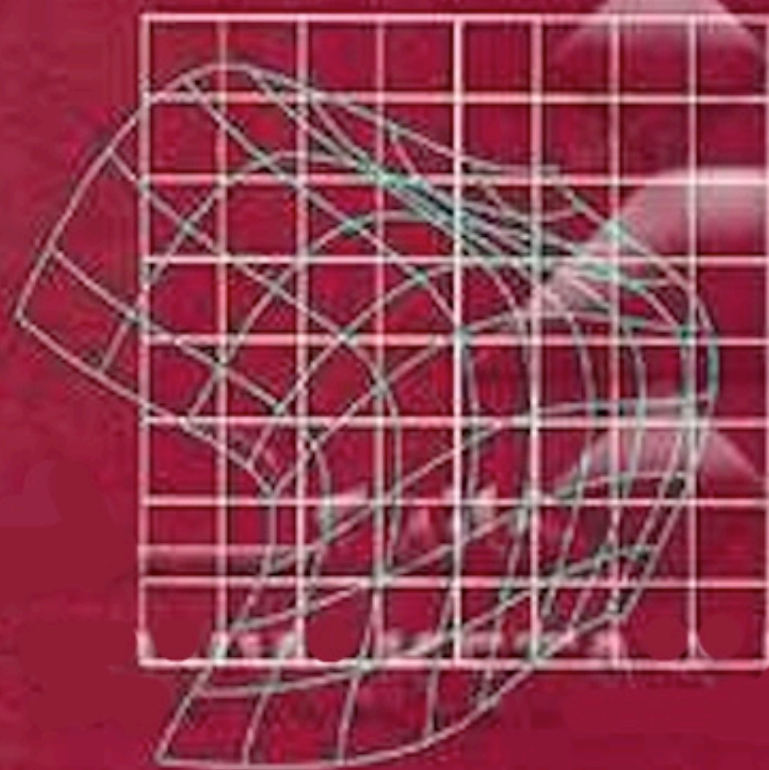




فیزیک نوین

ہانس سی . اُہانیان



ترجمہ : دکتر جلال الدین پاشایی راد ، بہرام معلمی

فیزیک نوین

ہانس سی. اُہانیاں

ترجمہ

دکتر جلال الدین پاشایی راد، بہرام معلمی

کتاب ماد

(وابستہ بہ نشر مرکز)

پیشگفتار نویسنده

یازده

فصل ۱ ذرات و امواج در فیزیک کلاسیک ۱

۲	ذرات کلاسیک	۱.۱
۷	کشف الکترون	۲.۱
۱۴	یونها و ایزوتوپها	۳.۱
۲۱	نظریه جنبشی	۴.۱
۲۵	توزیع ماکسول برای سرعتهای مولکولی؛ عامل بولتزمن	۵.۱
۳۳	امواج کلاسیک	۶.۱
۴۷	هم ارزی انرژی و جرم	۷.۱
۵۰	پرتوهای X	۸.۱
۵۶	خلاصه فصل	
۵۹	مسائل	

فصل ۲ نظریه نسبیت خاص ۶۷

۶۸	سرعت نور و اثر	۱.۲
۷۴	اصل نسبیت انیشتین	۲.۲
۷۶	تبدیلهای لورنتس	۳.۲
۸۸	اتساع زمان	۴.۲
۹۳	انقباض طول	۵.۲
۹۵	ترکیب سرعتها	۶.۲
۹۶	انرژی و تکانه نسبیتی	۷.۲
۱۰۴	خلاصه فصل	
۱۰۶	مسائل	

فصل ۳ کوآتومهای انرژی ۱۱۳

۱۱۴	تابش جسم سیاه	۱.۳
۱۱۹	کوآتتش انرژی پلانک	۲.۳
۱۲۵	فوتونها و اثر فوتوالکتریک	۳.۳
۱۳۱	اثر کامپتون	۴.۳
۱۳۷	تضعیف پرتوهای X	۵.۳
۱۴۰	گرمای ویژه جامدات	۶.۳
۱۴۳	خلاصه فصل	
۱۴۴	مسائل	

فصل ۴ ساختار اتمی و خطوط طیفی ۱۴۹

۱۵۰	خطوط طیفی	۱.۴
۱۵۶	سریهای طیفی هیدروژن	۲.۴
۱۵۹	اتم هسته‌ای	۳.۴
۱۶۴	نظریه بور	۴.۴
۱۷۳	اصل همخوانی (تطابق)	۵.۴
۱۷۵	جذب انرژی؛ آزمایش فرانک - هرتز	۶.۴
۱۷۹	طیف پرتو X مشخصه؛ قانون موزلی	۷.۴
۱۸۳	خلاصه فصل	
۱۸۴	مسائل	

فصل ۵ مکانیک موجی (۱) ذرات آزاد ۱۹۳

۱۹۴	طول موج دو بروی	۱.۵
۱۹۸	ذره در مقابل موج؛ دوگانگی	۲.۵
۲۰۶	روابط عدم قطعیت؛ اصل مکمل بودن	۳.۵
۲۱۲	معادله موج شرودینگر برای ذره آزاد	۴.۵
۲۱۷	بسته‌های موج؛ سرعت گروه	۵.۵
۲۲۲	خلاصه فصل	
۲۲۳	مسائل	

فصل ۶ مکانیک موجی (۲) ذرات مقید به پتانسیل

۲۳۳		
۲۳۴	ذره در داخل جعبه	۱.۶
۲۴۰	معادله شرودینگر دارای پتانسیل	۲.۶
۲۴۳	ذره در یک چاه پتانسیل متناهی	۳.۶
۲۴۸	نفوذ در سد	۴.۶
۲۵۵	نوسانگر هماهنگ	۵.۶
۲۵۹	اتم هیدروژن	۶.۶
۲۶۷	خلاصه فصل	
۲۶۹	مسائل	

فصل ۷ اسپین و اصل طرد

۲۷۹		
۲۸۰	اسپین الکترون	۱.۷
۲۸۸	تکانه زاویه‌ای کل؛ جفت شدگی L-S	۲.۷
۲۹۳	اثر زیمان	۳.۷
۲۹۹	اصل طرد پائولی	۴.۷
۳۰۴	جدول تناوبی عناصر	۵.۷
۳۱۳	ترازهای انرژی مولکولی	۶.۷
۳۱۹	گسیل القایی؛ لیزر	۷.۷
۳۲۸	خلاصه فصل	
۳۳۰	مسائل	

فصل ۸ الکترونها در جامدات

۳۳۷		
۳۳۸	پیوند بین اتمها	۱.۸
۳۴۳	گاز الکترون آزاد	۲.۸
۳۵۲	نظریه نواری جامدها؛ رساناها، نیمرساناها و عایقها	۳.۸
۳۵۸	وسیله‌های نیمرسانا	۴.۸
۳۶۳	آبر رسانایی	۵.۸
۳۷۶	خلاصه فصل	
۳۷۷	مسائل	

فصل ۹ ساختار هسته‌ای ۳۸۳

۳۸۶	ایزوتوپها	۱.۹
۳۹۴	اندازه و شکل هسته	۲.۹
۳۹۸	نیروی قوی	۳.۹
۴۰۲	مدل قطره مایع	۴.۹
۴۱۰	مدل پوسته‌ای	۵.۹
۴۱۵	تشدید مغناطیسی هسته (NMR)	۶.۹
۴۲۱	خلاصه فصل	
۴۲۲	مسائل	

فصل ۱۰ تبدیلهای هسته‌ای ۴۲۹

۴۳۰	واپاشی پرتوزا	۱.۱۰
۴۳۸	واپاشی آلفا	۲.۱۰
۴۴۱	واپاشی بتا	۳.۱۰
۴۴۶	واکنشهای هسته‌ای انرژی - پایینی؛ هسته مرکب	۴.۱۰
۴۵۵	شکافت	۵.۱۰
۴۶۰	واکنشهای زنجیره‌ای	۶.۱۰
۴۶۸	همجوشی هسته‌ای	۷.۱۰
۴۷۳	خلاصه فصل	
۴۷۴	مسائل	

فصل ۱۱ ذرات بنیادی ۴۸۱

۴۸۲	کشف پادالکترون، میون، و پيون	۱.۱۱
۴۹۰	شتابدهندها و آشکارسازهای انرژی بالا	۲.۱۱
۵۰۴	لپتونها، باریونها، و مزونها	۳.۱۱
۵۱۶	برهم کنشهای بنیادی	۴.۱۱
۵۲۲	کمیت‌های پایسته	۵.۱۱
۵۳۲	راه هشتگانه؛ کوارکها	۶.۱۱
۵۳۹	رنگ و افسون	۷.۱۱

۵۴۴ خلاصه فصل
۵۴۵ مسائل

۵۴۹ پیوستها

۵۴۹ پیوست ۱ بهترین مقادیر ثابتهای بنیادی
۵۵۳ پیوست ۲ ضرایب تبدیل
۵۶۱ پیوست ۳ جدول تناوبی عناصر شیمیایی
۵۶۲ پیوست ۴ ایزوتوپها
۵۷۷ پیوست ۵ جواب مسائل زوج
۵۸۵ برخی از اطلاعات ضروری

۵۸۷ کتابشناسی
۵۹۱ فهرست راهنما

پیشگفتار

در این کتاب با فیزیک نوین، یعنی فیزیک قرن بیستم، آشنا می‌شویم. این کتاب برای آن دسته از دانشجویان علوم و مهندسی در نظر گرفته شده است که با مکانیک کلاسیک و الکترومغناطیس از طریق یک دوره فیزیک عمومی مبتنی بر حساب دیفرانسیل و انتگرال آشنا شده‌اند، اما هنوز فیزیک کوانتومی یا نسبیت را نیاموخته‌اند.

کتاب با مروری بر خواص ذرات و امواج در فیزیک کلاسیک آغاز می‌شود، و آنگاه به نظریه نسبیت خاص، کشف کوانتوم انرژی، نظریه کوانتوم «قدیمی» بور، مکانیک موجی، تکانه زاویه‌ای اسپین، اتم و مولکول، لیزر، فیزیک حالت جامد (مشمول بر ابررسانائی)، فیزیک هسته‌ای (از جمله شکافت و همجوشی هسته‌ای)، و ذرات بنیادی می‌پردازد. نظم مباحث کم و بیش به ترتیب زمانی است؛ اما به خاطر حفظ پیوستگی فیزیک کوانتومی، نسبیت را پیش از کشف کوانتوم آورده‌ایم. فصل مربوط به نسبیت، علیرغم اینکه در اوایل کتاب آمده، انتخابی است؛ در فصلهای بعدی به آن نیاز پیدا نمی‌شود. در استخراج اثر کامپتون از به کارگیری نسبیت اجتناب ورزیده‌ام، و در عوض بر استنتاج نانسیتی تقریب زومرفلد تکیه کرده‌ام، که همان نتیجه‌ای را می‌دهد که از محاسبات درهم برهم تر نسبیتی به دست می‌آوردیم. به همین ترتیب، در استخراج فرمول جرم-انرژی هم از نسبیت بهره نگرفته‌ام، و در عوض بر آزمایش ذهنی* ساده اینشتین تکیه کرده‌ام که در آن از بقای تکانه و فشار نور بهره‌برداری می‌شود. هر چند که احتراز تعمدی من از نسبیت ممکن است خارج از روند کلی فیزیک قرن بیستم به نظر آید، اما معتقدم که با سوابق تاریخی سازگار است: تا ظهور الکترودینامیک کوانتومی و ساخت شتابگرهای انرژی بالا در سالهای ۱۹۳۰، نسبیت در تکوین و پیشرفت فیزیک نقشی نسبتاً حاشیه‌ای ایفا کرد.

این کتاب حاصل تجربیات من از تدریس یک دوره درس فیزیک نوین به دانشجویان یونیون کالج است. نگرانی من این بود که

سطح ریاضی اکثر کتابهای درسی موجود از دانشجویان طلب می‌کرد که سطح ریاضی خود را با یک جهش ناگهانی بسیار گسترده ارتقاء دهند. از این دانشجویان، در حالیکه تا این مقطع فقط با مشتقها و انتگرالهای ساده در درسهای فیزیک کلاسیک خود سروکار داشتند، ناگهان انتظار می‌رفت به مسائل ویژه مقدار متضمن معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، جداسازی متغیرها، و گروهی از توابع ریاضی خاص بپردازند. تأکید بر این نوع ریاضیات فانتزی و تفریحی به انحراف توجه دانشجویان از مفاهیم زیربنایی فیزیک می‌انجامد؛ مفاهیمی که مآلاً بسی مهمند. تصمیم گرفتم که با محدود کردن خود به انجام کامل عملیات ریاضی در مورد مثالهای ساده‌ای از پتانسیلهای تکه‌ای ثابت یک بعدی، و با بررسی و حل تمامی مثالهای مربوط به پتانسیلهای متغیر - چون نوسانگر هماهنگ و اتم هیدروژن - به وسیله تقریب WKB برای ویژه مقدارهای انرژی $\oint \sqrt{2m(E-U)} dx = nh$ ، از این دام حذر کنم. مزیت این تقریب آن است که تصویر روشنی از رابطه میان ویژه مقدارها و امواج ایستاده، در برابر چشمان دانشجویان قرار می‌دهد. هرچند که تقریب WKB فقط به ازای اعداد کوانتومی بزرگ صادق است، معمولاً حتی به ازای اعداد کوانتومی کوچک نتایج خوبی به بار می‌آورد (گاهی هم شاید نتایج فوق‌العاده خوبی، که این خطر را هم دارد که دانشجویان را بفریبند، خطری که من آن را قابل تحمل به شمار آورده‌ام).

در تمام این کتاب هم خود را بر ارائه کاربردهای عملی جدید قرار داده‌ام؛ مانند طیف‌نمایی تشدید - یونشی (بخش ۶.۴)، طیف‌نمایی بدون اثر دوپلر (بخش ۷.۷)، پتانسیومتر اثر جوزفسون (بخش ۵.۸)، عکسبرداری NMR (بخش ۶.۹). کاربردهای سنجش شناختی گوناگون را نیز که به آخرین اقدامهای تعیین بسیار دقیق ثابتهای بنیادی انجامیده‌اند، مطرح کرده‌ایم. برای اطمینان از اینکه مطالب این کتاب حاوی اطلاعات به روز باشند، تلاش فراوانی کرده‌ام. مثلاً، فصل مربوط به نسبیت خاص حاوی بحثی است در خصوص جدیدترین آزمونهای تجربی اثر اتساع زمان، و فصل مربوط به ذرات بحث نظریه الکترو ضعیف، شکست تقارن، و کشف بوزونهای واسطه، را در بر دارد.

در پایان هر فصل فرمولهای مهم کتاب را به طور خلاصه آورده ایم تا ارجاع به آنها برای خواننده آسان باشد. مسائل انتهای هر فصل هم گستره‌ای را از تمرینهای ساده تا استنتاج نسبتاً پیچیده نتایج تکمیلی در بر می‌گیرد. (مسائل فوق‌العاده دشوار با علامت + مشخص شده‌اند) دستگاہای یکاھایی که به کار برده ایم SI است. اما، آنگستروم را هم به عنوان یکای سنتی طول موج حفظ کرده‌ام.

هانس اُهانیان

فصل ۱

ذرات و امواج در فیزیک کلاسیک

آلبرت اینشتین ، در زندگینامهٔ علمیش عقاید فیزیکدانان اواخر قرن نوزدهم را چنین بازگو می‌کند :

در آغاز (اگر آغازی بوده باشد) خدا قوانین حرکت نیوتون را با

جرمها و نیروهای لازم آفرید ؛ والسلام : چیزهای دیگر با تحول

روشهای ریاضی مقتضی ، از راه استنتاج به دست می‌آید . *

فیزیک کلاسیک نیوتونی بیش از دو بیست سال بدون منازع بود و موفقیت‌های جالب و فراوانی - به ویژه در مکانیک آسمانی - کسب کرد که اعتقاد قاطع فیزیکدانان را جزم‌تر کرد . اما با کشف دو نظریهٔ انقلابی در سالهای اولیهٔ قرن بیستم ، یعنی نظریهٔ کوانتومی و نظریهٔ نسبیت ، شالوده‌های این جزم‌اندیشی فرو ریخت . این نظریه‌های جدید مفهوم ذره و مفاهیم فضا و زمان از نظر نیوتون را کنار گذاشتند . یک مجموعه جدید از قوانین فیزیک کوانتومی و فیزیک نسبیتی به جای قوانین فیزیک کلاسیک نیوتونی نشستند ؛ قوانین فیزیک کلاسیک صرفاً تقریبی‌هایی از قوانین جدید بودند ، و فقط در موارد حدی جرمهای نسبتاً بزرگ ، انرژیهای زیاد ، و سرعت‌های کم (در مقایسه با سرعت نور) صادق بودند .

کشف کوانتوم و نسبیت آغاز فیزیک نظری نوین را بشارت می‌دهند . اما ، فیزیک تجربی نوین قبل از آن ، در دههٔ پایانی قرن نوزدهم با کشف الکترون ، یون ، پرتو X ، و پرتوزایی (رادیواکتیویته) آغاز شده بود . به اعتبار این کشفها فیزیکدانهای تجربی نخستین چشم‌انداز را از ساکنان دنیای زیر اتمی به دست

* . *Albert Einstein: Philosopher-Scientist, P.A. Schilpp, ed. p.18.*

آوردند.

در این فصل خواص ذرات و امواج را در فیزیک کلاسیک نیوتونی به اختصار مرور خواهیم کرد، و در خصوص برخی کشفهای تجربی اواخر قرن نوزدهم و برخی تحولات تجربی بعدی آنها در قرن بیستم، بحث می‌کنیم. در سراسر این فصل بر قوانین نیوتون اعتماد خواهیم کرد. هرچند که این قوانین تقریبی‌اند، اما تقریبهای بسیار مفیدی هستند. این قوانین برای بیان حرکت تمام اجسام بزرگ مقیاس (ماکروسکوپیکی) که در زندگی روزمره خود با آنها مواجه‌ایم، مناسبند. حتی، اگر مدار حرکت الکترونها و سایر ذرات زیر اتمی بزرگ، و سرعت آنها نه خیلی کم و نه خیلی زیاد باشد، این قوانین برای توصیف آنها نیز مناسبند. به علاوه، اصطلاحات و مفاهیم فیزیک کوانتومی و فیزیک نسبیتی از فیزیک نیوتونی به وام گرفته شده‌اند، و از این رو مرور فیزیک نیوتونی زمینه تحولات فصلهای بعدی را فراهم می‌آورد.

۱.۱ ذرات کلاسیک

در فیزیک کلاسیک، ذره عبارت است از جسم نقطه مانندی که نه بعد قابل تشخیصی دارد و نه ساختاری داخلی. تنها صفتهای ممیزه ذره کلاسیک عبارتند از جرم، m ، و بار الکتریکی، q . در هر لحظه معین از زمان، بردار مکان ذره کلاسیک، \mathbf{r} ، و بردار سرعتش، $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ ، حالت آن را به طور کامل توصیف می‌کنند. بنا بر قوانین فیزیک کلاسیک، علی‌الاصول، مکان و سرعت ذره را با هر دقتی که خواهیم می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم. تنها محدودیتهایی که بر دقت اندازه‌گیری اعمال می‌شوند، از ملاحظات عملی ناشی می‌شوند؛ مثلاً، برای اندازه‌گیری طول از میله متر استاندارد که استاندارد رسمی طول به شمار می‌آید، استفاده می‌کنیم. عدم ظرافت نشانه‌گذارهای دو سر میله متر استاندارد محدودیتی در حدود $7 \times 10^{-8} \text{ m}$ بر دقت اندازه‌گیری اعمال می‌کند؛ اما بدیهی است که این محدودیت بنیادی نیست، می‌توان با بهره‌گیری از نشانه‌گذارهای ظریفتر آن را کاهش داد.

اندازه‌گیری مکان و سرعت مستلزم مشخص کردن چارچوب مرجعی است تا اندازه‌گیرها نسبت به آن انجام شود. چنین چارچوب مرجعی عبارت است از یک آرایه سه بعدی (فرضی) از ساعتها و میله‌های اندازه‌گیری که برای ما این امکان را فراهم می‌آورند که مختصات فضا و زمان را به هر نقطه فضا زمانی، یا

رویداد، نسبت دهیم. ما مسلم فرض می‌کنیم که چارچوب مرجع مورد استفاده برای توصیف حرکت هر ذره یک چارچوب مرجع لغت است، یعنی چارچوب مرجعی که در آن حرکت ذره آزاد با سرعت ثابت صورت می‌گیرد؛ مگر آنکه، خلاف آن تصریح شود. در چنین چارچوب مرجعی، حرکت هر ذره تحت تأثیر نیرو، از قانون دوم نیوتون پیروی می‌کند،

$$m \frac{dv}{dt} = \mathbf{F}$$

یا

$$\boxed{ma = \mathbf{F}} \quad (۱)$$

که به آن معادله حرکت می‌گویند. با این فرض که نیرو تابعی معلوم است، به کمک این معادله محاسبه مکان و سرعت ذره در هر زمان امکانپذیر است؛ البته با دانستن مکان و سرعت در لحظه آغاز مشاهده حرکت. بدینسان، مکانیک کلاسیک علت‌گرایانه است؛ اگر حالت اولیه ذرات یک سیستم معلوم باشد، در این صورت حالت آنها در هر زمان در آینده (یا گذشته) به طور دقیق قابل پیش‌بینی است. البته، عملاً در دقت پیش‌بینی‌های مکانیک کلاسیک محدودیتهایی وجود دارد. مثلاً، مکان (یا موضع) سیارات بزرگ را می‌شود با دقت چند ثانیه قوس برای بیست یا سی سال پیش‌بینی کرد؛ اما برای فواصل زمانی طولانیتر، به علت وجود خطاهای سرایت کرده از داده‌های اولیه، و به علت خطاهای ناشی از گرد کردن و خطاهای برشی در محاسبات، این دقت سریعاً روبه زوال می‌گذارد. برخی از کمیتهای مهم در مطالعه دینامیک ذره عبارتند از انرژی جنبشی:

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} \quad (۲)$$

تکانه:

$$\boxed{\mathbf{p} = m\mathbf{v}} \quad (۳)$$

و تکانه زاویه‌ای (انتقالی)

$$\boxed{\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}} \quad (۴)$$

این کمیتهای تحت شرایط خاص از قوانین بقا پیروی می‌کنند. در غیاب نیروهای خارجی، انرژی جنبشی خالص سیستم ذرات در برخوردهای کشسان میان این ذرات، پایسته است، یعنی انرژی جنبشی کل قبل و بعد از برخورد یکسان

است. تکانهٔ خالص در همهٔ برخوردها پایسته است. تکانهٔ زاویه‌ای خالص در همهٔ برخوردها و در همهٔ برهم‌کنشها پایسته است به شرط آنکه این ذرات از طریق نیروهای مرکزی (یعنی نیروهایی که در امتداد خط واصل ذرات عمل می‌کنند برهم کنش داشته باشند).

در فیزیک اتمی، فیزیک هسته‌ای، و فیزیک ذرهٔ پرنورزی، آزمایشگران ذرات باردار را به وسیلهٔ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی تحت نفوذ خود درمی‌آورند. نیروی وارد بر ذره‌ای با بار q که دستخوش میدان الکتریکی E و میدان مغناطیسی B شده باشد، عبارت است از:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (5)$$

این فرمول بر حسب یکاهای متری (SI) نوشته شده است: بار q بر حسب کولن (C)، میدان الکتریکی بر حسب ولت بر متر (V/m)، میدان مغناطیسی بر حسب تسلا (T) اندازه‌گیری می‌شود. دو حالت خاص از این فرمول کلی را در نظر می‌گیریم. این نیرو، در مورد ذره‌ای واقع در یک میدان الکتریکی یکنواخت (ثابت E و $B = 0$)، عبارت است از qE و معادلهٔ حرکت به این قرار است:

$$ma = qE \quad (6)$$

با فرض اینکه جهت میدان الکتریکی در امتداد محور x باشد، فرمول بالا چنین می‌شود:

$$ma_x = qE \quad (7)$$

بدینسان، شتاب ثابت است. در مورد ذره‌ای که در $x = 0$ با $v_x = 0$ شروع به حرکت می‌کند، مکان و سرعت عبارتند از:

$$v_x = a_x t = \frac{q}{m} Et \quad (8)$$

و

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} Et^2 \quad (9)$$

انرژی جنبشی ذره عبارت است از

$$K = \frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{q}{m} Et \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{m} E^2 t^2 \quad (10)$$

با توجه به معادله (۹)، این معادله اخیر را می‌شود چنین نوشت

$$K = xqE \quad (۱۱)$$

سمت راست این معادله عبارت است از حاصلضرب جابه‌جایی و نیرو، یعنی کار انجام شده به وسیلهٔ این نیرو. معادله (۱۱) را می‌توان به این صورت هم نوشت

$$K = q\Delta V \quad (۱۲)$$

که در آن $\Delta V = xE$ حاصلضرب جابه‌جایی و میدان الکتریکی است، یعنی، عبارت است از تغییر پتانسیل الکتریکی.

در فیزیک اتمی، هسته‌ای، و ذرات، انرژی را معمولاً بر حسب الکترون-ولت (eV)، میلیون الکترون-ولت (MeV)، یا میلیارد الکترون-ولت (GeV) بیان می‌کنند. الکترون ولت عبارت است از انرژی که یک ذره با باری مساوی بار پروتون ($q = e = 1.60 \times 10^{-19} \text{C}$) به هنگام «سقوط»، در اختلاف پتانسیلی یک ولتی به دست می‌آورد، از اینرو

$$\begin{aligned} 1\text{eV} &= 1e \times 1\text{V} = (1 \times 1.60 \times 10^{-19} \text{C}) \times (1\text{V}) \\ &= 1.60 \times 10^{-19} \text{C} \cdot \text{V} = 1.60 \times 10^{-19} \text{J} \end{aligned} \quad (۱۳)$$

اکنون ذره‌ای را که در میدان مغناطیسی یکنواخت ($\mathbf{E} = 0$ ، ثابت \mathbf{B}) حرکت می‌کند در نظر می‌گیریم. نیرو عبارت است از $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ و معادلهٔ حرکت به این قرار است:

$$m\mathbf{a} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (۱۴)$$

از اینجا پی می‌بریم که شتاب همواره بر \mathbf{B} عمود است؛ از اینرو مؤلفه سرعت موازی با \mathbf{B} ثابت می‌ماند. از این پس این مؤلفه را نادیده خواهیم گرفت و فرض خواهیم کرد که حرکت در صفحه‌ای عمود بر \mathbf{B} محدود شود (شکل ۱۰-۱). الف را نگاه کنید. معادله (۱۴) همچنین نشان می‌دهد که شتاب همواره بر سرعت عمود است، یعنی، تغییر سرعت بر سرعت عمود است. در نتیجه، بزرگی سرعت تغییر نمی‌کند؛ فقط جهتش تغییر می‌کند. این گونه رفتار سرعت مشخصهٔ حرکت دایره‌ای یکنواخت به شمار می‌آید. در شکل ۱۰-۱ ب عکسی از مدار ذرات باردار در حرکت دایره‌ای در یک میدان مغناطیسی یکنواخت را مشاهده می‌کنید. اگر شعاع این دایره r باشد، مقدار شتاب مرکزگرای آن v^2/r و مقدار سمت چپ معادله (۱۴) برابر با mv^2/r است. مقدار سمت راست این معادله qvB است،

در نتیجه

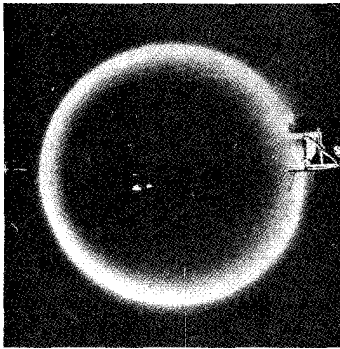
$$m \frac{v^2}{r} = qvB \quad (15)$$

از اینجا، می‌توانیم شعاع حرکت دایره‌ای را محاسبه کنیم:

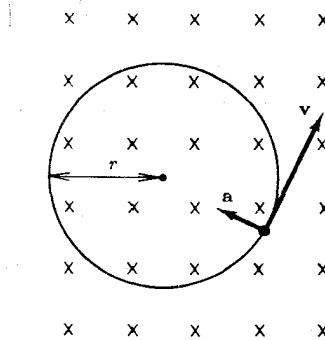
$$r = \frac{mv}{qB} \quad (16)$$

و نیز می‌توانیم بسامد حرکت دایره‌ای را محاسبه کنیم:

$$\nu = \frac{v}{2\pi r} = \frac{qB}{2\pi m} \quad (17)$$



(ب)



(الف)

شکل ۱۰.۱ (الف) مدار دایره‌ای یک ذره با بار مثبت در یک میدان مغناطیسی یکنواخت. میدان مغناطیسی بر صفحه کاغذ عمود است؛ جهت آن به سوی داخل صفحه کاغذ است. مقدار شتاب مرکزگرا عبارت است از: $a = \frac{v^2}{r}$ (ب) الکترونهای چرخان در یک میدان مغناطیسی یکنواخت. الکترونها از کاتودی واقع در سمت راست، در وسط بیرون می‌آیند. این الکترونها در یک لامپ تخلیه شده از هوا، و حاوی مقدار اندکی بخار جیوه حرکت می‌کنند؛ بخار جیوه بر اثر برخورد باریکه الکترونها روشن می‌شود و می‌درخشد.

این بسامد را بسامد سیکلوترونی می‌گویند. توجه داشته باشید که این کمیت فقط به میدان مغناطیسی و نسبت بار به جرم (q/m) ذره بستگی دارد؛ بسامد سیکلوترونی به سرعت بستگی ندارد.*

مثال ۱. سیکلوترون وسیله شتاب دادن ذرات تا سرعتهای زیاد است. در سیکلوترون یک میدان مغناطیسی، که به وسیله یک آهنربای الکتریکی قوی تولید شده است، ذره را در یک مدار دایره‌ای در داخل دو قوطی فلزی نیمه‌دایره‌ای، یا دو D (دی)، نگه می‌دارد (شکل ۲۰-۱ الف). اختلاف پتانسیلی با بسامد رادیویی بر دی‌ها وارد می‌آید که یک میدان الکتریکی در شکاف بین آنها تولید می‌کند. این اختلاف پتانسیل با بسامدی که از معادله (۱۷) به دست می‌آید نوسان می‌کند، به طوری که هر وقت ذره این شکاف را طی کند، میدان الکتریکی به آن یک نیروی رانشی وارد می‌آورد (آن را هل

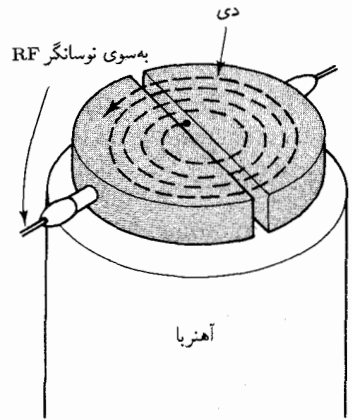
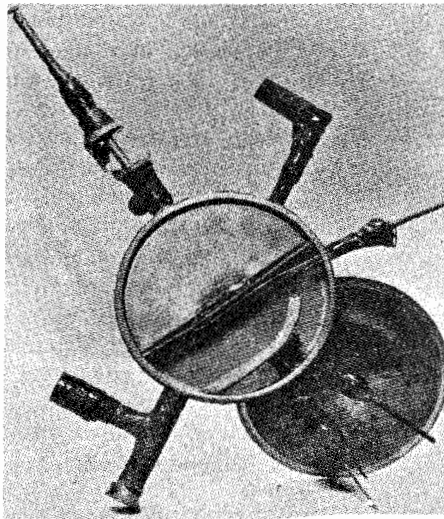
* در مورد ذرات نسبیتی، بسامد سیکلوترونی به سرعت بستگی دارد زیرا معادله حرکت (۱۵) در آنجا با وارد کردن یک عامل اضافی، $\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ، در سمت چپ، اصلاح می‌شود (بنگرید به فصل بعد).

شکل ۲.۱ الف) نمودار طرحوار یک سیکلوترون و مدار یک پروتون (خطچین‌ها). به خاطر وضوح شکل، قطب بالایی آهنربا در اینجا حذف شده است. (ب) دی‌های نخستین سیکلوترونی که حاصل کارش موفقیت‌آمیز بود، در سال ۱۹۳۰ به وسیله لاورنس و لیونگستون ساخته شد.

می‌دهد)، و آن را شتاب می‌دهد و سرعتش را می‌افزاید. به این ترتیب مدار ذره از یک رشته کمانهای نیم‌دایره‌ای تشکیل می‌شود که شعاع آنها به تدریج افزایش پیدا می‌کند. نخستین سیکلوترون موفق (شکل ۲.۱ ب)، قطر داشت و پروتونها را شتاب می‌داد تا انرژی آنها به 80 keV برسد. میدان مغناطیسی مورد نیاز برای نگه داشتن این پروتون در مداری به قطر 11 cm چه قدر است؟

حل جرم پروتون $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ و بار آن $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ است. سرعت پروتونی با انرژی جنبشی: $K = 80 \text{ keV} = 1.3 \times 10^{-14} \text{ J}$ ، عبارت است از:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.3 \times 10^{-14} \text{ J}}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} = 3.9 \times 10^6 \text{ m/s} \quad (18)$$



(الف)

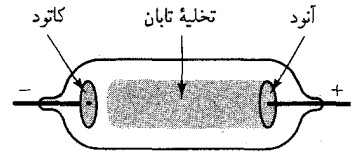
به این ترتیب، از معادله (۱۶) داریم:

$$\blacksquare \quad B = \frac{m_p v}{qr} = \frac{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} \times 3.9 \times 10^6 \text{ m/s}}{1.60 \times 10^{-19} \text{ C} \times (0.11/2) \text{ m}} = 0.74 \text{ T} \quad (19)$$

۲.۱ کشف الکترون

نخستین ذره زیر اتمی و بنیادی که کشف شد، الکترون بود. فیزیکدانان، در اواخر قرن نوزدهم با تخلیه الکتریکی در گازهای رقیق دست به آزمایشهایی زدند.

در این آزمایشها، لوله‌ای شیشه‌ای را که هوای آن تا حدودی تخلیه شده بود حاوی گازی با فشار کم بود و در هر سرش الکترودی قرار داشت که به مولد ولتاژ بالایی وصل می‌شد (شکل ۳۰۱). این ولتاژ در گاز تخلیه الکتریکی ایجاد می‌کند، یعنی گاز به یک رسانا تبدیل می‌شود و شارش جریان الکتریکی از یک الکترود به دیگری را امکانپذیر می‌کند. مشخصه و سرشت این تخلیه به فشار بستگی دارد. در فشاری حدود 10^{-2} atm، این تخلیه به شکل یک تابش درخشان درمی‌آید که تمام لوله (یا لامپ) را پر می‌کند. در فشارهای کمتر، حتی اگر شارش جریان الکتریکی از داخل گاز ادامه پیدا کند، این درخشندگی ناپدید می‌شود. در سال ۱۸۵۸، پلوکر* کشف کرد که در فشاری کمتر از 10^{-6} atm، پدیده جدیدی در لامپ رخ می‌دهد: الکتروود منفی، یا کاتود، پرتوهای نامرئی گسیل می‌دهد که در فضای تقریباً خالی لامپ منتشر می‌شود. هرچند که این پرتوها به خودی خود نامرئی‌اند، حضورشان وقتی معلوم می‌شود که به جداره‌های لوله (لامپ) شیشه‌ای برخورد کنند: بر اثر این برخورد شیشه به رنگهای سبزی یا آبی به تابش درمی‌آید. آن موقع این پرتوها را پرتوهای کاتودی نامیدند.



شکل ۳۰۱ لامپ تخلیه.

پژوهش در زمینه این پرتوها از جانب کروکس** و سایر علمای آزمایشگر نشان داد که اگر مانعی در نزدیکی کاتود قرار داده شود، پرتوها سایه این مانع را بر جداره لامپ می‌اندازند، که ثابت می‌کند این پرتوها در امتداد خطوط مستقیم انتشار می‌یابند. همچنین، اندکی بعد پی بردند که میدانهای مغناطیسی این پرتوها را منحرف می‌کنند، که چنین رفتاری از باریکه‌ای از ذرات باردار سر می‌زند. اما تلاش آزمایشگران اولیه برای منحرف کردن پرتوها به وسیله میدانهای الکتریکی به شکست انجامید، و همین امر به سردرگمی زیادی در مورد ماهیت این پرتوها منجر شد. سرانجام جی جی تامسون† در سال ۱۸۹۷ موضوع را روشن کرد. وی با استفاده از لامپهای کاملاً تخلیه شده‌ای، موفق شد پرتوهای کاتودی را به وسیله میدان الکتریکی منحرف کند، و ثابت کرد که این پرتوها مانند ذرات ریزی با بار الکتریکی منفی رفتار می‌کنند. این ذرات را بعداً الکترون نامیدند.

* Julius plücker (۱۸۰۱ - ۱۸۶۸)، ریاضیدان و فیزیکدان آلمانی، در دانشگاه بن

استاد بود.

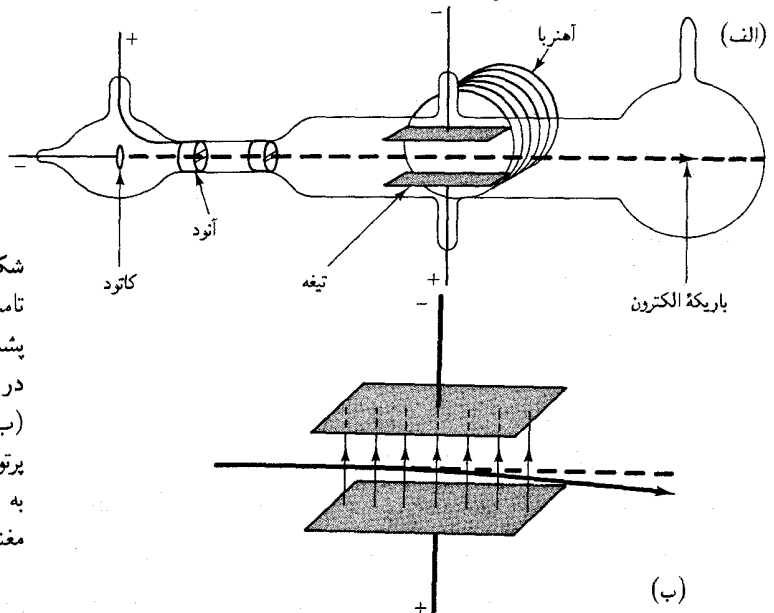
** Sir William Crookes (۱۸۳۲ - ۱۹۱۹)، فیزیکدان و شیمیدان انگلیسی.

