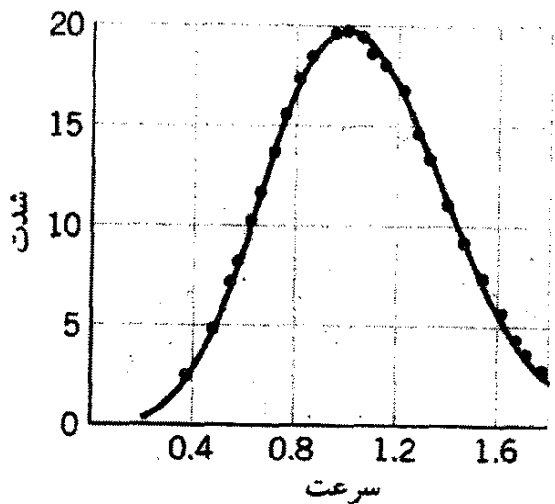


شکل ۸-۱۰ پوسته کروی به شعاع  $v$  و ضخامت  $dv$  در دستگاه مختصات  $v_x, v_y, v_z$ .



شکل ۱۰-۱۰ دستگاه اندازه‌گیری توزیع سرعت‌های مولکولی.

فرض می‌کنیم این حفره به قدری کوچک است که توزیع سرعتها در داخل کوره تغییر نکند، باریکه مولکولها را از شکافی در یک قرص متصل به یک محور که با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  می‌چرخد، می‌گذرانند. در سر دیگر محور یک قرص شکافدار دیگر وجود دارد، اما این شکاف به اندازه زاویه  $\theta$  نسبت به شکاف اول جابه‌جا شده است. برای اینکه یک مولکول از هر دو شکاف بگذرد و به آشکارساز بخورد، باید طول محور  $L$ ، را در همان مدتی طی کند که محور به اندازه زاویه  $\theta$  می‌چرخد، و به این ترتیب  $L/v = \theta/\omega$ . با ثابت نگه داشتن  $L$  و  $\theta$ ، می‌توانیم  $\omega$  را تغییر دهیم. با اندازه‌گرفتن تعداد مولکولهایی که به‌ازای مقادیر مختلف  $\omega$  به آشکارساز می‌خورند، می‌توانیم توزیع سرعت ماکسول را اندازه بگیریم. مجموعه‌ای از نتایج چنین



شکل ۱۰-۱۱ نتیجه اندازه‌گیری توزیع سرعت‌های اتمی بخار تالیم. خط پر توزیع سرعت ماکسول متناظر با دمای کوره  $۸۷۰\text{K}$  است.

آزمایشی در شکل ۱۰-۱۱ آمده است، و سازگاری چشمگیر بین توزیع سرعت اندازه‌گیری شده و مقدار پیش‌بینی شده بر پایه معادله ۱۰-۵، فرضیه‌ای را که برای استنتاج این معادله کردیم، تأیید می‌کند.

(از این مثال می‌توانید اهمیت بازه  $dv$  را نیز مشاهده کنید. آنچه ما اندازه می‌گیریم همواره حاصلضرب  $f(v)dv$  است، و در این مورد گستره سرعتها را در درجه اول پهنای شکافها در قرصها تعیین می‌کند. برای اینکه  $dv$  خیلی کوچک شود، و در نتیجه اندازه‌گیری  $v$  "دقیقاً" صورت گیرد، باید شکافها را خیلی باریک کنیم، به طوری که مولکولهای اندکی بتوانند از آن عبور کنند. برای انجام آزمایش "کامل"، با گرفتن پهنای شکاف مساوی صفر این امکان را فراهم می‌کنیم که  $dv \rightarrow 0$ ، و هیچ مولکولی از دستگاه عبور نکند!)

گام آخر در به دست آوردن توزیع ماکسول محاسبه ثابتهای  $A$  و  $b$  در معادله ۱۰-۵ است. ثابت  $A$  یک ثابت بهنجارش، مانند ثابت بهنجارش فیزیک کوانتومی است. این ثابت را چنان برمی‌گزینند که انتگرال روی تمام سرعتها تعداد کل مولکولها (بر واحد حجم) در ظرف را بدهد:

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = n \quad (۶-۱۰)$$

که در آن  $n$  تعداد مولکولها در واحد حجم است. چون باید دو ثابت را تعیین کنیم، به یک معادله دیگر نیاز داریم، و در اینجا به نتیجه‌ای رو می‌آوریم که از نظریه جنبشی به دست می‌آید: میانگین انرژی جنبشی هر مولکول گاز در حالت تعادل گرمایی در دمای مطلق  $T$  عبارت است از  $\frac{3}{2}kT$ ، که  $k$  ثابت بولتزمن است. محاسبه میانگین انرژی جنبشی در هر مولکول معادل یافتن مقدار میانگین  $\frac{1}{2}mv^2$  در توزیع سرعتهاست:

$$K_{\text{میانگین}} = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{2}mv^2\right)(v)dv = \frac{3}{2}kT \quad (۷-۱۰)$$

این رابطه مقدار میانگین همان شکل معادله ۵-۱۱ برای مقدار میانگین کوانتوم مکانیکی را دارد؛ در اینجا  $f(v)$  نقش چگالی احتمال،  $P(x)$ ، را بازی می‌کند. انتگرالهای معین به شکل  $\int_0^{\infty} x^{2j} e^{-ax} dx$  به‌ازای  $j = 1, 2, 3, \dots$  را می‌توان در هر کتاب راهنما یافت:

$$\int_0^{\infty} x^{2j} e^{-ax} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2j-1)}{2^{j+1} a^j} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (8-10)$$

به‌عنوان تمرین نشان دهید که معادله‌های ۱۰-۶، ۱۰-۷ و ۱۰-۸ مقادیر این ثابتها را می‌دهند:

$$b = \frac{m}{2kT} \quad (9-10)$$

$$\frac{1}{A} = n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \quad (10-10)$$

به‌طوری که:

$$f(v) = 2\pi n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} \quad (11-10)$$

مثال ۱۰-۱

مقادیر سرعت متوسط (میانگین)، سرعت ریشه میانگین مربعی، و محتملترین سرعت را از توزیع سرعت ماکسول، بیابید.

حل: چون سرعتها مطابق  $f(v)$  توزیع شده‌اند، سرعت متوسط عبارت است از:

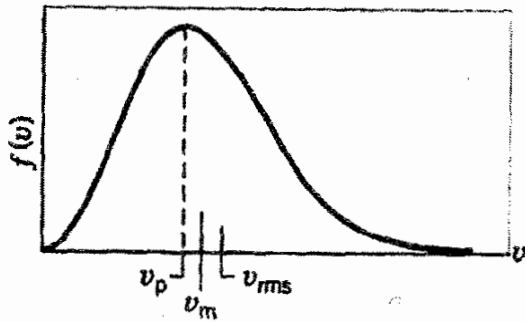
$$v_m = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} v f(v) dv = \frac{4\pi}{nA} \int_0^{\infty} v^3 e^{-bv^2} dv$$

می‌توان نشان داد که مقدار این انتگرال  $1/2b^2$  است، و از این رو

$$\begin{aligned} v_m &= \frac{4\pi}{2b^2 nA} = 2\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \left( \frac{2kT}{m} \right)^2 \\ &= \left( \frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (12-10)$$

چون یکی از شرایط به‌کاررفته برای محاسبه  $A$  و  $b$  این بود که متوسط انرژی جنبشی هر مولکول  $3/2 kT$  است، نتیجه می‌شود که مقدار متوسط  $v^2$  عبارت است از

$$(v^2)_m = \frac{2kT}{m}$$



شکل ۱۰-۱۲ رابطهٔ محتملترین سرعت  $v_p$ ، سرعت متوسط  $v_m$  و سرعت ریشهٔ میانگین مربعی  $v_{rms}$ .

(توجه کنید که این کمیت مساوی  $v_m^2$  نیست). سرعت ریشهٔ میانگین مربعی،  $v_{rms}$ ، عبارت است از:

$$\begin{aligned} v_{rms} &= \sqrt{(v^2)_m} \\ &= \left( \frac{3kT}{m} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (10-13)$$

محتملترین سرعت،  $v_p$ ، را می‌توان از  $f(v)$  با استفاده از روشهای متعارف حسابان برای یافتن بیشینه‌ها، پیدا کرد. مقدار آن عبارت است از

$$v_p = \left( \frac{2kT}{m} \right)^{1/2} \quad (10-14)$$

رابطهٔ  $v_p$ ،  $v_m$  و  $v_{rms}$  در شکل ۱۰-۱۲ نشان داده شده است.

### مثال ۱۰-۲

نوری که از ستارگان دوردست به ما می‌رسد نه تنها به علت حرکت ستارگان نسبت به ما، بلکه به واسطهٔ حرکت گرمایی سریع اتمهای ستارگان انتقال دوپلر می‌یابد. ستاره‌ای را در نظر بگیرید که نسبت به زمین ساکن است، و توزیع بسامد نور گسیلیده را با در نظر گرفتن فقط یک تک‌بسامد  $\nu_0$  در چارچوب سکون هر اتم محاسبه کنید. (همین‌طور فرض کنید که سرعت حرکت گرمایی در مقایسه با  $c$  کوچک است).

حل: فرمول انتقال دوپلر نسبیتی (نظر به مطالب فصل ۲) عبارت است از:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - u/c}{1 + u/c}}$$

این رابطه را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم

$$\nu = \frac{\nu_0 (1 - u/c)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

و با فرض اینکه  $u \ll c$ ، مخرج تفاوت چندانی با یک ندارد، سرعت  $u$ ، که انتقال دوپلر تابع آن است، مؤلفه  $v_x$  سرعت در امتداد خطی است که زمین و ستاره را به هم متصل می‌کند، و از این رو باید از توزیع سرعت ماکسول، به جای توزیع اندازه سرعت ماکسول، بهره گرفت

$$f(v_x)dv_x = \frac{1}{A_x} e^{-bv_x^2} dv_x$$

با:

$$v = v_0 \left( 1 - \frac{v_x}{c} \right)$$

داریم

$$v_x = c \left( 1 - \frac{v}{v_0} \right)$$

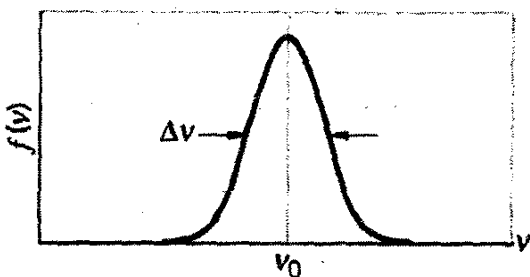
و

$$|dv_x| = \frac{c}{v_0} dv$$

از این رو توزیع بسامدهای مشاهده شده عبارت است از

$$f(v)dv = \frac{1}{A_x} \left( \frac{c}{v_0} \right) e^{-bc^2(1-v/v_0)^2} dv$$

این توزیع در شکل ۱۰-۱۳ نشان داده شده است. توجه کنید که، چون مقدار میانگین  $v_x$  صفر است (شکل ۱۰-۷ را به یاد آورید) مقدار میانگین  $v$  باید  $v_0$  باشد. تأثیر حرکت گرمایی اتمهای ستاره جابه‌جا کردن خط طیفی نیست، بلکه آن را بهتر می‌کند، و به کمک این پهن‌شدگی می‌توان دما را مستقیماً اندازه گرفت. این پهن‌شدگی را که گستره بسامدهای  $\Delta v$  تعریف می‌کنیم که در آنها شدت خط طیفی نصف مقدار بیشینه است؛ این کمیت را "پهنای کامل در نیم بیشینه" یا FWHM می‌نامند. تنها جنبه  $f(v)$  که به  $v$  بستگی دارد جمله نمایی است، که در  $v = v_0$  برابر واحد است؛



شکل ۱۰-۱۳ توزیع بسامدها در یک خط طیفی با پهن‌شدگی دوپلری.



به این ترتیب  $f(\nu)$  هنگامی که عامل نمایی  $1/2$  باشد، به نصف مقدار بیشینه‌اش فرو می‌افتد:

$$e^{-bc^2(1-\nu/\nu_0)^2} = \frac{1}{2}$$

$$bc^2 \left(1 - \frac{\nu}{\nu_0}\right)^2 = \ln 2$$

$$1 - \frac{\nu}{\nu_0} = \pm \sqrt{\frac{\ln 2}{bc^2}}$$

چون  $\nu$  نقطه‌ای را نشان می‌دهد که در آن  $f(\nu)$  نصف می‌شود، گستره  $\Delta\nu$  عبارت است از  $\nu_+ - \nu_-$  که در آن  $\nu_+$  و  $\nu_-$  جوابهای رابطه بالا به‌ازای ریشه‌های مثبت و منفی هستند:

$$\nu_{\pm} = \nu_0 \left(1 \pm \sqrt{\frac{\ln 2}{bc^2}}\right)$$

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \sqrt{\frac{\ln 2}{bc^2}}$$

$$= (2\sqrt{\ln 2})\nu_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2}}$$

برای ستاره‌ای متشکل از اتمهای هیدروژن،  $mc^2 \cong 938\text{MeV}$  و به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\nu = 7.14 \times 10^{-2} \nu_0 \sqrt{T}$$

برای ستاره‌ای مانند خورشید، با  $T \cong 6000\text{K}$ ، داریم:  $\Delta\nu \cong 5.5 \times 10^{-5} \nu_0$ . اندازه‌گیری این پهنای کوچک به کمک تجهیزات طیف‌نمایی جدید آسان است، و از این رو پهن‌شدگی دوپلری روشی برای اندازه‌گیری دمای سطحی ستارگان است. ■

مثال بالا نشان می‌دهد که چگونه با تعویض متغیر می‌توان از توزیع سرعت به توزیع بسامد

رسید. توجه کنید که این کار در سه مرحله صورت گرفت:

۱. یافتن عبارتی که متغیر جدید را به سرعت مربوط کند.

۲. مشتق‌گیری از این عبارت برای یافتن رابطه بین مشتقهای این دو متغیر.

۳. قراردادن رابطه سرعت و مشتق آن در رابطه مربوط به توزیع اندازه سرعت یا سرعت.

## ۱۰-۴ توزیع ماکسول - بولتزمن

اگر به سیستمی از ذرات چون یک گاز کامل که در آن انرژی فقط به صورت انرژی جنبشی انتقالی است، انرژی اضافه کنیم، می‌توانیم با استفاده از معادله ۱۰-۱۱ و روشهای تعویض متغیری که در پایان بخش قبل بیان شد، توزیع اندازه سرعت را به توزیع انرژی تبدیل کنیم. ابتدا رابطه‌ای را می‌نویسیم که متغیر جدید، انرژی  $E$ ، را به اندازه سرعت مربوط می‌کند:

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$dE = mv dv$$

$$dv = \frac{dE}{mv} = \frac{dE}{\sqrt{2mE}} \quad (15-10)$$

$$\begin{aligned} f(E)dE &= 4\pi n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \frac{2E}{m} e^{-E/kT} \frac{dE}{\sqrt{2mE}} \\ &= \frac{2n}{\pi^{1/2} (kT)^{3/2}} E^{1/2} e^{-E/kT} dE \end{aligned} \quad (16-10)$$

اکنون منطقی است که بررسییم چگونه این نتیجه را، که توزیع انرژی در حالتی است که انرژی به شکل انرژی جنبشی انتقالی باشد، می‌توان به حالت‌های دیگر که در آنها انرژی می‌تواند شکلهای دیگری به خود بگیرد تعمیم داد. مثلاً عامل بهنجارش از رابطه بین دما و متوسط انرژی جنبشی مولکولی در گاز به دست آمد؛ که مطمئناً برای انواع دیگر سیستمها درست نیست. به همین ترتیب، عامل  $E^{1/2}$  در معادله ۱۰-۱۶ از محاسبه رابطه بین  $dE$  و جزء "حجم"  $dv_x dv_y dv_z$  توزیع سرعت اولیه به دست آمد؛ این فرض نیز در سایر موارد درست نیست. عامل نمایی باقیمانده  $e^{-E/kT}$  تنها مشخصه توزیعهای سرعت و اندازه سرعت است که به طور کلی، بدون توجه به اینکه انرژی چه شکلی به خود بگیرد، صحیح است. تابع توزیع ماکسول - بولتزمن همین عامل نمایی با ثابت بهنجارش آن است

$$f_{MB}(E) = A^{-1} e^{-E/kT} \quad (17-10)$$

ثابت بهنجارش  $A$  به طور کلی برای گاز مولکولی که با معادله ۱۰-۱۰ بیان شد می‌تواند به عوامل زیادی، مانند چگالی و دما بستگی داشته باشد. با توجه به توزیع ماکسول - بولتزمن، تعداد نسبی ذراتی که دارای انرژی معین  $E$  هستند، عبارت است از

$$p(E) = g(E) f_{MB}(E) \quad (18-10)$$

تابع  $g(E)$  به نام عامل چگالی حالتها، تعداد راههای ممکن است که سیستم می تواند یک مقدار معین  $E$  را داشته باشد. برای گاز مولکولی، عامل چگالی حالتها از جزء "حجم"،  $dv_x dv_y dv_z$ ، به دست می آید، که ما آن را با "حجم" پوسته کروی،  $4\pi v^2 dv$ ، تعریف کردیم، و متناسب است با  $E^{1/2} dE$ ، که برای گاز مولکولی  $g(E) \propto E^{1/2}$  را می دهد. وقتی درباره ترازهای انرژی گسسته، مانند ترازهای یک سیستم اتمی، صحبت می کنیم،  $g(E)$  با واگنی ترازهای اتمی متناسب خواهد بود؛ به یاد آورید که واگنی راههای مختلفی است که یک سیستم اتمی می تواند مقدار  $E$  یکسانی داشته باشد، که دقیقاً همان تعریف  $g(E)$  است.

توجه کنید که عامل ماکسول-بولتزمن  $f_{MB}(E)$  دقیقاً شکل نمایی،  $e^{-\beta E}$ ، را دارد که با توجه به مثال عددی بخش ۱۰-۲ انتظار داریم.

### مثال ۱۰-۳

(الف) در یک گاز هیدروژن اتمی در دمای اتاق، جمعیت نسبی اولین حالت برانگیخته در  $E = 10.2 \text{ eV}$  چقدر است؟ چقدر هیدروژن لازم است تا احتمال وجود یک اتم در اولین حالت برانگیخته مقدار معقولی داشته باشد؟ (ب) در چه دمایی انتظار داریم  $1/10$  آنها در اولین حالت برانگیخته باشند؟

حل: (الف) از بررسی هیدروژن اتمی به خاطر داریم که واگنی ترازهای اتمی  $2n^2$  است. به این ترتیب  $g = 2$  برای حالت پایه ( $n = 1$ ) و  $g = 8$  برای اولین حالت برانگیخته ( $n = 2$ ). ثابت  $A$  برای این دو حالت یکی است، و از این رو

$$\frac{p(E_2)}{p(E_1)} = \frac{g(E_2)}{g(E_1)} e^{-(E_2 - E_1)/kT}$$

در دمای اتاق ( $T = 293 \text{ K}$ )،  $kT = 0.0252 \text{ eV}$ ؛ به این ترتیب،

$$\begin{aligned} \frac{p(E_2)}{p(E_1)} &= \frac{8}{2} e^{-10.2 \text{ eV} / 0.0252 \text{ eV}} \\ &= 4 e^{-405} \\ &= 0.6 \times 10^{-175} \end{aligned}$$

پس برای اینکه یک اتم در حالت برانگیخته باشد، در حدود  $1.7 \times 10^{175}$  اتم هیدروژن، یا  $3 \times 10^{148} \text{ kg}$  هیدروژن لازم است که مقداری بزرگتر از جرم عالم است!

(ب) اکنون باید که  $p(E_2)/p(E_1) = 0.100/0.090$  و با حل آن برای  $T$  داریم:

$$0.111 = 4e^{-10.2\text{eV}/kT}$$

$$kT = 2.85\text{eV}$$

$$T = 3.30 \times 10^4 \text{K}$$

#### مثال ۴-۱۰

گشتاور مغناطیسی اتمی با اسپین اتمی کل  $1/2$  عبارت است از  $\mu$ . مجموعه‌ای از این اتمها در میدان مغناطیسی به شدت  $B$  قرار داده شده‌اند. (الف) در دمای  $T$ ، نسبت تعداد اتمهایی که اسپین آنها در جهت میدان است به تعداد اتمهایی که اسپین آنها در خلاف جهت میدان است، چیست؟ (ب) با برآوردی منطقی برای  $\mu$  و  $B$ ، دمایی را که در آن این نسبت ۱٫۱ می‌شود برآورد کنید، یعنی، در کدام دما اختلاف بین تعداد اتمهای موازی و پادموازی با میدان  $10^\circ$  درصد می‌شود؟ حل: (الف) انرژی برهم‌کنش با میدان مغناطیسی  $E = -\mu \cdot B$  است، و واگنی حالت‌های

با  $m_s = +1/2$  و  $m_s = -1/2$  یکی است، از این رو  $g(E_1) = g(E_2)$ . بنابراین داریم

$$\frac{p(E_2)}{p(E_1)} = e^{-(E_2 - E_1)/kT}$$

انرژی اتمهای موازی با میدان  $E_1 = -\mu B$  است، در حالی که برای اتمهای پادموازی انرژی  $E_2 = +\mu B$  است، و به این ترتیب

$$\frac{p(E_2)}{p(E_1)} = e^{-2\mu B/kT}$$

(ب) برای یک اتم نوعی  $\mu \cong \mu_B$  (یک مگتون بور) و بزرگترین میدان مغناطیسی که می‌توان در آزمایشگاه تولید کرد در حدود  $10^4 \text{T}$  است، و از این رو

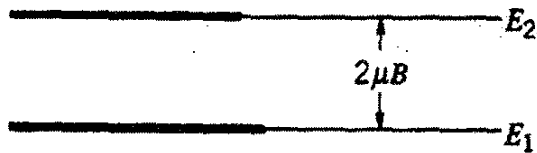
$$\mu B \cong \mu_B B = 9.27 \times 10^{-24} \text{J/T} \times 10^4 \text{T}$$

$$= 9.27 \times 10^{-20} \text{J}$$

$$= 5.79 \times 10^{-2} \text{eV}$$

وقتی  $p(E_2)/p(E_1) = 1/1.1$  (مطابق شکل ۱۰-۱۴)،

$$\frac{2\mu B}{kT} = \ln 1.1 = 9.53 \times 10^{-2}$$



شکل ۱۰-۱۴ مثال ۱۰-۴. پاره‌خط‌های سیاه‌شده روی ترازهای انرژی جمعیت‌های نسبی را در  $T = 141K$  نشان می‌دهند.

$$kT = \frac{2(5,79 \times 10^{-2} \text{eV})}{9,53 \times 10^{-2}} = 1,22 \times 10^{-2} \text{eV}$$

$$T = 141K$$

این دما فقط با ضریب ۲ کمتر از دمای اتاق است، که نشان می‌دهد آثار مغناطیسی اتمی در دماهایی از مرتبه دمای اتاق اهمیت می‌یابند و مغناطیس اتمی می‌تواند منشأ آثار مغناطیسی معمولی باشد. چون گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای حدود  $10^{10}$  بار کوچکتر از گشتاورهای مغناطیسی اتمی‌اند، پس باید در دماهای  $10^{10}$  بار کمتر، مهم شوند. ■

## ۱۰-۵ آمار کوانتومی

همان‌طور که در بخش ۱۰-۲ گفتیم، توابع توزیع برای ذرات غیرقابل تشخیص فیزیک کوانتومی با این توابع در فیزیک کلاسیک فرق می‌کنند. به علت رفتار نامتعارف سیستم‌های کوانتومی، توابع توزیع ذراتی، مانند الکترون‌ها که از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند، و ذراتی که از این اصل پیروی نمی‌کنند باید متفاوت باشد. ما این توابع توزیع را به دست نمی‌آوریم، بلکه آنها را صرفاً بیان و درباره بعضی خواصشان بحث می‌کنیم.

ذراتی که از اصل پاولی پیروی نمی‌کنند، ذرات با اسپین‌های صحیح (۰، ۱، ۲، ...)، برحسب واحد ( $\hbar$ ) هستند و مجموعاً بوزون نامیده می‌شوند. تابع توزیع بوزون‌ها را توزیع بوز-اینشتین می‌نامند و به شکل زیر است

$$f_{BE}(E) = \frac{1}{Ae^{E/kT} - 1} \quad (10-19)$$

به شباهت آن با تابع توزیع ماکسول-بولتزمن توجه کنید. به ویژه، برای انرژی‌هایی که با  $kT$  تفاوت چندانی نداشته باشند، وقتی  $A$  بزرگ است، توزیع بوز-اینشتین مستقیماً به توزیع ماکسول-بولتزمن تبدیل می‌شود. چون  $A$  با چگالی نسبت عکس دارد (معادله ۱۰-۱۰)، توزیع ماکسول-بولتزمن در چگالی‌های کم، مانند مورد گازها، تقریب خوبی است، در حالی که برای مایعات و جامدات با چگالی بیشتر، انتظار داریم توزیع‌های آمار کوانتومی ضرورت پیدا کنند.

ذرات با اسپین نیم صحیح (۱/۲، ۳/۲، ...) که از اصل پاولی پیروی می‌کنند، مانند الکترون‌ها

یا نوکلئونها، فرمیون نام دارند، و تابع توزیع آنها را توزیع فرمی - دیراک می نامند:

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{Ae^{E/kT} + 1} \quad (۲۰-۱۰)$$

اینکه چگونه تغییر علامت جزئی در مخرج بین  $f_{BE}$  و  $f_{FD}$  این تغییر شدید را در شکل تابع توزیع به وجود می آورد، چندان بدیهی نیست، و برای نشان دادن این اختلافها باید مطالب بیشتری درباره ضریب بهنجارش  $A$  بدانیم. که ثابت نیست بلکه تابع  $T$  است. برای توزیع بوز-اینشتین، در بیشتر موارد عملی جالب توجه،  $A$  با مستقل از  $T$  است یا بستگی آن به  $T$  به قدری ضعیف است که جمله  $e^{E/kT}$  غالب می شود. اما، در توزیع فرمی - دیراک،  $A$  به شدت تابع  $T$  است، و این وابستگی اغلب تقریباً نمایی است، از این رو  $A$  را می شود چنین نوشت

$$A = e^{-E_F/kT} \quad (۲۱-۱۰)$$

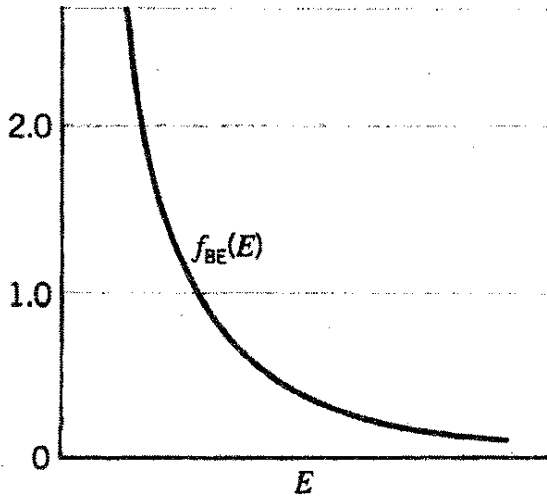
و توزیع فرمی - دیراک به صورت زیر درمی آید

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (۲۲-۱۰)$$

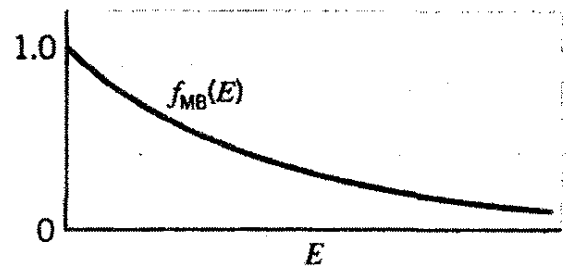
که در آن  $E_F$  را انرژی فرمی می گویند.

اکنون نگاهی کیفی به تفاوتها بین  $f_{BE}$  و  $f_{FD}$  در دماهای پایین می اندازیم. برای توزیع بوز-اینشتین، که فعلاً فرض می کنیم  $A = 1$  است، در حد  $T$  کوچک، عامل نمایی به ازای  $A$ ی بزرگ، بزرگ می شود، و از این رو برای حالتی با انرژی زیاد  $f_{BE} \rightarrow 0$ . تنها ترازهای انرژی که امکان واقعی پرجمعیت شدن را دارند عبارت اند از ترازهایی با  $E \cong 0$ ، که در آنها عامل نمایی نزدیک به یک است، مخرج خیلی کوچک می شود، و  $f_{BE} \rightarrow \infty$ . به این ترتیب، وقتی  $T$  کوچک است تمام ذرات سیستم می خواهند پایتترین حالت انرژی را اشغال کنند. این اثر را "چگالش بوز" می گویند و خواهیم دید که چه پیامدهای غیرمنتظره ای دارد.

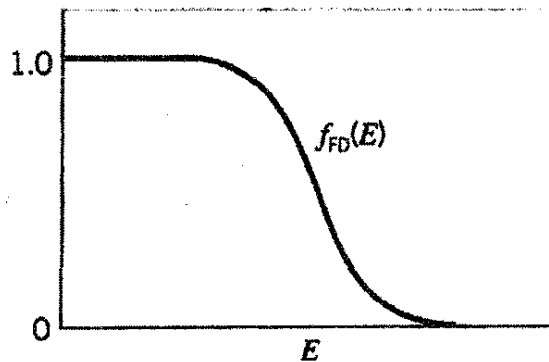
این وضعیت برای فرمیونهایی چون الکترونها، امکان پذیر نیست. مثلاً، می دانیم که الکترونها در یک اتم پایتترین حالت انرژی را، بدون توجه به دما، اشغال نمی کنند. بگذارید ببینیم چگونه تابع توزیع فرمی - دیراک از این کار جلوگیری می کند. عامل نمایی در مخرج  $f_{FD}$  عبارت است از  $e^{(E-E_F)/kT}$ . به ازای مقادیر  $E > E_F$ ، وقتی  $T$  کوچک باشد عامل نمایی بزرگ می شود و  $f_{FD}$  به صفر میل می کند، درست مانند  $f_{BE}$ . اما، وقتی  $E < E_F$ ، ماجرای بسیار متفاوت خواهیم داشت، زیرا در این صورت  $E - E_F$  منفی می شود، و  $e^{(E-E_F)/kT}$  به ازای مقادیر کوچک  $T$  به



شکل ۱۰-۱۶ تابع توزیع بوز-اینشتین.



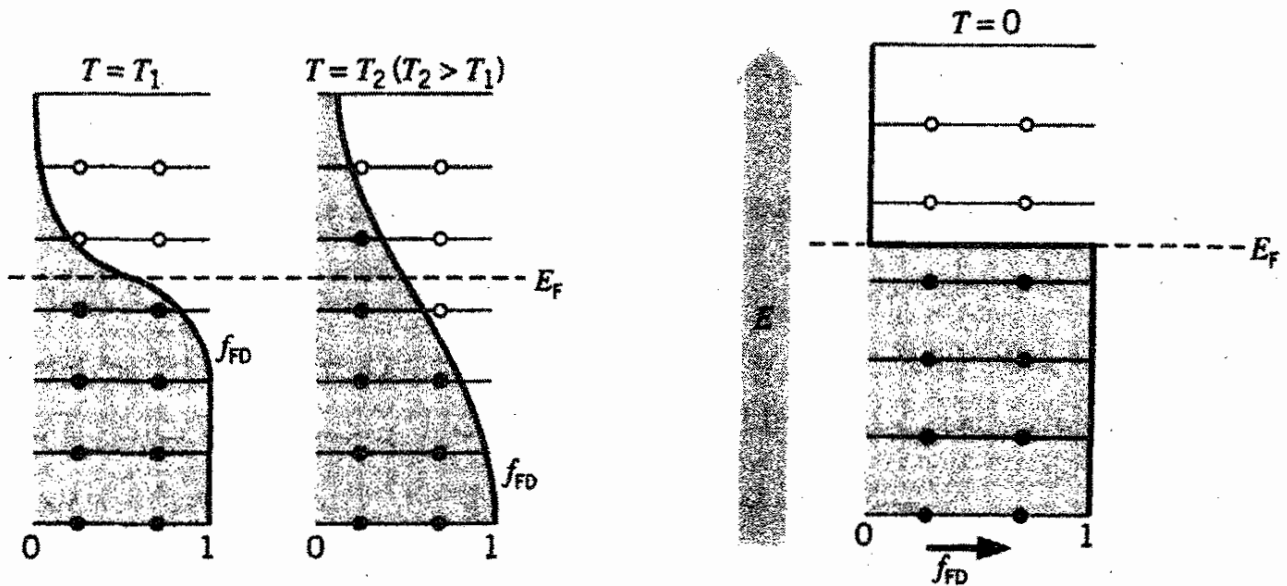
شکل ۱۰-۱۵ تابع توزیع ماکسول-بولتزمن.



شکل ۱۰-۱۷ تابع توزیع فرمی-دیراک.

صفر میل می‌کند، به این ترتیب  $f_{FD} \cong 1$ . بنابراین احتمال اشغال، فقط یک ذره در هر حالت کوانتومی است، که درست همان چیزی است که اصل پاولی ایجاب می‌کند. حتی در دماهای خیلی کم، فرمیونها در پایینترین تراز انرژی "متراکم" نمی‌شوند.

در شکل‌های ۱۰-۱۵ تا ۱۰-۱۷، منحنی نمایش تغییرات سه توزیع  $f_{MB}$ ،  $f_{FD}$  و  $f_{BE}$  بر حسب  $E$  رسم شده است. (به شباهت کیفی آنها با شکل‌های ۱۰-۴ تا ۱۰-۶ توجه کنید.) با مقایسه این سه شکل، می‌توانید ببینید که تمام توابع توزیع در مقادیر بزرگ  $E$  صفر می‌شوند؛ وقتی  $E \gg kT$ ، احتمال اشغال، همان‌طور که برای  $f_{MB}$  در اولین حالت برانگیخته اتم هیدروژن در مثال ۱۰-۳ محاسبه کردیم، خیلی کم است. همین‌طور، توجه کنید که هرچند  $f_{MB}$  به‌ازای مقدار کوچک  $E$  بزرگ می‌شود، اما کماکان متناهی باقی می‌ماند. از سوی دیگر، توزیع بوز-اینشتین،  $f_{BE}$  در حالت  $E \rightarrow 0$  بینهایت می‌شود؛ این همان "چگالشی" است که قبلاً به آن اشاره کردیم و در آن تمام ذرات پایینترین حالت کوانتومی را اشغال می‌کنند. می‌بینید که، همان‌طور که برای ذرات تابع اصل پاولی انتظار داریم،  $f_{FD}$  هرگز بزرگتر از ۱ نمی‌شود. در  $T = 0$ ، تمام ترازهای انرژی تا  $E_F$  اشغال‌اند



شکل ۱۰-۱۹ پرشدن ترازهای الکترونی مطابق توزیع فرمی-دیراک در  $T > 0$ .

شکل ۱۰-۱۸ پرشدن ترازهای الکترونی مطابق توزیع فرمی-دیراک در  $T = 0$ . دایره‌های توخالی نمایانگر حالت‌های اشغال نشده‌اند؛ دایره‌های توپر حالت‌های اشغال شده را نشان می‌دهند.

در  $f_{FD} = 1$  و تمام ترازهای انرژی بالاتر از  $E_F$  خالی هستند ( $f_{FD} = 0$ ). شکل ۱۰-۱۸ یک مجموعه فرضی از ترازهای انرژی و چگونگی پرجمعیت شدن آنها را در  $T = 0$  به وسیله ذره‌ای چون الکترون، که برای آن  $g(E) = 2$  نشان می‌دهد. با افزایش  $T$ ، بعضی ترازهای بالای تراز  $E_F$  تا اندازه‌ای اشغال می‌شوند ( $f_{FD} > 0$ )، در حالی که برخی ترازهای پایینتر از  $E_F$  تا اندازه‌ای خالی می‌شوند ( $f_{FD} < 1$ ). هرچه دما بیشتر شود،  $f_{FD}$  "گسترده‌تر" می‌شود. شکل ۱۰-۱۹ چگونگی پرجمعیت شدن ترازهای یک سیستم در دو دمای مختلف  $T_1$  و  $T_2$  را نشان می‌دهد.

از معادله ۱۰-۲۲ می‌توان مشاهده کرد که بدون توجه به  $T$ ، هرگاه  $E = E_F$  داریم  $f_{FD} = 1/2$ . به این ترتیب، تعریف دیگر  $E_F$  نقطه‌ای است که در آن احتمال اشغال دقیقاً ۵۰٪ است. در اکثر مواد انرژی فرمی با دما فقط اندکی تغییر می‌کند، و در اغلب کاربردها می‌توانیم آن را ثابت بگیریم. به طوری که در بخش ۱۰-۷ خواهیم دید، برای الکترون‌ها در هر فلز  $E_F$  تابع چگالی الکترون در ماده است، که با دما تغییر چندانی نمی‌کند. در برخی مواد، به ویژه نیمرساناها، چگالی الکترون‌های رسانش با دما به نحو چشمگیری تغییر می‌کند، و به این ترتیب  $E_F$  در این مواد تابع دماست.

## ۱۰-۶ کاربردهای آمار بوز-اینشتین

### تابش جسم سیاه

مانند بحث درباره تابش کاواک در فصل ۳، تلقی ما از کاواک جعبه‌ای پر از تابش الکترومغناطیسی است، اما اکنون تابش را به صورت فوتون در نظر می‌گیریم. برای این محاسبه، فرض می‌کنیم جعبه پر



از "گاز" فوتون است. اسپین فوتونها یک است، از این رو این ذرات بوزون‌اند و از آمار بوز-اینشتین پیروی می‌کنند.

پارامتر  $A$  در توزیع بوز-اینشتین، معادله ۱۰-۱۹، به تعداد کل ذرات بستگی دارد که به کمک این توزیع توصیف می‌شوند؛ پارامترهای مشابه برای توزیع ماکسول-بولتزمن از معادله ۱۰-۱۰ به دست می‌آید. چون با گسیل و جذب تابش از دیواره‌های کاواک، فوتونها تولید و نابود می‌شوند، تعداد کل ذرات ثابت نیست، و پارامتر  $A$  اهمیت خود را از دست می‌دهد. با قراردادن  $A = 1$  در معادله ۱۰-۱۹، این عامل را از توزیع بوز-اینشتین حذف می‌کنیم.

یک بخش مهم این محاسبه به دست آوردن تابع چگالی حالتها،  $g(E)$ ، است. برای گاز مولکولی معمولی، به خاطر دارید که چگالی حالتها در معادله ۱۰-۵ را با توجه به دستگاه مختصات سه بعدی  $v_x, v_y, v_z$ ، تعیین کردیم و "حجم" پوسته کروی برای این حالت عبارت بود از  $4\pi v^2 dv$ . چون تمام فوتونها با سرعت نور حرکت می‌کنند، این فرایند برای فوتونها بی‌معنی است.

در عوض، مسئله مشابهی را به یاد آورید که در فصل ۵ درباره آن بحث کردیم، و در آنجا انرژیهای مجاز یک ذره محبوس در ناحیه‌ای از فضا را در یک، دو یا سه بعد در نظر گرفتیم. در آن بحث دیدیم که شرط  $\psi = 0$  در مرزها به عددهای موج  $k_x, k_y, k_z$  انجامید که، به ترتیب، مجموعه معینی از مقادیر گسسته  $\pi n_x/L, \pi n_y/L, \pi n_z/L$  را اختیار می‌کردند. مورد امواج الکترومغناطیسی در یک جعبه هم به همین ترتیب است؛ اگر دیواره‌ها از محیط رسانا ساخته شده باشند، میدان الکتریکی در مرز باید از بین برود، و مجموعه مشابهی از عددهای موج گسسته برای امواج الکترومغناطیسی حاصل شود. کوانتش عدد موج با کوانتش مؤلفه‌های تکانه هم‌ارز است، زیرا  $p_x = \hbar k_x, p_y = \hbar k_y, p_z = \hbar k_z$  به این ترتیب،

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \\ &= \hbar \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \\ &= \frac{\hbar \pi}{L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \end{aligned} \quad (10-23)$$

برای فوتونها،  $E = pc$ ، از این رو

$$E = \frac{\hbar c \pi}{L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \quad (10-24)$$

این عبارت مقادیر گسسته  $E$  را می‌دهد که مجازند؛ برای یافتن چگالی حالتها،  $g(E)$ ، باید بدانیم که چند تا از این مقادیر گسسته بین  $E$  و  $E + dE$  وجود دارند. همان‌طور که برای سرعتها در توزیع

ماکسول دیدیم، اگر دستگاه مختصاتی شبیه به شکل ۱-۸ در نظر بگیریم که در آن محورها با  $n_x$ ،  $n_y$  و  $n_z$  مشخص شده‌اند، این محاسبه بسیار آسان خواهد شد. البته، این مقادیر واقعاً متغیرهای پیوسته نیستند، زیرا می‌توانند فقط اعداد صحیح را اختیار کنند؛ به علاوه، فقط اعداد صحیح مثبت مجازند، زیرا  $n_x$ ،  $n_y$  و  $n_z$  گره‌های میدان الکتریکی هستند. "شعاع" یک پوسته کروی در این دستگاه مختصات عبارت است از  $n = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$  و "حجم" آن  $4\pi n^2 dn$  است. تعداد مقادیر مجاز فقط یک‌هشتم این تعداد است، زیرا مقادیر مثبت  $n_x$ ،  $n_y$  و  $n_z$  یک‌هشتم فضای مختصات را اشغال می‌کنند. سرانجام، برای هر مقدار  $n$ ، دو موج متفاوت وجود دارد، که مربوط به دو قطبش ممکن موج است. پس، تعداد حالت‌های مجاز عبارت است از:

$$g(n)dn = 2 \times \frac{1}{8} \times 4\pi n^2 dn \quad (25-10)$$

و از این رو،

$$E = \frac{\hbar c \pi}{L} n \quad (26-10)$$

می‌رسیم به:

$$g(E)dE = \pi \left( \frac{L}{\hbar c \pi} \right)^2 E^2 dE \quad (27-10)$$

تعداد فوتون‌هایی که انرژی آنها در گستره  $E$  تا  $E + dE$  است، طبق توزیع بوز- اینشتین عبارت‌اند از

$$p(E)dE = g(E) f_{BE} dE$$

$$p(E)dE = \pi \left( \frac{L}{\hbar c \pi} \right)^2 E^2 \frac{1}{e^{E/kT} - 1} dE \quad (28-10)$$

انرژی تابشی کل که فوتون‌های با انرژی  $E$  حمل می‌کنند  $Ep(E)$  است، و چگالی انرژی (انرژی در واحد حجم) فوتونها در گستره  $E$  تا  $E + dE$  عبارت است از

$$u(E)dE = \frac{Ep(E)dE}{L^3} \quad (29-10)$$

به جای کمیتها معادلشان را قرار می‌دهیم، و با تبدیل انرژی فوتون،  $E$ ، به طول موج آن، می‌رسیم به

$$u(\lambda)d\lambda = \frac{\lambda \pi \hbar c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\hbar c / \lambda kT} - 1} d\lambda \quad (30-10)$$

بنابر ضرورتی که در موقع تبدیل چگالی انرژی تابش به تابندگی پیش می‌آید، مطابق معادله ۳-۳۱، طرفین این عبارت را در  $c/4$  ضرب می‌کنیم و به نتیجه‌ای می‌رسیم که در معادله ۳-۳۶ به دست آمد. به این ترتیب نظریه تابش جسم سیاه پلانک، که در توجیه نتایج تجربی بسیار موفق بود، از توزیع بوز-اینشتین فوتونها مستقیماً به دست می‌آید.

### نظریه ظرفیت گرمایی اینشتین

اکثر خواص فیزیکی جامدات معمولی ناشی از الکترونها و الانس یا ساختار شبکه اتمهاست. مثلاً منشأ رسانندگی الکتریکی الکترونها و الانس هستند، در حالی که عامل انتشار امواج مکانیکی شبکه اتمهاست. در ظرفیت گرمایی جامدات، هم شبکه و هم الکترونها رسانش دخیل اند؛ اما در تمام دماها به جز کمترین آنها، سهم شبکه غالب است و از این رو می‌توان سهم الکترونی را نادیده گرفت.

وقتی جامدی را گرم می‌کنیم، حرکت گرمایی اتمها را زیاد می‌کنیم؛ اختلاف بین جامد و گاز در این است که در جسم جامد اتمها در وضعیت تعادل ثابت‌اند، و حرکتشان متشکل از نوسانهایی حول وضعیت تعادل است. برای یک نوسانگر تک‌بعدی، دو درجه آزادی را منظور می‌کنیم (یکی برای انرژی پتانسیل و دیگری برای انرژی جنبشی آن)؛ بنابه قضیه همپاری، انرژی هر درجه آزادی  $1/2 kT$  است، و بنابراین انرژی کل جامد سه‌بعدی  $3kT$  (به‌ازای  $1/2 kT$  به‌ازای هر درجه آزادی ضربدر دو درجه آزادی ضربدر ۳ بعد) به‌ازای هر اتم است، چون هر مول به اندازه عدد آووگادرو اتم دارد، انرژی کل هر مول عبارت است از

$$\begin{aligned} E &= 3N_A kT \\ &= 3RT \end{aligned} \quad (31-10)$$

که در آن  $N_A k = R$ ، که ثابت عمومی گاز است. ظرفیت گرمایی مولی،  $C$ ، تغییر انرژی (انرژی گرمایی) به‌ازای یک واحد تغییر دما،  $\Delta E/\Delta T$  است، و از این رو انتظار داریم که

$$C = 3R \quad (32-10)$$

این نتیجه کلاسیک را قانون دولون و پتی می‌گویند که پیش‌بینی می‌کند که ظرفیت گرمایی مولی باید، بدون توجه به نوع ماده یا دما، مقدار ثابت  $3R$  ( $24.9 \text{ J/mol.K}$ ) باشد.

مقادیر مندرج در جدول ۱۰-۴ نشان می‌دهند که این نتیجه ساده سازگاری چشمگیری با مقادیر

جدول ۱۰-۴ ظرفیت گرمایی فلزات معمولی

دمای کم (۲۵K)		دمای اتاق (۳۰۰K)		فلز
J/mol.K	J/g.K	J/mol.K	J/g.K	
۰٫۴۷۳	۰٫۱۷۵	۲۴٫۴	۰٫۹۰۴	Al
۳٫۱۰	۰٫۲۸۷	۲۵٫۳	۰٫۲۳۵	Ag
۵٫۱۸	۰٫۲۶۳	۲۵٫۴	۰٫۱۲۹	Au
۱٫۰	۰٫۱۶	۲۴٫۶	۰٫۳۸۷	Cu
۰٫۴۲	۰٫۰۷۵	۲۵٫۱	۰٫۴۵۰	Fe
۱۴٫۱	۰٫۶۸۱	۲۶٫۵	۰٫۱۲۸	Pb
۶٫۹	۰٫۵۸	۲۶٫۳	۰٫۲۲۲	Sn

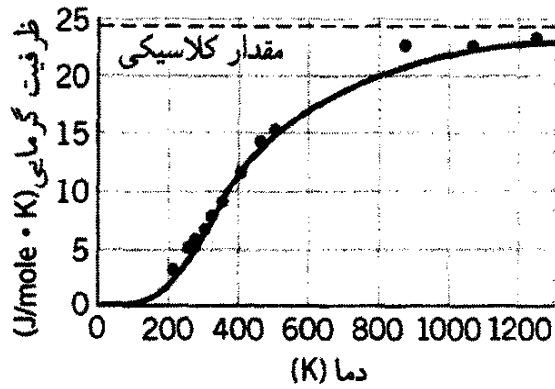
تجربی در دماهای معمولی و متعارف دارد. اما، در دماهای کم، ظرفیت گرمایی به نحو فاحشی از مقدار کلاسیک منحرف می‌شود و با میل کردن  $T$  به صفر، این کمیت نیز به صفر میل می‌کند. این نارسایی فیزیکی کلاسیک را ابتدا اینشتین با فرض اینکه نوسانها (و نه اتمها) جامد از آمار بوز-اینشتین پیروی می‌کنند توجیه کرد. درست همان‌گونه که امواج الکترومغناطیسی را به صورت "ذراتی" (کوانتومهای انرژی الکترومغناطیسی، یا فوتونها) در نظر می‌گیریم که از آمار بوز-اینشتین پیروی می‌کنند، امواج مکانیکی یا آکوستیکی هم به صورت "ذراتی" (کوانتومهای انرژی ارتعاشی، به نام فونون) تحلیل می‌شوند که تابع آمار بوز-اینشتین اند. اینشتین فرض کرد که تمام فونونها (نوسانها) هم‌بسامدند، و از این رو هیچ عامل چگالی حالتها وجود ندارد که باعث در دسر شود. در فصل ۵ دیدیم که انرژی یک نوسانگر کوانتیده  $\hbar\omega(n + 1/2)$  است. هر مقدار اضافی  $n$  نمایانگر یک فونون اضافی است: برای رفتن از انرژی ارتعاشی  $5/2 \hbar\omega$  به  $7/2 \hbar\omega$  باید فونونی به انرژی  $\hbar\omega$  "تولید کنیم". یک مول جامد حاوی  $N_A$  اتم با  $3N_A$  فونون نوسان است، که انرژی هر کدام  $\hbar\omega$  است؛ توزیع احتمال فونونها عبارت است از  $f_{BE}$ ، و از این رو انرژی هر مول به این قرار است

$$E = 3N_A \hbar\omega \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \quad (۱۰-۳۳)$$

ظرفیت گرمایی را می‌توان از  $dE/dT$  یافت:

$$C = \frac{dE}{dT} = 3N_A \hbar\omega \frac{(e^{\hbar\omega/kT})(\hbar\omega/kT^2)}{(e^{\hbar\omega/kT} - 1)^2}$$

$$C = 3R \left( \frac{\hbar\omega}{kT} \right)^2 \frac{e^{\hbar\omega/kT}}{(e^{\hbar\omega/kT} - 1)^2} \quad (۱۰-۳۴)$$



شکل ۱۰-۲۰ نظریه اینشتین درباره ظرفیت گرمایی الماس. خالها نقطه‌های داده هستند و منحنی سیاه نمایش تغییرات معادله ۱۰-۳۴ با  $\hbar\omega = 0.114\text{eV}$  است.

که در آن  $T$  کوچک، جمله نمایی غالب، و  $C \propto e^{-\hbar\omega/kT}$  است، به طوری که در واقع  $C$  به ازای مقدار کوچک  $T$  به صفر میل می‌کند، که با تجربه سازگار است. در شکل ۱۰-۲۰ مقادیر تجربی  $C$  با رفتار پیش‌بینی شده از معادله ۱۰-۳۴ مقایسه شده است. به طوری که مشاهده می‌کنید، این سازگاری نسبتاً خوب است. (انرژی ارتعاشی  $\hbar\omega$  پارامتر قابل تنظیم نظریه است و برای مواد گوناگون مقادیر مختلفی دارد.)

در این محاسبه با فرض اینکه تمام فونونها هم‌بسامدند، مسئله را پیش از اندازه ساده کردیم. در محاسبه درست و حسابی که آن را نخستین بار دبی انجام داد، توزیع بسامدهای فونون را با چگالی حالتی در نظر می‌گیرد که شکل آن مانند "گاز فوتونی" تابش جسم سیاه است؛ پس رفتار پیش‌بینی شده در دمای کم عبارت است از  $C \propto T^3$ ، که سازگاری آن با تجربه خیلی بهتر از نتیجه محاسبه اینشتین است. با همه اینها، حتی محاسبه ساده ما نشان می‌دهد که رفتار  $C$  را می‌توان با کاربرد آمار کوانتومی در مورد ارتعاشهای جامد، به دست آورد.

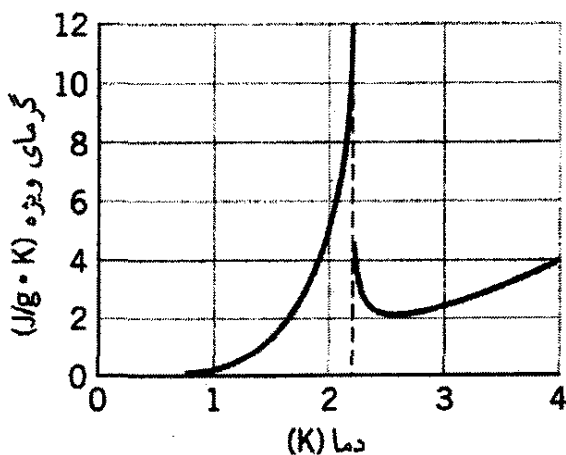
## هلیوم مایع

یکی از چشمگیرترین موادی که می‌توانیم در آزمایشگاه مطالعه کنیم، هلیوم مایع است. برخی خواص آن به قرار زیر است:

۱. گاز هلیوم بی‌اثرترین گاز بی‌اثر است. در شرایط متعارف، هیچ ترکیبی تشکیل نمی‌دهد، و نقطه جوش آن،  $4.2\text{K}$ ، از تمام مایع‌ها پایتتر است.

۲. رفتار هلیوم در دمای کمتر از  $4.2\text{K}$  خیلی شبیه به مایع معمولی است. وقتی هلیوم می‌جوشد، گاز، مانند ظرف آب جوش، از حبابهای آن فرار می‌کند. با سردتر کردن آن، گذاری ناگهانی در دمای  $2.18\text{K}$  صورت می‌گیرد، جوشش شدید متوقف، و مایع مطلقاً ساکن می‌شود. (تبخیر ادامه می‌یابد، اما فقط از سطح مایع.)

۳. با سرد کردن مایع به کمتر از  $2.18\text{K}$ ، گرمای ویژه و رسانندگی گرمایی هر دو ناگهان به صورت



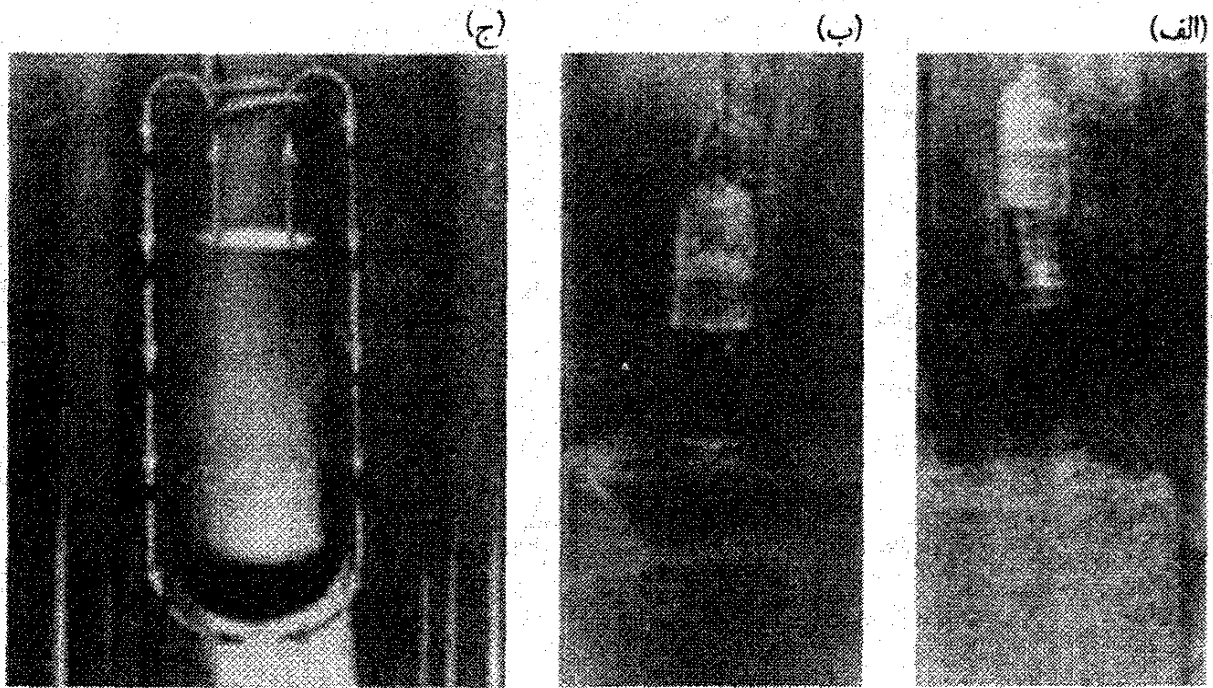
شکل ۱۰-۲۱ گرمای ویژه هلیوم مایع. ناپیوستگی در ۲٫۱۸K نقطهٔ لاندا است.

ناپیوسته افزایش می‌یابند. شکل ۱۰-۲۱ گرمای ویژه را برحسب دما نشان می‌دهد. شکل این منحنی مانند حرف یونانی  $\lambda$  است، و از این رو نقطهٔ گذار در ۲٫۱۸K را نقطهٔ لاندا می‌گویند. رسانندگی گرمایی در نقطهٔ  $\lambda$  با ضریب حدود  $۱۰^6$  افزایش می‌یابد.

۴. وقتی مایع در یک لولهٔ موئین جریان دارد، چسبندگی آن باعث مقاومت در برابر جریان می‌شود. وقتی هلیوم مایع در یک لولهٔ موئین جاری شود، چسبندگی آن در نقطهٔ لاندا با ضریب حدود  $۱۰^6$  افت می‌کند. پایینتر از نقطهٔ لاندا هلیوم در داخل لوله‌های موئین (یا هر مجرای تنگ دیگر) به آسانی جاری می‌شود، در صورتی که در بالاتر از نقطهٔ لاندا چنین نیست.

۵. در زیر نقطهٔ لاندا، هلیوم مایع توانایی سربیزی از گرانی را دارد، بنابراین بالا می‌رود و دیواره‌های ظرف را می‌پوشاند. این هلیوم لایهٔ نازکی را تشکیل می‌دهد که دیواره‌های ظرف را می‌پوشاند، و مایع باقیمانده را این لایه مانند سیفون بالا می‌کشد و می‌توان هلیوم را دید که از ته ظرف چکه می‌کند (شکل ۱۰-۲۲).

تمام این ویژگیهای عجیب به این جهت رخ می‌دهد که هلیوم مایع تابع آمار بوز- اینشتین است. هلیوم عادی دو الکترون دارد که پوستهٔ اول را پر می‌کنند، از این رو تکانهٔ زاویه‌ای کل الکترونها صفر است. اتفاقاً اسپین هستهٔ هلیوم (ذرهٔ آلفا) نیز صفر است. بنابراین اسپین کل اتم (اسپین الکترون + اسپین هسته) صفر است، و اتم هلیوم مانند یک بوزون رفتار می‌کند. در ۲٫۱۸K، تغییر فازی در مایع هلیوم صورت می‌گیرد. در بالای نقطهٔ لاندا، هلیوم رفتار یک مایع عادی را دارد؛ این فاز را He I می‌گویند. فازی که در پایینتر از نقطهٔ لاندا شکل می‌گیرد He II نام دارد، و خواص ویژهٔ آن ناشی از جزء ابر شارهٔ آن است. با کاهش دما از نقطهٔ لاندا به صفر مطلق، غلظت نسبی شارهٔ معمولی کاهش و غلظت نسبی ابر شاره افزایش می‌یابد. خواص غیرعادی هلیوم مایع جملهٔ ناشی از جزء ابر شاره است، که به آن مایع کوانتومی هم می‌گویند. چون اتمهای هلیوم از آمار بوز- اینشتین پیروی می‌کند، اصل پاولی مانع از این نمی‌شود که تمام اتمها در یک حالت کوانتومی



شکل ۱۰-۲۲ بعضی خواص هلیوم مایع. در (الف)، مایع در حالت جوشیدن شدید در دمای بالاتر از  $۲۱۸\text{K}$  مشاهده می‌شود. هلیوم مایع در ظرف کوچک هم وجود دارد، که یک درپوش متخلخل آن را در ته ظرف نگه می‌دارد. در (ب)، هلیوم تا کمتر از  $۲۱۸\text{K}$  سرد شده است. جوشش متوقف می‌شود، و چسبندگی اساساً از بین می‌رود، و مایع می‌تواند از طریق منافذهای بسیار ریز درپوش به بیرون نشت کند. در (ج) هلیوم مایع با بالا رفتن و گذشتن از دیواره‌های ظرف از آن می‌گریزد و می‌توان مشاهده کرد که از ته ظرف چکه می‌کند.

باشند. این اتفاق در نقطه لاندای رخ می‌دهد، و مثالی است از اثری که به آن چگالش بوز می‌گویند. می‌توانیم ابر شاره را یک تک‌حالت کوانتومی در نظر بگیریم که از تعداد بسیار زیادی اتم تشکیل شده است؛ اتمها رفتاری جمعی دارند که به ابر شاره خواص غیرعادی می‌دهند.

به لحاظ مقایسه، اگر بخواهیم آزمایشهای مشابهی را با ایزوتوپ کمیابتر هلیوم،  $^3\text{He}$  انجام دهیم، رفتار بسیار متفاوتی را مشاهده می‌کنیم. اگرچه اسپین اتمی  $^3\text{He}$  درست مانند  $^4\text{He}$  صفر است اما هسته آن به جای چهار ذره، فقط سه ذره دارد، و اسپین هسته‌ای آن  $1/2$  است. بنابراین، اسپین اتمی کل (الکترونی+هسته‌ای)  $1/2$  است، و  $^3\text{He}$  رفتار یک فرمیون را دارد و از توزیع فرمی-دیراک پیروی می‌کند. چون اصل پاولی مانع از آن می‌شود که بیش از یک فرمیون هر حالت کوانتومی را اشغال کند، انتظار هیچگونه چگالش بوزی را برای  $^3\text{He}$  را نداریم، و در واقع تا وقتی  $^3\text{He}$  تا حدود  $۲\text{K}$  سرد نشود، چیزی مشاهده نخواهد شد. در این نقطه جفت‌شدگی ضعیف دو  $^3\text{He}$  برای تشکیل یک بوزون رخ می‌دهد، و برای زوجهای  $^3\text{He}$  چگالش بوز به وقوع می‌پیوندد. (اثر مشابهی عامل ابررسانایی است؛ بخش

## ۱۰-۷ کاربرد آمار فرمی - دیراک

در فلزات، الکترونهاى والانس پیوند محکمی به تک تک اتمها ندارند، و در نتیجه تقریباً آزادانه در حجم فلز حرکت می کنند. می توانیم این الکترونها را "گازی" فرض کنیم که تابع توزیع فرمی - دیراک است. تابع چگالی حالتها را می توان به روشی مشابه گاز فوتونی به دست آورد. (حتی ضریب ۲، برای منظورکردن حالتهاى مختلف اسپین، یکسان است.) تنها تفاوت آن است که، به جای بهره گیری از  $E = pc$ ، رابطه  $E = p^2/2m$ ، مناسب برای الکترونهاى نانسبیتی، را به کار می بریم. بعد از مقداری دستکاری و محاسبه، می رسیم به

$$g(E)dE = \frac{4\sqrt{2}\pi L^3 m^{3/2}}{h^3} E^{1/2} dE \quad (35-10)$$

و بنابراین تعداد الکترونها با انرژی بین  $E$  و  $E + dE$  عبارت است از

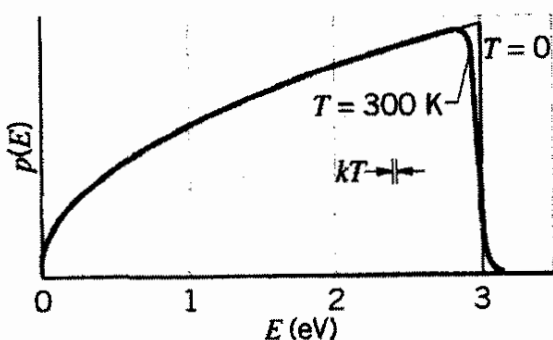
$$p(E)dE = \frac{4\sqrt{2}\pi L^3 m^{3/2}}{h^3} \frac{E^{1/2} dE}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (36-10)$$

این تابع در شکل ۱۰-۲۳ رسم شده است. فوراً می بینید که چرا در محاسبه گرمای ویژه یک فلز فقط سهم شبکه را در نظر گرفتیم و توجهی به تأثیر الکترونها نکردیم. وقتی یک فلز را گرم می کنیم، فقط تعداد بسیار کمی الکترون در نزدیکی  $E_F$  انرژی جذب می کنند و حالت حرکتشان را تغییر می دهند؛ اکثریت عظیم الکترونها تحت تأثیر قرار نمی گیرند، و در نتیجه تأثیر الکترونها بر گرمای ویژه در واقع ناچیز است.

با این فرض که نمونه حاوی تعداد کل  $N$  الکترون آزاد از این نوع است، می توانیم مقدار عددی  $E_F$  را بیابیم:

$$N = \int_0^\infty p(E)dE \quad (37-10)$$

در  $T = 0$ ، مقدار تابع توزیع فرمی - دیراک به ازای  $E < E_F$  عبارت است از ۱ و به ازای  $E > E_F$



شکل ۱۰-۲۳ تعداد ترازهای الکترونی اشغال شده در  $T = 0$  و  $T = 300\text{ K}$ ، طبق توزیع فرمی - دیراک. انرژی فرمی،  $E_F$ ، در  $3\text{ eV}$  در نظر گرفته شده است.



عبارت است از  $\circ$ ، از این رو این انتگرال ساده می‌شود به

$$N = \frac{8\sqrt{2}\pi L^3 m^{3/2}}{h^3} \int_0^{E_F} E^{1/2} dE \quad (38-10)$$

با محاسبه این انتگرال و حل عبارت حاصل بر حسب  $E_F$ ، می‌رسیم به

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3} \quad (39-10)$$

که در آن  $V = L^3$ ، که حجم فلز است.

همچنین می‌توانیم میانگین انرژی الکترونها را بیابیم

$$E_m = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} E p(E) dE \quad (40-10)$$

و به‌عنوان تمرین، نشان دهید که

$$E = \frac{3}{5} E_F \quad (41-10)$$

### مثال ۵-۱۰

انرژی فرمی،  $E_F$ ، را برای سدیم محاسبه کنید.

حل: هر اتم سدیم یک الکترون والانس به فلز می‌دهد، و از این رو تعداد الکترونها در واحد

حجم،  $N/V$ ، برابر است با تعداد اتمهای سدیم در واحد حجم. این کمیت را نوبه خود می‌توان به

کمک چگالی سدیم و جرم اتم سدیم یافت:

$$\begin{aligned} \frac{N}{V} &= \text{تعداد اتمها در واحد حجم} = \frac{\rho N_A}{M} \\ &= \frac{(0.971 \text{ g/cm}^3)(6.02 \times 10^{23} \text{ اتم/مول})}{23.0 \text{ g/mol}} \end{aligned}$$

$$= 2.54 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$$

$$= 2.54 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3}$$

$$= \frac{(hc)^2}{2mc^2} \left( \frac{3}{8\pi} \cdot 2.54 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \right)^{2/3}$$

$$= \frac{(1240 \text{ eV}\cdot\text{nm})^2}{2(0.511 \times 10^6 \text{ eV})} (2.09 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}) \left( \frac{10^{-9} \text{ m}}{\text{nm}} \right)^2$$

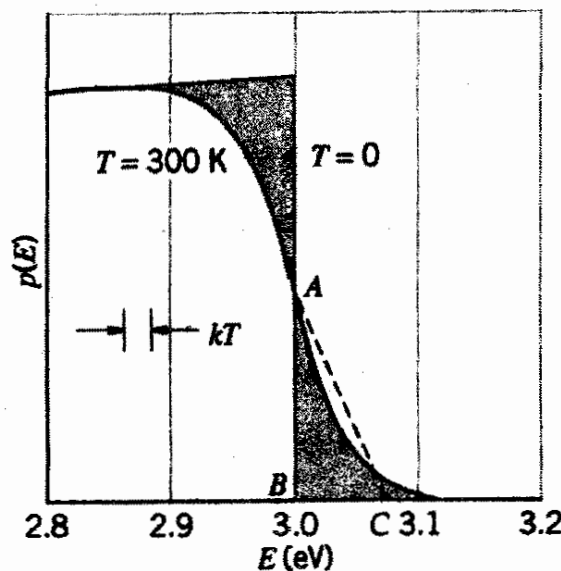
$$= 3.15 \text{ eV}$$

میانگین انرژی الکترونیهای والانس  $3/5 E_F$  یا  $1.89 \text{ eV}$  است. حتی در دمای صفر مطلق، میانگین انرژی الکترونها کاملاً زیاد است.

از شکل ۲۳-۱۰ می بینیم که تغییر  $p(E)$  بین  $T = 0$  و  $T = 300 \text{ K}$  (دمای اتاق) نسبتاً کم است، و از این رو این مقادیر  $E_m$  و  $E_F$  در دمای اتاق تقریباً صحیح اند.

معنی این اعداد به قرار زیر است. به جای اتمهای منزوی با ترازهای انرژی جداگانه، فلز را یک سیستم با تعداد بسیار زیادی تراز انرژی (دست کم تا آنجا که به الکترونیهای والانس مربوط می شود) در نظر می گیریم. الکترونها این ترازهای انرژی را، طبق اصل پاولی، با شروع از  $E = 0$  پر می کنند. وقتی که  $10^{22} \times 2.54$  الکترون والانس به  $1 \text{ cm}^3$  سدیم می افزاییم، ترازهای انرژی را تا  $E_F = 3.15 \text{ eV}$  پر کرده ایم؛ تمام ترازهای پایینتر از  $E_F$  پر و تمام ترازهای بالاتر از  $E_F$  خالی اند. الکترونها توزیع انرژی تقریباً پیوسته ای (ترازها گسسته، اما خیلی به هم نزدیک اند) را از  $E = 0$  تا  $E = E_F$  با میانگین انرژی  $1.89 \text{ eV}$  دارند. در  $T = 300 \text{ K}$ ، تعداد اندکی الکترون از پایین  $E_F$  به بالای  $E_F$  برانگیخته می شود؛ گستره ای که در آن الکترونها برانگیخته می شوند در حدود  $kT \cong 0.25 \text{ eV}$  است، به طوری که فقط الکترونهايي که در محدوده  $0.25 \text{ eV}$  حول  $E_F$  باشند تحت تأثیر تغییر از  $T = 0$  تا  $T = 300 \text{ K}$  قرار می گیرند.

تغییر تعداد حالت های الکترونی اشغال شده از  $T = 0$  تا  $T = 300 \text{ K}$  را با تفصیل بیشتری به کمک ناحیه سایه دار شکل ۲۴-۱۰ نشان داده ایم. اگر این ناحیه را با مثلث  $ABC$  تقریب بزیم، تعداد الکترونها،  $n_{ex}$  که از زیر  $E_F$  به بالای  $E_F$  برانگیخته شده اند تقریباً  $1/2(AB)(BC)$



شکل ۲۴-۱۰ جزئیات شکل ۲۳-۱۰ در نزدیکی  $E_F$ .

است. ارتفاع  $AB$  عبارت است از  $p(E_F)$ ؛ چون  $f_{ED}(E_F) = 1/2$  نتیجه می‌شود که  $AB = p(E_F) = 1/2 g(E_F)$  در مقیاس شکل ۱۰-۲۴، قاعده  $BC$  این مثلث حدود  $3kT$  است، از این رو

$$n_{ex} \cong \frac{1}{2} \times \frac{g(E_F)}{2} \times 3kT \quad (42-10)$$

با ترکیب معادله‌های ۱۰-۳۵ و ۱۰-۳۹، می‌رسیم به

$$g(E_F) = \frac{3}{2} N \frac{1}{E_F} \quad (43-10)$$

و بنابراین کسری از الکترون‌ها که وقتی فلز از  $T = 0$  تا دمای  $T$  گرم می‌شود، تغییر حالت می‌دهند تقریباً عبارت است از

$$\frac{n_{ex}}{N} \cong \frac{9}{8} \frac{kT}{E_F} \quad (44-10)$$

در دمای اتاق  $25eV \cong kT$  و چون مقدار  $E_F$  در حدود چندین  $eV$  است، کسری از الکترون‌ها که برانگیخته می‌شوند کمتر از یک درصد است. و با فرض اینکه سهم الکترون‌ها در ظرفیت گرمایی شبیه به یک گاز کامل ( $C_V = 3/2 R$ ) باشد، سهم الکترون‌ها در ظرفیت گرمایی از مرتبه  $1R$  است، و بنابراین در دماهای معمولی در مقایسه با سهم شبکه،  $3R$ ، ناچیز است.

در چه دماهایی انتظار داریم سهم الکترون‌ها در ظرفیت گرمایی اهمیت پیدا کند؟ چون کسری از الکترون‌ها که در  $C$  سهم‌اند تابع  $T$  است، با زیادکردن  $T$  باید بتوانیم این کسر را اضافه کنیم. اگر دما را اضافه کنیم تا  $kT \cong E_F$  شود، باید متوجه تأثیر الکترون‌ها بر ظرفیت گرمایی بشویم، اما این کار نیاز به دماهایی از مرتبه  $10^4 K$  دارد، که خیلی بالاتر از نقطه جوش فلزات است! اگر دما را خیلی کم کنیم، پی می‌بریم که سهم الکترون‌ها در ظرفیت گرمایی باز هم با  $T$  متناسب است، اما سهم شبکه، همان‌طور که در بخش پیش گفتیم، با  $T^3$  متناسب است. در دماهای خیلی کم، سهم شبکه می‌تواند کوچکتر از سهم الکترون‌ها شود. در دماهای خیلی کم، در واقع مشاهده می‌کنیم که  $C \propto T$ ، و نه  $C \propto T^3$ ، به این ترتیب سهم الکترون‌ها در ظرفیت گرمایی تأیید می‌شود.

هرچند توزیع فرمی - دیراک توصیفی دقیق و واقعی از رفتار فرمیون‌هاست، اما استفاده از نظریه الکترون آزاد ساده‌سازی بیش از اندازه است. الکترون‌ها، حتی در رساناها، واقعاً آزاد نیستند. هرچند که الکترون‌های والانس نسبتاً آزادانه حرکت می‌کنند، اما تحت تأثیر یک پتانسیل متناوب ناشی از اتم‌های شبکه هستند، که تغییرات چشمگیری در تابع چگالی حالتها،  $g(E)$ ، به وجود می‌آورد. این تغییرات، و اثرشان را بر رفتار فلزات، نارساناها، و نیم‌رساناها، در فصل ۱۱ بررسی می‌کنیم.

محاسبات مشابه با بهره‌گیری از توزیع فرمی - دیراک شعاع کوتوله سفید و ستارگان نوترونی را تعیین می‌کند (مسئله‌های ۲۳ و ۲۴).

### پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

مقدمه‌ای عالی بر فیزیک آماری، حاوی مثالهای مرتب کردن و دسته‌بندی کردن مسائل مانند مسائل بخش ۱۰-۲:

D. McLachlan Jr., *Statistical Mechanical Analogies* (Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1968).

بررسیهای جامعتر فیزیک آماری، با همان سطح ریاضیات این فصل:

N. Ashby and S. C. Miller, *Principles of Modern Physics* (San Francisco, Holden Day, 1970).

فصل ۲ این کتاب درباره احتمال بحث می‌کند، و فصلهای ۱۰ و ۱۱ حاوی آمار کلاسیک و کوانتومی است.

رایف، ف. فیزیک آماری، ترجمه جعفر سیروس ضیاء [و ابوالحسن فرج زاده، چ ۱، مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۶۴، ۳۵۰ ص. جلد پنجم از دوره فیزیک برکلی (New York, McGraw-Hill, 1967).

فقط درباره آمار کلاسیک است، متون پیشرفته، با کاربردهای فراوان آمار کلاسیک و کوانتومی:

C. Kittel, *Thermal Physics* (New York, Wiley, 1969).

مورس، فیلیپ ام، فیزیک گرما، ترجمه یوسف ثبوتی، محمدرضا خواجه پور، چ ۱، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۲، ۲۷۸ ص

R. D. Reed & R. R. Roy, *Statistical Physics for Students of Science and Engineering* (Scranton, Intext, 1971).

خواص هلیم مایع در کتابی عمومی و بسیار خواندنی بحث شده است:

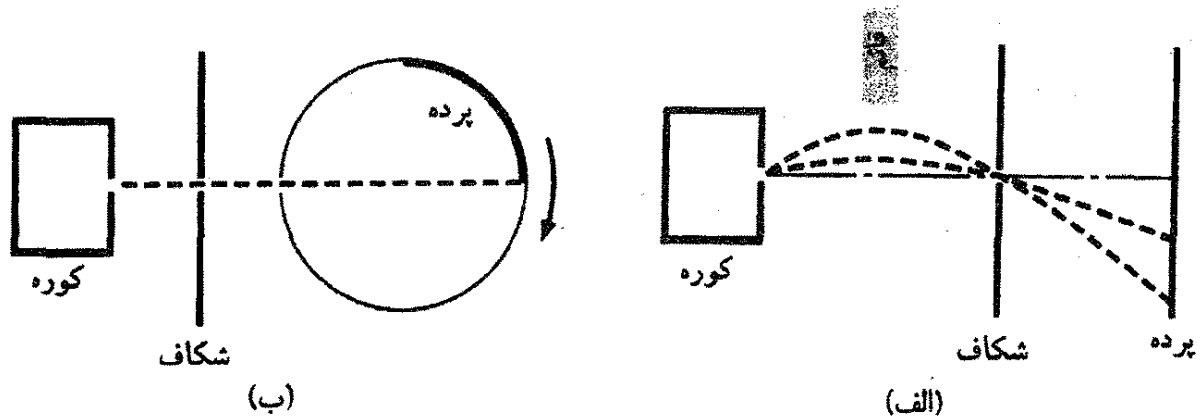
مندلسون، ک، در جستجوی صفر مطلق، ترجمه محمد قریب، چ ۱، تهران، انتشارات انجمن فیزیک ایران، ۱۳۷۰.

برای ملاحظه کارهایی که در مورد خواص  $^3\text{He}$  انجام شده، مراجعه کنید به:

N. D. Mermin and D. M. Lee, "Superfluid Helium 3," *Scientific American*, **235**, 56 (December, 1976).

## پرسشها

۱. فرض کنید یک ظرف پر از گاز با سرعت ثابت  $v$  حرکت می‌کند. توزیع سرعت ماکسول برای این گاز، در مقایسه با همان ظرف گاز در حال سکون، چه تفاوتی دارد؟
۲. وارونی جمعیت لازم برای کار یک لیزر را گاهی "دمای منفی" می‌گویند. معنای دمای منفی چیست؟ آیا هیچ تعبیر فیزیکی دارد؟
۳. شکل ۱۰-۲۵ دو ترتیب تجربی متفاوت را برای اندازه‌گیری توزیع سرعت‌های مولکولی نشان می‌دهد. با توجه به این شکلها، بگویید که این دستگاهها چگونه کار می‌کنند، و سعی کنید توزیع مشاهده‌شده مولکولها را حدس بزنید. سریعترین مولکولها در کجا فرود می‌آیند؟ کندترینشان در کجا؟



شکل ۱۰-۲۵ پرسش ۳.

۴. اگر دمای گاز افزایش می‌یافت، شکل ۱۰-۷ چه تغییری می‌کرد؟
۵. توزیع سرعت یک گاز در دمای  $T$  چه تفاوتی با توزیع سرعت در دمای  $2T$  دارد؟ توزیع انرژی چگونه نمایش تغییرات سرعت و انرژی را در این دو دما رسم کنید.
۶. مخلوطی از دو گاز با جرمهای مولکولی  $m_1$  و  $m_2 = 2m_1$  را در حالت تعادل گرمایی در دمای  $T$  در نظر بگیرید. توزیع سرعت آنها چه فرقی دارند؟ توزیع انرژی آنها چه تفاوتی دارند؟
۷. به‌طور کلی بهتر است که، حتی الامکان، به‌جای آمار کوانتومی از آمار ماکسول - بولتزمن استفاده کنیم. در چه شرایطی یک سیستم کوانتومی را می‌توان با آمار ماکسول - بولتزمن توصیف کرد؟
۸. فرض کنید گازی از اتمهای هیدروژن با چگالی نسبتاً زیاد داریم. این اتمها مانند فرمیون رفتار می‌کنند یا مثل بوزون؟ آیا رفتار گاز اتمهای دوتریم (هیدروژن سنگین) متفاوت است؟ (راهنمایی: اسپین هسته‌ای هیدروژن  $1/2$  و برای دوتریم ۱ است.)

۹. عالم اولیه حاوی نوترینوها (ذرات بدون جرم با اسپین ۱/۲ که با سرعت نور حرکت می‌کنند) با چگالی بسیار زیاد بود. برای توصیف خواص نوترینوها به چه توزیع آماری نیازمندیم؟
۱۰. آیا انتظار دارید اثر فوتوالکتریک تابع دمای سطح فلز باشد؟ توضیح بدهید.
۱۱. انرژی جنبشی متوسط الکترونهاي "آزاد" در فلز را در صورتی که از آمار ماکسول-بولتزمن پیروی کنند محاسبه کنید. این انرژی را با آنچه از آمار فرمی-دیراک به دست می‌آید مقایسه کنید؟ چرا چنین اختلافهایی وجود دارد؟

### مسائل

۱. احتمالهای جدول ۱۰-۲ را محاسبه کنید.
۲. در یک مجموعه ۳۲ مولکولی، سرعتها به صورت زیر توزیع شده‌اند:

تعداد مولکولها	گستره سرعت (m/s)	تعداد مولکولها	گستره سرعت (m/s)
۱	۰-۱	۴	۰-۵
۳	۰-۲	۳	۰-۶
۵	۰-۳	۲	۰-۷
۶	۰-۴	۲	۰-۸
۵	۰-۵	۱	۰-۹

- منحنی نمایش تغییرات این توزیع را رسم کنید و محتملترین سرعت، سرعت متوسط، و سرعت ریشه میانگین مربعی را بیابید.
۳. محاسبه ثابتهای  $A$  و  $b$  را برای توزیع سرعت ماکسول، با بهره‌گیری از معادله‌های ۱۰-۶، ۱۰-۷ و ۱۰-۸ انجام دهید.
۴. نشان دهید که محتملترین سرعت،  $v_p$  برای توزیع سرعت ماکسول  $(2kT/m)^{1/2}$  است.
۵. برای گازی که از توزیع ماکسول پیروی می‌کند،  $\Delta v = \sqrt{(v^2)_m - (v_m)^2}$  را بیابید. معنی این کمیت چیست؟
۶. معادله ۱۰-۱۶ توزیع انرژیهای جنبشی یک گاز را می‌دهد. پیدا کنید:

(الف) محتملترین انرژی جنبشی  $K_p$ .

(ب) انرژی جنبشی متوسط،  $K_m = n^{-1} \int_0^\infty K f(K) dK$ .

(ج) انرژی جنبشی ریشه میانگین مربعی؛  $K_{rms} = [n^{-1} \int_0^\infty K^2 f(K) dK]^{1/2}$ .

(د) تغییر در انرژی جنبشی،  $\Delta K = [(K^2)_m - (K_m)^2]^{1/2}$ .

۷. مجموعه‌ای از  $N$  اتم بدون برهم‌کنش را با یک تک‌حالت برانگیخته در انرژی  $E$  در نظر بگیرید. فرض کنید این اتمها از آمار ماکسول-بولتزمان پیروی کنند، و هر دو حالت پایه و حالت برانگیخته را ناواگن فرض کنید. (الف) در دمای  $T$ ، نسبت تعداد اتمها در حالت برانگیخته به تعداد آنها در حالت پایه چیست؟ (ب) میانگین انرژی یک اتم در این سیستم چیست؟ (ج) انرژی کل سیستم چیست؟ (ب) ظرفیت گرمایی این سیستم چقدر است؟

۸. گازی را در حالت تعادل در دمای  $T$  در نظر بگیرید. جرم هر مولکول این گاز  $m$  است. (الف) نسبت چگالی این گاز در ارتفاع  $h$  به چگالی آن در سطح زمین چیست؟ (ج) آیا انتظار دارید این مدل ساده توصیف مناسبی از جو زمین در اختیارتان قرار دهد؟

۹. مجموعه‌ای از اتمهای هیدروژن بدون برهم‌کنش در یک میدان مغناطیسی به شدت  $T = 5^\circ$  در حالت  $2p$  هستند. (الف) در دمای اتاق، کسر اتمها را در حالت‌های  $-1$  و  $+1$ ،  $m_l = +1$  بیابید. (ب) اگر حالت  $2p$  گذاری به حالت  $1s$  انجام دهد، شدت نسبی سه مؤلفهٔ زیمن بهنجار چه می‌شود؟ تأثیر اسپین الکترون را نادیده بگیرید.

۱۰. روش زیر برای اندازه‌گیری وزن مولکولی مولکولهای خیلی سنگین به کار می‌رود. مایعی حاوی مولکولها در یک دستگاه مرکزگریز به سرعت چرخانده می‌شود، که باعث تغییر چگالی در مایع می‌شود. سپس چگالی را، مثلاً با جذب نور، اندازه می‌گیرند، تا وزن مولکولی را تعیین کنند. فرض کنید یک نیروی "مرکزگریز" مجازی بر این مولکولها وارد می‌آید و نشان دهید که چگالی به صورت  $\rho = \rho_0 e^{m\omega^2 x^2 / 2kT}$  تغییر می‌کند که در آن  $\omega$  سرعت زاویه‌ای دستگاه مرکزگریز و  $x$  فاصله در امتداد لولهٔ دستگاه مرکزگریز است.

۱۱. یک مول گاز هلیوم در دمای  $293\text{K}$  در ظرفی مکعبی به ضلع  $12\text{cm}$  محبوس است. (الف) انرژی جنبشی متوسط،  $K_m$  را بیابید. (راهنمایی: از  $v_{\text{rms}}$  مثال  $10-1$  بهره بگیرید.) (ب) چند مولکول در بازه‌ای به پهنای  $1\text{K}$  در  $10^\circ$  حول  $K_m$  دارای این انرژی اند؟

۱۲. طیف انرژی جسم سیاه،  $u(E)$ ، را بیابید، و آن را به طیف طول موج،  $u(\lambda)$ ، معادلهٔ  $10-3$ ، تبدیل کنید.

۱۳. (الف) با استفاده از چگالی انرژی جسم سیاه،  $u(E)$ ، انرژی در واحد حجم را به ازای بازهٔ انرژی واحد در انرژی  $E$ ، و تعداد فوتونهای با انرژی  $E$  را به ازای واحد حجم در بازهٔ انرژی واحد بیابید. (ب) نشان دهید که تعداد کل فوتونها در واحد حجم در دمای  $T$  عبارت است از  $N = 8\pi(kT/hc)^3 \int_0^\infty x^2 dx / (e^x - 1)$ . (ج) مقدار این انتگرال حدود  $2.404$  است. چند فوتون در هر سانتی متر مکعب در کاواک پراز تابش در  $T = 30^\circ\text{K}$  وجود دارد؟ در  $T = 3\text{K}$  چگونه؟

۱۴. از طیف انرژی جسم سیاه،  $u(E)$ ، انرژی را بیابید که در آن بیشینه تابش گسیل می‌شود. این نتیجه را با قانون جابه‌جایی وین (فصل ۳) مقایسه و هرگونه اختلافی را توجیه کنید.
۱۵. یک جسم سیاه در دمای  $10^2 K \times 25^\circ$  تابش می‌کند. (الف) چگالی انرژی کل تابش چیست؟ (ب) چه کسری از انرژی در بازه بین  $10^0 eV$  و  $10^5 eV$  گسیل می‌شود؟ (ج) بین  $10^0 eV$  و  $10^5 eV$  چه کسری از انرژی گسیل می‌شود؟
۱۶. (الف) معادله  $10-39$  را از معادله  $10-38$  به دست آورید. (ب) معادله  $10-41$  را از معادله  $10-40$  استخراج کنید.
۱۷. انرژی فرمی،  $E_F$ ، و میانگین انرژی الکترون را برای مس محاسبه کنید.
۱۸. انرژی فرمی را برای منیزیم، با فرض وجود دو الکترون در هر اتم، محاسبه کنید.
۱۹. در فلز سدیم در دمای اتاق، اختلاف انرژی بین نقاطی را محاسبه کنید که در آنها احتمال اشغال فرمی - دیراک مقادیر  $10^0$  و  $10^9$  را دارد. در خصوص "تیزی" این توزیع چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
۲۰. در فلز سدیم (مثال  $10-5$ )، تعداد الکترونها را در واحد حجم در دمای اتاق در بازه به پهنای  $10^0 eV$  به مرکز انرژی متوسط  $E_m$ ، محاسبه کنید.
۲۱. انرژی فرمی فلزی  $10^3 eV$  است. احتمال یافتن الکترونی را با انرژی بین  $10^0 eV$  و  $10^5 eV$  برای (الف)  $T = 295 K$ ؛ (ب)  $T = 2500 K$  بیابید.
۲۲. فرض کنید نوکلئونها در یک هسته از آمار فرمی - دیراک پیروی می‌کنند. انرژی فرمی و میانگین انرژی پروتونها یا نوترونها را در هسته یک اتم کلسیم، حاوی  $20$  پروتون و  $20$  نوترون و به شعاع  $10^{-15} m \times 4.1$ ، بیابید. آیا این مقادیر منطقی هستند؟
۲۳. پس از آنکه در ستاره‌ای چون خورشید تولید انرژی از طریق همجوشی هیدروژن متوقف شد، می‌رمبد و به یک ستاره کوتوله سفید با شعاعی در حدود شعاع زمین تبدیل می‌شود. جرم خورشید را  $10^{30} kg \times 2$  و شعاع آن را پس از رمبش  $10^2 cm \times 6.4$  بگیرید، و انرژی فرمی الکترونها را در این کوتوله سفید محاسبه کنید. به‌ازای هر دو پروتون یا نوترون یک الکترون در نظر بگیرید.
۲۴. وقتی جرم یک ستاره بیشتر از خورشید باشد، می‌رمبد و به ستاره نوترونی تبدیل می‌شود، که می‌توان آن را هسته یک اتم غول‌پیکر متشکل از نوترونها در نظر گرفت. برای ستاره‌ای به جرم حدود دو برابر جرم خورشید، شعاع ستاره نوترونی حدود  $10 km$  خواهد بود. انرژی فرمی نوترونها را در چنین ستاره نوترونی بیابید.



## فیزیک حالت جامد

در این فصل، چگونگی ترکیب اتمها یا مولکولها را برای تشکیل جامدات مطالعه می‌کنیم. به‌ویژه، در این مورد بحث می‌کنیم که چگونه اصول مکانیک کوانتومی برای درک مشخصات جامدات ضروری‌اند.

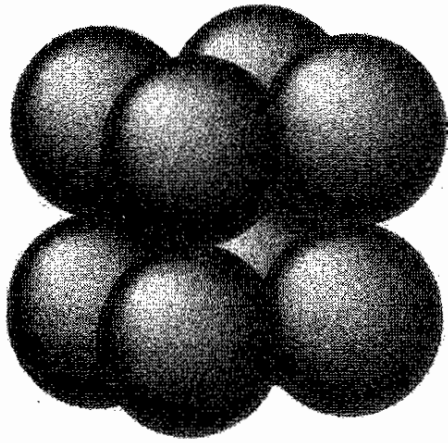
در نگاه اول، به نظر می‌رسد که تعداد جامدات مختلف به اندازه‌ای زیاد است که طبقه‌بندی و یافتن قاعده‌های کلی برای مشخصات آنها بیهوده باشد. کتابی که در دست دارید از کاغذ و پارچه ساخته شده، که چسبی از جنس رزین آنها را به هم متصل کرده است؛ این چسب زمانی مایع بوده و اکنون جامد است. میز تحریر شما ممکن است از چوب، فولاد، یا پلاستیک ساخته شده باشد؛ صندلیتان شاید از همان جنس باشد و شاید هم پوششی از پارچه، چرم، و یا بافت پلاستیکی با لایی نخی یا ابر مصنوعی روی آن انداخته باشند. در اطرافتان ممکن است کتابها، و کاغذهای بسیار، مدادهایی متشکل از چوب و گرافیت، مدادپاک‌کنهایی لاستیکی، قلمهای فلزی و پلاستیکی، و ماشین حساب با بدنه پلاستیکی و صفحه نمایش بلور مایع یافت شود. اگر از شیشه پنجره به بیرون بنگرید، درختها، آجرها، بتن، و فلزاتی را می‌بینید که انسانها یا طبیعت برای استحکام، رفاه، یا زیبایی آنها را برگزیده‌اند. هریک از این جامدات دارای رنگ مشخص، بافت، استحکام، سختی، یا چکش‌خواری است؛ و رسانندگی الکتریکی، رسانندگی گرمایی، پذیرفتاری مغناطیسی، و نقطه

ذوب قابل اندازه‌گیری دارد: هر جسم دارای طیفهای جذبی و نشری مشخص در ناحیه مرئی، فرورسرخ، فرابنفش از طیف الکترومغناطیسی است.

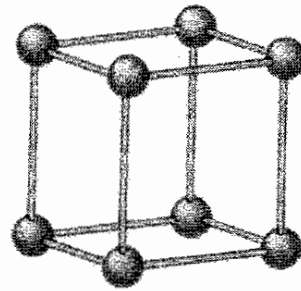
به‌عنوان یک تعمیم منطقی، می‌توان گفت که همهٔ این ویژگیها تابع دوجنبهٔ ساختار مواد است: نوع اتمها یا مولکولهایی که ماده از آنها ساخته شده است، و چگونگی پیوند یا کپه‌شدن آنها برای تشکیل جسم جامد. این وظیفهٔ دشوار فیزیکدان حالت جامد (یا ماده چگال) یا شیمی - فیزیکدان است که بکوشد تا ساختار مواد را به ویژگیهای فیزیکی یا شیمیایی مشاهده شده آنها ربط دهد. در این فصل بحث ما دربارهٔ موادی است که در آنها اتمها یا مولکولها جایگاههای منظم یا دوره‌ای را در شبکه اشغال می‌کنند؛ این ساختار را شبکه، و مواد با این ساختار را بلور می‌نامند. مواد بلورین شامل بسیاری از فلزات، نمکهای شیمیایی و نیمرساناها هستند. یکی از ویژگیهایی که بلورها را متمایز می‌کند، نظم بلند - برد آنهاست یعنی وقتی شروع به ساختن شبکه در یک محل کردیم، جای اتمهایی را که در فاصلهٔ دور قرار دارند تعیین می‌کنیم. به این لحاظ، بلور مانند یک دیوار آجری است، که در آن آجرها در آرایهٔ دوره‌ای کپه می‌شوند و جای هر آجر را ترتیب اولیهٔ آجرها که در مقایسه با اندازهٔ یک آجر بسیار بزرگ است، از قبل تعیین می‌کند. (برعکس، مواد آمورف مانند شیشه و کاغذ نظم بلند - برد ندارند، و ساختار آنها بیشتر شبیه توده‌ای از آجر است تا یک دیوار آجری.) مکانیک کوانتومی در تعیین ویژگیهای: مکانیکی، الکتریکی، گرمایی، مغناطیسی، اپتیکی و غیره در جامدات نقشی اساسی بازی می‌کند. برای نشان دادن کاربرد مکانیک کوانتومی در حوزهٔ مطالعهٔ جامدات، در این فصل در ابتدا ویژگیهای الکتریکی جامدات، به‌خصوص رسانش الکتریکی آنها را بررسی می‌کنیم.

## ۱-۱۱ جامدات یونی

در بررسی پیوند یونی در مولکولها، پی‌بردیم که نیروهای چسبندگی در مولکولها ناشی از جاذبهٔ الکتروستاتیکی بین یک یون با پوستهٔ بسته، مانند  $\text{Na}^+$ ، و یک یون دیگر مانند  $\text{Cl}^-$  با پوستهٔ بسته است. انتظار می‌رود که مواد بلافاصله جامدات را تشکیل دهند، زیرا یک یون  $\text{Na}^+$  می‌تواند به‌طور همزمان یونهای  $\text{Cl}^-$  بسیاری را به‌خود جذب کند، و در نتیجه یک ساختار جامد تشکیل دهد. پیوند یونی یک نوع پیوند فوق‌العاده محکم است، و چون منشأ نیروها الکتروستاتیکی است، می‌توان تصور کرد که هرچه یونهای منفی بیشتری یک یون مثبت را احاطه کنند، جامد پایدارتر و محکم‌تر است. (از سوی دیگر، در پیوندهای کووالانسی، توابع موج الکترون مشخص دخیل‌اند و در نتیجه به تعدادی از همسایگان نزدیک منحصر می‌شود که می‌توانند در پیوند شرکت کنند.) جامدات یونی، به‌جای اینکه آمورف باشند بلورین‌اند، زیرا یونها در آرایه‌ای منظم بهتر از یک ترتیب

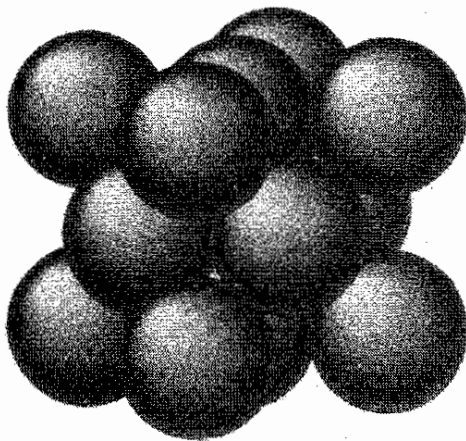


(ب)

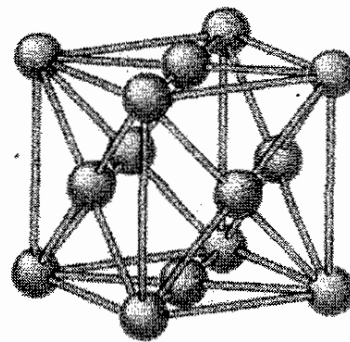


(الف)

شکل ۱-۱۱ ترتیب اتمها در یک بلور مکعبی ساده: (الف) رابطه پیوندها و (ب) کپه شدن اتمها را نشان می دهد.



(ب)

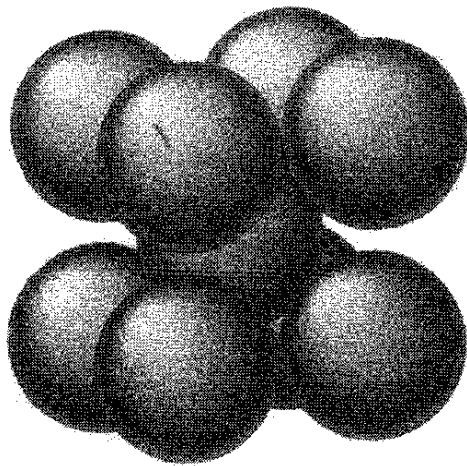


(الف)

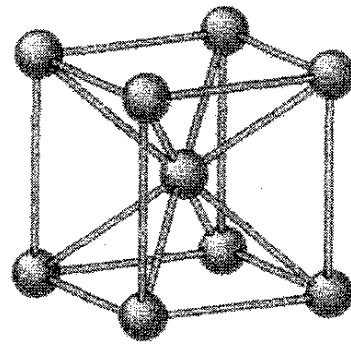
شکل ۲-۱۱ ترتیب اتمها در بلور مکعبی مرکز رخ پُر.

کاتوره‌ای انباشته می شوند. (آجرها را می توان در آرایه‌ای منظم با کارایی بهتر از یک توده کاتوره‌ای کپه کرد. در آرایه منظم تعداد آجر بیشتری در واحد حجم وجود دارد، و میانگین فاصله آنها کمتر است.) ساده‌ترین نوع شبکه بلوری شبکه مکعبی است، که در آن فرض می کنیم اتمها در گوشه‌های مکعبهای متوالی که حجم بلور را می پوشاند قرار گرفته‌اند. در شکل ۱-۱۱ مشاهده می کنید که اگر اتمها مانند کره‌های سخت کپه شوند، بلور چگونه به نظر می رسد. این نوع کپه کردن بهترین کارایی را ندارد، زیرا گافهای بزرگی در مرکز هر رخ مکعب، و نیز در مرکز خود آن به وجود می آید. ترتیب بهتر کپه کردن، که دارای تعداد بیشتری اتم در واحد حجم است، با قرار دادن کره‌های دیگر در گاف مرکز هر رخ، و یا در مرکز خود کره به دست می آید (اگرچه در هر دو مورد کره‌هایی که در گوشه قرار دارند دیگر باهم در تماس مستقیم نیستند). این دو شبکه را که مکعبی مرکز رخ پُر (fcc) و مکعبی مرکز حجم پُر (bcc) نامیده می شوند، در شکل‌های ۲-۱۱ و ۳-۱۱ مشاهده می کنید.

در شبکه fcc کارایی بسته بندی اندکی بهتر است (اتمهای بیشتر در واحد حجم) و در نتیجه

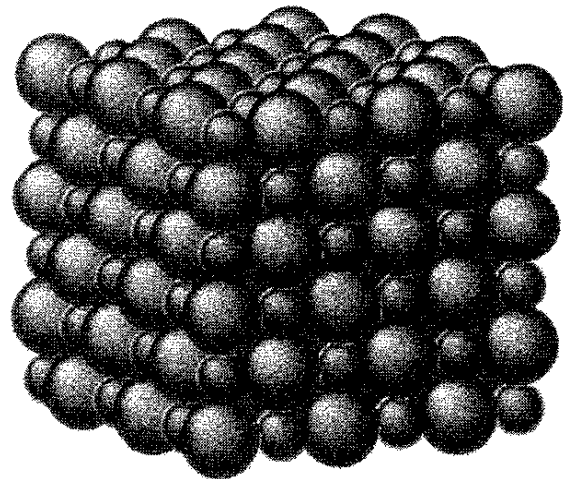
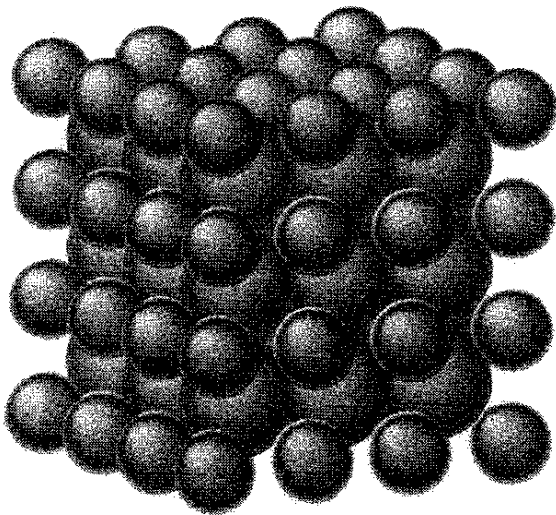


(ب)



(الف)

شکل ۱۱-۳ ترتیب اتمها در بلور مکعبی مرکز حجم پُر.



شکل ۱۱-۵ بسته‌بندی Cs (کره‌های بزرگ) و Cl (کره‌های کوچک) در بلور CsCl.

شکل ۱۱-۴ بسته‌بندی Na (کره‌های کوچک) و Cl (کره‌های بزرگ) در بلور NaCl.

معمولاً پایدارترین ساختار به‌شمار می‌آید. اما، اتمها مانند کره‌های سخت گِبه نمی‌شوند، و معمولاً ساختار bcc را ترجیح می‌دهند. این دونوع بلور، fcc و bcc، برای موادی جز جامدات یونی نیز به وقوع می‌پیوندد، و در واقع ساختار بعضی مواد با تغییر دما از fcc به bcc تغییر می‌کند.

NaCl ماده‌ای معمولی با ساختار شبکه‌ی fcc است، و به این سبب شبکه‌ی fcc را معمولاً ساختار NaCl می‌نامند. برای اینکه اتمها یکدیگر را جذب کنند، باید، مطابق شکل ۱۱-۴، یونهای  $\text{Na}^+$  و  $\text{Cl}^-$  را به تناوب قرار دهیم. توجه کنید که یک یون  $\text{Na}^+$  معین را شش  $\text{Cl}^-$  مجاور آن جذب می‌کند، و این یون به هیچ تک یون  $\text{Cl}^-$  "تعلق ندارد." بنابراین درست نیست که جامدات یونی را متشکل از مولکولها در نظر بگیریم.

CsCl نمونه‌ی ساختار bcc است که در شکل ۱۱-۵ نشان داده شده است، و در نتیجه شبکه

bcc را معمولاً ساختار CsCl می‌نامند. در این مورد هر یون را هشت همسایه با بار مخالف احاطه می‌کنند.

منشأ نیروهایی که پیوند بین بلورهای یونی را به وجود می‌آورد، مانند نیروهایی که مولکولهای یونی را به هم می‌پیوندد، الکتروستاتیکی است. در ساختار NaCl، هر یون  $\text{Na}^+$  را شش یون  $\text{Cl}^-$  در فاصله  $R$  احاطه می‌کند. در فاصله اندکی بیشتر از  $R\sqrt{2}$ ، هر یون  $\text{Na}^+$  دوازده یون  $\text{Na}^+$  را می‌بیند، و در فاصله دورتر از  $R\sqrt{3}$ ، هشت یون  $\text{Cl}^-$  وجود دارد. می‌توانیم همین طور مشارکتهای متناوب ربایشی و رانشی را به هم بیفزاییم تا انرژی پتانسیل کولنی کل را بیابیم:

$$U_C = -6 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} + 12 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R\sqrt{2}} = -8 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R\sqrt{3}} + \dots$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left( 6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \dots \right) \quad (1-11)$$

یا

$$U_C = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (2-11)$$

که در آن  $\alpha$  ثابت مدلونگ، نامیده می‌شود، و عامل موجود در پرانتز معادله ۱-۱۱ است:

$$\alpha = 6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \dots \quad (3-11)$$

این کمیت فقط تابع هندسه شبکه است و از جمع کردن جمله‌های مثبت و منفی متناوب یک سری که به آرامی همگرا می‌شود، به دست می‌آید. نتیجه به این قرار خواهد بود

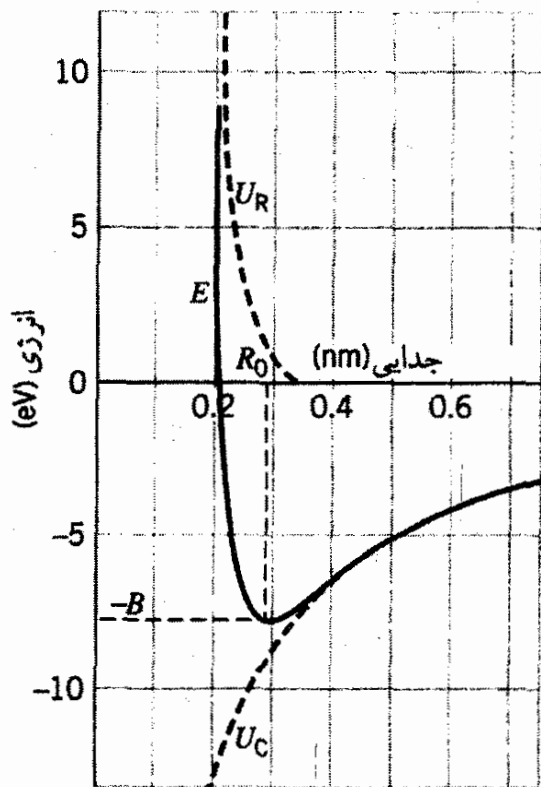
$$\alpha = 1.7476 \quad (\text{برای شبکه fcc یا NaCl})$$

برای شبکه bcc، همین محاسبه می‌دهد:

$$\alpha = 1.7627 \quad (\text{برای شبکه bcc یا CsCl})$$

مانند حالت مولکولهای یونی، یک نیروی دافعه ناشی از اصل پاؤلی با نیروی الکتروستاتیکی مخالفت می‌کند، و مانع از آن می‌شود که زیر پوسته‌های پر همپوشان، و اتمها خیلی به یکدیگر نزدیک شوند. انرژی پتانسیل دافعه را می‌توان به صورت زیر تقریب زد

$$U_R = AR^{-n} \quad (4-11)$$



شکل ۶-۱۱ سهم انرژیهای مختلف در انرژی یک بلور یونی. مقادیر شکل مربوط به NaCl است.

که در آن  $A$  شدت انرژی پتانسیل است و  $n$  تعیین می‌کند که چگونه این پتانسیل به ازای  $R$  کوچک افزایش می‌یابد. برای بلورهای یونی،  $n$  در گستره ۸ تا ۱۰ است. انرژی کل یون در شبکه مجموع انرژیهای پتانسیل کولنی و دافعه است:

$$E = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R} + \frac{A}{R^n} \quad (5-11)$$

این انرژیها را در شکل ۶-۱۱ مشاهده می‌کنید. توجه کنید که مانند مورد مولکولهای یونی، یک کمینه پایدار در انرژی وجود دارد که هم فاصله ترازمندی و هم انرژی بستگی را تعیین می‌کند. برای یافتن این کمینه،  $dE/dR$  را صفر قرار می‌دهیم، که می‌دهد

$$A = \frac{\alpha e^2 R_0^{n-1}}{4\pi\epsilon_0 n} \quad (6-11)$$

انرژی بستگی  $B$  برای یک یون در بلور عمق چاه انرژی در  $R = R_0$ ، فاصله تعادل میان نزدیکترین یونهای مجاور است. با قرار دادن معادله ۶-۱۱ در معادله ۵-۱۱ و ارزیابی معادله حاصل در  $R = R_0$  می‌رسیم به:

$$B = -E(R_0) = \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (7-11)$$

برای اندازه‌گیریهای ترمودینامیکی، می‌توان کل انرژی همدوسی یک جامد را تعیین کرد. در واقع، انرژی همدوسی یک جامد یونی عبارت است از انرژی لازم برای تجزیه آن به تک تک یونها.

جدول ۱-۱۱ خواص بلورهای یونی

ساختر	n	انرژی همدوسی	فاصله تا نزدیکترین	بلور
		(kJ/mol)	همسایه (nm)	
fcc	۶	۱۰۳۰	۰٫۲۰۱	LiF
fcc	۷	۸۳۴	۰٫۲۵۷	LiCl
fcc	۹	۷۶۹	۰٫۲۸۱	NaCl
fcc	۹٫۵	۶۸۲	۰٫۳۲۴	NaI
fcc	۹	۷۰۱	۰٫۳۱۵	KCl
fcc	۹٫۵	۶۷۱	۰٫۳۳۰	KBr
fcc	۸٫۵	۷۷۴	۰٫۲۸۲	RbF
fcc	۹٫۵	۶۸۰	۰٫۳۲۹	RbCl
bcc	۱۰٫۵	۶۵۷	۰٫۳۵۶	CsCl
bcc	۱۲	۶۰۰	۰٫۳۹۵	CsI
fcc	۷	۳۷۹۵	۰٫۲۱۰	MgO
fcc	۹٫۵	۳۰۲۹	۰٫۲۷۵	BaO

برخی از مقادیر اندازه‌گیری شده انرژیهای همدوسی و فاصله همسایگان مجاور در جدول ۱-۱۱ درج شده است. مقدار نمای  $n$  از داده‌های تراکم‌پذیری تعیین می‌شود.

انرژی همدوسی کل نمونه را می‌توان با ضرب کردن انرژی بستگی یک یون، که از معادله ۷-۱۱ تعیین می‌شود، در تعداد یونهای نمونه به دست آورد، با این تفاوت که در این محاسبه هر یون دوباراً شمرده می‌شود. در یک مول جامد یونی، به اندازه عدد آووگادرو  $N_A$  یون مثبت و به همین تعداد  $N_A$  یون منفی، یا تعداد کل  $2N_A$  یون به ازای هر مول وجود دارد. پس رابطه میان انرژی همدوسی مولی،  $C$ ، و انرژی یونی،  $B$ ، عبارت است از

$$C = \frac{1}{4}(B)(2N_A) = BN_A \quad (۸-۱۱)$$

که در آن عامل  $\frac{1}{4}$  تصحیح مسئله دوبار شمردن یونهاست.

مثال زیر رابطه بین انرژی همدوسی کل جامد و انرژی بستگی به ازای یک جفت یون را روشن

می‌کند.

۱. یونهای  $A$  و  $B$  را در نظر بگیرید. اگر از معادله ۷-۱۱ برای محاسبه انرژی بستگی یون  $A$  استفاده کنیم، نتیجه شامل برهم‌کنش یون  $A$  با همه یونهای جامد از جمله یون  $B$  خواهد بود. به همین ترتیب، انرژی بستگی یون  $B$  که از معادله ۷-۱۱ محاسبه می‌شود، شامل برهم‌کنش  $B$  با  $A$  است. اگر انرژی بستگی کل جامد را با افزودن انرژیهای بستگی یونهای  $A$  و  $B$  محاسبه می‌کردیم، برهم‌کنش بین  $A$  و  $B$  دوباره به حساب می‌آمد.

مثال ۱-۱۱

(الف) مقدار تجربی انرژی بستگی یک جفت یون را در شبکه NaCl تعیین کنید. (ب) مقدار تجربی انرژی بستگی یونی را با مقدار محاسبه شده مقایسه کنید.

حل: (الف) از معادله ۱-۱۱، داریم

$$B = \frac{C}{N_A} = \frac{769 \times 10^2 \text{ J/mol}}{(6.02 \times 10^{23} \text{ ions/mol})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 7.98 \text{ eV}$$

(ب) مقدار انرژی بستگی محاسبه شده از معادله ۱-۱۱ به دست می‌آید:

$$B = \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{(1.7476)(1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm})}{0.281 \text{ nm}} (0.889) = 7.96 \text{ eV}$$

توافق بین مقادیر تجربی و محاسبه شده بسیار خوب است.

مثال ۲-۱۱

چقدر انرژی به ازای یک اتم خنثی لازم است تا بلور NaCl را از هم جدا کند؟

حل: اگر به یک مول NaCl انرژی  $C$  را بدهیم، یونهای  $N_A \text{Na}^+$  و  $N_A \text{Cl}^-$  را به دست می‌آوریم. برای تبدیل این یونها به اتمهای خنثی، باید یک الکترون از هر  $\text{Cl}^-$  جدا کنیم، که به قیمت الکترون خواهی  $\text{Cl}$  ( $3.61 \text{ eV}$ ) تمام می‌شود، و سپس باید آن الکترون را به  $\text{Na}^+$  متصل کنیم، که انرژی یونش  $\text{Na}$  ( $5.14 \text{ eV}$ ) را برمی‌گرداند. هزینه خالص به ازای یک جفت اتم  $\text{Na}$  و  $\text{Cl}$  عبارت است از:

$$7.98 \text{ eV} + 3.61 \text{ eV} - 5.14 \text{ eV} = 6.45 \text{ eV}$$

از آنجا که مصرف این انرژی دو اتم خنثی ( $\text{Cl}$  و  $\text{Na}$ ) می‌دهد، هزینه خالص به ازای هر اتم نصف این مقدار، یا  $3.23 \text{ eV}$ ، است.

با توجه به انرژیهای همدوسی زیاد جامدات یونی در جدول ۱-۱۱، می‌توان ویژگیهای زیر را برای جامدات یونی بیان کرد:

۱. این جامدات بلورهای مکعبی سخت و نسبتاً پایداری تشکیل می‌دهند.
۲. این جامدات رساناهای الکتریکی ضعیفی هستند، زیرا در آنها الکترون آزاد وجود ندارد.
۳. دمای تبخیرشان بالاست، زیرا انرژیهای همدوسی آنها برای تبخیر جامد از مرتبه چند الکترون ولت است، باید آن را گرم کرد تا به دمای کافی برسند، به طوری که  $kT \sim 1 \text{ eV}$ ، و یا



$T \sim ۱۲۰۰۰\text{K}$ . این برآورد مبالغه‌آمیز است؛ مقادیر واقعی بیشتر در حدود  $۱۰۰۰$  تا  $۲۰۰۰\text{K}$  است که بازهم دمای نسبتاً زیادی است.

۴. این جامدات در برابر تابش مرئی شفاف‌اند. یک فوتون نورمرئی فقط در صورتی با ماده برهم‌کنش می‌کند که بتواند الکترونی را از حالت پایه به حالت برانگیخته ببرد. چون جامدات یونی همگی دارای پوسته‌های پُرند، باید الکترون را از یک پوسته به پوسته بعدی برانگیخت. انرژی لازم برای این کار نوعاً بیشتر از انرژی فوتونهای نور مرئی است، به طوری که فوتونها بدون برخورد از جامدات یونی می‌گذرند.

۵. جامدات یونی تابش فروسرخ را به شدت جذب می‌کنند. این حرکت را می‌توان با در نظر گرفتن نیروی وارد بر یک یون در جسم جامد نشان داد. این نیرو را از مشتق انرژی پتانسیل کل محاسبه می‌کنیم، که از معادله ۱۱-۵ به دست می‌آید:

$$F = -\frac{dU}{dR} = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left( 1 - \frac{R_0^{n-1}}{R^{n-1}} \right) \quad (۹-۱۱)$$

فرض کنید اتم را به مقدار اندک  $x$  از  $R_0$  دور کنیم:

$$\begin{aligned} F &= -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 (R_0 + x)^2} \left( 1 - \frac{R_0^{n-1}}{(R_0 + x)^{n-1}} \right) \\ &= -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2 (1 + x/R_0)^2} \left( 1 - \frac{1}{(1 + x/R_0)^{n-1}} \right) \\ &\cong -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} (n-1) \frac{x}{R_0} \end{aligned} \quad (۱۰-۱۱)$$

فقط جمله‌های مرتبه اول برحسب مقدار کوچک  $x/R_0$  را نگه می‌داریم. بنابراین، به یون نیروی بازگرداننده  $F = -kx$  وارد می‌آید که:

$$k \cong \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} (n-1) \quad (۱۱-۱۱)$$

و یون با بسامد  $\nu = (1/2\pi)\sqrt{k/m}$  نوسان می‌کند. برای  $\text{NaCl}$ ، حدس می‌زنیم ثابت نیرو عبارت باشد از:

$$k = \frac{1(1.75)(1.44\text{eV}\cdot\text{nm})}{(0.281\text{nm})^2} = 9.9\text{eV}/\text{nm}^2$$

و بسامد متناظر با آن به این قرار است:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(9.09 \text{ eV/nm}^2)(9 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2)(10^{18} \text{ nm}^2/\text{m}^2)}{23 \text{ u} \times 931.5 \text{ MeV/u} \times 10^6 \text{ eV/MeV}}$$

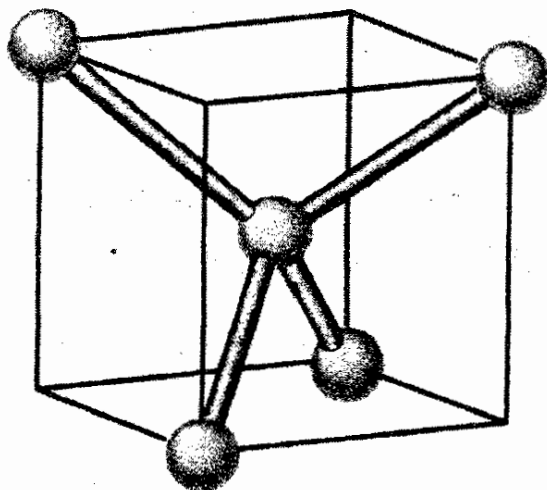
$$= 9.83 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

(در این برآورد از جرم یک اتم Na استفاده کرده‌ایم). فوتونهای با این بسامد دارای طول موج  $3.05 \mu\text{m}$ ، در ناحیه فرورسرخ، هستند. یک باریکه تابش فرورسرخ به طول موج  $3.05 \mu\text{m}$  یونها Na را به نوسان درمی‌آورد، و در این فرایند تابش جذب می‌شود.

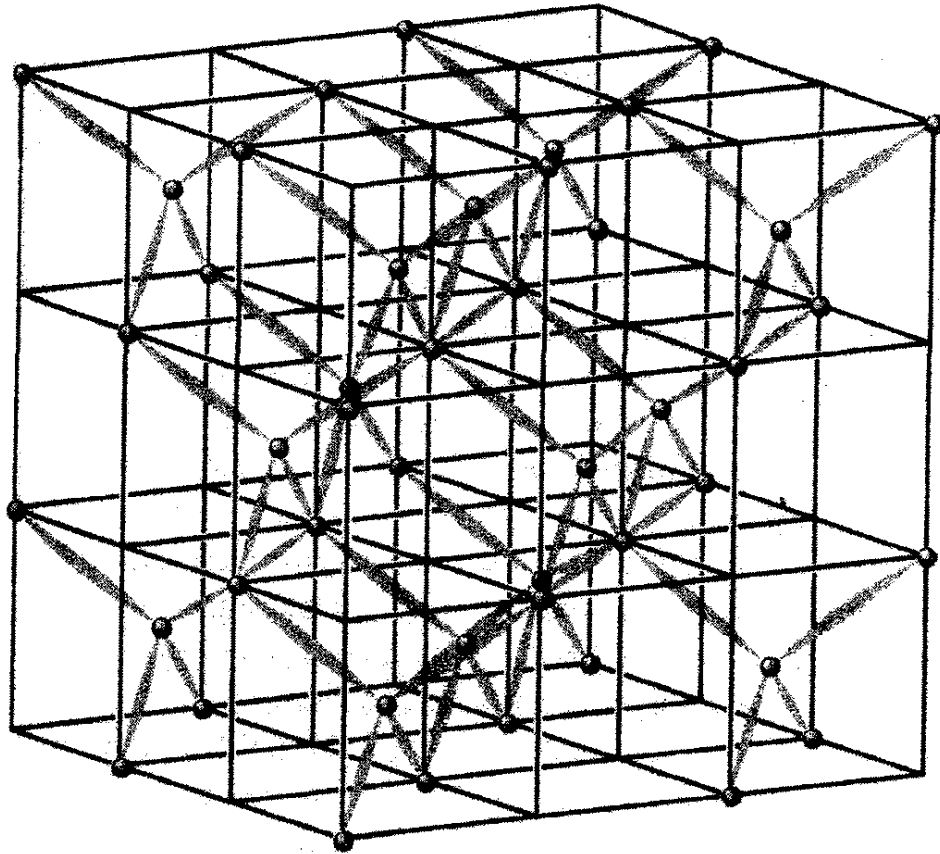
۶. جامدات یونی معمولاً در مایعات قطبی، مانند آب، حل می‌شوند. مولکول آب دارای یک گشتاور دوقطبی الکتریکی است، که یک نیروی جاذبه بر یونهای باردار وارد می‌آورد، پیوندهای یونی را می‌شکند و جامد یونی را حل می‌کند.

## ۲-۱۱ جامدات کووالانسی

به طوری که در فصل ۹ گفتیم، کربن با پیوندهای کووالانسی چهار الکترون خارجی‌اش در مدارهای هیبرید  $sp^3$ ، مولکول تشکیل می‌دهد. این پیوندها بسیار جهتی هستند، و دیدیم که چگونه می‌توان زاویه بین پیوندها را بر مبنای تقارن پیکربندی پیوند به دست آورد. کربن جامد، به شکل الماس، نمونه جامدی است که در آن نیروهای بین مولکولی سرشت کووالانسی دارند. مانند مورد مولکول، چهار حالت هیبرید  $sp^3$  هم‌ارز در پیوندهای کووالانسی شرکت دارند، و چون هم‌ارزند باید با یکدیگر زاویه‌های مساوی بسازند. راه انجام این کار را در شکل ۷-۱۱ مشاهده می‌کنید. یک اتم کربن مرکزی به صورت کووالانسی به چهار اتم کربن دیگر پیوسته است که مطابق شکل گوشه‌های یک



شکل ۷-۱۱ ساختار چهار وجهی کربن.



شکل ۱۱-۸ ساختار شبکه الماس.

مکعب را اشغال کرده‌اند. زاویه بین پیوندها، مانند مورد مولکولهای با پیوند کووالانسی،  $109.5^\circ$  است.

در شکل ۱۱-۸ مشاهده می‌کنید که چگونه ساختار جامد مشخصه الماس با این پیوندها ساخته می‌شود. هرکربن چهار همسایه نزدیک دارد که با پیوندهای کووالانسی در الکترونهای آنها شریک می‌شود. ساختار پایه چهار وجهی نامیده می‌شود، و بسیاری از ترکیبات در نتیجه پیوند کووالانسی دارای ساختار مشابه‌اند. جدول ۱۱-۲ بعضی از این ترکیبات را نشان می‌دهد. انرژی همدوسی، انرژی لازم برای تجزیه جامد به تک‌تک اتمهاست. این ساختار را نیز ساختار سولفید روی یا بلند روی می‌گویند.

در بعضی جامدات کووالانسی که در جدول ۱۱-۲ آمده‌اند، انرژیهای پیوندی بیش از انرژی پیوندی جامدات یونی است. موادی مانند الماس و کاربید سیلیسیم سختی خاصی دارند. سایر جامدات کووالانسی با ساختار مشابه کربن عبارت‌اند از سیلیسیم و ژرمانیم؛ ساختار این جامدات عامل رفتار آنها به‌عنوان نیم‌رساناست.

جامدات کووالانسی مانند جامدات یونی مشخصات یکسانی ندارند، و در نتیجه نمی‌توانیم از همان تعمیم بهره بگیریم. انرژی پیوندی کربن در ساختار الماس زیاد و در نتیجه بسیار سخت و در

جدول ۲-۱۱ بعضی جامدات کووالانسی

انرژی همبستگی (kJ/mol)	فاصله تا نزدیکترین همسایه (nm)	بلور
۶۰۹	۰٫۲۳۵	ZnS
۷۱۰	۰٫۱۵۴	C(الماس)
۴۴۷	۰٫۲۳۴	Si
۳۷۲	۰٫۲۴۴	Ge
۳۰۳	۰٫۲۸۰	Sn
۹۲۱	۰٫۲۳۶	CuCl
۵۸۰	۰٫۲۶۵	GaSb
۵۴۹	۰٫۲۶۲	InAs
۱۱۸۵	۰٫۱۸۹	SiC

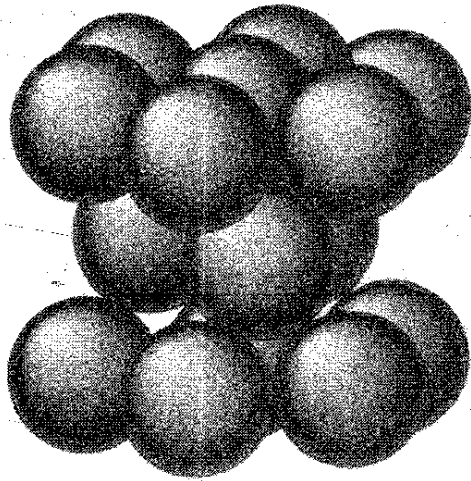
برابر نور شفاف است؛ ژرمانیم و قلع ساختار یکسانی دارند، اما ظاهر آنها فلزی و بسیار بازتابان است. کربن (به صورت الماس) دارای نقطه ذوب بالاست (۴۰۰۰K)؛ ژرمانیم و قلع در دماهای بسیار کمتر، که بیشتر مشخصه فلزات معمولی است، ذوب می‌شوند. البته این تفاوتها تابع انرژی پیوند واقعی در جامدات است، که به نوبه خود تابع اتمهایی است که جامد را تشکیل می‌دهند. این جامدات با انرژیهای پیوندی بزرگ سخت‌اند، و نقطه ذوب بالایی دارند، رساناهای الکتریکی و گرمایی ضعیف، و نسبت به نور شفاف‌اند. جامدات با انرژیهای پیوندی کم می‌توانند از ویژگیهای متفاوت برخوردار باشند.

### ۳-۱۱ سایر پیوندهای جامد

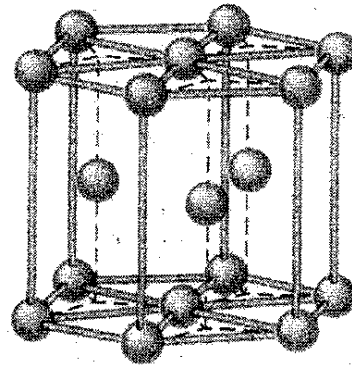
#### پیوندهای فلزی

معمولاً پیوند الکترونیهای ظرفیت در فلزات سست است، و پوسته‌های الکترونی تا اندازه‌ای پُر شده‌اند، به طوری که فلزات تمایلی به تشکیل پیوند کووالانسی ندارند. ساختار اصلی فلزات "دریا" یا "گاز"ی از الکترونیهای تقریباً آزاد است که شبکه‌ای از یونهای مثبت را احاطه کرده‌اند. نیروی جاذبه بین هر یون فلز و گاز الکترون فلز را یکپارچه نگه می‌دارد.

متداولترین ساختارهای بلوری مربوط به جامدات عبارت‌اند از bcc، fcc، یا نوع سومی به نام شش ضلعی فشرده (hcp). ساختار hcp را در شکل ۹-۱۱ مشاهده می‌کنید؛ مانند ساختار fcc، این هم یک روش مؤثر برای گرد آوردن اتمها در کنار یکدیگر است. بعضی فلزات و ویژگیهایی آنها در



(ب)



(الف)

شکل ۱۱-۹ آرایش اتمها در بلور شش ضلعی فشرده.

جدول ۱۱-۳ ساختار بلورهای فلزی

انرژی بستگی (kJ/mol)	فاصله نزدیکترین همسایه (nm)	نوع بلور	فلز
۴۱۸	۰٫۲۴۸	bcc	Fe
۱۵۸	۰٫۳۰۴	bcc	Li
۱۰۷	۰٫۳۷۲	bcc	Na
۳۳۷	۰٫۲۵۶	fcc	Cu
۲۸۵	۰٫۲۸۹	fcc	Ag
۱۹۶	۰٫۳۵۰	fcc	Pb
۴۲۴	۰٫۲۵۱	hcp	Co
۱۳۰	۰٫۲۶۶	hcp	Zn
۱۱۲	۰٫۲۹۸	hcp	Cd

جدول ۱۱-۳ درج شده است. انرژی همدوسی پیوندهای فلزی در گستره  $۴۰۰ \text{ kJ/mol}$  (۱ تا ۴ eV/atom) گرایش به کم شدن دارد، که باعث می شود پیوند در فلزات نسبت به جامدات یونی یا کووالانسی ضعیفتر باشد. در نتیجه، بسیاری از فلزات نقطه ذوب نسبتاً پایینی دارند (بعضی زیر چند صد درجه سانتیگراد). الکترونها نسبتاً آزاد در فلز به راحتی با فوتونهای نور مرئی برهم کنش می کنند، به طوری که فلزات شفاف نیستند. الکترونها آزاد عامل رسانندگی الکتریکی و گرمایی فلزات هستند. چون پیوندهای فلزی به نوع سهمی شدن یا تبادل الکترونها بین اتمهای بستگی ندارد،

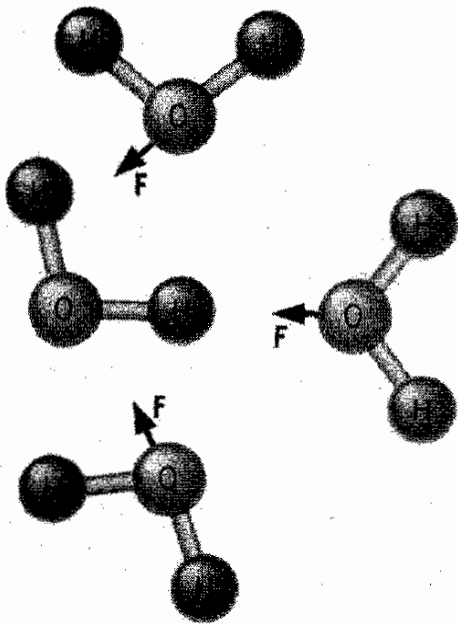
سرشت دقیق آنها در فلز به اندازه مورد جامدات یونی یا کووالانسی اهمیت ندارد؛ در نتیجه می توان آلیاژهای فلزی بسیاری را از مخلوط کردن فلزات مختلف با نسبتهای متفاوت به دست آورد.

## جامدات مولکولی

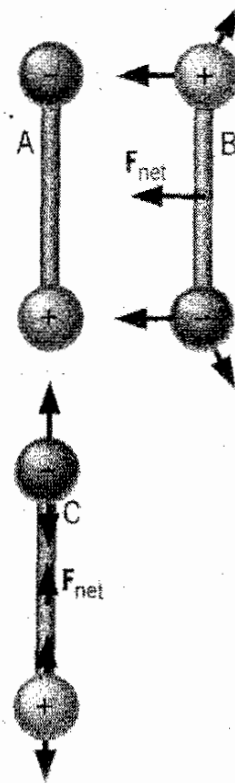
هیچیک از جامداتی را که تا کنون بررسی کردیم نمی توان متشکل از مولکولهای مجزا در نظر گرفت. ما، مولکولها می توانند نیروهایی بر یکدیگر وارد کنند و در جامدات به هم پیوندند. چون مولکولها حاوی الکترونیایی هستند که قبلاً در پیوندهای مولکولی سهیم شده اند، الکترونی برای مشارکت در پیوندهای یونی، کووالانسی، یا فلزی با سایر مولکولها وجود ندارد. جامدات مولکولی را نیروهای بسیار ضعیفتر کنار هم نگه می دارد، که معمولاً تابع گشتاورهای دوقطبی الکتریکی مولکولهاست. این نیروهای بین یک مولکول و مولکول دیگر، از نیروهای داخلی که مولکول را یکپارچه نگه می دارد، بسیار ضعیف ترند؛ بنابراین، یک مولکول در جامد مولکولی هویت خود را حفظ می کند.

همه جامدات کووالانسی، و فلزی را نیروی معمولی کولنی،  $1/R^2$ ، کنار هم نگه می دارد؛ در جامدات یونی، نیرو بین یونهای مثبت و منفی برقرار است، در حالی که در جامدات کووالانسی و فلزی، این نیرو بین یونهای مثبت و الکترونیهای مشترک وجود دارد. در جامدات مولکولی، مولکولها به لحاظ الکتریکی خنثی هستند، در نتیجه نیروهای کولنی وجود ندارند. اما، گشتاورهای دوقطبی یک مولکول می تواند به گشتاور دوقطبی مولکول دیگر نیروی جاذبه وارد آورد. نیروی همدومی دوقطبی، متناسب با  $1/R^3$ ، معمولاً از نیروی کولنی ضعیف تر است. بنابراین، جامدات مولکولی نسبت به جامدات یونی، کووالانسی، یا فلزی دارای پیوند ضعیف تر و در نتیجه نقطه ذوب پایین ترند، زیرا برای شکستن پیوندهای جامد مولکولی آنها انرژی گرمایی کمتری لازم است.

نیروهای دوقطبی الکتریکی، در پیوندهای مولکولی همه مولکولهای با گشتاور دوقطبی الکتریکی دائمی (مولکولهای قطبی) حائز اهمیت اند. می توان تصور کرد که، مطابق شکل ۱۱-۱۰، این نیروها وقتی سر مثبت یک دوقطبی به سر منفی دوقطبی دیگر نیرو وارد می کند، به وجود می آیند. مولکول آب یک نمونه موردی است که در آن این نیروها به وجود می آیند. اتم اکسیژن در آب گرایش به جذب الکترونیهای مولکول دارد و در نتیجه مانند سر منفی به نظر می رسد؛ دو پروتون "برهنه" سرهای مثبت دوقطبی هستند، و هر یک اکسیژن منفی مولکولهای آب مجاور را جذب می کنند (شکل ۱۱-۱۱). اگرچه از این توصیف بسیار ساده معلوم نمی شود، اما این همان نوع پیوندی است که باعث ساختار بلوری شش ضلعی مشخصه یخ می شود، و در نتیجه عامل ایجاد طرحهای شش ضلعی زیبای دانه های برف است. وقتی پیوندهایی از این دست در اتمهای هیدروژن دخیل باشند، مانند مورد آب، آن را پیوند هیدروژنی می نامند.



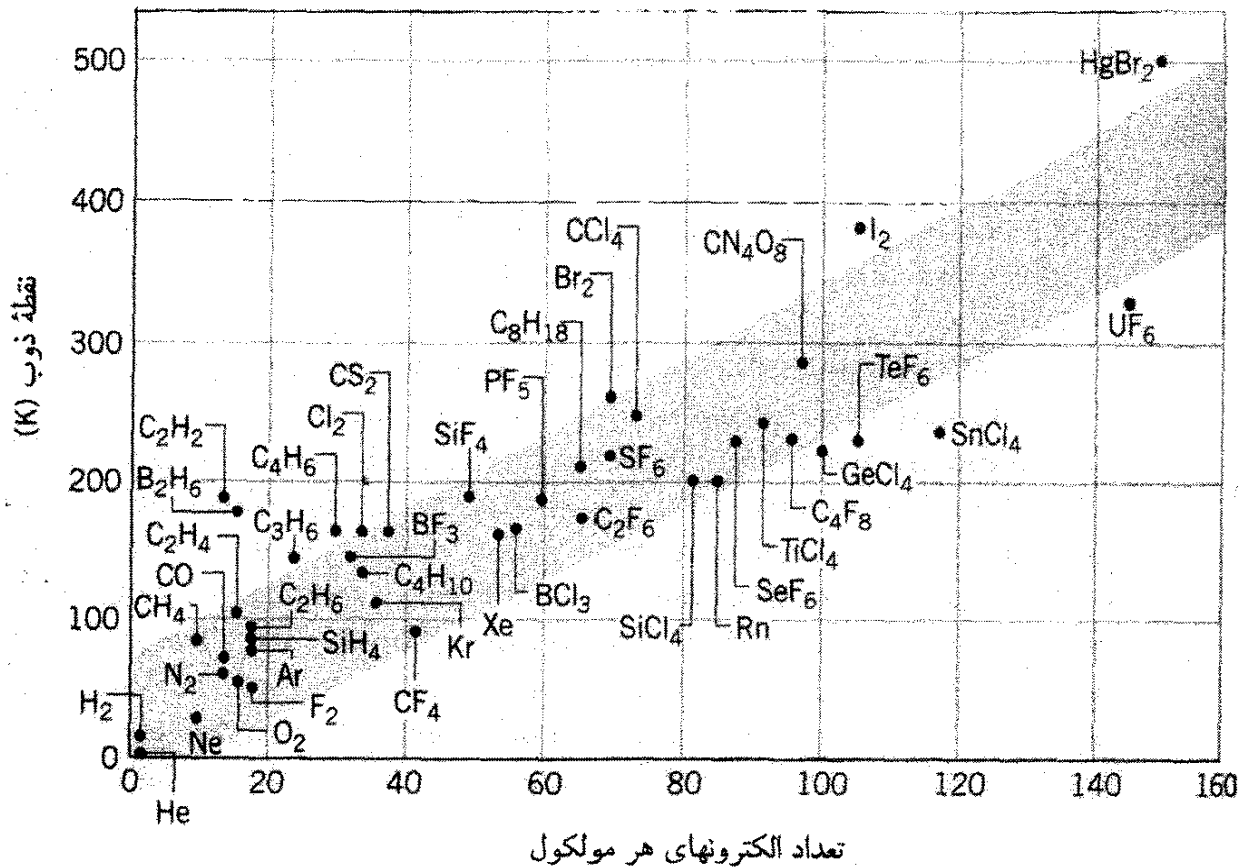
شکل ۱۱-۱۱ نیروهای دوقطبی بین مولکولهای آب.



شکل ۱۱-۱۰ دوقطبی A نیروهای جاذبه بر دوقطبیهای B و C وارد می‌کند. هر بار الکتریکی هم جذب می‌شود و هم دفع می‌شود، و اثر نهایی جاذبه است.

به همین ترتیب ممکن است نیروهای دوقطبی بین اتمها یا مولکولهایی اعمال شود که گشتاورهای دوقطبی دائمی ندارند. مثلاً، اتم یک گاز بی‌اثر مانند نئون را در نظر بگیرید. این اتم دارای پوسته‌های الکترونی پر است، بنابراین تقارن کروی دارد و گشتاور دوقطبی الکتریکی دائمی ندارد. اما افت‌وخیزهای<sup>۱</sup> کوانتوم مکانیکی یک گشتاور دوقطبی الکتریکی لحظه‌ای تولید می‌کند، که با قطبش اتم مجاور می‌تواند یک گشتاور دوقطبی الکتریکی لحظه‌ای القا کند و نیروی جاذبه از نوعی ایجاد کند که در شکل ۱۱-۱۰ نشان داده شده است. این نیروی جاذبه، که نیروی وان‌دروالس نام دارد، عامل پیوند در برخی جامدات مولکولی (و نیز برای آثار فیزیکی مانند کشش سطحی یا اصطکاک) است. مثال جامداتی که با نیروی وان‌دروالس به هم می‌پیوندند، شامل جامدات متشکل از گازهای بی‌اثر (Ne, Ar, Kr, Xe)، مولکولهای متقارن چون  $\text{CH}_4$  و  $\text{GeCl}_4$ ، هالوژنها، و سایر گازها چون  $\text{H}_2$ ،  $\text{N}_2$  و  $\text{O}_2$  است.

نیروی وان‌دروالس بینهایت ضعیف است؛ افت آن با فاصله به صورت  $R^{-7}$  است. در بلورهای گاز بی‌اثر، فاصله نزدیکترین همسایه  $3 \times 10^{-10}$  m تا  $4 \times 10^{-10}$  m است، اما انرژیهای همدوسی نوعاً فقط  $1$ . این افت‌وخیزها چندان سریع‌اند که در آزمایشگاه مشاهده نمی‌شوند. اندازه‌گیریها فقط مقدار میانگین این گشتاور دوقطبی متغیر را می‌دهد، که صفر است.



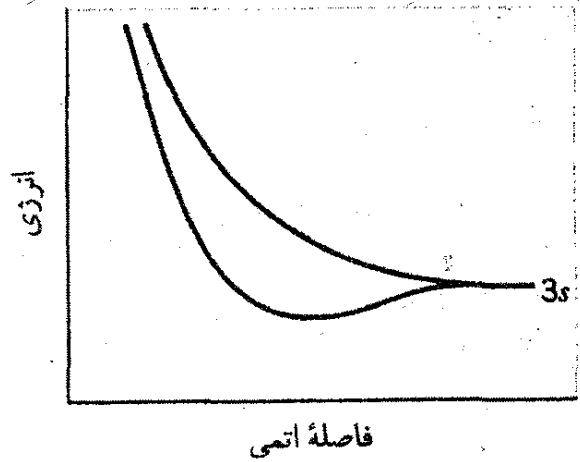
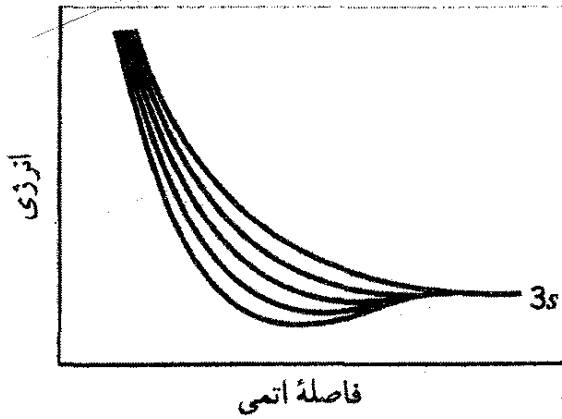
شکل ۱۱-۱۲ نقطه ذوب جامدات مولکولی با تعداد الکترونهاي هر مولکول تقريباً متناسب است.

بيوسته‌اند، پايين است، زيرا انرژی گرمایی لازم برای شکستن اين پیوندها اندک است. در واقع، چون گشتاور دوقطبی القایی یک اتم باید تقريباً با تعداد کل الکترونهاي اتم متناسب باشد، شاید انتظار داشته باشیم که نقطه ذوب جامدات مولکولی ناقصی با تعداد الکترونها در هر مولکول تقريباً متناسب باشد. در شکل ۱۱-۱۲ اين ارتباط را مشاهده می‌کنید؛ اگرچه ویژگیهای مربوط به هر جامد سبب پراکندگی چشمگیر اين نقاط می‌شود، رابطه‌ای تقریبی به‌صورتی که انتظار می‌رود، برقرار است.

## ۱۱-۴ نظریه نواری جامدات

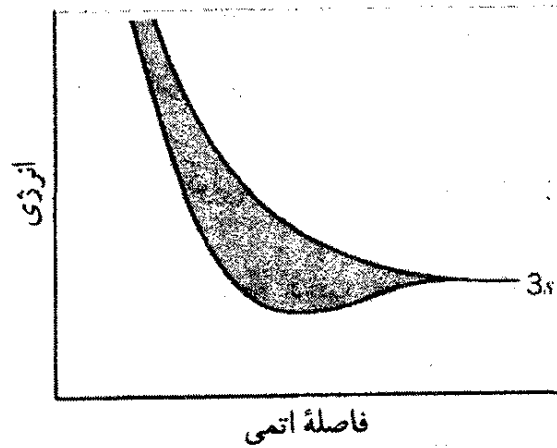
وقتی دو اتم همسان، مانند سدیم، از یکدیگر دورند، حضور یکی از اين اتمها در ترازهای الکترونی اتم دیگر تأثیری ندارد، و می‌توان اتمها را منزوی تلقی کرد. الکترون ۳s هر اتم نسبت به هسته آن یک تک انرژی دارد. با نزدیکتر کردن اتمها، توابع موج الکترون شروع به همپوشی می‌کنند، و برهم‌کنش بین اتمها باعث می‌شود که برحسب اینکه دو تابع موج به هم اضافه یا از یکدیگر کم شوند، دو تراز ۳s مختلف تشکیل شود. اين اثر عامل بستگی مولکولی به‌شمار می‌آید که در بخش ۹-۲ بررسی کردیم. تصویری از ترازهای انرژی را در شکل ۱۱-۱۳ مشاهده می‌کنید.





شکل ۱۱-۱۴ شکافتگی ترازهای  $3s$  وقتی پنج الکترون گرد هم می آیند.

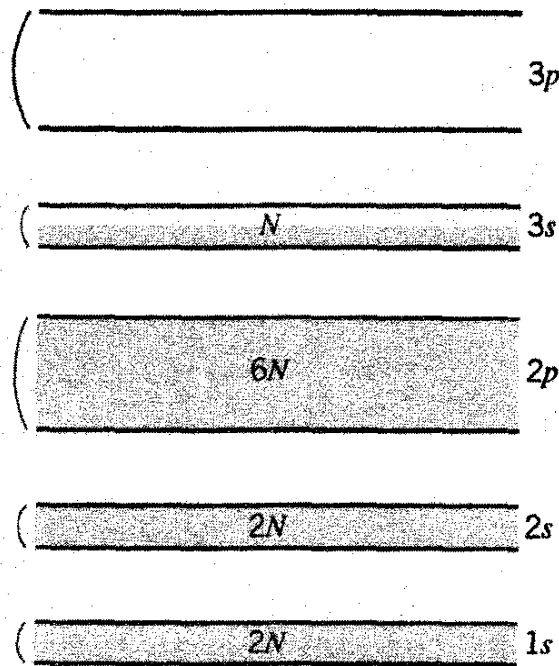
شکل ۱۱-۱۳ شکافتگی ترازهای  $3s$  وقتی دو اتم به یکدیگر نزدیک می شوند.



شکل ۱۱-۱۵ تشکیل نوار  $3s$  به وسیله تعداد زیادی اتم.

با نزدیک کردن تعداد زیادی اتم برای تشکیل یک جسم جامد، اثرهایی از همین نوع به وجود می آید. وقتی اتمهای سدیم از هم دورند، همه الکترونهای  $3s$  دارای انرژی یکسانی هستند، وقتی آنها را به هم نزدیک می کنیم، ترازهای انرژی شروع به "شکافتن" می کنند. وضعیت برای پنج اتم در شکل ۱۱-۱۴ نشان داده شده است. اکنون پنج تراز انرژی وجود دارد که ناشی از پنج تابع موج همپوشان است. با افزایش تعداد اتمها تا مقادیر بسیار بزرگ در یک قطعه فلز معمولی (شاید  $10^{22}$  اتم)، ترازها به اندازه ای زیاد، و چندان به یکدیگر نزدیک می شوند که دیگر نمی توان، مطابق شکل ۱۱-۱۵، تک تک ترازها را مشخص کرد. می توان گفت که  $N$  اتم تقریباً یک نوار پیوسته از ترازهای انرژی را تشکیل می دهند. چون این ترازها با ترازهای اتمی  $3s$  سدیم مشخص شدند، آنها را نوار  $3s$  می نامیم.

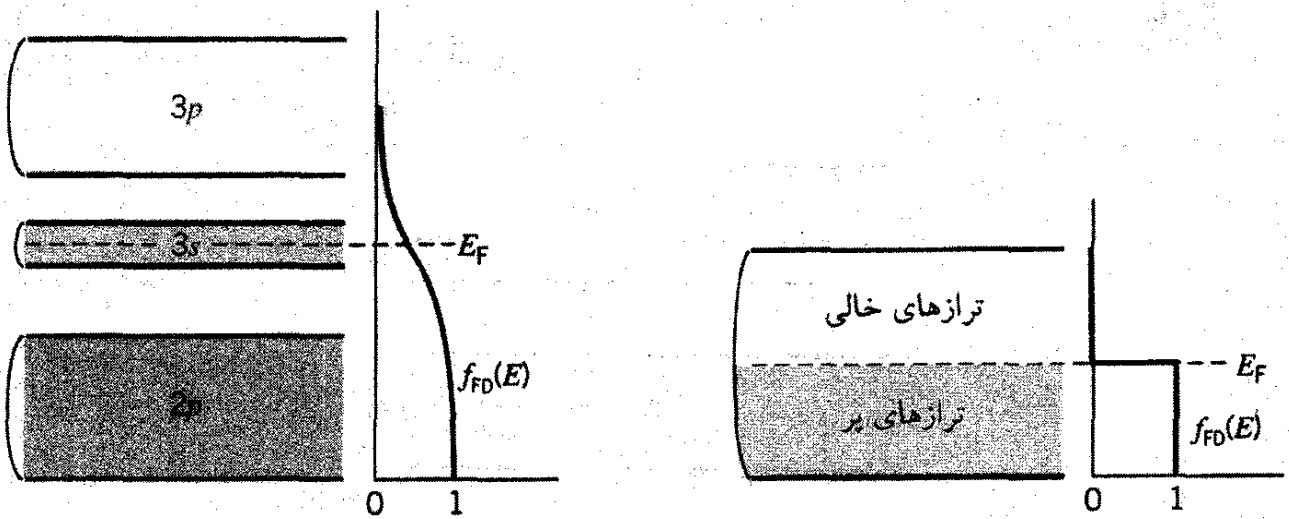
هر نوار انرژی به طور کلی از  $N$  تراز تشکیل شده است. هر تراز دارای  $(2l + 1) \times 2$  الکترون



شکل ۱۱-۱۶. نوارهای انرژی در فلز سدیم.

است (متناظر با دو سمتگیری مختلف اسپین الکترون و  $2l + 1$  سمتگیری تکانه زاویه‌ای مداری الکترون) به طوری که ظرفیت هر نوار  $2(2l + 1) \cdot \nu$  الکترون است.

شکل ۱۱-۱۶ نمایش کاملتری از نوارهای انرژی در فلز سدیم را نشان می‌دهد. هرکدام از نوارهای  $1s$ ،  $2s$ ، و  $2p$  پُرند؛ نوارهای  $1s$  و  $2s$  هر یک حاوی  $2N$  الکترون، و نوار  $2p$  حاوی  $6 \cdot \nu$  الکترون است. نوار  $3s$  نیز می‌تواند  $2 \cdot \nu$  الکترون را جا دهد؛ اما، هر یک از  $N$  اتم فقط یک الکترون  $3s$  به جامد می‌دهد، و در نتیجه در  $3s$  تعداد  $N$  الکترون آزاد است. بنابراین نوار  $3s$  نیمه‌پُر است. بالای نوار  $3s$  یک نوار  $3p$  وجود دارد، که می‌تواند  $6N$  الکترون را در خود جا دهد، اما کاملاً تهی است. وضعیت را که تشریح کردیم مربوط به حالت پایه فلز سدیم است. وقتی انرژی (مثلاً، انرژی الکتریکی یا گرمایی) به سیستم بیفزاییم، الکترونها می‌توانند از حالت‌های پُر به هر یک از حالت‌های تهی بروند. در این مورد، الکترونها نوار تا اندازه‌ای پُر  $3s$  می‌توانند مقدار کمی انرژی جذب کنند و به حالت‌های تهی در نوار  $3s$  بروند، یا می‌توانند مقدار بیشتری انرژی جذب کنند و به نوار  $3p$  بروند. می‌توان این وضعیت را با یادآوری بحث مکانیک آماری فصل ۱۰ به صورت دقیقتری بیان کرد. الکترونها با توزیع فرمی - دیراک توصیف می‌شوند. در دمای  $T = 0^\circ K$ ، مطابق شکل ۱۱-۱۷، همه ترازهای الکترون زیر انرژی فرمی،  $E_F$ ، پُر و همه ترازهای بالای انرژی فرمی خالی هستند. در مورد سدیم، انرژی فرمی در وسط نوار  $3s$  است، زیرا همه ترازهای انرژی پایین‌تر از این انرژی اشغال شده‌اند. در دماهای بیشتر، انرژی فرمی تراز را می‌دهد که احتمال اشغال آن ۵۰٪ است؛ انرژی فرمی با افزایش دما تغییر چشمگیری نمی‌کند، اما احتمال اشغال ترازهای بالاتر از  $E_F$  دیگر



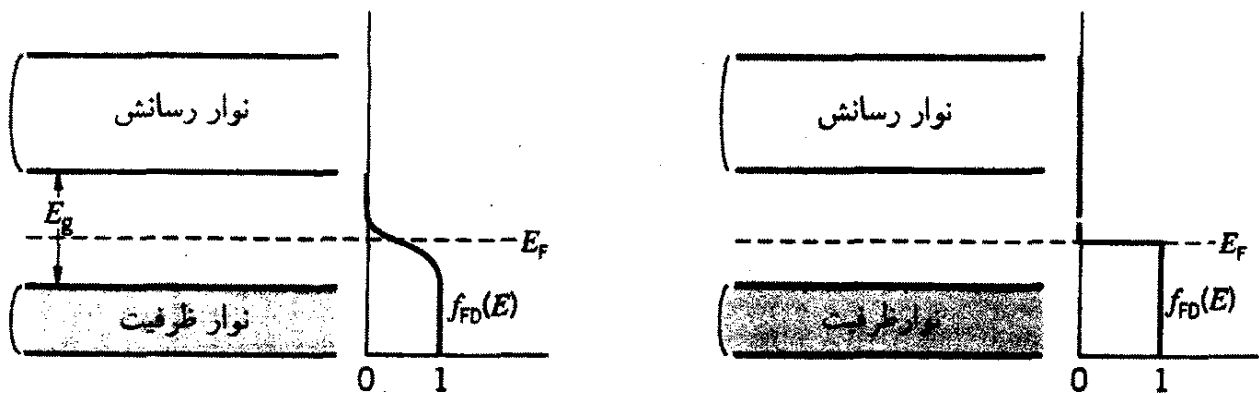
شکل ۱۱-۱۸ جمعیت نوارهای انرژی در سدیم در  $T > 0$ . نوار  $2p$  دیگر کاملاً پر، و نوار  $3p$  دیگر کاملاً تهی نیست.

شکل ۱۱-۱۷ جزئیات نوار نیمه پر، در  $T = 0$ ، که توزیع فرمی-دیراک را در طرف راست نشان می‌دهد.

صفر نیست. در شکل ۱۱-۱۸ وضعیتی را مشاهده می‌کنید که در آن برانگیختگی گرمایی الکترونها به تراکم اندکی در نوار  $3p$  می‌انجامد.