† Sir Joseph John (J.J.) Thomson (۱۸۵۶ - ۱۹۴۰)، فیزیکدان انگلیسی،

استاد کاوندیش در کیمبریج، او جانشین ریلی (Rayleigh) شد. به خاطر پژوهشهایش در زمینه هدایت الکتریسیته در گازهای کم فشار، جایزه نوبل سال ۱۹۰۶ را دریافت کرد. تامسون، پس از روشن کردن ماهیت پرتوهای کاتودی و پرتوهای کانالی از طریق منحرف کردن آنها با میدانهای الکتریکی و مغناطیسی، همین روش را در مورد یونهای نئون به کار برد و ایزوتوپهای دیگر این عنصر را کشف کرد.

در شکل ۴۰۱ الف یک لامپ پرتو کاتودی را مشاهده می‌کنید که تاسون آن را برای مطالعه چگونگی انحراف باریکه‌ای از الکترونها به وسیله میدانهای الکتریکی و مغناطیسی، به کار برد. باریکه الکترونها در انتهای سمت چپ لامپ، با سرعت افقی (نامعلوم) v_x از کاتود خارج می‌شود. در قسمت میانی لامپ، یک جفت تیغه موازی خازن میدان الکتریکی یکنواخت قائم را ایجاد می‌کند، در حالیکه یک الکترومغناطیس میدان مغناطیسی افقی یکنواخت را تأمین می‌کند. در وهله اول، فرض کنید که فقط میدان الکتریکی را ایجاد کرده‌ایم. الکترونها که با سرعت افقی v_x از سمت چپ به تیغه‌ها نزدیک می‌شوند، بر اثر میدان الکتریکی به طور قائم انحراف پیدا می‌کنند (شکل ۴۰۱ ب). الکترون یک سرعت قائم v_z کسب می‌کند، در حالیکه سرعت افقیش ثابت باقی می‌ماند. سرعت قائم نهایی عبارت خواهد بود از

$$v_z = a_z t = -\frac{eE}{m_e} t \quad (20)$$



شکل ۴۰۱ الف) لامپ پرتو کاتودی تاسون. یکی از قطبهای آهنربا در پشت لامپ واقع است؛ قطب دیگر در این نمودار حذف شده است. ب) مسیر یک الکترون در لامپ پرتو کاتودی. جهت میدان الکتریکی به طور قائم روبه بالاست. میدان مغناطیسی وجود ندارد.

در اینجا t مدت زمانی است که الکترون در میدان الکتریکی بسر می‌برد. اگر طول صفحات خازن را l بگیریم، این مدت عبارت است از $t = \frac{l}{v_x}$ و بنابراین

$$v_z = -\frac{eEl}{m_e v_x} \quad (21)$$

در این صورت زاویه انحراف باریکه الکترون به این قرار به دست می آید:

$$\tan \theta = \frac{v_z}{v_x} = -\frac{eEl}{m_e v_x^2} \quad (22)$$

آنگاه، فرض کنید که میدان مغناطیسی ایجاد می شود و شدتش را طوری تنظیم می کنیم که انحراف ناشی از میدان مغناطیسی دقیقاً انحراف ناشی از میدان الکتریکی را خنثی کند. یعنی، نیروی خالص افقی وارد بر یک الکترون در باریکه صفر است،

$$F_z = -eE + ev_x B = 0 \quad (23)$$

که مستلزم آن است که

$$v_x = \frac{E}{B} \quad (24)$$

بدینسان، نسبت E به B در شرایطی که انحراف صفر باشد برابر است با سرعت الکترون (که در ابتدا نامعلوم بود). از ترکیب معادلات (۲۲) و (۲۴)، می رسیم به

$$\frac{e}{m_e} = -\frac{E}{Bv_x l} \tan \theta \quad (25)$$

این رابطه نسبت e/m_e را بر حسب کمیت‌های معلوم و قابل اندازه‌گیری بیان می کند. خطاهای سیستماتیک تا حدودی باعث نامطلوبی نتایج تجربی تامسون بودند؛ مقداری که برای e/m_e به دست آورد به نسبت یک ضریب ۲ کوچکتر بود. بهترین مقداری که جدیداً برای نسبت بار به جرم یک الکترون به دست آمده، عبارت است از

$$\frac{e}{m_e} = 1,7588 \times 10^{11} \text{ C/kg} \quad (26)$$

آزمایشهای انحراف ذرات باردار در میدانهای الکتریکی یا مغناطیسی چنانچه با الکترون انجام شود فقط می تواند نسبت $\frac{e}{m_e}$ را تعیین کند، و نه مقدار e یا m_e را به طور جداگانه. تامسون و همکارانش تاونسند و ویلسون، با تحقیق در خصوص حرکت قطره‌های آب باردار که در اتاقک ابر تشکیل می شدند، تلاش کردند مقدار e را تعیین کنند. در چنین اتاقکی، که چارلز تامسون ریس ویلسون* آن را ابداع کرد، حجمی از هوای مرطوب از طریق انبساط ناگهان سرد می شود، و به میعان قطره‌های آب می انجامد. این قطره‌ها ترجیحاً در اطراف دانه‌های غبار یا، اگر هوا بدون غبار باشد، در اطراف هرگونه یونی که ممکن است حضور داشته

* Charles Thomson Rees Wilson (۱۸۶۹ - ۱۹۵۹)، فیزیکدان انگلیسی

استاد کیمبرج. به خاطر اختراع اتاقک ابر، جایزه نوبل سال ۱۹۲۷ را دریافت کرد.

باشند، چگالیده می شوند. این یونها عبارتند از آنها یا مولکولهایی که یک یا چند الکترون از دست داده یا کسب کرده اند؛ در نتیجه، بار الکتریکی یک یون - و بار الکتریکی قطره آبی که در اطراف یون چگالیده شده باشد - مضربی از بار الکتریکی الکترون است. در انجام این آزمایش به شیوه ویلسون، از طریق تاباندن پرتوهای X بر هوا تعداد فراوانی یون در اتاقک ابر تولید می شود. میانگین جرم قطره های آبی که پیرامون این یونها چگالیده شده اند از روی سرعت نهایی حاصل از سقوط ابری از قطره ها تحت تأثیر همزمان گرانش و واپس کشی اصطکاک هوا محاسبه می شود. آنگاه میانگین بار الکتریکی هر قطره از روی تغییر سرعت نهایی بر اثر اعمال یک میدان الکتریکی قائم اضافی محاسبه می شود.

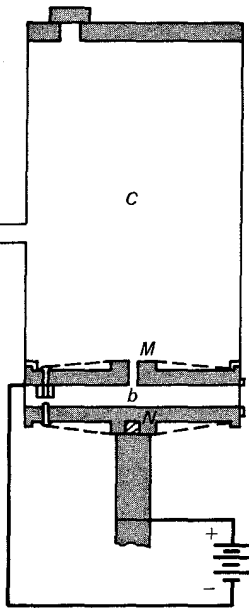
در سال ۱۹۰۹، میلیکان* این آزمایش را به میزان زیادی بهبود بخشید؛ او پی برد که مشاهده حرکت قطرات منفرد، به جای مشاهده تمامی ابر قطرات، امکان پذیر است. به علاوه، میلیکان از قطره های روغن هم بهره گرفت، و بدین وسیله از موارد عدم قطعیتی که از طریق تبخیر جزئی قطره های آب در اثنای اندازه گیری در نتیجه کار راه می یافت، اجتناب کرد. در شکل ۵۰۱ ابزار میلیکان را مشاهده می کنید. قطره های روغن را سوختپاشی در اتاقک بزرگ بالایی C تولید می کند. تیغه های M و N به یک باتری با ولتاژ بالا متصلند، به طوری که یک میدان الکتریکی بین این تیغه ها ایجاد می شود. گاهگاهی، یک قطره از روزنه بسیار کوچک b عبور می کند و به داخل ناحیه بین این تیغه ها وارد می شود. اگر میدان الکتریکی قطع باشد، قطره تحت تأثیر گرانی و واپس کشی اصطکاک هوا فرو خواهد افتاد و یک سرعت نهایی کسب می کند. بنابر قانون استوکس، نیروی واپس کشی اصطکاک با سرعت متناسب است،

$$f = 6\pi\eta Rv \quad (27)$$

که η چسبندگی (ویسکوزیته) هوا و R شعاع قطره است. وقتی قطره به سرعت حدی خود، v_1 ، می رسد، این نیرو با وزن به حالت موازنه درمی آید، یعنی،

$$mg = 6\pi\eta Rv_1 \quad (28)$$

از آنجا که شعاع را می توان بر حسب جرم و چگالی قطره بیان کرد ($m/\rho = 4/3\pi R^3$)،



شکل ۵۰۱ ابزار میلیکان.

* Robert Andrews Millikan (۱۸۶۸ - ۱۹۵۳)، فیزیکدان تجربی امریکایی، استاد دانشگاه شیکاگو و سرپرست آزمایشگاه ن. بریج (N. Bridge) در انستیتوی تکنولوژی کالیفرنیا. میلیکان آزمایشگری بسیار دقیق و باریک بین بود، و برای انجام اندازه گیری های بار الکترون چندین سال وقت صرف کرد و به طور همزمان روی اثر فوتوالکتریک کار کرد، و معادله اینشتین را تأیید کرد. به خاطر همین کوششها جایزه نوبل ۱۹۲۳ به وی اهدا شد.

که ρ چگالی قطره است)، به کمک معادله (۲۸) امکان محاسبه جرم قطره بر حسب کمیت‌های معلوم و قابل اندازه‌گیری فراهم می‌آید. حالا اگر میدان الکتریکی برقرار شود، قطره شتاب می‌گیرد و سرعت حدی جدیدی، مثلاً در جهت بالاسو، کسب می‌کند. در این سرعت حدی جدید، v_2 ، نیروی اصطکاک با نیروی الکتریکی منهای وزن به موازنه درمی‌آید.

$$qE - mg = 6\pi\eta Rv_2 \quad (29)$$

معادله (۲۹) را بر معادله (۲۸) تقسیم می‌کنیم، می‌رسیم به

$$\frac{qE - mg}{mg} = \frac{v_2}{v_1}$$

و

$$q = \frac{mg}{E} \frac{v_2 + v_1}{v_1} \quad (30)$$

این عبارت بار قطره را بر حسب کمیت‌های معلوم و قابل اندازه‌گیری بیان می‌کند.

مثال ۲. میلیکان*، در یکی از نخستین اندازه‌گیریهایش، دریافت که وقتی قطره روغن در غیاب میدان الکتریکی سقوط می‌کند، به سرعت حدی پایین سوی $1.584 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ می‌رسد، و وقتی تحت تأثیر میدان الکتریکی $3.178 \times 10^6 \text{ V/m}$ قرار می‌گیرد، سرعت حدی بالاسوی $2.42 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ را کسب می‌کند. بار الکتریکی این قطره چقدر بوده است؟ چگالی روغن 919 kg/m^3 و چسبندگی هوا عبارت است از $1.825 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$.

حل با توجه به $R = \left(\frac{3m}{4\pi\rho}\right)^{1/2}$ ، معادله (۲۸) می‌شود

$$mg = 6\pi\eta \left(\frac{3m}{4\pi\rho}\right)^{1/2} v_1$$

که از آنجا داریم

$$\begin{aligned} m &= \left(\frac{6\pi\eta v_1}{g}\right)^{2/3} \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{1/2} \quad (31) \\ &= \left(\frac{6\pi \times 1.825 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2 \times 1.584 \times 10^{-4} \text{ m/s}}{9.81 \text{ m/s}^2}\right)^{2/3} \\ &\quad \times \left(\frac{3}{4\pi \times 919 \text{ kg/m}^3}\right)^{1/2} \\ &= 8.413 \times 10^{-14} \text{ kg} \end{aligned}$$

*. R. Millikan, *The Electron*, pp. 67-85.

آنگاه از معادله (۳۰) داریم:

$$q = \frac{1,413 \times 10^{-12} \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2}{3,178 \times 10^5 \text{ V/m}} \left(\frac{1,584 \times 10^{-2} \text{ m/s} + 2,042 \times 10^{-5} \text{ m/s}}{1,584 \times 10^{-2} \text{ m/s}} \right)$$

$$\blacksquare = 2,66 \times 10^{-18} \text{ C}$$

در محاسبات ساده‌ای که به معادلات (۳۰) و (۳۱) انجامید، دو تصحیح کوچک را که میلیکان در محاسبات تا اندازه‌ای دقیق‌ترش وارد کرده بود، نادیده گرفتیم: او در محاسباتش نیروی شناوری ناشی از هوا، و یک ضریب تصحیح تجربی را در فرمول استوکس (۲۷) وارد کرده بود. انتخاب ضریب تصحیح تجربی جهت در نظر گرفتن اندک وابستگی چسبندگی مؤثر به شعاع قطره صورت گرفته است.

میلیکان در اثنای اندازه‌گیری بار، q ، تعداد زیادی قطره، پی برد که تمام این بارها را می‌شود به صورت مضربهای صحیحی از کوچکترین مقدار بار بیان کرد، که او این کوچکترین مقدار را باریک تک الکترون می‌دانست. بهترین نتیجه‌ای را که میلیکان به دست آورد عبارت بود از $e = 1,592 \times 10^{-19} \text{ C}$ ، که به بهترین نتایج به دست آمده در دوره جدید، یعنی،

$$e = 1,602189 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (32)$$

خیلی نزدیک است.

میلیکان با تقسیم این نتیجه تجربی بر e بر نتیجه معلوم مربوط به e/m_e ، مقدار جرم الکترون را به دست آورد. بهترین مقداری که اخیراً برای این جرم به دست آورده‌اند، عبارت است از

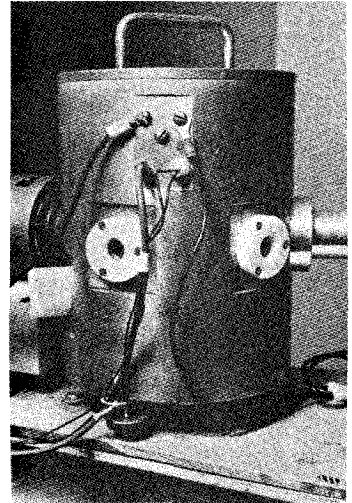
$$m_e = 9,10953 \times 10^{-31} \text{ kg} \quad (33)$$

ضمناً، این بهترین مقداری که اخیراً برای جرم الکترون به دست آورده‌اند، از مقایسه غیر مستقیم جرمهای الکترون و پروتون (از طریق گشتاور مغناطیسی ذاتی آنها) حاصل شده است، و نه از مقایسه e و $\frac{e}{m_e}$.

بار e که در معادله (۳۲) بیان شده است، عبارت است از کوانتوم اصلی (بنیادی) بار. بارهای الکتریکی تمام ذراتی که در طبیعت یافت می‌شوند ضرایب صحیحی از این کوانتوم اصلی باراند؛ یعنی، بارهای الکتریکی همواره عبارتند از: $0, \pm e, \pm 2e, \pm 3e, \dots$ و غیره. در مورد یونها، این قاعده کوانتس بدیهی

است: چون یون عبارت است از اتم یا مولکولی که یک یا چند الکترون از دست داده یا کسب کرده است، و از این رو بارش ضرورتاً مضربی از بار الکترون است.* همچنین، قاعده کوانتس بار در مورد تمامی ذرات زیر اتمی و تمامی ذراتی که به وسیله فیزیکدانان متخصص در حوزه انرژی بالا کشف شده‌اند، نیز صادق است. مثلاً، بار نوترون صفر، بار پروتون $+e$ ، بار ذره آلفا (یا هسته هلیوم) $+2e$ ، بار میون $-e$ ، بار پیون مثبت $+e$ است، والی آخر.

اخیراً، در جستجوی بارهای $\pm \frac{1}{3}e$ و $\pm \frac{2}{3}e$ کوششهای زیادی شده است؛ اینها بار کوارکها هستند که فرض می‌شود در داخل پروتونها و نوترونها موجود باشند (در فصل ۱۱، نسبتاً مفصل، در خصوص کوارکها بحث خواهیم کرد). اثنا نه چنین بارهای کسری، و نه هیچگونه بار کسری دیگری، تاکنون یافته نشده است. یکی از روشهای این جستجو بر پایه گونه اصلاح، و خودکار شده آزمایش میلیکان استوار است. در شکل ۶۰۱ تجهیزات را مشاهده می‌کنید که اجزای همکارانش** برای این آزمایش به کار برده‌اند. این ابزار به طور خودکار نمونه مایع را به صورت قطرات ریز از هم جدا و بار هر قطره را تعیین می‌کند. نمونه‌های آب و جیوه تا جرم 10^{-4} گرمی را قطره قطره آزمایش کرده‌اند. نبودن بارهای کسری محدودیتهای سختی را برای فراوانی کوارکهای آزاد در چنین نمونه‌هایی از مایعات فراهم می‌آورد: کمتر از یک کوارک آزاد در 10^{19} پروتون.



شکل ۶۰۱ تجهیزاتی که هاجز و همکارانش به کار برده‌اند.

۳۰۱ یونها و ایزوتوپها

در سال ۱۸۸۶، اویگن گلدشتاین[†] پی برد که اگر در کاتود یک لامپ تخلیه سوراخی تعبیه شود، نوعی از پرتوها از این سوراخ در جهت عکس، یعنی در جهت دور شدن از الکتروود مثبت، یا آنود، بیرون می‌آید. او این پرتوها را پرتوها کانال نامید، و به زودی نشان داده شد که اینها باریکه‌های ذرات با بار مثبت‌اند که نسبت بار به جرم آنها چندین هزار بار کوچکتر از این نسبت برای الکترونهاست. این ذرات یونهای مثبت‌اند، یعنی اتمها یا مولکولهای گازی که یک یا دو الکترون

* اتمها و مولکولهای نایبیده را می‌دانیم که دقیقاً خنثی هستند. آزمونهای تجربی بسیار دقیقی که خنثی بودن کره‌های فولادی کوچک معلق در هوا را مورد بررسی قرار می‌دهند [بنگرید به: M. Marinelli and G. Mopurgo, *Phys. Lett.* **137B**, 439(1984)]

اثبات کرده‌اند که در اتمهای نایبیده، بار منفی الکترونها با بار مثبت هسته، با دقتی بهتر از یک قسمت در 10^{21} موازنه می‌کند.

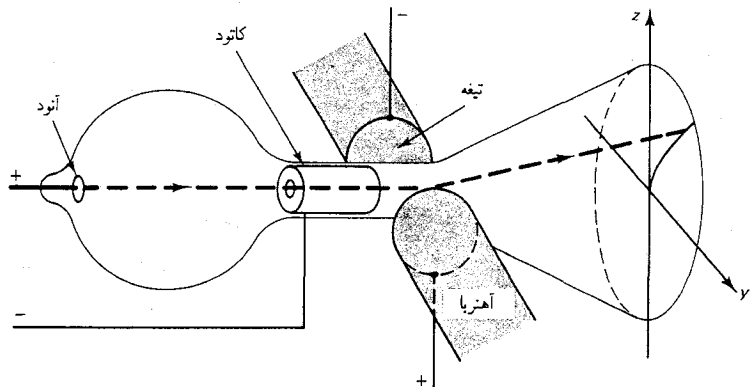
** C.L.Hodges et al., *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1651(1981); D.C. Joyce et

al., *Phys. Rev. Lett.* **51**, 731(1983).

† Eugen Goldstein (۱۸۵۰ - ۱۹۳۰)، فیزیکدان آلمانی، استاد [دانشگاه] برلین.

خود را تحت بمباران پروتهای کاتودی که در داخل لامپ جریان دارند از دست داده‌اند، که جذب کاتود شده و از داخل آن عبور می‌کنند، و باریکه‌ای را در جهت رو به عقب تشکیل می‌دهند.

تعیین نسبت بار به جرم چنین یونهایی تا حدودی دشوارتر از تعیین بار به جرم الکترونهاست، زیرا یونها در باریکه غالباً گستره وسیعی از سرعتها را دارا هستند. تامسون روشی ظریف برای مقایسه نسبتهای e/m در انواع مختلف یونها ابداع کرد. در شکل ۷-۱ دستگاه او را، به نام لامپ پرتو مثبت، مشاهده می‌کنید. قسمت گرد سمت چپ این شکل لامپ تخلیه است، که در آن پروتهای کاتودی که از کاتود به آنود جریان دارند یونهای مثبت را تولید می‌کنند، که به سوی کاتود روان می‌شوند. اکثر یونها به کاتود برمی‌خورند و جذب می‌شوند؛ اما تعدادی هم موفق می‌شوند از سوراخ کوچکی در کاتود عبور کنند و در طرف دیگر کاتود به صورت باریکه‌ای کاملاً همخط ظاهر شوند. این باریکه به طور همزمان تحت تأثیر میدانهای مغناطیسی و الکتریکی افقی قرار می‌گیرند. میدان الکتریکی یک انحراف افقی، و میدان مغناطیسی یک انحراف قائم ایجاد می‌کند. مقدار این انحرافها به انرژی ذرات بستگی دارد: اگر انرژی زیاد باشد انحرافها اندکند و اگر انرژی کم باشد، انحرافها زیادند.



شکل ۷-۱ لامپ پرتو مثبت تامسون.

مکان هندسی نقاط برخورد یونها با جداره لامپ که رد آنها مشخص شده است، به صورت تابعی از انرژی، نصف یک سهمی است (شکل ۸-۱).

مثال ۳. معادله منحنی مربوط به مکان هندسی نقاط برخورد یونهای تک یونیده با بار e و جرم m را به دست آورید.

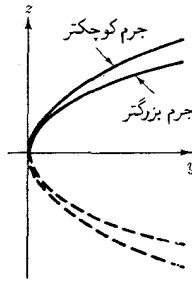
حل فرض کنید که یون با سرعت افقی v_x وارد میدانهای الکتریکی و مغناطیسی می‌شود. اگر انحرافهای عرضی ناچیز باشند، می‌توانیم این سرعت افقی را تقریباً ثابت

بدینسان، یون زمان $t = l/v_x$ را در این میدانها می‌گذراند. در خلال این مدت زمان، میدان الکتریکی شتاب ثابتی در جهت $(a_y = eE/m)$ پیدا می‌کند، که به انحرافی در جهت y منجر می‌شود:

$$\tan \theta_y = \frac{a_y t}{v_x} = \frac{eE l}{m v_x^2} \quad (۳۴)$$



(ب)



(الف)

شکل ۸.۱ (الف) مکان هندسی نقاط برخورد یونها بر جداره لامپ پرتو مثبت، نیمی از یک سهمی است. یونها با مقادیر مختلف e/m بر سیمهای گوناگون می‌افتند. (ب) تصویر سیمهایی که با یونهای گزنون، کریبتون، آرگون، و نئون، به وسیله جی.جی. تامسون گرفته شده است.

به طور همزمان، میدان مغناطیسی به یون شتابی می‌دهد عمود بر میدان مغناطیسی، یعنی شتابی در جهت z . در محدوده تقریب $v_x = const$ ، این شتاب نیز ثابت است و به انحرافی در جهت z می‌انجامد:

$$\tan \theta_z = \frac{a_z t}{v_x} = \frac{eB v_x l}{m v_x^2} = \frac{eB l}{m v_x} \quad (۳۵)$$

اگر سرعت v_x را از معادلات (۳۴) و (۳۵) حذف کنیم، رابطه بین تانژانت زاویه‌های انحراف مربوط به یونی را به دست می‌آوریم که از ناحیه میدان بیرون می‌آید،

$$\tan \theta_y = \frac{E}{B^2 l} \frac{m}{e} \tan^2 \theta_z \quad (۳۶)$$

چون بعد از این یون روی یک خط مستقیم حرکت می‌کند، مقادیر y و z در جدار لامپ عبارتند از $y = L \tan \theta_y$ و $z = L \tan \theta_z$ ، که در آن L طول لامپ است. با ضرب کردن معادله (۳۶) در L ، داریم

$$y = \frac{E}{B^2 l L} \frac{m}{e} z^2 \quad (۳۷)$$

از این رابطه معلوم می‌شود که مکان هندسی نقاط برخورد بر روی پرده یک سهمی است. توجه کنید که به ازای یک میدان مغناطیسی معلوم، یونها فقط به یکی از شاخه‌های این سهمی می‌رسند ($z > 0$)؛ اما برای یک میدان مغناطیسی عکس، یونها به شاخه دیگر می‌رسند ($z < 0$). تامسون، عملاً استفاده از هر دو جهت میدان را مناسب یافت، از اینرو می‌توانست محور تقارن سهمی را ببیند. ■

چون شکل سهمی به نسبت e/m بستگی دارد [معادله (۳۷) را ببینید]، یونها با جرمهای مختلف روی سهمیهای مختلف جلوه‌گر خواهند شد. به این

وسيله امکان آشکارسازی و اندازه‌گیری اختلاف جرم اندک بین یونها امکانپذیر خواهد شد. مثلاً، تامسون با استفاده از یک نمونه گاز نئون که از لحاظ شیمیایی خالص بود، پی برد که این گاز دو نوع یون، با اختلاف جرم حدود ۱۰٪ بین آنها، ایجاد می‌کند. تامسون بدین طریق وجود ایزوتوپها، یا اتمهایی را که از لحاظ شیمیایی یکسانند، اما جرمشان فرق می‌کند، نشان داد.* ایزوتوپهایی که تامسون کشف کرد، مطابق نمادگذارهای جدید، عبارتند از ${}^20\text{Ne}$ و ${}^{22}\text{Ne}$ ، که اعداد بالای سمت چپ روی نماد شیمیایی، را عدد جرمی می‌گویند، و مقدار گرد شده جرم ایزوتوپ در یکاهای جرم اتمی است (مطالب بعدی را بنگرید).

پس از جنگ جهانی اول، استون، دمپستر، باین بریج**، و سایرین گونه‌های اصلاح شده دستگاه تامسون را درست کردند. در تمامی این وسیله‌ها، به نام طیف‌نگار جرم یا طیف‌سنج جرم، برای فرق گذاشتن بین یونها با جرمهای مختلف از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی استفاده می‌شود. مثلاً، در شکل ۹۰۱ طیف‌نگار جرم باین بریج را مشاهده می‌کنید. باریکه یونها، که شکافهای S_1 و S_2 آن را هم خط کرده‌اند، ابتدا وارد ناحیه‌ای با میدانهای مغناطیسی و الکتریکی «متقاطع»، یعنی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم می‌شوند. این ناحیه در مقام یک گزینشگر سرعت، یا «پالایه» سرعت، عمل می‌کند. از معادله (۲۴) می‌دانیم که فقط آن یونها که سرعتشان $v = E/B_1$ است، به خط مستقیم حرکت خواهند کرد؛ تمام یونهای دیگر به راست یا چپ منحرف خواهند شد و در S_3 متوقف می‌شوند. سپس یونهای با سرعت برگزیده شده وارد ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شوند که در آنجا روی یک کمان دایره‌ای حرکت می‌کنند. اگر یونها تک یونیده باشند، آنگاه شعاع کمان دایره‌ای از معادله (۱۶) با $q = e$ به دست می‌آید:

$$r = \frac{mv}{eB_2} \quad (38)$$

سرانجام، یونها به یک صفحه عکاسی برخورد می‌کنند که روی این صفحه شعاع

* وجود ایزوتوپ را نخستین بار فردریک سادی (۱۸۷۷ - ۱۹۵۶)، شیمیدان انگلیسی،

پیشنهاد کرد؛ به همین خاطر جایزه نوبل شیمی سال ۱۹۲۱ نصیب وی شد.

** Francis William Aston (۱۸۷۷ - ۱۹۴۵)، فیزیکدان انگلیسی، عضو دانشگاه

کیمبریج، در سال ۱۹۲۲ جایزه نوبل در شیمی را دریافت کرد.

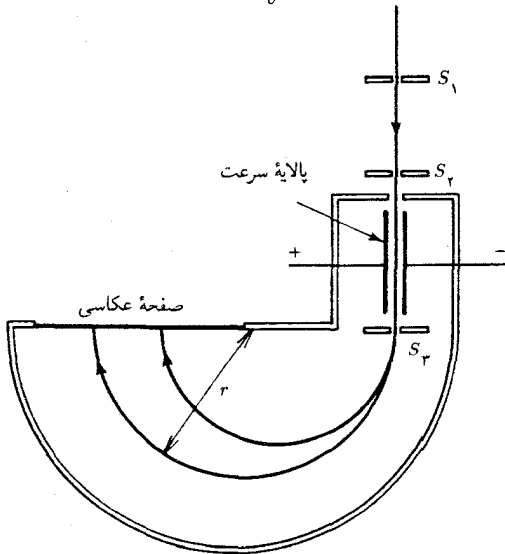
Kenneth Tompkins Bainbridge (۱۹۰۴ -)، فیزیکدان امریکایی، استاد

هاروارد، Arthur Jeffrey Dempster (۱۸۸۶ - ۱۹۵۰)، فیزیکدان امریکایی،

استاد دانشگاه شیکاگو.

برخورد را می توان اندازه گیری کرد . به کمک این شعاع جرم تعیین می شود ،

$$m = \frac{eB_T r}{v} \quad (39)$$



شکل ۹.۱ طیف نگار جرم باین بریج . میدان مغناطیسی بر صفحه کاغذ عمود است . شدت این میدان مغناطیسی در بالای سرعت عبارت است از B_1 و در اتاقک نیم دایره ای B_2 است . کل طیف نگار از هوا تخلیه شده است .

توجه داشته باشد که اختلاف جرم بین دو یون با فاصله بین نقاط برخورد که روی صفحه عکاسی اندازه گیری شده اند ، نسبت مستقیم دارد ،

$$\Delta m = \frac{eB_T}{v} \Delta r \quad (40)$$

فاصله کوچک Δr در امتداد صفحه عکاسی را ، نسبت به مسافت بزرگ r ، می توان با دقت بیشتری اندازه گرفت . بدینسان ، در کاربرد این گونه طیف نگار جرمی ، معمولاً از یک نوع یون به عنوان استاندارد جرم و مقایسه کردن هر یون دیگری با آن ، به وسیله معادله (۴۰) ، بهره می گیرند .

با طیف نگارها و طیف سنجهای جدید به دقت بسیار بالایی دست می یابیم : این دستگاهها می توانند جرم دو یون را تا هفت رقم بامعنی مقایسه کنند . حتی می شود به کمک برخی وسایل جدید که بسامدهای سیکلوترون یونهای را که در میدان مغناطیسی یکنواخت می چرخند ، مقایسه می کنند ، به دقتهای بیشتر ، تا نه رقم بامعنی ، دست یافت . این بسامد سیکلوترون با جرم نسبت عکس دارد [معادله (۱۷) را نگاه کنید] ، و از اینرو مقایسه بسامد دو یون به مقایسه جرم آنها می انجامد . بسامد یونها را می توان با دقت زیادی از طریق روش تشدید اندازه گیری کرد : یک میدان الکتریکی بسامد رادیویی مماسی در جایی در امتداد مدار اعمال می شود ، مانند کاری که در سیکلوترون انجام می گیرد ؛ هل دادنهای مکرر این

میدان، یون را به خارج از مدار اولیه پرتاب می‌کند، مگر اینکه بسامد رادیویی دقیقاً با نصف بسامد سیکلوترون (یا مضرب فردی از آن) برابر باشد، که در این صورت شتاب تحمیل شده بر یون از طرف میدان بسامد رادیویی در یک گذر با شتاب منفی تحمیلی در گذر بعدی جبران می‌شود. مزیت این روش تشدید سیکلوترون یون بر روش طیف‌سنجی جرم این است که اندازه‌گیری دقیق بسامدها، و جابه‌جاییهای کوچک بسامد، از اندازه‌گیری دقیق مساحت‌های کوچک بسیار آسانتر است.

دقتی تقریباً از همان مرتبه — معمولاً هشت رقم بامعنی — در مقایسه‌های جرمی که بر اندازه‌گیری انرژی در واکنش‌های هسته‌ای متکی است، حاصل می‌شود (اختلاف انرژی با اختلاف جرم، توسط فرمول ایششتین به همدیگر مربوط می‌شوند: $\Delta E = c^2 \Delta m$ ؛ بخش ۷۰۱ را ببینید). دقت فوق‌العاده تمامی این روش‌های تعیین جرم بر دقت چشمگیر قابل حصول از طریق فیزیک کلاسیک و تحت شرایط مناسب گواهی می‌دهد. تنها در مکانیک آسمانی است که فیزیک کلاسیک به دقتی تقریباً از همان مرتبه دست می‌یابد.

به طور قراردادی، ایزوتوپ کربن ^{12}C به عنوان استاندارد به کار می‌رود که سایر ایزوتوپها با آن مقایسه می‌شوند. جرم این ایزوتوپ دقیقاً برابر ۱۲ یکای جرم اتمی (u)*، اختیار می‌شود،

$$(^{12}\text{C} \text{ اتم}) = 12.00000000 \text{ u} \quad (41)$$

بدینسان، بنابر تعریف، 1 u عبارت است از $\frac{1}{12}$ جرم این ایزوتوپ کربن. مقادیر جرمی که در جدول ایزوتوپها درج شده‌اند (مثلاً، نگاه کنید به شکل ۱۰۹ و پیوست ۴) از ترکیب خردمندانه داده‌های حاصل از طیف‌نمایی جرم و واکنش‌های هسته‌ای به دست آمده است. سبکترین اتم، اتم هیدروژن است. فراوانترین ایزوتوپ این اتم ^1H است. جرم این ایزوتوپ عبارت است از

$$M_{^1\text{H}} = 1.00782503 \text{ u} \quad (42)$$

یون این اتم عبارت است از یک هسته اتمی برهنه. این هسته هیدروژن، به نام پروتون، کوچکترین هسته اتمها به شمار می‌آید. جرم آن عبارت است از

$$m_p = 1.00727647 \text{ u} \quad (43)$$

* این کمیت عبارت است از جرم اتم خنثی. برای به دست آوردن جرم یون $^{12}\text{C}^+$ ، که در طیف‌نگار جرم به کار گرفته می‌شود، باید جرم یک الکترون ($m_e = 5.78854 \times 10^{-4} \text{ u}$) را کم و معادل جرمی انرژی پیوند، یا انرژی یونش، یک الکترون در اتم کربن ($\Delta m = \Delta E/c^2 = 11.7 \text{ eV}/c^2 = 1.26 \times 10^{-8} \text{ u}$) را اضافه کنیم.

برای تبدیل یکای جرم اتمی به کیلوگرم، باید عدد آووگادرو، N_A ، که همانا تعداد اتمهای موجود در یک مول است، معلوم باشد. بنابر تعریف، جرم یک مول ایزوتوپ ^{12}C دقیقاً ۱۲ گرم است.* در این صورت، جرم یک تک اتم از این ایزوتوپ عبارت است از $12\text{g}/N_A$ ، که باید با 12u منطبق باشد. در نتیجه،

$$1\text{u} = \frac{1\text{g}}{N_A} = \frac{10^{-3}\text{kg}}{N_A}$$

جدیدترین مقداری که برای عدد آووگادرو معین شده (به بخش ۸ نگاه کنید) عبارت است از:

$$N_A = 6,022098 \times 10^{23} \text{ مول/اتم} \quad (44)$$

به این قرار

$$1\text{u} = \frac{10^{-3}\text{kg}}{6,022098 \times 10^{23}} = 1,66055 \times 10^{-27}\text{kg} \quad (45)$$

اگر از این کمیت برای تبدیل جرم پروتون به کیلوگرم استفاده کنیم، می‌رسیم به

$$m_p = 1,67265 \times 10^{-27}\text{kg} \quad (46)$$

توجه کنید که تعداد ارقام معنی‌دار در (۴۶) فقط شش تا است، درحالی‌که در (۴۳) این تعداد نه است. از دست رفتن دقت در تبدیل از یکاهای جرم اتمی به کیلوگرم ناشی از دقت نسبتاً کم در فرایندهای تعیین N_A به شمار می‌آید. فراوانترین ایزوتوپ هلیم ^4He است. جرم این ایزوتوپ عبارت است از

$$\begin{aligned} M_{^4\text{He}} &= 4,0026032\text{u} \\ &= 6,64658 \times 10^{-27}\text{kg} \end{aligned} \quad (47)$$

یون دوباریونیده این اتم یک هسته اتمی برهنه است، که معمولاً آن را ذره آلفا می‌نامند. جرمش به این قرار است:

$$m_\alpha = 4,0015061\text{u} \quad (48)$$

$$= 6,64476 \times 10^{-27}\text{kg} \quad (49)$$

* یک مول از هر عنصر (یا ترکیب) شیمیایی عبارت است از مقدار ماده‌ای که دقیقاً به همان مقدار 12g کربن اتم (یا مولکول) را شامل باشد. «جرم اتمی» یک عنصر (یا «جرم مولکولی») یک ترکیب) شیمیایی عبارت است از جرم یک مول.

برای کار بردهای بعدی، جرم نوترون را هم در اینجا می آوریم:

$$m_n = 1,00866501u \quad (50)$$

$$= 1,67495 \times 10^{-27} \text{kg} \quad (51)$$

از آنجا که نوترون از لحاظ الکتریکی خنثی است، جرمش را نمی توان مستقیماً با طیف‌نگار جرم تعیین کرد. در عوض، جرمش از روی اندازه‌گیریهای انرژی انجام شده در واکنشهای هسته‌ای تعیین شده است، که مستلزم رها شدن یا گیر افتادن یک نوترون به وسیله ایزوتوپهای با جرم معلوم، است.

توجه کنید که جرم پروتون و نوترون تقریباً مساویست (جرم نوترون اندکی بیشتر است). همچنین، توجه کنید که جرم ذره آلفا تقریباً چهار برابر جرم یک پروتون یا یک نوترون است. این موضوع تصادفی نیست - به طوریکه خواهیم دید، ذره آلفا از دو پروتون و دو نوترون تشکیل می‌شود که به طور مستحکمی به یکدیگر بسته شده‌اند.

۴.۱ نظریه جنبشی

قوانین نیوتون، علی‌الاصول، محاسبه حرکت هر سیستمی از ذرات کلاسیک را مجاز می‌دارند؛ اما در عمل، در صورتی که تعداد ذرات خیلی زیاد باشد چنین محاسبه‌ای ناممکن می‌شود. با یک مثال این موضوع را روشن می‌کنیم: تعداد مولکولهای موجود در یک سانتیمتر مکعب هوا عبارت است از $10^{19} \times 2,7$ ، این عدد چندان بزرگ است که اگر حتی مکان و سرعت اولیه تمامی این مولکولها را می‌دانستیم، نمی‌توانستیم حرکت آنها را تعیین و محاسبه کنیم زیرا کامپیوترهای به اندازه کافی بزرگ و سریع برای انجام عملیات ریاضی وجود ندارد. به منظور بررسی سیستمی متشکل از تعداد بسیار زیادی ذره، باید از محاسبه جزئیات و رفتار دقیق هر ذره چشم‌پوشیم. در عوض، باید به روشهای آماری، احتمالاتی متوسل شویم، که امکان محاسبه رفتار میانگین یا محتملترین رفتار سیستم را فراهم می‌آورد. در نظریه جنبشی برای محاسبه خواص مکانیکی و گرمایی گازها و سایر سیستمهایی که از تعداد زیادی ذره کاملاً جدا، و تقریباً مستقل از هم تشکیل یافته‌اند، از این روشها بهره می‌گیرند. در مکانیک آماری برای بررسی سیستمهای کلتیری که شامل تعداد زیادی اجزای برهم کنش‌کننده هستند، از همین روشها استفاده می‌شود.

یکی از نمونه‌های ساده استفاده از روشهای احتمالاتی در بررسی سیستمی

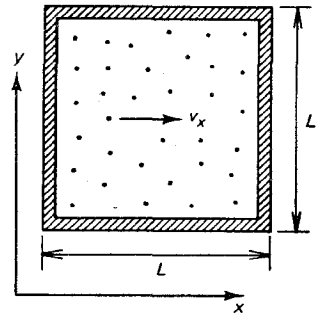
از ذرات، عبارت است از تعیین توزیع فضایی مولکولهای یک گاز ایده آل (گاز کامل)، در تمامی حجم یک ظرف. در غیاب هر نوع نیروی خارجی، به عنوان یک فرض اساسی تصور می‌کنیم که تمام مکانهای ظرف برای هر مولکول احتمال مساوی داشته باشند. در این صورت می‌توان فوراً نتیجه گرفت که چگالی مولکولها باید یکنواخت باشد، چرا که این تنها توزیع سازگار با احتمال مساوی برای تمام مکانها به شمار می‌آید. با این همه، توجه کنید که این چگالی یکنواخت فقط در یک مقیاس ماکروسکوپییک صادق است، یعنی وقتی عناصر حجم dV را که در نظر می‌گیریم به اندازه کافی بزرگ هستند که تعداد زیادی مولکول را شامل شوند. در مقیاس کوچک، چگالی دستخوش افت و خیزهایی است، که اگر عنصر حجم حاوی تعداد اندکی مولکول باشد ممکن است به کسر بزرگی از چگالی میانگین سر بزند (تحلیل احتمالاتی دقیقی نشان می‌دهد که اگر عنصر حجم dV به طور میانگین حاوی N مولکول باشد، در این صورت افت و خیزهای مورد انتظار عبارتند از $(\pm\sqrt{N})$).

یکی از مثالهای کمتر بدیهی، و جالبتر، بهره‌گیری از روشهای احتمالاتی عبارت است از محاسبه فشاری که گاز بر جداره‌های ظرف وارد می‌آورد. این فشار ناشی از برخورد مولکولها بر جداره‌هاست. می‌توان این فشار را با در نظر داشتن حرکت میانگین مولکولها محاسبه کرد. فرض می‌کنیم که ظرف مکعبی به ضلع L است، و مولکولهای گاز فقط با جداره‌های آن برخورد می‌کنند اما با یکدیگر هیچگونه برخوردی ندارند، و این برخوردها هم کشسانند. این فرضها ضروری نیستند، اما محاسبات را ساده می‌کنند.

در شکل ۱۰.۱ ظرفی را پر از مولکولهای گاز مشاهده می‌کنید. می‌توانیم حرکت هر مولکول را به مولفه‌های x ، y ، و z تجزیه، و هر مؤلفه را مستقلاً بررسی کنیم. حرکت یک مولکول را در راستای x بررسی می‌کنیم. مؤلفه سرعت در جهت x عبارت است از v_x ، و مقدار این مؤلفه ثابت باقی می‌ماند چرا که برخورد با جداره‌ها کشسان است. فاصله زمانی بین یک برخورد با یک وجه مکعب در $x = 0$ و برخورد بعدی با همان وجه صرفاً عبارت است از مدت زمانی که مولکول از $x = 0$ به $x = L$ می‌رود و به $x = 0$ برمی‌گردد،

$$\Delta t = \frac{2L}{|v_x|}$$

وقتی مولکول در $x = 0$ با وجه مکعب برخورد می‌کند، سرعت آن در راستای x از $|v_x|$ به $-|v_x|$ وارونه می‌شود. بدینسان، در خلال هر برخورد در $x = 0$



شکل ۱۰.۱ مکعبی به ضلع L ، پر شده از مولکولهای گاز.

مؤلفه x تکانه به مقدار زیر تغییر می‌کند:

$$\Delta p_x = 2m|v_x| \quad (52)$$

که در آن m عبارت است از جرم مولکول. بنابراین، آهنگ میانگینی که مولکول با آن تکانه خود را در $\theta = 0^\circ$ به وجه مکعب منتقل می‌کند عبارت است از

$$\frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2m|v_x|}{2L/|v_x|} = \frac{mv_x^2}{L} \quad (53)$$

این رابطه میانگین نیرویی را می‌دهد که ناشی از برخوردهای یک مولکول با جداره است. برای یافتن کل نیروی میانگین ناشی از برخوردهای تمام مولکولها، باید نیروی (53) را در کل تعداد مولکولها ضرب کنیم؛ برای یافتن فشار باید این مقدار را بر مساحت دیواره، L^2 ، تقسیم کنیم. خواهیم داشت

$$P = \frac{N}{L^2} \frac{mv_x^2}{L} \quad (54)$$

یا، بر حسب حجم $V = L^3$ ،

$$P = \frac{Nm v_x^2}{V} \quad (55)$$

ما در محاسبات خود به طور ضمنی فرض کرده‌ایم که سرعت تمام مولکولها یکی است. این فرض البته نادرست است؛ سرعت مولکولهای گاز با هم متفاوت است و به صورت توزیعی از سرعتهاست. برای منظور کردن این توزیع سرعتها، باید به جای نیروی ناشی از یک مولکول معین (53)، نیروی متوسط مربوط به همه مولکولها را بنشانیم. در نتیجه، باید به جای v_x^2 یک مقدار متوسط مربوط به تمام مولکولهای موجود در ظرف را جایگزین کنیم. این مقدار متوسط v_x^2 را با $\overline{v_x^2}$ نشان می‌دهیم. پس معادله (55) چنین می‌شود:

$$P = \frac{Nm \overline{v_x^2}}{V} \quad (56)$$

برای نوشتن این معادله، توجه داریم که به طور میانگین، احتمال حرکت مولکولها در سه جهت x ، y و z یکی است. بدینسان، مقادیر متوسط v_x^2 ، v_y^2 و v_z^2 باهم برابرند،

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \quad (57)$$

از آنجا که مجموع مربعات مؤلفه‌ها برابر است با مربع قدر مطلق سرعت،

$$\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \overline{v^2} \quad (58)$$

هریک از جمله‌های سمت چپ معادله (58) باید برابر $\frac{1}{3} \overline{v^2}$ باشد. بنابراین می‌توانیم معادله (56) را چنین نوشت

$$PV = \frac{Nm \overline{v^2}}{3} \quad (59)$$

این رابطه فشار را بر حسب میانگین مجذور سرعت مولکولها بیان می‌کند. مقایسه این نتیجه با قانون گاز کامل آموزنده است. در مورد گازی N مولکولی در دمای (مطلق) T ، این قانون حاکی است که

$$PV = NkT \quad (60)$$

که در آن

$$k = 1,38066 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

همان ثابت بولتزمن* است. بدیهی است که سمت راست معادلات (59) و (60) باید با هم مساوی باشند، یعنی،

$$\frac{m \overline{v^2}}{3} = kT \quad (61)$$

این رابطه نشان می‌دهد که میانگین مجذور سرعت با دما نسبت مستقیم دارد. ریشه دوم $\overline{v^2}$ را سرعت ریشه میانگین مربعی می‌نامند و معمولاً آن را با v_{rms} نشان می‌دهند. بنا بر معادله (61)،

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (62)$$

این سرعت ریشه میانگین مربعی را می‌شود سرعت متعارف مولکولهای گاز دانست. راههای دیگری هم برای محاسبه سرعت متعارف وجود دارد؛ مثلاً، ممکن است میانگین تمامی سرعتهای مولکولی را بیابیم، یا محتملترین کل سرعتهای مولکولی را پیدا کنیم. ثابت می‌شود که این سرعتهای متعارفی که از راههای دیگر به دست آمده‌اند تقریباً با v_{rms} یکی است، اما محاسبه آنها مستلزم

* Ludwig Boltzmann (۱۸۴۴-۱۹۰۶)، فیزیکدان اتریشی، استاد دانشگاه مونیخ،

لایپزیک، و وین. وی یکی از بنیانگذاران مکانیک آماری، و از مدافعین پیشگام ساختار اتمی ماده در مباحثات سالهای اولیه قرن بیستم به شمار می‌آید.

داشتن مقداری اطلاعات از جزئیات توزیع سرعت‌های مولکولی است. این توزیع را در بخش بعد بررسی خواهیم کرد.

مثال ۴. سرعت rms مولکولهای اکسیژن در هوا در 20°C چقدر است؟

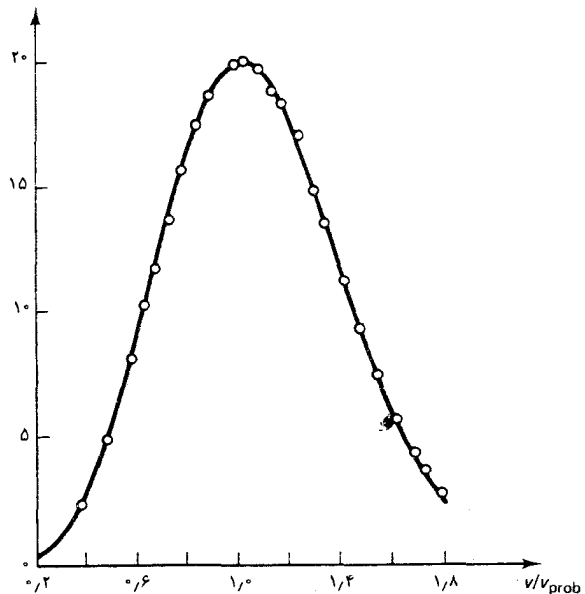
حل جرم یک مولکول اکسیژن عبارت است از 32.0u یا $32.0 \times 1.66 \times 10^{-27}\text{kg}$ ، و دمای مطلق آن برابر است با $T = 293\text{K}$. از اینرواز معادله (۶۲) داریم:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23}\text{J/K} \times 293\text{K}}{32.0 \times 1.66 \times 10^{-27}\text{kg}}} = 478\text{m/s}$$

۵.۱ توزیع ماکسول برای سرعت‌های مولکولی؛ عامل بولتزمن

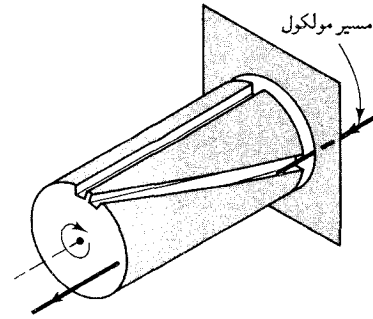
از اندازه‌گیری سرعت مولکولهای گاز در یک دمای معین روشن می‌شود که سرعت این مولکولها از تنوع زیادی برخوردار است. به تعبیر ریاضی، توزیع سرعتها را تابع توزیع $h(v)$ مشخص می‌کند به طوری که $h(v)dv$ تعداد مولکولها با سرعت‌هایی در گستره v تا $v + dv$ است (در قیاس با چگالی فضایی مولکولها، می‌توانیم $h(v)$ را چگالی سرعت بنامیم). در شکل ۱۱.۱ تابع توزیع اندازه‌گیری شده

$h(v) \times \text{const.}$



شکل ۱۱.۱ توزیع سرعتها در یک نمونه اتمهای تالیم در دمای 870K . سرعت بر حسب یگاههای محتملترین سرعت، V_{prob} ، بیان شود؛ مقدار اندازه‌گیری شده این محتملترین سرعت در 870K عبارت است از 376m/s .

اتمهای تالیم در دمای 870 K را مشاهده می‌کنید. این سرعتها به کمک باریکه‌ای از اتمها اندازه‌گیری شدند. که از ظرفی (فرضاً یک تنور) به یک «پالایه» مکانیکی سرعت متشکل از استوانه‌ای با شیارهای ماریچی که حول محورش می‌چرخد، وارد می‌شود (شکل ۱۲.۱). بیشینه تابع توزیع با محتملترین سرعت متناظر است.



می‌توانیم با بهره‌گیری از روشهای احتمالاتی معادله‌ای را برای تابع توزیع استخراج کنیم. به این منظور، ابتدا فرض می‌کنیم که احتمال مربوط به یک سرعت معین از جهت سرعت مستقل است، و مؤلفه‌های سرعت در امتداد x ، y ، و z از نظر احتمالاتی از یکدیگر مستقلند. این فرض اخیر صرفاً به آن معنی است که اگر، مثلاً، به اطلاعاتی در خصوص مؤلفه x سرعت یک مولکول دست پیدا کردیم، اطلاعات اخیر به هیچوجه حاوی اطلاعاتی در خصوص مؤلفه‌های y یا z سرعت نیست. توزیع مؤلفه‌های x سرعت را تابعی مانند $f(v_x)$ چنان توصیف می‌کند که $f(v_x)dv_x$ عبارت است از تعداد مولکولهایی که مؤلفه x سرعت آنها در گستره v_x تا $v_x + dv_x$ قرار دارد. از اینرو، به استثنای یک عامل بهنجارش، $f(v_x)$ عبارت است از احتمال اینکه مؤلفه x سرعت مولکولی در گستره v_x تا $v_x + dv_x$ باشد، و همین امر در مورد مؤلفه‌های y و z سرعت نیز صادق است. از آنجاکه احتمال از جهت سرعت مستقل است، توزیع مؤلفه‌های x ، y و z سرعت به وسیله توابع یکسان $f(v_x)$ ، $f(v_y)$ و $f(v_z)$ توصیف می‌شود؛ و چون مؤلفه‌های x ، y و z سرعت از لحاظ احتمالاتی مستقلند، بنابر قوانین نظریه احتمالات، تابع توزیع مربوط به سرعت برداری صرفاً عبارت است از حاصلضرب توابع توزیع مربوط به مؤلفه‌های سرعت. از اینرو تعداد مولکولهایی که بردارهای سرعتشان در محدوده عنصر حجم سه بعدی $dv_x dv_y dv_z$ (شکل ۱۳.۱) قرار دارد، عبارت است از:

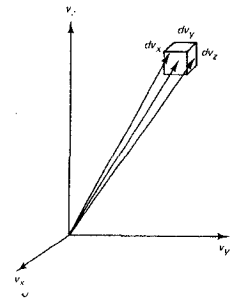
$$f(v_x)f(v_y)f(v_z)dv_x dv_y dv_z \quad (63)$$

چون توزیع مربوط به بردارهای سرعت مستقل از جهت فرض می‌شود، حاصلضرب $f(v_x)f(v_y)f(v_z)$ نباید به مؤلفه‌های جداگانه سرعت بستگی داشته باشد، بلکه فقط به مقدار سرعت وابسته است. بدینسان، حاصلضرب $f(v_x)f(v_y)f(v_z)$ باید مساوی تابعی از v یا، به طور معادل، تابعی از v^2 باشد:

$$f(v_x)f(v_y)f(v_z) = F(v^2) = F(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \quad (64)$$

برای بررسی پیامدهای این معادله، اختصارهای $a = v_x^2$ ، $c = v_y^2$ و $b = v_z^2$ را

شکل ۱۲.۱ پالایه مکانیکی سرعت که توسط میلر و کوش به کار رفت. یک مولکول از شیار ماریچی واقع بر محیط استوانه چرخان فقط در صورتی عبور خواهد کرد که سرعت انتقالی مولکول و سرعت زاویه‌ای استوانه به گونه‌ای دقیق به یکدیگر وابسته باشند، به طوری که حرکت عرضی جداره‌های شیار هرگز در برابر حرکت طولی مولکول مانعی ایجاد نمی‌کند.



شکل ۱۳.۱ محوره‌های این دستگاه مختصات قائم مؤلفه‌های بردارهای سرعت را نشان می‌دهند. نوک بردارهای سرعت نشان داده جملگی به عنصر حجم کوچک $dv_x dv_y dv_z$ ختم می‌شوند.

معرفی می‌کنیم، به طوری که

$$f(a)f(b)f(c) = F(a+b+c) \quad (۶۵)$$

می‌توان تابع F را با قرار دادن $b = 0$ و $c = 0$ تعیین کرد؛ در این صورت داریم

$$f(a)[f(0)]^2 = F(a) \quad (۶۶)$$

که از اینجا می‌بینیم:

$$F(a+b+c) = f(a+b+c)[f(0)]^2 \quad (۶۷)$$

با نشان دادن عبارت مربوط به F از معادله (۶۵)، می‌رسیم به

$$f(a)f(b)f(c) = f(a+b+c)[f(0)]^2 \quad (۶۸)$$

سپس، از هر دو طرف این معادله لگاریتم طبیعی می‌گیریم،

$$\ln f(a) + \ln f(b) + \ln f(c) = \ln f(a+b+c) + 2 \ln f(0) \quad (۶۹)$$

با استفاده از اختصار $g = \ln f$ ، عبارت بالا می‌شود:

$$g(a) + g(b) + g(c) = g(a+b+c) + 2g(0) \quad (۷۰)$$

حالا می‌توانیم با مشتق گرفتن جزئی از g نسبت به a ،

$$g'(a) = g'(a+b+c) \quad (۷۱)$$

و سپس با مشتق‌گیری نسبت به b ،

$$0 = g''(a+b+c) \quad (۷۲)$$

این تابع را تعیین می‌کنیم. معادله (۷۲) حاکی است که مشتق دوم تابع g عیناً صفر است. در نتیجه، این تابع باید تابعی خطی (چند جمله‌ای از مرتبه یک) به شکل زیر باشد:

$$g(a) = \alpha - \beta a \quad (۷۳)$$

که در آن α و β ثابت‌اند. * پس تابع $f(v_x)$ باید به این صورت باشد

$$f(v_x) = e^{g(v_x)} = e^{\alpha - \beta v_x^2} \quad (۷۴)$$

* علامت منفی قبل از β به خاطر سادگی انجام محاسبات بعدی وارد شده است.

و به همین ترتیب برای $f(v_y)$ و $f(v_z)$. در این صورت تابع توزیع مربوط به بردار سرعت عبارت است از

$$f(v_x)f(v_y)f(v_z) = e^{\tau\alpha} e^{-\beta(v_x^2+v_y^2+v_z^2)} \quad (۷۵)$$

هنوز هم ناگزیریم α و β را تعیین کنیم. ثابت α با بهنجارش تابع توزیع مربوط می‌شود. اگر از تابع توزیع $f(v_x)f(v_y)f(v_z)$ در تمامی گسترهٔ سرعتها از $-\infty$ تا $+\infty$ انتگرال بگیریم، نتیجه باید با تعداد کل مولکولها برابر باشد:

$$\begin{aligned} N &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(v_x)f(v_y)f(v_z) dv_x dv_y dv_z \\ &= e^{\tau\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta v_x^2} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta v_y^2} dv_y \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta v_z^2} dv_z \end{aligned} \quad (۷۶)$$

انتگرالهایی که در این معادله ظاهر شده‌اند، انتگرالهای گاوسی به شکل زیرند:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta\zeta^2} d\zeta = \left(\frac{\pi}{\beta}\right)^{1/2} \quad (۷۷)$$

در نتیجه، معادلهٔ (۷۶) می‌شود:

$$N = e^{\tau\alpha} \left(\frac{\pi}{\beta}\right)^{3/2} \quad (۷۸)$$

یا

$$e^{\tau\alpha} = N \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{3/2} \quad (۷۹)$$

سرانجام، می‌توانیم ثابت β را با استفاده از نتیجهٔ (۶۱) برای میانگین مجذور سرعت تعیین کنیم:

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} = \frac{kT}{m} \quad (۸۰)$$

میانگین مقدار v_x^2 ، بر حسب تابع توزیع، از انتگرال زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \overline{v_x^2} &= \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 f(v_x)f(v_y)f(v_z) dv_x dv_y dv_z \\ &= \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-\beta v_x^2} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta v_y^2} dv_y \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta v_z^2} dv_z \end{aligned} \quad (۸۱)$$

انتگرال روی v_x به مشتق انتگرال گاوسی مربوط می‌شود،

$$\int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 e^{-\beta \zeta^2} d\zeta = -\frac{\partial}{\partial \beta} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta \zeta^2} d\zeta = -\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\pi}{\beta}\right)^{1/2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{\beta^3}\right)^{1/2} \quad (۸۲)$$

به این ترتیب، معادله (۸۱) نتیجه می‌دهد

$$\overline{v_x^2} = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{3/2} \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{\beta^3}\right)^{1/2} \left(\frac{\pi}{\beta}\right)^{1/2} \left(\frac{\pi}{\beta}\right)^{1/2} = \frac{1}{2\beta} \quad (۸۳)$$

از مقایسه این معادله با معادله (۸۰)، می‌رسیم به $\frac{kT}{m} = \frac{1}{2\beta}$ ، پس

$$\beta = \frac{m}{2kT} \quad (۸۴)$$

بدینسان، تابع توزیع مربوط به سرعتها عبارت است از

$$f(v_x)f(v_y)f(v_z) = N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2}m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/kT} \quad (۸۵)$$

یا

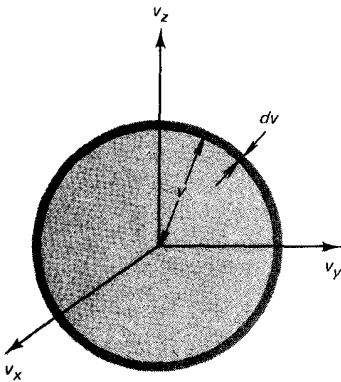
$$f(v_x)f(v_y)f(v_z) = N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2}mv^2/kT} \quad (۸۶)$$

این معادله را توزیع ماکسول برای سرعت‌های مولکولی می‌گویند. توجه کنید که این توزیع در $v_x = v_y = v_z = 0$ دارای بیشینه است، یعنی محتملترین سرعت صفر است. به علاوه، توجه کنید که مقدار میانگین سرعت نیز صفر است زیرا، مطابق معادله (۸۵)، احتمال سرعت‌های مثبت و منفی برابر است.

تابع توزیع مربوط به بردار سرعت‌های برداری تابع توزیع مقادیر سرعت را به دست می‌دهد. اگر تعداد مولکول‌هایی را بخواهیم که سرعت آنها در بازه مشخصی از dv (بدون توجه به جهت) قرار دارد، از فرمول (۸۶) روی تمامی حجم وابسته به این بازه انتگرال می‌گیریم. در شکل ۱۴-۱ این حجم را مشاهده می‌کنیم: این حجم عبارت است از پوسته کروی نازکی به شعاع v و ضخامت dv . مقدار این حجم عبارت است از حاصلضرب مساحت در ضخامت: $4\pi v^2 dv$. تعداد مولکولها با بردارهای سرعت واقع در این حجم عبارت است از انتگرال تابع $f(v_x)f(v_y)f(v_z)$ روی این حجم. چون این تابع در تمامی این حجم ثابت است، انتگرال صرفاً عبارت خواهد بود از حاصلضرب این تابع در این حجم،

$$f(v_x)f(v_y)f(v_z) \times 4\pi v^2 dv = \left[N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2}mv^2/kT} \right] \times 4\pi v^2 dv \quad (۸۷)$$

بنابر تعریف تابع توزیع برای مقادیر سرعت (به مطالب بالا نگاه کنید)، این عبارت باید با $h(v)dv$ منطبق باشد. بنابراین،



شکل ۱۴-۱ پوسته کروی با شعاع v و ضخامت dv .

$$h(v) = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{1}{2}mv^2/kT} \quad (88)$$

منحنی نموده شده در شکل ۱۱-۱ نمایش تغییرات این تابع است. بدیهی است که، نتایج تجربی (نقاط) با منحنی نظری تطابق بسیار عالی دارند.

مثال ۵. عبارتی را بیابید که محتملترین مقدار سرعت یک مولکول را به دست بدهد. حل محتملترین مقدار سرعت با بیشینه $h(v)$ متناظر است. این بیشینه به این قرار تعیین می شود:

$$0 = \frac{\partial h(v)}{\partial v} = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \left[2ve^{-\frac{1}{2}mv^2/kT} - \frac{v^2 m}{kT} e^{-\frac{1}{2}mv^2/kT} \right] \quad (89)$$

با حل این معادله بر حسب v ، محتملترین مقدار سرعت را به این قرار می یابیم:

$$\blacksquare \quad v_{\text{prob}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (90)$$

بازنویسی تابع توزیع ماکسول (۸۶) بر حسب انرژی یک مولکول، نقشی آموزنده دارد. چون انرژی یک گاز کامل صرفاً جنبشی است،

$$E = K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (91)$$

بنابراین معادله (۸۶) می شود،

$$f(v_x)f(v_y)f(v_z) = N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-E/kT} \quad (92)$$

ضریب $e^{-E/kT}$ را عامل بولتزمان می نامند. این عامل به جز یک ضریب بهنجارش، احتمال واقع بودن بردار سرعت یک مولکول را در بازه v تا $v + dv$ به دست می دهد:

$$\left(\text{احتمال واقع بودن سرعت بین } v \text{ و } v + dv \right) \propto e^{-E/kT} \quad (93)$$

هرچند که این تناسب را برای توزیع سرعت گاز کامل به دست آورده ایم، اثبات می شود که از اعتبار کلی برخوردار است. در هر سیستمی که در حالت تعادل گرمایی است، این احتمال که جزئی از سیستم دارای سرعت یا مکانی در بازه ای مشخص باشد با عامل بولتزمان متناسب است، صرف نظر از اینکه E انرژی جنبشی انتقالی، انرژی جنبشی چرخشی، یا انرژی پتانسیل است. در اینجا

بر آن نیستیم که استنتاج کلی این قضیه را، که می‌توان آن را در هر رساله‌ای در خصوص مکانیک آماری یافت*، ارائه دهیم.

به خاطر نمایش موارد استفاده عامل بولتزمن، انرژی میانگین یک نوسانگر هماهنگ ساده متشکل از یک ذره متحرک در یک بعد، تحت تأثیر یک نیروی کشسان، را محاسبه می‌کنیم. اگر وضعیت تعادل در $x = 0$ باشد، در این صورت انرژی پتانسیل عبارت است از $\frac{1}{2}\kappa x^2$ ، که در آن κ ثابت فنر است. انرژی کل عبارت است از

$$E = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}\kappa x^2 \quad (94)$$

و عامل بولتزمن می‌شود،

$$e^{-(\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}\kappa x^2)/kT} \quad (95)$$

احتمال این که ذره در بازه x تا $x + dx$ واقع باشد و همزمان با آن سرعتش در بازه v_x تا $v_x + dv_x$ قرار داشته باشد، با این عامل بولتزمن متناسب است، و همچنین با ابعاد بازه‌های dx و dv_x متناسب است،

$$\left(\begin{array}{l} \text{احتمال مربوط به مکان بین } x \text{ و } x + dx \\ \text{و سرعت بین } v_x \text{ و } v_x + dv_x \end{array} \right) = A e^{-(\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}\kappa x^2)/kT} dx dv_x \quad (96)$$

در اینجا A ضریب تناسب است، که می‌توانیم از روی شرط بهنجارش مربوط به احتمال آن را تعیین کنیم: انتگرال احتمال در تمامی گستره مقادیر x و v_x باید مساوی ۱ باشد. بدینسان،

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A e^{-(\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}\kappa x^2)/kT} dx dv_x \\ &= A \left(\frac{2\pi kT}{m} \right)^{1/2} \left(\frac{2\pi kT}{\kappa} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (97)$$

و

$$A = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \left(\frac{\kappa}{2\pi kT} \right)^{1/2} \quad (98)$$

از اینرو میانگین انرژی عبارت است از

*. مثلاً، بنگرید به

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} \kappa x^2 \right) A e^{-(\frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} \kappa x^2) / kT} dx dv_x \\ &= A \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \kappa x^2 / kT} dx \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} m v_x^2 e^{-\frac{1}{2} m v_x^2 / kT} dv_x \quad (99) \end{aligned}$$

$$+ A \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \kappa x^2 e^{-\frac{1}{2} \kappa x^2 / kT} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} m v_x^2 / kT} dv_x \quad (100)$$

جمله اول سمت راست این معادله میانگین انرژی جنبشی، $\frac{1}{2} m \bar{v}^2$ ، است، جمله دوم، میانگین انرژی پتانسیل، $\frac{1}{2} \kappa \bar{x}^2$ ، است. انتگرالها از همان نوعی اند که قبلاً با آنها مواجه شدیم، و می‌توان با همان روشها آنها را محاسبه کرد. نتیجه این‌که میانگین انرژی جنبشی و میانگین انرژی پتانسیل برابرند با $\frac{1}{2} kT$ ،

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{1}{2} kT \quad (101)$$

و

$$\frac{1}{2} \kappa \bar{x}^2 = \frac{1}{2} kT \quad (102)$$

پس میانگین انرژی عبارت است از:

$$\bar{E} = \frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT = kT \quad (103)$$

توجه داشته باشید که میانگین انرژی جنبشی و میانگین انرژی پتانسیل در معادلات (۱۰۱) و (۱۰۲) از جرم و ثابت فنر مستقلند؛ این کمیتهای فقط به دما بستگی دارند. این نتایج حالت‌های خاص یک قضیه کلی به نام قضیه تقسیم مساوی به شمار می‌آیند: سهم هر جمله از انرژی که با مربع سرعت یا مربع یکی از مختصه‌ها متناسب باشد، در حالت تعادل گرمایی، در انرژی میانگین برابر $\frac{1}{2} kT$ است. اثبات این قضیه، همان تعمیم سراسر محاسبه بالا در مورد نوسانگر هماهنگ ساده است.

در مکانیک آماری، به هر جمله انرژی که با مربع یکی از مؤلفه‌های سرعت یا یکی از مختصه‌ها متناسب باشد، یک درجه آزادی گفته می‌شود. از اینرو قضیه تقسیم مساوی را می‌شود به اختصار به شرح زیر بیان کرد: سهم هر درجه آزادی در میانگین انرژی در حالت تعادل گرمایی، $\frac{1}{2} kT$ است.

مثال ۶. میانگین انرژی یک نوسانگر هماهنگ سه بعدی در حالت تعادل گرمایی چیست؟

حل انرژی نوسانگر عبارت است از

$$E = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + \frac{1}{2}\kappa(x^2 + y^2 + z^2)$$

این عبارت شامل شش جمله متناسب با مربع مختصه یا سرعت، یعنی شش درجه آزادی، است. از اینرو انرژی میانگین در حالت تعادل گرمایی باید برابر $6 \times \frac{1}{2}kT$ یا $3kT$ باشد. عجیب نیست که، این کمیت سه برابر میانگین انرژی نوسانگر یک بعدی است. ■

مثال ۷. در مس، بسامد نوسان هریک از اتمها حول وضعیت تعادلشان در شبکه بلوری در حدود 2×10^{12} rad/s است. بنابر قوانین مکانیک کلاسیک، دامنه مؤثر (rms) نوسان یک اتم مس در دمای متعارف (اتاق) چقدر است؟

حل بنابر معادله (۱۰۴)، دامنه مؤثر نوسان عبارت است از

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{kT}{\kappa}} \quad (104)$$

در مورد نوسانگر هماهنگ ساده، بسامد نوسان با رابطه $\kappa = m\omega^2$ به ثابت فنر مربوط می‌شود. بدین قرار

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{kT}{m\omega^2}} \quad (105)$$

از آنجا که جرم اتمی مس $63/5$ است، جرم یک اتم مس عبارت است از $63/5u$ ، یا $10^{-27} \text{kg} \times 1/66 \times 63/5$ ؛ دمای اتاق 20°C یا 293K است. از اینرو

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{1/28 \times 10^{-23} \text{J/K} \times 293\text{K}}{63/5 \times 1/66 \times 10^{-27} \text{kg} \times (2 \times 10^{12} \text{/s})^2}} = 1 \times 10^{-11} \text{m}$$

این کمیت تقریباً $3/100$ فاصله بین دو اتم مس مجاور هم است. ■

۶.۱ امواج کلاسیک

موج عبارت است از آشفتگی که در محیطی تغییر شکل پذیر، وکشسان منتشر می‌شود. در مورد موج صوتی یا موج آب، محیط، به ترتیب، هوا یا آب است. در مورد موج نور یا موج رادیویی که در خلأ منتشر می‌شوند، محیط را میدانهای الکتریکی و مغناطیسی خود این موج تشکیل می‌دهند؛ این میدانها خواص ضروری تغییر شکل پذیری وکشسانی را دارند تا انتشار آشفتگی را تأمین کنند. بدینسان، موج الکترومغناطیسی محیط خودش به حساب می‌آید. تمام امواج با خود انرژی حمل می‌کنند؛ برخی از آنها تکانه، و بعضی حتی

تکانه زاویه‌ای حمل می‌کنند. به خاطر سادگی بیان مطلب، در قسمت اعظم این بخش فقط با امواجی سروکار خواهیم داشت که دامنه‌اش کمیتی تک مؤلفه‌ای، مانند فشار موج صوت یا ارتفاع موج آب، است. در پایان این بخش، به اختصار به امواج الکترومغناطیسی خواهیم پرداخت، که دامنه آنها کمیت برداری چند مؤلفه‌ای است.

در هر لحظه معین، حالت موج را دامنه‌اش در سرتاسر فضا، و مشتق زمانی این دامنه، به طور کامل مشخص می‌کند. دامنه لحظه‌ای موج تابعی است از مختصات فضایی، و مشتق زمانی لحظه‌ای دامنه، تابع مستقل دیگری از مختصات فضایی است.* این دو کمیت با مکان لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای ذره مشابهند. در مورد موج صوت یا موج آب، این قیاس و شباهت یک پایهٔ بدیهی فیزیکی دارد: دامنهٔ موج به طور مستقیم با جابه‌جایی ذرات محیط مربوط می‌شود، و مشتق زمانی دامنه مستقیماً با سرعت ذرات ربط پیدا می‌کند. (در صورتی که حرکت کاتوره‌ای گرمایی ذرات را نادیده بگیریم).

ساده‌ترین نوع موج عبارت است از موج هماهنگ، که تابعی سینوسی یا کسینوسی از مختصات فضایی و زمان است. مثلاً، موج هماهنگی که در جهت مثبت x منتشر می‌شود این شکل را دارد:

$$\Phi(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \delta) \quad (106)$$

و موجی که در جهت منفی x انتشار می‌یابد، به این شکل است:

$$\Phi(x, t) = A \cos(kx + \omega t + \delta) \quad (107)$$

در این توابع موج، ثابت A دامنهٔ هماهنگ** موج؛ k عدد موج؛ ω بسامد زاویه‌ای؛ و δ ثابت فاز است. طول موج عبارت است از

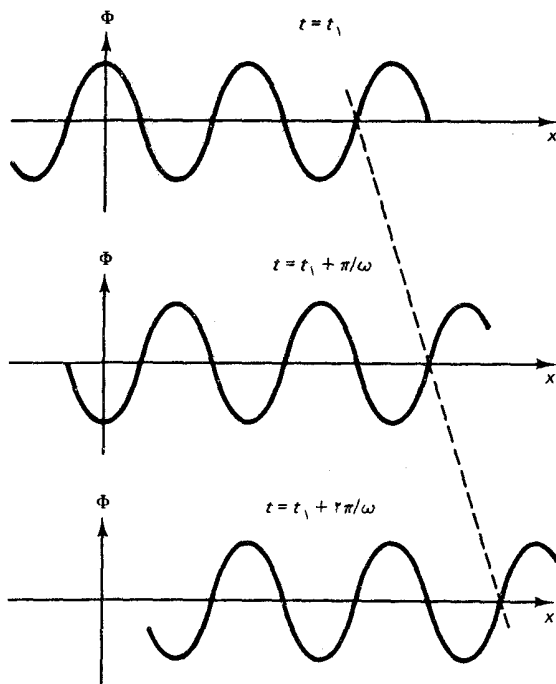
$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad (108)$$

و بسامد موج به این قرار خواهد بود

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \quad (109)$$

*. به تعبیر ریاضی، دامنه در یک لحظه ثابت t عبارت است از تابع $\Phi(x, y, z, t = t_0)$ ؛ و مشتق زمانی این تابع به صورت $(\partial/\partial t)\Phi(x, y, z, t = t_0)$ است.
 **. این کمیت را به این علت دامنهٔ هماهنگ می‌گوییم که آن را از دامنهٔ لحظه‌ای $\Phi(x, t)$ متمایز کنیم. کلمهٔ دامنه در فیزیک تا حدودی از روی مسامحه به کار می‌رود؛ اغلب اوقات باید معنی مورد نظر را از محتویات متن استنتاج کرد.

در شکل ۱۵.۱ موج هماهنگی را مشاهده می‌کنید که در لحظه‌های پی‌درپی زمان، به راست می‌رود.



شکل ۱۵.۱ یک موج هماهنگ در لحظات پی‌درپی زمان. این موج به سمت راست می‌رود.

سرعت قله موج یا گودی موج یک موج هماهنگ را سرعت فاز می‌گوییم. برای یافتن این سرعت، قله موجی را در نظر بگیرید که با شناسهٔ صفر کسینوس در معادله (۱۰۶) متناظر است. موضع این قله به عنوان تابعی از زمان چنین به دست می‌آید:

$$kx - \omega t + \delta = 0 \quad (110)$$

با دیفرانسیل‌گیری از این عبارت، ملاحظه می‌کنیم که نمره‌های x و t در مکان قله باید به صورت زیر با هم مربوط باشند:

$$k dx - \omega dt = 0 \quad (111)$$

که از این رابطه سرعت فاز را به دست می‌آوریم

$$v_p = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} \quad (112)$$

اگر سرعت فاز به عدد موج، یا طول موج، بستگی داشته باشد، محیطی را که موج در آن انتشار می‌یابد محیط پاشنده می‌گوییم. مثلاً، بسامد امواج آب (در آبهای عمیق) عبارت است از

$$\omega = \sqrt{gk} \quad (113)$$

که در آن $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ شتاب گرانی است. سرعت فاز این امواج عبارت است از:

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad (114)$$

بدینسان سرعت امواج آب با طول موج بلند از سرعت امواج با طول موج کوتاه، بیشتر است. آب — یا دقیقتر، سطح آب — محیطی پاشنده است.