سدیم نمونه ماده‌ای است که یک رسانای خوب الکتریسیته به شمار می‌آید. وقتی اختلاف پتانسیل ناچیز، در حدود ۱۷، به آن اعمال کنیم، الکترونها می‌توانند به راحتی انرژی جذب کنند، زیرا  $N$  حالت اشغال نشده در نوار  $3s$  وجود دارد که همگی در فاصله انرژی  $1\text{eV}$  هستند. الکترونها هنگام شتاب گرفتن به وسیله ولتاژ اعمال شده انرژی جذب می‌کنند، و در نتیجه، تا هنگامی که حالت‌های انرژی اشغال نشده در گستره انرژی دست یافتنی وجود دارد، الکترونها انرژی جذب می‌کنند. در سدیم  $N$  الکترون نسبتاً آزاد وجود دارد که می‌توانند به راحتی به  $N$  حالت انرژی اشغال نشده بروند، و در نتیجه سدیم رسانای خوبی است.

از سوی دیگر، ماده‌ای که در آن یک نوار کاملاً پر و نوار بعدی بالاتر از آن کاملاً تهی است، رسانای بدی است. در این مورد می‌گوییم کافی بین نوارهای انرژی وجود دارد، و انرژی فرمی، مطابق شکل ۱۱-۱۹، در جایی از این گاف قرار دارد. در اینجا نیز، در  $T = 0$ ، تمام حالت‌های زیر  $E_F$  پر هستند. با افزایش دما، شکل تابع توزیع فرمی-دیراک تغییر می‌کند؛ اگر گاف انرژی  $E_g$  بین نوارها در مقایسه با  $kT$  بزرگ باشد، الکترونها اندکی از نوار پایین‌تر، که نوار ظرفیت نامیده می‌شود، به نوار بالاتر، که به آن نوار رسانش می‌گویند، برانگیخته می‌شوند. این وضعیت در شکل ۱۱-۲۰ نشان داده شده است. الکترونها بسیاری در نوار ظرفیت برای شرکت در رسانش الکتریکی وجود دارند، اما حالت‌های تهی برای حرکت این الکترونها موجود نیست، پس این الکترونها سهمی در رسانندگی الکتریکی ندارند. حالت‌های تهی بسیاری در نوار رسانش وجود دارد، اما در دماهای



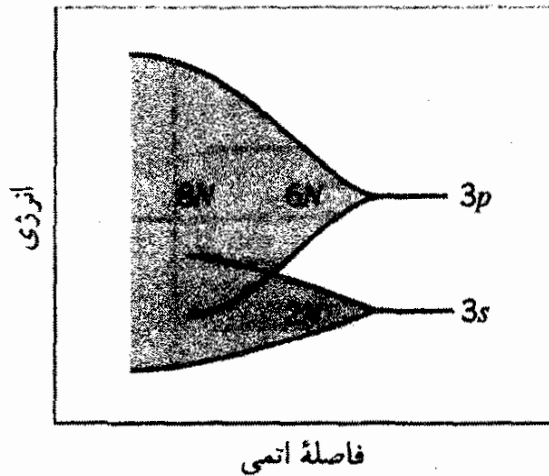
شکل ۱۱-۲۰ وقتی  $E_g \gg kT$ ، نوار رسانش هنوز خالی از جمعیت است. این وضعیت مشخصه یک عایق است.

شکل ۱۱-۱۹ ساختار نواری که در آن  $E_F$  در گاف بین نوارها قرار دارد.

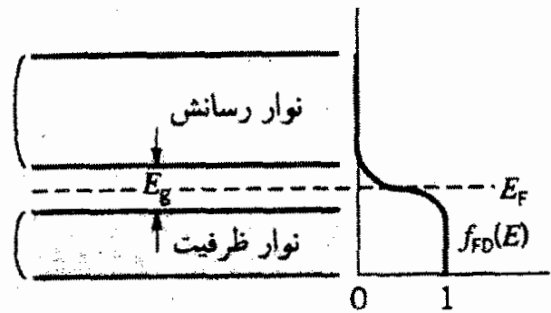
معمولی تعداد کمی الکترون در این نوار موجود و سهم آنها در رسانندگی الکتریکی بسیار اندک است. این مواد را در رده عایقها طبقه‌بندی می‌کنند و به‌طور کلی دارای دو ویژگی‌اند: یک گاف انرژی بزرگ (حدود چند الکترون ولت) بین نوارهای ظرفیت و رسانش آنها وجود دارد؛ و یک تراز فرمی در این گاف بین نوارها (یعنی، نوار ظرفیت پر و نوار رسانش تهی) موجود است.

وقتی ماده‌ای دارای ساختار عایق، اما با گاف انرژی کوچکتر (۱eV یا کمتر) باشد، رفتار آن کاملاً متفاوت می‌شود، و این مواد را نیمرسانا می‌گویند. شکل ۱۱-۲۱، چنین ماده‌ای را در دماهای معمولی نشان می‌دهد. اکنون الکترونهای زیادی در نوار رسانش وجود دارند، و البته حالت‌های تهی بسیاری در اختیار آنهاست، به‌طوری که می‌توانند جریان را نسبتاً هدایت کنند. به همین ترتیب، حالت‌های تهی بسیاری در نوار ظرفیت یافت می‌شود، به‌طوری که بعضی الکترونهای نوار ظرفیت می‌توانند با حرکت در این حالتها در رسانندگی الکتریکی سهم شونند. این دو سازوکار رسانش الکتریکی را در بخش ۱۱-۸ به تفصیل بررسی می‌کنیم. فعلاً توجه خود را به دو ویژگی مشخصه نیمرساناها معطوف می‌کنیم که طبق شکل ۱۱-۲۱ با ساختار نواری رابطه مستقیم دارد. (۱) چون احتمال برانگیختگی گرمایی در عرض گاف نسبتاً زیاد است، رسانندگی الکتریکی نیمرساناها نسبت به رسانندگی الکتریکی عایقها یا رساناها بستگی شدیدتری به دما دارد. (۲) می‌توان ساختار این مواد را با افزودن ناخالصیهایی با غلظت بسیار کم تغییر داد، به‌طوری که انرژی فرمی به بالا به طرف نوار رسانش و یا به پایین به طرف نوار ظرفیت جابه‌جا شود. این فرایند که آلایش خوانده می‌شود، می‌تواند بر رسانندگی نیمرسانا اثر زیادی بگذارد.

در مثالهایی که تاکنون بررسی کردیم، معلوم نشد، که چرا نظریه نواری در فهم ویژگیهای یک جسم جامد تا این اندازه سودمند است. مثلاً، انتظار می‌رود که سدیم فقط با توجه به ویژگیهای اتمی‌اش (یک الکترون ۳s با پیوند سست) رسانای خوبی باشد؛ از سوی دیگر، زنون جامد دارای

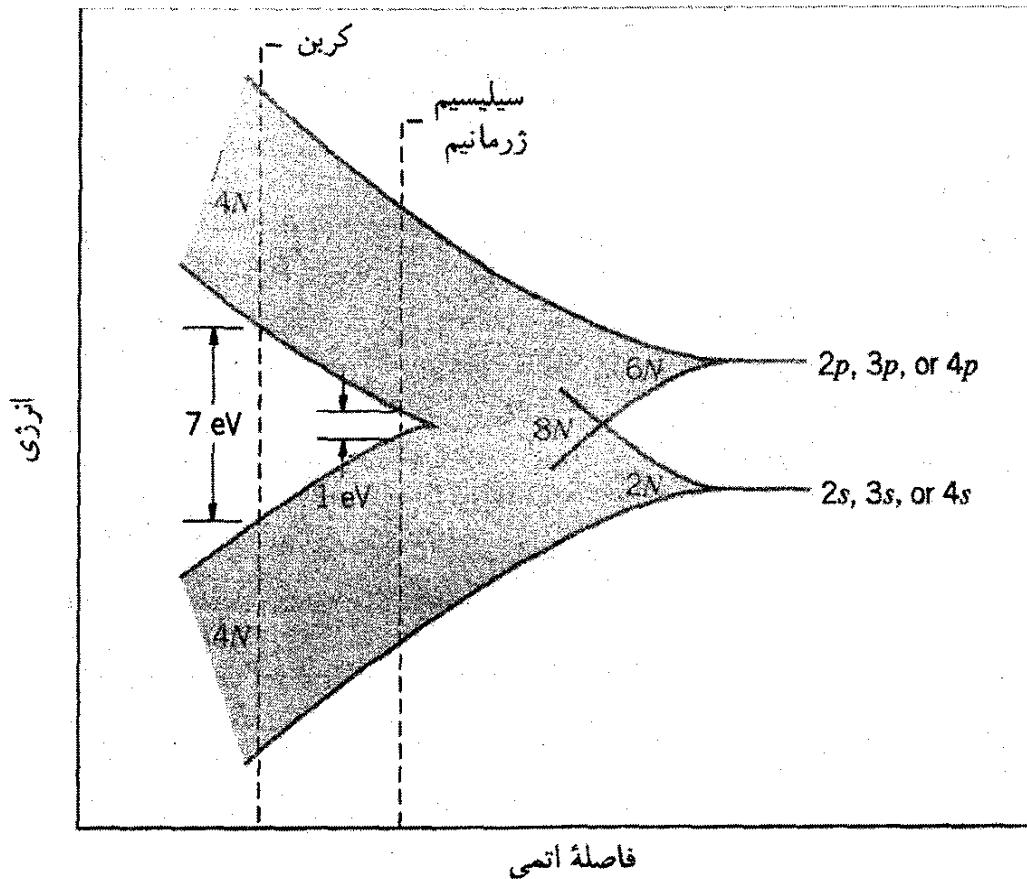


شکل ۱۱-۲۲ ساختار نواری در منیزیم. نوارهای  $3s$  و  $3p$  همپوشانند و یک تک نوار تشکیل می‌دهند.



شکل ۱۱-۲۱ ساختار نواری یک نیمرسانا. این گاف از گاف عایق بسیار کوچکتر است، به طوری که اکنون جمعیت نوار رسانش بسیار کم است.

پوسته‌های اتمی پُر است و باید رسانای بدی باشد. این نتیجه‌گیریها پیامد یک نظریه اتمی ساده یا نظریه نواری است. اما، موارد بسیاری پیش می‌آید که در آن نظریه اتمی به پیش‌بینیهای غلط می‌انجامد، در حالی که نظریه نواری نتیجه‌های صحیح می‌دهد. دو مثال را در نظر می‌گیریم: (۱) منیزیم دارای یک پوسته  $3s$  پُر است، و بر مبنای نظریه اتمی به تنهایی انتظار داریم که رسانای الکتریکی ضعیفی باشد. اما، این عنصر یک رسانای الکتریکی خوب است؛ (۲) پوسته  $2p$  در کربن که می‌تواند حداکثر شش الکترون داشته باشد، فقط دارای دو الکترون است، بنابراین، کربن باید یک رسانای الکتریکی خوب باشد؛ اما در واقع، رسانای بسیار بدی است. ویژگیهای این هر دو ماده را می‌توان با توجه به رفتار غیرعادی نوارهای این جامدات فهمید، زیرا هنگام نزدیک شدن آنها به یکدیگر گاف نوار ناپدید و نوارها همپوشان می‌شوند. مثلاً، در منیزیم (شکل ۱۱-۲۲) نوارهای  $3s$  (پُر) و  $3p$  (خالی) همپوش می‌شوند، و حاصل یک تک نوار به ظرفیت  $2N + 6N = 8N$  تراز است. فقط تعداد  $2N$  از این ترازها پُر هستند، و در نتیجه رفتار منیزیم مانند ماده‌ای با یک تک نوار است که فقط یک چهارم ظرفیت آن پُر شده باشد. بنابراین، منیزیم یک رسانای بسیار خوب است. در کربن، همپوشی زیاد توابع موج الکترونی در فاصله کم ابتدا مانند منیزیم سبب مخلوط شدن نوارهای  $2s$  و  $2p$  می‌شود؛ یک تک نوار به ظرفیت  $8N$  الکترون به وجود می‌آید (شکل ۱۱-۲۳). با نزدیکتر شدن آنها، این نوار به دو نوار مجزا تقسیم می‌شود، که هر یک دارای ظرفیت  $4N$  الکترون‌اند. چون کربن چهار الکترون ظرفیت دارد (دو الکترون  $2s$  و دو الکترون  $2p$ )،  $4N$  حالت پایین‌تر کاملاً پُر و  $4N$  حالت بالاتر کاملاً تهی‌اند. بنابراین، کربن عایق است. ساختار ژرمانیم و سیلیسیم همانند ساختار کربن است، اما فاصله تعادل آنها بیشتر و گاف بین نوارهای ظرفیت و رسانش کوچکتر، در حدود  $1eV$  است. این خصیصه باعث می‌شود که  $Si$  و  $Ge$  نیمرسانا باشند.



شکل ۱۱-۲۳ ساختار نواری کربن، سیلیسیم، و ژرمانیم. ترکیب نوار  $np + ns$  به دو نوار شکافته می‌شود. کربن به واسطه گاف بزرگ یک عایق است؛ Ge و Si نیمرسانا هستند، زیرا گافهای انرژی آنها کوچکتر است.

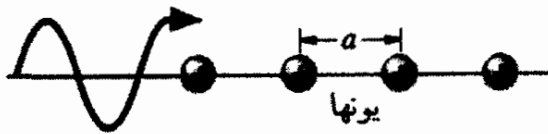
در این بخش دربارهٔ رهیافت فکری به نظریه نواری جامدات بحث کردیم. بگذارید جنبه‌های اصلی این نظریه را جمع‌بندی کنیم:

۱. وقتی اتمهای زیادی را گرد هم می‌آوریم تا یک جسم جامد تشکیل دهند، برهم‌کنش بین اتمها باعث می‌شود که ترازهای انرژی گسسته به صورت نوارهایی "پخش شوند"
۲. خواص نوارها را ویژگیهای اتمی اتمهای منزوی و فاصله‌های تعادل اتمها در جامد تعیین می‌کند.
۳. ویژگیهایی جامد را چگونگی اشغال شدن نوارها، فاصله بین نوارها، و موقعیت نسبی انرژی فرمی تعیین می‌کند.

## ۱۱-۵ توجیه نظریه نواری\*

نظریه نواری جامدات در توصیف ویژگیهای فلزات، عایقها، و نیمرساناها بسیار موفق بوده است. در بخش قبل دیدیم که نوارهای انرژی هنگام نزدیک کردن اتمها به یکدیگر تشکیل می‌شوند، به طوری

\* این بخش اختیاری است، که بدون از دست دادن پیوستگی مطالب می‌توان از آن گذشت.



شکل ۱۱-۲۴ پراکندگی براگ یک بعدی. تنها پراکندگی ممکن، بازتاب در جهت اولیه است.

که توابع موج آنها همپوش می‌شوند. در این بخش رهیافتمان به نظریه نواری متفاوت و بر مبنای مکانیک کوانتومی الکترونی است، که در شبکه‌ای از یونها حرکت می‌کند. در مقایسه با جوابهای معادله شرودینگر که در فصل ۵ بررسی شد، و در آن الکترون در یک چاه انرژی پتانسیل دارای ترازهای انرژی گسسته بود، خواهیم دید که یک الکترون در انرژی پتانسیل دوره‌ای ناشی از شبکه‌ای از یونها می‌تواند دارای نوارهای انرژی باشد.

برای ساده کردن مسئله فقط یک شبکه یک بعدی از یونها را در نظر می‌گیریم (شکل ۱۱-۲۴). الکترون با یک موج دوبروی نشان داده می‌شود که در شبکه حرکت می‌کند. برهم‌کنش بین الکترون و شبکه را می‌توان همانند پراکندگی براگ به صورت یک مسئله پراکندگی نشان داد (بخش ۳-۱). شرط براگ برای پراکندگی عبارت است از:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (11-12)$$

که در آن  $d$  فاصله اتمی و  $\theta$  زاویه فرود است که از صفحه اتمها اندازه‌گیری می‌شود (نه از عمود بر سطح). در یک شبکه دو بعدی، موج فرودی می‌تواند، با توجه به صفحه‌ای که فرض می‌کنیم پراکندگی در آن رخ می‌دهد در جهت‌های مختلف پراکنده شود (شکل ۳-۶ را به خاطر آورید)؛ اما، در یک بعد، فقط یک بازتاب ممکن وجود دارد — موج فرودی می‌تواند در جهت مخالف بازتابیده شود. می‌توان از شرط براگ برای این حالت، با  $d = a$  (فاصله بین یونها یا اتمهای شبکه) و  $\theta = 90^\circ$  (زاویه بین "صفحه بازتابان" و موج فرودی) بهره گرفت، و در نتیجه

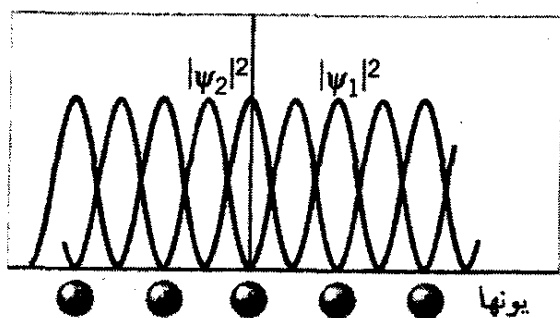
$$2a \sin 90^\circ = n\lambda \quad (11-13)$$

با استفاده از  $k = 2\pi/\lambda$ ، می‌رسیم به:

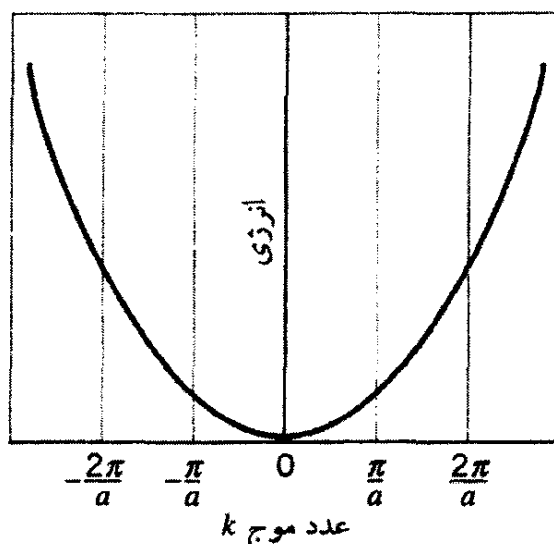
$$k = n \frac{\pi}{a} \quad (11-14)$$

برای اعداد موجی که در این شرط صدق نمی‌کنند، الکترون آزادانه در شبکه منتشر می‌شود و مانند ذره آزادی است که انرژی آن فقط جنبشی است:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (11-15)$$



شکل ۱۱-۲۶ چگالی احتمال دو موج ایستاده مختلف.



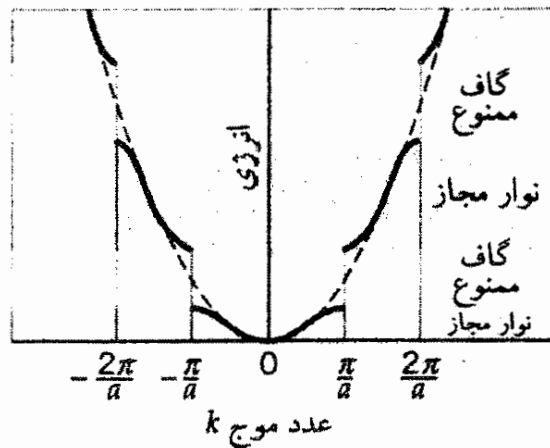
شکل ۱۱-۲۵ رابطه سهمی بین انرژی و عدد موج یک ذره آزاد.

چون محدودیتی در مورد  $k$  وجود ندارد، تمام مقادیر  $E$  مجازند. رابطه بین  $E$  و  $k$  یک سهمی است که در شکل ۱۱-۲۵ نشان داده شده است.

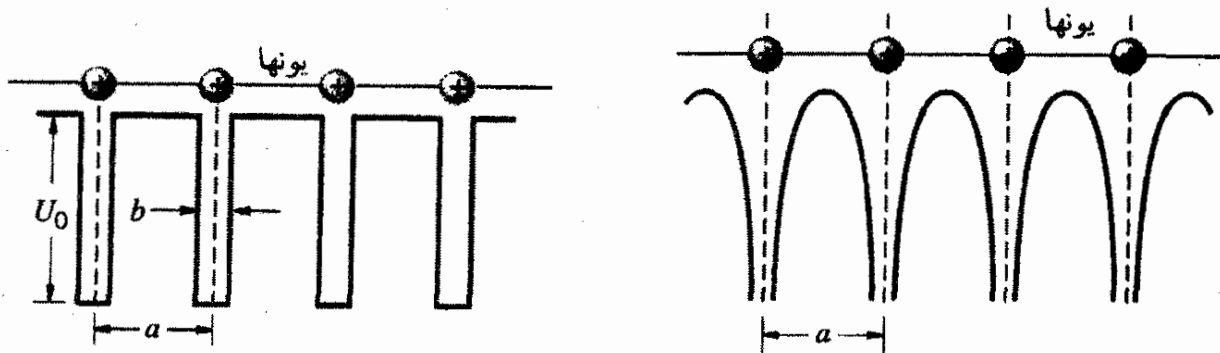
به ازای اعداد موجی که در شرایط براگ صدق کنند، موجهای بازتابیده و فرودی با هم جمع می شوند و امواج ایستاده ای را تولید می کنند، که همواره از برهم نهی دو موج با طول موجهای برابر که در جهت های مختلف حرکت می کنند حاصل می شوند. برحسب اختلاف فاز بین موجها، دامنه های آنها می تواند اضافه یا کم شود، به طوری که حاصل آن دو موج ایستاده مختلف خواهد بود. چگالی احتمال آنها را در شکل ۱۱-۲۶ مشاهده می کنید. برای یکی از موجها ( $\psi_1$ )، الکترونها به احتمال زیاد در نزدیکی یونهای مثبت واقع اند؛ این الکترونها با شبکه پیوند محکمی دارند - انرژی الکترون، به واسطه انرژی پتانسیل منفی بین الکترون و یونها، اندکی کمتر از الکترون آزاد است. الکترونهايي که با موج دیگر ( $\psi_2$ ) نشان داده شده اند را به احتمال زیاد می توان در منطقه بین یونها یافت؛ پیوند آنها به شبکه چندان محکم نیست، به طوری که انرژیهای آنها اندکی بیش از الکترونهاي پراکنده شده است (که برای آن چگالی احتمال تخت است، به طوری که احتمال یافتن آنها در مکانهای مختلف یکسان است).

رابطه انرژی الکترونها با عدد موج  $k$  با منحنی متشکل از قطعات به شکل S در شکل ۱۱-۲۷ نشان داده شده است. برای اعداد موجی که در رابطه براگ صدق نمی کنند (یعنی، مقادیری از  $k$  که به  $n\pi/a$  نزدیک نیستند)، قطعات منحنی با سهمی خط چین مربوط به ذره آزاد، همپوشانند. اما در نزدیکی اعداد موجی که در شرط براگ صدق می کنند، انرژی از مقدار مربوط به ذره آزاد منحرف می شود: برای الکترونهاي با پیوند محکم که زمان بیشتری را در مجاور یونها می گذرانند





شکل ۱۱-۲۷ رابطه بین انرژی و عدد موج برای شبکه یک بعدی. منحنی خط چین سهمی ذره آزاد است. منحنیهای پر موجهایی را نشان می‌دهند که به وسیله شبکه پراکنده شده‌اند.



شکل ۱۱-۲۹ صورت ساده شده انرژی پتانسیل شکل ۱۱-۲۸.

شکل ۱۱-۲۸ انرژی پتانسیل حاصل از یونها در شبکه یک بعدی.

اندکی پایین‌تر از سهمی، و برای الکترونها با پیوند با سست‌تر که به احتمال زیاد بین یونها یافت می‌شوند، و اندکی بالاتر از سهمی است.

توجه کنید که در شکل ۱۱-۲۷، اگرچه همه مقادیر  $k$  مجازند، اما بعضی نوارهای مجاز انرژی وجود دارند که گافهای ممنوع آنها را از یکدیگر جدا کرده‌اند. الکترونی که در این شبکه حرکت می‌کند، فقط می‌تواند انرژیهای مناطق مربوط به نوارهای مجاز را اختیار کند. این امر نشان می‌دهد که چگونه یک آرایه دوره‌ای آنها نوارهای انرژی را تولید می‌کند.

### مدل کرونینگ-پنی

برای یک رهیافت دقیقتر، می‌توان معادله شرودینگر را برای یک شبکه دوره‌ای حل کرد. شکل ۱۱-۲۸ انرژی پتانسیل یک الکترون را در شبکه یک بعدی دوره‌ای از یونها مثبت نشان می‌دهد. اگر به جای انرژی پتانسیل کولنی یک چاه پتانسیل، مطابق شکل ۱۱-۲۹، بگذاریم، مسئله بسیار ساده می‌شود. هرچاه دارای عرض  $b$  و عمق  $U_0$  است. با گرفتن حد  $b \rightarrow 0$  و  $U_0 \rightarrow -\infty$

به طوری که حاصلضرب  $bU$  ثابت بماند، تقریب خوبی برای پتانسیل کولنی به دست می‌آوریم. این نمایش شبکه را مدل کرونینگ-پنی می‌نامیم.

حل معادله شرودینگر برای این مسئله را، که به تفصیل بررسی نخواهیم کرد، می‌توان با حاصلضرب دو تابع نشان داد: یک تابع موج ذره آزاد مانند  $\cos kx$  و یک تابع دوره‌ای  $u(x)$  که دارای همان دوره شبکه است:

$$\psi(x) \sim u(x)\cos kx \quad (16-11)$$

که در آن  $u(x) = u(x+a)$ . در نیمه راه بین یونها،  $u(x) \approx 1$  و الکترون رفتاری چون یک ذره آزاد دارد. فقط در منطقه نزدیک یونهاست که تفاوت مقدار  $u(x)$  با ۱ زیاد می‌شود.

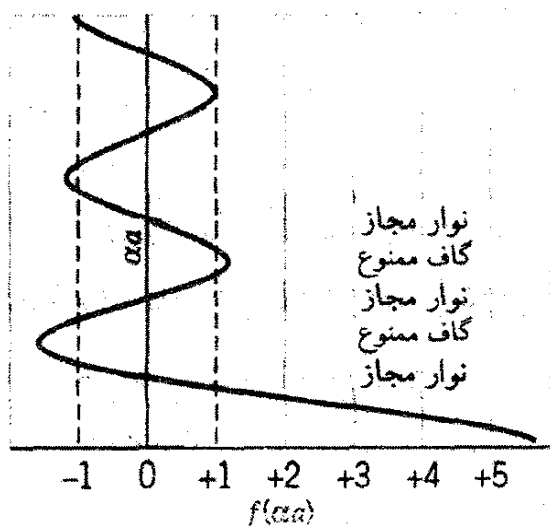
از این نظر روند حل معادله، مانند روش حل معادله شرودینگر در فصل ۵ است. تابع موج معادله ۱۶-۱۱ را در معادله شرودینگر قرار می‌دهیم، و با اعمال شرط مرزی دوره‌ای به رابطه‌ای می‌رسیم که مقادیر مجاز انرژی الکترون را تعیین می‌کند. در این مورد معادله حاصل به صورت زیر در می‌آید:

$$\cos ka = \frac{maU \cdot b \sin \alpha a}{\hbar^2} + \cos \alpha a \quad (17-11)$$

که در آن

$$\alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad (18-11)$$

اکنون بینیم چطور این رابطه چگونه به جای مقادیر انرژی گسسته نوارهای انرژی را می‌دهد. طرف راست معادله ۱۷-۱۱ را با تابع  $f(\alpha a)$  نشان می‌دهیم. منحنی پر شکل ۱۱-۳۰،  $f(\alpha a)$  را برحسب  $\alpha a$  نشان می‌دهند. این نمودار طوری رسم می‌شود که در آن  $f$  بر روی محور



شکل ۱۱-۳۰ نوارهای انرژی مجاز از مدل یک بعدی شبکه. منحنی پر طرف راست، نمایش تغییرات معادله ۱۷-۱۱ را نشان می‌دهد. نوارهای مجاز با ناحیه‌هایی متناظرند که در آنها منحنی بین  $+1$  و  $-1$  است.

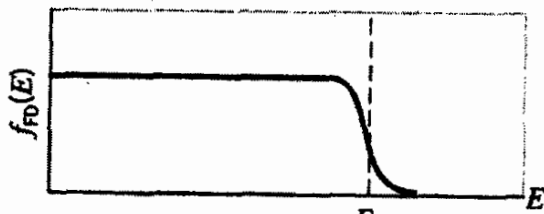
افقی و  $\alpha a$  بر محور عمودی قرار می‌گیرد. توجه کنید که در شکل ۱۱-۳۰ به ازای بعضی مقادیر  $\alpha a$ ، تابع  $f(\alpha a)$  بزرگتر از ۱+ یا کوچکتر از ۱- می‌شود. بنابراین، هر مقدار  $\alpha a$  که باعث شود سمت راست معادله ۱۱-۱۷ از گستره ۱- تا ۱+ خارج بیفتد، باید ممنوع باشد. چون  $\alpha$  تابع  $E$  است، این مقادیر ممنوع  $\alpha$  باعث به وجود آمدن گافهای انرژی ممنوع می‌شوند که در شکل ۱۱-۳۰ نشان داده شده است.

در باره دو محاسبه یک بعدی مختلف بحث کردیم که به نوارهای انرژی مجاز می‌انجامد که با گافهای ممنوع از هم جدا شده بودند: یکی بر مبنای پراکندگی موجهای الکترون در یک شبکه دوره‌ای و دیگری بر اساس حل معادله شرودینگر برای انرژی پتانسیل دوره‌ای نزدیک به پتانسیل کولنی بود. اگرچه، هیچکدام از این محاسبه‌های ساده نمایش دقیقی از رفتار الکترونی نیست که در یک جامد سه بعدی واقعی حرکت می‌کنند، اما کمک می‌کنند تا نشانه‌ای از منشأ نوارهای مجاز و ممنوع به دست آوریم، و بار دیگر یادآور می‌شوند که رفتار موجی الکترونها پیامدهای مهم قابل مشاهده‌ای دارند که در این مورد رسانش الکتریکی در جامدات است.

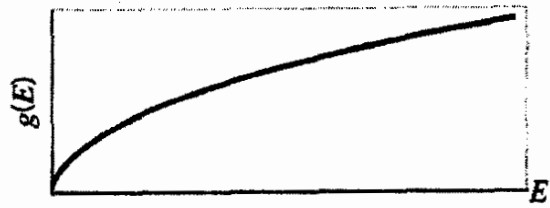
## ۱۱-۶ الکترونها در فلزات

هر اتم عنصر مس دارای یک الکترون ظرفیت سست پیوند است. وقتی اتمهای مس گردهم می‌آیند تا مس جامد را تشکیل دهند، این الکترونها به بخشی از "دریا" یا "گاز" الکترونهاً تقریباً آزاد تبدیل می‌شوند که می‌توانند به راحتی در فلز حرکت کنند. سایر فلزات رفتاری مشابه دارند. بنابراین، می‌توان در بسیاری موارد، ویژگیهای یک فلز را ویژگیهای گاز الکترونی دانست. در مدل گاز کامل یک گاز معمولی، مولکولها آزادانه حرکت می‌کنند و فقط وقتی نیروهایی بر آنها وارد می‌آید که از مولکولهای دیگر پراکنده شوند. در مدل گاز الکترونی، الکترون آزادانه حرکت می‌کند و فقط وقتی نیرو بر آن وارد می‌آید که از هسته‌های یونی پراکنده شود. (این، ماجرا اساس مدل کرونینگ - پنی را تشکیل می‌دهد که در بخش قبل بررسی شد.) حرکت الکترونها را دو عامل مقید می‌کند: توزیع انرژیها، که آن را تابع فرمی - دیراک تعیین می‌کند (برخلاف گاز معمولی، که تابع آمار ماکسول - بولتزمن است)، و بعضی مقادیر انرژی با توجه به نظریه نواری ممنوع‌اند. حرکت الکترونها در نوارهای مجاز، را فقط توزیع فرمی - دیراک محدود می‌کند. با این فرضها، می‌توان بسیاری از ویژگیهای فلزات را مانند رسانش الکتریکی، ظرفیت گرمایی، و رسانش گرمایی مطالعه کرد.

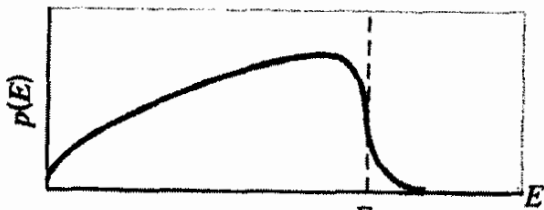
جزئیات اصلی توزیع انرژی فرمی - دیراک که می‌توان برای الکترونها در فلزات به کار برد، در شکل ۱۱-۳۱ جمع‌بندی شده است. توزیع  $p(E)$  الکترونها را حاصلضرب عامل چگالی حالتها، معادله ۱۰-۳۵، و عامل فرمی - دیراک، معادله ۱۰-۲۲، تعیین می‌کند. در  $T = 0$ ، همه حالتها



(ب)



(الف)



(ج)

شکل ۱۱-۳۱ (الف) عامل چگالی حالتها، معادله ۱۰-۲۲. (ب) تابع توزیع فرمی-دیراک، معادله ۱۰-۲۲. (ج) توزیع انرژی الکترون را حاصلضرب (الف) و (ب) تعیین می‌کند.

بالاتر از  $E_F$  خالی و همه حالت‌های پایینتر از  $E_F$  اشغال‌اند. در دماهای بیشتر از صفر،  $E_F$  نقطه‌ای را مشخص می‌کند که در آن عامل فرمی-دیراک برابر  $1/2$  است. اختلاف بین  $p(E)$  در  $T = 0$  و در دمای اتاق در شکل ۱۰-۲۳ نشان داده شده است؛ افزایش دما فقط بر تعداد کمی از الکترونها نزدیک  $E_F$  تأثیر می‌گذارد.

انرژی فرمی در  $T = 0$  را با استفاده از معادله ۱۰-۳۸ محاسبه کردیم، که در آن انتگرال روی  $p(E)$  همه انرژی‌ها برابر است با تعداد کل الکترونها ( $N$ ). به کمک همین حاصلضرب می‌توان  $E_F$  را در هر دما محاسبه کرد:

$$N = \int_0^{\infty} p(E) dE = \frac{4\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{E^{1/2} dE}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (11-19)$$

اصولاً، می‌توان، مانند آنچه برای به‌دست آوردن معادله ۱۰-۳۹ انجام گرفت، انتگرال را ارزیابی و  $E_F$  را محاسبه کرد. اما، ارزیابی انتگرال به صورت دقیق ممکن نیست. جواب را می‌توان به صورت تقریبی زیر نوشت:

$$E_F(T) \approx E_F(0) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{kT}{E_F(0)} \right)^2 \right] \quad (11-20)$$

که در آن  $E_F(T)$  انرژی فرمی در دمای  $T$  و  $E_F(0)$  انرژی فرمی در  $T = 0$  است. در دمای اتاق،  $kT = 0.025 \text{ eV}$  و برای اکثر فلزات، انرژی فرمی چند الکترون ولت است، به طوری که تغییر انرژی بین  $0 \text{ K}$  و دمای اتاق فقط در حدود ۱ قسمت در  $10^4$  است. بنابراین، می‌توانیم انرژی فرمی را در کاربردهایمان ثابت در نظر بگیریم، و آن را به سادگی با  $E_F$  نشان دهیم. جدول ۱۱-۴ انرژی فرمی بعضی فلزات را نشان می‌دهد.

جدول ۱۱-۴ انرژی فرمی بعضی فلزات

فلز	$E_F$ (eV)
Ag	۵٫۵۰
Au	۵٫۵۳
Ca	۴٫۷۲
Cs	۱٫۵۲
Cu	۷٫۰۳
Li	۴٫۷۰
Mg	۷٫۱۱
Na	۳٫۱۵

### رسانش الکتریکی

برقراری میدان الکتریکی  $E$  در دوسر فلز، جریانی الکتریکی در جهت میدان به وجود می آورد. جریان بارها برحسب چگالی جریان،  $j$ ، جریان به ازای سطح مقطع واحد، تعریف می شود. در فلزات معمولی، چگالی جریان با میدان اعمال شده متناسب است:

$$j = \sigma E \quad (۱۱-۲۱)$$

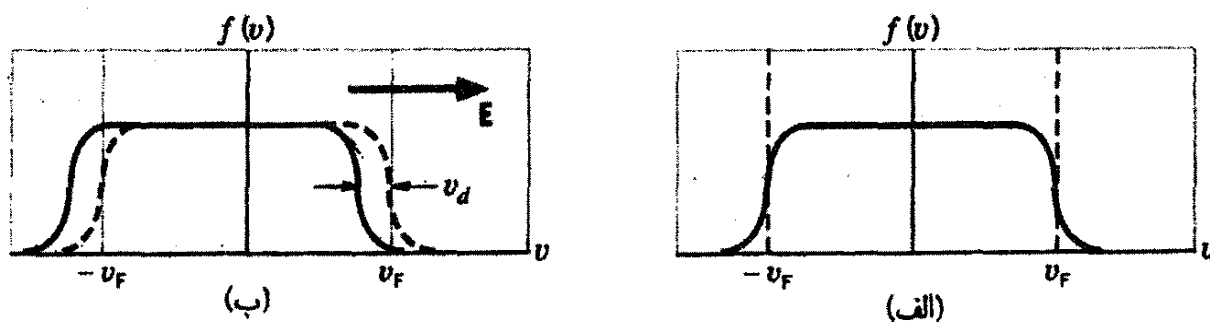
که در آن ثابت تناسب،  $\sigma$ ، رسانندگی الکتریکی ماده است. می خواهیم رسانندگی را برحسب ویژگیهای فلز بفهمیم.

بر الکترونهاى آزاد در گاز الکترونی نیروی  $F = -eE$  وارد می شود که به آنها شتاب  $-eE/m$  می دهد. مشاهده می کنیم که در رساناها جریان برحسب زمان ثابت است، پس باید مانع از افزایش سرعت ناشی از میدان الکتریکی شد، در این مورد این کار بر اثر برخورد با شبکه صورت می گیرد. در این مدل رسانش در فلزات، فرض می شود که الکترونها فقط در بازه های کوتاه از طریق میدان شتاب می گیرند و پس از آن بر اثر برخوردها کند می شوند. نتیجه نهایی آن است که الکترونها به طور میانگین به یک سرعت سوق پایای  $v_d$  می رسند که حاصل ضرب شتاب در زمان متوسط بین برخوردهاست:

$$v_d = \frac{-eE}{m} \tau \quad (۱۱-۲۲)$$

اندازه چگالی جریان را تعداد حاملهای بار و سرعت متوسط آنها تعیین می کند:

$$j = -nev_d \quad (۱۱-۲۳)$$



شکل ۱۱-۳۲ (الف) تابع توزیع سرعت فرمی - دیراک. (ب) با اعمال یک میدان الکتریکی و شتابگیری الکترونها در خلاف جهت میدان، توزیع جابه‌جا می‌شود.

که در آن  $n$  چگالی الکترونها موجود برای رسانش است. با قرار دادن مقدار مربوط به سرعت سوق، می‌رسیم به:

$$j = \frac{ne^2\tau}{m} E \quad (۱۱-۲۴)$$

در نتیجه رسانندگی عبارت است از:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (۱۱-۲۵)$$

اگر میانگین زمان بین برخوردها،  $\tau$ ، را بدانیم، می‌توانیم رسانندگی فلز را محاسبه کنیم. در شکل ۱۱-۳۲ الف توزیع فرمی را برای سرعت‌های الکترون در فلز مشاهده می‌کنید. مانند توزیع انرژی فرمی، این توزیع در  $v = 0$  تخت است و در نزدیکی سرعت فرمی  $v_F$  به صفر فرو می‌افتد، اما (برخلاف توزیع انرژی) دارای شاخه‌های مثبت و منفی است زیرا الکترونها می‌توانند در هر دو جهت حرکت کنند. وقتی میدان الکتریکی اعمال می‌شود، الکترونها به‌طور میانگین یک مؤلفه سرعت اضافی برابر با سرعت سوق  $v_d$  به دست می‌آورند، که باعث می‌شود کل توزیع سرعت به طرف چپ (در جهت خلاف میدان) جابه‌جا شود (شکل ۱۱-۳۲ ب). اگرچه کل توزیع جابه‌جا می‌شود، اثر نهایی اعمال میدان روی تعداد کمی الکترون در حوالی  $v_F$  متمرکز می‌شود. میدان الکتریکی باعث می‌شود برخی حالت‌های الکترونی در نزدیکی  $v_F$  در جهت  $E$  اشغال شوند. برای شناخت فرایند رسانش، کافی است توجه خود را به الکترونهايي معطوف کنیم که با سرعت نزدیک به  $v_F$  در حرکت‌اند. عامل ناشناخته در معادله ۱۱-۲۵ زمان بین برخوردهاست، که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$\tau = \frac{l}{v_d} \quad (۱۱-۲۶)$$

که در آن  $l$  مسافت آزاد میانگین الکترونها، یعنی میانگین فاصله‌ای است که الکترونها بین برخوردها می‌پیمایند.

## مثال ۱۱-۳

رسانندگی اندازه‌گیری شدهٔ مس در دمای اتاق  $5.88 \times 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ ، و انرژی فرمی مس  $7.03 \text{ eV}$  است. (الف) میانگین زمان بین برخوردهای الکترونیهای رسانش را به دست آورید. (ب) مسافت آزاد میانگین الکترونها را در مس بیابید.

حل: (الف) چگالی حاملهای بار در مس را می‌توان با استفاده از چگالی و جرم مولی آن

تعیین کرد:

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{(8.96 \text{ g/cm}^3)(6.02 \times 10^{23} \text{ atoms/mol})}{63.5 \text{ g/mol}}$$

$$= 8.49 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3$$

با حل معادلهٔ ۱۱-۲۵ به ازای  $\tau$ ، می‌رسیم به:

$$\tau = \frac{\sigma m}{ne^2} = \frac{(5.88 \times 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1})(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})}{(8.49 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2} = 2.46 \times 10^{-14} \text{ s}$$

(ب) سرعت فرمی عبارت است از:

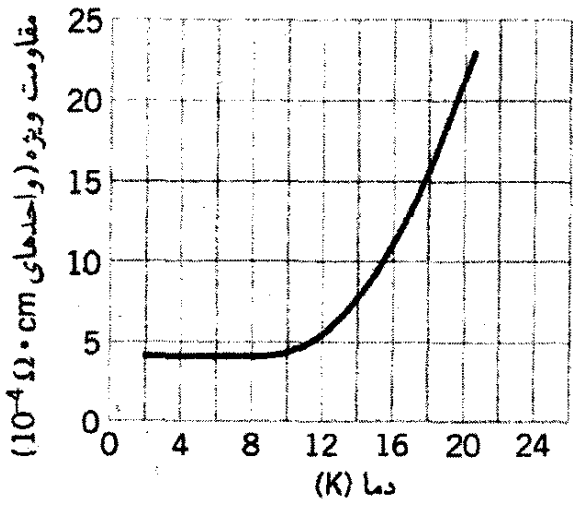
$$v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}} = \sqrt{\frac{2(7.03 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.57 \times 10^6 \text{ m/s}$$

در نتیجه، مسافت آزاد میانگین برابر است با:

$$\blacksquare \quad l = v_F \tau = (1.57 \times 10^6 \text{ m/s})(2.46 \times 10^{-14} \text{ s}) = 3.87 \times 10^{-8} \text{ m} = 38.7 \text{ nm}$$

شاید این مسافت آزاد میانگین بسیار بزرگ، در مقایسه با فاصلهٔ بین اتمهای مس در شبکه (۰.۲۶ nm)، تا اندازه‌ای شگفت‌انگیز به نظر برسد. به طور میانگین، الکترون قبل از برخورد از  $15^\circ$  اتم مس می‌گذرد. اما، به خاطر داشته باشید که انرژی فرمی در یک رسانا در حوالی وسط نوار رسانش قرار دارد (شکل ۱۱-۱۷)، و شبکه به هیچ‌وجه الکترونها را نزدیک به وسط یک نوار مجاز را پراکنده نمی‌کند (شکل ۱۱-۲۷). در یک شبکهٔ کاملاً دوره‌ای، رسانندگی بینهایت است — الکترونها اصلاً پراکنده نمی‌شوند!

در یک شبکهٔ فلزی واقعی، دو عامل در پراکندگی الکترونها، و در نتیجه رسانندگی مؤثرند: اتمها دارای حرکت گرمایی‌اند و در نتیجه دقیقاً جایگاههای یک شبکهٔ کاملاً منظم را اشغال نمی‌کنند، و ناکاملیهای شبکه و ناخالصیها به انحرافهایی از شبکهٔ ایده‌آل می‌انجامند. اثر اولی تابع دما و در دماهای زیاد غالب است؛ اثر دوم مستقل از دما و سیطرهٔ آن در دماهای کم است. شکل ۱۱-۳۳، مقاومت ویژه (عکس رسانندگی) فلز سدیم را بر حسب دما نشان می‌دهد.



شکل ۱۱-۳۳ رابطه مقاومت ویژه الکتریکی فلز سدیم با دما.

### ظرفیت گرمایی

وقتی گرمای اندک  $dQ$  به یک گاز منتقل می‌شود، انرژی داخلی آن به همان اندازه  $dE$  (با این فرض که هیچگونه کار خارجی انجام نشود) زیاد می‌شود، و بر همین قیاس دما به اندازه  $dT$  افزایش می‌یابد. بنابراین، ظرفیت گرمایی عبارت است از:  $C = dE/dT$ . برای تعیین ظرفیت گرمایی گاز الکترونی، باید چگونگی تغییر انرژی الکترون را بر حسب دما را بدانیم. انرژی متوسط یا میانگین الکترون در دمای  $T = 0$  با استفاده از معادله  $10-4$  به دست آمد. می‌توان به کمک محاسبه‌ای مشابه وابستگی  $E_m$  به دما را یافت:

$$E_m = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} E p(E) dE \quad (11-27)$$

با دنبال کردن روال معادله ۱۱-۱۹، می‌توان یک نتیجه تقریبی برای بستگی  $E_m$  به دما پیدا کرد:

$$E_m(T) = E_m(0) \left[ 1 + \frac{5\pi^2}{12} \left( \frac{kT}{E_F} \right)^2 \right] \quad (11-28)$$

که در آن، مطابق معادله ۱۰-۴۱،  $E_m(0) = 3/5 E_F$ . در اینجا نیز، نسبت  $kT/E_F$  در حدود  $10^{-2}$ ، و در نتیجه تغییر انرژی الکترون با افزایش دما اندک است. پس با مشتقگیری از معادله ۱۱-۲۸ سهم الکترونها در ظرفیت گرمایی مستقیماً به دست می‌آید:

$$C = \frac{dE}{dT} = N_A \frac{dE_m}{dT} = \frac{\pi^2}{2} R \frac{kT}{E_F} \quad (11-29)$$

در اینجا از انرژی کل،  $E$ ، یک مول الکترون ( $E = N_A E_m$ ) برای یافتن ظرفیت گرمایی مولی بهره گرفته‌ایم. این محاسبه با برآورد خام بخش  $10-7$  سازگار است: سهم الکترونها در ظرفیت گرمایی مولی از مرتبه  $10^{-2} R$  است، که در مقایسه با سهم  $3R$  شبکه در دمای اتاق ناچیز است.



## رسانندگی گرمایی

تعریف رسانندگی گرمایی یک گاز، با استفاده از نظریه جنبشی کلاسیک، به صورت زیر است:

$$K = \frac{1}{3} C v l \quad (30-11)$$

که در آن  $C$  ظرفیت گرمایی به ازای واحد حجم،  $v$  سرعت مولکولی، و  $l$  مسافت آزاد میانگین است. با تبدیل معادله ۱۱-۲۹ از ظرفیت گرمایی مولی به ظرفیت گرمایی به ازای واحد حجم (با قرار دادن  $nk$  به جای  $R = N_A k$ ، که  $n$  چگالی الکترونهاست)، می توان رسانندگی گرمایی گاز الکترونی را به صورت زیر نوشت

$$K = \frac{1}{3} \frac{\pi^2}{2} nk \frac{kT}{E_F} v l \quad (31-11)$$

انتظار داریم، در مقایسه با رسانندگی الکتریکی، فقط الکترونهاى نزدیک به انرژی فرمی در رسانندگی گرمایی سهمی باشند، به طوری که می توان نوشت  $v = v_F$ . با نوشتن  $E_F = 1/2 m v_F^2$  و استفاده از معادله ۱۱-۲۶ برای زمان بین برخوردها،  $\tau$ ، می رسیم به:

$$K = \frac{\pi^2}{3} \frac{nk^2 \tau T}{m} \quad (32-11)$$

توجه کنید که کمیت  $n\tau/m$  در هر دو رابطه مربوط به رسانندگی گرمایی و معادله ۱۱-۲۵ برای رسانندگی الکتریکی ظاهر می شود. این موضوع تعجب آور نیست، زیرا هم انتقال گرما و هم انتقال بار الکتریکی در ماده، تابع فعالیت های گاز الکترونی است. اگر نسبت این دو کمیت را بگیریم، تمام جزئیات مربوط به ویژگیهای ماده حذف می شود

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{\pi^2 k^2}{3e^2} T \quad (33-11)$$

با توجه به این نتیجه چشمگیر، نسبت رسانندگیهای گرمایی و الکتریکی فقط تابع دماست، و باید برای همه فلزات در دمای معین یکسان باشد، چون تمام ویژگیهای وابسته به یک فلز خاص ( $v$  و  $l$ ) از نسبت حذف می شوند. این نتیجه را قانون وایدمان - فرانتس می نامند؛ به ثابت  $\pi^2 k^2 / 3e^2$  عدد لورنتس می گویند و مقدار نظری آن  $2.44 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \Omega / \text{K}^2$  است. جدول ۱۱-۵ بعضی مقادیر تجربی عدد لورنتس را می دهد، که از نسبت  $K/\sigma$  برای فلزات گوناگون در دماهای مختلف به دست آمده، و در واقع، هم برای فلزات مختلف و هم در دماهای مختلف، تقریباً ثابت است. این سازگاری عالی یک باردیگر به استفاده از مدل گاز الکترونی همراه با توزیع فرمی - دیراک برای توضیح ویژگیهای فلزات اعتبار می بخشد.

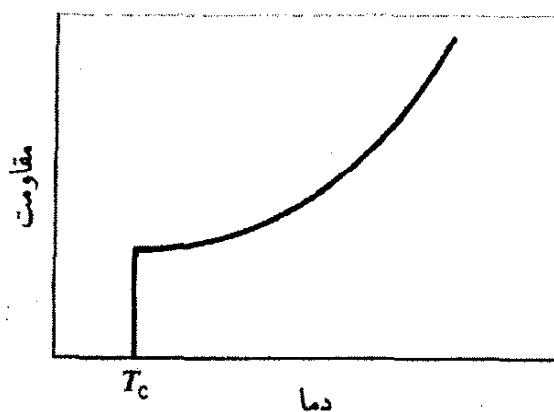
جدول ۵-۱۱ عدد لورتس برای فلزات [یکاهای  $10^{-8} W \cdot \Omega / H^2$ ]

فلز	$0^\circ C$	$100^\circ C$
Ag	۲,۳۱	۲,۳۷
Au	۲,۳۵	۲,۴۰
Cd	۲,۴۲	۲,۴۳
Cu	۲,۲۳	۲,۳۳
Pb	۲,۴۷	۲,۵۶
Sn	۲,۵۲	۲,۴۹
Zn	۲,۳۱	۲,۳۳

### ۷-۱۱ ابرسانایی

در دماهای پایین، مقاومت ویژه فلزات (عکس رسانندگی آنها) تقریباً ثابت است. با کم کردن دمای هر ماده، سهم شبکه در رسانندگی کم می‌شود در حالی که سهم ناخالصیها تقریباً ثابت می‌ماند، و با نزدیک شدن به  $T = 0 K$ ، رسانندگی باید به مقدار ثابتی نزدیک شود. بسیاری از فلزات، به نام فلزات عادی، مطابق شکل ۱۱-۳۳، چنین رفتاری دارند.

رفتار گروه دیگری از فلزات کاملاً متفاوت است. این فلزات با کاهش دما رفتار عادی دارند، اما در دمای بحرانی  $T_c$  (که تابع ویژگیهای فلز است)، مطابق شکل ۱۱-۳۴، مقاومت ویژه ناگهان به صفرافت می‌کند. این مواد را ابررسانا می‌نامند. مقاومت ویژه یک جسم ابررسانا صرفاً در دماهای زیر  $T_c$  خیلی کوچک نیست؛ بلکه به کلی از میان می‌رود! این مواد می‌توانند جریانهای الکتریکی را حتی در هنگام برقرار نبودن ولتاژ اعمال شده هدایت کنند، و رسانانهایی وجود دارند که هیچ‌گونه اتلاف  $i^2 R$  (گرمایش ژول) ندارند.



شکل ۱۱-۳۴ مقاومت ویژه یک ابررسانا.

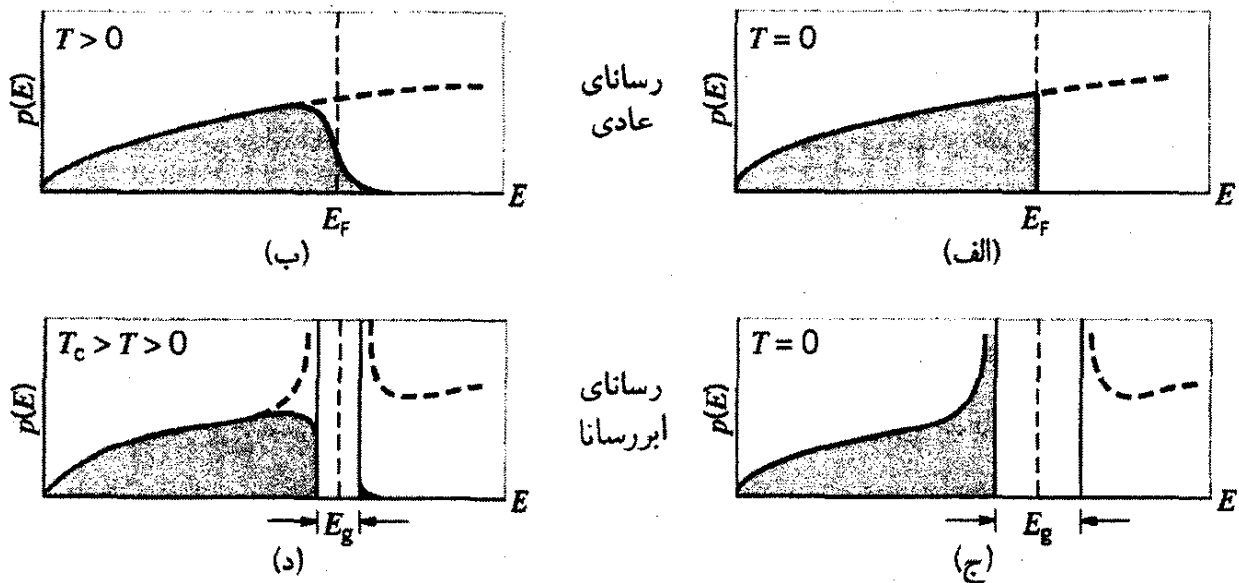
جدول ۱۱-۶ بعضی مواد ابررسانا

سال	گاف (meV)	$T_c$ (K)	ماده
۱۹۳۳	۰٫۲۴	۰٫۸۵	Zn
۱۹۳۷	۰٫۳۴	۱٫۱۸	Al
۱۹۱۳	۱٫۱۵	۳٫۷۲	Sn
۱۹۱۱	۱٫۶۵	۴٫۱۵	Hg
۱۹۱۳	۲٫۷۳	۷٫۱۹	Pb
۱۹۳۰	۳٫۰۵	۹٫۲۵	Nb
۱۹۵۴		۱۸٫۱	Nb <sub>۳</sub> Sn
۱۹۷۳		۲۳٫۲	Nb <sub>۳</sub> Ge
۱۹۸۶		۳۰	La <sub>x</sub> Ba <sub>۲-x</sub> CuO <sub>۴</sub>
۱۹۸۶		۴۰	La <sub>x</sub> Sr <sub>۲-x</sub> CuO <sub>۵</sub>
۱۹۸۷		۹۵	YBa <sub>۲</sub> Cu <sub>۳</sub> O <sub>۷</sub>
۱۹۸۸		۱۲۵	Tl <sub>۲</sub> Ba <sub>۲</sub> Ca <sub>۲</sub> Cu <sub>۳</sub> O <sub>۱۰</sub>

ابررسانایی در ۲۸ عنصر در فشار معمولی، در چند عنصر دیگر در فشار زیاد، و در صدها ترکیب و آلیاژ مشاهده شده است. از زمان کشف اولیه ابررسانایی در Hg در سال ۱۹۱۱، توجه اصلی در تحقیقات، جستجوی موادی با بالاترین دمای بحرانی ممکن بوده است، زیرا بسیاری از کاربردهای ممکن ابررسانایی در بزرگ مقیاس در حال حاضر به علت هزینه زیاد نگهداری مواد در کمتر از دمای بحرانی غیر عملی است. بعضی مواد ابررسانا، و دمای بحرانی آنها در جدول ۱-۶ داده شده‌اند. مشاهده می‌کنید که قبل از سال ۱۹۸۶، پیشرفت در بالا بردن دمای بحرانی بسیار کند بوده است، اما از ۱۹۸۶ افزایش چشمگیر و سریعی در  $T_c$  حاصل شده است.

بهترین رساناها (Cu، Ag، Au) آشکارا در فهرست ابررساناها جای نمی‌گیرند، که نشان می‌دهد ابررسانایی ناشی از این نیست که رساناها خوب بهتر می‌شوند، بلکه تغییر بنیادی دیگری در ماده باید دخیل باشد. در واقع، ابررسانایی ناشی از نوعی پارادوکس است: چنانچه برهم‌کنش الکترونها با شبکه نسبتاً ضعیف باشد، مواد معمولی می‌توانند به رسانای خوبی تبدیل شوند؛ اما ابررسانایی ناشی از یک برهم‌کنش قوی بین الکترونها و شبکه است.

الکترونی را در نظر بگیرید که در شبکه حرکت می‌کند. این الکترون ضمن حرکت یونهای مثبت را جذب و شبکه را مختل می‌کند، درست مانند قایقی که ضمن حرکت در آب ردی از خود بر جای



شکل ۱۱-۳۵ احتمال اشغال الکترونها در (الف) یک رسانای عادی در  $T = 0$ ؛ (ب) یک رسانای عادی در  $T > 0$ ؛ (ج) یک ابررسانا در  $T = 0$ ؛ و (د) یک ابررسانا در  $0 < T < T_c$ . در (ج) یک گاف انرژی به عرض  $E_g$  وجود دارد و حالتی که در داخل گاف جابه‌جا شده‌اند، در طرف آن انباشته می‌شوند. در دماهای بیشتر مانند مورد (د)، گاف باریکتر است، و حالتی خالی زیر گاف و حالتی پر بالای آن قرار دارند. با افزایش دما به  $T_c$ ، عرض گاف صفر می‌شود و احتمال اشغال ابررسانا در (د) به رسانای عادی در (ب) نزدیک می‌شود. عرض گاف، معمولی  $E_g \sim 10^{-2} \text{eV}$ ، در این شکل بزرگ شده است.

می‌گذارد. این آشفتگی به صورت ارتعاشهای شبکه منتشر می‌شود، و می‌تواند با الکترون دیگر برهم‌کنش کند. در واقع، دو الکترون با میانجیگری شبکه با هم برهم‌کنش می‌کنند؛ الکترونها به صورت زوجهای همبسته‌ای حرکت می‌کنند که بر اثر برهم‌کنش با شبکه، انرژی از دست نمی‌دهند. (این زوجها الزاماً با هم در شبکه حرکت نمی‌کنند؛ بلکه می‌توانند فاصله زیادی از هم داشته باشند.) در غیاب جریان خالص، اعضای زوج تکانه‌های مخالف دارند؛ وقتی جریان خالص برقرار شود، تکانه هر دو عنصر زوج در یک جهت اندکی افزایش می‌یابد، و این حرکت عامل برقراری جریان است.

بنابه نظریه موفق BCS درباره ابررسانایی<sup>۱</sup>، در زیر دمای بحرانی گاف انرژی کوچک  $E_g$  در احتمال اشغال الکترونها در یک ابررسانا وجود دارد (شکل ۱۱-۳۵). زیر این گاف، الکترونها زوجهایی، به نام زوجهای کوپر، تشکیل می‌دهند. وقتی یک زوج کوپر تشکیل شد، تشکیل زوجهای دیگر به لحاظ انرژی مطلوب است، بنابراین تغییر از حالت عادی در بالاتر از  $T_c$  به حالت ابررسانایی

۱. نظریه ابررسانایی را جان باردین، لئون ان کوپر، و جی رابرت شریف در سال ۱۹۵۷ ارائه دادند، و برای این کار جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۷۲ را دریافت کردند. باردین برای تحقیقاتش در زمینه توسعه ترانزیستور در جایزه نوبل سال ۱۹۵۶ شریک شد.

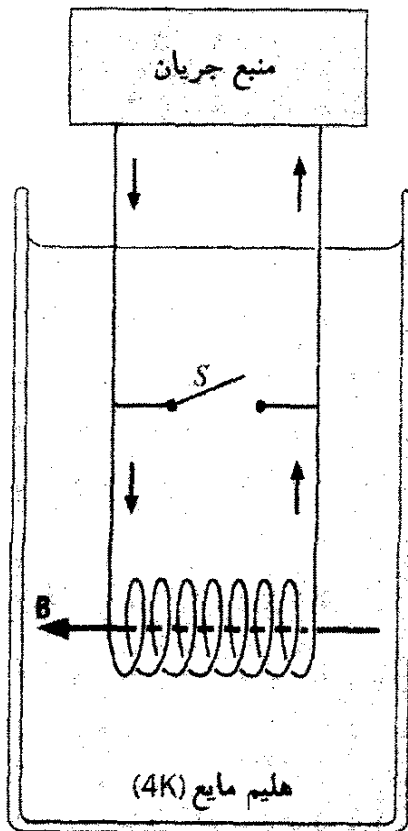
در کمتر از  $T_c$  کاملاً ناگهانی اتفاق می‌افتد. (الکترونهاى جفت‌شده را می‌توان بوزونهایى با اسپین صفر در نظر گرفت، که می‌توانند در یک حالت پایه مشترک "متراکم" شوند.)

وقتی یک ابررسانا تا زیر  $T_c$  سرد شود، گاف باز و تشکیل زوجهای کوپر آغاز می‌شود. با سرد کردن بیشتر ماده، گاف پهن می‌شود. مقادیر گاف انرژی که در جدول ۱۱-۵ درج شده‌اند، به حالت حدی  $T \rightarrow 0$  مربوط است. گافهای انرژی، که می‌توان آنها را انرژی بستگی یک زوج کوپر دانست، بسیار کوچک و از مرتبه  $10^{-3} \text{ eV}$  هستند. در  $T = 0$ ، همه حالتها زیر گاف اشغال و تمام الکترونها زوج شده هستند. در  $T_c < T < 0$  بعضی حالتهاى اشغال نشده در زیر گاف وجود دارد، و بعضی حالتها در بالای گاف را الکترونهاى عادى (زوج نشده) اشغال کرده‌اند.

گروه جدیدی از ابررساناها با مقادیر  $T_c$  بسیار زیاد کشف شده‌اند، که مقدمات کشف آنها از سال ۱۹۸۶ فراهم شده بود. در فاصله ۷۵ سال پس از کشف ابررسانایی، از سال ۱۹۱۱ تا ۱۹۸۶، بالاترین مقدار  $T_c$  از ۴ K به حدود ۲۳ K افزایش یافته بود. در سال ۱۹۸۶، چند ماده با  $T_c$  در گستره ۳۰ K - ۴۰ K کشف شد. در سال ۱۹۸۷ این مقدار به ۹۳ K افزایش یافت، و در سال ۱۹۸۸ به ۱۲۵ K رسید. عبور از مرز ۷۷ K مرحله مهمی به شمار می‌آید، زیرا به معنای آن است که برای سرد کردن می‌توان از نیتروژن مایع به جای هلیوم مایع، که بهای آن ده برابر نیتروژن است، استفاده کرد. افزایش سریع  $T_c$  این امیدواری را به وجود می‌آورد که بتوان موادی را ساخت که در دمای اتاق ابررسانا باشند. این مواد انتقال توان الکتریکی را در مسافتهای زیاد بدون اتلاف مقاومتی امکان‌پذیر می‌سازند.

ابررساناهای با  $T_c$  بالا، اکسید مس همراه با سایر عناصر هستند. این مواد به صورت سرامیکی، یعنی شکننده‌اند، و نمی‌توان آنها را به راحتی به صورت سیم حامل جریان درآورد. ساختار بلوریشان به کمک صفحه‌های مس و اکسیژن، بین صفحه‌های سایر عناصر مشخص می‌شود. متحمل به نظر می‌رسد که ابررسانایی در صفحه‌های اکسید مس به وقوع بپیوندد، اما هنوز معلوم نیست که نظریه BCS بتواند این ابررساناهای جدید را کاملاً توجیه کند.

مواد ابررسانا کاربرد فراوان دارند که از توانایی آنها در حمل جریانهای الکتریکی بدون اتلاف مقاومتی ناشی می‌شود. می‌توان الکترومغناطیسهایی حامل جریانهای زیاد ساخت و در نتیجه میدانهای مغناطیسی شدید (از مرتبه ۵ T تا ۱۰ T) تولید کرد. با بهره‌گیری از سیمهای ابررسانا، می‌توان برای جریانهای تا ۱۰۰ A از سیمهای ظریف به قطر ۱ mm استفاده کرد، و در نتیجه آهنرباهایی را با حجم کم، با استفاده از موادی کمتر از آنچه با مواد معمولی ممکن است، ساخت. در شکل ۱۱-۳۶ چنین وسیله‌ای را مشاهده می‌کنید. جریان را، با شروع از صفر، زیاد می‌کنیم تا میدان مغناطیسی **B** به مقدار مطلوب برسد. در این نقطه کلید **S** بسته می‌شود و جریان بازگشتی



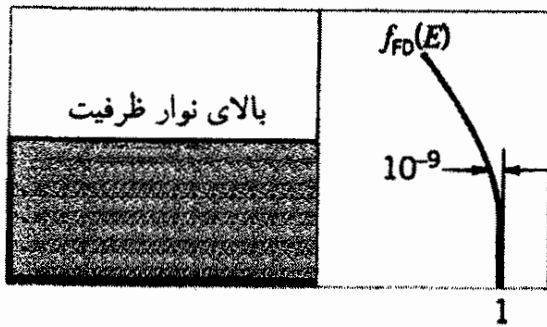
شکل ۱۱-۳۶ یک پیچۀ ابررسانای غوطه‌ور در هلیوم مایع، می‌تواند حامل جریان بدون اتلاف مقاومتی باشد.

که مسیر با کمترین مقاومت را دنبال می‌کند، به جای عبور از منبع تغذیه از کلید می‌گذرد. منبع تغذیه را می‌توان خاموش کرد، و اصولاً جریان برای همیشه از پیچ و کلید خواهد گذشت؛ در عمل، مشاهده‌های انجام شده در طی سالها هیچگونه کاهش جریان را نشان نداده است.

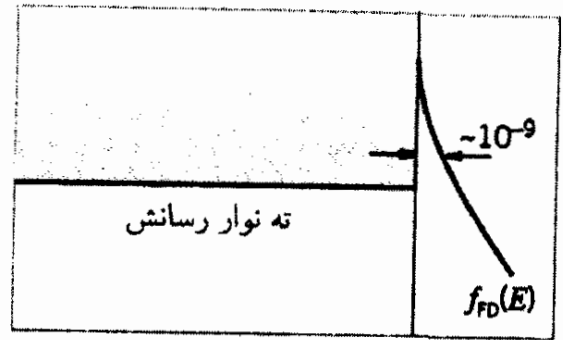
## ۱۱-۸ نیمرساناهای ذاتی و ناخالصی

نیمرسانا ماده‌ای با گاف انرژی حدود  $1\text{eV}$  بین نوار ظرفیت و نوار رسانش است. در  $T = 0$ ، همه حالتها در نوار ظرفیت پر و تمام حالتها در نوار رسانش تهی‌اند؛ به یاد آورید که توزیع فرمی - دیراک در  $T = 0$  یک تابع پله‌ای است و احتمال اشغال حالت‌های زیر  $E_F$  درست برابر یک و برای حالت‌های بالای  $E_F$  دقیقاً صفر است. اما با افزایش دما، بعضی حالت‌های بالای  $E_F$  اشغال، و بعضی حالت‌های زیر  $E_F$  خالی می‌شوند. در دمای اتاق، رابطه بین انرژی فرمی، نوارهای ظرفیت و رسانش، و توزیع انرژی الکترون را می‌توان، مانند شکل ۱۱-۲۱، در نظر گرفت.

هرچند مقدار تابع توزیع فرمی - دیراک در دمای اتاق در نوار رسانش تقریباً صفر است (در واقع، چندان به صفر نزدیک است که نمی‌توان آن را در مقیاس شکل ۱۱-۲۱ دید) اما دقیقاً صفر نیست؛ شکل ۱۱-۳۷ تصویر خیلی بزرگ‌شده‌ای از  $f_{FD}(E)$  را در نزدیکی پایینترین قسمت نوار رسانش نشان می‌دهد. مقدار  $E - E_F$  در جدول عبارت است از  $50\text{eV}$ ، مشروط بر اینکه



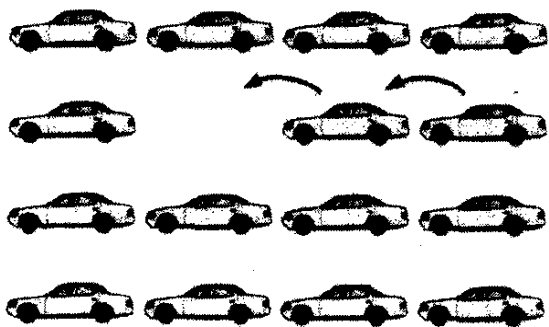
شکل ۱۱-۳۸ تابع توزیع فرمی - دیراک در حوالی بالای نوار ظرفیت که کسر کوچک حالت‌های خالی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۱-۳۷ دنباله تابع توزیع فرمی - دیراک در نزدیکی ته نوار رسانش. در مقیاس این نمودار "۱" در  $f_{FD}(E)$  در  $10^3$  کیلومتری سمت راست و  $E_F$  در حدود  $1\text{m}$  پایینتر از ته صفحه است.

$E_F$  در حوالی وسط گاف انرژی  $1\text{eV}$  باشد، و در نتیجه  $E - E_F \gg kT$ ، چون در دمای اتاق  $25\text{eV} \cdot 0.025 \sim kT$ . "۱" در مخرج توزیع فرمی - دیراک ناچیز است، و  $f_{FD}(E)$  مانند شکل ۱۱-۳۷، تقریباً نمایی است. با این فرض که انرژی فرمی در حوالی وسط گاف واقع باشد، احتمال اشغال در نزدیکی ته نوار رسانش از مرتبه  $10^{-9}$  است. بنابراین، از هر  $10^9$  اتم یک اتم در رسانندگی الکتریکی سهم می‌شود؛ این مورد را با یک فلز مقایسه کنید که در آن اصولاً هر اتم یک الکترون به رسانندگی می‌دهد. (از سوی دیگر، عایقی را در نظر بگیرید، که دارای ساختار نواری بسیار شبیه به نیمرساناست، جز اینکه گاف انرژی به جای  $1\text{eV}$  شاید  $5\text{eV}$  باشد. این اختلاف مختصر در اندازه گاف انرژی تأثیر زیادی بر احتمال اشغال نوار رسانش در دمای اتاق می‌گذارد:  $e^{-E_g/2kT} \cong 10^{-22}$ . بنابراین، در یک نمونه معمولی حاوی  $10^{23}$  اتم، تعداد الکترونهای رسانش می‌تواند در نیمرسانا  $10^{11}$ ، در رسانا  $10^{23}$  و در عایق هیچ باشد.)

در شکل ۱۱-۳۸ نواحی متناظر نزدیک بالای نوار ظرفیت را نشان می‌دهد. اگر چند حالت پر در نوار رسانش وجود داشته باشد، باید تعداد معدودی حالت خالی در نوار ظرفیت موجود باشد، و توزیع فرمی - دیراک درست اندکی کوچکتر از یک است؛ در واقع تقریباً برابر  $1 - e^{(E-E_F)/kT}$  است. این عدد، با توجه به بحث ما درباره الکترونهای نوار رسانش، در حدود  $1 - 10^{-9}$  است. (چون همه الکترونهای نوار رسانش ناشی از نوار ظرفیت‌اند، تعداد الکترونها در نوار رسانش درست برابر تعداد تهیجاها در نوار ظرفیت است. بنابراین، مقدار  $(E - E_F)$  برای نوار ظرفیت باید درست برابر مقدار  $-(E - E_F)$  برای نوار رسانش باشد، و در نتیجه انرژی فرمی باید در مرکزگاف باشد.) وقتی یک میدان الکتریکی در نیمرسانا برقرار شود، الکترونهای نوار رسانش می‌خواهند میدان را دنبال کنند و در نتیجه جریان الکتریکی به وجود می‌آورند. الکترونهای نوار ظرفیت نیز می‌خواهند به دنبال میدان بروند، اما برای این کار هر الکترون باید از یک نوار پر به نوار خالی برود که تهیجای اندکی



شکل ۱۱-۳۹ حرکت اتومبیلها به چپ که هر یک فضای خالی را پر می‌کند با حرکت فضای خالی به طرف راست هم‌ارز است.

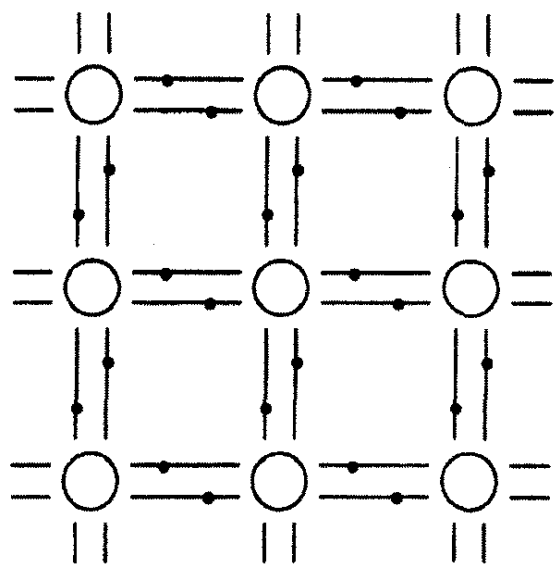
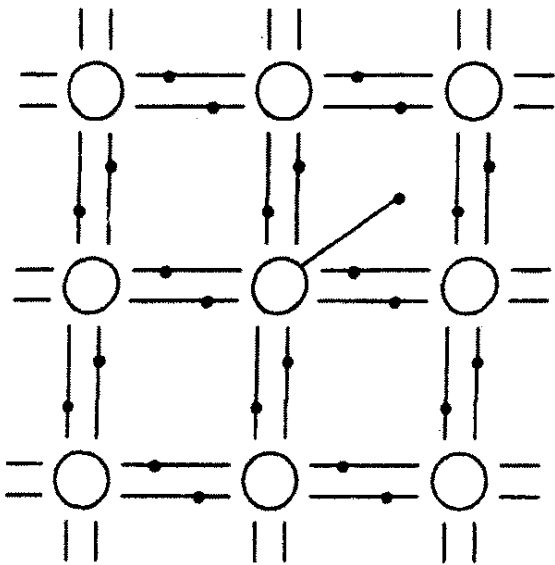
دارد. اگر حرکت الکترونها در نوار ظرفیت را وقتی از یک تهیجا به تهیجای بعدی می‌پرند دنبال کنیم، حرکت آشکار تهیجاها را در جهت مخالف می‌بینیم. (یک توقفگاه بزرگ اتومبیل را در نظر بگیرید که در آنها اتومبیلها سپر به سپر پارک شده‌اند و مطابق شکل ۱۱-۳۹ فقط یک جای خالی وجود دارد. همین که اولین اتومبیل را نگاه می‌کنیم که به محل خالی می‌رود، و سپس اتومبیل بعدی، والی آخر، یک حرکت آشکار تهیجا در جهت خلاف حرکت اتومبیلها به وجود می‌آید.) این تهیجاها را "حفره" می‌نامیم و بهتر است حرکت الکترونها در نوار ظرفیت را به صورت حرکت حفره‌ها در جهت مخالف در نظر بگیریم. بنابراین، جریان در نیمرسانا از دو بخش تشکیل شده است: الکترونها دارای بار منفی در نوار رسانش و حفره‌های با بار مثبت در نوار ظرفیت. هرچند که تعداد الکترونها در نوار رسانش برابر تعداد حفره‌ها در نوار رسانش است، سهم این دو در جریان عموماً مساوی نیست. چون حرکت الکترونها در نوار رسانش راحت‌تر از حرکت آنها در نوار ظرفیت است که باعث حرکت حفره‌ها می‌شود. نوعاً، سهم الکترونها در جریان دردمای اتاق در حدود دو تا چهار برابر سهم حفره‌هاست. تاکنون ماده‌ای را توصیف کردیم که نیمرسانای ذاتی است و با چند ویژگی مشخص می‌شود:

(۱) تعداد الکترونها در نوار رسانش برابر است با تعداد حفره‌ها در نوار ظرفیت؛ (۲) انرژی فرمی در وسط گاف قرار دارد؛ (۳) الکترونها بیشترین سهم را در راه‌انداختن جریان دارند، اما حفره‌ها نیز مهم‌اند؛ (۴) از هر  $10^1$  الکترون در حدود یک الکترون در رسانش سهم است.

چون فقط ۱ الکترون در  $10^1$  در رسانایی یک نیمرسانای ذاتی سهم است، حضور ناخالصیهایی که نمی‌توان آنها را از ماده در سطح فقط یک قسمت در  $10^1$  حذف کرد، می‌تواند رسانایی نیمرسانا را به صورتی بارز که به آسانی قابل کنترل نیست، تغییر دهد. اما، اگر ناخالصیهایی با ویژگیهای شناخته شده را به مقداری که به دقت کنترل شده است عملاً وارد نیمرسانا کنیم، سهم آنها در رسانش را می‌توان به دقت تعیین کرد. در سطوح ناخالصی فقط ۱ قسمت در  $10^6$  یا  $10^7$ ، سهم ناخالصی در رسانندگی بر سهم ذاتی آن غلبه می‌کند.

این مواد را نیمرساناهای ناخالصی، و فرایند وارد کردن ناخالصی را آلیش می‌گویند. نیمرساناهای ناخالصی می‌توانند به دو صورت وجود داشته باشند. نیمرساناهایی که در آنها ناخالصی الکترونها





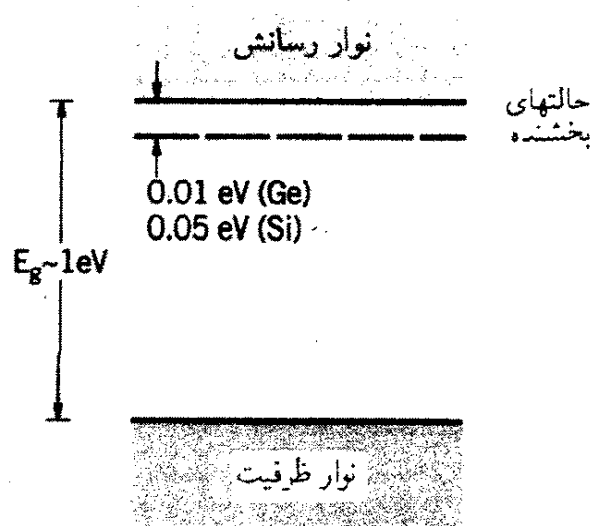
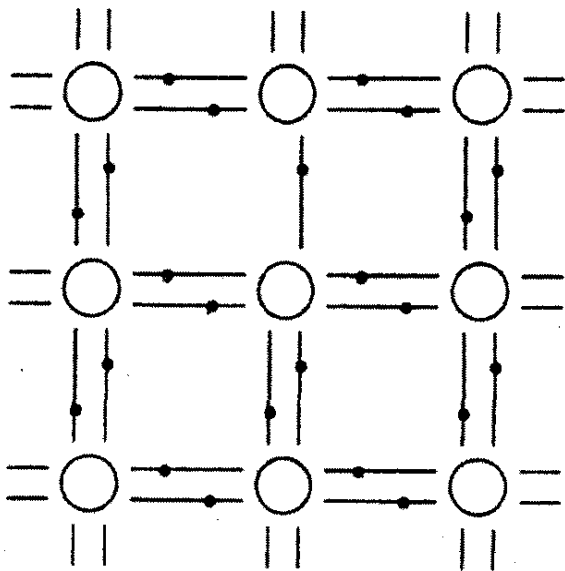
شکل ۱۱-۴۱ وقتی یک اتم ۵ ظرفیتی جایگزین یک اتم Ge یا Si شود، یک الکترون اضافی وجود دارد که در پیوندهای کووالانسی شرکت نمی‌کند.

شکل ۱۱-۴۰ پیوند کووالانسی در Ge یا Si. هر اتم چهار الکترون در پیوندهای کووالانسی به مشارکت می‌گذارد.

اضافی به نوار رسانش می‌دهد، و آنهایی که در آن ناخالصی حفره‌های اضافی در نوار ظرفیت به وجود می‌آورد.

حال ماده‌ای مانند سیلیسیم یا ژرمانیم را در نظر می‌گیریم که در آنها چهار الکترون ظرفیت در اوربیتالهای هیبریدی وجود دارد. از دیدگاه نظریه نوری شبکه طوری ساخته شده است که هر اتم Ge یا Si چهار همسایه دارد که می‌تواند با آنها در یک الکترون شریک شود، و بنابراین همه الکترونها در پیوند کووالانسی شرکت می‌کنند (شکل ۱۱-۴۰). اکنون فرض کنید که به جای اتمهای Si یا Ge اتمی با پنج الکترون ظرفیت را، مانند فسفر، آرسنیک یا آنتیموان قرار دهیم. چهار الکترون از پنج الکترون با اتمهای Si یا Ge مجاور پیوندهای کووالانسی تشکیل می‌دهند، اما الکترون پنجم با اتم ناخالصی پیوند نسبتاً ضعیفی برقرار می‌کند و می‌تواند به راحتی از آن جدا و در رسانندگی سهم شود (شکل ۱۱-۴۱).

در یک نمودار تراز انرژی، انرژی این الکترونهای با پیوند سست مانند شکل ۱۱-۴۲، به صورت ترازهای گسسته در گاف انرژی، درست در زیر نوار رسانش، ظاهر می‌شود. انرژی لازم برای اینکه این الکترونها وارد نوار رسانش شوند نسبتاً کم، در حدود  $1\text{eV}$  در Ge و  $0.5\text{eV}$  در Si، است و در نتیجه در دمای اتاق ( $kT \sim 0.25\text{eV}$ ) برانگیختگی به راحتی صورت می‌گیرد. این ترازهای انرژی را حالت‌های بخشنده و ناخالصی را بخشنده می‌نامند، زیرا الکترونیایی به نوار رسانش "بخشیده" می‌شوند. نیمرسانایی که با ناخالصیهای نوع بخشنده آلوده شده‌اند را نیمرسانای نوع n می‌نامند، زیرا رسانندگی بیشتر به واسطه وجود الکترونهای منفی است.

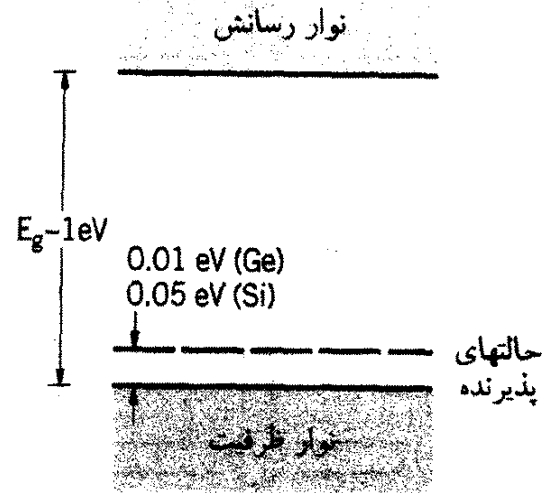
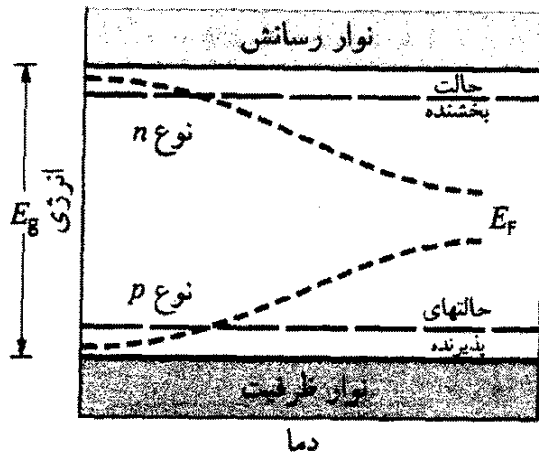


شکل ۱۱-۴۲ ترازهای انرژی اتمهای بخشنده.

شکل ۱۱-۴۳ اگر یک اتم ۳ ظرفیتی جایگزین یک اتم Ge یا Si شود، یک پیوند کووالانسی کم داریم.

یک اتم ۳ ظرفیتی، مانند بور، آلومینیم، گالیم، یا ایندیم را نیز می‌توان به عنوان یک ناخالصی به کار برد. وقتی چنین اتمی جایگزین یک اتم Si یا Ge در شبکه شود، هر سه الکترون آن با اتمهای Si یا Ge مجاور پیوند کووالانسی تشکیل می‌دهند. اما چون اتم ناخالصی را چهار اتم در شبکه محاصره کرده‌اند، یکی از اتمهای Si یا Ge مجاور آن یک الکترون نامقید دارد (شکل ۱۱-۴۳). چون تکمیل چهار زوج پیوند کووالانسی از لحاظ انرژی بسیار مطلوب است، یک الکترون به آسانی به دام می‌افتد تا تقارن شبکه را کامل کند. این عمل یک حفره در نوار ظرفیت به وجود می‌آورد و در نتیجه در رسانندگی سهم می‌شود. نمودار تراز انرژی را در شکل ۱۱-۴۴ مشاهده می‌کنید. این اتمهای ناخالصی ترازهای گسسته‌ای را درست بالای نوار ظرفیت به وجود می‌آورند که به حالت‌های پذیرنده معروف‌اند. در دمای اتاق، الکترونها بلافاصله از نوار ظرفیت به حالت‌های پذیرنده برانگیخته می‌شوند. ماده‌ای را که با ناخالصیهای پذیرنده آلییده شده است، نیمرسانای نوع  $p$  می‌نامند، زیرا رسانندگی بیشتر به واسطه حفره‌های دارای بار مثبت است. (به خاطر داشته باشید که مواد نوع  $n$  و نوع  $p$  هر دو از لحاظ الکتریکی خنثی هستند چون از اتمهای خنثی ساخته شده‌اند. نام‌گذاری  $n$  و  $p$  مربوط به حاملان بار است و نه خود ماده. اگر، مثلاً، بعضی الکترونها را از ماده نوع  $n$  جدا کنیم، ماده دارای بار مثبت می‌شود.)

در  $T = 0^\circ$  تراز فرمی در نیمرساناهای نوع  $n$  بین حالت‌های پذیرنده و نوار رسانش قرار دارد (به یاد آورید که همه حالت‌های زیر  $E_F$  پر و همه حالت‌های بالای  $E_F$  خالی‌اند؛ در  $T = 0^\circ$  همه حالت‌های بخشنده اشغال‌اند). در نیمرساناهای نوع  $p$ ، تراز فرمی در  $T = 0^\circ$  بین نوار ظرفیت و



شکل ۱۱-۴۵ در نیمرساناها تراز فرمی با دما تغییر می‌کند.

شکل ۱۱-۴۴ ترازهای انرژی اتمهای پذیرنده.

حالت‌های پذیرنده قرار دارد. با افزایش دما، برانگیختگی گرمایی الکترونها از نوار ظرفیت به نوار رسانش (مانند یک نیمرسانای ذاتی) باعث می‌شود که، مطابق شکل ۱۱-۴۵، تراز فرمی به طرف مرکز گاف انرژی حرکت کند. در سطوح آلیش کم و در دماهای به اندازه کافی زیاد، ماده می‌تواند رفتاری چون نیمرسانای ذاتی داشته باشد.

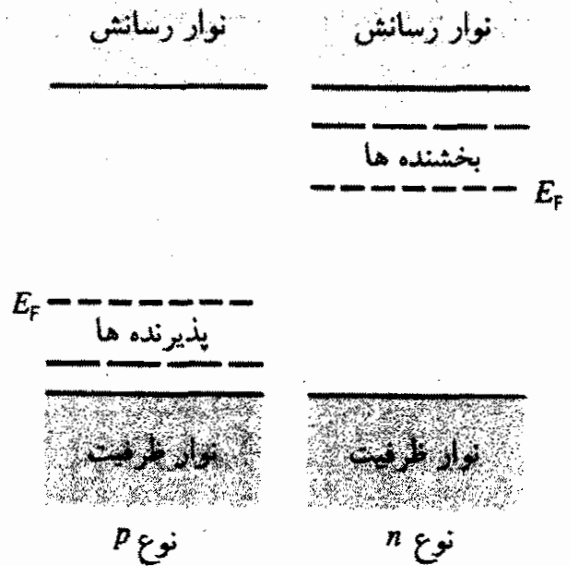
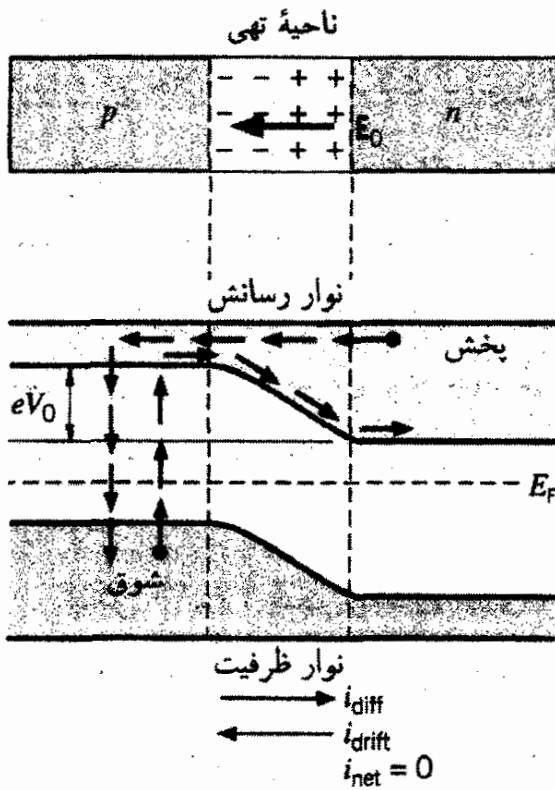
## ۱۱-۹ قطعات نیمرسانا

### پیوندگاه $p-n$

وقتی یک نیمرسانای نوع  $p$  در تماس با یک نیمرسانای نوع  $n$  قرار گیرد (شکل ۱۱-۴۶) الکترونها از ماده نوع  $n$  به ماده نوع  $p$  روانه می‌شوند تا تعادل به وجود آید. این تعادل وقتی برقرار می‌شود که ترازهای فرمی در دو ماده یکسان شوند الکترونها نمی‌توانند از ناحیه پیوند چندان دور شوند، زیرا نیمرسانا آنها را چندان خوب هدایت نمی‌کند.

نمودار تراز حاصل را در شکل ۱۱-۴۷ مشاهده می‌کنید. ناحیه بین دو ماده را ناحیه تهی می‌نامند، زیرا تا اندازه‌ای از حاملان بار تهی شده است. الکترونها حالت‌های پخشنده ماده نوع  $n$  حفره‌های حالت‌های پذیرنده ماده نوع  $p$  را پر می‌کند. در این ناحیه حالت‌های پخشنده الکترونها را در اختیار نوار رسانش و حالت‌های پذیرنده حفره‌هایی را در اختیار نوار ظرفیت نمی‌گذارند.

در واقع، این قطعات با تماس دو ماده مختلف ساخته نمی‌شوند، بلکه یک طرف ماده را چنان می‌آیند که نوع  $n$  شود و طرف دیگر را طوری می‌آیند که به صورت نوع  $p$  درآید. آلیش به دقت کنترل می‌شود، و تهی‌لایه‌ها نوعاً ضخامتی در حدود  $1\mu\text{m}$  دارند.



شکل ۱۱-۴۷ یک پیوندگاه  $p-n$  میدان الکتریکی در ناحیه تهی مانع از جریان اضافی الکترونها می شود. الکترونها انرژی در دنباله توزیع فرمی در جریان پخشی سهم می شوند، در حالی که برانگیختگی گرمایی به تولید جریان سوقی مساوی و با علامت مخالف می انجامد.

شکل ۱۱-۴۶ نیم رساناهای نوع  $n$  و نوع  $p$  قبل از تماس با یکدیگر.

الکترونها اضافی که وارد ماده نوع  $p$  شده اند به ناحیه تهی یک بار منفی می دهند، که تمایل به راندن الکترونها اضافی از ناحیه  $n$  دارد. متناظر با آن، بار مثبت در ناحیه  $n$  وجود دارد. این بارها مربوط به یونهای ثابت در این ناحیه هاست؛ اتمهای پذیرنده در ناحیه  $p$  یک الکترون می گیرند و جایگاههای ثابت بار مثبت می شوند.

در حالت تعادل، بار منفی اضافی برای توقف کامل جریان انباشته می شود، و یک میدان الکتریکی خالص  $E$  در ناحیه تهی به وجود می آید که نیرویی (در جهت مخالف) به الکترونها وارد می کند و مانع از جریان بیشتر بار می شود. به همین ترتیب، اختلاف پتانسیل  $V$  بین ناحیه های نوع  $n$  و نوع  $p$  برقرار است؛ برای اینکه الکترونها از ناحیه  $n$  به ناحیه  $p$  بروند، باید از سد پتانسیلی به ارتفاع  $eV$  بالا بگذرند.

در دنباله توزیع فرمی الکترونها در نوار رسانش ناحیه  $n$ ، تعداد کمی الکترون با انرژی کافی برای عبور از سد انرژی و ورود به ناحیه  $p$  وجود دارد، الکترونها در این ناحیه با حفره ها باز ترکیب می شوند (یعنی از نوار رسانش ناحیه  $p$  به نوار ظرفیت "فرو می افتند"). این عمل سهم پخشی

یا بازترکیب جریان را تشکیل می‌دهد، که جهت آن از ناحیه  $p$  به ناحیه  $n$  است (جهت جریان همواره در خلاف جهت حرکت الکترون است).

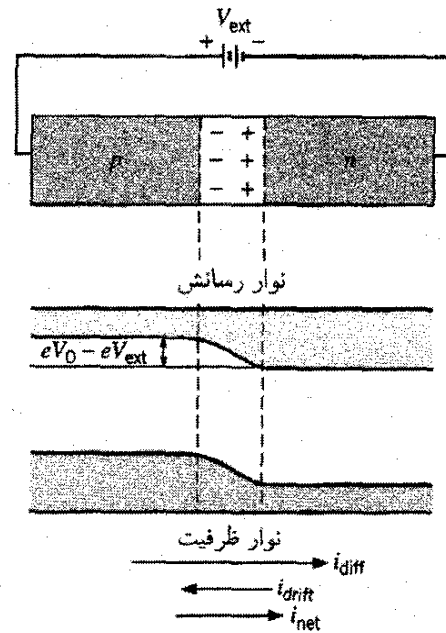
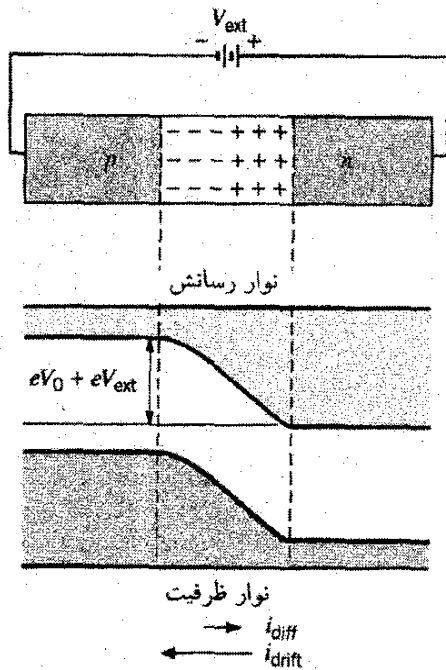
هرچند در رسانش ناحیه  $p$ ، سهم حفره‌ها غالب است، اما الکترونهايي نیز وجود دارند که سهمشان در جریان کمتر است. الکترونها به صورت گرمایی از نوار ظرفیت ناحیه  $p$  به نوار رسانش برانگیخته می‌شوند، و در آنجا به وسیله میدان الکتریکی به سوی ناحیه  $n$  شتاب می‌گیرند. این عمل سهم سوق یا گرمایی جریان را به وجود می‌آورد، که در خلاف جهت جریان پخش است. در حالت تعادل، سهم این دو عامل در جریان یکدیگر را خنثی می‌کنند، به طوری که جریان خالص صفر می‌شود.

شکل ۱۱-۴۷ فقط ترازهای انرژی و جریانهای مربوط به الکترونها را نشان می‌دهد. حفره‌ها نیز در جریانهای پخش و سوقی سهمین‌اند، که البته یکدیگر را خنثی می‌کنند.

اکنون یک ولتاژ خارجی خارجی  $V$  در دوسر پیوندگاه برقرار می‌کنیم، به طوری که ماده نوع  $p$  مثبت‌تر از ماده  $n$  شود؛ یعنی، سر مثبت باتری را به طرف  $p$  پیوندگاه و سر منفی باتری را به طرف  $n$  آن متصل کنیم (شکل ۱۱-۴۸). اثر باتری کم کردن ارتفاع تپه انرژی به اندازه خارجی  $eV$  است. (محور عمودی انرژی الکترون را نشان می‌دهد، و یک اختلاف پتانسیل خارجی  $V$  به الکترون انرژی خارجی  $-eV$  می‌دهد.) این وضعیت را ولتاژ موافق یا بایاس مستقیم می‌نامند. بایاس مستقیم باعث باریک‌تر شدن ناحیه تهی می‌شود، زیرا باتری الکترونها را از ناحیه  $p$  بیرون می‌کشد و آنها را مجدداً به ناحیه  $n$  تزریق می‌کند. چون تپه انرژی کوتاه‌تر است، الکترونهايي بیشتری می‌توانند از ناحیه  $n$  به ناحیه  $p$  پخش شوند، به طوری که جریان پخشی افزایش چشمگیری می‌یابد. (یعنی، در ناحیه  $n$  الکترونهايي بیشتری در دنباله توزیع فرمی با انرژیهای بالاتر از ته نوار رسانش ناحیه  $p$  وجود دارند.) اما، حضور باتری یا ارتفاع تپه تأثیری در جریان سوقی ندارد. اکنون یک جریان خالص در جهت مستقیم در پیوندگاه وجود دارد.

حالا اتصالاتی باتری را معکوس می‌کنیم (شکل ۱۱-۴۹)، که به این وضعیت ولتاژ معکوس یا بایاس معکوس می‌گویند. این کار ارتفاع تپه را به اندازه خارجی  $eV$  زیاد می‌کند، و ناحیه تهی را عریض می‌کند (زیرا باتری الکترونهايي بیشتری را از ناحیه  $n$  می‌کشد و آنها را به ناحیه  $p$  تزریق می‌کند)، و جریان پخشی را می‌کاهد، جریان سوقی بازهم تغییر نمی‌کند، به طوری که اکنون جریان خالص نسبتاً کمی در جهت مخالف برقرار است.

در شکل ۱۱-۵۰ دنباله بالایی توزیع فرمی - دیراک الکترونها را می‌بینید که به نوار رسانش ناحیه نوع  $n$  گسترش یافته است. فقط الکترونهايي بخشی از دنباله که بالاتر از انرژی  $E$  ته نوار رسانش ناحیه نوع  $p$  است، می‌توانند به ناحیه نوع  $p$  برگردند و این الکترونها هستند که جریان



شکل ۱۱-۴۹ یک پیوندگاه  $p-n$  با بایاس معکوس. تپه پتانسیل بزرگتر، جریان پخششی کوچکتر، و جریان مخالف مختصری وجود دارد.

شکل ۱۱-۴۸ یک پیوندگاه  $p-n$  با بایاس مستقیم. تپه پتانسیل کوچکتر، جریان پخششی بزرگتر، و جریان موافق خالصی وجود دارد.

باز ترکیب را تولید می‌کنند. تعداد الکترونهاى دنباله با انرژی بیشتر از  $E_0$  تقریباً عبارت است از:

$$N_1 = n e^{-(E_0 - E_F)/kT} \quad (۳۳-۱۱)$$

که در آن  $n$  ضریب تناسب است، و تابع فرمی - دیراک را با نادیده گرفتن یک در مخرج تقریباً یک تابع نمایی در نظر گرفته‌ایم. (چون  $E_0 - E_F \gtrsim 1 \text{ eV}$  و  $kT \cong 0.025 \text{ eV}$ ، این یک تقریب عالی است.) جریان باز ترکیب متناسب با  $N_1$  است، و چون جریانهای گرمایی و باز ترکیب برابرند، جریان گرمایی نیز با  $N_1$  متناسب است. اعمال خارجی  $V$ ، سطح  $E_0$  را به خارجی  $E_0 - eV$  تغییر می‌دهد، و تعداد الکترونهاى با انرژی بیشتر از خارجی  $E_0 - eV$  در دنباله عبارت است از:

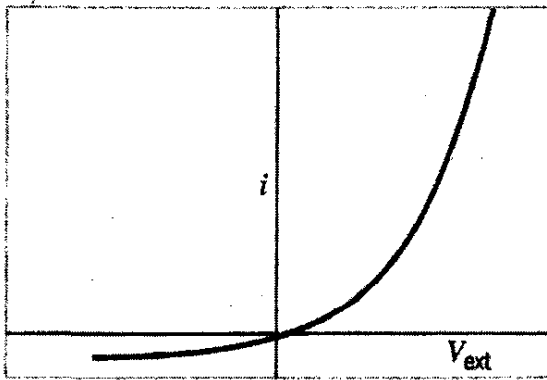
$$N_2 = n e^{-(E_0 - eV_{\text{خارجی}} - E_F)/kT} \quad (۳۴-۱۱)$$

جریان باز ترکیب اکنون با  $N_2$  متناسب است؛ اعمال بایاس جریان گرمایی را تغییر نمی‌دهد، به طوری که هنوز با  $N_1$  متناسب است. جریان خالص از تفاضل زیر به دست می‌آید:

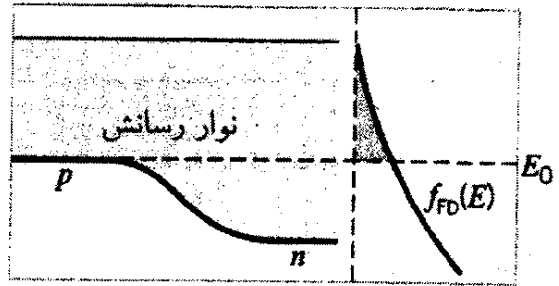
$$i \propto N_2 - N_1 = n e^{-(E_0 - E_F)/kT} (e^{eV_{\text{خارجی}}/kT} - 1) \quad (۳۵-۱۱)$$

می‌توان این رابطه را به صورت زیر نوشت:

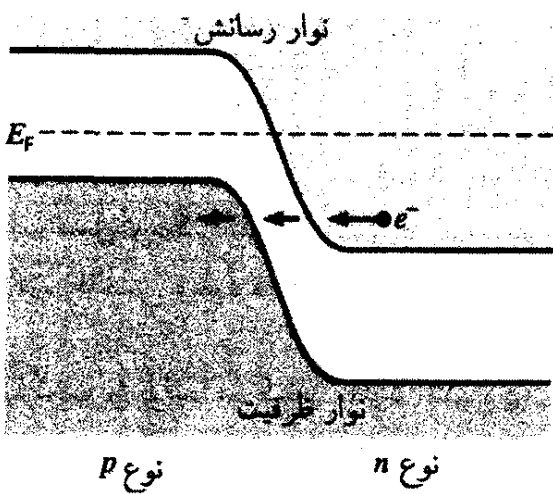
$$i = i_0 (e^{eV_{\text{خارجی}}/kT} - 1) \quad (۳۶-۱۱)$$



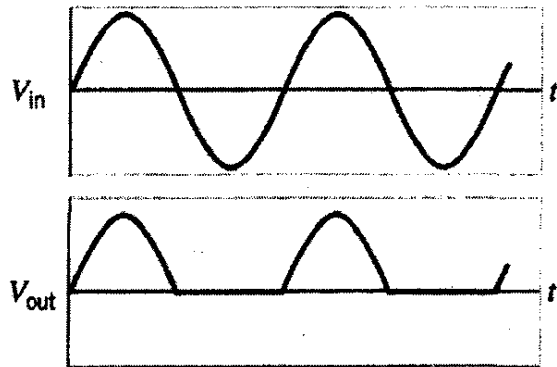
شکل ۱۱-۵۱ مشخصه جریان - ولتاژ یک پیوندگاه  $p-n$  ایده آل.



شکل ۱۱-۵۰ جریان باز ترکیب تابع چگالی الکترونها در دنباله  $f_{FD}(E)$  در بالاتر از انرژی  $E_0$  ته نوار رسانش در ماده نوع  $p$  است.



شکل ۱۱-۵۳ یک پیوندگاه  $p-n$  با آلیش شدید. الکترونها می توانند در گاف باریک تونل بزنند.

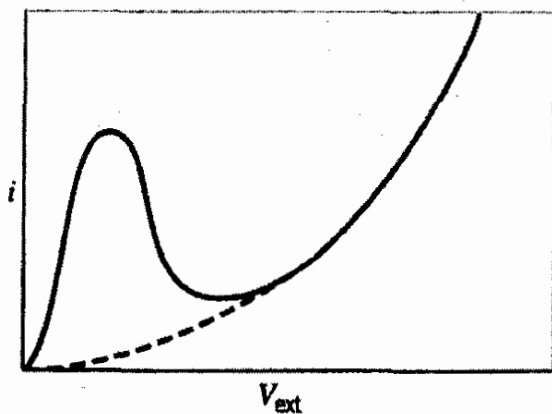


شکل ۱۱-۵۲ پیوندگاه  $p-n$  می تواند ولتاژ ac را یکسوسازد.

منحنی نمایش تغییرات این تابع در شکل ۱۱-۵۱ ترسیم شده است، و فوراً معلوم می شود که چرا این پیوندگاه  $p-n$ ، که به دیود معروف است ویژگی یکسوسازی جریانهای متغیر را دارد. اگر ولتاژ اعمال شده در پیوندگاه بایاس مستقیم برقرار کند، جریان مستقیم شدیدی از آن می گذرد. (وقتی  $V_{\text{خارجی}} = 17$ ، آنگاه  $i \cong 2 \times 10^{17} i$ ). وقتی ولتاژ اعمال شده در پیوندگاه بایاس معکوس به وجود آورد، فقط جریان بسیار کوچکی از آن می گذرد. (وقتی  $V_{\text{خارجی}} = -17$ ،  $i \cong -i$ ). حتی ولتاژهای مستقیم بسیار کوچک می توانند جریانهای موافق بزرگ تولید کنند. این قابلیت یکسوسازی ولتاژ متناوب در شکل ۱۱-۵۲ نشان داده شده است.

### دیود تونل

وقتی نواحی  $p$  و  $n$  به شدت آلییده باشند، لایه تهی بسیار باریکتر، شاید  $10 \text{ nm}$ ، خواهد شد و نمودار انرژی ممکن است مانند شکل ۱۱-۵۳ به نظر برسد. وقتی یک بایاس مستقیم مختصری



شکل ۱۱-۵۴ منحنی مشخصه جریان - ولتاژ یک دیود تونل. منحنی خط چین مشخصات دیود پیوندی  $p-n$  را نشان می‌دهد.

اعمال شود، عامل سومی در جریان دخیل می‌شود. یک الکترون از نوار رسانش در ناحیه  $n$  می‌تواند با "تونل زنی" در ناحیه ممنوع مستقیماً به ناحیه  $p$  نوار رسانش برود. این فرایند البته به سرشت موجی الکترون بستگی دارد و نمونه‌ای از نفوذ در سد است که قبلاً در بخش ۵-۷، در مورد آن بحث کردیم. لایه تهی باریک این فرایند را ممکن می‌کند. طول موج الکترون در نزدیکی سطح فرمی در حدود  $1\text{nm}$  است، و اگر ضخامت لایه تهی چند مرتبه بزرگی بزرگتر از این مقدار باشد، تونل زنی بعید است.

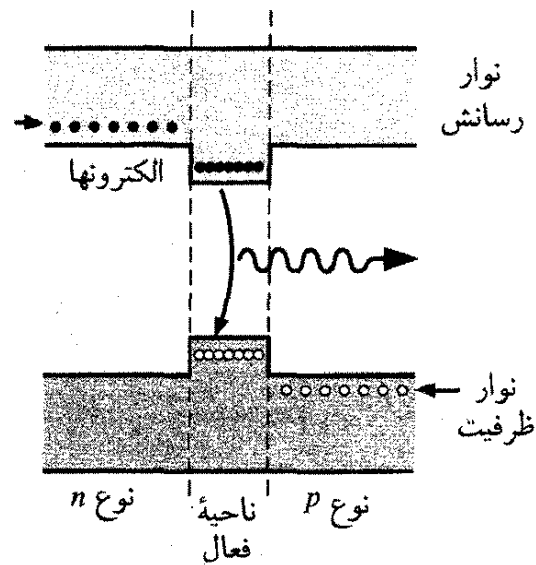
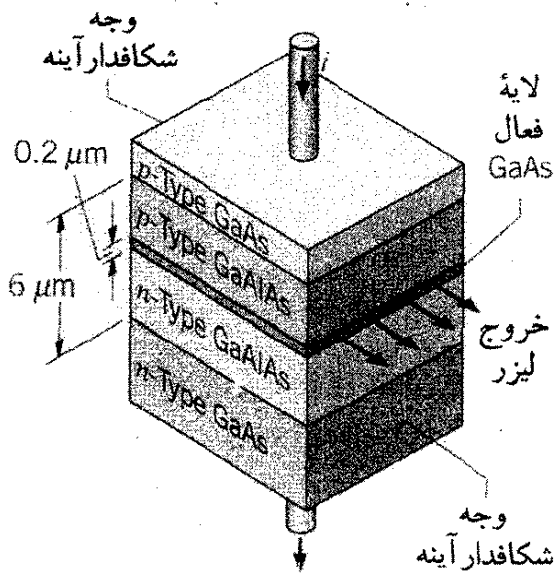
با افزایش ولتاژ مستقیم، تپه پتانسیل کوتاهتر می‌شود، و پس از مدت کوتاهی الکترون دیگر نمی‌تواند مستقیماً در ناحیه ممنوع "تونل بزند". به ازای ولتاژ چند دهم ولتی، جریان "تونل زنی" صفر می‌شود. در این نقطه رفتار دیود تونل مثل یک دیود معمولی است. در شکل ۱۱-۵۴ رابطه مشخصه جریان - ولتاژ را برای یک دیود تونل مشاهده می‌کنید.

دیودهای تونل به عنوان اجزای سریع در مدارهای الکترونیکی به کار می‌روند چون مشخصات قطعه را می‌توان با سرعتی برابر با سرعت تغییر ولتاژ بایاس تغییر داد. از آنها به عنوان سوئیچ نیز می‌توان استفاده کرد. اگر بخواهیم جریانی از یک دیود تونل طوری عبور کند که در قله منحنی باشد، تغییر مختصری در جریان سبب می‌شود که ولتاژ ناگهان به مقدار بسیار بزرگتری برسد.

### فوتودیودها

فوتودیود یک پیوندگاه  $p-n$  است که عملکرد آن مستلزم گسیل یا جذب نور است. کار این قطعات بر اصولی همانند اتمهای معمولی استوار است. هر الکترون در نوار ظرفیت می‌تواند یک فوتون را جذب کند و به نوار رسانش برود. چون فوتونهای نور مرئی دارای انرژیهای در حدود  $2\text{eV}$  تا  $3\text{eV}$  هستند، نیمرسانایی با گاف حدود  $1\text{eV}$  برای چنین گذاری مناسب است. برعکس، الکترون برانگیخته نوار رسانش می‌تواند به نوار ظرفیت برگردد، و در این فرایند یک فوتون گسیل کند.





شکل ۱۱-۵۶ یک دیود لیزری. کنش لیزری در لایه نازک GaAs صورت می‌گیرد.

شکل ۱۱-۵۵ نوارهای انرژی در یک لیزر دیودی. ناحیه فعال گاف کوچکتری از نواحی نوع II و نوع I در طرفین آن دارد.

یکی از قطعات متداول که نور مرئی گسیل می‌کند LED، یا دیود نور-گسیل، است. جریان خارجی، انرژی لازم جهت برانگیختن الکترونها را به نوار رسانش تأمین می‌کند، و وقتی الکترونها به حالت اولیه برمی‌گردند تا با حفره‌ها ترکیب شوند، یک فوتون گسیل می‌شود. البته انرژی برابر است با اختلاف انرژی حالت‌های الکترونی. یکی از مواد مرسوم برای این قطعات، که برای چراغهای راهنما، صفحه نمایش ماشینهای حساب، و مانند آنها به کار می‌رود، گالیم ارسناید فسفات، GaAsP، است که فوتونهایی را در ناحیه سرخ طیف گسیل می‌کند.

در شکل ۱۱-۵۵، کاربرد دیگر گسیل نور از یک نیمرسانا را مشاهده می‌کنید، که در این مورد یک لیزر دیودی یا لیزر نیمرساناست. یک لایه نازک ماده نیمرسانا بین نواحی نوع II و نوع I که دارای گاف انرژی اندکی بزرگترند، ساندویچ شده است. الکترونها از یک مدار خارجی به داخل ماده نوع II تزریق می‌شوند، و از آنجا به یک لایه میانی پراکنده می‌شوند. یک سد پتانسیل از پراکنده الکترونها به لایه نوع II جلوگیری می‌کند، به طوری که در لایه میانی گرد می‌آیند. این عمل یک وارونی جمعیت، مشابه آنچه که در بحث لیزرها در بحث ۸-۸ مطرح شد، به وجود می‌آورد، یک الکترون به نوار ظرفیت فرو می‌افتد و یک فوتون گسیل می‌کند؛ آنگاه این فوتون گذارهای دیگری را القا می‌کند که به بهمینی از فوتونها می‌انجامد که باعث عمل لیزری می‌شوند.

ساختمان فیزیکی یک نمونه لیزر دیودی در شکل ۱۱-۵۶ نشان داده شده است. ماده لیزری یک لایه باریک ( $2 \mu\text{m}$ ) GaAs است، و ضخامت لایه‌های نوع II و نوع I از جنس GaAlAs چند میکرومتر است. دوسر ماده شکاف داده شده است تا سطوحی آینه مانند را به وجود آورد که بخشی از موج نوری را بازتاباند و گسیل برانگیخته در ناحیه فعال را تقویت کند. این قطعه در

طول موج  $840\text{ nm}$ ، در ناحیه فرسرخ نزدیک امواجی را گسیل می‌کند. دیود لیزری در این طول موج معمولاً در مخابرات برای فرستادن سیگنالها در تارهای نوری به‌کار می‌رود. با تغییر مواد لیزری، می‌توان تابش مرئی به‌دست آورد.

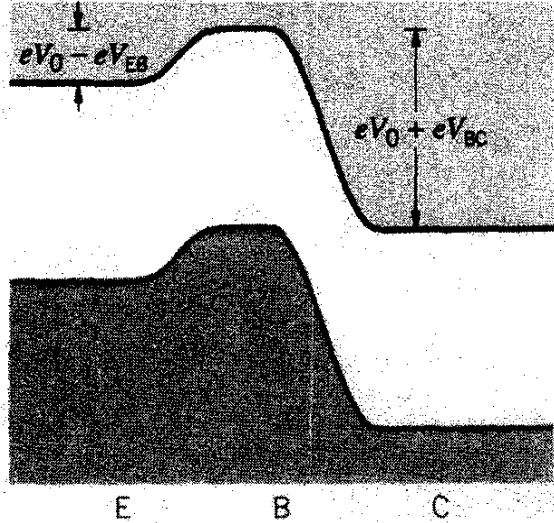
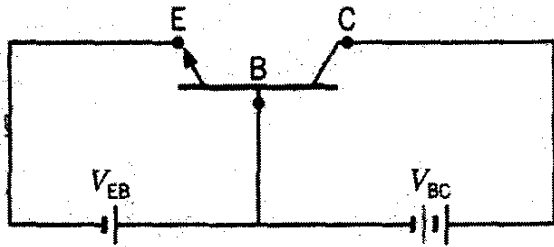
اندازه دیودهای لیزر کوچک است (عکس رنگی ۹)، و توان اندکی مصرف می‌کنند (نوعاً  $10\text{ mW}$ )، در مقایسه با لیزر استاندارد HeNe که ممکن است چند وات مصرف کند). در نتیجه، توان دیودهای لیزری را می‌توان با باتری تأمین کرد. کارایی در حدود  $20\%$  امکان‌پذیر است (یعنی  $20\%$  توان الکتریکی دریافتی به‌صورت تابش در باریکه ظاهر می‌شود)؛ با  $10\%$  در لیزر HeNe مقایسه کنید. سیگنالهای نوری را می‌توان در زمانهای سوئیچ‌کردن که مشخصه نیمرساناهاست ( $100\text{ ps} <$ ) خاموش و روشن کرد، و در نتیجه وسیله‌ای در اختیار داریم که می‌تواند به سرعت باریکه را مدوله کند.

حالت عکس آن وقتی پیش می‌آید که باریکه‌ای از فوتونهای با انرژی کافی بر ناحیه تهی یک پیوندگاه  $p-n$  فرود آید. بر اثر این کار، جذب فوتونها الکترونیایی را تولید می‌کند که برای رفتن به نوار رسانش انرژی کافی دارند، و در این فرایند یک حفره در نوار رسانش تولید می‌شود. میدان الکتریکی بزرگ در ناحیه تهی (این وسیله‌ها معمولاً با بایاس معکوس کار می‌کنند) فوراً حفره را به طرف  $p$  و الکترون را به طرف  $n$  می‌راند. وقتی الکترون در مدار خارجی حرکت می‌کند تا با یک حفره در ماده نوع  $p$  ترکیب شود، جریانی برقرار می‌شود. قطعاتی از این نوع دو کاربرد متداول دارند: در سلولهای خورشیدی سیلیسیم، هدف تولید جریان الکتریکی از نور خورشید است، به طوری که جریان در مدار خارجی برای تأمین توان یک وسیله الکتریکی به‌کار می‌رود. در انواع مختلف وسایل آشکارسازی فوتون، هدف آشکارسازی و اندازه‌گیری شدت باریکه‌ای از فوتونهاست که بر ماده فرود می‌آیند. این ابزارها به‌عنوان نورسنج در دوربینهای عکاسی، همین طور برای آشکارسازی فوتونهای پُرانرژی چون پرتوهای  $x$  و پرتوهای گاما به‌کار می‌روند.

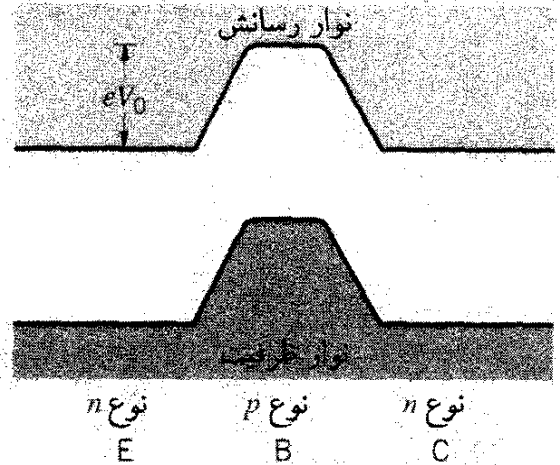
### ترانزیستورهای پیوندی

ترانزیستور متشکل از یک ناحیه نازک نیمرسانا از یک نوع است که بین دو ناحیه کلفت از نوع دیگر ساندویچ شده است. برحسب نوع نیمرسانای به‌کار رفته، این ترانزیستورها را  $npn$  یا  $pnp$  می‌نامند. به‌طور کلی این دو نوع، جز معکوس کردن همه بایاسها، باهم تفاوتی ندارند.

ترانزیستور  $npn$  بدون بایاس در شکل ۱۱-۵۷ نشان داده شده است. مانند پیوندگاه  $p-n$ ، الکترونها و حفره‌ها از محل اتصال می‌گذرند تا تعادل برقرار شود. ناحیه مرکزی را پایه  $B$  می‌نامند، و دو ناحیه دیگر به گسیلنده  $E$  و جمع‌کننده  $C$  خوانده می‌شوند. گاهی بهتر است ترانزیستور را



شکل ۱۱-۵۸ ترتیب بایاس متداول برای ترانزیستور *npn*



شکل ۱۱-۵۷ یک ترانزیستور پیوندی *npn*

به صورت دو پیوندگاه  $p-n$  پشت به پشت در نظر بگیریم، اگرچه نازک بودن پایه پیامدهایی مهم دارد. در کاربردهای معمولی، مطابق شکل ۱۱-۵۸، پیوندگاه  $EB$  دارای بایاس مستقیم و پیوندگاه  $BC$  دارای بایاس معکوس است. مانند پیوندگاه  $p-n$ ، جریان الکترونها از  $E$  به  $B$  بر اثر بایاس مستقیم تقویت می شود. وقتی الکترونها وارد پایه شدند، در ناحیه نازک پخش می شوند و ولتاژ دوسر پیوندگاه  $BC$  آنها را به طرف جمع کننده شتاب می دهد. همه الکترونهای گسیلنده جمع کننده را ترک نمی کنند، کسر کوچکی از آنها ممکن است از طریق پایه وارد مدار خارجی شوند.

کاربرد ترانزیستورها بسیار و زیاد و متنوع است که برشمردن آنها به فضای زیادی نیاز دارد. مابه اختصار دو کاربرد آن را که با توجه به شکل ۱۱-۵۸ می توان آنها را فهمید، ذکر می کنیم. عبور پیوسته جریان از  $C$  به  $E$  را می توان در صورتی که  $EB$  بایاس مستقیم نداشته باشد، قطع کرد. در این صورت ترانزیستور را می شود به عنوان کلید به کار برد که در آن اعمال ولتاژ  $dc$  به پایه می تواند جریان را قطع و وصل کند. این کلیدزنی قطع و وصل، کاربردهای بسیاری در مدارهای منطقی به خصوص در کامپیوترهای رقمی دارد. در کاربرد دوم، از جریان مختصری که پایه را ترک می کند بهره می گیرند. فرض کنید ترانزیستور طوری کار می کند که مقدار ثابت ۵ درصد جریان از پایه خارج می شود در حالی که ۹۵ درصد دیگر از گسیلنده می گذرد. اگر  $10\text{mA}$  از  $C$  بگیریم،  $0.5\text{mA}$  از  $B$  خارج می شود، در حالی که  $9.5\text{mA}$  به  $E$  می رود. اکنون بگذارید وسیله ای را به  $B$  وصل کنیم تا  $1\text{mA}$  دیگر از پایه بکشد؛ یعنی، جریان پایه به  $6\text{mA}$  افزایش یابد. برای نگه داشتن جریان

پایه در مقدار ثابت ۵ درصد جریان جمع‌کننده، جریان جمع‌کننده باید به ۱۲mA افزایش یابد، و در نتیجه ۱۱۴mA باید از گسیلنده خارج شود. بنابراین، تغییر ۱mA در جریان پایه باعث تغییر ۱۹mA در جریان گسیلنده می‌شود، و ترانزیستور مانند یک تقویت‌کننده با بهره‌ی جریان ۱۹ عمل می‌کند.

ترانزیستور تقریباً در تمام ابعاد زندگی روزمره ما به گونه‌ای تأثیر دارد. کامپیوترهای رقمی با سرعت زیاد را ترانزیستور و مدارهای مجتمع امکان‌پذیر ساخته‌اند، مجموعه‌ای از ترانزیستورها که اندازه آنها به قدری کوچک است که هزاران ترانزیستور فضایی را اشغال می‌کنند که قبلاً فقط یک ترانزیستور اشغال می‌کرد (شکل رنگی ۱۰). از ماشین‌حسابهای جیبی گرفته تا ماکروفرها، اتومبیلها، و هواپیماها، مدار مجتمع به یکی از اجزای اساسی و ضروری جامعه ما تبدیل شده است. این فقط یک نمونه از پیامدهای غیرمنتظره تحقیقات بنیادی است — همه این کاربردهای عملی، پیامد آزمایشگاهی است که هدف آنها مطالعه ویژگیهای جامدات بوده است.

### پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

کتابهای مفصلتر و جامعتر فیزیک حالت جامد عبارت‌اند از:

R. H. Bube, *Electrons in Solids: An Introductory Survey*, 3rd ed. (San Diego, Academic Press, 1992).

A. J. Dekker, *Solid State Physics* (Englwood Cliffs, Prentice-Hall, 1957).

A. Hart-Davis, *Solids: An Introduction* (London, McGraw-Hill, 1975).

کیتل، چارلز، آشنایی با فیزیک حالت جامد، ترجمه اعظم پورقازی، مهدی صفا، جمشید عمیقان، ج ۲، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۳، ۷۲۸ ص.

T. L. Martin and W. F. Leonard, *Electrons and Crystals* (Belmont CA, Wads Worth, 1970).

M. N. Rudden and J. Wilson, *Elements of Solid State Physics*, 2nd ed. (Chichester, Wiley, 1993).

R. T. Sanderson, *Chemical Bonds and Bond Energy* (New York, Academic Press, 1976).

ابرسیاتهای دما- بالا در

R. J. Cava, "Superconductors beyond 1-2-3," *Scientific American*, **263**, 42 (August 1990).

تمام شماره سپتامبر ۱۹۷۷ ساینتیفیک امریکن به مدارهای مجتمع اختصاص دارد و شامل مقاله‌هایی درباره ساخت و کاربرد آنهاست.

ویژگیهای کپهای جامدات در مراجع بسیاری فهرست‌بندی شده است، از جمله

*Handbook of Chemistry and Physics* (Chemical Rubber Publishing Co.)  
and the *American Institute of Physics Handbook* (New York, McGraw-Hill, 1963.)

### پرسشها

۱. فاصله‌های تعادل و انرژیهای بستگی جامدات یونی (جدول ۱۱-۱) را با مولکولهای یونی متناظر با آنها (جدول ۹-۵) مقایسه کنید. هرگونه تفاوت سیستماتیک را به حساب آورید.
۲. معادله ۱۱-۷ چگونه باید اصلاح شود تا برای  $MgO$  و  $BaO$  صادق باشد؟
۳. با فرض اینکه ویژگیهای دیگر کربن نیز با دما تغییر نکند، در چه دمایی انتظار دارید رفتار کربن مانند یک نیمرسانا باشد؟
۴. آیا انتظار دارید که قانون وایدمان - فرانتس برای نیمرساناها به کار رود؟ برای عایقها چطور؟
۵. (الف) چرا رسانندگی الکتریکی یک فلز با افزایش دما کم می‌شود؟ (ب) انتظار دارید رسانندگی یک نیمرسانا با دما چگونه تغییر کند؟
۶. چرا فقط الکترونهاى نزدیک  $E_F$  در رسانندگی الکتریکی شرکت می‌کنند؟
۷. آیا انتظار دارید سیلیسیم در دماهای به اندازه کافی کم عایق باشد؟ آیا رفتار آن در دماهای به اندازه کافی زیاد مانند یک رساناست؟
۸. چه چیزی سرعت سوق یک الکترون در فلز را تعیین می‌کند؟ چه چیزی سرعت فرمی را معین می‌کند؟
۹. آیا عناصر ابررسانا ساختار یا آرایش الکترونی مشترکی دارند؟
۱۰. سه ماده مختلف دارای نوارهای ظرفیت پر و نوارهای رسانش خالی هستند، و نوار فرمی در وسط گاف قرار دارد. انرژیهای گاف عبارت‌اند از  $1.0\text{ eV}$ ،  $1\text{ eV}$  و  $1\text{ eV}$  °ر. خواص الکتریکی این مواد را در دمای اتاق و در  $3\text{ K}$  طبقه‌بندی کنید.
۱۱. از چه لحاظ پیوندگاه  $p-n$  مانند خازن عمل می‌کند؟
۱۲. نیمرساناها را گاهی مواد "نااهمی" می‌گویند. چرا؟
۱۳. اگر یک نیمرسانا در سطح یک اتم ناخالصی به‌ازای  $10^9$  اتم میزبان آلائیده شده باشد، فاصله میانگین بین اتمهای ناخالصی چقدر است؟

۱۴. فرایندهای دخیل در جریان یک پیوندگاه  $p-n$  با بایاس مستقیم را شرح دهید.
۱۵. چه عاملی زمان پاسخ یک پیوندگاه  $p-n$  را در هنگام تغییر ولتاژ خارجی محدود می‌کند؟ چرا دیود تونل این محدودیتها را ندارد؟
۱۶. گاف انرژی  $E_g$  برای Ge برابر  $0.72\text{eV}$  و برای Si برابر  $1.1\text{eV}$  است. در چه طول‌موجهایی Ge و Si نسبت به تابش شفاف‌اند؟ در چه طول‌موجهایی مقدار جذب آنها چشمگیر خواهد بود؟
۱۷. چرا نیم‌رسانا به‌عنوان سلول خورشیدی یا آشکارساز فوتون از رسانا بهتر است؟ آیا عایق از آن هم بهتر است؟

### مسائل

۱. بسته‌بندی کره‌های سخت را، مطابق شکل ۱-۱۱، در نظر بگیرید. گوشه‌های مکعب بنیادی عبارت‌اند از مرکزهای هشت کره. (الف) چه کسری از حجم هر کره در داخل حجم مکعب بنیادی است؟ (ب) شعاع هر کره را  $r$  و طول ضلع مکعب را  $a$  بگیرید. (ب)  $a$  را برحسب  $r$  بیان کنید. (ج) چه کسری از حجم مکعب را بخشهایی از کره‌ها اشغال کرده‌اند؟ این کسر را کسر بسته‌بندی می‌گویند.
۲. کسرهای بسته‌بندی (مسئله ۱) ساختارهای fcc و bcc (شکلهای ۱-۱۱ و ۱-۱۲) را محاسبه کنید. چه ساختاری فضا را با کارایی بیشتر اشغال می‌کند؟
۳. معادله‌های ۱-۱۱ و ۱-۱۲ را به‌دست آورید.
۴. با جمع‌کردن سهم انرژیهای پتانسیل جاذبه و دافعه کولنی، نشان دهید که مقدار ثابت مادلونگ برای "شبه‌شبکه" تناوبی یک بعدی یونهای مثبت و منفی عبارت است از  $2 \ln 2$ .
۵. سه عاملی که بیشترین سهم را در انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی یک یون در شبکه CsCl دارند محاسبه کنید.
۶. با استفاده از مقادیر انرژی همدوسی جامدات یونی از جدول ۱-۱۱، و سایر مقادیر از فهرست مراجع، ببینید چگونه نقطه‌جوش جامدات یونی برحسب انرژی همدوسی تغییر می‌کند. نقطه‌های جوش را می‌توان در *Handbook of Chemistry and Physics* یافت.
۷. (الف) انرژی بستگی به‌ازای یک جفت یون در CsCl را از انرژی همدوسی به‌دست آورید. (ب) انرژی بستگی به‌ازای هر اتم را برای CsCl به‌دست آورید. انرژی یونش Cs برابر است با  $3.89\text{eV}$ .
۸. مسئله ۷ را برای LiF تکرار کنید. انرژی یونش Li برابر  $5.39\text{eV}$ ، و الکترون خواهی F برابر با  $3.45\text{eV}$  است.

۹. انرژی کولنی و انرژی دافعه NaCl را برای فاصله تعادل آن به دست آورید.
۱۰. طول موجی را که در آن CsI به کمک انرژی ارتعاشی یونها انرژی جذب می‌کند محاسبه کنید.
۱۱. میدان الکتریکی یک دوقطبی با  $1/r^3$  متناسب است. با فرض اینکه گشتاور دوقطبی القایی مولکول B با میدان دوقطبی الکتریکی مولکول A متناسب باشد، نشان دهید که نیروی وان دروالس با  $r^{-7}$  متناسب است. (راهنمایی: انرژی پتانسیل دوقطبی B را محاسبه کنید).
۱۲. چگالی سدیم  $971 \text{ g/cm}^3$  و جرم مولی آن  $23 \text{ g}$  است. در ساختار bcc، فاصله بین اتمهای سدیم چقدر است؟
۱۳. چگالی مس  $896 \text{ g/cm}^3$  و جرم مولی آن  $63.5 \text{ g}$  است. فاصله مرکز تا مرکز اتمهای مس را در ساختار fcc محاسبه کنید.
۱۴. انرژی بستگی به‌ازای هر اتم را برای Na و Cu فلزی محاسبه کنید.
۱۵. (الف) برای مس در دمای اتاق، به‌ازای چه انرژی الکترون مقدار توزیع فرمی - دیراک برابر  $kT$  است؟ (ب) مقدار  $E - E_F$  در مقایسه با  $kT$  چقدر است؟
۱۶. طول موج دوبروی یک الکترون با انرژی  $E_F$  را در مس محاسبه و آن را با فاصله اتمی در مس مقایسه کنید.
۱۷. احتمال اینکه حالت‌های بین  $1 \text{ eV}$  و  $11 \text{ eV}$  بالاتر از انرژی فرمی در سدیم در دمای اتاق ( $293 \text{ K}$ ) اشغال شده باشند، به‌ازای واحد حجم چقدر است؟
۱۸. با استفاده از انرژی فرمی برای Mg، تعداد الکترونها آزاد به‌ازای هر اتم را بیابید. جرم مولی Mg برابر  $24.3 \text{ g}$  و چگالی آن  $1.74 \text{ g/cm}^3$  است.
۱۹. درجه دمایی انرژی فرمی برای Au به  $1\%$  کاهش می‌یابد؟ این دما را با نقطه ذوب Au ( $1337 \text{ K}$ ) مقایسه کنید.
۲۰. انرژی فرمی را برای روی که دو الکترون ظرفیت در هر اتم دارد، محاسبه کنید. جرم مولی روی  $91.22 \text{ g}$  و چگالی آن  $6.85 \text{ g/cm}^3$  است.
۲۱. مقدار انتظاری عدد لورنتس را محاسبه کنید.
۲۲. با استفاده از نسبت وایدمان - فرانتس رسانندگی گرمایی مس را در دمای اتاق محاسبه کنید. رسانندگی الکتریکی آن  $10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$  است.
۲۳. می‌توان به رفتار ناخالصیهای بخشنده با محاسبه تقریبی زیر پی برد. وقتی یک اتم فسفر را جایگزین یک اتم سیلیسیم می‌کنیم، الکترون خارجی فسفر استار می‌شود و  $Z_{\text{eff}} \cong 1$  را می‌بینید. (الف) انرژی بستگی الکترون را محاسبه کنید، فرض کنید که ثابت دی الکتریک سیلیسیم ۱۲ است که میدان مؤثر را برای الکترون عملاً کم می‌کند. این مقدار را با مقداری که در شکل ۱۱-۴۲

نشان داده شده است مقایسه کنید. (ب) شعاع مدار الکترون را محاسبه کنید. در کره‌ای به این شعاع الکترون با چند اتم روبه‌رو می‌شود؟ ثابت شبکه Si عبارت است از  $0.357 \text{ nm}$ .

۲۴. وقتی ماده‌ای مانند ژرمانیم به‌عنوان آشکارساز فوتون به‌کار می‌رود، یک فوتون ورودی برهم‌کنشهای بسیار دارد و الکترونهای زیادی را در عرض گاف بین نوارهای ظرفیت و رسانش برمی‌انگیزد. (الف)  $^{137}\text{Cs}$  پرتوگامای  $662 \text{ keV}$  گسیل می‌کند. بر اثر جذب این پرتوی گاما چند الکترون در عرض گاف  $0.72 \text{ eV}$  در ژرمانیم برانگیخته می‌شوند؟ (ب) عدد  $N$  که در بخش (الف) محاسبه شد دارای افت‌وخیز آماری  $\sqrt{N}$  است. تغییرات  $N$  و تغییرات کسری  $N$  را محاسبه کنید. (ج) تغییرات متناظر در انرژی اندازه‌گیری شده پرتوگاما چقدر است؟ این نتیجه برابر است با تفکیک تجربی آشکارساز.

۲۵. با فرض اینکه گاف انرژی در سیلیسیم ذاتی  $1.1 \text{ eV}$ ، و انرژی فرمی در وسط گاف باشد، احتمال اشغال را در  $293 \text{ K}$  برای حالت‌های زیر محاسبه کنید: (الف) یک حالت در بالای نوار ظرفیت، و (ب) یک حالت در ته نوار رسانش. (ج) اگر دما  $100 \text{ K}$  افزایش یابد، این احتمالها چه تغییری می‌کنند؟



## ساختار هسته و پرتوزایی

با کاوش درون اتم، در مرکز آن هسته را می‌یابیم که فقط  $10^{-15}$  از حجم آن را اشغال کرده است، اما نیروی الکتریکی لازم برای متصل کردن اجزای اتم را تأمین می‌کند. اگر جاذبه کولنی ناشی از هسته وجود نداشت، دافعه متقابل الکترونها به متلاشی شدن اتمی انجامید. چه چیزی مانع متلاشی شدن خود هسته، تحت تأثیر نیروی دافعه بارهای مثبت می‌شود؟ بر یک بار مثبت به بزرگی  $e$  در سطح هسته یک نیروی دافعه الکتروستاتیکی وارد می‌شود که انرژی پتانسیلی تقریباً برابر با  $20 \text{ MeV}$  تولید می‌کند. برای نگه داشتن این بار مثبت در داخل هسته، نیروی هسته‌ای باید انرژی بستگی متجاوز از  $20 \text{ MeV}$  را تأمین کند که هزاران برابر انرژی بستگی اتمی است!

شباهتهای بسیاری بین ساختار اتمی و ساختار هسته‌ای وجود دارد، که مطالعه خواص هسته را تا اندازه‌ای راحت‌تر می‌کند. هسته‌ها تابع قوانین مکانیک کوانتومی‌اند. آنها دارای حالت‌های پایه و برانگیخته‌اند و درگذار بین حالتها، فوتونهایی (به نام پرتوهای گاما) گسیل می‌کنند. درست مانند حالت‌های اتمی، حالت‌های هسته را می‌توان با تکانه‌های زاویه‌ای شان نشانه‌گذاری کرد.

اما دو تفاوت اساسی بین مطالعه خواص اتمی و هسته‌ای وجود دارد. در فیزیک اتمی، یک عامل خارجی که هسته است بر الکترونها نیرو وارد می‌کند؛ در فیزیک هسته‌ای چنین عاملی وجود ندارد. اجزای هسته تحت تأثیر نیرویی حرکت می‌کنند که ناشی از خود آنهاست. برهم‌کنش متقابل

الکترونها بر یکدیگر در طرح ترازهای اتمی مؤثر است، اما این تأثیر نسبتاً اندک است، و دیدیم که چگونه می‌توان با مطالعهٔ برهم‌کنش بین یک الکترون و هسته چیزهای زیادی دربارهٔ ساختار اتمی آموخت؛ ما اثر الکترونها را به صورت اختلالی اندک در نظر می‌گیریم. در فیزیک هسته‌ای، برهم‌کنش متقابل اجزای هسته درست همان چیزی است که سبب تأمین نیروی هسته‌ای می‌شود، بنابراین نمی‌توان این مسئلهٔ چند جسمی را یک اختلال به حساب آورد. بنابراین نمی‌توانیم، مانند مورد اتمی، از مشکل محاسبات ریاضی در مورد هسته اجتناب کنیم.

مسئلهٔ دوم به فیزیک هسته‌ای، آن است که نمی‌توانیم نیروی هسته‌ای را مانند نیروی کولنی یا نیروی گرانشی به صورت ساده‌ای بنویسیم. رابطهٔ تحلیلی به شکلی ساده وجود ندارد که بتوان آن را برای بیان نیروهای متقابل اجزای هسته نوشت.

به رغم این مشکلات، می‌توان با مطالعهٔ برهم‌کنشهای بین هسته‌های مختلف، واپاشی پرتوزای هسته‌ها، و بعضی خواص اجزای هسته، مطالب زیادی را در مورد ویژگیهای هسته آموخت. در این فصل و فصل بعد، به شرح این مطالعات می‌پردازیم و می‌بینیم که چگونه می‌توان با استفاده از آنها به خواص هسته پی برد.

## ۱۲-۱ اجزای هسته

کار رادرفورد، بور، و معاصران آنها نشان داد که بار مثبت اتم در ناحیهٔ هسته‌ای بسیار کوچکی در مرکز اتم قرار دارد، مقدار آن  $+Ze$  است، و بخش اعظم (۹۹٫۹ درصد) جرم اتم را تشکیل می‌دهد. و نیز متوجه شدند که جرم اتمها تقریباً مضرب صحیحی از جرم سبکترین اتم است؛ نگاهی به مطالب پیوست ب این نظر را تأیید می‌کند. ما این عدد صحیح  $A$  را، عدد جرمی می‌نامیم. بنابراین، منطقی است که فرض کنیم هستهٔ هیدروژن از واحد بنیادی بار مثبت تشکیل شده است. (یک فرض درست)، و همهٔ هسته‌های سنگین‌تر حاوی تعداد صحیح  $A$  از این واحد مثبت‌اند (چنانکه که خواهیم دید، این هم فرضی است صحیح). واحد بنیادی عبارت است از پروتون، با بار الکتریکی  $+e$  و جرمی برابر با جرم اتمی هیدروژن، منهای جرم الکترون و انرژی بستگی. اگر هسته‌ای به جرم  $A$  حاوی  $A$  پروتون باشد، بار هسته‌ای آن به جای  $Ze$  برابر خواهد بود با  $Ae$ ؛ چون برای همهٔ هسته‌های سنگین‌تر از هیدروژن  $A > Z$ ، بار مثبت هسته در این مدل بیش از اندازه زیاد است. این مشکل را مدل پروتون-الکترون از میان برداشت، که در آن فرض شد (مجدداً نادرست) که هستهٔ حاوی  $(A - Z)$  الکترون است. با این فرضها، جرم هسته در حدود  $A$  برابر جرم پروتون می‌شود (چون جرم الکترونها ناچیز است) و بار الکتریکی هسته می‌شود از:  $A(+e) + (A - Z)(-e) = Ze$ ، که با تجربه سازگار است. اما این مدل چند مشکل به وجود

می‌آورد. اولین مشکل، چنانکه در فصل ۴ دیدیم (مثال ۴-۷)، آن است که حضور الکترونها در هسته با اصل عدم قطعیت سازگار نیست، زیرا ایجاب می‌کند که انرژی جنبشی الکترونها به صورت نامعقولی (تقریباً  $19 \text{ MeV}$ ) زیاد باشد. مشکل جدی‌تر به اسپین ذاتی کل مربوط می‌شود. برای اندازه‌گیری اثر بسیار ناچیز گشتاور مغناطیسی هسته بر گذارهای اتمی (که شکافتگی فوق‌ریز خوانده می‌شود)، می‌دانیم که پروتون، درست مانند الکترون، دارای اسپین ذاتی  $1/2$  است. یک اتم دوتریم را در نظر بگیرید، که گاهی "هیدروژن سنگین" خوانده می‌شود. بار هسته‌ای آن، درست مانند هیدروژن معمولی،  $+e$  است، اما جرم آن دو واحد، یعنی دو برابر هیدروژن معمولی، است. بنابراین مدل هسته‌ای پروتون-الکترون ایجاب می‌کند که هسته دوتریم حاوی دو پروتون و یک الکترون باشد، که جرم خالص دو واحد و بار خالص یک را می‌دهد. هر یک از این سه ذره دارای اسپین  $1/2$  هستند، و قاعده‌های جمع تکانه‌های زاویه‌ای در مکانیک کوانتومی به اسپین  $1/2$  یا  $3/2$  برای دوتریم می‌انجامد. اما، اسپین کل اندازه‌گیری شده دوتریم برابر است با یک. به این دلیل و دلایل دیگر، این فرض را که الکترونها یکی از اجزای هسته‌اند باید کنار گذاشت.

این معضل در سال ۱۹۳۲ با کشف نوترون، ذره‌ای با جرم تقریباً برابر با جرم پروتون (در واقع در حدود ۱ درصد سنگین‌تر) و بدون بار الکتریکی، حل شد. بنا به مدل پروتون-نوترون، یک هسته متشکل از  $Z$  پروتون و  $(A - Z)$  نوترون است، که بار کل  $Ze$  و جرم کل تقریباً  $A$  برابر جرم پروتون را می‌دهد، زیرا جرم پروتون و نوترون تقریباً مساوی است.

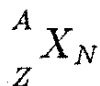
پروتون و نوترون، بجز از نظر بار الکتریکی، بسیار شبیه یکدیگرند، و در نتیجه آنها را تحت عنوان نوکلئون طبقه‌بندی می‌کنند. بعضی خواص این دو نوکلئون در جدول ۱-۱۲ آمده است.

خواص شیمیایی هر عنصر به عدد اتمی  $Z$  بستگی دارد و تابع عدد جرمی  $A$  نیست. می‌توان دو هسته مختلف، با  $Z$  یکسان و مقادیر مختلف  $A$  (یعنی، تعداد نوترون متفاوت) داشت. اتم این هسته‌ها از لحاظ خواص شیمیایی یکسان‌اند، و تفاوت آنها فقط در جرم و خواصی است که به جرم بستگی دارد. هسته‌هایی را که  $Z$  آنها یکسان ولی  $A$  در آنها مختلف است، ایزوتوپ می‌نامند. مثلاً، هیدروژن سه ایزوتوپ دارد. هیدروژن معمولی  $(Z = 1, A = 1)$ ، دوتریم  $(Z = 1, A = 2)$ ،

جدول ۱-۱۲ خواص نوکلئونها

نام	نماد	بار	جرم	انرژی سکون	اسپین
پروتون	p	+e	$1.007276 \text{ u}$	$938.28 \text{ MeV}$	$1/2$
نوترون	n	۰	$1.008665 \text{ u}$	$939.57 \text{ MeV}$	$1/2$

و ترتیب  $(Z = 1, A = 3)$ . همه اینها را با نماد شیمیایی H نشان می‌دهند. وقتی درباره خواص هسته‌ای بحث می‌کنیم، باید بین ایزوتوپهای مختلف فرق بگذاریم. این کار را با نشان دادن عدد اتمی  $Z$ ، عدد جرمی  $A$ ، و عدد نوترونی  $N = A - Z$  همراه با نماد شیمیایی به صورت زیر انجام می‌دهیم:



که در آن  $X$  می‌تواند هر نماد شیمیایی باشد. چون نماد شیمیایی و عدد اتمی  $Z$  اطلاعات یکسانی را می‌دهند، وارد کردن هردوی آنها در نشان‌گذاری ایزوتوپ ضروری نیست. به همین ترتیب، اگر  $Z$  را مشخص کردیم، دیگر لازم نیست که هم  $N$  و هم  $A$  را مشخص کنیم. فقط کافی است که نماد شیمیایی و  $A$  را بدهیم. سه ایزوتوپ هیدروژن را به صورت  ${}^1_1\text{H}$ ،  ${}^2_1\text{H}$ ، یا به صورت موجزتر  ${}^1\text{H}$ ،  ${}^2\text{H}$ ، نشان می‌دهند.

در پیوست B فهرستی را از ایزوتوپها و خواص آنها خواهید یافت.

### مثال ۱۲-۱

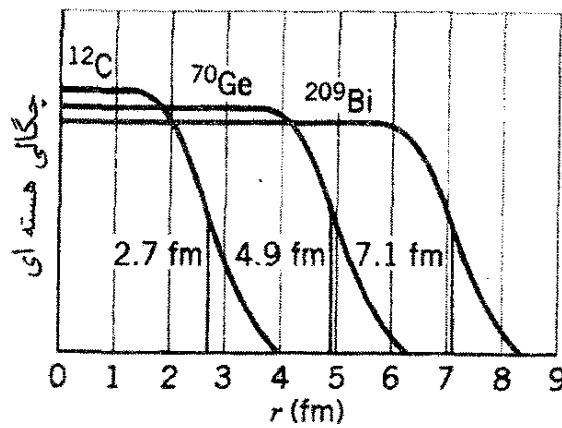
نماد را در موارد زیر مشخص کنید. (الف) ایزوتوپ هلیم به جرم ۴. (ب) ایزوتوپ قلع با ۶۶ نوترون. (ج) ایزوتوپی به عدد جرمی ۲۳۵ که دارای ۱۴۳ نوترون است.

حل: (الف) با توجه به جدول تناوبی، پی می‌بریم که برای هلیم  $Z = 2$  چون  $A = 4$ ، پس  $N = A - Z = 2$ . بنابراین، نماد آن  ${}^4_2\text{He}$  یا  ${}^4\text{He}$  خواهد بود. (ب) در اینجا نیز با توجه به جدول تناوبی می‌دانیم که برای قلع (Sn)،  $Z = 50$ . چون  $N = 66$  داده شده است، پس  $A = Z + N = 116$ . نماد  ${}^{116}_{50}\text{Sn}$  یا  ${}^{116}\text{Sn}$  است. (ج) با داده‌های  $A = 235$  و  $N = 143$ ، می‌دانیم که  $Z = A - N = 92$ . با توجه به جدول تناوبی، پی می‌بریم که این عنصر اورانیم است، و در نتیجه نماد مناسب این ایزوتوپ عبارت است از  ${}^{235}_{92}\text{U}$  یا  ${}^{235}\text{U}$ . ■

### ۱۲-۲ اندازه و شکل هسته

تعیین دقیق شعاع هسته مانند تعیین شعاع اتم دشوار است. توزیع احتمال برای الکترونها اتمی باعث می‌شود که اتم به شکل یک "گلوله پشمالوی" بار بدون مرز مشخص به نظر برسد؛ توزیع بار در هیچ نقطه‌ای کاملاً مشخص متوقف نمی‌شود. اما، می‌توانیم میانگین متحملترین شعاع خارجی‌ترین الکترون را شعاع اتم در نظر بگیریم.

با هسته نیز باید همین طور برخورد کرد، اگرچه مدارهای نوترون یا پروتون که بتوان به این



شکل ۱۲-۱ تغییرات چگالی بار هسته‌ای برحسب شعاع.

منظور به کار برد، وجود ندارد. اغلب هسته‌ها تقریباً کروی‌اند (اگرچه برخی از آنها اندکی کشیده یا پخت هستند) و تغییرات چگالی هسته برحسب شعاع تقریباً در شکل ۱۲-۱ نشان داده شده است. با تعدادی آزمایش، به جنبه‌های جالب توجهی از چگالی هسته پی می‌بریم. قبلاً گفتیم که نیروی هسته‌ای باید چقدر قوی باشد تا مانع از آن شود که دافعه کولنی هسته را تکه‌تکه کند. شاید انتظار داشته باشیم که این نیرو باعث جمع شدن پروتونها و نوترونها در مرکز هسته، و افزایش فزاینده چگالی در مرکز آن شود. اما شکل ۱۲-۱ نشان می‌دهد که چنین نیست، چگالی کاملاً ثابت می‌ماند. ساز و کاری مانع از رمبش هسته به مرکز آن می‌شود. این واقعیت، همان‌طور که در بخش ۱۲-۴ گفتیم، در مورد ویژگی نیروی هسته‌ای سرنخ تعیین‌کننده‌ای به دست می‌دهد. یکی از جنبه‌های جالب توجه دیگر شکل ۱۲-۱ آن است که به نظر می‌رسد چگالی هسته به عدد جرمی  $A$  بستگی ندارد — هسته‌های بسیار سبک، مانند  $^{12}\text{C}$ ، تقریباً همان چگالی مرکزی را دارند که هسته‌های بسیار سنگین چون  $^{209}\text{Bi}$ . به عبارت دیگر، تعداد پروتونها و نوترونها به ازای واحد حجم در کل گستره هسته‌ها ثابت است:

$$\frac{\text{تعداد نوترونها و پروتونها}}{\text{حجم هسته}} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cong \text{ثابت}$$

بنابراین

$$A \propto R^3$$

که تناسب بین شعاع هسته  $R$  و ریشه سوم عدد جرمی را نشان می‌دهد:

$$R \propto A^{1/3}$$

یا، به اعتبار تعریف ثابت تناسب  $R_0$ ،

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (۱-۱۲)$$

ثابت  $R_0$  را باید به کمک آزمایش تعیین کرد، و یک آزمایش از این نوع پراکندگی ذرات باردار (مثلاً ذرات آلفا یا الکترونها) از هسته و استنتاج شعاع هسته از توزیع ذرات پراکنده است. از این آزمایشها، پی می‌بریم که مقدار  $R_0$  تقریباً  $1.2 \times 10^{-15} \text{ m}$  است. (مقدار دقیق، آن، مانند مورد فیزیک اتمی، بستگی به این دارد که شعاع را چگونه تعریف کنیم، و مقدار  $R_0$  معمولاً در گستره  $1.0 \times 10^{-15} \text{ m}$  تا  $1.5 \times 10^{-15} \text{ m}$  طول  $10^{-15} \text{ m}$  یک فمتومتر (fm) است، اما فیزیکدانها اغلب به این طول، به افتخار فیزیکدان ایتالیایی-آمریکایی، انریکو فرمی، یک فرمی می‌گویند.

### مثال ۱۲-۲

شعاع تقریبی کربن ( $A = ۱۲$ )، ژرمانیم ( $A = ۷۰$ )، و بیسموت ( $A = ۲۰۹$ ) را محاسبه کنید.  
حل: با استفاده از معادله ۱-۱۲ می‌رسیم به:

$$R = (1.2 \text{ fm})A^{1/3} = (1.2 \text{ fm})(12)^{1/3} = 2.7 \text{ fm} \text{ برای کربن}$$

$$R = (1.2 \text{ fm})A^{1/3} = (1.2 \text{ fm})(70)^{1/3} = 4.9 \text{ fm} \text{ برای ژرمانیم}$$

$$R = (1.2 \text{ fm})A^{1/3} = (1.2 \text{ fm})(209)^{1/3} = 7.1 \text{ fm} \text{ برای بیسموت}$$

به طوری که در شکل ۱-۱۲ می‌بینید، این مقادیر شعاع میانگین، یعنی نقطه‌ای را مشخص می‌کنند که در آن چگالی به نصف مقدار مرکزی کاهش می‌یابد. ■

### مثال ۱۲-۳

چگالی یک هسته نمونه را محاسبه کنید، اگر بتوان هسته‌ای به شعاع ۱ cm ساخت، جرم آن چقدر می‌شود؟

حل:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{Am_p}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{Am_p}{\frac{4}{3}\pi R_0^3 A} = \frac{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}{\frac{4}{3}\pi (1.2 \times 10^{-15} \text{ m})^3} = 2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$$



انریکو فرمی (۱۹۰۱-۱۹۵۴، ایتالیا- ایالات متحده). کمتر حوزه‌ای از فیزیک نوین را می‌توان یافت که او، چه به لحاظ نظری و چه در حوزه عمل، سهمی در آن نداشته باشد. شاید فقط نیوتون دیگر دانشمند برخوردار از چنین مهارتی در هر دو زمینه کار نظری و تجربی باشد. او قوانین آماری برای ذرات با اسپین ۱/۲ را تدوین و در سالهای ۱۹۳۰ نظریه‌ای برای واپاشی بتا را پیشنهاد کرد که هنوز به کار می‌رود. وی اولین کسی بود که تبدیل عناصر را بر اثر بمباران نوترونی نشان داد (و برای این کار جایزه نوبل سال ۱۹۳۸ را دریافت کرد)، و روند ساخت اولین راکتور هسته‌ای را هدایت کرد.