با این فرض که دامنه تغییر شکل محیط از حدود کشسانی تجاوز نمی‌کند، امواج از اصل برهم‌نهی خطی پیروی می‌کنند: وقتی دو یا چند موج به یک نقطه معین وارد می‌شوند، برآیند دامنه لحظه‌ای عبارت است از مجموع تمامی دامنه‌های لحظه‌ای. بسته به علامت تک‌تک این دامنه‌ها، یا فاز موجها، موج برآیند می‌تواند بزرگتر (تداخل سازنده) یا کوچکتر (تداخل ویرانگی) از هر یک از موجها باشد.

مثال ۸. دو موج با دامنه‌های هماهنگ مساوی به طور همزمان در امتداد محور x و در جهت‌های مخالف منتشر می‌شوند. موج برآیند چیست؟

حل فرض کنید که این امواج عبارتند از

$$\Phi_1 = A \cos(kx - \omega t) \quad (115)$$

و

$$\Phi_2 = A \cos(kx + \omega t) \quad (116)$$

بنابراین اصل برهم‌نهی، موج برآیند صرفاً مجموع $\Phi_1 + \Phi_2$ است،

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = A[\cos(kx - \omega t) + \cos(kx + \omega t)] \quad (117)$$

بنابراین اتحاد مثلثاتی:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \quad (118)$$

این مجموع می‌شود

$$\Phi = 2A \cos kx \cos \omega t \quad (119)$$

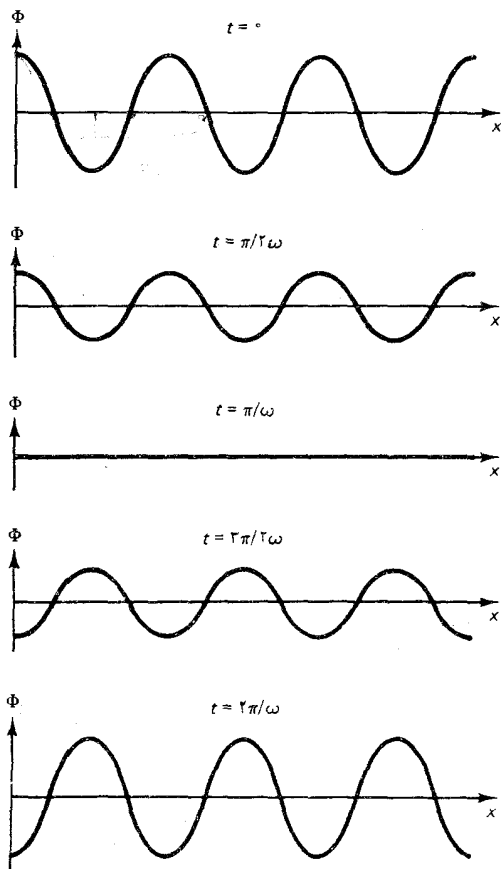
این عبارت، معادله موج ساکن است. دامنه لحظه‌ای دارای مقدار بیشینه‌ای (متناظر با قله موج یا گودی موج) در مواضعی ثابت است که چنین تعیین می‌شوند:

$$kx = n\pi \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (120)$$

در این مواضع دو موج به طور سازنده تداخل می‌کنند. دامنه لحظه‌ای دارای مقدار کمینه‌ای ($\Phi = 0$) در مواضع ثابتی است که از این عبارت به دست می‌آیند:

$$kx = (n + \frac{1}{2})\pi \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (121)$$

در این مواضع دو موج به طور ویرانگر تداخل، و در تمام لحظه‌ها دقیقاً یکدیگر را حذف می‌کنند. در شکل ۱۶.۱ موج ساکنی را در لحظات زمانی متوالی مشاهده می‌کنید. ■



شکل ۱۶.۱ موجی ساکن در لحظات متوالی.

مثال ۹. یک موج آب با جبهه‌های موج موازی بر دو شکاف بسیار باریک واقع بر یک

دیوار فرود می‌آید (شکل ۱۷.۱ را ببینید). قسمت‌های کوچکی از این موج از شکافها عبور می‌کنند و، در نتیجه، هریک از شکافها به صورت یک منبع موج با جبهه‌های موج دایره‌ای هم‌مرکز عمل می‌کند. این دو دسته موج دایره‌ای در چه راستاهایی تداخل سازنده می‌کنند؟ فرض کنید که امواج را در فاصله زیادی از منبعها مشاهده کنیم.

حل امواجی که از دو منبع به بیرون انتشار می‌یابند و به نقطه P وارد می‌شوند عبارتند از

$$\Phi_1 = A \cos(kr_1 - \omega t) \quad (122)$$

و

$$\Phi_2 = A \cos(kr_2 - \omega t) \quad (123)$$

که در آن r_1 و r_2 عبارتند از فواصل S_1P و S_2P که از منبعها تا نقطه مشاهده اندازه‌گیری شده‌اند (شکل ۱۸.۱). * موج برابری مجموع این دو موج، $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ ، است. هر جا که شناسه‌های توابع کسینوسی در معادلات (۱۲۲) و (۱۲۳) به اندازه 0 ، یا 2π ، یا 4π ، و مانند آنها، اختلاف داشته باشند، این دو موج تداخل سازنده خواهند کرد. از اینرو، شرط تداخل سازنده عبارت است از

$$kr_2 - \omega t - (kr_1 - \omega t) = 2\pi n \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (124)$$

یا

$$(r_2 - r_1)k = 2\pi n \quad (125)$$

اگر r_1 خیلی بزرگتر از فاصله بین دو منبع، d ، باشند، خطوط S_1P و S_2P تقریباً موازیند؛ در این صورت تفاوت بین این فواصل تقریباً عبارت است از $d \sin \theta$ (شکل ۱۸.۱). بدینسان معادله (۱۲۵) به این صورت در می‌آید

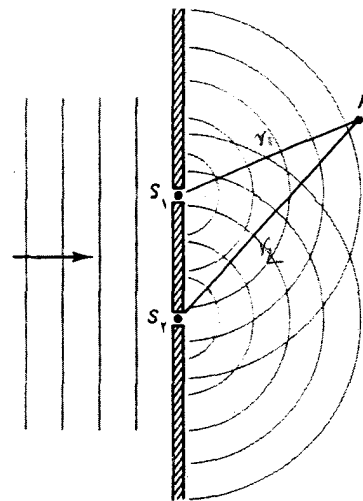
$$(d \sin \theta)k = 2\pi n \quad (126)$$

یا، بر حسب طول موج،

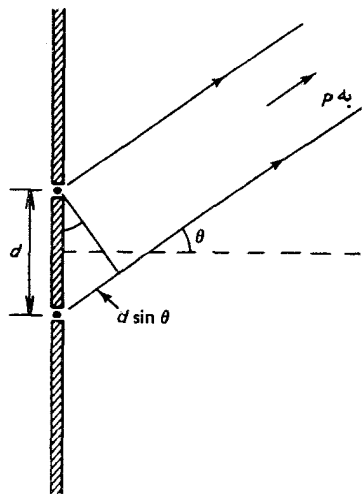
$$d \sin \theta = n\lambda \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (127)$$

چنانکه از تقارن برمی‌آید، تداخل سازنده را در امتداد خط میانی ($\theta = 0$) می‌یابیم؛ اما تداخل سازنده را در امتداد جهت‌های گسسته‌ای در هر دو سوی خط میانی نیز خواهیم یافت. در شکل ۱۹.۱ عکس یک نقش پروانه مانند از باریکه‌های قوی را مشاهده می‌کنید که با جهت‌های تداخل سازنده متناظرند. بین این باریکه‌های قوی، خطوط گرهی متناظر با جهت‌های تداخل ویرانگر را می‌یابیم [این جهت‌های اخیر از رابطه $d \sin \theta = (n + \frac{1}{2})\lambda$ به دست می‌آیند]. ■

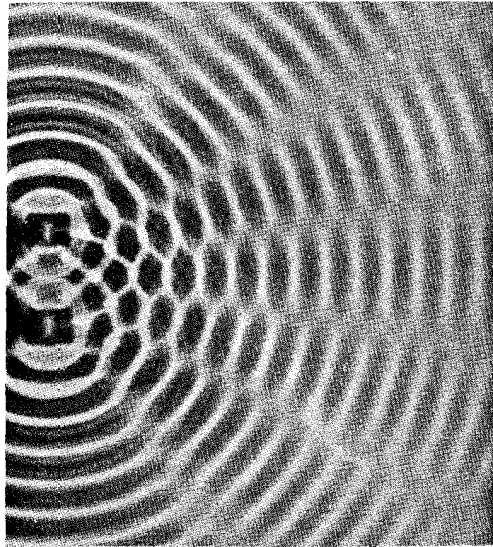
* دامنه A متعلق به یک موج دایره‌ای که بر سطح آب گسترده می‌شود با زیاد شدن فاصله، کاهش پیدا می‌کند: $A \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$. اما از این امر چشم می‌پوشیم؛ این موضوع بر محاسبات تأثیری نمی‌گذارد.



شکل ۱۷.۱ امواج دایره‌ای از دو شکاف بسیار باریک، که به صورت دو منبع موج عمل می‌کنند، بیرون می‌آیند.



شکل ۱۸.۱ نقطه مشاهده P در فاصله زیادی از منبعها واقع است. زاویه مکان، θ ، نسبت به خط وسط (خط چین) اندازه‌گیری می‌شود.



شکل ۱۹.۱ نقش تداخل امواج دایره‌ای آب در یک تشتک موج .

در مثال قبل فرض کردیم که امواج خارج شونده از شکافها کم و بیش به طور یکنواخت در همهٔ جهتها در آنسوی شکافها گسترده می‌شوند. گسترده‌گی یک موج بر اثر گذر از یک شکاف باریک را پراش می‌گویند. موج، به جای انتشار مستقیم از طریق شکاف در جهت جلو، به اطراف پخش می‌شود و به داخل ناحیهٔ سایه در پشت دیواره‌ها سرایت می‌کند. مقدار پراش به ابعاد شکاف بستگی دارد. اگر ابعاد شکاف در مقایسه با طول موج بزرگ باشد، پراش ناچیزی روی می‌دهد؛ قسمت اعظم موج در جهت جلو منتشر می‌شود، و پخش جانبی آن بسیار اندک است. اما اگر ابعاد شکاف تقریباً مساوی با یا کوچکتر از طول موج باشد، در این صورت پراش بسیار بارز است (شکل ۲۰.۱) و نقش پروانه‌مانند نسبتاً پیچیده‌ای از باریکه‌های امواج قوی و ضعیف را در آنسوی شکاف پدید می‌آورد. این نقش یک باریکهٔ مرکزی قوی را در جهت جلو، و چندین باریکه ضعیفتر و ثانویه را در هر دو طرف، نمایش می‌دهد. از تحلیل ریاضی پراش* پی می‌بریم که نیم پهنای بیشینهٔ مرکزی، یا موضع نخستین کمینهٔ جانبی، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$a \sin \theta = \lambda \quad (۱۲۸)$$

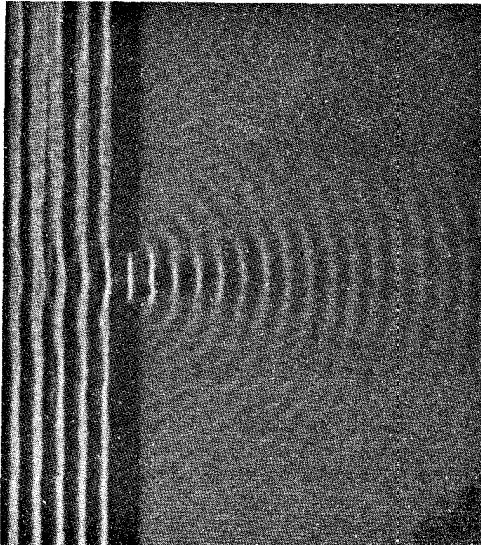
که در آن a پهنای شکاف است. اگر a مساوی یا کوچکتر از طول موج باشد، پس بیشینهٔ مرکزی بسیار پهن است، و کل فضای فراسوی شکاف را دربر می‌گیرد. به

* بنگرید به متون درسی فیزیک کلاسیک مقدماتی مانند: فیزیک آهانیان، فصل ۳۹. فرمول

کلی مربوط به کمینه‌های نقش پراش عبارت است از:

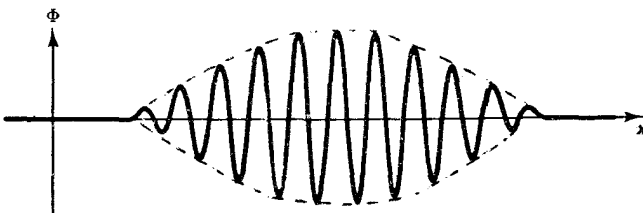
$$a \sin \theta = n\lambda, n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

طور کلی، نقش موج ایجاد شده به وسیلهٔ دو یا چند شکاف، شامل ترکیبی از آثار پراش در هر شکاف و آثار تداخلی در میان همهٔ شکافهاست. اما اگر، مطابق مثال ۹، شکافها خیلی باریک باشند، در این صورت نقش پراش یکنواخت و بی شکل است، و فقط نقش تداخل آشکار است.



شکل ۲۰.۱ نقش پراش امواج آب در یک تشتک موج. امواج پس از گذشتن از شکاف باریک به طور جانبی گسترده می‌شوند.

اصل برهم‌نهی خطی ابزار مهمی در مطالعهٔ ریاضی پالسهای موج با وسعت متناهی، یا بسته‌های موج، به شمار می‌آید. بنابر قضیهٔ فوریه که در ریاضیات پیشرفته عنوان می‌شود، هر بسته موج با شکل دلخواه را می‌توان به عنوان مجموعی از تعداد (نامتناهی) زیادی از امواج هماهنگ با طول موجهای مختلف بیان کرد. از اینرو، اگر اصل برهم‌نهی معتبر باشد، می‌توانیم تمامی خواص بسته موج را از خواص امواج هماهنگی که آن را تشکیل می‌دهند، استخراج کنیم. مثلاً، می‌توانیم سرعت یک بسته موج متشکل از یک رشتهٔ متناهی از قله‌های موج و گودیهای موج را به دست آوریم (شکل ۲۱.۱). چنین بسته موجی را گروه موج (یا موجگروه) می‌گوییم. این بسته موج را می‌شود موجی هماهنگ دانست که یک پوش آن را مدوله کرده است (در شکل ۲۱.۱ این پوش با خط چین نموده شده



شکل ۲۱.۱ یک گروه موج.

است). سرعت گروه موج همان سرعت پوش است. به طوری که خواهیم دید، این سرعت با سرعت قله‌های موج مربوط به موج هماهنگ فرق می‌کند، یعنی قله‌های منفرد موج نسبت به پوش حرکت می‌کنند. علت بروز این رفتار عجیب این است که گروه موج یک برهنه‌ی از چندین موج هماهنگ به شمار می‌آید، که نقش تداخلی آن به صورت تابعی از زمان جابه‌جا می‌شود. ساده‌ترین راه تشکیل بسته موجی مشابه با شکل ۲۱.۱ از طریق برهنه‌ی دو موج هماهنگ است که عدد موج و بسامد آنها اندکی با هم فرق دارند:

$$\Phi_1 = A \cos\left[\left(k + \frac{1}{4}\Delta k\right)x - \left(\omega + \frac{1}{4}\Delta\omega\right)t\right] \quad (129)$$

و

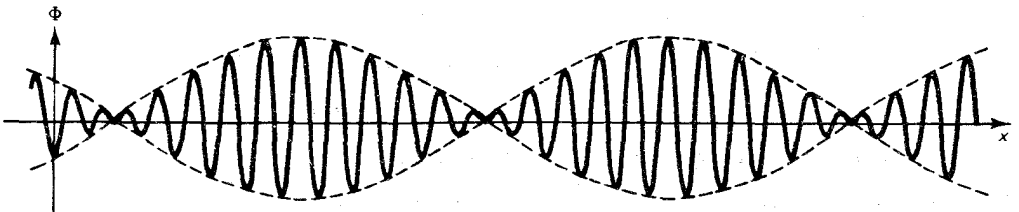
$$\Phi_2 = A \cos\left[\left(k - \frac{1}{4}\Delta k\right)x - \left(\omega - \frac{1}{4}\Delta\omega\right)t\right] \quad (130)$$

در اینجا نیز با استفاده از اتحاد مثلثاتی (۱۱۸)، به دست می‌آوریم

$$\Phi_1 + \Phi_2 = 2A \cos\frac{1}{4}(\Delta kx - \Delta\omega t) \cos(kx - \omega t) \quad (131)$$

در شکل ۲۲.۱ طرحی از این موج در یک لحظه مشخص از زمان را مشاهده می‌کنید. بدیهی است که، این موج از توالی گروه‌های موج تشکیل می‌شود، که هر کدام مشابه گروه موج نموده شده در شکل ۲۱.۱ است. اگر بخواهیم تمامی این گروه‌های موج اضافی را به استثنای گروه موج مرکزی حذف کنیم، ناگزیریم چندین موج دیگر به برهنه‌ی (۱۳۱) بیفزاییم، به طریقی که تمامی گروه‌های موج موجود در سمت راست و چپ گروه موج مرکزی به وسیله تداخل ویرانگر حذف شوند. اما برای منظور ما، کافی است که صرفاً از گروه‌های موج اضافی چشم‌پوشیم، و توجه خود را بر حرکت گروه مرکزی معطوف کنیم. اگر سرعت فاز هر دو موج هماهنگ یکی بود (محیط ناپاشنده)، در این صورت این امواج همواره باید

شکل ۲۲.۱ دنباله‌ای از گروه‌های موج ساخته شده از برهنه‌ی دو موج هماهنگ، که عدد موج و بسامد آنها اندکی با هم فرق دارند.



همگام (همفاز) باقی بمانند. در این صورت تمامی نقش شکل ۲۲-۱ یکجا به راست حرکت خواهد کرد. اما اگر سرعت‌های فاز متفاوت باشند (محیط پاشنده)، در این صورت این دو موج نسبت به همدیگر حرکت می‌کنند. قله پوش — آنجا که دو موج به طور سازنده تداخل می‌کنند — نیز نسبت به امواج حرکت می‌کند. توجه داریم که برای به دست آوردن سرعت قله، یا سرعت گروه، نخستین عامل در معادله (۱۳۱) نمایانگر پوش است که در شکل ۲۲-۱ با خط چین نموده شده است. موضع قله از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta kx - \Delta \omega t = 0 \quad (132)$$

و بنابراین رابطه نموی x و t در موضع قله عبارت است از

$$\Delta k dx - \Delta \omega dt = 0 \quad (133)$$

از اینجا سرعت گروه را پیدا می‌کنیم:

$$v_g = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} \quad (134)$$

فرض می‌کنیم که $\Delta \omega$ و Δk خیلی کوچک باشند، به طوری که گروه موج بسامد و طول موجی نسبتاً مشخص داشته باشد. پس به جای $\Delta \omega$ و Δk تقریباً می‌توان دیفرانسیل آنها را قرار داد و

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

مثلاً، در مورد امواج آب [معادله (۱۱۳)]، سرعت گروه عبارت است از

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} \sqrt{gk} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k}} \quad (135)$$

از مقایسه این معادله با معادله (۱۱۴)، می‌بینیم که سرعت گروه یک موج آب نصف سرعت فاز است.

سرعت گروه عبارت است از سرعت سیگنال. اگر بخواهیم سیگنالی را به وسیله یک موج بفرستیم، نمی‌توانیم موجی هماهنگ را به کارگیریم. این نوع موج هیچ آغاز و پایانی ندارد؛ تا ابد دوام می‌آورد، و بنابراین هیچگونه اطلاعاتی را، جدا از اطلاعات ناچیزی که مربوط به کارکردن فرستنده است، منتقل نمی‌کند. (به بیان اصطلاحات مخصوص به رادیو: موج هماهنگ موج حامل است، که در گیرنده رادیو صرفاً یک مهمه پیوسته را ارائه می‌دهد.) برای فرستادن یک سیگنال، باید موج هماهنگ را وصل و قطع کنیم، یا باید شدتش را تغییر دهیم.

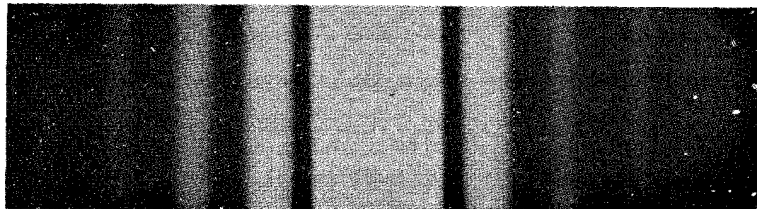
(به بیان اصطلاحات مخصوص به رادیو: باید موج حامل را مدوله کنیم.) یعنی، باید بسته‌های موج را بسازیم. بدینسان سرعت سیگنال با سرعت گروه چنین بسته موجی منطبق است. به علاوه، معلوم می‌شود که سرعت انتقال انرژی به وسیلهٔ موج نیز با سرعت گروه منطبق است.

این بخش را با چند تذکر در باب امواج نورو سایر امواج الکترومغناطیسی، به پایان می‌بریم. از نظر نیوتون نور جریانی از ذرات بود که از منبع تور بیرون می‌آمدند. این دیدگاه تا آغاز قرن نوزدهم بر اذهان دانشمندان حاکم بود؛ در این زمان توماس یانگ نشان داد که نور، مطابق آنچه در مثال ۹ تشریح شد، پدیده‌های تداخلی را نمایش می‌دهد که مشخصهٔ امواج اند. یانگ همچنین می‌دانست که نور پدیده پراش را هم بروز می‌دهد، یعنی نوری که از یک روزنهٔ کوچک می‌گذرد از مسیر انتشار راست‌خط منحرف و به داخل منطقهٔ سایه سرایت می‌کند (بنگرید به شکل ۱-۲۳)، و خاطر نشان کرد که چنین پدیده‌ای یکی دیگر از مشخصه‌های امواج است. مدت زمان کوتاهی بعد از آن، آگوستین فرنل نظریهٔ ریاضی تداخل و پراشی را مطرح کرد که با مشاهدات تجربی تطابقی عالی داشت و فیزیکدانان را به موجی بودن نور متقاعد کرد. اما این مطالب یک پرسش عمیقتر، مربوط به ماهیت نهائی نور، را بر جای گذاشت: امواج نور بالاخره از چه چیزی ساخته شده‌اند؟ از آنجا که در نزد فیزیکدانان هم‌روزگار فرنل انتشار امواج نور در خلأ غیر قابل تصور به نظر می‌رسید، آنان وجود اتر را بدیهی پنداشتند: اتر در نزد آنان ماده‌ای شبح مانند بود که تصور می‌شد تمامی فضا را فرا گرفته و محیطی برای انتشار نور باشد. سرانجام، جیمز کلرک، ماکسول در سال ۱۸۷۳ به پرسشهای جدی مربوط به ماهیت نور پاسخ داد؛ وی یک مجموعه معادلاتی را تدوین کرد که میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را توصیف می‌کرد، ویی برد که این معادلات دارای جوابهای موجی شکلی با سرعت $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ هستند، که برابر است با سرعت نور*. این موضوع به تشکیل تصویر کلاسیک نور به عنوان موجی متشکل از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی انجامید. از آنجا که این میدانها می‌توانند در خلأ وجود داشته باشند، نور برای انتشار به هیچ محیطی نیاز ندارد.

*. فرمول نظری، ماکسول به ازای $F/m = 10^{-12}$ و $H/m = 10^{-6}$ ، $\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6}$ ،
سرعت امواج الکترومغناطیسی را چنین به دست می‌دهد:

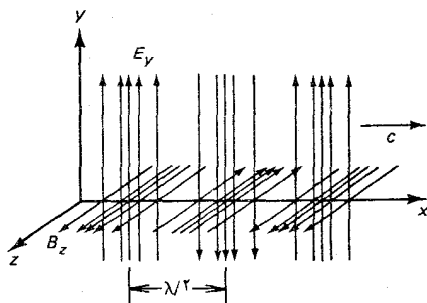
$$c = \frac{1}{(1,26 \times 10^{-12} F/m \times 1,26 \times 10^{-6} H/m)^{1/2}} = 2,99 \times 10^8 \text{ m/s}$$

که با مقداری که به کمک آزمایش برای سرعت نور به دست آمده است، توافق مطلوبی دارد [نگاه کنید به معادله (۱۳۶)]. رهیافت نوین عبارت است از استفاده از فرمول نظری برای محاسبهٔ ϵ_0 از روی مقدار معلوم μ_0 و مقدار اندازه‌گیری شدهٔ سرعت نور.

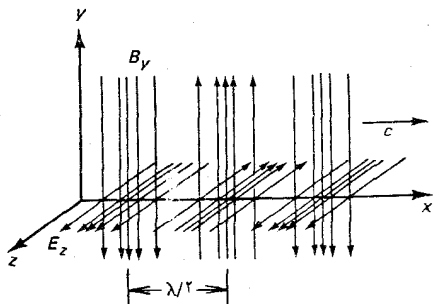


نظریهٔ ماکسول چگونگی قطبش نور را نیز، که در اوایل قرن نوزدهم به وسیلهٔ اتین مالوس کشف شده بود، بیان می‌کند. میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در یک موج نوری همواره بر یکدیگر، و بر جهت انتشار نور عمودند. بدینسان، موج نوری یک موج عرضی است. جهت قطبش موج همان جهت میدان الکتریکی است. مثلاً، در شکل ۲۴.۱ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یک موج تخت را که به سمت راست منتشر می‌شود، و جهت قطبش هم قائم است، مشاهده می‌کنید. در شکل ۲۵.۱ میدانهای یک موج تخت را با همان جهت انتشار، اما جهت قطبش افقی مشاهده می‌کنید.

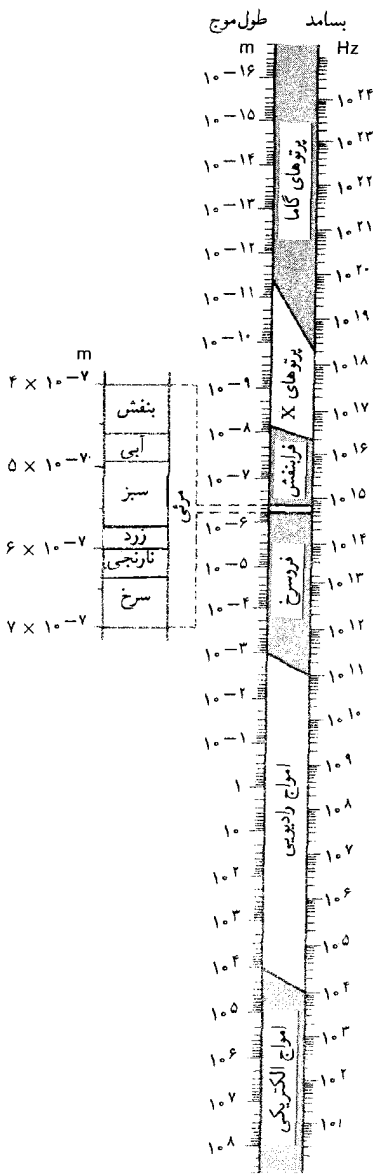
شکل ۲۳.۱ نقش پراش نور ثبت شده بر یک صفحهٔ عکاسی واقع سوی دیگر شکاف باریکی که نور لیزر بر آن می‌تابد.



شکل ۲۴.۱ موج الکترومغناطیسی تخت به سمت راست حرکت می‌کند؛ جهت قطبش قائم است.



شکل ۲۵.۱ موج الکترومغناطیسی تخت که به سمت راست در حرکت است؛ جهت قطبش افقی است.



هر جهت قطبش دیگری، مانند قطبش در جهت 45° نسبت به جهت افقی، را می‌توان به صورت برهم‌نهی دو جهت اصلی نموده شده در این شکلها پنداشت.

امواج رادیویی، تابش فرورسوخ، تابش فرابنفش، و پرتوهای X امواج الکترومغناطیس از همان نوع نورند، اما با طول موجهای مختلف. در شکل ۲۶.۱ جمع‌بندی طیف الکترومغناطیسی را مشاهده می‌کنید. سرعت تمام این امواج برابر سرعت نور است. بهترین مقداری که اخیراً برای سرعت نور در خلأ به دست آمده عبارت است از

$$c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (136)$$

مطابق تعریف جدید متر که رسماً در سال ۱۹۸۴ پذیرفته شده است، متر عبارت است از مسافتی که نور در مدت $\frac{1}{299792458}$ ثانیه در خلأ می‌پیماید. * از اینرو، مقداری را که در بالا برای سرعت نور نقل کرده‌ایم می‌توان از این پس یک مقدار استاندارد ثابت دانست، و اندازه‌گیرهای آینده فقط می‌توانند تعدیلهای مجددی برای تعریف متر فراهم آورند، و تعدیلهای مجددی در سرعت نور به شمار نمی‌آیند. نظریهٔ ماکسول چگونگی ایجاد امواج الکترومغناطیسی به وسیلهٔ بارهای شتابدار را توضیح می‌دهد. میدانهای الکتریکی و مغناطیسی هر بار متحرکی را احاطه می‌کنند. علی‌الاصول، موج الکترومغناطیسی عبارت است از آشفتگی که در این میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یک بار منتشر می‌شود. مادامیکه بار با سرعت یکنواخت حرکت می‌کند، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی با بار حرکت می‌کنند، گویی که محکم به آن چسبیده‌اند. اما اگر این بار شتابدار شود، قسمتهایی از میدان جدا می‌شوند؛ این قسمتها از بار مستقل می‌شوند و به صورت یک آشفتگی الکتریکی و مغناطیسی به خارج می‌روند، که این آشفتگی انرژی را از بار دور می‌کند.

بعضی از مهمترین خواص امواج الکترومغناطیسی را در زیر برمی‌شماریم. * بزرگی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی با یکدیگر متناسبند؛ در مورد یک موج

شکل ۲۶.۱ طیف الکترومغناطیسی.

* این تعریف متر را می‌توان به وسیلهٔ طول موجی که لیزرگسیل می‌دارد، به راحتی تکمیل کرد؛ بنگرید به بخش ۶.۰۷.

** برای استنتاج این خواص امواج الکترومغناطیسی، می‌توانید به هر کتاب درسی در خصوص فیزیک کلاسیک مراجعه کنید؛ مثلاً: فیزیک آهانیان، فصل ۳۶

موج در خلأ،

$$|\mathbf{B}| = \frac{1}{c} |\mathbf{E}| \quad (۱۳۷)$$

همانند مورد نور، جهت این میدانها بر یکدیگر و نیز بر جهت انتشار عمودند. این جهتها بنا بر قاعده دست راست ضرب برداری با هم مربوط می‌شوند: $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ در جهت انتشار واقع است. چگالی انرژی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی عبارت است از

$$u = \frac{1}{\mu_0 c} |\mathbf{E}| |\mathbf{B}| \quad (۱۳۸)$$

شار انرژی، یا توان بر واحد مساحت، که به وسیله موج منتقل می‌شود، به این قرار است

$$S = \frac{1}{\mu_0} |\mathbf{E}| |\mathbf{B}| \quad (۱۳۹)$$

یا

$$S = cu \quad (۱۴۰)$$

بزرگی و جهت شار انرژی را بردار پوینتینگ به دست می‌دهد،

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (۱۴۱)$$

این جهت البته همان جهت انتشار موج است. تکانه‌ای که در واحد مساحت و واحد زمان به وسیله موج منتقل شده، یعنی فشاری که موج بر یک سطح جذب کننده وارد می‌آورد، با شار انرژی تناسب مستقیم دارد،

$$P = \frac{S}{c} \quad (۱۴۲)$$

از معادله (۱۴۲) می‌توانیم رابطه جالبی را بین انرژی و تکانه‌ای که به وسیله موج حمل شده، به دست آوریم. در مدت زمان Δt ، انرژی و تکانه‌ای که از سطح مقطعی به مساحت A عبور می‌کند عبارت است از $\Delta E = SA\Delta t$ و بدینسان انرژی و تکانه‌ای که موج حمل می‌کند از رابطه زیر پیروی می‌کند

$$\Delta E = c\Delta p \quad (۱۴۳)$$

در بخش بعد خواهیم دید که این رابطه سودمند است.

علاوه بر دو موج قطبیده خطی نمایش یافته در شکل‌های ۲۴۰۱ و ۲۵۰۱، امواجی با سایر انواع قطبش هم وجود دارند؛ تمامی اینها را می‌توان از طریق تشکیل برهم نهی دو موج قطبیده خطی به دست آورد. مثلاً، امواج قطبیده دایره‌ای از طریق برهم نهی دو موج قطبیده خطی با دامنه‌های برابر اما با اختلاف فاز 90° به دست آورد. در هر موضع ثابت x ، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی چنین موج قطبیده دایره‌ای با یک بسامد چرخشی برابر بسامد موج حول محور x می‌چرخد (جهت چرخش به علامت اختلاف فاز بستگی دارد). از معادلات ماکسول می‌توان نشان داد که چنین امواج قطبیده دایره‌ای نه تنها انرژی و تکانه حمل می‌کنند، بلکه حامل تکانه زاویه‌ای هم هستند؛ این تکانه زاویه‌ای ناشی از جریان چرخان تکانه حول جهت انتشار موج است. مقدار تکانه زاویه‌ای حمل شده به وسیله موج برابر است با مقدار انرژی تقسیم بر بسامد زاویه‌ای،

$$\Delta L = \frac{\Delta E}{\omega} \quad (144)$$

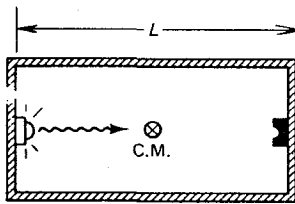
۷.۱ هم‌ارزی انرژی و جرم

هم‌ارزی انرژی و جرم یکی از مشهورترین کارهایی است که آلبرت اینشتین در فیزیک انجام داده است. هرچند که او نخست این هم‌ارزی را از نظریه نسبیتش استنتاج کرد، بعداً روش بسیار ساده‌تری مبتنی بر رابطه بین انرژی و تکانه موج نور ابداع کرد. اینشتین برای این نتیجه‌گیری به *Gedankenexperiment** ساده زیر استناد کرد. فرض کنید که یک گسیلنده و یک جذب‌کننده نور در جعبه‌ای به جرم M قرار داده شده‌اند. فاصله این گسیلنده و جذب‌کننده که محکم به دو سر جعبه بسته شده‌اند از یکدیگر برابر L است (شکل ۲۷۰۱). این جعبه در ابتدا ساکن است، ولی می‌تواند آزادانه حرکت کند. اگر گسیلنده یک پالس کوتاه نوری با انرژی ΔE به سمت راست بفرستد، کل جعبه به سمت چپ پس زده می‌شود. چون، مطابق معادله (۱۴۳)، تکانه پالس نوری عبارت است از $\Delta E/c$ ، بنابراین بقای تکانه می‌دانیم سرعت پس‌زنی باید به صورت زیر باشد

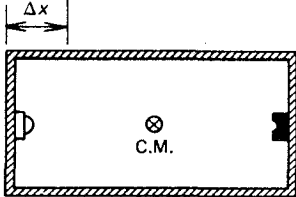
$$v_x = -\frac{p_x}{M} = -\frac{\Delta E}{Mc} \quad (145)$$

پالس نوری تقریباً در مدّت زمان L/c از انتهای چپ جعبه به سمت راست آن

*. واژه آلمانی برای «آزمایش ذهنی» به معنی آزمایشی ایده‌آل که نتیجه آن را تنها با فکر می‌شود پیش‌بینی کرد.



(الف)



(ب)

شکل ۲۷.۱ گسیلنده و جذب‌کننده در یک جعبه؛ (الف) پیش از گسیل پالس نور؛ (ب) بعد از گسیل و جذب پالس نوری.

می‌رود. * سپس پالس نوری جذب می‌شود؛ و این کار جعبه را از حرکت باز می‌دارد. در مدت زمان L/c ، جعبه به مقدار زیر جابه‌جا می‌شود،

$$\Delta x = v_x t = -\frac{\Delta E L}{M c^2} \quad (146)$$

اما، در یک سیستم منزوی، مرکز جرم باید ساکن بماند. بدینسان، انتقال انرژی ΔE از یک سر جعبه به سر دیگر باید با انتقال جرم Δm همراه باشد. می‌توانیم مقدار جرم را از این شرط که مرکز جرم ساکن می‌ماند، به دست آوریم،

$$M \Delta x + (\Delta m)L = 0 \quad (147)$$

که می‌دهد

$$\Delta m = -\frac{M \Delta x}{L} \quad (148)$$

یا

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \quad (149)$$

این معادله حاکی از آن است که انرژی جرم دارد، یعنی، انرژی دارای لختی است. همچنین مبین آن است که جرم انرژی دارد. در جذب‌کننده، انرژی تابشی به جرم تبدیل می‌شود؛ و در گسیلنده، جرم به انرژی تابشی تبدیل می‌شود.

از اینرو، جرم یکی از اشکال انرژی، و انرژی یکی از اشکال جرم است. هرگونه تغییر انرژی یک جسم موجب تغییری متناظر در جرم است، و برعکس. جالبترین نمونه تغییر جرمی که موجب تغییر انرژی است در فرایند نابودی ذره - پادذره آشکار می‌شود (این مثال در موقعی که اینشتین هم‌ارزی جرم و انرژی را ارائه داد، شناخته نبود). ذرات و پادذرات دارای جرمهای دقیقاً یکسان بوده، ولی بار الکتریکی آنها مخالف یکدیگر است. * مثلاً بار الکترون $-e$ است و بار پادالکترون، یا پوزیترون، برابر $+e$ است. پادالکترونها را نمی‌توان در ماده معمولی یافت، ولی می‌توان آنها را در برخورد های انرژی بالا تولید کرد. معمولاً عمر پادالکترونها خیلی طولانی نیست؛ وقتی پادالکترونی با ماده معمولی روبه‌رو می‌شود و با یک الکترون تماس پیدا می‌کند، این دو ذره فوراً یکدیگر را نابود می‌کنند. این فرایند جرم هر دو ذره را نابود و مقدار متناظری انرژی آزاد می‌کند. از آنجا که جرم هر پادذره دقیقاً برابر

*. از سرعت جعبه در مقایسه با سرعت نور چشم می‌پوشیم.

** گشتاور مغناطیسی آنها نیز مخالف یکدیگر است؛ که این مطلب را می‌توان به عنوان پی‌آمد

مخالف بودن بارها در نظر گرفت.

جرم ذره است، انرژی آزاد شده در نابودی الکترون - پادالکترون عبارت است از

$$\begin{aligned}
 E &= m_e c^2 + m_e c^2 \\
 &= 2 \times 9.11 \times 10^{-31} \text{kg} \times (3.00 \times 10^8 \text{m/s})^2 \\
 &= 1.64 \times 10^{-13} \text{J} = 1.02 \text{MeV} \quad (150)
 \end{aligned}$$

انرژی $m_e c^2$ هر ذره در حال سکون (انرژی جنبشی صفر) را، انرژی جرم سکون می‌گوییم.

از آنجا که در روش ارائه شده در بالا برای به دست آوردن رابطه هم‌ارزی انرژی - جرم از نظریه نسبیت صراحتاً بهره گرفته نمی‌شود، ممکن است این تصور پیش آید که این نتیجه هیچ ارتباطی با نسبیت ندارد. اما چنین تصویری اشتباه است. استنتاج بالا بر رابطه میان انرژی و تکانه موج نوری متکی است که از معادلات ماکسول به دست می‌آید، و این معادلات پیشاپیش حاوی نسبیت‌اند. هم‌ارزی انرژی و جرم حاکی از آن است که قوانین بقای انرژی و جرم مستقل نیستند - هریک متضمن دیگری است. وقتی توازن جرم - انرژی را در یک واکنش بررسی می‌کنیم، یا می‌توانیم تمامی جرمها را به عنوان انرژیهای جرم سکون بیان کنیم و از قانون بقای انرژی بهره‌گیریم، یا اینکه تمام انرژیهای جذب شده و رها شده را به صورت جرم بیان کنیم و قانون بقای جرم را به کار ببریم. تنها تفاوت این دو دسته معادله در یک ضریب c^2 است.

مثال ۱۰. یکی از روشهای تعیین جرم نوترون بر اندازه‌گیری انرژی رها شده در واکنش واپاشی خودبه‌خودی نوترون به یک پروتون و یک الکترون متکی است*.



مقدار اندازه‌گیری شده این انرژی 0.78MeV است. با استفاده از این کمیت و جرمهای معلوم پروتون و الکترون، جرم نوترون را با توسل به بقای انرژی کل، از جمله انرژیهای جرم سکون، به دست آوردید.

حل انرژی کل پیش از واکنش عبارت است از $m_n c^2$ ؛ انرژی کل پس از واکنش عبارت

* این واکنش عبارت است از واپاشی بتای نوترون. این واکنش مستلزم رها شدن یک نوترینو نیز هست، اما اندازه‌گیری انرژی آن واکنشهایی را مورد توجه قرار می‌دهد که در آنها انرژی نوترینو برابر صفر است و بنابراین می‌توان آن را نادیده انگاشت.

خواهد بود از $m_p c^2 + m_e c^2 + 0.78 \text{ MeV}$. از اینرو

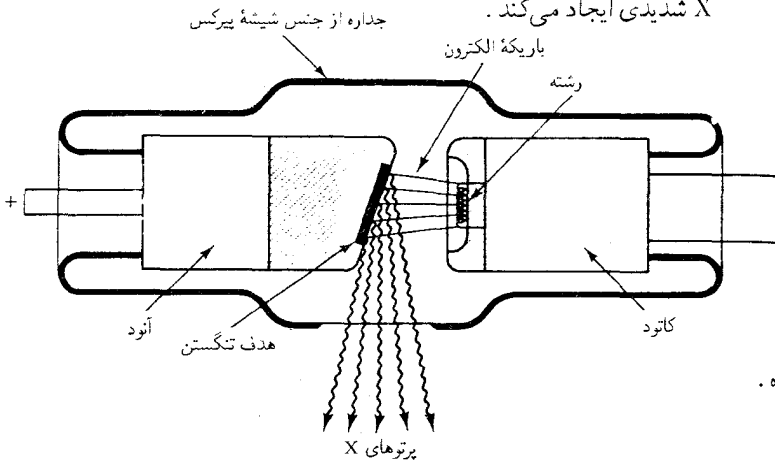
$$\begin{aligned}
 m_n &= m_p + m_e + 0.78 \text{ MeV}/c^2 \\
 &= 1.67265 \times 10^{-27} \text{ kg} + 9.1095 \times 10^{-31} \text{ kg} \\
 &\quad + \frac{0.78 \times 10^6 \times 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}}{(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})^2} \\
 &= 1.67494 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad \blacksquare \quad (152)
 \end{aligned}$$

۸.۱ پرتوهای X

پرتوهای X را و.ک. رونتگن* در سال ۱۸۹۵ کشف کرد. او پی برد که برخورد پرتوهای کاتودی بر جداره‌های لامپ تخلیه پرتوهای نامرئی با قدرت نفوذ بسیار زیاد تولید می‌کند، که می‌شود بر صفحه عکاسی مشتشان کرد. این پرتوها توانایی عبور از لایه‌های ضخیم مواد کدر، از جمله بافتهای آدمی، را داشتند (شکل ۲۸.۱). برای تولید پرتوهای X به طور مؤثر بهترین روش عبارت است از برخورد الکترونها به هدفی که از فلزی سنگین ساخته شده است. در شکل ۲۹.۱ یک لامپ پرتو X جدید را مشاهده می‌کنید که در آن باریکه الکترون پراورزی از یک رشته داغ واقع بر کاتود خارج می‌شود و به هدفی از جنس تنگستن برخورد و پرتو X شدیدی ایجاد می‌کند.



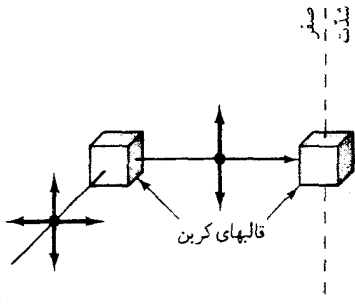
شکل ۲۸.۱ عکسی که با پرتو X از یک دست در سال ۱۸۹۵ به وسیله رونتگن گرفته شده است.



شکل ۲۹.۱ چراغ پرتو X سردکننده.

*. ویلهلم کتراد رونتگن (۱۸۴۵ - ۱۹۲۳)، فیزیکدان تجربی آلمانی، استاد وورتربرگ و مونیخ. وی پرتوهای X را در حالی کشف کرد که با یک لامپ پرتو کاتودی مشغول آزمایش بود، و فوراً قدرت نفوذ قابل توجه این پرتوها و امکان کاربردهای پزشکی آنها را بازشناخت. به خاطر این کشف، در سال ۱۹۰۶ نخستین جایزه از جوایز نوبل به او اعطاء شد.

این گمان که پرتوهای X امواج الکترومغناطیسی با طول موج بسیار کوتاهند به کمک یک آزمایش پراکندگی «دوگانه» که در ۱۹۰۶ توسط س. گ. بارکلا* انجام گرفت، تأیید شد. در این آزمایش، یک باریکه پرتو X از یک لامپ پرتو X امکان می‌یافت که به یک قالب کربنی برخورد کند، که پرتوهای X را در همه جهات پراکنده می‌کند. آن پرتوهای X پراکنده‌ای که عمود بر جهت اصلی انتشار به طور افقی خارج می‌شوند به یک قالب کربن دیگر برخورد می‌کنند و بار دیگر پراکنده می‌شوند. بارکلا پی برد که پراکندگی دوم در جهت بالا و پایین شدت صفر پیدا می‌کند (شکل ۳۰-۱). این نتیجه آزمایش به سادگی قابل درک است اگر آنرا ناشی از قطبش در یک موج الکترومغناطیسی در نظر بگیریم. باریکه اولیه پرتوهای X ناقطبیده، یعنی حاوی آمیزه‌ای کاتوره‌ای از امواج با تمام قطبشهای ممکن است. اما، از آنجا که جهت قطبش باید ضرورتاً عمود بر جهت انتشار (جهت z در شکل ۳۰-۱) باشد، تمام قطبشهای اولیه ممکن در صفحه z-y واقعند. میدان الکتریکی موجی که به قالب کربن برخورد می‌کند به الکترونها این قالب شتاب می‌دهد و باعث می‌شود که تابشی با همان بسامد موج گسیل کنند، یعنی الکترونها پرتوهای X پراکنده می‌گسیلند. شتابهای ممکن این الکترونها در صفحه z-y واقعند. بنابر نظریه الکترومغناطیس می‌دانیم که جهت شتاب بار و جهت قطبش موج گسیلیده به وسیله آن بار همواره در صفحه واحدی اند. بدینسان، امواج گسیلیده در راستایی عمود بر راستای اولیه، به سوی قالب دوم کربن، در جهت Z قطبیده‌اند (شکل ۳۰-۱ را بنگرید). وقتی این امواج به قالب کربن دوم برخورد می‌کنند، الکترونها را به بالا و پایین در راستای z شتاب می‌دهند. در اینجا نیز، بنا بر نظریه الکترومغناطیس می‌دانیم که یک بار شتابدار در جهت شتابش تابش نمی‌کند. بدینسان انتظار می‌رود شدت امواج پراکنده‌ای که از قالب دوم خارج می‌شوند، در جهت بالا و پایین صفر باشد، که دقیقاً همان چیزی است که بارکلا مشاهده کرد.

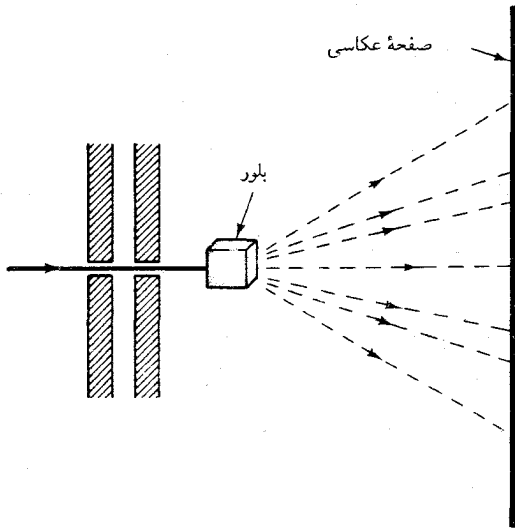


شکل ۳۰-۱ آرایش پراکنده‌ها در آزمایش بارکلا.

اثبات قطعی ماهیت موجی پرتوهای X در ۱۹۱۲ به وسیله فون لاوه** ارائه

* چارلز گلور بارکلا (۱۸۷۷-۱۹۴۴)، فیزیکدان بریتانیایی، استاد ادینبورگ، وی پژوهشهای تجربی جامعی در زمینه خواص پرتوهای X انجام داد و در سال ۱۹۱۷ به خاطر کشف خطوط طیفی مشخصه در پرتوهای X گسیلیده به وسیله عناصر، جایزه نوبل به او اعطا شد.
 ** ماکس فون لاوه (۱۸۷۹-۱۹۶۰)، فیزیکدان آلمانی، استاد دانشگاههای مونیخ و برلن، سرپرست انستیتو قیصر ویلهلم. لاوه نظریه تداخل امواج به وسیله بلورها را تدوین کرد و به والتر فریدریش (۱۸۸۳-) و پاول نیپینگ (۱۸۸۳-۱۹۳۵)، پیشنهاد کرد که این آزمایش را انجام دهند. لاوه، به خاطر کشف تداخل پرتوهای X، به جایزه نوبل سال ۱۹۱۴ دست یافت.

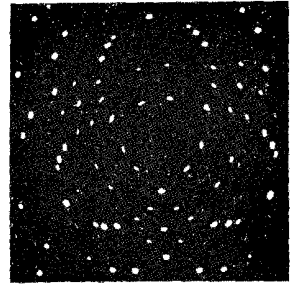
شد؛ وی برای اندازه‌گیری طول موج پرتوهای X روشی را پیشنهاد کرد. به فکر لاژه خطور کرد که فاصله میان آنها در بلور از نظر مرتبه بزرگی باید مشابه طول موج پرتوهای X باشد. که اگر چنین باشد، پرتوهای X که از بلور عبور می‌کنند اثرات تداخلی بارزی را، شبیه آثار تداخلی نوری که از یک توری می‌گذرد، به نمایش خواهند گذاشت. این آزمایش را والتر فریدریش و پاول نیپینگ انجام دادند. آنان یک باریکه ظریف پرتوهای X را به یک بلور نشانه‌روی کردند (شکل ۳۱-۱)،



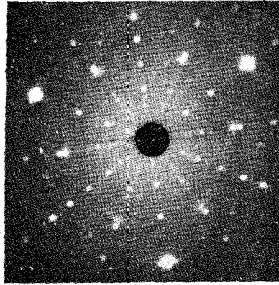
شکل ۳۱-۱ آرایش بلور و صفحه عکاسی برای آزمایش تداخل پرتو X.

و پی بردند که پرتوهای X که از طرف دیگر بیرون می‌آیند در جهت‌های معینی دارای بیشینه‌های شدت باریک، و واضح‌اند. این بیشینه‌ها چندان باریکند که به شکل باریکه‌هایی که از بلور خارج می‌شوند، درمی‌آیند؛ اگر این باریکه‌ها را یک صفحه عکاسی قطع کند، به صورت نقش نقطه‌های روشن، به نام نقطه‌های لاژه روی صفحات عکاسی ثبت می‌شوند (شکل ۳۲-۱). از روی مواضع زاویه‌ای باریکه‌ها و فاصله بین آنها در بلور، فریدریش و نیپینگ طول موج پرتوهای X خود را در حدود 0.5 \AA محاسبه کردند. * تحقیقات بعدی نشان داد که گستره طول موج پرتوهای X از 10^{-2} \AA تا 10^{-1} \AA است. انتهای طول موج بلند طیف پرتو X در فرابنفش وارد می‌شود، و انتهای طول موج کوتاه آن داخل پرتوهای γ است (شکل ۲۶-۱).

*. آنگستروم (\AA) یکی از یکاهای طول است، $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$. این یکا برای طول موج پرتوهای X و طول موجهای نور، و نیز برای ابعاد اتمی، یکای مناسبی است.



(الف)

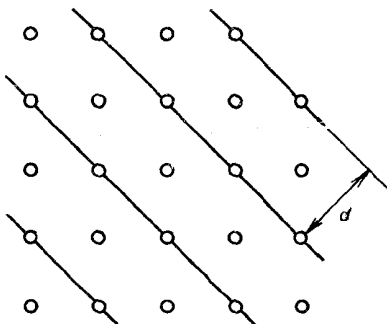


(ب)

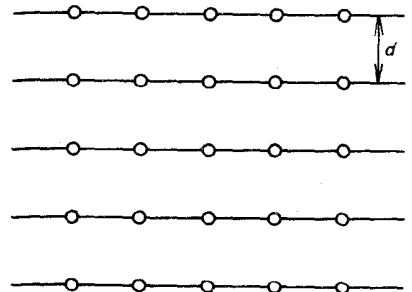
شکل ۳۲.۱ (الف) نقطه‌های لاژه که با یک بلور سیلیسیم تولید شده . (ب) نقطه‌های لاژه تولید شده با یک بلور یا قوت .

می‌توانیم فرمول ساده‌ای را استخراج کنیم که طول موج پرتوهای X را به مواضع زاویه‌ای باریکه‌ها و فاصله آنها در بلور، به قرار زیر، ربط دهد: می‌توان پنداشت که اتمهای بلور روی مجموعه‌ای از صفحات موازی جای گرفته‌اند، به طوری که هر صفحه در یک مجموعه مشخص توزیع اتمهای یکسانی دارد. این صفحات را صفحات براگ می‌گویند. هر بلور دارای چندین مجموعه از صفحات براگ است؛ مثلاً، در شکل ۳۳.۱ الف یک مجموعه از صفحات براگ را در یک بلور مکعبی، و در شکل ۳۳.۱ ب مجموعه دیگری از صفحات براگ در همان بلور را، مشاهده می‌کنید. وقتی یک باریکه فرودی پرتوهای X از داخل یک بلور عبور می‌کند، هر اتم پرتوها را در تمام جهات می‌پراکند. باریکه‌های خروجی قوی در راستاهایی تولید خواهند شد که با تداخل سازنده ناشی از تعداد زیادی از اتمها، مانند اتمهای موجود در یک مجموعه از صفحات براگ، متناظر باشند. برای اینکه شرط تداخل سازنده را بشناسیم از شکل ۳۴.۱ بهره می‌گیریم، که مجموعه‌ای از صفحات براگ به فاصله d از یکدیگر را، نشان می‌دهد. باریکه‌ای از پرتوهای X، که به طور نموداری به وسیله مسیره‌های موازی ۱ و ۲ نشان داده شده است، از سمت چپ بر این صفحات فرود می‌آید، و یک باریکه پراکنده به سمت راست خارج می‌شود. اگر دو اتم مجاور در صفحه‌ای واحد قرار باشد به

شکل ۳۳.۱ دسته‌های مختلف صفحات براگ در یک بلور مکعبی .



(ب)

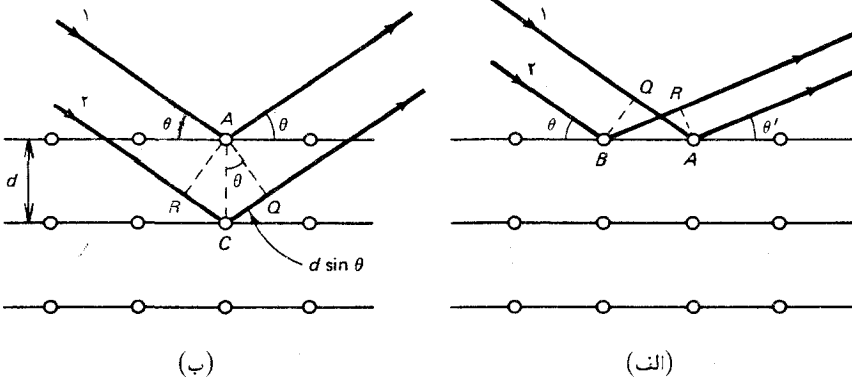


(الف)

طور سازنده تداخل کنند (شکل ۳۴.۱ الف)، طول مسیره‌های AQ و BR مساوی باشند به طوری که پرتوهای موازی ۱ و ۲ دارای طولهای مساویند. * در نتیجه، زاویه‌های θ و θ' باید مساوی باشند (این گزاره همان قانون آشنای بازتابش است: زاویه پرتو فرودی با زاویه پرتو خروجی مساوی است). اگر دو اتم مجاور در صفحات مختلف قرار باشد تداخل سازنده کنند (شکل ۳۴.۱ ب)، طول RCQ باید ضریب صحیحی از یک طول موج باشد، به طوری که اختلاف مسیر بین پرتوهای ۱ و ۲ ضریبی صحیح از یک طول موج است. از آنجا که طول RCQ عبارت است از $2d \sin \theta$ ، شرط تداخل سازنده بدین قرار است:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (153)$$

شکل ۳۴.۱ الف) پرتوهای X فرودی بر اتمهای واقع بر یک صفحه براگ واحد. چشمه پرتوهای X و نقطه مشاهده، به ترتیب، در چپ و راست در دور دست قرار دارند؛ از این رو، مسیر پرتوهای فرودی و مسیرهای پرتوهای پراکنده تقریباً موازیند، (ب) پرتوهای X فرودی بر اتمها واقع بر صفحات براگ مجاور هم.

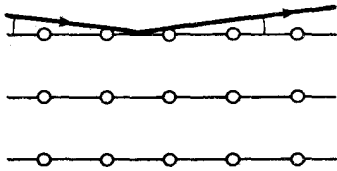


این فرمول را به افتخار ول. براگ **، که نخستین بار آن را استخراج کرد، قانون براگ می‌گویند.

قانون براگ را می‌توان به دو روش در آزمایشهای تداخل پرتو X به کار

* شاید ایراد گرفته شود که تداخل سازنده همچنین ممکن است وقتی روی دهد که اختلاف AQ و BR به اندازه یک، دو، و... طول موج باشد. این ایراد درست است، اما مناسب نیست. تداخل سازنده با زوایای نامساوی θ و θ' را همواره می‌توان به صورت تداخل سازنده با زوایای مساوی تلقی کرد که به وسیله پراکندگی از مجموعه دیگری از صفحات براگ، که با زاویه میل مناسبی نسبت به مجموعه صفحات براگ نمایش یافته در شکل ۳۴.۱ میل باشند، ایجاد شده است. اثبات این حکم را می‌توانید در متون مربوط به بلورنگاری بیابید. ** ویلیام هنری براگ (۱۸۶۲ - ۱۹۴۲)، فیزیکدان انگلیسی، استاد دانشگاههای آدلاید و لیدز. وی با همکاری پسرش، ویلیام لاورنس براگ (۱۸۹۰ - ۱۹۷۱)، با بهره‌گیری از پرتوهای X به تحقیق در باب ساختار بلورها پرداخت. براگ پدر و پسر، به خاطر این پژوهشهایشان، به جایزه نوبل ۱۹۱۵ دست یافتند.

برد. * اولاً، اگر فاصله بین آنها در بلور معلوم باشد، آنگاه معادله (۱۵۳) امکان محاسبه طول موج پرتوهای X را فراهم می‌آورد. بنابراین می‌توان با بهره‌گیری از بلور طیف پرتوهای X را تجزیه کرد، درست همان طور که توری اپتیکی برای تجزیه طیف نور به کار می‌رود. (بحث در خصوص طیفهای پرتو X را به بخشهای ۲۰۳ و ۲۰۴ ماکول می‌کنیم، چرا که فهم شکل طیف پرتو X مستلزم مقداری آشنایی با نظریه کوانتومی است.) ثانیاً، اگر طول موج پرتوهای X معلوم باشد، آنگاه معادله (۱۵۳) امکان محاسبه فاصله بین آنها را فراهم می‌آورد. این روش منجر به تعیین فواصل اتمی و نیز عدد آوگادرو به دقیقت‌ترین وجه می‌شود. برای بهره‌گیری از این روش، اندازه‌گیری مقدماتی طول موج پرتوهای X ضروری است، که این کار را می‌شود به وسیله یک توری اپتیکی انجام داد. نظریه قدرت نفوذ زیاد و طول موج کوتاه پرتوهای X، ممکن است انتظار داشته باشیم که توری اپتیکی از جنس شیشه نتواند نقش تداخلی ایجاد کند — می‌توان گفت که پرتوهای X مسیر مستقیم را می‌پیمایند، و شیشه بر آنها تأثیر نمی‌گذارد؛ و حتی اگر شیشه می‌توانست بر آنها تأثیری گذارد، فاصله بین خطهای توری اپتیکی خیلی بزرگتر از آن است که آثار تداخلی چشمگیری ایجاد کند. اما با کمک یک شگرد هوشیارانه، که نخستین بار ا.ه. کامپتون از آن بهره برد، از این محدودیتها احتراز می‌شود. ضریب شکست پرتوهای X در شیشه اندکی از یک کمتر است. از اینرو، اگر پرتوهای X تحت زاویه‌ای بسیار سطحی به شیشه برخورد کنند («فرو برد خراشان»، شکل ۳۵۰-۱)، شیشه آنها را به شدت تحت تأثیر قرار خواهد داد — این پرتوها کلاً بازتاب خواهند شد. به علاوه، فواصل بین خطوط توری تصویر شده بر امتداد پرتوها، آن طور که از راستای فرود پرتوهای X دیده می‌شوند، کوچک خواهند بود. تحت این شرایط، توری اپتیکی با پرتوهای X نقشی تداخلی ایجاد خواهد کرد. سپس طول موج پرتوهای X را می‌توان از روی موضع زاویه‌ای بیشینه‌های تداخلی و فاصله بین خطوط توری محاسبه کرد؛ فاصله بین خطوط توری را با هم به کمک یک اندازه‌گیری مقدماتی دیگر توسط نقش تداخلی به دست آمده از نوری با طول موج معلوم به دست می‌آوریم. اگر بعداً همین پرتوهای X را در یک آزمایش تداخل با یک بلور به کار ببریم، مقدار دقیق فاصله بین آنها را، از طریق معادله (۱۵۳)،



شکل ۳۵۰-۱ فرود خراشان پرتوهای X بر یک بلور.

* این آزمایشها را غالباً آزمایشهای پراش پرتو X می‌گویند. اما، به تعبیر دقیق، این نام بی‌مسمی است چرا که تشکیل باریکه‌های پراکنده قوی یک پدیده تداخل است، نه پدیده پراش (گسترده‌گی موج در گذر از یک روزنه). لااوه مرکب این خطا نشد؛ عنوان مقاله‌ای که وی در ضمن آن اندازه‌گیری طول موج پرتوهای X با بلورها را پیشنهاد کرد به این شرح بود: «پدیده تداخل مربوط به پرتوهای X».

به دست می‌آوریم .

برای تعیین ثابت آووگادرو ، ابعاد (ماکروسکوپی) و جرم بلور را اندازه می‌گیریم . از روی ابعاد و فاصله بین اتمها ، می‌توانیم تعداد اتمهای بلور را محاسبه کنیم ؛ و از روی جرم و «جرم اتمی» می‌شود تعداد مولها را محاسبه کرد . نسبت این دو عدد همانا عدد آووگادرو ، N_A ، است . اخیراً برای تعیین عدد آووگادرو و آزمایشهای جداگانه مربوط به تداخل پرتو X و نوری (با توری و با بلور) را ترکیب کرده و به صورت یک تک آزمایش همزمان از تداخل نوری و پرتو X درآورده‌اند ، که در آن از یک نوع تداخل سنج جدید* بهره می‌گیرند . مقدار عدد آووگادرو که در بخش ۳۰۱ نقل کردیم ، به همین ترتیب به دست آمده است .

آزمایشهای تداخل پرتو X در بلورشناسی برای بررسی آرایش اتمهای بلورها به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌اند . تقارن نقطه‌های لاوه (شکل ۳۲۰۱) تقارن ساختار بلور را آشکار می‌کند . از آزمایشهای تداخل پرتو X برای تحقیق در آرایش اتمها در مولکولها نیز بهره می‌گیرند . مثلاً ، ساختار DNA از طریق تحلیل طرحهای تداخلی پرتو X کشف شد .

مثال ۱۱ . فریدریش و نیپینگ ، در یکی از آزمایشهای اولیه خود از بلور نمک سنگ (NaCl) استفاده کردند ، که فاصله صفحات براگ اصلی آن $۲٫۸۱\text{Å}$ است . اگر باریکه مرتبه اول ($n = ۱$) با زاویه ۱۰° نسبت به باریکه فرودیش خارج شود ، طول موج پرتو X چقدر است ؟

حل زاویه بین باریکه منحرف نشده (در شکل ۳۴۰۱ ، خط چین) و باریکه مرتبه اول دو برابر زاویه براگ است ؛ بدینسان ، $۱۰^\circ = ۲\theta$ و $۵^\circ = \theta$. با داشتن این زاویه ، از قانون براگ داریم :

$$\lambda = 2a \sin \theta = 2 \times 2,81 \text{Å} \times \sin 5^\circ = 0,49 \text{Å} \quad \blacksquare$$

خلاصه فصل ۱

قانون دوّم نیوتون :

$$ma = \mathbf{F}$$

*. R.D.Deslattes, *Atomic Masses and Fundamental Constants*, 5, 552(1976).

انرژی جنبشی:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

تکانه:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

تکانه زاویه‌ای:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

نیروی وارد بر ذره باردار:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

الکترون ولت:

$$1\text{eV} = e \times 1\text{V} = 1.6 \times 10^{-19}\text{J}$$

شعاع مدار در میدان مغناطیسی:

$$r = \frac{p}{qB}$$

بسامد سیکلوترون:

$$\nu = \frac{qB}{2\pi m}$$

قانون گاز کامل:

$$PV = \frac{Nm \overline{v^2}}{3} = NkT$$

سرعت ریشه میانگین مربعی:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

توزیع سرعت‌های ماکسول:

$$f(v_x)f(v_y)f(v_z) = N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2}mv^2/kT}$$

عامل بولتزمن:

$$e^{-E/kT}$$

قضیه تقسیم مساوی: سهم هر جمله متناسب با مجذور سرعت یا مختصه در عبارت مربوط به انرژی به میانگین انرژی در حالت تعادل گرمایی برابر است با $\frac{1}{2}kT$.

امواج:

بسامد زاویه‌ای: $\omega = 2\pi\gamma$ سرعت فاز: $v_p = \frac{\omega}{k}$

عدد موج: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ سرعت گروه: $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

بیشینه‌های تداخلی که دو شکاف ایجاد می‌کنند:

$$d \sin \theta = n\lambda \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

کمینه‌های پراش ایجاد شده به وسیله تک شکاف:

$$a \sin \theta = n\lambda \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در موج الکترومغناطیسی:

$$|\mathbf{B}| = \frac{1}{c} |\mathbf{E}|$$

بردار پوئین تینگ:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

فشار موج:

$$P = \frac{S}{c}$$

رابطه جرم-انرژی اینشتین:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

آنگستروم:

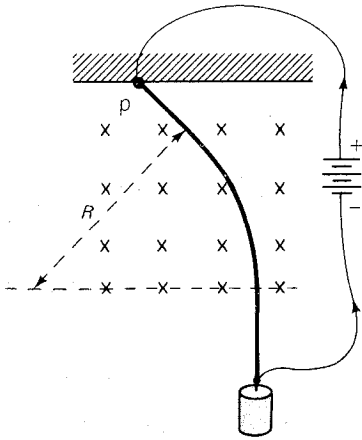
$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

قانون براگ:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

مسائل فصل ۱

۱. چه میدان الکتریکی (یکنواختی) لازم است تا در یک مسافت 27°cm به الکترون انرژی جنبشی $10^4\text{eV} \times 2$ بدهد؟
 ۲. بسامد سیکلوترون برای سیکلوترونی که در مثال ۱ توصیف شد، چقدر است؟
 ۳. شدت میدان مغناطیسی زمین در هاوایی برابر است با $10^{-5}\text{T} \times 37$. شعاع مدار الکترونی با انرژی 6°eV که در صفحه‌ای عمود بر این میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، چقدر است؟
 ۴. در شتابگر AGS واقع در آزمایشگاه ملی بروکهاون، پروتونها به وسیله یک میدان مغناطیسی قائم در مداری دایره‌ای به شعاع 128m نگه داشته می‌شوند. بزرگترین میدانی که آهنرباها می‌توانند تأمین کنند، $1/3\text{T}$ است. بیشینه تکانه مجاز این پروتونها را محاسبه کنید [توجه داشته باشید که اگر معادله (۱۶) بر حسب تکانه بیان شود، حتی برای ذرات نسبیتی هم صادق است]. با در نظر گرفتن اینکه سرعت پروتونها تقریباً برابر سرعت نور است، بسامد مداری پروتونها را محاسبه کنید.
 ۵. ثابت کنید که انرژی جنبشی ذره بارداری که در یک میدان مغناطیسی اختیاری حرکت می‌کند، ثابت باقی می‌ماند.
 ۶. در حلقه اصلی شتابگر فرمی لب، یک میدان مغناطیسی قائم پروتونها را در یک مدار دایره‌ای به قطر 27°km نگه می‌دارند، در حالیکه میدانهای الکتریکی افقی آنها را شتاب می‌دهند تا به تکانه نهایی $5/3 \times 10^{-16}\text{kg.m/s}$ برسند. برای نگهداری پروتونهایی با چنین تکانه‌ای چه میدان مغناطیسی لازم است؟ [توجه کنید که اگر معادله (۱۶) بر حسب تکانه بیان شود، حتی برای ذرات نسبیتی هم صادق است].
 ۷. سیم قابل انعطاف نازکی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت آویزان است. وزنه‌ای که به این سیم متصل است کشش T را در آن پدید می‌آورد. از این سیم جریان I عبور می‌کند، و نیروی مغناطیسی وارد بر این جریان باعث می‌شود که سیم به یک طرف منحرف شود، و شکل کمانی از دایره را به خود بگیرد (شکل ۱-۳۶).
- الف) نشان دهید که شعاع این کمان دایره عبارت است از $T/B I$.



شکل ۳۶.۱ سیم آویخته در میدان مغناطیسی.

ب) نشان دهید که اگر سیم را برداریم و ذره‌ای با بار q را از نقطه P با تکانه $p = qT/I$ در جهت سیم پرتاب کنیم، این بار در امتداد همان کمان دایره حرکت خواهد کرد.

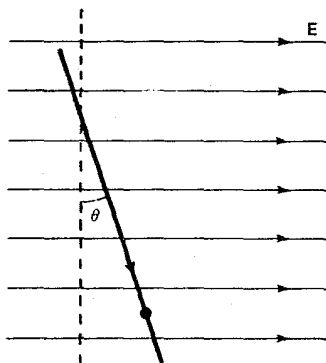
۸. میلیکان، در کتابش با عنوان الکترون گزارش یک رشته اندازه‌گیری‌هایی را که در اوایل کارش در مورد یک تک قطره روغن انجام داده بود، ارائه می‌دهد. حرکت قطره به وسیله یک کرونومتر در یک مسافت قائم 1.0721 mm زمانگیری می‌شد. وقتی میدان الکتریکی قطع بود، زمان سقوط عبارت بود از $t_1 = 11.88 \text{ s}$. با برقرار کردن میدان الکتریکی، میلیکان پی برد که زمان صعود قطره در همان مسافت در آزمایشهای پی‌درپی تغییر می‌کرد زیرا قطره گاهی بار الکتریکی بیشتری داشت، و گاهی کمتر. جدول زیر زمان صعود برای چندین آزمایش را به دست می‌دهد:

t_p	داده‌های مربوطه:
80.708 s	16 mm = فاصله دو صفحه
140.565	5085 V = ولتاژ
79.600	0.9199 g/cm^3 = چگالی روغن
137.308	$1.824 \times 10^{-4} \text{ g/s} \cdot \text{cm}$ = مقاومت هوا
24.628	
500.1	
19.69	
42.302	

الف) جرم قطره روغن را محاسبه کنید.

در ستون سمت راست این جدول برخی داده‌های مناسب، بنابر گزارش میلیکان، آمده‌اند.

ب) به ازای هر مقدار t_p ، بار الکتریکی قطره را محاسبه کنید.
 ج) بررسی کنید که تمام این مقادیر بار الکتریکی (تقریباً) ضرایب درستی از بار الکتریکی بنیادی $e = 1.66 \times 10^{-19} \text{C}$ هستند.
 در یکی از انواع اصلاح شده آزمایش میلیکان که هوپر و لابی انجام دادند، بار الکتریکی یک قطره روغن را با فراهم کردن امکان سقوط آن در یک میدان الکتریکی افقی تعیین کردند. نشان دهید که تحت این شرایط یک قطره روغن با بار q با زاویه θ نسبت به قائم سقوط می‌کند (شکل ۳۷.۱)، به طوری که $\sin \theta = qE / 6\pi\eta Rv_p$ ، که در آن تمام نمادها همان معانی بخش ۲.۱ را دارند. توضیح دهید که چگونه بار قطره روغن را می‌توان از روی اندازه‌گیریهای سرعت v_p در غیاب میدان الکتریکی و سرعت v_p و زاویه θ در حضور میدان الکتریکی، محاسبه کرد.



شکل ۳۷.۱ مسیر یک قطره روغن با بار مثبت که در یک میدان الکتریکی افقی سقوط می‌کند.

۱۰. یک «پالایه» سرعت با میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متقاطع، قرار است امکان عبور اتمهای تک یونیده ^{22}Ne با انرژی $2.0 \times 10^4 \text{ eV}$ را فراهم آورد. میدان الکتریکی عبارت است از $3.0 \times 10^5 \text{ V/m}$. چه میدان مغناطیسی لازم است؟ در پوست ۴ فهرستی از جرم ایزوتوپها را مشاهده می‌کنید.
۱۱. می‌خواهیم برای تشخیص بین ایزوتوپهای ^{56}Fe و ^{57}Fe ، به ترتیب، با جرمهای 55.935 u و 56.935 u ، از طیف‌نگار جرم دمیستر بهره‌گیریم. فرض کنید که این ایزوتوپها تک یونیده ($^{56}\text{Fe}^+$ ، $^{57}\text{Fe}^+$) هستند، و با سرعت $3.25 \times 10^5 \text{ m/s}$ به طیف‌نگار وارد می‌شوند.
- الف) چه میدان مغناطیسی لازم است تا به مدار آنها شعاع (تقریبی) 1.0 m را بدهد؟

ب) فاصله Δr بین نقاط برخورد آنها با صفحه عکاسی چقدر است؟
 ۱۲. فرض کنید باریکه‌ای از اتمهای تک یونیده ^{22}Ne به نقطه مشخصی بر صفحه عکاسی طیف‌نگار جرم برخورد می‌کند. کدام ایزوتوپ دوبار یونیده‌ای تقریباً به همان نقطه برخورد خواهد کرد؟ از جدول جرمها که در پیوست ۴ آمده است، استفاده کنید.

۱۳. ذره α از دو پروتون و دو نوترون تشکیل می‌شود که پیوند محکمی با همدیگر دارند. جرم ذره α را با جرم دو پروتون و دو نوترون مقایسه کنید، و انرژی پیوند ذره α را به دست آورید. پاسخ خود را بر حسب MeV بیان کنید.

۱۴. سرعت صوت در گازها به طور نظری به صورت $v = \sqrt{\gamma p / \rho}$ بیان می‌شود، که ρ چگالی جرم است. این سرعت با چه ضریبی با سرعت ریشه میانگین مربعی (rms) فرق می‌کند؟

۱۵. سرعت rms مولکولهای نیتروژن در هوا در دمای 20°C چقدر است؟ محتملترین مقدار سرعت چیست؟ این سرعتها چگونه با سرعت صوت مقایسه می‌شوند؟

۱۶. با شروع از توزیع ماکسول برای سرعتهای مولکولی [معادله (۸۸)]، نشان دهید که سرعت میانگین مولکول عبارت است از

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

۱۷. هوا متشکل است از تقریباً ۷۶٪ مولکولهای نیتروژن، ۲۴٪ مولکولهای اکسیژن، و ۱٪ اتمهای آرگون (این نسبتها جرمی‌اند). میانگین کلی سرعت مولکولهای هوا چیست؟ (راهنمایی: از فرمول داده شده در مسئله ۱۶ برای یافتن میانگین سرعت هریک از مولکولهای موجود در هوا بهره‌گیری کنید.)

۱۸. انرژی پتانسیل گرانشی یک مولکول هوا به جرم m عبارت است از $U = mgz$. مطابق عامل بولتزمن، چگالی چنین مولکولهایی به عنوان تابع ارتفاع (در دمای ثابت) چیست؟ نشان دهید که این چگالی در شرط تعادل هیدروستاتیکی صدق می‌کند.

۱۹. هراتم در بلور را می‌توان یک نوسانگر هماهنگ سه بعدی تلقی کرد. مطابق قضیه تقسیم مساوی، انرژی گرمایی ارتعاشی یک مول بلور چقدر است؟

۲۰. آونگی به جرم 0.14 kg و طول 1.2 m را در نظر بگیرید که از وضعیت تعادلش آویخته شده است. اگر این آونگ با هوای پیرامونش به دمای 20°C در حال تعادل گرمایی باشد، انرژی گرمایی نوسان آونگ چیست؟ سرعت ریشه میانگین مربعی (rms) آونگ چقدر است؟ جابه‌جایی زاویه‌ای rms نسبت به وضعیت تعادل

چيست؟

۲۱. يك آونگ پيچشي در يك ترازوي حساس كاوندش كه در آزمايش گراني به كار رفته است، داراي زمان تناوب نوسان 15°s و گشتاور لختي $17^{\circ} \times 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ است. دامنه نوسان زاويه‌اي rms اين آونگ در 30°K در وضعيت تعادل گرمائي چقدر است؟
۲۲. يك اتومبيل متوقف با هواي پيرامون خود در حالت تعادل گرمائي است و بنا بر اين حرکت كاتوره‌اي آن كوچك است. فرض كنيد كه دما 20°C و جرم اتومبيل 1500kg باشد.