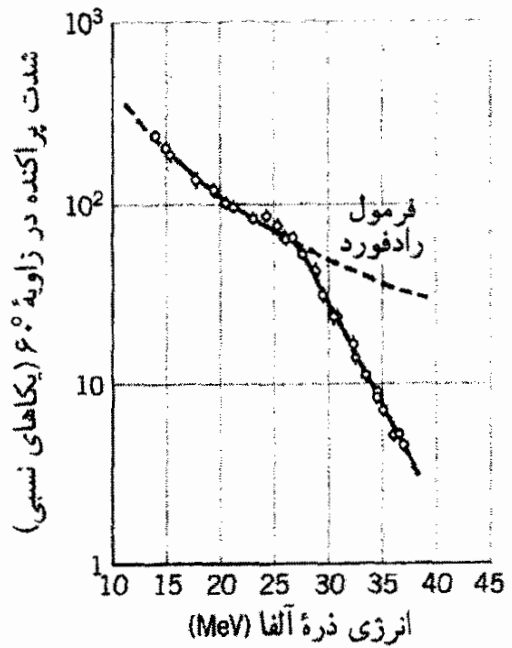
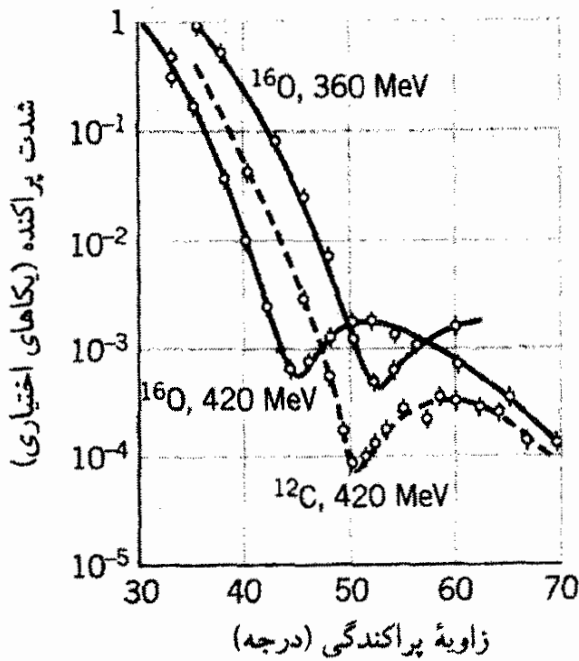
جرم هسته فرضی ما برابر خواهد بود با

$$m = \rho V = \left( 2 \times 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( \frac{4}{3} \pi \right) (0.1 \text{ m})^3 = 8 \times 10^{11} \text{ kg}$$

در حدود جرم کره‌ای به شعاع ۱ km از ماده معمولی!

نتیجه مثال ۱۲-۳ چگالی زیاد آنچه را فیزیکدانها ماده هسته‌ای می‌نامند نشان می‌دهد. هر چند نمونه این نوع ماده هسته‌ای در روی زمین یافته نشده است (جرم نمونه‌ای از ماده هسته‌ای به اندازه یک ساختمان بزرگ برابر جرم تمام زمین خواهد بود)، اما نمونه آنها را می‌توان در بعضی ستارگان بینهایت داغ یافت که در آنها دمای بسیار زیاد، الکترونها را از آنها "دور می‌کند" و هسته‌های برهنه را به جا می‌گذارد سپس کل ماده ستاره‌ای به توده‌ای از هسته تبدیل می‌شود.

یکی از راههای اندازه‌گیری ابعاد هسته؛ مانند آزمایشهای پراکندگی رادرفورد، از پراکندگی ذرات بارداری چون ذرات آلفا از آن است. مادام که ذرات آلفا خارج از هسته‌اند، فرمول پراکندگی رادرفورد صادق است، اما وقتی کمترین فاصله بین آنها از شعاع هسته کمتر شود، انحرافی از فرمول رادرفورد پیش می‌آید. در شکل ۱۲-۲، نتیجه یک آزمایش پراکندگی رادرفورد را مشاهده می‌کنید



شکل ۱۲-۳ پراش الکترونیهای ۳۶۰ MeV و ۴۲۰ MeV توسط هسته‌های  $^{16}\text{O}$  و  $^{12}\text{C}$

شکل ۱۲-۲ در پراکندگی ذره آلفا با انرژیهای بیش از ۲۷ MeV، انحرافی از فرمول رادفورد مشاهده می‌شود.

که در آن انحرافی وجود دارد. (مسئله ۵ نشان می‌دهد که چگونه می‌توان شعاع هسته را از این داده‌ها استخراج کرد.)

از سایر آزمایشهای پراکندگی نیز می‌توان برای اندازه‌گیری شعاع هسته استفاده کرد. شکل ۱۲-۳ نوعی "نقش پراش" حاصل از پراکندگی الکترونیهای پراثری توسط یک هسته را نشان می‌دهد. در هر مورد اولین کمینه پراش به روشنی قابل رؤیت است. (شدت در کمینه صفر نمی‌شود زیرا چگالی هسته، مطابق شکل ۱۲-۱، دارای لبه تیز نیست.) برای پراکندگی تابش به طول موج  $\lambda$  از یک قرص دایره‌ای به قطر  $D$ ، اولین کمینه پراش باید در زاویه  $\theta = \sin^{-1}(\lambda/D)$  ظاهر شود. این مشابه پراش از شکافی به عرض  $a$  است که به‌ازای آن اولین کمینه پراش در زاویه  $\theta = \sin^{-1}(\lambda/a)$  ظاهر می‌شود. در انرژی الکترون ۴۲۰ MeV، کمینه‌های  $^{16}\text{O}$  و  $^{12}\text{C}$ ، شعاع ۲۶ fm برای  $^{16}\text{O}$  و ۲۳ fm برای  $^{12}\text{C}$  را می‌دهد (مسئله ۶)، که با مقادیر ۳۰ fm و ۲۷ fm محاسبه شده از معادله ۱۲-۱ به خوبی سازگار است.

## ۱۲-۳ جرم و انرژی بستگی هسته

فرض کنید یک پروتون و یک الکترون ساکن در فاصله زیاد از یکدیگر قرار دارند. انرژی کل این سیستم عبارت است از انرژی سکون کل دو ذره، یعنی  $m_p c^2 + m_e c^2$ . حال فرض می‌کنیم این دو ذره به هم نزدیک شوند و یک اتم هیدروژن را در حالت پایه تشکیل دهند. در این فرایند، چند



فوتون گسیل می‌شود، که انرژی کل آنها  $13.6\text{eV}$  است. انرژی کل این سیستم عبارت است از انرژی سکون اتم هیدروژن،  $m_{\text{H}}c^2$ ، به اضافه انرژی کل فوتون،  $13.6\text{eV}$ . پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که انرژی کل سیستم ذرات منزوی برابر انرژی کل اتم به اضافه فوتونها باشد:

$$m_e c^2 + m_p c^2 = m_{\text{H}} c^2 + 13.6\text{ eV}$$

یا

$$m_e c^2 + m_p c^2 - m_{\text{H}} c^2 = 13.6\text{ eV}$$

یعنی، انرژی سکون این سیستم مرکب (اتم هیدروژن) از انرژی سکون اجزای تشکیل دهنده آن به اندازه  $13.6\text{ eV}$  کمتر است. این اختلاف انرژی، انرژی بستگی اتم است. ما انرژی بستگی را یا به صورت انرژی "اضافی" در نظر می‌گیریم که هنگام تشکیل شدن یک اتم از اجزایش به دست می‌آید و یا انرژی که باید به اتم بدهیم تا آن را به اجزایش تجزیه کنیم.

انرژیهای بستگی هسته‌ای را می‌توان به همین ترتیب محاسبه کرد. مثلاً هسته دوتریم،  ${}^2\text{H}$ ، را در نظر بگیرید که متشکل از یک پروتون و یک نوترون است. انرژی بستگی دوتریم عبارت است از اختلاف بین انرژی سکون کل اجزای آن و انرژی سکون ترکیبشان:

$$B = m_n c^2 + m_p c^2 - m_{\text{D}} c^2 \quad (2-12)$$

که در آن  $m_{\text{D}}$  جرم هسته دوتریم است. هنگام استفاده از جدولهای جرم برای انجام این محاسبات، به یاد داشتن این نکته مهم است که جرمهای جدول بندی شده جرمهای اتمی هستند و نه جرمهای هسته‌ای. رابطه بین جرمهای اتمی و هسته‌ای به صورت زیر است:

$$m_{\text{اتم}} c^2 = m_{\text{هسته}} c^2 + Z m_{\text{الکترون}} c^2 + \text{انرژی بستگی کل الکترونها} \quad (3-12)$$

انرژیهای سکون هسته‌ای از مرتبه  $10^9\text{eV}$  تا  $10^{11}\text{eV}$ ، و انرژیهای سکون کل الکترونها از مرتبه  $10^6\text{ eV}$  تا  $10^8\text{ eV}$ ، و انرژیهای بستگی الکترونی در حدود  $1\text{ eV}$  تا  $10^5\text{ eV}$  است. آخرین جمله معادله ۱۲-۳ در مقایسه با دو جمله دیگر بسیار کوچک است، و با توجه به دقت لازم در این محاسبات، می‌توان با اطمینان آن را نادیده گرفت.

جرم هسته هیدروژن (جرم پروتون) برابر است با جرم اتم هیدروژن ( $1.007825\text{ u}$ ) منهای جرم یک الکترون. جرم هسته دوتریم برابر است با جرم اتمی دوتریم ( $2.014102\text{ u}$ ) منهای جرم یک الکترون. با قرار دادن جرمهای هسته‌ای در معادله ۱۲-۲، می‌توان انرژی بستگی را برحسب

جرمهای اتمی یافت:

$$B = m_n c^2 + [m(^1\text{H}) - m_e] c^2 - [m(^1\text{H}) - m_e] c^2$$

$$= [m_n + m(^1\text{H}) - m(^1\text{H})] c^2$$

توجه کنید که جرم الکترون در این محاسبات، مانند هر محاسبه دیگر از این نوع، حذف می‌شود، زیرا اجزای سازنده شامل  $Z$  اتم هیدروژن (با  $Z$  الکترون) و اتم با عدد اتمی  $Z$  نیز حاوی  $Z$  الکترون است. بنابراین، می‌توان این معادله را تعمیم داد تا انرژی بستگی کل هر هسته،  ${}^A_Z X_N$ ، را بدهد:

$$B = [Nm_n + Zm(^1\text{H}) - m({}^A_Z X_N)] c^2 \quad (4-12)$$

جرمهایی که در معادله ۴-۱۲ ظاهر می‌شوند، جرمهای اتمی اند. برای دوتریم، داریم:

$$B = (1.008665 \text{ u} + 1.007825 \text{ u} - 2.014102 \text{ u})(931.5 \text{ MeV/u})$$

$$= 2.224 \text{ MeV}$$

در اینجا از  $c^2 = 931.5 \text{ MeV/u}$  برای تبدیل یکاهای جرم به یکاهای انرژی استفاده می‌کنیم.

مثال ۴-۱۲

انرژی بستگی کل،  $B$ ، و انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون،  $B/A$ ، را برای  ${}^{238}_{92}\text{U}$  و  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  بیابید.

حل: از معادله ۴-۱۲، برای  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  با  $N = 30$  و  $Z = 26$ ،

$$B = (30 \times 1.008665 \text{ u} + 26 \times 1.007825 \text{ u} - 55.934939 \text{ u})(931.5 \text{ MeV/u})$$

$$= 492.3 \text{ MeV}$$

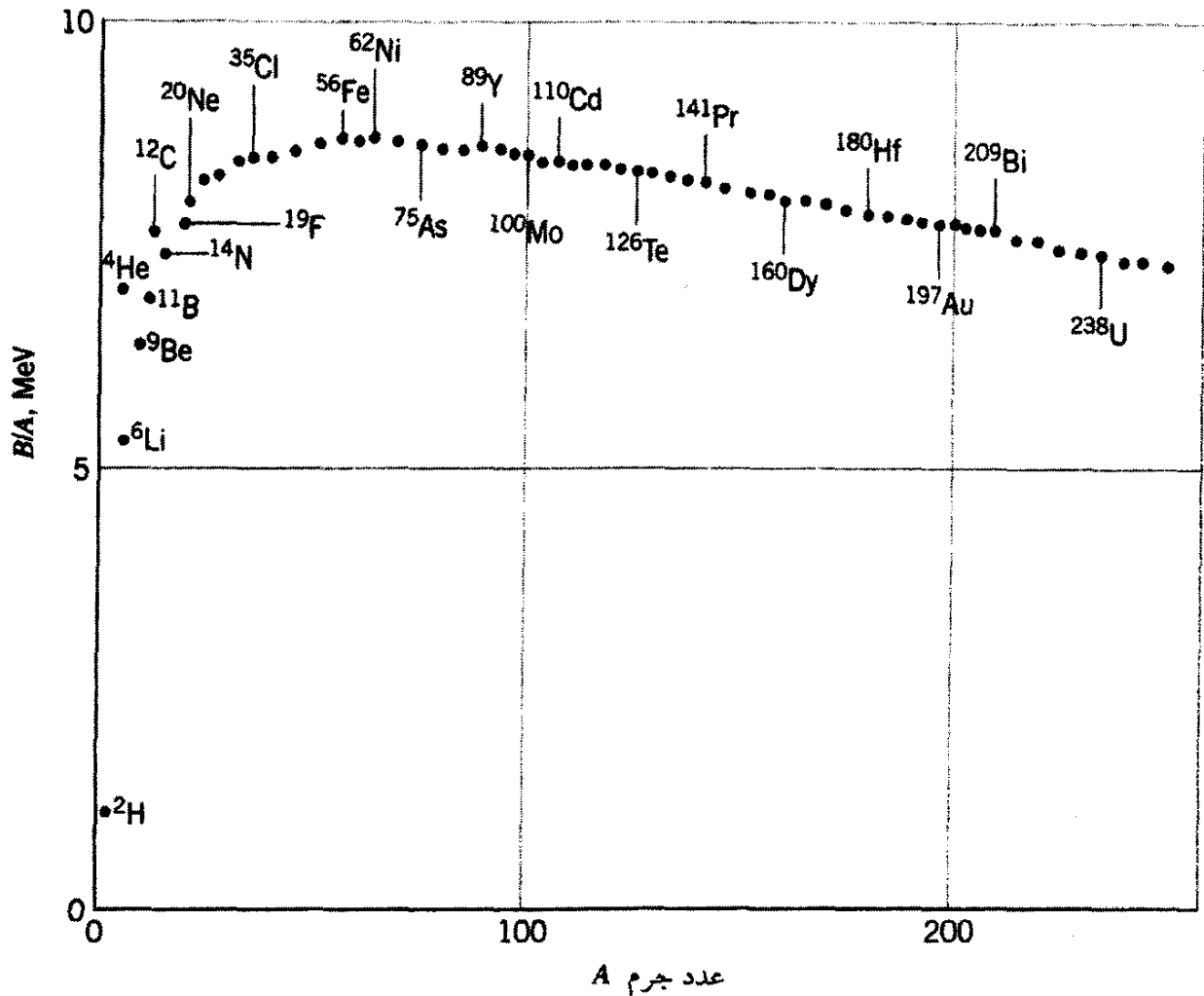
$$\frac{B}{A} = (492.3 \text{ MeV})/56 = 8.791 \text{ MeV نوکلئون}$$

برای  ${}^{238}_{92}\text{U}$ 

$$B = (146 \times 1.008665 \text{ u} + 92 \times 1.007825 \text{ u} - 238.050785 \text{ u})(931.5 \text{ MeV/u})$$

$$= 180.2 \text{ MeV}$$

$$\blacksquare \frac{B}{A} = (180.2 \text{ MeV})/238 = 0.757 \text{ MeV نوکلئون}$$



شکل ۱۲-۴ انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون.

به کمک مثال ۱۲-۴، متوجه یکی از جنبه‌های مهم ساختار هسته می‌شویم. با محاسبه  $B/A$  پی می‌بریم که بستگی هسته  ${}^{56}\text{Fe}$  به نسبت از هسته  ${}^{238}\text{U}$  بیشتر است — انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون برای  ${}^{56}\text{Fe}$  از  ${}^{238}\text{U}$  بیشتر است. به بیان دیگر، این محاسبه نشان می‌دهد که اگر مقدار زیادی پروتون و نوترون داشته باشیم، گردآوری آنها به صورت هسته‌های  ${}^{56}\text{Fe}$ ، نسبت به جمع کردن آنها به صورت هسته‌های  ${}^{238}\text{U}$ ، انرژی بیشتری آزاد می‌کند.

با تکرار این محاسبه برای گستره کامل هسته‌ها، به نتیجه‌ای می‌رسیم که در شکل ۱۲-۴ نشان داده شده است. انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون از مقدار بسیار کوچک (۰ برای پروتون و نوترون،  $11\text{ MeV}$  برای دوتریم)، به مقدار بیشینه  $8.795\text{ MeV}$  برای  ${}^{62}\text{Ni}$  افزایش می‌یابد، و سپس برای هسته‌های سنگین به مقدار  $7.5\text{ MeV}$  افت می‌کند.

شکل منحنی ۱۲-۴ را عمدتاً سه عامل تعیین می‌کند: (۱) یک جمله ثابت، که ناشی از آن است که نوکلئونها فقط با نزدیکترین همسایگانشان برهم‌کنش می‌کنند (چنانکه در بخش بعد خواهیم دید)؛ (۲) یک افت سریع برای هسته‌های سبک (که به نسبت نوکلئونهای سطحی بیشتر

و در نیمهٔ همسایگان نزدیک کمتری از هسته‌های سنگین دارند؛ و (۳) یک کاهش تدریجی برای هسته‌های سنگین به واسطهٔ دافعهٔ کولنی پروتونهای هسته.

با توجه به شکل ۱۲-۴ می‌توان به دو روش متفاوت انرژی را از هسته آزاد کرد. اگر یک هستهٔ سنگین را به دو هسته سبکتر بشکافیم، انرژی آزاد می‌شود، زیرا انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون برای دو پارهٔ سبکتر بیشتر از هستهٔ اولیه است. این فرایند را شکافت هسته‌ای می‌نامند. از سوی دیگر، می‌توان دو هستهٔ سبک را به یک هستهٔ سنگین‌تر تبدیل کرد؛ در اینجا نیز چون انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون در هستهٔ نهایی بیشتر از دو هستهٔ اولیه است، انرژی آزاد می‌شود. این فرایند را همجوشی هسته‌ای می‌نامند. شدت و همجوشی هسته‌ای را با تفضیل بیشتر در فصل ۱۳ بررسی می‌کنیم.

## ۱۲-۴ نیروی هسته‌ای

سرنخهایی که دربارهٔ ساختار اتم هیدروژن به دست آوردیم حاصل مطالعهٔ گذارهای بین حالت‌های برانگیختهٔ آن بود. سری بالمر و اصل ترکیب ریتس اطلاعات لازم در جهت شناخت نیروهایی که اجزای اتم را به هم می‌پیوندند، در اختیار ما گذاشت. به علاوه، سادگی ساختار اتم هیدروژن - تک الکترونی که حول هسته می‌چرخد، بدون آنکه الکترونهای دیگری وجود داشته باشند که این ساختار را پیچیده کنند - به ما کمک کرد تا به ساختار اتمی پی ببریم.

این تجربه نشان می‌دهد که برای مطالعهٔ نیروی هسته‌ای باید ساده‌ترین سیستم، هستهٔ دوتریم متشکل از یک پروتون و یک نوترون، را در نظر بگیریم که در آن نیروی هسته‌ای برقرار است. امیدواریم که از فوتون‌هایی که بر اثر گذار بین حالت‌های برانگیختهٔ این هسته گسیل می‌شوند، چیزهایی دربارهٔ نیروی هسته‌ای بیاموزیم. اما متأسفانه این انتظار ما برآورده نمی‌شود - دوتریم هیچ حالت برانگیخته‌ای ندارد. وقتی پروتون و الکترون را به هم نزدیک می‌کنیم تا اتم هیدروژن تشکیل شود، طیف کاملی از فوتونها بر اثر سقوط الکترون به حالت پایهٔ آن گسیل می‌شود؛ از این طیف به انرژی حالت‌های برانگیخته پی می‌بریم. اما وقتی پروتون و نوترون را به هم نزدیک می‌کنیم تا هستهٔ دوتریم تشکیل شود، فقط یک فوتون (به انرژی  $2.224 \text{ MeV}$ ) گسیل می‌شود و سیستم مستقیماً به حالت پایه سقوط می‌کند.

اگرچه نمی‌توان از حالت‌های برانگیختهٔ دوتریم استفاده کرد، اما می‌توان، با پراکندگی نوترون‌ها از پروتون‌ها و انجام آزمایش‌های مختلف گوناگون با هسته‌های سنگین‌تر، چیزهایی دربارهٔ نیروی هسته‌ای آموخت. از این آزمایش‌ها به مشخصات زیر برای نیروی هسته‌ای پی برده‌ایم.

۱. این نیرو با سایر نیروهایی که معمولاً با آن سروکار داریم، مانند نیروی الکترومغناطیسی،

گراشسی و غیره تفاوتی فاحش دارد. همین طور، این نیرو قویترین نیروهاست، و بنابراین گاهی به آن نیروی قوی می‌گویند.

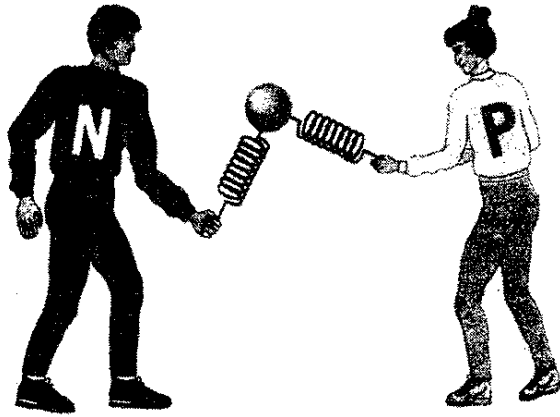
۲. برد نیروی هسته‌ای قوی بسیار کوتاه است؛ ناحیه‌ای که در آن نیرو عمل می‌کند به ابعاد هسته ( $10^{-15}$  m یا همین حدود) محدود می‌شود. دو مدرک اساسی برای برد کوتاه وجود دارد. اولین مدرک ناشی از مطالعه چگالی ماده هسته‌ای است. با افزودن نوکلئونها به هسته، چگالی مرکزی آن تقریباً ثابت می‌ماند (شکل ۱۲-۱). این امر نشان می‌دهد که هر نوکلئون اضافه شده فقط نیروی همسایگان مجاورش، و نه نیروی همه نوکلئونهای هسته را، حس می‌کند. از این لحاظ، هسته تا اندازه‌ای مانند یک بلور عمل می‌کند که در آن هر اتم در درجه اول با نزدیکترین همسایگانش برهم‌کنش دارد، و اتمهای اضافی بلور را بزرگتر می‌کنند اما چگالی آن را تغییر نمی‌دهند.

دومین مدرک کوتاه برد بودن، ناشی از شکل ۱۲-۴ است. چون انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون تقریباً ثابت است. انرژی بستگی کل هسته تقریباً با  $A$  متناسب است. برای نیرویی با برد بلند (مانند نیروهای گراشسی و الکتروستاتیکی، با برد بینهایت) انرژی بستگی تقریباً با  $A^2$  متناسب است. (مثلاً، چون هر یک از  $Z$  پروتون موجود در هسته نیروی رانشی  $Z - 1$  پروتون دیگر را حس می‌کند، انرژی الکتروستاتیکی کل هسته با  $Z(Z - 1)$  متناسب است، که برای  $Z$  بزرگ تقریباً با  $Z^2$  متناسب می‌شود.)

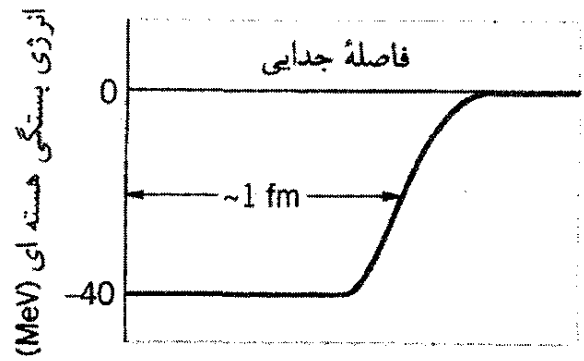
در شکل ۱۲-۵ انرژی بستگی هسته‌ای با فاصله بین نوکلئونها را مشاهده می‌کنید. انرژی بستگی برای فاصله‌های کمتر از حدود  $1\text{ fm}$  تقریباً ثابت، و برای فاصله‌های خیلی بزرگتر از  $1\text{ fm}$  صفر است.

۳. نیروی هسته‌ای بین هر دو نوکلئون به پروتون یا نوترون بودن آن بستگی ندارد - نیروی هسته‌ای n-p همان نیروی هسته‌ای n-n است که آن نیز به نوبه خود با نیروی هسته‌ای p-p یکسان است. یکی از مدل‌های موفق برای پی بردن به منشأ این نیروی کوتاه برد، مدل نیروی تبدالی است. فرض کنید یک نوترون و یک پروتون در هسته داریم. نوترون یک ذره گسیل می‌کند. به علاوه یک نیروی دافعه قوی نیز بر ذره دیگر وارد می‌آورد. اگر ذره گسیلی در نزدیکی پروتونی باشد که در آن حوالی است، می‌تواند یک نیروی قوی، شاید نیرویی که برای جذب آن ذره به اندازه کافی قوی باشد، بر ذره وارد کند. سپس پروتون می‌تواند ذره‌ای گسیل، و نوترون آن را جذب کند. پروتون و نوترون هر یک نیرویی قوی بر یکدیگر وارد می‌آورند. وضعیت مطابق شکل ۱۲-۶ است، که در آن دو نفر با توپ‌بازی می‌کنند که هر یک با فنری به آن متصل شده‌اند. هر بازیکن نیرویی به توپ وارد می‌آورد، و اثر آن چنان است که گویی هر یک نیرویی بر دیگری وارد می‌کند.

چگونه یک نوترون با انرژی سکون  $m_n c^2$ ، ذره‌ای با انرژی سکون  $m c^2$  گسیل می‌کند و هنوز



شکل ۱۲-۶ یک نیروی تبدالی ربایشی.



شکل ۱۲-۵ وابستگی انرژی بستگی هسته به فاصله بین نوکلئونها.

یک نوترون باقی می‌ماند بدون اینکه اصل پایستگی انرژی را نقض کند؟ پاسخ به این پرسش را می‌توان از اصل عدم قطعیت،  $\Delta E \Delta t \sim \hbar$ ، گرفت. ما نمی‌دانیم که انرژی پایسته است، مگر اینکه آن را اندازه بگیریم، و نمی‌توانیم آن را با دقتی بیش از عدم قطعیت  $\Delta E$  در بازه زمانی  $\Delta t$  اندازه بگیریم. بنابراین، می‌توانیم پایستگی انرژی را به اندازه  $\Delta E$  در بازه زمانی  $\Delta t$  که حداکثر عبارت است از  $\Delta t = \hbar / (\Delta E)$ ، "نقض کنیم". مقداری که انرژی با توجه به مدل نیروی تبدالی می‌تواند نقض شود، عبارت است از انرژی سکون ذره مبادله شده، یعنی  $mc^2$ . پس، این ذره می‌تواند فقط در یک بازه زمانی (در چارچوب آزمایشگاه) وجود داشته باشد که حداکثر آن عبارت است از:

$$\Delta t = \frac{\hbar}{mc^2} \quad (5-12)$$

طولانی‌ترین فاصله‌ای که این ذره می‌تواند در مدت زمان  $\Delta t$  طی کند، عبارت است از  $x = c \Delta t$ ، چون این ذره نمی‌تواند سریعتر از نور حرکت کند. بنابراین، می‌توانیم رابطه‌ای بین برد نیروی تبدالی و انرژی سکون ذره مبادله شده به دست آوریم:

$$x = c \Delta t = c \left( \frac{\hbar}{mc^2} \right)$$

یا

$$mc^2 = \frac{\hbar c}{x} \quad (6-12)$$

با قرار دادن برآورد  $10^{-15}$  m تا 1 fm برای برد نیروی هسته‌ای در این رابطه، می‌توان انرژی سکون ذره مبادله شده را برآورد کرد (با استفاده از مقدار مناسب  $\hbar c \cong 200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ )

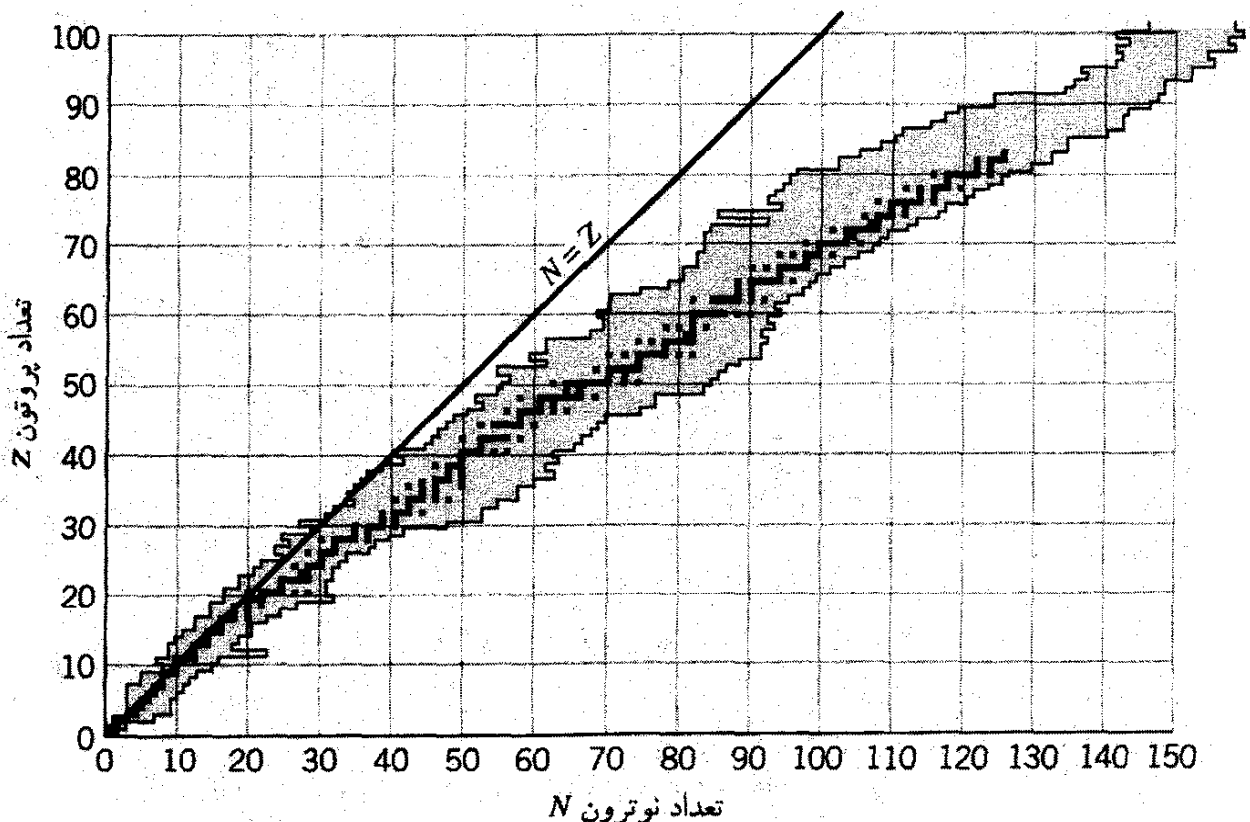
$$mc^2 \cong 200 \text{ MeV}$$

ذره مبادله شده را نمی‌توان در خلال تبادل در آزمایشگاه مشاهده کرد، زیرا این کار پایستگی انرژی را نقض می‌کند. اما، اگر انرژی کافی را از یک چشمه خارجی برای نوکلئونها تأمین کنیم (مثلاً، باعث شویم هسته یک فوتون جذب کند)، انرژی "قرضی" را می‌توان پس داد و ذره را مشاهده کرد. اگر این آزمایش را انجام دهیم، پی می‌بریم که هسته مزونهای پی (پیونها) را گسیل می‌کند که جرم سکونشان،  $140 \text{ MeV}$ ، به طور چشمگیری به برآورد ما،  $200 \text{ MeV}$ ، نزدیک است. بسیاری از ویژگیهای مشاهده‌پذیر نیروی هسته‌ای را می‌توان با مدلی برمبنای مبادله پیونها به نحو موفقیت‌آمیزی توجیه کرد. این ویژگیها را در فصل ۱۴ بررسی خواهیم کرد.

## ۱۲-۵ واپاشی پرتوزا

یکی از ویژگیهای بارز برخی هسته‌ها، قابلیت تبدیل خود به خود  $Z$  و  $N$  آنها از یک مقدار به مقدار دیگر است. سایر هسته‌ها پایدارند و به هسته‌های دیگر وامی‌باشند. معمولاً به ازای هر مقدار  $A$  یک یا دو هسته پایدار وجود دارد. همه هسته‌های دیگر با آن مقدار  $A$  ناپایدارند و وامی‌باشند تا به پایداری برسند.

شکل ۱۲-۷ نقشه همه هسته‌های شناخته شده را نشان می‌دهد که در آن هسته‌های پایدار با



شکل ۱۲-۷ هسته‌های پایدار به صورت سیاه نشان داده شده‌اند؛ هسته‌های پرتوزای شناخته شده در سایه کم‌رنگ قرار دارند.

نقطه‌های سیاه مشخص شده‌اند. برای هسته‌های پایدار سبک، تعداد نوترون و پروتون تقریباً برابر است. اما، برای هسته‌های پایدار سنگین، عامل  $Z(Z - 1)$  در انرژی دافعه کولنی به سرعت افزایش می‌یابد، به طوری که نوترونهای اضافی باید انرژی بستگی اضافی برای پایداری را تأمین کنند. به این دلیل، برای تمام هسته‌های سنگین  $N > Z$ .

هیچ هسته پایداری با  $A = 5$  یا  $A = 8$  نداریم. ذره آلفا،  ${}^4_2\text{He}$ ، هسته‌ای بسیار پایدار است ( $B/A = 7.07 \text{ MeV}$ )؛ یک هسته با  $A = 5$ ، مانند  ${}^5_2\text{He}$  یا  ${}^5_3\text{Li}$  به سرعت ( $10^{-21} \text{ s}$ ) به یک ذره آلفا و یک نوترون یا پروتون وامی‌یابد، و هسته‌ای با  $A = 8$  مانند  ${}^8_4\text{Be}$  به سرعت به دو ذره آلفا تجزیه می‌شود.

هسته‌های ناپایدار در دو فرایند واپاشی متفاوت که  $Z$  و  $N$  هسته را تغییر می‌دهد به هسته دیگر تبدیل می‌شوند. این دو فرایند عبارت‌اند از واپاشی آلفا و واپاشی بتا. حالت‌های برانگیخته هسته‌ها می‌توانند در گذارهایی که سرانجام به حالت پایه ختم می‌شوند فوتون‌هایی گسیل کنند که پرتوهای گاما خوانده می‌شوند. از این پس تا آخر این بخش، بعضی ویژگی‌های بنیادی واپاشی پرتوزا را بیان می‌کنیم، و در بخش‌های بعد به بررسی جداگانه واپاشی آلفا، بتا، و گاما می‌پردازیم. آهنگ واپاشی پرتوزا در نمونه‌ای از ماده را فعالیت آن نمونه می‌نامیم. هر چه فعالیت ماده‌ای بیشتر باشد، هسته‌های بیشتری در یک ثانیه وامی‌باشند. (فعالیت ربطی به نوع واپاشی، تابشی که نمونه گسیل می‌کند، یا انرژی تابش گسیل شده ندارد. فعالیت تنها به تعداد واپاشیها در ثانیه بستگی دارد.)

یکای بنیادی اندازه‌گیری فعالیت کوری<sup>۱</sup> است. در ابتدا، کوری به عنوان فعالیت یک گرم رادیوم تعریف شده بود؛ از آن پس تعریف راحت‌تر زیر جایگزین این تعریف شده است:

$$\text{s/واپاشی} = 3.7 \times 10^{10} \text{ (Ci) } = 1 \text{ کوری}$$

یک کوری فعالیت بسیار زیادی است، در نتیجه اغلب از واحدهای میلی کوری (mCi)، برابر با  $10^{-3} \text{ Ci}$ ، و میکروکوری ( $\mu\text{Ci}$ )، برابر با  $10^{-6} \text{ Ci}$  استفاده می‌کنیم.

نمونه‌ای به جرم چند گرم را در نظر بگیرید که حاوی حدود  $10^{23}$  اتم است. اگر فعالیت  $1 \text{ Ci}$  باشد، در حدود  $10^{10}$  هسته در نمونه در هر ثانیه وامی‌باشد. می‌توانیم بگوییم که برای هر هسته، احتمال واپاشی در هر ثانیه در حدود  $10^{10}/10^{23}$  یا  $10^{-13}$  است. این کمیت، احتمال واپاشی به ازای هر هسته در ثانیه، را ثابت واپاشی (با نماد  $\lambda$ ) می‌نامند. فرض می‌کنیم که  $\lambda$  عددی کوچک

۱. یکای SI برای فعالیت بکرل (Bq) است، که به افتخار کاشف پرتوزایی نامگذاری شده است. یک بکرل برابر است با یک واپاشی در ثانیه، پس  $1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$ . کوری یکای متداولتری برای فعالیت است.





ماری کوری (۱۸۶۷ - ۱۹۳۴ لهستان - فرانسه). مطالعات پیشگامش در زمینه پرتوزایی طبیعی رادیم و سایر عناصر دو جایزه نوبل برای وی به ارمغان آورد، جایزه نوبل فیزیک در ۱۹۰۳ به خاطر کشف پرتوزایی (به طور مشترک با هنری بکرل، و شوهرش پیر) و جایزه نوبل شیمی در سال ۱۹۱۱ به خاطر جدا کردن رادیم خالص. وی انستیتوی رادیم را در دانشگاه پاریس تأسیس کرد، و در آنجا به پیگیری تحقیقات در زمینه کاربردهای پزشکی مواد پرتوزا پرداخت. دخترش، ایرن، جایزه نوبل شیمی سال ۱۹۳۵ را به خاطر کشف پرتوزایی مصنوعی دریافت کرد.

است، و برای هر ماده بر حسب زمان تغییر نمی‌کند. احتمال واپاشی یک هسته به سن نمونه بستگی ندارد. فعالیت،  $\mathcal{A}$ ، تابع تعداد هسته‌های پرتوزای موجود در نمونه و نیز احتمال واپاشی،  $\lambda$ ، هر هسته است:

$$\mathcal{A} = \lambda N \quad (7-12)$$

هر دو کمیت  $\mathcal{A}$  و  $N$  تابع زمان،  $t$ ، هستند. البته با واپاشی نمونه  $N$  کاهش می‌یابد؛ تعداد هسته‌های پرتوزای کمتری باقی می‌مانند. اگر  $N$  کم شود و  $\lambda$  ثابت بماند،  $\mathcal{A}$  نیز باید با گذشت زمان کاهش یابد، به طوری که تعداد هسته‌های واپاشنده با افزایش زمان کمتر شوند.

می‌توانیم  $\mathcal{A}$  را تغییر تعداد هسته‌های پرتوزا در واحد زمان تلقی کنیم؛ هر چه تعداد هسته‌هایی که در ثانیه و امی‌پاشند بیشتر باشد،  $\mathcal{A}$  بزرگتر است

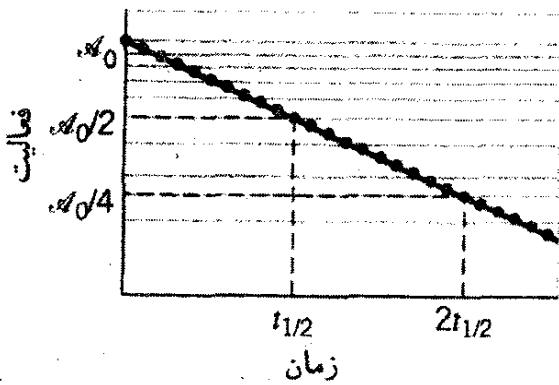
$$\mathcal{A} = -\frac{dN}{dt} \quad (8-12)$$

(وارد کردن علامت منها به خاطر آن است که  $dN/dt$  منفی است، چون  $N$  با گذشت زمان کم می‌شود، و می‌خواهیم  $\mathcal{A}$  یک عدد مثبت باشد.) از معادله‌های ۷-۱۲ و ۸-۱۲، می‌رسیم به:

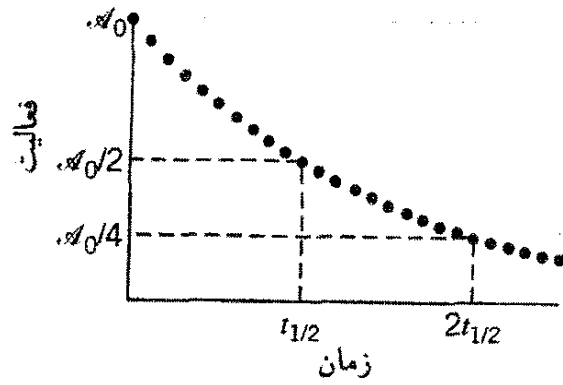
$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (9-12)$$

یا

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad (10-12)$$



شکل ۹-۱۲ نمودار نیمه لگاریتمی فعالیت بر حسب زمان.



شکل ۸-۱۲ فعالیت یک نمونه پرتوزا بر حسب زمان.

از این معادله می توان مستقیماً انتگرال گرفت و رسید به:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (۱۱-۱۲)$$

که در آن  $N_0$  نماینده تعداد هسته های پرتوزای موجود در  $t = 0$  است. معادله ۱۱-۱۲ قانون نمایی واپاشی پرتوزا است، که نشان می دهد چگونه تعداد هسته های پرتوزا در یک نمونه با گذشت زمان کم می شود. ما نمی توانیم واقعاً  $N$  را اندازه بگیریم، اما می توانیم این معادله را با ضرب دو طرف آن در  $\lambda$  به شکل مناسبتری در آوریم، که می دهد

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (۱۲-۱۲)$$

که در آن  $\mathcal{A}_0$  فعالیت اولیه است.

فرض کنید تعداد واپاشیهای نمونه خود را در یک ثانیه (با شمارش تابشهای ناشی از واپاشیها در مدت یک ثانیه) بشماریم. اندکی صبر کنیم، و سپس اندازه گیری را تکرار کنیم. با ادامه این فرایند، می توانیم فعالیت  $\mathcal{A}$  را بر حسب زمان، مطابق شکل ۸-۱۲، ترسیم کنیم. این نمودار وابستگی نمایی را که با توجه به معادله ۱۲-۱۲ انتظار می رفت، نشان می دهد.

اغلب بهتر است  $\mathcal{A}$  را مطابق شکل ۹-۱۲، بر حسب  $t$  بر روی مقیاس نیمه لگاریتمی، رسم کنیم. در این نوع نمودار، معادله ۱۲-۱۲ یک خط راست می شود؛ با برآزش یک خط مستقیم به داده ها مقدار  $\lambda$  به دست می آید.

نیمه عمر،  $t_{1/2}$ ، واپاشی عبارت است از زمانی که طول می کشد تا فعالیت، مطابق شکل ۸-۱۲،

به نصف کاهش یابد. یعنی  $\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 / 2$ ، وقتی  $t = t_{1/2}$ .

$$\frac{\mathcal{A}_0}{2} = \mathcal{A}_0 \cdot e^{-\lambda t_{1/2}}$$

که از آن می‌رسیم به:

$$t_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \ln 2$$

$$= \frac{0.693}{\lambda} \quad (12-13)$$

یک پارامتر مفید دیگر عمر متوسط  $\tau$  (مسئله ۲۲) است:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (12-14)$$

وقتی  $t = \tau$ , آنگاه  $\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 e^{-1} = 0.37 \mathcal{A}_0$ .

### مثال ۱۲-۵

نیمه عمر  $^{198}\text{Au}$  برابر است با  $2.70$  روز. (الف) ثابت واپاشی  $^{198}\text{Au}$  چقدر است؟ (ب) احتمال اینکه یک اتم  $^{198}\text{Au}$  در یک ثانیه واپاشد چقدر است؟ (ج) فرض کنید یک نمونه  $1.00 \mu\text{g}$  از  $^{198}\text{Au}$  داریم. فعالیت آن چقدر است؟ (د) پس از یک هفته چند واپاشی در ثانیه در نمونه، به وقوع می‌پیوندد؟

حل: (الف)

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{2.70 \text{ d}} \cdot \frac{1 \text{ d}}{24 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 2.97 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

(ب) احتمال واپاشی در ثانیه درست همان ثابت واپاشی است، به طوری که احتمال اینکه هر هسته  $^{198}\text{Au}$  در یک ثانیه واپاشد عبارت است از  $2.97 \times 10^{-6}$ .

(ج) تعداد اتمها در نمونه به کمک ثابت آووگادرو،  $N_A$ ، و جرم مولی،  $M$ ، تعیین می‌شود:

$$N = \frac{m N_A}{M} = \frac{(1.00 \times 10^{-6} \text{ g})(6.02 \times 10^{23} \text{ اتم/مول})}{198 \text{ g/مول}}$$

$$= 3.04 \times 10^{15} \text{ اتم}$$

$$\mathcal{A} = \lambda N = (2.97 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1})(3.04 \times 10^{15})$$

$$= 9.03 \times 10^9 \text{ واپاشی در ثانیه}$$

$$= 0.244 \text{ Ci}$$

(د) فعالیت طبق معادله ۱۲-۱۲ افت می‌کند:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \mathcal{A}_0 e^{-\lambda t} \\ &= (9.03 \times 10^4 \text{ واپاشی/s}) e^{-(0.693/2.70 \text{ d})(7 \text{ d})} \\ &= 1.05 \times 10^4 \text{ واپاشی/s} \end{aligned}$$

مثال ۱۲-۶

نیمه عمر  $^{235}\text{U}$  برابر  $7.04 \times 10^8$  سال است. یک تکه سنگ که  $4.55 \times 10^4$  سال قبل همراه با زمین جامد شده است، حاوی  $N$  اتم  $^{235}\text{U}$  است. این تکه سنگ در هنگام انجماد چند اتم داشته است؟  
حل: سن سنگ عبارت است از:

$$\frac{4.55 \times 10^4 \text{ y}}{7.04 \times 10^8 \text{ y}} = \text{نیمه عمر } 6.46$$

چون در هر نیمه عمر،  $N$  با ضریب ۲ کاهش می‌یابد، کاهش کلی  $N$  عبارت است،

$$2^{6.46} = 88.2$$

بنابراین، سنگ اولیه حاوی  $88.2N$  اتم  $^{235}\text{U}$  بوده است.

## ۱۲-۶ قوانین پایستگی در واپاشیهای پرتوزا

مطالعه واپاشیهای پرتوزا و واکنشهای هسته‌ای نشان می‌دهد که طبیعت در گزینش نتیجه واپاشیها و واکنشها خودسرانه عمل نمی‌کند، بلکه قانونهایی پیامدهای ممکن را محدود می‌کنند. ما این قانونها را قانونهای پایستگی می‌نامیم و فکر می‌کنیم که این قانونها بینشی عمیق درباره اساس کار طبیعت می‌دهند. چند فقره از این قانونهای پایستگی در مورد فرایندهای واپاشی پرتوزا به کار می‌روند.

۱. پایستگی انرژی. قانون پایستگی انرژی که شاید مهمترین قانون پایستگی باشد، تعیین می‌کند که کدام واپاشیها به لحاظ انرژی امکان‌پذیرند و ما را قادر می‌سازند تا انرژیهای سکون یا انرژیهای جنبشی محصولات واپاشی را محاسبه کنیم. یک هسته  $X$  در صورتی از طریق گسیل یک یا چند ذره که آنها را مجموعاً  $x$  می‌نامیم، به هسته سبکتر  $X'$  وامی‌باشد ( $X \rightarrow X' + x$ ) که انرژی سکون  $X$  بیشتر از انرژی سکون  $X' + x$  باشد. اضافه انرژی سکون، مقدار  $Q$ ی واکنش خوانده می‌شود:

$$m_N(X)c^2 = m_N(X')c^2 + m_N(x)c^2 + Q$$

$$Q = [m_N(X) - m_N(X') - m_N(x)]c^2 \quad (12-15)$$

که در آن  $m_N$  نماینده جرم هسته است. واپاشی در صورتی میسر خواهد شد که این مقدار  $Q$  مثبت باشد. انرژی اضافی به صورت انرژی جنبشی محصولات واپاشی ظاهر می شود (با فرض اینکه  $X$  در ابتدا ساکن است):

$$Q = K_{X'} + K_x \quad (12-16)$$

۲. پایستگی تکانه خطی. اگر هسته واپاشنده در ابتدا ساکن باشد، مجموع تکانه کل همه محصولات واپاشی باید صفر شود

$$p_{X'} + p_x = 0 \quad (12-17)$$

معمولاً جرم ذرات گسیلیده  $x$  بسیار کمتر از هسته باقیمانده  $X'$  است، و تکانه پس زنی،  $p_{X'}$ ، انرژی جنبشی اندک  $K_{X'}$  را می دهد.

اگر فقط یک ذره  $x$  گسیل شود، معادله های ۱۶-۱۲ و ۱۷-۱۲ را می توان به طور همزمان برای  $K_{X'}$  و  $K_x$  حل کرد. اگر  $x$  نماینده دو یا چند ذره باشد، تعداد مجهولها از تعداد معادله ها بیشتر می شود، و جواب یکتایی وجود ندارد. در این مورد، گستره ای از مقادیر از یک کمینه تا یک بیشینه برای محصولات واپاشی مجاز است.

۳. پایستگی تکانه زاویه ای. تکانه زاویه ای اسپین کل ذره اولیه قبل از واپاشی باید با تکانه زاویه ای کل (اسپین به علاوه تکانه مداری) همه ذرات حاصل پس از واپاشی برابر باشد. مثلاً واپاشی نوترون (تکانه زاویه ای اسپین =  $1/2$ ) به پروتون و الکترون با توجه به پایستگی تکانه زاویه ای ممنوع است، زیرا اسپینهای پروتون و الکترون را، که هر کدام برابر  $1/2$  است، می توان ترکیب کرد و نتیجه  $0$  یا  $1$  است، که هیچکدام با تکانه زاویه ای اولیه نوترون برابر نیست. افزودن واحدهای صحیح تکانه زاویه ای مداری الکترون در این فرایند واپاشی پایستگی تکانه زاویه ای را برقرار نمی کند.

۴. پایستگی بار الکتریکی. این اصل یکی از اجزای بنیادی تمام فرایندهای واپاشی و واکنش به شمار می آید که چندان نیازی به توضیح ندارد. بار الکتریکی خالص کل قبل و بعد از واکنش نباید تغییر کند.

۵. پایستگی عدد جرمی. در بعضی فرایندهای واپاشی، می توانیم ذراتی را (مانند فوتونها و الکترونها) خلق کنیم که قبل از واپاشی در هسته وجود نداشتند (البته برای این کار باید انرژی کافی وجود داشته باشد. یعنی برای خلق هر الکترون  $511 \text{ MeV}$  انرژی لازم است). اما، طبیعت خلق و نابودی پروتونها و نوترونها را مجاز نمی شمارد، اگرچه در بعضی فرایندهای واپاشی می توانیم نوترونها را به پروتونها یا پروتونها را به نوترونها تبدیل کنیم. عدد جرمی کل  $A$  در فرایندهای واپاشی

یا واکنش تغییر نمی‌کند. در برخی فرایندها،  $A$  ثابت می‌ماند، زیرا هم  $Z$  و هم  $N$  تغییر نمی‌کنند؛ در فرایندهای دیگر  $Z$  و  $N$  طوری تغییر می‌کنند که مجموعشان ثابت بماند.

## ۷-۱۲ واپاشی آلفا

در واپاشی آلفا، یک هسته ناپایدار به یک هسته سبکتر و یک ذره آلفا (یک هسته  ${}^4\text{He}$ ) طبق رابطه زیر وامی‌باشد:



که در آن  $X$  و  $X'$  نشان‌دهنده هسته‌های مختلف‌اند.

فرایندهای واپاشی از این نوع انرژی آزاد می‌کنند، زیرا پیوند محصولات واپاشی محکمتر از هسته اولیه است. انرژی آزاد شده را، که به صورت انرژی جنبشی ذره آلفا و "دختر" هسته  $X'$  ظاهر می‌شود، می‌توان با استفاده از معادله ۱۲-۱۵ از جرم هسته‌های دخیل در واکنش به دست آورد:

$$Q = [m(X) - m(X') - m({}^4\text{He})]c^2 \quad (19-12)$$

مانند مورد محاسبه انرژی بستگی، می‌توان نشان داد که جرم الکترونها در معادله ۱۲-۱۹ حذف می‌شود، و در نتیجه می‌توان از جرمهای اتمی استفاده کرد. انرژی  $Q$  به صورت انرژی جنبشی محصولات واپاشی ظاهر می‌شود:

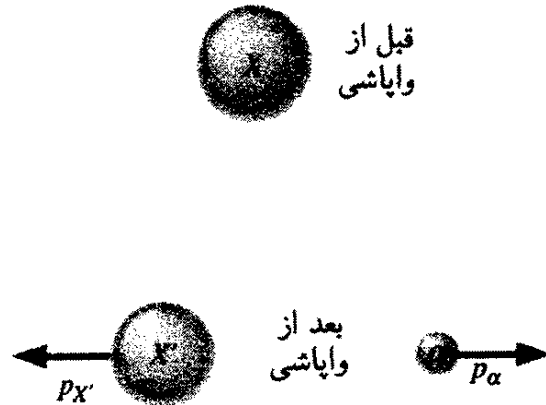
$$Q = K_{X'} + K_{\alpha} \quad (20-12)$$

با فرض اینکه چارچوبی را برگزیده‌ایم که در آن  $X$  ساکن است. تکانه زاویه‌ای نیز، مطابق شکل ۱۲-۱۰، در فرایند واپاشی پایسته است، به طوری که

$$p_{\alpha} = p_{X'} \quad (21-12)$$

در معادله‌های ۱۲-۲۰ و ۱۲-۲۱ کمیت‌های  $p_{X'}$  و  $K_{X'}$  را حذف می‌کنیم، زیرا معمولاً هسته دختر را در آزمایشگاه مشاهده نمی‌کنیم (ذره آلفا می‌تواند مسافتی بسیار بیشتر از یک هسته سنگین را در ماده بپیماید). انرژیهای واپاشی آلفا نوعاً در حدود چند MeV اند؛ بنابراین انرژی جنبشی ذره آلفا و هسته بسیار کمتر از انرژی سکون آنهاست، و در نتیجه می‌توان با استفاده از مکانیک ناسبیتی رابطه زیر را به دست آورد

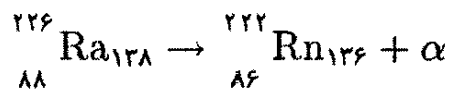
$$K_{\alpha} \cong \frac{A-4}{A} Q \quad (22-12)$$



شکل ۱۰-۱۲ یک هسته  $X$  با گسیل آلفا و امی‌یاشد؛ نتیجه واپاشی یک هسته  $X'$  و یک ذره آلفاست.

### مثال ۷-۱۲

انرژی جنبشی ذره آلفا را که در واپاشی آلفای  $^{226}\text{Ra}$  گسیل می‌شود بیابید.  
 حل: با توجه به فهرست ایزوتوپها در پیوست الف، فرایند واپاشی به صورت زیر است



$$\begin{aligned} Q &= [m(^{226}\text{Ra}) - m(^{222}\text{Rn}) - m(^4\text{He})]c^2 \\ &= (226.025403 \text{ u} - 222.017571 \text{ u} - 4.002603 \text{ u})(931.5 \text{ MeV/u}) \\ &= 4.871 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{\alpha} &= \frac{A-4}{A}Q = \left(\frac{222}{226}\right) 4.871 \text{ MeV} \\ &= 4.785 \text{ MeV} \end{aligned}$$

نمونه بعضی واپاشیهای آلفا و نیمه‌عمر آنها را در جدول ۱۲-۲ درج کرده‌ایم. با توجه به این جدول مشاهده می‌کنید که تغییر مختصر در انرژی واپاشی (با ضریب ۲) باعث تغییر چشمگیری در نیمه‌عمر می‌شود (۲۴ مرتبه بزرگی)! مثلاً، برای ایزوتوپهای  $^{230}\text{Th}$  و  $^{232}\text{Th}$  (که  $Z$  یکسان و در نتیجه برهم‌کنش کولنی یکسان بین ذره آلفا و هسته دختر دارند) انرژی جنبشی فقط  $0.68 \text{ MeV}$  (در حدود ۱۵٪) تغییر می‌کند، در حالی که نیمه‌عمر در حدود پنج مرتبه بزرگی تغییر می‌کند. هر محاسبه موفقیت‌آمیز احتمال واپاشی آلفا باید این حساسیت به انرژی واپاشی را توجیه کند.

جدول ۱۲-۲ برخی انرژیها و نیمه عمرهای واپاشی آلفا

$\lambda (s^{-1})$	$t_{1/2}$	$K_{\alpha} (MeV)$	ایزوتوپ
$1.6 \times 10^{-18}$	$1.4 \times 10^{10} y$	۴٫۰۱	$^{232}Th$
$4.9 \times 10^{-18}$	$4.5 \times 10^9 y$	۴٫۱۹	$^{238}U$
$2.8 \times 10^{-12}$	$8.0 \times 10^4 y$	۴٫۶۹	$^{230}Th$
$5.1 \times 10^{-11}$	۴۳۳ y	۵٫۶۴	$^{241}Am$
$3.9 \times 10^{-7}$	۲۰٫۸ d	۵٫۸۹	$^{230}U$
$8.0 \times 10^{-5}$	۲٫۴ h	۶٫۱۶	$^{210}Rn$
$1.2 \times 10^{-2}$	۵۶ s	۶٫۲۹	$^{220}Rn$
۰٫۱۴	۵ s	۷٫۰۱	$^{222}Ac$
$3.9 \times 10^2$	۱٫۸ ms	۷٫۵۳	$^{215}Po$
$6.3 \times 10^6$	۰٫۱۱ $\mu s$	۹٫۸۵	$^{218}Th$

واپاشی آلفا مثالی از نفوذ در سه کوانتوم مکانیکی است، که در شکل ۵ درباره آن بحث کردیم. اکنون فرض می‌کنیم که دو نوترون و دو پروتون در یک هسته گردهم آیند و یک ذره آلفا تشکیل دهند. (فرض کنید نوترونها و پروتونها در هسته شناورند، و گاهی به هم نزدیک و سپس از یکدیگر دور می‌شوند.) ذره آلفا را نیروی هسته در داخل هسته مقید کرده است، که در شکل ۱۱-۱۲ به صورت یک انرژی پتانسیل منفی ثابت نشان داده شده است. همین که ذره آلفا از شعاع هسته،  $R$ ، دورتر شود، دافعه کولنی هسته دختر ( $U \propto 1/r$ ) را احساس می‌کند. ارتفاع سد  $U_B$  عبارت است از:

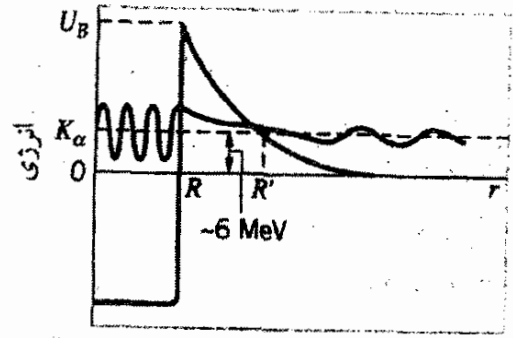
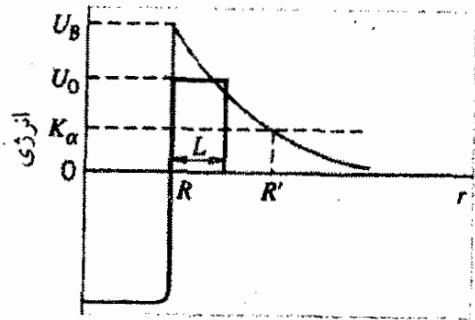
$$U_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{R} \quad (12-23)$$

که برای یک هسته سنگین نوعاً در حدود ۳۰ MeV تا ۴۰ MeV است. (در اینجا ضریب ۲ در صورت مربوط به بار ذره آلفاست، ضریب  $Z - 2$  به این سبب ظاهر می‌شود که هسته دختر عامل نیروی کولنی است.) انرژی ذرات آلفا نوعاً ۴ MeV تا ۸ MeV است، و بنابراین ذره آلفا نمی‌تواند بر سد کولنی غلبه کند؛ تنها راه فرار ذره آلفا "تونل زنی" در این سد است.

احتمال،  $\lambda$ ، اینکه یک ذره آلفا در واحد زمان در آزمایشگاه ظاهر شود برابر است با احتمال نفوذ آن در سد ضربدر تعداد دفعاتی که در ثانیه در راه فرار از سد به آن برخورد می‌کند. اگر ذره آلفا با سرعت  $v$  در داخل هسته‌ای به شعاع  $R$  حرکت کند، هنگامی که در هسته جلو و عقب می‌رود در بازه‌های زمانی  $2R/v$  به سد برخورد می‌کند. برای یک هسته سنگین  $R \sim 6 \text{ fm}$ ، ذره آلفا در حدود  $10^{22}$  مرتبه در ثانیه به "دیواره" برخورد می‌کند!

احتمال نفوذ ذره آلفا در سد را می‌توان با حل معادله شرودینگر برای انرژی پتانسیل شکل





شکل ۱۱-۱۲ نفوذ یک ذره آلفا در سد.

شکل ۱۲-۱۲ جایگزینی سد کولنی برای ذره آلفا با یک سد تخت به ارتفاع  $U_0$ .

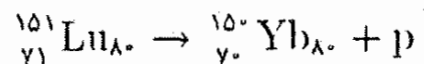
۱۱-۱۲ یافت. برای ساده کردن این محاسبه، می‌توان به جای سد کولنی، سد "تخت" شکل ۱۲-۱۲ را قرار داد. همان‌گونه که در فصل ۵ گفتیم، احتمال نفوذ در سد انرژی پتانسیل را عامل نمایی  $e^{-2kL}$  تعیین می‌کند، که در آن ضخامت سد و  $k = \sqrt{(2m/\hbar^2)(U_0 - E)}$  برای سد به ارتفاع  $U_0$  و با انرژی ذره  $E$  است. احتمال واپاشی را می‌توان به صورت زیر برآورد کرد:

$$\lambda = \frac{v}{2R} e^{-2kL} \quad (۲۴-۱۲)$$

که شامل آهنگ برخورد ذره با سد و احتمال نفوذ در آن است. با برآوردهای خام برای ضخامت و ارتفاع سد مسئله ۲۹، باید بتوانید گستره احتمالات واپاشی جدول ۱۲-۲ را به دست آورید.

محاسبه دقیق احتمال واپاشی را می‌توان با جایگزینی یک رشته سد تخت باریک به جای سد کولنی انجام داد. این سدها را طوری انتخاب می‌کنیم که حتی الامکان بر سد کولنی منطبق شوند. این محاسبه اولین بار در سال ۱۹۲۸ انجام شد و یکی از کاربردهای موفق نظریه کوانتومی بود. بعضی هسته‌ها می‌توانند در برابر گسیل ذرات دیگر یا مجموعه‌ای از ذرات ناپایدار باشند. اخیراً

معلوم شده هسته‌هایی که پروتونهای اضافی دارند (هسته‌های در مرز سمت چپ ناحیه روشن شکل ۱۲-۷) در فرایند نادری شبیه به واپاشی آلفا پروتون گسیل می‌کنند. به این ترتیب، پروتون اضافی آنها کاهش می‌یابد و به پایداری نزدیکتر می‌شوند. مثالی از این فرایند عبارت است از



اخیراً معلوم شده است که هسته‌های دیگر خوشه‌هایی از ذرات مانند  ${}^{12}\text{C}$ ،  ${}^{14}\text{C}$ ،  ${}^2\text{Ne}$  را گسیل می‌کنند. مثال زیر این فرایند را نشان می‌دهد.

مثال ۱۲-۸

هسته  ${}^{226}\text{Ra}$  با گسیل آلفا با نیمه عمر  $1602 \text{ y}$  و امی باشد. این هسته با گسیل  ${}^{14}\text{C}$  نیز وامی باشد. مقدار  $Q$  را برای گسیل  ${}^{14}\text{C}$  بیابید و آن را با گسیل آلفا مقایسه کنید (مثال ۱۲-۷).

حل:  $^{226}\text{Ra}$  با گسیل  $^{14}\text{C}$  با ۶ پروتون و ۸ نوترون به هسته  $^{212}\text{Pb}$  تبدیل می‌شود، بنابراین فرایند به صورت زیر است



مقدار  $Q$  را می‌توان از معادله ۱۲-۱۵ یافت، که مجدداً می‌توان از جرمهای اتمی استفاده کرد زیرا جرم الکترونها حذف می‌شود.

$$\begin{aligned} Q &= [m(^{226}\text{Ra}) - m(^{212}\text{Pb}) - m(^{14}\text{C})]c^2 \\ &= (226.025403 \text{ u} - 211.991871 \text{ u} - 14.003242 \text{ u}) \times (931.5 \text{ MeV/u}) \\ &= 28.215 \text{ MeV} \end{aligned}$$

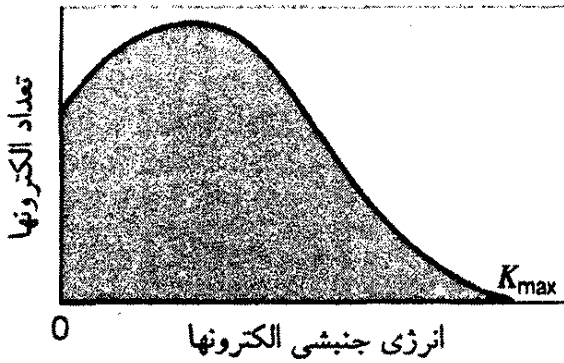
هر چند  $Q$  از مقدار  $Q$  برای واپاشی آلفا ( $4.871 \text{ MeV}$ ) بسیار بیشتر است، ارتفاع سد کولنی برای واپاشی  $^{14}\text{C}$  تقریباً سه برابر و ضخیمتر از سد واپاشی آلفا است [ضریب  $(Z-2)$  را در معادله ۱۲-۲۳ به  $(Z-6)$  تغییر دهید]. در نتیجه، احتمال ظاهر شدن  $^{14}\text{C}$  در حدود  $10^{-9}$  برابر واپاشی آلفا است؛ یعنی،  $^{226}\text{Ra}$  به ازای هر  $^{14}\text{C}$  تعداد  $10^9$  ذره آلفا گسیل می‌کند. (برای محاسبه احتمالات نسبی واپاشی به مسئله ۳۰ نگاه کنید). ■

## ۱۲-۸ واپاشی بتازا

در واپاشی بتازا یک نوترون در هسته به یک پروتون (یک پروتون به یک نوترون) تبدیل می‌شود؛  $Z$  و  $N$  هر کدام یک واحد تغییر می‌کنند، اما در  $A$  تغییری پدید نمی‌آید. وقتی این فرایند واپاشی برای اولین بار مطالعه می‌شد، ذرات گسیلی را ذرات بتا نامیدند؛ بعداً معلوم شد که این ذرات الکترون‌اند. بنیادی‌ترین فرایند واپاشی بتازا، یک نوترون آزاد به یک پروتون و یک الکترون وامی‌باشد:  $n \rightarrow p + e^-$  (به اضافه یک ذره سوم، که بعداً درباره‌اش بحث می‌کنیم).

الکترون گسیل شده یکی از الکترونهاى مدارى اتم نیست. همین طور الکترونی نیست که قبلاً در داخل هسته وجود داشته باشد، زیرا همان‌طور که دیدیم (مثال ۴-۷) اصل عدم قطعیت وجود الکترونها با انرژی مشاهده شده را در داخل هسته ممنوع می‌کند. این الکترون را هسته با انرژی موجودش "می‌سازد". اگر اختلاف انرژی سکون هسته‌ها حداقل  $m_e c^2$  باشد، این امر امکان‌پذیر خواهد بود.

آزمایشهای اولیه واپاشی بتازا از دو مشکل پرده برداشت. اولاً، واپاشی  $n \rightarrow p + e^-$  ممنوع است زیرا، چنانکه در بخش ۱۲-۶ گفتیم، ظاهراً قانون پایستگی تکانه زاویه‌ای را نقض می‌کند.



شکل ۱۲-۱۳ طیف الکترونها گسیل شده در واپاشی بتا.

مسئله جدی دیگر را اندازه‌گیری انرژی الکترونها گسیل شده آشکار کرد؛ مطابق شکل ۱۲-۱۳، طیف انرژی این الکترونها از صفر تا یک مقدار بیشینه  $K_{max}$  پیوسته بود. مثلاً اگر نوترون واپاشد، مقدار  $Q$  عبارت خواهد بود از:

$$Q = (m_n - m_p - m_e)c^2 \quad (۲۵-۱۲)$$

در محاسبه مقادیر  $Q$  برای واپاشی بتا باید دقت کنیم، زیرا جرم الکترونها مانند محاسبات قبلی با استفاده از جرمهای اتمی حذف نمی‌شود. زیرا برای هسته‌های اولیه و نهایی  $Z$ ، و در نتیجه تعداد الکترونها متفاوت‌اند. برای واپاشی بتای نوترون، می‌توان  $m_p$  و  $m_e$  را جمع کرد تا جرم اتم هیدروژن ( ${}^1_0\text{H}$ ) به دست آید، و در نتیجه

$$Q = [m_n - m({}^1_0\text{H})]c^2 \quad (۲۶-۱۲)$$

که پس از محاسبه، مقدار آن  $782 \text{ MeV}$  به دست می‌آید.

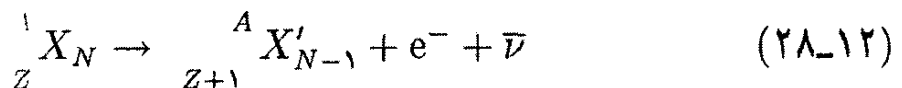
جز برای یک تصحیح جزئی، که انرژی پس‌زنی پروتون را به حساب می‌آورد، همه این انرژی به صورت انرژی جنبشی الکترون ظاهر می‌شود، و تمام الکترونها گسیل شده باید دقیقاً دارای این انرژی باشند. اما به تجربه درمی‌یابیم که انرژی همه الکترونها کمتر از این مقدار است. در واقع گستره انرژی الکترونها، از ۰ تا مقدار بیشینه‌شان، پیوسته است. قبل از  $1930$ ، فیزیکدانان با جدیت و خلاقیت فراوان به مسئله این انرژی "گمشده" پرداختند، اما موفقیتی به دست نیاوردند.

ولفگانگ پاولی جواب این نقض آشکار پایستگی تکانه زاویه‌ای و انرژی را در سال  $1930$  یافت؛ وی اظهار داشت که باید ذره سومی در واپاشی بتا گسیل شود. چون بارالکتریکی با توجه به پروتون و الکترون پایسته است، این ذره جدید نمی‌تواند بارالکتریکی داشته باشد. اگر اسپین این ذره  $1/2$  باشد، پایستگی تکانه زاویه‌ای برقرار می‌شود، زیرا می‌توانیم اسپینهای سه ذره ناشی از واپاشی را چنان ترکیب کنیم که حاصل  $1/2$  شود. انرژی "گمشده" عبارت است از انرژی که این ذره سوم حمل می‌کند، و واقعیت مشاهده شده مبنی بر اینکه طیف انرژی تا مقدار

$Q = [m_n - m({}^1_0\text{H})]c^2$  بسط می‌یابد، نشان می‌دهد که جرم و انرژی سکون این ذره، درست مانند فوتون، صفر است. (می‌دانیم که این ذره نمی‌تواند فوتون باشد، زیرا اسپین فوتون ۱ است.) این ذره جدید نوترینو (به زبان ایتالیایی به معنای "ذره کوچک خنثی") نامیده شد و نماد آن را  $\nu$  قرار دادند. همان گونه که در فصل ۱۴ گفته‌ایم، هر ذره دارای یک پاد ذره است، و پاد ذره نوترینو، پاد نوترینو،  $\bar{\nu}$  است. در واقع، این پادنوترینوست که در واپاشی بتازای نوترون گسیل می‌شود. فرایند واپاشی کامل به صورت زیر است:



واپاشی نوترون در هسته نیز رخ می‌دهد، که در آن یک هسته با  $Z$  پروتون و  $N$  نوترون به هسته‌ای با  $Z + 1$  پروتون و  $N - 1$  نوترون وامی‌باشد:



مقدار  $Q$  برای این واپاشی عبارت است از:

$$Q = [m({}^A X) - m({}^A X')]c^2 \quad (29-12)$$

می‌توان نشان داد (مسئله ۳۱) که جرم الکترونها در محاسبه  $Q$  حذف می‌شود، بنابراین این جرمهای اتمی است که در معادله ۲۹-۱۲ ظاهر می‌شوند. نوترینو در محاسبه مقدار  $Q$  ظاهر نمی‌شود زیرا جرم آن صفر یا بسیار اندک است.

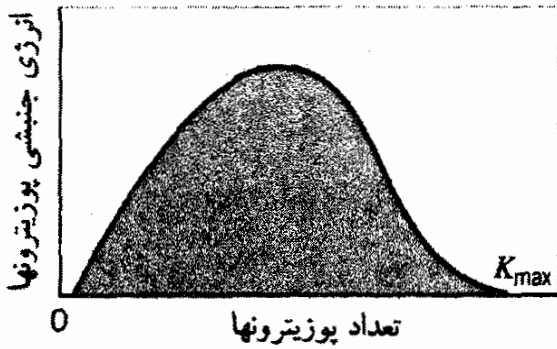
انرژی آزاد شده در واپاشی (مقدار  $Q$ ) به صورت انرژی  $E_\nu$  پاد نوترینو، انرژی جنبشی الکترون،  $K_e$ ، و یک انرژی جنبشی (معمولاً ناچیز) پس‌زنی هسته  $X'$  ظاهر می‌شود:

$$Q \cong E_\nu + K_e \quad (30-12)$$

انرژی الکترون (که باید آن را نسبیته در نظر گرفت، زیرا انرژی جنبشی‌اش در مقایسه با انرژی سکونش کوچک نیست) وقتی بیشینه است که انرژی پادنوترینو تقریباً صفر باشد. شکل ۱۲-۱۳ توزیع انرژی الکترونها را در یک نمونه واپاشی بتازای منفی نشان می‌دهد.

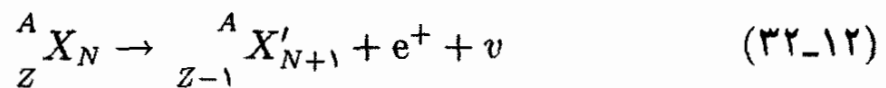
یک فرایند واپاشی بتازای دیگر عبارت است از





شکل ۱۲-۱۴ طیف پوزیترونها گسیلیده در واپاشی بتازا.

که در آن یک الکترون مثبت، یا پوزیترون گسیل می‌شود. پوزیترون پاد ذره الکترون است؛ جرم آن همان جرم الکترون اما بار الکتریکی‌اش مخالف الکترون است. مقدار  $Q$  برای این واپاشی منفی است، در نتیجه هرگز در طبیعت برای پروتونهای آزاد مشاهده نشده است. (این یک خوش‌شانسی است — اگر پروتون آزاد در برابر واپاشی بتازا ناپایدار بود، اتمهای هیدروژن پایدار، ماده اولیه عالم، نمی‌توانستند وجود داشته باشند!) برای پروتونهای هسته این فرایندهای واپاشی رخ می‌دهد:



مقدار  $Q$  برای این فرایند عبارت است از (مسئله ۳۱):

$$Q = [m({}^A X) - m({}^A X') - 2m_e]c^2 \quad (۳۳-۱۲)$$

که در آن جرمها عبارت‌اند از جرمهای اتمی. پوزیترون و نوترینو انرژی را تقسیم می‌کنند؛ انرژی پوزیترون وقتی بیشینه است که، طبق معادله ۱۲-۳۰، و مجدداً با نادیده گرفتن انرژی پس‌زنی مختصر هسته  $X'$ ، انرژی نوترینو صفر باشد. شکل ۱۲-۱۴ توزیع انرژی پوزیترونها گسیلیده را در یک نمونه واپاشی بتازای مثبت نشان می‌دهد.

یک فرایند واپاشی هسته‌ای که با گسیل پوزیترون رقابت می‌کند گیراندازی الکترون است؛ فرایند گیراندازی الکترون اساساً به صورت زیر است:

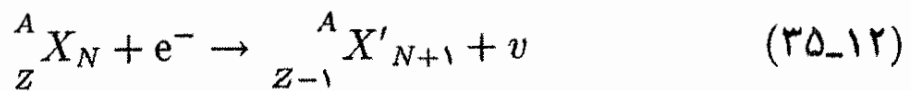


که در آن پروتون یک الکترون را از مدارش به دام می‌اندازد و به یک نوترون به اضافه یک نوترینو تبدیل می‌شود. الکترون لازم برای این فرایند یکی از الکترونهای مدار داخلی اتم است، و فرایند گیراندازی را با پوسته مربوط به الکترون گیراندازی شده مشخص می‌کنیم: گیراندازی پوسته  $K$ ، گیراندازی پوسته  $L$ ، و غیره. (مدارهای الکترونی که به هسته نزدیک‌ترند و یا حتی در آن نفوذ می‌کنند، احتمال گیراندازی بیشتری دارند.) فرایند گیراندازی الکترون برای پروتونهای آزاد صورت نمی‌گیرد،

جدول ۳-۱۲ چند نمونه فرایند واپاشی بتازا

$t_{1/2}$	Q(MeV)	نوع	واپاشی
۲۷ s	۴٫۸۲	$\beta^-$	$^{19}\text{O} \rightarrow ^{19}\text{F} + e^- + \bar{\nu}$
$3,6 \times 10^{10}$ y	۱٫۱۹	$\beta^-$	$^{176}\text{Lu} \rightarrow ^{176}\text{Hf} + e^- + \bar{\nu}$
۷٫۲ s	۳٫۲۶	$\beta^+$	$^{25}\text{Al} \rightarrow ^{25}\text{Mg} + e^+ + \nu$
۴٫۲ d	۲٫۱۴	$\beta^+$	$^{124}\text{I} \rightarrow ^{124}\text{Te} + e^+ + \nu$
۱۲۲ s	۲٫۷۵	EC	$^{15}\text{O} + e^- \rightarrow ^{15}\text{N} + \nu$
۱۲۹ d	۰٫۳۱	EC	$^{170}\text{Tm} + e^- \rightarrow ^{170}\text{Er} + \nu$

اما در هسته‌ها فرایند به صورت زیر است



و مقدار Q، با استفاده از جرمهای اتمی عبارت است از:

$$Q = [m({}^A X) - m({}^A X')]c^2 \quad (36-12)$$

در این مورد، با نادیده گرفتن انرژی جنبشی اولیه الکترون و انرژی پس‌زنی هسته، نوترینو تمام انرژی نهایی موجود را می‌گیرد:

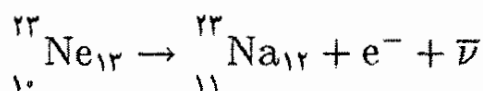
$$E_\nu = Q \quad (37-12)$$

برخلاف سایر فرایندهای واپاشی بتازا، یک نوترینوی تک انرژی در گیراندازی الکترون گسیل می‌شود. در جدول ۳-۱۲ چند نمونه فرایند واپاشی بتازا را همراه با مقدار Q و نیمه‌عمر آنها درج کرده‌ایم.

### مثال ۹-۱۲

$^{23}\text{Ne}$  با گسیل بتای منفی به  $^{23}\text{Na}$  و امی‌پاشد. انرژی جنبشی بیشینه الکترونهای گسیل شده چقدر است؟

حل: این واپاشی به صورتی است که از معادله ۲۸-۱۲ به دست می‌آید:



و مقدار  $Q$ ی آن از معادله ۱۲-۲۹ با استفاده از جرمهای اتمی به دست می آید:

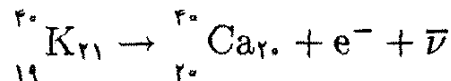
$$\begin{aligned} Q &= [m(^{23}\text{Ne}) - m(^{23}\text{Na})]c^2 \\ &= (22,994465 \text{ u} - 22,989768 \text{ u})(931,5 \text{ MeV/u}) \\ &= 4,375 \text{ MeV} \end{aligned}$$

بجز برای تصحیح جزئی انرژی جنبشی هسته پسران، انرژی جنبشی بیشینه الکترونها برابر این مقدار است. (این در صورتی رخ می دهد که انرژی نوترینو ناچیز باشد. به همین ترتیب، انرژی نوترینو وقتی بیشینه است که انرژی جنبشی الکترون ناچیز باشد). ■

مثال ۱۲-۱۰

$^{40}\text{K}$  یک ایزوتوپ غیرعادی است، که با گسیل بتای منفی، گسیل بتای مثبت، و گیراندازی الکترون، وامی باشد. مقدار  $Q$  را برای این واپاشیها بیابید.

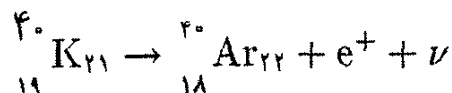
حل: فرایند واپاشی بتای منفی از معادله ۱۲-۲۸ به دست می آید:



و مقدار  $Q$  از معادله ۱۲-۲۹ با استفاده از جرمهای اتمی به دست می آید:

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= [m(^{40}\text{K}) - m(^{40}\text{Ca})]c^2 \\ &= (39,963999 \text{ u} - 39,962591 \text{ u})(931,5 \text{ MeV/u}) \\ &= 1,312 \text{ MeV} \end{aligned}$$

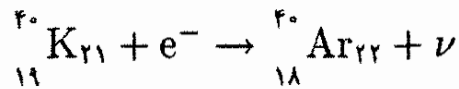
معادله ۱۲-۳۲ فرایند واپاشی برای گسیل بتای مثبت را می دهد:



و مقدار  $Q$  از معادله ۱۲-۲۳ به دست می آید:

$$\begin{aligned} Q_{\beta^+} &= [m(^{40}\text{K}) - m(^{40}\text{Ar}) - 2m_e]c^2 \\ &= (39,963999 \text{ u} - 39,962384 \text{ u} - 2 \times 0,000549 \text{ u})(931,5 \text{ MeV/u}) \\ &= 0,482 \text{ MeV} \end{aligned}$$

برای گیراندازی الکترون،



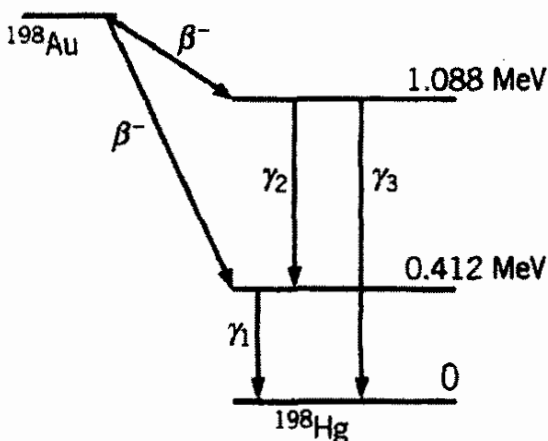
و از معادله ۱۲-۳۶:

$$\begin{aligned} Q_{ec} &= [m({}^{40}\text{K}) - m({}^{40}\text{Ar})]c^2 \\ &= (39,963999 \text{ u} - 39,962384 \text{ u})(931,5 \text{ MeV/u}) \\ &= 1,504 \text{ MeV} \end{aligned}$$

## ۱۲-۹ واپاشی گاما

پس از واپاشی آلفا یا بتا، هسته نهایی ممکن است در یک حالت برانگیخته باشد. درست مانند اتم، هسته نیز پس از گسیل یک یا چند فوتون، که به آنها پرتوهای گامای هسته‌ای می‌گویند، به حالت پایه می‌رسد. انرژی هر فوتون اختلاف انرژی حالت‌های اولیه و نهایی هسته‌ای، منهای یک تصحیح بسیار جزئی برای انرژی جنبشی پس‌زنی هسته است. این انرژیها نوعاً در گستره  $10^0 \text{ keV}$  تا چند MeV هستند. همین‌طور هسته‌ها می‌توانند با جذب یک فوتون با انرژی مناسب، در فرایندی مانند جذب تشدید حالت‌های اتمی، از حالت پایه به حالت‌های بالاتر برانگیخته شوند.

شکل ۱۲-۱۵ نمونه‌ای از نمودار تراز انرژی حالت‌های برانگیخته هسته‌ای و برخی گذارهای پرتو گاما را که می‌توانند گسیل شوند نشان می‌دهد. مقادیر نیمه‌عمر حالت‌های برانگیخته نوعاً  $10^{-9} \text{ s}$  تا  $10^{-12} \text{ s}$  است؛ مقادیر دقیق نیمه‌عمرها (و قاعده‌های گزینش که بعضی گذارها را مجاز و برخی دیگر را ممنوع می‌کند) به جزئیات دقیق ساختار هسته‌ای نیاز دارد که فراتر از سطح این کتاب است. گاهی این جزئیات به نیمه‌عمرهای بسیار طولانی، ساعتها یا حتی روزها، می‌انجامد. این حالتها را حالت‌های ایزومری یا ایزومرها می‌نامند.



شکل ۱۲-۱۵ برخی پرتوهای گامای گسیلیده پس از واپاشی بتا.



مطالعه گسیل گامای هسته‌ای یکی از ابزارهای مهم فیزیکدان هسته‌ای به شمار می‌آید؛ انرژی پرتوهای گاما را می‌توان با دقت زیادی اندازه گرفت، و این اندازه‌گیریها وسایلی توانمند برای استنتاج انرژی حالت‌های برانگیخته هسته‌ها در اختیار ما می‌گذارند.

در محاسبه انرژی ذرات آلفا و بتای گسیلیده در واپاشیهای پرتوزا، فرض کرده‌ایم که هیچگونه پرتو گامایی گسیل نمی‌شود. اگر پرتوهای گاما گسیل شود، انرژی موجود (مقدار  $Q$ ) باید مطابق مثالهای زیر بین سایر ذرات و پرتو گاما تقسیم شود.

### مثال ۱۱-۱۲

$^{14}\text{N}$  با واپاشی بتازا به یک حالت برانگیخته  $^{12}\text{C}$  و امی‌پاشد که سپس با گسیل یک پرتو گامای  $4.43 \text{ MeV}$  به حالت پایه می‌رود. بیشینه انرژی جنبشی ذره بتای گسیلیده چقدر است؟  
حل: برای تعیین مقدار  $Q$  در این واپاشی، ابتدا باید جرم هسته  $^{12}\text{C}$  حاصل را در حالت برانگیخته‌اش بدانیم. جرم  $^{12}\text{C}$  در حالت پایه برابر است با  $12.000000 \text{ u}$ ، بنابراین جرم حالت برانگیخته آن برابر است با

$$12.000000 \text{ u} + \frac{4.43 \text{ MeV}}{931.5 \text{ MeV/u}} = 12.004756 \text{ u}$$

در این واپاشی، یک پروتون به یک نوترون تبدیل می‌شود، بنابراین باید مثالی از واپاشی پوزیترونی باشد. مقدار  $Q$ ، بنا به معادله ۱۲-۳۳، عبارت است از:

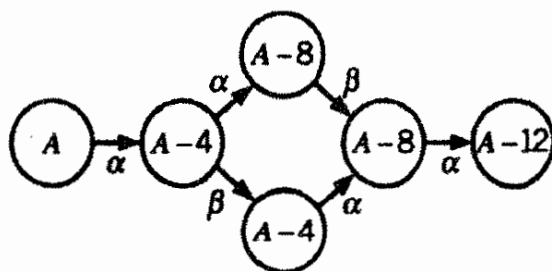
$$Q = (12.018613 \text{ u} - 12.004756 \text{ u} - 2 \times 0.000549 \text{ u})(931.5 \text{ MeV/u}) \\ = 11.89 \text{ MeV}$$

(توجه کنید که می‌توانستیم  $Q$  را به همین راحتی با یافتن مقدار  $Q$  برای واپاشی به حالت پایه،  $16.32 \text{ MeV}$ ، و کم کردن انرژی برانگیختگی  $4.43 \text{ MeV}$  از آن بیابیم، زیرا در واپاشی به حالت برانگیخته انرژی موجود به این اندازه کمتر است.)

با نادیده گرفتن تصحیح ناچیز برای انرژی جنبشی، پس‌زنی هسته  $^{12}\text{C}$ ، بیشینه انرژی جنبشی الکترون عبارت خواهد بود از  $11.89 \text{ MeV}$ . ■

### ۱۰-۱۲ پرتوزایی طبیعی

همه عناصر فراتر از سبکترین آنها (هیدروژن و هلیم) بر اثر واکنشهای هسته‌ای در قسمت داخلی ستارگان تولید شده‌اند. این واکنشها نه تنها عناصر پایدار، که عناصر پرتوزا را نیز به وجود آورده‌اند. نیمه

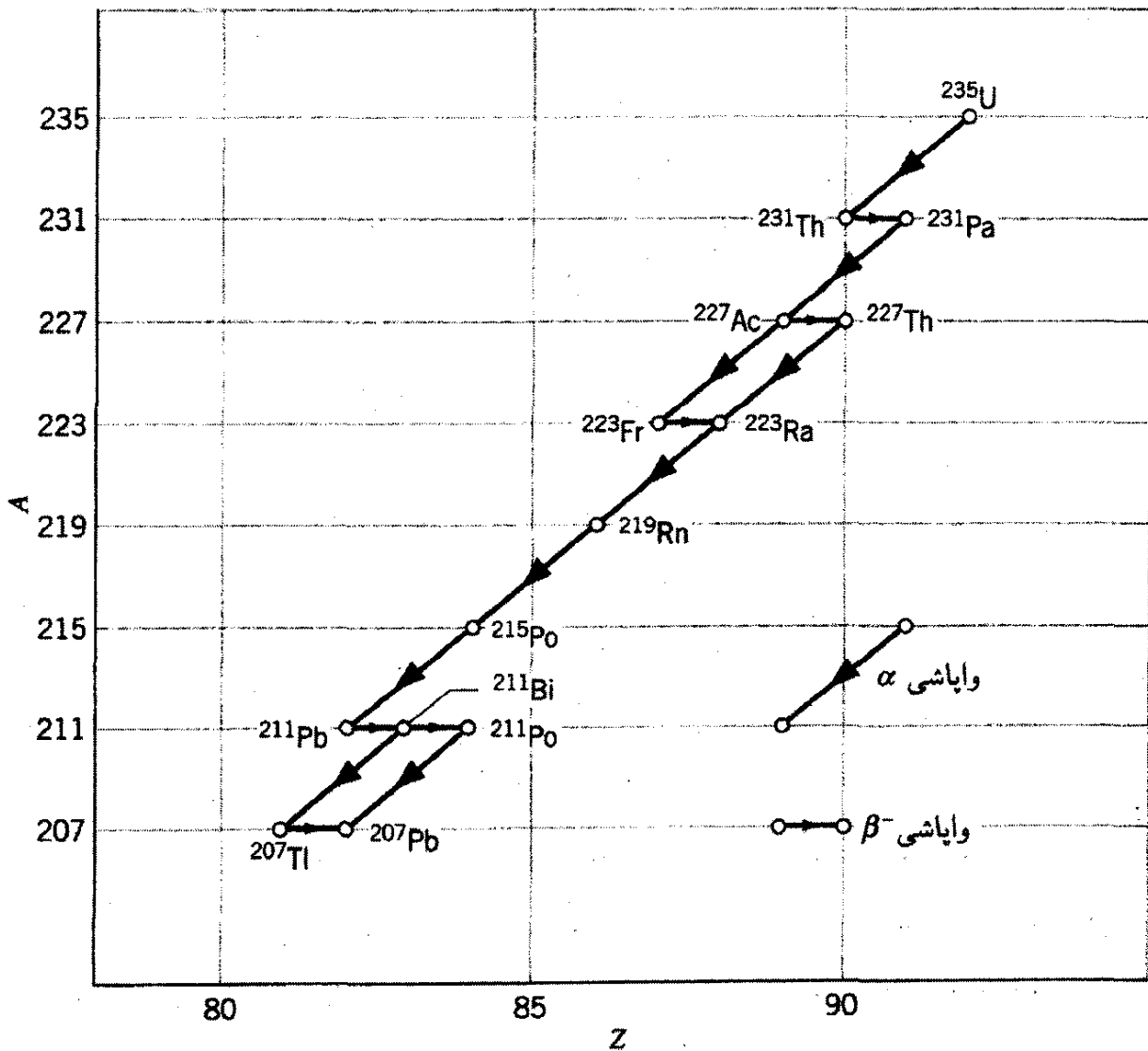


شکل ۱۲-۱۶ مثالی از یک زنجیره واپاشی پرتوزای فرضی.

عمر بیشتر عناصر پرتوزا از مرتبه روز یا سال است، که از عمر زمین (در حدود  $4.5 \times 10^9$  y) بسیار کوتاهتر است. بنابراین، اکثر عناصر پرتوزایی که در هنگام تشکیل زمین وجود داشته‌اند، به عناصر پایدار واپاشیده‌اند. اما، تعداد کمی از عناصر پرتوزا که در گذشته دور تولید شده‌اند نیمه‌عمرهایی در حدود عمر زمین دارند، و در نتیجه هنوز می‌توان واپاشی پرتوزای آنها را مشاهده کرد. این عناصر بخشی از زمینه پرتوزایی طبیعی به شمار می‌آیند که ما را احاطه کرده است.

فرایندهای واپاشی پرتوزا، عدد جرمی،  $A$ ، یک هسته را یا چهار واحد تغییر می‌دهد (واپاشی آلفا) یا آن را تغییر نمی‌دهد (واپاشی بتا یا گاما). هر فرایند واپاشی ممکن است جزئی از یک دنباله یا یک رشته واپاشی باشد. اگر یک عنصر پرتوزا با عدد جرمی  $A$  به عنصر پرتوزای دیگری با عدد جرمی  $A$  یا  $A - 4$  واپاشد این رشته یا فرایندها تا رسیدن به یک عنصر پایدار تداوم می‌یابد. یک رشته فرضی از این نوع را در شکل ۱۲-۱۶ مشاهده می‌کنید. چون واپاشیهای گاما  $Z$  یا  $A$  را تغییر نمی‌دهد، بنابراین نشان داده نشده‌اند؛ اما اغلب واپاشیهای آلفا و بتا با گسیل پرتوهای گاما همراه‌اند.

مقادیر  $A$  برای اعضای این زنجیره‌های واپاشی به صورت مضربی از ۴ (از جمله صفر به عنوان یک مضرب ممکن) تغییر می‌کنند و بنابراین انتظار چهار زنجیره واپاشی ممکن را، با مقادیر  $A$  که می‌توان آنها را به صورت  $4n$ ،  $4n + 1$ ،  $4n + 2$ ،  $4n + 3$  با عدد صحیح  $n$  نشان داد، داریم. یکی از چهار زنجیره پرتوزای طبیعی را در شکل ۱۲-۱۷ مشاهده می‌کنید. هر رشته با عنصری با نیمه‌عمر نسبتاً طولانی آغاز می‌شود، با واپاشیهای  $\alpha$  و  $\beta$  بسیار ادامه می‌یابد، که ممکن است نیمه‌عمر آنها کوتاه یا بلند باشد، و سرانجام به یک ایزوتوپ پایدار می‌انجامد. سه فقره از این زنجیره‌ها با ایزوتوپهایی آغاز می‌شوند که نیمه‌عمری قابل مقایسه با سن زمین دارند، و در نتیجه هنوز مشاهده می‌شوند. سری نپتونیم ( $4n + 1$ ) با  ${}^{237}\text{Np}$  شروع می‌شود که نیمه‌عمرش "فقط"  $2.1 \times 10^6$  y و بسیار کوتاهتر از  $4.5 \times 10^9$  سن زمین است. بنابراین تمام  ${}^{237}\text{Np}$  که در ابتدا موجود بوده تاکنون به  ${}^{209}\text{Bi}$  واپاشیده است.



شکل ۱۲-۱۷ زنجیره واپاشی  $^{235}\text{U}$

مثال ۱۲-۱۲

مقدار  $Q$  را برای زنجیره واپاشی  $^{238}\text{U} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$  محاسبه کنید، و آهنگ تولید انرژی را به ازای هر گرم اورانیم بیابید.

حل: چون  $A$  به مقدار ۳۲ واحد تغییر می‌کند، باید ۸ واپاشی آلفا در زنجیره وجود داشته باشد. این ۸ واپاشی آلفا  $Z$  را ۱۶ واحد از ۹۲ تا ۷۶ کم می‌کنند. اما،  $Z$  نهایی باید ۸۲ باشد، پس ۶ واپاشی بتا نیز باید در زنجیره باشد. از واپاشی  $\beta^-$  به خاطر داریم که جرمهای الکترون با جرمهای هسته‌ای در محاسبه مقدار  $Q$  با هم ترکیب می‌شوند و بنابراین از جرمهای اتمی استفاده می‌کنیم. بنابراین برای کل زنجیره واپاشی داریم

$$\begin{aligned}
 Q &= [m(^{238}\text{U}) - m(^{206}\text{Pb}) - 8m(^4\text{He})]c^2 \\
 &= (238.050786 \text{ u} - 206.974455 \text{ u} - 8 \times 4.002603 \text{ u})(931.5 \text{ MeV/u}) \\
 &= 51.7 \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

یک گرم  $^{238}\text{U}$  برابر با  $1/238$  مول و در نتیجه حاوی  $10^{23} \times 6 \times 1/238$  اتم است. نیمه عمر واپاشی  $y \times 10^9$  است، بنابراین  $\lambda$ ، احتمال واپاشی به ازای اتم، عبارت است از

$$\lambda = \frac{0.693}{4.5 \times 10^9 y} \times \frac{1 y}{3.16 \times 10^7 s} = 4.9 \times 10^{-18} s^{-1}$$

بنابراین، به طور میانگین، تعداد واپاشیهای  $^{238}\text{U}$  برابر است با

$$\left( \frac{1}{238} \times 6 \times 10^{23} \text{ اتم} \right) \times \frac{\text{واپاشی}}{\text{اتم}} = 12000 \text{ واپاشی/s}$$

در هر واپاشی  $5.17 \text{ MeV}$  انرژی آزاد می‌شود، و در نتیجه آهنگ آزاد شدن انرژی عبارت خواهد بود از:

$$12000 \frac{\text{واپاشی}}{s} \times 5.17 \frac{\text{MeV}}{\text{واپاشی}} \times 10^6 \frac{\text{eV}}{\text{MeV}} \times 1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 1.0 \times 10^{-7} \text{ W}$$

این آهنگ آزاد شدن انرژی ممکن است بسیار کند به نظر برسد، اما اگر این انرژی به صورت انرژی گرمایی ظاهر شود و به نحوی (مثلاً، تابش یا رسانش به مواد دیگر) تلف شود، دمای یک نمونه یک گرمی از  $^{238}\text{U}$  در هر سال  $25^\circ \text{C}$  بالا می‌رود و پس از گذشت یک قرن ذوب می‌شود! این محاسبه نشان می‌دهد که شاید بتوان بخشی از گرمای درونی سیارات را به علت فرایندهای پرتوزا طبیعی دانست.

اگر یک نمونه سنگ حاوی اورانیم را بررسی کنیم، می‌توانیم نسبت تعداد اتمهای  $^{238}\text{U}$  به  $^{206}\text{Pb}$  را به دست آوریم. اگر فرض کنیم که همه  $^{206}\text{Pb}$  بر اثر واپاشی اورانیم تولید شده است و هیچ سری در هنگام تشکیل سنگ وجود نداشته است (فرضی که باید به دقت به صورت نظری و تجربی بررسی شود)، می‌توان از این نسبت برای یافتن سن نمونه، چنانکه در مثال زیر نشان داده شده است، استفاده کرد. ■

### مثال ۱۲-۱۳

سه نمونه سنگ مختلف دارای نسبت اتمهای  $^{238}\text{U}$  به  $^{206}\text{Pb}$  برابر  $5r$ ،  $r$ ، و  $2r$  هستند. سن این سنگها را محاسبه کنید.

حل: چون همه اعضای دیگر سری اورانیم دارای نیمه‌عمری بسیار کوتاهتر از نیمه‌عمر  $^{238}\text{U}$  ( $4.5 \times 10^9 y$ ) هستند، واپاشیهای میانی را نادیده و فقط واپاشی  $^{238}\text{U}$  را در نظر می‌گیریم. اگر  $N$  تعداد اتمهای  $^{238}\text{U}$  باشد، به طوری که  $N_0 e^{-\lambda t}$  تعدادی باشد که هنوز وجود دارد،

$N_0 - N_0 e^{-\lambda t}$  تعدادی است که واپاشیده و اکنون به صورت  $^{206}\text{Pb}$  مشاهده می‌شود. بنابراین نسبت  $R$  برای  $^{238}\text{U}$  به  $^{206}\text{Pb}$  عبارت است از:

$$R = \frac{\text{تعداد اتمهای } ^{238}\text{U}}{\text{تعداد اتمهای } ^{206}\text{Pb}} = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{N_0 - N_0 e^{-\lambda t}} = \frac{1}{e^{\lambda t} - 1}$$

با حل معادله بالا به ازای  $t$ ، می‌رسیم به:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left( \frac{1}{R} + 1 \right) \quad (38-12)$$

با یادآوری این نکته که  $\lambda = 0.693/t_{1/2}$ ، می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$t = \frac{t_{1/2}}{0.693} \ln \left( \frac{1}{R} + 1 \right) \quad (39-12)$$

می‌توانیم مقادیر  $t$  متناظر با سه مقدار  $R$  را به دست آوریم،

$$R = 0.5 \quad t = 7.1 \times 10^1 \text{ y}$$

$$R = 1.0 \quad t = 4.5 \times 10^1 \text{ y}$$

$$R = 2.0 \quad t = 2.6 \times 10^1 \text{ y}$$

سن پیرترین سنگ روی زمین، که با این روشها سن‌یابی شده است، در حدود  $4.5 \times 10^1 \text{ y}$  است. سن نخستین سنگ بالا،  $7.1 \times 10^1 \text{ y}$ ، نشان می‌دهد که یا این سنگ منشأ برون زمینی دارد، و یا فرض ما که در ابتدا هیچ اتم  $^{206}\text{Pb}$  در نمونه وجود ندارد، نادرست است. سن سنگ سوم نشان می‌دهد که این سنگ فقط  $2.6 \times 10^1$  سال قبل جامد شده است؛ قبل از آن این سنگ مذاب بوده و محصول واپاشی  $^{238}\text{U}$  از  $^{206}\text{Pb}$  "جدا شده" است. ■

تعدادی ایزوتوپ پرتوزای دیگر وجود دارند که بخشی از زنجیره واپاشی عناصر سنگین نیستند. فهرست بخشی از آنها در جدول ۱۲-۴ آمده است؛ بعضی از آنها را می‌توان برای سن‌یابی پرتوزا به‌کار برد.

سایر عناصر پرتوزا در نتیجه واکنشهای هسته‌ای بین مولکولهای هوا و ذرات پرتوزای به نام "پرتوهای کیهانی" بی‌وقفه تولید می‌شوند. مهمترین و مفیدترین این عناصر  $^{14}\text{C}$  است که با گسیل ذرات بتا با نیمه عمر  $5730 \text{ y}$  وامی‌باشد. وقتی یک گیاه زنده  $\text{CO}_2$  را از جو جذب می‌کند، کسر کوچکی (در حدود ۱ در  $10^{12}$ ) از آن اتمهای کربن  $^{14}\text{C}$ ، و بقیه  $^{12}\text{C}$  (۹۹ درصد) و  $^{13}\text{C}$  (۱)

جدول ۱۲-۴ برخی از ایزوتوپهای پرتوزای طبیعی

ایزوتوپ	$t_{1/2}$
${}^4\text{K}$	$1.28 \times 10^9 \text{ y}$
${}^{87}\text{Rb}$	$4.8 \times 10^{10} \text{ y}$
${}^{92}\text{Nb}$	$3.2 \times 10^7 \text{ y}$
${}^{113}\text{Cd}$	$9 \times 10^{15} \text{ y}$
${}^{115}\text{In}$	$5.1 \times 10^{14} \text{ y}$
${}^{138}\text{La}$	$1.1 \times 10^{11} \text{ y}$
${}^{176}\text{Lu}$	$3.6 \times 10^{10} \text{ y}$
${}^{187}\text{Re}$	$4 \times 10^{10} \text{ y}$

درصد) پایدار است. وقتی گیاه خشک می‌شود، ورودی  ${}^{14}\text{C}$  متوقف می‌شود، و  ${}^{14}\text{C}$  وامی‌پاشد. اگر فرض کنیم که ترکیب جو زمین و شار پرتوهای کیهانی در چند هزار سال اخیر تغییری چشمگیر نکرده است، می‌توانیم سن نمونه‌های آلی را با مقایسه نسبت  ${}^{14}\text{C}/{}^{12}\text{C}$  آنها با این نسبت برای گیاهان زنده بیابیم. مثال زیر نشان می‌دهد که چگونه می‌توان از روش سن‌یابی رادیوکربن استفاده کرد.

مثال ۱۲-۱۴

(الف) یک نمونه از گاز کربن دی‌اکسید جو، ظرفی به حجم  $2000 \text{ cm}^3$  در  $20^\circ\text{C}$  را با فشار  $2.00 \times 10^4 \text{ Pa}$  (در حدود  $1 \text{ atm} = 10^{-5} \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ ) در دمای  $295 \text{ K}$  پر کرده است. با فرض اینکه همه واپاشیهای بتازای  ${}^{14}\text{C}$  شمرده می‌شود، چند شمارش در یک هفته صورت می‌گیرد؟

(ب) یک نمونه چوب کهنه سوزانده می‌شود، و کربن و دی‌اکسید حاصل در همان فشار و دما در ظرف مشابهی قرار می‌گیرد. پس از یک هفته،  $1420$  شمارش ثبت می‌شود. سن نمونه چقدر است؟

حل: (الف) ابتدا تعداد مولهای موجود در ظرف را به دست می‌آوریم؛ با بهره‌گیری از قانون گاز کامل داریم:

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(2.00 \times 10^4 \text{ N/m}^2)(2000 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(295 \text{ K})}$$

$$= 1.63 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

چون هر مول  $\text{CO}_2$  حاوی  $6.02 \times 10^{23}$  مولکول است، تعداد مولکولهای  $N$  عبارت است از:

$$N = (\text{مول} \times 10^{-2}) (1.63 \times 10^{23} \text{ مولکول/مول}) \\ = 9.82 \times 10^{20} \text{ مولکول}$$

هر مولکول یک اتم کربن دارد، بنابراین  $N$  تعداد اتمهای کربن در نمونه نیز هست. اگر کسر اتمهای  $^{14}\text{C}$  برابر  $10^{-12}$  باشد، تعداد اتمهای  $^{14}\text{C}$  موجود  $9.82 \times 10^8$  اتم است. بنابراین فعالیت عبارت خواهد بود از:

$$\mathcal{A} = \lambda N = \frac{0.693}{5730 \text{ y}} \cdot \frac{1 \text{ y}}{3.16 \times 10^7 \text{ s}} \cdot 9.82 \times 10^8 \\ = 3.76 \times 10^{-3} \text{ واپاشی/s}$$

در یک هفته تعداد واپاشیها  $2280$  است.

(ب) نمونه مشابه که فقط  $1420$  شمارش دارد، باید به اندازه‌ای باشد که در آن فقط کسر  $1420/2280$  از فعالیت اولیه باقی مانده باشد.

$$\frac{1420}{2280} = e^{-\lambda t} \\ t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{2280}{1420} \\ = \frac{5730}{0.693} \ln \frac{2280}{1420} = 3920 \text{ y}$$

## ۱۱-۱۲ اثر مؤسباور\*

طول عمر گذارهای اتمی معمولاً در حدود  $10^{-8}$  s و انرژی آنها در حدود چند الکترون ولت (برای نور مرئی) است. اتم باید پس از گسیل فوتونی با انرژی  $E_\gamma$  و تکانه  $p_\gamma$  پس زده شود، به طوری که تکانه پایسته بماند. اگر اتم در ابتدا ساکن باشد، تکانه پس زنی  $p_R$  با تکانه فوتون برابر (اما در جهت مخالف)، و انرژی جنبشی پس زنی آن عبارت است از  $K = p_R^2/2M$ ، که  $M$  جرم اتم است. (فرض می‌کنیم که  $K \ll Mc^2$ ، و در نتیجه سینماتیک نانسبیتی را می‌شود به کار برد).

$$\text{چون داریم } p_R = p_\gamma = E_\gamma/c$$

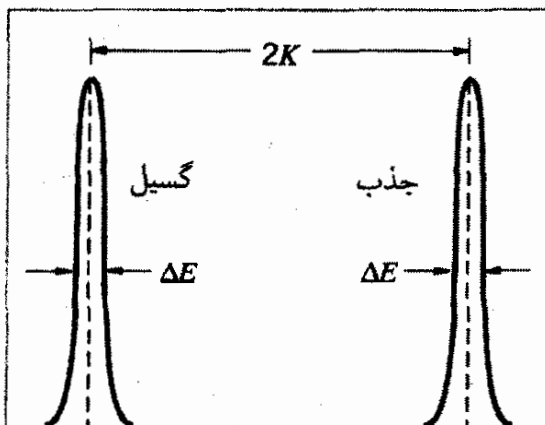
$$K = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \quad (40-12)$$

\* مطالعه این بخش اختیاری است که می‌توان بدون از دست رفتن پیوستگی مطلب از آن گذشت.

با  $E_\gamma \sim 1 \text{ eV}$  و  $1000 \text{ MeV} \times A \sim Mc^2$ ، حتی برای سبکترین اتمها  $K$  در حدود  $10^{-10} \text{ eV}$  است. بنابراین اگر انرژی موجود از گذارهای اتمی  $E$  باشد (اختلاف انرژی ترازهای الکترونی)، پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که انرژی فوتون  $E_\gamma = E - K$  باشد، که در حالت اتمی،  $K \ll E$ .

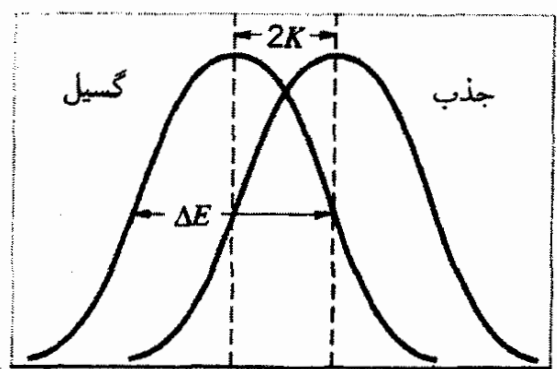
یکی از روشهای سازنده برای مطالعه دستگاههای اتمی، انجام آزمایشهای تشدید است. در این آزمایشها، تابش مجموعه‌ای از اتمهای در حالت برانگیخته بر مجموعه‌ای از همان اتمها در حالت پایه فرود می‌آید. اتمهای در حالت پایه می‌توانند فوتونها را جذب کنند و به حالتهای برانگیخته بروند. اما، همان‌گونه که دیدیم، انرژی فوتون گسیل شده به اندازه انرژی جنبشی پس‌زنی  $K$  از انرژی گذار کمتر است؛ این انرژی به اندازه  $2K$  کمتر از انرژی فوتون مورد نیاز برای تشدید است، زیرا اتم جذب کننده هم باید پس‌زده شود. آزمایش جذب هنوز امکان‌پذیر است، زیرا حالتهای برانگیخته انرژیهای "دقیق" ندارند — یک حالت با طول عمر متوسط،  $\tau$ ، دارای عدم قطعیت  $\Delta E$  در انرژی است که از رابطه عدم قطعیت  $\Delta E \tau \sim \hbar$  به دست می‌آید. یعنی، طول عمر حالت به طور متوسط  $\tau$  است، و در این مدت نمی‌توانیم انرژی آن را با دقتی کمتر از  $\Delta E$  تعیین کنیم. برای حالتهای اتمی معمولاً،  $\tau \sim 10^{-8} \text{ s}$ ، به طوری که  $\Delta E \sim 10^{-7} \text{ eV}$ . چون  $K$ ، که از مرتبه  $10^{-10} \text{ eV}$  و خیلی کوچکتر از عرض  $\Delta E$  است، "جابه‌جایی" حاصل از پس‌زنی بزرگ نیست، و عرض حالتهای اتمی گسیل و جذب کننده باعث همپوشی کافی برای انجام عمل جذب می‌شوند. شکل ۱۲-۱۸ این حالت را نشان می‌دهد.

وضعیت برای پرتوهای گامای هسته‌ای متفاوت است. در این مورد طول عمر ممکن است در حدود  $10^{-10} \text{ s}$  باشد، و عرضها از مرتبه  $\Delta E \sim 10^{-5} \text{ eV}$  هستند. انرژی فوتونها معمولاً  $10^5 \text{ eV} = 100 \text{ keV}$ ، و در نتیجه  $K$  در حدود  $1 \text{ eV}$  است. این وضعیت را در شکل ۱۲-۱۹



انرژی

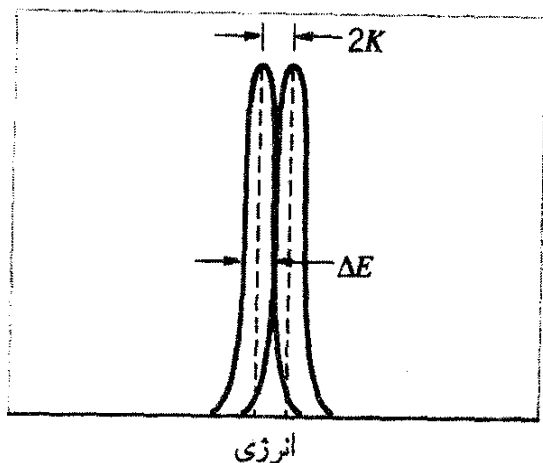
شکل ۱۲-۱۹ نمونه انرژیهای گسیل و جذب در یک سیستم هسته‌ای.



انرژی

شکل ۱۲-۱۸ انرژیهای گسیل و جذب نمونه در یک سیستم اتمی.





شکل ۱۲-۲۰ انرژیهای گسیل و جذب برای هسته‌ای مقید در شبکه یک بلور.

مشاهده می‌کنید، و بلافاصله می‌بینید که چون  $K$  بسیار بزرگتر از عرض  $\Delta E$  است، هیچگونه همپوشی گسیلنده و جذب‌کننده ممکن نیست.

در سال ۱۹۵۸، رودولف مؤسباور کشفی کرد که به خاطر آن جایزه نوبل فیزیک ۱۹۶۱ را دریافت داشت. او پی برد که بخش اعظم پس‌زنی را می‌توان با قرار دادن هسته‌های پرتوزا و اتمهای جذب‌کننده در بلورها حذف کرد. چون انرژیهای پیوند بلور در مقایسه با  $K$  بزرگ است، تک تک اتمها محکم به جایگاه خود در شبکه بلور چسبیده‌اند و آزاد نیستند که پس‌زده شوند. این اثر باعث می‌شود تا جرم  $M$  که در معادله ۱۲-۴۰ ظاهر می‌شود به جای یک اتم، جرم تمام بلور باشد که شاید  $10^{20}$  برابر جرم یک اتم است. (برای مقایسه، تفاوت بین برخورد چوگان بیسبال با یک آجر و یک دیوار آجری را در نظر بگیرید!) بار دیگر انرژی جنبشی پس‌زنی کوچک می‌شود، و جذب تشدید می‌تواند صورت گیرد (شکل ۱۲-۲۰).

برای نمایش جذب تشدید، چشمه تابش باید نسبت به جذب‌کننده به آرامی حرکت کند، به طوری که انرژیهای پرتوگاما در حوالی قله تشدید به صورت دوپلری جابه‌جا شوند، می‌توانیم سرعت لازم برای حصول به این اثر را برآورد کنیم. جابه‌جایی بسامد به واسطه حرکت چشمه به طرف ناظر از رابطه زیر به دست می‌آید (معادله ۱۲-۲۲).

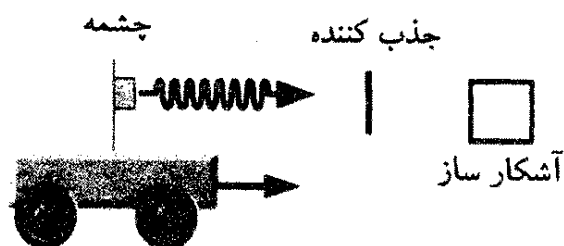
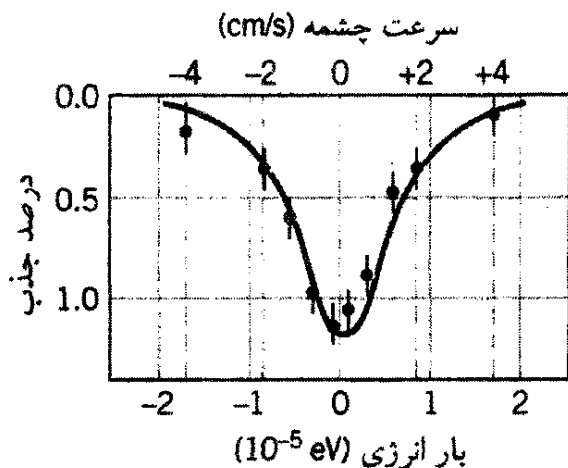
$$\nu' = \nu \left( 1 + \frac{v}{c} \right) \quad (41-12)$$

که  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  رانادیده گرفتیم، چون  $v \ll c$ . چون انرژی فوتون  $E$  برابر است با  $h\nu$ ، داریم

$$E' = E \left( 1 + \frac{v}{c} \right) \quad (42-12)$$

اگر  $\Delta E$  را نمونه مقداری در نظر بگیریم که می‌خواهیم جابه‌جایی دوپلری انرژی فوتون را تغییر بدهد، داریم  $E' \cong E + \Delta E$ ، و چون

$$E + \Delta E \cong E + E \frac{v}{c} \quad (43-12)$$



شکل ۱۲-۲۲ نمونه نتایج حاصل از یک آزمایش اثر مؤسباور. سرعت ۲ cm/s پرتوهای گاما را به صورت دوپلری به اندازه کافی جابه جا می کند تا انرژیهای گسیل و جذب را از انرژیهای شدید دور کند.

شکل ۱۲-۲۱ دستگاه اثر مؤسباور. یک چشمه پرتوهای گاما را متحرک می سازیم تا بتوانیم انرژیهای فوتون را به صورت دوپلری جابه جا کنیم. شدت تابش عبوری از جذب کننده را بر حسب سرعت چشمه اندازه می گیریم.

و، با حل معادله به ازای  $v$ ، می رسمیم به

$$v \cong c \frac{\Delta E}{E} \quad (۱۲-۴۴)$$

برآورد ماعبارت است از  $\Delta E \sim ۱۰^{-۵} \text{ eV}$  (عرض حالت) و  $E \sim ۱۰^۰ \text{ keV}$  (انرژی فوتون). پس

$$v \cong (3 \times 10^8 \text{ m/s}) \frac{10^{-5} \text{ eV}}{10^5 \text{ eV}} \cong 3 \text{ cm/s}$$

این سرعتهای کم را می توان به راحتی و به دقت در آزمایش تولید کرد.

در شکل ۱۲-۲۱ نمودار دستگاه اندازه گیری اثر مؤسباور را مشاهده می کنید. جذب تشدیدي با توجه به کاهش تعداد پرتوهای گامایی که از جذب کننده می گذرد مشخص می شود. در تشدید، پرتوهای گامای بیشتری جذب می شود، در نتیجه شدت عبوری کاهش می یابد. یک نمونه از نتایج در شکل ۱۲-۲۲ نشان داده شده است.

اثر مؤسباور روشی بسیار دقیق برای اندازه گیری تغییرات جزئی در انرژی فوتونهاست. در یک کاربرد خاص، شکافتگی زیمان حالت های هسته ای (نه اتمی) را می توان مشاهده کرد. وقتی یک هسته در میدان مغناطیسی قرار داده شود، اثر زیمان، مانند حالت اتمی، باعث شکافتگی حالت های  $m$  هسته ای می شود. اما، گشتاورهای مغناطیسی هسته ای در حدود  $۲۰۰۰$  بار کوچکتر از گشتاورهای مغناطیسی اتمی هستند، و شکافتگی انرژی معمولاً در حدود  $۱۰^{-۶} \text{ eV}$  است. برای مشاهده مستقیم این اثر باید انرژی فوتون را با دقت ۱ قسمت در  $۱۰^{۱۱}$  (فوتونی با انرژی  $۱۰^۵ \text{ eV}$  به اندازه

$10^{-6} \text{ eV}$  جابه‌جا می‌شود) اندازه بگیریم، اما با استفاده از اثر مؤسباور، این کار مشکل نیست.

در فصل ۱۵ به بحث دربارهٔ کاربرد این روش بسیار دقیق می‌پردازیم، که در آن تغییر انرژی حاصل از "سقوط" یک فوتون در فاصلهٔ چند متر در میدان گرانشی زمین برای آزمون یکی از پیش‌بینیهای نظریهٔ نسبیت عام اینشتین اندازه‌گیری می‌شود.

### پیشنهادهایی برای مطالعهٔ بیشتر

کتابهای زیر کتابهای درسی و جامع فیزیک هسته‌ای در سطح متوسط هستند.

B. L. Cohen, *Concepts of Nuclear Physics* (New York, McGraw-Hill, 1971).

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York, McGraw-Hill, 1955).

I. Kaplan, *Nuclear Physics* (Reading, Addison-Wesley, 1962).

K. S. Krane, *Introductory Nuclear Physics* (New York, Wiley, 1987).

فهرست کامل جرمهای هسته‌ای، ویژگیهای واپاشی، فراوانی ایزوتوپی و حالت‌های برانگیخته عبارت است از:

C. M. Lederer and V. S. Shirley, editors, *Table of Isotopes, 7th Edition* (New York, Wiley, 1978).

### پرسشها

۱. گشتاور مغناطیسی هسته دوتریم در حدود  $1/2000$  مگنتون بور است. این موضوع چه چیزی را در مورد حضور الکترون در هسته، که مدل پروتون-الکترون به آن نیاز دارد، ایجاب می‌کند؟

۲. فرض کنید که  $20$  پروتون و  $20$  نوترون داریم. اگر آنها را به صورت هسته  ${}^{40}\text{Ca}$  درآوریم انرژی بیشتری آزاد می‌شود یا دو هسته  ${}^{20}\text{Ne}$ ؟

۳. جرمهای اتمی معمولاً با دقتی تا شش رقم اعشار برحسب واحد جرم اتمی (u) داده می‌شود. این موضوع برای هسته‌های پایدار و پرتوزا هر دو صادق است، اگرچه بنا به اصل عدم قطعیت برای یک اتم با طول عمر  $\Delta t$  انرژی سکون به میزان  $\hbar/\Delta t$  نامعین است. آیا براساس طول عمرهایی که برای واپاشیهای هسته‌ای داده شده است، مجاز هستیم که جرمهای اتمی را با این دقت بیان کنیم؟ در چه طول عمرهایی این دقت موجه نیست؟

۴. فقط برای دو هسته پایدار  $Z > N$ . (الف) این هسته‌ها کدام‌اند؟ (ب) چرا هسته‌های بیشتری با  $Z > N$  نداریم؟

۵. در هسته دوتریم، اسپینهای پروتون و نوترون می‌توانند موازی یا پادموازی باشند. مقادیر ممکن اسپین کل هسته دوتریم چیست؟ (لازم نیست هیچگونه تکانه زاویه‌ای مداری را در نظر بگیریم.) گشتاور مغناطیسی هسته دوتریم مخالف صفر اندازه‌گیری شده است. این مقدار انرژی اندازه‌گیری شده کدام‌یک از مقادیر اسپین را حذف می‌کند؟

۶. چرا انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون نسبتاً ثابت است؟ چرا این مقدار برای اعداد جرمی کوچک از مقدار ثابت منحرف می‌شود؟ برای اعداد جرمی بزرگ چرا؟

۷. نوترون، فاقد بار الکتریکی، اما دارای گشتاور مغناطیسی است، چگونه چنین چیزی ممکن است؟

۸. برهم‌کنش الکترومغناطیسی را می‌توان به عنوان نیروی تبدالی تعبیر کرد که در آن ذرات تبدالی فوتونها هستند. معادله ۱۲-۶ چه خاصیتی را برای برد این نیرو ایجاب می‌کند؟ آیا این امر با تفسیر متداول نیروی الکترومغناطیسی سازگار است؟ در مورد انرژی سکون ذرات تبدالی حامل نیروی گرانشی چه انتظاری دارید؟

۹. منظور از فرض ثابت بودن ثابت واپاشی  $\lambda$ ، و استقلال آن از زمان چیست؟ آیا این یک ضرورت نظریه، اصل موضوع، و یا نتیجه‌گیری تجربی است؟ در چه شرایطی ممکن است  $\lambda$  بر حسب زمان تغییر کند؟

۱۰. اگر توجه‌مان را به یک هسته خاص در یک نمونه پرتوزا معطوف کنیم، آیا می‌توانیم به دقت تعیین کنیم که یک هسته قبل از واپاشی چقدر عمر می‌کند؟ آیا می‌توانیم پیش‌بینی کنیم که کدام هسته‌ها در خلال یک نیمه‌عمر وامی‌باشند؟ چه بخشی از فیزیک کوانتومی مسئول این موضوع است؟

۱۱. مشاهده می‌شود که یک نمونه پرتوزا در  $10000$  واپاشی در  $10^8$  است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که  $s/واپاشی = 10000$ . اگر (الف)  $t_{1/2} \gg 10^8 s$ ؛ (ب)  $t_{1/2} \cong 10^8 s$ ؛ (ج)  $t_{1/2} \ll 10^8 s$ ؟

۱۲. فرض کنید می‌خواهیم سن ماده‌ای را برآورد کنیم که سن آن  $t$  فرض می‌شود. آیا باید ایزوتوبی را برگزینیم که سن آن: (الف)  $t \gg$ ؛ (ب)  $t \sim$ ؛ (ج)  $t \ll$  است؟

۱۳. ذره آلفا هسته‌ای با پیوند بسیار محکم است. با توجه به این موضوع، بگویید چرا هسته‌های سنگین با گسیل آلفا وامی‌باشند و هسته‌های سبک چنین نیستند.

۱۴. آیا می‌توانید منشایی برای گاز هلیوم، که جزئی از جو زمین را تشکیل می‌دهد، پیشنهاد کنید؟

۱۵. انرژی جنبشی پس‌زنی هسته را پس از واپاشی آلفا برآورد کنید. (این انرژی به اندازه کافی زیاد است تا هسته باقیمانده را از بعضی چشمه‌های پرتوزا بیرون براند؛ اگر هسته باقیمانده نیز پرتوزا باشد، احتمال پخش مواد پرتوزا وجود دارد. یک پوشش نازک بر روی چشمه برای جلوگیری از این مشکل لازم است.)

۱۶. چرا طیف انرژی الکترون (شکل ۱۲-۱۳) در انرژیهای کم با طیف انرژی پوزیترون (شکل ۱۲-۱۴) تفاوت دارد؟
۱۷. آیا گیراندازی الکترون در صورت امکان پذیر بودن واپاشی پوزیترون را با توجه به انرژی واکنش همواره امکان پذیر است؟
۱۸. در هر سه فرایند واپاشی بتا، نوترینو (یا پادنوترینو) دخیل است. در چه فرایندهایی طیف انرژی نوترینوها پیوسته است؟ در چه فرایندی نوترینو تک انرژی است؟
۱۹. واپاشیهای گیراندازی الکترون همواره با نوترینو همراه اند. چه نوع تابش دیگری همواره توأم با گیراندازی الکترون است؟ (راهنمایی: این تابش، یک تابش هسته‌ای نیست.) چه نوع تابش غیرهسته‌ای دیگر ممکن است در حجم نمونه‌ها با واپاشیهای  $\beta^-$  یا  $\beta^+$  همراه باشد؟
۲۰. واپاشی پوزیترونی  $^{15}\text{O}$  مستقیماً به حالت پایه  $^{15}\text{N}$  می‌انجامد؛ هیچ حالت برانگیخته  $^{15}\text{N}$  پرجمعیت نمی‌شود و هیچ پرتوی گامایی واپاشی بتا را دنبال نمی‌کند. اما مشاهده شده است که چشمه  $^{15}\text{O}$  پرتوهای  $\gamma$  با انرژی  $51\text{ MeV}$  ره‌گسیل می‌کند. منشأ این پرتوهای  $\gamma$  چیست؟
۲۱. آیا  $^{92}\text{Nb}$  ایزوتوپ مناسبی برای تعیین سن زمین با سن‌یابی پرتوزا است (جدول ۱۲-۴)؟  $^{112}\text{Cd}$  چگونه؟
۲۲. زنجیره واپاشی طبیعی  $^{238}\text{U} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$  از چند واپاشی آلفا تشکیل شده است، که  $A$  را ۴ واحد و  $Z$  را ۲ واحد کم می‌کند، و واپاشیهای بتایی که  $Z$  را یک واحد افزایش می‌دهند. (الف) چند واپاشی آلفا باید در زنجیره رخ دهد؟ (ب) برای این تعداد واپاشی آلفا، چند واپاشی بتا باید صورت گیرد تا  $Z$  نهایی صحیح به دست آید؟ (ج) چنانکه در شکل ۱۲-۱۷ نشان داده شده است، گاهی یک زنجیره واپاشی می‌تواند در شاخه‌های مختلف پیش برود. آیا پاسخ شما به بندهای (الف) و (ب) به این انشعاب بستگی دارد؟
۲۳. مشاهده شده است که مقدار گاز رادون موجود در هوا درست قبل از زمین لرزه افزایش می‌یابد. این رادون از کجا می‌آید؟ چگونه تولید شده است؟ چگونه آزاد شده است؟ چگونه آشکارسازی می‌شود؟
۲۴. انتظار دارید کدام یک از فرایندهای واپاشی که در این فصل بررسی شدند بیشترین حساسیت را به حالت شیمیایی نمونه پرتوزا داشته باشند؟
۲۵. در شکل ۱۲-۲۲، حتی در تشدید، فقط یک درصد شدت گاما جذب می‌شود. در تشدید کامل، انتظار جذب  $100\%$  درصد را داریم. چه عواملی ممکن است مسئول این جذب مختصر باشند؟

## مسائل

۱. نمادهای ایزوتوپی مناسب را در موارد زیر تعیین کنید: (الف) ایزوتوپ فلوتور با عدد جرمی ۱۹. (ب) ایزوتوپ طلا با ۱۲۰ نوترون. (ج) یک ایزوتوپ با عدد جرمی ۱۰۷ و ۶۰ نوترون.
۲. قلع بیش از هر عنصر دیگر ایزوتوپ پایدار دارد؛ عدد جرمی این ایزوتوپها عبارت‌اند از: ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۲، ۱۲۴. نمادهای این ایزوتوپها را تعیین کنید.
۳. (الف) انرژی پتانسیل دافعه بین دو هسته  $^{16}\text{O}$  را محاسبه کنید که درست در سطح بریکدیگر تماس‌اند. (ب) همین کار را برای دو هسته  $^{238}\text{U}$  انجام دهید.
۴. شعاع این هسته‌ها چقدر است: (الف)  $^{197}\text{Au}$ ؛ (ب)  $^4\text{He}$ ؛ (ج)  $^{20}\text{Ne}$ ؟
۵. شکل ۱۲-۲ نشان می‌دهد که فرمول پراکندگی رادرفورد برای پراکندگی در  $60^\circ$  وقتی انرژی جنبشی در حدود  $28\text{ MeV}$  باشد، نقض می‌شود. با استفاده از نتایج فصل ۶، نزدیکترین فاصله بین ذره آلفا و هسته را در این مورد بیابید، و آن را با شعاع هسته  $^{208}\text{Pb}$  مقایسه کنید. دلیل ممکن برای هرگونه اختلاف را بیان کنید.
۶. فرض کنید هسته مانند یک قرص دایره‌ای باعث پراش می‌شود. با استفاده از داده‌های شکل ۱۲-۳ شعاع  $^{12}\text{C}$  و  $^{16}\text{O}$  را بیابید. چگونه تغییر انرژی الکترون از  $360\text{ MeV}$  به  $420\text{ MeV}$  در شعاع به دست آمده برای  $^{16}\text{O}$  تأثیر می‌گذارد؟ (راهنمایی: از تقریب نسبیته حدی فصل ۲ در رابطه بین انرژی الکترون و تکانه آن برای یافتن طول موج دوبروی استفاده کنید).
۷. انرژی بستگی، و انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون را در موارد زیر بیابید. (الف)  $^{208}\text{Pb}$ ؛ (ب)  $^{133}\text{Cs}$ ؛ (ج)  $^{90}\text{Zr}$ ؛ (د)  $^{59}\text{Co}$ .
۸. انرژی بستگی کل، و انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون را برای هسته‌های زیر بیابید: (الف)  $^4\text{He}$ ؛ (ب)  $^{20}\text{Ne}$ ؛ (ج)  $^{40}\text{Ca}$ ؛ (د)  $^{55}\text{Mn}$ .
۹. انرژی بستگی هسته  $^2\text{He}$  و  $^3\text{H}$  را محاسبه کنید. هرگونه اختلاف را به حساب برهم‌کنش کولنی پروتون اضافی  $^2\text{He}$  بگذارید.
۱۰. انرژی جداسازی نوترون  $S_n$  مقدار انرژی است که باید برای جدا کردن یک نوترون از هسته مصرف کنیم. (الف) نشان دهید که  $S_n$  را می‌توان با استفاده از رابطه زیر به دست آورد:

$$S_n = [m(n) + m({}_{Z}^{A-1}X_{N-1}) - m({}_{Z}^A X_N)]c^2$$

- (ب) انرژی جداسازی نوترون را برای  $^{17}\text{O}$ ،  $^7\text{Li}$  و  $^{56}\text{Fe}$  به دست آورید.
۱۱. انرژی جداسازی پروتون (مسئله ۱۰)  $^4\text{He}$ ،  $^{12}\text{C}$  و  $^{40}\text{Ca}$  را به دست آورید.

۱۲. نیروی جاذبه هسته‌ای باید در فاصله‌های بسیار کوتاه به نیروی دافعه تبدیل شود تا از نزدیک شدن بیش از اندازه نوکلئونها به یکدیگر جلوگیری کند. جرم ذره تبادلی که باعث این دافعه در فاصله‌های  $25 \text{ fm}$  می‌شود، چقدر است؟

۱۳. برهم‌کنش ضعیف (نیروی مسئول واپاشی بتا) بر اثر ذره تبادلی با جرم تقریبی  $8 \text{ GeV}$  تولید می‌شود. برد این نیرو چقدر است؟

۱۴. چه کسری از هسته‌های اولیه پس از (الف) دو نیمه عمر؛ (ب) چهار نیمه عمر؛ (ج)  $10^6$  نیمه عمر در نمونه باقی می‌ماند.

۱۵. یک نمونه ماده پرتوزا در  $t = 0$  با آهنگ  $548$  در ثانیه و امی باشد. در  $t = 48$  دقیقه، آهنگ شمارش به  $213$  در ثانیه فرو می‌افتد. (الف) نیمه عمر نمونه چقدر است؟ (ب) ثابت واپاشی چیست؟ آهنگ واپاشی در  $t = 125$  دقیقه چقدر است؟

۱۶. احتمال واپاشی به ازای هر هسته در ثانیه برای ماده‌ای با نیمه عمر  $5^{\circ}$  ساعت، چقدر است؟

۱۷. تریتم، یک ایزوتوپ هیدروژن به جرم  $3$ ، دارای نیمه عمر  $12.3 \text{ y}$  است. چه کسری از اتمهای تریتم پس از  $5^{\circ}$  در نمونه باقی می‌ماند؟

۱۸. فعالیت یک ظرف حاوی  $125 \text{ cm}^3$  تریتم ( $^3\text{H}$ )  $12.3 \text{ y}$  ( $t_{1/2} = 12.3 \text{ y}$ ) در فشار  $10^5 \text{ Pa} \times 5^{\circ}$  (در حدود  $5$  اتمسفر) در  $T = 300 \text{ K}$  چقدر است؟

۱۹. فرض کنید ظرفی حاوی  $200 \text{ mCi}$  از  $^{131}\text{I}$  پرتوزا ( $8.04 \text{ d}$ ) است. (الف) چند واپاشی در ثانیه در این نمونه صورت می‌گیرد؟ (ب) چند واپاشی در ثانیه بعد از چهار هفته در نمونه صورت می‌گیرد؟

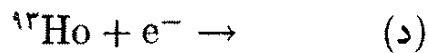
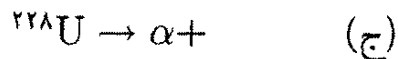
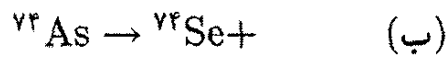
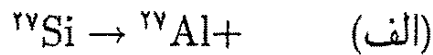
۲۰. پتاسیم معمولی حاوی  $12^{\circ}$  درصد ایزوتوپ طبیعی  $40\text{K}$ ، با نیمه عمر  $1.3 \times 10^9 \text{ y}$ ، است. (الف) فعالیت  $1 \text{ kg}$  پتاسیم چقدر است؟ (ب) کسر  $40\text{K}$  در پتاسیم طبیعی در  $1.5 \times 10^9 \text{ y}$  سال قبل چقدر بوده است؟

۲۱. یک آشکارساز هسته‌ای به صورت قرص دایره‌ای به قطر  $3 \text{ cm}$  است. این آشکارساز در فاصله  $25 \text{ cm}$  از چشمه تابش قرار دارد و  $125$  شمارش در ثانیه را ثبت می‌کند. با فرض اینکه آشکارساز هر تابشی را که بر آن فرود می‌آید ثبت کند، فعالیت نمونه را (برحسب کوری) بیابید.

۲۲. با یک نمونه پرتوزا که اتمهای اولیه آن  $N_0$  است، می‌توانیم مقدار میانگین یا متوسط طول عمر  $\tau$  یک هسته را با اندازه‌گیری تعداد  $N_1$  که برای مدت  $t_1$  باقی می‌ماند و سپس و امی باشند، تعداد  $N_2$  که پس از  $t_2$  و امی باشند، و غیره را اندازه بگیریم:

$$\tau = \frac{1}{N_0} (N_1 t_1 + N_2 t_2 + \dots)$$

(الف) نشان دهید که این کمیت با  $\tau = \lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt$  هم‌ارز است. (ب) نشان دهید که  $\tau = 1/\lambda$ . (ج)  $\tau$  بلندتر از  $t_{1/2}$  است یا کوتاهتر از آن.  
 ۲۳. واپاشیهای زیر را تکمیل کنید



۲۴. معادله ۱۲-۲۲ را از معادله‌های ۱۲-۲۰ و ۱۲-۲۱ به دست آورید.

۲۵. برای کدامیک از هسته‌های زیر واپاشی آلفا مجاز است؟ (الف)  $^{210}\text{Bi}$  (ب)  $^{203}\text{Hg}$  (ج)  $^{211}\text{At}$

۲۶. انرژی جنبشی ذرات آلفا را که در واپاشی  $^{232}\text{U}$  گسیل می‌شوند به دست آورید.

۲۷.  $^{239}\text{Pu}$  براثر گسیل آلفا با نیمه عمر  $2.41 \times 10^4$  y و امی باشد. توان خروجی را که می‌توان از  $1 \text{ g } ^{239}\text{Pu}$  به دست آورد برحسب وات، محاسبه کنید.

۲۸.  $^{228}\text{Th}$  با گسیل آلفا به حالت برانگیخته  $^{224}\text{Ra}$  و امی باشد که به نوبه خود با گسیل یک فوتون  $217 \text{ keV}$  به حالت پایه واپاشیده می‌شود. انرژی جنبشی ذره آلفا را بیابید. جرم  $^{228}\text{Th}$  برابر است با  $228.028731 \text{ u}$ .

۲۹. با جایگزینی سد کولنی در واپاشی آلفا با یک سد تخت (شکل ۱۲-۱۲) به ضخامت  $L = (1/2)(R' - R)$  که نصف ضخامت سد کولنی است که ذره آلفا باید در آن نفوذ کند، و ارتفاع  $U_0 = (1/2)(U_B + K_\alpha)$ ، که نصف ارتفاع سد کولنی در بالاتر از انرژی ذره آلفاست، نیمه عمرهای واپاشی  $^{232}\text{Th}$  و  $^{228}\text{Th}$  را برآورد و آنها را با مقادیر اندازه‌گیری شده جدول ۱۲-۲ مقایسه کنید. (راهنمایی: در محاسبه سرعت ذره آلفا در داخل هسته، عمق چاه را  $30 \text{ MeV}$  در نظر بگیرید.) اگرچه نتیجه این محاسبه تقریبی با مقادیر اندازه‌گیری شده سازگار نیست، محاسبه نشان می‌دهد که چگونه نفوذ در سد مسئول گستره وسیع نیمه عمرهای مشاهده شده است. چگونه محاسبه را تصحیح می‌کنید تا سازگاری بهتری با مقادیر اندازه‌گیری شده به دست آورید؟

۳۰. (الف) با بهره‌گیری از جایگزینیهای مسئله ۲۹، احتمال واپاشی  $^{226}\text{Ra}$  را برای گسیل آلفا و گسیل  $^{12}\text{C}$  محاسبه کنید (مثالهای ۱۲-۷ و ۱۲-۸)؛ (ب) با استفاده از نتایج بخش (الف)، تعداد  $^{12}\text{C}$  که یک چشمه  $^{226}\text{Ra}$  گسیل می‌کند با تعداد ذرات آلفای گسیل شده از این چشمه مقایسه کنید.



۳۱. معادله‌های  $12-29$ ،  $12-33$  و  $12-36$  را به دست آورید.
۳۲. انرژی جنبشی پس‌زنی پروتون را در واپاشی بتازای نوترون (الف) وقتی الکترون بیشینه انرژی را دارد؛ (ب) وقتی نوترینو دارای بیشینه انرژی است محاسبه کنید.
۳۳. بیشینه انرژی جنبشی الکترونهای گسیل شده در واپاشیهای بتازای منفی  ${}^{11}\text{Be}$  را محاسبه کنید.
۳۴.  ${}^{15}\text{O}$  با واپاشی پوزیترونی به  ${}^{15}\text{N}$  وامی‌باشد. (الف) مقدار  $Q$  برای این واپاشی چقدر است؟ (ب) بیشینه انرژی جنبشی پوزیترونها چقدر است؟
۳۵.  ${}^{75}\text{Se}$  با گیراندازی الکترون به  ${}^{75}\text{As}$  وامی‌باشد. انرژی نوترینوی گسیلیده را بیابید.
۳۶. در واپاشی بتازای  ${}^{24}\text{Na}$ ، الکترونی با انرژی جنبشی  $2.15 \text{ MeV}$  مشاهده می‌شود. انرژی نوترینوی همراه آن چقدر است؟
۳۷. سری واپاشی پرتوزای  $4n$  با  ${}^{232}\text{Th}$  آغاز و به  ${}^{208}\text{Pb}$  می‌انجامد. (ب) چند واپاشی آلفا در زنجیره وجود دارد (پرسش ۲۲)؟ (ب) چند واپاشی بتازا وجود دارد؟ (ج) چقدر انرژی در کل زنجیره آزاد می‌شود؟ (د)  $1.0^0 \text{ kg}$  از  ${}^{232}\text{Th}$  ( $t_{1/2} = 1.4^0 \times 10^{10} \text{ y}$ ) چه توان پرتوزایی تولید می‌کند؟
۳۸. یک تکه چوب از درختی که اخیراً بریده شده است  $12.4$  واپاشی  ${}^{14}\text{C}$  در دقیقه دارد. یک نمونه از درختی که هزاران سال قبل بریده شده است  $3.5$  واپاشی در دقیقه دارد. سن نمونه چقدر است؟
۳۹. اولین حالت برانگیخته  ${}^{57}\text{Fe}$  با گسیل فوتون  $14.4 \text{ keV}$  و عمر متوسط  $141 \text{ ns}$  به حالت پایه وامی‌باشد. (الف) عرض  $\Delta E$  این حالت چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی پس‌زنی یک اتم  ${}^{57}\text{Fe}$  که فوتون  $14.4 \text{ keV}$  گسیل می‌کند چقدر است؟ (ج) اگر انرژی جنبشی پس‌زنی با قرار دادن اتمها در یک شبکه جامد ناچیز شود، جذب تشدیدی صورت می‌گیرد. سرعت لازم برای جابه‌جا کردن انرژی فوتون گسیلی برای اینکه جذب تشدیدی صورت نگیرد چقدر است؟

## واکنشهای هسته‌ای و کاربرد آنها

شناختی که می‌توان از طریق مطالعه واکنشهای هسته‌ای درباره هسته به دست آورد محدود است، زیرا فقط بعضی فرایندهای واکنشی پرتوزا در طبیعت صورت می‌گیرد، فقط بعضی ایزوتوپها در این فرایندها ساخته می‌شوند، و فقط بعضی حالت‌های هسته‌ای را (که به دنبال واکنشهای پرتوزا تشکیل می‌شوند) می‌توان مطالعه کرد. اما، واکنشهای هسته‌ای، روش قابل کنترلی برای مطالعه هر نمونه هسته‌ای، و انتخاب هر حالت برانگیخته در آن نمونه به شمار می‌آید.

در این فصل، به مطالعه واکنشهای هسته‌ای مختلف ممکن، و بررسی ویژگیهای این واکنشها می‌پردازیم. دو واکنش هسته‌ای شکافت و همجوشی دارای اهمیت ویژه‌اند: ما به این واکنشها توجه مخصوص خواهیم کرد و درباره آنها به عنوان چشمه‌های مفید انرژی (یا، به بیان صحیح‌تر، به عنوان مبدلهای انرژی هسته‌ای به انرژی گرمایی یا الکتریکی) بحث می‌کنیم.

بررسی فیزیک هسته‌ای را با معرفی راههایی که می‌توان به اعتبار آنها روشهای فیزیک هسته‌ای را در مسائلی در زمینه‌های مختلف به کار برد، به پایان می‌رسانیم.

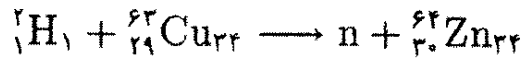
### ۱۳-۱ انواع واکنشهای هسته‌ای

در هر آزمایش واکنش هسته‌ای، یک باریکه ذرات از نوع  $x$  به هدف حاوی هسته‌های نوع  $X$  فرود می‌آید. پس از واکنش، یک ذره خروجی  $y$  در آزمایشگاه مشاهده می‌شود، و یک هسته  $Y$

باقی می‌ماند. به زبان نمادین، واکنش را به صورت زیر می‌نویسیم:



مثلاً



مانند واکنشهای شیمیایی، واکنش هسته‌ای باید متوازن باشد: تعداد پروتونها و نوترونها باید در دو طرف معادله یکسان باشد. (نیروهای عامل واپاشی بتا می‌توانند نوترون را به پروتون تبدیل کنند و برعکس، اما این نیروها در مقیاس زمانی حداقل  $10^{-1}$  s عمل می‌کنند. هسته‌های پرتابه و هدف حداکثر  $10^{-2}$  s در برد نیروهای هسته‌ای یکدیگر هستند، بنابراین زمان کافی برای وقوع این نوع تبدیل پروتون - نوترون وجود ندارد.)

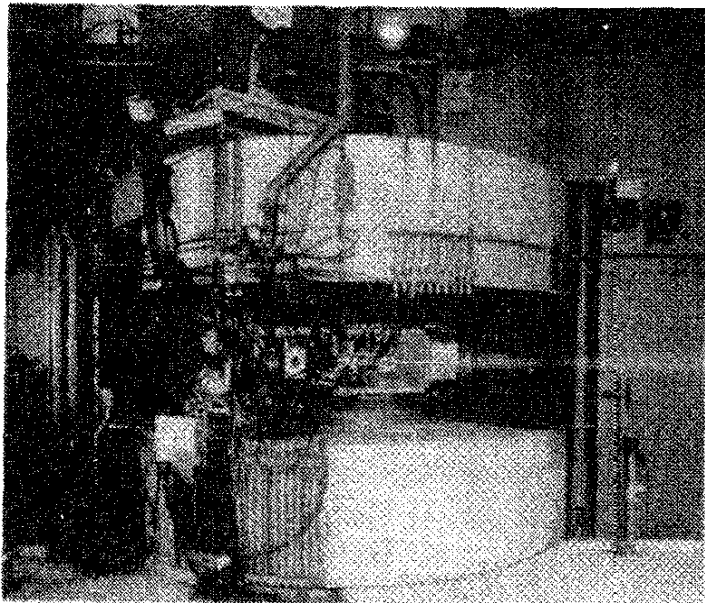
چون هر واکنش هسته‌ای فقط تحت تأثیر نیروهای داخلی سیستم پرتابه و هدف صورت می‌گیرد، انرژی، تکانه خطی، و تکانه زاویه‌ای در واکنش پایسته هستند.

در اغلب آزمایشها، فقط ذره سبک خروجی  $y$  را مشاهده می‌کنیم؛ هسته سنگین باقیمانده  $Y$  معمولاً تمام انرژی جنبشی خود را (در برخورد با سایر اتمها) از دست می‌دهد و در نتیجه در هدف متوقف می‌شود.

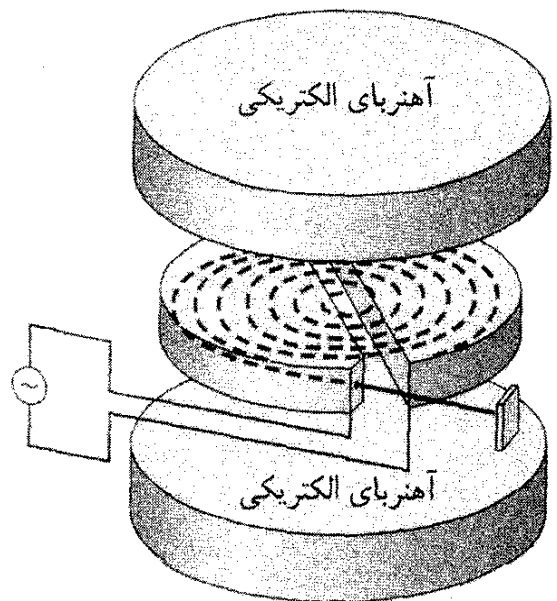
فرض می‌کنیم که واکنش را با بمباران هسته‌های  $X$  که در ابتدا ساکن‌اند، با پرتابه‌های  $x$  با انرژی جنبشی  $K_x$  تولید کرده‌ایم. این انرژی جنبشی، به اضافه یا منهای هر انرژی اضافی حاصل از اختلاف انرژی سکون هسته‌های اولیه و نهایی، به محصولات واکنش داده می‌شود. (در بخش بعد انرژی واکنشهای هسته‌ای را به تفصیل بررسی می‌کنیم.)

ذرات بمباران کننده  $x$  ممکن است ذرات باردار ناشی از یک شتابگر هسته‌ای مناسب، یا نوترونهایی باشند که چشمه آنها می‌تواند یک راکتور هسته‌ای باشد. شتابگرهای ذرات باردار، که در شکل ۱۳-۱ و ۱۳-۲ مشاهده می‌کنید، دو نمونه بنیادی به‌شمار می‌آیند. در سیکلوترون، ذره به کمک یک میدان مغناطیسی در مسیر دایره‌ای نگه داشته می‌شود و میدانی الکتریکی دوبار در هر دور لگد کوچکی به آن می‌زند؛ یک ذره با انرژی در حدود  $10\text{ MeV}$  تا  $20\text{ MeV}$  به‌ازای واحد بار شاید قبل از خروج در حدود  $10^6$  دور بزند. در شتابگر وان دوگراف، ذره فقط یک بار از یک پایانه ولتاژ زیاد شتاب می‌گیرد، که ممکن است در پتانسیلی تا ۲۵ میلیون ولت باشد؛ در این صورت انرژی ذره در حدود  $25\text{ MeV}$  به‌ازای واحد بار می‌شود.

در آزمایشهای واکنش هسته‌ای، معمولاً دویوژگی بنیادی ذره  $y$  را اندازه می‌گیریم: انرژی آن،



(ب)

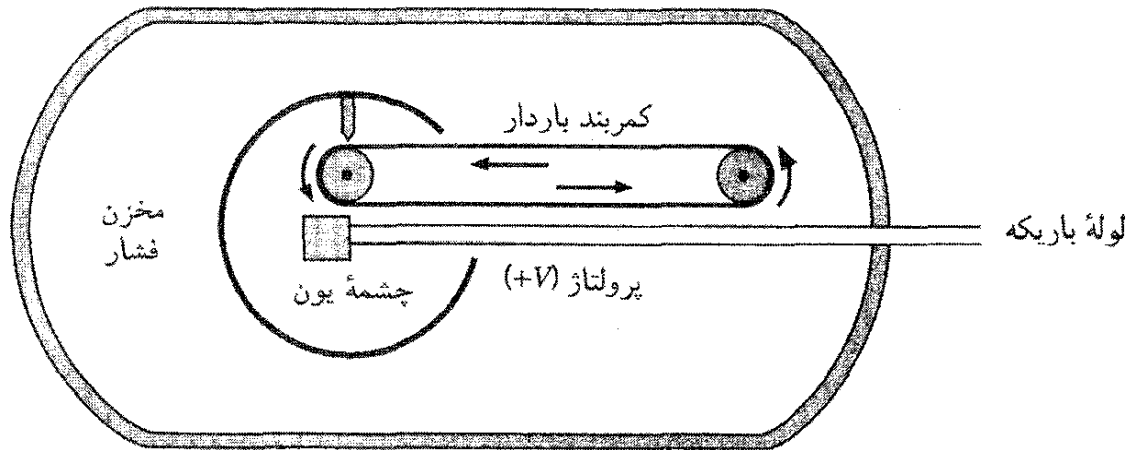


(الف)

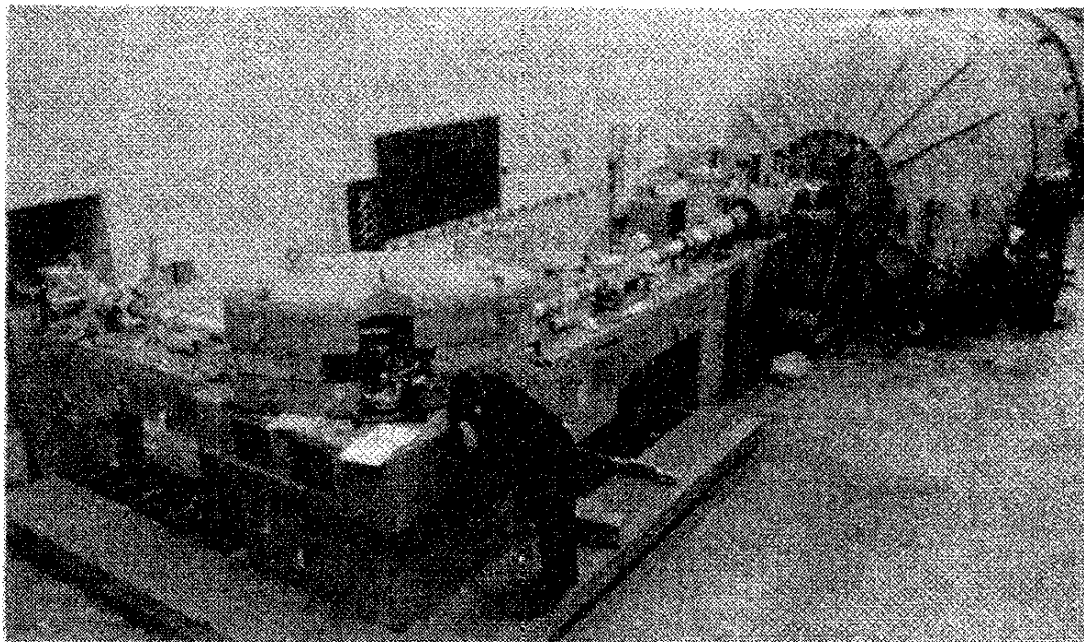
شکل ۱۳-۱ (الف) طرح کلی شتابگر سیکلوترون. ذرات باردار را میدان مغناطیسی در مسیر دایره‌ای خم می‌کند و میدان الکتریکی در هر بار عبور از گاف به آنها شتاب می‌دهد. (ب) یک شتابگر سیکلوترون، آهنرباها استوانه‌های بزرگ در بالا و پایین هستند. باریکه پس از خروج از سیکلوترون در برخورد با مولکولهای هوا مرئی می‌شود.