الف) سرعت rms قائم اين اتومبيل را محاسبه كنيد.

ب) دامنه rms نوسانهاي قائم اين اتومبيل را محاسبه كنيد.

اين اتومبيل را به عنوان جرمي در نظر بگيريد كه روي چهار فتر هر يك با ثابت فنري $10^4 \text{N/m} \times 4^{\circ}$ ، قرار گرفته است.

۲۳. بنا بر قوانين ميكانيك كلاسيك، سرعت rms و دامنه rms نوسان يك اتم هيدروژن را در مولكول هيدروژن محاسبه كنيد. هراتم هيدروژن را مي‌شود چنين تصور كرد كه به وسيله فنري با ثابت فنر $10^3 \text{N/m} \times 1/13^{\circ}$ به مركز جرم متصل است. دما را دماي اطاق (300K) فرض كنيد.

۲۴. مدار LC از لحاظ رياضي با جرم روي يك فنر معادل است — انرژي $\frac{1}{2}CQ^2$ در خازن نقش انرژي پتانسيل، و انرژي $\frac{1}{2}L(dQ/dt)^2$ در القاگر نقش انرژي جنبشي را بازي مي‌كند. بنا بر قضيه تقسيم مساوي، مقادير rms بار Q و جريان dQ/dt در مدار LC در حالت تعادل گرمائي در دماي T چقدر است؟ مقادير عددي آنها را به ازاي $T = 20^{\circ}\text{C}$ ، $L = 2/5 \times 10^{-2} \text{H}$ ، و $C = 2/0 \times 10^{-8} \text{F}$ محاسبه كنيد.

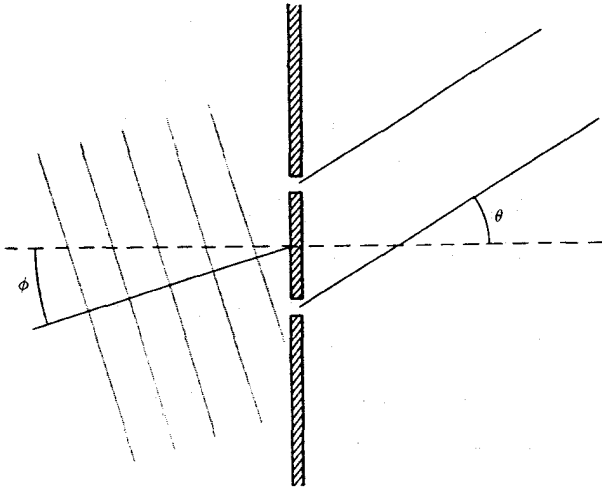
۲۵. ابعاد يك كاواك راستگوشه با جداره‌هاي رسانا عبارت است از $2 \text{cm} \times 5 \text{cm} \times 7 \text{cm}$. بسامد موج الكترومغناطيسي بلندترين طول موجي كه در اين كاواك يك موج ساكن تشكيل خواهد داد، چقدر است؟

۲۶. فرض كنيد كه فاصله بين دو منبع موج در شكل ۱۹-۱ برابر با 10cm باشد، با استفاده از يك مقاله موضع زاويه‌اي نخستين بيشينه جاني را اندازه بگيريد و از آنجا طول موج اين امواج را محاسبه كنيد. نتيجه اين محاسبه را با طول موج به دست آمده از اندازه‌گيري مستقيم، مقايسه كنيد.

۲۷. دو شكاف موازي بسيار باريك در يك ورقه كدر به فاصله $2/0 \times 10^{-6} \text{m}$ از هم قرار گرفته‌اند. اگر نور با طول موج 6328Å از يك ليزر بر اين شكافها بتابد، جهت‌هاي زاويه‌اي كه باريكه‌هاي قوي تداخل سازنده در آنها ديده مي‌شوند، کدامند؟

۲۸. در مثال ۹ فرض کردیم که موج تخت به طور عمود بر دیوار فرود بیاید. نشان دهید که اگر این موج با زاویه ϕ فرود آید (شکل ۳۸.۱)، در این صورت شرط لازم برای تداخل سازنده عبارت است از:

$$d \sin \theta - d \sin \phi = n\lambda$$



شکل ۳۸.۱ موج به طور مورب بر دیواره‌ای با دو شکاف، فرود می‌آید.

۲۹. پراش پرتوهای X وقتی مشاهده شده است که باریکه‌ای به یک شکاف فوق العاده باریک برخورد می‌کند. اگر بخواهیم پرتوهای X با طول موج 1.0 \AA نقش پراشی با یک باریکه مرکزی به عرض زاویه‌ای 1° را نشان دهند، پهنای شکاف چقدر باید باشد؟

۳۰. بسته موجی را در نظر بگیرید که از طریق برهم نهی دو موج زیر تشکیل شده باشد:

$$\phi_1 = \cos(170^\circ x - 270^\circ t)$$

$$\phi_2 = \cos(170^\circ x - 270^\circ t)$$

که x و t ، به ترتیب، بر حسب متر و ثانیه اندازه‌گیری می‌شوند. سرعت فاز این امواج چقدر است؟ سرعت گروه چقدر است؟

۳۱. سرعت فاز و سرعت گروه امواج آب با طول موج 3.0 m در اقیانوس، چقدر است؟ بسامد این امواج چیست؟

۳۲. سرعت فاز امواج آب در آب کم عمق عبارتند از:

$$v_p = \sqrt{gh}$$

۳۳. که h عمق آب است. سرعت گروه این امواج چقدر است؟
 نشان دهید که سرعت گروه و سرعت فاز از رابطه زیر پیروی می‌کنند:

$$v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}$$

۳۴. موجکهای ریز سطح آب توسط کشش سطحی کنترل می‌شوند. سرعت فاز چنین موجکهایی عبارت است از:

$$v_p = \sqrt{\frac{2\pi\gamma}{\lambda\rho}}$$

که $\gamma = 0.70 \text{ N/m}$ کشش سطحی و $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ چگالی آب است.

(الف) معادله‌ای برای بیان سرعت گروه این موجکها بیابید.

(ب) سرعت فاز و سرعت گروه موجکهایی با طول موج 1 mm چقدر است؟

۳۵. شار انرژی نور خورشید که بر سطح زمین فرود می‌آید عبارت است از $1/4 \times 10^2 \text{ W/m}^2$. فشار نور خورشید چقدر است؟ پاسخ خود را به اتمسفر بیان کنید.

۳۶. فرض کنید یک دانه‌کروی غبار در فضای میان سیاره‌ای در فاصله‌ای از خورشید برابر با فاصله زمین تا خورشید، شناور است. شار انرژی نور خورشید در این

فاصله عبارت است از $1/4 \times 10^2 \text{ W/m}^2$. قطر این دانه غبار 10^{-6} m و چگالش $2/0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ است. فرض کنید که این دانه به طور کامل تمام

نور خورشید را که به آن برمی‌خورد جذب می‌کند. نور خورشید چه نیروی فشاری بر این دانه وارد می‌آورد؟ ربایش گرانشی خورشید بر آن چقدر است؟ اندازه و

جهت شتاب این دانه کدامست؟

۳۷. شدت میدانهای مغناطیسی قویترین آهنرباهای موجود 30 T است. چگالی جرم

در چنین میدان مغناطیسی چقدر است؟ (چگالی انرژی در میدان مغناطیسی $\frac{1}{2} B^2 / \mu_0$ است.)

۳۸. روش دیگری برای تعیین جرم نوترون بر پایه اندازه‌گیری انرژی رها شده در واکنش زیر متکی است:



مقدار اندازه‌گیری شده این انرژی 2.23 MeV است. از اینجا، و از مقادیر معلوم جرم ایزوتوپهای هیدروژن، ${}^1\text{H}$ و ${}^2\text{H}$ (پیوست ۴)، جرم نوترون را به دست آورید.

۳۹. خورشید با آهنگ $10^{26} \text{ W} \times 3.9$ گرما و نور تابش می‌کند. کاهش جرم خورشید به علت رها کردن انرژی با چه آهنگی صورت می‌گیرد؟
۴۰. دمای گاز هیدروژن در مرکز خورشید $10^6 \text{ K} \times 15$ است. انرژی جنبشی گرمایی در هر کیلوگرم این گاز چقدر است؟ جرم متناظر با این انرژی جنبشی گرمایی چقدر است؟ درصد سهم این جرم اضافی به جرم خالص گاز چقدر است؟
۴۱. فاصله بین صفحات براگ در بلور پتاسیم بروماید (KBr)، برابر با 3.3 \AA است. زاویه‌ای که باریکه مرتبه اول پرتوهای X با طول موج 2.7 \AA از آن خارج می‌شوند نسبت به باریکه فرودی چقدر است؟ در مورد باریکه مرتبه دوم این زاویه چقدر است؟
۴۲. پرتوهای X تک‌رنگ به یک دسته صفحات براگ که فاصله آنها $3.7 \times 29 \text{ \AA}$ در بلور کلسیت است، برخورد می‌کنند. در صورتی که زاویه فرود 3.455° و نیز در چندین زاویه فرود بزرگتر، تداخل یک باریکه خروجی شدید ایجاد می‌کند، اما در هیچ زاویه کوچکتری چنین اتفاقی روی نمی‌دهد. طول موج پرتوهای X چقدر است؟
۴۳. ضریب شکست مربوط به پرتوهای X که با طول موج 0.708 \AA بر کلسیت فرود می‌آیند، $10^{-6} \times 1.85 - 1$ است. چه زاویه فرودی این پرتو X را به طور کلی باز می‌تاباند؟

فصل ۲

نظریه نسبیت خاص*

قوانین حرکت نیوتون در تمام چارچوبهای مرجع لخت یکسانند. این عبارت، همان اصل نسبیت نیوتونی است. بنا بر این اصل، هیچ آزمایش مکانیکی نمی‌تواند تفاوت ذاتی بین دو چارچوب مرجع لخت را آشکار کند. مثلاً، اگر رفتار توپ تنیس را در حالیکه بر عرشه یک کشتی با آن بازی می‌شود، و این کشتی با سرعت ثابت از ساحل دور می‌شود، با رفتار توپی مشابه که در زمینی در ساحل با آن بازی می‌کنند، مقایسه کنیم، هیچگونه تفاوتی مشاهده نخواهیم کرد. آزمایشهای انجام شده روی توپهای تنیس روی عرشه کشتی حرکت یکنواخت کشتی را نمایان نخواهد کرد. برای آشکار کردن این حرکت، خدمه کشتی باید نقاطی را بر ساحل مشخص کنند یا از روش ناوبری دیگری بهره گیرند که موضع و سرعت کشتی را نسبت به ساحل مشخص می‌کند. بدینسان، تا آنجا که به آزمایشهای مکانیکی مربوط می‌شود، حرکت انتقالی یکنواخت چارچوب مرجع لخت همواره حرکت نسبی است؛ این حرکت را فقط می‌شود به صورت حرکت نسبی چارچوب مرجع نسبت به چارچوب مرجع دیگر تشخیص داد. سخن گفتن از حرکت مطلق در فضا بی‌معنی است.

در اینجا فوراً این سؤال مطرح می‌شود که آیا نسبیت مربوط به آزمایشهای مکانیکی در مورد آزمایشهای الکتریکی، مغناطیسی، اپتیکی، و سایر زمینه‌ها نیز صادق است یا خیر. آیا هیچ کدام از این آزمایشها امکان تشخیص حرکت مطلق چارچوب مرجع را در فضا فراهم می‌آورد؟ در سال ۱۹۰۵، آلبرت

* این فصل اختیاری است. از محتوای آن در فصلهای بعدی، مگر در چند مسئله، بهره نمی‌گیریم.

اینشتین* به این پرسش پاسخ منفی داد. اینشتین برای همه قوانین فیزیک یک اصل نسبیت وضع کرد، که به پیامدهای فراگیر و کارآمدی در تصور ما از فضا و زمان انجامید.

هرچند که نسبیت را معمولاً فقط موضوع مورد علاقه فیزیکدانان می‌دانند، برخی کاربردهای عملی ارزشمند دارد که برای مهندسان و پزشکان جالب است. در لامپهای تلویزیون با ولتاژ بالا، در کلیسترونها**، و در شتابگرهای تخصصی که برای پروتورمانی به کار می‌روند، الکترونها با چنان سرعت زیادی حرکت می‌کنند که برای طراحی اینگونه دستگاهها، شناخت معادلات نسبیتی حرکت ضروری است.

نسبیت شالوده فیزیک نظری معاصر را تشکیل می‌دهد. نسبیت در نظریه‌های نوین ذرات بنیادی و برهمکنشهای آنها نقشی اساسی بازی می‌کند. اما، نسبیت در شکل‌گیری اولیه نظریه کوانتومی فقط نقشی ناچیز ایفا کرد؛ از اینرو در فصلهای آتی فرصت اندکی خواهیم داشت که به آن بپردازیم.

۱.۲ سرعت نور و اتر

از آنجا که قوانین مکانیک در همه چارچوبهای مرجع لخت یکسانند، کاملاً طبیعی به نظر می‌رسد که فرض کنیم قوانین الکتریسیته و مغناطیس هم در تمام چارچوبهای مرجع لخت یکسانند. اما این فرض فوراً به پارادوکسی مرتبط با سرعت نور می‌انجامد. از معادلات ماکسول می‌توانیم نتیجه بگیریم که، سرعت انتشار نور همواره دارای مقدار ثابت $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ ، یا تقریباً $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ، است. این استنتاج با قانون گالیله‌ای جمع سرعتها تناقض پیدا می‌کند؛ که بنابر آن سرعت

* آلبرت اینشتین، ۱۹۵۵ - ۱۸۷۹، فیزیکدان نظری آلمانی تبار سوئیسی، که بعداً به تبعیت امریکا درآمد، استاد دانشگاههای زوریخ و برلین، سرپرست انستیتوی وایلهلم فیسر، و استاد مؤسسه مطالعات پیشرفته پرنستون، نظریه‌های نسبیت خاص و عام او نمایشگر بزرگترین دستاورد فکری قرن بیستم به شمار می‌آیند. اما سالها طول کشید تا جامعه علمی جهان این نظریه‌ها را به طور کامل فهمید و پذیرفت. اینشتین در نظریه کوانتومی نوین نیز سهمی اساسی داشته است، و مفهوم کوانتومهای نور را (که بعداً فوتون نامیده شدند) به این نظریه وارد کرد و اثر فوتوالکتریک را توضیح داد. و به همین خاطر در سال ۱۹۲۱ جایزه نوبل در فیزیک به وی اعطا شد. اینشتین در سالهای آخر عمرش، قسمت اعظم کوشش خود را وقف کاوش و جستجوی نظریه وحدت یافته گرانش و الکترومغناطیس کرد، که در این امر توفیقی نیافت.

** klystron. لامپی الکترونی که به عنوان تقویت‌کننده یا نوسان‌ساز میکروموجی به کار می‌رود.

نور نباید در تمام چارچوبهای مرجع یکسان باشد. بنابر قانون گالیه‌ای جمع سرعتها، اگر سرعت ذره یا سیگنالی در یک چارچوب مرجع v و در چارچوب مرجع دیگر v' باشد، در این صورت:

$$v' = v - V \quad (۱)$$

که V عبارت است از سرعت چارچوب مرجع دهم نسبت به اول. به عنوان مثال، فرض کنید یک سیگنال نوری را به سوی سفینه‌ای فضایی می‌فرستیم که با سرعت، مثلاً، $۱۰^۸ \text{m/s} \times ۱/۱۰^۰$ ، به زمین نزدیک می‌شود؛ اگر سرعت این سیگنال نور در چارچوب مرجع زمین $۱۰^۸ \text{m/s} \times ۳/۱۰^۰$ باشد، در این صورت بنابر معادله (۱)، سرعت آن سیگنال نور در چارچوب مرجع سفینه فضایی باید $۱۰^۸ \text{m/s} \times ۴/۱۰^۰$ باشد.

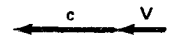
برای گریز از این پارادوکس، یا باید این مفهوم را قربانی کنیم که بر پایه آن قوانین الکتریسیته و مغناطیس، و مقادیر سرعت نور، در تمام چارچوبهای لخت یکسانند؛ و یا اینکه باید قانون گالیه‌ای جمع سرعتها را فدا کنیم. یعنی اینکه یا بایستی از تمامی امیدهای دستیابی به یک اصل نسبیت در برگیرنده الکتریسیته و مغناطیس دست بکشیم، یا اینکه باید مفاهیم زمان مطلق و طول مطلق را که به گونه‌ای شهودی «اشکارند»، و قانون گالیه‌ای جمع سرعتها بر پایه آنها استوار است، کنار گذاریم.

فیزیکدانان قرن نوزدهم شق اول را اختیار کردند. آنان فرض کردند که چارچوب مرجع لخت مرجحی وجود دارد که قوانین الکتریسیته و مغناطیس در آن ساده‌ترین شکل ممکن را به خود می‌گیرند. در این چارچوب، سرعت نور مقدار استاندارد خود، یعنی $c = ۳/۱۰^۸ \text{m/s}$ ، را دارد در حالیکه در هر چارچوب مرجع دیگری بنابر قانون جمع گالیه‌ای، این مقدار بیشتر یا کمتر می‌شود. در این صورت، انتشار نور شبیه انتشار صوت است. چارچوب مرجع مرجحی وجود دارد که در آن معادله موج توصیف‌کننده انتشار صوت، مثلاً، در هوا، ساده‌ترین شکل را به خود می‌گیرد؛ در این چارچوب مرجع هوا ساکن است. در این چارچوب مرجع سرعت انتشار صوت به جهت انتشار بستگی ندارد و مقدارش ۳۳۰m/s است، در حالیکه در هر چارچوب مرجع دیگری، سرعت به جهت انتشار بستگی دارد. مثلاً، بر روی عرشه یک کشتی که نسبت به هوا با سرعت ۱۰m/s به شمال حرکت می‌کند، سرعت انتشار صوت در راستای به سوی شمال ۳۲۰m/s ، و سرعت انتشارش در راستای به سوی جنوب ۳۴۰m/s است.

شباهت میان انتشار صوت و نور این تصور را برای فیزیکدانان قرن نوزدهم پیش آورد که نور نوعی موج در محیطی کشسان است که تمام فضا، حتی فضای میان ستاره‌ای و میان ستاره‌ای را، که معمولاً خلا تصور می‌شود، پر کرده است. تصور می‌شد که این محیط نافذ و شبه‌گون به هیچ‌وجه بر حرکت سیارات یا ذرات اثر ندارد؛ تنها علت وجودی آن عبارت بود از انتشار نور. فیزیکدانان این محیط شبه‌گون را اتر نوررسان نامیدند، و برای تبیین خواص کشسانی و مکانیکی این اتر، به طوری که موجهایش رفتاری شبیه امواج نور داشته باشند، به تلاشهای زیادی دست زدند. بنابر نظریه اتر، چارچوب مرجع مرجعی که نور در آن سرعت استاندارد خود را داشته باشد عبارت است از چارچوب مرجعی که اتر در آن ساکن است. وجود چنین چارچوب مرجع مرجعی حاکی از آن است که سرعتها مطلق اند؛ چارچوب اتر استاندارد سکون مطلق را مقرر می‌کند، و سرعت هر جسم را می‌توان به این چارچوب نسبت داد.

حرکت اتری که زمین از داخل آن می‌گذرد، باد اتری را ایجاد می‌کند. اگر خورشید در داخل اتر ساکن باشد، در این صورت باد اتری باید سرعتی داشته باشد مختلف‌الجهت با سرعت زمین به دور خورشید؛ مقدارش بایستی در حدود 30 km/s باشد. اگر خورشید متحرک باشد، در این صورت باد اتری همراه با فصول مختلف تغییر می‌کند؛ هرگاه سرعت زمین با سرعت خورشید موازی باشد مقدارش حداکثر، و شش ماه بعد، وقتی این سرعتها پاد موازیند، مقدارش حداقل است.

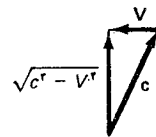
آزمایشگران در پی آن بودند که این باد اتری را از طریق تأثیرش بر انتشار نور آشکارسازی کنند. در چارچوب مرجع زمین، سرعت یک موج نوری به جهت آن بستگی خواهد داشت: سرعت موج نور وقتی حداکثر است که در جهت باد منتشر شود، وقتی سوی انتشارش باد را قطع کند سرعتش کاهش پیدا می‌کند، و هنگامی که مخالف جهت باد انتشار یابد، سرعتش به حداقل می‌رسد. بنابر قانون جمع گالیله‌ای، اگر سرعت باد اتری که در آزمایشگاه می‌وزد V باشد، پس سرعت نور در این آزمایشگاه در راستای وزش باد $c + V$ ، در راستای عمود بر وزش باد $\sqrt{c^2 - V^2}$ ، و در راستای خلاف جهت وزش باد $c - V$ خواهد بود (شکل ۱۰۲). اگر مقدار V در حدود 30 km/s باشد، در این صورت تغییر سرعت نور نسبت به مقدار استانداردش در مورد جهت هم‌راستا یا مخالف راستای باد در حدود یک قسمت در 10^4 ، و برای جهت متقاطع با راستای وزش باد یک قسمت در 10^8 است. متأسفانه، نمی‌توانیم از تغییر سرعت قابل ملاحظه موافق جهت



(الف) در راستای وزش باد



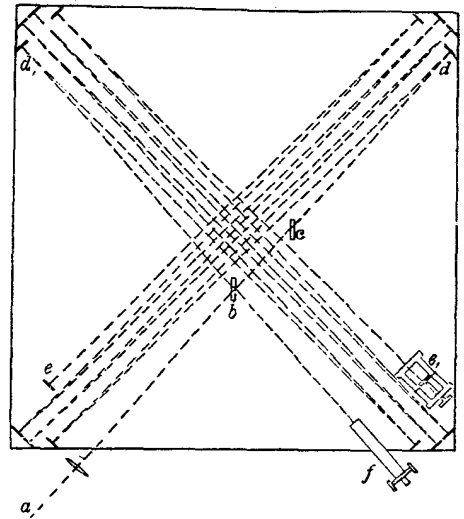
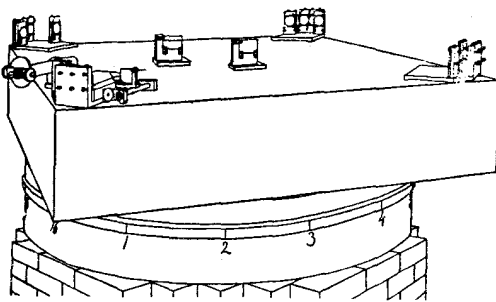
(ب) در خلاف راستای وزش باد



(ج) متقاطع با جهت وزش باد.

شکل ۱۰۲ سرعت نور نسبت به زمین $|c + V|$ است، که c عبارت است از سرعت نور نسبت به اتر و V عبارت است از سرعت اتر نسبت به زمین.

یا مخالف جهت به طور کامل استفاده کنیم، زیرا در آزمایشی اپتیکی (نوری) که سرعتها در راستاهای مختلف را مقایسه می‌کند، سیگنالهای نور باید مسیرهای کاملی را طی کنند، که در این صورت تغییرات سرعت موافق و مخالف گرایش دارند که آثار همدیگر را خنثی کنند، و تنها مانده ناچیزی در حدود یک قسمت در ۱۰^۸ را بر جای گذارند.



شکل ۲.۲ الف داخل سنج مایکلسون و مورلی.

نخستین آزمایشی که طی آن موفق شدند چنین تغییر اندکی را در سرعت نور آشکار سازی کنند، در سال ۱۸۸۱، به وسیله ا.ا. مایکلسون و ا.و. مورلی* انجام شد و از آن پس این آزمایش بارها تکرار شد. آنان در آزمایش خود از یک تداخل سنج (شکل ۲.۲ الف) بهره بردند تا باریکه نور را به دو باریکه جداگانه تقسیم کنند که در امتداد دو مسیر، یا بازوی عمود بر هم در این دستگاه حرکت رفت و برگشتی انجام دهند. یکی از این باریکه‌ها در امتداد بازویی موازی جهت باد اتری (فرضی) راه می‌پیماید، و باریکه دیگر در امتداد بازویی عمود بر امتداد

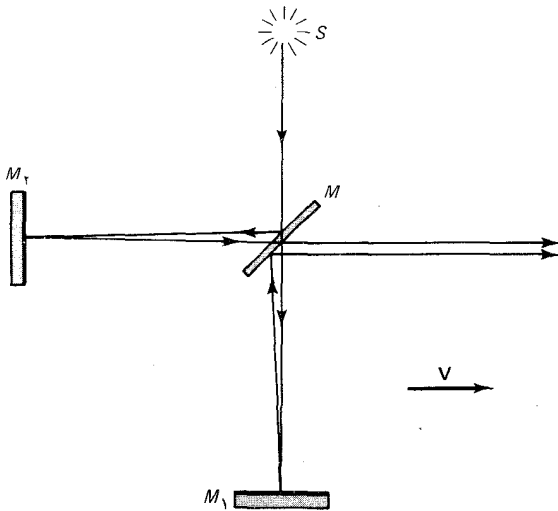
* آلبرت آبراهام مایکلسون، ۱۹۳۱ - ۱۸۵۲، فیزیکدان تجربی امریکایی، استاد مدرسه علوم کاربردی کیس (Case-School) و دانشگاه شیکاگو. او ابتدا آزمایش «مایکلسون - مورلی» را به تنهایی و در خلال تحصیلات فوق لیسانسش در برلین انجام داد، و سپس آن را با همکاری ادوارد ویلیامز مورلی، ۱۹۲۳ - ۱۸۳۸، فیزیکدان و شیمیدان امریکایی، استاد کالج وسترن ریزرو، بارها تکرار کرد. مایکلسون به خاطر پدید آوردن تجهیزات نوری حساسش پرآوازه است. او میان طول میله متر استاندارد و طول موج نور گسیلیده به وسیله آتمهای کادمیم مقایسه دقیقی به جا آورد، و به کمک فرستادن پالسهای نوری میان دو قله کوه در یک مسافت ۳۵ کیلومتری، سرعت نور را با دقت بی سابقه‌ای اندازه گرفت. وی به خاطر پژوهشهایش با تجهیزات دقیق نوری، موفق به دریافت جایزه نوبل فیزیک در سال ۱۹۰۷ شد.

باد اتری حرکت می‌کند. مجموعه‌ای از آینه‌ها باریکه‌های نور را در مسیر بازوها بازمی‌تابانند، و آنها را مکرراً در مسیرهای واحدی به حرکت درمی‌آورند؛ با این عمل طول مسیر این دستگاه چند برابر، و حساسیتش بیشتر می‌شود. سرانجام، باریکه‌های نور به هم می‌رسانند، و اگر در طی مسیر اختلاف زمانی با هم داشته باشند، بسته به این اختلاف زمان با یکدیگر تداخل سازنده یا ویرانگر می‌کنند. این پدیده تداخل به عنوان یک شاخص حساس برای هر نوع تفاوتی در زمان پیمودن مسیر به کار می‌آید.

مثال ۱. تداخل سنج مایکلسون دو بازو با طولهای مساوی دارد. اختلاف فاز بین دو باریکه نوری را که از تداخل سنج مایکلسون خارج می‌شوند، بر حسب سرعت باد اتری بیان کنید.

حل اگر طول مسیر خالص (از جمله چندین بازتاب به پس و پیش) L باشد، حرکت باریکه‌ای که مسیر موازی با راستای باد اتری و (راستای افقی در شکل ۲۰۲ ب) را در خلاف جهت باد می‌پیماید مدت $\frac{L}{c-V}$ و حرکت در جهت آن مدت $\frac{L}{c+V}$ طول می‌کشد. بدینسان، زمان حرکت در کل مسیر عبارت است از

$$t_1 = \frac{L}{c-V} + \frac{L}{c+V} = \frac{L/c}{1-V/c} + \frac{L/c}{1+V/c} \quad (2)$$



شکل ۲۰۲ ب نمودار طرحواره‌ای که مسیر پرتوهای نور را در تداخل سنج نشان می‌دهد. در این نمودار فقط یک جفت (M_1, M_2) از چند آینه را مشاهده می‌کنید.

زمان حرکت باریکه‌ای که مسیر عمود بر باد (مسیر قائم در شکل ۲۰۲ ب) را می‌پیماید، در هر نیمه از این مسیر عبارت است از $\frac{L}{\sqrt{c^2 - V^2}}$. از این رو، زمان حرکت در کل مسیر

عبارت خواهد بود از:

$$t_r = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - V^2}} = \frac{2L/c}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (3)$$

اگر طول موج نور λ باشد، پس اختلاف فاز عبارت است از $2\pi c/\lambda$ برابر اختلاف زمانی بین این باریکه‌ها. بدینسان، اختلاف فاز عبارت است از:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi c}{\lambda}(t_1 - t_r) \quad (4)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} L \left(\frac{1}{1 - V/c} + \frac{1}{1 + V/c} - \frac{2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \right) \quad (5)$$

از آنجا که $V^2/c^2 \ll 1$ ، می‌توانیم تقریبهای زیر را اعمال کنیم:

$$\frac{1}{(1 \pm V/c)} \approx 1 \mp \frac{V}{c} + \frac{V^2}{c^2} \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \approx 1 + \frac{V^2}{2c^2}$$

از اینجا، اختلاف فاز به این قرار خواهد شد:

$$\begin{aligned} \Delta\phi &\approx \frac{2\pi}{\lambda} L \left(\frac{2V^2}{c^2} - \frac{2V^2}{2c^2} \right) \\ &\approx \frac{2\pi}{\lambda} L \frac{V^2}{c^2} \quad (6) \end{aligned}$$

اختلاف فاز معادله (۶) ناشی از باد اتری را با چرخاندن تداخل‌سنج به اندازه 90° ، و به این وسیله عوض کردن نقش بازوهای موازی و عمود، می‌توان به بهترین نحوی آشکارسازی کرد. در خلال این چرخش، اختلاف فاز به تدریج از مقدار داده شده در معادله (۶) کاهش می‌یابد تا به مقدار منفیش برسد؛ بدینسان باریکه‌های نوری که بیرون می‌آیند سلسله‌ای از تغییرات، از تداخل سازنده به ویرانگر، را نشان خواهند داد.

مایکلسون و مورلی در آشکارسازی هرگونه باد اتری ناکام ماندند. حساسیت آزمایش اولیه آنها برای آشکار کردن بادی به سرعت 5 km/s کفایت می‌کرد. از آنجا که سرعت باد مورد انتظار در حدود 30 km/s بود، جواب صفر برای سرعت باد اتری نظریه اتری انتشار نور را نقض می‌کند. این مطلب ثابت می‌کند که انتشار نور شبیه انتشار صوت نیست. برای انتشار نور هیچگونه چارچوب مرجع مرجعی وجود ندارد. باگردش زمین به دور خورشید، همچنان که سرعتش تغییر می‌کند، از یک چارچوب مرجع لخت به چارچوب مرجع لخت دیگری می‌رود. بنابراین آزمایش مایکلسون - مورلی، و مطابق با آزمایشهای انجام شده بعدی، و حتی شیوه‌های دقیقتر این آزمایش، تمام این چارچوبهای مرجع لخت، در رابطه با انتشار نور، به طور کامل با هم معادلند.

ضمناً، مایکلسون نتیجه صفر برای سرعت اتر را به عنوان شاهدهی برکشش اتر تعبیر کرد؛ تصور بر این بود که زمین اتر را با خود می‌کشد، و در نتیجه باد اتری در آزمایشگاه از بین می‌رود یا کاهش پیدا می‌کند. اما، این تعبیر با ابراهیمی ستاره‌ای، یعنی جابه‌جایی فصلی ظاهری موضع ستارگان در آسمان، مغایر است. این جابه‌جایی، که می‌تواند، حداکثر، به $40''$ برسد، از مؤلفه سرعت در امتداد جهت حرکت زمین کسب شده توسط نوری که از ستاره می‌رسد، ناشی می‌شود، وقتی که در چارچوب مرجع زمین مشاهده شود؛ به علت وجود همین مؤلفه سرعت اضافی، راستای تابش نور ستاره بر زمین به جلو متمایل می‌شود، و به این ترتیب یک جابه‌جایی ظاهری در موضع ستاره پدید می‌آورد. شش ماه بعد، راستای حرکت زمین، و در نتیجه، جابه‌جایی ظاهری موضع ستاره برعکس خواهد شد. اگر اتر همراه با زمین کشیده می‌شد، این ابراهیمی ستاره‌ای وجود نمی‌داشت.

۲.۲ اصل نسبیت اینشتین

به شرحی که در بخش قبل گفتیم، ناوردایی سرعت نور در تمام چارچوبهای مرجع با قانون جمع گالیلئی سرعتها تناقض دارد. در سال ۱۹۰۵، اینشتین طرحی انقلابی را پیش کشید که بر مبنای آن این تناقض با برکناری قانون جمع گالیلئی و مفاهیم نیوتونی از فضا و زمان حل می‌شود. اینشتین از نتایج منفی آزمایش مایکلسون - مورلی باخبر بود، اما انگیزه واقعی او اعتقاد پابرجایش مبنی بر این بود که، معادلات ماکسول باید در تمام چارچوبهای مرجع برقرار باشند.

اینشتین شالوده نظریه نسبیت خاص خود را بر پایه یک فرض کلّی مربوط به تمامی قوانین فیزیک استوار کرد. این فرض عبارت است از:

اصل نسبیت: تمام قوانین فیزیک در تمام چارچوبهای مرجع لخت یکسانند.

از آنجا که قوانین مربوط به انتشار نور در چارچوب قوانین فیزیک می‌گنجند، یکی از پیامدهای فوری اصل نسبیت به این قرار است:

سرعت نور (در خلأ) در تمام چارچوبهای مرجع لخت یکسان است؛ مقدار آن همواره عبارت است از:

$$* . c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

* به خاطر سادگی، مقدار سرعت نور به سه رقم بامعنی گرد شده است. مقدار دقیق آن، که اخیراً به عنوان استاندارد رسمی سرعت نور پذیرفته شده، عبارت است از:

$$2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$$

ناوردایی سرعت نور ایجاب می‌کند که برخی از مفاهیم شهودی، و روزمره خود را از فضا و زمان کنار بگذاریم. این واقعیت که سرعت یک سیگنال نوری، مستقل از حرکت چشمه نور یا ناظر، همواره $10^8 \text{ m/s} \times 3/00$ است، با درک شهودی ما نمی‌خواند. این رفتار عجیب نور فقط به اعتبار رفتار عجیب طول و زمان امکانپذیر است. به طوری که بعداً خواهیم دید، نه طول مطلق است و نه زمان؛ این کمیتها هر دو به چارچوب مرجع بستگی دارند و هرگاه چارچوب مرجع تغییر کند، دستخوش انقباض و اتساع می‌شوند.

از آنجا که ناوردایی سرعت نور برای نظریه نسبیت اهمیتی بنیادی دارد، بسیاری از آزمایشگران، به امید آشکارسازی اثری هر چند ناچیز از حرکت زمین بر انتشار نور، در صدد اصلاح و بهبود آزمایش مایکلسون - مورلی برآمدند. ج. روز در سال ۱۹۳۰ دقیقترین آزمایشهای تداخلسنجی را انجام داد؛ وی از تداخلسنجی با بازوهای بسیار طولانی بهره برد که آن را به دقت از ارتعاشهای زمین منزوی کرده بود. در این آزمایش حداکثر مقدار ممکن برای سرعت باد اتری $1/5 \text{ km/s}$ به دست آمد.

شیوه‌های نوین آزمایش مایکلسون - مورلی بر مقایسه بسامدهای امواج ایستاده در دو مشدد کاواکی، با جهت‌های عمود بر هم، متکی‌اند. بسامد چنین موج ایستاده‌ای با سرعت موج نسبت مستقیم و با طول مشدد کاواکی نسبت معکوس دارد $\left[\nu = \frac{v\nu_0}{(1 \pm \beta)} \right]$ ، که n تعداد نیم‌موجهای موجود در کاواک است. اگر طول این مشددهای کاواکی برابر باشند، در این صورت هرگونه تفاوت مشاهده شده در بسامدها بر تفاوت سرعتها دلالت می‌کند. زاوجا و همکارانش*، در یک آزمایش از لیزر به عنوان مشددهای کاواکی بهره بردند و توانستند یک حد بالایی 30 m/s را برای باد اتری معین کنند. در یکی از روشهای اصلاح شده اخیر این آزمایش که به وسیله بریله و هال** انجام شد، از آینه‌های موازی رخ به رخ (سنجه‌های فابری - پرو) به عنوان مشددهای کاواکی، بهره بردند، که لیزر آنها را تحریک می‌کرد؛ در این آزمایش توانستند به حد محدودتر 15 m/s برسند.

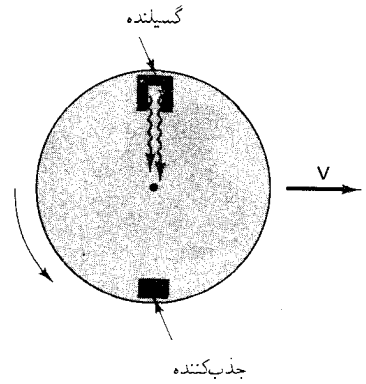
به کمک اندازه‌گیریهایی جابه‌جایی دوپلر بین یک گسیلنده متحرک و یک گیرنده نور، حتی به نتایج دقیقتری هم دست یافته‌اند. بنا بر فیزیک نیوتونی، انتقال یا جابه‌جایی دوپلر به سرعت گسیلنده و گیرنده نسبت به اتر بستگی دارد، و بنابراین می‌توان از آن برای آشکارسازی باد اتری بهره گرفت. دقیقترین آزمایشهای انتقال دوپلر با استفاده از پرتوهای γ (اساساً، پرتوهای طول موج کوتاه X) گسیلیده

*. T.S. Jaseja, A. Javan, J. Murray, and C.H. Townes, *Phys. Rev.* **133 A**,

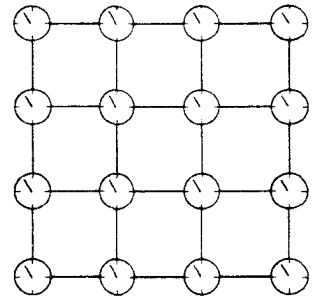
1221 (1964).