و احتمال اینکه با انرژی خاص در زاویه معینی گسیل شود. این دو نوع اندازه‌گیری را به اختصار بررسی می‌کنیم.

اگر هسته باقیمانده  $Y$  و ذره خروجی  $\gamma$  هیچکدام در حالت برانگیخته نباشند، با استفاده از پایستگی انرژی و تکانه، باید بتوانیم انرژی  $\gamma$  در یک زاویه معین را به دقت محاسبه کنیم. اگر هسته  $Y$  در یک حالت برانگیخته باشد، در این صورت انرژی جنبشی  $\gamma$  (تقریباً) به اندازه‌ای کم می‌شود که حالت برانگیخته بالاتر از حالت پایه است زیرا دو ذره  $Y$  و  $\gamma$  باید هنوز در همان مقدار انرژی کل شریک شوند. هر حالت برانگیخته بالاتر هسته  $Y$  با یک مقدار کاهش انرژی ذره  $\gamma$  متناظر است، و اندازه‌گیری انرژیهای ذره  $\gamma$  می‌تواند اطلاعاتی درباره حالت‌های برانگیخته هسته  $Y$  بدهد. شکل ۱۳-۳ مثالی از یک مجموعه نتایج تجربی و حالت‌های برانگیخته هسته باقیمانده حاصل از آن را نشان می‌دهد. دو قله شکل ۱۳-۳ با یک انرژی ویژه  $\gamma$ ، و در نتیجه یک حالت برانگیخته  $Y$  متناظر است؛ یعنی وقتی ذرات با انرژی  $9\text{ MeV}$  مشاهده شوند. انرژی هسته  $Y$  در حالت برانگیخته  $1\text{ MeV}$  است. توجه کنید که ارتفاع قله‌های مختلف در شکل ۱۳-۳ متفاوت است. این نتیجه آزمایش نشان می‌دهد که احتمال به وجود آمدن یک حالت برانگیخته از حالت برانگیخته دیگر بیشتر است. این مثالی است از احتمال واکنش، یعنی ویژگی دوم  $\gamma$  که می‌توانیم تعیین کنیم. مثلاً در



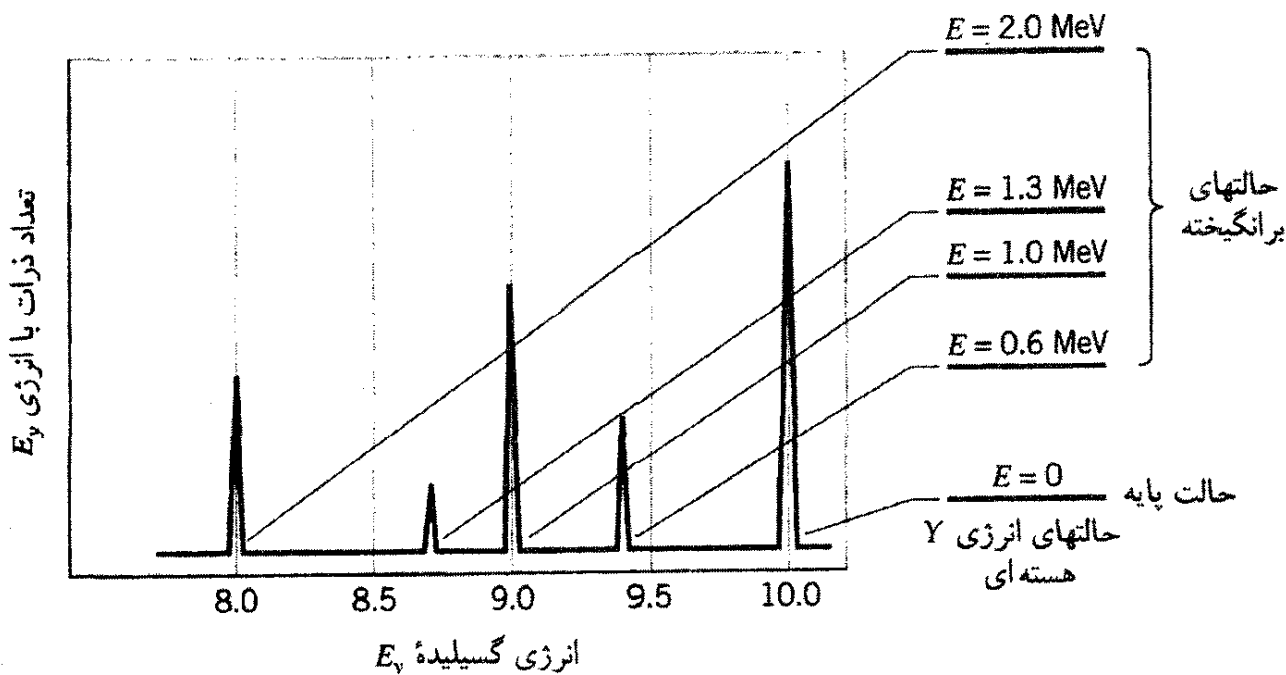
(الف)



(ب)

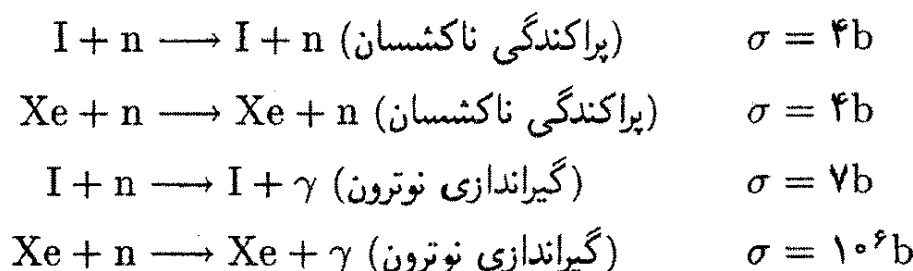
شکل ۱۳-۲ (الف) نموداری از شتابگر وان دوگراف. ذرات از  $+V$  به زمین شتاب می‌گیرند. (ب) یک نمونه آزمایشگاه شتابگر وان دوگراف. خط باریکه و پایانه‌های پرولتاز زیاد در داخل مخزن با فشار زیاد هستند.

شکل ۱۳-۳ مشاهده می‌کنیم که احتمال وجود  $Y$  در دومین حالت برانگیخته‌اش ( $1.0 \text{ MeV}$ ) در حدود دو برابر احتمال وجود  $Y$  آن در اولین حالت برانگیخته است. اگر حل معادله شرودینگر با پتانسیل هسته‌ای ممکن بود، می‌توانستیم احتمالهای واکنش را محاسبه و آنها را با مقادیر اندازه‌گیری شده مقایسه کنیم. چون نمی‌توانیم این مسئله چند جسمی را حل کنیم، باید به صورت معکوس با اندازه‌گیری احتمالهای واکنش سعی کنیم به ویژگیهای نیروی هسته‌ای پی ببریم. احتمالهای واکنش را معمولاً برحسب سطح مقطع بیان می‌کنند که نوعی سطح مؤثر است که هسته هدف برای واکنشی خاص و برای همه انرژیها و جهت‌های ممکن ذره خروجی در اختیار پرتابه می‌گذارد. به طور کلی، سطح مقطع تابع انرژی ذره خروجی  $K_{\infty}$  است.



شکل ۱۳-۳ نمونه‌ای از طیف انرژی ذره خروجی  $\gamma$ ، و حالت‌های برانگیخته  $\gamma$  متناظر با آن.

سطح مقطع  $\sigma$  را برحسب واحد سطح بیان می‌کنند، اما این سطح بسیار کوچک، در حدود  $10^{-28} \text{m}^2$  است. فیزیکدانهای هسته‌ای این سطح را به‌عنوان واحد مناسبی برای اندازه‌گیری سطح مقطعه‌ها به‌کار می‌برند که به آن یک بارن (b) می‌گویند:  $10^{-28} \text{m}^2 = 1 \text{ بارن}$ . توجه کنید که مساحت قرص یک تک هسته به وزن متوسط در حدود ۱ بارن است؛ اما، سطح مقطعه‌ها اغلب ممکن است خیلی بزرگتر یا کوچکتر از یک بارن باشند. مثلاً سطح مقطع واکنشهای زیر را در نظر بگیرید که شامل ایزوتوپهای عناصر همسایه ید و زنون است:



ملاحظه می‌کنید که اگرچه سطح مقطعه‌های پراکندگی ناکشسان I و Xe یکسان‌اند، اما سطح مقطعه‌های گیراندازی نوترون بسیار مختلف‌اند. این اندازه‌گیریها معمولاً اطلاعاتی جالب و غیرعادی درباره‌ی ویژگیهای هسته Xe به ما می‌دهند.

فرض کنید باریکه‌ای از ذرات به هدف نازکی به سطح  $S$  فرود می‌آید، که به‌طور کلی حاوی  $N$  هسته است. سطح مؤثر هر هسته برابر است با سطح مقطع،  $\sigma$ ، و در نتیجه سطح مؤثر تمام هسته‌های هدف (با نادیده گرفتن اثر سایه افکنی)  $\sigma N$  است. این سطح معرف کسر  $\sigma N/S$  از سطح هدف است، و تا زمانی که این نسبت کوچک است، آثار سایه‌افکنی را می‌توان نادیده گرفت. این کسر احتمال وقوع واکنش است.

فرض کنید ذرات فرودی با آهنگ  $I$  در ثانیه به هدف برخورد می‌کنند، و فرض کنید که ذرات خروجی  $y$  با آهنگ  $R$  در ثانیه گسیل می‌شوند. (این کمیت، آهنگ تشکیل هسته محصول واکنش،  $Y$ ، نیز هست.) پس احتمال واکنش را می‌توان به صورت احتمال یافتن  $y$  به ازای هر ذره فرودی  $x$ ، یا  $R/I$  نیز بیان کرد. با ترکیب این دو تعریف احتمال واکنش، می‌رسیم به:

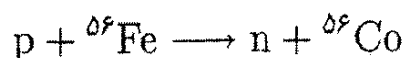
$$R = \frac{\sigma N}{S} I. \quad (1-13)$$

به این صورت، بین سطح مقطع واکنش و آهنگ گسیل  $y$ ، رابطه برقرار می‌شود. در راکتورها، شدت نوترونها را معمولاً برحسب آهنگ عبور نوترونها از واحد مساحت عمود بر باریکه، یا شار نوترون  $\phi$  (نوترون/cm<sup>2</sup>/s) بیان می‌کنند. سطح مقطع  $\sigma$  است (سانتیمتر مربع به ازای هسته به ازای نوترون فرودی). آهنگ  $R$  به تعداد هسته‌های هدف نیز بستگی دارد. فرض کنید جرم هدف  $m$  باشد؛ پس تعداد هسته‌های هدف  $N_A (m/M)$  است، که  $M$  جرم مولی، و  $N_A$  ثابت آووگادرو ( $6.02 \times 10^{23}$  اتم بر مول) است. بنابراین، برای واکنشهایی که عامل آن نوترون است، با استفاده از معادله ۱-۱۳ می‌رسیم به:

$$R = \phi \sigma \frac{m}{M} N_A \quad (2-13)$$

مثال ۱-۱۳

برای انرژی معینی از پروتون فرودی در واکنش



سطح مقطع عبارت است از  $6.0 \text{ b}$ . اگر هدفی را که به صورت پولکی از آهن به سطح  $1.0$  سانتیمتر مربع، و ضخامت  $1.0 \mu\text{m}$  است با باریکه‌ای از پروتونها، معادل با جریان  $3.0 \mu\text{A}$ ، بمباران کنیم، و اگر باریکه به صورت یکنواخت روی سطح هدف توزیع شده باشد، نوترونها با چه آهنگی تولید می‌شوند؟

حل: ابتدا تعداد هسته‌های هدف را محاسبه می‌کنیم. حجم هدف عبارت است از:

$$V = 1.0 \text{ cm} \times 1.0 \text{ cm} \times 1.0 \mu\text{m} = 1.0 \times 10^{-4} \text{ cm}^3$$

و جرم آن (با استفاده از  $7.9 \text{ g/cm}^3$  برای چگالی آهن)

$$m = \rho V = (7.9 \text{ g/cm}^3)(1.0 \times 10^{-4} \text{ cm}^3) = 7.9 \times 10^{-4} \text{ g}$$

پس تعداد اتمها (یا هسته‌ها) عبارت خواهد بود از:

$$N = \frac{mN_A}{M} = \frac{(7.9 \times 10^{-2} \text{ g})(6.02 \times 10^{23} \text{ اتم/مول})}{56 \text{ g/مول}} = 8.5 \times 10^{18}$$

سپس باید تعداد ذرات در ثانیه را در باریکه فرودی بیابیم. می‌دانیم جریان برابر است با  $3.0 \times 10^{-6} \text{ A} = 3.0 \times 10^{-6} \text{ C/s}$ ، و چون بار هر پروتون  $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  است، پس شدت باریکه به این قرار خواهد شد:

$$I = \frac{3.0 \times 10^{-6} \text{ C/s}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C/ذره}} = 1.9 \times 10^{13} \text{ ذره/s}$$

اکنون می‌توان از معادله ۱-۱۳ مقدار  $R$  را یافت:

$$\begin{aligned} R &= \frac{N\sigma I}{S} \\ &= \frac{(8.5 \times 10^{18} \text{ هسته})(0.60 \times 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{هسته})(1.9 \times 10^{13} \text{ ذره/s})}{1 \text{ cm}^2} \\ &= 9.7 \times 10^7 \text{ ذره/s} \end{aligned}$$

در حدود  $10^8$  نوترون در ثانیه از هدف گسیل می‌شود.

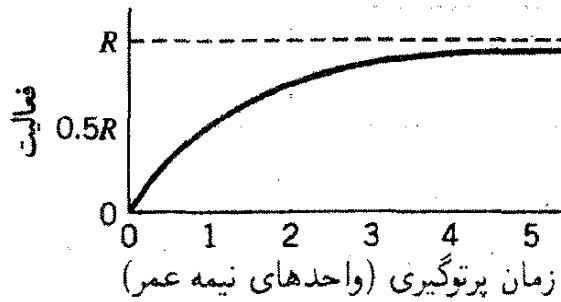
## ۱۳-۲ تولید رادیوایزوتوپ در واکنشهای هسته‌ای

اغلب از واکنشهای هسته‌ای برای تولید ایزوتوپهای پرتوزا استفاده می‌کنیم. به این منظور، ذرات  $x$  را به یک ایزوتوپ پایدار  $X$  (ناپرتوزا) می‌تابانیم تا ایزوتوپ پرتوزای  $Y$  تشکیل شود؛ ذره خروجی  $y$  جالب توجه نیست و مشاهده نمی‌شود.

می‌خواهیم فعالیت ایزوتوپ  $Y$  را محاسبه کنیم که از پرتودهی مقدار معین ذره  $x$  در زمان معین  $t$  حاصل می‌شود. اگر  $R$  آهنگ ثابت تولید  $Y$  باشد؛ مقدار آن مطابق معادله ۱-۱۳ به سطح مقطع و شدت باریکه  $x$  بستگی دارد. (در واقع، باید متقاعد شوید که آهنگ تشکیل  $Y$  همان آهنگ گسیل  $y$  است.) در یک بازه زمانی  $dt$ ، تعداد هسته‌های  $Y$  تولید شده عبارت است از  $Rdt$ . چون ایزوتوپ  $Y$  پرتوزا است؛ تعداد هسته‌هایی که در بازه  $dt$  و می‌باشند عبارت‌اند از  $\lambda N dt$ ، که در آن  $\lambda$  ثابت واپاشی ( $\lambda = 0.693/t_{1/2}$ ) و  $N$  تعداد هسته‌های  $Y$  موجود است. تغییر تعداد هسته‌های  $Y$  عبارت است از:

$$dN = R dt - \lambda N dt \quad (3-13)$$





شکل ۴-۱۳ شکل‌گیری فعالیت در یک واکنش هسته‌ای.

یا

$$\frac{dN}{dt} = R - \lambda N \quad (4-13)$$

جواب این معادله دیفرانسیل به این قرار است:

$$N(t) = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (5-13)$$

و فعالیت عبارت خواهد بود از:

$$\mathcal{A}(t) = \lambda N = R(1 - e^{-\lambda t}) \quad (6-13)$$

توجه کنید چنانکه انتظار داریم، در  $t = 0$ ،  $\mathcal{A} = 0$  (هیچ هسته‌ی نوع  $Y$  در آغاز وجود ندارد). به‌ازای زمان، پرتودهی طولانی،  $t \gg t_{1/2}$ ، این رابطه به مقدار ثابت  $R$  نزدیک می‌شود. وقتی  $t$  در مقایسه با نیمه عمر  $t_{1/2}$  کوتاه باشد، فعالیت برحسب زمان به‌طور خطی زیاد می‌شود.

$$\mathcal{A}(t) = R[1 - (1 - \lambda t + \dots)]$$

$$\mathcal{A}(t) \cong R\lambda t \quad (t \ll t_{1/2}) \quad (7-13)$$

شکل ۴-۱۳ رابطه بین  $\mathcal{A}(t)$  و  $t$  را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌کنید، پس از دو

نیمه عمر، پرتودهی به فعالیت چندانی نمی‌انجامد.

### مثال ۲-۱۳

سی میلی‌گرم طلا به مدت یک دقیقه در معرض شار نوترون  $\text{cm}^2/\text{s}$  نوترون  $10^{12} \times 3 \text{ ر}^\circ$  قرار می‌گیرد. سطح مقطع گیراندازی نوترون برای طلا برابر است با  $99 \text{ b}$ . فعالیت  $^{198}\text{Au}$  حاصل را بیابید.

حل: با توجه به جدول ایزوتوپهای پیوست پی‌می‌بریم که عدد جرمی ایزوتوپ پایدار طلا  $A = 197$ ، و نیمه عمر  $^{198}\text{Au}$  پرتوزا  $^{27}\text{d}$  است. بنابراین، با استفاده از معادله ۱۳-۲:

$$R = \left( 3.0 \times 10^{12} \frac{\text{نوترون}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \right) \left( 99 \times 10^{-24} \frac{\text{cm}^2}{\text{نوترون} \cdot \text{هسته}} \right) \left( \frac{0.30 \text{ g}}{197 \text{ g/mol}} \right) \\ \times (6.02 \times 10^{23} \text{ اتم/mol}) = 2.7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

چون  $t \ll t_{1/2}$ ، پس در این مورد می‌توانیم از معادله ۱۳-۷ استفاده کنیم

$$\mathcal{A} = (2.7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}) \left( \frac{0.693}{2.7 \text{ d}} \right) \left( 1 \text{ min} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ d}}{24 \text{ h}} \right) \\ = 4.8 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \\ = 1.3 \mu\text{Ci}$$

### مثال ۱۳-۳

می‌خواهیم ایزوتوپ پرتوزای  $^{61}\text{Cu}$  ( $t_{1/2} = 3.4 \text{ h}$ ) را با واکنشهای ذره آلفا بر هدف  $^{59}\text{Co}$  تولید کنیم. یک هدف کبالت، به مساحت  $1.5 \text{ cm} \times 1.5 \text{ cm}$  و ضخامت  $2.5 \mu\text{m}$ ، را در باریکه  $12.0 \mu\text{A}$  ذرات آلفا قرار می‌دهیم؛ باریکه، هدف را به صورت یکنواخت می‌پوشاند. برای این انرژی آلفا، سطح مقطع واکنش  $b = 6.0 \times 10^{-28} \text{ cm}^2$  است. (الف)  $^{61}\text{Cu}$  با چه آهنگی تولید می‌شود؟ (ب) فعالیت  $^{61}\text{Cu}$  در پایان  $2.0 \text{ h}$  پرتودهی چقدر است؟

حل: (الف) واکنش به صورت  $^{59}\text{Co} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^{61}\text{Cu} + 2n$  است. جرم هدف به این

قرار است:

$$m = \rho V = (8.9 \text{ g/cm}^3)(1.5 \text{ cm})^2(2.5 \times 10^{-4} \text{ cm}) = 5.0 \times 10^{-3} \text{ g}$$

و تعداد اتمهای هدف عبارت‌اند از:

$$N = \frac{m N_A}{M} = \frac{(5.0 \times 10^{-3} \text{ g})(6.02 \times 10^{23} \text{ اتم/mol})}{58.9 \text{ g/mol}} \\ = 5.12 \times 10^{11} \text{ اتم}$$

آهنگ برخورد باریکه به هدف به این قرار است

$$I = \frac{12.0 \times 10^{-6} \text{ A}}{2 \times 1.60 \times 10^{-19} \text{ C/ذره}} = 3.75 \times 10^{13} \text{ ذره/s}$$

آهن‌گ تولید  $^{61}\text{Cu}$ ، با استفاده از معادله ۱۳-۱ عبارت خواهد بود از:

$$R = \frac{N\sigma I_0}{S} = \frac{(5.12 \times 10^{11} \text{ اتم})(0.640 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)(3.75 \times 10^{13} \text{ s}^{-1})}{(1.5 \text{ cm})^2}$$

$$= 5.5 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$$

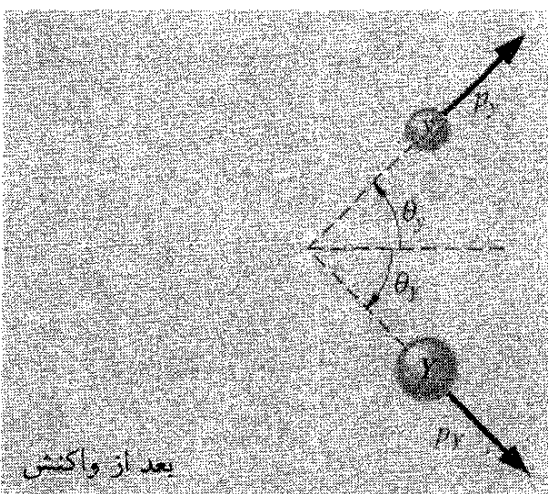
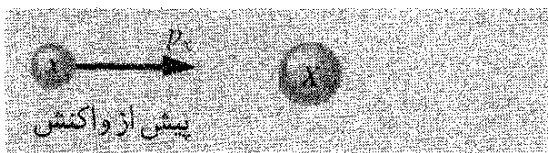
(ب) فعالیت از معادله ۱۳-۶ به دست می‌آید:

$$\mathcal{A} = R(1 - e^{-\lambda t}) = (5.5 \times 10^8 \text{ s}^{-1})(1 - e^{-(0.693)(2.0 \text{ h})/(3.41 \text{ h})})$$

$$\blacksquare \quad = 1.8 \times 10^8 \text{ s}^{-1} = 4.9 \text{ mCi}$$

### ۱۳-۳ سینماتیک واکنش کم انرژی

در این بحث فرض می‌کنیم که سرعت ذرات هسته‌ای به اندازه کافی کم است که می‌توانیم از سینماتیک ناسبیتی استفاده کنیم. پرتابه  $x$  را در نظر می‌گیریم که با تکانه  $p_x$  و انرژی جنبشی  $K_x$  در حرکت است. هدف ساکن، تکانه محصولات واکنش  $p_y$  و  $p_Y$ ، و انرژیهای جنبشی آنها  $K_Y$  و  $K_y$  است. ذرات  $Y$  و  $y$  به ترتیب در زاویه‌های  $\theta_Y$  و  $\theta_y$  نسبت به جهت باریکه فرودی گسیل می‌شوند. شکل ۱۳-۵ این واکنش را نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم که هسته حاصل  $Y$  در آزمایشگاه مشاهده نمی‌شود (اگر این هسته سنگین باشد، و به کندی حرکت کند، معمولاً در هدف متوقف می‌شود).



شکل ۱۳-۵ ذرات درگیر در واکنش قبل ( $X$ ) و بعد از ( $y, Y$ ) انجام واکنش.

مانند مورد واپاشی پرتوزا، از پایستگی انرژی برای محاسبه مقدار  $Q$ ی این واکنش (با این فرض که  $X$  در ابتدا ساکن است) استفاده می‌کنیم:

انرژی نهایی = انرژی اولیه

$$m_N(x)c^2 + K_x + m_N(X)c^2 = m_N(y)c^2 + K_y + m_N(Y)c^2 + K_Y \quad (۸-۱۳)$$

$m$ ها در معادله ۸-۱۳ نماینده جرمهای هسته‌ای ذرات واکنش‌کننده هستند. اما، چنانکه گفتیم، تعداد پروتونها باید در یک واکنش هسته‌ای متوازن شود:

$$Z_x + Z_X = Z_y + Z_Y \quad (۹-۱۳)$$

بنابراین می‌توانیم تعداد مساوی جرم الکترون به هر طرف معادله ۸-۱۳ بیفزاییم و طبق معمول با نادیده گرفتن انرژی بستگی الکترون، جرمهای هسته‌ای بدون نیاز به هیچ تصحیح اضافی به صورت جرمهای اتمی درمی‌آیند. با بازنویسی معادله ۸-۱۳، می‌رسیم به

$$[m(x) + m(X) - m(y) - m(Y)]c^2 = K_y + K_Y - K_x \quad (۱۰-۱۳)$$

اختلاف انرژی سکون ذرات اولیه و ذرات نهایی را به صورت مقدار  $Q$ ی واکنش تعریف می‌کنیم

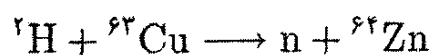
$$Q = [m(x) + m(X) - m(y) - m(Y)]c^2 \quad (۱۱-۱۳)$$

و با ترکیب معادله‌های ۱۰-۱۳ و ۱۱-۱۳ می‌بینیم که مقدار  $Q$  عبارت است از اختلاف انرژی جنبشی ذرات اولیه و نهایی:

$$Q = K_y + K_Y - K_x \quad (۱۲-۱۳)$$

مثال ۴-۱۳

(الف) مقدار  $Q$  را برای واکنش زیر محاسبه کنید



(ب) دوترونها با انرژی  $12.0 \text{ MeV}$  بر هدف  ${}^{63}\text{Cu}$  فرود می‌آیند، و نوترونهایی با انرژی جنبشی  $16.85 \text{ MeV}$  مشاهده می‌شوند. انرژی جنبشی  ${}^{64}\text{Zn}$  را بیابید.

حل: (الف) جرمهای اتمی را می‌توان در پیوست ب یافت:

$${}^2\text{H}: 2,014102\text{u} \quad n: 1,008665\text{u}$$

$${}^{63}\text{Cu}: 62,929599\text{u} \quad {}^{63}\text{Zn}: 62,929145\text{u}$$

مقدار  $Q$  را می‌توان با استفاده از معادله ۱۳-۱۱ به دست آورد:

$$Q = (2,014102\text{u} + 62,929599\text{u} - 1,008665\text{u} - 62,929145\text{u})$$

$$\times (931,5\text{MeV/u})$$

$$= 5,487\text{MeV}$$

(ب) از معادله ۱۳-۱۲ می‌رسیم به:

$$K_Y = Q + K_x - K_y$$

$$= 5,487\text{MeV} + 12,00\text{MeV} - 16,85\text{MeV}$$

$$= 0,64\text{MeV}$$

واکنشهایی که در آنها  $Q > 0$ ، انرژی هسته‌ای را به انرژی جنبشی  $y$  و  $Y$  تبدیل می‌کنند و واکنشهایی گرمازا یا انرژی‌زا خوانده می‌شوند. واکنشهایی با  $Q < 0$  نیاز به ورودی انرژی، به صورت انرژی جنبشی  $x$  دارند تا به انرژی بستگی هسته‌ای تبدیل شود. این واکنشها را گرماخواه یا انرژی‌خواه می‌نامند.

در واکنشهای انرژی‌خواه، باید حداقل انرژی جنبشی کافی را برای تأمین انرژی سکون اضافی محصولات واکنش تأمین کنیم. بنابراین، انرژی جنبشی کمینه یا آستانه برای  $x$  وجود دارد که در کمتر از آن واکنش صورت نمی‌گیرد. بنابراین، انرژی جنبشی آستانه نه تنها باید انرژی سکون اضافی محصولات را تأمین کند، بلکه باید مقدار انرژی جنبشی نیز به آنها بدهد؛ حتی در انرژی کمینه، محصولات نمی‌توانند ساکن باشند، زیرا این موضوع پایستگی تکانه خطی را نقض می‌کند. تکانه  $p_x$  قبل از برخورد برابر تکانه محصولات واکنش بعد از برخورد نمی‌شود.

مسئله را در چارچوب مرکز جرم آسانتر می‌توان تحلیل کرد. در چارچوب آزمایشگاه، قبل از واکنش، مرکز جرم با سرعت  $v = m(x)v_x / [m(x) + m(X)]$  در حرکت است. اگر با این سرعت حرکت و واکنش را مشاهده کنیم، خواهیم دید که مطابق شکل ۱۳-۶،  $X$  با سرعت



شکل ۱۳-۶ واکنش در آستانه انجام در چارچوب مرجع مرکز جرم.

$v_x - v$  در حرکت است. اگر  $x$  با انرژی جنبشی آستانه حرکت کند، در این چارچوب مرجع محصولات واکنش  $y$  و  $Y$  ساکن به نظر می‌رسند.

بنابراین باید انرژی نسبیتی کل  $K + mc^2$  در واکنش پایسته باشد، و بحث خود را به سرعت‌های کم  $v \ll c$  محدود می‌کنیم به طوری که بتوان از رابطه انرژی جنبشی کلاسیک استفاده کرد. از پایستگی انرژی در چارچوب مرکز به جرم می‌رسیم به:

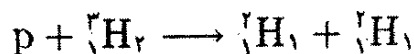
$$\frac{1}{2}m(x)(v_x - v)^2 + \frac{1}{2}m(X)(-v)^2 + m(x)c^2 + m(X)c^2 = m(y)c^2 + m(Y)c^2 \quad (13-13)$$

که در آن سرعت آستانه در چارچوب آزمایشگاه است. با قرار دادن مقدار  $v$  و اندکی محاسبه جبری، می‌توان انرژی جنبشی آستانه (در چارچوب آزمایشگاه) را یافت:

$$K_{th} = -Q \left( 1 + \frac{m(x)}{m(X)} \right) \quad (14-13)$$

### مثال ۱۳-۵

انرژی جنبشی آستانه واکنش زیر را محاسبه کنید



(الف) اگر پروتونها بر  ${}^2\text{H}$  ساکن فرود آیند. (ب) اگر  ${}^2\text{H}$  (تریتون) بر پروتونهای ساکن فرود آید. حل: جرمهای اتمی عبارت‌اند از:

$$p: 1.007825u \quad {}^2\text{H}: 3.016049u \quad {}^3\text{H}: 3.014930u$$

بنابراین مقدار  $Q$  عبارت است از:

$$Q = (1.007825u + 3.016049u - 2 \times 3.014930u)(931.5 \text{MeV}/u) \\ = -4.03 \text{MeV}$$

(الف) وقتی پروتونها بر  ${}^2\text{H}$  فرود می‌آیند، داریم  $x = {}^1\text{H}$  و  $X = {}^2\text{H}$ ، به طوری که

$$K_{\text{th}} = (4.033\text{MeV}) \left( 1 + \frac{{}_R^0.7825\text{u}}{{}_R^0.16049\text{u}} \right) \\ = 5.381\text{ MeV}$$

(ب) وقتی  ${}^2\text{H}$  بر پروتونها فرود می‌آید، هویت  $x$  و  $X$  معکوس می‌شود، به طوری که

$$K_{\text{th}} = (4.033\text{MeV}) \left( 1 + \frac{{}_R^0.16049\text{u}}{{}_R^0.7825\text{u}} \right) \\ = 16.10\text{ MeV}$$

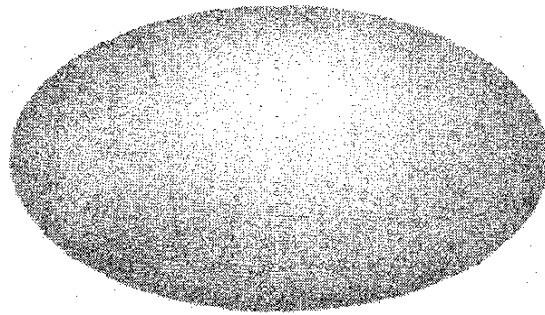
این محاسبه یک نتیجه کلی را نشان می‌دهد. اگر ذره سبکی بر هدفی سنگین فرود آید، کمتر از وقتی که ذره‌ای سنگین بر هدف سبکی فرود می‌آید، انرژی لازم است. ■

### ۴-۱۳ شکافت

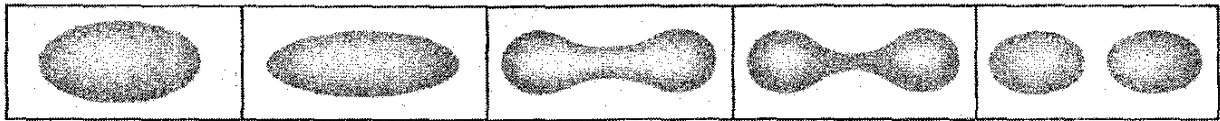
در فرایند شکافت، یک هسته سنگین مانند اورانیم به دور هسته سبکتر شکافته می‌شود. چون انرژی بستگی هسته‌های سبکتر در حدود  $1\text{MeV}$  به ازای هر نوکلئون بیش از هسته سنگین است (شکل ۱۲-۴)، در هر فرایند شکافت انرژی در حدود  $200\text{MeV}$  ( $200$  نوکلئون  $\times 1\text{MeV}$ ) به ازای هر نوکلئون) به دست می‌آید. این مقدار را با نمونه فرایندهای الکترونی در اتم که شامل چند الکترون ولت انرژی است، مقایسه کنید — انرژی تبدیل شده به ازای هر اتم در واکنشهای هسته‌ای تقریباً  $10^8$  برابر واکنشهای شیمیایی است!

در یک هسته، رقابتی بین نیروی هسته‌ای، که اجزای هسته را به هم می‌پیوندند، و دافعه الکتروستاتیکی، که می‌خواهد پروتونها را از هم دور کند، وجود دارد. برای اغلب هسته‌ها، نیروی هسته‌ای در این رقابت حاکم است، اما برای هسته‌های سنگین تعادل ظریفی بین نیروهای هسته‌ای و الکتریکی وجود دارد، تعادلی که به راحتی به هم می‌خورد.

می‌توانیم یک هسته پایدار سنگین را، مطابق شکل ۱۳-۷، نوعی قطره مایع، با شکل تعادلی اندکی کشیده در نظر بگیریم. با ایجاد اختلال در هسته، بر اثر جذب یک نوترون یا فوتون پر انرژی، هسته شروع به ارتعاش و لرزیدن می‌کند. شکل هسته به سرعت از یک شکل کشیده‌تر به شکل کروی و برعکس تغییر می‌کند، انرژی دافعه کولنی تغییر چندانی نمی‌کند، اما نیروی هسته‌ای، که نسبتاً کوتاه برد است، به طور چشمگیری کم می‌شود. بر اثر کشیدگی کافی، مرکز آن تا اندازه‌ای "باریک می‌شود"، و هسته به سرعت به دوباره شکافته می‌شود، و دافعه کولنی این دو قسمت را از



شکل ۷-۱۳ شکل کشیده یک هسته سنگین.



شکل ۸-۱۳ توالی شکلهای هسته در شکافت.

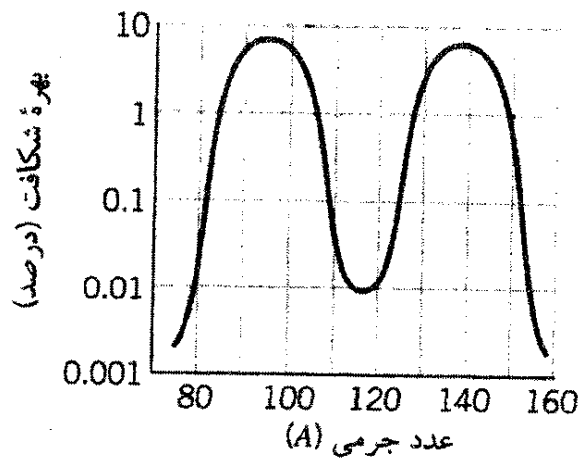
یکدیگر دور می‌کند، فرایندی که در شکل ۸-۱۳ مشاهده می‌کنید. انرژی لازم برای ایجاد شکافت نوعاً در حدود  $6\text{MeV}$  است (مسئله ۲۱)

اندازه دویاره شکافت می‌تواند تغییر کند. شکل ۹-۱۳ توزیع جرم پاره‌های شکافت  $^{235}\text{U}$  را نشان می‌دهد، و می‌توانیم ببینیم احتمال اینکه عدد جرمی یک پاره در حدود  $90^\circ$  و دیگری در حدود  $140^\circ$  باشد، از همه بیشتر است.

اغلب انرژی آزاد شده در شکافت به صورت انرژی جنبشی دویاره شکافت در می‌آید. می‌توان این موضوع را با محاسبه تقریبی انرژی پتانسیل کولنی دوبار الکتریکی  $Z_1 \cong 35$  و  $Z_2 \cong 55$  (که به ازای  $A_1 \cong 90$  و  $A_2 \cong 140$  انتظار داریم) در فاصله  $R = R_1 + R_2$  که  $R_1$  و  $R_2$  شعاع دویاره است (که فرض کرده‌ایم سطح آنها برهم مماس است) فهمید. انرژی پتانسیل  $R$  به راحتی در حدود  $200\text{MeV}$  محاسبه می‌شود. دویاره به سرعت از هم جدا می‌شوند، و انرژی پتانسیل به حدود  $200\text{MeV}$  انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. اگرچه این محاسبه بسیار خام است، اما نشان می‌دهد که می‌توان انتظار داشت که بخش اعظم انرژی نصیب پاره‌های شکافت شود؛ در واقع در حدود  $80\%$  انرژی آزاد شده در شکافت به صورت انرژی جنبشی پاره‌های شکافت ظاهر می‌شود، و بقیه  $20\%$  درصد به صورت انرژی واپاشی محصولات (واپاشیهای بتا و گاما) و انرژی جنبشی نوترونها ظاهر می‌شود که در فرایند واپاشی گسیل می‌شوند. انرژی نوترونها نوعاً در حدود یک تا چند  $\text{MeV}$  است. یک نمونه واکنش شکافت به صورت زیر است







شکل ۹-۱۳ توزیع جرم پازه‌های شکاف  $^{235}\text{U}$

البته، واکنشهای شکافت مختلفی، با محصولات نهایی متفاوت، امکان‌پذیر است؛ توزیع جرم پاره‌های شکافت در شکل ۹-۱۳ داده شده است. همین‌طور تعداد نوترونهای تولید شده در فرایند شکافت می‌تواند تغییر کند، اما میانگین آن در حدود ۲٫۵ است. هر نوترون می‌تواند فرایند شکافت دیگری را به‌وجود آورد، و به‌گسیل نوترونهای بیشتر، همراه با شکافتهای بیشتر و الی آخر، بینجامد. بهمن یا واکنش زنجیره‌ای رویدادهای شکافت، هر یک با آزاد شدن  $200\text{ MeV}$  انرژی، می‌تواند به‌سرعت و به‌صورت مهارنشده، مانند مورد سلاحهای هسته‌ای، یا به‌صورت کندتر و قابل کنترل شبیه به راکتورهای هسته‌ای، رخ دهد.

سه ویژگی واکنش شکافت از آن وسیله‌ای مفید برای تولید انرژی الکتریکی می‌سازد:

۱. اتلاف انرژی. قسمت اعظم انرژی به‌صورت انرژی جنبشی پاره‌های شکافت آزاد می‌شود. این پاره‌های نسبتاً سنگین قبل از طی مسافتی در سوخت راکتور، بیشتر انرژی جنبشی خود را بر اثر برخورد با اتمهای سوخت از دست می‌دهند. این انرژی را می‌توان به‌گرما تبدیل کرد و آب را به‌جوش آورد؛ در این صورت می‌توان بخار حاصل را به‌روش متداول برای به‌راه انداختن توربین و تولید برق به‌کار برد.

۲. تکثیر نوترون. دومین جنبه مفید شکافت آن است که چون میانگین تعداد نوترونهای تولید شده بزرگتر از یک است، واکنش زنجیره‌ای را امکان‌پذیر می‌کند. اینکه این مقدار چقدر باید بزرگتر از یک باشد تا واکنش زنجیره‌ای میسر شود، به ساختمان راکتور بستگی دارد.

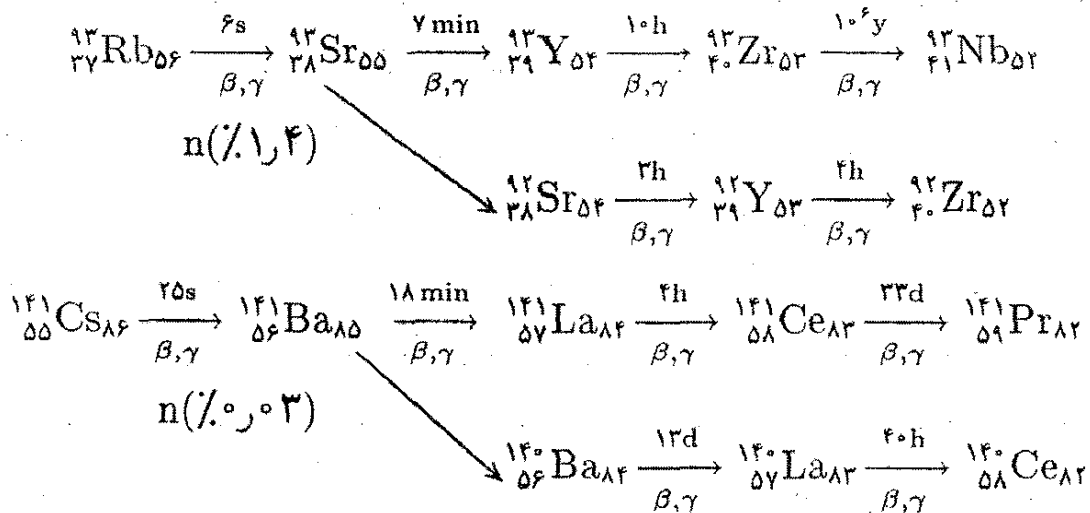
۳. نوترونهای تأخیری. سومین امتیاز فرایند شکافت چیزی است که متصدی یا دستگاه مکانیکی را قادر می‌سازد تا واکنش را کنترل و مانع از پیشرفت بسیار سریع آن شوند. دو نوترونی که در فرایند شکافت، به‌قرار زیر، گسیل می‌شوند، نوترونهای آنی هستند:





(لیزه مایتر ۱۸۷۸ - ۱۹۶۸، آلمان - سوئد). مایتر که به واسطه تحقیقاتش دربارهٔ پرتوزایی معروف است، عنصر پرتوزای پروتکتینیم ( $Z = 91$ ) را کشف کرد، و از نخستین کسانی بود که ویژگیهای واپاشی بتا را بررسی کرد. مهمترین کار او توصیف نتایج سردرگم کنندهٔ ناشی از بمباران اورانیم توسط نوترونها بود؛ او پیشنهاد کرد که هستهٔ اورانیم می‌تواند به دوپارهٔ سبکتر شکافته شود، و نام "شکافت" را برای این فرایند پیشنهاد کرد.

این نوترونها اساساً در لحظهٔ شکافت گسیل می‌شوند. در حدود یک درصد نوترونها در فرایند شکافت نوترونهای تأخیری هستند که پس از واپاشی پاره‌های سنگین گسیل می‌شوند. مثلاً محصولات شکافت در واکنش بالا ناپایدارند، و طبق زنجیرهٔ زیر و امی باشند:



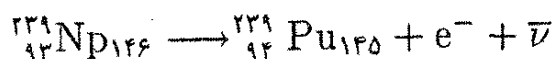
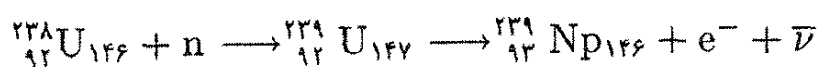
محصول شکافت ( ${}^{92}\text{Rb}$ ) با نیمه عمر ۶s به  ${}^{92}\text{Sr}$  و امی باشد. در بعضی واپاشیها،  ${}^{92}\text{Sr}$  در حالت برانگیخته‌ای است که می‌تواند با گسیل نوترون واپاشد:  ${}^{92}\text{Sr} \rightarrow {}^{92}\text{Sr} + n$  فرایند گسیل بسیار سریع است، اما به واسطهٔ نیمهٔ عمر واپاشی اولیه ( ${}^{92}\text{Rb}$ ) نوترون با تأخیر ظاهر می‌شود. فقط ۱.۴ درصد واپاشیهای ( ${}^{92}\text{Rb}$ ) باعث گسیل این نوترونهای تأخیری می‌شوند. همین‌طور، نوترونهای تأخیری در ۳.۰ درصد واپاشیهای  ${}^{141}\text{Cs}$  در حالت برانگیخته  ${}^{141}\text{Ba}$  ظاهر می‌شوند که طبق رابطهٔ  ${}^{141}\text{Ba} \rightarrow {}^{140}\text{Ba} + n$  و امی باشد.

اگر این نوترونهای تأخیری وجود نداشتند، کنترل مکانیکی آهنگ واکنش امکان‌پذیر نبود. در

عمل، این کنترل با وارد کردن میله‌ای از موادی مانند کادمیم، که سطح مقطع جذب نوترون آن زیاد است، در قلب راکتور انجام می‌شود. وقتی میله کنترل به‌طور کامل در قلب راکتور است، نوترونها به اندازه کافی جذب می‌شوند به طوری که میانگین تعداد نوترونهای موجود که می‌توانند باعث شکافت جدید شوند از یک نوترون به‌ازای هر شکافت کمتر است؛ با خارج کردن آهسته میله، میانگین تعداد نوترونهای موجود افزایش می‌یابد تا درست برابر یک نوترون به‌ازای هر واکنش شود، در این زمان می‌گویند راکتور بحرانی است. در طی کار راکتور، محل میله کنترل را می‌توان همواره طوری تنظیم کرد که آهنگ واکنش زنجیره‌ای و سطح توان راکتور ثابت بماند. هیچ دستگاه مکانیکی نمی‌تواند با سرعت کافی پاسخگوی نوسانات موجود در آهنگ واکنشی باشد که نوترونهای آنی به‌وجود می‌آورند، اما اگر راکتور به دقت طوری طراحی شود که برای نوترونهای آنی کمتر از بحرانی، و برای نوترونهای آنی به اضافه تأخیری بحرانی باشد، کنترل مکانیکی ممکن می‌شود.

چند مسئله مربوط به فناوری را باید قبل از اینکه راکتور هسته‌ای توان مفید تولید کند، حل کرد.

۱. غنی‌سازی. تنها ماده طبیعی با سطح مقطع شکافت بزرگ ایزوتوپ  $^{235}\text{U}$  است. در اورانیم طبیعی فقط ۷ درصد  $^{235}\text{U}$ ؛ و بقیه ۹۹٫۳ درصد آن  $^{238}\text{U}$  است که برای تمام مقاصد عملی شکافت‌پذیر نیست. برای ساختن راکتور یا جنگ‌افزار هسته‌ای، باید غلظت  $^{235}\text{U}$  به مقدار قابل ملاحظه‌ای افزایش یابد. این فرایند را غنی‌سازی می‌نامند. چون  $^{235}\text{U}$  و  $^{238}\text{U}$  به لحاظ شیمیایی یکسان‌اند، تنها وسیله غنی‌سازی بهره‌گیری از اختلاف جرم مختصر آنهاست. این فرایند نسبتاً دشوار است، اما می‌توان برای مقدار زیاد اورانیم به آن دست یافت. مثلاً، روش پخش‌گازی بر این اساس است که  $^{235}\text{U}$  سبکتر در مواد متخلخل راحت‌تر از  $^{238}\text{U}$  پخش می‌شود. یک ماده دیگر که به آسانی شکافته می‌شود  $^{239}\text{Pu}$  است. این ماده به‌صورت طبیعی وجود ندارد اما می‌توان آن را با گیراندازی نوترون در  $^{238}\text{U}$  که شکافت‌پذیر نیست تولید کرد.  $^{239}\text{U}$  حاصل با گسیل بتا به  $^{239}\text{Np}$  و امی‌پاشد، که به نوبه خود به  $^{239}\text{Pu}$  واپاشیده می‌شود:



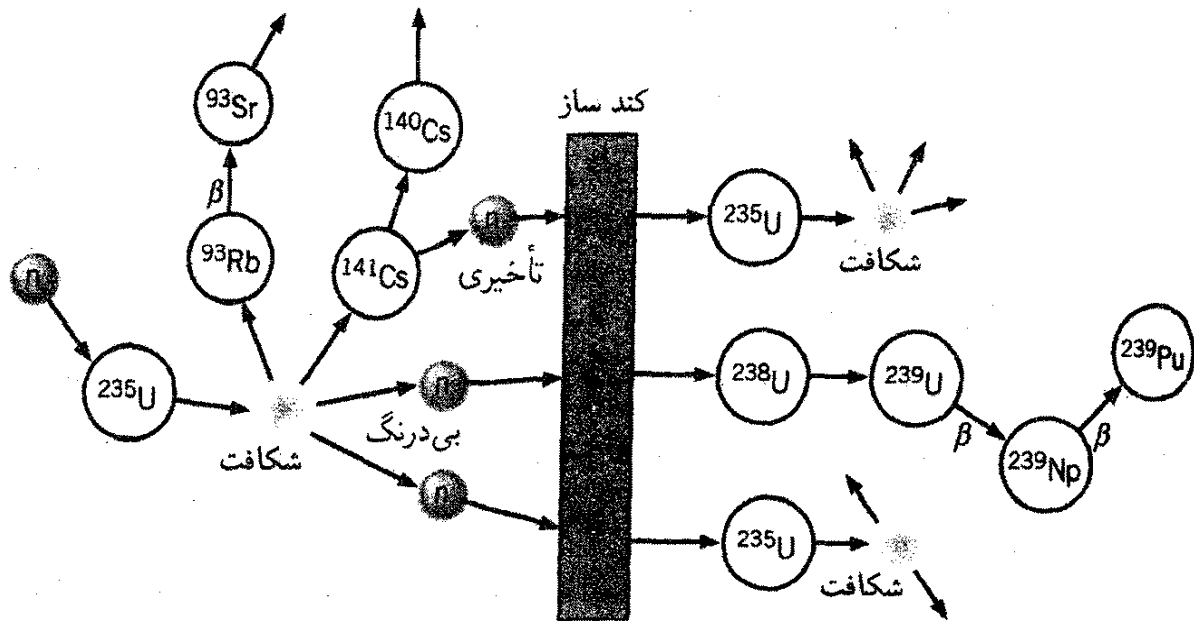
پلوتونیم را می‌توان با روشهای شیمیایی از اورانیم جدا کرد. این فرایند تولید سوخت پلوتونیم از اورانیم به زاینده‌گی معروف است و راکتوری را که برای تولید سوخت پلوتونیم طراحی شده است زاینده می‌نامند.

۲. کندسازی. مشکل دوم تولید واکنش زنجیره‌ای، انرژی نوترونیایی است که در فرایند شکافت گسیل می‌شوند. انرژی جنبشی این نوترونها نوعاً در حدود چند MeV است؛ این نوترونها پُرانرژی احتمال نسبتاً کمی برای تولید شکافتهای جدید دارند، چون سطح مقطع شکافت با افزایش انرژی نوترون به سرعت کم می‌شود. بنابراین نوترونها را کند یا معتدل می‌کنیم تا این احتمال را که باعث شکافت شوند افزایش دهیم. ماده شکافت‌پذیر را با یک کندساز محاصره می‌کنیم، و نوترونها در برخورد با اتمهای کندکننده انرژی از دست می‌دهند. اگر یک نوترون از هسته سنگینی چون اورانیم پراکنده شود، انرژی نوترون تغییر چندانی نمی‌کند، اما در برخورد با یک هسته بسیار سبک، نوترون انرژی قابل ملاحظه‌ای از دست می‌دهد. کندسازی از همه مؤثرتر است که جرم اتمهایش در حدود جرم نوترون باشد؛ بنابراین هیدروژن اولین انتخاب است. غالباً از آب معمولی به‌عنوان کندساز استفاده می‌شود، چون برخورد با پروتونها در کندکردن نوترونها بسیار مؤثر است؛ اما، نوترونها به احتمال زیاد در واکنش  $p + n \rightarrow \text{}^2\text{H} + \gamma$  جذب آب می‌شوند. آنچه به اصطلاح "آب سنگین" نامیده می‌شود و در آن دوتریم جایگزین هیدروژن شده است، کندساز مفیدتری است، چون سطح مقطع جذب نوترون آن عملاً صفر است. چون در راکتورهای آب سنگین نوترونها بیشتری موجود است، می‌توان از اورانیم معمولی (غنی نشده) به‌عنوان سوخت استفاده کرد؛ در راکتوری که کندساز آن آب معمولی است نوترونها کمتری برای تولید شکافت وجود دارد، و بنابراین باید  $^{235}\text{U}$  بیشتری در قلب آن موجود باشد.

کربن ماده سبک، جامد، پایدار و فراوان با سطح مقطع جذب نوترون نسبتاً کوچکی است. اولین راکتور هسته‌ای را اِنریکو فرمی و همکارانش در سال ۱۹۴۲ در دانشگاه شیکاگو ساختند؛ در این راکتور از کربن، به‌صورت قطعات گرافیت، به‌عنوان کندساز استفاده شده بود.

۳. اتلاف نوترونها. در طراحی راکتور یک مسئله مهم با نوترونیایی هستند که واکنشهای شکافت تولید نمی‌کنند. اگر هر نوترون باعث یک واکنش شکافت می‌شد، در صورتی واکنش زنجیره‌ای خودنگه‌دار به وقوع می‌پیوست که میانگین تعداد نوترونها تولید شده در هر شکافت درست برابر ۱ بود. اما، نوترونها می‌توانند به‌صورت‌های مختلف "تلف شوند" و در نتیجه نتوانند شکافت تولید کنند: (۱) فرار از سطح؛ (۲) جذب در کندساز؛ (۳) جذب توسط  $^{238}\text{U}$ . با بزرگ‌کردن راکتور به‌طوری که نسبت سطح به حجم آن کوچک شود، می‌توان فرار از سطح را کمینه کرد، و با بهره‌گیری از کندساز آب سنگین می‌توان جذب در کندساز را از میان برد.

شکل ۱۳-۱۰ خلاصه فرایندهایی را نشان می‌دهد که ممکن است در یک شکافت رخ دهد. یک هسته  $^{235}\text{U}$  یک نوترون را به دام می‌اندازد و به دو پاره سنگین و دو نوترون آبی شکافته می‌شود؛ یکی از پاره‌ها یک نوترون تأخیری گسیل می‌کند. سه نوترون بر اثر عبور از کندساز کند



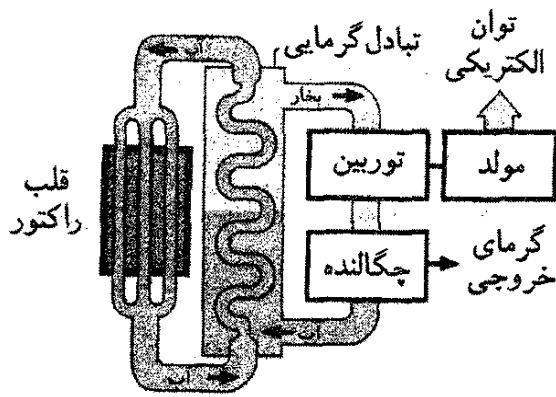
شکل ۱۳-۱۰ نمونه‌ای از سلسله فرایندهای ممکن در شکافت. یک هسته  $^{235}\text{U}$  یک نوترون را جذب می‌کند و شکافته می‌شود؛ دو نوترون آبی و یک نوترون تأخیری گسیل می‌شود. پس از گذشتن، دو نوترون باعث شکافتهای جدید می‌شوند و نوترون سوم در  $^{238}\text{U}$  جذب و باعث تولید  $^{239}\text{Pu}$  می‌شود.

می‌شوند. دو تا از نوترونها سبب شکافتهای جدید می‌شوند، و نوترون سوم را  $^{238}\text{U}$  به دام می‌اندازد تا سرانجام باعث تشکیل  $^{239}\text{Pu}$  شود که می‌توان آن را به روشهای شیمیایی بازیافت. فرایندهای دیگر؛ فرار نوترونها از سطح راکتور؛ گیراندازی در کندساز؛ و شکافت  $^{238}\text{U}$  توسط نوترونهای تند (کنند نشده) می‌تواند رخ دهد که در نمودار نشان داده شده است.

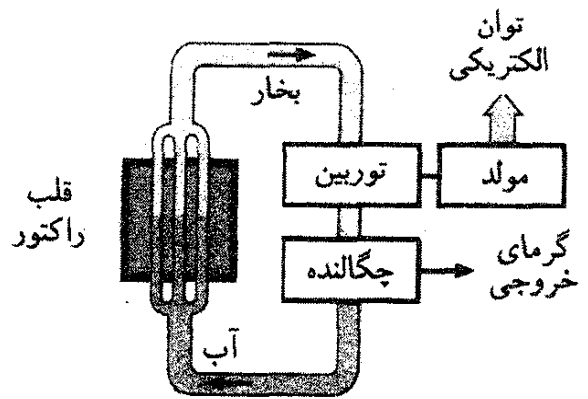
گرمای تولیدشده در سوخت راکتور را باید خارج کرد تا توان الکتریکی تولید کند. (این گرما به دلایل ایمنی باید خارج شود، چون گرمای کافی برای ذوب قلب و ایجاد یک حادثه جدی به وجود می‌آورد. به این دلیل، در راکتورها یک دستگاه خنک‌سازی اضطراری قلب وجود دارد که طوری طراحی شده است تا در صورت خرابی دستگاه استخراج گرما مانع از گرم شدن بی‌اندازه قلب شود.) استخراج انرژی شکافت از قلب راکتور را می‌توان به چند روش متفاوت انجام داد. طراحیهای راکتور شامل این روشها عبارت‌اند از:

۱. راکتورهای آب جوشان. مطابق شکل ۱۳-۱۱، جریان آب از قلب راکتور عبور می‌کند. گرما آب را به بخار تبدیل می‌کند، که از آن برای تولید الکتریسیته استفاده می‌شود. نقطه ضعف این سیستم آن است که آب می‌تواند پرتوزا شود، و شکستگی لوله‌های نزدیک توربین می‌تواند؛ با پخش مواد پرتوزا، به بروز حادثه‌ای جدی منجر شود.

۲. راکتورهای آب تحت فشار. در این مورد، مطابق شکل ۱۳-۱۲، گرما در یک فرایند دو مرحله‌ای خارج می‌شود. آب تحت فشار زیاد از قلب راکتور می‌گذرد تا مانع از تبدیل آن به بخار



شکل ۱۲-۱۳ راکتور آب تحت فشار.



شکل ۱۱-۱۳ راکتور آب جوشان.

شود. سپس این آب گرم یک دستگاه آب ثانویه را گرم می‌کند، که در واقع بخار را به توربین تحویل می‌دهد. چون بخار هرگز وارد راکتور نمی‌شود، پس پرتوزا نیست، و در نتیجه هیچ ماده پرتوزایی در حوالی توربین وجود ندارد.

راکتورهای قدرت در ایالات متحده اغلب از نوع آب تحت فشار با سوخت اورانیم غنی شده و کندانساز آب معمولی، هستند. در کانادا نیز از راکتورهای آب تحت فشار، سود می‌جویند، اما با آنها از اورانیم طبیعی و آب سنگین استفاده می‌کنند. در نوع دیگری از این طراحی، به جای آب تحت فشار از یک فلز مایع مانند سدیم استفاده می‌شود که امتیاز آن مایع بودن در دماهای بسیار بالاتر از آب و رسانندگی گرمایی بزرگتر از آن است. در طرح دیگر از جریان گاز برای استخراج گرما از قلب استفاده می‌شود. سپس گاز داغ برای تولید بخار به کار می‌رود. راکتورها در بریتانیا دارای خنک‌کننده گازی و کندانساز گرافیتی هستند.

مسائل فنی دیگری در ارتباط با راکتورهای هسته‌ای وجود دارند که بحث و بررسی آنها به طور جدی در جریان است. بعضی ایزوتوپهای پرتوزا در میان پاره‌های شکافت نیمه عمرهایی طولانی از مرتبه چندین سال دارند. پسماند پرتوزای راکتورها باید به گونه‌ای نگهداری شود که مواد پرتوزا به محیط زیست نشت نکنند. بسیاری از افراد نگران ایمنی راکتورهای هسته‌ای، نه تنها از نظر طراحی و کار صحیح بلکه به لحاظ مقاومت در برابر نیروهای طبیعت چون لرزه‌ها، و عملیات تروریستی یا خرابکاری هستند.

در سال ۱۹۸۶، در یک راکتور قدرت با کندانساز گرافیت در چرنوبیل در شوروی سابق به علت از کار افتادن دستگاه خنک‌کننده قلب راکتور، که برای استخراج گرمای شدید تولید شده در قلب طراحی شده بود، حادثه‌ای جدی به وقوع پیوست. افزایش دمای حاصل کندانساز گرافیتی را مشتعل کرد و باعث انفجار محفظه راکتور، آزاد شدن محصولات شکافت پرتوزا، و قرار گرفتن ساکنان منطقه در معرض دُزهای تابش مهلک شد. محصولات کشاورزی و دامها در اروپای غربی بر اثر پخش شدن مواد پرتوزا آلوده شدند. این حادثه ضرورت دستگاههای ایمنی اضافی در طراحی راکتور را تأیید

می‌کند. این نوع حوادث در راکتورهای با کُندساز آب که در ایالات متحده به‌کار می‌روند رخ نمی‌دهد. سرانجام، در تمام موتورهای گرمایی، دورریزی گرمای خروجی یا پسماند (در درجهٔ اول ناشی از باز چگالش بخار به آب) آلودگی گرمایی چشمگیری تولید می‌کند. کارایی نیروگاههای قدرت هسته‌ای برای تبدیل سوخت به توان الکتریکی معمولاً از نیروگاههایی که سوختهای فسیلی می‌سوزانند کمتر است، زیرا نیروگاههای هسته‌ای در دماهای کمتر کار می‌کنند؛ در حالی که کارایی نیروگاههای با سوخت فسیلی می‌تواند تا ۴۰ درصد باشد، کارایی نیروگاههای هسته‌ای معمولاً در گسترهٔ ۳۰ تا ۳۵ درصد است. نیروگاهی که با کارایی ۳۰ درصد کار می‌کند، ۵۰ درصد بیشتر از نیروگاهی که همان توان را با کارایی ۴۰ درصد تولید می‌کند، آلودگی گرمایی دارد.

این بخش را با ارائهٔ یک مثال جذاب طبیعی تمام می‌کنیم؛ نخستین راکتور شکافت هسته‌ای بر روی زمین راکتوری نبود که انریکو فرمی در سال ۱۹۴۲ در شیکاگو ساخت، بلکه یک راکتور شکافت طبیعی در افریقا بود که تصور می‌رود دومیلیارد سال پیش برای دوره‌ای در حدود شاید چند هزار سال کار می‌کرده‌است. سوخت این راکتور اورانیم طبیعی، و آب طبیعی کُندساز آن بوده است. همان طور که بحث کردیم. ساختن چنین راکتوری اکنون امکان‌پذیر نیست، زیرا گیراندازی نوترونها در پروتونهای آب باعث می‌شود نوترونهای کمی برای ادامهٔ واکنش زنجیره‌ای در اورانیم با فقط ۷٫۰ درصد  $^{235}\text{U}$  باقی بماند. اما، دومیلیارد سال پیش، اورانیم طبیعی نسبت به امروز حاوی کسر بسیار بزرگتری از  $^{235}\text{U}$  بوده است. هر دوی  $^{235}\text{U}$  و  $^{238}\text{U}$  پرتوزا هستند، اما نیمه عمر  $^{235}\text{U}$  فقط در حدود یک ششم نیمه عمر  $^{238}\text{U}$  است. اگر  $10^1 \times 2$  سال عقب برویم، که در حدود نصف نیمه عمر  $^{238}\text{U}$  است، میزان  $^{238}\text{U}$  موجود در حدود ۴۰ درصد بیش از امروز می‌شود، اما مقدار  $^{235}\text{U}$ ،  $8 = 2^3$  برابر مقدار کنونی  $^{235}\text{U}$  خواهد شد. پس مقدار  $^{235}\text{U}$  در حدود ۳ درصد می‌شود، و با این میزان غنی‌بودن، آب معمولی می‌تواند به‌عنوان کُندسازی مؤثر به‌کار می‌رود. اورانیمی با این مشخصات، و با جرم کافی همراه با آب به‌عنوان کُندساز، می‌توانسته است "بحرانی شود" و واکنش را آغاز کند. جوشیدن آب قادر به کنترل این واکنش بوده است. با تولید گرمای کافی برای تبخیر، بخشی از آب واکنش، به واسطهٔ فقدان کُندساز، کند و یا متوقف می‌شده است. با سرد شدن اورانیم به اندازهٔ کافی، آب مایع بیشتری جمع و واکنش دوباره آغاز می‌شده است. این چرخه اصولاً می‌توانسته به‌طور نامحدود ادامه یابد، تا  $^{235}\text{U}$  به اندازهٔ کافی مصرف و یا تغییرات زمین‌شناختی سبب از میان رفتن آب شود.

در پی کشف این راکتور، یک پژوهشگر فرانسوی مشاهده کرد که اورانیمی که از ناحیه‌ای در افریقا استخراج می‌شد حاوی مقدار بسیار کمی  $^{235}\text{U}$  است. اختلاف اندک بود. نمونه‌ها حاوی ۷۱۷۱٫۰ درصد  $^{235}\text{U}$  بودند، در مقایسه با مقدار معمول ۷۲۰۲٫۰ درصد. اما این اختلاف برای

تحریک حس کنجکاو کارکنان فرانسوی کافی بود. آنها حدس زدند که تنها سازوکاری که می‌تواند باعث مصرف  $^{235}\text{U}$  شود فرایند شکافت هسته‌ای است، و این گمان با جستجوی سنگ معدن ایزوتوپهای پایدار حاصل از واپاشی محصولات شکافت بررسی شد. با یافتن این ایزوتوپها، و به خصوص فراوانی بسیار متفاوت آنها با آنچه از رسوبات معدنی "طبیعی" انتظار می‌رود، وجود راکتور طبیعی تأیید شد. شرح کامل این راکتور در مراجع پایان این فصل آمده است.

### ۱۳-۵ همجوشی

در فرایند همجوشی نیز بر اثر واکنشهای هسته‌ای انرژی آزاد می‌شود، در این فرایند دو هسته سبک ترکیب می‌شوند و یک هسته سنگینتر به وجود می‌آورند: انرژی آزاد شده در این فرایند تفاوت انرژی بستگی هسته سنگین و هسته‌های سبکتر است؛ با توجه به شکل ۱۲-۴، می‌بینیم که این فرایند می‌تواند مادام که هسته نهایی سنگینتر از  $A = 60$  نباشند، انرژی آزاد کند. مثلاً، واکنش زیر را در نظر بگیرید



مقدار  $Q$  برابر  $4.0\text{MeV}$  است، و در نتیجه این واکنش در حدود  $1\text{MeV}$  به‌ازای هر نوکلئون انرژی آزاد می‌کند، که تقریباً مانند واکنش شکافت است. این آزمایش را می‌توان در آزمایشگاه، با شتاب‌دادن باریکه‌ای از نوترون‌ها روی هدفی از دوتریم، انجام داد. برای مشاهده واکنش، باید دوترون‌های فرودی و هدف را به اندازه کافی به هم نزدیک کنیم تا نیروی هسته‌ای باعث انجام واکنش شود: یعنی، باید بر دافعه کولنی متقابل دو ذره غلبه کنیم. می‌توان این دافعه کولنی را با محاسبه دافعه الکتروستاتیکی دو دوترون در تماس با یکدیگر محاسبه کرد. شعاع دوترون در حدود  $1.5\text{fm}$ ، و انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی دو بار به فاصله  $3\text{fm}$  در حدود  $5\text{MeV}$  است. یک دوترون با انرژی جنبشی  $5\text{MeV}$  می‌تواند بر دافعه کولنی غالب آید و واکنشی را آغاز کند که در آن  $4.5\text{MeV}$  انرژی جنبشی فرودی به اضافه  $4\text{MeV}$  مربوط به مقدار  $Q$  آزاد کند.

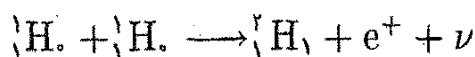
چنین باریکه دوترونی را می‌توان در بسیاری از شتابگرهای موجود در آزمایشگاههای فیزیک هسته‌ای تولید کرد. جریانهای باریکه این شتابگرها نوعاً از مرتبه نانو آمپر است. اگر همه ذرات موجود در باریکه باعث واکنش شوند (فرضی که چندان معقول نیست!)، کل توان تولیدی  $4\text{W}$  می‌شود. خروجی  $4\text{W}$  (با فرض اینکه بتوان تمام انرژی آزاد شده در واکنش را که، به صورت انرژی جنبشی محصولات  ${}^1_1\text{H}$  و  ${}^3_1\text{H}$  ظاهر می‌شود استخراج کرد) این وسیله را یک چشمه توان مفید نمی‌سازد!



رهیافتی نویدبخش تر گرم کردن گاز دوتریم تا دماهای به اندازه کافی زیاد است، به طوری که هر اتم دوتریم دارای انرژی جنبشی گرمایی  $25\text{MeV}$  شود (نام همجوشی گرما هسته‌ای از اینجا می‌آید). سپس در برخورد بین دو اتم دوتریم، انرژی جنبشی  $5\text{MeV}$  برای غلبه بر سد کولنی کافی است. اگر بتوانیم از این روش برای استخراج انرژی همجوشی حاصل از دوتریم موجود در یک فنجان "آب سنگین" ( $\text{D}_2\text{O}$ ) استفاده کنیم، می‌توانیم انرژی در حدود  $10^{12} \times 5$  به دست آوریم؛ حتی اگر تبدیل در مدت یک روز انجام شود، توان خروجی در حدود  $50\text{MW}$  می‌شود! آب معمولی حاوی حدود  $0.15\%$  درصد  $\text{D}_2\text{O}$  است؛ انرژی همجوشی حاصل از دوتریم موجود در یک لیتر آب معمولی با انرژی شیمیایی حاصل از حدود  $300$  لیتر بنزین هم‌ارز است.

مشکل این روش، گرم کردن گاز دوتریم تا دماهای کافی است؛ از رابطه  $3/2kT$  برای انرژی جنبشی گرمایی یک مولکول گاز، می‌توان محاسبه کرد که انرژی  $25\text{MeV}$  با دمای حدود  $10^9\text{K}$  متناظر است. حتی با فرض اینکه تونل زنی (بخش ۵-۷) سبب احتمال معقولی در جهت نفوذ در سد کولنی در انرژیهای جنبشی کم (شاید متناظر با یک دهم دمای محاسبه شده) شود، تصور شرایطی که بتوان چنین دماهایی را تولید کرد، دشوار است. اما، این شرایط در داخل ستارگان، که انرژی خود را از طریق واکنشهای همجوشی تولید می‌کنند، وجود دارد. پس فرایندهای همجوشی باعث تداوم حیات بر روی زمین است. بسیاری از دانشمندان و مهندسان در صدد استفاده از فرایندهای همجوشی برای تولید انرژی الکتریکی هستند؛ آنها با چالش همانندسازی شرایط موجود در درون ستارگان، برای لحظه کوتاهی از زمان و در مقیاس بسیار کوچکتر، روبه‌رو هستند.

حالا به فرایندهای همجوشی در داخل خورشید نگاهی گذرا می‌اندازیم. در فرایند همجوشی بنیادی که می‌تواند در مسیرهای مختلف رخ دهد، چهار پروتون ترکیب می‌شوند و یک  ${}^4\text{He}$  تشکیل می‌دهند. چون خورشید به جای دوتریم از هیدروژن معمولی تشکیل شده است، ابتدا باید هیدروژن را به دوتریم تبدیل کرد. این تبدیل طبق واکنش زیر صورت می‌گیرد

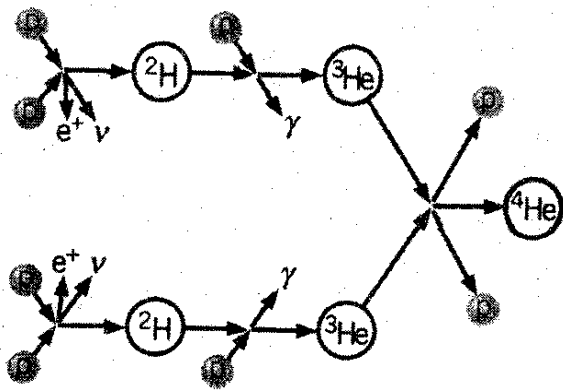


در این فرایند تبدیل یک پروتون به نوترون دخیل است و همانند فرایندهای واپاشی بتا است که در فصل ۱۲ درباره آن بحث کردیم. وقتی  ${}^2_1\text{H}$  (دوتریم) را به دست آوردیم، واکنش بعدی که می‌تواند رخ دهد عبارت است از



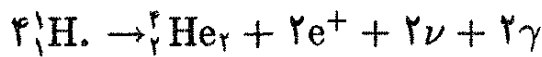
و سپس:





شکل ۱۳-۱۳ طرح کلی فرایندهای همجوشی پروتون-پروتون به منظور تشکیل هلیوم.

توجه کنید که دو واکنش اول باید دوبار رخ دهند تا دو  ${}^3\text{He}$  لازم برای واکنش سوم را تولید کند؛ نگاه کنید به طرح کلی شکل ۱۳-۱۳. کل فرایند را می‌توان به صورت زیر نوشت

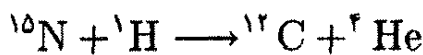


برای محاسبه مقدار  $Q$  برحسب جرمهای اتمی، باید چهار الکترون به سمت چپ واکنش افزود تا چهار اتم هیدروژن خنثی به دست آید. برای موازنه واکنش باید چهار الکترون هم به طرف راست اضافه کنیم؛ دو تا از این الکترونها مربوط به اتم  ${}^2\text{He}$  هستند، و دوتای دیگر را می‌توان طبق رابطه  $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$  با دو پوزیترون ترکیب کرد، بنابراین پرتوهای گامای اضافی به صورت انرژی حاصل از واکنش در دسترس‌اند. چون دو پوزیترون در این فرایند از میان می‌روند، تنها جرمهای باقیمانده مربوط به چهار اتم هیدروژن و یک اتم هلیوم است، بنابراین

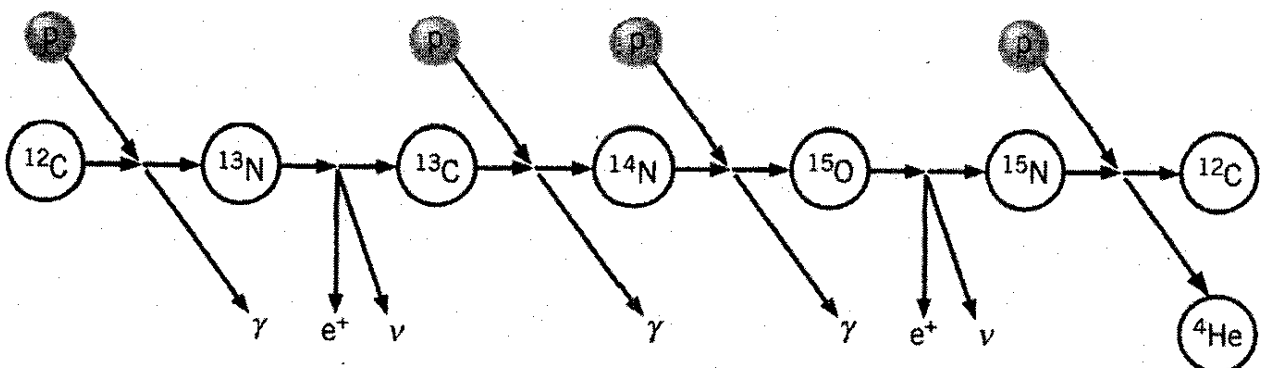
$$\begin{aligned} Q &= (m_i - m_f)c^2 \\ &= (4 \times 1.007825 \text{ u} - 4.002603 \text{ u})(931.5 \text{ MeV/u}) \\ &= 26.7 \text{ MeV} \end{aligned}$$

هر واکنش همجوشی  $26.7 \text{ MeV}$  انرژی آزاد می‌کند. اکنون آهنگ وقوع این واکنشها در خورشید را محاسبه می‌کنیم. در حدود  $1.4 \times 10^{26} \text{ W}$  انرژی خورشیدی به هر متر مربع از سطح زمین می‌تابد. در فاصله حدود  $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$  از خورشید، انرژی در سطح کره‌ای (کره زمین) به مساحت  $4\pi r^2 = 2.8 \times 10^{22} \text{ m}^2$  پخش می‌شود، و در نتیجه توان خروجی خورشید  $4 \times 10^{26} \text{ W}$ ، متناظر با  $2 \times 10^{39} \text{ MeV/s}$  است. در هر فرایند همجوشی  $26 \text{ MeV}$  انرژی آزاد می‌شود، و در نتیجه باید حدود  $10^{28}$  واکنش همجوشی در هر ثانیه رخ دهد که در حدود  $4 \times 10^{28}$  پروتون در ثانیه مصرف می‌کند. (نگران تمام شدن پروتونها نباشید - جرم خورشید در حدود  $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ ، متناظر با حدود  $10^{57}$  پروتون است، که برای سوختن در چند میلیارد سال آینده کافی است.)

دنباله واکنشهای بالا را چرخه پروتون-پروتون می‌نامند و احتمالاً نمایانگر چشمه انرژی خورشید است. اما، به احتمال زیاد چشمه اصلی انرژی همجوشی در بسیاری از ستارگان نیست، زیرا واکنش نخست (که در آن دو پروتون برای تشکیل یک دوتریوم با هم ترکیب می‌شوند) و نوعی واپاشی بتا است، (چنانکه در بخش بعد خواهیم دید) فقط در مقیاس زمانی بسیار طولانی صورت می‌گیرد، و در نتیجه احتمال انجام آن اندک است. یک رشته واکنشهای محتملتر، چرخه کربن است:



نمودار نمادین این فرایند را در شکل ۱۳-۱۴ مشاهده می‌کنید. توجه کنید که  $^{12}\text{C}$  نقش کاتالیزور را دارد؛ در این واکنشها نه  $^{12}\text{C}$  را تولید و نه آن را مصرف می‌کنیم، اما حضور آن باعث می‌شود که این رشته واکنشها با سرعتی خیلی بیش از آنچه قبلاً در چرخه پروتون-پروتون گفتیم، صورت گیرند. فرایند خالص بازم عبارت است از  $4^1\text{H} \rightarrow ^4\text{He}$  و البته مقدار  $Q$  هم تغییری نکرده است. چون دافعه کولنی بین  $\text{H}$  و  $\text{C}$  از دافعه کولنی بین دو هسته  $\text{H}$  بیشتر است، انرژی گرمایی بیشتر و در نتیجه دمای بالاتری برای چرخه کربن لازم است. چرخه کربن احتمالاً در دمای حدود  $20 \times 10^6 \text{K}$  اهمیت می‌یابد، در حالی که دمای درون خورشید "فقط"  $15 \times 10^6 \text{K}$  است.



شکل ۱۳-۱۴ رشته رویدادها در چرخه کربن.

وقتی تمام هیدروژن به هلیم تبدیل شد، خورشید منقبض می‌شود و دمای آن افزایش می‌یابد تا هلیم‌سوزی در فرایندهایی، چون این فرایند، رخ دهد:

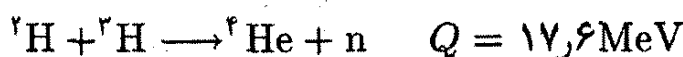
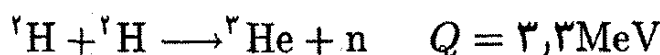
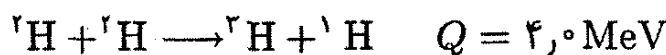


دافعه کولنی متقابل دو هسته He بسیار بزرگتر از دو هسته H است، به طوری که همجوشی هلیم به انرژی گرمایی بیش از همجوشی هیدروژن نیاز دارد.

وقتی هلیم تمام شد، دمای باز هم بیشتر باعث همجوشی کربن و تشکیل عناصر سنگین‌تری، مانند  $^{24}\text{Mg}$ ، می‌شود. این فرایندها ادامه می‌یابند تا به  $^{56}\text{Fe}$  برسند؛ در ورای این نقطه (شکل ۱۲-۴) دیگر نمی‌توان از طریق همجوشی انرژی به دست آورد. تولید عناصر در فرایندهای همجوشی را به تفصیل در فصل ۱۵ بررسی خواهیم کرد.

### راکتورهای همجوشی

در راکتورهای گرما هسته‌ای کنترل شده، می‌توان از واکنشهای مختلف، مانند واکنشهای زیر، استفاده کرد:



واکنش سوم، که به واکنش D - T (دوتریم - تریتم) معروف است، بیشترین انرژی را آزاد می‌کند و شاید بهترین نامزد برای راکتورهای همجوشی باشد.

وقتی گاز دوتریم (یا مخلوط دوتریم - تریتم) تا دماهای زیاد گرم شود، اتمها یونیده می‌شوند؛ گاز حاصل متشکل از ذرات داغ یونیده را پلاسما می‌نامند. برای افزایش احتمال برخورد بین یونها که می‌تواند به همجوشی بینجامد، پلاسما باید سه شرط داشته باشد: (۱) چگالی زیاد،  $n$ ، به طوری که احتمال برخورد ذرات زیاد شود؛ (۲) دمای زیاد،  $T$ ، در گستره  $10^8\text{K}$ ، که احتمال نفوذ ذرات را در سد پتانسیل کولنی متقابل زیاد کند؛ و (۳) زمان محصورسازی طولانی،  $\tau$ ، که در خلال آن باید بالا بودن دما و چگالی حفظ شود. پارامترهای اول و سوم را می‌توان با استفاده از ملاحظات کلی، بر اساس توان لازم برای گرم کردن پلاسما (که با چگالی،  $n$ ، متناسب است) و توان حاصل از همجوشیها در پلاسما (متناسب با  $n^2\tau$ ) با هم ترکیب کرد. برای اینکه توان همجوشی بیش از

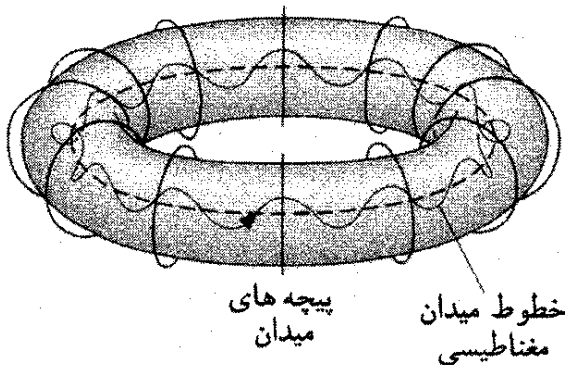
توان ورودی باشد، حاصلضرب  $n\tau$  باید از یک مقدار کمینه تجاوز کند؛ این شرط عبارت است از

$$n\tau \geq 10^{20} \text{ s} \cdot \text{m}^{-3} \quad (13-15)$$

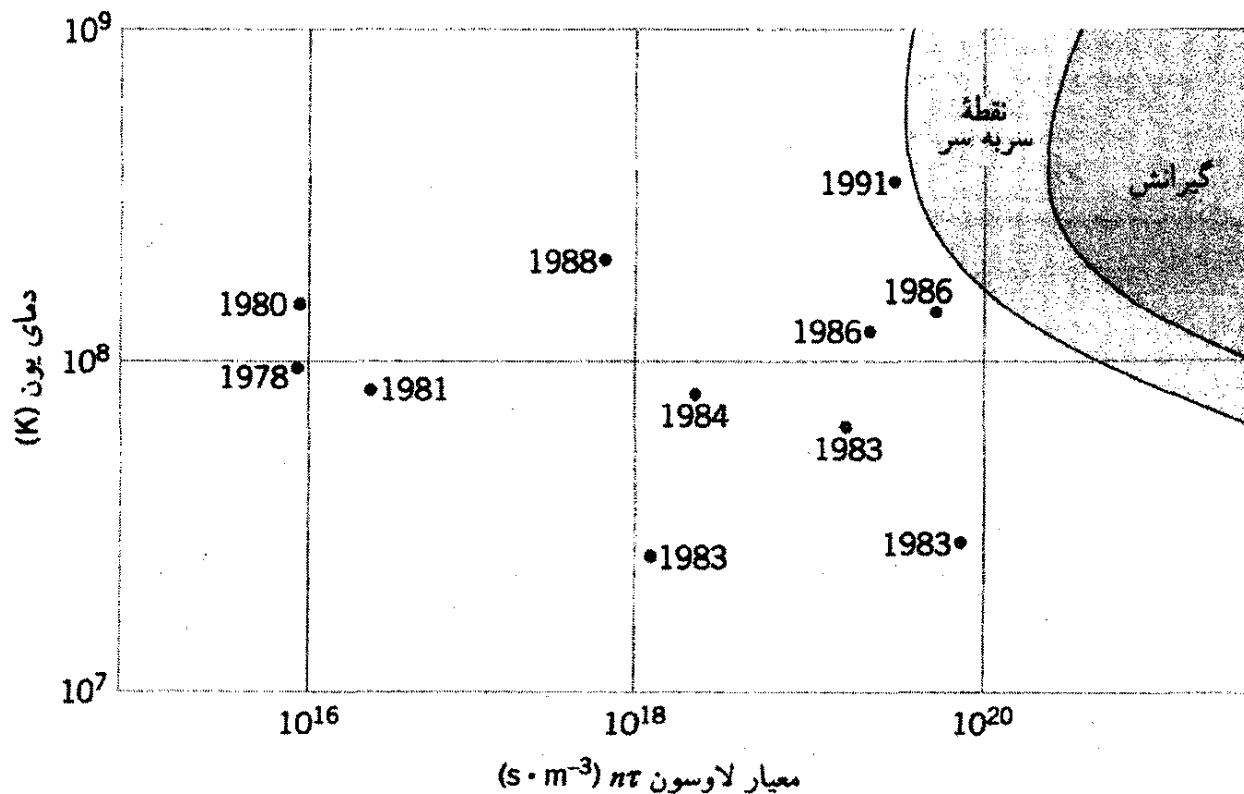
که به آن معیار لائوسون می‌گویند. توانایی پلاسما در تولید انرژی از طریق همجوشی را می‌توان با مقدار پارامتر لائوسون،  $n\tau$  و دمای،  $T$ ، آن مشخص کرد.

دافعه الکتریکی ذرات یونیده در پلاسما تمایل به دور کردن یونها از یکدیگر و راندن آنها به دیوارهٔ محفظه دارد، که در آنجا بر اثر برخورد با اتمهای سردتر دیواره، انرژی از دست می‌دهند. برای حفظ چگالی و دما، دو روش ابداع شده است. در محصورسازی مغناطیسی، از میدانهای مغناطیسی قوی برای تنظیم حرکت ذرات استفاده می‌شود، و در محصورسازی لخت، پلاسما با چنان سرعتی گرم و متراکم می‌شود که قبل از اینکه سوخت بتواند منبسط و سرد شود همجوشی صورت می‌گیرد. میدان مغناطیسی می‌تواند پلاسما را محصور کند زیرا ذرات باردار به صورت مارپیچ حول خطوط مغناطیسی حرکت می‌کنند. شکل ۱۳-۱۵، شکل هندسی محصورسازی مغناطیسی را نشان می‌دهد. میدان مغناطیسی از دو جزء تشکیل شده است: یکی در امتداد محور چنبره و دیگری حول محور آن، ترکیب این دو میدان یک میدان مارپیچی در امتداد محور چنبره تولید می‌کند. این وسیله را توکامک می‌نامند (سرواژه عبارت روسی به معنای "اتاقک مغناطیسی چنبره‌ای"). جریانی که از پلاسما می‌گذرد، هم آن را گرم می‌کند و هم یکی از مؤلفه‌های میدان را به وجود می‌آورد. در عکس رنگی شماره ۱۱ راکتور آزمون همجوشی توکامک در دانشگاه پرینستون را مشاهده می‌کنید که به مدت ۱s به سطح توان ۶MW رسیده است. در این وسیله معیار لائوسون با چگالی پلاسمای  $n = 10^{20} \text{ ذره}/\text{m}^3$  (پنج مرتبه بزرگی کوچکتر از گاز معمولی) و زمان محصورسازی  $\tau = 1\text{s}$  برقرار بوده است.

تکوین وسایل محصورسازی مغناطیسی با شتابی فزاینده به سوی رسیدن به راکتور همجوشی خودنگه‌دار با افزایش پارامتر لائوسون و دما، مطابق شکل ۱۳-۱۶، به پیش می‌رود. این وسایل اکنون



شکل ۱۳-۱۵ شکل هندسی چنبره‌ای محصورسازی پلاسما. اتمهای یونیده، که خطوط مغناطیسی آنها را به دام افکنده‌اند، حلقه را دور می‌زنند. پیچ‌ها یک میدان مغناطیسی در امتداد محور چنبره (خط‌چین) تولید می‌کنند. مؤلفهٔ دیگر میدان را جریان در امتداد محور به وجود می‌آورد. دو مؤلفهٔ میدان با هم ترکیب و خطوط میدان مارپیچی شکل را به وجود می‌آورند.

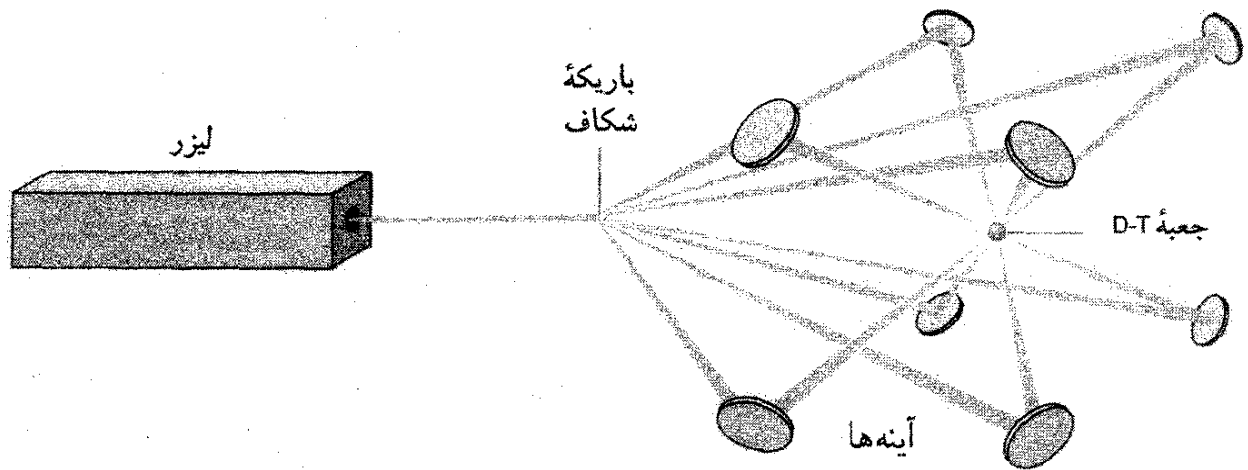


شکل ۱۳-۱۶ نزدیک شدن به نقطه سر به سر و گیرانش در راکتورهای همجوشی کنترل شده، به صورت عدد لاوسون بر حسب دما نشان داده شده است.

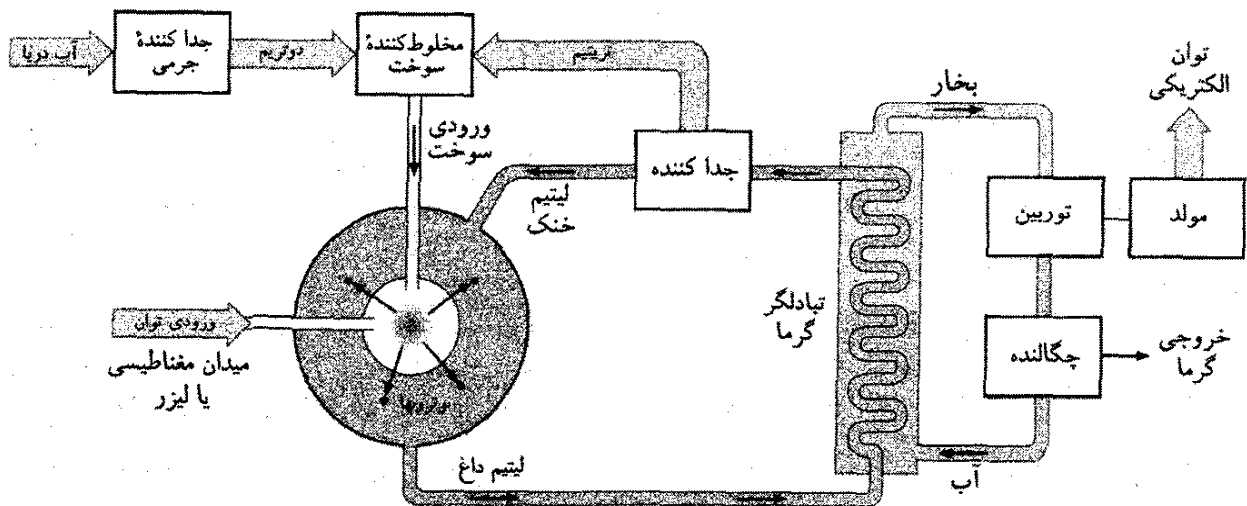
به نقطه "سر به سر" نزدیک می‌شوند که در آن توان حاصل از واکنشهای همجوشی با توان لازم برای گرم کردن پلاسما برابر می‌شود. راکتور خودنگهدار واقعی باید به حالت "گیرانش" برسد که در آن توان حاصل از واکنشهای همجوشی می‌تواند بدون نیاز به چشمه‌های انرژی خارجی باعث ادامه کار راکتور شود.

محصورسازی لخت با تراکم سوخت تا چگالیهای زیاد و زمانهای محصورسازی بسیار کوتاه رهیافت مخالف را اختیار می‌کند. در یک روش، یک ساچمه کوچک سوخت (به قطر ۱ تا ۱ میلیمتر) حاوی دوتریم و تریتیم از جهت‌های مختلف تحت تابش باریکه‌های لیزری قرار می‌گیرد که ابتدا ساچمه را تبخیر و سپس آن را به پلاسما تبدیل می‌کنند، و سپس آن را تا نقطه‌ای که همجوشی صورت گیرد، گرم و متراکم می‌کنند (شکل ۱۳-۱۷). یک نمونه تپ لیزری ممکن است  $10^5$  J را در مدت زمان  $10^{-9}$  s تحویل دهد، که متناظر با توان لحظه‌ای  $10^{14}$  W است. (که از توان تولید الکتریسیته ایالات متحده دو مرتبه بزرگی بیشتر است!)

برای زمان محصورسازی  $10^{-9}$  s، چگالی باید متجاوز از  $10^{21}$  ذره در متر مکعب شود (که مشخصه جامدات معمولی است) تا معیار لاوسون برقرار بماند، اما به واسطه عدم کارایی لیزرها و سایر اتلافهای یک راکتور همجوشی خودنگهدار، این مقدار باید به اندازه ۲ تا ۳ مرتبه بزرگی بیشتر باشد. در عکس رنگی ۱۲ وسیله آزمایشی همجوشی با لیزر NOVA را در آزمایشگاه ملی



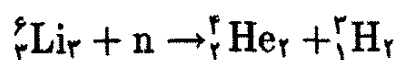
شکل ۱۳-۱۷ همجوشی با محصورسازی لخت که به وسیله یک لیزر انجام می‌شود.



شکل ۱۳-۱۸ طرح پیشنهادی یک راکتور همجوشی.

لاورنس لیورمور مشاهده می‌کنید که در آن  $10^6$  لیزر همگرا می‌شوند تا تپهای همزمان را به یک هدف تحویل دهند.

در واکنش همجوشی D-T، نوترون‌ها حامل بخش اعظم انرژی هستند (یادآور می‌شود که در واکنش شکافت فقط بخش کوچکی از انرژی نصیب نوترون‌ها می‌شود). این موضوع مسائلی را در ارتباط با بازیافت انرژی و تبدیل آن به توان الکتریکی به وجود می‌آورد. یکی از طرحهای ممکن، عبارت است از راکتور همجوشی که در شکل ۱۳-۱۸ نشان داده شده است. منطقه واکنش را لیتیم احاطه کرده است، که نوترون‌ها را در واکنش زیر جذب می‌کند



انرژیهای جنبشی محصولات واکنش به سرعت به صورت گرما درمی‌آیند، و از انرژی گرمایی لیتیم

مایع می‌توان برای تبدیل آب به بخار و تولید الکتریسیته استفاده کرد. این واکنش امتیاز تولید تریتم ( $^3\text{H}$ ) را نیز دارد، که به‌عنوان سوخت راکتور همجوشی ضروری است.

یکی از مشکلات واکنش همجوشی D-T نوترونهای زیادی است که در این واکنش آزاد می‌شود. اگرچه راکتورهای همجوشی پسماندهای پرتوزای راکتورهای شکافت را به‌وجود نمی‌آورند، اما نوترونها حتماً نواحی اطراف راکتور را پرتوزا می‌کنند، و آسیب ساختاری مواد ناشی از قرارگرفتن در معرض شار زیاد نوترون ممکن است سبب تضعیف بخشهایی از محفظه راکتور شود. در اینجا نیز بهره‌گیری از لیتیم مفید است، زیرا لیتیم به ضخامت  $1\text{-m}$  برای متوقف کردن همه نوترونها کافی است. انرژی همجوشی موضوع تحقیقات جدی در بسیار در آزمایشگاههای ایالات متحده و سایر نقاط جهان است؛ از چند طریق به مقابله با مشکلات فنی آن پرداخته‌اند، و پژوهشگران امیدوارند که در طی ۲۰ سال آینده راه‌حلهایی برای آنها بیابند به طوری که همجوشی بتواند به تأمین نیازهای ما به نیروی برق کمک کند.

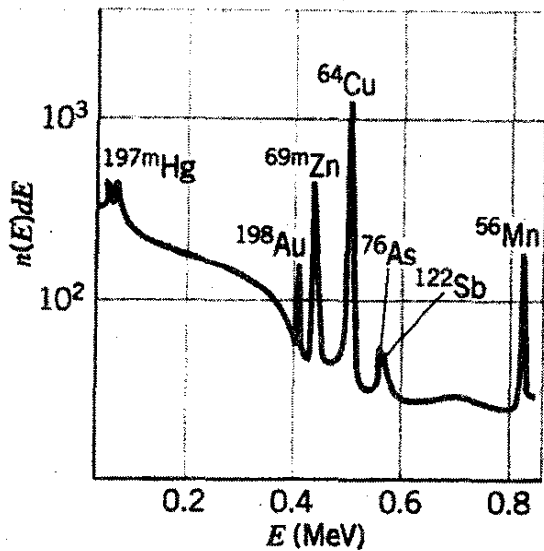
## ۱۳-۶ کاربردهای فیزیک هسته‌ای

در این فصل، دیدیم که چگونه می‌توان از واکنشهای شکافت و همجوشی برای تولید توان الکتریکی بهره‌گرفت، و در فصل قبل بررسی کردیم که چگونه می‌توان از واپاشی پرتوزای ایزوتوپهای مختلف برای تعیین منشأ تاریخی مواد حاوی این ایزوتوپها استفاده کرد. اینجا فقط تعداد کمی از روشهایی هستند که در آنها از واپاشیها و واکنشهای هسته‌ای می‌توان در حل مسائل عملی بهره‌گرفت. در این بخش به بحث مختصر درباره بعضی از کاربردها و روشهای دیگر فیزیک هسته‌ای می‌پردازیم.

### تحلیل به کمک فعالسازی نوترونی

تقریباً هر ایزوتوپ پرتوزا پرتوهای گامای مشخصه‌ای گسیل می‌کند، و بسیاری از عناصر شیمیایی را می‌توان به کمک طیفهای پرتوگامای آنها شناسایی کرد. مثلاً، وقتی  $^{59}\text{Co}$  (تنها ایزوتوپ پایدار کبالت) در شار نوترونهایی (که در نزدیکی قلب راکتور وجود دارد) قرارگیرد، جذب نوترون به تولید ایزوتوپ  $^{60}\text{Co}$  می‌انجامد که از طریق واپاشی بتا با نیمه عمر ۵٫۲۷ سال و امی‌پاشد. در پی واپاشی بتا،  $^{60}\text{Ni}$  دو پرتوگاما با انرژیهای  $1.17\text{MeV}$  و  $1.33\text{MeV}$  با شدت مساوی گسیل می‌کند. اگر یک ماده با ترکیب ناشناخته را در شار نوترونها قرار دهیم، و اگر پس از بمباران نوترونی ببینیم که دو پرتوگاما با شدت مساوی و انرژیهای  $1.17\text{MeV}$  و  $1.33\text{MeV}$  گسیل می‌شوند، با اطمینان می‌توان گفت که نمونه ناشناخته حاوی کبالت است. در واقع، از آهنگ گسیل گاما، و با فرض معلوم بودن شار نوترون و سطح مقطع گیراندازی  $^{59}\text{Co}$ ، به دقت می‌توان گفت که چقدر





شکل ۱۳-۱۹ طیف پرتوگاما پس از فعالسازی نمونه‌ای از موی انسان. در این نمونه جیوه، طلا، روی، مس، آرسنیک، آنتیموان و منگنز به مقدار کم وجود دارد.

کیالت در ماده وجود دارد. این روش را تحلیل به کمک فعالسازی نوترونی می‌نامند و در مواردی از آن استفاده می‌کنند که مقدار عناصر به اندازه‌ای کم است که شناسایی شیمیایی عملی نیست. نوعاً، تحلیل به کمک فعالسازی نوترونی برای شناسایی عناصری به مقدار  $10^{-1}$  g به کار می‌رود، و حساسیت تا  $10^{-12}$  g نیز اغلب امکان‌پذیر است.

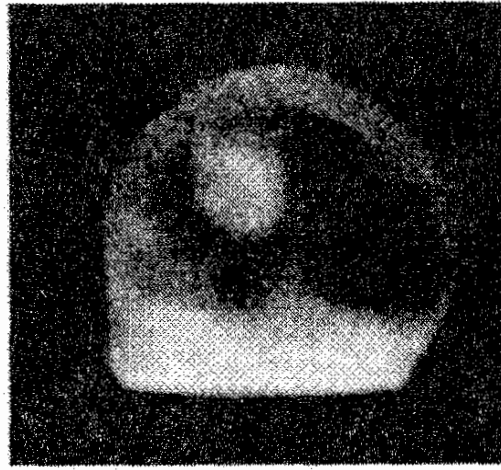
این روش حساس و دقیق در مواردی به کار می‌رود که هدف تعیین ترکیب شیمیایی نمونه‌های میکروسکوپی است و یا نمونه‌ها را باید به صورت غیرمخرب تحلیل کرد. مثلاً، ترکیب شیمیایی انواع سفالها به ردیابی منشأ جغرافیایی گلی که از آن ساخته شده‌اند کمک می‌کند؛ این تحلیل قطعات سفالی می‌تواند شیوه‌های فعالیت‌های بازرگانی ماقبل تاریخ را تعیین کند. جعل آثار هنری را می‌توان با در اختیار داشتن اطلاعاتی درباره ترکیب شیمیایی رنگها آشکار ساخت، چون روشهای تولید رنگها طی چهار قرن اخیر همراه با تغییر سطح ناخالصیها در رنگها بوده است. تحلیل شیمیایی مقادیر اندک موادی چون رنگ، بقایای شلیک گلوله از اسلحه، خاک، و یا مو می‌تواند مدارک مهمی در تحقیقات جنایی باشد. مثلاً، تحلیل به کمک فعالسازی نوترونی نمونه‌هایی از موی شخصیت‌های تاریخی چون ناپلئون و نیوتون به شناسایی مواد شیمیایی انجامیده است که این شخصیت‌ها قرن‌ها پیش در معرض آنها بوده‌اند. یک مثال از مطالعه نمونه‌ای از مو با فعالسازی نوترونی را در شکل ۱۳-۱۹ مشاهده می‌کنید.

### فیزیک تابش در پزشکی

می‌توان از مهمترین کاربردهای فیزیک هسته‌ای در پزشکی، هم برای تشخیص و هم به منظور درمان، یاد کرد. استفاده از پرتوهای x برای تولید تصاویری برای تشخیص پزشکی شناخته شده است، اما پرتوهای x ارزش محدودی دارند. این تصاویر استخوانها را به روشنی و تفصیل نشان می‌دهند. اما معمولاً در تصویرگیری از بافت نرم چندان مفید نیستند. ایزوتوپهای پرتوزا را می‌توان با



(ب)



(الف)

شکل ۱۳-۲۰ عکس دوربین سوسوزن از مغز، پس از تزریق درون وریدی  $20 \text{ mCi}$  از  $^{99\text{m}}\text{Tc}$ ، تصویر (الف) یک تصویر جانبی است که روی بیمار به طرف چپ است؛ تصویر (ب) تصویر پشت سر است. نقطه دایره‌ای روشن غلظت خون را در یک ضایعه، احتمالاً یک غده، نشان می‌دهد. سایر مناطق روشن پوست، سر و رگهای اصلی را نشان می‌دهند.

روشهای شیمیایی که از گرایش مواد شیمیایی به بعضی اندامها، مانند استخوان، یا غده تیروئید بهره می‌گیرند، وارد بدن کرد. یک آشکارسازی حساس (به نام "دوربین پرتوگاما") می‌تواند تابشهای حاصل از ایزوتوپیایی را که در آن عنصر جمع شده‌اند مشاهده و تصویری تولید کند که توزیع فعالیت را در بیمار نشان می‌دهد. این آشکارسازها می‌توانند تعیین کنند که هر فوتون پرتوگاما از چه نقطه‌ای در بدن بیمار سرچشمه گرفته است. در شکل ۱۳-۲۰ یک تصویر از مغز را مشاهده می‌کنید، که پس از تزریق ایزوتوپ پرتوزا،  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  ( $t_{1/2} = 6 \text{ h}$ )، از بیمار گرفته شده است. تصاویر به روشی ناحیه‌ای از مغز را نشان می‌دهند که فعالیت در آنجا متمرکز شده است. معمولاً مغز ناخالصیها را از خون جذب نمی‌کند، بنابراین این تراکمها معمولاً یک غده یا چیز غیرعادی دیگر را نشان می‌دهند. روش دیگر، اطلاعات گرانبهایی را به کمک توموگرافی (برش‌نگاری) با گسیل پوزیترون (PET) آشکار می‌کند. در این روش یک ایزوتوپ پوزیترون گسیل به بیمار تزریق و به سرعت جذب می‌شود. مثالهایی از ایزوتوپیهای به کار رفته عبارت‌اند از  $^{15}\text{O}$  ( $t_{1/2} = 2 \text{ min}$ )،  $^{13}\text{N}$  ( $t_{1/2} = 10 \text{ min}$ )،  $^{11}\text{C}$  ( $t_{1/2} = 20 \text{ min}$ )،  $^{18}\text{F}$  ( $t_{1/2} = 110 \text{ min}$ ). این ایزوتوپها را با یک سیکلوترون تولید می‌کنند، و به واسطه نیمه عمر کوتاهشان سیکلوترون باید در همان محل وسیله تشخیص مستقر باشد. وقتی یک پوزیترون گسیل وامی‌باشد، پوزیترون به سرعت با یک الکترون از میان می‌رود و دو پرتوی گامای  $511 \text{ keV}$  تولید می‌کند که در جهتهای مخالف منتشر می‌شوند. با قراردادن حلقه‌ای از آشکارسازها در اطراف بیمار، می‌توان به دقت تعیین کرد که واپاشی در کجا رخ داده است، و به کمک تعداد زیادی از این رویدادها، پزشک می‌تواند تصویری تولید و توزیع رادیوایزوتوپ را در بیمار

بازسازی کند. یکی از امتیازهای روش روبش PET نسبت به روشهای پرتوی x مانند روبش CAT (توموگرافی یا برش‌نگاری محوری کامپیوتری) آن است که به کمک این روش می‌توان یک تصویر دینامیک، یعنی تغییرات بیمار را در زمان اندازه‌گیری، مشاهده کرد. در عکس رنگی ۱۳، روبش مغز یک بیمار را مشاهده می‌کنید که به وی گلوکز نشاندار شده با  $^{18}\text{F}$  تزریق شده است. نواحی فعال مغز گلوکز را سریعتر می‌سوزانند و در نتیجه  $^{18}\text{F}$  بیشتری در آنها متمرکز می‌شود. شکل نشان می‌دهد که چه نواحی از مغز برای فراگیری زبان یا حساسیت نسبت به موسیقی فعالیت‌ر هستند. در تابش درمانی از اثر تابش بر تخریب بافت ناخواسته در بدن، مانند رشد سرطانی یا غده تیروئید بسیار فعال، بهره‌می‌گیرند. عبور تابش از ماده اغلب به یونش اتمها می‌انجامد. اتمهای یونیده می‌توانند در واکنشهای شیمیایی شرکت کنند که باعث ورود آنها به مولکولها و تغییر طرزکار زیست‌شناختی آنها، از طریق تخریب یک سلول و یا اصلاح ماده ژنتیکی آن است. مثلاً، غده تیروئید بسیار فعال را معمولاً با دادن  $^{131}\text{I}$  پرتوزا به بیمار، درمان می‌کنند که در تیروئید جمع می‌شود. گسیلهای بتای این ایزوتوپ به سلولهای تیروئید آسیب می‌رساند و سرانجام آنها را از بین می‌برد. بعضی سرطانها را با کاشت سوزنها یا سیمهای حاوی رادیم یا سایر مواد پرتوزا درمان می‌کنند. واپاشیهای این رادیوایزوتوپها باعث آسیب موضعی به سلولهای سرطانی می‌شود. سایر سرطانها را می‌توان با استفاده از باریکه ذراتی درمان کرد که به واکنشهای هسته‌ای در محل غده می‌انجامند. به این منظور از پیونها و نوترونها استفاده می‌شود. جذب یک پیون یا یک نوترون توسط یک هسته باعث یک واکنش هسته‌ای می‌شود، و گسیل بعدی ذرات یا واپاشیهای محصولات واکنش دوباره باعث آسیب موضعی می‌شود که در محل غده متمرکز شده است و بیشترین آسیب را به غده و کمترین آسیب را به بافت اطراف آن وارد می‌آورد.

### کاربردهای واپاشی آلفا

کاربردهای چشمه‌های پرتوزا که ذرات آلفاگسیل می‌کنند گوناگون و متعدد است. در اغلب این کاربردها، از تداوم واپاشی پرتوزا استفاده می‌شود؛ می‌توان انتظار داشت که واپاشیها در هر محل با آهنگ ثابت صورت‌گیرد.

ذرات آلفای حاصل از واپاشی آلفا را می‌توان جذب و انرژی آنها به صورت دیگر درآورد، مانند توان الکتریکی که طی آن از طریق تبدیل گرما، الکتریسیته به دست می‌آید. سطوح توان چندان زیاد نیست (از مرتبه ۱W به‌ازای هر گرم ماده مسئله ۳۳)، اما برای به‌کارانداختن بسیاری وسایل، از دستگاه تنظیم ضربان قلب تا سفینه فضایی، وویجر، که از مشتری، زحل، و اورانوس عکسبرداری کرده است، کفایت می‌کند.



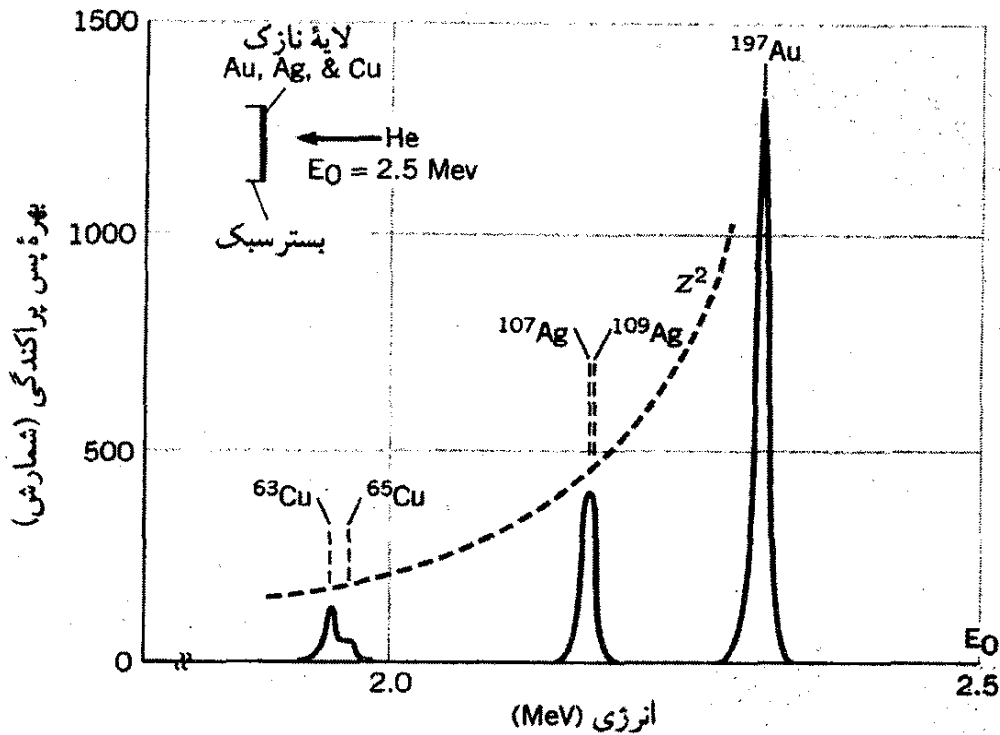
روزالیند یالو (۱۹۲۱ - ایالات متحده) . پس از دریافت دکتری فیزیک هسته‌ای، در زمینه کاربرد ایزوتوپهای پرتوزا در پزشکی تحقیق کرد. او روش ایمنی‌سنجی تابشی را ابداع کرد، که در آن از ردیابهای پرتوزا برای اندازه‌گیری مقادیر کم مواد در خون یا سایر شماره‌ها استفاده می‌شود. وی این روش را اولین بار در مطالعه انسولین در خون بیماران دیابتی به‌کاربرد. اهمیت این روش با اعطای جایزه نوبل پزشکی در سال ۱۹۷۷ به وی، مشخص شد.

پراکندگی ذرات آلفای گسیل‌شده از چشمه‌های پرتوزا اساس کار آشکارسازهای دود از نوع یونشی است؛ ذرات آلفای حاصل از واپاشی  $^{241}\text{Am}$  را اتمهای یونیده حاصل از احتراق پراکنده می‌کند. وقتی آشکارساز دود کاهشی در آهنگ شمارش آلفاها را (بر اثر پراکندگی و دورشدن بعضی از آنها از آشکارساز) حس کند زنگ خطر به‌کار می‌افتد.

از سایر کاربردهای پراکندگی ذرات آلفا استفاده از آنها در تجزیه و تحلیل مواد است. در پس پراکندگی رادرفورد، فرایند تحلیل، از کاهش انرژی یک ذره آلفا که در زاویه  $180^\circ$  پراکنده شده است بهره‌می‌گیرد. اگرچه در بحث پراکندگی آلفا در فصل ۶ فرض بر آن بود که هسته هدف بینهایت سنگین بود و از پراکندگی انرژی نمی‌گرفت، اما در عمل، حتی به یک هسته سنگین اندکی انرژی داده می‌شود. اگر بگذاریم هسته پس زده شود، می‌توانیم کاهش انرژی  $\Delta K$  را برای یک ذره آلفا به انرژی  $K$  که با زاویه  $180^\circ$  پراکنده شده است، بیابیم (مسئله ۳۱):

$$\Delta K = K \left[ \frac{4m/M}{(1 + m/M)^2} \right] \quad (13-16)$$

که در آن  $m$  جرم ذره آلفا و  $M$  جرم هسته هدف است، برای یک هسته سنگین ( $m/M = 0.02$ )، کاهش انرژی از مرتبه  $5\text{MeV}$  است، که به آسانی قابل اندازه‌گیری است. در شکل ۱۳-۲۱ نمونه‌ای از طیف ذرات آلفا را مشاهده می‌کنید که از یک ورقه نازک حاوی مس، طلا و نقره پس پراکنده شده‌اند. به بستگی احتمال پراکندگی به  $Z^2$  توجه کنید که مشخصه پراکندگی رادرفورد به شمار می‌آید (معادله ۶-۱۸) و به حساسیت این روش حتی به دو ایزوتوپ طبیعی مس نیز توجه

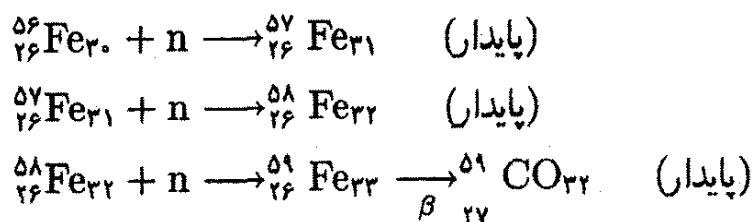


شکل ۱۳-۲۱ طیف پس پراکندگی ذرات آلفای  $2.5\text{MeV}$  ناشی از یک لایه نازک مس، نقره، و طلا. خط چینها رفتار سطح مقطع را نشان می‌دهند که از فرمول رادرفورد انتظار داریم. به پیدایش دو ایزوتوپ مس توجه کنید.

کنید. (اما، دو ایزوتوپ نقره را نمی‌توان تفکیک کرد.) فضایی‌های سروریر که برماه فرود آمد و وایکینگها که بر مریخ نشستند حامل آزمایشهای پس پراکندگی رادرفورد برای تحلیل ترکیب شیمیایی سطح این اجرام بودند.

### عناصر مصنوعی

عناصر تا Fe بر اثر واکنشهای همجوشی در ستارگان ساخته شده‌اند. همان گونه که دیدیم، واکنشهای همجوشی به لحاظ انرژی نمی‌توانند در ورای  $^{56}\text{Fe}$  ادامه یابند. بقیه عناصر با گیراندازی نوترون ساخته شده‌اند که ایزوتوپهایی را با نوترون اضافی همراه با واپاشی بتا تولید می‌کنند که در آن یک نوترون به پروتون تبدیل می‌شود. در نتیجه

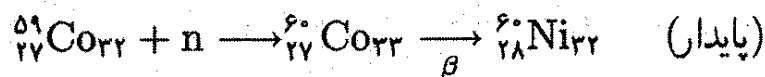


ایزوتوپ پایدار  $^{59}\text{Co}$  در پی واپاشی پرتوزایی  $^{59}\text{Fe}$  تولید می‌شود، که در نتیجه گیراندازی سه نوترون

6s		4f										5d						6p		5g
55 Cs	56 Ba	57 La	70 Yb	71 Lu	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn	54 Xe
87 Fr	88 Ra	89 Ac	102 No	103 Lr	104 Rf	105 Ha	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110	111	112	113	114	115	116	117	118	
7s		5f										6d						7p		گازهای بی اثر

شکل ۱۳-۲۲ مکان عناصر جدید ممکن در جدول تناوبی عناصر

در  $^{56}\text{Fe}$  تولید شده است. فرایند به صورت زیر ادامه می‌یابد:



توجه کنید که هر واپاشی بتا عدد اتمی را یک واحد زیاد می‌کند. اصولاً این فرایند گیراندازی نوترون و واپاشی بتا به طور نامحدود ادامه می‌یابد، و اتمهای با  $Z$  بزرگتر و بزرگتر تولید می‌کنند. اما، اتمهای شناخته شده پس از اورانیم ( $Z = 92$ ) همگی پرتوزا هستند، با نیمه عمرهایی که در مقایسه با سن زمین کوتاه است. بنابراین، این ایزوتوپها در ماده زمینی وجود ندارند، اما می‌توان آنها را در آزمایشگاه تولید کرد. فرایند تولید برای سری عناصری که به عناصر فرااورانیمی معروف‌اند و با نپتونیم ( $Z = 93$ ) آغاز می‌شود، همان فرایندی را دنبال می‌کند که طرح آن، یعنی گیراندازی نوترون همراه با واپاشی بتا، در بحث بالا گفته شد. با بهره‌گیری از این روشها، پژوهشگران عناصر تا  $Z = 109$  را تولید کرده‌اند. بسیاری از عناصر این سری نیمه عمرهایی در حدود دقیقه یا ثانیه دارند، و بنابراین تولید و شناسایی این عناصر به کوششهای تجربی دقیق نیاز دارد؛ ایزوتوپها اغلب به مقدار چند اتم تولید می‌شوند! اگرچه اغلب این عناصر به اندازه کافی تولید نشده‌اند تا بتوان مشخصات شیمیایی آنها را بررسی کرد، اما انتظار داریم محل آنها در جدول تناوبی به صورتی باشد که در شکل ۱۳-۲۲ تا گاز بی‌اثر  $Z = 118$  نشان داده شده است. ناپایداری شدید این عناصر فرااورانیمی ناشی از دافعه کولنی فزاینده پروتونهای هسته با افزایش  $Z$  است؛ این عناصر با واپاشی آلفا یا شکافت خودبه‌خود (بدون اینکه مجبور به جذب نوترون باشند) و امی‌پاشند. اما، شواهد نظری قدرتمندی وجود دارد که نشان می‌دهد به دلایل پیچیده با توجه به ساختار هسته‌ای، عناصر حوالی  $Z = 114$ ،  $N = 184$  باید در برابر واپاشی آلفا، واپاشی بتا، و شکافت خودبه‌خود ناپایدار باشند. به واسطه نیمه عمرهای کوتاه و مقادیر میکروسکوپی

عناصر بین  $Z = 100$  و  $Z = 114$ ، نامتحمّل است که فرایندهای گیراندازی نوترون-واپاشی بتازا برای تولید عنصر ۱۱۴ به‌کار رود. عناصر ۱۱۰ و ۱۱۱ در واکنشهای با یونهای سنگین ( ${}_{28}\text{Ni} + {}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}_{110}\text{X}$  و  ${}_{28}\text{Ni} + {}_{83}\text{Bi} \rightarrow {}_{111}\text{X}$ ) مشاهده شده‌اند، و امکان دارد که همین روشها برای تولید عنصر ۱۱۴ لازم باشند. همچنین، می‌توان دو عنصر سنگین مانند  ${}^{238}\text{U} + {}^{238}\text{U}$  را به یکدیگر نزدیک کرد، به امید اینکه یک حالت میانی تشکیل شود که به ایزوتوپ پایدار در  $Z = 114$  واپاشد (شاید شکافته شود).

اگرچه انتظار نمی‌رود که تولید و مشاهده این هسته‌های ابر سنگین هیچ کاربرد فوری داشته باشند، مطالعه آنها به لحاظ آزمودن شناخت ما از ترتیب جدول تناوبی عناصر اهمیت فراوان دارد و مقایسه خواص فیزیکی و شیمیایی آنها با عناصر  $d$  و  $p$  آزمونی از ترتیب عناصر به شمار می‌آید. بسیاری از عناصر فرااورانیومی مصنوعی در حوزه تحقیقاتی و فناوری کاربردهای فراوان دارند. واپاشیهای آلفای  ${}^{238}\text{Pu}$  و  ${}^{239}\text{Pu}$  به‌عنوان چشمه‌های توان سفینه‌های فضایی، و  ${}^{241}\text{Am}$  به‌عنوان چشمه آلفای آشکارسازهای راه دور به‌کار می‌روند. رادیوایزوتوپ  ${}^{252}\text{Cf}$  با شکافت خودبه‌خود و امی‌پاشد؛ نوترونهایی که در واپاشی آزاد می‌شوند در موارد بسیار، از جمله درمان پزشکی و تجزیه و تحلیل مواد، به‌کار می‌روند.

### پیشنهادهایی برای مطالعه بیشتر

برای جزئیات بیشتر درباره واکنشهای هسته‌ای به مراجع فصل ۱۲ مراجعه کنید. سایر مراجع که سطح آنها در حدود سطح این فصل است، عبارت‌اند از:

H. Semat and J. R. Albright, *Introduction to Atomic and Nuclear Physics* (New York, Holt, Rinehart and Winston, 1972).

M. R. Wehr, J. A. Richards, and T. W. Adair, *Physics of the Atom* (Reading, Addison-Wesley, 1984).

با بحث جالبی درباره راکتورهای هسته‌ای.

راکتور شکافت طبیعی در مرجع زیر بررسی شده است:

G. A. Cowan, "A Natural Fission Reactor," *Scientific American*, **235**, 36 (July 1976).

توان همجوشی معمولاً در مقاله‌های عمومی بررسی شده است، از جمله مقاله‌های زیر:

B. Coppi and J. Rem, "The Tokamak Approach in Fusion Research", *Scientific American*, **227**, 65 (July 1972).

J. L. Emmett, J. Nuckolls, and L. Wood, "Fusion Power by Laser implosion", *Scientific American*, **230**, 24 (June 1974).

W. C. Gough and B. J. Eastland "The Prospects of Fusion Power," *Scientific American*, **224**, 50 (February 1971).

M. J. Lubin and A. P. Fraas, "Fusion by Laser" *Scientific American*, **224**, 21 (June 1971).

H. Furth, "Progress toward a Tokamak Fusion Reactor" *Scientific American*, **241**, 50 (August 1979).

R. W. Conn, V. A. Chuyanov, N. Inoue, and D. R. Sweetman, "The International Thermonuclear Experimental Reactor", *Scientific American*, **266**, 103 (April 1992).

برای تاریخچه جامع، غیر تخصصی، همجوشی، نگاه کنید به:

P. Herman: *Fusion The Search for Endless Energy* (Cambridge, Cambridge University Press, 1990).

تاریخچه جامعتری در خصوص روند ایجاد و تکوین شکافت، به قرار زیر است:

R. Rhodes, *The Making of the Atomic Bomb*, (New York, Simon and Schuster 1986).

برای اطلاعات بیشتر درباره کاربردهای فیزیک هسته‌ای در پزشکی، نگاه کنید به:

N. A. Dyson, *An Introduction to Nuclear Physics With Application in Medicine and Biology* (New York, Halsted Press, 1981).

جزئیات بیشتر آثار تابش بر موجودات زنده را می‌توان در مرجع زیر یافت:

S. C. Bushong, "Radiation Exposure in our Daily Lives," *The Physics Teacher*, March 1977, p. 135.

برای دستیابی به اطلاعات بیشتر درباره عناصر پایدار ممکن در ورای اورانیم، نگاه کنید به:

G. T. Seaborg and J. L. Bloom, "The Synthetic Elements: IV," *Scientific American*, **220**, 56 (April 1969).

پرسشها

۱. سطح مقطع واکنشهایی که پروتونها به وجود می‌آورند معمولاً با افزایش انرژی جنبشی پروتون



زیاد می‌شود، در حالی که برای نوترون‌ها معمولاً سطح مقطع واکنشها با افزایش انرژی نوترون کم می‌شود. این رفتار را توجیه کنید.

۲. سطح مقطع واکنشهای ناشی از نوترونهای گرمایی ( $K \sim kT$  که در آن  $T$  دمای اتاق است) معمولاً چند مرتبه بزرگی از سطح مقطع همان واکنش با نوترونهای سریع ( $K \sim \text{MeV}$ ) بزرگتر است. این اختلاف را با مقایسه زمانی که یک نوترون گرمایی و سریع در حوالی هسته هدف می‌گذراند، توجیه کنید.

۳. وقتی دو هسته در یک واکنش هسته‌ای به هم نزدیک می‌شوند، بین آنها دافعه کولنی برقرار است. آیا این انرژی پتانسیل در سینماتیک واکنش مؤثر است؟ در سطح مقطع چگونه؟

۴. فراوان‌ترین عنصر جو ما  $^{14}\text{N}$  است. با فرض اینکه پرتوهای کیهانی پروتون و نوترون پر انرژی به میزان کافی تأمین کنند، بگویید چگونه ایزوتوپهای پرتوزای  $^{14}\text{C}$  و  $^3\text{H}$  تشکیل می‌شوند.

۵. واکنش فروپاشی فوتونی  $A + \gamma \rightarrow B + C$  را در نظر بگیرید. با توجه به انرژیهای بستگی  $A$ ،  $B$ ، و  $C$  شرط انجام این واکنش چیست؟ آیا انتظار دارید که فروپاشی فوتونی رایجتر برای هسته‌های سبک ( $A < 56$ ) مشاهده کنید یا هسته‌های سنگین ( $A > 56$ )؟

۶. آیا انتظار مشاهده گیراندازی پرتوزای یک ذره آلفا  $X + \alpha \rightarrow X' + \gamma$  را برای هسته‌های سنگین دارید؟

۷. از چه لحاظ فروپاشی فوتونی (پرسش ۵) عکس گیراندازی پرتوزاست (پرسش ۶)؟ انرژی فوتونها چه رابطه‌ای با هم دارند؟

۸. درباره گزاره زیر اظهار نظر کنید: واکنش شکافت به علت انرژی جنبشی زیاد نوترونهای گسیل شده بر اثر شکافت برای تولید انرژی سودمند است.

۹.  $^{238}\text{U}$  با نوترونهای در گستره  $\text{MeV}$  شکافت پذیر است. بگویید چرا  $^{238}\text{U}$  سوخت مناسبی برای راکتور نیست.

۱۰. اختلاف بین یک نوترون کند و یک نوترون تأخیری چیست؟ بین یک نوترون سریع و یک نوترون آنی چه تفاوتی وجود دارد؟

۱۱. در یک نمونه واکنش شکافت، کدام پاره (سنگینتر یا سبکتر) انرژی جنبشی بیشتر؛ تکانه بزرگتر؛ و سرعت بیشتری دارد؟

۱۲. وقتی یک ذره باردار سریعتر از نور در یک محیط حرکت کند، تابش چرنکوف گسیل می‌شود. این عمل منشأ نور آبی اطراف قلب راکتور است. هویت این ذرات باردار در یک راکتور چیست؟ سرعتها و انرژیهای جنبشی لازم برای تولید تابش چرنکوف چیست؟ (ضریب شکست آب ۱٫۳۳ است.)

۱۳. به طور کلی انتظار دارید پاره‌های شکافت با واپاشی بتازای مثبت واپاشند یا منفی؟ چرا؟
۱۴. یکی از محصولات شکافت که در میله‌های سوخت راکتور جمع می‌شوند زنون است که سطح مقطع گیراندازی نوترون آن بسیار بزرگ است (بخش ۱۳-۱). این تراکم چه تأثیری در کار راکتور دارد؟
۱۵. هلیم عملاً سطح مقطع جذب نوترون ندارد. آیا هلیم به عنوان کندساز راکتور از کربن بهتر است که سطح مقطع آن کوچک اما غیرصفر است.
۱۶. تعداد شکافتهایی را که در یک ثانیه باید در یک نیروگاه  $1000\text{ MW}$  به وقوع بپیوندد، با فرض کارایی تبدیل انرژی ۳۰ درصد برآورد کنید.
۱۷. سطح مقطع شکافت  $^{235}\text{U}$  برای نوترونهای کند در حدود  $10^6$  برابر سطح مقطع شکافت  $^{238}\text{U}$  برای نوترونهای کند است، اما برای نوترونهای تند سطح مقطعهای  $^{235}\text{U}$  و  $^{238}\text{U}$  تقریباً یکی است. این اثر را توجیه کنید.
۱۸. دویاره شکافت اورانیم را به عددهای اتمی  $Z$  و  $Z - 92$  در نظر بگیرید. فرض کنید که عدد جرمی این پاره‌ها ۲۵ برابر عدد اتمی آنها باشد. رابطه‌ای را برای انرژی پتانسیل کولنی دو ذره وقتی بر یکدیگر مماس‌اند به دست آورید، و نشان دهید که مقدار این رابطه وقتی بیشینه است که دو ذره همانند باشند. پس چرا توزیع جرم پاره شکافت، شکل ۱۳-۹، در  $A \cong 118$  بیشینه نیست؟
۱۹. فرض کنید که  $^{235}\text{U}$  به دویاره با عددهای جرمی ۹۰ و ۱۴۵ شکافته می‌شود که برای دویاره نسبت  $Z/A$  همان مقدار مربوط به  $^{235}\text{U}$  است. بر این اساس، بگویید چرا در این شکافت نوترون گسیل می‌شود.
۲۰. چرا در گام نخست چرخه همجوشی باید یک پروتون به نوترون تبدیل شود؟ چرا دوتریون نمی‌توانند مستقیماً جوش بخورند؟
۲۱. بگویید چرا در یک راکتور همجوشی چگالی زیاد ذره، دمای بالا، و زمان محصورسازی طولانی ضروری است.
۲۲. در بحثی که به معادله ۱۳-۱۵ انجامید، گفتیم که توان لازم برای گرم کردن پلاسما با چگالی ذره،  $n$ ، متناسب است، در حالی که توان حاصل از همجوشی متناسب با  $n^2$  است. این دو تناسب را توجیه کنید.
۲۳. چرا چشمه‌های تولید توان از واپاشی پرتوزا به جای بتاگسیلها از آلفاگسیلها استفاده می‌کنند.

مسائل

۱. جای ذرات جاافتاده در این واکنشها را پر کنید.



۲. در یک واکنش هسته‌ای، پروتونهای خروجی با انرژیهای  $162\text{MeV}$ ،  $148\text{MeV}$ ،  $116\text{MeV}$ ،  $89\text{MeV}$ ،  $7\text{MeV}$  مشاهده می‌شوند. انرژی بیشتر از  $162\text{MeV}$  مشاهده نشده است. نمودار تراز هسته حاصل را رسم کنید.

۳. یک ایزوتوپ پرتوزا با نیمه عمر  $t_{1/2}$  در یک واکنش هسته‌ای تولید می‌شود. چه کسری از بیشینه فعالیت ممکن در زمان (الف)  $t_{1/2}$  (ب)  $2t_{1/2}$ ؛ (ج)  $4t_{1/2}$  تولید می‌شود.

۴. باریکه‌ای از ذرات آلفا بر یک هدف  ${}^{63}\text{Cu}$  فرود می‌آید، واکنش  $\alpha + {}^{63}\text{Cu} \rightarrow {}^{66}\text{Ga} + n$  را راه می‌اندازد. فرض کنید سطح مقطع برای این انرژی آلفا  $125\text{b}$  است. هدف به شکل یک پولک به ضخامت  $25\mu\text{m}$  است. سطح مقطع باریکه دایره‌ای به قطر  $5\text{cm}$  و جریان آن  $75\mu\text{A}$  است. آهنگ گسیل نوترون را بیابید.

۵. یک باریکه  $2\mu\text{A}$  از پروتون بر  $2\text{cm}^2$  از هدف  ${}^{107}\text{Ag}$  به ضخامت  $45\mu\text{m}$  فرود می‌آید و واکنش  $p + {}^{107}\text{Ag} \rightarrow {}^{105}\text{Cd} + 3n$  را راه می‌اندازد. نوترونها با آهنگ  $8.5 \times 10^6$  در ثانیه جذب می‌شوند. سطح مقطع واکنش در این انرژی پروتون چقدر است؟

۶. نشان دهید که معادله  $5-13$  یکی از جوابهای معادله  $4-13$  است.

۷. گیراندازی نوترون در سدیم با سطح مقطع  $53\text{b}$  صورت می‌گیرد و به تولید  ${}^{24}\text{Na}$  پرتوزا ( $t_{1/2} = 15\text{h}$ ) می‌انجامد. فعالیت حاصل از قراردادن  $\text{Na}$  در شار نوترون  $2 \times 10^{13} \text{cm}^{-2}/\text{s}$  به مدت  $4\text{h}$  چقدر است؟

۸. یک نمونه کوچک رنگ به مدت  $25\text{min}$  در شار نوترون  $2 \times 10^{12} \text{cm}^{-2}/\text{s}$  قرار می‌گیرد. در پایان این دوره فعالیت نمونه  $10^5$  واپاشی در ثانیه در نتیجه  ${}^{51}\text{Ti}$  ( $t_{1/2} = 58\text{min}$ ) و  $12$  واپاشی در ثانیه ناشی از  ${}^{60}\text{Co}$  ( $t_{1/2} = 527\text{y}$ ) است. مقدار تیتانیم و کبالت را برحسب گرم در نمونه اولیه به دست آورید. از داده‌های زیر بهره‌گیرید: کبالت از  ${}^{51}\text{Co}$  خالص با سطح مقطع  $19\text{b}$  تشکیل شده است؛  $525$  درصد تیتانیم عبارت است از  ${}^{50}\text{Ti}$  که سطح مقطع آن  $14\text{b}$  است.

۹. یک نمونه  $2\text{mg}$  از مس ( ${}^{69}\text{Cu} \%$ ،  ${}^{65}\text{Cu} \%$ ) در مکانی از راکتور قرار می‌گیرد که شار نوترون عبارت است از  $2 \times 10^{12} \text{cm}^{-2}/\text{s}$ . پس از  $10\text{min}$  فعالیت‌های حاصل

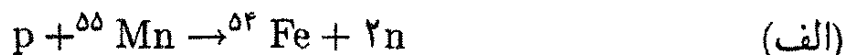
۷۲ μCi از  $^{64}\text{Cu}$  ( $t_{1/2} = ۱۲,۷\text{h}$ ) و  $۱,۳\text{mCi}$  از  $^{66}\text{Cu}$  ( $t_{1/2} = ۵,۱\text{min}$ ) است. سطح مقطعهای  $^{65}\text{Cu}$  و  $^{63}\text{Cu}$  را به دست آورید.

۱۰. باریکه‌ای از نوترونها به شدت  $I$  بر تیغه نازکی از ماده به سطح  $A$ ، ضخامت  $dx$ ، چگالی  $\rho$ ، و وزن اتمی  $M$  فرود می‌آید. سطح مقطع جذب نوترون  $\sigma$  است. (الف) کاهش شدت  $dI$  این باریکه در عبور از ماده چقدر است؟ (ب) باریکه‌ای با شدت اولیه  $I_0$  از ضخامت  $x$  ماده می‌گذرد. نشان دهید که شدت باریکه خروجی عبارت است از  $I = I_0 e^{-n\sigma x}$  که در آن  $n$  تعداد هسته‌های جذب‌کننده در واحد حجم است.

۱۱. معادله ۱۳-۱۴ را از معادله ۱۳-۱۳ به دست آورید.

۱۲. فرض کنید سطح مقطع کل برای نوترونهایی که بر مس فرود می‌آیند، عبارت است از  $b \cdot ۵^\circ$ . چه کسری از شدت باریکه نوترون پس از عبور از ضخامتهای زیر کم می‌شود (الف)  $۱\text{mm}$ ، (ب)  $۱\text{cm}$ ، (ج)  $۱\text{m}$  (مسئله ۱۰).

۱۳. مقدار  $Q$  را برای واکنشهای زیر بیابید:



۱۴. مقادیر  $Q$  را برای واکنشهای زیر بیابید.



۱۵. در واکنش  ${}^2\text{H} + {}^2\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$  دوترونهایی با انرژی  $۵,۰۰\text{MeV}$  بر  ${}^2\text{He}$  ساکن فرود می‌آیند. مشاهده می‌شود که هم پروتون و هم ذره آلفا در همان امتداد دوترون فرودی حرکت می‌کنند. انرژیهای جنبشی پروتون و ذره آلفا را بیابید.

۱۶. مقدار  $Q$  برای واکنش  $p + {}^4\text{He} \rightarrow {}^2\text{H} + {}^3\text{He}$  چقدر است؟ (ب) انرژی آستانه پروتونهای فرودی بر  ${}^3\text{He}$  در حال سکون چقدر است؟ (ج) اگر  ${}^4\text{He}$  بر پروتونهای ساکن فرود آید، انرژی آستانه چقدر می‌شود؟

۱۷. واکنشی را که در آن دو ذره به هم می‌پیوندند تا یک تک هسته برانگیخته تشکیل دهند و سپس با گسیل فوتون به حالت پایه وامی‌پاشد گیراندازی پرتوزا می‌نامند. انرژی پرتوگامای گسیل شده

در گیراندازی پرتوزای یک ذره آلفا به وسیله  ${}^6\text{Li}$  را بیابید. فرض کنید ذرات آلفا با انرژی جنبشی بسیار کم بر  ${}^6\text{Li}$  ساکن فرود می‌آیند.

۱۸. چقدر انرژی (به صورت فوتونهای گاما) لازم است تا  ${}^6\text{Li}$  را به  ${}^4\text{He} + {}^2\text{H}$  بشکند. این واکنش را فروپاشی فوتونی می‌نامند.

۱۹. هسته  ${}^{113}\text{Cd}$  یک نوترون گرمایی ( $K = 0.025\text{eV}$ ) را گرمی‌اندازد، و  ${}^{113}\text{Cd}$  را در یک حالت برانگیخته تولید می‌کند؛ حالت برانگیخته  ${}^{113}\text{Cd}$  با گسیل یک فوتون به حالت پایه وامی‌باشد. انرژی فوتون را بیابید.

۲۰. وقتی یک نوترون با یک اتم ساکن در برخوردی رودررو قرار می‌گیرد، کاهش انرژی آن از معادله ۱۳-۱۶ به دست می‌آید. (الف) چه کسری از انرژی یک نوترون در برخورد رودررو با یک اتم هیدروژن، دوتریم، یا کربن تلف می‌شود. (ب) یک نوترون با انرژی اولیه  $2.0\text{MeV}$  را در نظر بگیرید. این نوترون چند برخورد رودررو با اتمهای کربن داشته باشد تا انرژی آن به گستره گرمای ( $0.025\text{eV}$ ) کاهش یابد؟ (ج) آیا نتیجه بند (ب) در تعداد برخوردهای لازم برای "گرمایی شدن" مبالغه می‌کند یا آنها را دست کم می‌گیرد؟ توضیح دهید.

۲۱. با محاسبه زیر می‌توان فهمید که چرا  ${}^{235}\text{U}$  با نوترونهای با هر انرژی شکافته می‌شود و  ${}^{238}\text{U}$  چنین نیست. (الف) اختلاف انرژی بین  ${}^{235}\text{U} + n$  و  ${}^{236}\text{U}$  را بیابید. این مقدار را می‌توان "انرژی برانگیختگی"  ${}^{236}\text{U}$  در نظر گرفت. (ب) این کار را برای  ${}^{238}\text{U} + n$  و  ${}^{239}\text{U}$  تکرار کنید. (ج) نتایج (الف) و (ب) را مقایسه کنید و بگویید چرا  ${}^{235}\text{U}$  با نوترونهای بسیار کم انرژی شکافته می‌شود، در حالی که برای شکافت  ${}^{238}\text{U}$  نوترونهای با انرژی ۱ تا  $7\text{MeV}$  لازم است. (د) از محاسبه مشابه، پیشگویی کنید که آیا برای شکافت  ${}^{239}\text{Pu}$  نوترونهای کم انرژی لازم است یا پُر انرژی.

۲۲. انرژی آزاد شده در شکافت  $1.00\text{kg}$  اورانیم را بیابید که تا  $3.0\%$  درصد نسبت به  ${}^{235}\text{U}$  غنی شده است.

۲۳. مقدار  $Q$  (و در نتیجه انرژی آزاد شده) در واکنش شکافت  ${}^{235}\text{U} + n \rightarrow {}^{92}\text{Rb} + {}^{141}\text{Cs} + 2n$  را بیابید. از  $m({}^{92}\text{Rb}) = 92.92195\text{u}$  و  $m({}^{141}\text{Cs}) = 140.92005\text{u}$  استفاده کنید.

۲۴. گاز هلیوم تا چه دمایی باید گرم شود تا بتواند بر سد کولنی غلبه کند و واکنش همجوشی آغاز شود.

۲۵. (الف) مقدار  $Q$  را برای شش واپاشی یا واکنش چرخه کربن در همجوشی محاسبه کنید. (ب) با در نظر گرفتن جرم الکترونها، نشان دهید که مقدار کل  $Q$  برای چرخه کربن با چرخه پروتون-پروتون یکی است.

۲۶. نشان دهید که در واکنش همجوشی D-T انرژی معادل  $17.6\text{MeV}$  آزاد می‌شود.

۲۷. در واکنش همجوشی D-T، انرژیهای جنبشی  $^2\text{H}$  و  $^3\text{H}$  در مقایسه با انرژیهای بستگی هسته ناچیز است. (چرا؟) انرژی جنبشی نوترون گسیل شده را بیابید.
۲۸. فرض کنید  $10^6 \text{ cm}^3$  آب داریم که  $15^\circ\text{C}$  در صد آن  $\text{D}_2\text{O}$  است. (الف) اگر همه دوتریم صرف واکنش  $^2\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^3\text{H} + \text{p}$  شود، انرژی حاصل را محاسبه کنید. (ب) به عنوان شق دیگر، انرژی را محاسبه کنید که در صورت همجوشی دو سوم دوتریم و تشکیل  $^3\text{H}$  و سپس ترکیب یک سوم دیگر در واکنش D-T به دست می آید.
۲۹. انرژی آزاد شده در ترکیب سه ذره آلفا و تشکیل  $^{12}\text{C}$  را به دست آورید.
۳۰. (الف) اگر یک راکتور همجوشی توکامک می توانست زمان محصورسازی  $6 \times 10^6 \text{ s}$  داشته باشد، کمترین چگالی لازم چقدر می شد؟ (ب) اگر راکتور می توانست به چگالی  $10^\circ$  برابر مقدار یافته شده در قسمت (الف) برسد، کمترین دمای پلاسماها برای گیرش و راه اندازی یک واکنش همجوشی خودنگه دار چقدر می شد؟
۳۱. یک ذره آلفا به جرم  $m$  با اتم ساکنی به جرم  $M$  به صورت رودرو برخورد می کند. نشان دهید که انرژی جنبشی ذره آلفا از معادله  $13-16$  به دست می آید.
۳۲. (الف) کاهش انرژی یک ذره آلفای  $5 \text{ MeV}$  را پس از پس پراکندگی از اتم مس، نقره، و طلا به دست آورید. مقادیر حاصل را با انرژی قله های شکل  $13-21$  مقایسه کنید. (ب) اختلاف انرژی چشمداشتی را بین قله های دو ایزوتوپ مس و نیز دو ایزوتوپ نقره محاسبه کنید. بگویید چرا قله های نقره از قله های مس به یکدیگر نزدیکترند. آیا می توانید فراوانیهای نسبی دو ایزوتوپ مس را از روی شکل برآورد کنید.
۳۳. می خواهیم از یک چشمه پرتوزا برای تولید توان الکتریکی از واپاشی آلفای  $^{238}\text{Pu}$  ( $t_{1/2} = 88 \text{ y}$ ) استفاده کنیم. مقدار  $Q$  برای واپاشی چقدر است؟ (ب) با فرض کارایی تبدیل  $10\%$ ، چه توانی می توان از واپاشی  $1^\circ$  گرم  $^{238}\text{Pu}$  به دست آورد؟

## ذرات بنیادی

پی بردن به اجزای سازنده طبیعت از ۲۵۰۰ سال قبل که یونانیان ایده اتم باوری را مطرح کردند، ذهن پژوهشگران را به خود مشغول کرده است. با نگاهی دقیق به ساختارهای پیچیده، به تقارن‌ها و بی‌نظمی‌هایی نهفته در آنها پی می‌بریم که به ما کمک می‌کند تا قانونهایی را درک کنیم که مشخص می‌کنند آنها چگونه گرد هم آمده‌اند. قبلاً دیدیم که اتمهای تشکیل‌دهنده بلور باید از قواعدی پیروی کنند که تعیین می‌کند آنها باید چگونه قرار گیرند و به هم پیوندند. با نگرشی عمیق‌تر، متوجه می‌شویم که هرچند طبیعت همه اجسام مادی را از تقریباً ۱۰۰ نوع اتم ساخته است، اما این اتمها را می‌توان فقط با توجه به سه ذره بنیادی: الکترون، پروتون، و نوترون فهمید. کوشش ما در جهت نگرش عمیق‌تر به الکترون ناموفق بوده است — به نظر می‌رسد که الکترون ذره بنیادی و بدون ساختار داخلی باشد. اما، وقتی نوکلئونهای پرانرژی به یکدیگر برخورد می‌کنند، نتیجه حاصل دارای پیچیدگی بیشتر است نه سادگی؛ صدها ذره جدید به عنوان محصول این واکنشها پدیدار می‌شوند. اگر صدها جزء سازنده وجود داشته باشد، احتمال اینکه بتوانیم به قوانین دینامیکی بنیادی رفتار آنها پی ببریم بسیار کم است. اما، در سالهای اخیر، به کمک آزمایش نظم نهفته نوینی کشف شده است که با تحلیل برحسب تعداد کمی ذره بنیادی، به نام کوارک، سازگار است.

در این فصل، ویژگیهای بسیاری از ذرات فیزیکی، قانونهایی که بر رفتار آنها حاکم است،

و طبقه‌بندی‌شان را بررسی می‌کنیم. همچنین نشان می‌دهیم چگونه مدل کوآرک در درک بعضی ویژگی‌های ذرات به ما کمک می‌کند.

در دوران نوباوگی فیزیک اتمی، قبل از اینکه بینش حاصل از مدل بور در درک ساختار اتم به یاری ما بشتابد، تنها چیزی که در اختیار داشتیم رهنمودهایی چون فرمول بور، اصل ترکیب ریتس، و مانند آنها بود. این رهنمودها قاعده‌هایی نه استوار بر پایه درکی بنیادی از ساختار اتمی، بلکه مبتنی بر نظم و ترتیبی بود که نتایج تجربی از خود نشان می‌دادند. مطالعه فیزیک ذرات طی سالیان دراز در واقع همان وضعیت فیزیک اتمی قبل از بور را داشت. درست همان‌طور که نظم و ترتیب و طبقه‌بندی ویژگی‌های اتمی به مدل بور و مکانیک نوین کوانتومی انجامید، نظم و ترتیب و طبقه‌بندی ویژگی‌های ذرات سبب پیدایش مدل کوآرک و سیستم مکانیکی نوینی به نام کرومودینامیک کوانتومی شد. ریاضیات مربوط به این مکانیک نوین فراتر از سطح این کتاب است، اما جزئیات بنیادی مدل و ویژگی‌های کوآرکها را می‌توان بدون درگیر شدن در ریاضیات فهمید.

## ۱-۱۴ چهار نیروی بنیادی

آنچه از نیروهای بنیادی عالم می‌دانیم به این قرار است که می‌توان آنها را به چهار نیروی بنیادی دسته‌بندی کرد. این نیروها به ترتیب افزایش قدرتش، عبارت‌اند از: گرانش، برهم‌کنش ضعیف، الکترومغناطیس، و برهم‌کنش قوی.

۱. برهم‌کنش گرانشی. بدیهی است که گرانی نقش بسیار مهمی در زندگی روزمره ما ایفا می‌کند، اما در مقیاس برهم‌کنشهای بنیادی بین ذرات در قلمرو زیر اتمی، این نیرو اصلاً مهم نیست. برای ارائه یک رقم نسبی، نیروی گرانشی بین پروتونها وقتی سطحشان بر یکدیگر مماس باشد، در حدود  $10^{-28}$  برابر نیروی قوی بین آنهاست. تفاوت بنیادی بین گرانش و سایر برهم‌کنشها در آن است که، در مقیاس عملی، گرانی انباشتی و دارای برد بینهایت است. برهم‌کنشهای قوی و ضعیف، چنانکه خواهیم دید، در فواصل طولانی‌تر از ابعاد نوکلئون ( $10^{-15} \text{m} = 1 \text{fm}$ ) تأثیری ندارند، و اگرچه برد برهم‌کنش الکترومغناطیسی بینهایت است، اما حفاظ تولید شده در برابر آثار الکترومغناطیسی (مانند حفاظی که الکترونها در برابر بار هسته به وجود می‌آورند) مانع از انباشت و تراکم آنها می‌شود. چنین حفاظی در برابر گرانی وجود ندارد، که سبب می‌شود اثرهای جزئی به صورت انباشتی برای تعداد زیادی ذره (مانند همه اتمهای موجود در زمین) زیاد شود.

۲. برهم‌کنش ضعیف. برهم‌کنش ضعیف عامل واپاشی بتا (بخش ۱۲-۸) و سایر فرایندهای واپاشی مشابه است که در آن ذرات بنیادی دخیل‌اند. این برهم‌کنش نقشی در پیوند هسته‌ها ندارد. نیروی ضعیف بین دو پروتون همسایه در حدود  $10^{-7}$  برابر نیروی قوی بین آنها، و برد نیروی ضعیف



کمتر از  $1 \text{ fm}$  است. با همه اینها، نیروی ضعیف در شناخت رفتار ذرات بنیادی اهمیت دارد، و نقش آن در درک تحول عالم حیاتی است.

۳. برهم‌کنش الکترومغناطیسی. الکترومغناطیس در ساختار و برهم‌کنشهای ذرات بنیادی مهم است. مثلاً، بعضی ذرات بیشتر از طریق این سازوکار برهم‌کنش می‌کنند. برد برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی بینهایت است، اما اثرهای حفاظتی معمولاً اثر آنها را در اجسام معمولی ضعیف می‌کند. بسیاری از نیروهای ماکروسکوپی معمولی (مانند اصطکاک، مقاومت هوا، کشش و تنش) در نهایت ناشی از نیروهای الکترومغناطیسی هستند. در داخل اتم، نیروهای الکترومغناطیسی مسلط‌اند. نیروی الکترومغناطیسی بین پروتونهای مجاور در هسته در حدود  $10^{-2}$  برابر نیروی قوی است، اما در داخل هسته، نیروهای الکترومغناطیسی می‌توانند انباشته شوند زیرا حفاظی در برابر آنها وجود ندارد. در نتیجه، نیروی الکترومغناطیسی می‌تواند با نیروی قوی در تعیین پایداری و ساختار هسته‌ها رقابت کند.

۴. نیروی قوی. نیروی قوی، که عامل پیوند هسته‌ها به‌شمار می‌آید، در برهم‌کنشها و واپاشیهای اغلب ذرات بنیادی نیروی حاکم است. اما، چنانکه خواهیم دید، بعضی ذرات (مانند الکترون) این نیرو را به هیچ‌وجه حس نمی‌کنند. برد این نیرو نسبتاً کوتاه، در حدود  $1 \text{ fm}$  است.

شدت نسبی نیروها، مقیاس زمانی را که در آن عمل می‌کنند معین می‌کند. اگر دو ذره را به اندازه کافی به هم نزدیک کنیم تا یکی از نیروها وارد عمل شود، زمان لازم برای اینکه نیروی ضعیف باعث یک واپاشی یا واکنش شود از زمان لازم برای نیروی قوی طولانی‌تر است. چنانکه خواهیم دید، طول عمر میانگین یک فرایند واپاشی معمولاً نشانه نوع برهم‌کنش مسئول فرایند است؛ برای نیروهای قوی این زمان در انتهای کوتاه مقیاس زمان (معمولاً تا  $10^{-23} \text{ s}$ ) قرار دارد. این چهار نیرو و مشخصات آنها جدول ۱-۱۴ جمع‌بندی شده است.

ذرات می‌توانند از طریق هر یک از نیروهای بنیادی با یکدیگر برهم‌کنش داشته باشند یا واپاشند. جدول ۱-۱۴ نشان می‌دهد که چه ذراتی می‌توانند از طریق چهار نیرو برهم‌کنش داشته

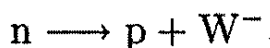
جدول ۱-۱۴ چهار نیروی بنیادی

نوع	برد	شدت نسبی	زمان مشخصه	ذرات نمونه
قوی	$1 \text{ fm}$	۱	$< 10^{-23} \text{ s}$	$p, n, K, \pi$
الکترومغناطیسی	$\infty$	$10^{-2}$	$10^{-20} \text{ s} - 10^{-14}$	$p, n, K, \pi, \mu, e$
ضعیف	$10^{-2} \text{ fm}$	$10^{-7}$	$10^{-13} \text{ s} - 10^{-8}$	همه
گرانشی	$\infty$	$10^{-38}$	سالها	همه

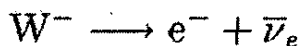
باشند. همه ذرات می‌توانند برهم‌کنشی از طریق نیروهای گرانشی و ضعیف داشته باشند. یک زیرمجموعه از آنها می‌توانند از طریق نیروی الکترومغناطیسی برهم‌کنش کنند (مثلاً، نوترینوها از این رده مستثنی هستند)، و یک زیرمجموعه باز هم کوچکتر می‌تواند از طریق نیروی قوی برهم‌کنش داشته باشد. وقتی دو ذره با برهم‌کنش قوی در گستره نیروی قوی یکدیگر قرار می‌گیرند، معمولاً می‌توانیم اثر نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی را در فرایندهای واپاشی و واکنش نادیده بگیریم؛ زیرا شدت نسبی آنها از نیروی قوی به اندازه‌ای کوچکتر است که آثار مربوط به آنها از نیروی قوی بسیار کوچکتر می‌شود. (اما این اثرها همواره قابل چشمپوشی نیستند — برهم‌کنش ضعیف بین پروتونها عامل تحقق یک مرحله حیاتی در فرایندهای همجوشی در ستارگان است.)

اگرچه پروتون ذره‌ای است که از طریق نیروی قوی برهم‌کنش می‌کند، اما یک پروتون و یک الکترون هرگز از طریق برهم‌کنش قوی با یکدیگر برهم‌کنش نخواهند داشت. الکترون می‌تواند نیروی قوی پروتون را نادیده بگیرد و فقط به نیروی ضعیف و الکترومغناطیسی آن پاسخ دهد.

هریک از این چهار نیرو را می‌توان برحسب گسیل و جذب ذراتی نشان داد که حامل برهم‌کنش‌اند، درست همان‌طور که نیروی بین نوکلئونها در هسته را برحسب مبادله پيونها (بخش ۱۲-۴) نشان می‌دهیم. مثلاً، نیروی الکترومغناطیسی بین ذرات را می‌توان برحسب گسیل و جذب فوتونها نشان داد. به هریک از نیروها میدانی وابسته است که مطابق جدول ۱۴-۲ با ذره مشخصه میدان حمل می‌شود. بوزونهای ضعیف،  $W^\pm$  و  $Z^0$ ، عامل فرایندهایی چون واپاشی بتازای هسته هستند. مثلاً، واپاشی بتازای نوترون (یک برهم‌کنش ضعیف) را می‌توان به صورت زیر نشان داد



که به دنبال آن



جدول ۱۴-۲ ذرات میدان

نیرو	ذره میدان	نماد	بار (e)	اسپین ( $\hbar$ )	انرژی سکون (GeV)
قوی	گلوئون	g	۰	۱	۰
الکترومغناطیسی	فوتون	$\gamma$	۰	۱	۰
ضعیف	بوزون ضعیف	$W^-, W^+$	$\pm 1$	۱	۸۰٫۲
	بوزون ضعیف	$Z^0$	۰	۱	۹۱٫۲
گرانش	گراویتون		۰	۲	۰

چون واپاشی  $n \rightarrow p + W^-$  پایستگی انرژی را نقض می‌کند، وجود  $W^-$  بنا بر اصل عدم قطعیت محدود می‌شود، و برد آن را می‌توان مانند برد پیون (معادله ۱۲-۶) به دست آورد. نیروی قوی بین کوارکها را ذراتی به نام گلوئونها حمل می‌کنند، که با روشهای غیرمستقیم مشاهده شده‌اند. گراویتون، که انتظار داریم با توجه به نظریه‌های گرانشی وجود داشته باشد، هنوز مشاهده نشده است.

## ۱۴-۲ ذرات و پادذرات

یکی از راههای مطالعه ذرات بنیادی طبقه‌بندی آنها به گروههای مختلف، بر مبنای بعضی رفتار یا مشخصاتشان و سپس جستجوی شباهتها یا ویژگیهای مشترک بین این طبقه‌بندیهاست. قبلاً بعضی ذرات را در جدول ۱۴-۱ بر حسب نوع نیروهایی که از طریق آنها برهم‌کنش دارند طبقه‌بندی کردیم. یکی از راههای دیگر طبقه‌بندی آنها می‌تواند بر حسب جرمشان باشد. در روزهای اولیه تولد فیزیک ذرات، مشاهده شد که سبکترین ذرات (شامل الکترونها، موئونها و نوترینوها) یک نوع رفتار از خود نشان می‌دهند، و سنگین‌ترین ذرات (شامل پروتونها و نوترونها) رفتاری متفاوت دارند، و رفتار یک گروه میانی (مانند پیونها و کائونها) باز هم تفاوت داشت. نامی که در ابتدا به این گروهها داده شد بر مبنای واژه‌های یونانی برای سبک، میانه، و سنگین بود: لپتونها برای ذرات سبک، مزونها برای گروه میانی، و باریونها برای گروه ذرات سنگینتر بود. اگرچه طبقه‌بندی بر حسب جرم اکنون دیگر مهجور شده است (لپتونها و مزونها کشف شده‌اند که بسیار سنگینتر از پروتونها و نوترونها هستند)، اما نامهای اولیه را نگه می‌داریم و اکنون منظور ما به جای یک گروه خانواده‌ای از ذرات با ویژگیهای مشابه است. وقتی دو روش طبقه‌بندی ذرات را مقایسه می‌کنیم، به نتیجه جالب توجهی می‌رسیم: لپتونها از طریق نیروی قوی برهم‌کنش ندارند اما مزونها و باریونها دارند.

همین‌طور می‌توانیم ذرات را بر حسب اسپین ذاتی آنها طبقه‌بندی کنیم. هر ذره دارای یک اسپین ذاتی است؛ به یاد دارید که اسپین الکترون  $1/2$ ، اسپین همه مزونها عدد صحیح  $(0, 1, 2, \dots)$ ، و اسپین همه باریونها نیم‌صحیح  $(1/2, 3/2, 5/2, \dots)$  است.

یکی از ویژگیهای دیگر که برای طبقه‌بندی یک ذره به کار می‌رود، سرشت پادذره<sup>۱</sup> آن است. هر ذره یک پادذره دارد، که مشخصاتی چون جرم و طول عمر آن با ذره یکسان، اما علامت بار الکتریکی (و علامت بعضی ویژگیهای دیگر آن، که بعداً پیرامون آنها بحث خواهیم کرد) مخالف این خواص ذره است. پادذره الکترون پوزیترون،  $e^+$ ، است، که در سال ۱۹۳۰ در واکنشهایی که

۱. برای نشان دادن پاد ذرات از دو سیستم استفاده می‌کنیم. گاهی نماد ذره را همراه با بار الکتریکی آن می‌نویسیم تا ذره و پادذره را نشان دهیم، مثلاً  $e^+$  و  $e^-$ ، یا  $\mu^+$  و  $\mu^-$ . در موارد دیگر پادذره را با یک تیره بر روی نماد ذره مشخص می‌کنیم، به عنوان مثال،  $\bar{\nu}$  و  $\bar{p}$  یا  $\bar{p}$ .

پرتوهای کیهانی منشأ آن بودند کشف شد. بار پوزیترون  $e^+$  (بر خلاف بار الکترون) و انرژی سکون آن  $511 \text{ MeV}$  (مانند انرژی سکون الکترون) است. پاد پروتون  $\bar{p}$  در سال ۱۹۵۶ (مثال ۲-۱۷) کشف شد؛ بار آن  $e^-$  و جرم سکونش  $938 \text{ MeV}$  است. می توان با یک پوزیترون و یک پادپروتون یک اتم پادهیدروژن پایدار ساخت؛ مشخصات این اتم همانند هیدروژن معمولی است.

پادذرات ذره های پایدار (مانند پوزیترون و پادپروتون) پایدارند. اما، وقتی یک ذره با پادذره اش مواجه شود، واکنش نابودی می تواند رخ دهد؛ هم ذره و هم پادذره از میان می روند، و به جای آنها دو یا چند فوتون تولید می شود. پایستگی انرژی و تکانه ایجاب می کند که، با نادیده گرفتن انرژیهای جنبشی ذرات، هریک از فوتونهای گسیل شده انرژی برابر با انرژی سکون ذره داشته باشند. مثالهایی از واکنشهای نابودی عبارت اند از:

$$e^- + e^+ \longrightarrow \gamma_1 + \gamma_2 \quad (E_{\gamma_1} = E_{\gamma_2} = 0.511 \text{ MeV})$$

$$p + \bar{p} \longrightarrow \gamma_1 + \gamma_2 \quad (E_{\gamma_1} = E_{\gamma_2} = 938 \text{ MeV})$$

آن نوع ماده را که ما از آن ساخته شده ایم ماده و نوع دیگر را پادماده می نامیم. ممکن است کهکشانهایی متشکل از پادماده وجود داشته باشند، اما این را نمی توان با روشهای عادی نجوم تعیین کرد، زیرا نور و پاد نور یکسان اند! به عبارت دیگر، فوتون و پادفوتون ذره واحدی هستند. با نگاه کردن به نور (یا سایر تابشهای الکترومغناطیسی) که از کهکشانهای دوردست به ما می رسد، نمی توانیم بگوییم که این کهکشانهای یا از ماده و یا از پادماده ساخته شده اند. تنها راه آگاهی از این امر آن است که یک تکه از ماده خود را به کهکشان دوردست بفرستیم و ببینیم آیا با گسیل فورانی از فوتونها نابود می شود یا نه. (در واقع، ممکن اما بسیار نامتحمّل است، که اولین فضا نوردی که به کهکشان دیگر سفر می کند، به این سرنوشت دچار شود! اولین رویداد میان کهکشانی از این نوع در واقع یک رویداد تماشایی خواهد بود!)

در طرح طبقه بندی ما معمولاً تشخیص ذرات از پادذرات آسان است. ما ذرات را چیزی در نظر می گیریم که ماده معمولی از آن، الکترونها، پروتونها، و نوترونها، ساخته شده است. ماده معمولی از نوترینو تشکیل نشده است، بنابراین مبنایی برای تشخیص یک نوترینو از پادنوترینو در اختیار نداریم، اما قوانین پایستگی در فرایند واپاشی بتا را در صورتی که پادنوترینو ذره همراه در واپاشی بتا زای منفی، و نوترینو ذره همراه واپاشی بتا زای مثبت باشد، می توان راحت تر فهمید. برای یک باریون سنگین، مانند  $\Lambda$  از واپاشی پرتوزای آن استفاده می کنیم، یعنی  $\Lambda$  ذره ای است که به  $\pi$  و  $\mu^+$  و در نتیجه  $\bar{\Lambda}$  ("پادلاندا") به  $\bar{\pi}$  واپاشیده می شود. به همین ترتیب، برای لپتونها،  $\mu^-$  و  $\mu^+$  پادذره یکدیگرند؛ چون  $\mu^-$  به الکترون معمولی  $e^-$  و  $\mu^+$  واپاشی مشترک زیادی با

الکترون دارد) پس ذره است؛ در حالی که  $\mu^+$  پادذره است. حکم کردن در مورد پیوندها کار دشواری است. ذره  $\pi$  با سه بار الکتریکی مختلف،  $\pi^+$ ،  $\pi^0$ ،  $\pi^-$ ، ظاهر می‌شود. به نظر می‌رسد که  $\pi^0$  مانند فوتون، پادذره خودش، و  $\pi^+$  و  $\pi^-$ ، پادذره یکدیگر باشند، اما کدام یک ( $\pi^+$  یا  $\pi^-$ ) ذره و کدام پادذره است؟ ماده معمولی متشکل از مزونهای  $\pi$  نیست، پس سرنخی از آن به دستمان نمی‌آید. واپاشیهای  $\pi^+$  و  $\pi^-$  همواره یک لپتون و یک پادلپتون می‌دهند، بنابراین از اینجا هم چیزی عایدمان نمی‌شود. در واقع، به نظر می‌رسد که هیچ راهی (یا ضرورتی) برای تشخیص ذرات از پادذرات برای مزونهای  $\pi$  وجود ندارد، و در نتیجه مجموعه سه ذره  $\pi^+$  و  $\pi^0$  و  $\pi^-$  را به ترتیب پادذره‌های  $\pi^-$ ،  $\pi^0$  و  $\pi^+$  در نظر می‌گیریم.

### ۳-۱۴ خانواده ذرات

جدول ۳-۱۴ سه خانواده ذرات و ذرات میدان را که عامل برهم‌کنش بین آنها هستند به اختصار نشان می‌دهد.

لپتونها فقط از طریق برهم‌کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی برهم‌کنش دارند. هیچ آزمایشی تاکنون نتوانسته است ساختار داخلی لپتونها را برملا کند؛ به نظر می‌رسد که آنها ذرات واقعاً بنیادی باشند که نمی‌توان آنها را به ذرات ریزتر تقسیم کرد. این فقدان ساختار با نظریه‌های جاری، که لپتونها و کوارکها را ذرات نقطه‌ای بدون ساختار در نظر می‌گیرند، سازگار است. اسپین همه لپتونهای شناخته شده  $1/2$  است.

در جدول ۳-۱۴ شش لپتون معروف را مشاهده می‌کنید که به صورت سه جفت ذره گروه‌بندی شده‌اند. هر گروه شامل یک ذره باردار ( $e^-$ ،  $\mu^-$ ،  $\tau^-$ ) و یک نوترینوی بدون بار ( $\nu_e$ ،  $\nu_\mu$ ،  $\nu_\tau$ ) است؛ هر لپتون یک پادذره دارد. قبلاً درباره نوترینو و پادنوترینوی الکترون در ارتباط با واپاشی بتا (بخش ۱۲-۸) صحبت کردیم، و واپاشی موئونهای پرتو کیهانی به منظور تأیید اثر اتساع زمان در نسبیت خاص (بخش ۴-۲) بررسی شد.

جدول ۳-۱۴ خانواده ذرات

خانواده	ساختار	برهم‌کنشها	اسپین	مثالها
لپتونها	بنیادی	ضعیف، الکترومغناطیسی	نیم صحیح	$e, \nu$
مزونها	مرکب	ضعیف، الکترومغناطیسی، قوی	صحیح	$\pi, K$
باریونها	مرکب	ضعیف، الکترومغناطیسی، قوی	نیم صحیح	$p, n$
کوانتومهای میدان	بنیادی	ضعیف، الکترومغناطیسی، قوی	صحیح	$\gamma, W, Z$

جدول ۴-۱۴ خانواده لپتون

محصولات	انرژی سکون	اسپین $\hbar$	بار ذره (e)	پادذره	ذره	
معمولی واپاشی	عمر میانگین (s)	(MeV)				
—	$\infty$	۰.۵۱۱	$\frac{1}{2}$	-۱	$e^+$	$e^-$
—	$\infty$	$< 10\text{eV}$	$\frac{1}{2}$	۰	$\bar{\nu}_e$	$\nu_e$
$e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$	$2.2 \times 10^{-6}$	۱۰.۵۷	$\frac{1}{2}$	-۱	$\mu^+$	$\mu^-$
—	$\infty$	$< 0.3$	$\frac{1}{2}$	۰	$\bar{\nu}_\mu$	$\nu_\mu$
$\mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$	$3.0 \times 10^{-12}$	۱۷۷۷	$\frac{1}{2}$	-۱	$\tau^+$	$\tau^-$
—	$\infty$	$< 40$	$\frac{1}{2}$	۰	$\bar{\nu}_\tau$	$\nu_\tau$

جدول ۵-۱۴ بعضی مزونهای برگزیده

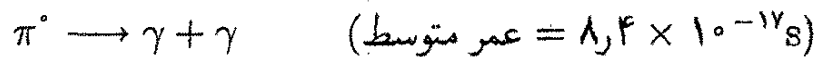
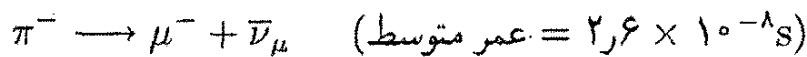
نمونه محصولات واپاشی	عمر متوسط (s)	انرژی سکون	شگفتی <sup>۱</sup>	اسپین ( $\hbar$ )	بار (e)	پادذره	ذره
$\mu^+ + \nu_\mu$	$2.6 \times 10^{-8}$	۱۴۰	۰	۰	+۱	$\pi^-$	$\pi^+$
$\gamma + \gamma$	$8.4 \times 10^{-17}$	۱۳۵	۰	۰	۰	$\pi^0$	$\pi^0$
$\mu^+ + \nu_\mu$	$1.2 \times 10^{-8}$	۴۹۴	+۱	۰	+۱	$K^-$	$K^+$
$\pi^+ + \pi^-$	$0.9 \times 10^{-10}$	۴۹۸	+۱	۰	۰	$\bar{K}^0$	$K^0$
$\gamma + \gamma$	$8.0 \times 10^{-19}$	۵۴۷	۰	۰	۰	$\eta$	$\eta$
$\pi^+ + \pi^0$	$4.5 \times 10^{-24}$	۷۶۹	۰	۱	+۱	$\rho^-$	$\rho^+$
$\eta + \pi^+ + \pi^-$	$2.2 \times 10^{-21}$	۹۵۸	۰	۰	۰	$\eta'$	$\eta'$
$K^- + \pi^+ + \pi^+$	$1.1 \times 10^{-12}$	۱۸۶۹	۰	۰	+۱	$D^-$	$D^+$
$e^+ + e^-$	$1.0 \times 10^{-20}$	۳۰۹۷	۰	۱	۰	$\psi$	$\psi$
$D^- + \pi^+ + \pi^+$	$1.5 \times 10^{-12}$	۵۲۷۸	۰	۰	+۱	$B^-$	$B^+$
$e^+ + e^-$	$1.3 \times 10^{-20}$	۹۴۶۰	۰	۱	۰	$\Upsilon$	$\Upsilon$

۱. بار و شگفتی مربوط به ذره است. مقادیر مربوط به پادذره علامت مخالف دارد. اسپین، انرژی سکون، و عمر متوسط برای ذره و پادذره یکی است.

مزونها ذراتی با برهم‌کنش قوی و اسپین صحیح‌اند. فهرست بعضی مزونها در جدول ۵-۱۲ داده شده است. مزونها را می‌توان در واکنشها و از طریق برهم‌کنش قوی تولید کرد؛ این ذرات از طریق برهم‌کنش قوی، الکترومغناطیسی، یا ضعیف به مزونهای دیگر و لپتونها وامی‌باشند. مثلاً، پیونها را می‌توان در واکنش نوکلئونها، مانند واکنش زیر، تولید کرد:



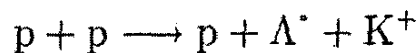
این پیونها به صورت زیر وامی‌باشند



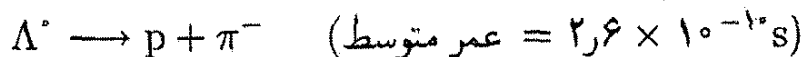
عامل اولین واپاشی برهم‌کنش ضعیف است (که با طول عمر و حضور یک نوترینو در بین محصولات واپاشی نمایان می‌شود) و عامل واپاشی دوم برهم‌کنش الکترومغناطیسی است (که با طول عمر و فوتونها مشخص می‌شود).

چون مزونها در ماده معمولی مشاهده نمی‌شوند، طبقه‌بندی آنها به ذره و پادذره تا اندازه‌ای اختیاری است. برای مزونهای باردار، اغلب جزء مثبت را ذره و جزء منفی را پادذره اختیار می‌کنیم (مثلاً  $\pi^+$  و  $\pi^-$ ). برای مزونها بدون بار (مانند  $\pi^0$  و  $\eta$ ) ذره و پادذره یکسان‌اند، در حالی که برای سایر ذرات (چون  $K^0$  و  $\bar{K}^0$ ) ممکن است متفاوت باشند.

باریونهای ذرات با برهم‌کنش قوی و اسپین نیم صحیح‌اند ( $1/2, 3/2, \dots$ ). در جدول ۶-۱۴ برخی از آنها درج شده است. باریونها مانند لپتونها پادذره‌های متفاوتی دارند. باریونها را می‌توان مانند مزونها در برهم‌کنشهای توأم با نوکلئونها از طریق برهم‌کنش قوی تولید کرد؛ باریون  $\Lambda^0$  را می‌توان در واکنش زیر تولید کرد:



سپس  $\Lambda^0$  از طریق برهم‌کنش ضعیف طبق رابطه زیر وامی‌باشد



اگرچه در این فرایند واپاشی نوترینو تولید نمی‌شود، طول عمر آن نشان می‌دهد که واپاشی از طریق برهم‌کنش ضعیف صورت می‌گیرد. با استفاده از جدول ۶-۱۴ می‌توان سایر باریونها مشخص کرد که از طریق برهم‌کنش قوی، الکترومغناطیسی، و یا ضعیف وامی‌باشند.

جدول ۱۴-۶ بعضی باریونهای برگزیده

نمونه محصولات واپاشی	عمر متوسط (s)	انرژی سکون (MeV)	اسپین $\hbar$ شگفتی <sup>۱</sup>	بار <sup>۱</sup> e	پادذره	ذره
	$\infty$	۹۳۸	۰	$\frac{1}{2}$	$\bar{p}$	p
$p + e^- + \bar{\nu}_e$	۸۸۹	۹۴۰	۰	$\frac{1}{2}$	$\bar{n}$	n
$p + \pi^-$	$2.6 \times 10^{-10}$	۱۱۱۶	-۱	$\frac{1}{2}$	$\bar{\Lambda}^0$	$\Lambda^0$
$p + \pi^0$	$0.8 \times 10^{-10}$	۱۱۸۹	-۱	$\frac{1}{2}$	$\bar{\Sigma}^+$	$\Sigma^+$
$\Lambda^0 + \gamma$	$7.4 \times 10^{-20}$	۱۱۹۲	-۱	$\frac{1}{2}$	$\bar{\Sigma}^0$	$\Sigma^0$
$n + \pi^-$	$1.5 \times 10^{-10}$	۱۱۹۷	-۱	$\frac{1}{2}$	$\bar{\Sigma}^-$	$\Sigma^-$
$\Lambda^0 + \pi^0$	$2.9 \times 10^{-10}$	۱۳۱۵	-۲	$\frac{1}{2}$	$\bar{\Xi}^0$	$\Xi^0$
$\Lambda^0 + \pi^-$	$1.6 \times 10^{-10}$	۱۳۲۱	-۲	$\frac{1}{2}$	$\bar{\Xi}^-$	$\Xi^-$
$p + \pi$	$6 \times 10^{-22}$	۱۲۳۲	۰	$\frac{3}{2}$	$\bar{\Delta}^*$	$\Delta^*$
$\Lambda^0 + \pi$	$2 \times 10^{-22}$	۱۳۸۵	-۱	$\frac{3}{2}$	$\bar{\Sigma}^*$	$\Sigma^*$
$\Xi + \pi$	$6 \times 10^{-22}$	۱۵۳۰	-۲	$\frac{3}{2}$	$\bar{\Xi}^*$	$\Xi^*$
$\Lambda^0 + K^-$	$8.2 \times 10^{-11}$	۱۶۷۲	-۳	$\frac{3}{2}$	$\bar{\Omega}^-$	$\Omega^-$

\* بار و شگفتی مربوط به ذره است. مقادیر مربوط به پادذره علامت مخالف دارند. اسپین، انرژی سکون، و طول عمر متوسط برای ذره و پادذره یکی است.

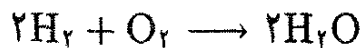
## ۱۴-۲ قوانین پایستگی

معمولاً در تحلیل پدیده‌های فیزیکی از پایستگی انرژی، تکانه خطی، و تکانه زاویه‌ای بهره می‌گیریم. این قانونهای پایستگی با مشخصات بنیادی فضا و زمان ارتباط تنگاتنگ دارند؛ بر این باوریم که این قانونها مطلق و نقض‌نشده‌اند.

از سایر قوانین پایستگی نیز در تحلیل فرایندهای مختلف استفاده می‌کنیم. مثلاً، وقتی در یک واکنش شیمیایی چون هیدروژن + اکسیژن → آب، با هم ترکیب می‌شوند، باید واکنش

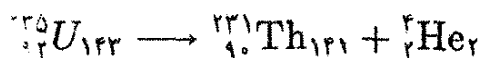


را به صورت زیر متوازن کنیم:



فرایند متوازن کردن یک واکنش را می‌توان راهی برای به حساب آوردن الکترونهاى دخیل در فرایند در نظر گرفت: یک مولکول آب حاوی  $10^+$  الکترون است، و بنابراین اتمهایی که ترکیب می‌شوند و مولکول تشکیل می‌دهند نیز باید  $10^+$  الکترون داشته باشند.

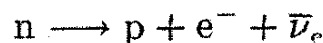
در فرایندهای هسته‌ای، توجه ما نه تنها به الکترونها که به پروتونها و نوترونها نیز معطوف است. در واپاشی آلفازای هسته، چون



یا در واکنشی چون

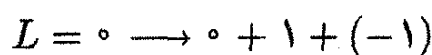
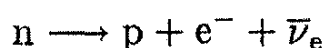


تعداد پروتونها و نیز تعداد نوترونها را متوازن می‌کنیم. شاید وسوسه شویم نتیجه بگیریم که در فرایندهای هسته‌ای هم تعداد پروتون و هم تعداد نوترون پایسته است، اما این قانونهای پایستگی جداگانه در واپاشی بتازا برقرار نیستند؛ مثلاً



که در آن نه عدد نوترونی پایسته است و نه عدد پروتونی. اما، تعداد کل نوترون به علاوه پروتون، که در دو طرف واپاشی برابر است با یک، پایسته می‌ماند. (این قانون پایستگی تعداد کل نوکلئونها، قانونهای جداگانه پایستگی عدد پروتونی و عدد نوترونی به عنوان یک حالت خاص را در بر می‌گیرد.)

در واپاشیها و واکنشهای ذرات بنیادی، قانونهای پایستگی وسیله‌ای در اختیار ما می‌گذارند تا بفهمیم چرا بعضی فرایندها روی می‌دهند و بعضی از آنها مشاهده نمی‌شوند، اگرچه بر اساس ملاحظات دیگر انتظار وقوع آنها را داریم. مثلاً، در واپاشی بتازای منفی همواره پی می‌بریم که یک پادنوترینو گسیل می‌شود نه یک نوترینو. این فرایندها را با نسبت دادن یک عدد لپتونی  $L$  به هر ذره توجیه می‌کنیم. به الکترون و نوترینو اعداد لپتونی  $+1$ ، و به پوزیترون و پادنوترینو عدد لپتونی  $-1$  را نسبت می‌دهیم؛ همه مزونها و باریونها دارای عدد لپتونی صفرند. پایستگی عدد لپتونی در واپاشی بتازای مثبت و منفی به قرار زیر است:





امی نوتر (۱۸۸۲-۱۹۳۵، آلمان - ایالات متحده). ریاضیدانان و فیزیکدانان نظری مشهور. وی نقش قوانین پایستگی را در فیزیک کشف کرد. وی در قالب یک نتیجه مهم، که اکنون به نام قضیه نوتر معروف است، کشف کرد که هرگونه تقارن معادله‌های ریاضی که پدیده‌ای را توصیف می‌کند، کمیت پایسته‌ای را می‌دهد. مثلاً، پایستگی انرژی ناشی از نوردایی معادله‌ها نسبت به انتقال در زمان، و پایستگی تکانه خطی ناشی از نوردایی انتقال در مکان است.

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

$$L = 0 \rightarrow 0 + (-1) + 1$$

می‌توانید ببینید که عدد لپتونی کل در هر دو طرف این واپاشیها صفر است، که ظهور پادنوترینو در واپاشی بتازای منفی و نوترینو در واپاشی بتازای مثبت را توجیه می‌کند.

بنا بر قانون پایستگی لپتونی، این فرایندها ممنوع‌اند:

$$e^- + p \rightarrow n + \bar{\nu}_e$$

$$L = 1 + 0 \rightarrow 0 + (-1)$$

$$p \rightarrow e^+ + \gamma$$

$$L = 0 \rightarrow -1 + 0$$

در روند نگه داشتن رد لپتونها، باید هر نوع لپتون  $(\tau, \mu, e)$  را جداگانه بشماریم. دلیل این کار آزمایشهای مختلف است. تفاوت بین لپتونهای الکترونی و موثونی را می‌توان به‌کمک آزمایش ظاهر کرد که در آن یک باریکه پادنوترینوی موثونی بر هدفی از پروتونها فرود می‌آید

$$\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$$

اگر تفاوتی بین لپتونهای الکترونی و موثونی وجود نداشت، واکنش زیر ممکن می‌بود:

$$\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + e^+$$

مشاهده نشدن واکنش دوم تفاوت بنیادی دو نوع لپتون و ضرورت منظور کردن جداگانه آنها را نشان می‌دهد.

مثال دیگر تفاوت دو نوع لپتون از مشاهده نشدن واپاشی زیر حاصل می‌شود:

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \gamma$$

اگر فقط یک عدد لپتونی داشتیم، این واکنش میسر می‌بود. مشاهده نشدن این واپاشی (در مقایسه با واپاشی  $\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$  که معمولاً مشاهده می‌شود، و هر دو عدد لپتونی الکترونی و موثونی در آن پایسته است) خبر از ضرورت دو نوع عدد لپتونی می‌دهد. این اعداد لپتونی را  $L_e$ ،  $L_\mu$  و  $L_\tau$  می‌نامیم و به قانون پایستگی زیر برای لپتونها می‌رسیم:

در هر فرایند، عدد لپتونی برای هر یک از لپتونها الکترونی، لپتونها موثونی، و لپتونها نوع تاو باید ثابت باقی بماند.

مثالهای زیر این پایستگی اعداد لپتونی را نشان می‌دهند.

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow e^- + n$$

$$L_e = -1 + 0 \longrightarrow -1 + 0$$

$$\nu_\mu + n \longrightarrow \mu^- + p$$

$$L_\mu = 1 + 0 \longrightarrow 1 + 0$$

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

$$L_e = 0 \longrightarrow 1 + (-1) + 0$$

$$L_\mu = 1 \longrightarrow 0 + 0 + 1$$

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

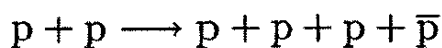
$$L_\mu = 0 \longrightarrow 1 + (-1)$$

با مطالعه این مثالها، می‌توان پی برد که چرا گاهی نوترینو ظاهر می‌شود و گاهی پادنوترینو. باریونها نیز از قانون پایستگی مشابهی پیروی می‌کنند. به همه باریونها عدد باریونی  $B = +1$  و به تمام پادباریونها  $B = -1$  را نسبت می‌دهیم. در تمام غیرباریونها (مزونها و لپتونها) داریم:  $B = 0$ . پس به یک قانون پایستگی عدد باریونی به قرار زیر می‌رسیم:

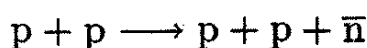
در هر فرایند، عدد باریونی کل باید ثابت باقی بماند.

(پایستگی عدد نوکلئونی  $A$  یک حالت خاص پایستگی عدد باریونی است که در آن همه باریونها نوکلئون هستند. در فیزیک ذرات معمولاً از  $B$  به جای  $A$  برای نمایش همه باریونها، از جمله نوکلئونها استفاده می‌کنیم.) هیچگونه نقض پایستگی باریون تاکنون مشاهده نشده است، اگرچه بنا به نظریه‌های وحدت بزرگ (بخش ۱۴-۹) پروتون به گونه‌ای وامی‌باشد که در آن پایستگی عدد باریونی نقض می‌شود.

به‌عنوان مثالی از پایستگی عدد باریونی، واکنشی را در نظر بگیرید که باعث کشف پادپروتون شده است:

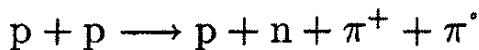
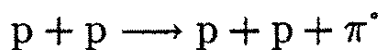
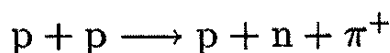


در سمت چپ عدد باریونی عبارت است از  $B = +2$ . در سمت راست، سه باریون با  $B = +1$  و یک پادباریون با  $B = -1$  داریم. به طوری که عدد باریونی کل در طرف راست نیز برابر خواهد بود با  $B = +2$ . از سوی دیگر، فرایند



پایستگی عدد باریونی را نقض می‌کند و در نتیجه ممنوع است.

تعداد مزونهای را که می‌توان در واپاشیها یا واکنشها خلق یا نابود کرد از قانون پایستگی چون تعداد لپتونها و باریونها پیروی نمی‌کنند. مثلاً، از واکنشهای زیر می‌توان برای تولید پیونها بهره گرفت:



مادام که انرژی کافی موجود باشد، هر تعداد پیون را می‌توان در این واکنشها تولید کرد. به پایستگی عدد باریونی (عدد نوکلئونی) در این واکنشها توجه کنید: پیون می‌تواند به یک لپتون و یک پادلپتون واپاشد (مثلاً،  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ ) بدون اینکه، به رغم ناپدید شدن یک مزون در این فرایند، هیچ قانون پایستگی نقض شود.

اگرچه خود عدد مزونی پایسته نیست، اما رفتار غیرعادی یک نوع دیگر مزون (مزونهای  $K$ ، یا کائونها) به نوع جدید و متفاوتی از قانون پایستگی می‌انجامد. مزونهای بدون بار  $\eta$  و  $\pi^0$  به سرعت ( $10^{-16}$  -  $10^{-18}$  s) به دو فوتون وامی‌باشند؛ بر اساس رفتار منظم مزونها، انتظار داریم که  $K^0$

نیز در زمان مشابه به دو فوتون واپاشد. واپاشی مشاهده شده  $K^0$  بسیار کندتر ( $10^{-10}$  s) صورت می‌گیرد؛ به علاوه، محصولات واپاشی نه فوتونها، بلکه مزونهای  $\pi$  و لپتونها هستند. بر اساس این فرض بنیادی که هر چیزی را که مشاهده نمی‌شود باید یکی از قوانین طبیعت ممنوع کرده باشد، به این فکر می‌افتیم که باید دلیلی برای مدهای واپاشی مشاهده شده  $K^0$  (درست همان‌طور که مشاهده نشدن واپاشی  $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$  به قاعده‌ای برای پایستگی عدد لپتونی الکترون و موئون می‌انجامد.) وجود داشته باشد. بنابراین حدس می‌زنیم "عددی" وابسته به مزون  $K^0$  است که واپاشی آن به دو فوتون را ممنوع می‌کند. به عنوان مثالی دیگر، همه مزونهای باردار سنگین ذراتی با برهم‌کنش قوی‌اند، و انتظار داریم که ذراتی چون مزون  $\rho$  در زمانهای حدود  $10^{-23}$  s به ذرات با برهم‌کنش قوی سبکتر (مثلاً مزونهای  $\pi$ ) واپاشند. اما واپاشی  $K \rightarrow \pi^+ + \pi^0$  بسیار کند و در مقیاس زمانی  $10^{-8}$  s صورت می‌گیرد، و در واقع مد واپاشی  $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  محتملتر است. این رفتار غیرعادی را با معرفی یک عدد کوانتومی جدید توجیه می‌کنیم. این عدد شگفتی  $S$  نامیده می‌شود، و می‌توانیم از آن برای توصیف مشخصات واپاشیهای مزون  $K$  استفاده کنیم. به  $K^+$  و  $K^0$  شگفتی  $S = +1$  را نسبت می‌دهیم؛ مزونها و لپتونها ذرات غیرشگفت ( $S = 0$ ) هستند. واپاشی  $K^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ ، یک واپاشی الکترومغناطیسی (با توجه به حضور فوتونها) ممنوع است زیرا در برهم‌کنش الکترومغناطیسی شگفتی ( $S = +1$ ) در طرف چپ، و  $S = 0$  در طرف راست) پایسته است. واپاشی  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$  در زمان مشخصه برهم‌کنش قوی  $10^{-23}$  s رخ نمی‌دهد زیرا برهم‌کنش قوی نمی‌تواند شگفتی را تغییر دهد؛ واپاشیهایی که برهم‌کنش ضعیف عامل آن است، می‌تواند شگفتی را یک واحد تغییر دهد. (بحث بخش اول این فصل را به یاد آورید که بر پایه آن زمان واپاشی در حدود  $10^{-8}$  s مشخصه برهم‌کنش ضعیف است.)

می‌توانیم این نتایج را در قانون پایستگی شگفتی خلاصه کنیم:

در فرایندهایی که برهم‌کنشهای قوی یا الکترومغناطیسی حاکم‌اند، شگفتی کل باید پایسته بماند. در فرایندهایی که برهم‌کنش ضعیف حکمفرماست، شگفتی یا ثابت می‌ماند و یا یک واحد تغییر می‌کند.

اعداد کوانتومی شگفتی مزونها و باریونها در جدولهای ۱۴-۵ و ۱۴-۶ داده شده است. شگفتی هر پادذره علامت مخالف ذره نظیرش را دارد.

پایستگی شگفتی به توجیه جنبه عجیب دیگر رفتار مزونهای  $K$  کمک می‌کند. مزونهای پی در برخوردهای هسته‌ای، مانند  $p + p \rightarrow p + p + \pi + \pi$  یا  $p + p \rightarrow p + p + \pi$ ، تولید می‌شوند. چون هیچ قانون پایستگی مزون وجود ندارد، هر تعداد مزون  $\pi$  را می‌توان تولید کرد. اما مزونهای  $K$  و همه ذرات "شگفت" دیگر همواره به صورت جفت تولید می‌شوند:  $p + p \rightarrow p + p + K + K$

یا  $p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + K^+$  اگر یکی از مزونهای  $K$  در واکنش نخست  $K^0$  یا  $K^+$  با  $S = +1$  و دیگری  $K^-$  یا  $K^0$  با  $S = -1$  باشد، پایستگی شگفتی این پدیده تولید وابسته را توجیه می‌کند. به همین ترتیب، اگر شگفتی  $K^+$  برابر  $+1$  و برای  $\Lambda^0$  برابر  $-1$  باشد، شگفتی در واکنش دوم پایسته است.

باریونها نیز شگفت و غیرشگفت‌اند. با نگاه کردن به طول عمرها در جدول ۱۴-۶، می‌بینیم که  $\Lambda^0$  با طول عمر در حدود  $10^{-10}$  s به  $p + \pi^-$  و امی باشد، درحالی‌که انتظار داریم یک ذره با برهم‌کنش قوی با طول عمر  $10^{-23}$  s به ذرات قویاً برهم‌کنش کننده دیگر واپاشند. اگر شگفتی وابسته به  $\Lambda^0$  برابر  $-1$  باشد، این واپاشیها  $S$  را تغییر می‌دهند و انجام آنها از طریق برهم‌کنشهای قوی ممنوع است، و در نتیجه عامل واپاشی، برهم‌کنش ضعیف با طول عمر  $10^{-10}$  s است. نقض شگفتی همچنین بیان می‌کند که چرا واپاشی الکترومغناطیسی  $\Lambda^0 \rightarrow n + \gamma$  به وقوع نمی‌پیوندد (درحالی‌که واپاشی  $\Sigma^0 + \Lambda^0 + \gamma$  با طول عمر مشخصه  $10^{-19}$  s رخ می‌دهد). به همین ترتیب، واپاشی ضعیف شگفتی را حداکثر یک واحد تغییر می‌دهد، و در نتیجه  $(S = -2 \rightarrow S = 0) \Xi^0 \rightarrow n + \pi^0$  ممنوع است. عدد لپتونی، عدد باریونی، و شگفتی مفاهیم مفیدی برای توصیف وقوع و عدم وقوع واپاشیها و واکنشهای مختلف هستند. ما نمی‌دانیم که چرا عدد لپتونی یا عدد باریونی پایسته است، و شگفتی در واقع معرف چیست، اما امیدواریم که یک روز نظریه کاملی برای توجیه ساختار ذرات و برهم‌کنشهای آنها به ایجاد این شناخت منجر شود.

#### مثال ۱۴-۱

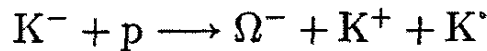
در باریون  $\Omega^-$  داریم:  $S = -3$ . (الف) می‌خواهیم با یک باریکه  $K^-$  که بر پروتون فرود می‌آید  $\Omega^-$  را تولید کنیم. چه ذرات دیگری در این واکنش تولید می‌شوند؟ (ب) چگونه می‌تواند واپاشد؟

حل: (الف) واکنشها معمولاً از طریق برهم‌کنش قوی صورت می‌گیرند، که در آن شگفتی پایسته است. واکنش زیر را در نظر می‌گیریم:

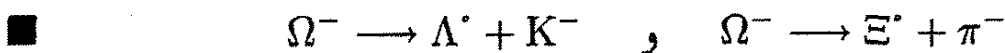


در سمت چپ داریم:  $S = -1$  و  $B = +1$ ؛ بار الکتریکی عبارت است از  $Q = 0$ . در طرف راست، داریم  $S = -3$  و  $B = +1$  و  $Q = -1$ . بنابراین، باید به طرف راست ذراتی با  $S = +2$  و  $B = 0$  و  $Q = +1$  بیفزاییم. با توجه به جدول مزونها و باریونها، پی می‌بریم که

می‌توانیم این معیار را با  $K^+$  و  $K^0$  برقرار کنیم، و در نتیجه واکنش به صورت زیر است



(ب)  $\Omega^-$  نمی‌تواند از طریق برهم‌کنش قوی واپاشد، زیرا هیچ حالت نهایی با  $S = -3$  وجود ندارد. بنابراین، باید از طریق برهم‌کنش ضعیف به ذراتی با  $S = -2$  واپاشد، که می‌توانند  $S$  را به اندازه یک واحد تغییر دهند. یکی از ذرات محصول واپاشی باید باریون باشد تا عدد باریونی پایسته بماند. دو امکان زیر وجود دارد



## ۵-۱۴ برهم‌کنشها و واپاشیهای ذرات

در این بخش مشخصات ذرات بنیادی و چگونگی اندازه‌گیری آنها را به اختصار بررسی می‌کنیم. اتمها و مولکولها را می‌توان به آسانی نسبی و بدون شدت بسیار از هم جدا کرد، این کار مطالعه ساختار آنها را امکان‌پذیر می‌کند. اما، ذرات بنیادی را، که بیشتر آنها ناپایدارند و در طبیعت یافت نمی‌شوند، باید در برخوردهای شدید به وجود آورد. (ریچارد فاینمن نظریه پرداز ذرات، یک بار این فرایند را با مطالعه ساعتهای سوئسی از طریق کوبیدنشان به یکدیگر و نگاه کردن به قطعاتی که بر اثر برخورد خارج می‌شوند، مقایسه کرد.) به این منظور به یک باریکه ذرات پرنرژی و هدف مناسبی از ذرات بنیادی نیازمندیم. تنها ذره بنیادی پایدار با برهم‌کنش قوی، پروتون است و در نتیجه هدف



ریچارد فاینمن (۱۹۱۸-۱۹۸۸) به ندرت یک نفر هم به بینش استثنایی در فیزیک نظری و هم روشهای فوق‌العاده کارآمد در آموزش فیزیک سال اول شهرت می‌یابد. او جایزه نوبل فیزیک را به خاطر کارهایش در زمینه نظریه‌ای دریافت کرد که بین مکانیک کوانتومی با الکترومغناطیس رابطه برقرار می‌کند، و کتاب درسی و فیلم سخنرانیهای فیزیک او مبنای چشم‌اندازهای خارق‌العاده‌ای در بسیاری از زمینه‌های فیزیک است و برای دانشجویان دوره کارشناسی، کارشناسی ارشد و معلمان آنها بسیار لذتبخش است.

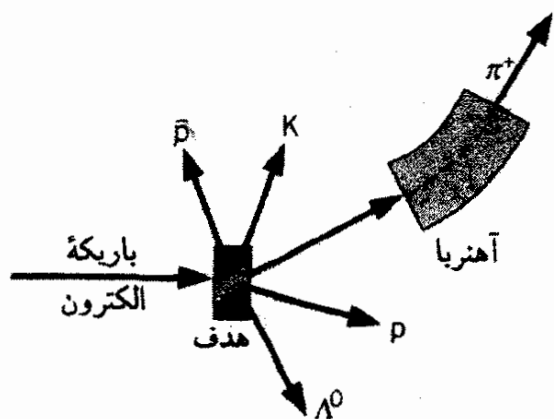
هیدروژن یک انتخاب منطقی است. برای به‌دست آوردن چگالی معقولی از اتمهای هدف، باید به‌جای گاز هیدروژن، از هیدروژن مایع استفاده کنیم.

به‌عنوان یک باریکه مناسب، باید بتوانیم ذرات را تا انرژیهای زیاد (به‌اندازه‌ای زیاد که انرژی ذره صدها برابر جرم سکون آن شود) شتاب دهیم. یک ذره باردار پایدار، انتخابی معقول برای باریکه است؛ پایداری ضروری است، زیرا برای شتاب دادن ذره تا انرژیهای زیاد زمان نسبتاً طولانی لازم است، و برای استفاده از میدانهای الکترومغناطیسی در شتاب دادن، ذره باید باردار باشد. در اینجا نیز، پروتون یک انتخاب منطقی است، و در نتیجه بسیاری از واکنشهای فیزیک ذرات با شتاب دادن پروتونها و برخوردشان با یک هدف پروتون آغاز می‌شود، که می‌دهد:



در میان ذرات محصول ممکن است انواع مزونها یا حتی ذرات سنگین‌تر خانواده باریون، که نوکلئونها سبکترین عضو آن‌اند، وجود داشته باشد. مطالعه سرشت و ویژگیهای این ذرات هدف فیزیک ذرات را تشکیل می‌دهد.

مثلاً آزمایشگاه ملی شتابدهنده فرمی (فرمی‌لب) در نزدیکی شیکاگو در ابتدا برای تولید یک باریکه پروتون  $500 \text{ GeV}$  ( $v/c = 0.9999998$ ) طراحی شده بود که در مسیری به شعاع  $1000 \text{ m}$  (عکس‌رنگی ۱۴) دور می‌زدند. از زمان آغاز به‌کار آن، انرژی باریکه تا  $1000 \text{ GeV}$  دو برابر شده است. در بسیاری موارد، قانونهای پایستگی سرشت ذرات محصول را محدود می‌کند، و مایلیم که انواع دیگری از باریکه را در اختیار داشته باشیم. یک امکان دیگر در شکل ۱۴-۱ نشان داده شده است. یک باریکه پروتون بر یک هدف فرود می‌آید - ماهیت هدف مهم نیست. مانند اجزای ساعت سوییسی فاینمن، ذرات مختلف بسیاری خارج می‌شوند. با کانونی کردن و گزینش تکانه، می‌توانیم باریکه‌ای از ذرات ثانویه را که در واکنش به‌وجود آمده است استخراج کنیم. عمر ذره باید



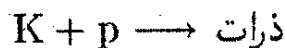
شکل ۱۴-۱ تولید باریکه‌های ذرات ثانویه. آهنربا به گزینش جرم و تکانه ذره مطلوب کمک می‌کند.



چندان طولانی باشد که به هدف دوم، که ممکن است در فاصله چند ده متری باشد، برسد؛ حتی اگر ذره با سرعت نور حرکت کند، این سفر  $10^{-2}$  s به طول می انجامد. اگرچه این بازه زمانی در مقایسه با استانداردهای معمولی کوتاه است، اما در مقیاس زمانی ذرات بنیادی، زمانی طولانی است — در واقع هیچ کدام از مزونهای ناپایدار یا باریونها (جز نوترون) عمری چنین طولانی ندارند. اگرچه کوششهای ما برای ساختن باریکهٔ ثانویه بیهوده به نظر می رسد، اما یکی از جزئیات بسیار مهم را فراموش کرده ایم. طول عمر ذره در چارچوب سکون آن اندازه گیری شد، در حالی که ما حرکت ذره را در چارچوب آزمایشگاه مشاهده می کنیم، که در آن ذره با سرعتی خیلی نزدیک به سرعت نور در حرکت است. عامل اتساع زمان به نتایجی می انجامد، که در چارچوب مرجعمان مشاهده می کنیم، و ممکن است صدها بار طولانی تر از ویژه طول عمر باشد. این عامل گسترهٔ باریکه های ثانویه را به ذراتی با طول عمرهای تا  $10^{-1}$  s محدود می سازد، و امکان به دست آوردن باریکه های ثانویه برای واکنشهای زیر را فراهم می آورد

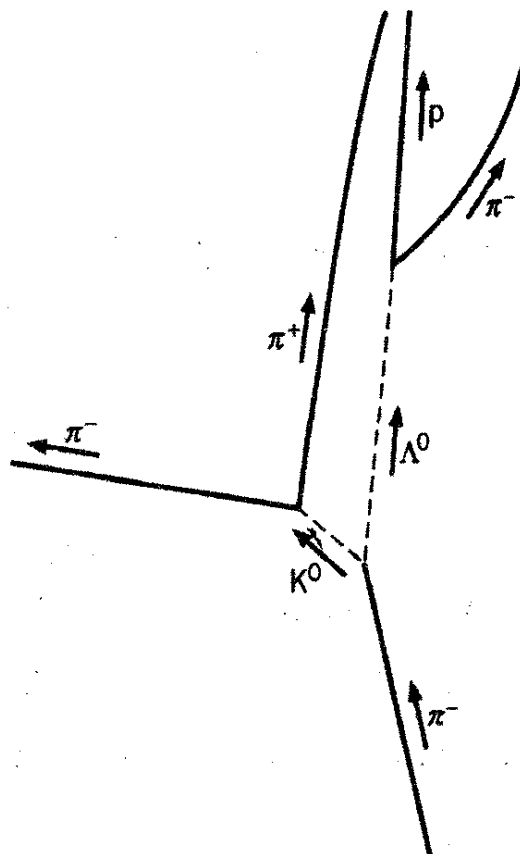


و



اگرچه ویژه طول عمرهای  $\pi$  و K در گستره  $10^{-1}$  تا  $10^{-8}$  s است.

مشاهدهٔ محصولات این واکنشها، که ممکن است شامل چند دوجین ذرات پرنرژی باردار و بدون بار باشد، مسئله مهمی را از لحاظ فناوری برای آزمایشگران به وجود می آورد. آشکارساز باید محل واکنش را کاملاً احاطه کند، به طوری که ذرات بدون توجه به جهت حرکتشان پس از واکنش آشکارسازی شوند. ذرات باید در آشکارساز ردهای مرئی تولید کنند، به طوری که هویت و جهت حرکتشان را بتوان تعیین کرد. آشکارساز باید جرم کافی داشته باشد تا ذرات را متوقف کند و انرژی آنها را اندازه بگیرد. یک میدان مغناطیسی باید برقرار باشد تا از مسیر خمیدهٔ یک ذرهٔ باردار بتوان برای تعیین تکانه و علامت بار آن استفاده کرد. شکل ۱۴-۲ ردها در یک اتاقک حباب را نشان می دهد که مخزنی پر از هیدروژن مایع است که در آن عبور یک ذرهٔ باردار بر اثر یونش اتمهای هیدروژن حبابهای میکروسکوپی تولید می کند. با نور دادن به حبابها می توان از آنها عکس گرفت و ردها را آشکار ساخت. عکس رنگی ۱۵ یک دستگاه آشکارساز بزرگ را نشان می دهد که برای نمایش رد ذرات و اندازه گیری انرژی آنها به کار می رود؛ عکس رنگی ۱۶ نمونه ای از نتایجی را نشان می دهد که می توان با این نوع آشکارساز به دست آورد.

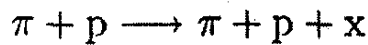


شکل ۱۴-۲ یک تصویر مربوط به اتاقک حباب از واکنش بین ذرات. طرف راست نمودار ذراتی را نشان می‌دهد که در واکنش شرکت دارند.

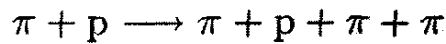
از تحلیل دقیق مسیر ذرات، مانند آنچه در تصاویر اتاقک حباب نشان داده شده است، می‌توان کمیتهای موردنظر جرم، تکانه خطی، و انرژی را استنتاج کرد. ویژگی مهم دیگری که علاقه‌مند به دانستن آن هستیم، طول عمر واپاشی محصولات واکنش است، چون بسیاری از محصولات اغلب ناپایدارند. اگر سرعت ذره را بدانیم، می‌توانیم با مشاهده طول رد آن در تصویر یک اتاقک حباب طول عمر آن را به راحتی به دست آوریم. (حتی برای ذرات بدون بار، که ردی از خود به جا نمی‌گذارند، می‌توانیم از این روش برای استنتاج طول عمر استفاده کنیم، چون واپاشی بعدی ذرات بدون بار به دو ذره باردار طول مسیر آن را مانند شکل ۱۴-۲ تقریباً به روشنی مشخص می‌کند.)

این روش در صورتی که طول عمر از مرتبه  $10^{-10}$  s یا در این حدود باشد موفقیت‌آمیز است، به طوری که ذره ردی برجای می‌گذارد که برای اندازه‌گیری به قدر کافی طویل (چند میلیمتر یا چند سانتیمتر) است. با روش تجربی دقیق و تحلیل ماهرانه داده‌ها، این روش را می‌توان به ردهایی در حدود  $10^{-6}$  m تعمیم داد، و در نتیجه طول عمرهای تا  $10^{-16}$  s را بدین ترتیب اندازه گرفت (با اندکی کمک از عامل اتساع زمان). اما بسیاری از ذرات طول عمرهایی در حدود  $10^{-23}$  s دارند و حتی یک ذره که با سرعت نور حرکت می‌کند، مسافتی در حدود ابعاد هسته را می‌پیماید! چگونه می‌توانیم چنین طول عمری را اندازه بگیریم؟ به علاوه، چطور بدانیم که چنین ذره‌ای اصلاً وجود

دارد؟ واکنش زیر را در نظر بگیرید



که  $x$  یک ذره ناشناخته با طول عمر حدود  $10^{-23}$  s است، که طبق  $\pi + \pi \rightarrow x$  به دو مزون و امی باشد. چگونه واکنش بالا را از واکنش زیر تمیز دهیم



که به ذراتی می‌انجامد که عملاً در آزمایشگاه مشاهده می‌شود؟

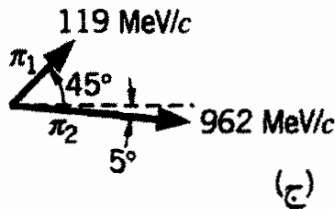
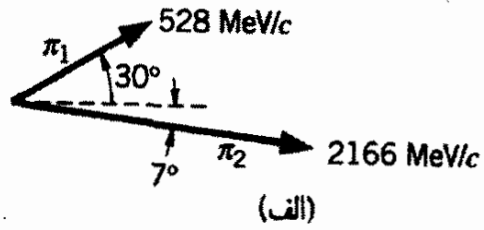
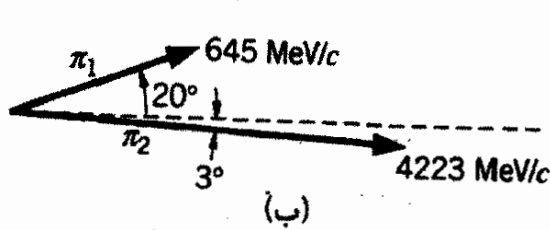
بنابر شواهد تجربی، دو مزون در این گونه واکنشها ممکن است در یک لحظه ( $10^{-23}$  s) ترکیب شوند و موجودی را با تمام ویژگیهای معمول یک ذره مانند جرم، بار، اسپین، و طول عمر معین و غیره به وجود آوردند. این حالتها را ذرات تشدید می‌نامند، و ما اکنون شواهد غیرمستقیم ناظر بر وجود آنها را بررسی می‌کنیم.

فرض کنید یک بسته پستی را از یک دوست دریافت کرده‌اید. وقتی آن را باز می‌کنید، پی می‌برید که حاوی تعداد زیادی قطعات نامنظم شیشه شکسته شده است. چگونه می‌فهمید که دوست شما برایتان گلدان شیشه‌ای زیبایی فرستاده است که در هنگام حمل و نقل شکسته است یا خواسته است با فرستادن یک بسته شیشه شکسته با شما شوخی کند؟ می‌کوشید تا قطعات را کنار هم بگذارید! اگر قطعات با هم جور شدند، این نتیجه‌گیری که گلدان یک موقع کامل و سالم بوده معقول است، اگرچه این واقعیت که آنها با هم جور می‌شوند صرفاً ثابت نمی‌کند که گلدان زمانی سالم بوده است، بلکه فقط ساده‌ترین فرض ممکن سازگار با تجربه است. (فرض دیگر که این قطعات جداگانه ساخته شده‌اند و اتفاقاً با هم جور درآمده‌اند بسیار نامحتمل است.)

پس چگونه یک "ذره" با عمر فقط  $10^{-23}$  s را آشکار می‌سازیم؟ به محصولات واپاشی آن می‌نگریم (که طول عمرشان برای مشاهده در آزمایشگاه به اندازه کافی زیاد است)، و با گذاشتن قطعات در کنار یکدیگر، نتیجه می‌گیریم که آنها زمانی یک ذره کامل بوده‌اند.

مثلاً فرض کنید دو مزون  $\pi$  را مشاهده می‌کنیم که، مطابق شکل ۱۴-۳، در آزمایشگاه گسیل شده‌اند. جهت حرکت و تکانه مزونهای  $\pi$  را مطابق شکل اندازه می‌گیریم. یک رویداد دوم و یک رویداد سوم هر یک مطابق شکل دو مزون  $\pi$  تولید می‌کنند. آیا این سه رویداد با وجود یک ذره تشدید سازگارند؟

اکنون فرض کنید که در هر مورد، یک ذره که با سرعت نامعلوم حرکت می‌کند، مطابق شکل به دو ذره واپاشد. چون در هر واپاشی انرژی و تکانه باید پایسته باشند، می‌توانیم از اطلاعات

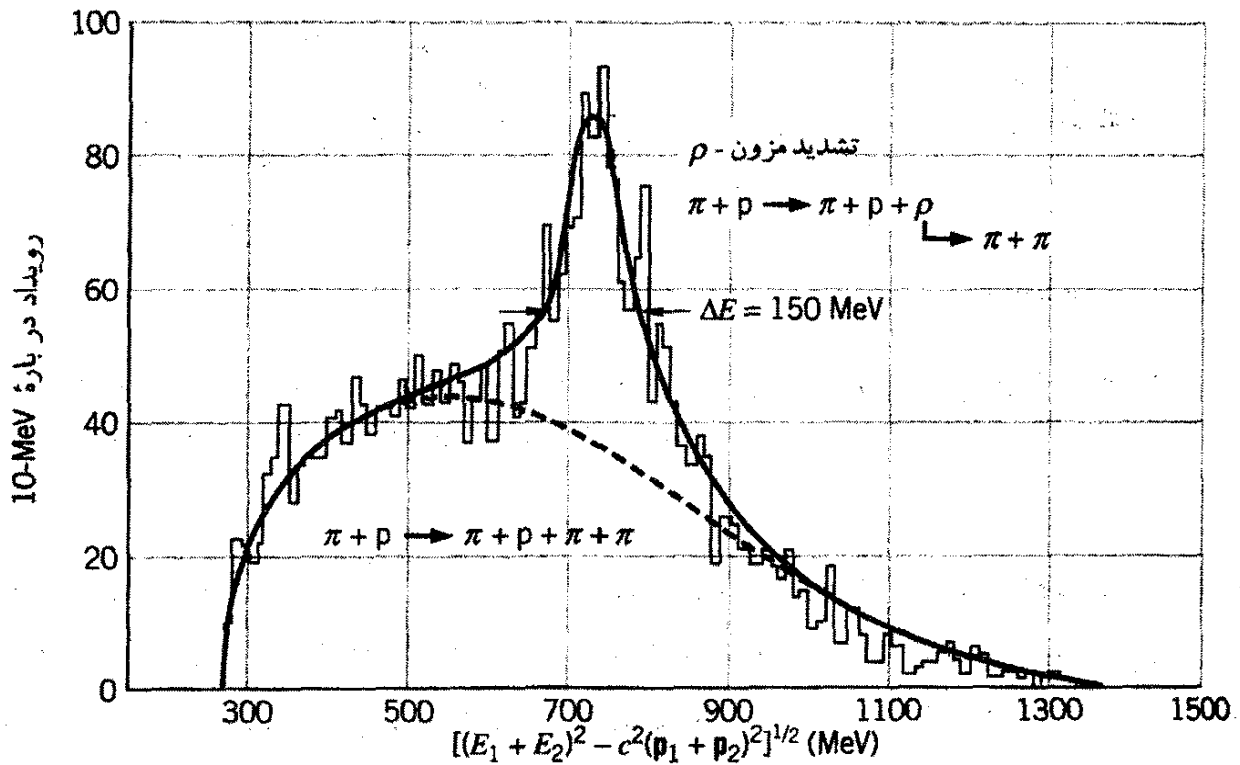


شکل ۱۴-۳ سه واپاشی ممکن یک ذره ناشناخته به دو مزون پی، جهت و تکانه هر مزون پی نشان داده شده است.

واپاشی برای یافتن انرژی و تکانه ذره واپاشنده بهره گیریم، و در نتیجه انرژی سکون آن را از رابطه  $mc^2 = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - c^2(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2}$  به دست آوریم. با انجام محاسبه، می‌رسیم که به آنجا که برای واپاشی نشان داده شده در قسمت (الف) شکل ۱۴-۳،  $mc^2 = 764 \text{ MeV}$ ، درحالی‌که برای قسمت (ب)  $mc^2 = 775 \text{ MeV}$ ، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که این رویداد ناشی از واپاشی ذرات یکسان‌اند. قسمت (ج) شکل  $mc^2 = 498 \text{ MeV}$  را می‌دهد، که با قسمتهای (الف) و (ب) تفاوتی چشمگیر دارد.

البته، این دو رویداد برای شناسایی قاطع وجود یک ذره تشدیدی با انرژی سکون در گستره  $770 \text{ MeV}$  کافی نیست. این رویداد می‌تواند درست مانند احتمال جور شدن دو تکه شیشه، تصادف صرف باشد. آنچه ضروری است، تعداد زیادی (از لحاظ آماری، چشمگیر) رویداد چنان است که در آنها بتوان تکانه‌های دو مزون  $\pi$  گسیل شده را ترکیب کرد و همواره جرمی یکسان را برای ذره تشدیدی به دست آورد. شکل ۱۴-۴ مثالی از این نتیجه است. زمینه‌ای از رویدادها با توزیع پیوسته انرژی، مانند الکترونها واپاشی بتا: این توزیع ناشی از رویدادهای مانند شکل (ج) در شکل ۱۴-۳ است. به همین ترتیب، یک قله بارز در  $770 \text{ MeV}$  وجود دارد، که به مزون  $\rho$  (رو) معروف است. (چطور می‌دانیم که این ذره یک مزون است؟ باید یک ذره با برهم‌کنش قوی باشد، چون به سرعت وامی‌باشد. پس تنها امکانات عبارت‌اند از مزونها، با اسپین صحیح، یا باریونها، با اسپین نیم صحیح، چون مزونها  $\pi$  دارای اسپین صحیح‌اند، و چون دو اسپین صحیح می‌توانند ترکیب شوند و یک اسپین صحیح دیگر بدهند، پس باید یک مزون باشد.)

می‌توانیم طول عمر ذره را نیز از شکل ۱۴-۴ به دست آوریم. عمر این ذرات فقط حدود  $10^{-23} \text{ s}$  است، و اگر بخواهیم انرژی جرم سکون آن را اندازه بگیریم، برای این کار فقط  $10^{-23} \text{ s}$  فرصت داریم. اما با توجه به اصل عدم قطعیت اندازه‌گیری انرژی در بازه زمانی  $\Delta t$  دارای عدم قطعیت انرژی  $\Delta E \cong \hbar/\Delta t$  است. این عدم قطعیت در انرژی  $\Delta E$  به صورت عرض قله در



شکل ۱۴-۴ تشدید به عنوان مزون  $\rho$  شناسایی می‌شود. محور افقی انرژی و تکانه‌های دو مزون پی ناشی از واپاشی را نشان می‌دهد، که ترکیب آنها با جرم ذره تشدید هم‌ارز است.

شکل ۱۴-۴ ظاهر می‌شود. ما همواره انرژی یکسان  $770 \text{ MeV}$  را برای انرژی سکون مزون  $\rho$  به دست نمی‌آوریم؛ مقداری که به دست می‌آوریم، گاهی اندکی بیشتر و گاهی اندکی کمتر است. به کمک عرض قله تشدید طول عمر ذره را به دست می‌آوریم. (این عرض در واقع به دقت تعریف نشده است، اما فیزیکدانها معمولاً عرض را بازه بین دو نقطه می‌گیرند که در آنها ارتفاع تشدید، مطابق شکل ۱۴-۴، نصف مقدار بیشینه در بالاتر از زمینه است.) عرض  $\Delta E = 150 \text{ MeV}$  به  $\Delta t = \hbar/\Delta E = 4.4 \times 10^{-24} \text{ s}$  برای طول عمر مزون  $\rho$  می‌انجامد.

## ۱۴-۶ بررسی انرژی در واپاشیهای ذرات

در تحلیل واپاشیها و واکنشهای ذرات بنیادی، اغلب از همان قوانینی بهره می‌گیریم که در واپاشیها و واکنشهای هسته‌ای به کار بردیم: انرژی، تکانه خطی، و تکانه زاویه‌ای کل باید پایسته بمانند، همین‌طور مقادیر کل اعداد کوانتومی مربوط به بار الکتریکی، عدد لپتونی، و عدد باریونی (که قبلاً عدد نوکلئونی نامیده می‌شد) باید قبل و بعد از واپاشی یا واکنش تغییر نکنند. در واکنشهای ذرات بنیادی، اغلب به تولید گونه‌های جدید ذرات علاقه‌مندیم. انرژی لازم برای ساخت این ذرات از انرژی جنبشی اجزای واکنش (اغلب ذره فرودی) تأمین می‌شود، و چون این انرژی غالباً خیلی زیاد است (این نوع پژوهش را اغلب اوقات فیزیک انرژیهای بالا می‌گویند)، باید از معادلات نسبیتی برای انرژی و تکانه استفاده کرد.

واپاشی ذرات بنیادی را می‌توان مانند واپاشی هسته‌ها، با استفاده از همان دو قاعده بنیادی، تحلیل کرد:

۱. انرژی موجود در واپاشی (با فرض اینکه ذره واپاشنده ساکن باشد) عبارت است از اختلاف انرژی سکون ذره واپاشنده اولیه و ذراتی که بر اثر واپاشی به وجود می‌آیند. در مقایسه با واپاشیهای هسته‌ای، این مقدار را  $Q$  می‌نامیم:

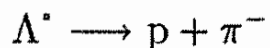
$$Q = (m_i - m_f)c^2 \quad (۱-۱۴)$$

که در آن  $m_i c^2$  انرژی سکون ذره اولیه و  $m_f c^2$  انرژی سکون کل همه ذرات نهایی است. (البته، واپاشی در صورتی رخ می‌دهد که  $Q$  مثبت باشد.)

۲. انرژی موجود  $Q$  به صورت انرژی جنبشی محصولات واپاشی چنان تقسیم می‌شود که تکانه خطی پایسته بماند. مانند حالت واپاشیهای هسته‌ای، برای واپاشی یک ذره ساکن به دو ذره نهایی، این ذرات باید تکانه‌های برابر و مخالف داشته باشند، و می‌توانیم مقادیر یکتا برای انرژیهای دو ذره نهایی به دست آوریم. برای واپاشی به سه ذره یا بیشتر، هر ذره یک طیف یا توزیع انرژی از صفر تا یک مقدار بیشینه (مانند مورد واپاشی بتا) دارد.

#### مثال ۲-۱۴

انرژیهای پروتون و مزون  $\pi$  ناشی از واپاشی  $\Lambda^0$  را محاسبه کنید.  
حل: فرایند واپاشی عبارت است از



با استفاده از انرژیهای سکون جدول ۵-۱۴ و ۶-۱۴ داریم:

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\Lambda^0} - m_p - m_{\pi^-})c^2 \\ &= 1116 \text{ MeV} - 938 \text{ MeV} - 140 \text{ MeV} \\ &= 38 \text{ MeV} \end{aligned}$$

و در نتیجه، انرژی جنبشی محصولات واپاشی باید به این قرار باشند:

$$K_p + K_{\pi} = 38 \text{ MeV}$$

با بهره‌گیری از فرمول نسبیتی انرژی جنبشی، می‌توان این عبارت را به صورت زیر نوشت

$$K_p + K_\pi = (\sqrt{c^2 p_p^2 + m_p^2 c^4} - m_p c^2) + (\sqrt{c^2 p_\pi^2 + m_\pi^2 c^4} - m_\pi c^2) = 38 \text{ MeV}$$

پایستگی تکانه ایجاب می‌کند که  $p_p = p_\pi$ . با قرار دادن یکی از تکانه‌های مجهول در معادله بالا و حل جبری آن نسبت به تکانه دیگر، می‌رسیم به

$$p_\pi = p_p = 10.1 \text{ MeV}/c$$

انرژیهای جنبشی را می‌توان با قرار دادن این تکانه‌ها در فرمول نسبیتی به دست آورد:

$$K_\pi = 33 \text{ MeV}$$

$$K_p = 5 \text{ MeV}$$

### مثال ۳-۱۴

بیشینه انرژی جنبشی الکترون گسیل شده در واپاشی  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$  چقدر است؟  
 حل: مقدار  $Q$  برای این واپاشی عبارت است از:  $Q = m_\mu c^2 - m_e c^2 = 105.2 \text{ MeV}$ .  
 چون انرژی سکون نوترینوها صفر یا ناچیز است، اگر  $\mu^-$  ساکن باشد، این انرژی بین الکترون و نوترینوها تقسیم می‌شود:  $Q = K_e + E_{\bar{\nu}_e} + E_{\nu_\mu}$ . وقتی انرژی جنبشی الکترون بیشینه است، نوترینوها کمترین انرژی را می‌برند. این کمینه نمی‌تواند صفر باشد، چون در این صورت پایستگی تکانه نقض می‌شود: الکترون حامل تکانه‌ای است که با تکانه‌های نوترینو متوازن نمی‌شود تا برآیند صفر شود (چون  $\mu^-$  را ساکن فرض کردیم،  $p_{\text{های}} = p_{\text{ایه}} = 0$ ). فرض کردیم که انرژی الکترون وقتی بیشینه است که نوترینوها درست در جهت مخالف الکترون گسیل شوند؛ در غیر این صورت، بخشی از انرژی به صورت مؤلفه‌های عرضی نوترینوها "تلف می‌شود" و انرژی چندانی در اختیار الکترون نخواهد بود. از آنجا که اهمیتی ندارد که کدام نوترینو حامل انرژی و تکانه است (حتی ممکن است آن را به هر نسبتی تقسیم کنند). فرض می‌کنیم  $E_\nu$  و  $p_\nu$  انرژی و تکانه کل نوترینو باشد؛ این دو کمیت با رابطه  $E_\nu = cp_\nu$  به هم مربوط می‌شوند، زیرا نوترینوها بدون جرم فرض می‌شوند و با سرعت نور در حرکت‌اند. اگر  $E_e$  و  $p_e$  انرژی و تکانه الکترون باشد، از پایستگی تکانه به دست می‌آوریم

$$p_e - p_\nu = 0$$

برای الکترون  $E_e = \sqrt{c^2 p_e^2 + m_e^2 c^4}$ . از ترکیب این معادله‌ها می‌رسیم به:

$$\begin{aligned} Q &= E_e - m_e c^2 + cp_\nu \\ &= E_e - m_e c^2 + cp_e \\ &= E_e - m_e c^2 + \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} \end{aligned}$$

با حل آن، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} E_e &= \frac{Q^2}{2m_\mu c^2} + m_e c^2 \\ K_e &= E_e - m_e c^2 = \frac{Q^2}{2m_\mu c^2} = 52.3 \text{ MeV} \end{aligned}$$

در این حالت، انرژی سکون اولیه  $\mu^-$  اصولاً به‌طور مساوی بین الکترون و دو نوترینو تقسیم می‌شود:  $(K_e)_{\max} \cong (E_\nu)_{\max} \cong Q/2$ . توجه کنید که این کمیت چقدر با حالت واپاشی بتازای نوترون تفاوت دارد که در آن یک پروتون سنگین ناشی از واپاشی می‌تواند تکانه پس‌زنی چشمگیری را به قیمت انرژی اندک جذب کند، به‌طوری‌که همه انرژی موجود می‌تواند به الکترون داده شود:  $(K_e)_{\max} \cong Q$ .

#### مثال ۴-۱۴

بیشینه انرژی پوزیترونها و مزونها  $\pi$  تولید شده در واکنش  $K^+ \rightarrow \pi^+ + e^+ + \nu_e$  را بیابید:  
حل: مقدار  $Q$  برای این واپاشی عبارت است از:

$$\begin{aligned} Q &= (m_K - m_\pi - m_e)c^2 \\ &= 494 \text{ MeV} - 135 \text{ MeV} - 0.5 \text{ MeV} \\ &= 358.5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

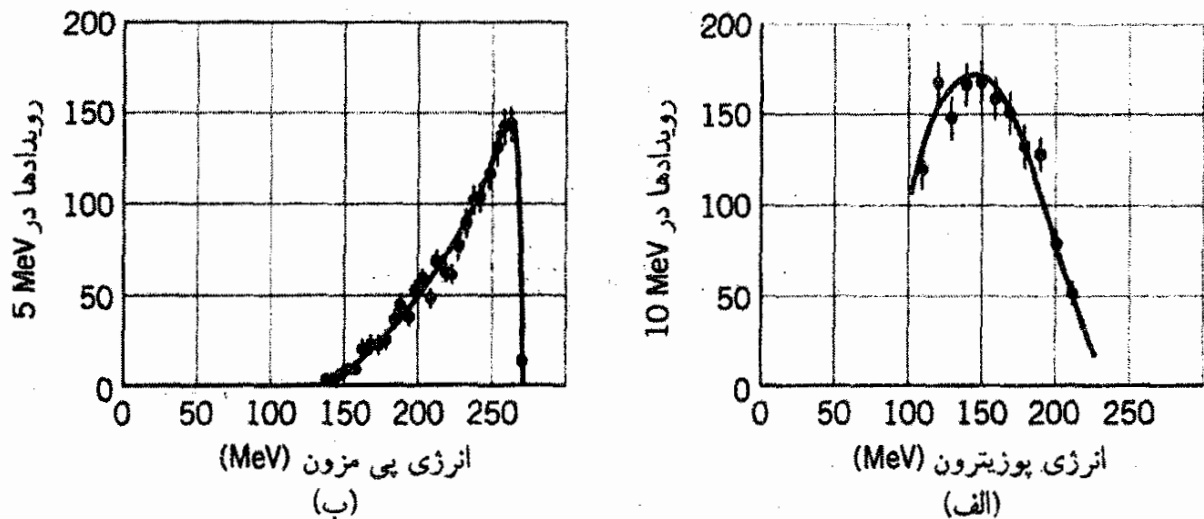
این انرژی باید بین سه محصول واپاشی تقسیم شود:

$$Q = K_\pi + K_e + E_\nu$$

الکترون و مزون  $\pi$  وقتی انرژی بیشینه را دارند که انرژی نوترینو ناچیز باشد:

$$Q = K_\pi + K_e$$





شکل ۵-۱۴ طیف پوزیترونها و مزونهای پی در واپاشی مزون  $K^+$ .

و پایستگی تکانه در این مورد (اگر تکانه نوترینو ناچیز باشد) ایجاب می‌کند که  $p_\pi = p_e$ . با بهره‌گیری از معادله انرژی جنبشی نسبیتی، داریم

$$Q = \sqrt{(pc)^2 + (m_\pi c^2)^2} - m_\pi c^2 + \sqrt{(pc)^2 + (m_e c^2)^2} - m_e c^2$$

که در آن  $p = p_e = p_\pi$ . با قرار دادن مقادیر عددی، می‌رسیم به:

$$494 \text{ MeV} = \sqrt{(pc)^2 + (135 \text{ MeV})^2} + \sqrt{(pc)^2 + (0.5 \text{ MeV})^2}$$

برداشتن رادیکالها متضمن محاسبات جبری است، اما می‌توان با بررسی این رابطه و با توجه به اینکه جواب باید دارای مقدار زیاد  $pc$ ، حتماً بیشتر از  $100 \text{ MeV}$ ، باشد، مسئله را ساده کرد. (در غیر این صورت مجموع دو جمله نمی‌تواند نزدیک به  $500 \text{ MeV}$  شود). بنابراین،  $(pc)^2 \gg (0.5 \text{ MeV})^2$ ، و می‌توانیم سکون الکترون را در رادیکال دوم نادیده بگیریم، که معادله را تا اندازه‌ای ساده می‌کند:

$$494 \text{ MeV} = \sqrt{(pc)^2 + (135 \text{ MeV})^2} + pc$$

با حل معادله می‌رسیم به  $pc = 229 \text{ MeV}$  که می‌دهد  $(E_e)_{\max} = 299 \text{ MeV}$  و  $(E_\pi)_{\max} = 266 \text{ MeV}$ . شکل ۵-۱۴، طیفهای انرژی مشاهده شده  $e^+$  و  $\pi^0$  حاصل از واپاشی  $K^+$  را نشان می‌دهد، و انرژیهای بیشینه با مقادیر محاسبه شده سازگارند. (شکل توزیعهای انرژی را، مانند حالت واپاشی بتا، عوامل آماری تعیین می‌کند. عاملهای آماری برای  $e^+$  و  $\pi^0$  متفاوت اند، زیرا انرژی  $\pi^0$  نیز وقتی بیشینه است که  $e^+$  ساکن باشد و  $\nu$  تکانه پس‌زنی را حمل کند).

باید این محاسبات را تکرار و خود را متقاعد کنید که: (۱) انرژی  $\pi^0$  نیز وقتی بیشینه است که

$K_e = 0$  (یعنی  $E_e = m_e c^2$ )؛ و (۲) انرژی  $e^+$  به‌ازای  $K_\pi = 0$ ، بیشینه نیست. ■

## ۷-۱۴ بررسی انرژی در واکنشهای ذرات

راهکار تجربی بنیادی فیزیک ذرات، عبارت است از مطالعه ذرات تولید شده در برخورد یک ذره فرودی (که تا انرژیهای زیاد شتاب گرفته است) و یک ذره هدف (معمولاً ساکن). سینماتیک فرایند واپاشی را باید با بهره‌گیری از فرمولها نسبیتی تحلیل کرد، چون انرژیهای جنبشی ذرات معمولاً با انرژیهای سکون آنها قابل مقایسه یا از آن بیشتر است. در این بخش برخی رابطه‌های لازم برای تحلیل این واکنشها را، با استفاده از سینماتیک نسبیتی فصل ۲، استنتاج می‌کنیم. چون یکی از هدفهای مهم این واکنشها تولید گونه‌های جدید ذرات است، بر محاسبه انرژی آستانه لازم برای تولید این ذرات تأکید می‌کنیم. (شاید مرور بحث فصل ۱۳ درباره آستانه‌های واکنش نانسبیتی را مفید بیاید.)

واکنش زیر را در نظر بگیرید:

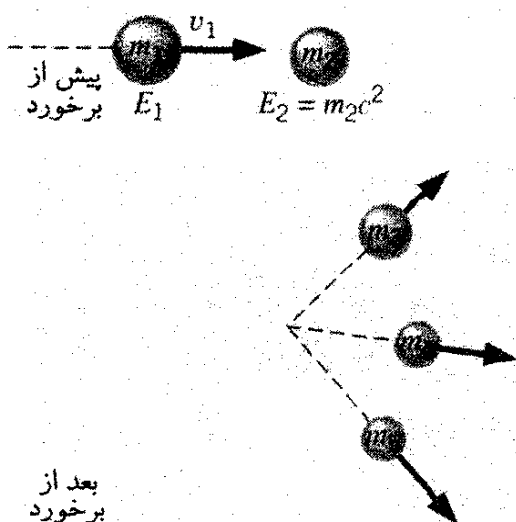
$$m_1 + m_2 \rightarrow m_3 + m_4 + m_5 + \dots$$

که در آن  $m$  هم ذرات را نشان می‌دهد و هم جرم سکونشان را. هر تعداد ذره را می‌توان در حالت نهایی تولید کرد. در اینجا  $m_1$  ذره فرودی با انرژی کل  $E_1$ ، انرژی جنبشی  $K_1 = E_1 - m_1 c^2$ ، و تکانه  $p_1 = \sqrt{E_1^2 - m_1^2 c^4}$  در چارچوب مرجع آزمایشگاه است. ذره هدف  $m_2$  در آزمایشگاه ساکن است. شکل ۶-۱۴ این واکنش را در چارچوب مرجع آزمایشگاه نشان می‌دهد.

مانند مورد واکنشهای هسته‌ای،  $Q$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$Q = [m_1 + m_2 - (m_3 + m_4 + m_5 + \dots)]c^2 \quad (2-14)$$

اگر  $Q$  مثبت باشد، "انرژی آزاد می‌شود" (در واقع، انرژی سکون به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود،

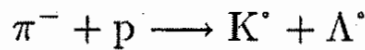


شکل ۶-۱۴ یک واکنش بین ذرات در چارچوب مرجع آزمایشگاه.

به طوری که انرژی ذرات حاصل  $m_3, m_4, m_5, \dots$  بیش از انرژی ذرات اولیه  $m_1$  و  $m_2$  است). اگر  $Q$  منفی باشد، بخشی از انرژی جنبشی اولیه  $m_1$  به انرژی سکون تبدیل خواهد شد.

## مثال ۵-۱۴

مقادیر  $Q$  را برای واکنشهای زیر محاسبه کنید



حل: برای واکنش نخست، با استفاده از انرژیهای سکون جدول ۵-۱۴ و ۶-۱۴ داریم،

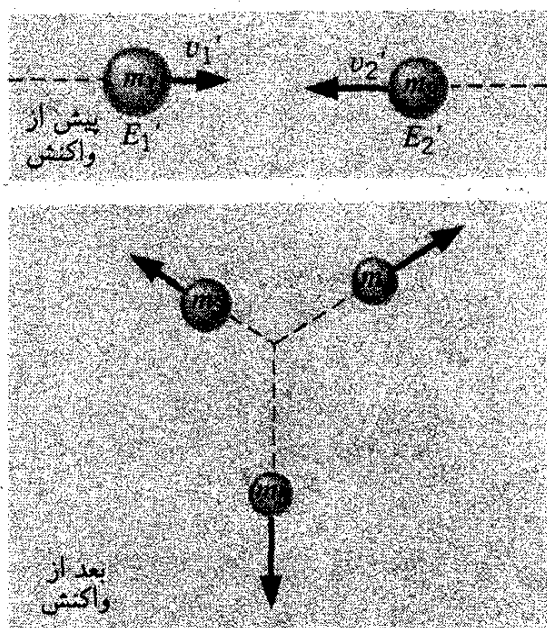
$$\begin{aligned} Q &= [m_{\pi^-} + m_p - (m_{K^0} + m_{\Lambda^0})]c^2 \\ &= 140 \text{ MeV} + 938 \text{ MeV} - 498 \text{ MeV} - 1116 \text{ MeV} \\ &= -536 \text{ MeV} \end{aligned}$$

واکنش دارای مقدار  $Q$  منفی است، و انرژی باید به صورت انرژی جنبشی اولیه انرژی سکون اضافی محصولات واکنش را تأمین کند. برای واکنش دوم داریم:

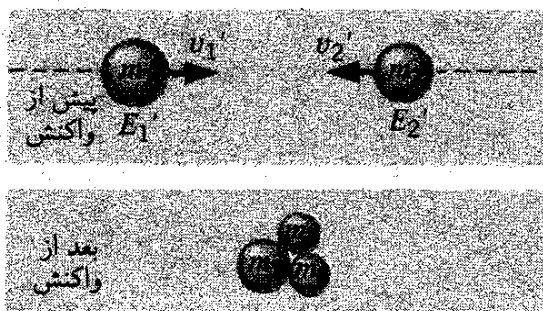
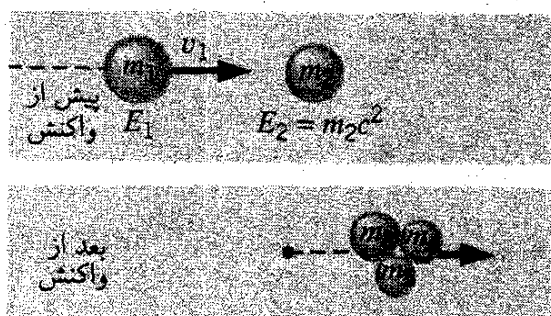
$$\begin{aligned} Q &= [m_{K^-} + m_p - (m_{\Lambda^0} + m_{\pi^0})]c^2 \\ &= 494 \text{ MeV} + 938 \text{ MeV} - 1116 \text{ MeV} - 135 \text{ MeV} \\ &= 181 \text{ MeV} \end{aligned}$$

مقدار  $Q$  مثبت نشان می دهد که انرژی سکون ذرات اولیه برای تولید ذرات نهایی کافی است؛ در واقع  $181 \text{ MeV}$  انرژی (به اضافه انرژی جنبشی ذره اولیه) برای انرژی جنبشی  $\Lambda^0$  و  $\pi^0$  باقی می ماند. ■

فقط به ازای مقادیر منفی  $Q$  است که  $m_1$  باید انرژی آستانه  $K_{th}$ ، و انرژی جنبشی کمینه ای داشته باشد، تا واکنش را آغاز کند. مانند مورد فیزیک هسته ای، انرژی جنبشی آستانه  $K_{th}$  از مقدار  $Q$  بزرگتر است. ما نه تنها باید ذرات اضافی را تولید کنیم، بلکه باید به ذرات حاصل انرژی اضافی بدهیم تا تکانه خطی در واکنش پایسته بماند.



شکل ۱۴-۷ همان واکنش شکل ۱۴-۶، از دیدگاه چارچوب مرکز جرم.



شکل ۱۴-۹ واکنش شکل ۱۴-۸ در چارچوب مرجع آزمایشگاه.

شکل ۱۴-۸ یک واکنش در چارچوب مرجع CM وقتی  $m_1$  دارای انرژی جنبشی آستانه است.

این محاسبه، مانند مورد فیزیک هسته‌ای، در دستگاه مرکز جرم (یا مرکز تکانه)، که در آن تکانه کل صفر است، راحت‌تر انجام می‌شود. در بالاتر از آستانه، واکنش در این چارچوب (که آن را چارچوب CM می‌نامیم) مانند شکل ۱۴-۷ به نظر می‌رسد؛ تکانه کل، هم قبل از واکنش و هم بعد از آن، صفر است. اگر فقط انرژی آستانه برای تولید ذرات حاصل را تأمین کنیم، واکنش در چارچوب CM مانند شکل ۱۴-۸ به نظر می‌رسد؛ همین واکنش از دیدگاه آزمایشگاه در شکل ۱۴-۹ نشان داده شده است. در چارچوب CM، ذرات حاصل ساکن‌اند (این کار مقدور است زیرا تکانه کل در این چارچوب صفر است). در چارچوب آزمایشگاه، این ذرات با سرعتی حرکت می‌کنند که همان سرعت نسبی بین چارچوبهای آزمایشگاه و CM است.

کار خود را با به دست آوردن رابطه نسبیتی برای این سرعت آغاز می‌کنیم. در چارچوب آزمایشگاه،  $m_1$  با سرعت  $v_1$  حرکت می‌کند و در نتیجه تکانه آن عبارت خواهد بود از:  $p_1 = m_1 v_1 / \sqrt{1 - v_1^2/c^2}$ . در چارچوب CM،  $m_1$  با سرعت  $v_1'$  و تکانه  $p_1'$ ، و  $m_2$  با سرعت

$v'_y$  و تکانه  $p'_y$  در حرکت‌اند. اگر  $v$  سرعت چارچوب CM نسبت به آزمایشگاه باشد، می‌خواهیم  $v$  را برحسب  $m_1, m_2$  و  $v_1$  بیابیم.

با توجه به فصل ۲، رابطه نسبیتی را برای تبدیل سرعت می‌گیریم:

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - v_x v / c^2} \quad (3-14)$$

و در نتیجه

$$v'_1 = \frac{v_1 - v}{1 - v_1 v / c^2} \quad (4-14)$$

و

$$v'_y = -v \quad (5-14)$$

نتیجهٔ اخیر از  $v_2 = 0$  مستقیماً به دست می‌آید. چون در این چارچوب داریم:  $p'_1 = p'_2$ ، باید برسیم به:

$$\frac{m_1 v'_1}{\sqrt{1 - v'^2_1 / c^2}} = \frac{m_2 v'_2}{\sqrt{1 - v'^2_2 / c^2}} \quad (6-14)$$

با قرار دادن معادله‌های ۵-۱۴ و ۶-۱۴، می‌توان نتیجهٔ زیر را به دست آورد:

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2 \sqrt{1 - v'^2_1 / c^2}} \quad (7-14)$$

یعنی، اگر با سرعت  $v$  (در جهت  $v_1$ ) حرکت می‌کردیم، واکنش شکل ۶-۱۴، مطابق واکنش شکل ۷-۱۴ به نظر می‌رسید.

وقتی  $m_1$  درست دارای انرژی جنبشی استانه باشد، محصولات نهایی در چارچوب CM ساکن می‌مانند (شکل ۸-۱۴). یعنی، انرژی کل محصولات واکنش  $m_2, m_4, m_5, \dots$  برابر است با انرژی سکون  $m_2 c^2 + m_4 c^2 + m_5 c^2 + \dots$ . چون انرژی در همه چارچوبها پایسته است، انرژی کل  $m_1$  و  $m_2$  درست قبل از برخورد باید با انرژی بعد از برخورد برابر باشد. اگر  $E'_1$  و  $E'_2$  انرژیهای کل  $m_1$  و  $m_2$  در چارچوب CM باشد، شرط آستانه عبارت است از

$$E'_1 + E'_2 = m_2 c^2 + m_4 c^2 + m_5 c^2 + \dots \quad (8-14)$$

که در آن

$$E'_1 = \frac{m_1 c^2}{\sqrt{1 - v'^2_1 / c^2}} \quad (9-14)$$

$$E'_2 = \frac{m_2 c^2}{\sqrt{1 - v'^2_2 / c^2}} \quad (10-14)$$

انرژی کل در چارچوب CM، یعنی  $E_1' + E_2'$ ، را می‌توان با جمع کردن معادله‌های ۹-۱۴ و ۱۴-۱۰ و کم کردن رابطه‌های قبلی  $v_1'$  و  $v_2'$  یافت. با استفاده از مقدار استنتاج شده  $v$ ، پس از عملیات جبری قابل ملاحظه می‌رسیم به:

$$E_1' + E_2' = \sqrt{m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 m_2 c^2} \quad (11-14)$$

این رابطه یک عبارت کلی برای انرژی کل CM است، وقتی  $m_1$  دارای کل انرژی آزمایشگاهی  $E_1$  باشد؛ این عبارت، نه فقط در آستانه، بلکه همواره صادق است. اکنون شرط آستانه، معادله ۸-۱۴، را اعمال می‌کنیم:

$$\sqrt{m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 m_2 c^2} = m_2 c^2 + m_2 c^2 + m_3 c^2 + \dots \quad (12-14)$$

این عبارت را می‌توان برحسب  $E_1$  حل کرد، و در این صورت انرژی جنبشی آستانه  $K_{th}$  برابر است با  $E_1 - m_1 c^2$ ؛ پس از انجام اندکی عملیات جبری، نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$K_{th} = (-Q) \frac{m_1 + m_2 + m_2 + m_2 + m_3 + \dots}{2m_2} \quad (13-14)$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نیز نوشت

$$K_{th} = (-Q) \frac{\text{جرم کل ذرات دخیل در واکنش}}{2 \times \text{جرم ذره هدف}} \quad (14-14)$$

در حد سرعت‌های کم، فرمول آستانه نسبیتی به فرمول نانسبیتی واکنشهای هسته‌ای، که در فصل ۱۳ به دست آوردیم، تبدیل می‌شود (مسئله ۷).

#### مثال ۶-۱۴

انرژی جنبشی آستانه تولید مزونهای  $\pi$  را در واکنش  $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$  محاسبه کنید. حل: مقدار  $Q$  عبارت است از:

$$\begin{aligned} Q &= m_p c^2 + m_p c^2 - (m_p c^2 + m_p c^2 + m_\pi c^2) \\ &= -m_\pi c^2 = -135 \text{ MeV} \end{aligned}$$

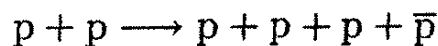
با استفاده از معادله ۱۴-۱۳ می‌توان انرژی جنبشی آستانه را به دست آورد

$$\begin{aligned} K_{th} &= (-Q) \frac{4m_p + m_\pi}{2m_p} \\ &= (135\text{MeV}) \frac{4 \times 938\text{MeV} + 135\text{MeV}}{2 \times 938\text{MeV}} \\ &= 280\text{MeV} \end{aligned}$$

این پروتونهای پرنرژی در بسیاری از شتابگرهای سراسر جهان تولید می‌شوند، و در نتیجه ویژگیهای مزونهای  $\pi$  را می‌توان به دقت بررسی کرد.

مثال ۱۴-۷

در سال ۱۹۵۶ یک آزمایش در برکلی برای پیدا کردن پادپروتون در واکنش زیر انجام شد:



انرژی آستانه این واکنش چقدر است؟

حل: چون انرژی سکون پادپروتون همان انرژی سکون پروتون ( $938\text{MeV}$ ) است، مقدار  $Q$  عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} Q &= m_p c^2 + m_p c^2 - (4 \times m_p c^2) \\ &= -2m_p c^2 \end{aligned}$$

در نتیجه،

$$\begin{aligned} K_{th} &= (2m_p c^2) \frac{6m_p c^2}{2m_p c^2} \\ &= 6m_p c^2 = 5628\text{MeV} = 5.628\text{GeV} \end{aligned}$$

به خاطر کشف پادپروتون تولید شده در این واکنش، اوئن چمبرلن و امیلیوسگره جایزه نوبل سال ۱۹۵۹ را دریافت کردند.

جالب است که "کارایی" این واکنشها را محاسبه کنیم؛ یعنی، ببینیم که چقدر از انرژی جنبشی اولیه‌ای که تأمین می‌کنیم صرف تولید ذرات نهایی می‌شود، و چقدر از آن به صورت انرژی جنبشی آزمایشگاهی محصولات واکنش "تلف می‌شود". در مثال اول، انرژی جنبشی برای

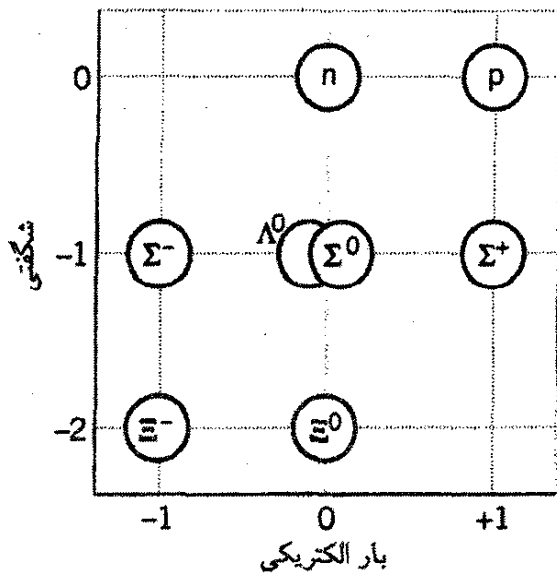
تولید  $135\text{MeV}$  انرژی سکون، با کارایی حدود  $5^\circ$  درصد، تأمین کردیم. در مثال دوم،  $6m_p c^2$  انرژی جنبشی فقط  $2m_p c^2$  انرژی سکون، با کارایی  $33^\circ$  درصد، تولید کرد. با بیشتر شدن انرژی ذرات حاصل، کارایی کاهش می‌یابد، و انرژی نسبتاً بیشتری باید تأمین کرد. مثلاً برای تولید یک ذره با انرژی سکون  $5^\circ\text{GeV}$  در یک برخورد پروتون-پروتون، باید انرژی جنبشی اولیه‌ای در حدود  $125^\circ\text{GeV}$  تأمین کنیم. در این صورت فقط  $4^\circ$  درصد انرژی موجود صرف تولید ذرات جدید می‌شود؛ بقیه  $96^\circ$  درصد به صورت انرژی جنبشی محصولات درمی‌آید تا با تکانه اولیه زیاد ذره فرودی متوازن شود. برای تولید ذره‌ای به انرژی  $1^\circ\text{GeV}$  نه دو برابر این مقدار، بلکه چهار برابر انرژی لازم است.

بدیهی است که این موضوع از نظر فیزیکدانان ذرات بنیادی، که برای رسیدن به هدفشان، یعنی تولید ذرات با جرم بیشتر، باید شتابگرهای پر قدرت تر بسازند، چندان خوشایند نیست. یکی از راه‌های خروج از این مشکل انجام آزمایش در چارچوب CM است، که کارایی آن در آستانه تولید ذرات جدید  $1^\circ$  درصد خواهد بود — چیزی از انرژی جنبشی اولیه صرف انرژی جنبشی محصولات واکنش، که در چارچوب CM ساکن‌اند، نمی‌شود. بنابراین، در یک برخورد رودرو می‌توان در برخورد دو پروتون به انرژی  $25\text{GeV}$  یک ذره  $5^\circ\text{GeV}$  تولید کرد. البته، این بهره زیاد در کارایی، به قیمت مشکلات فنی در انجام این برخورد به دست می‌آید. اکنون شتابگرهایی با باریکه‌های برخوردکننده مشغول کارند که در آنها باریکه‌های ذرات (چون الکترون‌ها و پروتون‌ها) را می‌توان گاهی به برخورد با یکدیگر داد. مثلاً، در شتابگر فرمی‌لب (عکس رنگی ۱۴)، باریکه‌های پروتون و پادپروتون (هریک به انرژی  $1^\circ\text{TeV} = 1000^\circ\text{GeV}$ ) در حلقه در جهت‌های مخالف می‌چرخند و در هر دور یک بار با هم برخورد می‌کنند. سایر شتابگرها با باریکه‌های برخوردکننده الکترون‌ها و پوزیترون‌ها با انرژی  $5^\circ\text{GeV}$  تا  $1^\circ\text{GeV}$  را گرد هم می‌آورند. در هر مورد، همه انرژی موجود می‌تواند صرف تولید ذرات جدید شود.

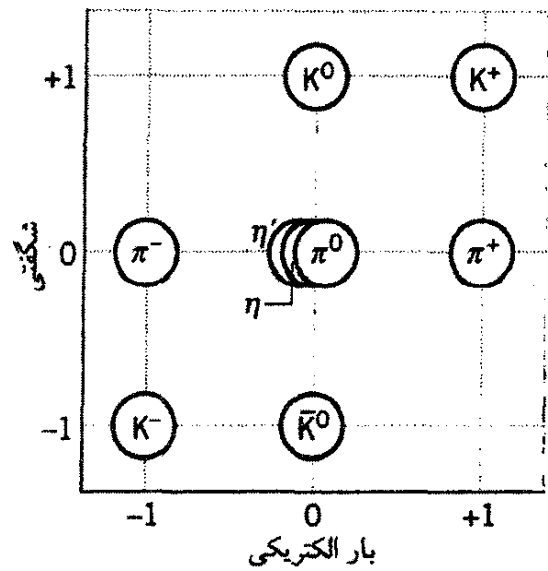
## ۱۴-۸ مدل کوآرک

اگرچه انواع و ویژگیهای ذرات بنیادی مجموعه‌ای پیچیده و بی‌نظم به نظر می‌رسند، اما نظم نهفته‌ای وجود دارد که نشان می‌دهد سادگی چشمگیری در کار است. این نظم را می‌توان با ترسیم نمودار شگفتی در امتداد محور  $l$  و بار الکتریکی در امتداد محور  $x$  نشان داد. اگر خانواده ذرات را در محل مناسب آنها در نمودارها قرار دهیم، نقشهای هندسی منظمی به دست می‌آیند. شکل ۱۴-۱۰ تا ۱۴-۱۲ این طرحها را برای مزونهای با جرم کم و اسپین  $0^\circ$ ، باریونهای با اسپین  $1/2^\circ$ ، و باریونهای با اسپین  $3/2^\circ$  نشان می‌دهد. در سال ۱۹۶۴ موری گل‌مان و جورج تسوایگ به طور مستقل و همزمان با یکدیگر متوجه شدند که این نقشهای منظم دال بر ساختار نهفته این ذرات

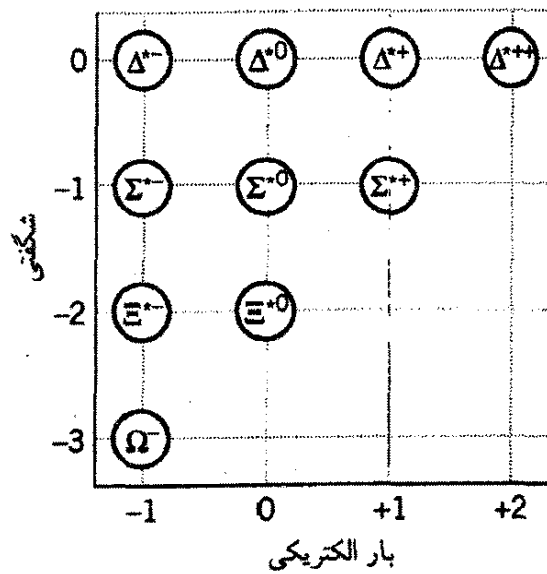




شکل ۱۱-۱۴ رابطه بین بار الکتریکی و شگفتی باریونهای با اسپین ۱/۲.



شکل ۱۰-۱۴ رابطه بین بار الکتریکی و شگفتی مزونهای با اسپین ۰.



شکل ۱۲-۱۴ رابطه بین بار الکتریکی و شگفتی باریونهای با اسپین ۳/۲.

است. آنها نشان دادند که اگر مزونها و باریونها از سه ذره بنیادی، که به زودی کوآرک نامیده شدند، تشکیل شده باشند می‌توان به این نقشها دست یافت. این سه کوآرک، به نامهای بالا (u)، پایین (d)، و شگفت (s)، دارای مشخصاتی هستند که در جدول ۱۴-۷ آمده است. به زودی خواهیم دید که اکنون برای به حساب آوردن تمام مزونها و باریونهای شناخته شده به شش کوآرک نیازمندیم. اکنون بینیم مدل کوآرک چگونه در مورد مزونها کار می‌کند. چون اسپین کوآرکها ۱/۲ و اسپین مزونها صفر است، ساده‌ترین طرح عبارت است از ترکیب دو کوآرک با اسپینهایی در خلاف جهت یکدیگر، تا یک مزون تشکیل شود. اما عدد باریونی مزونها عبارت است از  $B = 0$ ، درحالی‌که

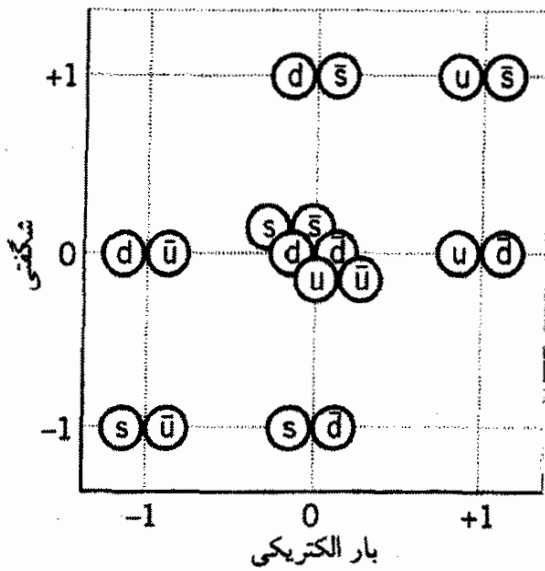
جدول ۷-۱۴ ویژگیهای سه کوارک اولیه

نام	نماد	بار (e)	اسپین ( $\hbar$ )	عدد باریونی	شگفتی	پادکوارک
بالا	u	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	۰	$\bar{u}$
پایین	d	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	۰	$\bar{d}$
شگفت	s	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	-۱	$\bar{s}$

جدول ۸-۱۴ ترکیبهای کوارک - پادکوارک ممکن

ترکیب	بار (e)	اسپین ( $\hbar$ )	عدد باریونی	شگفتی
u $\bar{u}$	۰	۰	۰	۰
u $\bar{d}$	+۱	۰	۰	۰
u $\bar{s}$	+۱	۰	۰	+۱
d $\bar{u}$	-۱	۰	۰	۰
d $\bar{d}$	۰	۰	۰	۰
d $\bar{s}$	۰	۰	۰	+۱
s $\bar{u}$	-۱	۰	۰	-۱
s $\bar{d}$	۰	۰	۰	-۱
s $\bar{s}$	۰	۰	۰	۰

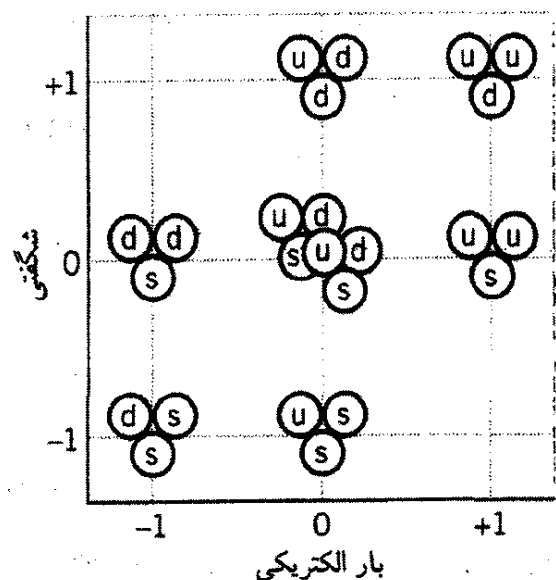
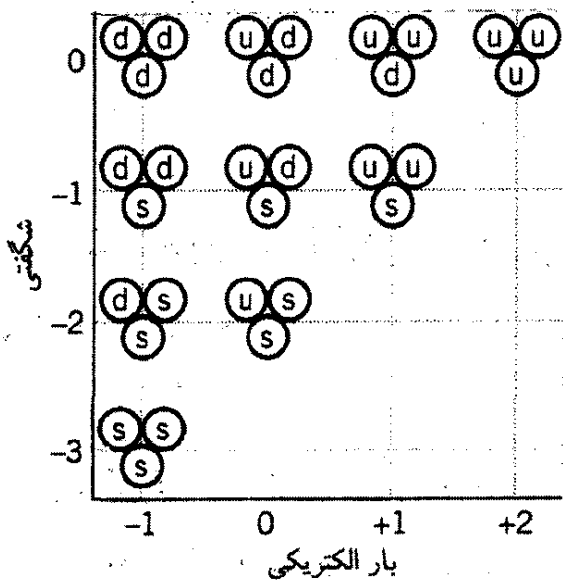
برای ترکیب در کوارک  $B = +\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = +\frac{2}{3}$ . از سوی دیگر، ترکیب یک کوارک و یک پادکوارک به  $B = 0$  منجر خواهد شد، زیرا برای پادکوارک:  $B = -\frac{1}{3}$ . مثلاً، فرض کنید یک کوارک u را با یک  $\bar{d}$  کوارک ("پادته") ترکیب کرده‌ایم تا  $u\bar{d}$  به دست آید. این ترکیب دارای اسپین صفر و بار الکتریکی  $+e = \frac{2}{3}e + \frac{1}{3}e$  است. (یک کوارک d دارای بار  $\frac{1}{3}e -$  است، پس بار  $\bar{d}$  برابر است با  $+\frac{1}{3}e$ ). ویژگیهای این ترکیب مانند  $\pi^+$  است، بنابراین ترکیب  $u\bar{d}$  را مربوط به مزون  $\pi^+$  می‌دانیم. با ادامه این روش، نه ترکیب ممکن یکی از سه کوارک اولیه جدول ۷-۱۴ را با یک پادکوارک می‌یابیم که در جدول ۸-۱۴ آمده است، و با ترسیم این نه ترکیب روی یک نمودار، شگفتی برحسب بار الکتریکی شکل ۱۳-۱۴ را به دست می‌آوریم که مانند شکل ۱۴-۱۰ است. در باریونها  $B = +1$  و اسپین آنها  $\frac{1}{2}$  یا  $\frac{3}{2}$  است، که بلافاصله نشان می‌دهد، باریونها از سه کوارک تشکیل شده‌اند. ۱۰ ترکیب ممکن این سه کوارک در جدول ۹-۱۴ درج شده‌اند، و



شکل ۱۳-۱۴ ترکیبهای کوارک - پادکوارک با اسپین  $\frac{1}{2}$ ؛ با شکل ۱۰-۱۴ مقایسه کنید.

جدول ۹-۱۴ ترکیبهای ممکن سه کوارک

شگفتی	عدد باریونی	اسپین ( $\hbar$ )	بار (e)	ترکیب
۰	+۱	$\frac{3}{2}$	+۲	uuu
۰	+۱	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	+۱	uud
۰	+۱	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	۰	udd
-۱	+۱	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	+۱	uus
-۲	+۱	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	۰	uss
-۱	+۱	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	۰	uds
۰	+۱	$\frac{3}{2}$	-۱	ddd
-۱	+۱	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	-۱	dds
-۲	+۱	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	-۱	dss
-۳	+۱	$\frac{3}{2}$	-۱	sss



شکل ۱۴-۱۴ ترکیبهای با اسپین ۱/۲ سه کوآرک؛ شکل ۱۴-۱۵ ترکیبهای با اسپین ۳/۲ سه کوآرک؛  
با شکل ۱۱-۱۴ مقایسه کنید. با شکل ۱۲-۱۴ مقایسه کنید.

می‌توانیم آنها را در دو نقش شکل‌های ۱۴-۱۴ و ۱۵-۱۴ منظم کنیم، که با آنچه برای باریونهای اسپین ۱/۲ و اسپین ۳/۲ به دست آوردیم، یکسان است.

با استفاده از مدل کوآرک - پادکوآرک می‌توان واپاشیها و واکنشهای ذرات بنیادی را بر مبنای دو قاعده زیر تحلیل کرد:

۱. زوجهای کوآرک - پادکوآرک را می‌توان از کوانتومهای انرژی تولید، و برعکس می‌توان آنها را به کوانتومهای انرژی تبدیل کرد. مثلاً،

$$d + \bar{d} \rightarrow \text{انرژی} \quad \text{یا} \quad \text{انرژی} \rightarrow u + \bar{u}$$

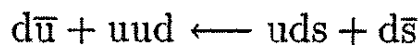
این انرژی می‌تواند به صورت پرتوهای گاما (مانند حالت تابودی الکترون - پروتون) باشد و یا به سایر ذرات در واپاشی یا واکنش منتقل شود یا آنها را تشکیل دهد.

۲. برهم‌کنش ضعیف می‌تواند یک کوآرک را با گسیل یا جذب یک  $W^+$  یا  $W^-$  به کوآرک دیگر تبدیل کند. مثلاً،  $s \rightarrow u + W^-$ . سپس  $W^-$  از طریق برهم‌کنش ضعیف چون  $W^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$  و امی باشد. برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و ضعیف نمی‌توانند یک نوع کوآرک را به نوع دیگر تبدیل کنند.

مثال ۱۴-۸

(الف) واکنش  $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$  و (ب) واپاشی  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  را برحسب کوآرکهای تشکیل دهنده آنها تحلیل کنید.

حل: (الف) واکنش را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:



هر طرف حاوی یک کوارک  $u$  و دو کوارک  $d$  است، که بر اثر واکنش تغییر نمی‌کنند. تبدیلهای باقیمانده عبارت‌اند از:



$\bar{u}$  و  $u$  نابود می‌شوند، و از انرژی حاصل  $s$  و  $\bar{s}$  به وجود می‌آید.

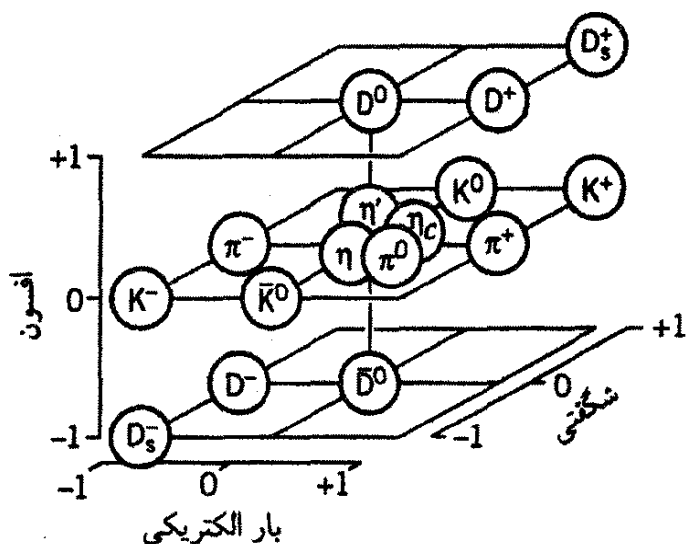
(ب)  $\pi^+$  دارای ترکیب کوارکی  $u\bar{d}$  است. چون در حالت نهایی  $(\mu^+ + \nu_\mu)$  هیچ کوارکی وجود ندارد، باید راهی برای خلاص شدن از شر کوارکها بیابیم. یک راه ممکن تغییر کوارک  $u$  به یک کوارک  $d$  است:  $u \rightarrow d + W^+$ . فرایندهای باقیمانده به صورت زیرند



شاید پی برده باشید که بعضی مزونهای سنگین‌تر در جدول ۱۴-۵ در شکل ۱۴-۱۰ یافت نمی‌شوند، و نمی‌توان آنها را از جمله ترکیبهای کوارک - پادکوارک جدول ۴-۸ به شمار آورد. پس این ذرات در کجای طرح ما قرار می‌گیرند؟

در سال ۱۹۷۴ یک مزون جدید  $\psi$  (پسی) با انرژی سکون  $3.1 \text{ GeV}$  کشف شد. انتظار می‌رفت که این مزون جدید در زمان مشخصه برهم‌کنش قوی حدود  $10^{-23}$  به مزونهای سبک‌تر واپاشد. اما، طول عمر آن با سه مرتبه بزرگی به حدود  $10^{-20}$  s افزایش یافته بود، و محصولات واپاشی آن  $e^+$  و  $e^-$  بودند، که بیشتر مشخصه یک فرایند الکترومغناطیسی به حساب می‌آیند. چرا مسیر واپاشی از طریق برهم‌کنش قوی برای این ذره مسدود است؟ این مسئله به کمک این فرض حل می‌شد که بنابر آن  $\psi$  از یک کوارک جدید  $c$ ، به نام کوارک افسون، و پادکوارک آن،  $\bar{c}$ ، تشکیل شده است. وجود کوارک  $c$  چهار سال قبل از آن برای توجیه مشاهده نشدن واپاشی  $K^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  پیش‌بینی شده بود، که هیچ قانون قبلاً شناخته شده‌ای را نقض نمی‌کند، اما مشاهده نمی‌شود.

کوارک  $c$ ، که حامل بار  $2/3+$  است، ویژگی دیگری به نام افسون دارد که تا حدی شبیه شگفتی است. به کوارک  $c$  یک عدد کوانتومی افسون  $C = +1$  (و به پادکوارک آن،  $\bar{c}$ ، عدد افسون  $C = -1$ ) را نسبت می‌دهیم. برای بقیه کوارکها  $C = 0$ . اکنون می‌توانیم با ترکیب کوارک  $c$  با پادکوارکهای  $\bar{u}$ ،  $\bar{d}$ ، و  $\bar{s}$  و با ترکیب پادکوارک  $\bar{c}$  با کوارکهای  $u$ ،  $d$ ، و  $s$  مجموعه جدیدی از مزونها را



شکل ۱۴-۱۶ رابطه بین بار الکتریکی، شگفتی، و افسون برای مزونهای با اسپین ۰

بسازیم؛ اکنون ۱۶ مزون داریم، و نمودارهای دوبعدی شکل‌های ۱۴-۱۰ و ۱۴-۱۳ باید سه‌بعدی شوند تا محور C را نمایش دهند (شکل ۱۴-۱۶). همه این مزونهای جدید، به نام D، در آزمایشهای برخورد در انرژیهای زیاد مشاهده شده‌اند.

در سال ۱۹۷۷، همین رشته رویدادها برای یک مزون دیگر  $\Upsilon$  (اوپسیلون) تکرار شد. انرژی سکون آن  $9.5 \text{ GeV}$  تعیین شد، و مجدداً واپاشی آن تا حدود  $10^{-20} \text{ s}$  کند شده بود و به جای مزونها به  $e^+ + e^-$  و امی‌پاشید. در اینجا نیز، یک کوارک جدید در نظر گرفته شد: کوارک b (ته) با عدد کوانتومی جدید "ته‌ای"  $B = -1$  و بار  $e/3$ .  $\Upsilon$  دارای ترکیب  $b\bar{b}$  بود، و ذرات جدیدی چون مزون B ( $b\bar{u}$ ) کشف شدند.

ششمین، و احتمالاً آخرین، کوارک در سال ۱۹۹۴ در برخوردهای پروتون-پادپروتون در فرمی‌لب کشف شد. برخوردها این کوارک جدید و پادکوارک آن را تولید کردند که هر دوی آنها به رگباری از ذرات ثانویه واپاشیدند. با اندازه‌گیری انرژی و تکانه این ذرات ثانویه، آزمایشگران توانستند جرم کوارک جدید را برابر  $1.8 \text{ GeV}$  (تقریباً برابر جرم اتم طلا) تعیین کنند. این کوارک جدید به نام t (س) معروف است و دارای ویژگی "سری" با عدد کوانتومی  $T = +1$  است.

اکنون شاید به نظر برسد که هدف اصلی را که رسیدن به سادگی بود، و انهدا-ایم (با افزودن محور "ته‌ای" به شکل ۱۴-۱۶ باید فضای چهاربعدی را تصویر کنیم!) و به سمت جایگزین کردن آرایه پیچیده‌ای از ذرات با آرایه‌ای از کوارکها حرکت می‌کنیم که به همان اندازه پیچیده است. در بخش بعد، خواهیم دید که در واقع در مسیر توصیف ساده‌ای از ذرات بنیادی حرکت می‌کنیم.

مدل کوارک کاری خیلی بیش از آراستن هندسی ذرات شکل ۱۴-۱۶ انجام می‌دهد. می‌توان از آن برای توجیه مشخصات مشاهده شده ذرات، مانند جرم و گشتاور مغناطیسی بهره گرفت، و

طول عمرهای واپاشی و احتمالهای واکنش را توجیه کرد. با همهٔ اینها، کوآرک آزاد، به رغم آزمایشهای قهرمانانه در جستجوی آنها، هرگز مشاهده نشده است. چگونه می‌توانیم اطمینان حاصل کنیم که این ذرات وجود دارند؟ در آزمایشهای پراکندگی الکترونیهای پرانرژی از پروتونها، مشاهده می‌کنیم که ذرات پراکنده شده به زاویه‌های بزرگ، بیش از آن است که با فرض توزیع یکنواخت بار الکتریکی در حجم پروتون انتظار داریم، و از تحلیل توزیع الکترونیهای پراکنده نتیجه می‌گیریم که در داخل پروتون سه شیئی نقطه مانند عامل پراکندگی به‌شمار می‌آیند. این آزمایش درست مانند پراکندگی رادرفورد است که در آن وجود هسته به‌عنوان یک جسم متراکم در داخل اتم با توزیع ذرات آلفای پراکنده در زاویه‌هایی بزرگتر از آنچه انتظار می‌رفت نشان داده شد. مانند آزمایش رادرفورد، سطح مقطع مشاهده شده به بار الکتریکی جسم پراکنده بستگی دارد، و از این آزمایشها می‌توان اندازهٔ بارهای  $2/3e$  و  $1/3e$  را برای این اجسام نقطه‌مانند استنتاج کرد. این آزمایشها دلیل روشنی بر حضور کوآرکها در داخل پروتون است.

ما هنوز نمی‌دانیم که چرا کوآرک آزاد وجود ندارد. شاید جرم آنها چندان زیاد است که هیچ شتابگری با انرژی کافی برای آزاد کردن آنها ساخته نشده است. شاید نیروی میان کوآرکی با فاصله افزایش می‌یابد (بر خلاف الکترومغناطیس یا گرانش، که با زیاد شدن فاصله کم می‌شود)، به طوری که برای جدا کردن یک کوآرک از یک نوکلئون بینهایت انرژی لازم است. یا (چنانکه هم‌اکنون تصور می‌شود) نظریهٔ بنیادی ساختار کوآرک وجود کوآرکهای آزاد را ممنوع می‌کند.

## ۹-۱۴ مدل استاندارد

مادهٔ معمولی از پروتونها و نوترونها تشکیل شده است که به نوبهٔ خود از کوآرکهای  $u$  و  $d$  تشکیل شده‌اند. مادهٔ معمولی از الکترونها نیز تشکیل شده است. در طی واپاشی پرتوزای مادهٔ معمولی، نوترینوهای الکترونی گسیل می‌شوند. بنابراین می‌توان کل عالم را متشکل از ذرات با اسپین  $1/2$  (و پادذرات آنها) دانست، که به یک زوج لپتون و یک زوج کوآرک دسته‌بندی می‌شوند:

$$(u, d) \quad \text{و} \quad (e, \nu_e)$$

در داخل هر زوج، بار ذرات یک واحد اختلاف دارد:  $-1$  و  $0$  و  $+2/3$  و  $-1/3$ .

در آزمایشهای با شتابگرهای پرانرژی، انواع جدیدی از ذرات را می‌یابیم: موئونها و نوترینوهای موئونی، به اضافهٔ مزونها و باریونها با ویژگیهای جدید شگفتی و افسون. می‌توان با یک زوج لپتون دیگر و یک زوج کوآرک دیگر ساختار این ذرات را به حساب آورد:

$$(c, s) \quad \text{و} \quad (\mu, \nu_\mu)$$

جدول ۱۴-۱۰ مشخصات کوارکها

نوع	نماد	پادذره	بار (e)	اسپین ( $\hbar$ )	عدد باریونی	انرژی سکون <sup>۱</sup> (MeV)	ویژگیها (CSTB)
بالا	u	$\bar{u}$	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	۳۰۰	۰ ۰ ۰ ۰
پایین	d	$\bar{d}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	۳۰۰	۰ ۰ ۰ ۰
افسون	c	$\bar{c}$	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	۱۵۰۰	۰ ۰ ۰ +۱
شگفت	s	$\bar{s}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	۵۰۰	۰ ۰ -۱ ۰
سر	t	$\bar{t}$	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	۱۸۰۰۰۰	۰ +۱ ۰ ۰
ته	b	$\bar{b}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	۴۷۰۰	-۱ ۰ ۰ ۰

۱. انرژی سکون مربوط به کوارکهای تشکیل دهنده است که در داخل ذرات مقیدند. انرژی سکون کوارکها مجهول است.

در اینجا نیز، ذرات به صورت زوجهایی با یک واحد اختلاف بار هستند.

حتی در انرژیهای بیشتر، نسل جدیدی از ذرات را می‌یابیم که متشکل از یک زوج لپتون (تاو و نوترینوی آن) و یک زوج کوارک (سر و ته) هستند، که این امکان را برای ما فراهم می‌آورد تا آرایش متقارن ذرات بنیادی را به صورت زوج ادامه دهیم:

$$(T, \nu_T) \quad \text{و} \quad (t, b)$$

جدول ۱۴-۱۰ شش کوارک و ویژگیهای آنها را نشان می‌دهد. جرم کوارکها را نمی‌توان مستقیماً تعیین کرد، زیرا تاکنون کوارک آزادی مشاهده نشده است. انرژیهای سکون در جدول ۱۴-۱۰ بر مبنای جرمهای "ظاهری" کوارکهای مقید در ذرات مختلف برآورده شده است. مثلاً انرژی مشاهده شده پروتون مجموع انرژیهای سکون سه کوارک تشکیل دهنده آن منهای انرژی بستگی کوارکهاست. چون انرژیهای بستگی را نمی‌دانیم، نمی‌توانیم انرژی سکون یک کوارک آزاد را محاسبه کنیم. انرژیهای سکون در جدول ۱۴-۱۰ را اغلب مربوط به کوارکهای تشکیل دهنده می‌نامند.

آیا ممکن است زوج لپتونها و کوارکهای داشته باشیم که هنوز کشف نشده‌اند؟ در اینجا، فکر می‌کنیم که پاسخ "نه" است. هر ذره‌ای را که تاکنون کشف شده است می‌توان در این طرح شش لپتونی و شش کوارکی قرار داد. به علاوه، تعداد نسلهای لپتون را می‌توان با آهنگهای واپاشی سنگین‌ترین ذرات تعیین کرد، و حد ۳ از این آزمایشها بیرون می‌آید. سرانجام، بنا به نظریه‌های



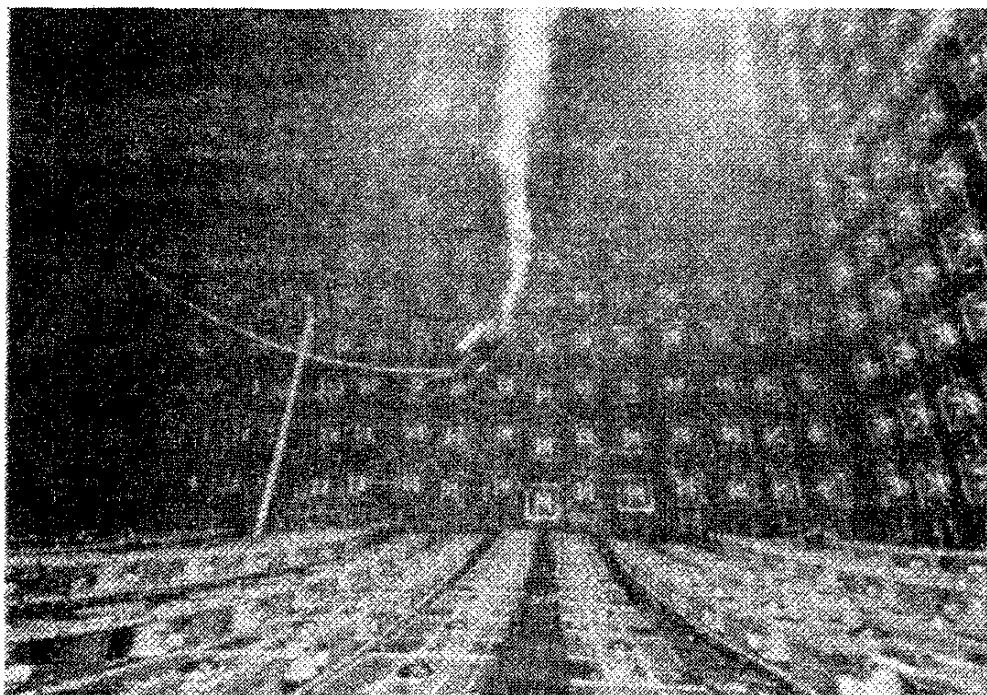
موجود اگر بیش از ۳ نوع نوترینو وجود می‌داشت. تکوین عالم به گونه‌ای متفاوت صورت می‌گرفت. نیروی قوی بین کوارکها را ذرات تبدالی به نام گلوئون حمل می‌کند، که "چسبی" است که کوارکها را در مزونها و باریونها به هم متصل می‌کند. (در واقع، به لحاظ نظری، هشت نوع گلوئون مختلف وجود دارد) نظریه‌ای به نام کرومودینامیک کوانتومی برهم‌کنش کوارکها و تبادل گلوئونها را توصیف می‌کنند. در این نظریه، ساختار داخلی پروتون متشکل از سه کوارک است که در دریایی از گلوئونهای تبدالی شناورند. گلوئونها را نمی‌توان، مانند کوارکها، مستقیماً مشاهده کرد، اما از تعدادی آزمایش می‌توان شواهد غیرمستقیمی بر وجود آنها به دست آورد.

نظریه ساختار ذرات بنیادی را که تاکنون بیان کردیم مدل استاندارد می‌گویند. این نظریه متشکل از شش لپتون و شش کوارک (و پادذرات آنها) به اضافه ذرات میدان (فوتون، ۳ بوزون ضعیف، ۸ گلوئون) است که حامل نیروهای مختلف‌اند. این نظریه در توجیه ویژگیهای ذرات بنیادی به طرز چشمگیری موفق است، اما رفتار وحدت یافته با نیروها را که از یک نظریه کامل انتظار می‌رود، ندارد.

استیون واینبرگ و عبدالسلام در سال ۱۹۶۷ با مطرح کردن نظریه الکتروضعیف اولین گام را به سوی ایجاد وحدت برداشتند. در این نظریه، برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و ضعیف جنبه‌های مختلف یک نیروی بنیادی (نیروی الکتروضعیف) در نظر گرفته می‌شوند، درست همان‌طور که نیروهای الکتریکی و مغناطیسی اجزای متفاوت یک پدیده واحد، الکترومغناطیس، هستند. این نظریه وجود ذرات  $Z$  و  $W$  را پیش‌بینی کرد؛ کشف آنها در سال ۱۹۸۳ تأیید هیجان‌انگیز این نظریه بود.

گام بعدی در این وحدت بخشیدن ترکیب نیروهای الکتروضعیف و قوی در یک برهم‌کنش واحد است. نظریه‌هایی که در این جهت می‌کوشند، نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) نامیده می‌شوند. با گنجاندن لپتونها و کوارکها در یک نظریه واحد، GUTs بسیاری از پدیده‌های مشاهده شده مانند بار کسری کوارکها و اختلاف بار واحد بین اعضای زوج کوارکها و لپتونهای هر نسل را توجیه می‌کند. GUTs همچنین پدیده‌های جدیدی، چون تبدیل کوارکها به لپتونها را پیش‌بینی می‌کند، که باعث می‌شود یک پروتون (که تاکنون آن را یک ذره مطلقاً پایدار تلقی کرده‌ایم) با طول عمر دست کم  $10^{31}$  سال به ذرات سبکتر واپاشد. جستجوهای واپاشی پروتون (با گشتن به دنبال شواهد واپاشی در حجم بزرگی از ماده؛ شکل ۱۴-۱۷) تاکنون ناموفق بوده است و حدود طول عمر پروتون تا مقدار حداقل  $10^{32}$  سال بالا برده است.

یکی دیگر از پیامدهای GUTs آن است که نوترینوها دیگر بدون جرم نیستند. حدود تجربی جرم نوترینوها (جدول ۱۴-۴) خیلی محدودکننده نیست، و جرمهای تا حدود چند الکترون ولت



شکل ۱۴-۱۷ یک اتاقک زیرزمینی، با پوشش پلاستیک، در معدن نمک مورتون در نزدیکی کلیولند. این اتاقک حاوی ۱۰۰۰۰ تن آب است که در آن ۲۰۴۸ آشکارساز معلق‌اند و به درخشهای ریز نور که بر اثر واپاشی پروتونهای آب گسیل شوند پاسخ خواهند داد.

با آزمایشها سازگارند. این جرم پیامدهای عظیمی در کیهانشناسی و در نظریه‌های تکامل و آینده عالم دارند (فصل ۱۶).

تاکنون هیچ تأیید قاطعی برای وجود هیچکدام از GUTs به دست نیامده است، همین‌طور نظریهٔ موفقی که نیروی گرانی، را در یک نظریهٔ واحد بگنجانند در دست نیست. جستجو برای وحدت بخشیدن و آزمونهای تجربی آن حوزهٔ پژوهش فعالی را در فیزیک ذرات تشکیل می‌دهد.

### پیشنهادهایی برای مطالعهٔ بیشتر

کتابهای پیشرفتهٔ فیزیک ذرات بنیادی از لحاظ ریاضی دشوار و پر از مطالب مربوط به نظریهٔ میدان و مکانیک کوانتومی نسبیتی‌اند. خوشبختانه کتابها و مقاله‌ها بسیاری در سطح عام یافت می‌شوند که می‌توان آنها را برای دستیابی به زمینه‌ای در این مبحث، خواند. این کتابها و مقاله‌های اغلب توصیفی و غیرریاضی‌اند. مثلاً، نگاه کنید به:

G. Feinberg, *What is the World Made of?* (Garden City, Anchor Press, 1977).

J. C. Polkinghorne, *The Partical Play* (Oxford, W. H. Freeman, 1981).

کتابهای عمومی دیگر که اکنون چندان به روز نیستند ولی هنوز به لحاظ دستیابی زمینه‌ای در این مورد جالب توجه‌اند، عبارت‌اند از:

- D. H. Frisch and A. M. Thorndike, *Elementary Particles* (Princeton, Van Nostrand, 1964).  
 R. Gourian, *Particles and Accelerators* (New York, McGraw-Hill, 1967).  
 C. N. Yang, *Elementary Particles* (Princeton, Princeton University Press, 1961).

کتابهای دشوارتر که هنوز حاوی مواد مقدماتی بسیارند، عبارت‌اند از

- G. D. Coughlan and J. E. Dodd, *The Ideas of Particle Physics*, 2nd ed. (Cambridge, Cambridge University Press, 1991).

برای تاریخچه کشفهای اخیر، نگاه کنید به:

- A. Pickering, *Constructing Quarks* (Chicago, University Press, 1984).  
 R. P. Crease and C. C. Mann, *The Second Creation*, (New York, Mac Millan, 1986).

یک مقدمه تاریخی و با تصاویر فراوان عبارت است از:

- F. Close, M. Marten, and C. Sutton, *The Particle Explosion*, (New York, Oxford University Press, 1987).

برای پیش‌بینیهای مربوط به وحدت توسط یکی از بنیانگذاران نظریه الکتروضعیف، نگاه کنید به:

- S. Weinberg. *Dreams of a Final Theory* (New York, Pantheon, 1992).

تحولات در زمینه فیزیک ذرات چندان سریع‌اند که کتابهای درسی در هنگام انتشار اغلب دو سال از موضوع عقب‌اند. یک منبع خوب اطلاعات جاری و عمومی درباره فیزیک ذرات مجله ساینتیفیک امریکن است که معمولاً ماه شامل یک مقاله اصلی درباره پیشرفت‌های جاری فیزیک ذرات است. یک مقاله مروری خوب در این زمینه عبارت است از:

- V. F. Weisskopf, "The Three spectroscopies", *Scientific American*, **218**, 15(May 1968).

بعضی مقاله‌های عالی در مورد مدل کوآرک عبارت‌اند از:

- S. L. Glashow, "Quarks with Color and Flavor", *Scientific American*, **233**, 38 (october, 1975).

Y. Nambu, "The confinement of Quarks", *Scientific American*, **235**, 48 (November 1976).

C. Quigg, "Elementary Particles and Forces", *Scientific American*, **255**, 84 (April 1985).

برای اطلاعات درباره آزمایشهای واپاشی پروتون، نگاه کنید به:

J. M. LoSecco, F. Reines, and D. Sinclair, "The search for proton decay", *Scientific American*, **252**, 54 (1985).

بسیاری از مقاله‌های فیزیک ذرات سایننتیفیک امریکن در کتاب زیر گردآوری شده‌اند:

*Particles and Forces: At the Heart of the Matter*, edited by R. A. Carri-gan and W. P. Trower (New York, Freeman, 1990).

## پرسشها

۱. برخی قانونهای پایستگی بر ویژگیهای بنیادی طبیعت استوارند، درحالی‌که بقیه بر مبتنی بر واپاشیهای سیستماتیک و واکنشها هستند و تاکنون مبنایی بنیادی نیافته‌اند. مبنای قانونهای پایستگی زیر را بیان کنید: انرژی، تکانه خطی، تکانه زاویه‌ای، بار الکتریکی، عدد باریونی، عدد لپتونی، شگفتی.
۲. آیا حضور نوترینوها در بین محصولات واپاشی یک ذره همواره ناظر بر آن است که برهم‌کنش ضعیف مسئول واپاشی است؟ آیا در همه واپاشیهای ضعیف نوترینو در بین محصولات واپاشی وجود دارد؟ کدام محصول واپاشی نمایانگر واپاشی الکترومغناطیسی است؟
۳. آیا همه ذرات با برهم‌کنش قوی برهم‌کنش ضعیف را هم حس می‌کنند؟
۴. اگر خانواده لپتونها دارای عضوی سبکتر از الکترون می‌بود، چارچوب علم فیزیک چه تفاوتی می‌کرد؟ اگر لپتونی سنگین‌تر از تاو وجود داشت چطور می‌شد؟
۵. فرض کنید یک پروتون با سرعت زیاد در حرکت است، به طوری‌که  $E \gg mc^2$ . آیا این پروتون می‌تواند به  $n + \pi^+$  یا  $p + \pi^0$  واپاشد؟
۶. در سیاره پادزمین، پادنوترونها بر اثر واپاشی بتاها به پادپروتون وامی‌باشند. در این واپاشی یک نوترینو گسیل می‌شود یا یک پادنوترینو؟
۷. آزمایشهایی را نام ببرید که می‌توانند میان پادنوترون و نوترون فرق بگذارند. در بین این آزمایشها می‌توانید موارد زیر را در نظر بگیرید: (الف) گیراندازی نوترون توسط یک هسته؛ (ب) واپاشی بتاها؛ (ج) اثر میدان مغناطیسی بر باریکه‌ای از نوترونها.

۸.  $\Sigma^0$  می‌تواند بدون تغییر شگفتی به  $\Lambda^0$  واپاشد، بنابراین واپاشی از طریق برهم‌کنش الکترومغناطیسی صورت می‌گیرد؛  $\Sigma^\pm$  باردار از طریق برهم‌کنش ضعیف با طول عمرهای مشخصه  $10^{-10}$  s به p یا n وامی‌باشد. چرا  $\Sigma^\pm$  نمی‌تواند از طریق برهم‌کنش قوی در زمان بسیار کوتاهتر به  $\Lambda^0$  واپاشد؟

۹. ذره  $\Omega^-$  به  $\Lambda^0 + K^-$  وامی‌باشد. چرا این ذره به  $\Lambda^0 + \pi^-$  واپاشیده نمی‌شود؟

۱۰. بگویید چرا تعداد مزونها را در واپاشیها یا واکنشها با یک "عدد مزونی" چون عدد لپتونی و عدد باریونی به حساب نمی‌آوریم؟

۱۱. لپتونها و باریونها هر دو از قانونهای پایستگی پیروی می‌کنند و هر دو فرمیون‌اند؛ مزونها تابع قانون پایستگی نیستند و بوزون‌اند. آیا می‌توانید ذره دیگری (جز مزون) را نام ببرید که دارای اسپین صحیح است و می‌تواند به تعداد نامحدود جذب یا گسیل شود؟

۱۲. آیا در واکنش بین باریونها و مزونها پادباریونها می‌توانند تولید شوند؟

۱۳. شباهتها و اختلافهای بین مشخصات فوتونها و نوترینوها را نام ببرید.

۱۴. آیا توصیف یک تشدید به‌عنوان یک ذره معین، درحالی‌که جرم آن در حدود  $20$  درصد نامعین (و در نتیجه متغیر) است منطقی به‌نظر می‌رسد؟

۱۵. چرا اغلب واکنشهای فیزیک ذرات گرماخواه ( $Q < 0$ ) هستند؟

۱۶. اگرچه باریونها با دو بار الکتریکی یافت شده‌اند، اما هیچ مزونی با دو بار تاکنون یافته نشده است. اگر مزونی با بار  $+2e$  یافت می‌شد، تأثیر آن بر مدل کوآرک چه بود؟ چگونه می‌توان این مزون را در محدوده مدل کوآرک توجیه کرد؟

۱۷. در همه تبدیلهای مستقیم کوآرکی یک تغییر بار دخیل است؛ مثلاً  $u \rightarrow d$  مجاز است (همراه با گسیل یک  $W^-$ )، اما  $s \rightarrow d$  مجاز نیست. آیا می‌توانید یک فرایند دو مرحله‌ای را نام ببرید که تبدیل یک کوآرک s به d را مجاز دارد؟

۱۸. احتمال واپاشی  $K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$  دست‌کم پنج مرتبه بزرگی کمتر از واپاشی  $K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$  است. بر مبنای پرسش ۱۷، می‌توانید بگویید چرا؟

۱۹. مزونها D با طول عمر  $10^{-13}$  s به مزونها  $\pi$  و K وامی‌باشند. (الف) چرا واپاشی بسیار کندتر از نمونه مربوط به برهم‌کنشهای قوی است؟ آیا یک عدد کوانتومی در این واپاشی پایسته نیست؟ (ب) چه برهم‌کنشی مسئول این واپاشی است؟

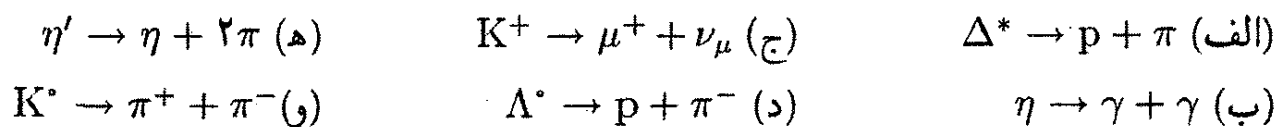
۲۰. باریونها  $\Delta^*$  با بارهای الکتریکی  $+2$ ،  $+1$ ،  $0$ ، و  $-1$  یافته شده‌اند. بر اساس مدل کوآرک، چرا انتظار  $\Delta^*$  با بار  $-2$  را ندارید؟

۲۱. اگرچه نمی‌توانیم کوآرکها را مستقیماً مشاهده کنیم، اما شواهد غیرمستقیمی دال بر وجود

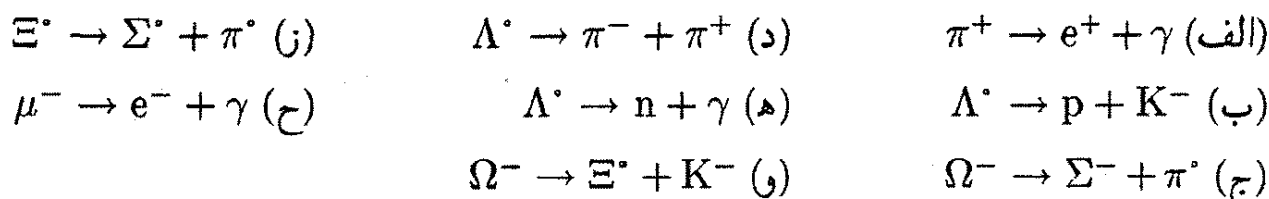
کوارکها در نوکلئونها از پراکندگی ذرات پرنرزی، مانند الکترونها به دست آمده است. وقتی طول موج الکترون در مقایسه با اندازه نوکلئون ( $\sim 1 \text{ fm}$ ) کوچک باشد، به نظر می رسد که الکترونها از اجسام فشرده سنگین بسیار کوچکتر از هسته پراکنده می شوند. این پدیده مشابه چه پدیده ای است که قبلاً در این کتاب بررسی شده است؟ آیا می توان از این پراکندگی برای استنتاج جرم جسمی که برخورد با آن صورت گرفته است استفاده کرد؟ تفاوت بین پراکندگی از یک ذره با بار  $e$  و ذره ای با بار  $2/3e$  چقدر است؟

### مسائل

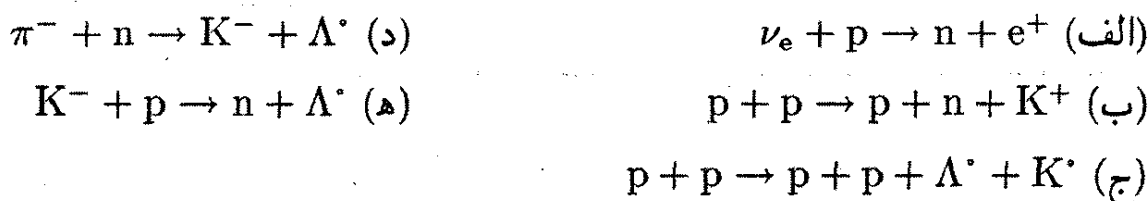
۱. برهم کنش عامل واپاشیهای زیر را مشخص کنید:



۲. قانون پایستگی را که در هر یک از واپاشیهای زیر نقض شده است نام ببرید.



۳. در هر یک از واکنشهای زیر یک (یا چند) قانون پایستگی نقض می شود. قانونی را که در هر مورد نقض شده است، مشخص کنید:



۴. جدول ۱۴-۵ فهرست محتملترین مد واپاشی مزون  $K^+$  است؛ مثال ۱۴-۴ یک واپاشی ممکن دیگر است. چهار واپاشی ممکن دیگر را نام ببرید که با توجه به قانونهای پایستگی مجازند.

۵. ذره مفقود را در واپاشیهای زیر بیابید:



۶. یک مد واپاشی ممکن پادذرات زیر را بنویسید: (الف)  $\bar{\Lambda}^0$ ؛ (ب)  $\bar{\Omega}^-$ ؛ (ج)  $\bar{K}^0$ ؛ (د)  $\bar{n}$ .

۷. مقدار  $mc^2$  را برای سه واپاشی شکل ۱۴-۳ محاسبه کنید.

۸. محاسبه مثال ۱۴-۴ را برای حالتی که در آن مزون  $\pi$  دارای انرژی جنبشی صفر است تکرار کنید، و نشان دهید که انرژی الکترون در این مورد از مقدار بیشینه کمتر است.

۹. می‌خواهیم باریکه‌ای از ذرات  $\Lambda^0$  را برای مطالعه واکنشها با پروتون تهیه کنیم. ذرات  $\Lambda^0$  در واکنشهای با یک هدف تولید می‌شوند و باید به هدف دیگری در فاصله  $2r_0 m$  منتقل شوند به طوری که دستکم نیمی از ذرات  $\Lambda^0$  در باریکه باقی بماند. سرعت و انرژی جنبشی  $\Lambda^0$  را برای این کار بیابید.

۱۰. باریون  $\Sigma^-$  در یک واکنش با انرژی جنبشی  $3642 \text{ MeV}$  تولید می‌شود. اگر ذره پس از یک عمر متوسط واپاشد، طولانی‌ترین ردی که این ذره در آشکارساز بر جای می‌گذارد چقدر است؟  
 ۱۱. عدم قطعیت در پهنای (الف)  $\eta$ ؛ (ب)  $\eta'$ ؛ (ج)  $\Sigma^0$ ؛ (د)  $\Delta^*$  را به دست آورید.

۱۲. انرژیهای جنبشی هریک از دو محصول واپاشی را در واپاشیهای زیر به دست آورید (فرض کنید ذره واپاشنده ساکن است):

$$\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 + K^- \text{ (الف)} \quad \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \text{ (ب)} \quad K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \text{ (ج)}$$

۱۳. مقدار  $Q$  را برای واپاشیهای زیر بیابید:

$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma \text{ (ه)} \quad K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \text{ (ج)} \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu \text{ (الف)}$$

$$\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0 \text{ (د)} \quad \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \text{ (ب)}$$

۱۴. یک مد واپاشی را، جز آنچه در جدول ۱۴-۶ درج شده است، برای (الف)  $\Omega$ ؛ (ب)  $\Lambda^0$ ؛ (ج)  $\Sigma^+$  بیابید که قوانین پایستگی برای آن برقرار باشد.

۱۵. در هر یک از واکنشهای زیر یک ذره مفقود وجود دارد. این ذره را در هر مورد پیدا کنید.

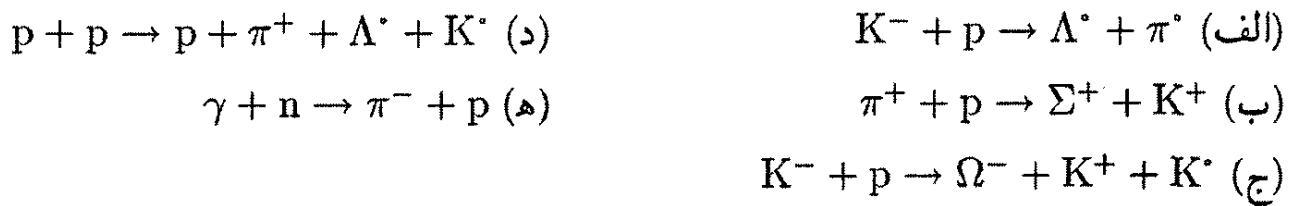
$$\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \text{ (ه)} \quad \pi^- + p \rightarrow \Xi^0 + K^0 + \text{ (ج)} \quad p + p \rightarrow p + \Lambda^+ \text{ (الف)}$$

$$K^- + p \rightarrow K^+ + \text{ (د)} \quad K^- + n \rightarrow \Lambda^0 + \text{ (د)} \quad p + p \rightarrow n + \text{ (ب)}$$

۱۶. در این مسئله معادله ۱۴-۱۳ را به شیوه اندک متفاوتی به دست می‌آورید. به شکل ۱۴-۹ نگاه کنید و فرض کنید  $M$  جرم کل محصولات واکنش باشد که با هم حرکت می‌کنند و در نتیجه می‌توان آنها را یک ذره در نظر گرفت. فرض کنید  $p_1$  تکانه  $m_1$  باشد. (الف) تکانه  $M$  چقدر است؟ (ب) رابطه‌ای برای پایستگی انرژی نسبی کل بنویسید. (ج) با ترکیب (الف) و (ب) انرژی جنبشی را به دست آورید.

۱۷. نشان دهید که در حد غیرنسبیتی معادله ۱۴-۱۳ به معادله ۱۴-۱۳ تبدیل می‌شود.

۱۸. مقدار  $Q$  را در واکنشهای زیر تعیین کنید:



۱۹. انرژی آستانه واکنشهای زیر را بیابید. در هر مورد ذره اول در حال حرکت و ذره دوم ساکن است.



۲۰. یک ذره  $K^0$  با انرژی جنبشی  $276 \text{ MeV}$  در حال حرکت به  $\pi^+$  و  $\pi^-$  وامی باشد، که در زاویه های مساوی نسبت به جهت اولیه  $K^0$  حرکت می کند. انرژیها و جهتهای حرکت  $\pi^+$  و  $\pi^-$  را بیابید.

۲۱. یک ذره  $\Sigma^-$  با انرژی جنبشی  $250 \text{ GeV}$  به  $\pi^- + n$  وامی باشد  $\pi^-$  در زاویه  $90^\circ$  نسبت به جهت حرکت اولیه  $\Sigma^-$  حرکت می کند. انرژیهای جنبشی  $\pi^-$  و  $n$  و جهت حرکت  $n$  را بیابید.

۲۲. واکنشهای زیر را برحسب محتوای کوارکی ذرات بررسی کنید:



۲۳. واپاشیهای زیر را برحسب محتوای کوارکی ذرات تحلیل کنید:



۲۴. بر مبنای شکل ۱۴-۱۶، محتوای کوارکی شش مزون  $D$  را تعیین کنید.

۲۵. مزون  $D_s^+$  ( $1969 \text{ MeV}$  = انرژی سکون،  $S = +1$ ،  $C = +1$ ؛ شکل ۴-۱۶) دارای طول

عمر  $s \times 10^{-12} \times 5$  است. (الف) کدام برهم کنش عامل واپاشی آن است؟ در بین مدهای ممکن

واپاشی  $\pi^+ + \phi$ ،  $\mu^+ + \nu_\mu$  و  $K^+ + K^0$  وجود دارند. اعداد کوانتومی  $S$  یا  $C$  در این سه واپاشی

چگونه تغییر می کند؟ (مزون  $\phi$  دارای اسپین ۱، و انرژی سکون  $1020 \text{ MeV}$ ، و محتوای کوارکی

$s\bar{s}$  است.) (ج) سه مد واپاشی را برحسب محتوای کوارکی ذرات اولیه و نهایی تحلیل کنید. (د)

چرا واپاشی به  $\pi^- + \pi^+ + K^+$  مجاز، در حالی که واپاشی به  $\pi^+ + \pi^+ + K^-$  ممنوع است.



## اخترفیزیک و نسبیت عام

اکنون به بحث دربارهٔ موضوعی می‌پردازیم که شاید بیشترین توجه بشر را به خود اختصاص داده است. مطالعهٔ عالم در بزرگ‌مقیاس، و ستارگان و کهکشانهایی که عالم از آنها تشکیل شده است. برخی جنبه‌های این مبحث، چون حرکت سیارات، را می‌توان بر مبنای گرانش نیوتونی فهمید. اما نظریهٔ نیوتون از توجیه تعدادی از مشاهدات مربوط به حرکت اجسام سماوی ناتوان است. به این منظور، به نظریهٔ دیگری به نام نظریهٔ نسبیت عام، نیاز داریم که آلبرت اینشتین در سال ۱۹۱۶ آن را پیشنهاد کرد. اگرچه ریاضیات این نظریه فراتر از سطح این کتاب است، اما می‌توانیم برخی جنبه‌های آن را جمع‌بندی و به بحث دربارهٔ پیش‌بینیهای تجربی و تأیید آنها بپردازیم. مانند مبحث نسبیت خاص، نظریهٔ نسبیت عام روش جدیدی را برای تفکر دربارهٔ فضا و زمان در اختیار ما می‌گذارد.

برای مطالعهٔ عالم و تحول آن، به جزئیات بسیاری از فیزیک جدید که قبلاً دربارهٔ آن بحث کردیم، مانند: نسبیت خاص، نظریهٔ کوانتومی، ساختار اتمی، مکانیک آماری، فیزیک هسته‌ای و ذرات نیاز داریم. در واقع، می‌توانیم جزئیات بسیاری را دربارهٔ ویژگیهای ماده در بنیادی‌ترین سطح — کوارکها و لپتونها — از مشاهدات ساختار عالم به‌دست آوریم. از این لحاظ، فیزیک دور کاملی را طی می‌کند، و از بینهایت بزرگ تا بینهایت کوچک را در برمی‌گیرد.