** . A. Brillat and J.L. Hall, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 549 (1979)

به وسیله یک نمونه ^{57}Fe رادیواکتیو، به عمل آمده است. دستگاه چامپنی و همکارانش^{*}، شامل یک صفحه گردان است، که به سرعت حول محور قائمش می چرخد (شکل ۳۰۲). این صفحه گردان حامل نمونه های ^{57}Fe در نقاط متقابل لبه اش است. در یکی از این نمونه ها، هسته های آهنی آهن، در حالت برانگیخته پراثری هستند و از طریق گذارهای بدون پس زنی به حالت های کم انرژی، پرتوهای γ گسیل می کنند. این گسیل پرتوهای γ بدون پس زنی، و بنابراین بدون کاهش انرژی پرتو γ ، اثر موسباوئر^{**} نامیده می شود. در این گسیلها بلور آهن تکانه پس زنی را جذب می کند. این پرتوهای γ را می توان به وسیله جذب تشدید در نمونه دیگر آهن به دام انداخت. بنابراین فیزیک نیوتونی، انتقال دو بلور بین گسیلنده و جذب کننده، در هنگامی که (به طور همزمان) روی خط شمال - جنوب قرار دارند، دارای یک مقدارند (شکل ۳۰۲)؛ و این انتقال دو بلور در یک نیم چرخش بعدی دارای مقدار مخالف مقدار بالاست. عدم همخوانی بین بسامدهای گسیلنده و جذب کننده از جذب تشدید پرتوهای γ جلوگیری می کند. در تجربه، اصلاً چنین ممانعتی را برای جذب نیافتند. این نتیجه منفی یک حد بالای در حدود 5m/s را برای باد اتری مقرر کرد[†]. بنابراین شواهد تجربی، فراتر از تمامی تردیدهای منطقی، اثبات می کنند که حرکت زمین به هیچوجه بر انتشار نور اثر نمی گذارد.



شکل ۳۰۲ منبع و جذب کننده پرتوهای γ بر یک صفحه گردان چرخان.



شکل ۴۰۲ چارچوب مرجع تشکیل شده است از یک شبکه مختصه و ساعت های همزمان.

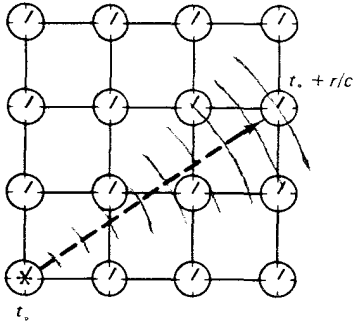
۳۰۲ تبدیلیهای لورنتس

برای اندازه گیری مختصات فضایی و زمانی یک رویداد، از چارچوب مرجعی متشکل از آرایه ای از میله های اندازه گیری و ساعتها بهره می گیریم (شکل ۴۰۲). محل های تلافی میله های اندازه گیری مختصات فضایی را می دهند و زمان ثبت شده به وسیله نزدیکترین ساعت مختصه زمان را می دهد. البته، تمامی ساعتها در این چارچوب مرجع باید با یکدیگر همزمان باشند. همزمان سازی را می شود با بیرون فرستادن یک درخش نور از مبدأ مختصات، هنگامی که ساعت این نقطه

*. D.C.Champeney, G.R. Isaak, and A.M. Khan, *Rev.Mod.Phys.* 36, 469(1964); *Nature* 198, 1186(1963). G.R.Isaak, *Phys. Bull.* 21, 255 (1970).

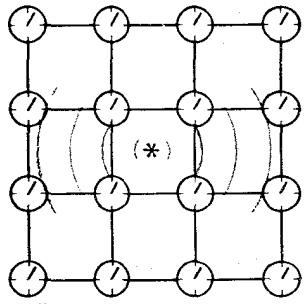
** رودلف لودویگ موسباوئر (Rudolf Ludwig Mössbauer) ۱۹۲۹-، فیزیکدان آلمانی، استاد انستیتو تکنولوژی کالیفرنیا و دانشگاه مونیخ. وی اثر موسباوئر را در حالی کشف کرد که در هایدلبرگ تحقیقات فوق لیسانس خود را می گذراند. وی به خاطر این کشف خود، جایزه نوبل سال ۱۹۶۱ در فیزیک را دریافت کرد. † توجه به این نکته بسی جالب است که این عدد از عدم قطعیت تجربی در معتبرترین اندازه گیریهای سرعت نور، یعنی $\pm 1\text{m/s}$ ، کوچکتر است.

یک زمان مشخص $t = t_0$ را نشان می‌دهد، انجام داد. زمان r/c طول می‌کشد تا درخشش نوره به ساعتی در فاصله r از مبدأ مختصات برسد. بنابراین، اگر ساعت واقع در فاصله r از مبدأ در هنگامی که نوره به آن می‌رسد زمان $t_0 + r/c$ را نشان دهد، با ساعت واقع در مبدأ همزمان شده است (شکل ۵.۲). به روشی دیگر، همزمان می‌تواند با فرستادن یک درخشش نوری از نقطه‌ای دقیقاً واقع در نیمه راه بین ساعت واقع در مبدأ و ساعت دیگر، انجام شود. این دو ساعت در صورتی همزمان می‌شوند که وقتی نور از نیمه راه به آنها می‌رسد، هر دو زمان واحدی را نشان دهند (شکل ۶.۲). توجه کنید که هر دو روش همزمان‌سازی به ناوردایی سرعت نور وابسته است. اگر سرعت نور در تمام چارچوب‌های مرجع یکسان نبود، بلکه به چارچوب مرجع و جهت بستگی داشت (مانند نظریه اتر)، در این صورت نمی‌توانستیم با روش‌های ساده بالا به همزمان‌سازی نائل آییم.



شکل ۵.۲ روش همزمان‌سازی. یک درخشش نوری از یکی از ساعت‌ها به ساعت دیگر فرستاده می‌شود.

در تمامی مطالبی که پس از این خواهد آمد، صرفاً با چارچوب‌های مرجع لخت سروکار داریم. هر دو چارچوب مرجع لخت یا نسبت به یکدیگر ساکن‌اند، یا اینکه حرکت انتقالی یکنواخت دارند. دو چارچوب مرجع لخت را که نسبت به یکدیگر یک حرکت انتقالی یکنواخت دارند، دو نظر بگیرید. در فیزیک نیوتونی، معادلات تبدیلی که مختصات فضا و زمان را در یکی از چارچوب‌های مرجع لخت به مختصات فضا و زمان در چارچوب مرجع لخت دیگر مربوط می‌کنند، تبدیلی‌های گالیله‌ای هستند،



شکل ۶.۲ روش دیگر همزمان‌سازی. یک درخشش نوری از نقطه وسط به سمت هر یک از ساعت‌ها فرستاده می‌شود.

$$x' = x - Vt \quad (7)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

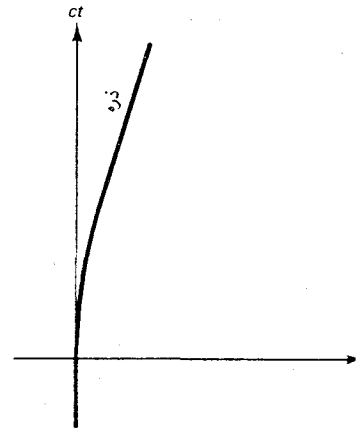
$$t' = t \quad (8)$$

که در اینجا فرض کرده‌ایم چارچوب مرجع دوم در امتداد محور x چارچوب اول با سرعت V حرکت می‌کند، و نیز فرض می‌کنیم مبدأ این دو چارچوب در $t = t' = 0$ برهم منطبق‌اند. این معادلات تبدیل سرشت مطلق طول و بازه‌های زمانی را تشکیل می‌دهند.

در فیزیک نسبیتی، به یک مجموعه نوین معادلات تبدیل نیاز داریم، که مشتمل بر ناوردایی سرعت نور باشند. این معادلات تبدیل جدید عبارتند از تبدیلات لورنتس. به طوری که بعداً خواهیم دید، این معادلات تبدیل ما را وادار می‌کنند که از سرشت مطلق طول و بازه‌های زمانی دست بکشیم. این معادلات

را ابتدا ه.ا. لورنتس* کشف کرد، اما اینشتین بود که معنی درست آنها را جا انداخت. این معادلات تبدیل عبارتند از بیان یکی از خواص بنیادی فضا و زمان، این معادلات بیانی از هندسه فضا- زمان به شمار می‌آیند. از این پس با پذیرفتن یک نمایش نموداری از این تبدیلهای، بر سرشت هندسی تبدیلهای لورنتس تأکید خواهیم کرد.

به خاطر سادگی، فقط به حرکت یک بعد می‌پردازیم، به طوری که موضع x هر ذره بر حسب تابعی از زمان t توصیف کاملی از حرکت را ارائه می‌کند. در فیزیک نسبیتی، نمایش هندسی موضع (مکان) بر حسب زمان را جهانخط ذره می‌گویند. وقتی با ذره نسبیتی، با سرعتی نزدیک به سرعت نور، سروکار داریم، شیب جهانخط در نمایش هندسی x بر حسب t ، به طور نامناسبی بزرگ خواهد بود. بنابراین، ترجیحاً به جای مختصه زمان t ، کمیت ct را قرار می‌دهیم، و x را بر حسب ct ترسیم کنیم. مثلاً، در شکل ۷.۲ محورهای x و ct متعلق به یک چارچوب مرجع متصل به آزمایشگاهی بر روی زمین**، و جهانخط یک ذره با حرکتی یک بعدی در امتداد راستای x را مشاهده می‌کنید. (در این شکل، محور x افقی و محور ct قائم آرایش یافته‌اند؛ در فیزیک نسبیتی، این آرایش متداول است.) قبل از زمان $t = 0$ ، ذره در $x = 0$ در حال سکون و جهانخطش با محور ct منطبق بود؛ آنگاه همچنانکه شیب تغییر یابنده جهانخط نشان می‌دهد، این ذره شتاب پیدا می‌کند؛ و سرانجام، همانطور که شیب ثابت جهانخط نشان می‌دهد، به سرعت ثابتی می‌رسد.



شکل ۷.۲ نمودار فضا- زمان نمایانگر جهانخط یک ذره.

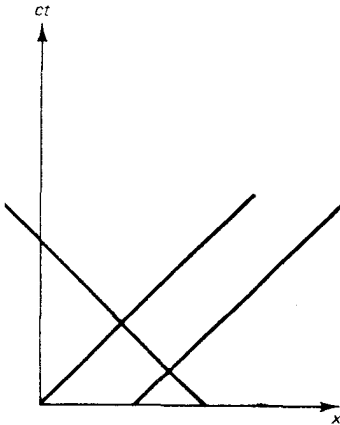
نمودار نمایش یافته در شکل ۷.۲ را نمودار فضا- زمان می‌نامند. به نقاط مشخص شده در این نمودار نقاط فضا- زمان، یا رویداد می‌گویند. توجه کنید که چون محور زمان در نمودار فضا- زمان به طور قائم آرایش یافته است، سرعت

* هندریک آنتون لورنتس (Hendrik Antoon Lorentz)، ۱۹۲۸ - ۱۸۵۲، فیزیکدان نظری هلندی، استاد دانشگاه لیدن. وی تبدیلهای لورنتس را طی مطالعات ریاضی خود در خصوص تقارن معادلات ماکسول کشف کرد، اما اهمیت آنها را به عنوان توصیف کننده تغییر چارچوب مرجع لخت درک نکرد. لورنتس را به عنوان متخصص برجسته‌ای در زمینه نظریه الکترومغناطیس می‌شناسند. چندین سال پیش از آنکه تامسون الکترون را کشف کند، لورنتس طرحی پیش کشید که بر مبنای آن تولید نور به وسیله آنها را ناشی از بارهای نوسان کننده در داخل آنها می‌دانست، و پی برد که اثر زیمان (شکافته شدن خطوط طیفی به وسیله میدان مغناطیسی) این فرضیه را اثبات می‌کند. به همین اعتبار جایزه نوبل فیزیک در سال ۱۹۰۲ به او تعلق گرفت.
** فرض می‌کنیم که این چارچوب مرجع لخت است.

ذره با شیب جهانخط آن نسبت معکوس دارد.

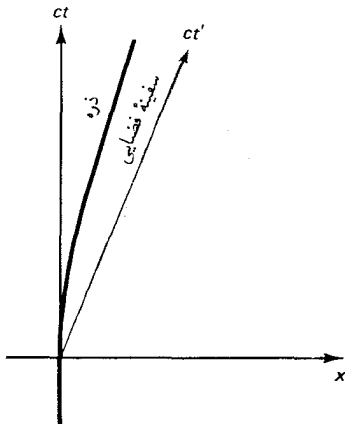
$$(\text{شیب}) = \frac{\Delta(ct)}{\Delta x} = \frac{c}{v}$$

شیب جهانخط یک سیگنال نور، که برای آن $v = \pm c$ ، برابر است با ± 1 ؛ بدینسان، این جهانخط به چپ و یا راست با زاویه 45° شیب پیدا می‌کند، که این بستگی دارد به اینکه سیگنال نور در جهت مثبت یا منفی x انتشار پیدا می‌کند. مثلاً، در شکل ۸.۲ جهانخطهای چندین سیگنال نوری را مشاهده می‌کنید که از نقاط گوناگونی روی محور x شروع می‌شوند.



شکل ۸.۲ جهانخطهای چندین سیگنال نور که در جهتهای مثبت و منفی x منتشر می‌شوند. زاویه شیب تمام این جهانخطها 45° است.

می‌توانیم به جای توصیف حرکت ذره در چارچوب آزمایشگاه، این حرکت را در چارچوب مرجع لختی توصیف کنیم که نسبت به آزمایشگاه با سرعتی (ثابت) در حرکت است، مثل، چارچوب مرجع سفینه‌ای فضایی که با سرعت ثابت V در جهت x حرکت می‌کند. در این چارچوب مرجع جدید، مختصات فضا-زمان عبارتند از x' و ct' ، و حرکت ذره با تعیین موضع x' بر حسب تابعی از ct' ، توصیف می‌شود. در این صورت می‌توانیم یک نمودار فضا-زمان جدید را با محورهای x' و ct' فراهم آوریم، و جهانخط ذره را ترسیم کنیم. این نمودار جدید نمایشگر حرکت ذره در چارچوب مرجع جدید است. اما، به جای کار پرزحمت و خسته‌کننده ترسیم مجدد همه جهانخط، حفظ همان جهانخط شکل ۷.۲، و بازآرایی محورهای مختصات، به طوری که همین جهانخط حرکت ذره را در چارچوب مرجع جدید توصیف کند، بسیار آموزنده‌تر خواهیم یافت. در این صورت تغییر محورهای مختصات به طور نموداری، تغییر چارچوب مرجع را نشان خواهد داد. این گونه نمایش نموداری از یک تغییر چارچوب مرجع مشابه نمایش نموداری یک چرخش مختصات فضایی با رسم یک مجموعه جدید محورهای فضایی است که به اندازه زاویه مناسبی چرخیده باشند، که با آن به خوبی آشنایی؛ آنگاه مختصات جدید را می‌توان مستقیماً از روی محورهای جدید مشخص کرد. جزئیات ترسیم نموداری محورهای جدید x' و ct' که چارچوب مرجع جدید را توصیف می‌کنند بستگی دارند به اینکه فیزیک مورد بحثمان نیوتونی باشد یا نسبیتی. برای آشنا شدن با شگرد نموداری، ابتدا فرض می‌کنیم که فیزیک نیوتونی صادق است، به طوری که بازه‌های زمانی و طولها مطلق اند.



شکل ۹.۲ جهانخط یک ذره و جهانخط نقطه‌ی میانی سفینه فضایی (محور ct')

در شکل ۹.۲ جهانخط نقطه‌ی میانی سفینه فضایی، ترسیم شده در یک نمودار فضا-زمان با محورهای x و ct ، را مشاهده می‌کنید. شیب این جهانخط عبارت است از c/V . نقطه‌ی میانی سفینه فضایی در لحظه $t = 0$ از مبدأ مختصات آزمایشگاه می‌گذرد. این نقطه‌ی میانی را مبدأ مختصات سفینه فضایی

می‌گیریم، این انتخاب به این معنی است که این نقطه میانی همواره در $x' = 0$ قرار دارد. بدینسان جهانخط مورب نمایش یافته در شکل ۹۰۲ عبارت است از مکان هندسی همه نقاط با مختصه $x' = 0$ ؛ یعنی اینکه این جهانخط با محور t' ، یا محور ct' ، منطبق است. برای تکمیل کردن ترسیم نموداری محورهای جدید، باید سمتگیری محور x' را پیدا کنیم. این محور عبارت است از مکان هندسی نقاطی با $t' = 0$. چون در فیزیک نیوتونی زمان مطلق است، ساعت‌های واقع در چارچوب مرجع آزمایشگاه و سفینه فضایی را می‌توان چنان همزمان کرد که مختصات زمانی t و t' برای تمام نقاط فضا زمان با هم در توافق باشند، یعنی $t = t'$. بدینسان مکان هندسی نقاطی که برای آنها $t' = 0$ با مکان هندسی نقاطی که برای آنها $t = 0$ منطبق است، یعنی محور x' بر محور x منطبق می‌شود. در این صورت، فقط تثبیت مقیاس‌های واقع در امتداد محورهای x' و ct' باقی می‌ماند. چون زمان مطلق است و ساعت‌های واقع در دو چارچوب مرجع همزمان شده‌اند، خط $ct = 1$ با خط $ct' = 1$ منطبق می‌شود، و بنابراین نقطه واحد بر روی محور ct' باید به طور افقی با نقطه واحد واقع بر محور ct همخط شود (شکل ۹۰۲). چون طولها مطلق‌اند، نقطه واحد واقع بر محور x' باید بر نقطه واحد واقع بر محور x منطبق باشد.

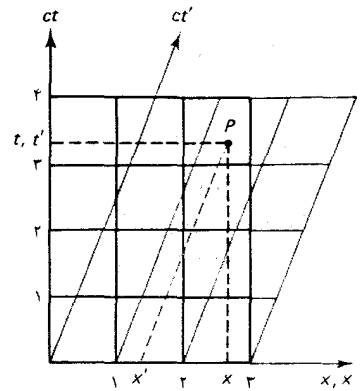
در شکل ۱۰۰۲ شبکه مختصات x' و ct' جدید را مشاهده می‌کنید که با مختصات x و ct قدیمی بر هم نهاده شده‌اند. شبکه مختصه جدید نسبت به شبکه قدیمی مورب است. این شکل عبارت است از نمایش نموداری تبدیل مختصات از چارچوب آزمایشگاه به چارچوب سفینه فضایی. مختصات قدیمی و جدید x ، ct ، x' و ct' متعلق به هر نقطه از فضا زمان را می‌توان مستقیماً به کمک ترسیم خطوط مناسبی که محورها را قطع می‌کنند، از روی نمودار معین کرد. از شکل ۱۱۰۲ به سهولت بی‌می‌توانیم که رابطه ریاضی بین مقادیر مختصات قدیم و جدید یک نقطه دلخواه از فضا زمان عبارت است از:

$$x' = x - Vt \quad (9)$$

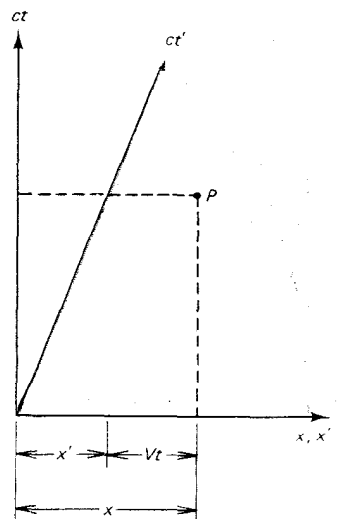
$$t' = t \quad (10)$$

که در آن V سرعت سفینه فضایی نسبت به آزمایشگاه است. این معادلات دقیقاً معادلات تبدیل گالیله‌ای‌اند. بدینسان، از ترسیم نموداری خود امکان یافته‌ایم این معادلات را استنتاج کنیم.

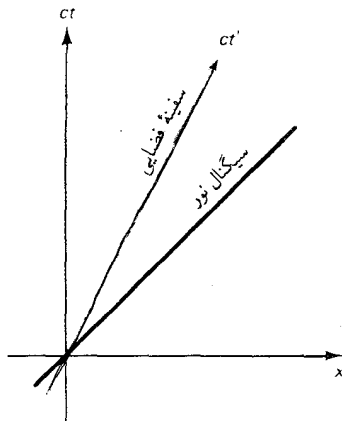
اکنون برای به دست آوردن معادلات تبدیل لورنتس از ترسیم نموداری



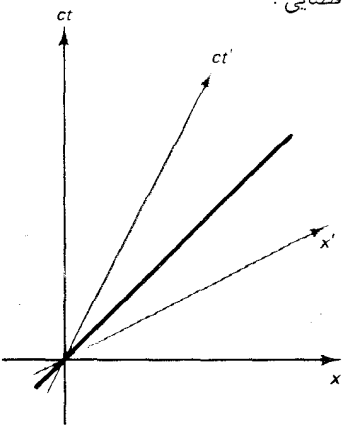
شکل ۱۰.۲ شبکه‌های مربوط به مختصات $x - ct$ و $x' - ct'$. مختصات هر نقطه فضا زمانی را می‌توان از این شبکه‌ها تعیین کرد.



شکل ۱۱.۲ رابطه بین x و x' .



شکل ۱۲.۲ جهانخط یک سیگنال نوری و جهانخط نقطه میانی سفینه فضایی.



شکل ۱۳.۲ محور x' جدید.

مشابهی بهره می‌گیریم. در حالیکه در حالت نیوتونی بر سرشت مطلق بازه‌های زمانی و طولها متکی بودیم. حالا بر مقدار مطلق سرعت نور اتکا داریم؛ محورهای جدید ct' و x' باید چنان ترسیم شوند که سرعت سیگنالهای نوری در چارچوبهای مرجع قدیم و جدید یکسان باشد. در شکل ۱۲.۲ مجدداً جهانخط نقطه میانی سفینه فضایی را مشاهده می‌کنیم. مانند قبل، جهانخط بر محور ct' منطبق است. برای یافتن سمتگیری محور x' ، در نظر گرفتن جهانخط یک سیگنال نوری که در زمان $t = 0$ مبدأ آغاز می‌شود، آموزنده خواهد بود. در شکل ۱۲.۲ این جهانخط را مشاهده می‌کنید. این جهانخط دقیقاً در نیمه راه میان محورهای x و ct واقع است؛ در این شرایط مختصات هر نقطه فضا زمان بر روی جهانخط با هم مساوی می‌شوند، که معادل است با شرط برابر واحد بدون شیب. ناوردایی سرعت نور را از لحاظ نمودار می‌توان به صورت این شرط بیان کرد که جهانخط سیگنال نوری نیز در نیمه راه بین محورهای x' و ct' واقع است، به طوری که شیب آن که از روی مختصات x' و ct' مشخص شده، در اینجا برابر ۱ است (در اینجا فرض می‌شود که مقیاسهای واقع بر امتداد محورهای x' و ct' مساوی اختیار شده‌اند، درست مانند مقیاسهای واقع بر امتداد محورهای x و ct که مساوی اختیار شدند). بدینسان، نتیجه می‌گیریم که محورهای x' و ct' باید نسبت به جهانخط سیگنال نوری، متقارن واقع شده باشند. در این صورت، هر دو محور x' و ct' موازی باشند (نگاه کنید به شکل ۱۲.۲).

نظر به تقارن آرایش محورهای x' و ct' نمایش یافته در شکل ۱۳.۲، فوراً پی می‌بریم که معادلاتی که مختصات قدیم و جدید را به هم مربوط می‌کنند باید به این شکل باشند:

$$x' \propto x - \frac{V}{c} ct \quad (11)$$

$$ct' \propto ct - \frac{V}{c} x \quad (12)$$

معادله اول علی‌الاصول همان معادله (۹) است؛ این معادله کجی محور x' را بیان می‌کند. معادله دوم بیانگر کجی محور ct' است؛ این معادله به اعتبار تقارن، یعنی معاوضه مختصات زمان و فضا، از معادله اول حاصل می‌شود. این تقارن تساوی زوایای میان محورهای x ، x' و ct و ct' تضمین می‌کند. [با محاسبه مستقیم این زوایا از معادلات (۱۱) و (۱۲) نیز می‌توان به این نتیجه رسید.]

توجه کنید که معادلات (۱۱) و (۱۲) به صورت تناسب بیان شده‌اند و نه تساوی. علت این امر آن است که شرط تقارن نسبت به جهانخط سیگنال نوری

سمتگیری محورها را، اما نه مقیاس آنها را، تثبیت می‌کند. اگر ضریب مقیاس مجهول را در معادلات خود بگنجانیم، می‌توانیم این معادلات را به این صورت بنویسیم:

$$x' = \gamma \left(x - \frac{V}{c} ct \right) \quad (۱۳)$$

$$ct' = \gamma \left(ct - \frac{V}{c} x \right) \quad (۱۴)$$

در اینجا، مطابق انتخاب مقیاسهای مساوی برای محورهای x' و ct' از جانب ما، ضریب مقیاس یکسانی در هر دو معادله ظاهر می‌شود.

ضریب مقیاس γ تابعی است از سرعت V . می‌توانیم این تابع را به کمک مقایسه تبدیل از مختصات t, x به t', x' با تبدیل معکوس از t', x' به t, x تعیین کنیم. این تبدیل معکوس را می‌توان از حل معادلات (۱۳) و (۱۴) به ازای x و ct به دست آورد:

$$x = \frac{1}{\gamma(1 - V^2/c^2)} \left(x' + \frac{V}{c} ct' \right) \quad (۱۵)$$

$$ct = \frac{1}{\gamma(1 - V^2/c^2)} \left(ct' + \frac{V}{c} x' \right) \quad (۱۶)$$

این دو معادله مختصات قدیم x و ct را بر حسب مختصات جدید x' و ct' بیان می‌کنند، در حالیکه معادلات (۱۳) و (۱۴) مختصات جدید را بر حسب مختصات قدیم بیان می‌کنند. اما برای بیان مختصات قدیم بر حسب مختصات جدید راه دیگری هم وجود دارد؛ به جای اینکه با محورهای متعامد برای مختصات قدیم شروع کنیم و سپس محورهای موّزب را برای مختصات جدید ترسیم کنیم، می‌توانیم به همان ترتیب کار خود را با مختصات متعامد برای مختصات جدید شروع کنیم و محورهای موّزب را برای مختصات قدیم رسم کنیم. در این صورت یک زوج معادله مشابه با معادلات (۱۳) و (۱۴) به دست آوریم که جای مختصات جدید و قدیم تعویض شده‌اند، و یک اصلاح دیگر هم در آن به عمل آمده است: به جای سرعت V ، کمیت $-V$ قرار گرفته است (این تغییر علامت سرعت صرفاً به این معنی است که سرعت آزمایشگاه نسبت به سفینه فضایی مخالف جهت سرعت سفینه فضایی نسبت به آزمایشگاه است). بدینسان، این زوج معادله عبارت خواهند بود از:

$$x = \gamma \left(x' + \frac{V}{c} ct' \right) \quad (۱۷)$$

$$ct = \gamma \left(ct' + \frac{V}{c} x' \right) \quad (۱۸)$$

اگر این دو معادله را با معادلات (۱۵) و (۱۶) مقایسه کنیم، می‌بینیم که

$$\gamma = \frac{1}{\gamma \sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

که از آن می‌یابیم:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \quad (۱۹)$$

با این مقدار γ ، معادلات تبدیل را به دست می‌آوریم

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \left(x - \frac{V}{c} ct \right) \quad (۲۰)$$

$$ct' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \left(ct - \frac{V}{c} x \right) \quad (۲۱)$$

یا

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} (x - Vt) \quad (۲۲)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} (t - Vx/c^2) \quad (۲۳)$$

به همین ترتیب، معادلات تبدیل وارون را به دست می‌آوریم

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} (x' + Vt') \quad (۲۴)$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} (t' + Vx'/c^2) \quad (۲۵)$$

این عبارتها، معادلات تبدیل لورنتس هستند. هرچند که در روند رسیدن به معادلات بالا دو چارچوب مرجع را «آزمایشگاه» و «سفینه فضایی» نامیدیم، معادلات ما کاملاً کلی و در مورد هر دو چارچوب مرجع لختی قابل اعمالند. به دلایل ساختاری، این معادلات تضمین می‌کنند که سرعت نور در تمام چارچوبهای مرجع لخت، همان طور که اصل نسبیت ایجاب می‌کند، یکسان است.

برای هر نقطه فضا-زمان با مختصات x و t ، می‌توانیم مختصات x' و t' را از روی معادلات (۲۲) و (۲۳) محاسبه کنیم. به روشی دیگر، می‌توانیم این مختصات

را مستقیماً از روی یک نمودار فضا-زمان که با دقت رسم شده است قرائت کنیم. برای این منظور، باید مقیاس مناسبی را روی محورهای x' و ct' قرار دهیم. این کار را می‌توانیم، مطابق معادله (۲۲)، با توجه به این نکته انجام دهیم که خط $x' = 1$ محور x ، یا خط $t = 0$ ، را در نقطه $x = \sqrt{1 - V^2/c^2}$ قطع می‌کند. مثلاً، اگر $V/c = \frac{1}{4}$ ، پس نقطه تقاطع عبارت است از $x = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = 0.۸۶۶$ (شکل ۱۴.۲).

با محاسبه تفاضلها، پی می‌بریم که تبدیلهای لورنتس برای بازه‌های فضایی و زمانی عبارتند از:

$$\Delta x' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} (\Delta x - V \Delta t) \quad (26)$$

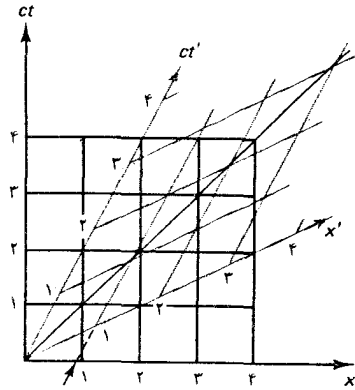
$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} (\Delta t - V \Delta x/c^2) \quad (27)$$

این معادلات نشان می‌دهند که آنچه که در یک چارچوب مرجع یک بازه فضایی محض یا یک بازه زمانی محض است به آمیزه‌ای از بازه‌های فضایی و زمانی در چارچوب مرجع دیگر تبدیل می‌شود. این رابطه نزدیک بین فضا و زمان هرمان مینکوفسکی* را به این نگرش هدایت کرد که: «از این پس فضا به تنهایی و زمان به تنهایی، محکومند که در سایه محض محو شوند، و فقط نوعی مجمع از این دو یک واقعیت مستقل را حفظ خواهد کرد.» این مجمع فضا و زمان را فضا-زمان گفته‌اند.

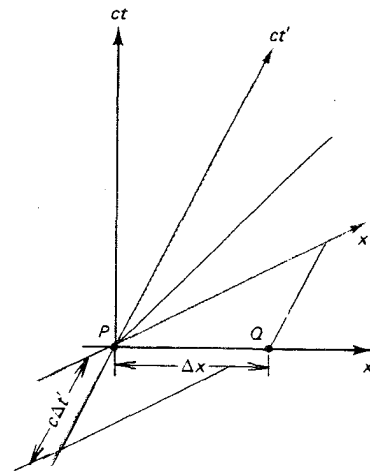
یکی از پیامدهای شگفت آمیختن بازه‌های فضا و زمان این است که همزمانی نسبی است: همزمانی دو رویداد به چارچوب مرجع بستگی دارد. فرض کنید که دو رویداد در یک زمان در چارچوب مرجع آزمایشگاه ($\Delta t = 0$)، اما در مکانهای مختلف، اتفاق بیفتند. در شکل ۱۵.۲ یک نمودار فضا-زمان را مشاهده می‌کنید که این دو رویداد و فاصله Δx ، آنها را نشان می‌دهد. به طوری که از این نمودار مشاهده می‌شود، این فاصله در چارچوب مرجع آزمایشگاه صرفاً فضایی است، اما در چارچوب مرجع سفینه فضایی هر دو مؤلفه فضا و زمان را دارد. بدینسان، در چارچوب مرجع اخیر این دو رویداد همزمان نیستند. می‌توانیم اختلاف زمان در این چارچوب مرجع را از معادله (۲۷) محاسبه کنیم:

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} (\Delta t - V \Delta x/c^2) = \frac{-V \Delta x/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \quad (28)$$

* Hermann Minkowski، ۱۹۰۹ - ۱۸۶۴، ریاضیدان آلمانی، استاد دانشگاه



شکل ۱۴.۲ شبکه‌های مربوط به مختصات $x - ct$ و $x' - ct'$



شکل ۱۵.۲ دو نقطه فضا-زمان P و Q در چارچوب آزمایشگاه همزمانند ($\Delta t = 0$)، اما در چارچوب سفینه فضایی همزمان نیستند ($\Delta t' \neq 0$)

از اینجا پی می‌بریم که $\Delta t'$ صفر نیست، یعنی، رویدادها در چارچوب مرجع سفینه فضایی همزمان نیستند.

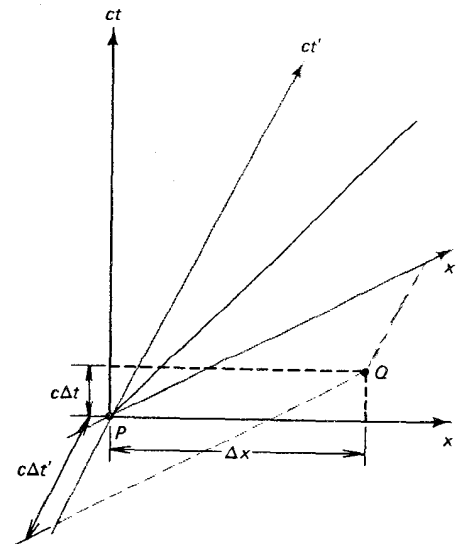
مثال ۲. در ساعت ۶:۰۰ بعدازظهر به وقت استاندارد شرق امریکا، چراغهای خیابانهای نیویورک و بوستن در چارچوب مرجع زمین به طور همزمان روشن می‌شدند. اختلاف زمانی محاسبه شده در چارچوب مرجع یک سفینه فضایی، در حالیکه با سرعت $V = 0.9c$ در جهت نیویورک - بوستن حرکت می‌کند، چقدر است؟ فاصله بین نیویورک و بوستن ۲۹۰ km است.

حل محور x را در راستای نیویورک - بوستن می‌گیریم، جابه‌جایی عبارت است از $\Delta x = 290 \text{ km}$. از معادله (۲۸) داریم:

$$\begin{aligned} \Delta t' &= \frac{-V\Delta x/c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = \frac{-0.9 \times 290 \times 10^3 \text{ m} / 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{1-(0.9)^2}} \\ &= -8.7 \times 10^{-7} \text{ s} \end{aligned}$$

علامت منفی به این معنی است که، در چارچوب مرجع سفینه فضایی، چراغهای نیویورک دیرتر از چراغهای بوستن روشن می‌شوند. ■

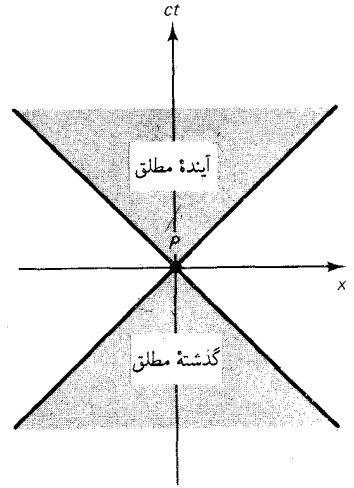
به طور کلی، هر موقع که اندازه فاصله فضایی Δx بین دو رویداد بزرگتر از فاصله زمانی $c\Delta t$ آنها باشد، نظم زمانی این دو رویداد نسبی است. در شکل ۱۶.۲ دو رویداد از این نوع را مشاهده می‌کنید. در چارچوب مرجع آزمایشگاه،



شکل ۱۶.۲ برای دو نقطه فضا - زمان P و Q ، فاصله فضایی بیشتر از فاصله زمانی است ($\Delta x > c\Delta t$). در چارچوب آزمایشگاه P پیش از Q اتفاق می‌افتد ($\Delta t > 0$)، در حالیکه در چارچوب سفینه فضایی، Q پیش از P اتفاق می‌افتد ($\Delta t' < 0$).

P قبل از Q اتفاق می‌افتد؛ اما در چارچوب مرجع یک سفینه فضایی به اندازه کافی سریع (با محورهای مختصات نشان داده شده در شکل ۱۶-۲)، Q پیش از P اتفاق می‌افتد. آشکار است که، چنین وارونگی در نظم زمانی وقتی میسر است که خط واصل بین P و Q دارای شیبی کمتر از 45° باشد، به طوری که می‌توانیم محوری چون x' بیابیم که شیبش بزرگتر از این خط باشد. هرگاه خط واصل بین P و Q دارای شیبی بیشتر از 45° باشد، وارونی نظم زمانی امکان‌پذیر نیست؛ برای چنین رویدادهایی، نظم زمانی مطلق است.

بنابراین، برای یک نقطه فضایی مشخص P می‌توانیم تمام نقاط فضا-زمان دیگر Q را بنا بر اینکه نظم زمانی آن مطلق باشد یا نسبی، طبقه‌بندی کنیم. مجموعه نقاط Q را که در تمام چارچوبهای مرجع دیرتر از P اتفاق می‌افتند، آینده مطلق P نامیده می‌شوند (شکل ۱۷-۲). به مجموعه نقاطی که در تمام چارچوبهای زودتر از P اتفاق می‌افتند، گذشته مطلق گفته می‌شود. مجموعه نقاطی را که نسبت به P فاقد یک نظم زمانی مطلق باشند، ناحیه بی‌اثر (خشتی) می‌نامند؛ هر نقطه در این ناحیه، بسته به انتخاب چارچوب مرجع، زودتر از، دیرتر از، یا همزمان با P اتفاق می‌افتد. مرزهای جداکننده ناحیه‌های مطلق از ناحیه‌های بی‌اثر عبارتند از خطوطی به شیب 45° (شکل ۱۷-۲)؛ این خطوط عبارتند از جهانخطهای سیگنالهایی نوری که به P می‌رسند یا آن را ترک می‌کنند. این مرزها مخروط نوری می‌نامند (اگر محور y عمود بر محورهای x و ct را به شکل ۱۷-۲ بیفزاییم، در این صورت این مرز یک مخروط را تشکیل می‌دهد؛ اگر هر دو محور y و z را اضافه کنیم، در آن صورت این مرز به یک مخروط تعمیم یافته در چهار بعد تبدیل می‌شود).



شکل ۱۷.۲ مخروط نوری.