در این فصل، دربارهٔ نظریهٔ نسبیت عام و برخی ویژگیهای مشاهده‌ای عالم بحث می‌کنیم. در فصل بعد، ویژگیهای کلی‌تر مبدأ، سن، و ترکیب عالم را بررسی خواهیم کرد.

## ۱-۱۵ اصل هم‌ارزی

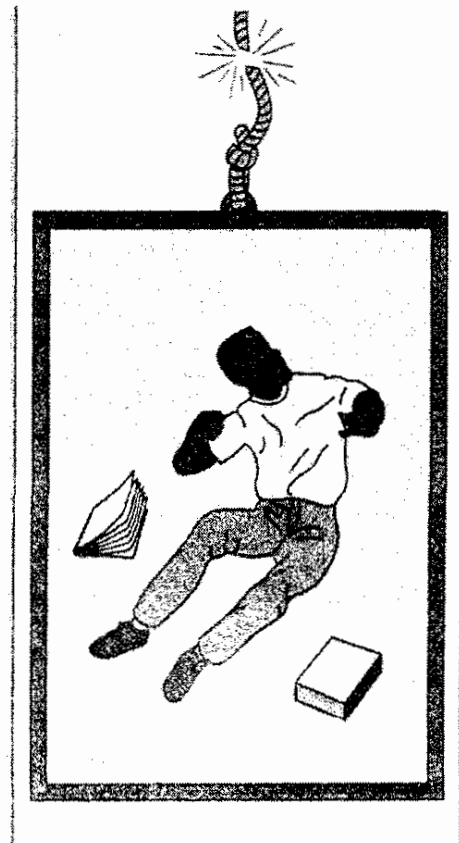
نظریهٔ نسبیت عام ناشی از یک آزمایش فکری اینشتین است که وی طی آن می‌کوشید تصور کند که چطور می‌تواند به یک باریکهٔ نور برسد. به بیان خود اینشتین:

من در ادارهٔ ثبت اختراعات برن روی صندلی نشسته بودم که ناگهان فکری به خاطرم رسید: اگر کسی به صورت آزاد سقوط کند وزن خود را احساس نخواهد کرد. این فکر ساده تأثیر عمیقی بر من نهاد. این فکر باعث شد یک نظریهٔ گرانشی را مطرح کنم.

در شکل ۱-۱۵ شخصی را در حال سقوط آزاد در دو حالت مشاهده می‌کنید؛ در حوزهٔ گرانی زمین و در فضای میان‌ستاره‌ای که در آن میدان گرانشی بسیار ضعیف است. در هر دو مورد شخص در یک اتاقک منزوی است و بنابراین نمی‌تواند اشیای خارج را ببیند و پی به حرکت اتاقک ببرد. در داخل اتاقک، این دو حالت دقیقاً هم‌ارزند؛ هیچ دستگاه اندازه‌گیری که کاملاً در داخل اتاقک قرار

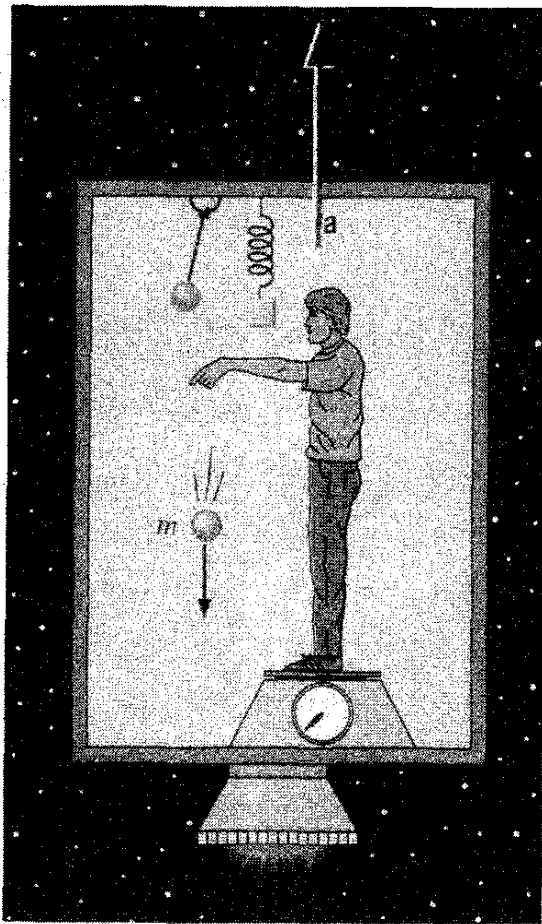


(ب)

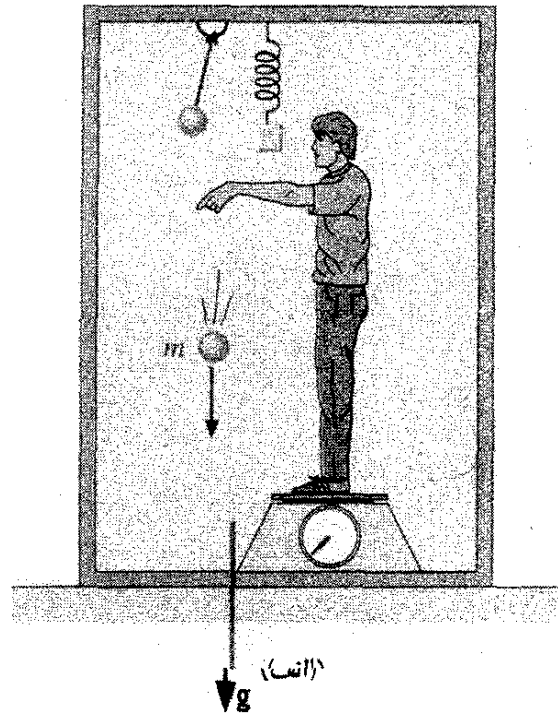


(الف)

شکل ۱-۱۵ آثار سقوط آزاد در (الف) گرانی زمین و (ب) فضای میان‌ستاره‌ای در داخل اتاقک یکسان به نظر می‌رسد.



(ب)



شکل ۱۵-۲ آثار ناشی از یک میدان گرانشی یکنواخت، و (ب) شتاب‌گیری در فضای میان‌ستاره‌ای در داخل اتاقک یکسان به نظر می‌رسد.

دارد، نمی‌تواند دو حالت را از هم تمیز دهد. شتاب  $a = g$  در میدان گرانشی  $g$  با شتاب  $g$  در یک میدان گرانشی ناچیز هم‌ارز است.

به نظر می‌رسد که شتاب می‌تواند آثار یک میدان گرانشی را از میان ببرد. حال گامی فراتر می‌نهیم و می‌پرسیم آیا شتاب می‌تواند آثار یک میدان گرانشی را تولید کند؟ اوضاع و احوالی را در نظر بگیرید که در شکل ۱۵-۲ نشان داده شده است. در یک حالت ناظر در حوالی زمین ساکن است، که در آنجا میدان گرانشی برابر است با  $g$ . در حالت دیگر، ناظر در فضای تهی قرار دارد که در آنجا میدان گرانشی تا حد چشم‌پوشیدنی کوچک است، اما موتورهای موشک طوری روشن شده‌اند که شتاب اتاقک برابر  $a = -g$  باشد. آزمایش‌های متفاوتی در اتاقک انجام می‌گیرند: یک ترازو وزن ناظر (درواقع، نیروی عمودی بین ناظر و ترازو) را نشان می‌دهد، یک توپ به زمین می‌افتد، وزنه‌ای یک فنر را می‌کشد، و یک آونگ نوسان می‌کند، همه آزمایش‌ها در دو اتاقک به نتایج یکسان ختم می‌شوند. در اینجا نیز، آزمایشی وجود ندارد که بتوان در داخل اتاقک انجام داد و بین دو حالت فرق گذاشت.

این موضوع به اصل هم‌ارزی می‌انجامد:

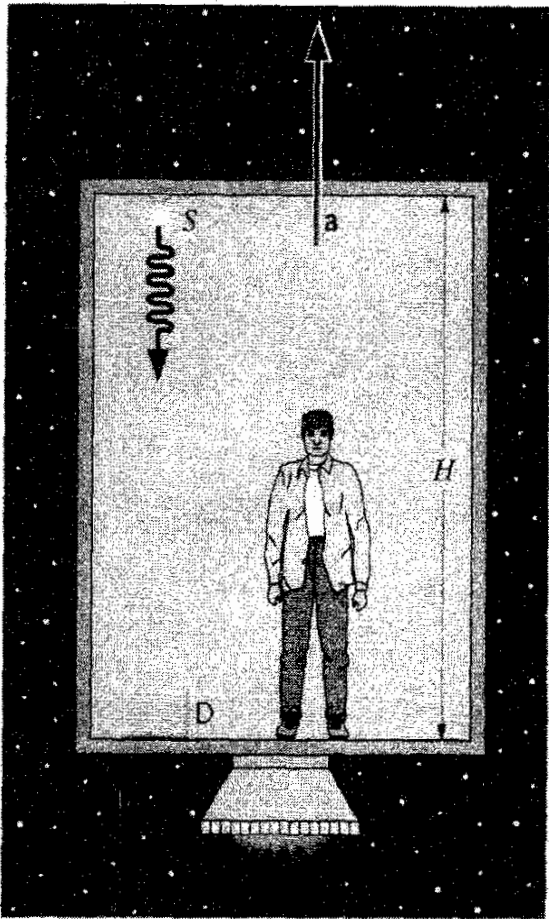
هیچ آزمایش محلی وجود ندارد که با انجام آن بتوان تا بین آثار یک میدان گرانشی یکنواخت در یک چارچوب مرجع بدون شتاب، و آثار یک چارچوب مرجع شتابدار (نالخت) فرق گذاشت.

منظور از "محلی" آن است که آزمایشها باید در داخل اتاقک انجام شوند. و همچنین اتاقک باید به اندازه کافی کوچک باشد تا میدان گرانشی یکنواخت شود. مثلاً، در نزدیکی سطح زمین همه بردارهای  $g$  موازی نیستند. جهت همه این بردارها به طرف مرکز زمین است، بنابراین زاویه کوچکی بین بردارهای  $g$  در دو طرف اتاقک وجود دارد. اگر اتاقک کوچک باشد، این اثر قابل چشمپوشی است و بردارهای  $g$  در همه جای اتاقک مانند بردارهای  $a$  در اتاقک شتابدار با هم موازی‌اند.

اصل هم‌ارزی را به صورت اندکی متفاوت (و ضعیفتر) در فیزیک مقدماتی مطرح می‌کنند، که در آنجا به صورت هم‌ارزی جرم لختی و جرم گرانشی بیان می‌شود. یعنی، جرم  $m$  که در رابطه  $F = ma$  ظاهر می‌شود (جرم لختی) با جرم  $m$  در رابطه  $F = G Mm/r^2$  (جرم گرانشی) یکسان است. این موضوع، پیامد این شکل از اصل هم‌ارزی است که همه اجسام، مستقل از جرمشان، با شتاب یکسانی در میدان گرانی زمین سقوط می‌کنند. این نتیجه‌گیری را اولین بار گالیله در آزمایش معروف (و شاید غیرواقعی) خود آزمود که در آن دو جرم مختلف را از بالای برج کج پیزا به زیر انداخت و مشاهده کرد که با آهنگ یکسانی سقوط می‌کنند. در سالهای اخیر، آزمایشهای دقیق دیگری هم‌ارزی جرم گرانشی و لختی را با دقت ۱ قسمت در  $10^{11}$  ثابت کرده‌اند.

ایشترین پی برد که اصل هم‌ارزی نه تنها در مورد آزمایشهای مکانیکی، بلکه در تمام آزمایشها، حتی آزمایشهای مبتنی بر تابش الکترومغناطیسی به کار می‌رود. ترتیب شکل ۱۵-۳ را در نظر بگیرید. در بالای اتاقک یک چشمه نور تعبیه شده که موجی با بسامد  $\nu$  گسیل می‌کند. در پایین اتاقک و در فاصله  $H$  از آن، یک آشکارساز قرار دارد که موج را مشاهده می‌کند و بسامد آن را اندازه می‌گیرد، وقتی موج نور در اتاقک شتابدار گسیل می‌شود، چشمه دارای سرعت  $u$  است، که فرض می‌کنیم در مقایسه با سرعت نور  $c$  کوچک باشد. وقتی این موج پس از زمان  $t \approx H/c$  آشکار شود، کف اتاقک با سرعت  $u + at$  حرکت می‌کند. در واقع، سرعت نسبی  $\Delta u = at$  بین چشمه و آشکارساز باعث انتقال دوپلری در بسامد می‌شود که از معادله ۲-۲۲ به دست می‌آید:

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 + \Delta u/c}{1 - \Delta u/c}} \approx \nu(1 + \Delta u/c) \quad (1-15)$$



شکل ۱۵-۳ چشمه  $S$  یک موج نور می‌گسیلد که آشکارساز  $D$  آن را ثبت می‌کند. اتاقک به طرف بالا شتاب می‌گیرد.

یا برحسب اختلاف بسامد  $\Delta\nu = \nu' - \nu$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta u}{c} = \frac{at}{c} = \frac{aH}{c^2} \quad (2-15)$$

اکنون نتیجه این آزمایش را با آزمایشی مقایسه کنیم که در اتاقکی ساکن در یک میدان گرانشی یکنواخت  $g$  انجام شده است. اگر نتیجه دو آزمایش یکی باشد (که اصل هم‌ارزی ایجاب می‌کند چنین باشد)، باید انتقال بسامد رابطه ۱۵-۲ با  $a = g$  صورت بگیرد:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{gH}{c^2} \quad (3-15)$$

بنابراین، اصل هم‌ارزی پیش‌بینی می‌کند که بسامد یک موج نور باید هنگام سقوط در میدان گرانی زمین تغییر کند.

در سال ۱۹۵۹ پوند و ربکا امکان سقوط فوتونهای  $14.4 \text{ keV}$  از واپاشی پرتوزای  $^{60}\text{Co}$  را از برج هاروارد در فاصله  $22.6 \text{ m}$ ، فراهم ساختند. تغییر بسامد انتظاری  $\Delta\nu/\nu = gH/c^2$ ، برابر بود با  $10^{-15} \times 2.46$ ؛ یعنی، آنها برای آشکارسازی این اثر، باید بسامد یا انرژی فوتون را در پایین برج با دقت حدود یک قسمت در  $10^{15}$  اندازه می‌گرفتند! اثر مؤسباور (بخش ۱۲-۱) حصول به این درجه از دقت را میسر می‌کند، و نتیجه اندازه‌گیری عبارت بود از  $\Delta\nu/\nu = (2.57 \pm 0.26) \times 10^{-15}$ ،

که با اصل هم‌ارزی سازگار است. آزمایشهای مشابه بر مبنای مقایسهٔ بسامد تابش گسیلیده از ماهواره‌ها و آنچه ایستگاههای زمینی دریافت می‌کنند، پیش‌بینیهای اصل هم‌ارزی را با دقت در حدود ۱ قسمت در ۱۰<sup>۴</sup> تأیید کرده است.

توجه کنید که در معادلهٔ ۳-۱۵ انتقال بسامد به اختلاف پتانسیل گرانشی (انرژی پتانسیل به ازای واحد جرم) چشمه و آشکارساز بستگی دارد:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{m} = \frac{(mgH - 0)}{m} = gH \quad (4-15)$$

برای ماهواره، اگرچه میدان گرانشی که تابش در آن حرکت می‌کند یکنواخت نیست، اما همین نتیجه‌گیری صدق می‌کند: انتقال بسامد هنوز تابع اختلاف پتانسیل گرانشی بین چشمه و ناظر است. مثلاً، فرض کنید که نور سطح یک ستاره به جرم  $M$  و شعاع  $R$  را ترک می‌کند. پتانسیل گرانشی در سطح عبارت است از  $V = -GM/R$ . اگر نور در زمین مشاهده شود که در آن پتانسیل گرانشی در مقایسه با ستاره ناچیز است، انتقال بسامد عبارت خواهد بود از:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\Delta V}{c^2} = -\frac{GM}{Rc^2} \quad (5-15)$$

فوتونها هنگام صعود در میدان گرانشی یک ستاره انرژی از دست می‌دهند و در نتیجه به بسامدهای کمتر و طول موجهای بلندتر منتقل می‌شوند (انتقال به سرخ). مشاهدهٔ این اثر به دو دلیل دشوار است: (۱) حرکت ستاره باعث انتقال دوپلری می‌شود که معمولاً از انتقال گرانشی بزرگتر است (بخش ۱-۱۶)؛ و (۲) خطوط طیفی بر اثر حرکت گرمایی اتمهای واقع در نزدیکی سطح ستاره به صورت دوپلری پهن می‌شوند (بخش ۳-۱۰). با همهٔ اینها، این اثر برای تعدادی ستاره از جمله خورشید تأیید شده است.

### مثال ۱-۱۵

طول موج خط  $\alpha$  لیمان در طیف هیدروژن  $121.5 \text{ nm}$  است. تغییر طول موج ناشی از انتقال گرانشی، این خط را در طیف خورشید، بیابید و آن را با پهن‌شدگی دوپلری گرمایی این خط مقایسه کنید.

حل: از معادلهٔ ۵-۱۵ داریم

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \lambda}{\lambda} &= -\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{GM}{Rc^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(1.99 \times 10^{30} \text{ kg})}{(6.96 \times 10^8 \text{ m})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})^2} \\ &= 2.12 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

انتقال طول موج عبارت است از:

$$\Delta \lambda = (2.12 \times 10^{-6})(121.5 \text{ nm}) = 0.257 \text{ pm}$$

پهنای خط طیفی، ناشی از پهن‌شدگی دوپلری گرمایی را می‌توان از نتیجه مثال ۱۰-۲، یعنی  $\Delta\lambda/\lambda = 5.5 \times 10^{-5}$  یافت، به طوری که:

$$\Delta\lambda = (5.5 \times 10^{-5})(121.5 \text{ nm}) = 6.7 \text{ pm}$$

اندازه‌گیری این تغییر کوچک طول‌موج برای این خط طیفی نسبتاً پهن دشوار است. انتظار دارید که دوران خورشید چه تأثیری در این اندازه‌گیری داشته باشد؟

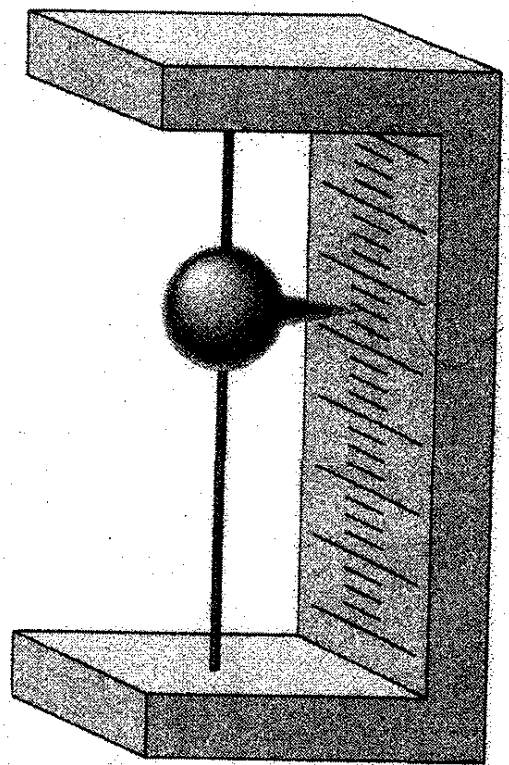
## ۲-۱۵ نظریه نسبیت عام

از نسبیت خاص می‌آموزیم که قوانین فیزیک باید در همه چارچوبهای مرجع یکسان باشند، و هیچ چارچوب مرجع ممتازی وجود ندارد که بتوان نسبت به آن سرعت مطلق یک ناظر را اندازه گرفت. از این لحاظ، به نظر می‌رسد که یک چارچوب شتابدار (نالخت) چارچوبی ممتاز است، زیرا می‌توان شتاب مطلق را تعیین کرد. در نظریه عام، اینستین در پی رفع این محدودیت بود، به طوری که حرکت برای تمام ناظرها، حتی ناظرهای شتابدار، نسبی باشد. اصل هم‌ارزی، که بنابر آن نمی‌توان شتاب را از میدان گرانشی تمیز داد، نقش ممتاز شتاب را حذف می‌کند.

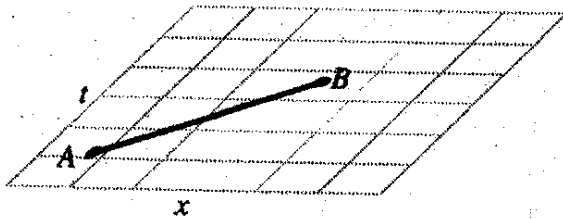
در نهایت، نسبیت عام نظریه‌ای درباره هندسه است. حرکت یک ذره را ویژگیهای مختصات فضا و زمانی که در آن در حرکت است، تعیین می‌کند. چون فضا و زمان در نسبیت عمیقاً جفت شده‌اند (مثلاً نگاه کنید به تبدیل لورنتس در بخش ۲-۵)، ما آنها را مؤلفه‌های یک دستگاه مختصات ترکیبی به نام فضازمان در نظر می‌گیریم.

هم‌ارزی بین حرکت شتابدار و گرانی حاکی از برقراری رابطه‌ای بین مختصات فضا زمان و گرانی است. در توصیف کلاسیک، می‌گوییم که حضور ماده میدانی گرانشی به وجود می‌آورد که تعیین می‌کند اجسام در پاسخ به آن چگونه حرکت می‌کنند. بنابر نسبیت عام، می‌گوییم که حضور ماده (و انرژی) باعث می‌شود که فضازمان تاب بردارد یا خمیده شود؛ در این صورت حرکت ذرات را شکل دستگاه مختصات تعیین می‌کند. گاهی می‌گویند که "هندسه به ماده می‌گوید چگونه حرکت کند، و ماده به هندسه می‌گوید چگونه خمیده شود". از پیکربندی جرم و انرژی، نسبیت عام روالی را برای محاسبه خمیدگی فضازمان به دست می‌دهد، و حرکت یک ذره یا باریکه نور پیامد مستقیم آن است.

وسیله ساده شکل ۱۵-۴، را در نظر بگیرید، که متشکل از چارچوب نگه‌دارنده سیمی است که



شکل ۴-۱۵ یک وسیله برای اندازه‌گیری شتاب گرانشی.



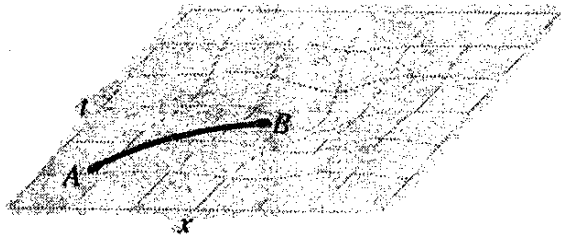
شکل ۵-۱۵ مسیر یک ذره در فضا زمان تخت که با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

مهرة کوچکی بدون اصطکاک روی آن می‌لغزد. خط‌کشی محل مهرة را مشخص می‌کند، دستگاه مختصات فضایی مهرة فقط یک بُعد دارد، و می‌توانیم حرکت مهرة را در یک دستگاه  $xt$  ترسیم کنیم، که مختصات دوبعدی فضا زمان مهرة است. مثلاً اگر مهرة با سرعت ثابت در امتداد سیم از  $x_A$  در مدت زمان  $t_A$  به  $x_B$  در  $t_B$  حرکت کند، حرکت در فضا زمان با خط راست شکل ۵-۱۵ نشان داده می‌شود.

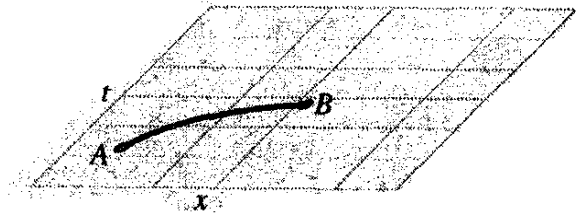
اکنون فرض کنید که دستگاه به صورت قائم روی میزی در اتاقک شتابدار قرار دارد. برای ناظر داخل اتاقک، به نظر می‌رسد که با شتاب گرفتن چارچوب به طرف بالا در امتداد اتاقک، مهرة به سمت پایین شتاب می‌گیرد. اکنون مسیر ذره در فضا زمان، مطابق شکل ۶-۱۵، خمیده است. اگر به جای شتاب میدان گرانشی هم‌ارز آن را بگذاریم، حرکت مهرة، چنانکه در داخل اتاقک مشاهده می‌شود، دقیقاً یکسان است — به نظر می‌رسد که مهرة به سمت پایین شتاب می‌گیرد. نسبت عام وضعیت را با تغییری در شکل فضا زمان توصیف می‌کند؛ حضور ماده (که آن را به لحاظ کلاسیک چشمه میدان گرانشی می‌گیریم) فضا زمان را مطابق شکل ۷-۱۵، واپیچیده می‌کند. اگر دستگاه مختصات فضا زمان را شبکه‌ای بر روی یک ورقه لاستیکی در نظر بگیریم، ماده دارای گرانش باعث کش آمدن ورقه می‌شود، و ذره در امتداد کوتاهترین مسیر در فضا زمان خمیده از  $A$  به  $B$  حرکت می‌کند.

بهتر است که بازه فضا زمان  $ds$ ، یعنی فاصله بین دو رویداد (مانند عبور ذره از نقاط متوالی)





شکل ۷-۱۵ مسیر ذره در فضا زمانی که ماده آن را خمیده کرده است. توجه کنید که مسیر مانند شکل ۶-۱۵ است.



شکل ۶-۱۵ مسیر یک ذره شتابدار در فضا زمان تخت.

را در فضا زمان دوبعدی، به صورت زیر تعریف کنیم

$$(ds)^2 = (c dt)^2 - (dx)^2 \quad (۶-۱۵)$$

این کمیت تحت تبدیل لورنتس، که می‌توانید آن را با جایگزینی  $dx'$  و  $dt'$  از معادله ۲-۲۳ ثابت کنید، ناورد است. مسیر ذره در فضا زمان را می‌توان مجموعه‌ای از بازه‌های بینهایت کوچک در نظر گرفت. چون ذره صرفاً پربند فضا زمان را دنبال می‌کند، بازه هم مسیر را تعیین می‌کند و هم نمایانگر شکل فضا زمان است.

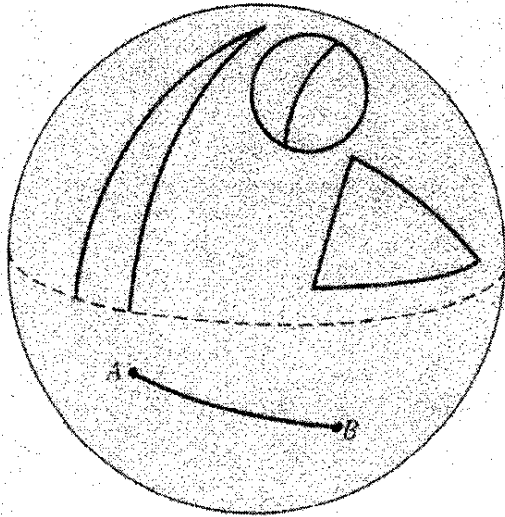
بازه معادله ۶-۱۵ و توسیع چهار بعدی آن (سه مختصه فضایی، و یک بعد زمانی) مشخصه فضای معروف اقلیدسی است، که آن را "تخت" می‌نامیم. در شکل ۸-۱۵ برخی ویژگیهای این فضا را به اختصار مشاهده می‌کنید، کوتاهترین فاصله بین دو نقطه خطی راست است، مجموع زاویه‌های یک مثلث  $180^\circ$  است، خطوط موازی هرگز به هم نمی‌رسند، نسبت محیط دایره به قطر آن  $\pi$  است، و غیره. برای مشخص کردن یک فضا زمان چهار بعدی "خمیده"، می‌توان بازه را به صورت زیر نوشت

$$(ds)^2 = g_0(cdt)^2 - g_1(dx)^2 - g_2(dy)^2 - g_3(dz)^2 \quad (۷-۱۵)$$

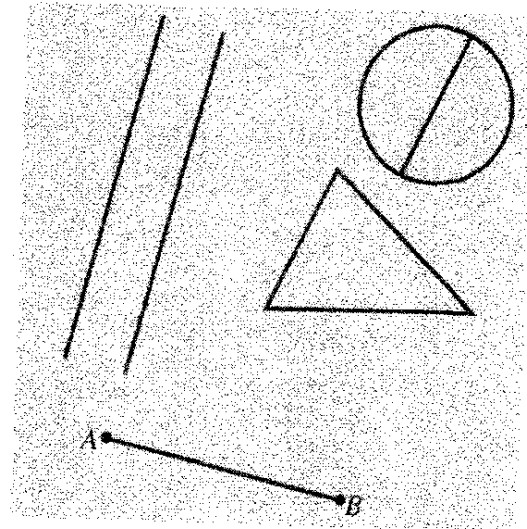
که در آن چهار ضریب  $g_i$  خمیدگی فضا زمان و انحراف آن از سرشت اقلیدسی (که برای آن همه  $g_i = 1$ ) را نشان می‌دهند.

شکل ۹-۱۵ یک هندسه خمیده نااقلیدسی یعنی سطح یک کره را نشان می‌دهد. در اینجا کوتاهترین فاصله بین نقاط، قوسی از یک دایره بزرگ است؛ مجموع زاویه‌های یک مثلث بزرگتر از  $180^\circ$  است، خطوط موازی به یکدیگر می‌رسند، و نسبت محیط دایره به قطر آن کوچکتر از  $\pi$  است. هندسه به شکل زمین در شکل ۱۵-۱۰ خمیدگی متفاوتی دارد و در آن نسبت محیط دایره به قطر آن بزرگتر از  $\pi$  است.

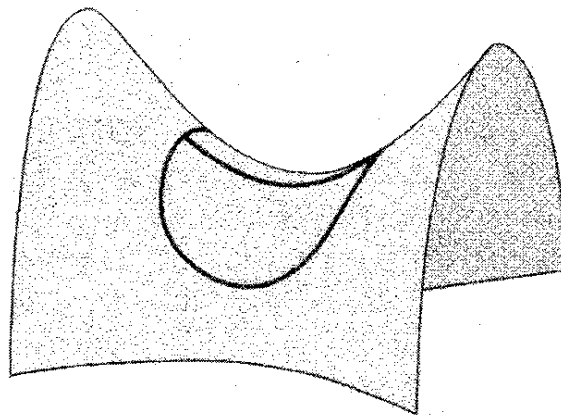
برای پی بردن به اهمیت فضا زمان خمیده، آزمایشی را مطابق شکل ۱۱-۱۵ در نظر بگیرید.



شکل ۹-۱۵ یک فضای خمیده و مشخصات هندسی ناقلیدسی آن.



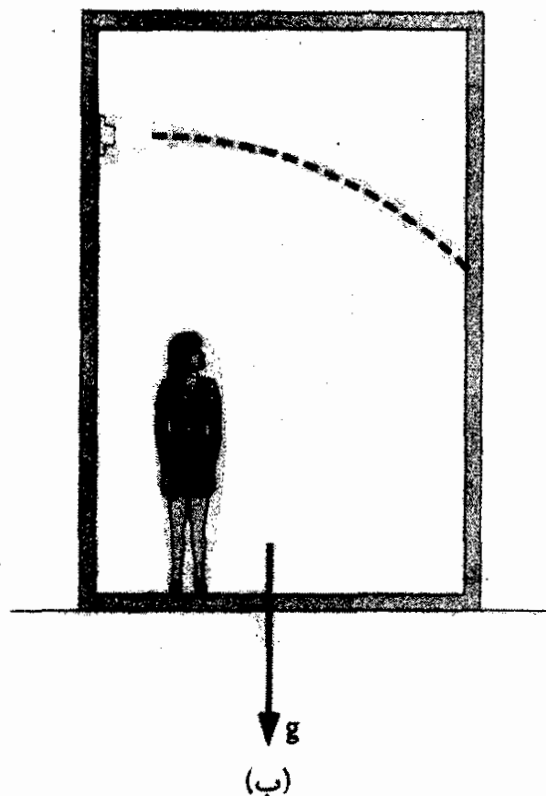
شکل ۸-۱۵ یک فضای تخت و مشخصات هندسی اقلیدسی آن.



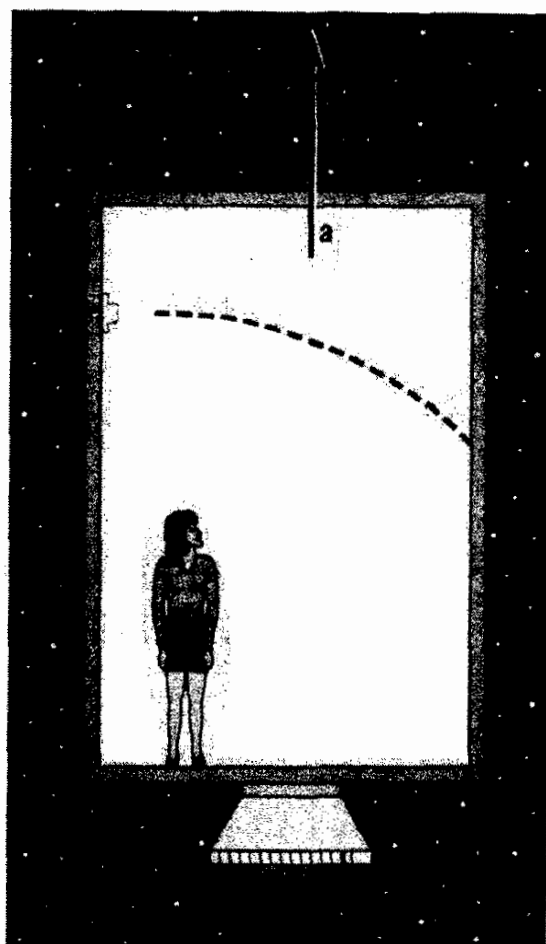
شکل ۱۰-۱۵ یک فضای خمیده دیگر.

یک چشمه نور در داخل اتاقک باریکه‌ای را گسیل می‌کند که به دیوار مقابل برخورد می‌کند. اگر اتاقک در یک چارچوب لخت و بدون میدانهای گرانشی باشد، باریکه به صورت افقی در عرض اتاقک حرکت و در نقطه‌ای با ارتفاع کمتر از چشمه به دیواره مقابل اصابت می‌کند. (این موضوع حتی وقتی اتاقک با سرعت ثابت حرکت می‌کند صادق است، و می‌توانید آنرا با استفاده از نسبیت خاص ثابت کنید.) ناظران داخل و خارج اتاقک در این مورد توافق دارند.

اگر اتاقک شتاب بگیرد، وضع فرق می‌کند. فرض کنید نور وقتی گسیل شود که اتاقک، نسبت به یک چارچوب لخت خاص، در حال سکون باشد. در این صورت باریکه نور در این چارچوب فاقد مؤلفه عرضی سرعت است و افقی حرکت می‌کند. با شتاب دار شدن اتاقک، باریکه نور مؤلفه سرعت عرضی به دست نمی‌آورد، اما سرعت اتاقک افزایش می‌یابد. از نظر ناظر لخت، باریکه در یک خط مستقیم افقی حرکت می‌کند، اما اتاقک چنان به جلو شتاب می‌گیرد که باریکه به دیوار مقابل در ارتفاعی پایینتر از چشمه به دیوار مقابل برمی‌خورد. از نظر ناظر داخل اتاقک، باریکه



(ب)



(الف)

شکل ۱۱-۱۵ (الف) به نظر ناظر داخل یک اتاقک شتابدار، باریکه نور مسیر خمیده‌ای را می‌پیماید. (ب) ناظری که در یک میدان گرانشی یکنواخت مستقر است به همین نتیجه می‌رسد.

ظاهراً مسیر خمیده شکل ۱۱-۱۵ الف را طی می‌کند و در ارتفاع پایینتری نسبت به چشمه به دیوار برخورد می‌کند.

بنابر اصل هم‌ارزی، ناظر داخل اتاقک باید همان نتیجه‌ای را ثبت کند که اگر اتاقک در یک میدان گرانشی یکنواخت ساکن می‌بود (شکل ۱۱-۱۵ ب). نسبیت عام این مشاهده را از طریق خمیدگی فضا زمان در حوالی جرمی که عامل میدان گرانشی است توجیه می‌کند. باریکه نور صرفاً کوتاهترین مسیر ممکن را در فضا زمان خمیده جستجو می‌کند، درست مانند مورچه‌ای که روی سطح کروی شکل ۹-۱۵ می‌خزد. تمام مسیرها در فضا زمان خمیده (مانند شکل ۷-۱۵) خمیده‌اند.

یافتن توجیهی دیگر برای نتیجه شکل ۱۱-۱۵ ب و سوسه‌انگیز است. مثلاً می‌توانیم فرض کنیم که هر فوتون در باریکه نور دارای یک جرم مؤثر  $m = E/c^2$  است و سپس مسیر آن در میدان گرانشی را مانند هر ذره کلاسیک به جرم  $m$  محاسبه کنیم. اما، چنانکه در بخش بعد خواهیم دید، این روش نتایجی را به بار می‌آورد که با مشاهده‌های مربوط به مسیر فوتونها در یک میدان

گرانشی سازگار نیست. خمیدگی فضا زمان که توصیف صحیح را در اختیار ما می‌گذارد، پیامد اجتناب‌ناپذیر اصل هم‌ارزی است. نسبیت عام رابطه‌ای بین خمیدگی و چگالی جرم و انرژی در فضا به دست می‌دهد، که می‌توان آن را به صورت نمادین زیر نوشت

$$(۱۵-۸) \quad (\text{چگالی جرم-انرژی}) = \frac{8\pi G}{c^4} \text{ خمیدگی فضا}$$

توجه کنید که این رابطه گرانش (ثابت نیوتون  $G$ ) و نسبیت خاص (سرعت نور  $c$ ) را یک کاسه می‌کند. اگر هیچ ماده و یا انرژی موجود نباشد، طرف راست صفر می‌شود؛ در نتیجه، خمیدگی صفر و فضا تخت است. در حد سینماتیک کلاسیک ( $c \rightarrow \infty$ ) و در حد میدانهای گرانشی ضعیف ( $G \rightarrow 0$ )، فضا تقریباً تخت است و می‌توانیم با اطمینان از نظریه گرانش نیوتونی استفاده کنیم. این حکم معادل آن است که بگوییم اگر ناحیه به اندازه کافی کوچکی از کره شکل ۱۵-۹ را در نظر بگیریم، و یا شعاع را به اندازه کافی بزرگ کنیم، هندسه تقریباً اقلیدسی است.

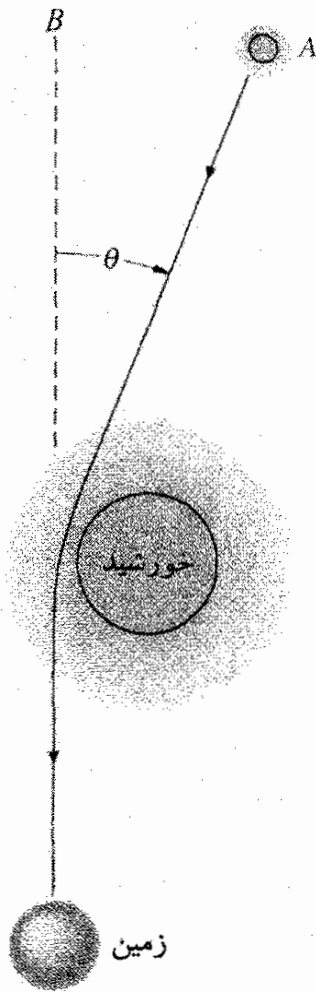
درست همان‌طور که سینماتیک کلاسیک را می‌توان حالت حدی نسبیت خاص (برای سرعتهای کم) در نظر گرفت، گرانش کلاسیک را نیز می‌توان حالت حدی نسبیت عام (برای میدانهای ضعیف) دانست. در محاسبه مدار یک ماهواره زمین یا مسیر یک کاوند فضایی به مریخ، نظریه نیوتون نتایج کاملاً رضایتبخش می‌دهد. در نزدیکی خورشید و یا ستارگان متراکم و پرجرم، فضای خمیده می‌تواند، چنانکه در بخش بعد خواهیم دید، آثار قابل مشاهده به وجود آورد.

### ۱۵-۳ آزمونهای نسبیت عام

گرانش نیوتونی و نسبیت عام اینشتین هریک پیش‌بینی‌هایی می‌کنند که می‌توان آنها را با تجربه آزمود؛ اما در اغلب شرایط اختلاف بین دو پیش‌بینی بسیار اندک است. در سطح زمین، خمیدگی فضا فقط یک قسمت در  $10^8$  قسمت است؛ یعنی نسبت خمیدگی فضای ناشی از جرم زمین به خمیدگی سطح خود زمین در حدود  $10^{-8}$  است، و انحراف از هندسه اقلیدسی فقط در این سطح به وقوع می‌پیوندد، حتی در سطح خورشید، خمیدگی فقط یک قسمت در  $10^6$  است. با همه اینها، می‌توانیم آزمایشهایی انجام دهیم که برای آشکارسازی تفاوت میان فضا زمان تخت و فضا زمان خمیده به اندازه کافی دقیق‌اند. در این بخش چند آزمایش از این نوع را بررسی می‌کنیم.

#### انحراف نور ستاره

وقتی باریکه نور ستاره‌ای از نزدیکی خورشید می‌گذرد، مطابق شکل ۱۵-۱۲، از مسیر اولیه‌اش منحرف می‌شود. به نظر می‌رسد این ستاره از مکان واقعی‌اش به اندازه زاویه  $\theta$  جابه‌جا شده است.



شکل ۱۵-۱۲ باریکه نور در گذر از نزدیکی خورشید منحرف می‌شود. برای ناظر روی زمین، ستاره‌ای که در  $A$  قرار دارد در نقطه  $B$  ظاهر می‌شود.

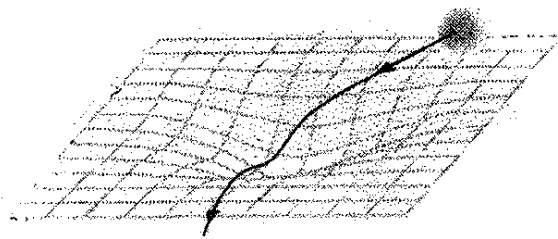
می‌توان این وضعیت را با بهره‌گیری از گرانش نیوتونی و نسبیت خاص، اختصاص جرم  $m = E/c^2$  به فوتونهای باریکه، و فرض انحراف آنها بر اثر گرانش نیوتونی تحلیل کرد. در این صورت، این آزمایش بسیار شبیه به پراکندگی رادرفورد می‌شود و از مقایسه با فرمول پراکندگی رادرفورد (مسئله ۷) می‌توان زاویه انحراف را محاسبه کرد:

$$\theta = \frac{2GM}{Rc^2} \quad (9-15)$$

که در آن  $M$  جرم خورشید و  $R$  شعاع آن است. با قراردادن اعداد، پیش‌بینی نسبیت خاص و گرانش نیوتونی نتیجه  $\theta = 87''$  را می‌دهد.

نسبیت عام دیدگاه متفاوتی ارائه می‌کند. فضا زمان در حوالی خورشید خمیده است، و باریکه نور به سادگی کوتاهترین مسیر را در فضا زمان خمیده دنبال می‌کند (شکل ۱۵-۱۳ نمایشی دوبعدی از این اثر است). بنابر نسبیت عام، انحراف انتظاری  $174''$ ، درست دو برابر مقداری است که فرمول نیوتونی پیش‌بینی می‌کند.

اندازه‌گیری این اثر نیاز به مشاهده یک باریکه نور، مانند نور یک ستاره، دارد که از حوالی لبه خورشید می‌گذرد. نور ستاره در حوالی خورشید را فقط در خلال یک کسوف کامل می‌توان



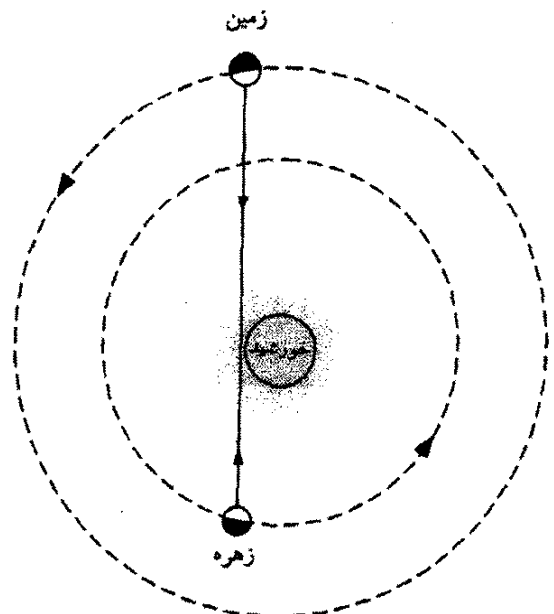
شکل ۱۵-۱۳ مسیر باریکه نور یک ستاره در فضا زمان خمیده.

مشاهده کرد. در سال ۱۹۱۹، درست چندسال پس از اینکه اینشتین نظریه نسبیت عام خود را تکمیل کرد، دو سفر اکتشافی ستاره‌شناسان بریتانیایی به آفریقا و امریکای جنوبی برای مشاهده کسوف و اندازه‌گیری تغییر ظاهری محل ستارگانی که نور آنها از لبه خورشید می‌گذشت انجام شد. نتایج آنها که زاویه انحراف  $18'' \pm 0.18''$  و  $169'' \pm 0.45''$  بود، نظریه عام جدید را به شدت تأیید کرد. در سالهای پس از این نتیجه‌های اولیه، این آزمایش تقریباً در هر کسوف کامل تکرار شده است، و سازگاری کلی با نسبیت عام در محدوده  $10^\circ$  درصد است. گسیلهای رادیویی از کوازارها نیز برای تأیید این اثر به کار رفته است، و در اینجا سازگاری با نسبیت عام در محدوده  $2^\circ$  درصد است.

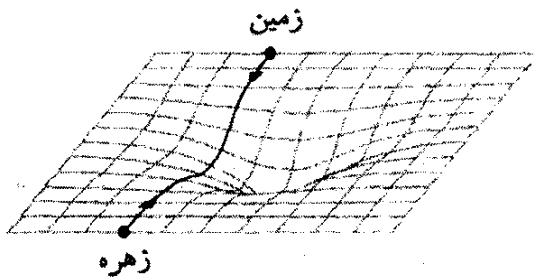
این نتایج تجربی تفاوت بارزی بین گرانی نیوتونی (حتی با در نظر گرفتن نسبیت خاص) و نسبیت عام قائل می‌شود.

### تأخیر در پژواکهای راداری

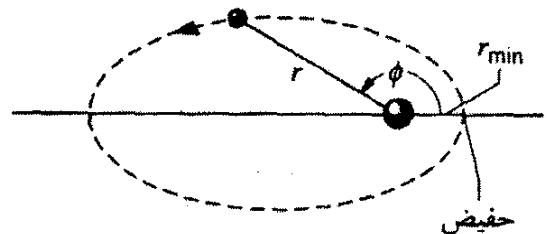
وقتی خط رابط، بین زمین و سیاره‌ای دیگر (مثلاً زهره) از خورشید بگذرد، وضعیت را "قران‌اعلی" می‌نامند که در شکل ۱۵-۱۴ نشان داده شده است. با توجه به مدارهای زمین و خورشید، می‌توان زمان لازم برای بازتاب و بازگشت یک سیگنال رادار که از زمین فرستاده شده است را از زهره محاسبه کرد (در حدود  $20$  دقیقه). در نزدیکی قران‌اعلی، سیگنال از نزدیکی خورشید می‌گذرد، و در نتیجه بنابر نسبیت عام، در یک خط راست اقلیدسی حرکت نمی‌کند، بلکه مسیری را در فضا زمان خمیده دنبال می‌کند (شکل ۱۵-۵). بنابراین، سفر رفت و برگشت سیگنال اندکی بیش از زمانی است که انتظار داریم. انتظار می‌رود که این تأخیر زمانی در حدود  $10^{-4}$  s باشد، و با دقت در حدود چند درصد تأیید شده است (حد دقت، خطاهای موجود در سطح زهره است، چون نمی‌دانیم سیگنال از یک کوه بازتابیده است یا یک دره). آزمایشهای دقیق‌تر در اواخر سالهای  $1970$  با استفاده از ارسال سیگنال بین زمین و سفینه‌های وایکینگ صورت گرفت که بر سطح مریخ فرود آمدند. در این مورد، نتیجه با دقت  $10^{-1}$ ٪ با نسبیت عام سازگار بود.



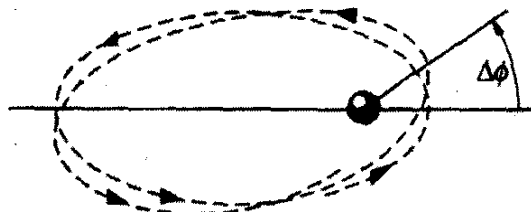
شکل ۱۴-۱۵ قران اعلای زمین و زهره.



شکل ۱۵-۱۵ مسیر یک سیگنال بین زمین و خورشید در فضا زمان خمیده.



شکل ۱۶-۱۵ مدار بیضوی یک سیاره حول خورشید.



شکل ۱۷-۱۵ حرکت تقدیمی حضيض (بسیار مبالغه آمین). پس از طی هر مدار، حضيض به اندازه  $\Delta\phi$  به پیش می رود.

### حرکت تقدیمی حضيض عطارد

یک منظومه خورشیدی ساده را، مطابق شکل ۱۵-۱۶، در نظر بگیرید که متشکل از یک تک سیاره در مداری حول ستاره ای به جرم  $M$  مانند خورشید است. بنا بر گرانس نیوتونی، مدار یک بیضی کامل است که خورشید در یکی از کانونهای آن قرار دارد. معادله بیضی عبارت است از

$$r = r_{min} \frac{1+e}{1+e \cos \phi} \quad (10-15)$$

که در آن  $r_{min}$  کمینه فاصله بین سیاره و خورشید و  $e$  خروج از مرکز مدار است (میزان نادایره ای بودن بیضی؛  $e = 0$  برای دایره). وقتی  $r = r_{min}$  می گویند سیاره در حضيض است؛ این وضعیت به ازای  $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$  به طور منظم در یک نقطه از فضا رخ می دهد. بنا بر نسبیت عام، مدار یک بیضی کاملاً بسته نیست؛ اثر فضا زمان خمیده در نزدیکی ستاره باعث می شود که حضيض، مطابق شکل ۱۵-۱۷، تا اندازه ای بچرخد. سیاره پس از پیمودن یک مدار کامل با  $\phi$  اندکی متفاوت به  $r_{min}$  برمی گردد؛ اختلاف  $\Delta\phi$  را می توان به کمک نسبیت عام محاسبه کرد، که

بنابر آن، مدار عبارت است از

$$r = r_{\min} \frac{1+e}{1+e \cos(\phi - \Delta\phi)} \quad (11-15)$$

که در آن

$$\Delta\phi = \frac{6\pi GM}{c^2 r_{\min}(1+e)} \quad (12-15)$$

برای خورشید،  $6\pi GM/c^2 = 27,8^\circ \text{km}$  و در نتیجه حتی برای کوچکترین مقدار  $r_{\min}$  (برای عطارد،  $46 \times 10^6 \text{km}$ )  $\Delta\phi$  از مرتبه  $10^{-6}$  رادیان است که مقدار بسیار کوچکی است. اما، این اثر انباشتی است؛ یعنی پس از طی هر مدار افزایش می‌یابد، و پس از  $N$  دور حضیض به اندازه  $N\Delta\phi$  جلو می‌رود. معمولاً این حرکت تقدیمی را برحسب حرکت تقدیمی کل در قرن (به‌ازای  $10^0$  سال زمینی) بیان می‌کنیم، و نمونه‌ی بعضی از مقادیر در جدول ۱-۱۵ نشان داده شده است. حرکت‌های تقدیمی انتظاری بسیار کوچک، از مرتبه چند ثانیه قوسی به‌ازای قرن، هستند، اما با وجود این بادقت بسیار اندازه‌گیری شده‌اند؛ برای سه سیاره نزدیک به خورشید، و برای سیارک ایکاروس، مقادیر اندازه‌گیری شده با پیش‌بینی‌های نسبیت عام سازگارند. در بهترین مورد، سازگاری در محدوده حدود ۱ درصد است.

انجام این آزمایشها بسیار دشوار است زیرا (جز برای عطارد و ایکاروس) خروج از مرکزها بسیار کوچک و تعیین موضع حضیض دشوار است. یک مسئله جدیتر آن است که اثرهایی، که مربوط به

جدول ۱-۱۵ حرکت تقدیمی حضیض

$N\Delta\phi$		$N$		
ثانیه قوسی به‌ازای قرن		(مدار به‌ازای هر قرن)		
مشاهده‌شده	نسبیت عام	$r_{\min}$ ( $10^6 \text{km}$ )	$e$	سیاره
$43,1 \pm 0,5$	$43,0$	$46,0$	$0,206$	عطارد
$8,4 \pm 4,8$	$8,6$	$107,5$	$0,0068$	زهره
$5,0 \pm 1,2$	$3,8$	$147,1$	$0,17$	زمین
	$1,4$	$206,7$	$0,093$	مریخ
	$0,06$	$740,9$	$0,048$	مشتری
$9,8 \pm 0,8$	$10,0$	$27,9$	$0,827$	ایکاروس



نسبیت عام نیستند، نیز وجود دارد که باعث حرکت تقدیمی ظاهری حضيض می‌شوند. در مورد عطارد، حرکت تقدیمی مشاهده شده در حدود  $56^{\circ} 1''$  به ازای هر قرن است: که از آن  $5^{\circ} 26''$  به واسطه حرکت تقدیمی اعتدالین زمین (یک اثر کلاسیک نیوتونی زمین چرخان) و  $532''$  به واسطه کشش گرانشی سایر سیارات بر عطارد است (باز هم یک اثر کلاسیک نیوتونی). فقط اختلاف  $43''$  ناشی از نسبیت عام است.

## تابش گرانشی

درست همان طور که یک بار شتابدار تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کند که با سرعت نور در حرکت است، یک جرم شتابدار هم تابش گرانشی گسیل می‌دارد که آن هم با سرعت نور حرکت می‌کند. در واقع امواج گرانشی از امواجی هستند که در فضا زمان حرکت می‌کنند. امواج حاصل از حرکت سیارات حول خورشید بسیار ضعیف‌اند و امید به آشکارسازی آنها وجود ندارد. رویدادهای فاجعه‌آمیز در عالم، چون انفجارهای ابرنواختری، و سیستمهای بسیار پرشتاب، مانند اجسام دوقلوی متراکم، ممکن است امواج گرانشی مشاهده‌پذیر تولید کنند. آشکارسازی امواج گرانشی تأیید مهم دیگری از نظریه نسبیت عام است.

مقایسه اثر موج الکترومغناطیسی عبوری بر یک بار، با یک موج گرانی عبوری را می‌توان از تأثیرش بر ماده آشکار کرد. چند آنتن برای جستجوی امواج گرانشی ساخته شده‌اند، اما تاکنون مدرک تجربی قاطعی به دست نیامده است. شواهد غیرمستقیم از رصدهای تغییر دوره مداری تپ‌اخترهای مزدوج (بخش ۱۵-۷) به دست آمده است. از روشهای تداخل سنجی نیز برای ساختن آشکارسازهای جدید جستجوی امواج گرانی استفاده شده است (عکس رنگی ۱۷).

## ۱۵-۴ تکامل ستارگان

مسئله شناخت ساختار و تکامل ستارگان بسیار پیچیده است. دیدیم که همجوشی هسته‌ای مبنای تولید انرژی در ستارگان است، اما معلومات ما درباره سطح مقطع بسیاری از واکنشهای چرخه همجوشی به اندازه کافی کامل نیست تا درباره محاسبه آهنگ وقوع آنها اطمینان داشته باشیم. (معمولاً مرکز خورشید را یک محل بسیار داغ در نظر می‌گیریم که پر از ذرات پرانرژی است، اما دمای  $10^7 K$  آن متناظر با انرژیهای جنبشی در حدود  $1 keV$  است. ما معمولاً واکنشهای هسته‌ای را در آزمایشگاههای زمینی خود در انرژیهای  $MeV$  مطالعه می‌کنیم. طرفه آنکه شناخت ما از تولید انرژی در ستارگان، نه به این خاطر که نمی‌توانیم به انرژیهای به اندازه کافی زیاد در آزمایشگاه برسیم، بلکه به علت دشواری مطالعه این واکنشها در انرژیهای کم، محدود است!)

حتی اگر معلومات ما درباره فیزیک هسته‌ای کامل بود، هنوز مشکلاتی در شناخت ساختار فیزیکی یک ستاره می‌داشتیم. مثلاً جرم و شعاع بسیاری از ستارگان را می‌دانیم، بنابراین می‌توانیم چگالی میانگین آنها را بیابیم، اما این به ما نمی‌گوید که چگالی در داخل ستارگان چگونه تغییر می‌کند. آهنگ وقوع این واکنشهای هسته‌ای بیشتر به چگالی مرکز ستاره بستگی دارد، نه به چگالی میانگین آن. دمای سطح یک ستاره را می‌توان به کمک تابشی که ستاره گسیل می‌کند تعیین کرد، اما دمای سطحی ( $10^2$  تا  $10^4$  K) از دمای داخلی ( $10^7$  K) بسیار کمتر است، و نمی‌توانیم تعیین کنیم که دما چگونه در داخل ستاره تغییر می‌کند. درخشش یک ستاره تابع این است که چگونه انرژی هسته‌ای (بیشتر پرتوهای گاما) که در واکنشهای هسته‌ای در مرکز تولید می‌شود جذب و دوباره به صورت نور مرئی تابش می‌شود، فرایندی که باز هم در داخل یک ستاره تغییر می‌کند.

بهرغم این دشواریها، می‌توانیم یک مدل به اندازه کافی منطقی از تکامل و ساختار ستارگان بسازیم. بعضی جزئیات این مدل را در این بخش بررسی می‌کنیم و در بخشهای بعد به مطالعه سرنوشت ستارگان می‌پردازیم.

کار را با یک ابر بزرگ، سرد، و پخشیده از گاز هیدروژن شروع می‌کنیم که محصول نهایی تکامل اولیه عالم است. (چنانکه در فصل بعد خواهیم دید، این ابر حاوی ۲۵ درصد هلیوم است که در این محاسبه اهمیت ندارد.) اتمها به لحاظ الکتریکی خنثی هستند، و هسته‌های آنها از هم دور است، بنابراین تنها نیرویی که باید در نظر بگیریم نیروی گرانشی بین اتمهاست. تحت تأثیر این نیرو ابر متراکم می‌شود. با کم شدن فاصله میانگین بین اتمها، انرژی پتانسیل گرانشی،  $U = -Gm_1m_2/r$ ، کم می‌شود، و برای توازن انرژی کل، انرژی جنبشی اتمها باید افزایش یابد که با افزایش دما متناظر است. با متراکم شدن ابر، اتمهای بیشتری جذب مرکز می‌شوند و در نتیجه چگالی و دما در نزدیکی مرکز با سرعتی بیش از حوالی ناحیه‌های خارجی زیاد می‌شود.

با افزایش آرام دما، گاز، درست مانند یک جسم سیاه، شروع به تابش انرژی می‌کند: هرچه دما بیشتر باشد، تابش بیشتری گسیل می‌شود. هر نقصان انرژی پتانسیل گرانشی با افزایش انرژی جنبشی  $K$  و انرژی تابشی  $E_R$  همراه است:

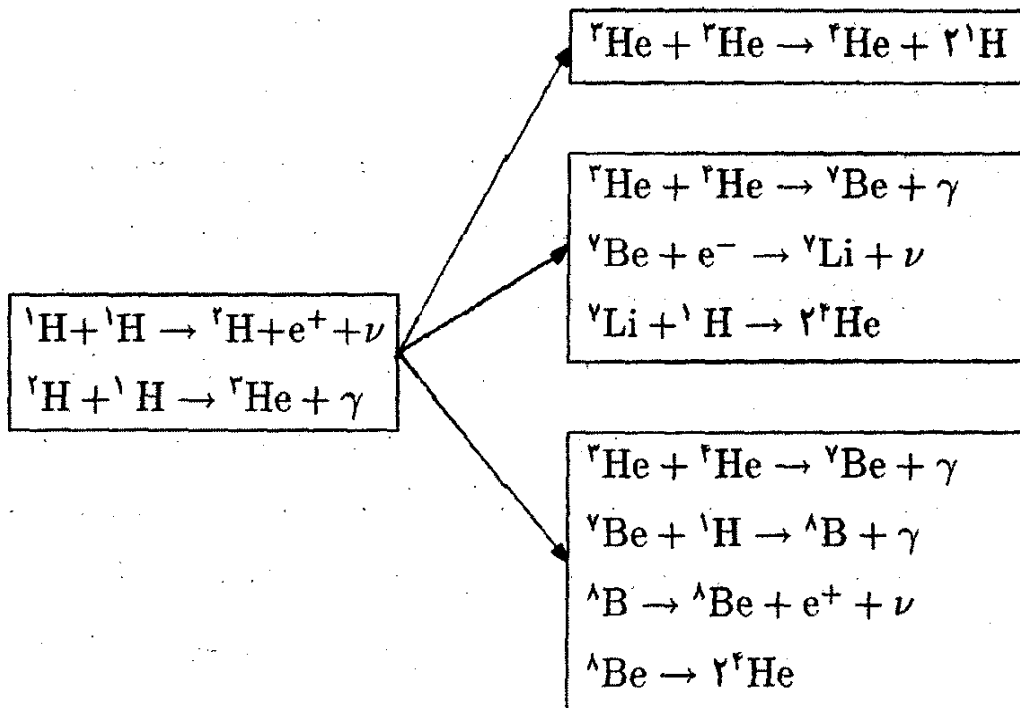
$$-\Delta U = \Delta K + \Delta E_R \quad (15-13)$$

درست مانند وقتی که یک جسم معمولی را گرم می‌کنیم، ابر شروع به درخشیدن با نور قرمز تیره می‌کند. ابعاد آن هنوز بسیار بزرگتر از ستاره نهایی، شاید  $10^5$  بار بزرگتر است و دمای آن شاید در حدود  $1000$  K باشد.

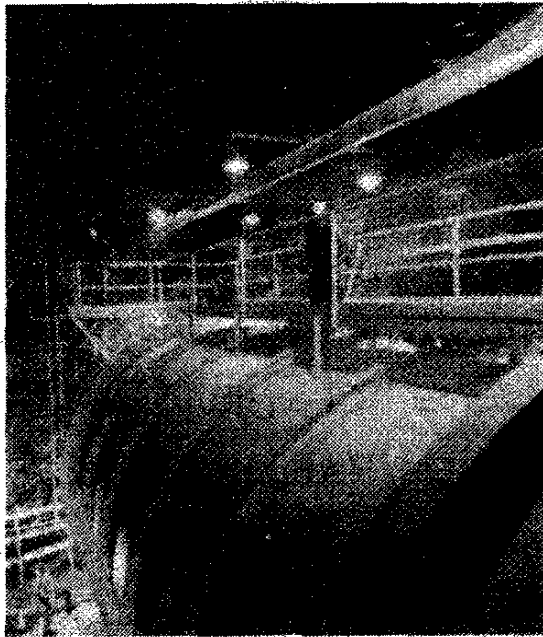
با ادامه تراکم ابر، دما، به خصوص در نزدیکی مرکز، افزایش می‌یابد. سرانجام، در دماهایی در حدود  $10^7 K$ ، واکنشهای همجوشی هسته‌ای آغاز، و یک ستاره متولد می‌شود. شاید  $10^6 y$  از شروع تراکم سپری شده باشد.

ستاره اکنون وارد دوره پایداری می‌شود، که در آن فشار برونسوی تابشی (فوتونها) که از مرکز به سطح می‌رود از تراکم بیشتر جلوگیری می‌کند. ستاره به تولید انرژی در واکنشهای همجوشی با آهننگی که توسط جرمش تعیین می‌شود ادامه می‌دهد؛ برای ستاره‌ای چون خورشید، این دوره ممکن است  $10^{10}$  سال به طول انجامد، در حالی که یک ستاره بسیار سنگین‌تر ( $10$  تا  $100$  برابر جرم خورشید) ممکن است فقط به مدت  $10^7$  سال در این مرحله بسوزد.

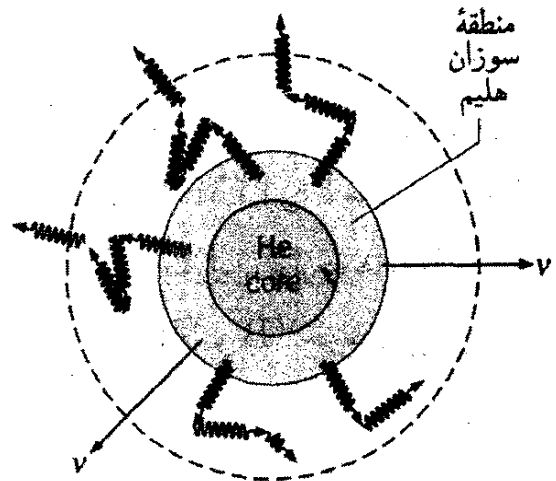
واکنشهای همجوشی بنیادی که در بخش ۱۵-۳ بررسی شدند انرژی تابشی ستاره را تأمین می‌کنند. با ترکیب چهار پروتون، یک هسته هلیوم تولید و  $26.7 MeV$  انرژی آزاد می‌شود. ستارگانی چون خورشید بیشتر انرژی خود را در چرخه پروتون-پروتون تولید می‌کنند؛ چنین ستارگانی یا برای چرخه کربن به اندازه کافی داغ نیستند، و یا کربنی در آنها وجود ندارد. (از بخش ۱۳-۵ به‌خاطر آوردن که کربن فقط نقش کاتالیزور را دارد.) با توجه به موجودی  ${}^4He$ ، سایر چرخه‌های پروتون-پروتون می‌توانند به‌وقوع پیوندند:



خورشید ما احتمالاً بخش اعظم انرژی خود را توسط مجموعه دوم این واکنشهای ممکن تولید می‌کند. هلیوم موجود در ابر گاز اولیه، همراه با آنچه در واکنش همجوشی تولید شده است، هسته‌ای را در مرکز ستاره تشکیل می‌دهد، زیرا هلیوم از هیدروژن سنگین‌تر است (شکل ۱۵-۱۸). هلیوم را لایه‌ای احاطه کرده است که در آن واکنشهای همجوشی رخ می‌دهد. شعاع خارجی این پوسته



شکل ۱۵-۱۹ آزمایش نوترینوی خورشیدی. محفظه بزرگ که در عمق بیش از یک و نیم کیلومتری زیرزمین قرار دارد حاوی ۱۰۰۰۰۰۰ گالن  $C_2Cl_2$  است.



شکل ۱۵-۱۸ مقطعی از خورشید. انرژی همجوشی در ناحیه‌ای نزدیک مرکز تولید می‌شود. پرتوهای گامای گسیلی به دفعات در منطقه‌های خارجی پراکنده می‌شوند، اما نوترینوها به راحتی نفوذ می‌کنند.

کمتراز ۱۰ درصد شعاع ستاره است. انرژی همجوشی بیشتر به صورت پرتوهای گاما (۹۵ درصد) و نوترینوها (۵ درصد) گسیل می‌شود، که به طرف سطح رهسپار و در فضا می‌تابند. پرتوهای گاما با ماده چگال خورشیدی پراکنده‌های کامپتون مکرری را انجام می‌دهند و ممکن است  $10^5$  تا  $10^6$  سال طول بکشد تا به سطح برسند - نور خورشیدی که ما امروز می‌بینیم ممکن است در واکنش‌های هسته‌ای یک میلیون سال پیش تولید شده باشد! به علاوه، پرتوهای گاما انرژی از دست می‌دهند تا به صورت فوتونهای نور مرئی درآیند، بنابراین آنچه ما می‌بینیم بیشتر مشخصه سطح خورشید است تا داخل آن. از سوی دیگر، سطح مقطع برهم‌کنش نوترینوها بسیار کوچک است، و آنها با سرعت نور مستقیماً از ماده خورشیدی می‌گذرند. بنابراین، مشاهده نوترینوهای خورشیدی راهی برای مطالعه هسته خورشید و فرایندهای هسته‌ای آن به شمار می‌آید.

آزمایشهای چندی برای مشاهده این نوترینوهای خورشیدی انجام شده است. از سال ۱۹۷۰ در یک معدن طلا در عمق بیش از یک و نیم کیلومتری زیرزمین (برای حفاظت در برابر پرتوهای کیهانی) یک آزمایش در جریان است. آشکارساز نوترینو از یک محفظه  $1000000$  گالنی از مایع شوینده تتراکلراتیلن ( $C_2Cl_4$ ) تشکیل شده است (شکل ۱۵-۱۹). وقتی یک نوترینو به آشکارساز وارد شود، هسته کلر می‌تواند آن را به دام اندازد:

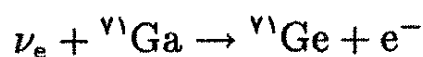


گاز آرگون بی اثر است، و به صورت حباب روانه سطح محفظه و در آنجا گردآوری می شود. این گاز پرتوزا نیز هست؛ فعالیت گاز Ar معیاری از آهنگ گیراندازی نوترینوهای خورشیدی در محفظه است.

انتظار می رود نوترینوهای بی که در واکنش p-p تولید می شوند (اولین واکنش چرخه پروتون - پروتون) قویترین مؤلفه نوترینوهای خورشیدی باشند. بیشینه انرژی آنها  $42 \text{ MeV}$  است، اما مقدار Q برای واکنش گیراندازی در  $^{37}\text{Cl}$  عبارت است از  $814 \text{ MeV}$  است. بنابراین، نوترینوهای واکنش p-p انرژی کافی برای تولید  $^{37}\text{Ar}$  را ندارند، اما نوترینوهای واپاشی  $^8\text{B}$  و  $^9\text{Be}$  چرخه پروتون - پروتون انرژی بیشتری دارند و می توانند سبب انجام واکنش شوند.

به همین دلیل، نوترینوها به راحتی از ماده خورشیدی می گذرند و احتمال اینکه هسته Cl آنها را به دام اندازد بسیار اندک است. اگرچه محفظه حاوی  $10^{20}$  اتم Cl است. آهنگ تولید  $^{37}\text{Ar}$  کمتر از یک اتم در روز است. پس از تقریباً ۲۵ سال اندازه گیری، آزمایش نشان داد که میزان نوترینوها فقط در حدود  $1/3$  مقدار پیش بینی شده بر مبنای شناخت فعلی ما از فرایندهایی همجوشی در خورشید و ویژگی نوترینوهاست.

سایر آزمایشها، از واکنش متفاوتی به منظور پی بردن به حضور نوترینوها بهره می گیرند:



مقدار Q برای این واکنش  $23 \text{ MeV}$  است، بنابراین به نوترینوهای بیشتر حاصل از واکنش p-p حساس است. آزمایشهای گالیم در حال حاضر انجام می شوند؛ در یکی از آنها از  $60$  تن فلز گالیم مایع، و در دیگری از  $30$  تن گالیم به صورت محلول استفاده شده است، آزمایشگران می توانند آهنگ گیراندازی نوترینو را در آشکارسازها تعیین کنند. هر دو آزمایش گالیم در حوالی سال  $1990$  شروع به کار کردند (باز هم در عمق زیاد در زیر زمین)، و نتایج اولیه آنها میزان نوترینوی اندکی بیشتر از آزمایش  $\text{C}_2\text{Cl}_4$  را نشان می دهد، اما نتیجه حاصل هنوز فقط در حدود  $1/2$  مقدار پیش بینی شده است.

این نتایج عجیب تاکنون توجیه نشده اند. شاید نشانه آن باشند که ما فرایند همجوشی را که در عمق خورشید به وقوع می پیوندد به درستی درک نمی کنیم، و یا شاید معلوماتمان درباره ویژگیهای نوترینو کامل نیست. مثلاً، یک نظریه این کمبود را با فرض اینکه نوترینوها بدون جرم نیستند بلکه جرم اندکی دارند توجیه می کند (که با حد بالای تجربی در جدول ۱۴-۴ سازگار است)، که تبدیل یک نوع نوترینو به نوع دیگر، مانند نوترینوهای الکترونی به نوترینوهای میونی، را مجاز می دارد. با توجه به این توجیه، کمبود نوترینوهای خورشیدی بر اثر تبدیل نوترینوهای الکترونی

به نوترینوهای موثونی یا نوع تاؤ در خلال سفرشان از خورشید صورت می‌گیرد؛ چون آزمایشها فقط به نوترینوهای الکترونی حساس‌اند، پس نوترینوهایی را که به نوع دیگر تبدیل شده‌اند از دست می‌دهند. اگرچه این نظریه تاکنون تأیید نشده است (این نظریه قانون پایستگی برای هر نوع عدد لپتونی را نقض می‌کند)، اما نسبت دادن جرم اندک غیرصفر به نوترینوها با نظریه‌های کیهانشناختی که طرفدار نوترینوهای جرم‌دار به‌عنوان توجیهی برای "جرم گمشده" در عالم‌اند، سازگار است.

## مثال ۱۵-۲

بیشینه انرژی نوترینوی گسیل‌شده در چرخه پروتون-پروتون را محاسبه کنید.  
حل: واکنش عبارت است از



به این صورت، ذرات برهم‌کنش‌کننده هسته‌ها هستند، نه اتمهای خنثی. مقدار  $Q$ ، با استفاده از انرژی معادل جرم هسته‌ها عبارت است از:

$$\begin{aligned} Q &= m_i c^2 - m_f c^2 = 2(938.280 \text{ MeV}) - 1875.628 \text{ MeV} - 0.511 \text{ MeV} \\ &= 0.421 \text{ MeV} \end{aligned}$$

چون سه ذره در حالت نهایی وجود دارد، انرژیها به‌صورت منحصر به فرد تعیین نمی‌شوند. مانند مورد واپاشی بتا، انرژی موجود بین این سه ذره تقسیم می‌شود. انرژی نوترینو وقتی بیشینه است که انرژی پوزیترون صفر باشد. این بیشینه، جز برای انرژی پس‌زنی که  ${}^2\text{H}$  باید برای پایستگی تکانه داشته باشد، برابر مقدار  $Q$  است. می‌توان نشان داد که این انرژی اندک است. وقتی نوترینو بیشینه تکانه  $0.421 \text{ MeV}/c$  را داشته باشد، انرژی پس‌زنی  ${}^2\text{H}$  عبارت است از:

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(pc)^2}{2mc^2} = \frac{(0.421 \text{ MeV})^2}{2(1875.628 \text{ MeV})} = 4.7 \times 10^{-5} \text{ MeV}$$

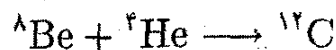
که مقداری ناچیز است. بنابراین، بیشینه انرژی نوترینو به این قرار خواهد بود:

$$(E_\nu)_{\max} = 0.421 \text{ MeV}$$

## ۱۵-۵ هسته‌زایی

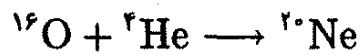
سرنوشت یک ستاره که سوخت هیدروژنش را مصرف کرده است به جرم آن بستگی دارد. به‌طور کلی پس از توقف همجوشی هیدروژن، انقباض گرانشی دوباره آغاز می‌شود. و با افزایش دما سبب انجام واکنشهای همجوشی با هلیوم و عناصر سنگینتر می‌شود. ستاره ممکن است در هنگامی که این فرایندها رخ می‌دهند، دوره‌های پایداری داشته باشد، اما یک چیز بدیهی است: ستاره وارد دوران کهنسالی می‌شود و به سرعت همه انرژی همجوشی موجود را مصرف می‌کند و می‌میرد، یا با مصرف کند انرژی باقیمانده، به‌صورت یک کوتوله سفید، و یا با انقباض تا چگالیهای بینهایت زیاد به‌صورت ستاره نوترونی یا سیاهچاله درمی‌آید، و یا می‌تواند با پرتاب همه انرژی باقیمانده (و مقدار چشمگیری از ماده‌اش) در یک انفجار به‌صورت ابرنواختر درآید که به مدت چند روز درخشش آن از کل کهکشان بیشتر می‌شود.

فرایندهای فیزیکی که در رمبش یک ستاره به‌وقوع می‌پیوندند به تفصیل در چند بخش آینده این فصل بررسی خواهند شد. در این بخش فرایندهای هسته‌ای همراه رمبش را بررسی می‌کنیم. پس از اینکه هیدروژن ستاره بر اثر واکنشهای همجوشی به هلیوم تبدیل شد، رمبش گرانشی دوباره آغاز می‌شود، و هسته ستاره در حدود  $10^7\text{K}$  تا  $10^8\text{K}$  گرم می‌شود. در این نقطه، انرژی جنبشی گرمایی کافی برای غلبه بر سد پتانسیل کولنی هسته‌های هلیوم وجود دارد، و همجوشی هلیوم می‌تواند آغاز شود. در این فرایند در یک فرایند دو مرحله‌ای سه  ${}^4\text{He}$  به  ${}^{12}\text{C}$  تبدیل می‌شود.

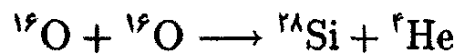
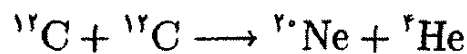


مقدار  $Q$  در اولین واکنش گرماگیر، در حدود  $92\text{keV}$  است. هسته  ${}^8\text{Be}$  ناپایدار است و در مدت زمان حدود  $10^{-16}\text{s}$  به دو ذره آلفا و می‌پاشد. با همه اینها، عامل بولتزمن  $e^{-\Delta E/kT}$  نشان می‌دهد که در  $10^8\text{K}$  تراکم  ${}^8\text{Be}$  اندک است. واکنش دوم از طریق یک تشدید ادامه می‌یابد و در نتیجه سطح مقطع آن بزرگ است: به‌رغم شکسته شدن سریع  ${}^8\text{Be}$ ، هنوز احتمال تشکیل  ${}^{12}\text{C}$  زیاد است.  $Q$ ی خالص برای این فرایند  $7.3\text{MeV}$ ، یا در حدود  $6\text{MeV}$  به‌ازای هر نوکلئون است که از  $6.7\text{MeV}$  به‌ازای هر نوکلئون در هیدروژن‌سوزی بسیار کمتر است.

وقتی  $^{12}\text{C}$  کافی در هسته تشکیل شد، واکنشهای ذره آلفای دیگر امکان‌پذیر می‌شود، مانند

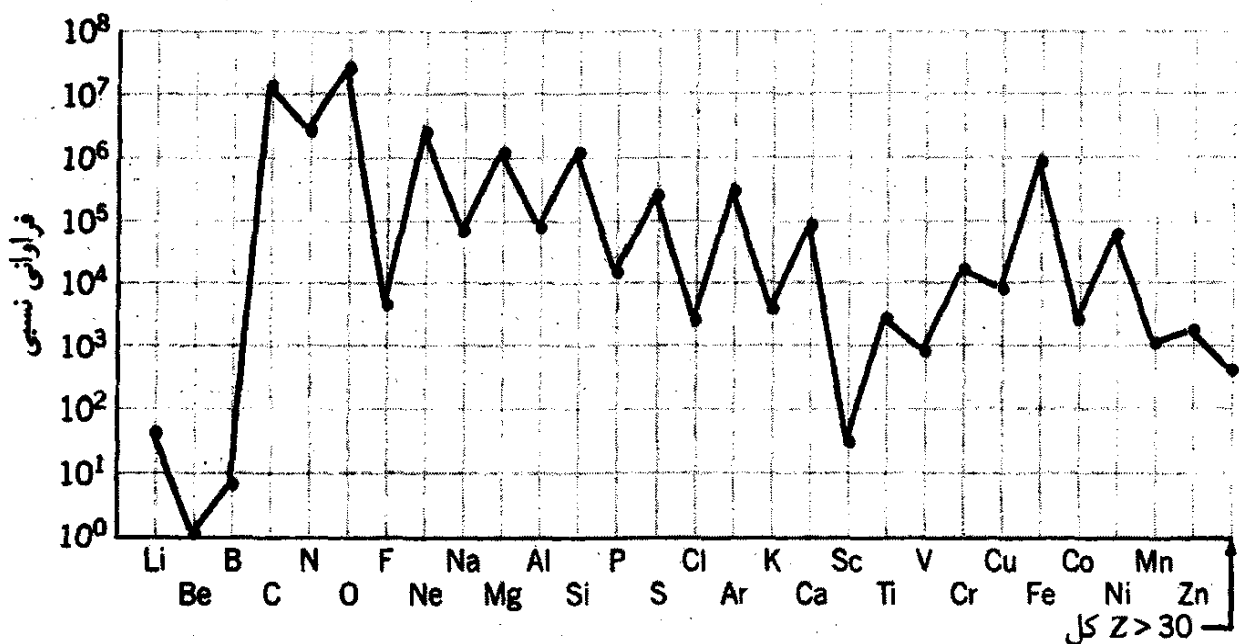


هریک از این سه واکنش گرمازا هستند، و با آزادکردن حدود چند MeV انرژی در تولید انرژی ستاره سهم می‌شوند. در دماهای باز هم بیشتر ( $10^8\text{K}$ ) کربن‌سوزی و اکسیژن‌سوزی آغاز می‌شود:



سرانجام به  $^{56}\text{Fe}$  می‌رسیم، که در این نقطه دیگر از همجوشی انرژی به دست نمی‌آید (شکل ۱۲-۴). اگر این توصیف تشکیل عناصر درست باشد، انتظار داریم که فراوانی نسبی عناصر دارای ویژگیهای زیر باشد:

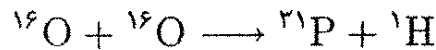
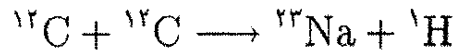
۱. فراوانی نسبی زیاد عناصر با  $Z$  - زوج؛ فراوانی نسبی اندک عناصر با  $Z$  - فرد.
  ۲. مقدار اندک و یا هیچ از عناصر بین  $\text{He}$  و  $\text{C}$  ( $\text{B}, \text{Be}, \text{Li}$ )، که در این واکنشها تولید نشده‌اند.
  ۳. فراوانی نسبی زیاد  $\text{Fe}$ ، محصول نهایی چرخه همجوشی.
- شکل ۱۵-۲۰ فراوانی نسبی عناصر سبک را در منظومه شمسی نشان می‌دهد، که با سه پیش‌بینی بالا سازگارند. فراوانی هر عنصر  $Z$  زوج ۱۰ تا ۱۰۰ برابر همسایگان  $Z$  فردش است، یک



شکل ۱۵-۲۰ فراوانیهای نسبی (وزنی) عناصر فراتر از هلیوم در منظومه شمسی.



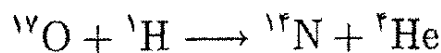
قله بارز در Fe وجود دارد، فراوانی مجموع عناصر سنگین  $Z > 30$  از همه عناصر جزئیکی، در گستره C تا Zn کمتر است، و فراوانی سه عنصر Li، Be، و B از عناصر گستره C تا Zn کمتر است. عناصر Z فرد را می توان در واکنشهای دیگر بین محصولات همجوشی تولید کرد، مثلاً:



فراوانی نیتروژن تقریباً برابر همسایگانش C و O است که فراوانترین عناصر پس از H و He هستند؛ فراوانی نیتروژن از هر عنصر Z فرد نشان داده شده و همه عناصر Z زوج با  $Z > 8$  بیشتر است. بنابراین تشکیل نیتروژن در ستارگان باید یک فرایند متعارف باشد. چون عنصر B بسیار نادر است، واکنشهای ذره آلفا در تشکیل نیتروژن نقشی ندارد. محتملترین چشمه های N عبارت اند از

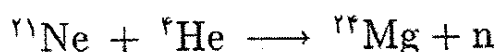
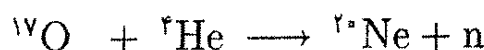
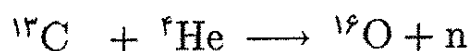


و

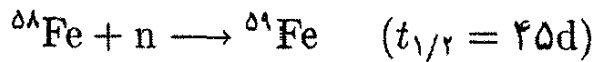
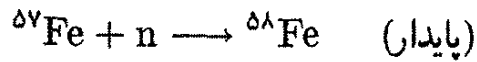
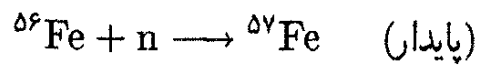


ایزوتوپهای پایدار  $^{13}\text{C}$  و  $^{17}\text{O}$  در کربن و اکسیژن طبیعی با فراوانیهای ۱٫۱ درصد و ۰٫۴ درصد یافت می شوند، که نشان می دهد واکنشهای از این نوع در واحد صورت می گیرد.

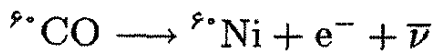
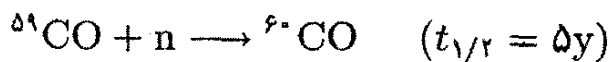
تولید عناصر فراتر از آهن نیاز به نوترون دارد، که در واکنشهایی که تاکنون مطالعه کردیم تولید نمی شود، چون نوترونها به احتمال زیاد در واکنش با هسته های گسیل می شوند که نوترون اضافی دارند. اگر ایزوتوپهای سنگین تر مانند  $^{13}\text{C}$ ،  $^{17}\text{O}$ ، یا  $^{21}\text{Ne}$  به مقدار کافی تشکیل شوند، واکنشهای زیر می توانند نوترون تولید کنند:



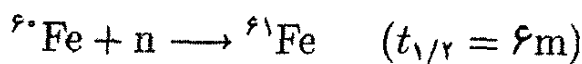
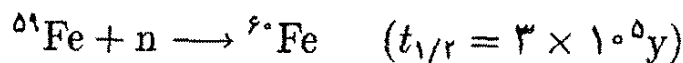
عناصر سنگین چگونه با گیراندازی نوترون تشکیل می‌شود؟ بگذارید تأثیر گیراندازی نوترون را بر  $^{56}\text{Fe}$  در نظر بگیریم:



آنچه از این پس صورت می‌گیرد به تعداد نوترونهای موجود بستگی دارد. اگر تعداد نوترونها کم باشد، احتمال مواجه شدن  $^{59}\text{Fe}$  با یک نوترون قبل از واپاشی آن به  $^{59}\text{CO}$  اندک است، و فرایند می‌تواند به صورت زیر ادامه یابد:



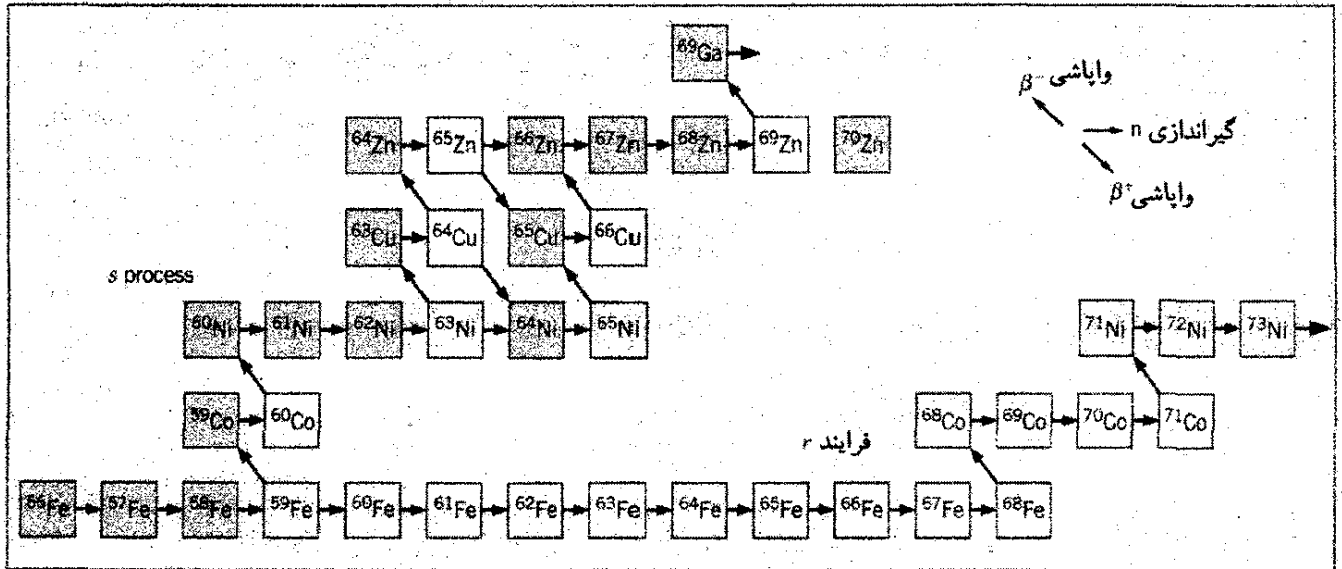
از سوی دیگر، اگر تعداد نوترونها بسیار زیاد باشد، ترتیب دیگری حاصل می‌شود:



اگر چگالی نوترونها به اندازه‌ای کم باشد که امکان مواجه شدن با نوترون، به طور میانگین کمتر از یک بار در هر ۴۵ روز باشد، اولین فرایند باید، با تولید  $^{60}\text{Ni}$ ، غالب باشد. اگر احتمال برخورد با نوترون چیزی مانند یک بار در هر چند دقیقه باشد، فرایند دوم غالب است و  $^{60}\text{Ni}$  تولید نمی‌شود. فرایند نوع اول را که به کندی رخ می‌دهد و به هسته‌ها فرصت می‌دهد تا واپاشی بتا داشته باشند، فرایند *s* (برای *s* slow): و فرایند دوم را که به سرعت به وقوع می‌پیوندد فرایند *r* (برای *r* rapid) می‌نامند.

شکل ۱۵-۲۱ نشان می‌دهد که فرایندهای *r* و *s* چگونه پس از  $^{56}\text{Fe}$  به پیش می‌روند. فرایند *s* هرگز از ناحیه هسته‌های پایدار دور نمی‌شود، در حالی که فرایند *r* می‌تواند هسته‌های بسیاری

عدد نوترونی، Z



عدد نوترونی، N

شکل ۱۵-۲۱ بخشی از نمودار هسته‌ها (شکل ۱۲-۴)، که مسیر فرایندهای  $s$  و  $r$  را پس از  $^{56}\text{Fe}$  نشان می‌دهد. مربعهای سایه‌دار معرف هسته‌های پایدارند، و مربعهای بدون سایه نمایانگر هسته‌های پرتوزا هستند. فرایندهای  $r$  بسیاری، در هنگام وایشی بتازای با عمر کوتاه، امکانپذیر است؛ فقط یک مسیر از این نوع نشان داده شده است. همه هسته‌ها در فرایند  $r$  ناپایدارند و ممکن است با وایشی بتازا به طرف هسته‌های پایدار بروند.

را که و اضافه نوترون دارد تولید کند. هرچه اضافه نوترون بیشتر باشد، طول عمر هسته کوتاهتر است. سرانجام نیمه عمر به قدری کوچک می‌شود که هیچ نوترونی قبل از وقوع وایشی بتازا به  $Z$  بزرگتر بعدی به دام نمی‌افتد. همه هسته‌هایی که در فرایند  $r$  تولید می‌شوند سرانجام به هسته‌های پایدار و امی‌پاشند، معمولاً با وایشی بتازا در امتداد خط قطری با عدد جرمی  $A$  ثابت حرکت کنند.

بعضی هسته‌های پایدار فقط در فرایندهای  $s$  تولید می‌شوند، بقیه فقط در فرایندهای  $r$  به وجود می‌آیند، و برخی می‌توانند در هر دو فرایند تولید شوند. معمولاً فراوانی طبیعی ایزوتوپهای یک عنصر نقش نسبی این فرایندها را نشان می‌دهد. شکل ۱۵-۲۱ نشان می‌دهد که ایزوتوپ پایدار  $^{70}\text{Zn}$  نمی‌تواند در فرایند  $s$  تولید شود، زیرا نیمه عمر  $^{61}\text{Zn}$  بسیار کوتاه (۵۶ min) است. ایزوتوپهای دیگری که برای آنها فرایند  $r$  اهمیت دارد، عبارت‌اند از  $^{76}\text{Ge}$ ،  $^{82}\text{Se}$ ،  $^{86}\text{Kr}$ ،  $^{96}\text{Zr}$  و  $^{112}\text{Sn}$ . ایزوتوپ  $^{64}\text{Ni}$  می‌تواند در فرایند  $s$  (چنانکه در شکل ۱۵-۲۱ نشان داده شده است) یا در فرایند  $r$  (مانند وایشیهای بتازایی که از  $^{64}\text{Fe}$  آغاز می‌شوند) تولید شود. از سوی دیگر،  $^{64}\text{Zn}$  (فراوانترین ایزوتوپ روی) فقط در فرایند  $s$  تولید می‌شود، زیرا وایشیهای بتازای فرایند  $r$  که در امتداد خط  $A = 64$  به پیش می‌رود در  $^{64}\text{Ni}$  متوقف می‌شود و نمی‌تواند به  $^{64}\text{Zn}$  برسد.

سنگینترین عنصری که در گیراندازی نوترونی فرایند  $s$  تشکیل می‌شود  $^{209}\text{Bi}$  است؛ نیمه عمر

ایزوتوپهای فراتر از  $^{209}\text{Bi}$  چندان کوتاه است که ادامه فرایند  $s$  را مجاز نمی‌دارد. حضور عناصر سنگین‌تر، مانند توریم و اورانیم، در طبیعت نشان می‌دهد که فرایند  $r$  نیز باید در این ناحیه برقرار باشد.

فرایند  $r$  با بیشترین احتمال در خلال انفجار ابر نواختری، پس از نابودی و درون‌پاشی یک ستاره که ذخیره‌های همجوشی خود را مصرف کرده است، به‌وقوع می‌پیوندد. در مدت زمانی کوتاه، در حدود چند ثانیه، ستاره به درون پاشیده می‌شود و شار عظیمی از نوترون‌ها را (شاید  $10^{22} \text{ n/cm}^2/\text{s}$ ) تولید می‌کند، و همه عناصر تا حدود  $A = 260$  را تشکیل می‌دهد. وقتی انفجار نهایی رخ داد، این عناصر به فضا پرتاب می‌شوند و به‌صورت بخشی از سیستمهای ستاره‌ای جدید درمی‌آیند. اتمهای سنگینی که زمین را تشکیل می‌دهند ممکن است در چنین انفجاری تولید شده باشند.

## ۱۵-۶ ستارگان کوتوله سفید

وقتی ستاره‌ای سوخت هیدروژنش را مصرف کرد و تا دماهایی گرم شد که هلیوم‌سوزی آغاز شود، فشار تابش افزایش می‌یابد و لایه‌های خارجی ستاره را به خارج می‌راند تا شعاع آن صدها یا هزاران بار بزرگتر شود. کل انرژی تولیدشده در ستاره باید در سطح بزرگتری پخش شود و در نتیجه انرژی در واحد سطح کم می‌شود — به‌نظر می‌رسد که سطح ستاره به دمای کمتر رسیده و سرخ‌تر شده است. این مرحله، مرحله "غول سرخ" است. وقتی خورشید ما به‌صورت غول سرخ درآید، به اندازه کافی بزرگ می‌شود تا مدارهای عطارد و زهره را در خود فروبرد.

ستاره در مرحله غول سرخ، هلیوم یا شاید عناصر سنگین‌تر را می‌سوزاند تا چرخه همجوشی با تشکیل  $^{56}\text{Fe}$  پایان یابد.

در این هنگام دیگر انرژی همجوشی برای جلوگیری از رمبش گرانشی تمامی ستاره موجود نیست، و در نتیجه گرانی مجدداً حکمفرما می‌شود. ستاره سرانجام به یک کوتوله سفید، با چگالی شاید در حدود  $10^6 \text{ g/cm}^3$  و دمای سطح در حدود  $10^4 \text{ K}$ ، منقبض می‌شود. سرانجام، وقتی ستاره انرژی خود را از دست داد، سرد می‌شود و به‌صورت کوتوله سیاه درمی‌آید که یک تکه خاکستر سرد باقیمانده از ستاره اولیه است.

چه چیز مانع از رمبش گرانشی بیشتر می‌شود؟ در این چگالیهای عظیم، اتمها به اندازه‌ای به هم نزدیک‌اند که توابع موج الکترونیهای آنها شروع به همپوشانی می‌کند. درست مانند مورد تشکیل مولکولها، نیروی دافعه‌ای وجود دارد که مانع همپوشانی می‌شود، زیرا اصل پاولی مانع از آن است که الکترونها اعداد کوانتومی یکسانی داشته باشند. یکی از راههای تجسم این وضعیت، در یک جسم جامد است که در آن انرژی الکترون از آمار فرمی - دیراک پیروی می‌کند؛ الکترونها ترازهای

انرژی با فاصله کم و تقریباً پیوسته‌ای را از  $\circ$  تا انرژی فرمی  $E_F$  اشغال کرده‌اند، که در آن

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left( \frac{3\pi^2 N_e}{V} \right)^{2/3} \quad (14-15)$$

در این توصیف، چگالی الکترون عبارت است از  $N_e/V$ . انرژی میانگین الکترون  $(3/5)E_F$ ، و در نتیجه کل انرژی الکترون  $(3/5)N_e E_F$  است. می‌توان نشان داد که انرژی پتانسیل گرانشی کل (مسئله ۱۳) عبارت است از  $-(3/5)GM^2/R$  که در آن  $M$  جرم کل و  $R$  شعاع است، و در نتیجه انرژی کل یک کوتوله سفید که آن را کروی و با چگالی یکنواخت و در دمای ثابت در نظر می‌گیریم، عبارت خواهد بود از:

$$E = \frac{3}{5} N_e \frac{\hbar^2}{2m_e} \left( \frac{3\pi^2 N_e}{V} \right)^{2/3} - \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} + \frac{3}{2} N_a kT + E_{\text{rad}} \quad (15-15)$$

جمله اول نشان‌دهنده حرکت الکترونها، دومین جمله انرژی پتانسیل گرانشی است، و جمله سوم حرکت گرمایی آنها را به حساب می‌آورد (تعداد آنها  $N_a$ )، و جمله چهارم انرژی را می‌دهد که ستاره تابش می‌کند. فعلاً، دو جمله آخر را نادیده می‌گیریم، و فرض می‌کنیم ستاره از  $N$  نوکلئون (به شکل محصولات همجوشی مانند آهن و عناصر سبکتر) و تقریباً  $(1/2)N$  الکترون تشکیل شده است. به منظور یافتن شعاع تعادل از  $dE/dR = 0$  استفاده می‌کنیم و می‌رسیم به:

$$R = \frac{3^{4/3} \pi^{2/3}}{8} \frac{\hbar^2}{G m_e m_n^2} N^{-1/3} \quad (16-15)$$

برای ستاره‌ای به جرم خورشید ( $M = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ )، در نتیجه  $N = 1.2 \times 10^{57}$  به دست می‌آوریم  $R = 7.1 \times 10^3 \text{ km}$ ، که در حدود شعاع زمین است، و این کمیت با چگالی  $1 \times 10^6 \text{ g/cm}^3$  متناظر است. با بازگشت به معادله ۱۴-۱۵ می‌رسیم به:  $E_F = 0.194 \text{ MeV}$ ، به طوری که سهم کل الکترونها عبارت است از:

$$E_{\text{الکترونها}} = \frac{3}{5} N_e E_F = 7 \times 10^{55} \text{ MeV} \quad (17-15)$$

اکنون نادیده گرفتن دو جمله آخر در معادله ۱۵-۱۵ را توجیه می‌کنیم. انرژی گرمایی را می‌توان به راحتی در  $T \cong 10^8 \text{ K}$  محاسبه کرد (دمای مرکزی تقریباً  $10^8 \text{ K}$  است، در حالی که دمای

سطح فقط  $10^4 \text{K}$  است):

$$\begin{aligned} E_{\text{گرایی}} &= \frac{3}{2} N_a k T \\ &= \frac{3}{2} \left( \frac{1.2 \times 10^{57}}{30} \right) \left( 1.36 \times 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} \right) 10^4 \text{K} \\ &= 5 \times 10^{52} \text{MeV} \end{aligned} \quad (18-15)$$

(که در آن فرض می‌کنیم اتم متوسط حاوی  $30$  نوکلئون است) و در نتیجه همان‌طور که فرض کرده‌ایم الکترونها  $E_{\text{گرایی}} \ll E_{\text{انرژی تابشی}}$  را می‌توان از قانون استفان به صورت  $\sigma T^4$  برآورد کرد، که توان به‌ازای واحد سطح را می‌دهد؛ توان انرژی تابشی در واحد زمان است، به‌طوری که

$$E_{\text{rad}} = (\sigma T^4)(4\pi R^2)t \quad (19-15)$$

که در آن  $t$  زمانی است که در آن ستاره تابش می‌کند. دمای مشاهده‌شده سطح کوتوله‌های سفید از مرتبه  $10^4 \text{K}$  است، و در نتیجه حدس می‌زنیم که:

$$E_{\text{rad}} = (2.3 \times 10^{26} \text{MeV/s})t \quad (20-15)$$

حتی اگر ستاره در تمام طول عمر عالم ( $15 \times 10^{11} \text{y} \cong 5 \times 10^{17} \text{s}$ ) به‌صورت یکنواخت تابش کرده بود، کل توان تابش‌شده آن فقط  $10^{54} \text{MeV}$  می‌شد، و در نتیجه الکترونها  $E_{\text{rad}} \ll E_{\text{انرژی تابشی}}$ . کوتوله سفید حالت فوق‌العاده‌ای از ماده را نشان می‌دهد؛ چگالی میانگین آن در حدود  $10^6 \text{g/cm}^3$  است، و چگالی مرکزی آن می‌تواند به  $10^8 \text{g/cm}^3$  برسد. وزن یک سانتیمتر مکعب از این ماده بر روی زمین  $10^5$  تن است! ما تحلیل خود از این شرایط غیرعادی را بر مبنای روابطی استوار کردیم که برای حالت عادی ماده به‌دست آوردیم، و شاید تعجب‌آور و اطمینان‌بخش باشد که پی ببریم می‌توانیم این حالت ماده را با توجه به این روابط درک کنیم. فیزیک کوانتومی حتی در داخل ستارگان کوتوله سفید به‌خوبی به‌کار می‌رود!

## ۷-۱۵ ستارگان نوترونی

اصل پاؤلی، که مانع از نزدیک شدن زیاد توابع موج الکترون به یکدیگر می‌شود، از رمبش ستاره کوتوله سفید جلوگیری می‌کند. هرچه جرم ستاره بیشتر باشد، نیروی گرانشی که می‌خواهد سبب رمبش ستاره شود بیشتر است. دافعه توابع موج الکترون به واسطه اصل طرد پاؤلی می‌تواند از رمبش هر ستاره، هرچند هم که پر جرم باشد، جلوگیری کند؟



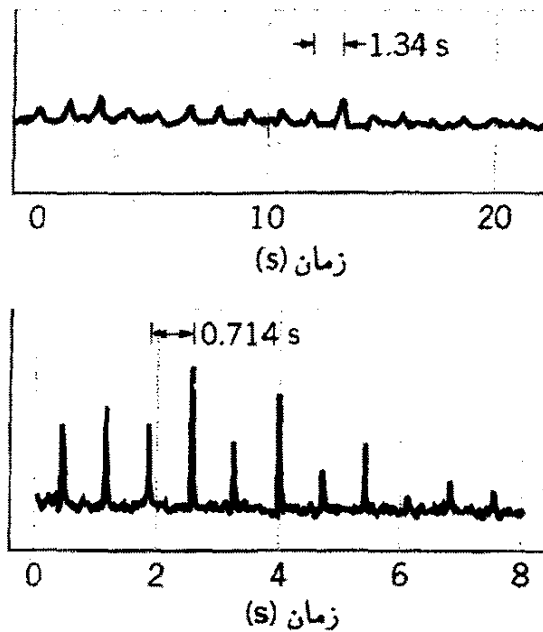
ج رابرت اینهایمر (۱۹۰۴-۱۹۶۷ ایالات متحده). فیزیکدانی نظری با مشرب فلسفی، طرفه آنکه او مدیر آزمایشگاهی در لوس آلاموس بود که اولین سلاح هسته‌ای را ساخت. کار نظری اولیه او تأمل در وجود سیاهچاله‌ها بود.

یک حد جرمی در حدود  $1.4$  جرم خورشید، به نام جرم چاندراشکر، وجود دارد که فراتر از آن اعمال اصل پاؤلی به ستارگان نمی‌تواند مانع از رمبش گرانشی بیشتر شود. بگذارید ببینیم چگونه این وضع پیش می‌آید. معادله  $14-15$  مقدار  $E_F = 30.4 \text{ MeV}$  را برای یک کوتوله سفید با جرم چاندراشکر می‌دهد، اما به خاطر داشته باشید که این فقط نقطه‌ای است که در آن توزیع فرمی-دیراک دارای مقدار  $5$  است. توزیع فرمی-دیراک یک دنباله پرنرزی دارد، و بعضی الکترونها در این دنباله انرژی کافی را برای تولید واکنش معکوس واپاشی بتا دارند:



که برای آن  $Q$  در حدود  $782 \text{ MeV}$ ، و چندان دور از  $E_F$  نیست. این واکنش بعضی از الکترونها را از ستاره حذف و اثر دافعه پاؤلی را کم می‌کند، و می‌گذارد ستاره اندکی برمبد ( $R$  تابع  $N_e^{5/3}$  است). انرژی فرمی افزایش می‌یابد، و الکترونها را به بالاتر از  $782 \text{ MeV}$  مقدار  $Q$  می‌راند. این عمل سبب از دست رفتن الکترونها می‌شود، و این کار ادامه می‌یابد تا همه (یا تقریباً تمامی) الکترونها ناپدید شوند. ستاره اکنون به جای پروتونها و الکترونها، متشکل از نوترونهاست. "فشار" الکترونها دیگر نمی‌تواند با رمبش گرانشی مخالفت کند، و در نتیجه ستاره منقبض می‌شود

۱. رابطه  $E_F$  که در فصل ۱۰ به دست آمد، بر مبنای رابطه کلاسیک  $p^2/2m$  برای انرژی جنبشی الکترون بود. در بخش قبل،  $E_F = 194 \text{ MeV}$  را یافتیم، که به اندازه کافی از انرژی سکون الکترون ( $511 \text{ MeV}$ ) کوچکتر نیست که استفاده از رابطه کلاسیک را توجیه کند. اما، خطای حاصل از به کارگیری رابطه کلاسیک چندان بزرگ نیست، و در این بحث قابل قبول است.



شکل ۱۵-۲۲ سیگنالهای رادیویی از دو تپ اختر مختلف. سیگنال اول در بالا مربوط به اولین تپ اختر کشف شده است.

تا اعمال اصل پاؤلی در مورد نوترونها (که آنها هم از آمار فرمی-دیراک پیروی می‌کنند) مانع از رمبش بیشتر آنها شود. اکنون وضعیت با رابطه‌های همسان با معادله‌های ۱۵-۱۴ تا ۱۵-۱۶ اما برای نوترونها توصیف می‌شود؛ در حالت خاص:

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_n} \left( \frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{2/3} \quad (21-15)$$

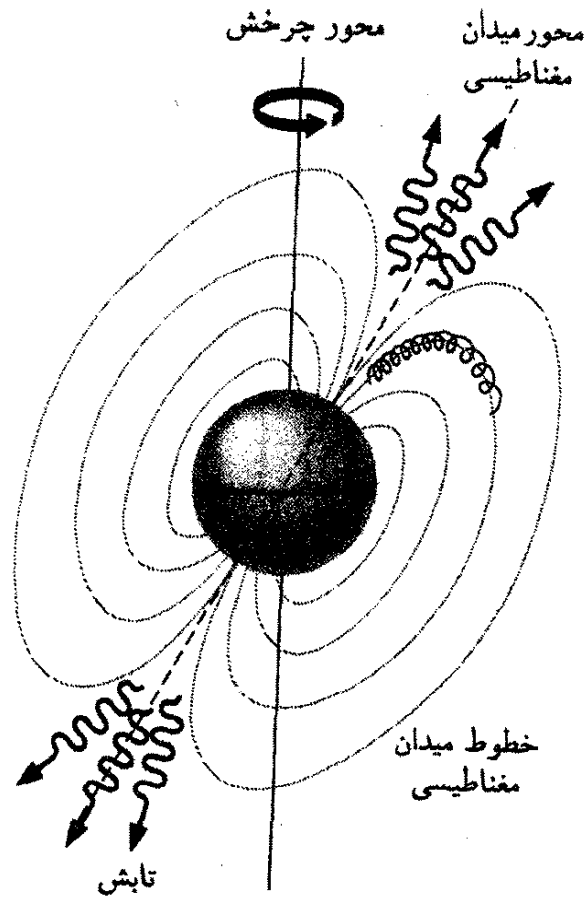
$$R = \frac{3^{2/3} \pi^{2/3}}{2^{2/3}} \frac{\hbar^2}{Gm_n^2} N^{-1/3} \quad (22-15)$$

مثلاً برای ستاره‌ای به جرم ۱٫۵ برابر جرم خورشید،  $R = 11 \text{ km}$  و چگالی آن در حدود  $4 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ . این کمیت در حدود چگالی داخل هستهٔ اتم است، بنابراین ستاره از یک نظر به صورت یک هستهٔ غول‌آسا، به عرض ۲۰ km، با عدد جرمی در حدود  $10^{57}$  درمی‌آید! این اجسام را ستارگان نوترونی می‌نامند.

آیا این ستارگان نوترونی زاینده تخیل فیزیکدانان اند یا در واقع وجود دارند؟ در سال ۱۹۶۷، رادیو اخترشناسان، در دانشگاه کمبریج در ضمن رصد‌های خود به یک سیگنال غیرعادی برخوردند: تپشی منظم مطابق شکل ۱۵-۲۲، با دورهٔ تناوب ۱٫۳۴ s. هیچ جرم آسمانی شناخته‌شده‌ای نمی‌توانست چنین تپهای تیز و منظمی تولید کند، و در ابتدا گروه کمبریج فکر کردند که شاید سیگنالهایی را از یک تمدن برون‌زمینی هوشمند دریافت می‌دارند. (شبی که این تپها را گسیل می‌کرد در ابتدا LGM<sup>۱</sup> نامیده شد این تصور بعدها (متأسفانه) کنار گذاشته شد و آن جسم را

۱. LGM حروف اول واژه‌های Little Green Men است.





شکل ۱۵-۲۳ به ذرات باردار که در خطوط میدان مغناطیسی یک ستاره نوترونی به دام افتادند، در نزدیکی قطبهای مغناطیسی شتاب زیادی داده می‌شود، که از آن یک باریکه تابش جهتی خارج می‌شود و ما آن را به صورت یک تپ تابش مشاهده می‌کنیم.

تپ اختر نامیدند. از سال ۱۹۶۷، صدها تپ اختر دیگر کشف شده است؛ همه آنها دوره‌های تناوب بسیار منظم در محدوده ۱ - ۱۰ ثانیه دارند.

ارتباط بین تپ اخترها و ستارگان نوترونی اندک زمانی پس از کشف آنها برقرار شد. رمبش یک ستاره چرخان به یک ستاره نوترونی باید باعث شود که ستاره نوترونی سریعتر بچرخد. (چون تکانه زاویه‌ای در فرایند رمبش پایسته است، کاهش لختی دورانی با انقباض ستاره را باید افزایش سرعت زاویه‌ای متوازن کند.) میدان مغناطیسی شدید این جسم چرخان سریع باید هر ذره باردار گسیلیده را به دام اندازد و آنها را، به ویژه در نزدیکی قطبهای مغناطیسی که در آنجا تابش گسیل می‌کنند، تا سرعتهای زیاد شتاب دهد (شکل ۱۵-۲۳). با چرخش ستاره، این باریکه تابش گسیل شده مانند یک نورافکن گردان یا فانوس دریایی به هر طرف حرکت می‌کند، و هر وقت که باریکه از زمین بگذرد ما یک تپ تابش را مشاهده می‌کنیم. بازه مشاهده شده بین تپها طبق این تفسیر، دوره چرخش ستاره نوترونی است.

اگر این توصیف تپ اختر یا ستاره نوترونی چرخان درست باشد، باید با جبران شدن انرژی تابشی با کاهش جنبشی چرخشی ستاره نوترونی ببینیم که تپ اخترها تا اندازه‌ای کند می‌شوند.

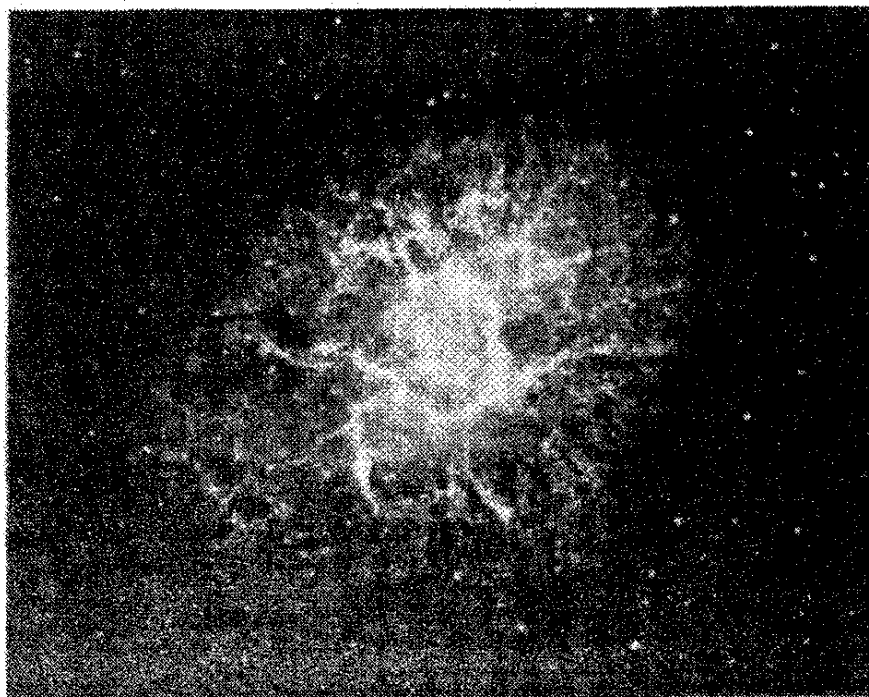


ژوسلین بل برنل (۱۹۴۳- انگلستان). وقتی او دانشجوی دوره تحصیلات تکمیلی در کمبریج بود، به ساختن یک تلسکوپ رادیویی که برای جستجوی چشمه‌های رادیویی کیهانی طراحی شده بود، کمک کرد. با استفاده از این تلسکوپ، او چشمه‌های دوره‌ای امواج رادیویی را که اکنون تپ‌اختر نامیده می‌شوند کشف کرد و نشان داد که منشأ برون‌زمینی دارند.

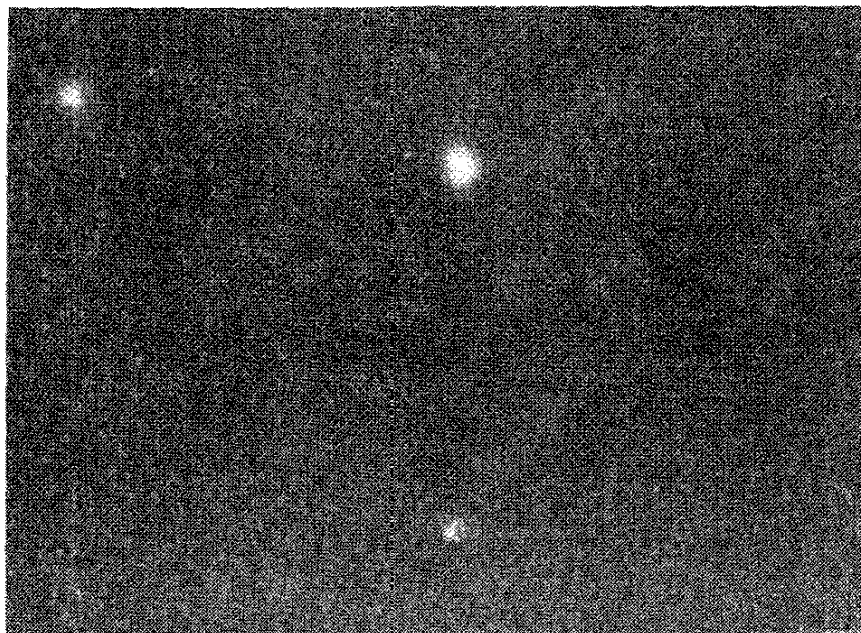
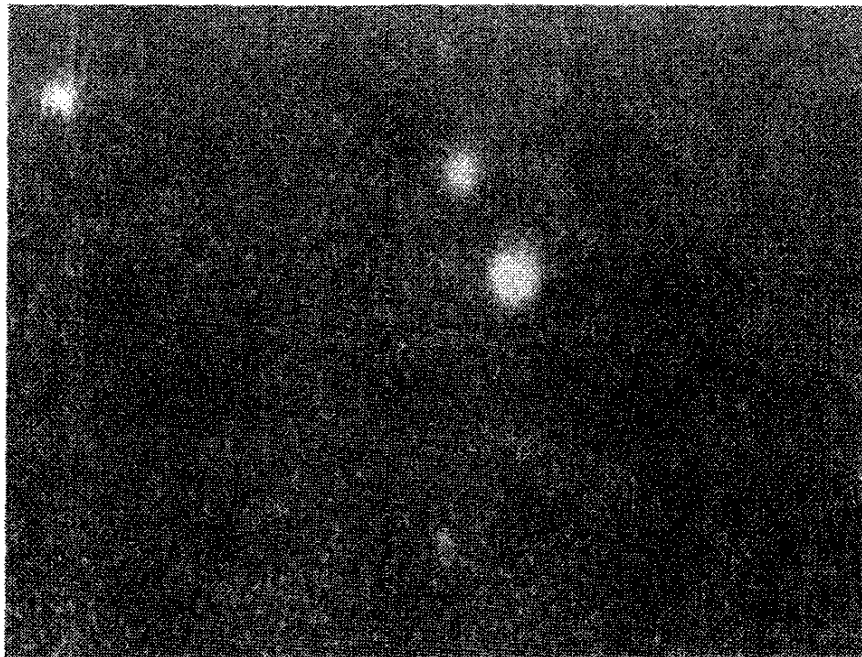
این اثر تقریباً برای تمام تپ‌اخترها مشاهده شده است، و در حدود یک قسمت در  $۱۰^۱$  به‌ازای هر روز است.

اکنون تپ‌اخترها در بسیاری از طول‌موجها (اپتیکی، پرتو X، پرتو  $\gamma$ ، و رادیویی) و با چنان دقت زمان‌بندی مشاهده شده‌اند که کندشدن  $۱۰^{-۱}$  به‌ازای هر روز به آسانی قابل مشاهده است.

اگرچه سازوکار دقیق رمبش ستاره‌ای به ستاره نوترونی هنوز درک نشده است، اما فکر می‌کنیم که انفجارهایی مهیب به‌نام ابرنواخترها، یک ستاره نوترونی برجا می‌گذارد. در سال ۱۰۵۴ یک منجم چینی انفجار ابرنواختری را مشاهده کرد (که آنها آن را "ستاره مهمان" نامیدند) که به مدت چند روز حتی در طول روز قابل مشاهده بود. امروزه می‌توانیم پوسته منبسط‌شونده سحابی خرچنگ (شکل ۱۵-۲۴) را ببینیم. در مرکز این سحابی یک تپ‌اختر وجود دارد، که با بسامد



شکل ۱۵-۲۴ سحابی خرچنگ، بقایای یک ابرنواختر است که در سال ۱۰۵۴ مشاهده شد.



شکل ۱۵-۲۵ تپ اختر مرئی سحابی خرچنگ. دو عکسبرداری نشان می‌دهد که تپ اختر نسبت به سایر ستارگان در تصویر چشمک می‌زند.

$30\text{ Hz}$  می‌چرخد. جالب است که هیچکدام از عکسهای بسیار خرچنگ که قبل از ۱۹۶۷ گرفته شده بود این تپ اختر را که هر  $33^\circ$  ثانیه یک بار چشمک می‌زند، برملا نکرده بودند: همه این عکسها با زمان نوردهی طولانی گرفته شده بودند، و در نتیجه تپ‌دهیهای آن قابل مشاهده نبودند. اما، با اندازه‌گیریهای دقیق، اثر چشمک‌زدن را می‌توان به روشنی دید (شکل ۱۵-۲۵). این موضوع نشان می‌دهد، که دست‌کم در این لحظه، تپ اخترها را می‌توان به عنوان بقایای ابرنواختر شناسایی کرد.

### تپ اختر مزدوج

در سال ۱۹۷۴، جوزف تیلور و راسل هالس یک تپ اختر غیرعادی را کشف کردند. دوره این

تپ اختر  $59\text{ms}$  اندازه‌گیری شد، که آن را به صورت سریعترین تپ‌اختری درمی‌آورد که تا آن زمان مشاهده شده بود. تعجب‌آورتر اینکه، به نظر می‌رسید آهنگ تپ در حدود  $1^\circ$  درصد در هر ساعت کند می‌شد، اما بعداً مشاهده شد که به همان مقدار افزایش می‌یابد. به سرعت متوجه می‌شود که کاهش و افزایش آهنگ تپ را می‌توان به صورت انتقال دوپلر توجیه کرد، مشروط بر اینکه ستاره ابتدا از زمین دور و سپس به زمین نزدیک شود. برای حرکتی به این نحو، تپ اختر باید در مداری حول یک همدم نامرئی باشد. بنابراین تپ‌اختری داریم که بخشی از یک سیستم ستاره مزدوج، یا یک "تپ اختر مزدوج" است.

دوره مداری این سیستم مزدوج در حدود ۸ ساعت تعیین شد. این دوره تناوب بسیار کوتاه است؛ مثلاً، این دوره  $25^\circ$  برابر سریعتر از دوره گردش عطارد، سریعترین سیاره در منظومه شمسی، است. برای این دوره مداری بسیار کوتاه، تپ اختر باید در مداری بسیار نزدیک به همدمش (که تصور می‌شود یک ستاره نوترونی دیگر است) باشد. در فاصله‌های نزدیک، خمیدگی فضا زمان زیاد و آثار نسبیت عام قابل اندازه‌گیری است. در واقع، تپ اختر مزدوج یک "آزمایشگاه نسبیت عام" در اختیار ما می‌گذارد.

در میان آثار نسبیت عام که در سیستم تپ اختر مزدوج مشاهده شده است، تأخیر در تپها به علت خمیدگی فضا زمان است. این وضعیت مانند شکل‌های ۱۵-۱۴ و ۱۵-۱۵ است، با این تفاوت که تپ اختر (به جای زهره) منشأ سیگنالها و خمیدگی ناشی از وجود ستاره همدم (به جای خورشید) است. اثری مشابه حرکت تقدیمی حضيض عطارد نیز مشاهده شده است (با این تفاوت که در مورد ستاره، این نقطه نزدیکترین فاصله تا ستاره همدم است). حضيض یک تپ‌اختر مزدوج  $423^\circ$  در سال تغییر می‌کند که  $35000$  بار سریعتر از عطارد است؛ تغییر حضيض را با دقت یک قسمت در  $10^5$  می‌دانیم که سه مرتبه بزرگی از مقدار مربوط به عطارد دقیق‌تر است.

جالبترین رصد مربوط به تپ اختر مزدوج کندشدن دوره مداری آن است که نسبیت عام آن را در نتیجه گسیل تابش گرانشی می‌داند. به واسطه شتاب بزرگ مرکزگرای آن (سرعت مداریش در حدود  $10^8$   $^\circ$  است)، تپ اختر مزدوج باید امواج گرانشی گسیل کند، و انرژی تابشی با کاهش انرژی مداری جبران می‌شود. این اتلاف در حدود  $76\mu\text{s}$  در هر سال یا  $67\text{ms}$  در هر دور است، و تغییر اندازه‌گیری شده در آهنگ مداری را پیش‌بینی نسبیت عام با دقتی در حدود یک درصد تأیید کرده است. در غیاب مشاهده مستقیم، این قویترین شاهدهی است که تاکنون درباره وجود امواج گرانشی به دست آمده است.

برای کشف تپ اختر مزدوج و سهم آنها در مطالعه گرانش، تایلور و هالس جایزه نوبل سال

## ۸-۱۵ سیاهچاله‌ها

ستاره نوترونی سرنوشت نهایی رمبش ستارگان پرجرم نیست. ستارگان با جرمهای کمتر از دو یا سه برابر جرم خورشید، به احتمال زیاد به صورت کوتوله‌های سفید یا ستارگان نوترونی درمی‌آیند. برای ستارگان پرجرمتر، نیروی گرانشی به اندازه کافی قوی است تا حتی بر اصل یاؤلی در مورد نوترونها غلبه کند، و چیزی وجود ندارد که مانع از رمبش کامل ماده موجود در ستاره به یک تک‌نقطه در فضا شود. برای درک رمبش گرانشی، باید دوباره به نسبیت عام متوسل شویم.

یک سال پس از انتشار نسبیت عام اینشتین در سال ۱۹۱۶، کارل شوارتس شیلد، جوابهای معادله‌های خمیدگی فضا زمان در نزدیکی یک جرم  $M$  با تقارن کروی را به دست آورد. در مختصات کروی  $(r, \theta, \phi)$ ، بازه فضا زمان برای این جواب عبارت است از:

$$(ds)^2 = c^2 \left( 1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) (dt)^2 - \frac{(dr)^2}{\left( 1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right)} - r^2 (d\theta)^2 - r^2 \sin^2 \theta (d\phi)^2 \quad (23-15)$$

جزء شعاعی این جواب (جمله  $dr$ ) دارای مشخصه‌ای است که یک مسئله جدی به نظر می‌رسد: عامل موجود در مخرج برای یک مقدار  $r$  به خصوص می‌تواند صفر شود، که باعث می‌شود آن جمله در معادله بینهایت بزرگ شود. این اتفاق وقتی می‌افتد که  $r$  برابر باشد با:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (24-15)$$

این کمیت را شعاع شوارتس شیلد می‌گویند. هیچکدام از مختصات فیزیکی در واقع در  $r = r_s$  بینهایت بزرگ نمی‌شوند و جسمی که به طرف  $M$  سقوط می‌کند، در عبور از شعاع شوارتس شیلد متوجه تغییری در حرکتش نمی‌شود.

برای ناظر خارجی که جسم سقوطکننده را مشاهده می‌کند، وضعیت متفاوت است. با سقوط جسم، بنابه پیش‌بینی نسبیت عام، کارساعت‌های آن کند به نظر می‌رسد، و وقتی جسم به  $r_s$  می‌رسد کاملاً متوقف می‌شود. به نظر می‌رسد که جسم در آن مکان منجمد شده است! وقتی جسم سقوط می‌کند، نور گسیل شده از آن به صورت فزاینده‌ای به سرخ منتقل، و در  $r = r_s$  انتقال به سرخ بینهایت می‌شود، به طوری که جسم ناپدید خواهد شد! وقتی جسم از شعاع شوارتس شیلد گذشت، ناظر خارجی نمی‌تواند هیچگونه اطلاعاتی درباره آن به دست آورد. به این دلیل، شعاع شوارتس شیلد را اغلب افق رویداد می‌گویند؛ هیچ ناظر خارجی نمی‌تواند فراتر از این افق را ببیند.

جدول ۱۵-۲ افقهای رویداد سیاهچاله

جسم	جرم (kg)	شعاع معمولی (m)	$r_s$ (m)
هسته ${}^{238}\text{U}$	$4 \times 10^{-25}$	$7 \times 10^{-15}$	$6 \times 10^{-52}$
کتاب فیزیک	۱	۰٫۱	$1.5 \times 10^{-27}$
زمین	$6 \times 10^{24}$	$6 \times 10^6$	$8.9 \times 10^{-2}$
خورشید	$2 \times 10^{30}$	$7 \times 10^8$	$3 \times 10^3$
کهکشان	$\sim 2 \times 10^{41}$	$\sim 10^{20}$	$3 \times 10^{14}$
عالم	$\sim 10^{51}$	$10^{26} (?)$	$\sim 10^{24}$

جسم در حال سقوط در  $r_s$  با یک بحران مواجه می‌شود. در هر لحظه پیش از عبور از  $r_s$ ، جسم می‌تواند روند سقوطی خود را معکوس کند و از کشش گرانشی  $M$ ، مثلاً با شلیک موشک‌هایی، بگریزد. اما وقتی از  $r_s$  گذشت، دیگر راه گریزی وجود ندارد. در داخل محدوده  $r_s$ ، سرعت فرار از سرعت نور تجاوز می‌کند، و هیچ چیز (حتی نور) نمی‌تواند فرار کند، هیچ سفر و ارتباطی از داخل  $r_s$  به دنیای خارج مجاز نیست. اما، جسم در داخل محدوده  $r_s$  می‌تواند به اعمال نیروی گرانشی به اشیای خارج ادامه دهد، یا به زبان نسبیت عام، فضا زمان را در ماورای  $r_s$  خمیده کند.

جسمی را که جرم آن،  $M$ ، به‌طور کامل در داخل شعاع  $r_s$  قرار دارد سیاهچاله می‌گویند. برای تشکیل چنین جسمی لازم است که ماده تا چگالی‌های فوق‌العاده زیادی متراکم شود. جدول ۱۵-۲ بعضی مقادیر  $r_s$  را برای اجسام نمونه نشان می‌دهد. برای اینکه زمین سیاهچاله شود، باید آن را به کره‌ای با شعاع کمتر از ۱ cm متراکم کنیم، و خورشید در صورتی سیاهچاله می‌شود که تا شعاع ۳ km متراکم شود! با همه اینها، گمان می‌رود که سیاهچاله‌ها محصولات نهایی رمبش ستارگان پرجرم باشند، و سیاهچاله‌های ریز (با ابعاد اتم) ممکن است در چگالی‌ها و فشارهای زیاد عالم اولیه (بخش ۱۶-۵) تشکیل شده باشند. به‌همین ترتیب، گمان می‌رود که در مرکز کهکشانها، از جمله راه شیری، سیاهچاله‌های پرجرمی وجود داشته باشد.

در فواصل دور از سیاهچاله، میدان گرانشی دارای ماهیت نیوتونی است؛ آثار فضا زمان خمیده اندک است، و سیاهچاله را نمی‌توان از سایر اجسام گرانشی تمیز داد. در نزدیکی یک سیاهچاله (یا در نزدیکی هر جسم پرجرم و متراکم)، آثار فضا زمان خمیده می‌تواند بارز شود. بنابراین، کشف یک سیاهچاله پرجرم می‌تواند "آزمایشگاه" دیگری برای آزمون پیشگوییهای نسبیت عام باشد.

اگرچه چند نامزد مناسب سیاهچاله وجود دارد، اما وجود آن هنوز به‌طور صریح تأیید نشده است. نامزدهای مهم عبارت‌اند از اعضای سیستمهای مزدوج که چشمه‌های قوی پرتو x هستند که

در آن یک جسم، معمولاً یک ستاره مرئی، حول یک همدم پرجرم نامرئی دور می‌زند. جرم ستارگان را می‌توان از روی درخشش ستاره مرئی و دوره مداری زوج برآورد کرد، نامزدهای ممکن ستارگانی هستند که در آنها جرم ستاره نامرئی برای تبدیل به یک سیاهچاله به اندازه کافی (دست کم سه برابر جرم خورشید) زیاد است. پرتوهای X از موادی سرچشمه می‌گیرند که سیاهچاله از ستاره مرئی جذب کرده است؛ ماده گرم می‌شود و در سقوط به طرف سیاهچاله پرتوهای X گسیل می‌کند.

مدتها حدس می‌زدند که سیاهچاله‌هایی در مرکز کهکشانها وجود دارند. در سال ۱۹۹۴، تلسکوپ هابل تعمیر شده دلیلی بر وجود یک سیاهچاله در مرکز کهکشان بیضوی غول‌آسای M۸۷، که در فاصله ۵۰ میلیون سال نوری از ما قرار دارد، در اختیار دانشمندان گذاشت. این تلسکوپ یک قرص چرخان از گاز در مرکز کهکشان را آشکار کرد. با چرخش این قرص یک طرف آن به زمین نزدیک و طرف دیگر آن از زمین دور می‌شود؛ با مقایسه انتقال‌های دوپلری نوری که از دو طرف قرص به زمین می‌رسد، می‌توان سرعت دوران را تعیین کرد. سرعت چرخش در فاصله ۶۰ سال نوری از مرکز قرص، در حدود  $50 \text{ km/s}$  است. متوجه شدند که با نزدیک‌تر شدن به مرکز سرعت افزایش می‌یابد. این موضوع نشان می‌دهد که یک جرم متراکم در مرکز قرص باعث حرکت دورانی ماده موجود در آن می‌شود (درست همان‌طور که خورشید قرص سیاره‌ای منظومه شمسی ما را نگه می‌دارد). می‌توانیم با استفاده از قوانین کپلر جرم جسم مرکزی را که سبب تأمین نیروی گرانشی می‌شود برآورد کنیم؛ این جرم باید بیش از  $10^6$  برابر جرم خورشید باشد! هیچ پدیده شناخته‌شده دیگری جز سیاهچاله نمی‌گذارد که این مقدار جرم در چنین ناحیه کوچکی متمرکز شود. شواهد مشابهی که از حرکت‌های دورانی به دست آمده است نشان می‌دهد که همسایه نزدیک ما، کهکشان امراة السلسله، سیاهچاله‌ای به جرم چند میلیون برابر جرم خورشید در مرکزش دارد. گسیلهای رادیویی از مرکز کهکشان راه شیری نیز دال بر وجود سیاهچاله‌ای با جرم چند میلیون برابر جرم خورشید است.

یک تحول شگفت‌انگیز در نظریه سیاهچاله در سال ۱۹۷۴، هنگامی رخ داد که استیون هاوکینگ نشان داد سیاهچاله‌های توانند چشمه‌های گسیل ذرات باشند. بنابر اصول حاکم بر مکانیک کوانتومی، زوجهای ذره- پادذره، برای مدت کوتاهی که اصل عدم قطعیت را نقض نکند، می‌توانند به صورت خودبه‌خود ظاهر شوند. یعنی، ذرات می‌توانند، مادام که وام خود را در فاصله زمانی حداکثر  $\Delta t \sim \hbar / 2mc^2$  پس دهند (ذرات ناپدید شوند)، انرژی  $2mc^2$  را "قرض بگیرند." اگر زوج ذره- پادذره در خارج از افق رویداد یک سیاهچاله به وجود آیند، میدان گرانشی می‌تواند انرژی لازم برای بازپرداخت وام را تأمین کند به طوری که ذرات و پادذرات بتوانند واقعی شوند معمولاً ذره و پادذره به سیاهچاله برمی‌گردند، و توازن انرژی را حفظ می‌کنند. اما، یکی از اعضای زوج می‌تواند انرژی کافی برای فرار به دنیای خارج در اختیار داشته باشد. بنابراین، به نظر می‌رسد که سیاهچاله ذراتی

را گسیل می‌کند. در این فرایند، سیاهچاله جرم از دست می‌دهد. آهنگ از دست دادن جرم با جرم سیاهچاله نسبت عکس دارد؛ سیاهچاله‌های پرجرم که ناشی از رمبش ستارگان اند ذرات را با چنان آهنگ کندی گسیل می‌کنند که قابل مشاهده نیست. اما، سیاهچاله‌های خرد با ابعاد اتمی یا هسته‌ای، که ممکن است در تحول اولیه عالم تشکیل شده باشند، می‌توانند چشمه‌های درخشان تابش باشند. سیاهچاله‌ها هم زمینه‌ای مساعد برای پیش‌بینیهای نظری و هم‌چالشی برای مهارت آزمایش‌کنندگان به‌شمار می‌آیند. به نظر می‌رسد ماده‌ای که به درون سیاهچاله سقوط می‌کند، در جای دیگری از عالم، و یا شاید عالم دیگر از نو ظاهر می‌شود. بنابراین، اگر حدس ما درست باشد، یک سیاهچاله می‌تواند برای سفر بین عالمهای مختلف به‌کار رود. پیشنهادهای دیگر برای به‌کارگیری یک سیاهچاله به‌عنوان چشمه انرژی مطرح شده است. برآورد شده است که اگر سیاهچاله‌ها در واقع محصول نهایی تکامل ستارگان پرجرم باشند، ممکن است تا  $10^4$  سیاهچاله سنگین در کهکشان ما وجود داشته باشد، که وجود سیاهچاله‌های بسیاری را در حوزهٔ رصدی ما امکانپذیر می‌سازد. یا شاید، روزی مشاهده کنیم که یک چالک موجودیت خود را با انفجاری از تابش به پایان رساند. با توسعه توانایی ما در مطالعهٔ آسمانها در طول موجهای مرئی، پرتو X، و پرتو  $\gamma$ ، سیاهچاله‌ها نقش مهمی در پژوهشهای ما به‌دست می‌آورند.

### پیشنهادهایی برای مطالعهٔ بیشتر

کتابها و مقاله‌های مقدماتی، پیشرفته، و همگان فهم بسیاری یافت می‌شوند که با تفصیل بیشتر، مباحثی را دربرمی‌گیرند که در این فصل به اختصار بررسی کردیم. برای پیگیری هر یک از این مباحث، ابتدا به زمینه‌ای از نجوم و اختر فیزیک نیازمندید:

F. Golden, *Quasars, Pulsars, and Black Holes* (New York, Scribner's 1976).

یک کتاب مقدماتی و بدون ریاضیات همگان فهم.

M. Harwit, *Astrophysical Concepts* (New York, Wiley, 1973).

شامل تقریباً تمام مطالبی است که می‌خواهید با استفاده از ریاضیات دورهٔ کارشناسی دوبارهٔ اختر فیزیک بدانید.

L. Motz, *Astrophysics and Stellar Structure* (Waltham, Ginn & Co, 1970).

مطلب پیشرفته‌ای در اختر فیزیک به‌صورت کامل و از لحاظ ریاضی پیچیده.



H.L. Shipman, *Black Holes, Quasars, and the Universe* (Boston, Houghton Mifflin, 1976),

یک بررسی تابناک در سطح فهم همگان؛ مخصوصاً نگاه کنید به فصل ۴ این کتاب درباره آهنگهای ساعت و انتقالهای به سرخ در خلال فرود آمدن در یک سیاهچاله. بعضی جزئیات اضافی درباره نسبیت عام، بدون ریاضیات پیشرفته:

P. G. Bergmann, *The Riddle of Gravitation* (New York, Scribner's 1968).

یک ارائه بسیار توصیفی و موفق از فلسفه نسبیت عام توسط یکی از شاگردان اینشتین.

M. Berry, *Principles of Cosmology and Gravitation* (Cambridge University Press, 1976).

از ریاضیاتی تا سطح کارشناسی بهره گرفته است؛ مخصوصاً نگاه کنید به فصل ۵ درباره آزمونهای نسبیت عام.

P. C. W. Davis, *Space and Time in Modern Universe* (Cambridge, Cambridge University Press, 1977).

مقدمه‌ای عالی و غیرریاضی بر فضا زمان و نسبیت عام.

R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics* (Reading, Addison-Wesley, 1964).

فصل ۴۲ این کتاب حاوی بحث مقدماتی جالبی درباره فضا زمان خمیده است.

S. W. Hawking, *A Brief History of Time* (New York, Bantam, 1988).

نسبیت عام و سیاهچاله‌ها برای عموم، که به قلم یک دانشمند برجسته نوشته است.

W.J. Kaufmann, III, *The Cosmic Frontiers of General Relativity* (Boston, Little, Brown and Co., 1977); also by Kaufmann, *Black Holes and Warped Spacetime* (San Francisco, W. H. Freeman and Co, 1979).

به کمک مطالب عالی و مقدماتی این دو کتاب با ویژگیهای سیاهچاله‌ها آشنا می‌شویم.

W. Rindler, *Essential Relativity* (New York, Van Nostrand, 1969).

در این کتاب از ریاضیات تانسوری چندان استفاده‌ای نمی‌شود؛ اگر بخواهید واقعاً وارد نظریه کامل این مباحث شوید، خواندن این کتاب شروع خوبی است.

R. V. B. Rucker, *Geometry, Relativity, and the Fourth Dimension* (New York, Dover, 1977).

مقدمه‌ای خوب و غیرریاضی به ابعاد بالاتر؛ مخصوصاً شامل فهرست جامعی از مراجع از جمله *Flatland* کار کلاسیک ابوت است.

R. M. Wald, *Space, Time, and Gravity*, 2nd ed. (Chicago, University of Chicago Press, 1992).

یک مقدمه مختصر اما جامع که در آن از اندکی حسابان استفاده شده است؛ اما شامل تانسور نیست؛ به‌ویژه برای سیاهچاله‌ها مفید است.

اگر می‌خواهید نظریه کامل را با تمام زیبایی ریاضی ببینید رجوع کنید به:

S. W. Hawking and G. F. R. Ellis, *The Large-Scale Structure of Space-Time* (Cambridge, Cambridge University Press, 1973).

C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A. Wheeler, *Gravitation* (San Francisco, Freeman, 1973).

شکل ۲-۳۳ نشان می‌دهد که چگونه می‌توان از یک سیاهچاله به‌عنوان ترکیب چشمه انرژی و زباله‌دان استفاده کرد.

S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (New York, Wiley, 1972).

هرکدام از اینها، کارهای استاندارد اما دشوار است، و هر یک شامل موارد اندکی است که باید بفهمید. ما بسیاری از مباحثی را که در این کتاب بررسی شده است، بهترین منابع مقاله‌های فعلی عامه‌پسند نشریه‌هایی چون ساینتیفیک امریکن است. هر از گاهی، در این نشریه مقاله‌هایی چاپ می‌شود که روشها و نتایج نجومی اخترشناسی جاری را توضیح می‌دهد. بعضی مقاله‌ها که با مطالب این فصل ارتباط مستقیم دارند، عبارت‌اند از:

J. N. Bahcall, "The Solar Neutrino Problem", *Scientific American*, **236**, 34 (January 1977).

M. S. Rees, "Black Holes in Galactic Centers," *Scientific American*, **236**, 56 (November 1990).

K. S. Thorne, "The Search of Black Holes", *Scientific American*, **231**, 32 (December 1974).

## پرسشها

۱. اگر می‌خواستید هم‌ارزی جرم گرانشی و جرم لختی را اندازه بگیرید، آیا باید نشان می‌دادید که گرانشی  $m = m_{\text{لختی}}$  یا اینکه صرفاً گرانشی  $m \propto m_{\text{لختی}}$  ؟
۲. آیا آثار کشندی بین گرانی نیوتونی و فضا زمان خمیده تفاوت قائل می‌شوند؟ شکل یک قطره مایع که مسیری را در فضا زمان خمیده طی می‌کند چگونه خواهد بود؟ آیا این قطره بین یک میدان گرانشی یکنواخت و شتاب یکنواخت تفاوت می‌گذارد؟
۳. فرض کنید که اولین اندازه‌گیری انحراف نور ستاره در خلال یک کسوف پس از معرفی نسبیت خاص در سال ۱۹۰۵ و قبل ۱۹۱۶ یعنی زمان پیشنهاد نسبیت عام انجام شده بود. اثر این اندازه‌گیری بر نظریه نسبیت چه می‌بود؟
۴. اگر بتوانید نور ناشی از خورشید را با نور ماه به دقت مقایسه کنید، آیا نور ماه نسبت به نور خورشید به سرخ انتقال یافته، به آبی انتقال یافته، و یا اصلاً انتقال نیافته است؟
۵. اگر در آزمایش پوند و ربکا درباره انتقال به سرخ گرانشی، دمای چشمه و ناظر تغییر کند، چه مشکلاتی پیش می‌آید؟
۶. چرا فراوانی  $Li$ ،  $Be$ ، و  $B$  تا این اندازه کم است؟
۷. بر مبنای مدل سنتز هسته‌های سبک، انتظار داریم که فراوانی هسته‌های با تعداد پروتون و نوترون زوج بیشتر باشد. (چرا؟) شکل ۱۵-۲۰ نشان می‌دهد که این موضوع برای پروتونها صحت دارد؟ آیا برای نوترونها نیز چنین است (نگاه کنید به فراوانیها در پیوست ب)؟
۸. ایزوتوپ  ${}^{64}Zn$  به وسیله  ${}^{64}Ni$ ، که یک ایزوتوپ پایدار با همان  $A$  ولی  $Z$  کوچکتر است، در مقابل فرایند  $r$  محافظت می‌شود. بگویید چگونه این موضوع باعث حفاظت می‌شود. چه ایزوتوپهایی مسئول حفاظت  ${}^{64}Ge$ ،  ${}^{82}Se$ ،  ${}^{86}Kr$ ،  ${}^{96}Zr$  و  ${}^{122}Sn$  می‌شوند؟ آیا می‌توانید مثالهای دیگری از ایزوتوپهایی را بیابید که از فرایند  $r$  محافظت می‌شوند؟
۹. چون نیمه عمر  ${}^{69}Zn$  بسیار کوتاه است، احتمال تولید  ${}^{70}Zn$  در فرایند  $s$  وجود ندارد. آیا می‌توانید مثالهای دیگری از ایزوتوپهای پایدار بیابید که تولید آنها در فرایند  $s$  به همین اندازه نامحتمل است؟
۱۰. توزیع فرمی الکترونها در یک ستاره کوتوله سفید چقدر "تیز" است؟ یعنی  $E_F$  در مقایسه با  $kT$  چگونه است؟ آیا استفاده از  $T = 0$  در رابطه‌های  $E_m$  و  $E_F$  منطقی است؟
۱۱. چرا شعاع یک کوتوله سفید یا ستاره نوترونی با تعداد نوکلئونهای  $N$  رابطه معکوس دارد؟ آیا نباید شعاع ستاره با ماده بیشتر بزرگتر باشد؟
۱۲. آیا نوترونها در یک نمونه ستاره نوترونی انرژی کافی برای خلق مزونهای پی را در برخوردی چون  $n + n \rightarrow n + n + \pi$  دارند؟ با رمبش یک ستاره نوترونی به یک سیاهچاله، نوترونها

پرانرژیتر می‌شوند، و تعداد مزونهای پی بیشتری تولید می‌شود. چرا اصل پاؤلی برای مزونهای پی مانع از رمبش نمی‌شود؟

### مسائل

۱. در مثال ۱۵-۱ تغییر طول موج خط  $\alpha$  ی لیمان را به واسطه انتقال به سرخ در نسبیت عام محاسبه کردیم. این مقدار را با انتقال دوپلر نسبیتی به واسطه چرخش خورشید مقایسه کنید. دوره چرخش خورشید در استوا ۲۶ روز است.
۲. نشان دهید که پتانسیل گرانشی در زمین در معادله ۱۵-۵ ناچیز است.
۳. نشان دهید که بازه فضا زمان در معادله ۱۵-۶ نسبت به تبدیل لورنتس ناورد است. یعنی نشان دهید که  $(ds)^2 = (ds')^2$ ، که در آن  $(ds)^2 = (cdt')^2 - (dx')^2$ .
۴. یک ماهواره در مداری به ارتفاع  $15^{\circ} \text{ km}$  قرار دارد. می‌خواهیم با استفاده از یک سیگنال رادیویی با بسامد  $10^8 \text{ Hz}$  با آن ارتباط برقرار کنیم. تغییر بسامد گرانشی بین ایستگاه زمینی و ماهواره چقدر است؟ (فرض کنید که  $g$  تغییر چشمگیری نمی‌کند).
۵. بنابر اصل عدم قطعیت، کمینه بازه زمانی لازم برای اندازه‌گیری تغییر بسامد به اندازه‌ای که در آزمایش پوند و ربکا مشاهده شد، چقدر است؟
۶. فاصله یک ستاره از زمین  $8^{\circ} \text{ سال نوری}$  است. درست در امتداد خط دید از زمین به ستاره، و در فاصله  $2^{\circ} \text{ سال نوری}$  از ستاره، یک ستاره کوتوله سفید، با جرم خورشید و شعاع  $10^3 \text{ km} \times 7^{\circ}$  قرار دارد. انحراف نور ستاره توسط کوتوله سفید باعث می‌شود که دو تصویر شکل ۱۵-۲۶ را از ستاره مشاهده کنیم. زاویه  $\alpha$  بین دو تصویر را بیابید. (این اثر، که یک عدسی گرانشی خوانده می‌شود، برای کهکشانها مشاهده شده است.)<sup>۱</sup>



شکل ۱۵-۲۶ مسئله ۶.

۷. با استفاده از تشابه بین قانون نیروی کولنی و قانون نیروی گرانشی، و معادله ۶-۱۳ برای انحراف در پراکتدگی رادرفورد، معادله ۱۵-۹ را برای انحراف فوتونها به دست آورید. فرض کنید که رفتار فوتونها چنان است که گویی دارای جرم  $m = E/c^2$  هستند (راهنمایی: معادله ۶-۱۳ را به جای انرژی جنبشی بر حسب سرعت ذرات بنویسید).

۸. (الف) نشان دهید واکنش  ${}^9\text{Be} + e^- \rightarrow {}^9\text{Li} + \nu_e$ ، که در چرخه پروتون-پروتون به وقوع می‌پیوندد، نوترینوهای با انرژی  $862\text{MeV}$  تولید می‌کند. (ب) مقدار  $Q$  را با واکنش  $\nu + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$ ، که برای آشکارسازی نوترینوها به کار می‌رود مقایسه کنید، و نشان دهید که انرژی نوترینو در بخش (الف) برای انجام واکنش کافی است.

۹. مقدار  $Q$  را برای گیراندازی نوترینو به توسط  ${}^{71}\text{Ga}$  که در آشکارسازهای گالیمی نوترینوی خورشیدی به کار می‌روند مقایسه کنید.

۱۰. (الف) مقدار  $Q$  را در واکنش  ${}^4\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^8\text{Be}$  بیابید. (ب) در یک گاز  ${}^4\text{He}$  در دمای  $10^8\text{K}$  مقدار نسبی  ${}^8\text{Be}$  موجود را برآورد کنید.

۱۱. رد فرایند  $s$  را از ایزوتوپ پایدار  ${}^{63}\text{Cu}$  تا ایزوتوپ پایدار  ${}^{75}\text{As}$ ، با نشان دادن فرایندهای گیراندازی نوترون و واپاشی بتا، دنبال کنید.

۱۲. نشان دهید که چگونه فرایند  $s$  از  ${}^{81}\text{Br}$  پایدار به  ${}^{95}\text{Mo}$  پایدار می‌رسد.

۱۳. توزیع کروی جرم را با چگالی یکنواخت  $\rho$  و شعاع  $R$  در نظر بگیرید. (الف) یک جزء جرم  $dm$  در شعاع  $r < R$  قرار دارد. با فرض وجود "قانون گاوس" برای گرانش، مقدار جرمی که  $dm$  را جذب می‌کند چقدر است؟ (ب) انرژی پتانسیل گرانشی  $dU$  جزء جرم  $dm$  چقدر است؟ (ج)  $dm$  را برحسب حجم آن در مختصات کروی بیان کنید. (د) با انتگرال‌گیری بر روی حجم کره پتانسیل گرانشی کل را که در معادله ۱۵-۱۵ به کار رفت، به دست آورید.

۱۴. با چشمپوشی از دو جمله آخر معادله ۱۵-۱۵، نشان دهید برای مقداری که از معادله ۱۵-۱۶ به دست می‌آید،  $dE/dR = 0$ .

۱۵. نشان دهید که معادله ۱۵-۱۶ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$R = (7145\text{km}) \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1/3}$$

که در آن  $M_{\odot}$  جرم خورشید است.

۱۶. برای یک کوتوله سفید به جرم خورشید، طول موج دو بروی الکترونها را در انرژی فرمی محاسبه کنید. (از سینماتیک نانسیتی استفاده کنید.) (ب) با فرض اینکه ستاره متشکل از اتمهای آهن با چگالی یکنواخت است، فاصله بین الکترونها را محاسبه و آن را با طول موج دو بروی مقایسه کنید. از این مقایسه چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ آیا الکترونها شبکه اتمهای آهن را "می‌بینند"؟ آیا به راحتی توسط این اتمها پراکنده می‌شوند؟

۱۷. در روند به دست آوردن معادله ۱۵-۱۶، فرض شد که  $N_e = (1/2)N$ ، که برای ستاره‌ای متشکل از عناصر سبک با تعداد نوترونها و پروتونهای برابر صادق است. وقتی در تحول یک ستاره

نوترونی الکترونها مصرف می‌شوند، این موضوع صادق نیست. معادله ۱۵-۱۶ را برای حالت  $N_e = fN$ ، که در آن  $f$  کسر الکترونهاست، به دست آورید. نشان دهید که، طبق ادعای بخش ۷-۱۵،  $R \propto N_e^{5/3}$ .

۱۸. سرعت زاویه‌ای ستاره نوترونی را به صورت زیر برآورد کنید. یک ستاره با جرم  $1.5$  برابر جرم خورشید را در نظر بگیرید که یک بار حول محورش می‌چرخد. (این آهنگ چرخش بسیار کند است — خورشید تقریباً هر ماه یک بار می‌چرخد.) فرض کنید شعاع ستاره در حدود شعاع خورشید ( $7 \times 10^5 \text{ km}$ ) و چگالی آن نسبتاً یکنواخت است. اگر تکانه زاویه‌ای در رمبش پایسته بماند، سرعت زاویه‌ای نهایی چقدر خواهد بود؟ آیا این مرتبه بزرگی برای یک ستاره نوترونی صحیح است؟ چه خطاهایی در این برآورد وجود دارد، و این خطاها چه تأثیری در نتیجه نهایی دارند؟

۱۹. (الف) مقدار  $Gm_n^2$  را بر حسب  $J.m$  محاسبه کنید. (ب) مقدار  $\hbar^2/m_n$  را بر حسب  $\text{MeV} \cdot m^2$  محاسبه کنید، (صورت و مخرج را در  $c^2$  ضرب کنید). (ج) با ترکیب نتایج (الف) و (ب)  $\hbar^2/Gm_n^2$  را بر حسب متر به دست آورید. (د) نتیجه (الف) و (ب) را ترکیب و  $G^2 m_n^5/\hbar^2$  را بر حسب  $\text{MeV}$  محاسبه کنید.

۲۰. با بهره‌گیری از نتایج مسئله قبل معادله‌های ۱۵-۲۱ و ۱۵-۲۲ را به صورت زیر بازنویسی کنید:

$$E_F = (56,27 \text{ MeV}) \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{2/3}$$

و

$$R = (12,34 \text{ km}) \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-1/3}$$

که در  $M_\odot$  جرم خورشید است.

۲۱. (الف) انرژی فرمی نوترون را در یک ستاره نوترونی با جرم دو برابر جرم خورشید محاسبه کنید. (ب) انرژی میانگین نوترون چقدر است؟ (ج) انرژی کل نوترونها چقدر است؟ (د) انرژی پتانسیل گرانشی ستاره نوترونی را محاسبه کنید. (ه) انرژی پتانسیل گرانشی ناشی از رمبش ستاره اولیه (یا ابرگازی تشکیل‌دهنده ستاره) است. فقط بخشی از این انرژی به صورت انرژی جنبشی نوترون درمی‌آید. چه کسری از انرژی گرانشی نصیب نوترونها می‌شود؟ بقیه چه می‌شود؟

۲۲. انرژی فرمی نوترونها را در یک ستاره نوترونی با جرم  $1.5$  برابر جرم خورشید بیابید. این کمیت را می‌توانیم برای توصیف حرکت آنها از سینماتیک غیرنسبیتی به کار گیریم؟

۲۳. طول موج دو بروی نوترونها را در انرژی فرمی در یک ستاره نوترونی به جرم  $1.8 M_\odot$

بیابید. طول موج دوبروی را با فاصله بین نوترونها مقایسه کنید. آیا نوترونها طول موجهای یکدیگر را "می بینند"؟ آیا توسط شبکه نوترونها پراکنده می شوند؟

۲۴. یک ستاره نوترونی با جرم  $2 \times 10^6$  برابر جرم خورشید با آهنگ  $10^6$  دور در ثانیه می چرخد. (الف) شعاع ستاره نوترونی چقدر است؟ با فرض یکنواخت بودن چگالی آن، لختی دورانی و تکانه زاویه‌ای آن را بیابید. (ج) انرژی جنبشی دورانی آن چقدر است. (د) اگر سرعت چرخش ۱ قسمت در  $10^1$  به ازای هر روز کند شود، کاهش انرژی جنبشی در هر روز را به دست آورید. (ه) با فرض اینکه اتلاف انرژی کاملاً به صورت تابش درمی آید، توان تابشی را بیابید.

۲۵. فرض کنید ستاره نوترونی مسئله ۲۴ در فاصله  $10^4$  سال نوری از زمین قرار دارد. (الف) اگر توان تابشی به صورت یکنواخت در فضا توزیع شده باشد، چه توانی به یک آنتن  $10^2 \text{ m}^2$  می رسد؟ (ب) یک نمونه تپ اختر، در فاصله  $10^4$  سال نوری از زمین، دارای میانگین توان مشاهده شده  $10^{-20} \text{ W/m}^2 \times 50$  است، از مقایسه این توان و مقدار به دست آمده در بخش (الف) چه نتیجه‌ای درباره توان تابشی می گیرید؟

## کیهان‌شناسی: مبدأ و سرنوشت عالم

در زمان کوتاه فقط چند صد سال، تحولات نجوم شأن ما را از وضعیتی که تصور می‌رفت زمین و ساکنانش در واقع مرکز عالم‌اند، به موقعیتی کاملاً بی‌اهمیت تنزل داد. قبل از قرن شانزدهم، گمان می‌رفت که سیارات، خورشید، ماه، و ستارگان همگی حول زمین می‌چرخند. در قرن شانزدهم و هفدهم، در نتیجه کشفیات کوپرنیک، تیکوبراهه، و کپلر، زمین از جایگاه ممتاز خود به زیر آمد و خورشید جای آن را گرفت. به‌کارگیری تلسکوپ در قرن هفدهم نشان داد که خورشید صرفاً یکی از ستارگان معمولی در میان کهکشانی از ستارگان دیگر است، اگرچه مجدداً فرض شد که خورشید در مرکز کهکشان قرار دارد. در اوایل قرن بیستم، ستارشناسان پی‌برده بودند که خورشید از مرکز کهکشان فاصله بسیار دارد، و عالم حاوی تعداد زیادی از کهکشانهای دیگر است. ماصرفاً یک ستاره از حدود  $10^{11}$  ستاره در کهکشان راه شیری را به‌خود اختصاص داده‌ایم، و در بیکرانگی فضا شاید  $10^{11}$  کهکشان دیگر، هر یک با همان تعداد ستاره کهکشان ما، وجود داشته باشد.

ما نه‌تنها ناظران ممتازی نیستیم، بلکه به عالم از دیدگاهی می‌نگریم که هیچ اهمیت خاصی ندارد. در واقع، دلیلی نداریم که هیچ ناظر در یک سیاره دور دست کهکشان دیگر عالم را متفاوت از آنچه ما مشاهده می‌کنیم ببیند. این فرض بنیادی در پیش‌بینی‌های ما، یعنی اصل کیهانشناختی





ادوین هابل (۱۸۸۹-۱۹۵۳، ایالات متحده). کارهای رصدی او به کمک تلسکوپهای بزرگ وجود کهکشانها را فاش کرد، و نخستین کسی بود که ابعاد و فاصله آنها را اندازه گرفت. کشف او در مورد دور شدن کهکشانها یکی از هیجان انگیزترین و مهمترین اکتشافات در تاریخ نجوم به شمار می آید.

است — در هر زمان معین عالم از تمام دیدگاهها (همگنی) و در تمام جهتها (همسانگردی) یکسان به نظر می رسد.

در این فصل، حوزه کیهانشناسی یعنی مطالعه عالم در بزرگ مقیاس از جمله مبدأ، تکامل، و آینده آن را به اختصار بررسی می کنیم. برای این کار نباید صرفاً به نسبیت (خاص و عام) و نظریه کوانتومی تکیه کنیم، بلکه باید نتایج بنیادی فیزیک اتمی و مولکولی، فیزیک آماری، ترمودینامیک، فیزیک هسته ای و ذرات را نیز منظور کنیم.

بحث خود را با سه کشف آغاز می کنیم که باعث تغییری بنیادی در برداشت ما از عالم شد: عالم در حال انبساط است، عالم پر از تابش الکترومغناطیسی است، و بیشتر جرم آن به صورت اسرارآمیزی از دیده پنهان است. نشان خواهیم داد که چگونه این اکتشافها در قالب یک نظریه واحد درباره مبدأ عالم، به نام نظریه مهبانگ، گنجانده شد. سپس اندازه گیریهای دیگر را در نظر می گیریم که این نظریه را تأیید می کند، و کار را با پیش بینی های آینده عالم به پایان می رسانیم.

## ۱-۱۶ انبساط عالم

دلیل انبساط عالم همان انتقال دوپلری نور کهکشانهای دور دست است. در فصل ۲، رابطه انتقال دوپلر نسبیتی را به دست آوردیم:

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \quad (1-16)$$

که اکنون  $v$  معرف سرعت نسبیستی است و فرض کرده‌ایم که چشمه و ناظر از یکدیگر دور می‌شوند. اکنون می‌توانیم معادله ۱۶-۱ را برحسب طول موج بازنویسی کنیم

$$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} = \frac{\lambda(1+v/c)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (2-16)$$

که در آن  $\lambda'$  طول موجی است که ما بر روی زمین اندازه می‌گیریم و  $\lambda$  طول موج گسیلی از ستاره یا کهکشان در چارچوب سکون آن است.

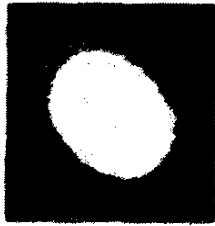
نور گسیلیده از ستاره‌ای چون خورشید دارای طیف پیوسته است، در هنگام عبور آن از جو ستاره، گازهای موجود در جو بخشی از نور را جذب می‌کنند، به طوری که چند خط تاریک جذبی بر روی طیف گسیلی پیوسته قرار می‌گیرد (شکل ۶-۱۷ و عکس رنگی ۴). مقایسه طول موجهای معلوم این خطها (که در آزمایشگاههای ساکن بر روی زمین اندازه‌گیری شده است) و طول موجهایی که انتقال دوپلری یافته‌اند، استنتاج سرعت ستاره را از معادله ۱۶-۲ امکانپذیر می‌کند.

معلوم شده است که در کهکشان ما بعضی ستارگان که نورشان به طرف طول موجهای کوتاهتر (آبی) جابه‌جا شده است به ما نزدیک، و ستارگان دیگر که طول موجشان به سوی طول موجهای بزرگتر (سرخ) منتقل شده است از ما دور می‌شوند. سرعت میانگین این ستاره‌ها نسبت به ما در حدود  $30 \text{ km/s}$  ( $10^{-4}c$ ) است. تغییر طول موج این ستارگان بسیار کم است. نور کهکشانهای مجاور، مربوط به گروه "محلی"، نیز مجدداً انتقال به سرخ یا انتقال به آبی از خود نشان می‌دهند. به هر حال، وقتی به نور کهکشانهای دور دست می‌نگریم، پی می‌بریم که نور آنها به طور سیستماتیک به سرخ منتقل شده است. نمونه بعضی از این اندازه‌گیریها در شکل ۱۶-۱ نشان داده شده است. ما آن طور که از حرکت کاتوره‌ای کهکشانهای انتظار می‌داشتیم، تعداد قابل مقایسه انتقال به سرخ و انتقال به آبی مشاهده نمی‌کنیم. به نظر می‌رسد که همه کهکشانهای فراتر از گروه "محلی" از ما دور می‌شوند.<sup>۱</sup> اگر اصل کیهانشناختی را بپذیریم بر پایه آن عالم از همه دیدگاههای یکسان به نظر می‌رسد، باید نتیجه بگیریم که هر ناظر دیگر در عالم به این نتیجه می‌رسد:

به نظر می‌رسد که کهکشانهای از هر نقطه در عالم دور می‌شوند.

۱. انتقال به سرخهای مشاهده شده، انتقال به سرخ گرانشی نسبت عام نیست که در بخش ۱۵-۱ بررسی شد. همان طور که در مثال ۱۵-۱ نشان دادیم، این انتقالهای به سرخ ناچیز، از مرتبه  $10^6$  برای یک ستاره نوعی هستند. انتقالهای دوپلری ناشی از حرکت، بسیار بزرگترند؛ در بعضی موارد طول موج را دو تا سه برابر می‌کنند. کهکشانهای دور دست به اندازه کافی متراکم نیستند تا چنین انتقال به سرخهای گرانشی را تولید کنند.

سیمای خوشه ای  
در



سنبله

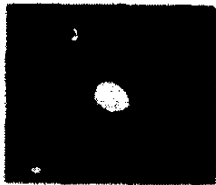
فاصله بر حسب  
سال نوری

59,000,000

انتقال به سرخ

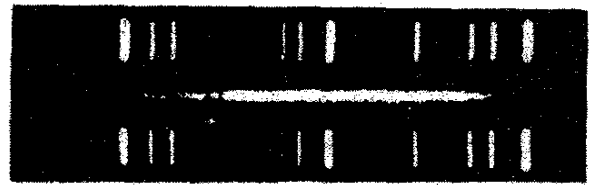


1,200 KM/SEC

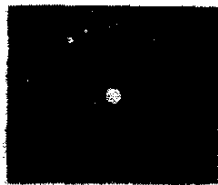


دب اکبر

730,000,000

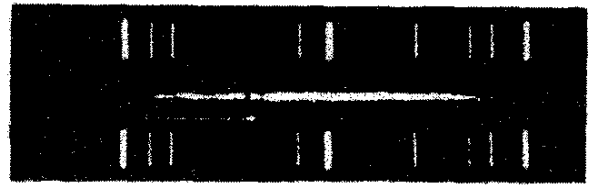


15,000 KM/SEC



اکلیل شمالی

1,070,000,000



22,000 KM/SEC



عوا

1,900,000,000

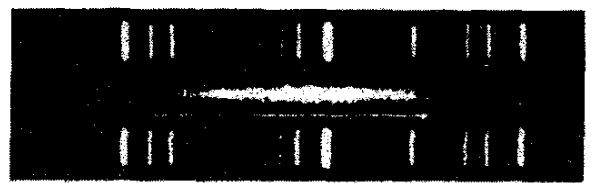


39,000 KM/SEC



هیدرا (شجاع)

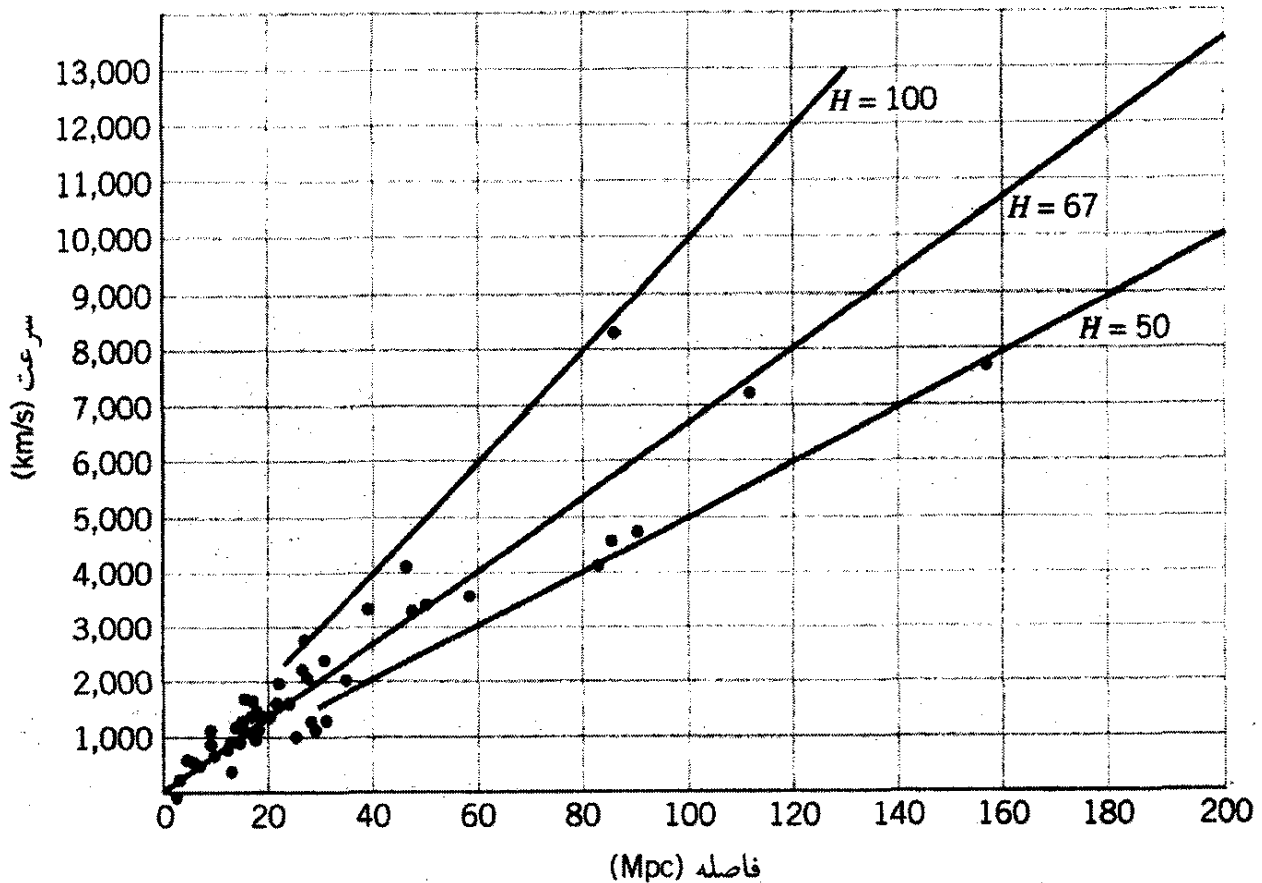
3,000,000,000



61,000 KM/SEC

شکل ۱۶-۱ انتقال به سرخ برای چند کهکشان. طیف این کهکشانها طیفهایی با خطهای جذبی است، یعنی طیفهای پیوسته شامل خطهای جذبی تاریک. برای این کهکشانها، دو خط تاریک که با پیکان نشان داده شده اند، مربوط به کلسیم است. خطهای گسیلی در بالا و زیر هر طیف جذبی برای درجه بندی هستند. در زیر هر طیف سرعتی درج شده که از انتقال به سرخ به دست آمده است.

در سالهای ۱۹۲۰، ادوین هابل ستاره شناس، با استفاده از تلسکوپ ۱۰۰ اینچی مونت ویلسون در کالیفرنیا، سحابیهای تنک را مطالعه می کرد. هابل با تفکیک تک تک ستارگان سحابی، توانست نشان دهد که آنها کهکشانهایی چون کهکشان راه شیری متشکل از صدها میلیارد ستاره اند. وقتی هابل انتقال به سرخ این کهکشانها را اندازه گیری کرد و سرعت آنها به دست آورد، به این نتیجه جالب رسید: کهکشانها از ما دور می شوند، و هرچه کهکشان از ما دورتر باشد،



شکل ۱۶-۲ رابطه سرعت برحسب فاصله برای گروههایی از خوشه‌های کهکشانی. خط راست قانون هابل را برای مقادیر مختلف پارامتر هابل  $H$  (برحسب  $\text{km/s} \cdot \text{Mpc}$ ) نشان می‌دهد.

سرعت حرکت آن بیشتر است. این تناسب بین سرعت کهکشان و فاصله آن را قانون هابل می‌گویند:

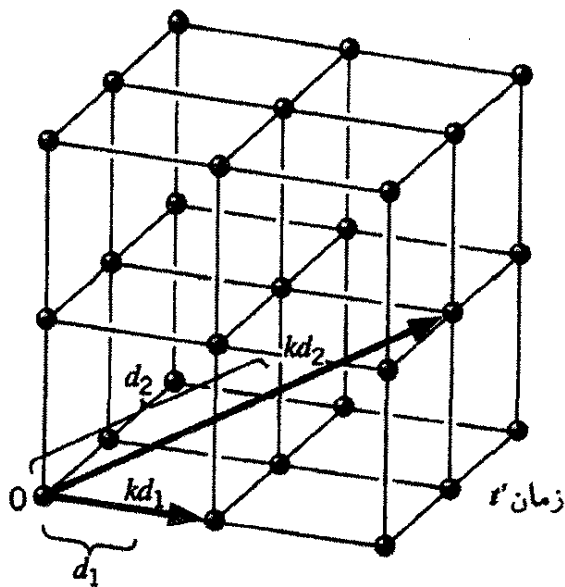
$$v = Hd \quad (۱۶-۳)$$

ثابت تناسب  $H$  را پارامتر هابل می‌نامند.

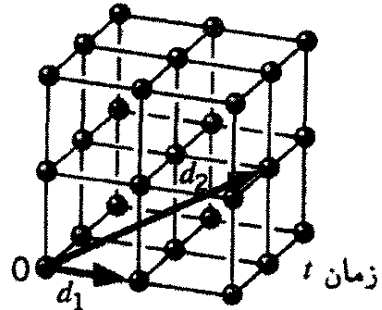
شکل ۱۶-۲ نمودار سرعت‌های به‌دست آمده برحسب فاصله است. اگرچه نقطه‌ها تا اندازه‌ای پراکنده‌اند (در درجه اول به واسطه خطاهای موجود در اندازه‌گیریهای فاصله)، اما دلیل قاطعی را بر وجود یک رابطه خطی نشان می‌دهند. شیب این خط بهترین مقدار پارامتر هابل را به‌دست می‌دهد<sup>۱</sup>

$$H = ۶۷ \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$$

۱. یک پارسک، pc، معیاری از فاصله در مقیاس کیهانی است، پارسک فاصله متناظر با اختلاف منظر یک ثانیه زاویه‌ای است. چون اختلاف منظر ناشی از حرکت زمین به دور خورشید است، زاویه اختلاف منظر  $2\alpha$ ، قطر  $2R$  مدار زمین تقسیم بر فاصله  $d$  از ستاره یا کهکشان است. بنابراین  $\alpha = R/d$ ، که نتیجه می‌شود،  $۱ \text{ pc} = ۳,۲۶ \times ۱۰^۶ \text{ km}$  سال نوری  $= ۳,۲۶ \times ۱۰^۶ \text{ km}$ . یک مگاپارسک برابر است با  $۱۰^۶ \text{ pc}$ .



(ب)



(الف)

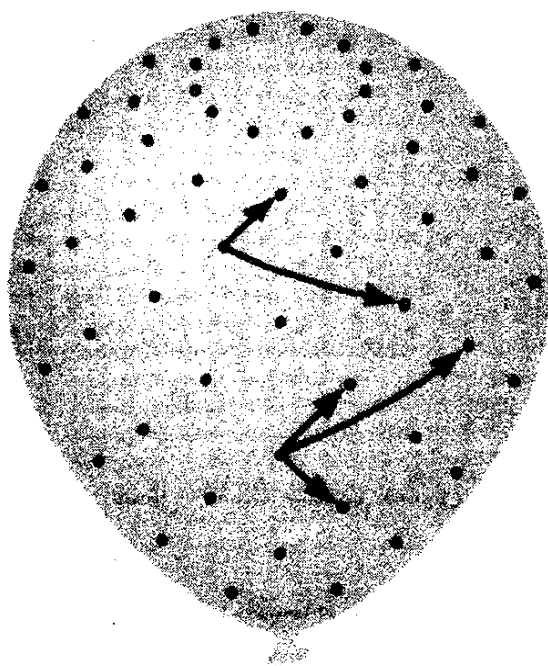
شکل ۱۶-۳ انبساط یک فضای مختصات، که نشان می‌دهد سرعت دور شدن تابع فاصله است؛  $d_2$  بزرگتر از  $d_1$  است و  $d_2$  سریعتر از  $d_1$  افزایش می‌یابد.

خطای زیاد پارامتر هابل، مقداری در حدود  $5^\circ$  تا  $10^\circ \text{ km/s}$  است. Mpc نیز در داده‌ها برازش می‌یابد.

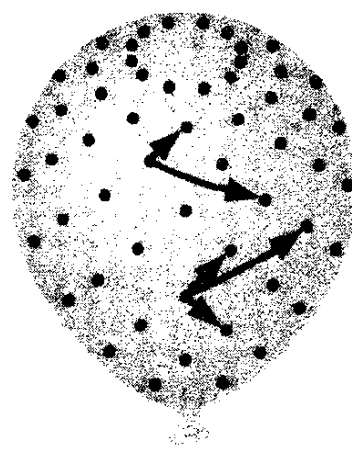
واحد پارامتر هابل عکس واحد زمان است. چنانکه بعداً نشان خواهیم داد،  $H^{-1}$  معیار تقریبی سن عالم است. بهترین مقدار  $H$  سنی معادل  $10^{10} \times 5$  را می‌دهد، و خطای موجود در مقدار  $H$  سنی در گستره  $10$  تا  $19 \times 10^{10}$  سال را مجاز می‌دارد. اگر سرعت عقب نشینی تغییر کند، سن واقعی می‌تواند کمتر از  $H^{-1}$  باشد.

چگونه قانون هابل نشان می‌دهد که عالم در حال انبساط است؟ یک عالم غیر عادی را در نظر بگیرید که با دستگاه مختصات سه بعدی شکل ۱۶-۳ الف نشان داده شده است، که در آن هر نقطه نمایانگر یک کهکشان است. اگر زمین را در مبدأ در نظر بگیریم، می‌توانیم فاصله  $d$  از هر کهکشان را تعیین کنیم. اگر این عالم بخواهد منبسط شود، و همه نقاط آن مطابق شکل ۱۶-۳ ب از هم دور شوند، فاصله تا هر کهکشان به  $d'$  افزایش می‌یابد. فرض کنید که انبساط به گونه‌ای است که هر بعد به نسبت ثابت  $k$  در زمان  $t$  افزایش می‌یابد؛ یعنی،  $x' = kx$  و به همین ترتیب الی آخر. پس  $d' = kd$ ، و یک کهکشان معین در زمان  $t$  به اندازه  $d' - d$  از ما دور می‌شود، بنابراین سرعت دور شدن ظاهری آن عبارت است از

$$v = \frac{d' - d}{t} = d \frac{k - 1}{t} \quad (۴-۱۶)$$



(ب)



(الف)

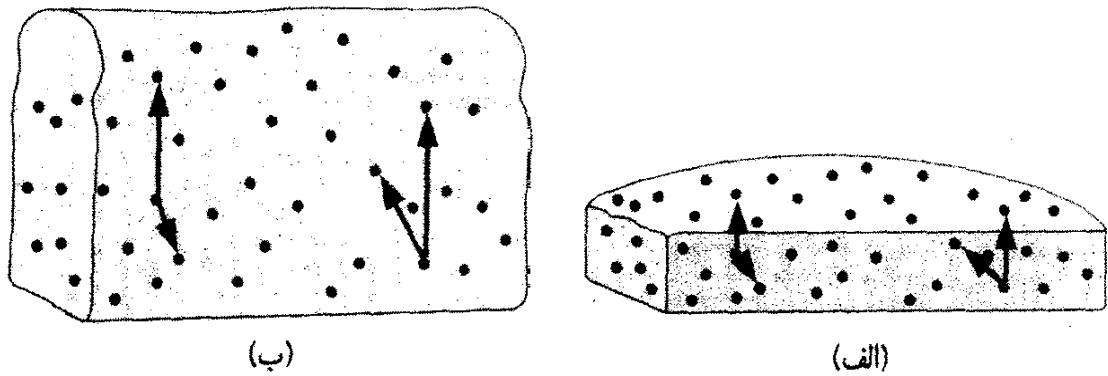
شکل ۱۶-۴ با متورم شدن بادکنک، هر ناظر بر روی سطح آن یک رابطه سرعت - فاصله به صورت قانون هابل را مشاهده می‌کند.

اگر کهکشانهای ۱ و ۲ را مقایسه کنیم، خواهیم داشت

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_1}{d_2} \quad (۱۶-۵)$$

رابطه‌ای که همانند قانون هابل، معادله ۱۶-۳، است. بنابراین، در یک عالم در حال انبساط، کاملاً طبیعی است که هرچه کهکشان از ما دورتر باشد، سرعت دور شدن بیشتری را برای آن مشاهده کنیم. توجه کنید که در شکل ۱۶-۳ مهم نیست که کدام نقطه را مبدأ انتخاب کنیم. از هر نقطه در "عالم" شکل ۱۶-۳، ملاحظه می‌شود که سایر نقاط در معادله ۱۶-۵ و در نتیجه در قانون هابل صادق‌اند. همچنین می‌توانیم این مطلب را با دو مقایسه دیگر نشان دهیم. اگر خالهایی را بر روی یک بادکنک نقاشی (شکل ۱۶-۴) و سپس آن را باد کنیم، هر خال مشاهده می‌کند که خاله‌های دیگر از آن دور می‌شوند، و هرچه خال دورتر شود، فاصله آن با سرعت بیشتری افزایش می‌یابد. برای یک مقایسه سه‌بعدی قرص نان کشمشی شکل ۱۶-۵ را در نظر بگیرید که در یک تور پف می‌کند. با پف کردن نان، هرکشمش می‌بیند که کشمش‌های دیگر از آن دور می‌شوند. و سرعت دور شدن با فاصله تغییر می‌کند.

اطلاعاتی که در اینجا برای انبساط عالم ارائه شد، واغلب آنها در سالهای ۱۹۲۰ و ۱۹۳۰ گردآوری شده است، نشان می‌دهد که با انبساط عالم کهکشانهای از یکدیگر دور می‌شوند. بنابراین، این انبساط به صورت تجربی به اثبات رسیده است، و در واقع جامعه علمی از زمان مطرح شدن آن را پذیرفته است.



شکل ۱۶-۵ سیستم دیگری که در آن قانون هابل صادق است.

به هر حال، دو برداشت از این انبساط وجود دارد. (۱) اگر کهکشانها از هم دور می‌شوند، در گذشته باید به یکدیگر نزدیکتر می‌بودند. بنابراین در گذشته عالم بسیار چگالتر بوده است، و اگر به اندازه کافی به عقب برگردیم یک تک نقطه با چگالی بینهایت را می‌یابیم. این فرضیه "مهبانگ" است که آن را ابتدا جورج گاموف و همکارانش پیشنهاد کردند. (۲) عالم همواره همین چگالی کنونی را داشته است. با دور شدن کهکشانها از یکدیگر، ماده اضافی به‌طور پیوسته در فضای خالی میان کهکشانی خلق می‌شود تا چگالی را کم و بیش ثابت نگه دارد. این فرضیه "حالت مانای" فرد هویل ستاره‌شناس و دیگران است. کهکشانهای جدید که از این ماده تازه به‌وجود می‌آیند سبب می‌شوند که عالم نه تنها از دیدگاههای مختلف، بلکه در همه زمانهای حال و آینده یکسان به نظر برسد. (برای ثابت نگه داشتن چگالی، آهنگ خلق فقط باید در حدود یک اتم هیدروژن به ازای هر متر مکعب در هر میلیارد سال باشد.)

هر دو فرضیه حامیان خود را دارد، و در سالهای ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰ دلایل تجربی، هیچکدام از آنها را بر دیگری ترجیح نمی‌داد. (توجه کنید که هر دو فرضیه پایستگی انرژی را نقض می‌کند؛ در فرضیه اول یک بار به میزان بینهایت، و در دیگری در همه زمانها و هر بار به مقدار اندک) در سالهای ۱۹۶۰، حوزه جدید اخترشناسی رادیویی حضور تابش زمینه در ناحیه میکروموج آشکار کرد که تصور می‌شود بقایای تابش مهبانگ باشد. همین یک مشاهده نظریه مهبانگ را در صفت مقدم مدلهای کیهانشناختی قرار داده است.

## ۱۶-۲ تابش زمینه میکروموج کیهانی

هنگامی که یک گاز به صورت بی‌دررو منبسط شود، خنک می‌شود. همین مطلب در مورد عالم صادق است: انبساط با خنک شدن همراه است. اگر به گذشته برگردیم، عالم داغتر و چگالتری را می‌یابیم. هرگاه به اندازه کافی به عقب برگردیم، عالم را چنان داغ می‌یابیم که در آن شرایط ماده



جورج گاموف (۱۹۰۴-۱۹۶۹، ایالات متحده)، نقش بارز او در فیزیک هسته‌ای (واپاشی آلفا، واپاشی بتا، و ساختار هسته) و کیهانشناسی (نظریه مهبانگ) به تنهایی او را در میان دانشمندان تراز اول قرار می‌دهد، اما علاوه بر آن وی یکی از موفقترین نویسندگان علوم به زبان همگان فهم است، که در این زمینه چشم‌اندازهای غیر عادی و سرگرم‌کننده‌ای را گشوده است.

پایداری نمی‌تواند تشکیل شود. در این زمان ترکیب آن "گازی" از ذرات و فوتونها بوده است. ذرات ناپایدار سرانجام به ذرات پایدار واپاشیدند، و ذرات پایدار سرانجام کپه شدند و ماده را تشکیل دادند. فوتونهایی که عالم را پُر کرده بودند باقی ماندند، اما طول‌موج آنها بر اثر انبساط کش آمده بود. امروز این فوتونها دمای بسیار کمتری دارند، اما هنوز به‌طور یکنواخت عالم را پُر کرده‌اند.

طول‌موج طیف این فوتونها باید طول‌موج مربوط به جسم سیاه در دمایی باشد که مشخصه عالم در آن زمان است. هرچند طول‌موجها با انبساط عالم تغییر می‌کنند، با همه اینها طیف هنوز مربوط به یک جسم سیاه، اما در دمایی بسیار کمتر، است. در سالهای ۱۹۴۰ کیهانشناسان هوادار نظریه مهبانگ (گاموف و دیگران) پیش‌بینی کردند که این "گوی آتشین" امروزه باید در دمای حدود ۵K تا ۱۰K باشد؛ انرژی این فوتونها باید در حدود  $10^{-2} \text{ eV}$  یا طول‌موجی در حدود ۱mm، در ناحیه میکروموج طیف باشد.

اکنون برخی ویژگیهای تابش جسم سیاه را که در فصل ۳ بررسی کردیم، مرور می‌کنیم. طیف طول‌موج به کمک توزیع پلانک، معادله  $10^{-1}$  -  $30$ ، به دست می‌آید:

$$u(\lambda)d\lambda = \frac{\lambda\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda \quad (6-16)$$

که در آن  $u(\lambda)d\lambda$  چگالی انرژی (انرژی به ازای واحد حجم) تابش گسیلی بین طول‌موجهای  $\lambda$



و  $\lambda + d\lambda$  است. توزیع طول موج برای یک دمای معین قله‌ای در  $\lambda_{\max}$  دارد که به کمک قانون جابه‌جایی وین، معادله ۳-۲۹، به دست می‌آید:

$$\lambda_{\max} T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad (7-16)$$

چگالی کل انرژی تابشی  $U$  در همه طول موجها از قانون استفان، معادله ۳-۲۸، به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} U &= \int u(\lambda) d\lambda \\ &= \frac{\sigma}{c} T^4 \end{aligned} \quad (8-16)$$

که در آن  $\sigma$  ثابت استفان - بولتزمن، با مقدار  $5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^2$  است.

با انبساط عالم، طول موج تابش مهبانگ بلندتر می‌شود. اگر هر مؤلفه طیف طول موج با ضریب  $f$  (از  $\lambda$  به  $f\lambda$ ) افزایش یابد، از معادله ۱۶-۶ مشاهده می‌کنید که طیف انرژی فعلی یک طیف جسم سیاه باقی می‌ماند، که با دمای کمتر  $T/f$  مشخص شده است. چگالی انرژی با ضریب  $1/f^4$  کم می‌شود.

قبل از بحث درباره نتیجه‌های تجربی، بگذارید با بهره‌گیری از معادله‌های ۱۶-۶ تا ۱۶-۸ نتایج بنیادی دیگری به دست آوریم. ابتدا طیف انرژی فوتونها را از معادله ۱۶-۶، با قرار دادن  $hc/E$  به جای  $\lambda$ ، به دست می‌آوریم:

$$u(E)dE = \frac{\lambda \pi E^3}{(hc)^3} \frac{1}{e^{E/kT} - 1} dE \quad (9-16)$$

چون این رابطه چگالی انرژی را می‌دهد، می‌توانیم آن را بر انرژی  $E$  تقسیم کنیم تا تعداد فوتونهای با انرژی  $E$  به ازای واحد حجم،  $n(E)$  به دست آید:

$$\begin{aligned} n(E)dE &= \frac{u(E)dE}{E} \\ &= \frac{\lambda \pi E^2}{(hc)^3} \frac{1}{e^{E/kT} - 1} dE \end{aligned} \quad (10-16)$$

برای یافتن تعداد کل فوتونها در تمام انرژیها به ازای واحد حجم،  $N$ ، از معادله ۱۶-۱۰ روی انرژی انتگرال می‌گیریم:

$$\begin{aligned} N &= \int_0^{\infty} n(E)dE \\ &= \frac{\lambda \pi}{(hc)^3} \int_0^{\infty} \frac{E^2 dE}{e^{E/kT} - 1} \\ &= \frac{\lambda \pi}{(hc)^3} (kT)^3 \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} \end{aligned} \quad (11-16)$$

که قرار داده‌ایم  $x = E/kT$ . این انتگرال معین به صورت استاندارد و تقریباً برابر با  $۲.۴۰۴$  است. معادله ۱۶-۱۱ نشان می‌دهد که تعداد کل فوتونها به ازای واحد حجم با مکعب دما متناسب است، و با ارزیابی ثابتها می‌رسیم به:

$$N = (۲.۰۳ \times ۱۰^۷ \text{ فوتون} / \text{m}^۳ \cdot \text{K}^۳) T^۳ \quad (۱۲-۱۶)$$

می‌توانیم معادله ۱۶-۸ را با ارزیابی ثابتها به همین شکل بنویسیم:

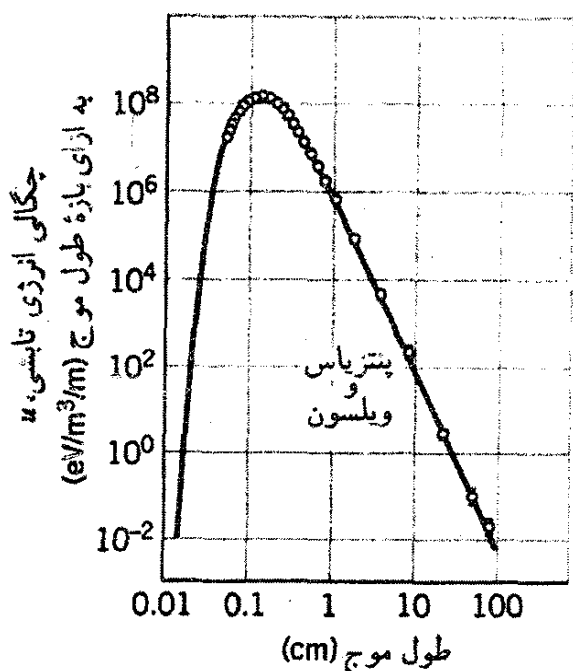
$$U = (۴.۷۳ \times ۱۰^۲ \text{ eV} / \text{m}^۳ \cdot \text{K}^۴) T^۴ \quad (۱۳-۱۶)$$

و متوسط (میانگین) انرژی هرفوتون در دمای  $T$  عبارت است از:

$$E_m = \frac{U}{N} = (۲.۳۳ \times ۱۰^{-۲} \text{ eV} / \text{K}) T \quad (۱۴-۱۶)$$

اکنون به بررسی دلایل تجربی وجود این تابش میکروموج و تعیین دمای آن می‌پردازیم. با توجه به معادله ۱۶-۶ پی می‌بریم که اندازه‌گیری چگالی انرژی تابشی جسم سیاه در هر طول موج برای تعیین دمای  $T$  کافی است، اگرچه برای نشان دادن اینکه تابش در واقع دارای طیف جسم سیاه است، اندازه‌گیری در گستره طول موجها ضروری است.

آرنو پنزیاس و رابرت ویلسون در آزمایش خود که در سال ۱۹۶۵ انجام دادند، از یک آنتن میکروموج استفاده کردند که برای طول موج  $۷.۳۵ \text{ cm}$  تنظیم شده بود. آنان، در این طول موج یک صدای "سوت" آزاد دهنده را از آنتن ثبت کردند که، به رغم دقت فراوان در بهبود بخشیدن به سیستم اندازه‌گیری، نتوانستند آن را از میان ببرند. پس از کوششهای فراوان برای حذف این "نوفه"، به این نتیجه رسیدند که این نوفه ناشی از چشمه نامشخص است و از همه جهتها، در طول روز و شب، تابستان و زمستان، به آنتن آنها می‌رسد. (داستان این کشف و سایر کشفهای دیگر در این زمینه را می‌توان در مراجع پایان این فصل یافت.) آنها از انرژی تابشی در آن طول موج، دمای  $۲.۷ \pm ۰.۱ \text{ K}$  را به دست آوردند، و بعداً به این نتیجه رسیدند که این تابش بقایای فعلی "گوی آتشین" مهبانگ است. پس از این آزمایش اولیه، آزمایشهای متعددی، در طول موجهای مختلف در گستره  $۰.۵ \text{ cm}$  تا  $۱۰۰ \text{ cm}$  انجام شده است، که همه آنها حدوداً دمای یکسانی را می‌دهند. تازه‌ترین اندازه‌گیریها با ماهواره کاوشگر زمینه کیهانی (COBE) انجام گرفته است، که در سال ۱۹۸۹ به فضا پرتاب شد. قبلاً، به واسطه جذب در جو، داده‌های دقیق در کمتر از طول موج  $۱ \text{ cm}$  موجود نبود. ماهواره COBE توانست داده‌های بسیار دقیقی را در مورد تابش زمینه در گستره طول موجهای  $۰.۵ \text{ cm}$  تا  $۱ \text{ cm}$  به دست آورد. جمع‌بندی این آزمایشها را در شکل ۱۶-۶ مشاهده می‌کنید. نقاط داده دقیقاً بر خط پُر،



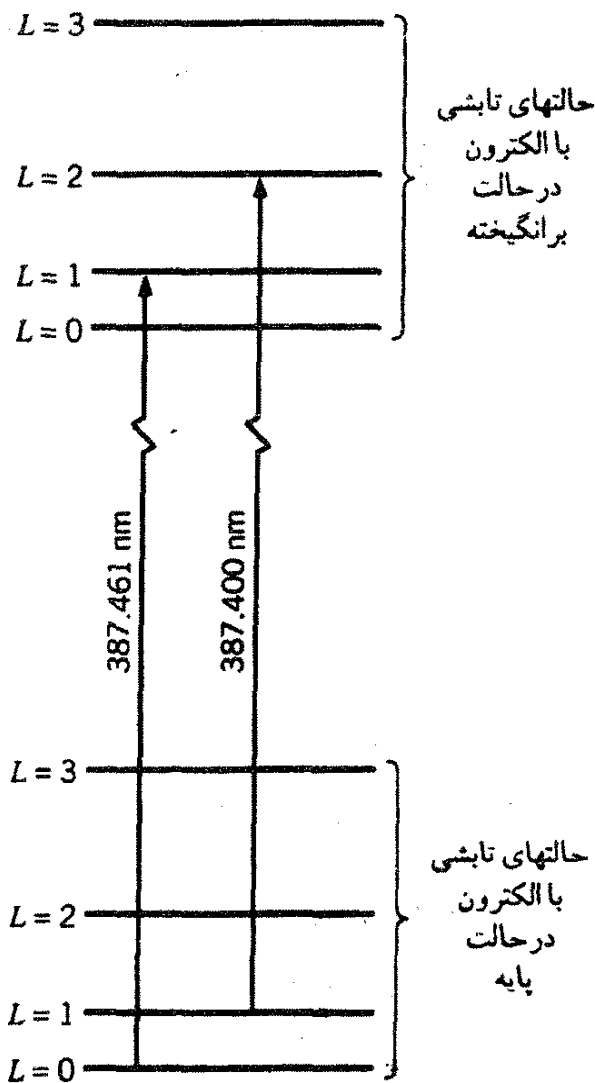
شکل ۱۶-۶ طیف طول موج تابش زمینه میکروموج کیهانی. خط پُر طیف جسم سیاه پلانک به ازای  $T = ۲,۷۳۵K$  است.

که به کمک معادله ۱۶-۶ برای دمای  $T = ۲,۷۳۵K$  محاسبه شده است، منطبق می‌شوند. آزمایشهای دیگر نشان می‌دهند که شدت تابش در همه جهتها یکسان است. این تابش از چشمه خاصی نمی‌آید، بلکه امروز نیز درست مانند لحظات اولیه پس از مهبانگ تمام عالم را پر کرده است.

با بهره‌گیری از دمای استنتاج شده  $۲,۷K$ ، می‌توانیم به کمک معادله‌های ۱۶-۱۲ تا ۱۶-۱۴ محاسبه کنیم که تعداد حدود  $۴ \times 10^8$  از این فوتونها در هر مترمکعب فضا وجود دارد (هم‌اکنون در حدود  $10^8$  عدد از آنها از بدن شما می‌گذرند!)، و سهم آنها در چگالی انرژی عالم در حدود  $۲۵ \times 10^5 eV/m^3$  (در حدود نصف انرژی سکون یک الکترون) است، و انرژی میانگین هر فوتون در حدود  $۰.۰۰۰۶۳ eV$  است. تعداد این فوتونها اهمیت خاصی دارد؛ چون در تمام  $10^9 \times 15$  سال گذشته، نسبت تعداد نوکلئونها (پروتونها و نوترونها) به فوتونها تقریباً ثابت بوده است. این مطلب پیامدهای مهمی در کیهانشناسی مهبانگ دارد.

### مثال ۱۶-۱

مولکول CN (سیانوزن) به واسطه طیف جذبی‌اش در فضای میان ستاره‌ای مشاهده شده است. این مولکول در حالت پایه، طول موج  $۳۸۷۴۶۱ nm$  را جذب می‌کند و اولین حالت برانگیخته چرخشی مولکول را تشکیل می‌دهد (که  $۴۷۰ \times 10^2 eV$  بالاتر از حالت پایه است). جذب در طول موج  $۳۸۷۴۰۰ nm$  صورت می‌گیرد. اندازه‌گیرهای شدت این خطهای جذبی نشان می‌دهد که در حدود ۲۵ درصد مولکولهای CN موجود در حالت برانگیخته اول و ۷۵ درصد در حالت پایه‌اند. دمای فضای میان ستاره‌ای را محاسبه کنید.



شکل ۱۶-۷ جذب تابش توسط سیانوزن (CN).

حل: شکل ۱۶-۷ حالت‌های برانگیخته CN و گذارهای جذبی را نشان می‌دهد. اگر CN در  $T = 0$  باشد، انتظار داریم همه مولکولها در حالت پایه باشند. در دمای  $T$ ، مانند حالت معادله ۹-۲۰ جمعیت حالت برانگیخته را عامل بولتزمن  $e^{-E/kT}$  و وزنهای آماری ترازها، تعیین می‌کنند. نسبت جمعیت  $N_2$  حالت برانگیخته به  $N_1$  حالت پایه عبارت است از:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{2L_2 + 1}{2L_1 + 1} e^{-(E_2 - E_1)/kT} \quad (16-15)$$

که در آن  $L_1$  و  $L_2$  به ترتیب اعداد کوانتومی چرخشی حالت برانگیخته و حالت پایه‌اند. با قراردادن کمیتهای معلوم می‌رسیم به:

$$\frac{0.25}{0.75} = \frac{2 \times 1 + 1}{2 \times 0 + 1} e^{-(2.70 \times 10^{-2} \text{ eV})/kT}$$

با حل آن خواهیم داشت:

$$kT = 2.13 \times 10^{-2} \text{ eV}$$

یا

$$T = 2.5 \text{ K}$$

این اندازه‌گیری به روشنی نشان می‌دهد که اگرچه ممکن است انتظار داشته باشیم فضای میان ستاره‌ای در دمای  $0 \text{ K}$  باشد، اما چیزی این مولکولها را تا  $2.5 \text{ K}$  گرم می‌کند. مولکولها در حمامی از تابش زمینه غوطه‌ورند که دمای آنها را بالا می‌برد. ■

## ۱۶-۳ ماده تاریک

شکل ۱۶-۸ کهکشانهای مارپیچی همانند کهکشان راه شیری را نشان می‌دهد؛ که در آن نیروی گرانشی پیوندی بین حدود  $10^{11}$  ستاره به وجود آورده است. قطر یک کهکشان نوعی ممکن است  $10^5$  تا  $5 \times 10^5$  کیلوپارسک ( $10^{15}$  تا  $3 \times 10^{15}$  کیلومتر) باشد. ساختار بسیاری از کهکشانهای مارپیچی است، با یک ناحیه مرکزی درخشان (حاوی قسمت اعظم جرم کهکشان) و چند بازوی مارپیچی در یک قرص مسطح.

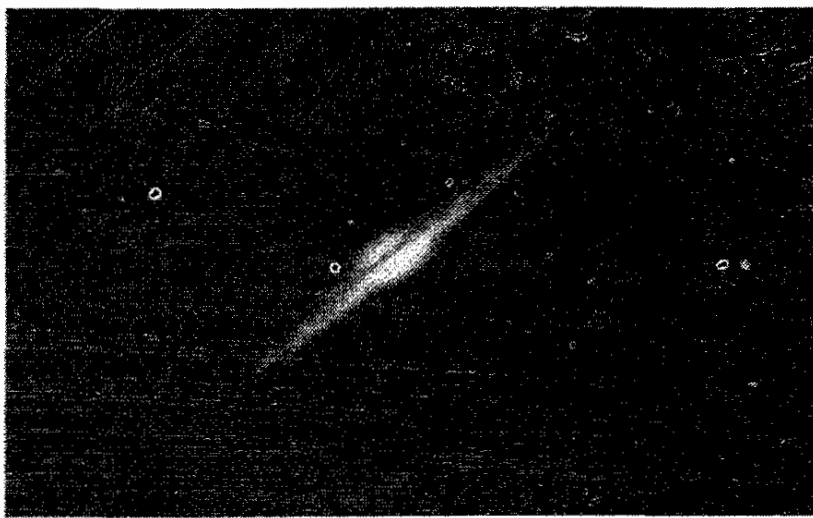
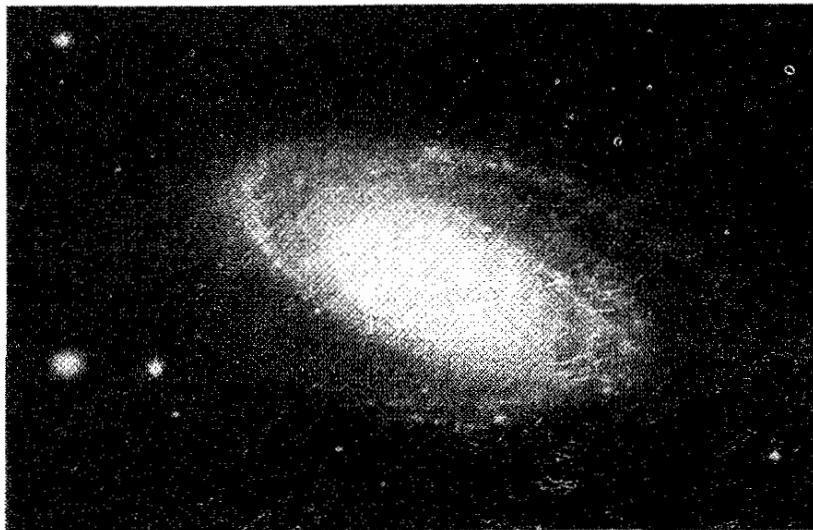
کل ساختار حول محور عمود بر صفحه قرص می‌چرخد. سرعت مماسی خورشید، که در یکی از بازوهای مارپیچی کهکشان ما در فاصله  $8.5 \text{ kpc}$  از مرکز آن (در حدود  $2/3$  شعاع قرص) قرار دارد،  $220 \text{ km/s}$  است. با این سرعت،  $240$  میلیون سال طول می‌کشد تا یک دور کامل بزند؛ در طول عمر  $4.5$  میلیارد ساله منظومه شمسی، خورشید در حدود  $20$  دور زده است.

چون پیوند بین ستارگان موجود در کهکشان را نیروی گرانشی تأمین می‌کند، می‌توانیم از قانونهای کپلر برای تحلیل حرکت استفاده کنیم. فرض می‌کنیم نیروی گرانشی وارد بر خورشید در درجه اول به واسطه ناحیه چگال در مرکز کهکشان است؛ جرم کل ستارگان دیگر در بازوی مارپیچی بسیار کمتر از جرم مرکزی است، پس این ستارگان سهم ناچیزی در نیروی وارد بر خورشید دارند، قانون سوم کپلر بین دوره  $T$ ، مدار با شعاع آن رابطه برقرار می‌کند:

$$T^2 = \left( \frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3 \quad (16-16)$$

که  $T = 2\pi r/v$ ، و در آن  $v$  سرعت مماسی است؛ می‌رسیم به:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (17-16)$$

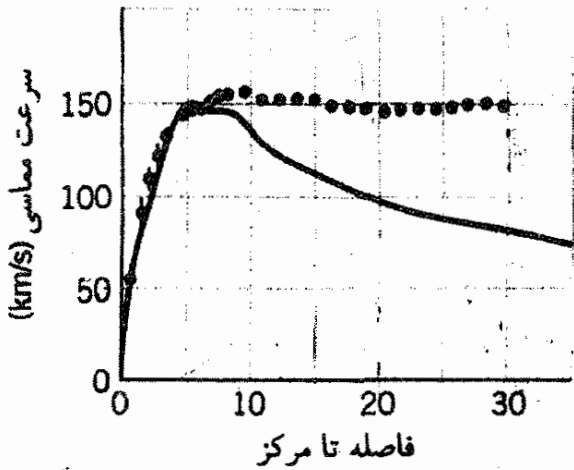


شکل ۱۶-۸ کهکشانه‌های ماریچی همانند راه شیری، از دو چشم انداز مختلف، یکی عمود بر صفحه کهکشان و یکی در امتداد این صفحه.

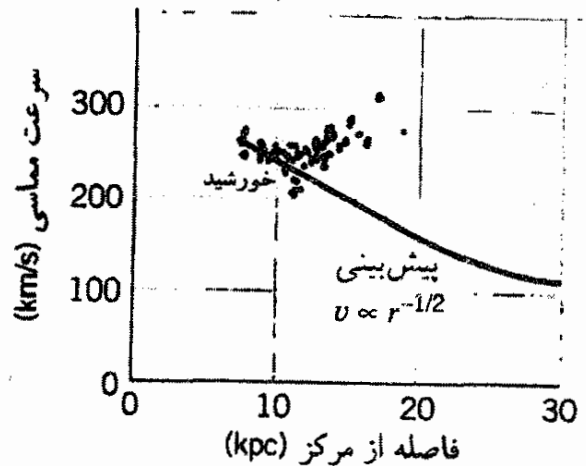
در اینجا  $M$  جرم موجود در ناحیه‌ای به شعاع  $r$  است. سرعت مماسی خورشید نشان می‌دهد که جرمی معادل  $10^{11}$  برابر جرم خورشید در داخل مدار آن قرار دارد.

بنابراین مدل، انتظار داریم سرعت‌های مماسی ستارگان فراتر از خورشید با افزایش شعاع به صورت  $r^{-1/2}$  کاهش یابد (سیارات منظومه شمسی با دقت زیاد از این پیش‌بینی پیروی می‌کنند). اما، مشاهده می‌کنیم که برای چرخش کهکشان  $v$  ثابت است یا شاید اندکی برای ستارگان فراتر از خورشید افزایش یابد (شکل ۱۶-۹).

سایر کهکشانه‌های ماریچی همین اثر را نشان می‌دهند. سرعت مماسی ستارگان در کهکشانه‌های دور را می‌توان با استفاده از انتقال دوپلری نور آنها اندازه گرفت. اگر به یک کهکشان در امتداد صفحه قرص آن نگاه کنیم، یک طرفش به ما نزدیک، و طرف دیگر آن همواره از ما دور می‌شود. اختلاف بین انتقال‌های دوپلری نور دو طرف کهکشان اطلاعاتی درباره سرعت مماسی، بدون توجه



شکل ۱۶-۱۰ سرعت‌های مماسی یک کهکشان دور برحسب فاصله از مرکز آن. خط‌پر نمایانگر رابطه  $v \propto r^{-1/2}$  در فاصله‌های فراتر از تراکم مرکزی ستارگان است.



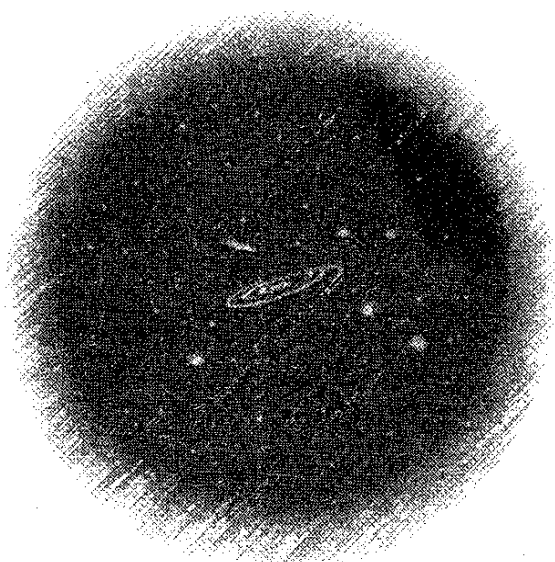
شکل ۱۶-۹ سرعت‌های مماسی ستارگان در کهکشان ما، که از انتقال دوپلری نور آنها تعیین شده است. خط‌پر پیش‌بینی قانون سوم کپلر، معادله ۱۶-۱۷، است.

به برابند حرکت کل کهکشان، به ما می‌دهد. به کمک این اندازه‌گیری، می‌توانیم تعیین کنیم که چگونه سرعت مماسی کهکشان به فاصله از مرکز آن بستگی دارد. یک مجموعه از این نتایج را در شکل ۱۶-۱۰ مشاهده می‌کنید. در اینجا نیز، سرعت از رابطه‌ای که انتظار داریم پیروی نمی‌کند، بلکه در سراسر بخش مرئی کهکشان ثابت است.

این نتایج با قانون کپلر، که بر مبنای آن جرم بزرگ مرکزی باید هر ستاره را به طرف مرکز کهکشان جذب کند، سازگار نیست. برعکس، برای توجیه سرعتی که برحسب شعاع ثابت است، باید جرم  $M$  به‌طور خطی با  $r$  زیاد شود (معادله ۱۶-۱۷). اما، این توجیه با مشاهده کهکشانها در ناحیه مرئی، که به‌روشنی نشان می‌دهند بیشتر نور و در نتیجه احتمالاً بیشتر جرم در ناحیه مرکزی متراکم شده است، سازگاری ندارد.

بنابراین، نتیجه می‌گیریم که باید مقدار زیادی ماده نامرئی در کهکشانها موجود باشد — ماده‌ای که باید در کهکشان وجود داشته باشد تا نیروی گرانشی را تأمین کند، اما هیچ‌گونه نور (یا تابش الکترومغناطیسی دیگر) گسیل نکند. به‌منظور تأمین نیروی گرانشی لازم، این ماده تاریک باید جرمی دست‌کم ده برابر جرم مرئی کهکشان داشته باشد. یعنی، بیش از ۹۰ درصد ماده موجود در کهکشان به‌صورت ناشناخته و نامرئی است. جرم تاریک می‌تواند مطابق شکل ۱۶-۱۱، کهکشان را در یک "هاله" کروی با شعاعی چندین برابر شعاع کهکشان، احاطه کرده باشد.

کهکشانها به‌صورت خوشه‌هایی متشکل از  $10^6$  عضو مشاهده می‌شوند که نیروی گرانش آنها را به هم پیوسته است. ابعاد یک خوشه شاید  $1 \text{ Mpc}$  و در حدود  $10^6$  برابر کهکشان نوعی باشد. چون این خوشه‌ها حول مرکز مشترکشان می‌چرخند، می‌توانیم اندازه‌گیریهای مشابهی را برای مقایسه سرعت چرخشی یک کهکشان برحسب فاصله آن از مرکز انجام دهیم. مانند تک‌تک کهکشانها،



شکل ۱۶-۱۱ نمایشی از هاله کروی پیشنهادی از ماده تاریک در کهکشان ما.

خوشه‌ها نیز از رابطه شکل ۱۶-۱۰ پیروی می‌کنند که نشان می‌دهد ماده موجود در خوشه‌ها بیش از آن است که فقط با توجه به کهکشانها به دست می‌آوریم. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که ماده تاریک خوشه‌های کهکشانی را نیز احاطه کرده است.

چه اجسامی این ماده تاریک را تشکیل می‌دهند؟ پیش‌بینی‌های موجود درباره سرشت ماده تاریک را می‌توان تقریباً به دو گروه تقسیم کرد: MACHOs<sup>۱</sup> (اشیای هاله‌ای پر جرم و متراکم) و WIMPs<sup>۲</sup> (ذرات پر جرم با برهم‌کش ضعیف). MACHOs ممکن، شامل سیاهچاله‌های پر جرم، ستارگان نوترونی، ستارگان کوتوله سفید سوخته، یا ستارگان کوتوله قهوه‌ای (اشیایی به اندازه مشتری که جرم آنها بسیار کمتر از آن است که به ستاره تبدیل شوند). WIMPs شامل نوترینوها (اگر جرم داشته باشند)، تک‌قطبیه‌های مغناطیسی، و سایر انواع ذرات بنیادی خارق‌العاده‌اند که در خلال مه‌بانگ تولید شده‌اند اما هنوز بر روی زمین مشاهده نشده‌اند.

اخیراً یک آزمایش درباره نقش گرانش به عنوان عدسی، وجود MACHOs را در هاله کهکشانی ما نشان داده است. نقش گرانش به عنوان عدسی اثری در نسبیت عام است که در آن دو جسم با ناظر در خط مستقیم قرار می‌گیرند، و خم شدن نور حاصل از جسم دورتر در اطراف جسم میانی تولید تصویر می‌کند، درست همان طور که خم شدن نور در عبور از عدسی تصویری از جسم به وجود می‌آورد. برحسب اندازه و محل اجسام، عدسی می‌تواند تصویر دوگانه‌ای از جسم دور دست تولید کند (مسئله ۶ در فصل ۱۵) یا نور جسم دور دست را طوری کانونی کند که درخشانتر به نظر برسد. تصویر دوگانه از یک عدسی گرانشی قبلاً مشاهده شده بود.

در سال ۱۹۹۳، چند گزارش رصدی از درخشان شدن حاصل از عدسی گرانشی انتشار یافت که در آنها در ظرف حدود یک ماه، درخشندگی ستاره‌ای چند برابر می‌شد و سپس به درخشندگی

1. Massive Compact Halo Objects
2. Weakly Interacting Massive Particles





ورا رابین ( ۱۹۲۸ - ایالات متحده ) به عنوان ستاره‌شناس رصدی، به کشفیات جدیدی درباره حرکت ستارگان و کهکشان نائل آمده است. وی با مشاهده انتقالهای دوپلری ستارگان و کهکشانها نتیجه گرفت که سرعت چرخشی آنها با توجه به جاذبه جرم موجود در مرکز کهکشان سازگار نیست. کار او در جهت شناخت وجود و مقدار ماده تاریک در عالم نقشی بسزا داشته است. او در سال ۱۹۹۳ نشان ملی علوم را دریافت کرد.

قبل از خود برمیگشت. حرکت نسبی شیئی، عدسی، و ناظر سبب می شود که تصویر کم نور یک ستاره دور دست درخشان و سپس با عبور عدسی از فاصله میان ما و ستاره کم نور شود. جرم اشیایی که نقش عدسی را دارند در حدود  $10^1/1$  جرم خورشید برآورد شده است، که به احتمال زیاد مربوط به ستارگان کوتوله سفید یا کوتوله قهوه‌ای است (اگرچه برآوردهای جرم دارای خطای بسیار است). این آزمایشها ممکن است اولین رصدهای مربوط به ماده تاریک در کهکشان ما باشد، و نشان می دهند که شاید اختراع ذرات بنیادی خارق العاده برای توجیه کردن جرم تاریک ضروری نباشد. بعداً چگونگی تأثیر ماده تاریک بر نظریه های تکامل عالم را بررسی خواهیم کرد.

## ۱۶-۴ کیهانشناسی و نسبیت عام

با استفاده از اصل نسبیت عام می توان ویژگیهای عالم را به طور کلی محاسبه کرد. در این حالت، جمله جرم - انرژی معادله ۱۵-۸ را باید در کل عالم تعریف کرد. مابه تغییرات "محلی" چگالی در مقیاس اندازه کهکشان کاری نداریم، بلکه چگالی میانگین کل عالم مورد نظر ماست، که در فاصله قابل مقایسه با فاصله بین کهکشانها ارزیابی شده باشد. (به همین ترتیب، فقط درباره چگالی یک جسم جامد صحبت می کنیم و تغییرات در مقیاس اتمی مورد نظرمان نیست، بلکه چگالی میانگین کل ماده را در نظر داریم، که در فاصله ای که در مقایسه با فاصله بین آنها زیاد است ارزیابی شده باشد.) چگالی عالم ثابت نیست؛ بلکه با انبساط عالم بر حسب زمان تغییر می کند.

با حل معادلهٔ نسبیت عام برای ساختار بزرگ مقیاس عالم، نتیجهٔ زیر به دست می‌آید که به معادلهٔ فریدمان معروف است:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho R^2 - kc^2 \quad (18-16)$$

و در آن  $R(t)$  نشاندهندهٔ اندازه یا عامل مقیاس عالم در زمان  $t$ ، و  $\rho$  چگالی جرم-انرژی در همان زمان است. (چگالی را بر حسب واحد جرم به صورت  $\text{kg/m}^3$  بیان می‌کنند، حتی اگر نشاندهندهٔ تابش باشد.)

ثابت  $k$  که در معادلهٔ ۱۸-۱۶ ظاهر می‌شود، ساختار هندسی کلی عالم را مشخص می‌کند:  $k = 0$  اگر عالم مانند شکل ۸-۱۵ تخت باشد؛  $k = +1$  اگر عالم مانند شکل ۹-۱۵ خمیده و بسته باشد؛  $k = -1$  اگر عالم مانند شکل ۱۰-۱۵ عالم خمیده و باز باشد. وقتی  $k = +1$ ، عامل فاصلهٔ  $R(t)$  مستقیماً به اندازه یا "شعاع" عالم بستگی دارد، اما وقتی  $k = 0$  یا  $k = -1$  معنای آن واضح نیست، زیرا در هر دو مورد اخیر پهنهٔ عالم نامتناهی است. در این موارد  $R(t)$  را باید به عنوان عامل مقیاسی در نظر گرفت که انبساط فضا را نشان می‌دهد؛ قدر مطلق  $R$  در این مورد اهمیتی ندارد، و فقط تغییر آن بر حسب زمان مورد توجه است، زیرا هر طول خاص (مانند فاصلهٔ بین دو کهکشان) بر حسب زمان، درست مانند  $R$  تغییر می‌کند.

بنابراین برای حل معادلهٔ ۱۸-۱۶، باید ثابت  $k$  را مشخص کنیم. در بزرگ مقیاس، (به طوری که در بخش ۸-۱۶ خواهیم دید) عالم بسیار نزدیک به تخت است، و در نتیجه  $k = 0$  را در نظر می‌گیریم. با این کار، محاسبات از لحاظ ریاضی بسیار ساده می‌شود و به نتایجی می‌انجامد که از آنچه با  $k = \pm 1$  به دست می‌آوریم چندان دور نیست؛ بنابراین، به عنوان برآوردهای خام محاسبات ما باید قابل قبول باشد.

چگالی  $\rho$  در معادلهٔ ۱۸-۱۶ باید هم شامل ماده و هم تابش موجود در عالم باشد. چنانکه بعداً خواهیم دید، در عالم فعلی ماده غالب است؛ سهم تابش در چگالی کل قابل چشمپوشی است. با انبساط عالم، مقدار ماده ثابت باقی می‌ماند، اما حجم به صورت  $R^3$  زیاد می‌شود. بنابراین، چگالی ماده  $\rho_m$  با افزایش  $R$  به صورت  $\rho_m \propto R^{-3}$  کم می‌شود. با قرار دادن این نتیجه در معادلهٔ ۱۸-۱۶ و انتگرال‌گیری، می‌رسیم به:

$$R(t) = At^{2/3} \quad (19-16)$$

که در آن  $A$  یک مقدار ثابت است. با بهره‌گیری از این نتیجه برای حذف  $R$  در معادلهٔ ۱۸-۱۶،

خواهیم داشت

$$t = \frac{1}{\sqrt{6\pi G\rho_m}} \quad (20-16)$$

اما در عالم آغازین تابش مسلط بود؛ می شد از چگالی جرمی ماده چشم پوشید. با توجه به معادله ۱۶-۶ پی می بریم که چگالی انرژی تابش تابع  $d\lambda/\lambda^5$  است. چون تمام طول موجها با زیاد شدن  $R$  افزایش می یابند، داریم  $d\lambda \propto R$  و  $\lambda^5 \propto R^5$ . بنابراین چگالی انرژی تابش  $\rho_r$  با افزایش  $R$  طبق رابطه  $\rho_r \propto R^{-4}$  کاهش می یابد. با قرار دادن این نتیجه در معادله ۱۶-۱۸ و انتگرال گیری، می رسیم به

$$R(t) = At^{1/2} \quad (21-16)$$

و

$$t = \sqrt{\frac{3}{32\pi G\rho_r}} \quad (22-16)$$

پارامتر هابل را می توان برحسب تغییرات زمانی عامل مقیاس نشان داد:

$$H = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \quad (23-16)$$

اگر عالم با آهنگ ثابت منبسط می شد ( $R \propto t$ )، و  $H^{-1}$  سن عالم بود. در دو موردی که در بالا به دست آوردیم، سن کمتر از  $H^{-1}$  است. سن عالمی که در آن ماده مسلط و از  $t = 0$  در حال انبساط است برابر  $2/3 H^{-1}$  است، در حالی که سن عالم تحت تسلط تابش عبارت است از  $1/2 H^{-1}$ . در هر دو مورد، می توانیم  $H^{-1}$  را معیار خامی از سن کنونی در نظر بگیریم. بر اثر برهم کنش گرانشی متقابل کهکشانها، آهنگ انبساط باید کند شود. آهنگ تغییر انبساط تابع  $d^2 R/dt^2$  یعنی شتاب است. راحت تر است که یک پارامتر شتاب منفی  $q$  را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$q = \frac{-R(d^2 R/dt^2)}{(dR/dt)^2} \quad (24-16)$$

که تابع شتاب منفی  $d^2 R/dt^2$  است. برای عالمی که با آهنگ ثابت منبسط می شود ( $R \propto t$ )،  $q = 0$ . برای عالم تحت تسلط ماده  $q = 1/2$  و برای عالم تحت تسلط تابش  $q = 1$ .

با مشتق‌گیری از معادله ۱۶-۱۸، و با به خاطر داشتن این مطلب که  $\rho$  تابعی از  $t$  است، و این فرض که اکنون در عالم تحت تسلط ماده‌ایم، می‌توانیم رابطه‌ای بین پارامتر شتاب منفی و چگالی به دست آوریم:

$$q = \frac{4\pi G \rho_m}{3H^2} \quad (۱۶-۲۵)$$

توجه کنید که چون جمله متناسب با  $kc^2$  در هنگام مشتق‌گیری از معادله ۱۶-۱۸ حذف می‌شود، معادله ۱۶-۲۵ کلی‌تر از موارد خاصی است که در اینجا بررسی کردیم.

بنابراین، می‌توانیم عالم را با چند پارامتر مشخص کنیم: یک پارامتر شکل  $k$ ، که نشان می‌دهد عالم تخت است یا خمیده، باز است یا بسته؛ یک شعاع یا پارامتر مقیاس  $R(t)$ ، که معیاری از اندازه عالم برحسب زمان است؛ چگالی  $\rho$  که هم ماده و هم انرژی را نشان می‌دهد، و تابع زمان نیز هست؛ پارامتر هابل  $H$ ، که با آهنگ انبساط متناسب است؛ و پارامتر شتاب منفی  $q$ ، که آهنگ کند شدن انبساط را مشخص می‌کند. چالشی که ستارشناسان تجربی با آن مواجه‌اند به دست آوردن داده‌هایی درباره توزیع و حرکت ستارگان و کهکشانهاست، که با تحلیل آنها می‌توان مقادیر این پارامترها را به دست آورد.

## ۱۶-۵ کیهان‌شناسی مهبانگ

ویژگی عالم کنونی دمای بسیار کم و چگالی اندک ذرات است. ساختار و تحول آن را نیروی گرانشی کنترل می‌کند. چون عالم در حال انبساط و خنک شدن است، در گذشته دور باید دما و چگالی ذرات بیشتری می‌داشته است. بگذارید فرض کنیم که می‌توانیم ساعت کیهانی را به عقب برگردانیم و عالم را در زمانهای اولیه، حتی پیش از تشکیل ستارگان و کهکشانها بررسی کنیم. در نقطه‌ای از تاریخ عالم، دمای آن باید به اندازه کافی زیاد باشد که اتمها را یونیده کند؛ در آن زمان باید عالم از پلاسمای الکترونها و یونهای مثبت تشکیل می‌شده است، و نیروی الکترومغناطیسی در تعیین ساختار عالم اهمیت داشته است. در زمانهای پیشتر از آن، دما چندان زیاد بوده است که برخورد بین یونها سبب آزاد شدن تک‌تک نوکلئونها می‌شده، به طوری که عالم متشکل از الکترونها، پروتونها، و نوترونها، همراه با تابش بوده است. در این عصر نیروی هسته‌ای قوی در تعیین تکامل عالم اهمیت داشته است. در زمانهای باز هم پیشتر از آن، برهم‌کنش ضعیف نقشی بارز داشته است.

اگر بکشیم که باز هم عقب‌تر برویم، به زمانی می‌رسیم که ماده موجود در عالم فقط از کوارکها و لپتونها تشکیل می‌شده است. چون هرگز یک کوارک آزاد را مشاهده نکرده‌ایم، چیز چندان دربارۀ برهم‌کنش کوارکها نمی‌دانیم، و در نتیجه نمی‌توانیم این حالت بسیار اولیه عالم را توصیف کنیم. اگر

روزی بتوانیم برهم‌کنش کوارکهای آزاد را بفهمیم، می‌توانیم در این سد نفوذ کنیم و به زمانهای بازهم اولیه‌تر بنگریم. سرانجام، به یک سد بنیادی می‌رسیم که در آن سن عالم فقط  $10^{-23}$  s است، و به زمان پلانک معروف است (مسئله ۱۷). در آن سوی این زمان، نظریه کوانتومی و گرانی به صورت ناامیدکننده‌ای به هم آمیخته‌اند، و هیچ‌کدام از نظریه‌های کنونی ما هیچ سرنخی از ساختار عالم به ما نمی‌دهند.

پس از زمان پلانک، و قبل از چگالش توده ماده، عالم شامل ذرات، پادذرات، و تابش در حالت تعادل گرمایی تقریبی در دمای  $T$  بوده است. در این زمان عالم تحت سیطره تابش بود: چگالی انرژی تابش بیش از چگالی انرژی ماده بود. در عالم تحت سیطره تابش، می‌توانیم از معادله ۱۶-۲۲ برای یافتن رابطه‌ای بین دما و سن عالم استفاده کنیم. با قرار دادن چگالی تابش از معادله ۱۶-۱۳، و با به خاطر داشتن اینکه واحدهای جرم را طوری تبدیل کنیم که  $\rho_r = U/c^2$ ، و با ارزیابی عاملهای عددی، می‌رسیم به

$$T = \frac{1.5 \times 10^{10} \text{ s}^{1/2} \cdot \text{K}}{t^{1/2}} \quad (16-26)$$

که در آن  $T$  برحسب K و زمان  $t$  برحسب ثانیه است. این معادله رابطه بین سن عالم اولیه با دمای آن است.

تابش عالم اولیه از فوتونهای پُرانرژی تشکیل شده بود که انرژی آنها در دمای  $T$  را می‌توان تقریباً به صورت  $kT$  برآورد کرد، که  $k$  ثابت بولتزمن است. برهم‌کنش بین تابش و ماده را می‌شود با دو فرایند نشان داد:

پادذره + ذره → فوتونها

فوتونها → پادذره + ذره

یعنی، فوتونها می‌توانند تولید زوج کنند، که در آن انرژی به صورت انرژی سکون زوج ذره-پاد ذره در می‌آید، یا یک ذره و پاد ذره می‌توانند نابود شوند و به صورت فوتونها در آیند. در هر حالت، انرژی فوتونها دست‌کم باید به اندازه انرژی سکون ذره و پاد ذره باشد.

### مثال ۱۶-۲

(الف) درجه دمایی تابش گرمایی عالم به اندازه کافی پُرانرژی است که نوکلئون و پادنوکلئون تولید کند؟ (ب) سن عالم وقتی تا این دما خنک شده باشد چقدر است؟

حل: (الف) تشکیل زوجهای پروتون- پادپروتون یا نوترون- پادنوترون را توسط فوتونها در نظر می‌گیریم:



برای تولید این واکنشها، باید انرژی فوتونها دست کم برابر انرژی سکون نوکلئون، یا در حدود  $940 \text{ MeV}$  باشد؛ پس دمای فوتونها باید برابر باشد با

$$T = \frac{E}{k} = \frac{mc^2}{k} = \frac{940 \text{ MeV}}{8.6 \times 10^{-5} \text{ eV/K}} = 1.1 \times 10^{13} \text{ K}$$

(ب) از معادله  $16-26$  می‌توانیم سن عالم را وقتی فوتونها دارای این دما هستند به دست آوریم

$$t = \left( \frac{1.5 \times 10^{10} \text{ s}^{1/2} \cdot \text{K}}{T} \right)^2 = \left( \frac{1.5 \times 10^{10} \text{ s}^{1/2} \cdot \text{K}}{1.1 \times 10^{13} \text{ K}} \right)^2 = 2 \times 10^{-6} \text{ s}$$

یعنی، در زمانهای پیش از  $2 \mu\text{s}$ ، عالم برای اینکه فوتونها زوجهای نوکلئون- پادنوکلئون تولید کنند به اندازه کافی داغ بوده است، اما پس از  $2 \mu\text{s}$  فوتونها برای تولید زوجهای نوکلئون- پادنوکلئون به اندازه کافی پُرانرژی نبوده‌اند. واکنش نابودی ادامه می‌یابد، اما پس از این زمان تولید زوج نوکلئون متوقف می‌شود.

در این محاسبه انرژی میانگین فوتونها را در برآوردها به کار می‌بریم. فوتونهای موجود در دنباله طیف جسم سیاه به اندازه کافی پُرانرژی‌اند تا حتی پس از  $2 \mu\text{s}$  نوکلئون- پادنوکلئون تولید کنند، اما به طور میانگین انرژی فوتونها بیش از اندازه کم است. به طور دقیقتر، می‌توانیم بگوییم که آهنگ تولید زوج نوکلئون- پادنوکلئون در حوالی  $2 \mu\text{s}$  به سرعت آفت می‌کند و در زمانهای پس از  $2 \mu\text{s}$  ناچیز می‌شود. ■

اکنون به تحولات عمده در تکامل عالم بپردازیم.

$t = 10^{-6} \text{ s}$ . بگذارید داستان را از لحظه  $1 \mu\text{s}$  آغاز کنیم. از معادله  $16-26$  می‌رسیم به  $T = 1.5 \times 10^{13} \text{ K}$  یا  $kT = 1300 \text{ MeV}$ . عامل مقیاس با انتقال به سرخ  $1.8 \times 10^{-13} \text{ K} = 1.5 \times 10^{13} \text{ K} / 2.7 \text{ K}$  از مقدار مربوط به عالم کنونی کوچکتر است. اگر عالم بسته و متناهی باشد، شعاع آن با این ضریب از شعاع کنونی ( $10^{26} \text{ m}$ ) کوچکتر است، به طوری که اندازه عالم در حدود اندازه کنونی منظومه شمسی ( $10^{13} \text{ m}$ ) است. در  $1 \mu\text{s}$ ، عالم متشکل از  $p, \bar{p}, n, \bar{n}, e^+, e^-, \mu^+, \mu^-, \pi^+, \pi^-, \pi^0$  و شاید سایر ذرات به اضافه فوتونها، نوترینوها، و پاد نوترینوهاست. چون هم تولید زوج و هم نابودی آن می‌تواند رخ دهد، تعداد ذرات

تقریباً با تعداد پادذرات از هر نوع برابر است. به علاوه، تعداد فوتونها تقریباً برابر تعداد پروتونهاست، که به نوبه خود تقریباً با تعداد الکترونها برابر است. تعداد پروتونها تقریباً با تعداد نوترونها برابر است. تعداد نسبی نوترونها و پروتونها را سه عامل تعیین می‌کنند:

۱. عامل بولتزمن  $e^{-\Delta E/kT}$ . چون جرم پروتونها کمتر از نوترونهاست، تعداد آنها در هر دمایی بیشتر است. اختلاف انرژی  $\Delta E$  برابر است با  $1.3 \text{ MeV} = (m_n - m_p)c^2$ ، به طوری که نسبت نوترون به پروتون را می‌توان به صورت  $e^{-1.5 \times 10^{10}/T}$  بیان کرد که  $T$  بر حسب کلون است. به ازای  $10^{12} \text{ K} \sim T$ ، این نسبت بسیار نزدیک به ۱ است، اما با نزدیک شدن  $T$  به  $10^{10} \text{ K}$  مقداری غیر از ۱ می‌شود.

۲. واکنشهای هسته‌ای. واکنشهایی چون  $n + e^+ \rightleftharpoons p + \bar{\nu}_e$  و  $n + \nu_e \rightleftharpoons p + e^-$  می‌تواند در هر دو جهت صورت گیرد و تبدیل پروتونها به نوترونها یا نوترونها به پروتونها را مادام که تعداد زیادی  $e^-$ ،  $e^+$ ،  $\bar{\nu}_e$  و  $\nu_e$  وجود دارد به راحتی امکان پذیر می‌کند.

۳. واپاشی نوترون. نیمه عمر نوترون در حدود  $10 \text{ min}$  است، که در زمانهای بعد حائز اهمیت می‌شود. به ازای  $t < 1 \text{ s}$ ، زمان کافی برای واپاشی قابل ملاحظه نوترون وجود ندارد.

در  $t = 1 \mu\text{s}$ ، همه این سه عامل نسبت نوترون به پروتون را بسیار نزدیک به ۱ نگه می‌دارد.

$t = 10^{-2} \text{ s}$  بین  $10^{-6} \text{ s}$  و  $10^{-2} \text{ s}$  دما از  $1300 \text{ MeV} (kT = 10^{12} \text{ K})$  به  $13 \text{ MeV} (kT = 10^{11} \text{ K})$  افت می‌کند، و عامل مقیاس فاصله با ضریب  $10^9$  افزایش می‌یابد. فوتونها دیگر پیونها و موئونها را تولید نمی‌کنند، چون طول عمر آنها خیلی کوتاهتر از  $10^{-2} \text{ s}$  است. بنابراین به الکترونها، پوزیترونها، و نوترینوها وامی‌باشند. تولید زوج نوکلئونها و پادنوکلئونها دیگر صورت نمی‌گیرد، اما نابودی زوج نوکلئون، پادنوکلئون ادامه می‌یابد. چنانکه بعداً بررسی می‌کنیم، نابرابری مختصری بین ماده و پادماده به میزان شاید یک قسمت در  $10^9$  وجود دارد. در این بازه زمانی همه پادماده و قسمت اعظم ماده ( $99.9999999$  درصد) نابود شده است. تولید زوج الکترونها و پوزیترونها هنوز می‌تواند به وقوع بپیوندد، به طوری که عالم متشکل از  $e^+$ ،  $e^-$ ،  $n$ ،  $p$  و نوترونهاست. نسبت نوترون به پروتون هنوز در حدود ۱ است.

$t = 1 \text{ s}$  بین  $10^{-2} \text{ s}$  و  $1 \text{ s}$ ، دما به  $10^{10} \text{ K}$  کاهش می‌یابد. در این بازه، عامل بولتزمن که نسبت نوترون به پروتون را تعیین می‌کند متفاوت از ۱ می‌شود؛ در  $t = 1 \text{ s}$ ،  $73$  درصد نوکلئونها پروتون و  $27$  درصد آنها نوترون است. در طی این دوره، تأثیر نوترینوها کم می‌شود؛ برای تبدیل یک پروتون به یک نوترون با گیراندازی نوترینو ( $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ ) به نوترینوها با انرژی  $1.8 \text{ MeV}$  نیاز است، که بالاتر از انرژی میانگین نوترینو ( $1.3 \text{ MeV}$ ) در این دماست. این امر باعث آغاز "واجفتیدگی نوترینو" در زمانی

می‌شود که برهم‌کنشهای ماده و نوترینوهای آغازین دیگر صورت نمی‌گیرید. چگالی این نوترینوهای آغازین اکنون تقریباً برابر با فوتونهای میکروموج، اما با دمای اندکی کمتر (در حدود ۲K) هستند.

$t = 6s$  بین  $1s$  و  $6s$  ( $T = 6 \times 10^4 K$  یا  $kT = 0.5 MeV$ )، انرژی میانگین فوتون کاهش می‌یابد و برای تولید زوجهای الکترون-پوزیترون ناکافی می‌شود. نابودی الکترون-پوزیترون ادامه می‌یابد، و در نتیجه همه پوزیترونها و تقریباً همه (۹۹٫۹۹۹۹۹۹ درصد) الکترونها نابودی می‌شوند. انرژی الکترونها برای تبدیل پروتونها به نوترونها کافی نیست.  $e^- + p \rightarrow n + \nu_e$  دیگر صورت نمی‌گیرد، و در نتیجه تنها برهم‌کنش ضعیف باقیمانده که در تعداد نسبی پروتونها و نوترونها تأثیر دارد، واپاشی پرتوزای نوترون با نیمه عمر  $10 \text{ min}$  است که تا این زمان به میزان چشمگیری صورت نگرفته است. در حدود ۸۴ درصد نوکلئونها پروتون و ۱۶ درصد آنها نوترون است، یعنی تعداد پروتونها در حدود ۵ درصد تعداد نوترونهاست.

ترکیب عالم پس از  $t = 6s$  متشکل از  $N$  پروتون و  $N$  الکترون و در حدود  $2N$  نوترون است. پوزیترون یا پادنوکلئونی باقی نمانده است. چون نابودی ذره-پادذره تعداد نوکلئونها را به میزان چشمگیری کم کرده است، درحالی که تعداد فوتونها ثابت مانده است، در حدود  $10^9 N$  (و در حدود همین تعداد نوترینو) وجود دارد.

### مثال ۱۶-۳

تعداد نسبی نوترونها و پروتونها را در بین نوکلئونها در  $t = 1s$  برآورد کنید.

حل: در این زمان، دما برابر است با  $1.5 \times 10^{10} K$ . نسبت نوترون به پروتون را عامل بولتزمن،  $e^{-\Delta E/kT}$ ، تعیین می‌کند، که در آن اختلاف انرژی سکون نوترون و پروتون است. نمای عامل بولتزمن عبارت است از:

$$\frac{\Delta E}{kT} = \frac{1.3 \text{ MeV}}{(1.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(1.5 \times 10^{10} \text{ K})} = 1.0$$

به طوری که نسبت نوترون به پروتون به این قرار خواهد بود:

$$\frac{N_n}{N_p} = e^{-\Delta E/kT} = e^{-1.0} = 0.37$$

پس تعداد نسبی پروتونها عبارت است از:

$$\frac{N_p}{N_p + N_n} = \frac{1}{1 + N_n/N_p} = \frac{1}{1.37} = 0.73$$

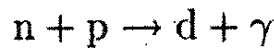
نوکلئونها متشکل از ۷۳ درصد پروتون و ۲۷ درصد نوترون‌اند.



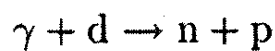
## ۱۶-۶ تشکیل هسته‌ها و اتمها

اکنون تحولات کیهانشناسی مهبانگ را تا این مرحله مرور می‌کنیم. (۱) یک عالم داغ، چگال، پر از فوتونها، تا دمای کمتر از  $10^{10} K$  خنک شده است. (۲) بیشتر ذرات ناپایدار واپاشیده‌اند. (۳) همه پادماده اولیه و بخش اعظم ماده یکدیگر را نابود کرده‌اند، و تعداد کمی پروتون و به همان تعداد الکترون، و در حدود یک پنجم این تعداد نوترون به جا گذاشته‌اند. (۴) نوترینوها، که دارای چگالی در حدود فوتونها هستند، در زمان حدود  $1s$  واجفتیده‌اند و با انبساط عالم خنک شدن آنها ادامه می‌یابد. این وضعیت پس از  $t = 6s$  است.

با برخورد نوترونها و پروتونها با یکدیگر، ممکن است یک دوترون (هسته  $^2H$ ) تشکیل شود:

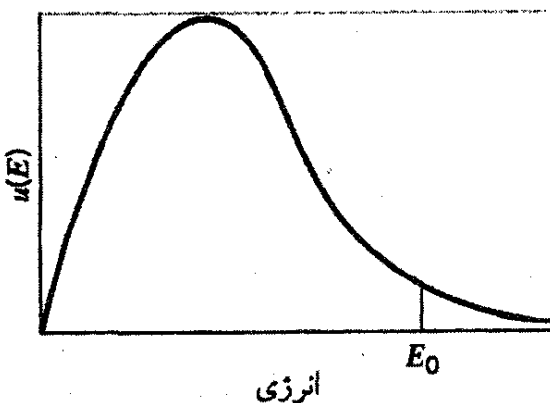


اما چگالی زیاد فوتونها می‌تواند واکنش معکوس را نیز تولید کند:



از فصل ۱۲ به خاطر داریم که انرژی بستگی دوترون  $2.22 MeV$  است. برای تشکیل تعداد چشمگیری دوترون، فوتونهای موجود باید ابتدا تا انرژیهای  $2.22 MeV$  خنک شوند: در غیر این صورت، دوترونها با همان سرعت تشکیل، شکسته می‌شوند. انرژی  $2.22 MeV$  با دمای  $T = 2.5 \times 10^{10} K$  متناظر است، و در نتیجه شاید انتظار داشته باشیم که دوترونها به محض کاهش دما به کمتر از  $2.5 \times 10^{10} K$ ، تشکیل شوند. اما، این وضعیت رخ نمی‌دهد. تابش تک انرژی نیست، بلکه دارای یک طیف جسم سیاه است. کسر کوچکی از فوتونها انرژیهای بالاتر از  $2.22 MeV$  دارند، و این فوتونها به شکستن دوترونها ادامه می‌دهند (شکل ۱۶-۱۲).

قبل از نابودی ماده-پادماده، تعداد فوتونها در حدود تعداد نوکلئونها و پادنوکلئونهاست، اما پس از  $t = 0.1s$  نسبت نوکلئونها به فوتونها در حدود  $10^{-9}$  است؛ در حدود  $1/6$  نوکلئونها نوترون



شکل ۱۶-۱۲ طیف تابش جسم سیاه. فوتونهای با انرژی بیش از  $E_0 = 2.22 MeV$  برای شکستن هسته دوتریم انرژی کافی دارند.

هستند. اگر کسر فوتونهای با انرژی بیش از  $2.22 \text{ MeV}$  بیش از  $10^{-1} \times 1/6$  باشد، دست کم یک فوتون پُر انرژی به ازای هر نوترون وجود دارد که عملاً مانع از تشکیل دوترون می‌شود. کار بعدی ما محاسبه دمایی است که فوتونها باید سرد شوند تا تعداد کمتر از  $10^{-1} \times 1/6$  آنها دارای انرژی بیش از  $2.22 \text{ MeV}$  باشد.

طیف پلانک برحسب انرژی از معادله ۹-۱۶ به دست می‌آید. انتظار داریم که دما کمتر از  $10^{10} \text{ K} \times 2.5$  باشد، و در نتیجه به توزیع پلانک با  $E \gg kT$  علاقه مندیم، که برای آن، تقریباً می‌رسیم به:

$$u(E)dE = \frac{8\pi E^2}{(hc)^3} e^{-E/kT} dE \quad (27-16)$$

یعنی، توزیع به صورت نمایی افت می‌کند. چون انرژی هر فوتون  $E$  است، چگالی عددی فوتونها در هر انرژی عبارت است از  $u(E)dE/E$  یا

$$n(E)dE = \frac{8\pi E^2}{(hc)^3} e^{-E/kT} dE \quad (28-16)$$

و چگالی عددی کل در بالاتر از انرژی  $E_0$  با انتگرال‌گیری از چگالی عددی از  $E_0$  تا  $\infty$  به دست می‌آید:

$$N_{E>E_0} = \int_{E_0}^{\infty} n(E)dE \quad (29-16)$$

که می‌توان نشان داد عبارت است از:

$$N_{E>E_0} = \frac{8\pi}{(hc)^3} (kT)^3 e^{-E_0/kT} \left[ \left( \frac{E_0}{kT} \right)^2 + 2 \left( \frac{E_0}{kT} \right) + 2 \right] \quad (30-16)$$

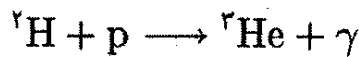
از معادله ۱۱-۱۶ چگالی عددی کل فوتونها را به دست می‌آوریم، و در نتیجه می‌توان کسر  $f$  فوتونها با انرژی  $E_0$  یعنی  $N_{E>E_0}/N$  را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$f = 0.42 e^{-E_0/kT} \left[ \left( \frac{E_0}{kT} \right)^2 + 2 \left( \frac{E_0}{kT} \right) + 2 \right] \quad (31-16)$$

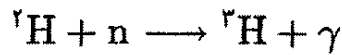
وقتی  $f = 1/6 \times 10^{-1}$ ، که متناظر با تعداد لازم برای جلوگیری از تشکیل دوترون است، از معادله ۳۱-۱۶ داریم

$$\frac{E_0}{kT} \cong 28 \quad (32-16)$$

با  $E_0 = 2.22 \text{ MeV}$ ، دمای لازم در حدود  $9 \times 10^8 \text{ K}$  است؛ وقتی  $T > 9 \times 10^8 \text{ K}$ ، تعداد فوتونهای با  $E > 2.22 \text{ MeV}$  بیشتر از تعداد نوترونهاست، و مانع از تشکیل دوترون ( $^2\text{H}$ ) می شود. وقتی  $T$  کمتر از  $9 \times 10^8 \text{ K}$  شود (که در  $t = 25^\circ \text{s}$  رخ می دهد)، دوترونها می توانند تولید شوند. از  $6 \text{ s}$  تا  $25^\circ \text{s}$ ، رویدادهای کمی (جز انبساط و افت دمای متناظر با آن) در عالم به وقوع می پیوندد، اما پس از  $t = 25^\circ \text{s}$  وقایع به سرعت اتفاق می افتند. دوترونها تشکیل می شوند و سپس با پروتونها و نوترونهای زیادی که وجود دارند در واکنشهای زیر شرکت می کنند:



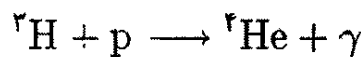
و



انرژی تشکیل این هسته ها، به ترتیب  $5.49 \text{ MeV}$  و  $6.26 \text{ MeV}$  است که از آستانه تشکیل دوترون  $2.22 \text{ MeV}$  بسیار بیشتر است. اگر فوتونها برای شکستن دوترون به اندازه کافی پُرانرژی نباشند، بدون شک برای شکستن  $^3\text{H}$  و  $^3\text{He}$  نیز انرژی کافی ندارند. مراحل نهایی در تشکیل هسته های سنگین تر عبارت اند از



و



هیچ هسته پایداری با  $A = 5$  وجود ندارد، و در نتیجه واکنشهای دیگری از این امکان پذیر نیست. همین طور واکنشهای  $^3\text{He} + ^3\text{He}$  نمی توانند رخ دهند چون  $^5\text{Be}$  به شدت ناپایدار است. (تشکیل  $^6\text{Li}$  و  $^7\text{Li}$  امکان پذیر است، اما نسبت تعداد آنها به  $\text{H}$  و  $\text{He}$  بسیار کم است؛ با  $\text{Li}$  واکنشهای دیگری چون  $^7\text{Li} + ^3\text{He} \rightarrow ^{10}\text{B}$ ، و از این نوع امکان پذیر است، اما این واکنشها به میزان بسیار کمتر رخ می دهند. محصولات نهایی  $^3\text{H}$  و  $\text{He}$ ، همراه با پروتونهای اولیه باقیمانده، پس از دوران واکنشهای هسته ای در حدود  $99.9999$  درصد هسته ها را تشکیل می دهند.)

در  $t = 25^\circ \text{s}$ ، تعداد  $16$  درصد نوترون موجود اولیه در  $t = 6 \text{ s}$  برابر واپاشی بتا با  $12$  درصد رسیده اند، و  $88$  درصد پروتون برجای می گذارند. چون بیشتر  $^3\text{H}$ ،  $^3\text{H}$  و  $^4\text{He}$  به هسته های سنگین تر "پخته شده اند"؛ می توانیم فرض کنیم که عالم عمدتاً از هسته های  $^1\text{H}$  و  $^4\text{He}$  تشکیل شده است. از  $N$  نوکلئون موجود در  $t = 25^\circ \text{s}$ ،  $12N$  نوترون و  $88N$  پروتون است.  $12N$  ر.

نوترون با  $12N$  ترکیب، و  $6N$   $^4\text{He}$  تشکیل می‌دهند، و  $76N$  پروتون برجای می‌گذارند. پس عالم متشکل از  $82N$  هسته است، که از آن  $73$  درصد  $^4\text{He}$  و  $927$  درصد پروتون است. چون جرم هلیوم در حدود چهار برابر هیدروژن است، پس، از لحاظ جرم،  $24$  درصد جرم عالم از هلیوم تشکیل شده است.

در این مرحله، عالم دوران طولانی و بدون حادثه خنک شدن را آغاز می‌کند، که در خلال آن برهم‌کنشهای قوی دیگر اهمیت چندانی ندارند.

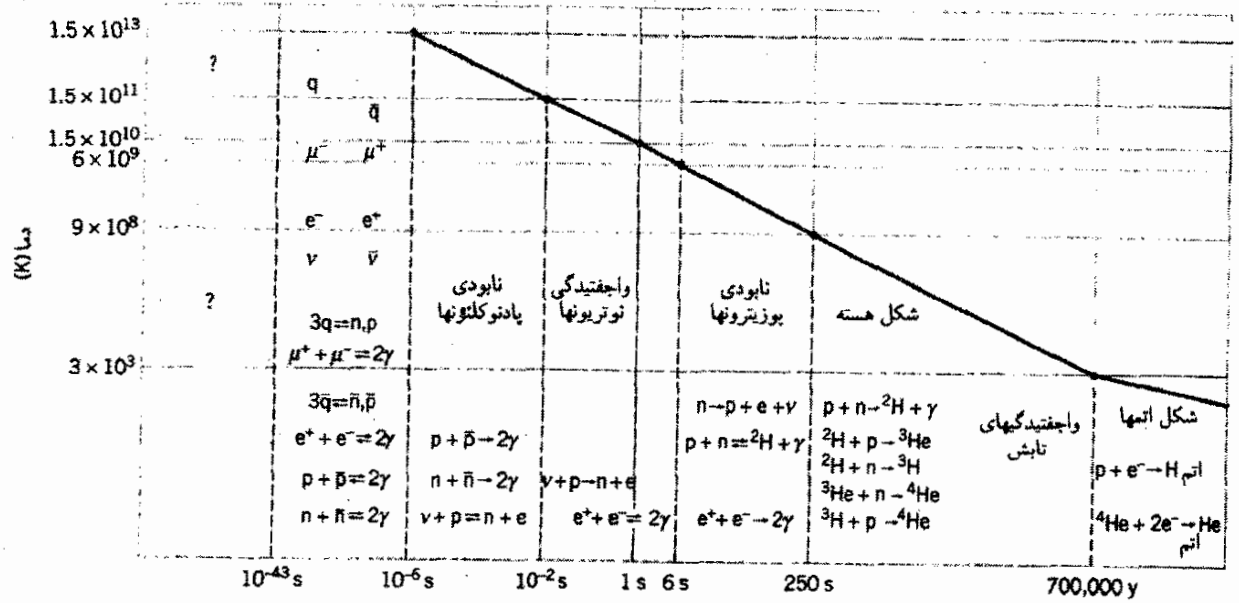
مرحله نهایی در تکوین عالم اولیه، تشکیل هیدروژن خنثی و اتمهای هلیوم از هسته‌های  $^1\text{H}$ ،  $^2\text{He}$ ،  $^3\text{He}$  و الکترونهاست. این عمل برای هیدروژن وقتی صورت می‌گیرد که انرژی فوتون به کمتر از  $13.6\text{eV}$  کاهش یابد؛ در غیر این صورت تابش هر اتمی را که تشکیل شود بلافاصله یونیده می‌کند. هنوز در حدود  $10^4$  فوتون به ازای هر پروتون وجود دارد و بنابراین باید صبر کنیم تا تابش سرد شود و کسر فوتونهای با انرژی بیش از  $13.6\text{eV}$  به حدود  $10^{-9}$  برسد. می‌توانیم با بهره‌گیری از معادله  $31.16$  مقدار  $E_e/kT$  را برای  $f = 10^{-9}$  به دست آوریم، و نتیجه عبارت خواهد بود از

$$\frac{E_e}{kT} = 26$$

با  $E_e = 13.6\text{eV}$ ، دما برابر  $T = 6070\text{K}$  است، که در  $t = 6.1 \times 10^{12}\text{s} = 190000\text{y}$  رخ می‌دهد. این برآوردهای نهایی در واقع کاملاً هم صحیح نیستند. با سرد شدن عالم، سهم ماده در چگالی انرژی کل چشمگیر می‌شود، و در نتیجه دما کندتر از آنچه برآورد کرده‌ایم کاهش می‌یابد. این مطلب ممکن است زمان را با ضریب  $4$  به حدود  $7000000$  سال افزایش دهد، و دمای تابش با ضریب  $2$ ، به  $T \cong 3000\text{K}$  کاهش یابد.

پس از تشکیل اتمهای خنثی، در واقع هیچ ذره بارداری در عالم باقی نمی‌ماند، و میدان تابش برای یونش اتمها به اندازه کافی پُرانرژی نیست. این زمان واجفتیدگی میدان تابش از ماده است، و اکنون الکترومغناطیس، یعنی نیروی سوم از چهار نیروی بنیادی دیگر در شکل دادن به تکوین عالم حائز اهمیت نیست. از این نقطه فقط گرانی در تحولات عالم در بزرگ مقیاس مؤثر است. زمان پس از  $t = 7000000\text{y}$ ، دست کم از دیدگاه کیهانشناسی، نسبتاً بدون حادثه بوده است. افت‌وخیزهای موجود در چگالی هیدروژن و هلیوم سبب شروع چگالش کهکشانها شده است و سپس اولین نسل ستارگان متولد شدند. انفجارهای ابرنواختری ماده این ستارگان سبب تشکیل منظومه‌های نسل دوم شد و سیارات از تکه پاره‌های سنگی به وجود آمدند.

درعین حال، میدان تابش واجفتیده، که آمدورفت گرانشی ماده بر آن تأثیری نداشت، سفر



شکل ۱۶-۱۳ تکوین عالم بنا بر نظریه کیهانشناسی مهبانگ. خط پیر دما و زمان را در عصر سیطره تابش پیش از واجفتیدگی نشان می دهد. مهمترین واکنشها در هر عصر نشان داده شده اند.

طولانی خود را آغاز کرد، و پس از خنک شدن مجدد با ضریب  $10^4$  به رادیو تلسکوپهای زمین در قرن بیستم رسید.

جزئیات کیهانشناسی مهبانگ در شکل ۱۶-۱۳ جمع بندی شده است. این یک ماجرای شایان توجه است، بیشتر به خاطر اینکه می توانیم جزئیات آن را، شاید به استثنای نخستین لحظه، به کمک نظریه های بنیادی فیزیک نوین درک کنیم، و بیشتر آن را (اگرچه در مقیاس بسیار کوچکتر!) در آزمایشگاههای خود بر روی زمین مطالعه کنیم.

## ۱۶-۷ پژوهشهای مهبانگ

قبلاً درباره تابش زمینه  $2.7K$  ناشی از مهبانگ به عنوان بهترین مدرک تجربی این کیهانشناسی خاص صحبت کردیم. اما عالم خاطرات دیگری هم درباره تولدش دارد که شاید بتوان آنها را به عنوان آزمونهای دیگر این نظریه به کار برد.

زمینه نوترینو نوترینوها خیلی پیش از تابش از ماده واجفتیدند، و تابش تا اندازه ای بر اثر نابودی ذره-پادذره گرم شد. نوترینوها باید درست مانند فوتونها انتقال به سرخ یافته باشند، اما دمای آنها باید تا اندازه ای کمتر از فوتونها، شاید در حدود  $2K$ ، باشد.

نوترینوها ذراتی بسیار گریزپا هستند، و به دام انداختن و آشکارسازیشان دشوار است، اما چگالی آنها باید در حدود چگالی فوتونها، شاید  $10^8/m^3$ ، باشد. آشکارسازی این نوترینوها و اندازه گیری طیف انرژی و دمای آنها فراتر از حوزه فناوری موجود است، اما اگر بتوان این آزمایشها

انجام داد آزمون قانع کننده‌ای از نظریه به‌شمار خواهند آمد.

فراوانی هلیم بخش اعظم ماده موجود در عالم تشکیل و باز تشکیل شده است، و در نتیجه 'خاطره' مهبانگ را از دست داده است. اما ممکن است ماده "نسل اول" هنوز در ستارگان و پهکشانها وجود داشته باشد، که باید فراوانی ۲۴ درصد هلیم را که مشخصه تشکیل ماده است از خود نشان دهد.

آزمایشهای گوناگونی نشان می‌دهند که فراوانی هلیم در عالم به لحاظ جرمی ۲۳ تا ۲۵ درصد است، که با برآورد خام ۲۴ درصدی ما سازگاری بسیار خوبی دارد. این آزمایشها شامل گسیل نورمرئی از ابرهای گازی نزدیک ستارگان و گسیل امواج رادیویی به توسط گاز میان ستاره‌ای است، که هر دوی آنها به ما این امکان را می‌دهند که مقدار هیدروژن و هلیم موجود را مقایسه کنیم. علاوه بر آن، دینامیک تشکیل ستارگان، به تراکم اولیه هیدروژن و هلیم بستگی دارد؛ نظریه‌های کنونی این امکان را فراهم می‌آورند که این نسبت را از ویژگیهای مشاهده شده ستارگان برآورد کنیم. به نظر می‌رسد که فراوانی ۲۴ درصدی، که از مقدار تعیین شده توسط مهبانگ انتظار داریم، در سراسر عالم ثابت باشد. (مقدار هلیم کافی در همجوشی هسته‌ای ستارگان در  $10^9 \times 15$  سال اخیر تشکیل نشده است که این نسبت را به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر دهد.)

درواقع (و در اینجا است که فیزیک تقریباً در چرخه‌ای کامل، از بسیار قدیمی و بزرگ تا بسیار جدید و کوچک ظاهر می‌شود)، فراوانی هلیم آغازین تابع شرایط اولیه قبل از  $10^{-6}$  s است، که کوارکها و لپتونها عالم را پُر کرده بودند. آهنگ تکامل در این عصر تابع تعداد انواع کوارکها و لپتونهایی است که می‌توانند در واکنشها شرکت کنند. معلوم شده است که فراوانی هلیم احتمالاً با وجود بیش از سه نسل کوارک و لپتون سازگار نیست. جالب توجه است که برونمایی به حالت قابل مشاهده عالم می‌تواند شناختی از ساختار بنیادی ماده بدهد.

پادماده در مدل کنونی مهبانگ فرض می‌کنند که در آغاز عالم بین ماده و پادماده نابرابری اندک، شاید ۱ قسمت در  $10^9$ ، برقرار بوده است. برآوردهای عددی ما بر این مبناست که همه پادماده و  $999999999$  درصد ماده بر اثر نابودی از بین رفته است و باقیمانده  $10000000000$  درصد ماده عالم کنونی را تشکیل می‌دهد. دلیلی بر وجود مقادیر زیادی از پادماده در عالم در دست نیست، اما شواهد موجود بر علیه حضور پادماده در عالم نیز چندان قوی نیست. نمی‌توانیم بگوییم پادستارگان و پادککشانها وجود دارند یا خیر؛ ما اشیای دوردست را فقط با مشاهده نور و گرانی آنها مطالعه می‌کنیم، و چون پادماده درست مانند ماده همان نور را گسیل می‌کند و همان گرانی را دارد، از مشاهداتمان نمی‌توانیم بین این دو تفاوت بگذاریم.

این مقدار  $10^{-9}$  ماده اضافی در عالم اولیه از کجا می‌آید؟ در واقع نمی‌توانیم به این پرسش پاسخ دهیم، شواهد گردآوری شده در آزمایشهای فیزیک در سال ۱۹۶۴ ممکن است سرنخی در اختیارمان بگذارد. واپاشی مزون  $K$  خنثی آثار تداخلی بین ماده و پادماده را، در سطح بسیار کم  $10^{-2}$  نشان می‌دهد (کرونین و فیچ به خاطر کارهایی که در این آزمایش انجام دادند، جایزه نوبل فیزیک در سال ۱۹۸۰ را دریافت داشتند). واپاشی ضعیف  $K^0$  تاکنون تنها موردی است که در آن این عدم تقارن بین ماده و پادماده مشاهده شده است؛ همه آزمایشهای دیگر وقتی با پادماده انجام شوند درست همان نتیجه را می‌دهند که از آزمایش با ماده به دست می‌آید.

تمایز بین ماده و پادماده در مراحل اولیه تکامل عالم، در عصر کوآرک - پادکوآرک رخ داده است. نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) شامل این عدم تقارن بین ماده و پادماده به صورت طبیعی هستند، اگرچه هنوز روایت پذیرفته شده‌ای از GUTs که توصیف قانع‌کننده‌ای از آزمایشهای  $K^0$  به دست دهد، وجود ندارد.

سیاهچاله‌های کوچولو چگالیهای انرژی عظیم موجود در مراحل اولیه مهبانگ می‌توانسته ماده را تا چگالیهای بسیار زیاد متراکم کند و سیاهچاله‌های ریزی را، احتمالاً با جرمهای اندکی کمتر از یک گرم، تشکیل دهد. این صرفاً یک فرض است، چون هیچ نوع سیاهچاله‌ای تاکنون با قاطعیت شناسایی نشده است، اما اگر این سیاهچاله‌های کوچولو موجود باشند، می‌توانند نوعی از ماده تاریک را تشکیل دهند (بخش ۱۶-۳) که برای توجیه جاذبه گرانشی در کهکشانها و خوشه‌های کهکشانی لازم است، و نیز ممکن است "جرم گمشده" لازم برای "بستن" عالم را تأمین کنند (بخش ۱۶-۸).

موجکهایی در زمینه میکروموج با توجه به مدل ما برای تکوین عالم بر اساس نظریه مهبانگ، معلوم نیست که چرا ستارگان و کهکشانها تشکیل شده‌اند. مخلوط یکنواختی از تابش و ذرات می‌توانند مانند یک گاز پراکنده به‌طور نامحدود منبسط شود تا به چگالیهایی برسد که برای تشکیل ستارگان ضروری است.

وقتی تولید زوج و نابودی زوج ذرات و پاد ذرات در عالم اولیه به وقوع می‌پیوست، نوسانهای محلی مختصر چگالی، در هنگام ناپدیدشدن ذرات از یک محل و ظهور آنها در محل دیگر، وجود داشت. بنا بر یک نظریه، در یک دوره ابتدایی عالم انبساط بسیار سریعی پیش آمده است، که می‌توانسته این نوسانهای مختصر را بسیار بزرگ کند.

در سال ۱۹۹۲، ماهواره COBE، که اطلاعات بسیار دقیقی درباره طیف تابش زمینه میکروموج کیهانی در شکل ۱۶-۶ را به دست می‌آورد، موجکهایی را در دمای زمینه مشاهده کرد (عکس رنگی ۱۸). این موجکها بسیار کوچک، از مرتبه  $10^{-5} K \times 3$  هستند، اما نشان می‌دهند

که در عالم اولیه توزیع ماده و انرژی غیر یکنواخت بوده است. ساز و کار دقیقی که این موجکها را به تشکیل کهکشانها مربوط کند هنوز مشخص نیست؛ یک توجیه این است که ماده تاریک اولیه (از نوع WIMPs) در مکانهای "سرد" جمع شدند و نیروی گرانشی بزرگی را تأمین کردند که هیدروژن و هلیم را پس از عصر واجفتیدگی جذب کرد. توجیه درست هرچه باشد، مشاهده این موجکها در دمای تابش زمینه وسیله سرراستی برای مشاهده شرایط عالم اولیه در اختیار ما می‌گذارد.

## ۱۶-۸ آینده عالم

در آینده چه پیش می‌آید؟ آیا عالم به انبساط خود ادامه می‌دهد، یا این روند انبساط متوقف و انقباض آغاز می‌شود؟ آیا مهبانگ معکوسی، به صورت نوعی فروریزش بزرگ، در هنگام هجوم تمام ماده موجود در عالم به یک نقطه، در حالی که تابش زمینه دوباره گرم می‌شود، به وجود خواهد آمد؟ پس از فروریزش بزرگ، آیا مهبانگ دیگری رخ می‌دهد که آغاز تکامل عالم جدیدی باشد؟ در این صورت، ممکن است این فرایند بی‌وقفه ادامه یابد، و مهبانگ بیشتر یک رفت و برگشت بزرگ باشد.

بنا بر گرانش نیوتونی، انبساط عالم تحت تأثیر کشش گرانشی اجزای آن کند می‌شود. این موضوع را که آیا شتاب منفی کافی برای وارون کردن روند انبساط وجود دارد مقدار جرم موجود در عالم تعیین می‌کند. به همین ترتیب، خمیدگی فضا-زمان در نسبیت عام را چگالی  $\rho_m$  عالم مشخص می‌کند؛ بنابراین معادله ۱۶-۲۴، پارامتر شتاب منفی  $q$  را که متناسب با  $\rho_m$  است، آهنگ تغییر  $dR/dt$  تعیین می‌کند و نشان می‌دهد که انبساط چقدر کند می‌شود.

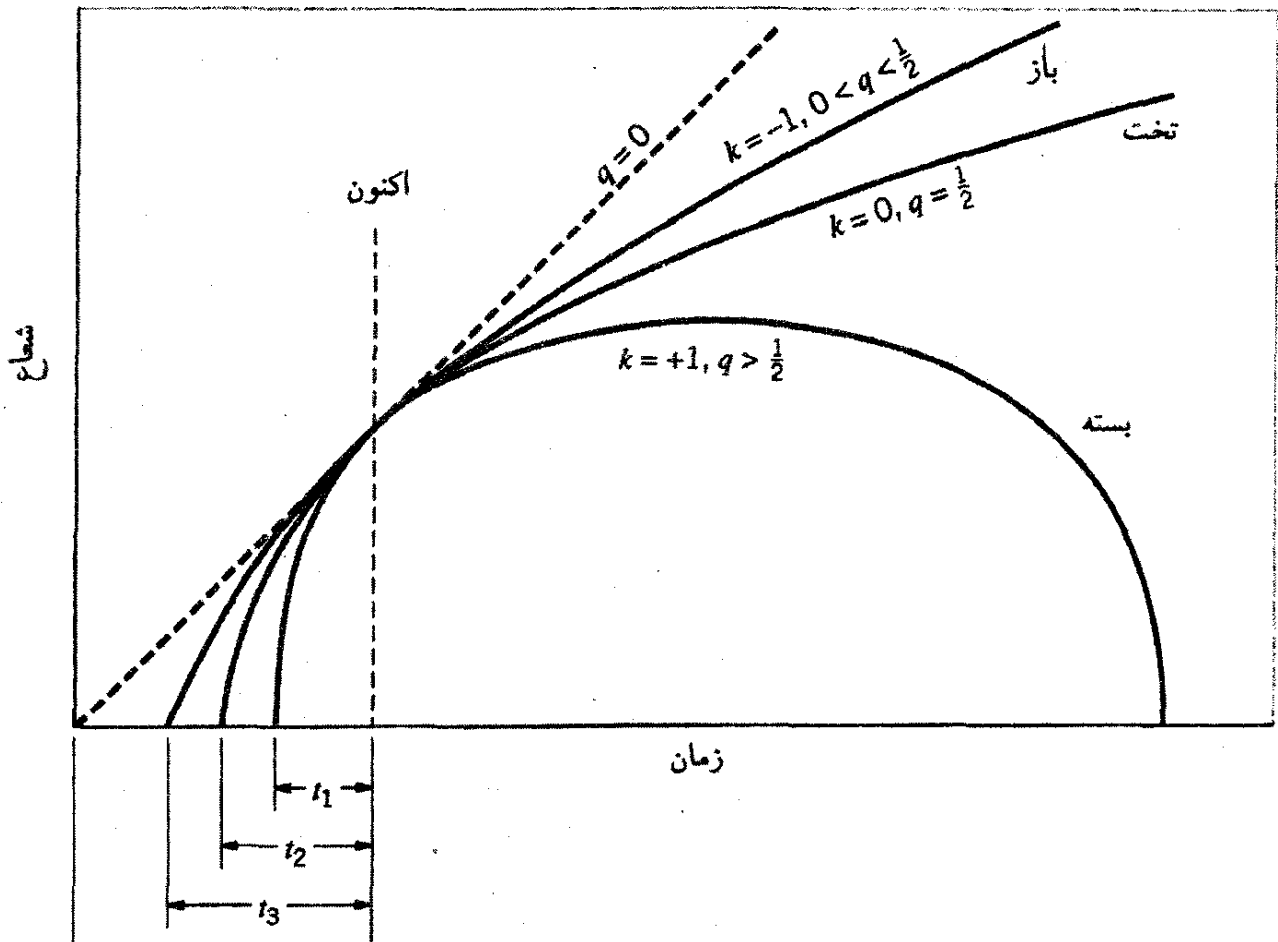
بستگی  $R(t)$  به  $t$  را برای دو نوع ممکن عالم در شکل ۱۶-۱۴ مشاهده می‌کنید. از ترکیب معادله‌های ۱۶-۱۸ و ۱۶-۲۵ می‌توان رابطه‌ای بین  $k$  و  $q$  به دست آورد:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 (1 - 2q) = -kc^2 \quad (16-33)$$

در یک عالم تخت با  $k = 0$  باید  $q = 1/2$ ، و این عالم برای همیشه منبسط خواهد شد. در عالم خمیده و باز با  $k = -1$  باید  $0 < q < 1/2$  و این عالم نیز مانند عالم تخت به انبساط خود ادامه می‌دهد. در عالم بسته با  $k = +1$  باید  $q < 1/2$ ؛ این عالم به یک شعاع بیشینه می‌رسد و سپس شروع به انقباض می‌کند.

وقتی به یک کهکشان دور می‌نگریم، آن را در زمانی می‌بینیم که نور از آن گسیل شده است. دورترین کهکشانها، که در فاصله حدود  $10^9$  میلیارد سال نوری قرار دارند، نور خود را هنگامی گسیل کرده‌اند که عالم بسیار جوانتر و در نتیجه سرعت آنها بسیار بیشتر بوده است. از سوی دیگر،





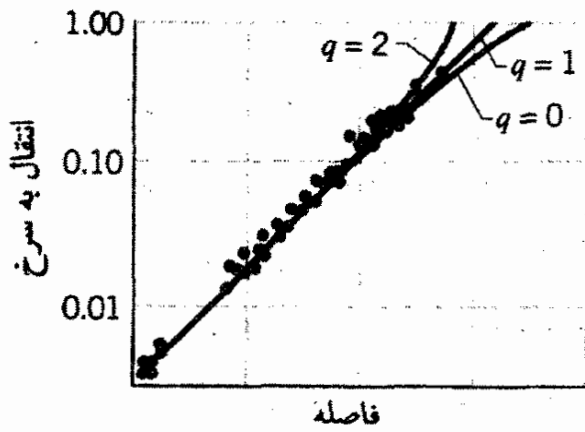
شکل ۱۶-۱۴ انبساط چهار نوع مختلف عالم. خط چینها عالمی را نشان می‌دهند که از  $t = 0$  در فاصله زمانی  $H^{-1}$  از زمان حال، با آهنگ ثابت در حال انبساط است. خطهای پُر سه عالم متفاوت را نشان می‌دهند، که همه آنها از  $H^{-1}$  جوانترند.

کهکشانهای نزدیک به ما، نور خود را دیرتر گسیل کرده‌اند. مقایسه نور کهکشانهای نزدیک و دور باید دلیلی بر شتاب منفی فراهم آورد. در نتیجه شتاب منفی، کهکشانهای دور باید انتقال به سرخی بزرگتر از آنچه براساس برونمایی کهکشانهای نزدیک به دست می‌آید، داشته باشد. شکل ۱۶-۱۵ کوششی در جهت این تحلیل را نشان می‌دهد؛ همان طوری که ملاحظه می‌کنید، نتایج قاطع نیستند - از این داده‌ها نمی‌توان تعیین کرد که  $q$  بزرگتر از مقدار بحرانی  $1/2$  است یا کوچکتر از آن. رهیافت دیگر به این تحلیل، تلاش در جهت تعیین چگالی ماده در عالم است. از معادله ۱۶-۲۵، می‌توانیم مقدار چگالی بحرانی و مقدار پارامتر شتاب منفی متناظر با آن را تعیین کنیم:

$$\rho_{cr} = \frac{3q_{cr}H^2}{4\pi G} \quad (۱۶-۳۴)$$

یا قراردادن مقادیر عددی، می‌رسیم به

$$\rho_{cr} \cong 1 \times 10^{-26} \text{ kg/m}^3$$



شکل ۱۶-۱۵ قانون هابل در فاصله‌ها و انتقال‌های به سرخ زیاد. انتقال به سرخ عبارت است از  $\Delta\lambda/\lambda$  که تغییرات آن فقط برای مقادیر کوچک  $v$  خطی است.

اگر چگالی عالم کمتر از  $\rho_{cr}$  باشد، ماده کافی برای تولید شتاب منفی لازم جهت وارون کردن انبساط و بستن عالم وجود ندارد. اگر چگالی  $\rho_{cr}$  باشد، عالم تخت است، و آهنگ انبساط تا صفر، که در آن فاصله مواد از یکدیگر بینهایت می‌شود، کند می‌شود.

ما نسبت چگالی واقعی عالم و مقدار بحرانی آن را به صورت  $\Omega$  تعریف می‌کنیم:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{cr}} \quad (۳۵-۱۶)$$

مقدار  $\Omega$  ویژگیهای انبساطی عالم را تعیین می‌کند:

$$\Omega > 1: \text{ بسته} \quad \Omega = 1: \text{ تخت} \quad \Omega < 1: \text{ باز}$$

با توجه به وجود کهکشانهای مرئی، حدس می‌زنیم چگالی ماده در عالم برابر مقدار زیر باشد:

$$\rho_{gal} = 3 \times 10^{-28} \text{ kg/m}^3$$

بنابراین، با توجه به ماده مرئی به تنهایی مقدار  $\Omega = 0.3$  برآورد می‌شود، که بسیار کمتر از مقدار لازم برای بستن عالم است. با توجه به بحث بخش ۱۶-۳، می‌دانیم که ماده تاریک موجود در عالم شاید جرمی  $10^3$  برابر ماده مرئی داشته باشد؛ با در نظر گرفتن ماده تاریک می‌توانیم داشته باشیم  $\Omega = 0.3$ . اگر عالم، بنابه باور بسیاری از اختر فیزیکدانها، تخت یا بسته باشد، مقدار چشمگیری "جرم گمشده" دست کم معادل ۲ برابر جرم تاریک، وجود دارد.

یکی از اشکال ممکن این جرم گمشده نوترینوها یا سایر ذرات پایدار با برهم‌کنش ضعیف هستند که احتمالاً در مه‌بانگ تولید شده‌اند. اگرچه اغلب فرض می‌کنیم که جرم نوترینوها صفر است، حدهای بالایی تجربی بر انرژیهای سکون این ذرات خیلی کوچک نیستند:

$$\nu_e: mc^2 < 10 \text{ eV}, \quad \nu_\mu: mc^2 < 0.3 \text{ MeV}, \quad \nu_\tau: mc^2 < 40 \text{ MeV}$$

اگر چگالی نوترینوهای مهبانگ در حدود چگالی فوتونها ( $4 \times 10^8/m^3$ ) باشد، در این صورت جرم نوترینوی  $10 eV/c^2$  به چگالی حدود  $7 \times 10^{-27} kg/m^3$  می‌انجامد؛ لذا از ترکیب نوترینوها با کهکشانها و ماده تاریک، می‌رسیم به:  $\Omega \approx 1$ .

این برآورد  $\Omega$  بسیار خام است، چون سهم دقیق ماده تاریک یا نوترینوها را نمی‌دانیم، و اطلاع نداریم آیا ذرات دیگر باقیمانده از مهبانگ (تک قطبیه‌های مغناطیسی، سیاهچاله‌های کوچولو، WIMPs، و غیره) وجود دارند که در این مورد سهم باشند، یا خیر. به نظر می‌رسد که می‌توان با اطمینان نتیجه گرفت که  $\Omega$  در گستره یک مرتبه بزرگی از یک یا نزدیک به یک است.

این نتیجه‌گیری مشکلی را برای اخترفیزیکدانها، به نام مسئله تخت بودن، به وجود می‌آورد. چرا عالم چنین نزدیک به تخت است؟ شاید تصادفی باشد که از میان تمام عالمهای ممکن که می‌توانستند از مهبانگ تحول یابند، عالم ما تقریباً تخت باشد.

در واقع، مسئله تخت بودن جدی‌تر از این است. برای مقایسه، پرتابه‌ای را در نظر بگیرید که از سطح زمین به بالا پرتاب شود. پارامتر  $\Omega$  در واقع معیاری از نسبت انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی است:  $\Omega = |U_{grav}|/K$ . اگر مقدار اولیه  $\Omega$  بزرگتر از یک باشد، انرژی گرانشی بیش از انرژی جنبشی است، بنابراین پرتابه تا یک ارتفاع بیشینه بالا می‌رود و سپس به زمین می‌افتد. وقتی این پرتابه به ارتفاع بیشینه رسید،  $K = 0$  و  $\Omega$  بینهایت می‌شود. در تمام طول صعود، مقدار  $\Omega$  افزایش می‌یابد زیرا مقدار انرژی جنبشی سریعتر از اندازه انرژی گرانشی کم می‌شود. اگر پرتابه طوری پرتاب شود که  $\Omega < 1$ ، انرژی جنبشی بیش از مقدار لازم برای غلبه بر گرانی زمین است، و پرتابه از کشش زمین می‌گریزد. وقتی پرتابه به فاصله بینهایت رسید، آنگاه  $\Omega = 0$  زیرا  $U_{grav} = 0$ . اگر سرعت اولیه را چنان اختیار کنیم که  $\Omega = 1$ ، انرژی کافی برای فرار وجود دارد، و پرتابه وقتی  $K = 0$ ، به فاصله بینهایت می‌رسد. در تمام طول سفر،  $\Omega$  درست همان یک باقی می‌ماند.

برای پرتابه و نیز برای تکوین عالم، نتیجه‌گیری یکسان است: اگر در ابتدا  $\Omega = 1$ ، مقدار آن همواره ۱ باقی می‌ماند. اما اگر  $\Omega > 1$  یا  $\Omega < 1$ ، فاصله آن نسبت به یک زیاد می‌شود. اگر در عالم اولیه  $10^{50}$   $\Omega = 1$  می‌بود، پس از گذشت ۱۵ میلیارد سال،  $\Omega$  بسیار بزرگ می‌شد؛ به همین ترتیب، اگر مقدار  $\Omega$  برابر  $10^{50}$  بود، مقدار کنونی آن نزدیک به ۰ می‌شد. محاسبه شده است برای اینکه  $\Omega$  امروز در گستره یک مرتبه بزرگی از ۱ باشد (یعنی در گستره  $10^0$  و  $10^1$ )، باید در ابتدا در گستره  $10^{-51} \pm 1$  می‌بوده است.

توجیه تخت بودن عالم امری بدیهی نیست. یکی از امکانها مدل تورمی است، که با توجه به آن عالم در بازه زمانی کوتاه  $10^{-35}$  s و  $10^{-32}$  s بسیار سریع رشد کرده است (شاید به اندازه  $10^{50}$  مرتبه بزرگی). این لحظه‌ای است که نیروی الکتروضعیف و نیروی قوی از وحدت قبلی خود

فاصله گرفتند و به صورت نیروهای متمایز درآمدند. این رشد ناگهانی به علت نوعی تغییر فاز همراه با این جدایی است. درست همان طور که سطح خمیدهٔ یک بادکنک که اندازهٔ آن  $10^5$  برابر شده است تخت به نظر می‌رسد، عالم خمیده هم پس از تورم بسیار زیاد تخت به نظر می‌رسید. در اینجا کیهانشناسی و فیزیک ذرات دوباره باهم تلفیق می‌شوند: وقتی فهمیدیم چگونه نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) در ویژگیهای ذرات بنیادی تأثیر دارند، می‌توانیم عالم اولیه را بهتر درک کنیم.

اگرچه در قرن بیستم پیشرفت بسیاری در درک مبانی فیزیکی عالم کرده‌ایم، اما اینکه نمی‌توانیم تعیین کنیم کدام یک از این دو سرنوشت زیر پیش روی ماست، بسی نومیث کننده است: (۱) عالم برای همیشه منبسط می‌شود؛ همهٔ ستارگان و کهکشانها سرانجام انرژی خود را مصرف می‌کنند و به صورت کوتوله‌های سیاه یا سیاهچاله در می‌آیند. عالم سرد و تاریک می‌شود، و حیات به پایان خود می‌رسد. (۲) انبساط کند و سرانجام متوقف می‌شود؛ کهکشانها با انقباض عالم شروع به حرکت به سوی یکدیگر می‌کنند. سرانجام عالم به یک تک نقطه فرو می‌ریزد، و احتمالاً در قالب یک مهبانگ جدید با مجموعهٔ جدیدی از قوانین فیزیکی متولد می‌شود. تشخیص اینکه ممکن است در عالم منحصر به فرد باشیم، و شاید هیچ نسلی از دانشمندان این فرصت را نداشته باشند که در زمانی زندگی کنند که قانونهای فیزیک کشف و درک شده باشند، هم هراسناک است و هم الهامبخش.

### پیشنادهایی برای مطالعهٔ بیشتر

بسیاری از کتابهای مرجع مربوط به نسبیت عام در فصل ۱۵، شامل مطالبی دربارهٔ کیهانشناسی هستند. بعضی کتابهای مقدماتی کیهانشناسی بدون بهره‌گیری از ریاضی عبارت‌اند از:

T. Ferris. *The Red Limit* (New York, Wm Morrow & Co, 1977).

بدون شک در میان بهترین کارهایی است که دربارهٔ یک موضوع علمی نوشته شده است؛ سرشار از جزئیات تاریخی و شخصی.

W. J. Kaufmann III, *Relativity and Cosmology* (New York, Harper and Row, 1977).

کتابی دیگر در سطح فهم همگان با سبک نوشتاری مناسب؛ شامل نسبیت عام و سیاهچاله‌هاست. L. Krauss, *The Fifth Essence* (New York, Basic Books, 1989).

حکایت مادهٔ تاریک.

A. Lightman, *Ancient Light* (Boston, Harvard University Press, 1991).

آشنایی با افرادی که در این زمینه کشفیات مهم کردند.

S. Weinberg, *The First Three Minutes* (New York, Basic Books, 1977).

یک اثر کلاسیک جدید؛ اگر فقط یک کتاب درباره کیهانشناسی می خوانید، این کتاب را برگزینید. بسیاری از کتابهای بالا را با جلد نازک و ارزان می توانید بیابید. آثار چندی درباره کیهانشناسی منتشر شده است که اغلب شامل ریاضیات در سطح حسابان (بدون تانسورها) هستند:

P. T. Landsberg and D.A. Evans, *Mathematical Cosmology* (Combridge University Press, 1971).

با برخورد ریاضیاتی عالی و بدون استفاده از تانسور.

P. J. E. Peebles, *Principles of Physical Cosmology* (Princeton University press, 1993).

بر شواهد رصدی برای مهبانگ تأکید دارد.

M. Rowan-Robinson, *Cosmology*, and ed, (Oxford, Clarendon Press, 1981).

شامل خلاصه‌ای از مدل‌های دیگر است و درباره بعضی از مسائل حل نشده کیهانشناسی بحث می کند.

D. W. Sciama, *Modern Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 1971).

دوجزوه بسیار خواندنی؛ به همه جنبه‌های کیهانشناسی پرداخته است.

E. R. Harrison, *Cosmology* (Cambridg, Cambridge University Press, 1981).

یک بررسی جامع و بسیار سازمان یافته.

اثری دشوارتر که هنوز خواندنی و شامل اطلاعات فراوانی درباره رصدهاست:

J. V. Narlikar, *Introduction to Cosmology*, 2nd ed. (Cambridge, Cambridge University Press, 1993).

چند مقاله همگان فهم به قرار زیر هم معرفی می کنیم:

J. R. Gott III. J. E. Gunn, D. N. Scharamm, and B. M. Tinsley, "Will the Universe Expand Forever?" *Scientific American*, 243, 62 (March 1967).

- R. A. Muller, "The Cosmic Background Radiation and the New Aether Drift," *Scientific American*, **238**, 64 (May 1978).
- D. Barrow and J. Silk, "The Structure of the Early Universe," *Scientific American*, **242**, 118 (April 1980).
- W. L. Freedman, "The Expansion Rate and Size of the Universe," *Scientific American*, **267**, 54 (November 1992).
- D. E. Osterbrock, J. A. Gwinn, and R. S. Brashear, "Edwin Hubble and the Expanding Universe," *Scientific American*, **269**, 84 (July 1993).

### پرسش‌ها

۱. آیا می‌توانیم بدون نظر به زمان گذشته، به عالم دوردست بنگریم.
۲. ما در سراسر این فصل سن عالم را در حدود  $10^1 \times 15$  سال و پارامتر هابل را در حدود  $67 \text{ km/s.Mpc}$  در نظر گرفته‌ایم. آیا این اعداد باهم سازگارند؟
۳. آیا پارامتر هابل مقداری ثابت است؟ آیا این پارامتر در فواصل زیاد تغییر می‌کند؟ آیا در بازه‌های زمانی طولانی تغییر می‌کند؟
۴. بگویید چرا سن عالم باید کمتر از  $1/H$  باشد.
۵. چرا به دست آوردن مقادیر دقیق برای پارامتر هابل و پارامتر شتاب منفی دشوار است؟
۶. تمام فرایندهای طبیعی از این قانون پیروی می‌کنند که آنتروپی باید زیاد شود؛ افزایش آنتروپی با "کنشدن" عالم یک جهت زمان برای ما تعیین می‌کند. اگر عالم شروع به انقباض کند و در نتیجه گرم شود، آیا آنتروپی فرایندهای طبیعی کاهش می‌یابد؟ آیا ساکنان آن عالم مشاهده می‌کنند که زمان به عقب برمی‌گردد؟
۷. هیدروژن موجود در عالم حاوی کسر کوچکی از دوتریم است، با فرض اینکه منشأ دوتریم در مهبانگ است، با اندازه‌گیری فراوانی دوتریم درباره چه دوره‌ای از مهبانگ اطلاعات به دست آوریم؟ آیا با استفاده از هیدروژن زمینی می‌توانیم این اندازه‌گیری را انجام دهیم؟ از چه ویژگی دوتریم برای وجود آن در مناطق دوردست کهکشان می‌توانیم استفاده کنیم.
۸. بین  $t = 1 \text{ s}$  و  $t = 6 \text{ s}$ ، باید، نسبت نوترون از ۲۷ درصد به ۸ درصد افت می‌کرد؛ اما در عوض فقط به ۱۶ درصد رسید. چرا نوترونهای بیشتری در این دوره به پروتون تبدیل نشدند؟ آیا تبدیل پروتون به نوترون نیز همین قدر دشوار است؟
۹. اگر می‌توانستیم نوترینوهای عالم اولیه را مشاهده کنیم، آیا طیف آنها را توزیع پلانک تعیین می‌کرد؟

## مسائل

۱. با بهره‌گیری از قانون هابل، طول موج  $5900 \text{ nm}$  خط سدیم را به دست آورید که از کهکشانی با فاصله‌های زیرگسیل می‌شوند: (الف)  $10^6 \times 10^6$  سال نوری؛ (ب)  $10^8 \times 10^6$  سال نوری؛ (ج)  $10^{10} \times 10^6$  سال نوری.
۲. طول موج قله تابش جسم سیاه با دمای  $27 \text{ K}$  را به دست آورید.
۳. (الف) با مشتق‌گیری از معادله  $16-9$  انرژی را به دست آورید که در آن طیف تابش دارای قله است. (ب) قله انرژی فوتون میکروموج زمینه  $27 \text{ K}$  را ارزیابی کنید.
۴. ثابتهای عددی در معادله‌های  $16-8$  و  $16-11$  را به منظور به دست آوردن معادله‌های  $16-12$ ،  $16-13$  و  $16-14$  ارزیابی کنید.
۵. فوتونهای نورمرئی انرژیایی بین حدود  $2 \text{ eV}$  تا  $3 \text{ eV}$  دارند. (الف) چگالی عددی فوتونهای تابش زمینه  $27 \text{ K}$  را در این بازه محاسبه کنید (با استفاده از معادله  $16-3$ ، تعداد  $N > 2 \text{ eV}$  و  $N > 3 \text{ eV}$  را بیابید). آیا این چگالیهای فوتون با چشم قابل رؤیت است؟ (ب) فرض کنید که چشم بتواند در حدود  $10^0$  فوتون بر سانتیمتر مکعب را آشکار سازد. درجه دمایی تابش زمینه مرئی خواهد شد؟ در این هنگام سن عالم چقدر بوده است؟
۶. اولین حالت چرخشی سیانوزن در انرژی  $470 \times 10^{-4} \text{ eV}$  بالاتر از حالت پایه قرار دارد. جمعیت نسبی حالت پایه و سه حالت چرخشی اولیه را در دمای  $T = 27 \text{ K}$  محاسبه کنید.
۷. با مشتق‌گیری از معادله  $16-18$  نسبت به  $t$ ، معادله  $16-25$  را به دست آورید (راهنمایی: فراموش نکنید که  $\rho$  و  $R$  هر دو تابع  $t$  هستند).
۸. با تعریف  $R$  به صورت  $At^n$ ، نشان دهید که  $1 - n^{-1} = q$  را برای عالمهای با سیطره ماده و سیطره انرژی ارزیابی کنید.
۹. معادله  $16-26$  را به دست آورید.
۱۰. درجه سنی عالم به کمتر از دمای آستانه برای (الف) تولید نوکلئون؛ (ب) تولید مزون پی رسید؟
۱۱. (الف) درجه دمایی عالم به اندازه کافی داغ بود که فوتونها می‌توانستند مزونهای  $K (mc^2 = 500 \text{ MeV})$  را تولید کنند؟ (ب) درجه سنی عالم دارای این دما بود؟
۱۲. معادله‌های  $16-30$  و  $16-31$  را به دست آورید.
۱۳. عالم را در دمای  $5000 \text{ K}$  در نظر بگیرید. (الف) درجه سنی، و درجه مرحله‌ای از تکامل عالم این دما وجود داشته است؟ (ب) انرژی میانگین فوتون را در این زمان برآورد کنید. (ج) اگر به ازای هر نوکلئون  $10^9$  فوتون وجود داشته باشد، نسبت چگالی تابش به چگالی جرم در آن زمان را برآورد کنید.

۱۴. عالم اولیه تحت سیطره تابش بود، و عالم کنونی تحت سیطره ماده است. (الف) در چه زمانی چگالیهای انرژی و ماده مساوی بودند؟ (ب) هنگام وقوع این رویداد سن عالم چقدر بود؟
۱۵. فرض کنید چگالی عددی نوترینوهای مهبانگ، با چگالی فوتونهای کنونی برابر بود. انرژی سکون نوترینوهای لازم برای فراهم آوردن چگالی بحرانی بستن عالم را بیابید.
۱۶. فرض کنید که اختلاف ماده و پاد ماده در عالم اولیه به جای ۱ قسمت در  $10^9$  برابر ۱ قسمت در  $10^8$  بود. (الف) از معادله ۱۶-۳۱ دمایی را محاسبه کنید که دوتریم شروع به تشکیل شدن می‌کرد. (ب) این واقعه در چه سنی به وقوع می‌پیوندد؟ (ج) دما و زمان متناظر با واجفتیدگی تابش را (وقتی اتمهای هیدروژن تشکیل می‌شوند) ارزیابی کنید.
۱۷. چون هنوز نظریه کوانتومی برای گرانی نداریم، نمی‌توانیم ویژگیهای عالم را پیش از زمان پلانک، در حدود  $10^{-43}$  s تحلیل کنیم. اگر فرض کنیم که ویژگیهای عالم در این عصر را نظریه کوانتومی، نسبت، و گرانی تعیین می‌کرده است، زمان پلانک را باید ثابتهای بنیادی این سه نظریه:  $G$  و  $c, h$  تعیین کنند. بنابراین می‌توانیم بنویسیم  $t \propto h^i c^j G^k$ ، که در آن  $i, j$  و  $k$  نماهایی هستند که باید تعیین شوند. (الف) تحلیل ابعادی لازم برای تعیین  $i, j$ ، و  $k$  را انجام دهید. با فرض اینکه پارامتر تناسب از مرتبه واحد است،  $t$  را ارزیابی کنید.
۱۸. پارامتر هابل می‌تواند به کوچکی  $50 \text{ km/s.Mpc}$  و به بزرگی  $100 \text{ km/s.Mpc}$  باشد. چگالی بحرانی لازم برای بستن عالم را برای این دو پارامتر محاسبه کنید.
۱۹. معادله ۱۶-۳۳ را به دست آورید.
۲۰. فرض کنید تمام ماده مرئی به طور یکنواخت در عالم توزیع شده باشد. به طور متوسط، چند اتم هیدروژن در هر متر مکعب وجود خواهد داشت؟
۲۱. فرض کنید که عالم متشکل از ستارگانی با توزیع یکنواخت و با جرم خورشید بود ( $10^{30} \text{ kg} \times 60$ ). اگر چگالی میانگین با چگالی ماده مرئی در عالم کنونی برابر بود، فاصله بین ستارگان چقدر می‌شد؟ پاسخ خود را بر حسب سال نوری بیان کنید.



# پیوست الف

## ثابتها و ضرایب تبدیل

### ثابتها<sup>۱</sup>

$2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$	$c$	سرعت نور
$1,6021773 \times 10^{-19} \text{ C}$	$e$	بار الکترون
$1,38066 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	$k$	ثابت بولتزمن
$8,6174 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$		
$6,626076 \times 10^{-34} \text{ J.s}$	$h$	ثابت پلانک
$4,135670 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$		
$1,054573 \times 10^{-34} \text{ J.s}$	$\hbar = h/2\pi$	
$6,582122 \times 10^{-16} \text{ eV.s}$		
$6,6726 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$	$G$	ثابت گرانشی
$6,022137 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	$N_A$	ثابت آووگادرو
$8,31451 \text{ J/mol.K}$	$R$	ثابت عمومی گازها
$5,6705 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2.\text{K}^2$	$\sigma$	ثابت استفان - ریذبرگ

۱. تعداد ارقام معنی‌دار که برای ثابتهای عددی داده شده است دقت اندازه‌گیری آنها را نشان می‌دهد؛ یک خطای تجربی وجود دارد که نوعاً بخشی از آخرین رقم است، جز برای سرعت نور (که دقیق است).

$1.0973731571 \times 10^{-7} \text{m}^{-1}$	$R_\alpha$	ثابت ریذبرگ
13,605698 eV		انرژی یونش هیدروژن
$5.2917725 \times 10^{-11} \text{m}$	$a_0$	شعاع بور
$9.2740154 \times 10^{-24} \text{J/T}$	$\mu_B$	مگنتون بور
$5.7883826 \times 10^{-5} \text{eV/T}$		
$5.0507865 \times 10^{-27} \text{J/T}$	$\mu_N$	مگنتون هسته‌ای
$3.1524517 \times 10^{-8} \text{eV/T}$		
1/137,035989	$\alpha$	ثابت ساختار ریز
1239,84224 eV · nm (MeV · fm)	$hc$	
1,439965 eV · nm (MeV · fm)	$e^2/4\pi\epsilon_0$	

## جرم بعضی ذرات

MeV/c <sup>2</sup>	u	kg	
0,5109991	$5,485798 \times 10^{-4}$	$9,1093897 \times 10^{-31}$	الکترون
938,2723	$1,007276470$	$1,672631 \times 10^{-27}$	پروتون
939,5656	$1,008664924$	$1,674955 \times 10^{-27}$	نوترون
1875,6134	$2,01355323$	$3,343586 \times 10^{-27}$	دوترون
3727,3803	$4,00150618$	$6,644662 \times 10^{-27}$	آلفا

## ضرایب تبدیل

1b = $10^{-28} \text{m}^2$	1eV = $1,6021773 \times 10^{-19} \text{J}$
1Ci = $3,7 \times 10^{10}$ واپاشی /s	1u = $931,4943 \text{MeV}/c^2$
1 سال نوری = $9,46 \times 10^{15} \text{m}$	= $1,6605402 \times 10^{-27} \text{kg}$
1 پارسک = $3,26$ سال نوری	1y = $3,156 \times 10^7 \text{s} \cong \pi \times 10^7 \text{s}$
	1Å = $10^{-10} \text{m}$

## پیوست ب

### جدول جرمهای اتمی

این جدول جرمهای اتمی ایزوتوپیهای هر عنصر را به دست می دهد. همه ایزوتوپیهای طبیعی گنجانده شده اند (فراوانیهای طبیعی آنها به صورت ایرانیک در ستون آخر درج شده است). بعضی از ایزوتوپیهای پرتوزا با عمر طولانی نیز، با نیمه عمر آنها، آمده است. هر عنصر ایزوتوپیهای پرتوزای دیگری نیز دارد که در این جدول درج نشده است. فهرست کاملتر آنها را می توان در منابعی که این جدول از آنها استخراج شده است یافت:

*Table of Isotopes* (Seventh Edition), edited by C. M. Lederer and V. S. Shirley (New York, Wiley, 1978), G. Audi and H. Wapstra, "The 1993 Atomic Mass Evaluation," *Nuclear Physics A*565, 1 (1993)

در ستون نیمه عمر  $10^6 y = My$ .

فراوانی و یا نیمه				فراوانی و یا نیمه			
عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	عمر	جرم اتمی (u)	A	Z
۵۳٫۳d	۷٫۰۱۶۹۲۹	۷	۴ Be	٪۹۹٫۹۸۵	۱٫۰۰۷۸۲۵	۱	۱ H
۰٫۷fs	۸٫۰۰۵۳۰۵	۸		٪۰٫۰۱۵	۲٫۰۱۴۱۰۲	۲	
٪۱۰۰	۹٫۰۱۲۱۸۲	۹		۱۲٫۳y	۳٫۰۱۶۰۴۹	۳	
۱٫۵My	۱۰٫۰۱۳۵۳۴	۱۰		٪۱٫۳۸ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۳٫۰۱۶۰۲۹	۳	۲ He
۱۳٫۸s	۱۱٫۰۲۱۶۵۸	۱۱		٪۹۹٫۹۹۹۸۶	۴٫۰۰۲۶۰۳	۴	
۰٫۷۷s	۸٫۰۲۴۶۰۷	۸	۵ B	٪۷٫۵	۶٫۰۱۵۱۲۲	۶	۳ Li
۰٫۸۵as	۹٫۰۱۳۳۲۹	۹		٪۹۲٫۵	۷٫۰۱۶۰۰۴	۷	
٪۱۹٫۹	۱۰٫۰۱۲۹۳۷	۱۰		۰٫۸۴s	۸٫۰۲۲۴۸۶	۸	

فراوانی و یا نیمه				فراوانی و یا نیمه			
عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	عمر	جرم اتمی (u)	A	Z
۳,۸۶s	۲۱,۹۹۹۵۷۴	۲۲	۱۲ Mg	٪۸۰,۱	۱۱,۰۰۰۹۳۰۶	۱۱	
۱,۱۳s	۲۲,۹۹۹۴۱۲۵	۲۳		۲۰,۲ms	۱۲,۰۱۴۳۵۲	۱۲	
٪۷۸,۹۹	۲۳,۹۸۵۰۴۲	۲۴		۱۹,۲s	۱۰,۰۱۶۸۵۳	۱۰	۶ C
٪۱۰,۰۰	۲۴,۹۸۵۸۳۷	۲۵		۲۰,۴m	۱۱,۰۱۱۴۳۳	۱۱	
٪۱۱,۰۱	۲۵,۹۸۲۵۹۳	۲۶		٪۹۸,۹۰	۱۲,۰۰۰۰۰۰۰	۱۲	
۹,۴۶m	۲۶,۹۸۴۳۴۱	۲۷		٪۱,۱۰	۱۳,۰۰۰۳۳۵۵	۱۳	
۲۰,۹h	۲۷,۹۸۳۸۷۷	۲۸		۵۷۳۰y	۱۴,۰۰۰۳۲۴۲	۱۴	
۷,۱۸s	۲۴,۹۹۰۴۲۹	۲۵	۱۳ Al	۲,۴۵s	۱۵,۰۱۰۵۹۹	۱۵	
۰,۷۴My	۲۵,۹۸۶۸۹۲	۲۶		۹,۹۶m	۱۳,۰۰۰۵۷۳۹	۱۳	۷ N
٪۱۰۰	۲۶,۹۸۱۵۳۸	۲۷		٪۹۹,۶۳	۱۴,۰۰۰۳۰۷۴	۱۴	
۲,۲۴m	۲۷,۹۸۱۹۱۰	۲۸		٪۰,۳۶۶	۱۵,۰۰۰۱۰۰۹	۱۵	
۶,۵۶m	۲۸,۹۸۰۴۴۵	۲۹		۷,۱s	۱۶,۰۰۰۶۱۰۰	۱۶	
۲,۲۳s	۲۵,۹۹۲۳۳۰	۲۶	۱۴ Si	۴,۲s	۱۷,۰۰۰۸۴۵۰	۱۷	
۴,۱۶s	۲۶,۹۸۶۷۰۴	۲۷		۷,۱s	۱۴,۰۰۰۸۵۹۵	۱۴	۸ O
٪۹۲,۲۳	۲۷,۹۷۶۹۲۶	۲۸		۱۲,۲s	۱۵,۰۰۰۳۰۶۶	۱۵	
٪۴,۶۷	۲۸,۹۷۶۴۹۵	۲۹		٪۹۹,۷۶	۱۵,۹۹۴۹۱۵	۱۶	
٪۳,۱۰	۲۹,۹۷۳۷۷۰	۳۰		٪۰,۰۳۸	۱۶,۹۹۹۱۳۲	۱۷	
۲,۶۲h	۳۰,۹۷۵۳۶۳	۳۱		٪۰,۲۰۴	۱۷,۹۹۹۱۶۰	۱۸	
۱۷۲y	۳۱,۹۷۴۱۴۸	۳۲		۲۶,۹s	۱۹,۰۰۰۳۵۷۷	۱۹	
۴,۱۴s	۲۸,۹۸۱۸۰۱	۲۹	۱۵ P	۱۳,۶s	۲۰,۰۰۰۴۰۷۶	۲۰	
۲,۵۰m	۲۹,۹۷۸۳۱۴	۳۰		۶۴,۵s	۱۷,۰۰۰۲۰۹۵	۱۷	۹ F
٪۱۰۰	۳۰,۹۷۳۷۶۱	۳۱		۱۱۰m	۱۸,۰۰۰۰۹۳۸	۱۸	
۱۴,۳d	۳۱,۹۷۳۹۰۷	۳۲		٪۱۰۰	۱۸,۹۹۸۴۰۳	۱۹	
۲۵,۳d	۳۲,۹۷۱۷۲۵	۳۳		۱۱s	۱۹,۹۹۹۹۸۱	۲۰	
۱,۱۸s	۲۹,۹۸۴۹۰۳	۳۰	۱۶ S	۴,۲s	۲۰,۹۹۹۹۴۹	۲۱	
۲,۵۷s	۳۰,۹۷۹۵۵۵	۳۱		۱,۷s	۱۸,۰۰۰۵۷۱۰	۱۸	۱۰ Ne
٪۹۵,۰۲	۳۱,۹۷۲۰۷۱	۳۲		۱۷,۲s	۱۹,۰۰۰۱۸۸۰	۱۹	
٪۰,۷۵	۳۲,۹۷۱۴۵۹	۳۳		۹۰,۴۸	۱۹,۹۹۲۴۴۰	۲۰	
٪۴,۲۱	۳۳,۹۶۷۸۶۷	۳۴		٪۰,۲۷	۲۰,۹۹۳۸۴۷	۲۱	
۸۷,۵d	۳۴,۹۶۹۰۳۲	۳۵		٪۹,۲۵	۲۱,۹۹۱۳۸۶	۲۲	
٪۰,۰۱۷	۳۵,۹۶۷۰۸۱	۳۶		٪۳۷,۲s	۲۲,۹۹۴۴۶۷	۲۳	
٪۵,۰۵m	۳۶,۹۷۱۱۲۶	۳۷		٪۳,۴m	۲۳,۹۹۳۶۱۵	۲۴	
۲,۵۱s	۳۲,۹۷۷۴۵۲	۳۳	۱۷ Cl	۲۲,۵s	۲۰,۹۹۷۶۵۵	۲۱	۱۱ Na
۱,۵۳s	۳۳,۹۷۳۷۶۳	۳۴		۲,۶۱y	۲۱,۹۹۴۴۳۷	۲۲	
٪۷۵,۷۷	۳۴,۹۶۸۸۵۳	۳۵		٪۱۰۰	۲۲,۹۸۹۷۷۰	۲۳	
۰,۳۰My	۳۵,۹۶۸۳۰۷	۳۶		۱۵,۰h	۲۳,۹۹۰۹۶۳	۲۴	
٪۲۴,۲۳	۳۶,۹۶۵۹۰۳	۳۷		۵۹s	۲۴,۹۸۹۹۵۴	۲۵	
۳۷,۲m	۳۷,۹۶۸۰۱۱	۳۸		۱,۱s	۲۵,۹۹۲۵۹۰	۲۶	
۵۵,۶m	۳۸,۹۶۸۰۰۹	۳۹					

فراوانی و یا نیمه

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z		عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	
1,7m	51,968898	52			0,844s	33,980270	34	18	Ar
16,0d	47,952254	48	23	V	1,78s	34,975257	35		
338d	48,968517	49			0,237	35,967546	36		
0,250	49,947163	50			35,0d	36,966776	37		
99,750	50,943964	51			0,063	37,962732	38		
3,75m	51,944780	52			269y	38,963313	39		
1,61m	52,944342	53			99,60	39,962283	40		
21,6h	47,954036	48	24	Cr	1,82h	40,964501	41		
42,3m	48,951341	49			32,9y	41,963050	42		
0,435	49,946050	50			1,23s	36,973377	37	19	K
27,7d	50,944772	51			7,64m	37,969080	38		
0,8379	51,940512	52			93,26	38,963707	39		
0,950	52,940653	53			1,28Gy	39,963999	40		
0,236	53,938885	54			0,73	40,961826	41		
3,50m	54,940844	55			12,4h	41,962403	42		
5,94m	55,940645	56			22,3h	42,960716	43		
5,59d	51,945570	52	25	Mn	0,44s	37,976319	38	20	Ca
3,7My	52,941294	53			0,86s	38,970718	39		
312d	53,940363	54			96,94	39,962591	40		
100	54,938049	55			0,3My	40,962278	41		
2,58h	55,938909	56			0,647	41,958618	42		
87,2s	56,938287	57			0,135	42,958767	43		
8,27h	51,948116	52	26	Fe	0,209	43,955481	44		
8,51m	52,945312	53			164d	44,956186	45		
0,59	53,9439615	54			0,0035	45,953693	46		
2,73y	54,938298	55			4,54d	46,952546	47		
91,7	55,934942	56			0,187	47,952533	48		
0,215	56,935398	57			8,72m	48,955673	49		
0,28	57,933280	58			3,89	42,961151	43	21	Sc
44,5d	58,934880	59			3,93h	43,959403	44		
1,5My	59,934077	60			100	44,955910	45		
6,0m	60,936749	61			83,8d	45,955170	46		
272d	56,936296	57	27	Co	3,35d	46,952408	47		
70,8d	57,935757	58			3,7h	47,952235	48		
100	58,933200	59			49y	43,959690	44	22	Ti
5,27y	59,933822	60			30,8h	44,958124	45		
1,65h	60,932479	61			0,80	45,952630	46		
6,10d	55,942136	56	28	Ni	0,73	46,951764	47		
35,7h	56,939800	57			0,73,8	47,947947	48		
0,68,1	57,935348	58			0,50	48,947871	49		
0,75My	58,934351	59			0,54	49,944792	50		
					5,76m	50,946616	51		

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z
۱۷,۸d	۷۳,۹۲۳۹۲۹	۷۴	
%۱۰۰	۷۴,۹۲۱۵۹۷	۷۵	
۲۶,۳h	۷۵,۹۲۲۳۹۴	۷۶	
۳۸,۸h	۷۶,۹۲۰۶۴۸	۷۷	
۸,۴d	۷۱,۹۲۷۱۱۲	۷۲	۳۴ Se
۷,۱h	۷۲,۹۲۶۷۶۷	۷۳	
%۰,۸۹	۷۳,۹۲۲۴۷۷	۷۴	
۱۲۰d	۷۴,۹۲۲۵۲۴	۷۵	
%۹,۴	۷۵,۹۱۹۲۱۴	۷۶	
%۷,۶	۷۶,۹۱۹۹۱۵	۷۷	
%۲۳,۸	۷۷,۹۱۷۳۱۰	۷۸	
< ۰,۰۶۵My	۷۸,۹۱۸۵۰۰	۷۹	
%۴۹,۶	۷۹,۹۱۶۵۲۲	۸۰	
۱۸,۵m	۸۰,۹۱۷۹۹۳	۸۱	
%۸,۷	۸۱,۹۱۶۷۰۰	۸۲	
۲۲,۳m	۸۲,۹۱۹۱۱۹	۸۳	
۵۷,۰h	۷۶,۹۲۱۳۸۰	۷۷	۳۵ Br
۶,۴۶m	۷۷,۹۲۱۱۴۶	۷۸	
%۵۰,۶۹	۷۸,۹۱۸۳۳۸	۷۹	
۱۷,۷m	۷۹,۹۱۸۵۳۰	۸۰	
%۴۹,۳۱	۸۰,۹۱۶۲۹۱	۸۱	
۳۵,۳h	۸۱,۹۱۶۸۰۵	۸۲	
۲,۴۰h	۸۲,۹۱۵۱۸۱	۸۳	
۱۴,۸h	۷۵,۹۲۵۹۵۰	۷۶	۳۶ Kr
۷۴,۴m	۷۶,۹۲۴۶۶۹	۷۷	
%۰,۳۵۶	۷۷,۹۲۰۳۸۸	۷۸	
۳۵,۰h	۷۸,۹۲۰۰۸۳	۷۹	
%۲,۲۵	۷۹,۹۱۶۳۷۹	۸۰	
۰,۲۱۳My	۸۰,۹۱۶۵۹۳	۸۱	
%۱۱,۶	۸۱,۹۱۳۴۸۵	۸۲	
%۱۱,۵	۸۲,۹۱۴۱۳۷	۸۳	
%۵۷,۰	۸۳,۹۱۱۵۰۸	۸۴	
۱۰,۸y	۸۴,۹۱۲۵۳۰	۸۵	
%۱۷,۳	۸۵,۹۱۰۶۱۵	۸۶	
۷۶,۳m	۸۶,۹۱۳۳۵۹	۸۷	
۸۶,۲d	۸۲,۹۱۵۱۱۴	۸۳	۳۷ Rb
۳۲,۸d	۸۳,۹۱۴۳۸۷	۸۴	
%۷۲,۱۷	۸۴,۹۱۱۷۹۲	۸۵	
۱۸,۶d	۸۵,۹۱۱۱۷۰	۸۶	
%۲۷,۸۳	۸۶,۹۰۹۱۸۶	۸۷	
۱۷,۸m	۸۷,۹۱۱۳۲۳	۸۸	

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z
%۲۶,۲	۵۹,۹۳۰۷۹۰	۶۰	
%۱,۱۴	۶۰,۹۳۱۰۶۰	۶۱	
%۳,۶۳	۶۱,۹۲۸۳۴۸	۶۲	
%۱۰۰y	۶۲,۹۲۹۶۷۳	۶۳	
%۰,۹۳	۶۳,۹۲۷۹۶۹	۶۴	
۲,۵۲h	۶۴,۹۳۰۰۸۸	۶۵	
۳,۳۵h	۶۰,۹۳۳۴۶۲	۶۱	۲۹ Cu
۹,۷۴m	۶۱,۹۳۲۵۸۷	۶۲	
%۶۹,۲	۶۲,۹۲۹۶۰۱	۶۳	
۱۲,۷h	۶۳,۹۲۹۲۷۶۸	۶۴	
%۳۰,۸	۶۴,۹۲۷۷۹۴	۶۵	
۵,۱۰m	۶۵,۹۲۸۸۷۳	۶۶	
۶۱,۹h	۶۶,۹۲۷۷۵۰	۶۷	
۹,۱۹h	۶۱,۹۳۴۳۳۴	۶۲	۳۰ Zn
۳۸,۵m	۶۲,۹۳۳۲۱۵	۶۳	
%۴۸,۶	۶۳,۹۲۹۱۴۶	۶۴	
۲۴۴d	۶۴,۹۲۹۲۴۵	۶۵	
%۲۷,۹	۶۵,۹۲۶۰۳۶	۶۶	
%۴,۱۰	۶۶,۹۲۷۱۳۱	۶۷	
%۱۸,۸	۶۷,۹۲۴۸۴۷	۶۸	
۵۶m	۶۸,۹۲۶۵۵۳	۶۹	
%۰,۶۲	۶۹,۹۲۵۳۲۵	۷۰	
۲,۴۵m	۷۰,۹۲۷۷۲۷	۷۱	
۳,۲۶d	۶۶,۹۲۸۲۰۵	۶۷	۳۱ Ga
۶۷,۶m	۶۷,۹۲۷۹۸۳	۶۸	
%۶۰,۱	۶۸,۹۲۵۵۸۱	۶۹	
۲۱,۱m	۶۹,۹۲۶۰۲۷	۷۰	
%۳۹,۹	۷۰,۹۲۴۷۰۷	۷۱	
۱۴,۱h	۷۱,۹۲۶۳۷۲	۷۲	
۲,۸۶h	۷۲,۹۲۵۱۷۰	۷۳	
۲۷۱d	۶۷,۹۲۸۰۹۷	۶۸	۳۲ Ge
۳۹,۰h	۶۸,۹۲۷۹۷۲	۶۹	
%۲۱,۲	۶۹,۹۲۴۲۵۰	۷۰	
۱۱,۴d	۷۰,۹۲۴۹۵۴	۷۱	
%۲۷,۷	۷۱,۹۲۲۰۷۶	۷۲	
%۷,۷	۷۲,۹۲۳۴۶۰	۷۳	
%۳۵,۹	۷۳,۹۲۱۱۷۸	۷۴	
۸۲,۸m	۷۴,۹۲۲۸۶۰	۷۵	
%۷,۴	۷۵,۹۲۱۴۰۳	۷۶	
۱۱,۳h	۷۶,۹۲۳۵۴۹	۷۷	
۸۰,۳d	۷۲,۹۲۳۸۲۵	۷۳	۳۳ As

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	
۲۰,۰h	۹۴,۹۰۷۶۵۶	۹۵	۴۳	Tc
۴,۳d	۹۵,۹۰۷۸۷۰	۹۶		
۲,۶My	۹۶,۹۰۶۳۶۴	۹۷		
۴,۲My	۹۷,۹۰۷۲۱۵	۹۸		
۰,۲۱۱My	۹۸,۹۰۶۲۵۴	۹۹		
۱۵,۸s	۹۹,۹۰۷۶۵۷	۱۰۰		
۵۱,۸m	۹۳,۹۱۱۳۶۵	۹۴	۴۴	Ru
۱,۶۴h	۹۴,۹۱۰۴۱۸	۹۵		
%۵,۵	۹۵,۹۰۷۶۰۴	۹۶		
۲,۸۸d	۹۶,۹۰۷۵۶۰	۹۷		
%۱,۸۶	۹۷,۹۰۵۲۸۷	۹۸		
%۱۲,۷	۹۸,۹۰۵۹۳۹	۹۹		
%۱۲,۶	۹۹,۹۰۴۲۱۹	۱۰۰		
%۱۷,۱	۱۰۰,۹۰۵۵۸۲	۱۰۱		
%۳۱,۶	۱۰۱,۹۰۴۳۴۹	۱۰۲		
۳۹,۳d	۱۰۲,۹۰۶۳۲۳	۱۰۳		
%۱۸,۶	۱۰۳,۹۰۵۴۳۰	۱۰۴		
۴,۴۴h	۱۰۴,۹۰۷۷۵۰	۱۰۵		
۳,۳y	۱۰۰,۹۰۶۶۱۳	۱۰۱	۴۵	Rh
۲,۹y	۱۰۱,۹۰۶۸۴۲	۱۰۲		
%۱۰۰	۱۰۲,۹۰۵۵۰۴	۱۰۳		
۴۲,۳s	۱۰۳,۹۰۶۶۵۵	۱۰۴		
۳۵,۴h	۱۰۴,۹۰۵۶۹۲	۱۰۵		
۳,۶۳d	۹۹,۹۰۸۵۰۵	۱۰۰	۴۶	Pd
۸,۴۷h	۱۰۰,۹۰۸۲۸۹	۱۰۱		
%۱,۰	۱۰۱,۹۰۵۶۰۷	۱۰۲		
۱۷,۰d	۱۰۲,۹۰۶۰۸۷	۱۰۳		
%۱۱,۱	۱۰۳,۹۰۴۰۳۴	۱۰۴		
%۲۲,۳	۱۰۴,۹۰۵۰۸۳	۱۰۵		
%۲۷,۳	۱۰۵,۹۰۳۴۸۴	۱۰۶		
۶,۵My	۱۰۶,۹۰۵۱۲۹	۱۰۷		
%۲۶,۵	۱۰۷,۹۰۳۸۹۵	۱۰۸		
۱۳,۷h	۱۰۸,۹۰۵۹۵۴	۱۰۹		
%۱۱,۷	۱۰۹,۹۰۵۱۵۳	۱۱۰		
۲۳,۴m	۱۱۰,۹۰۷۶۴۰	۱۱۱		
۴۱,۳d	۱۰۴,۹۰۶۵۲۸	۱۰۵	۴۷	Ag
۲۴,۰m	۱۰۵,۹۰۶۶۶۷	۱۰۶		
%۵۱,۴	۱۰۶,۹۰۵۰۹۳	۱۰۷		
۲,۳۷m	۱۰۷,۹۰۵۹۵۴	۱۰۸		
%۴۸,۱۶	۱۰۸,۹۰۴۷۵۶	۱۰۹		
۲۴,۶s	۱۰۹,۹۰۶۱۱۱	۱۱۰		

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	
۲۵,۶d	۸۱,۹۱۸۴۰۴	۸۲	۳۸	Sr
۳۲,۴d	۸۲,۹۱۷۵۵۷	۸۳		
%۰,۵۶	۸۳,۹۱۳۴۲۶	۸۴		
۶۴,۸d	۸۴,۹۱۲۹۳۶	۸۵		
%۹,۸	۸۵,۹۰۹۲۶۵	۸۶		
%۷,۰	۸۶,۹۰۸۸۸۲	۸۷		
%۸۲,۶	۸۷,۹۰۵۶۱۷	۸۸		
۵۰,۵d	۸۸,۹۰۷۴۵۵	۸۹		
۲۹,۱y	۸۹,۹۰۷۷۳۸	۹۰		
۷۹,۸h	۸۶,۹۱۰۸۸۰	۸۷	۳۹	Y
۱۰۶,۶d	۸۷,۹۰۹۵۰۶	۸۸		
%۱۰۰	۸۸,۹۰۵۸۴۹	۸۹		
۶۴,۱h	۸۹,۹۰۷۱۵۲	۹۰		
۵۸,۵d	۹۰,۹۰۷۳۰۱	۹۱		
۸۳,۴d	۸۷,۹۱۰۲۲۵	۸۸	۴۰	Zr
۷۸,۴h	۸۸,۹۰۸۸۸۹	۸۹		
%۵۱,۵	۸۹,۹۰۴۷۰۲	۹۰		
%۱۱,۲	۹۰,۹۰۵۶۴۳	۹۱		
%۱۷,۱	۹۱,۹۰۵۰۳۹	۹۲		
۱,۵۳My	۹۲,۹۰۶۴۷۴	۹۳		
%۱۷,۴	۹۳,۹۰۶۳۱۴	۹۴		
۶۴,۰d	۹۴,۹۰۸۰۴۱	۹۵		
%۲,۸۰	۹۵,۹۰۸۲۷۵	۹۶		
۱۶,۹h	۹۶,۹۱۰۹۵۰	۹۷		
۶۸۰y	۹۰,۹۰۶۹۸۹	۹۱	۴۱	Nb
۳۵My	۹۱,۹۰۷۱۹۲	۹۲		
%۱۰۰	۹۲,۹۰۶۳۷۶	۹۳		
۰,۲۰My	۹۳,۹۰۷۲۸۲	۹۴		
۳۵,۰d	۹۴,۹۰۶۸۳۴	۹۵		
۵,۶۷h	۸۹,۹۱۳۹۳۵	۹۰	۴۲	Mo
۱۵,۵m	۹۰,۹۱۱۷۴۹	۹۱		
%۱۴,۸	۹۱,۹۰۶۸۱۰	۹۲		
۳۵۰۰y	۹۲,۹۰۶۸۱۱	۹۳		
%۹,۳	۹۳,۹۰۵۰۸۷	۹۴		
%۱۵,۹	۹۴,۹۰۵۸۴۱	۹۵		
%۱۶,۷	۹۵,۹۰۴۶۷۸	۹۶		
%۹,۶	۹۶,۹۰۶۰۲۰	۹۷		
%۲۴,۱	۹۷,۹۰۵۴۰۷	۹۸		
۶۵,۹h	۹۸,۹۰۷۷۱۱	۹۹		
%۹,۶	۹۹,۹۰۷۴۷۶	۱۰۰		
۱۴,۶m	۱۰۰,۹۱۰۳۴۶	۱۰۱		

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	
%۴۲٫۶	۱۲۲٫۹۰۴۲۱۶	۱۲۳		
۶۰٫۲d	۱۲۳٫۹۰۵۹۳۸	۱۲۴		
۲٫۷۳y	۱۲۴٫۹۰۵۲۴۷	۱۲۵		
۶٫۰۰d	۱۱۷٫۹۰۵۸۳۲	۱۱۸	۵۲	Te
۱۶٫۱h	۱۱۸٫۹۰۶۴۱۰	۱۱۹		
%۰٫۹۵	۱۱۹٫۹۰۴۰۲۶	۱۲۰		
۱۶٫۸d	۱۲۰٫۹۰۴۹۳۵	۱۲۱		
%۲٫۵۹	۱۲۱٫۹۰۳۰۵۶	۱۲۲		
%۰٫۹۱	۱۲۲٫۹۰۴۲۷۱	۱۲۳		
%۴٫۷۹	۱۲۳٫۹۰۲۸۱۹	۱۲۴		
%۷٫۱۲	۱۲۴٫۹۰۴۴۲۴	۱۲۵		
%۱۸٫۹	۱۲۵٫۹۰۳۳۰۵	۱۲۶		
۹٫۳۵h	۱۲۶٫۹۰۵۲۱۷	۱۲۷		
%۳۱٫۷	۱۲۷٫۹۰۴۴۶۲	۱۲۸		
۶۹٫۶m	۱۲۸٫۹۰۶۵۹۶	۱۲۹		
%۳۳٫۹	۱۲۹٫۹۰۶۲۲۳	۱۳۰		
۲۵٫۰m	۱۳۰٫۹۰۸۵۲۲	۱۳۱		
۶۰٫۱d	۱۲۴٫۹۰۴۶۲۴	۱۲۵	۵۳	I
۱۳٫۰d	۱۲۵٫۹۰۵۶۱۹	۱۲۶		
%۱۰۰	۱۲۶٫۹۰۴۴۶۸	۱۲۷		
۲۵٫۰m	۱۲۷٫۹۰۵۸۰۵	۱۲۸		
۱۵٫۷My	۱۲۸٫۹۰۴۹۸۸	۱۲۹		
۱۲٫۴h	۱۲۹٫۹۰۶۶۷۴	۱۳۰		
۲۰٫۱h	۱۲۱٫۹۰۸۵۶۰	۱۲۲	۵۴	Xe
۲٫۰۸h	۱۲۲٫۹۰۸۴۷۷	۱۲۳		
%۰٫۹۶	۱۲۳٫۹۰۵۸۹۵	۱۲۴		
۱۶٫۹h	۱۲۴٫۹۰۶۳۹۸	۱۲۵		
%۰٫۹۰	۱۲۵٫۹۰۴۲۶۸	۱۲۶		
۳۶٫۴d	۱۲۶٫۹۰۵۱۷۹	۱۲۷		
%۱٫۹۱	۱۲۷٫۹۰۳۵۳۱	۱۲۸		
%۲۶٫۴	۱۲۸٫۹۰۴۷۸۰	۱۲۹		
%۴٫۱	۱۲۹٫۹۰۳۵۰۹	۱۳۰		
%۲۱٫۲	۱۳۰٫۹۰۵۰۸۳	۱۳۱		
%۲۶٫۹	۱۳۱٫۹۰۴۱۵۵	۱۳۲		
۵٫۲۴d	۱۳۲٫۹۰۵۹۰۶	۱۳۳		
%۱۰٫۴	۱۳۳٫۹۰۵۳۹۵	۱۳۴		
۹٫۱۴h	۱۳۴٫۹۰۷۲۰۸	۱۳۵		
%۸٫۹	۱۳۵٫۹۰۷۲۲۰	۱۳۶		
۳٫۸۲m	۱۳۶٫۹۱۱۵۶۳	۱۳۷		
۹٫۶۹d	۱۳۰٫۹۰۵۴۶۰	۱۳۱	۵۵	Cs
۶٫۴۷d	۱۳۱٫۹۰۶۴۳۰	۱۳۲		

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	
۵۷٫۷m	۱۰۳٫۹۰۹۸۴۸	۱۰۴	۴۸	Cd
۵۵٫۵m	۱۰۴٫۹۰۹۴۶۸	۱۰۵		
%۱٫۲۵	۱۰۵٫۹۰۶۴۵۸	۱۰۶		
۶٫۵۰h	۱۰۶٫۹۰۶۶۱۴	۱۰۷		
%۰٫۸۹	۱۰۷٫۹۰۴۱۸۳	۱۰۸		
۴۶۲d	۱۰۸٫۹۰۴۹۸۵	۱۰۹		
%۱۲٫۵	۱۰۹٫۹۰۳۰۰۶	۱۱۰		
%۱۲٫۸	۱۱۰٫۹۰۴۱۸۲	۱۱۱		
%۲۴٫۱	۱۱۱٫۹۰۲۷۵۸	۱۱۲		
%۱۲٫۲	۱۱۲٫۹۰۴۴۰۱	۱۱۳		
%۲۸٫۷	۱۱۳٫۹۰۳۳۵۹	۱۱۴		
۵۳٫۵h	۱۱۴٫۹۰۵۴۳۱	۱۱۵		
%۷٫۵	۱۱۵٫۹۰۴۷۵۶	۱۱۶		
۲٫۴۹h	۱۱۶٫۹۰۷۲۱۹	۱۱۷		
۲٫۸۰d	۱۱۰٫۹۰۵۱۱۲	۱۱۱	۴۹	In
۱۵٫۰m	۱۱۱٫۹۰۵۵۳۴	۱۱۲		
%۴٫۳	۱۱۲٫۹۰۴۰۶۲	۱۱۳		
۷۱٫۹s	۱۱۳٫۹۰۴۹۱۸	۱۱۴		
%۹۵٫۷	۱۱۴٫۹۰۳۸۷۹	۱۱۵		
۱۴٫۱s	۱۱۵٫۹۰۵۲۶۱	۱۱۶		
۴٫۱۱h	۱۰۹٫۹۰۷۸۵۴	۱۱۰	۵۰	Sn
۳۵٫۳m	۱۱۰٫۹۰۷۷۳۶	۱۱۱		
%۰٫۹۷	۱۱۱٫۹۰۴۸۲۲	۱۱۲		
۱۱۵٫۱d	۱۱۲٫۹۰۵۱۷۴	۱۱۳		
%۰٫۶۵	۱۱۳٫۹۰۲۷۸۳	۱۱۴		
%۰٫۳۶	۱۱۴٫۹۰۳۳۴۷	۱۱۵		
%۱۴٫۵	۱۱۵٫۹۰۱۷۴۵	۱۱۶		
%۷٫۶۸	۱۱۶٫۹۰۲۹۵۵	۱۱۷		
%۲۴٫۲	۱۱۷٫۹۰۱۶۰۸	۱۱۸		
%۸٫۶	۱۱۸٫۹۰۳۳۱۱	۱۱۹		
%۳۲٫۶	۱۱۹٫۹۰۲۱۹۹	۱۲۰		
۲۷٫۱h	۱۲۰٫۹۰۴۲۳۹	۱۲۱		
%۴٫۶۳	۱۲۱٫۹۰۳۴۴۱	۱۲۲		
۱۲۹d	۱۲۲٫۹۰۵۷۲۳	۱۲۳		
%۵٫۷۹	۱۲۳٫۹۰۵۲۷۵	۱۲۴		
۹٫۶۴d	۱۲۴٫۹۰۷۷۸۵	۱۲۵		
۰٫۱My	۱۲۵٫۹۰۷۶۵۴	۱۲۶		
۳۸٫۱h	۱۱۸٫۹۰۳۹۴۸	۱۱۹	۵۱	Sb
۱۵٫۹m	۱۱۹٫۹۰۵۰۷۶	۱۲۰		
%۵۷٫۴	۱۲۰٫۹۰۳۸۲۲	۱۲۱		
۲٫۷۰d	۱۲۱٫۹۰۵۱۸۰	۱۲۲		



فراوانی و یا نیمه

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	عمر	جرم اتمی (u)	A	Z
%27,1	141,907719	142		%100	132,905447	132	
%12,2	142,909810	143		2,06y	133,906714	133	
%23,8	143,910083	144		2,2My	134,905972	134	
%8,3	144,912569	145		13,2d	135,907307	135	
%17,2	145,913113	146		2,42d	127,908309	128	56 Ba
11,0d	146,916096	147		2,22h	128,908675	129	
%5,7	147,916889	148		%0,106	129,906311	130	
1,72h	148,920145	149		11,8d	130,906931	131	
%5,6	149,920887	150		%0,101	131,905056	132	
12,4m	150,923825	151		10,5y	132,906003	133	
265d	142,910928	143	61 Pm	%2,42	133,904504	134	
262d	143,912586	144		%6,59	134,905684	135	
17,7y	144,912745	145		%7,85	135,904571	136	
5,52y	145,914693	146		%11,2	136,905822	137	
2,62y	146,915134	147		%71,7	137,905242	138	
5,27d	147,917468	148		83,1m	138,908836	139	
53,1h	148,918330	149		9,87m	135,907650	136	57 La
72,5m	141,915204	142	62 Sm	0,06My	136,906470	137	
8,82m	142,914624	143		%0,90	137,907108	138	
%3,1	143,911996	144		%99,910	138,906349	139	
240d	144,913407	145		1,68d	139,909473	140	
10,3My	145,913038	146		3,92h	140,910958	141	
%15,0	146,914894	147		76h	133,909030	134	58 Ce
%11,3	147,914818	148		17,7h	134,909147	135	
%13,8	148,917180	149		%0,190	135,907650	136	
%7,4	149,917272	150		9,0h	136,907780	137	
90y	150,919929	151		%0,254	137,905986	138	
%26,7	151,919729	152		137,6d	138,906647	139	
46,2h	152,922094	153		%88,4	139,905435	140	
%22,7	153,922206	154		32,5d	140,908272	141	
22,3m	154,924636	155		%11,1	141,909241	142	
93,1d	148,917923	149	63 Eu	33,1h	142,912382	143	
35,8y	149,919699	150		285d	143,913643	144	
%47,8	150,919846	151		4,4h	138,908933	139	59 Pr
13,5y	151,921741	152		3,39m	139,909072	140	
%52,2	152,921227	153		%100	140,907648	141	
8,59y	153,922976	154		19,1h	141,910041	142	
4,68y	154,922890	155		13,6d	142,910812	143	
15,2d	155,924751	156		3,27d	139,909310	140	60 Nd
1,79My	149,918656	150	64 Gd	2,5h	140,909605	141	
124d	150,920345	151					

فراوانی و یا نیمه

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z
٪۱۴٫۹	۱۶۹٫۹۳۵۴۶۱	۱۷۰	
۷٫۵۲h	۱۷۰٫۹۳۸۰۲۶	۱۷۱	
۹٫۲۵d	۱۶۶٫۹۳۲۸۴۹	۱۶۷	۶۹ Tm
۹۳٫۱d	۱۶۷٫۹۳۴۱۷۱	۱۶۸	
٪۱۰۰	۱۶۸٫۹۳۴۲۱۱	۱۶۹	
۱۲۸٫۶d	۱۶۹٫۹۳۵۷۹۸	۱۷۰	
۱٫۹۲y	۱۷۰٫۹۳۶۴۲۶	۱۷۱	
۵۶٫۷h	۱۶۵٫۹۳۳۸۸۰	۱۶۶	۷۰ Yb
۱۷٫۵m	۱۶۶٫۹۳۴۹۴۷	۱۶۷	
٪۰٫۱۳۵	۱۶۷٫۹۳۳۸۹۵	۱۶۸	
۳۲٫۰d	۱۶۸٫۹۳۵۱۸۷	۱۶۹	
٪۳٫۱	۱۶۹٫۹۳۴۷۵۹	۱۷۰	
٪۱۴٫۳	۱۷۰٫۹۳۶۳۲۳	۱۷۱	
٪۲۱٫۹	۱۷۱٫۹۳۶۳۷۸	۱۷۲	
٪۱۶٫۱	۱۷۲٫۹۳۸۲۰۷	۱۷۳	
٪۳۱٫۸	۱۷۳٫۹۳۸۸۵۸	۱۷۴	
۴٫۱۹d	۱۷۴٫۹۴۱۲۷۳	۱۷۵	
٪۱۲٫۷	۱۷۵٫۹۴۲۵۶۹	۱۷۶	
۱٫۹h	۱۷۶٫۹۴۵۲۵۷	۱۷۷	
۱٫۳۷y	۱۷۲٫۹۳۸۹۲۷	۱۷۳	۷۱ Lu
۳٫۳y	۱۷۳٫۹۴۰۳۳۴	۱۷۴	
٪۹۷٫۴۱	۱۷۴٫۹۴۰۷۶۸	۱۷۵	
٪۲٫۵۹	۱۷۵٫۹۴۲۶۸۳	۱۷۶	
۶٫۷۱d	۱۷۶٫۹۴۳۷۵۵	۱۷۷	
۱٫۸۷y	۱۷۱٫۹۳۹۴۶۰	۱۷۲	۷۲ Hf
۲۳٫۶h	۱۷۲٫۹۴۰۶۵۰	۱۷۳	
٪۰٫۱۶	۱۷۳٫۹۴۰۰۴۲	۱۷۴	
۷۰d	۱۷۴٫۹۴۱۵۰۴	۱۷۵	
٪۵٫۲	۱۷۵٫۹۴۱۴۰۳	۱۷۶	
٪۱۸٫۶	۱۷۶٫۹۴۳۲۲۰	۱۷۷	
٪۲۷٫۳	۱۷۷٫۹۴۳۶۹۸	۱۷۸	
٪۱۳٫۶	۱۷۸٫۹۴۵۸۱۵	۱۷۹	
٪۳۵٫۱	۱۷۹٫۹۴۶۵۴۹	۱۸۰	
۴۲٫۴d	۱۸۰٫۹۴۹۰۹۹	۱۸۱	
۱٫۷۹y	۱۷۸٫۹۴۵۹۳۴	۱۷۹	۷۳ Ta
٪۰٫۱۲۳	۱۷۹٫۹۴۷۴۶۶	۱۸۰	
٪۹۹٫۹۸۷۷	۱۸۰٫۹۴۷۹۹۶	۱۸۱	
۱۱۴d	۱۸۱٫۹۵۰۱۵۲	۱۸۲	
۲۱٫۶d	۱۷۷٫۹۴۵۸۵۰	۱۷۸	۷۴ W
۳۷٫۵m	۱۷۸٫۹۴۷۰۷۲	۱۷۹	
٪۰٫۱۲	۱۷۹٫۹۴۶۷۰۶	۱۸۰	

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z
٪۰٫۲۰	۱۵۱٫۹۱۹۷۸۹	۱۵۲	
۲۴۲d	۱۵۲٫۹۲۱۷۴۷	۱۵۳	
٪۲٫۲	۱۵۳٫۹۲۰۸۶۲	۱۵۴	
٪۱۴٫۸	۱۵۴٫۹۲۲۶۱۹	۱۵۵	
٪۲۰٫۵	۱۵۵٫۹۲۲۱۲۰	۱۵۶	
٪۱۵٫۷	۱۵۶٫۹۲۳۹۵۷	۱۵۷	
٪۲۴٫۸	۱۵۷٫۹۲۴۱۰۱	۱۵۸	
۱۸٫۶h	۱۵۸٫۹۲۶۳۸۵	۱۵۹	
٪۲۱٫۹	۱۵۹٫۹۲۷۰۵۱	۱۶۰	
۳٫۶۶m	۱۶۰٫۹۲۹۶۶۶	۱۶۱	
۹۹y	۱۵۶٫۹۲۴۰۲۱	۱۵۷	۶۵ Tb
۱۸۰y	۱۵۷٫۹۲۵۴۱۰	۱۵۸	
٪۱۰۰	۱۵۸٫۹۲۵۳۴۳	۱۵۹	
۷۲٫۳d	۱۵۹٫۹۲۷۱۶۴	۱۶۰	
۶٫۸۸d	۱۶۰٫۹۲۷۵۶۶	۱۶۱	
۳٫۰My	۱۵۳٫۹۲۴۴۲۳	۱۵۴	۶۶ Dy
۱۰٫۰h	۱۵۴٫۹۲۵۷۴۹	۱۵۵	
٪۰٫۰۵	۱۵۵٫۹۲۴۲۷۸	۱۵۶	
۸٫۱h	۱۵۶٫۹۲۵۴۶۱	۱۵۷	
٪۰٫۱۰۰	۱۵۷٫۹۲۴۴۰۵	۱۵۸	
۱۴۴٫۴d	۱۵۸٫۹۲۵۷۳۶	۱۵۹	
٪۲٫۳	۱۵۹٫۹۲۵۱۹۴	۱۶۰	
٪۱۸٫۹	۱۶۰٫۹۲۶۹۳۰	۱۶۱	
٪۲۵٫۵	۱۶۱٫۹۲۶۷۹۵	۱۶۲	
٪۲۴٫۹	۱۶۲٫۹۲۸۷۲۸	۱۶۳	
٪۲۸٫۲	۱۶۳٫۹۲۹۱۷۱	۱۶۴	
۲٫۳۳h	۱۶۴٫۹۳۱۷۰۰	۱۶۵	
۴۵۷۰y	۱۶۲٫۹۲۸۷۳۰	۱۶۳	۶۷ Ho
۲۹٫۰m	۱۶۳٫۹۳۰۲۳۱	۱۶۴	
٪۱۰۰	۱۶۴٫۹۳۰۳۱۹	۱۶۵	
۲۶٫۸h	۱۶۵٫۹۳۲۲۸۱	۱۶۶	
۳٫۱h	۱۶۶٫۹۳۳۱۲۷	۱۶۷	
۲۸٫۶h	۱۵۹٫۹۲۹۰۸۰	۱۶۰	۶۸ Er
۳٫۲۱h	۱۶۰٫۹۳۰۰۰۲	۱۶۱	
٪۰٫۱۴	۱۶۱٫۹۲۸۷۷۵	۱۶۲	
۷۵٫۰m	۱۶۲٫۹۳۰۰۲۹	۱۶۳	
٪۱٫۶۱	۱۶۳٫۹۲۹۱۹۷	۱۶۴	
۱۰٫۴h	۱۶۴٫۹۳۰۷۲۳	۱۶۵	
٪۳۳٫۶	۱۶۵٫۹۳۰۲۹۰	۱۶۶	
٪۲۳٫۰	۱۶۶٫۹۳۲۰۴۶	۱۶۷	
٪۲۶٫۸	۱۶۷٫۹۳۲۳۶۸	۱۶۸	
۹٫۴۰d	۱۶۸٫۹۳۴۵۸۸	۱۶۹	

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	
٪۷٫۲	۱۹۷٫۹۶۷۸۷۵	۱۹۸		
۳۰٫۸m	۱۹۸٫۹۷۰۵۷۶	۱۹۹		
۱۸۶d	۱۹۴٫۹۶۵۰۱۷	۱۹۵	۷۹	Au
۶٫۱۸d	۱۹۵٫۹۶۶۵۵۱	۱۹۶		
٪۱۰۰	۱۹۶٫۹۶۶۵۵۱	۱۹۷		
۲٫۶۹۴d	۱۹۷٫۹۶۸۲۲۵	۱۹۸		
۳٫۱۴d	۱۹۸٫۹۶۸۷۴۸	۱۹۹		
۵۲۰y	۱۹۳٫۹۶۵۳۸۱	۱۹۴	۸۰	Hg
۹٫۹h	۱۹۴٫۹۶۶۶۴۰	۱۹۵		
٪۰٫۱۵	۱۹۵٫۹۶۵۸۱۴	۱۹۶		
۶۴٫۱h	۱۹۶٫۹۶۷۱۹۵	۱۹۷		
٪۱۰۰	۱۹۷٫۹۶۶۷۵۲	۱۹۸		
٪۱۶٫۹	۱۹۸٫۹۶۸۲۶۲	۱۹۹		
٪۲۳٫۱	۱۹۹٫۹۶۸۳۰۹	۲۰۰		
٪۱۳٫۱	۲۰۰٫۹۷۰۲۸۵	۲۰۱		
٪۲۹٫۹	۲۰۱٫۹۷۰۶۲۵	۲۰۲		
۴۶٫۶d	۲۰۲٫۹۷۲۸۵۷	۲۰۳		
٪۶٫۹	۲۰۳٫۹۷۳۴۷۵	۲۰۴		
۵٫۲m	۲۰۴٫۹۷۶۰۵۶	۲۰۵		
۷۲٫۹h	۲۰۰٫۹۷۰۸۰۳	۲۰۱	۸۱	Tl
۱۲٫۲d	۲۰۱٫۹۷۲۰۹۰	۲۰۲		
٪۲۹٫۵	۲۰۲٫۹۷۲۳۲۹	۲۰۳		
٪۳٫۷۸y	۲۰۳٫۹۷۳۸۴۸	۲۰۴		
٪۷۰٫۵	۲۰۴٫۹۷۴۴۱۲	۲۰۵		
۳٫۲۰m	۲۰۵٫۹۷۶۰۹۵	۲۰۶		
۰٫۵۳My	۲۰۱٫۹۷۲۱۴۳	۲۰۲	۸۲	Pb
۵۱٫۹h	۲۰۲٫۹۷۳۳۷۵	۲۰۳		
٪۱٫۴۲	۲۰۳٫۹۷۳۰۲۸	۲۰۴		
۱۵٫۲My	۲۰۴٫۹۷۴۴۶۷	۲۰۵		
٪۲۴٫۱	۲۰۵٫۹۷۴۴۴۹	۲۰۶		
٪۲۲٫۱	۲۰۶٫۹۷۵۸۸۰	۲۰۷		
٪۵۲٫۴	۲۰۷٫۹۷۶۶۳۶	۲۰۸		
۳٫۲۵h	۲۰۸٫۹۸۱۰۷۵	۲۰۹		
۳۲٫۲y	۲۰۶٫۹۷۸۴۵۶	۲۰۷	۸۳	Bi
۰٫۳۶۸My	۲۰۷٫۹۷۹۷۲۷	۲۰۸		
٪۱۰۰	۲۰۸٫۹۸۰۳۸۴	۲۰۹		
۵٫۰۱d	۲۰۹٫۹۸۴۱۰۵	۲۱۰		
۲٫۱۴m	۲۱۰٫۹۸۷۲۵۸	۲۱۱		
۵٫۸۰h	۲۰۶٫۹۸۱۵۷۸	۲۰۷	۸۴	Po
۲٫۹۰y	۲۰۷٫۹۸۱۲۳۱	۲۰۸		

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z	
۱۲۱d	۱۸۰٫۹۴۸۱۹۸	۱۸۱		
٪۲۶٫۳	۱۸۱٫۹۴۸۲۰۵	۱۸۲		
٪۱۴٫۳	۱۸۲٫۹۵۰۲۲۴	۱۸۳		
٪۳۰٫۷	۱۸۳٫۹۵۰۹۳۲	۱۸۴		
۷۵٫۱d	۱۸۴٫۹۵۳۴۲۰	۱۸۵		
٪۲۸٫۶	۱۸۵٫۹۵۴۳۶۲	۱۸۶		
۲۳٫۷h	۱۸۶٫۹۵۷۱۵۸	۱۸۷		
۷۰٫۰d	۱۸۲٫۹۵۰۸۲۱	۱۸۳	۷۵	Re
۳۸٫۰d	۱۸۳٫۹۵۲۵۲۴	۱۸۴		
٪۳۷٫۴۰	۱۸۴٫۹۵۲۹۵۵	۱۸۵		
۹۰٫۶h	۱۸۵٫۹۵۴۹۸۶	۱۸۶		
٪۶۲٫۶۰	۱۸۶٫۹۵۵۷۵۰	۱۸۷		
۱۷٫۰h	۱۸۷٫۹۵۸۱۱۲	۱۸۸		
۲۲٫۱h	۱۸۲٫۹۵۲۱۸۶	۱۸۲	۷۶	Os
۱۳٫۰h	۱۸۳٫۹۵۳۱۱۰	۱۸۳		
٪۰٫۱۸	۱۸۴٫۹۵۲۴۹۱	۱۸۴		
۹۳٫۶d	۱۸۵٫۹۵۴۰۴۳	۱۸۵		
٪۱٫۶	۱۸۶٫۹۵۳۸۳۸	۱۸۶		
٪۱٫۶	۱۸۷٫۹۵۵۷۴۸	۱۸۷		
٪۱۳٫۳	۱۸۸٫۹۵۵۸۳۶	۱۸۸		
٪۱۶٫۱	۱۸۹٫۹۵۸۱۴۵	۱۸۹		
٪۲۶٫۴	۱۹۰٫۹۵۸۴۴۵	۱۹۰		
۱۵٫۴d	۱۹۱٫۹۶۰۹۲۸	۱۹۱		
٪۴۱٫۰	۱۹۲٫۹۶۱۴۷۹	۱۹۲		
۳۰٫۵h	۱۹۳٫۹۶۴۱۴۸	۱۹۳		
۱۳٫۲d	۱۸۸٫۹۵۸۷۱۶	۱۸۹	۷۷	Ir
۱۱٫۸d	۱۸۹٫۹۶۰۵۹۰	۱۹۰		
٪۳۷٫۳	۱۹۰٫۹۶۰۵۹۱	۱۹۱		
۷۳٫۸d	۱۹۱٫۹۶۲۶۰۲	۱۹۲		
٪۶۲٫۷	۱۹۲٫۹۶۲۹۲۳	۱۹۳		
۱۹٫۲h	۱۹۳٫۹۶۵۰۷۵	۱۹۴		
۱۰٫۲d	۱۸۷٫۹۵۹۳۹۵	۱۸۸	۷۸	Pt
۱۰٫۹h	۱۸۸٫۹۶۰۸۳۲	۱۸۹		
٪۰٫۱۳	۱۸۹٫۹۵۹۹۳۰	۱۹۰		
۲٫۹d	۱۹۰٫۹۶۱۶۸۴	۱۹۱		
٪۰٫۷۹	۱۹۱٫۹۶۱۰۳۵	۱۹۲		
۵۰y	۱۹۲٫۹۶۲۹۸۴	۱۹۳		
٪۳۲٫۹	۱۹۳٫۹۶۲۶۶۳	۱۹۴		
٪۳۳٫۸	۱۹۴٫۹۶۴۷۷۴	۱۹۵		
٪۲۵٫۳	۱۹۵٫۹۶۴۹۳۴	۱۹۶		
۱۸٫۳h	۱۹۶٫۹۶۷۲۲۳	۱۹۷		

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z
۲,۱۴ My	۲۳۷,۰۴۸۱۶۶	۲۳۷	
۲,۱۱۷ d	۲۳۸,۰۵۰۹۴۰	۲۳۸	
۸۷,۷۴ y	۲۳۸,۰۴۹۵۵۳	۲۳۸	۹۴ Pu
۲۴۱۰۰ y	۲۳۹,۰۵۲۱۵۶	۲۳۹	
۶۵۶۳ y	۲۴۰,۰۵۳۸۰۷	۲۴۰	
۱۴,۴ y	۲۴۱,۰۵۶۸۴۴	۲۴۱	
۰,۳۷۳ My	۲۴۲,۰۵۸۷۳۶	۲۴۲	
۴۳۳ y	۲۴۱,۰۵۶۸۲۲	۲۴۱	۹۵ Am
۱۶,۰ h	۲۴۲,۰۵۹۵۴۲	۲۴۲	
۷۳۸۰ y	۲۴۳,۰۶۱۳۷۲	۲۴۳	
۴۷۳۰ y	۲۴۶,۰۶۷۲۱۷	۲۴۶	۹۶ Cm
۱۵,۶ My	۲۴۷,۰۷۰۳۴۶	۲۴۷	
۰,۳۴۰ My	۲۴۸,۰۷۲۳۴۱	۲۴۸	
۱۳۸۰ y	۲۴۷,۰۷۰۲۹۸	۲۴۷	۹۷ Bk
۸۹۸ y	۲۵۱,۰۷۹۵۷۹	۲۵۱	۹۸ Cf
۴۷۲ d	۲۵۲,۰۸۲۹۷۰	۲۵۲	۹۹ Es
۱۰۰,۵ d	۲۵۷,۰۹۵۰۹۶	۲۵۷	۱۰۰ Fm
۵۵ d	۲۵۸,۰۹۸۴۲۷	۲۵۸	۱۰۱ Md
۵۸ m	۲۵۹,۱۰۱۰۵۰	۲۵۹	۱۰۲ No
۳,۰ m	۲۶۰,۱۰۵۵۷۰	۲۶۰	۱۰۳ Lr
۶۵ s	۲۶۱,۱۰۸۹۱۰	۲۶۱	۱۰۴ Rf
۳۴ s	۲۶۲,۱۱۴۳۷۰	۲۶۲	۱۰۵ Ha
۰,۲۳ s	۲۶۱,۱۱۶۳۶۰	۲۶۱	۱۰۶ Sg
۰,۱۰ s	۲۶۲,۱۲۳۱۲۰	۲۶۲	۱۰۷ Ns
۰,۰۸ ms	۲۶۴,۱۲۸۶۳۰	۲۶۴	۱۰۸ Hs
۳,۴ ms	۲۶۶,۱۳۷۸۳۰	۲۶۶	۱۰۹ Mt
۰,۵ ms		۲۶۷	۱۱۰
۴ ms		۲۷۲	۱۱۱

فراوانی و یا نیمه

عمر	جرم اتمی (u)	A	Z
۱۰۲ y	۲۰۸,۹۸۲۴۱۵	۲۰۹	
۱۳۸,۴ d	۲۰۹,۹۸۲۸۵۷	۲۱۰	
۵,۴۱ h	۲۰۸,۹۸۶۱۵۸	۲۰۹	۸۵ At
۸,۱ h	۲۰۹,۹۸۷۱۳۱	۲۱۰	
۷,۲۱ h	۲۱۰,۹۸۷۴۸۱	۲۱۱	
۱۴,۶ h	۲۱۰,۹۹۰۵۸۵	۲۱۱	۸۶ Rn
۳,۸۲ d	۲۲۲,۰۱۷۵۷۰	۲۲۲	
۲۰,۰ m	۲۱۱,۹۹۶۱۸۲	۲۱۲	۸۷ Fr
۲۱,۸ m	۲۲۳,۰۱۹۷۳۱	۲۲۳	
۱۱,۴۳ d	۲۲۳,۰۱۸۴۹۷	۲۲۳	۸۸ Ra
۳,۶۶ d	۲۲۴,۰۲۰۲۰۲	۲۲۴	
۱۴,۹ d	۲۲۵,۰۲۳۶۰۳	۲۲۵	
۱۶۰۰ y	۲۲۶,۰۲۵۴۰۲	۲۲۶	
۱۰,۰ d	۲۲۵,۰۲۳۲۲۰	۲۲۵	۸۹ Ac
۲۹,۴ h	۲۲۶,۰۲۶۰۸۹	۲۲۶	
۲۱,۷۷ y	۲۲۷,۰۲۷۷۴۷	۲۲۷	
۷۳۴۰ y	۲۲۹,۰۳۱۷۵۴	۲۲۹	۹۰ Th
۷۵۴۰۰ y	۲۳۰,۰۳۳۱۲۶	۲۳۰	
۲۵,۵۲ h	۲۳۱,۰۳۶۲۹۶	۲۳۱	
٪۱۰۰	۲۳۲,۰۳۸۰۵۰	۲۳۲	
۲۲,۳ m	۲۳۳,۰۴۱۵۷۶	۲۳۳	
۱۷,۴ d	۲۳۰,۰۳۴۵۳۲	۲۳۰	۹۱ Pa
۳۲۸۰۰ y	۲۳۱,۰۳۵۸۷۸	۲۳۱	
۱,۳۱ d	۲۳۲,۰۳۸۵۸۱	۲۳۲	
۰,۱۵۹۲ My	۲۳۳,۰۳۹۶۲۷	۲۳۳	۹۲ U
۰,۲۴۵ My	۲۳۴,۰۴۰۹۴۵	۲۳۴	
٪۰,۷۲۰	۲۳۵,۰۴۳۹۲۲	۲۳۵	
۲۳,۴۲ My	۲۳۶,۰۴۵۵۶۱	۲۳۶	
۶,۷۵ d	۲۳۷,۰۴۸۷۲۳	۲۳۷	
٪۹۹,۲۷۵	۲۳۸,۰۵۰۷۸۴	۲۳۸	
۲۳,۵ m	۲۳۹,۰۵۴۲۸۹	۲۳۹	
۰,۱۱۵ My	۲۳۶,۰۴۶۵۷۰	۲۳۶	۹۳ Np

## پیوست ج

### رویدادهای مهم در تاریخ فیزیک جدید

- ۱۸۸۷ آلبرت. ا. مایکلسون و ادوارد. و. مورلی موفق به آشکارسازی اثر نشدند.
- ۱۸۹۶ هنری بکرل پرتوزایی را کشف کرد.
- ۱۹۰۰ ماکس پلانک برای توجیه تابش گرمایی نظریه کوانتومی را ارائه می‌کند.
- ۱۹۰۵ آلبرت اینشتین نظریه نسبیت خاص را پیشنهاد می‌کند.
- ۱۹۰۵ آلبرت اینشتین برای توجیه اثر فوتوالکتریک مفهوم فوتون را مطرح می‌کند.
- ۱۹۱۱ هیکه کامرلینگ - اونز ابررسانایی را کشف می‌کند.
- ۱۹۱۱ ارنست رادرفورد براساس آزمایشهای هانس گایگر و ارنست مارسدن اتم هسته‌ای را پیشنهاد می‌کند.
- ۱۹۱۳ نیلس بور نظریه ساختار اتمی را مطرح می‌کند.
- ۱۹۱۳ ویلیام. ه. براگ و ویلیام. ل. براگ (پدر و پسر) پراش پرتو X از بلورها را مطالعه می‌کنند.
- ۱۹۱۴ جیمز فرانک و گوستاو هرترز دلایل کوانتیده بودن حالت‌های اتمی را نشان می‌دهند.
- ۱۹۱۴ هنری ج. جی. موزلی رابطه بین بسامد پرتو X و عدد اتمی را نشان می‌دهد.
- ۱۹۱۵ آلبرت اینشتین نظریه نسبیت عام را پیشنهاد می‌کند.
- ۱۹۱۶ رابرت. ا. میلیکان اندازه‌گیریهای دقیق اثر فوتوالکتریک را انجام می‌دهد و نظریه فوتونی اینشتین را تأیید می‌کند.

- ۱۹۱۹ سر آرتور ادینگتون و دیگر منجمان بریتانیایی انحراف گرانشی نور ستاره را اندازه می‌گیرند و پیش‌بینی‌های نظریه نسبیت عام اینشتین را تأیید می‌کنند.
- ۱۹۲۱ اوتو اشترن و والتر گلاخ کوانتش فضایی را به نمایش می‌گذارند و ضرورت وارد کردن گشتاور مغناطیسی ذاتی الکترون را نشان می‌دهند.
- ۱۹۲۳ آرتور. ه. کامپتون تغییر طول موج پرتو  $x$  پس از پراکندگی از الکترون را نشان می‌دهد.
- ۱۹۲۴ لویی دوبروی فرض می‌کند که ذرات رفتار موجی دارند.
- ۱۹۲۵ ولفگانگ پاؤلی اصل طرد را پیشنهاد می‌کند.
- ۱۹۲۵ ساموئل گودشمیت و جورج اولنیک مفهوم تکانه زاویه‌ای ذاتی را ارائه می‌کنند.
- ۱۹۲۶ ادوین شرودینگر مکانیک موجی را ارائه می‌کند.
- ۱۹۲۶ ماکس بورن توابع موج شرودینگر را به صورت آماری، احتمالی تفسیر می‌کند.
- ۱۹۲۷ ورنر هایزنبرگ اصل عدم قطعیت را به دست می‌آورد.
- ۱۹۲۷ کلینتون دیویسون و لستر گرمر رفتار موجی الکترونها را نشان می‌دهند؛ ج. پ. تامسون به طور مستقل همین کار را می‌کند.
- ۱۹۲۸ پل. ا. م. دیراک یک نظریه کوانتومی نسبیتی پیشنهاد می‌کند.
- ۱۹۲۹ ادوین هابل دلیل انبساط عالم را گزارش می‌دهد.
- ۱۹۳۱ کارل آندرسون پوزیترون (پادالکترون) را کشف می‌کند.
- ۱۹۳۱ ولفگانگ پاؤلی پیشنهاد می‌کند که در واپاشی بتا یک ذره خنثی (نوترینو) وجود دارد.
- ۱۹۳۲ جیمز چادویک نوترون را کشف می‌کند.
- ۱۹۳۲ جان کوکرفت و ارنست والتون با استفاده از یک شتابدهنده ولتاژ زیاد اولین واکنش هسته‌ای را تولید می‌کنند.
- ۱۹۳۴ ایرن و فردریک ژولیو-کوری پرتوزایی القایی مصنوعی را کشف می‌کنند.
- ۱۹۳۵ هیدکی یوکاوا وجود ذراتی با جرم متوسط (مزونها) را پیشنهاد می‌کند.
- ۱۹۳۸ اوتو هان، فریتز اشتراسن، لیزه مایتر، و اوتو فریش شکافت هسته‌ای را کشف می‌کنند.
- ۱۹۳۸ هانس بته پیشنهاد می‌کند که همجوشی گرما هسته‌ای چشمه انرژی ستارگان است.
- ۱۹۴۰ ادوین مک میلان، گلن سیرگ، و همکاران اولین عنصر فرااورانیم مصنوعی را تولید می‌کنند.
- ۱۹۴۲ انریکو فرمی و همکاران اولین رآکتور شکافت هسته‌ای را می‌سازند.
- ۱۹۴۵ انفجار نخستین بمب شکافت هسته‌ای در صحرای نیومکزیکو.
- ۱۹۴۶ جورج گاموف کیهانشناسی مهبانگ را پیشنهاد می‌کند.
- ۱۹۴۸ جان باردین، والتر براتین، و ویلیام شاکلی اولین ترانزیستور را به نمایش می‌گذارند.

- ۱۹۵۲ انفجار اولین بمب همجوشی گرما هسته‌ای در آبنسنگ حلقوی انیوتک.
- ۱۹۵۶ فردریک راینس و کلاید کوان دلیل تجربی وجود نوترینو را به نمایش می‌گذارند.
- ۱۹۵۸ رودلف مؤسباور گسیل پرتوهای گاما بدون پس‌زنی را نشان می‌دهد.
- ۱۹۶۰ تئودور میمان اولین لیزر یاقوت را می‌سازد؛ علی جوان اولین لیزر هلیم-نئون را می‌سازد.
- ۱۹۶۴ آلن. ر. سندیج اولین کوازار را کشف می‌کند.
- ۱۹۶۴ موری گل‌مان و جورج زوایگ به‌طور مستقل مدل سه‌کواریکی ذرات بنیادی را ارائه می‌کنند.
- ۱۹۶۵ آرنو پنزیاس و رابرت ویلسون تابش میکروموج زمینه کیهانی را کشف می‌کنند.
- ۱۹۶۷ جوسلین بل و آنتونی هویس اولین تپ اختر را کشف می‌کنند.
- ۱۹۶۷ استیون واینبرگ و عبدالسلام به‌طور مستقل یک نظریه وحدت یافته پیشنهاد می‌کنند که برهم‌کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را به هم مربوط می‌کند.
- ۱۹۷۴ برتون ریشر و ساموئل تینگ و همکاران به‌طور مستقل اولین نشانه کوارک چهارم (افسون) را کشف می‌کنند.
- ۱۹۷۴ جوزف تیلور و راسل هالس اولین تپ اختر مزدوج را کشف می‌کنند.
- ۱۹۷۷ لئون لدرمن و همکاران ذره جدیدی را کشف می‌کنند که دال بر وجود کوارک پنجم است.
- ۱۹۸۱ گرد بینینگ و هانریش روهرر میکروسکوپ الکترونی تونل‌زنی روبشی را اختراع می‌کنند.
- ۱۹۸۳ کارلورویا و همکاران در سرن ذرات  $Z^0$  و  $W^\pm$  را کشف می‌کنند.
- ۱۹۸۶ جی. جورج پدنورز و کارل الکس مولر اولین ابررسانای گرم را تولید می‌کنند.
- ۱۹۹۴ پژوهشگران آزمایشگاه فرمی نشانه وجود کوارک ششم (س) را کشف می‌کنند.

## یکاهای به کار رفته در این کتاب

یکای اختصاری	علامت اختصاری	کمیت اندازه‌گیری شده	یکای اختصاری	علامت اختصاری	کمیت اندازه‌گیری شده
گرم	g	جرم	کولن	C	بار الکتریکی
متر	m	طول	آمپر	A	جریان الکتریکی
ثانیه	s	زمان	ولت	V	پتانسیل الکتریکی
نیوتون	N	نیرو	اُهم	$\Omega$	مقاومت الکتریکی
ژول	J	انرژی	تسلا	T	میدان مغناطیسی
وات	W	توان	یکای جرم اتمی	u	جرم
الکترون-ولت	eV	انرژی	کوری	Ci	فعالیت
هرتز	Hz	بسامد	بارن	b	سطح مقطع
کلوین	K	دما			

### پیشوند یکاها

پیشوند	علامت اختصاری	معنی	پیشوند	علامت اختصاری	معنی
آتو	a	$10^{-18}$	سانتی	c	$10^{-2}$
فمتو	f	$10^{-15}$	کیلو	k	$10^3$
پیکو	p	$10^{-12}$	مگا	M	$10^6$
نانو	n	$10^{-9}$	گیگا	G	$10^9$
میکرو	$\mu$	$10^{-6}$	ترا	T	$10^{12}$
میلی	m	$10^{-3}$			

### برخی ثابتها و ضرایب تبدیل متداول

برای فهرست کامل نگاه کنید به پیوست الف

$c = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$	سرعت نور
$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$	بار الکتریکی
$k = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8,617 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$	ثابت بولتزمن
$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$	ثابت پلانک
$N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	ثابت آووگادرو
$m_e = 5,49 \times 10^{-4} \text{ u} = 0,511 \text{ MeV}/c^2$	جرم الکترون
$m_p = 1,007276 \text{ u} = 938,3 \text{ MeV}/c^2$	جرم پروتون
$m_n = 1,008665 \text{ u} = 939,6 \text{ MeV}/c^2$	جرم نوترون
$a_0 = 0,529 \text{ nm}$	شعاع بور
$13,6 \text{ eV}$	انرژی یونش هیدروژن
$hc = 1,240 \times 10^2 \text{ eV}\cdot\text{nm}$	
$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1,440 \text{ eV}\cdot\text{nm}$	
$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$	
$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$	
$kT = 0,02525 \text{ eV} \cong \frac{1}{40} \text{ eV}$ در $T = 293 \text{ K}$ (دمای اتاق)	



## پاسخ مسائل با شماره‌های فرد

### فصل ۱

۱. (الف) جرم  $m$  با سرعت  $v/\sqrt{2}$ ؛ جرم  $2m$  با سرعت  $v/\sqrt{6}$ ؛ در جهت  $\theta = -35.3^\circ$  حرکت می‌کنند.

۳.  $K = 46.0 \text{ keV}$ ؛  $v = 1.49 \times 10^6 \text{ m/s}$ ؛  $p = 9.90 \times 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

۷. (الف)  $1.652 \times 10^{-26} \text{ eV} \cdot \text{nm}$ ؛ (ج)  $8.0918 \times 10^{-27}$

۹.  $v = \alpha c$

۱۳. (ب)  $2.426 \times 10^{-3} \text{ nm}$

۱۵.  $v_1 = 2.47 \times 10^6 \text{ m/s}$ ؛  $v_2 = -0.508 \times 10^6 \text{ m/s}$

### فصل ۲

۱.  $70 \text{ km/s}$

۳.  $2.6 \times 10^8 \text{ m/s}$

۵. (الف)  $357.1 \text{ ns}$ ؛ (ب)  $10^3 \text{ m}$ ؛ (ج)  $28.8 \text{ Am}$

۹.  $0.402c$

۱۱.  $5.0 \times 10^7 \text{ m/s}$

۱۵.  $\Delta t' = 1.07 \mu\text{s}$ ،  $\Delta x' = 2.34 \text{ km}$

۱۷.  $v'_B = 0.72c$  در  $\theta' = 146^\circ$ ؛  $v'_C = 0.85c$  در  $\theta' = 180^\circ$ ؛  $v'_D = 0.82c$  در

$\theta' = 164^\circ$

$$v > 0.990c. ۲۳$$

$$v > 0.115c. ۲۷$$

$$۲۹. (الف)  $2.56 \times 10^{-2} eV$ ; (ب)  $25.6 eV$ ; (ج)  $24.7 keV$ ; (د)  $10.9 MeV$$$

$$۳۱. (الف)  $3.1 MeV$ ; (ب)  $7.8 MeV$$$

$$۳۳.  $8.9 \times 10^{-2} kg$$$

$$۳۵.  $0.981c$$$

### فصل ۳

$$۱.  $۱.۳۲ mm$$$

$$۳. (الف)  $۰.۳۸۸ nm$ ; (ب)  $۷.۲^\circ$ ;  $۹۷.۲^\circ$$$

$$۵.  $4 \times 10^{-7} eV$  به  $4 \times 10^{-1} eV$$$

$$۷.  $۱.۳ \times 10^{18}$$$

$$۹.  $\phi = 2.28 eV$ ;  $h = 6.57 \times 10^{-34} J \cdot s$$$

$$۱۱.  $V + 2.42 V$$$

$$۱۳. (الف)  $288 nm$ ; (ب)  $۱.۳۳ V$$$

$$۱۹.  $483 nm$$$

$$۲۱. (الف)  $2.52 \mu m$ ; (ب)  $0.405$$$

$$۲۳.  $0.22 W$$$

$$۲۵. (الف)  $1.033 keV$ ; (ب)  $0.06 keV$$$

$$۲۷.  $2E^2 / (2E + mc^2)$$$

$$۲۹. (الف)  $0.402 MeV$ ; (ب)  $0.260 MeV$$$

$$۳۱.  $3.9 \times 10^{-2} eV$ ,  $6.4 \times 10^2 eV/c$$$

$$۳۳.  $K_e = 2mc^2/3$ ,  $E = 4mc^2$$$

### فصل ۴

$$۱. (الف)  $0.279 nm$ ; (ب)  $12 fm$ ; (ج)  $0.25 fm$ ; (د)  $0.73 nm$$$

$$۳.  $10^9 V$ ;  $100 V$ ;  $0.1 V$$$

$$۵. (الف)  $89 MeV$ ; (ب)  $4.2 MeV$ ; (ج)  $1 MeV$$$

$$۷. (الف)  $0.1 nm$ ; (ب)  $11 nm$$$

٩. ٣٣nm

١١.  $٥٢^\circ (n=٣)$ ،  $٣٢^\circ (n=٢)$ ،  $١٥^\circ (n=١)$

١٥. (الف)  $٢٠٠٠ eV/c$ ؛ (ب)  $٤ eV$

١٧.  $٥,٥ \times ١٠^{-٢٤} s$

١٩. (الف)  $٠,٧١ MeV$ ؛ (ب)  $٠,٦٦ MeV$   $\Delta E =$

٢١. (الف)  $٢ \times ١٠^{-٥} eV/c$ ؛ (ب)  $١,٢ \times ١٠^{-١٥} eV$

٢٣. (الف)  $٩٩٠ eV/c$ ؛ (ب)  $٢,٤ \times ١٠^{-٥} eV$

٢٧. (الف)  $١٠^٢ cm$ ؛ (ب)  $١٠ cm$

## فصل ٥

٣.  $١ eV$

٥. (الف)  $٨٩,٦ eV$ ؛ (ب)  $٤١,٨ eV$ ،  $٧,١٦ eV$ ، و غیره.

٧. (الف)  $١٩٥٥$ ؛ (ب)  $٠,٦٠٩٠$ ؛ (ج)  $١٩٥٥$

٩. (الف)  $٢١٦٠ eV$ ؛ (ب)  $٤,٧٠ \times ١٠^٢ eV/c$ ؛ (ج)  $٤,٢٠ \times ١٠^{-٢} nm$

١١.  $٢,٠ MeV$

١٧.  $١٠,٠٠ E$ ،  $٥,٠٠ E$

٢٥.  $E = ٣\hbar\omega/٢$ ؛  $a = m\omega./٢\hbar$

٢٧.  $٩,٩٢ eV$ ؛  $٤,٩٦ eV$

## فصل ٦

٣. (الف)  $٤٥,٧ nm$ ؛ (ب)  $٨٦,٢ nm$

٧.  $٣٣ MeV$

٩. (الف)  $٣,٣٧ \times ١٠^{-٥}$ ؛ (ب)  $٤,٤١ \times ١٠^{-٣}$ ؛ (ج)  $١,٣٣ \times ١٠^{-٢}$ ؛ (د)  $٠,٩٨٢$

١١.  $٢,٨٤$

١٣.  $٤,٣٩ \times ١٠^{-٢} MeV$

١٥.  $٥٩/s$

١٧. (لیمان)  $٩١,١٣ nm$ ، (پاشن)  $٨٢,٠١ nm$

١٩.  $٥ \rightarrow ٣$ ؛  $\Delta E = ٠,٩٧ eV$ ؛  $٥ \rightarrow ٤$ ؛  $\Delta E = ٠,٣٠٦ eV$

$٥ \rightarrow ١$ ؛  $\Delta E = ١٣,١ eV$ ؛  $٥ \rightarrow ٢$ ؛  $\Delta E = ٢,٨٦ eV$

۲۳. (الف)  $1.51 \text{ eV}$ ; (ب)  $13.6 \text{ eV}$ ; (ج)  $7.65 \text{ eV}$

۲۵.  $0.178 \text{ nm}$

۲۷.  $E_7 = -3.4 \text{ eV}$ ,  $E_7 = -6.04 \text{ eV}$ ;  $E_7 = -13.6 \text{ eV}$ ,  $E_1 = -54.4 \text{ eV}$

۲۹.  $7 \times 10^{-8} \text{ eV}$

۳۳.  $E_7 - E_1 = 2.0 \times 10^{-18} \text{ eV}$ ;  $a. = 1.19 \times 10^{21} \text{ m}$

۳۵.  $0.44 \text{ nm}$

۳۹.  $r = 29 \mu\text{m}$ ,  $n = 745$

### فصل ۷

۳.  $50^\circ$

۷.  $35^\circ$ ,  $66^\circ$ , غیره.

۱۳.  $0.49 \text{ nm}$

۱۵.  $5.4 \times 10^{-2}$

۱۷.  $5a.$  ( $2p$ ),  $6a.$  ( $2s$ )

۲۵.  $121.50200 \text{ nm}$ ,  $121.50254 \text{ nm}$

### فصل ۸

۱. (الف)  $\text{Ir, Rh, Co}$  (ب)  $\text{Bi, Sb, As, P, N}$

۳.  $\text{K} : Z_{\text{eff}} = 2.3$ ;  $\text{Na} : Z_{\text{eff}} = 1.8$

۵.  $\text{Fe}$

۹.  $11 \text{ kV}$

۱۱. (الف)  $S = 1, L = 5$ ; (ب)  $S = 4, L = 2$ ; (ج)  $S = 1, L = 2$

۱۳.  $L = 0, 1, 2, 3, 4$ ,  $S = 0, 1$

۱۵.  $\text{Li} : 0.66 \text{ eV}$ ;  $\text{Na} : 0.67 \text{ eV}$

۱۷.  $3p : 2.1 \times 10^{-2} \text{ eV}$

۱۹. (الف)  $(\frac{1}{2}, 1, +1, +\frac{1}{2})$ , غیره; (ب)  $36$ ; (ج)  $30$

۲۱. (الف)  $67.8 \text{ nm}$ ; (ب)  $58.4 \text{ nm}$ ; (ج)  $23 \text{ nm}$ ;  $\text{He} : 5.6 \text{ nm}$

### فصل ۹

۱.  $15.4 \text{ eV}$

٣. ١٣nm

٥. (الف)  $3.09 \times 10^{-20} \text{C} \cdot \text{m}$ ; (ب)  $88.9\%$

٧. ٤٢.٧%

١١.  $4.00 \times 10^{-6} \text{eV}$

١٣. HD:  $1.14 \times 10^{14} \text{Hz}$ ;  $0.74 \text{nm}$ ;  $0.114 \text{eV}$

١٥.  $7.71 \text{mm}$ ,  $1.16 \text{mm}$ ,  $23.1 \text{mm}$

٢١. (ب)  $2.37 \times 10^{21} \text{eV/m}^2$ ; (ج)  $2.1 \times 10^{-2} \text{eV}$

٢٣. (الف)  $5.15 \times 10^{-10} \text{eV}$ ; (ب)  $2.65 \times 10^{-14} \text{eV}$

٢٥. (الف)  $p(L=1)/p(L=0) = 1.64$

(ب)  $p(L=1)/p(L=0) = 8.38 \times 10^{-2}$

٢٧.  $3780 \text{K}$

## فصل ١٥

٥.  $[(kT/m)(3 - 8/\pi)]^{1/2}$

٧. (الف)  $e^{-E/kT}$ ; (ب)  $E/(1 + e^{E/kT})$ ; (ج)  $NE/(1 + e^{E/kT})$

(د)  $R(E/kT)^2 [e^{E/kT}/(1 + e^{E/kT})^2]$

٩. (الف)  $f(+1) = 0.3295$ ,  $f(0) = 0.3333$ ,  $f(-1) = 0.3372$

١١. (الف)  $0.379 \text{eV}$ ; (ب)  $2.79 \times 10^{21}$

١٥. (الف)  $U = 1.84 \times 10^{12} \text{eV/m}^2$ ; (ب)  $0.346$ ; (ج)  $2.26 \times 10^{-17}$

١٧.  $E_{av} = 4.22 \text{eV}$ ,  $E_F = 7.04 \text{eV}$

١٩.  $0.12 \text{eV}$

٢١. (الف)  $4.37 \times 10^{-26}$ ; (ب)  $6.00 \times 10^{-6}$

٢٣.  $244 \text{keV}$

## فصل ١١

١. (الف)  $\frac{1}{8}$ ; (ب)  $a = 2r$ ; (ج)  $0.5236$

٥.  $-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left( 8 - \frac{6}{2/\sqrt{3}} + \frac{24}{\sqrt{11/3}} \right)$

٧. (الف)  $6.82 \text{eV}$ ; (ب)  $6.45 \text{eV}$ ; (ج)  $3.27 \text{eV}$

$$U_R = 1.00 \text{ eV}, U_C = -8.96 \text{ eV} . 9$$

$$.13 \text{ } 255 \text{ nm} . 13$$

$$.15 \text{ (الف) } 7.09 \text{ eV}; \text{ (ب) } 2.20 \text{ kT}$$

$$.17 \text{ } 10^{25} \text{ m}^{-3} \times 23 . 17$$

$$.19 \text{ } 7076 \text{ K} . 19$$

$$.23 \text{ (الف) } -0.94 \text{ eV}; \text{ (ب) } 7.62 \text{ nm}$$

$$.25 \text{ (الف) } 1 - 3.46 \times 10^{-10}; \text{ (ب) } 3.46 \times 10^{-10}$$

## فصل ۱۲

$$.1 \text{ (الف) } {}_{11}^{19}\text{F}; \text{ (ب) } {}_{79}^{197}\text{Au}; \text{ (ج) } {}_{47}^{107}\text{Ag}$$

$$.3 \text{ (الف) } 15 \text{ MeV}; \text{ (ب) } 824 \text{ MeV}$$

$$.5 \text{ } 12.6 \text{ fm}$$

$$.7 \text{ (الف) } 1636.5 \text{ MeV}, 7.868 \text{ MeV/نوکلئون}$$

$$\text{ (ب) } 1118.5 \text{ MeV}, 8.410 \text{ MeV/نوکلئون}$$

$$.9 \text{ } {}^2\text{H}: 8.482; \text{ } {}^3\text{He}: 7.718 \text{ MeV}$$

$$.11 \text{ } {}^4\text{He}: 19.814 \text{ MeV}$$

$$.13 \text{ } 2.6 \times 10^{-2} \text{ fm}$$

$$.15 \text{ (الف) } 35 \text{ min}; \text{ (ب) } 0.20 \text{ min}^{-1}; \text{ (ج) } 46 \text{ s}^{-1}$$

$$.17 \text{ } 0.598$$

$$.19 \text{ (الف) } 7.40 \times 10^7 \text{ s}^{-1}; \text{ (ب) } 6.62 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$.21 \text{ } 37.5 \mu\text{Ci}$$

$$.23 \text{ (الف) } e^+ + \nu; \text{ (ج) } {}_{90}^{232}\text{Th}$$

$$.25 \text{ } {}^{211}\text{At}, {}^{210}\text{Bi}$$

$$.27 \text{ } 1.93 \times 10^{-2} \text{ W}$$

$$.29 \text{ } {}^{232}\text{Th}: 1.04 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$.33 \text{ } 11.506 \text{ MeV}$$

$$.35 \text{ } 0.864 \text{ MeV}$$

$$.37 \text{ (الف) } 6; \text{ (ب) } 4; \text{ (ج) } 42.658 \text{ MeV}; \text{ (د) } 27.8 \mu\text{W}$$

$$.39 \text{ (الف) } 10^{-1} \text{ eV}; 4.67 \times 10^{-1} \text{ eV}; \text{ (ب) } 1.95 \times 10^{-2} \text{ eV}; \text{ (ج) } 0.97 \text{ mm/s}$$

### فصل ۱۳

۱. (الف)  ${}^1_1\text{H}$ ؛ (ج)  ${}^{20}_{15}\text{P}$

۳. (الف)  $\frac{1}{4}$ ؛ (ب)  $\frac{2}{3}$ ؛ (ج)  $\frac{15}{16}$

۵.  $8.6 \times 10^{-2} \text{b}$

۷.  $1.58 \mu\text{Ci}$

۹.  $2.20 \text{b} ({}^{65}\text{Cu})$ ،  $4.49 \text{b} ({}^{63}\text{Cu})$

۱۳. (الف)  $10.313 \text{MeV}$ ؛ (ب)  $2.314 \text{MeV}$

۱۵.  $K_\alpha = 11.152 \text{MeV}$ ،  $K_\beta = 12.201 \text{MeV}$

$K_\alpha = 0.647 \text{MeV}$ ،  $K_\beta = 2.2706 \text{MeV}$

۱۷.  $8.660 \text{MeV}$

۱۹.  $9.42 \text{MeV}$

۲۱. (الف)  $6.545 \text{MeV}$ ؛ (ب)  $4.807 \text{MeV}$

۲۳.  $18.02 \text{MeV}$

۲۵.  $4.966 \text{MeV}$ ،  $1.732 \text{MeV}$ ،  $7.296 \text{MeV}$ ،  $7.551 \text{MeV}$ ،  $1.199 \text{MeV}$ ،  $1.943 \text{MeV}$

۲۷.  $14.1 \text{MeV}$

۲۹.  $7.274 \text{MeV}$

۳۳. (الف)  $5.594 \text{MeV}$ ؛ (ب)  $0.56 \text{W}$

### فصل ۱۴

۱. (الف) قوی؛ (ج) ضعیف؛ (ه) قوی

۳. (الف)  $L_e$ ؛ (ب)  $S$ ؛ (ج)  $B$

۵. (الف)  $\nu_e$ ؛ (ج)  $\pi^0$

۹.  $4.02 \text{GeV}$ ،  $0.999635c$

۱۱. (الف)  $820 \text{eV}$ ؛ (ج)  $8.9 \text{keV}$

۱۳. (الف)  $34 \text{MeV}$ ؛ (ج)  $218 \text{MeV}$ ؛ (ه)  $76 \text{MeV}$

۱۵. (الف)  $K^+$ ؛ (ج)  $K^0$ ؛ (ه)  $\mu^+$

۱۹. (الف)  $220.5 \text{MeV}$ ؛ (ج)  $1800 \text{MeV}$

۲۱.  $\theta_n = 9.7^\circ$ ؛  $K_n = 310 \text{MeV}$ ؛  $K_\pi = 57 \text{MeV}$

۲۳. (الف)  $s \rightarrow d + u + \bar{u}$ ؛ (ج) انرژي  $u + u \rightarrow d + \bar{d}$ ؛ (ه) انرژي  $d + \bar{d}$

۲۵. (الف) برهم‌کنش ضعیف؛ (ب)  $D_s^+ \rightarrow \phi + \pi^+$ ؛  $C = +1 \rightarrow 0 + 0$ ؛  $S = +1 \rightarrow 0 + 0$ ؛  
 (ج)  $c \rightarrow s + W^+$  و  $W^+ \rightarrow u + \bar{d}$ ؛  $0 + 0$

### فصل ۱۵

۱.  $6.49 \times 10^{-68}$

۵.  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}$

۹.  $-0.230 \text{ MeV}$

۱۹. (الف)  $1.8721 \times 10^{-64} \text{ J} \cdot \text{m}$ ؛ (ب)  $4.1443 \times 10^{-29} \text{ MeV} \cdot \text{m}^2$ ؛

(ج)  $3.5468 \times 10^{22} \text{ m}$ ؛ (د)  $3.2944 \times 10^{-72} \text{ MeV}$

۲۱. (الف)  $140 \text{ MeV}$ ؛ (ب)  $85 \text{ MeV}$ ؛ (ج)  $2.0 \times 10^{51} \text{ MeV}$ ؛ (د)  $-4.0 \times 10^{51} \text{ MeV}$

۲۳.  $2.58 \text{ fm}$

۲۵. (الف)  $6.21 \times 10^{-15} \text{ W}$

### فصل ۱۶

۱. (الف)  $590.1 \text{ nm}$ ؛ (ب)  $594.5 \text{ nm}$ ؛ (ج)  $1625 \text{ nm}$

۳. (الف)  $(2.431 \times 10^{-2} \text{ eV/K})T$ ؛ (ب)  $6.56 \times 10^{-2} \text{ eV}$

۵. (الف)  $1.2 \times 10^{-2719} \text{ m}^{-2}$ ؛ (ب)  $1000 \text{ K}$ ،  $7 \times 10^6 \text{ y}$

۱۱. (الف)  $5.9 \times 10^{12} \text{ K}$ ؛ (ب)  $6.7 \times 10^{-6} \text{ s}$

۱۳. (الف)  $3 \times 10^5 \text{ y} = 9 \times 10^{12} \text{ s}$ ؛ (ب)  $1.17 \text{ eV}$ ؛ (ج)  $1.24$

۱۵.  $14 \text{ eV}$

۱۷. (الف)  $i = \frac{1}{3}$ ،  $j = -\frac{5}{3}$ ،  $k = \frac{1}{3}$ ؛ (ب)  $1.3 \times 10^{-23} \text{ s}$

۲۱.  $2.9 \times 10^3$  سال نوری



## فهرست راهنما

- آرایش الکترونی ۳۱۸-۳۱۲
- آزمایش اشترن-گرلاخ ۲۹۵-۲۹۲
- آزمایش ایوز و استیلو ۷۵-۷۴
- آزمایش دو شکاف یانگ ۹۴-۹۰
- آزمایش دیویسون-گرمر ۱۴۴-۱۴۰
- آزمایش فرانک-هرتز ۲۶۰-۲۵۹
- آزمایش فرانک-هرتز ۲۶۰-۲۵۹
- آزمایشگاه لاورنس برکلی ۷۱
- آزمایشگاه ملی شتابدهنده فرمی (فرمی لب) ۶۰۵
- آزمایشها ۲۲-۲۰
- آثر فوتوالکتریک ۹۹-۹۷
- آثر اشترن-گرلاخ ۲۹۵-۲۹۲
- آیوز و استیلول ۷۵-۷۴
- آثر فتوالکتریکی یانگ ۹۴-۹۰
- آثر دیویسون-گرمر ۱۴۵-۱۴۰
- آثر فرانک-هرتز ۲۶۰-۲۵۹
- آثر مایکلسون-مورلی ۷۳-۷۲، ۳۷-۳۴
- آثر فوتوالکتریک خاص ۷۹-۷۱
- آثر سرعت (c)، عمومیت ۷۴-۷۲
- آرایش ۴۵۷
- آلومینیم، تابع کار فوتوالکتریک ۹۹
- بسامد زاویه‌ای ۸۸
- وارونی آمونیاک ۲۱۸
- آنتروپی (s) ۴۰۱
- ابرسیانایی، نظریه BCS ۴۷۴-۴۷۳
- ابرشاره ۴۲۷
- ابرنواختر ۵۰۹
- ابزارهای چندشکافی ۹۴-۹۳
- ابعاد
- آثر بنیادی ۱۲
- آثر یکاها و: نگاه کنید به یکاها و ابعاد
- ابعاد بنیادی ۱۲
- آثر ۷۳-۷۲، ۴۹، ۳۷-۳۵
- آثر فرضیه "کشش" ۷۲
- اتم هسته‌ای رادرفورد ۲۴۷-۲۳۷

- ~ اتم هیدروژن  
 ~ اتم هسته‌ای ۲۴۷-۲۳۷  
 ~ اتمهای تک‌الکترونی، شعاعها ۲۵۸  
 ~ اصل ترکیب ریتس ۲۵۰-۲۵۱،  
 ۲۵۶-۲۵۷  
 ~ ترازهای انرژی ۲۵۴  
 ~ خواص، اساسی ۲۳۱-۲۳۲  
 ~ زاویه پراکندگی ۲۳۹-۲۴۵  
 ~ شعاعها ۲۵۳  
 ~ طیفهای ۲۵۵-۲۵۶  
 ~ طیفهای خطی ۲۴۷-۲۵۱  
 ~ نقض اصل عدم قطعیت ۲۶۴  
 ~ هسته، نهایت نزدیکی به ۲۴۵-۲۴۶  
 اتمها  
 اتمهای چندالکترونی و ۳۳۳-۲۳۹  
 ~ چگالیهای احتمال ۲۸۲-۲۸۸  
 ~ عدد کوانتومی و ۲۷۵-۲۷۷  
 ~ کوانتس، مدل بور ۲۵۳، ۲۶۴  
 ~ مداری ۲۹۳  
 اتمهای هیدروژن  
 ~ آزمایش اشترن-گرلاخ ۲۹۴-۲۹۴  
 ~ اثر زیمان ۲۷۹-۳۰۰  
 ~ اسپین ذاتی ۲۸۸-۲۹۵  
 ~ پیوند، به ۴۵۱  
 ~ ترازهای انرژی ۲۵۵، ۲۹۵-۲۹۷  
 ~ تکانه زاویه‌ای (L) و چگالیهای احتمال  
 ۲۸۲-۲۸۸  
 ~ توابع موج ۲۷۵-۲۷۷  
 ~ چگالی احتمال شعاعی ۲۷۷-۲۸۲  
 ~ در مکانیک موجی ۲۷۴-۳۰۸  
 ~ ساختار ریز ۳۰۰-۳۰۳
- ~ شعاعها ۲۵۳  
 ~ طیفهای ۲۴۷-۲۵۰، ۲۵۴-۲۵۵  
 ~ کوانتس فضایی ۲۸۴-۲۸۵  
 ~ گشتاور مغناطیسی ( $\mu$ ) ۲۸۸-۲۸۹  
 ~ گشتاور مغناطیسی مداری ( $\mu$ ) ۲۸۹  
 ~ معادله شرودینگر در مختصات کروی  
 ۲۷۴-۲۷۵  
 ~ مگنتون بور ۲۸۹  
 ~ مؤلفه z ۲۸۳  
 ~ یونهای مولکولی ۳۵۲-۳۵۹  
 اثر دوپلر، نسبی ۴۸-۵۰، ۷۴-۷۶  
 ~ انتقالهای ۴۸-۵۰، ۶۸۷  
 اثر زیمان ۲۹۷-۳۰۰  
 اثر زیمان بهنجار ۳۰۰  
 اثر زیمان بی‌هنجار ۳۰۰  
 اثر کامپتون ۱۱۴-۱۲۰  
 اثر موسباور ۵۳۲-۵۳۶  
 اجسام هاله‌ای پرجرم و متراکم ۷۰۱  
 احتمال  
 ~ انرژی نوسان ۱۱۲-۱۱۳  
 ~ انرژی، ذرات کوانتومی ۴۰۶  
 ~ برای مشاهده ذره ۱۲۸، ۱۷۱  
 ~ زاویه‌ای ۲۸۵-۲۸۸  
 ~ شعاعی ۲۷۷-۲۸۲  
 ~ صفر ۲۱۲  
 ~ چگالی ۱۹۱، ۲۰۳-۲۰۶، ۲۰۸-۲۰۹  
 ~ دامنه، ذرات ۱۷۱-۱۷۳  
 ~ کاتورگی و ۱۶۹-۱۷۳  
 اختریفیک و نسبییت عام ۶۳۸-۶۸۴  
 ~ آزمونهای ۶۴۹-۶۵۴  
 ~ اصل هم‌ارزی ۶۳۹-۶۴۴

الکترومغناطیسی همدوس، لیزرها ۳۳۹-۳۴۵،  
 ۴۸۶  
 الکترون خواهی ۳۷۲  
 الکترون ولت (eV) ۱۳-۱۴  
 الکترونکاتیوی ۳۷۶  
 الکترونها: به اتمهای چندالکترونی هم نگاه کنید  
 ۱۲۰-۱۲۲  
 ~ اسپین ذاتی ۲۷۴  
 ~ اثر فوتوالکتریک: نگاه کنید به امواج  
 الکترومغناطیسی و ویژگیهای ذره‌گونه  
 ~ اثر کامپتون ۱۱۴-۱۲۰  
 ~ پراش ۱۴۰-۱۴۱  
 ~ در فلزات ۴۶۴-۴۶۹  
 ~ مثبت ۵۲۲  
 ~ نابودی الکترون - پوزیترون ۱۲۳  
 الکتریسیته  
 ~ تولید ۵۵۷-۵۶۵  
 ~ مغناطیس و ۹-۱۲  
 به امواج الکترومغناطیسی نیز نگاه کنید  
 امواج  
 ~ الکترومغناطیسی: نگاه کنید به امواج  
 الکترومغناطیسی  
 ~ کلاسیک، رابطه‌های عدم قطعیت برای  
 ۱۵۰-۱۵۶  
 امواج الکترومغناطیسی ۱۱  
 ~ ویژگیهای ذره‌گونه ۸۷-۱۳۴  
 ~ تابش ترمزی و تولید پرتو x ۱۲۰-۱۲۲  
 ~ تابش جسم سیاه: نگاه کنید به تابش  
 جسم سیاه  
 ~ اثر فوتوالکتریک ۹۷-۱۰۵  
 ~ اثر کامپتون ۱۱۴-۱۲۰

~ انحراف نور ستاره ۶۴۹-۶۵۱  
 ~ به دست آوردن ۶۴۴-۶۴۹  
 ~ پژواکهای رادار، تأخیر ۶۵۱-۶۵۲  
 ~ تابش گرانشی ۶۵۴  
 ~ تب اخترهای دوتایی ۶۶۷-۶۷۴  
 ~ حرکت تقدیمی حضيض ۶۵۲-۶۵۴  
 ~ سیاهچاله‌ها ۶۷۴-۶۷۷  
 ~ فرایند s و فرایند r ۶۶۳-۶۶۵  
 ~ کیهانشناسی و ۷۰۲-۷۰۵  
 ارتعاشها، ساختار مولکولی و ۳۷۸-۳۸۲  
 ارنست رادرفورد ۲۳۷  
 اسپین: تکانه زاویه‌ای (L) هم نگاه کنید  
 ~ و فرمی، انریکو ۵۰۰  
 ~ ذاتی ۴۹۶  
 ~ الکترونها ۲۷۳  
 ~ اتمهای هیدروژن ۲۸۸-۲۹۵  
 ~ چرخشهای مولکولی ۳۸۲-۳۸۸  
 ~ خانواده ذرات و ۵۹۴-۵۹۷  
 ~ کوارکها ۶۲۱-۶۲۵، ۶۲۹  
 اسپین ذاتی ۴۹۶  
 ~ اتمهای هیدروژن ۲۸۸-۲۹۵  
 ~ الکترونها ۲۷۴  
 اصل ترکیب ریتس ۲۵۰-۲۵۱، ۲۵۶-۲۵۷  
 اصل طرد پائولی ۳۱۰-۳۱۲  
 اصل مکملیت ۱۵۰  
 اصل هم‌ارزی ۶۳۹-۶۴۴  
 اصل همخوانی ۲۶۰-۲۶۳  
 اکتینیدها ۳۲۴  
 اکسیژن ۳۶۳  
 الکترومغناطیس ۳۴

- ~ ذرات آلفا ۵۱۵  
 ~ منفی ۲۰۸  
 ~ نسبیته ۶۲-۶۴، ۷۶-۷۷  
 ~ عدم قطعیت مختصه انرژي - زمان ۱۵۵  
 ~ فرمی، بعضی فلزات ۴۶۶  
 ~ کل، نسبیته ۶۳-۶۴  
 ~ مقادیر، در چاههای نامتناهی ۱۹۷-۱۹۹  
 ~ هلیوم ۳۳۷-۳۳۸  
 ~ یونش ۳۱۹، ۳۷۲-۳۷۷  
 آستانه ۵۵۵، ۶۱۹  
 انرژي جنبشی (k) ۶۲-۶۳  
 انرژي جنبشی (k): نگاه کنید به انرژي  
 انرژي جنبشی منفی ۲۰۸  
 انرژي کل ۶۳-۶۴  
 انرژي همدوسی ۴۴۳  
 انرژي یونش ۳۱۸  
 انرژيهای بستگی  
 ~ جرماها و ساختار هسته‌ای ۵۰۱-۵۰۵  
 ~ یون مولکول هیدروژن ۳۵۲  
 ~ یونی ۴۴۳  
 انرژيهای پتانسیل (U) ۱۴، ۱۹۰  
 ~ بندها و سدها ۲۱۲-۲۲۳  
 ~ چاه نامتناهی ۱۹۴-۱۹۹  
 انرژيهای فرمی، بعضی فلزات ۴۶۶  
 انستیتوی رادیم ۵۱۰  
 انستیتوی مشترک برای اختر فیزیک ۷۲  
 انسولین ۵۷۷  
 اوپنهایم، ج. روبرت ۶۶۸  
 اوربیتالها، پیوندی و پادپیوندی، یون مولکول  
 هیدروژن ۳۵۷  
 ایزوتوپها ۴۹۷، ۵۴۹-۵۵۲
- ~ پیش‌بینی‌های نظریه موجی ۹۹  
 ~ تولید زوج ۱۲۲  
 ~ سایر فرایندهای فوتونی ۱۲۰-۱۲۲  
 ~ شدت ۹۰  
 امواج الکترومغناطیسی همدوس، لیزرها  
 ۳۳۹-۳۴۵، ۴۸۶  
 امواج تخت ۸۷-۹۷  
 امواج صوتی ۴۸  
 انتقالهای به سرخ ۶۸۷  
 انرژي ۱۳، ۱۴، ۶۳  
 ~ اتلاف ۵۵۸  
 ~ احتمالها، ذرات کوانتومی ۴۰۵-۴۰۷  
 ~ ارتعاش ۳۷۸  
 ~ بستگی  
 ~ یون مولکول هیدروژن ۳۵۶  
 ~ یونی ۴۴۳  
 ~ پایستگی ۷-۸، ۶۴، ۱۸۳-۱۸۴، ۵۱۳  
 ~ پتانسیل (U): نگاه کنید به انرژيهای  
 پتانسیل (U)  
 ~ ترازهای ۲۵۴، ۲۵۸، ۲۷۸  
 بیوسته: نظریه نواری جامدات: نگاه کنید به  
 نظریه نواری جامدات  
 ~ توزیع فرمی - دیراک: نگاه کنید به توزیع  
 فرمی - دیراک  
 ~ جامدات: نگاه کنید به نظریه نواری  
 جامدات و نمادگذاری طیف‌سنجی  
 ۲۹۵-۲۹۷  
 ~ جنبشی (K) ۷  
 ~ آستانه ۵۵۵-۶۱۹  
 ~ آستانه واکنش، ذرات بنیادی ۶۷۹  
 ~ اثر فوتوالکتریک و ۹۸، ۱۰۱

- ایمنی پرتوی ۵۷۷  
 اینشتین آلبرت ۱۵، ۲۱، ۲۸، ۵۸، ۱۰۳  
 ~ اثر دوپلر، نسبیته ۴۸-۵۰  
 ~ اصل موضوعهای (۱۹۵۰) ۳۷-۳۸،  
 ۶۱، ۷۶  
 ~ پیامدهای ۳۷-۵۰  
 ~ تبدیل لورنتس و ۵۰-۵۶  
 ~ جمع سرعت، نسبیته ۴۶-۴۸  
 ~ زمان  
 ~ اثراتساع و ۳۸-۴۱، ۷۴، ۶۰۶-۶۰۷  
 ~ نسبیته ۳۸-۴۱  
 ~ طول، نسبیته ۴۱-۴۶  
 ~ فرمول ظرفیت گرمایی ۴۲۴-۴۲۶  
 ~ نسبیته  
 ~ اصل (فرض اول) ۳۷  
 ~ نظریه عام: نگاه کنید به اختر فیزیک و  
 نسبیته عام  
 ~ نظریه خاص: نگاه کنید به نظریه  
 نسبیته خاص  
 ~ نظریه اثر فوتوالکتریک ۱۰۰-۱۰۳  
 ~ نظریه گرماهای ویژه ۴۲۴-۴۲۶  
 ~ نور سرعت (c)، اصل ثبات (اصل  
 موضوع دوم) ۳۷  
 بار الکتریکی ۱۴-۱۵  
 ~ پایستگی ۵۱۴  
 باردین، جان ۴۷۳  
 باریون (ها) ۵۹۲-۵۹۷، ۶۲۲-۶۲۵، ۶۲۹  
 ~ عدد، پایستگی ۶۰۰-۶۰۱  
 بازتاب کلی ۲۲۱-۲۲۳  
 بالمر، یوهانس ۲۴۹  
 بایاس  
 ~ مستقیم ۴۸۲  
 ~ معکوس ۴۸۳  
 بایاس مستقیم ۴۸۲  
 بایاس معکوس ۴۸۳  
 براگ-لاورنس ۹۴  
 براگ-ویلیام ۹۴  
 بررسی انرژی، ذرات بنیادی  
 ~ واپاشیها ۶۱۰-۶۱۵  
 ~ واکنشها ۶۱۵-۶۲۱  
 برندگان جایزه نوبل  
 ~ بنینگ، گرد ۲۲۰  
 ~ تامسون، ج. ج. ۱۴۰  
 ~ تامسون، جی. پ. ۱۴۰  
 ~ تیلور، جوزف ۶۷۲  
 ~ روهر، هاینریش ۲۲۰  
 ~ فاینمن، ریچارد، ف ۶۰۴  
 ~ فرانک، جیمز ۲۶۰  
 ~ فرمی، انریکو ۵۰۰  
 ~ فیچ، و. ل. ۷۱۶  
 ~ کرونین، ج. و. ۷۱۶  
 ~ کوری، ایرن ۵۱۰  
 ~ کوری، ماری ۵۱۰  
 ~ لاه، ماکس فون ۹۴  
 ~ میلیکان، رابرت ا ۱۰۲  
 ~ هالس، راسل ۶۷۲  
 ~ هرتز، گوستاو ۲۶۰  
 ~ یالو، روزالیند ۵۷۷  
 برنل، ژوسلین بل ۶۷۱  
 برهم نهی، اصل ۹۰  
 برهم کنش ضعیف ۵۸۹-۵۹۰  
 برهم کنشهای الکترومغناطیسی ۵۹۰

- پادماده ۵۹۳ ~ بسامد
- ~ امواج ۱۱ ~ نظریهٔ مهبانگ و ۷۱۴-۷۱۷
- پادنوترینوها ۵۹۳ ~ رابطهٔ عدم قطعیت بسامد- زمان ۱۵۳
- پادنور ۵۹۳ ~ زاویه‌ای ۸۸
- پارادوکس دوقلوها ۵۶-۵۸، ۷۷-۷۹ ~ بسامد قطع ۱۰۳
- پارامتر شتاب منفی ۷۰۴ ~ بسته‌ها: به فوتونها هم نگاه کنید ۸۷، ۱۱۲
- پارسک ۶۸۹ ~ بسته‌های موج ۱۶۴-۱۶۹
- پاتولینگ، لینوس ۳۷۵ ~ بکرل (Bq) ۵۰۹
- پاتولی، ولفگانگ ۳۱۰-۵۲۰ ~ بلورها ۴۳۹-۴۴۱
- پتانسیل ایست ۹۸ ~ جامدات: نگاه کنید به فیزیک حالت جامد
- پذیرفتاری مغناطیسی ۳۲۰-۳۲۲ ~ فلزی، ساختار ۴۴۹
- پراش ۱۱، ۹۰-۹۷ ~ یونی، ویژگیهای ۴۴۴
- ~ الکترون ۱۳۹-۱۴۱ ~ بنینگ، گرد ۲۲۰
- ~ توری ۹۳-۹۴ ~ بور، مدل ۲۵۱-۲۷۲
- پراکندگی ~ اصل همخوانی ۲۶۰-۲۶۳
- ~ زاویهٔ ۱۱۵ ~ تابش الکترومغناطیسی و ۲۳۱-۲۳۲
- ~ برای اتمها، مدل تامسون ۲۳۵-۲۳۷ ~ ترازهای انرژی ۲۵۴
- ~ زاویهٔ رادرفورد ۲۳۸-۲۴۰ ~ اتمهای تک‌الکترونی ۲۵۸
- ~ فرمول رادرفورد ۲۴۲-۲۴۵ ~ تکانهٔ زاویه‌ای (L)، کوانتس ۲۵۳
- پرتوایی ~ فرمول طول موج بالمر ۲۴۹-۲۵۰
- ~ آلفا ۲۱۸، ۵۰۹، ۵۱۵-۵۱۹ ~ نارساییهای ۲۶۳-۲۶۵
- ~ ۵۷۸-۵۷۶ ~ نهایت نزدیکی به هسته ۲۴۵-۲۴۶
- ~ اثر موسباور ۵۳۲-۵۳۶ ~ بور، نیلس ۲۵۱
- ~ بتا ۵۱۹-۵۲۵ ~ بوزونها ۴۰۶
- ~ برهم‌کنشها و ذرات بنیادی ۶۰۴-۶۱۰ ~ پیشینه‌ها
- ~ ثابت ۵۱۰ ~ تداخل ۹۳
- ~ ذرات بنیادی، بررسی انرژی ۶۱۰-۶۱۵ ~ دوشکاف ۹۱-۹۲
- ~ ذره ۷۴ ~ بیلیون الکترون‌ولت (BeV) ۱۴
- ~ ساختار هسته و ۵۰۸-۵۲۳ ~ پادذرات ۱۲۲، ۵۲۱، ۵۹۲-۵۹۴
- ~ سن‌یابی رادیوکربنی ۵۳۱-۵۳۲ ~ پادکوارکها ۶۲۳-۶۲۶
- ~ سن‌یابی و ۵۲۹-۵۳۲

- پیوند
- ~ حالت  $sp$  ۳۶۶-۳۶۴
- ~ کووالانسی: نگاه کنید به ساختار مولکولی
- ~ و اوربیتالهای پادپیوندی، یون مولکول
- ~ هیدروژن ۳۵۷
- ~ هیدروژنی ۴۵۱
- ~ یونی: نگاه کنید به ساختار مولکولی
- پیوند یونی: نگاه کنید به ساختار مولکولی
- پیوندهای جهت دار ۳۶۵
- پیوندهای کووالانسی: نگاه کنید به ساختار مولکولی
- مولکولی
- پیوندهای مولکولی  $sp$  ۳۶۶-۳۶۲
- تابش الکترومغناطیسی: نگاه کنید به امواج الکترومغناطیسی
- ~ اتم و ۲۳۲-۲۳۱
- تابش ترمزی و تولید پرتو  $x$  ۱۴۴-۱۴۰
- تابش جسم سیاه ۱۱۴-۱۰۵
- ~ تابش کاواک ۱۱۳-۱۰۹
- ~ تابش گرمایی ۱۰۷-۱۰۵
- ~ تابندگی ۱۱۱
- ~ تعریف جسم سیاه ۱۱۱-۱۰۸
- ~ رهیافت کلاسیک ۱۱۱-۱۰۹
- ~ فرمول پلانک ۱۱۳-۱۱۳
- ~ فرمول ریلی-جینز ۱۱۱
- ~ فوتونها ۵۲۸
- ~ فیزیک آماری ۴۲۴-۴۲۱
- ~ نظریه پلانک ۱۱۲-۱۱۱
- تابش زمینه کیهانی ۶۹۸-۶۹۲
- ~ موجکهایی در ۷۱۷-۷۱۶
- تابش زمینه، میکروموج ۶۹۸-۶۹۲
- تابش گرمایی ۱۰۷-۱۰۵
- ~ طبیعی ۵۲۶-۵۲۲
- ~ قوانین ۵۱۳-۵۱۰
- ~ قوانین پایستگی در ۵۱۵-۵۱۳
- ~ قوانین پایستگی، واپاشی و ۵۱۵-۵۱۳
- ~ گاما ۵۲۶-۵۲۵
- ~ مقدار  $Q$ ی گیراندازی الکترون ۵۲۳
- ~ مقدار  $Q$ ی واپاشی بتازای مثبت ۵۲۳
- ~ واپاشی و ۵۱۳-۵۰۸
- پرتوزدایی طبیعی ۵۲۲-۵۲۶
- پرتوهای  $x$  ۷۳
- ~ اثر کامپتون و ۱۲۰-۱۱۶
- ~ پراش ۹۴
- ~ تولید، تابش ترمزی و ۱۲۰-۱۱۴
- ~ طیف گسسته ۳۲۹-۳۲۵
- پرتوهای گاما/واپاشی ۷۳، ۱۱۹، ۱۲۰، ۵۰۹، ۵۲۶-۵۲۵
- پرتوهای گامای هسته‌ای ۱۲۰-۱۱۹
- ۵۲۶-۵۲۵
- پروتونها ۴۹۵
- ~ چرخه‌های پروتون-پروتون
- ~ تکامل ستاره‌ای ۶۵۶
- ~ همجوشی ۵۶۹-۵۶۶
- یزواکهای راداز، تأخیر ۶۵۲-۶۵۱
- پس پراکندگی رادرفورد ۵۷۸-۵۷۷
- پلاتین، تابع کار فوتوالکتریک ۹۹
- پلاسما ۵۷۰-۵۶۹
- پلانک، ماکس ۱۱۴-۱۱۱، ۱۰۱، ۲۸، ۱۷-۱۶
- پله‌ها و سدها، انرژی پتانسیل (U) ۲۲۳-۲۱۲
- پوزیترون(ها) ۵۲۲، ۱۲۳-۱۲۲
- ~ توموگرافی با گسیل (PET) ۵۷۵
- پیوند، ر. و ۶۴۲

- ترانزیستورهای npn ۴۸۷-۴۸۸  
 ترانزیستورهای پیوندی ۴۸۷  
 ترکیبهای سه‌کواریکی ۶۲۴-۶۲۵  
 ترمودینامیک ۱۱۱  
 ~ قانون دوم ۴۰۱  
 تسوایگ، جورج ۶۲۱  
 تشکیل هسته‌ها ۷۱۰-۷۱۴  
 ~ تشکیل ۷۱۰-۷۱۴  
 ~ هیدروژن  
 ~ ترازهای انرژی ۲۵۵  
 ~ شعاعها ۲۵۳-۲۵۴  
 ~ در مکانیک موجی ۲۷۴-۳۰۸  
 تفکیک نوری ۳۶۳  
 تقریب نسبیتی فرین ۶۵  
 تک‌الکترون، شعاعهای ۲۵۸  
 تکامل ستارگان ۶۵۴-۶۶۰  
 ~ چرخه پروتون-پروتون ۶۵۶  
 تکانه ۵۸-۶۲  
 ~ خطی ۷-۸  
 ~ پایستگی ۵۱۴  
 ~ زاویه‌ای (L): نگاه کنید به گشتاور زاویه‌ای (L)  
 ~ عدم قطعیت مکان-تکانه ۱۵۵  
 ~ نسبیتی ۶۱-۶۲، ۷۶-۷۷  
 تکانه زاویه‌ای (L) و ۲۹۲-۲۹۳  
 تکانه خطی ۷-۸  
 تکانه زاویه‌ای (L) ۸، ۲۶۳  
 ~ پایستگی ۵۱۴  
 ~ ذاتی ۲۹۳  
 ~ مقایسه، مداری واپسین ۲۹۴  
 تکانه زاویه‌ای مداری (L) ۲۹۳
- ~ طول موجها ۱۰۱  
 تابع سمتی ۲۷۴  
 تابع شعاعی ۲۷۴  
 تابع قطبی ۲۷۴  
 تابندگی ۱۰۶-۱۰۸، ۱۰۹-۱۱۲  
 تامسون، ج.ج. ۱۴۰  
 تامسون، جی، پ ۱۴۰  
 تبدیل ۲۹-۳۱  
 ~ سرعت ۵۲-۵۳  
 ~ گاليله: نگاه کنید به تبدیلیهای گاليله  
 تبدیل مختصات لورنتس ۵۰-۵۶  
 تبدیلیهای گاليله ۳۰-۳۳، ۳۴، ۳۸، ۷۲  
 ~ تبدیل لورنتس و ۵۰-۵۶  
 تپ اخترها ۶۷۰-۶۷۴  
 تپ اختراهای مزدوج ۷۳، ۶۷۲-۶۷۴  
 تحلیل آماری ۳۹۹-۴۰۲  
 تداخل ۹۰-۹۷  
 ~ دوشکافی: نگاه کنید به تداخل دوشکافی  
 ~ سازنده ۹۱، ۱۶۳  
 ~ ویرانگر ۹۲  
 تداخل دوشکافی  
 ~ آزمایش یانگ ۹۱-۹۴  
 ~ بیشینه‌ها ۹۲-۹۳  
 ~ فرض دوبروی ۱۳۶-۱۳۸، ۱۴۵-۱۵۰  
 ~ کمینه‌ها ۹۲  
 تداخل سازنده ۹۱، ۱۶۴  
 تداخل سنجها ۳۵-۳۶، ۷۲  
 تداخل ویرانگر ۹۲  
 ترازهای پادپیوندی ۳۶۳  
 ترانزیستورها، به فیزیک حالت جامد، نیمرساناها  
 هم نگاه کنید ۴۸۷



- تکانه‌های زاویه‌ای مداری (L) ۲۹۲-۲۹۳  
 تکثیر، نوترون ۵۵۸  
 تلسکوپ فضایی هابل ۶۷۶  
 توابع کار ۹۹  
 توابع کار، فوتوالکتریک ۹۹  
 توابع موج ۱۸۳-۱۹۰  
 ~ معادله شرودینگر برای، در چاه نامتناهی  
 ۱۹۷-۲۰۱  
 ~ هیدروژن ۲۷۵-۲۷۷، ۳۶۰  
 تورندایک، ا. م ۷۳  
 توزیع اندازه سرعت ماکسول ۳۱۱-۳۱۲  
 توزیع بوز-اینشتین ۴۰۶، ۴۱۸-۴۲۰  
 ~ کاربردهای ۴۲۱-۴۲۹  
 توزیع سرعت ماکسول ۴۰۸-۴۱۰  
 توزیع سرعت مولکولی ۴۰۷-۴۱۵  
 توزیع فرمی-دیراک ۴۰۷، ۴۱۸-۴۲۱  
 ~ در  $T = 0$  ۴۲۹-۴۳۰  
 ~ فلزات و، ۴۶۴-۴۶۸  
 ~ کاربردهای ۴۲۹-۴۳۴  
 توزیع ماکسول بولتزمن ۴۱۵-۴۱۸  
 توکامک ۵۷۰-۵۷۱  
 تولید توان ۵۵۶-۵۶۵  
 تولید رادیوایزوتوپ، در واکنشهای هسته‌ای  
 ۵۴۹-۵۵۲  
 تولید زوج ۱۲۲  
 توموگرافی محوری کامپیوتری (CAT) ۵۷۶  
 تونل زنی (نفوذ درسد) ۲۱۷-۲۲۳  
 تیلور، جوزف ۶۷۲  
 $\mu$ ، ثابت ۱۰  
 ثابت آوگادرو (NA) ۱۶  
 ثابت استفان-بولتزمن ۱۰۷
- ثابت بولتزمن (k) ۱۲  
 ثابت پلانک (h) ۱۶-۱۷، ۱۰۱، ۱۰۳  
 ثابت ریذبرگ ( $R_{\infty}$ ) ۲۵۵  
 ثابت مدلونگ ۴۴۲-۴۴۳  
 ثابتهای  
 ~ اووگادرو (NA) ۱۶  
 ~ استفان-بولتزمن ۱۰۷  
 ~ بولتزمن (k) ۱۲  
 ~ پلانک (h) ۱۶-۱۷، ۱۱۱-۱۱۳  
 ~ ریذبرگ ( $R_{\infty}$ ) ۲۵۵  
 ~ ساختار ریز ( $\alpha$ ) ۱۷، ۳۰۳  
 ~ مدلونگ ۴۴۲-۴۴۳  
 ~ واپاشی، پرتوزا و ۱۷، ۳۰۳  
 ~  $\mu$  ۱۰  
 جامدات مولکولی ۴۵۱-۴۵۳  
 جدول تناوبی ۳۱۵-۳۱۸  
 جذب القایی ۳۴۰  
 جرم ۱۵-۱۶  
 ~ عدد (A) ۴۹۵-۴۹۷  
 ~ پایداری  
 ~ وانرزیهای بستگی، ساختار هسته  
 ۵۰۱-۵۰۵  
 جرم چاندراشکر ۶۶۸  
 جرم مولی (مول) ۱۶  
 جریان الکتریکی، جریان القایی ۳۲۱  
 جریانهای القایی ۳۲۱  
 جوابهای پیوسته ۱۸۴  
 جوابهای تک مقدار ۱۸۴  
 چارچوبهای مرجع  
 ~ اصل موضوعهای اینشتین (۱۹۰۵) و  
 ۳۷-۵۰

- ~ مدارهای نافذ ۳۱۳-۳۱۵  
 ~ جدول تناوبی ۳۱۵-۳۱۸  
 ~ نظریه اتمی و ۳۱۷-۳۱۸  
 ~ عناصر زیرپوسته s ۳۲۲  
 ~ فلزات واسطه ۳۲۳-۳۲۴  
 ~ پرتوهای x ۳۲۵-۳۲۹  
 ~ حالت پادپیوندی sp ۳۶۴  
 ~ حالت پایه ۲۰۸  
 ~ حالت‌های ایزومری (ایزومرها) ۵۲۵  
 ~ حالت‌های بخشنده ۴۷۸-۴۷۹  
 ~ حالت‌های پذیرنده ۴۸۰  
 ~ حالت‌های مانا ۲۵۳  
 ~ حرکت تقدیمی حسیض ۶۵۲-۶۵۴  
 ~ حفره‌ها، نیمرساناها و ۴۷۷  
 ~ حل شوارتس شیلد ۶۷۴-۶۷۵  
 ~ خنثایی، الکتریکی ۲۳۱  
 ~ خواص  
 ~ اتمها، اساسی ۲۳۱-۲۳۲  
 ~ بلورهای یونی ۴۴۴  
 ~ جامدات یونی ۴۴۵-۴۴۶  
 ~ ذره‌گونه: نگاه کنید به امواج  
 ~ الکترومغناطیسی  
 ~ عناصر ۳۱۸-۳۲۵  
 ~ مدل بور ۲۳۱-۲۳۲  
 ~ موج‌گونه: نگاه کنید به ذره (ها)  
 ~ میکروسکوپی ۴۰۰  
 ~ خورشید ۵۵۶-۵۵۸  
 ~ دافعه کولنی ۵۶۵  
 ~ دامنه میدان الکتریکی ۱۷۱، ۱۲۸  
 ~ دوبروی-لوئی ۱۳۷  
 ~ دوترونها ۵۶۵، ۷۱۲  
 ~ ممتاز ۳۴-۳۷، ۴۹، ۷۲-۷۳  
 ~ نسبییت  
 ~ خاص: نگاه کنید به نظریه نسبییت خاص  
 ~ کلاسیک ۲۹-۳۴  
 ~ چاه انرژی پتانسیل نامتناهی ۱۹۴-۱۹۹  
 ~ چرخشها، مولکولی: به اسپین هم نگاه کنید  
 ~ ۳۸۸-۳۸۲  
 ~ چرنوبیل ۵۶۳  
 ~ چگالی، احتمال ۱۹۱، ۲۰۱، ۲۰۵-۲۰۹، ۲۱۰  
 ~ صفر ۲۱۲  
 ~ چگالی احتمال شعاعی ۲۷۸-۲۸۲  
 ~ چگالی بحرانی ۷۱۸-۷۲۱  
 ~ چگالی جریان (j) ۴۶۶-۴۶۷  
 ~ چمبرلین-اوئن ۷۱  
 ~ چندالکترونی ۳۰۹-۳۵۰  
 ~ اکتینیدها ۳۳۴  
 ~ تکانه‌های زاویه‌ای (L)، جمع  
 ~ ۳۳۳-۳۳۹  
 ~ شعاعهای اتمی ۳۱۸  
 ~ مقاومت ویژه الکتریکی ۳۱۸  
 ~ حالت‌های الکترونی در ۳۱۲-۳۱۵  
 ~ عناصر، خواص ۳۱۸-۳۳۵  
 ~ قاعده‌های هوند ۳۳۶  
 ~ گازهای بی‌اثر ۳۲۲  
 ~ انرژی یونش ۳۱۸  
 ~ قاعده‌های گزینش L و S ۳۳۷-۳۳۸  
 ~ لاتانیدها (خاکهای کمیاب) ۳۲۴  
 ~ لیزرها و ۳۳۹-۳۴۶  
 ~ پذیرفتاری مغناطیسی ۳۲۰-۳۲۱  
 ~ طیفهای اپتیکی ۳۲۹-۳۳۳  
 ~ اصل طرد پائولی ۳۱۰-۳۱۲

- ذرات پرجرم با برهم‌کنش ضعیف (WIMPS) ۵۶۵  
 ۷۰۱ دوگانگی موج-ذره ۱۲۷-۱۲۸، ۲۲۰  
 ذرات تشدید ۶۰۸-۶۱۰ دیابت ۵۷۷  
 ذرات غیرقابل تشخیص ۴۰۵ دینامیک نسبیتی ۵۸-۷۱  
 ذره(ها) دیوهای تونل ۲۱۹، ۴۸۴  
 ~ احتمال دیویسون-کلینتون ۱۴۰-۱۴۲  
 ~ دامنه ۱۷۱-۱۷۳ ذرات آلفا  
 ~ کاتورگی و ۱۶۹-۱۷۳ ~ انرژی جنبشی ۵۱۵  
 ~ بسته‌های موج ۱۶۴-۱۶۹ ~ پراکندگی ۲۳۷-۲۴۷  
 ~ سرعت گروه ۱۶۷-۱۶۸ ~ واپاشی و ۲۱۸، ۵۱۵-۵۱۹  
 ~ در جعبه ذرات بنیادی ۵۸۸-۶۳۷  
 ~ بنیادی: نگاه کنید به ذرات بنیادی ~ انرژی جنبشی آستانه واکنش ۶۱۹  
 فرضیهٔ دوبروی و: نگاه کنید به فرضیهٔ بررسی انرژی  
 دوبروی ~ واکنشها ۶۱۵-۶۲۱  
 ~ دوبعدی ۲۰۱-۲۰۶ ~ واپاشیها ۶۱۱-۶۱۵  
 ~ غیر قابل تشخیص ۴۰۵ ~ برهم‌کنش الکترومغناطیسی و ۵۹۰  
 ~ رفتار آتی ۱۸۲ ~ برهم‌کنش ضعیف و ۵۸۹-۵۹۰  
 محبوس‌سازی ۱۵۸-۱۵۹ ~ برهم‌کنش گرانشی و ۵۸۹  
 ~ ویژگیهای موج‌گونه ۱۳۵-۱۸۱ ~ برهم‌کنشها و واپاشیها ۶۰۴-۶۱۰  
 ~ یک بعدی ۱۹۴-۱۹۹ ~ پادذرات ۱۲۲، ۵۲۱، ۵۹۲-۵۹۴  
 ~ رابطه‌های عدم قطعیت ~ چهار نیروی بنیادی ۵۸۹-۵۹۲  
 ~ برای امواج کلاسیک ۱۵۰-۱۵۴ ~ خانواده ۵۹۴-۵۹۷  
 ~ هایزنبرگ ۱۵۴-۱۵۶ ~ ذرات تشدید ۶۰۸-۶۱۰  
 ~ محبوس کردن ذره و ۱۵۸-۱۵۹ ~ شگفتی ۶۰۲-۶۰۳  
 ~ معادلهٔ شرودینگر برای: نگاه کنید به معادلهٔ شرودینگر  
 شرودینگر ~ عدد باریونی ۶۰۰-۶۰۱  
 رابطه‌های عدم قطعیت ~ عدد لپتون ۵۹۸-۶۰۰  
 ~ برای امواج کلاسیک ۱۵۰-۱۵۴ ~ قوانین پایستگی و ۵۹۷-۶۰۴  
 ~ عدد موج-مکان ۱۵۱-۱۵۲ ~ مدل استاندارد ۶۲۸-۶۳۱  
 ~ مختصهٔ انرژی-زمان ۱۵۵ ~ مدل کوارک ۶۲۱-۶۲۸  
 ~ مکان-تکانه ۱۵۴ ~ نیروی قوی ۵۹۰-۵۹۲

- زمان پلانک ۷۰۶  
 زرمانیم ۳۷۱  
 زول (J) ۱۳  
 ساختار NaCl ۴۴۱  
 ساختار CsCl ۴۴۱  
 ساختار چهاروجهی ۴۴۸-۴۴۷  
 ساختار ریز ۳۰۳-۳۰۰  
 ~ ثابت  $(\alpha)$  ۳۰۳، ۱۷  
 ساختار سولفید روی ۴۴۹-۴۴۸  
 ساختار شش ضلعی فشرده (hcp) ۴۵۰  
 ساختار مولکولی ۳۹۷-۳۵۱  
 ~ اوربیتالهای هیبرید *sp* ۳۷۱-۳۶۶  
 ~ زاویه‌های پیوند ۳۶۸  
 ~ ارتفاع و ۳۸۲-۳۷۸  
 ~ انرژیهای ۳۷۸  
 ~ قاعده گزینش برای ۳۸۰-۳۷۹  
 ~ الکترون‌گاتیوی ۳۷۶  
 ~ اوربیتالهای هیبرید *sp* ۳۷۱-۳۶۶  
 ~ زاویه‌های پیوند ۳۶۸  
 ~ قاعده گزینش ارتفاعی و دورانی  
 ۳۸۸-۳۸۷  
 ~ پیوندهای جهت دار ۳۶۵  
 ~ پیوندهای کووالانسی ۳۷۱-۳۵۷  
 ~ پیوندهای یونی ۳۷۶-۳۷۱  
 ~ الکترون‌خواهی ۳۷۲  
 ~ جامدات ۴۴۷-۴۴۹  
 ~ جامدات ۴۴۹-۴۴۷  
 ~ چرخشها و ۳۸۶-۳۸۲  
 ~ سهم سرشت یونی پیوند ۳۷۶  
 ~ طیف‌نمایی مولکولی ۳۹۰  
 ~ طیفهای ۳۹۲-۳۸۶  
 ~ نقض در مدل بور ۲۶۴  
 ~ هایزنبرگ ۱۵۶-۱۵۴  
 رایین، ورا ۷۰۲  
 راکتورها، همجوشی ۵۷۳-۵۶۹  
 راکتورهای آب تحت فشار ۵۶۳-۵۶۲  
 راکتورهای آب جوشان ۵۶۲  
 ربکا، جی. ا. ۶۴۲  
 رساناها ۴۵۶  
 رسانندگی الکتریکی ۴۶۹-۴۶۶  
 رسانندگی گرمایی ۴۷۰  
 رقمهای معنی‌دار ۲۰-۱۷  
 روش علمی ۲۰-۲۲  
 روهر، هایزیش ۲۲۰  
 روی، تابع کار فوتوالکتریک ۹۹  
 رهیافت کلاسیک  
 ~ الکتریسیته و مغناطیس ۱۲-۹  
 ~ امواج، اصل عدم قطعیت برای  
 ۱۵۶-۱۵۰  
 ~ به تابش جسم‌سیاه ۱۱۳-۱۰۵  
 ~ فیزیک ۱۳-۷  
 ~ در مقابل کوانتومی ۴۰۷-۴۰۲  
 ~ مکانیک ۹-۷  
 ~ نسبت ۷۳، ۳۴-۲۸  
 ~ نظریه جنبشی ماده ۱۲  
 ~ نوسانگر هماهنگ ساده ۲۰۶  
 زاینده‌گی ۵۶۰  
 زمان  
 ~ اثراتساع ۶۰۷-۶۰۶، ۷۴، ۴۱-۴۰  
 ~ عدم قطعیت مختصه انرژی- زمان ۱۵۳  
 ~ نسبت ۴۱-۳۸  
 ~ ویژه ۴۰

- سرطان ۵۷۶  
 سرعت ۱۹۰  
 ~ تبدیل، لورنتس ۵۱-۵۰، ۵۸-۶۱  
 ~ جمع، نسبی ۴۶-۴۸  
 سرعت گروه، بسته‌های موج و ۱۶۶-۱۶۸  
 سرعت نور (c): نگاه کنید به نور  
 ~ سرنوشت یونی نسبی ۳۷۶  
 سطح مقطع، واکنشهای هسته‌ای ۵۴۶-۵۴۸  
 سگره، امیلیو ۷۱  
 سن‌یابی رادیوکربنی ۵۳۱-۵۳۲  
 سیاهچاله‌ها ۶۷۴-۶۷۷  
 ~ کوچولو، نظریه مهبانگ و ۷۱۶  
 سیاهچاله‌های کوچولو، نظریه مهبانگ و ۵۴۴  
 سیلیسیم ۳۷۱  
 شباهت سیاره‌ای، برای آنها: نگاه کنید به مدل  
 بور  
 شبکه مکعبی ۴۴۰-۴۴۲  
 شبکه مکعبی مرکز حجمی (fcc) ۴۴۰-۴۴۳  
 شبکه مکعبی مرکز رخ پر (fcc) ۴۴۰-۴۴۲  
 شبکه‌ها ۴۴۰  
 شتاب ۶۴۰-۶۴۱  
 شتابدهنده بواترون ۷۱  
 شتابدهنده‌های با باریکه برخوردکننده ۶۲۱  
 شتابگر وان‌دوگراف ۵۴۴-۵۴۵  
 شدت امواج الکترومغناطیسی ۹۰  
 شرویدینگر، اروین ۱۸۲-۱۸۳  
 شعاع بور ۲۵۳-۲۵۴، ۲۵۸  
 شعاعها ۳۱۸  
 شعاعهای  
 ~ اتمی ۳۱۸
- ~ فوتونهای جذب شده، انرژیهای  
 ۳۸۸-۳۹۰  
 ~ مولکولهای با پیوند *pp* ۳۶۰  
 ~ مولکولهای با پیوند *sp* ۳۶۴-۳۶۶  
 ~ مولکولهای با پیوند *s*  
 ~ یون مولکول هیدروژن ۳۵۲-۳۵۹  
 ~ انرژی بستگی ۳۵۶  
 ~ اوربیتالهای پیوندی و پادپیوندی ۳۵۷  
 ~ پیوندهای کووالانسی و ۳۵۷-۳۵۹  
 ساختار هسته‌ای ۴۹۴-۵۴۲  
 اجزای ۴۹۵-۵۴۲  
 ~ اندازه‌ها و شکلها ۴۹۷-۵۰۱  
 ~ ایزوتوپهای ۴۹۷، ۵۴۹-۵۵۲  
 ~ پرتوزایی و: نگاه کنید به پرتوزایی  
 ~ جرمها و انرژی بستگی ۵۰۱-۵۰۸  
 ~ شعاعها ۴۹۸-۴۹۹  
 ~ نیروی تبادل ۵۰۶-۵۰۸  
 ~ نیروی هسته‌ای ۵۰۵-۵۰۸  
 ستارگان کوتوله سفید ۶۶۵-۶۶۷  
 ستارگان نوترونی ۶۶۷-۶۷۴  
 سحابی خرچنگ ۶۷۱  
 سدها  
 ~ انرژی پتانسیل (U)، معادله شرویدینگر  
 ۲۱۲-۲۲۳  
 ~ نفوذ در (تونل زنی) ۲۱۸-۲۲۳  
 سدیم  
 ~ اثر فوتوالکتریک در ۱۰۳  
 ~ تابع کار فوتوالکتریک ۹۹  
 سرب، تابع کار فوتوالکتریک ۹۹  
 سرشت یونی نسبی ۳۷۶  
 ~ مولکولهای دواتمی ۳۷۸

- ~ الکترومغناطیسی ۱۱  
 ~ خطی ۲۵۱-۲۴۷  
 ~ مولکولی ۳۹۲-۳۸۶  
 طیفهای اپتیکی ۳۳۳-۳۲۹  
 طیفهای خطی، مدل بور ۲۵۱-۲۴۷  
 عالم با سیطره تابش ۷۰۴  
 عالم با سیطره ماده ۷۰۴  
 عالم، منشأ: نگاه کنید به کیهانشناسی  
 عامل بولتزمن ۷۰۹-۷۰۸  
 عایقها ۴۵۸-۴۵۷  
 عبدالسلام ۶۳۰  
 عدد اتمی (z) ۴۹۷-۴۹۵  
 عدد کوانتومی اصلی ۲۷۶-۲۷۵  
 عدد کوانتومی مغناطیسی ۲۷۶-۲۷۵  
 عدد موج (k) ۸۸  
 ~ ذرات در جعبه ۲۰۵-۱۹۴  
 ~ رابطه عدم قطعیت عدد موج - مکان  
 ۱۵۲  
 عدم قطعیت هایزنبرگ  
 ~ اصل ۱۵۵  
 ~ رابطه‌ها ۱۵۶-۱۵۴  
 عناصر زیر پوسته *p* ۳۲۲  
 عناصر زیر پوسته *s* ۳۲۳-۳۲۲  
 عناصر مصنوعی و ۵۸۰-۵۷۸  
 عناصر، خواص ۳۲۵-۳۱۸  
 غنی سازی ۵۶۰  
 فاجعه فرابنفش ۱۱۱  
 فاز تغییر ۴۲۷  
 فاینمن، ریچارد ۶۰۴  
 فرانک، جیمز ۲۶۰  
 فرایند *x*، فرایند *s* و هسته‌زایی ۶۶۵-۶۶۳
- ~ مدل بور ۲۵۸، ۲۵۱  
 ~ هسته‌ای ۵۰۱-۴۹۸  
 شکافت ۵۶۵-۵۵۶  
 ~ تولید توان ۵۶۵-۵۵۷  
 ~ جنبه‌های ۵۶۰-۵۵۸  
 ~ راکتورهای آب تحت فشار ۵۶۳، ۵۶۲  
 ~ راکتورهای آب جوشان ۵۶۲  
 ~ زاینده‌گی ۵۶۰  
 ~ طبیعی ۵۶۴  
 ~ غنی سازی ۵۶۰  
 ~ کندسازی ۵۶۱  
 شگفتی، قانونهای پایستگی و ۶۰۳-۶۰۲  
 شیفر، ج. رابرت ۴۷۳  
 طول ۱۳  
 ~ انقباض ۵۳-۵۱، ۴۳-۴۱  
 ~ نسبت ۴۶-۴۱  
 ~ ویژه ۴۲  
 طول سکون ۴۲  
 طول موج قطع ۱۰۳  
 طول موج کامپتون الکترون ۱۱۶  
 طول موجها ۱۳، ۱۱  
 ~ اجسام تابان ۱۰۱  
 ~ دوبروی ۱۴۸، ۱۳۸-۱۳۷  
 ~ فرمول بالمر ۲۵۸، ۲۵۱، ۲۵۰-۲۴۹  
 ~ قطع ۱۰۳  
 ~ کامپتون ۱۱۶  
 طیف الکترومغناطیسی ۱۱  
 طیف‌نمایی مولکولی ۳۹۰، ۳۵۲  
 طیفها  
 ~ اپتیکی ۳۳۳-۳۲۹  
 ~ اتم هیدروژن ۲۵۵-۲۵۴، ۲۵۰-۲۴۷

- فرایند S و فرایند x، هسته‌زایی ۶۶۳-۶۶۵  
 فرض دوبروی ۱۳۶-۱۵۰، ۱۸۴  
 ~ آزمایش دیویسون-گرمر ۱۴۰-۱۴۴  
 ~ اصل مکملیت ۱۵۰  
 ~ پراش الکترون و ۱۴۱-۱۴۴  
 ~ تداخل دوشکافی ۱۳۹-۱۴۰  
 ~ دامنه موج، احتمال ۱۷۱-۱۷۳  
 ~ طول موج ۱۳۷-۱۳۹، ۱۴۸، ۱۵۴  
 فرضهای، آلبرت اینشتین: نگاه کنید به آلبرت اینشتین  
 فرضیه‌ها ۲۰-۲۲  
 فرمول پراکندگی کامپتون ۱۱۵  
 فرمول پلانک ۱۱۲-۱۱۳  
 فرمول تابش جسم سیاه پلانک ۴۲۳  
 فرمول ریلی-جینز ۱۱۱  
 فرمیونها ۴۰۷  
 فرمی-انریکو ۱۳، ۵۰۰، ۵۶۱  
 فرمی (fm) ۱۳  
 فضا زمان ۶۴۴-۶۴۹  
 فلزات  
 ~ الکترونها در ۴۶۴-۴۷۱  
 ~ پیوندهای فلزی ۴۴۹  
 فلزات فرومغناطیسی ۳۲۱  
 فلزات واسطه ۳۲۳-۳۲۴  
 فلوتورسانی ۳۳۰-۳۳۳  
 فمتومتر (fm) ۱۳  
 فوتوالکترونها/اثر فوتوالکتریک: نگاه کنید به  
 امواج الکترومغناطیسی، ویژگیهای موج‌گونه،  
 فوتودیودها ۴۸۵-۴۸۷  
 فوتون(ها) ۸۷  
 ~ انرژیهای جذب‌شده ۳۸۸-۳۹۱
- ~ تعریف ۱۲۳-۱۲۸  
 ~ جسم سیاه ۶۹۴  
 ~ نظریه ۱۰۱-۱۰۴  
 فوتونها و ۱۰۱  
 ~ فوتونها، تعریف ۱۲۳-۱۲۸  
 ~ آزمایش دوشکاف یانگ ۸۹-۹۴  
 ~ امواج تخت ۸۷-۹۷  
 ~ تولید پرتو x، تابش ترمزی و ۱۲۰-۱۲۲  
 ~ دوگانگی موج-ذره ۲۲۰-۲۲۳  
 فیچ. و ل ۷۱۶  
 فیزیک  
 ~ آماری: نگاه کنید به فیزیک آماری  
 ~ بالا انرژی ۶۰۹  
 ~ تابش پزشکی ۵۷۴-۵۷۶  
 ~ حالت جامد: نگاه کنید به فیزیک حالت جامد  
 ~ کلاسیک ۶-۱۲، ۴۰۲-۴۰۷  
 ~ نوین ۶-۷  
 ~ هسته‌ای: نگاه کنید به واکنشهای هسته‌ای  
 فیزیک آماری ۳۹۸-۴۳۷  
 ~ آمار کوانتومی ۴۱۸-۴۲۱  
 ~ تابش جسم سیاه ۴۲۱-۴۲۴  
 ~ تحلیل آماری ۳۹۹-۴۰۲  
 ~ توزیع اندازه سرعت ماکسول ۴۰۹-۴۱۱  
 ~ توزیع بوز-اینشتین ۴۱۸-۴۲۹  
 ~ توزیع سرعت ماکسول ۴۰۸-۴۱۱  
 ~ توزیع سرعت مولکولی ۴۰۷-۴۱۵  
 ~ توزیع فرمی-دیراک ۴۱۸-۴۲۹  
 ~ توزیع ماکسول-بولتزمن ۴۱۵-۴۱۸  
 ~ فرمول ظرفیت گرمایی ۴۲۵-۴۲۶

- قاعدهٔ گزینش ارتعاشی ۳۷۹-۳۸۰،  
 ۳۸۸-۳۸۷  
 قانون (ها) ۲۰-۲۲  
 ~ استفان ۱۰۷  
 ~ اول نیوتون ۳۰-۳۱  
 ~ براگ ۹۴  
 ~ پایستگی: نگاه کنید به قانونهای پایستگی  
 ~ جابه جایی وین ۱۰۷  
 ~ دوم ترمودینامیک ۴۰۱  
 ~ دوم نیوتون ۱۹۰  
 ~ لختی ۳۰-۳۱  
 ~ وایدمان-فرانتز ۴۷۰  
 ~ هابل ۶۸۶-۶۹۲  
 قانون استفان ۱۰۷  
 قانون براگ ۹۴  
 قانون جابه جایی وین ۱۰۷  
 قانون دوم ترمودینامیک ۴۰۱  
 قانون وایدمان-فرانتز ۴۷۰  
 قانون هابل ۶۸۹-۶۹۰  
 قضیهٔ نوتر ۵۹۹  
 قواعد هوند ۳۳۶  
 قواعد، گزینش ۲۹۷  
 ~ S و I ۳۳۷-۳۳۸  
 ~ ارتعاشهای مولکولی ۳۷۹-۳۸۰  
 ~ ارتعاشی ۳۸۷-۳۸۸  
 ~ ترکیب ۳۸۷-۳۸۸  
 ~ دورانی ۳۸۳، ۳۸۷-۳۸۸  
 قوانین پایستگی  
 ~ انرژی ۱۳-۱۴، ۶۴، ۱۸۳-۱۸۵، ۵۱۳  
 ~ بار الکتریکی ۵۱۴  
 ~ تکانه ۶۰-۶۱
- ~ کوانتومی در برابر کلاسیک ۴۰۲-۴۰۷  
 ~ گرمای ویژه و ۴۲۴-۴۲۶  
 ~ هلیوم مایع ۴۲۶-۴۲۹  
 فیزیک انرژیهای بالا ۶۱۰  
 فیزیک تابش پزشکی ۵۷۴-۵۷۶  
 فیزیک حالت جامد ۴۳۸-۴۹۳  
 ~ ابررسانایی، نظریه BCS ۴۷۳-۴۷۴  
 ~ الکترونها و فلزات ۴۶۴-۴۷۱  
 ~ پیوندهای فلزی ۴۴۹  
 ~ جامدات کووالانسی ۴۴۷-۴۴۹  
 ~ جامدات یونی ۴۳۹-۴۴۷  
 ~ انرژی بستگی ۴۴۳  
 ~ شبکهٔ مکعبی ۴۴۰-۴۴۳  
 ~ ویژگیهای ۴۴۵-۴۴۷  
 ~ رسانندگی الکتریکی ۴۶۶-۴۶۹  
 ~ رسانندگی گرمایی ۴۷۰  
 ~ ظرفیت گرمایی ۴۶۹  
 ~ نظریهٔ نواری: نگاه کنید به نظریهٔ نواری  
 جامدات  
 ~ نیمرساناها ۴۵۷، ۴۷۵-۴۸۷  
 ~ ترازبستورهای پیوندی ۴۸۷  
 ~ حالتهای بخشنده ۴۷۸-۴۸۰  
 ~ حالتهای پذیرنده ۴۷۹-۴۸۰  
 ~ دیودهای تونل ۴۸۴  
 ~ ذاتی ۴۷۵-۴۷۷  
 ~ فوتودیودها ۴۸۵-۴۸۷  
 ~ ناخالصی ۴۷۷-۴۷۸  
 ~ نوع-n ۴۸۰-۴۸۷  
 ~ نوع-p ۴۸۰-۴۸۷  
 فیزیک نوین ۶-۷  
 قاعدهٔ گزینش دورانی ۳۸۳، ۳۸۷-۳۸۸



- ~ همه چارچوبهای لغت ۶۰-۶۱
- ~ خطی ۱۳-۱۴، ۵۱۴
- ~ در وایشی پرتوزا ۵۱۳-۵۱۵
- ~ ذرات بنیادی و ۵۹۷-۶۰۴
- ~ زاویه‌ای (L) ۱۳-۱۴، ۵۱۴
- ~ عدد جرمی ۵۱۴
- کاربرد ذره آزاد، معادله شرودینگر ۱۹۳-۱۹۴
- کاربردهای یک بعدی، معادله شرودینگر ۱۹۴-۱۹۹
- کامپتون، آرتور. ه ۱۱۷
- کاتونها ۶۰۱-۶۰۳، ۷۱۶
- کیالت، تابع کار فوتوالکتریک ۹۹
- کربن ۳۶۷
- کرونین، ج. و ۷۱۶
- کمیته‌ها، دوشکاف ۹۲
- کندسازی ۵۶۱
- کندی و تورندایک ۷۳
- کوآرک افسون (c) ۶۲۸، ۶۲۸
- کوآرک بالا (u) ۶۲۱-۶۲۳، ۶۲۸-۶۲۹
- کوآرک سر (t) ۶۲۷-۶۲۸
- کوآرکها ۵۸۸
- ~ ترکیبهای کوآرک - پادکوآرک ۶۲۴
- ~ مدل کوآرک، ذرات بنیادی ۶۲۱-۶۲۸
- کوآرکهای پایین (d) ۶۲۲-۶۲۴، ۶۳۸-۶۳۰
- کوآرکهای تشکیل دهنده ۶۲۹
- کوآرکهای ته (b) ۶۲۹
- کوآرکهای شگفت (s) ۶۲۲-۶۲۴، ۶۲۸-۶۳۰
- کوانتس فضایی ۲۸۴-۲۸۵
- کوانتومها/کوانتوم: به امواج مکانیکی نیز نگاه کنید
- ~ آماری ۴۱۸-۴۲۱
- ~ اعداد ۲۰۳-۲۰۶، ۲۷۵-۲۷۶
- ~ اصل پائولی و ۳۱۰
- ~ بسته‌ها ۸۷، ۱۱۲
- ~ فیزیک ۱۱۲
- ~ کرومودینامیک ۵۸۹، ۶۳۰
- ~ مکانیک، ویژگیهای موج گونه ذرات: نگاه کنید به ذره (ها)
- ~ نظریه‌ها ۵-۷
- کوپر، لئون، ن ۴۷۳
- کوچکترین رقم بامعنی ۱۷-۲۰
- کوری (یکا) ۵۰۹
- کوری، ایرن ۵۱۰
- کوری، ماری ۵۱۰
- کولن (c) ۱۴-۱۵
- کهکشانشنا ۶۸۷-۶۹۲
- کیلو الکترون ولت (keV) ۱۴
- کیلوگرم (kg) ۱۵
- کیهانشناسی ۶۸۵-۶۸۶
- ~ پارامتر شتاب منفی ۷۰۴
- ~ تابش زمینه میکروموج ۶۹۲-۶۹۸
- ~ تشکیل اتم ۷۱۰-۷۱۴
- ~ تشکیل دوترون ۷۱۲
- ~ تشکیل هسته‌ها ۷۱۰-۷۱۴
- ~ چگالی بحرانی و ۷۱۸-۷۲۱
- ~ عالم
- ~ آینده ۷۱۷-۷۲۱
- ~ انبساط ۶۸۶-۶۹۲
- ~ عالم با سیطره تابش ۷۰۵
- ~ عالم با سیطره ماده ۷۰۴-۷۰۵
- ~ فراوانی هلیوم ۷۱۵
- ~ قانون هابل ۶۸۹-۶۹۲
- ~ ماده تاریک ۶۹۸-۷۰۲

- ~ نسبت عام و ۷۰۵-۷۰۲
- ~ نظریه مهبانگ: نگاه کنید به نظریه مهبانگ
- ~ واچفتیدگی تابش الکترومغناطیسی ۷۱۳
- گازهای بی‌اثر ۳۲۲
- گاف انرژی، نظریه نواری جامدات ۴۵۹-۴۵۶
- گالیه ۷، ۲۰، ۳۰، ۶۴۱
- گاموف، جورج ۶۹۳
- گایگر، هانس ۲۳۷
- گرانی ۶۴۹-۶۳۹
- ~ برهم‌کنشهای گرانشی ۵۸۹
- ~ تابش گرانشی ۶۵۴
- گرما ۱۰۷-۱۰۵، ۱۰۱
- گرما ظرفیت ۴۲۵-۴۲۶، ۴۶۹-۷۰
- گرمر، لستر ۱۴۰-۱۴۲
- گسیل القایی ۳۴۰-۳۴۳
- گسیل برانگیخته ۳۴۰
- گسیل خودبه‌خود ۳۳۹
- گشتاور مغناطیسی ( $\mu$ ) ۱۰-۱۱، ۱۸-۲۹۵
- گشتاورهای دوقطبی الکتریکی ۲۸۹-۲۹۵، ۳۷۶، ۴۵۱
- گشتاورهای مغناطیسی مداری ( $\mu$ ) ۲۸۹
- گلمان، موری ۶۳۱
- گلوئون ۶۳۰
- گیگا الکترون ولت (GeV) ۱۴
- لاتانیدها (خاکهای کمیاب) ۳۲۴
- لاوه، ماکس فون ۹۴
- لیتون (ها) ۵۹۴۰، ۵۹۸
- ~ عدد، پایستگی ۵۹۸-۶۰۰
- لختی
- ~ چارچوبهای لخت ۳۰۰، ۶۱-۶۲
- ~ قوانین ۳۰-۳۱
- لیزر دیودی ۴۸۶
- لیزر هلیم-نتون ۳۴۲-۳۴۶
- لیزرها ۳۳۹-۳۴۵، ۴۸۶
- لیزرهای نيمرسانا ۴۸۶
- ماتینر، لیزه ۵۵۹
- ماد ۵۹۳
- ماده تاریک ۶۹۸-۷۰۲
- ماه: مسه‌ای ۵۰۰
- مارسدن، ارنست ۲۲۷
- ماکسول، جیمز ک. ۵
- مایکلسون، آلبرت ۳۴-۳۷، ۷۲-۷۳
- ~ نور (c)، سرعت نبات ۳۷
- متر ۱۳
- محصورسازی ۵۶۹-۵۷۳
- محصورسازی مغناطیسی ۵۷۰-۵۷۱
- محیطها ۴۸
- ~ اثر: نگاه کنید به اثر
- مدارهای نافذ ۳۱۳-۳۱۵
- مدرک تجربی غیرمستقیم ۲۱
- مدل اتمی رادرفورد - بور: نگاه کنید به مدل بور
- مدل استاندارد ذرات بنیادی ۶۲۸-۶۳۱
- ~ مدل بور برای: نگاه کنید به مدل بور
- مدل بور - رادرفورد: نگاه کنید به مدل بور
- ~ زاویه پراکندگی، مدل تامسون ۲۳۴-۲۳۷
- ~ مدل تامسون ۲۳۳-۲۳۷
- مدل تامسون، برای اتم، زاویه پراکندگی برای
- ۲۳۲-۲۳۷، ۲۳۴-۲۳۷
- مدل کرونینگ - پنی ۴۶۲-۴۶۴
- مزونها ۵۹۲-۵۹۶، ۶۰۱-۶۰۳، ۶۲۳
- ۶۲۶-۶۲۸

- مزونهای K ۶۰۱-۶۰۳، ۷۱۶  
 مزونهای پی (پیونها) ۷۳  
 مس، تابع کار فوتوالکتریک ۹۹  
 مسافت آزاد میانگین، الکترونها ۳۶۷-۳۶۸  
 مسئله تورمی ۷۲۰  
 مسئله تخت بودن ۷۱۹-۷۲۱  
 معادله شرودینگر ۱۸۲-۲۲۹  
 ~ احتمالات و بهنجارش ۱۹۰-۱۹۳  
 ~ استقلال از زمان ۱۸۵  
 ~ پله‌ها و سدها، انرژی پتانسیل (U)  
 ۲۱۲-۲۲۳  
 ~ ترازهای انرژی نوسانگر هماهنگ  
 ۲۰۸-۲۰۹  
 ~ توابع موج در چاههای نامتناهی  
 ۱۹۷-۲۰۰  
 ~ توجیه ۱۸۳-۱۸۵  
 ~ چگالی احتمال ۱۹۱، ۲۰۳-۲۰۶، ۲۰۹  
 ~ صفر ۲۱۲  
 ~ در مختصات کروی ۲۷۳-۲۷۵  
 ~ ذره در جعبه  
 ~ دوبعدی ۲۰۱-۲۰۶  
 ~ یک بعدی ۱۹۴-۱۹۹  
 ~ روش کار ۱۸۵-۱۹۰  
 ~ سدها، پله‌ها و انرژی پتانسیل (U)  
 ۲۱۲-۲۲۳  
 ~ کاربرد ذره آزاد ۱۹۳-۱۹۴  
 ~ کاربردهای ۱۹۳-۲۰۶  
 ~ مقادیر انرژی در چاههای نامتناهی  
 ۱۹۴-۱۹۹  
 ~ میانگین یا مقدار انتظاری ۱۹۳  
 ~ نوسانگر هماهنگ ساده ۲۰۶-۲۱۰  
 ~ وابستگی زمانی ۲۱۰-۲۱۲
- ~ یک بعدی ۱۹۴-۱۹۹  
 ~ استقلال از زمان ۱۸۵  
 معیار لایوسون ۵۷۰-۵۷۳  
 مغناطیس، الکتریسته و به امواج  
 الکترومغناطیسی هم نگاه کنید ۹-۱۲  
 مقادیر Q  
 ~ واپاشیهای بتا ۵۱۹-۵۲۳  
 ~ واپاشی الکترون منفی ۵۲۰  
 ~ واپاشی گیراندازی الکترون ۵۲۳  
 ~ واپاشی هسته ۶۱۰  
 ~ واکنش ۵۵۳-۵۵۵  
 ~ واکنشهای ذره ۶۱۵-۶۱۹  
 ~ واکنشهای هسته‌ای ۵۵۳-۵۵۶  
 مقاومت ویژه، الکتریکی ۳۱۸-۳۲۰  
 مقدار Q برای واپاشی گیراندازی الکترون ۵۲۳  
 مقدار Qی واپاشی بتازای مثبت ۵۲۲  
 مقدار Qی واپاشی بتازای منفی ۵۲۱  
 مکان  
 ~ توابع موج: نگاه کنید به توابع موج  
 ~ چگالی احتمال: نگاه کنید به چگالی  
 احتمال  
 مکان ۱۹۰  
 ~ تابع موج: نگاه کنید به توابع موج  
 ~ عدم قطعیت مکان-تکانه ۱۱۵  
 مکانیک موجی، به کوانتومها/کوانتوم هم نگاه  
 کنید ۱۱۲  
 ~ اتم هیدروژن در ۲۷۳-۳۰۸  
 ~ ویژگیهای موج گونه ذرات: نگاه کنید به  
 ذرات  
 مگا الکترون ولت (MeV) ۸۴  
 مندلیف، دیمتری ۳۱۸

- مؤلفه  $z$  تکانه زاویه‌ای (L) ۲۸۲  
 مواد پارامغناطیسی ۳۲۱  
 مواد دیامغناطیسی ۳۲۱  
 موجکها، زمینه میکروموج و ۷۱۶-۷۱۷  
 مورلی، ای. و ۳۴-۳۷  
 موزلی، هنری، جی ۳۲۸  
 مولکولهای آلی ۳۶۶  
 مولکولهای با پیوند s ۳۵۹-۳۶۰  
 مولکولهای با پیوند pp ۳۶۰-۳۶۴  
 مولکولهای دواتمی ۳۷۵  
 مولکولهای قطبی ۴۵۱  
 موئون (ها) ۶۲۸  
 میدان مغناطیسی خارجی ۱۱  
 میکرو حالتها ۴۰۰-۴۰۱  
 میکروسکوپ تونل زنی روبشی ۲۱۹-۲۲۰  
 میکرومتر ( $\mu m$ ) ۱۳  
 میلیکان، رابرت ۱۰۲  
 میمان، ت. ه. ۳۴۱  
 ناحیه تهی ۴۸۰  
 نانومتر (nm) ۱۳  
 نتایج تجربی ۱۰۰-۱۰۱  
 نسبیّت  
 ~ اصل (اصل موضوع اول) ۳۷  
 ~ عام: نگاه کنید به اختر فیزیک و نسبیّت  
 عام  
 ~ نظریه خاص: نگاه کنید به نظریه نسبیّت  
 خاص  
 نسبیّت عام: نگاه کنید به اختر فیزیک و نسبیّت  
 عام  
 نسبیّت گالیه ۳۰-۳۴، ۷۳  
 نظریه  
 ~ BCS ابررسانایی ۴۷۳-۴۷۴  
 ~ اتمی ۳۱۷-۳۱۸  
 ~ اثر فوتوالکتریک ۹۷-۱۰۵  
 ~ الکتروضعیف ۶۳۰  
 ~ پلانک ۱۱۱-۱۱۲  
 ~ تعریف ۲۰-۲۲  
 ~ جامدات، نواری: نگاه کنید به نظریه نواری  
 جامدات  
 ~ جنبشی، ماده ۱۳  
 ~ کوانتومها/کوانتوم: نگاه کنید به  
 کوانتومها/کوانتوم  
 ~ گرمای ویژه ۴۲۴-۴۲۶  
 ~ مهبانگ: نگاه کنید به نظریه مهبانگ  
 نسبیّت  
 ~ خاص: نگاه کنید به نظریه نسبیّت  
 خاص  
 ~ عام: نگاه کنید به اختر فیزیک و  
 نسبیّت عام  
 ~ نوتر ۵۵۹  
 ~ وحدت بزرگ (GUTs) ۶۳۰، ۷۱۶  
 نظریه اتمی، جدول تناوبی و ۳۱۷-۳۱۸  
 نظریه گرمای ویژه ۴۲۴-۴۲۶  
 نظریه مهبانگ ۶۸۶، ۶۹۲، ۷۰۵-۷۱۷  
 ~ پادماده و ۷۱۵-۷۱۶  
 ~ پزواکهای ۷۱۴-۷۱۷  
 ~ سیاهچاله‌های کوچولو ۷۱۶  
 ~ عامل بولتزمن ۷۰۸-۷۰۹  
 ~ فراوانی هلیم و ۷۱۵  
 ~ نوترینوها و ۷۱۴  
 ~ واپاشی نوترون ۷۰۸-۷۰۹  
 واکنشهای هسته‌ای ۷۰۸-۷۰۹

- نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) ۴۷۳-۴۷۴  
 نظریه الکتروضعیف ۶۳۰-۶۳۱  
 نظریه الکترومغناطیسی ۶  
 نظریه اینشتین ۱۰۱-۱۰۴  
 نظریه پلانک ۱۱۱-۱۱۲  
 نظریه نسبیت خاص ۲۸-۸۶  
 ~ آزمایش مایکلسون-مورلی ۳۴-۳۷  
 ~ آزمونهای تجربی ۷۱-۷۹  
 ~ اثر دوپلر ۷۴-۷۶  
 ~ اصل موضوعهای اینشتین: نگاه کنید به  
 آلبرت اینشتین  
 ~ انرژی و ۷۶-۷۷  
 ~ انقباض طول ۵۱-۵۲  
 ~ پارادوکس دوقلوها ۵۶-۵۸، ۷۷-۷۹  
 ~ تبدیل سرعت، لورنتس ۵۲-۵۳، ۵۸-۶۱  
 ~ تبدیل لورنتس ۵۰-۵۲  
 ~ تبدیل، گالیه ۳۰-۳۱  
 ~ تکانه و انرژی ۷۶-۷۷  
 ~ چارچوبهای لخت ۳۰  
 ~ دینامیک، نسبیتی: نگاه کنید به دینامیک  
 نسبیتی  
 ~ واتساع زمان ۴۰-۴۱، ۷۴، ۶۰۶-۷  
 ~ و نور، سرعت (c): نگاه کنید به نور  
 ~ همزمان سازی ساعتها و ۵۳-۵۵  
 ~ همزمانی و ۵۳-۵۵  
 نظریه نواری جامدات ۴۵۳-۴۶۴  
 ~ توجیه ۴۵۹-۴۶۴  
 ~ جمعبندی ۴۵۹  
 ~ مدل کرونینگ-پنی ۴۶۲-۴۶۴  
 ~ گاف انرژی، نوارهای والانس و رسانش  
 ۴۵۶-۴۵۹  
 نظریه‌های ذوب، جامدات مولکولی ۴۵۳  
 نمادهای طیفی و ترازهای انرژی و ۲۹۵-۲۹۷  
 نوارهای رسانش، نظریه نواری جامدات  
 ۴۵۶-۴۵۹  
 نوتر، امی ۵۹۹  
 نوترون (ها) ۴۹۶  
 ~ ائتلاف ۵۶۱  
 ~ تأخیری ۵۵۸-۵۶۰  
 ~ تحلیل با فعالسازی ۵۷۳-۵۷۴  
 ~ تکثیر ۵۵۸  
 ~ شار ( $\phi$ ) ۵۴۸  
 ~ واپاشی ۷۰۸  
 نوترونهای آنی ۵۵۸  
 نوترونهای تأخیری ۵۵۹  
 نوترینو (ها) ۵۳۱-۵۹۳  
 ~ زمینه، نظریه مهبانگ و ۷۱۴  
 ~ موئون ۶۲۸  
 نور ۴۵۲  
 ~ پسامد ۱۰۱  
 ~ دیودها و ۴۸۵-۴۸۷  
 ~ سرعت (c) ۱۶  
 ~ اصل ثبات (اصل موضوع دوم)  
 ۳۷-۳۸  
 ~ آزمایش مایکلسون مورلی ۳۴،  
 ۷۲-۷۳  
 ~ آزمونهای تجربی ۷۱-۷۴

- نور ستاره، انحراف ۶۴۹-۶۵۱  
 نور سیاه ۳۳۰  
 نوسانگر هماهنگ ساده ۲۰۶-۲۱۰  
 نوسانگرها  
 ~ کلاسیک ۲۰۶  
 ~ هماهنگ ساده ۲۰۶-۲۱۰  
 نوسانها ۱۱۲، ۴۲۵  
 نوکلئونها ۴۹۶  
 نیروی الکتروستاتیک ۹  
 نیروی تبادل ۵۰۶-۵۰۷  
 نیروی قوی ۵۰۶، ۵۹۰  
 نیروی وان دروالس ۴۵۲  
 نیروی هسته‌ای ۵۰۵-۵۰۸  
 نیرساناها: نگاه کنید به فیزیک حالت جامد  
 نیرساناهای ذاتی ۴۷۵-۴۷۷  
 نیرساناهای ناخالصی ۴۷۷-۴۷۸  
 نیرساناهای نوع-P ۴۸۰-۴۸۷  
 نیرساناهای نوع-n ۴۸۰-۴۸۷  
 نیمه‌عمرها ۵۱۷  
 نیوتون، ایزاک ۵، ۲۰، ۲۸  
 ~ قانون اول ۳۰-۳۱  
 ~ قانون دوم ۱۹۰  
 وابستگی زمانی، معادله شرودینگر ۲۱۰-۲۱۲  
 واپاشی بتا ۵۰۹، ۵۱۹-۵۲۳  
 واپاشی: نگاه کنید به پرتوزایی  
 واجفتیدگی ۷۱۳  
 وارونی جمعیت ۳۴۱  
 واکنش نابودی ۵۹۳  
 واکنشها  
 ~ آستانه‌های ۵۵۵، ۶۱۹  
 ~ بررسی انرژی ۶۱۵-۱۶۲  
 ~ مقدار Q ۵۵۳-۵۵۶  
 واکنشهای انرژی‌خواه ۵۵۴-۵۵۵  
 واکنشهای انرژی‌زا ۵۵۴-۵۵۵  
 واکنشهای زنجیره‌ای ۵۵۸-۵۶۰  
 واکنشهای هسته‌ای ۵۴۳-۵۸۷، ۷۰۸-۷۰۹  
 ~ انرژی جنبشی آستانه ۵۵۵  
 ~ انواع ۵۴۳-۵۴۹  
 ~ پرتوزایی: نگاه کنید به پرتوزایی  
 ~ تحلیل با فعالسازی نوترونی ۵۷۳-۵۷۴  
 ~ تولید ایزوتوپ در ۵۴۹-۵۵۲  
 ~ سطح مقطع ۵۴۶-۵۴۸  
 ~ سینماتیک واکنشهای کم‌انرژی ۵۵۲-۵۵۶  
 ~ شکافت: نگاه کنید به شکافت  
 ~ عناصر مصنوعی و ۵۷۸-۵۸۰  
 ~ فعالیت تولیدشده در ۵۴۹-۵۵۰  
 ~ فیزیک تابش پزشکی ۵۷۳-۵۷۴  
 ~ کاربردها، دیگر ۵۷۳-۵۸۰  
 ~ مقدار Qی واکنش ۵۵۳-۵۵۵  
 ~ همجوشی: نگاه کنید به همجوشی  
 واگنی ۲۰۱-۲۰۵  
 واگنی دوتایه ۲۰۵  
 والانس، نظریه نواری جامدات ۴۵۶-۴۵۹  
 واینبرگ، استیون ۶۳۰  
 وضعیت بحرانی ۵۶۰  
 ولتاژ  
 ~ معکوس ۴۸۲  
 ~ موافق ۴۸۲  
 مستقیم ۴۸۲  
 معکوس ۴۸۳  
 ویژگیهای میکروسکوپی ۴۰۰

- ویژه زمان ۴۰  
 ویژه طول ۴۲  
 ویژه طول عمر ۶۰۶  
 هابل، ادوین ۶۸۶  
 هالس، راسل ۶۷۳-۶۷۲  
 هایزنبرگ، ورنر ۱۵۶  
 هرتز، گوستاو ۲۶۰  
 هرتز، هاینریش. ر ۹۷، ۵  
 هسته ۲۳۸
- ~ نهایت نزدیکی به، مدل بور ۲۴۷-۲۴۵  
 هسته‌زایی ۶۶۵-۶۶۰  
 هسته‌های پایدار ۵۰۹-۵۰۸  
 هسته‌های ناپایدار ۵۱۰-۵۰۸  
 هلیم ۳۳۸-۳۳۷  
 ~ فراوانی ۵۴۱  
 ~ مایع ۴۲۹-۴۲۶  
 ~ نظریه مهبانگ و ۵۴۳  
 هلیم مایع ۴۲۹-۴۲۶  
 همجوشی ۵۷۳-۵۶۵
- ~ چرخه پروتون-پروتون ۵۶۷-۵۶۶  
 ~ چرخه کربن ۵۶۸  
 ~ راکتورها ۵۷۳-۵۶۹  
 ~ محصورسازی لخت ۵۷۳-۵۷۱  
 ~ محصورسازی مغناطیسی ۵۷۱-۵۷۰  
 ~ گرما هسته‌ای ۵۷۳-۵۶۹، ۵۶۶  
 همجوشی چرخه کربن ۵۶۸  
 همزمانی و همزمان‌سازی ساعتها ۵۵-۵۳  
 هوپل، فرد ۶۹۲  
 یالو، رزالیند ۵۷۷  
 یکاها و ابعاد ۱۷-۱۲  
 ~ انرژی ۱۳  
 ~ بار الکتریکی ۱۵-۱۴  
 ~ ثابت پلانک (h) ۱۰۳، ۱۰۱، ۱۷-۱۶  
 ~ جرم ۱۶-۱۵  
 ~ طول ۱۳  
 ~ نور، سرعت (c) ۱۶  
 یکاهای جرم: نگاه کنید به یکای جرم  
 وحدت یافته (u)  
 یکای جرم اتمی وحدت یافته (U) ۱۵