به طوری که در بخش بعدی خواهیم دید، تبدیلهای لورنتس پیامدهای دیگری هم دارند که با درک شهودی ما ناسازگارند. خواهیم دید که حرکت بر آهنگ کار کردن ساعت (اتساع زمان) و طول جسم (انقباض طول) تأثیر می‌گذارد. بنابراین باید مفاهیم زمان مطلق و طول مطلق را که به طور شهودی بدیهی‌اند و فیزیک نیوتونی بر پایه آنها استوار است، کنار بگذاریم. رفتار نسبیستی زمان و طول ما را وادار می‌کند که تعریفهای جدیدی برای تکانه و انرژی، و معادلات حرکت نسبیستی جدیدی را بپذیریم. تفاوت‌های میان فرمولهای نیوتونی و نسبیستی در سرعت‌های کم در مقایسه با سرعت نور، ناچیزند، اما وقتی سرعتها به سرعت نور نزدیک شوند، این اختلافها زیاد می‌شوند. معنی این نکته آن است که در مورد حرکت اجسام ماکروسکوپی مربوط به تجربیات روزمره ما، فرمولهای فیزیک نیوتونی تقریبی

مناسب ارائه می‌کنند، اما در مورد حرکت ذرات خیلی سریع، فرمول‌های نیوتونی را باید با فرمول‌های دقیقتر نسبییتی جایگزین کرد.

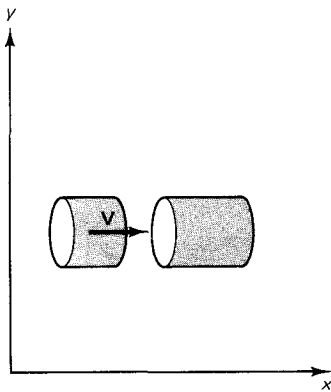
اگر سرعت V در معادلات تبدیل لورنتس (۲۲) و (۲۳) در مقایسه با سرعت نور ناچیز باشد، در آن صورت $\sqrt{1 - V^2/c^2} \approx 1$ ، و این معادلات تقریباً به این قرار خواهند بود:

$$x' \approx x - Vt \quad (29)$$

$$t' \approx t - Vx/c^2 \quad (30)$$

معادله اول با معادله تبدیل گالیله‌ای در مورد مختصه x ، منطبق است. معادله دوم برای مختصه t کاملاً با معادله تبدیل گالیله‌ای منطبق نیست؛ این معادله با یک جمله اضافی Vx/c^2 با آن تفاوت دارد. اما، اگر V/c کوچک باشد، و x خیلی بزرگ نباشد، معمولاً از این جمله اضافی می‌توان چشم پوشید. مثلاً، فرض کنید که $V = 7,6 \text{ km/s}$ ، سرعت مداری یک ماهواره زمینی در یک مدار کم‌ارتفاع باشد، و $x = 3,8 \times 10^8 \text{ m}$ ، فاصله زمین تا ماه؛ آنگاه $Vx/c^2 = 3,2 \times 10^{-9} \text{ s}$ ، که یک بازه زمانی بسیار کوتاه است، و در شرایط معمولی می‌توان از آن چشم پوشید. پس، در سرعت‌های به حد کافی کم، تبدیلات لورنتس در واقع به طور تقریب با تبدیلهای گالیله‌ای یکی می‌شوند.

در روند به دست آوردن معادلات تبدیل، توجه خود را به یک مختصه فضایی، مختصه x ، معطوف کردیم که، عبارت است از مختصه اندازه‌گیری شده موازی با خط حرکت نسبی چارچوب‌های مرجع. اما لازم است که معادلات تبدیل مربوط به مختصات y و z را که در راستای عمود بر خط (مسیر) حرکت اندازه‌گیری می‌شوند، نیز بشناسیم. معادلات تبدیل لورنتس برای این مختصات عرضی با معادلات تبدیل گالیله‌ای یکسانند:



$$y' = y \quad (31)$$

$$z' = z \quad (32)$$

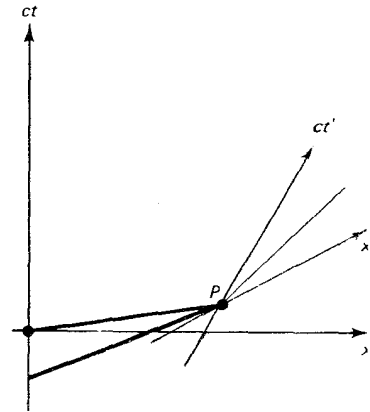
این معادلات ناوردایی طول‌های عمود بر جهت حرکت را بیان می‌کنند. اثبات این ناوردایی به کمک تناقض صورت می‌گیرد: فرض کنید دو قطعه لوله که کاملاً یکسان ساخته شده‌اند در اختیار داریم، یکی بر روی زمین ساکن و دیگری در سفینه فضایی ساکن است (شکل ۱۸.۲). اگر حرکت سفینه فضایی نسبت به زمین برای لوله واقع در سفینه فضایی انقباضی عرضی به بار آورد، آنگاه، بنابر اصل نسبیت، حرکت زمین نسبت به سفینه فضایی بایستی لوله واقع بر زمین

شکل ۱۸.۲ دو قطعه لوله مساوی، یکی ساکن در چارچوب مرجع آزمایشگاه، و دیگری ساکن در چارچوب مرجع سفینه فضایی.

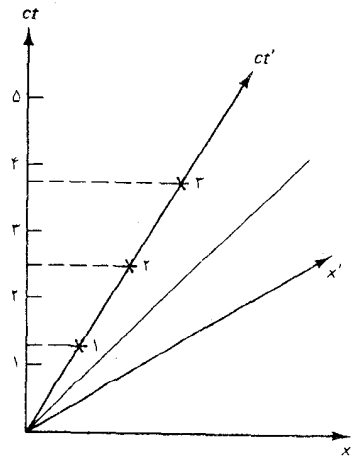
را هم متقبض کند. این آثار انقباض تناقض آمیزند زیرا در یک حالت لوله واقع در سفینه باید در داخل لوله واقع بر زمین قرار گیرد و در حالت دیگر باید آن را در داخل خود جای دهد.

مثال ۳. تاکیونها* ذراتی فرضی اند که با سرعتی بیش از سرعت نور حرکت می کنند. نشان دهید که اگر چنین ذراتی وجود داشته باشند، آنگاه می توانیم از آنها برای فرستادن سیگنالهایی به گذشته خود استفاده کنیم.

حل در یک نمودار فضا- زمان، شیب جهانخط ذره‌ای که سریعتر از نور حرکت می کند، از 45° کمتر است. در شکل ۱۹.۲ محورهای x و ct چارچوب آزمایشگاه را مشاهده می کنید و جهانخط تاکیونی را می بینید که در جهت مثبت x از مبدأ این چارچوب مرجع گسیل شده است. فرض کنید که در نقطه فضا- زمان P ، این تاکیون به آشکارسازی مستقر در یک سفینه فضایی سریع السیر می رسد که در جهت مثبت x در حال حرکت است، و از زمین دور می شود. گسیلنده‌ای که با آشکارساز سوار بر سفینه جفت شده است، فوراً تاکیون دیگری در جهت منفی x به سوی زمین، می فرستد. در شکل ۱۹.۲ محورهای x' و ct' چارچوب سفینه فضایی و جهانخط تاکیون دوم را مشاهده می کنید. توجه کنید که در چارچوب مرجع سفینه فضایی این تاکیون به درون آینده می رود ($\Delta t' > 0$)، اما در چارچوب آزمایشگاه به گذشته می رود ($\Delta t < 0$)، و در زمان $t < 0$ به مبدأ $x = 0$ می رسد. بدینسان، تاکیون دوم پیش از گسیل تاکیون اول به مبدأ آزمایشگاه می رسد، و ما موفق شده ایم یک سیگنال تاکیون به گذشته خود بفرستیم. چنین سیگنالهایی به داخل گذشته ما به تناقضهای منطقی می انجامند (مثلاً، تصور کنید که چه اتفاقی می افتاد اگر آشکارساز آزمایشگاه به وسیله مدارهای منطقی به گسیلنده جفت می شد، و این مدارها برنامه ریزی شده بودند تا فقط در صورت آشکارسازی تاکیون دوم از گسیل تاکیون اول جلوگیری کنند). به علت این تناقضها، می توانیم با اطمینان نتیجه بگیریم که تاکیونها، یا هرگونه سیگنالهای دیگری که سرعتشان از سرعت نور تجاوز کند، وجود ندارند. ■



شکل ۱۹.۲ جهانخطهای (نقطه چین) مربوط به سیگنالهای تاکیون فرضی.



شکل ۲۰.۲ نمودار فضا- زمان نمایشگر تیکهای یک ساعت ساکن در چارچوب سفینه فضایی.

۴.۲ اتساع زمان

یکی از ساعت‌های متعلق به چارچوب سفینه فضایی را، که نسبت به آزمایشگاه با سرعت v حرکت می کند، در نظر بگیرید. می خواهیم آهنگ کارکردن این ساعت را با آهنگ کارکردن ساعت‌های متعلق به چارچوب آزمایشگاه مقایسه کنیم. هر تیک این ساعت را می توان یک رویداد تلقی کرد. شکل ۲۰.۲ عبارت است از یک نمودار فضا- زمان که این رویدادها را نشان می دهد. به منظور ترسیم این

* Tachyon

نمودار، فرض شده است که این ساعت در بازه‌های زمانی $\Delta t' = 1\text{m}$ تیک می‌کند، یعنی در $ct' = 1\text{m}$ ، در $ct' = 2\text{m}$ ، در $ct' = 3\text{m}$ ، و الی آخر، تیک می‌کند. در نمودار فضا-زمان، می‌توانیم با ترسیم خطوط افقی از رویدادهای تیک به محور ct ، این ساعت را با ساعت‌های آزمایشگاه مقایسه کنیم. این خطوط افقی محور ct را بالای علامتهای درجه‌بندی قطع می‌کنند - بنابراین اندازه‌گیریهای انجام شده در آزمایشگاه، بازه $c\Delta t$ بین تیکها از 1m طولانیتر است. بدینسان، ساعت سفینه فضایی، در مقایسه با ساعت‌های آزمایشگاه، کندتر کار می‌کند. بر پایه بحثی که قبلاً در خصوص اختلاف مقیاس بین دو مجموعه از محورها در نمودار فضا-زمان به عمل آوردیم، می‌دانیم که خط افقی $ct = 1\text{m}$ محور ct' را در $1\text{m} \times \gamma$ قطع می‌کند. بدینسان، نتیجه می‌گیریم که آهنگ کارکردن ساعت سفینه فضایی با یک ضریب γ کندتر است. این کندی همان اثر اتساع زمان مربوط به نسبیت خاص است.

البته، می‌توانیم همین نتیجه را از فرمولهای تبدیل لورنتس به دست آوریم. بنابراین معادله (۲۵)،

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} (\Delta t' + v \Delta x' / c^2) \quad (33)$$

چون ساعت در چارچوب سفینه فضایی ساکن است، $\Delta x' = 0$ و

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Delta t' \quad (\text{ساعت ساکن در سفینه فضایی}) \quad (34)$$

که در اینجا نیز، نشان می‌دهد که آهنگ کارکردن ساعت سفینه فضایی با ضریب γ کندتر است. زمانی که یک ساعت در چارچوب مرجع خودش ثبت می‌کند زمان ویژه نام دارد، و معمولاً آن را با τ نشان می‌دهند. معادله (۳۴)، برحسب زمان ویژه، چنین می‌شود:

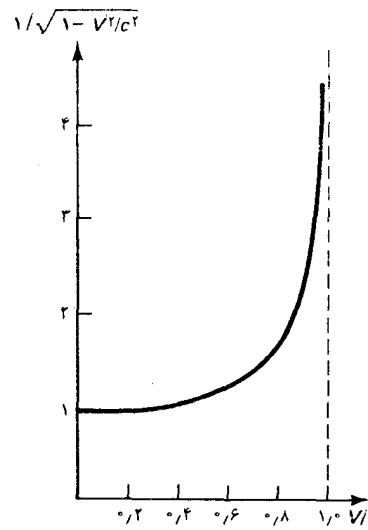
$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Delta \tau \quad (35)$$

اثر اتساع زمان متقارن است: آن گونه که به وسیله ساعت‌های واقع بر سفینه فضایی اندازه‌گیری می‌شود، ساعت آزمایشگاه به همان ضریب کند کار می‌کند،

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Delta t \quad (\text{ساعت ساکن در آزمایشگاه}) \quad (36)$$

معادله (۳۶) را می‌شود براساس معادله (۲۷)، با قرار دادن $\Delta x = 0$ ، به دست آورد.

در شکل ۲۱.۲ نمودار ضریب اتساع زمان $\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$ را به صورت تابع V مشاهده می‌کنید. کند شدن آهنگ گذشت زمان در تمام فرایندهای فیزیکی: اتمی، هسته‌ای، زیست‌شناختی، و مانند آنها، صادق است. آهنگ چنین فرایندهایی، اگر بر حسب زمان ویژه محاسبه شده باشد، از حرکت سفینه فضایی نسبت به آزمایشگاه مستقل است؛ اما اگر آهنگ این فرایندها، بر حسب زمان آزمایشگاه محاسبه شده باشند، کند می‌شوند. در سرعت‌های کم این اثر ناچیز است، اما در سرعت‌های بالا می‌تواند کاملاً محسوس باشد. مثلاً، میونها ذرات ناپایداری اند که معمولاً در حدود $2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$ و می‌باشند؛ اما اگر در آزمایشگاه ما با سرعت زیادی حرکت کنند، در این صورت فرایندهای داخلی که واپاشی را به وجود می‌آورند کند می‌شوند و میون‌انگونه که ساعت‌های آزمایشگاه محاسبه می‌کنند زمان طولانیتری عمر می‌کند. در آزمایش دقیقی که در سرن به وسیله بابلی و همکارانش* انجام شد، دریافتند که میونهایی که با سرعت $V = 0.99994c$ در حرکتند 29.3 بار طولانیتر از میونهای ساکن عمر می‌کنند، که با پیشگوییهای مبتنی بر معادله (۲۲) توافق چشمگیری دارد.



شکل ۲۱.۲ ضریب اتساع زمان بر حسب V .

اتساع زمان میونها تأثیری اساسی روی پرتوهای کیهانی ثانویه‌ای که به داخل جو نفوذ می‌کنند و به سطح دریا می‌رسند، دارد. اکثر این پرتوهای کیهانی ثانویه میونهایی هستند، که در واپاشی مزونهای پی تولید می‌شوند؛ مزونهای پی بر اثر برخورد پرتوهای کیهانی اولیه بر بالاترین سطح جو پدید می‌آیند. بدون اتساع زمان، میونی که با حداکثر سرعت $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ حرکت می‌کند، در خلال عمرش فقط مسافت $660 \text{ m} \approx 2.2 \times 10^{-6} \text{ s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ را طی می‌کند. بنابراین، تقریباً هیچ میونی به اندازه کافی دوام نمی‌آورد تا تمام سفر در داخل جو را پشت سرگذارد. شار فراوان میونهای پرتوکیهانی که در سطح دریا یافته شده پیامد مستقیم اتساع زمان به شمار می‌آید.

در سرعت‌های معمولی، اثر اتساع زمان بسیار ناچیز است. مثلاً، ساعتی را بیرون از یک هواپیما در نظر بگیرید که با سرعت 300 m/s بر فراز زمین در حرکت است. این سرعت متناظر است با $10^{-6} \times 10^8 = V/c$. برای محاسبه ضریب اتساع زمان، از این تقریب بهره می‌گیریم

$$\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \approx 1 + \frac{1}{2} V^2/c^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \approx 1 + 5 \times 10^{-13}$$

که می‌دهد

*. J. Bailey et al., *Nature* 268,301 (1977).

یعنی، ساعت واقع در هواپیما فقط به اندازه ۵ قسمت در ۱۰^{۱۳} کند خواهد شد. اما، چنین تغییر ناچیزی خارج از دسترس ساعت‌های اتمی جدید نیست. چند سال قبل، هافل و کیتینگ* ساعت‌های اتمی قابل حمل و نقل را در هواپیماهای تجاری قرار دادند و آنها را چندین روز در پرواز نگه داشتند، تا به طور کامل زمین را دور بزنند. پیش و بعد از این سفر ساعتها را با یک ساعت همسان خودشان که روی زمین واقع بود، مقایسه کردند. معلوم شد که ساعت‌هایی که در داخل هواپیما پرواز می‌کردند، عقب افتادند؛ در یک مورد کلّ زمان عقب افتاده ناشی از حرکت ساعت در حدود 10^{-7} s بود.

دقیقت‌ترین آزمون اتساع زمان اخیراً در آزمایشی به وسیله کای‌ولا و همکارانش انجام گرفته است،** که طی آن بسامد جذب تشدیدی نور به وسیله یک باریکه اتم‌های نئون به سرعت $V = 4 \times 10^{-3}c$ را با بسامد نور جذب شده به وسیله اتم‌های نئون در حال سکون، مقایسه کردند. در این مورد، بسامد اتم‌های متحرک به علت اثر اتساع زمان و همچنین به علت انتقال دوپلر معمولی مربوط به منبع متحرک، جابه‌جا می‌شود. اثر اتساع زمان نسبت به انتقال دوپلر معمولی خیلی ناچیز است، و بنابراین ملاحظه آن از طریق نور جذب شده از هر جهت خاصی، بسیار دشوار است. اما، اگر اتمی مقادیر مساوی نور فرودی را از جهت‌های مخالف در امتداد باریکه[†] جذب کند، در این صورت میانگین انتقال دوپلر معمولی صفر می‌شود، و تنها انتقال بسامدی که باقی می‌ماند عبارت است از انتقال ایجاد شده به وسیله اتساع زمان نسبیتی. به خاطر دستیابی به وقتی بالا، بسامد اتم‌های متحرک و ساکن مستقیماً با هم مقایسه نشدند، بلکه به جای آن دو بسامد لیزری را با این بسامدها کوک کردند، و این بسامدهای لیزری را از طریق شمردن زندهای میان امواج نوری آنها، با هم مقایسه کردند. با این آزمایش، اتساع زمان مورد انتظار تا دقت ۴ قسمت در ۱۰^۵، تأیید شد.

اثر اتساع زمان به پارادوکس دوقلوی مشهور در نسبیت خاص منجر می‌شود. فرض کنید که یک زوج دوقلوی همسان — آذر و زهره — سالروز بیست سالگی خود را در کنار یکدیگر بر روی زمین جشن می‌گیرند، و سپس آذر بر یک سفینه فضایی سریع‌السر سوار می‌شود، که او را با سرعت، مثلاً، $V = \frac{1}{4}c$ ، برای سفر به یک ستاره نزدیک با خود می‌برد. بنابراین محاسبه انجام شده در چارچوب مرجع زمین، ساعتها و تمام فرایندهای فیزیولوژیکی داخل سفینه از اتساع زمان متأثر می‌شوند. در این صورت عمر آذر آهسته‌تر از زهره می‌گذرد

*. J.C.Häfele and R.E.Keating, *Science* 177, 274 (1960).

** M.Kaivola et al. *Phys. Rev. Lett.* 54,255 (1985).

†. این اتم دو فوتون، هریک را از یک جهت، جذب می‌کند.

و در پایان سفر، وقتی این دو قلوها دوباره روی زمین به یکدیگر می‌رسند، آذر از زهره جوانتر خواهد بود. پارادوکس وقتی رخ می‌نماید که می‌خواهیم گذشتن عمر دو قلوها را از دیدگاه چارچوب سفینه فضایی محاسبه کنیم. زمین، نسبت به این چارچوب مرجع، در حال حرکت است، و از اینرو ساعتها و فرایندهای فیزیولوژیکی بر روی زمین از اتساع زمان متأثر می‌شود. از اینجا به یک نتیجه متناقض می‌رسیم: عمر زهره کندتر از آذر می‌گذرد، و وقتی این دو قلوها به هم می‌رسند، زهره از آذر جوانتر است.

توجه کنید که بازگشت آذر عامل تعیین کننده‌ای در این پارادوکس به شمار می‌آید — اگر آذر همچنان در حال دور شدن از زمین می‌ماند، در این صورت هر یک از دو قلوها می‌توانست، بدون نگرانی از تناقض، ادعا کند که مسن تر است. برای حل کردن این پارادوکس، باید در نظر بگیریم که بازگشت آذر نیازمند یک وارونی حرکت سفینه فضایی است، یعنی مستلزم شتاب چارچوب مرجع آذر است. فرمول ما در مورد اتساع زمان فقط وقتی صادق است که ساعت متحرک از دیدگاه یک چارچوب مرجع لخت، یعنی بدون شتاب، مشاهده شود. از آنجا که چارچوب مرجع آذر لخت نیست، هنگامی که داریم اتساع زمان ساعت‌های واقع بر زمین را نسبت به این چارچوب مرجع محاسبه می‌کنیم، مجاز نیستیم از فرمول ساده (۳۶) بهره بگیریم. (از سوی دیگر، پی می‌بریم که محاسبه اتساع زمان ساعت‌های سفینه فضایی نسبت چارچوب زمین، استفاده از این فرمول ساده مجاز باشد، برای یک ساعت متحرک شتاب دار که از یک چارچوب مرجع لخت مشاهده می‌شود، حتی اگر ثابت نباشد، معادله (۳۴) ضریب اتساع زمان لحظه‌ای را به دست می‌دهد.) تحلیلی جامع از رفتار ساعت‌های زمینی نسبت به چارچوب سفینه فضایی* نشان می‌دهد که ساعت‌های زمینی در خلال مراحل مختلف سفر از زمین یا به سوی زمین، هنگامی که سفینه با سرعت یکنواخت حرکت می‌کند، دستخوش اتساع زمان هستند، اما ساعت‌های زمینی در هنگامی که سفینه شتاب می‌گیرد و ستاره هدف را دور می‌زند، دستخوش انقباض زمانی شدید می‌شوند. این انقباض زمانی بیش از آن است که اتساع‌های زمان را جبران کند، و نتیجه خالص عبارت از این خواهد بود که ساعت‌های زمینی در انتهای سفر نسبت به ساعت‌های واقع در سفینه فضایی جلو خواهند بود. بدینسان، پارادوکس از میان می‌رود و مستقل از چارچوبی که برای محاسبه عمر نسبی دو قلوها اختیار می‌کنیم، نتیجه یکسان است: وقتی دو قلوها دوباره به هم می‌رسند، آذر جوانتر

* مثلاً، بنگرید به:

۵.۲ انقباض طول

فرض کنید که یک جسم صلب * ، مانند مترهای برزازی ، در چارچوب سفینه فضایی در حال سکون است . طول این جسم در چارچوب سفینه فضایی عبارت است از $\Delta x' = 1\text{m}$. برای یافتن طول آن در چارچوب آزمایشگاه ، باید موضع سرجلویی و سرعقی این متر را در لحظه واحدی از زمان آزمایشگاه اندازه بگیریم . در شکل ۲۲.۲ جهانخطهای سرهای جلویی و عقبی این متر را به صورت یک نمودار فضا - زمان مشاهده می کنید . از این نمودار می بینیم که در یک لحظه از زمان ، مثلاً $t = 0^\circ$ ، متر نامبرده در یک بازه x تاحدودی کمتر از 1m امتداد می یابد . بدینسان ، آن طور که در آزمایشگاه اندازه گیری می شود ، این متر در سفینه فضایی منقبض شده است . از آنجا که خط اریب $x' = 1\text{m}$ محور x را در $1\text{m} \times \gamma$ قطع می کند ، نتیجه می گیریم که طول متر نامبرده با ضریب γ منقبض می شود . این همان پدیده انقباض طول است .

به طریقی دیگر ، می توانیم از معادله (۲۶) به این نتیجه برسیم ،

$$\Delta x' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} (\Delta x - V \Delta t) \quad (37)$$

برای اندازه گیری طول داریم ، $\Delta t = 0$ و

$$\Delta x' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta x \quad (38)$$

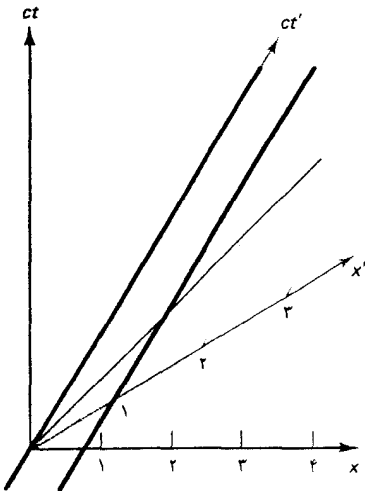
یا

$$\Delta x = \sqrt{1 - V^2/c^2} \Delta x' \quad (39) \text{ (جسم ساکن در سفینه فضایی)}$$

که حاکی از انقباض طول با ضریب γ است . البته این اثر هم متقارن است : هر جسم ساکن در آزمایشگاه وقتی به وسیله ابزار سوار بر سفینه فضایی اندازه گیری می شود ، دستخوش انقباض طول خواهد شد .

انقباض طول به وسیله آزمایش مستقیماً آزموده نشده است . برای اندازه گیری خیلی دقیق طول یک جسم سریع السیر هیچ روش عملی وجود ندارد . روش بدیهی برای این کار ظاهراً عکاسی خیلی سریع است ، اما این روش هم به اندازه

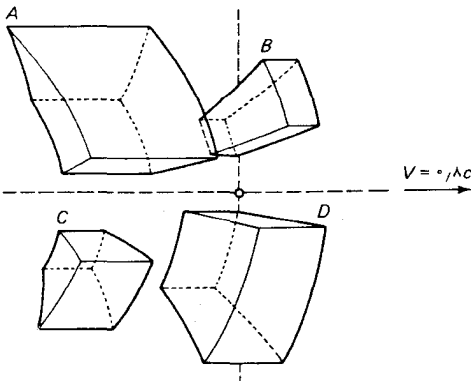
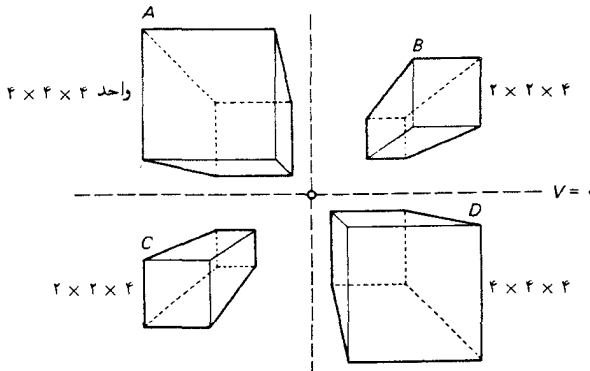
* در این زمینه ، صلب صرفاً به این معنی است که طول در چارچوب سفینه فضایی ثابت باقی می ماند .



شکل ۲۲.۲ نمودار فضا - زمانی که جهانخطهای سرهای متر برزازی ساکن در چارچوب سفینه فضایی را نشان می دهد . نوار سایه دار عبارت است از ناحیه فضا - زمانی که پیکره متر برزازی آن را اشغال کرده است .

کافی دقیق نیست زیرا انقباض، حتی در بالاترین سرعت‌هایی که در مورد هر جسم ماکروسکوپی به تصورمان بگنجد، بسیار ناچیز است.

اگر می‌توانستیم از جسمی ماکروسکوپی که با سرعتی مثلاً $V = 0.18c$ حرکت می‌کند، عکسی واضح بگیریم، این عکس نه تنها انقباض را نشان می‌داد، بلکه واپیچش شدیدی از شکل ظاهری این جسم را نیز می‌نمایاند. عکس هرگز سطح جسم را به گونه‌ای که هست نشان نمی‌دهد، بلکه آن را در لحظه‌ای نشان می‌دهد که نور از آن به طرف دوربین عزیزت کرده است. اگر قرار باشد که نور از اجزای دور و نزدیک جسم در آن واحد به دوربین برسد، نور گسیلیده از اجزای دور باید زودتر از نوری که از اجزای نزدیک گسیل می‌شود حرکت کند. بنابراین، عکس اجزای مختلف جسم را در زمانهای مختلف نشان می‌دهد — اجزای دور در زمان دیرتر و اجزای نزدیک در زمان زودتر. بنابراین، عکس عبارت است از تصویر واپیچیده‌ای از جسم. در شکل ۲۳.۲ شبیه‌سازی کامپیوتری عکسی را مشاهده می‌کنید که یک دوربین از چند جعبه راستگوشه که با سرعت $V = 0.18c$ از مقابل آن عبور می‌کنند، ثبت کرده است. انقباض طول در امتداد خط وسط آشکارا قابل تشخیص است، اما در همه جای دیگر تصویر شدیداً واپیچیده است.



شکل ۲۳.۲ شبیه‌سازی کامپیوتری عکسی از چهار جعبه راستگوشه که با سرعت زیاد حرکت می‌کنند.

۶.۲ ترکیب سرعتها

قانون جمع گالیله‌ای سرعتها پیامد خواص مطلق طول و زمان در فیزیک نیوتونی است. به همین ترتیب، قانون ترکیب نسبیتی سرعتها پیامد خواص نسبیتی طول و زمان به شمار می‌آید که در معادلات تبدیل لورنتس گنجانده‌اند. از آنجا که این معادلات تبدیل مخصوص تجسم بخشیدن به ناوردایی سرعت نور طراحی شده‌اند، انتظار داریم، قانون ترکیب نسبیتی سرعتها چنان باشد که، هرگاه سرعت نور با هر سرعت دیگری ترکیب شود، همان سرعت نور را به دست دهد.

برای استنتاج قانون ترکیب نسبیتی مؤلفه x سرعت، صرفاً از معادلات تبدیل لورنتس دیفرانسیل می‌گیریم:

$$dx' = \gamma(dx - V dt) \quad (40)$$

$$dt' = \gamma(dt - V dx/c^2) \quad (41)$$

که می‌دهد

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - V dt}{dt - V dx/c^2} = \frac{dx/dt - V}{1 - (V/c^2) dx/dt} \quad (42)$$

اما dx/dt عبارت است از سرعت v_x ذره، سیگنال نور، یا هر چیز دیگری نسبت به چارچوب مرجع آزمایشگاه، و dx'/dt' سرعت v'_x نسبت به چارچوب مرجع سفینه فضایی است. در این صورت می‌توانیم معادله (۴۲) را چنین بنویسیم:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - v_x V/c^2} \quad (43)$$

این قانون ترکیب نسبیتی باید با قانون جمع گالیله‌ای مقایسه شود

$$v'_x = v_x - V \quad (44)$$

اختلاف این دو جمع در مخرج معادله (۴۳) نهفته است، که اگر سرعت خیلی زیاد باشد اثرش خیلی چشمگیر است. مثلاً، فرض کنید که v سرعت یک سیگنال نوری در امتداد محور x در چارچوب مرجع آزمایشگاه باشد. در این صورت $v_x = c$ و معادله (۴۳) می‌دهد:

$$v'_x = \frac{c - V}{1 - V/c} = c \quad (45)$$

بدینسان ، چنانکه انتظار می‌رفت ، سرعت سیگنال نوری در چارچوب مرجع سفینه فضایی دقیقاً همان مقدار است .

قانون ترکیب وارونه که سرعت v_x را بر حسب v'_x بیان می‌کند عبارت است از:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + v'_x V/c^2} \quad (۴۶)$$

قانون ترکیب مربوط به سرعت‌های نور با دقت زیادی به وسیله آلوآگر و همکارانش * ، در آزمایشی با بهره‌گیری از باریکه‌ای از مزونهای π^+ بسیار سریع ، آزموده شده است . این ذرات بر اثر واکنشی که دو پرتو γ گسیل می‌کند ، به طور خودبه‌خود وا می‌باشد . بنابراین چنین باریکه‌ای از پیونها را می‌توان به عنوان منبع بسیار سریعی از نور دانست . در این آزمایش ، سرعت پیونها نسبت به آزمایشگاه عبارت بود از $V = 0.999975c$. در این صورت بنا بر پیش‌بینی قانون جمع گالیه‌ای سرعت پرتوهای γ گسیل شده در جهت روبه‌پیش $v_x = 1.999975c$ و سرعت پرتوهای γ گسیل شده در راستای روبه‌عقب $v_x = 0.700025c$ است . اما این آزمایش قانون جمع نسبیتی را که بر مبنای آن سرعت پرتوها در آزمایشگاه در هر دو جهت یکسان بودند ، تأیید کرد .

البته ، معادله (۴۳) فقط قانون ترکیب مؤلفه سرعت موازی با حرکت چارچوب مرجع (مؤلفه x) را می‌دهد . مؤلفه‌های سرعت عمود بر حرکت چارچوب مرجع (مؤلفه‌های y و z) نیز قوانین ترکیبی متفاوت با قوانین تبدیل گالیه‌ای دارند . با حذف عملیات مربوطه ، نتایج را بیان می‌کنیم :

$$v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - V v_x/c^2}, \quad v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - V v_x/c^2} \quad (۴۷)$$

۷.۲ انرژی و تکانه نسبیتی

در فیزیک نیوتونی ، تکانه ذره عبارت است از حاصلضرب جرم و سرعت ،

$$p = mv \quad (۴۸)$$

تکانه سیستمی از ذرات از یک قانون پایستگی مهم پیروی می‌کند : در غیاب نیروهای خارجی ، تکانه خالص سیستم ذرات ثابت است . این قانون پایستگی پیامد مستقیمی از قوانین دوم و سوم نیوتون به شمار می‌آید . در حالت ساده یک

* T. Alväger et al. *Phys. Lett.* 12, 260 (1964).

سیستم مشتمل بر دو ذره برهم کنش دار (A و B)، اثبات این قانون به این قرار است:

$$\frac{d}{dt}(P_A + P_B) = F_A + F_B = F_A - (F_A) = 0 \quad (۴۹)$$

که تساوی اول به قانون دوم و تساوی دوم به قانون سوم بستگی دارد، F_B و boF_A یک زوج کنش - واکنش هستند.

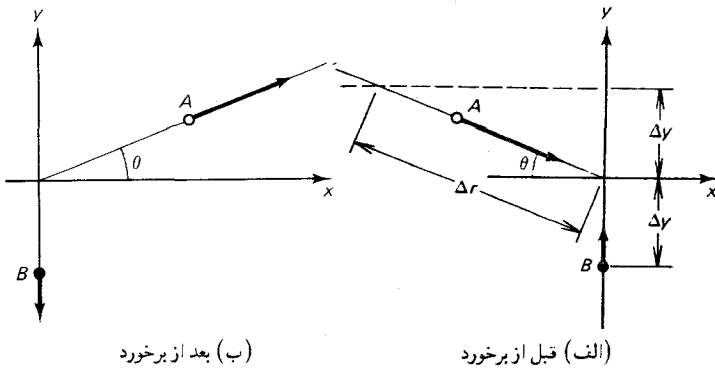
در فیزیک نسبیتی نمی‌توانیم پایستگی تکانه را به این طریق استنتاج کنیم. اشکال در آنجاست که قانون سوم نیوتون از پس این کار بر نمی‌آید؛ نسبت همزمانی توازن لحظه‌ای کنش و واکنش را بی‌معنی می‌کند. مثلاً، دو ذره باردار را در نظر بگیرید که در حالیکه حرکت می‌کنند، نیروهای کولنی به یکدیگر وارد می‌آورند. در این صورت کنش و واکنش در دو نقطه مختلف فضا (مواضع ذرات) تعریف می‌شوند، و هر دو با زمان تغییر می‌کنند. توازن پایدار کنش و واکنش مستلزم آن است که این تغییرات، در تمام چارچوبهای مرجع، همزمان باشند؛ اما چون بنا بر نسبیت همزمانی رویدادهای نقاط مختلف فضا نمی‌توانند در تمام چارچوبهای مرجع همزمان باشند، چنین توازنی غیرممکن است. اثبات می‌شود که عدم توازن کنش و واکنش، و عدم توازن پایستگی تکانه سیستم ذرات حاصل از آن، به وسیله انتقال تکانه به میدانهای نیروی در برگیرنده این ذرات جبران می‌شود؛ این میدانها به مثابه انبارهای تکانه به طریقی عمل می‌کنند که تکانه خالص ذرات به اضافه میدانها پایسته باشد. اما، برای اثبات این حکم، به یک نظریه کامل در خصوص تکانه و انرژی ذخیره شده در میدانها نیاز داریم. این بحث خارج از حوزه این کتاب است.

در اینجا به بحث پیرامون پایستگی تکانه در حالت خاص و ساده نیروهای تماسی اکتفا می‌کنیم. در این حالت کنش و واکنش در نقطه واحدی از فضا (نقطه برخورد) تعریف می‌شوند، و بنا بر این نسبت همزمانی با قانون سوم نیوتون تداخل نمی‌کند. پس در هر برخوردی که مشتمل بر چنین نیروهای تماسی باشد، انتظار داریم که تکانه پایسته باشد. اما، به طوری که بعداً خواهیم دید، فقط می‌توانیم این انتظار را در صورتی برآوریم که تکانه را در فیزیک نسبیتی به وسیله فرمولی تعریف کنیم که تا حدودی از فرمول ساده [معادله (۴۸)] فیزیک نیوتونی پیچیده‌تر باشد.

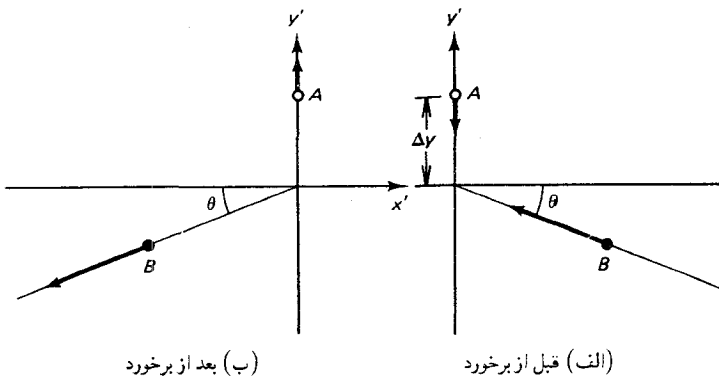
برخوردی بین دو گوی صاف، همسان، و کشسان را در نظر بگیرید. اندازه تکانه‌های این گویها، در جهت y ، برابر (و با علامت مخالف) است، اما گوی A با گوی B متفاوت است که گوی A تکانه بزرگی در جهت x دارد. در شکل

۲۴.۲ این گویها را در چارچوب مرجع آزمایشگاه، در زمان کوتاهی، Δt ، قبل از برخورد، و در زمان کوتاهی، Δt ، بعد از برخورد مشاهده می‌کنیم. توجه کنید که در این زمانها جابه‌جایی گوی A در راستای y کمتر از جابه‌جایی B است؛ به طوری که خواهیم دید، علت این امر آن است که اگر تکانه‌های y باهم برابر باشند، در این صورت گوی A باید نسبت به گوی B، در راستای y سرعت کمتری داشته باشد. یا در شکل ۲۵.۲ همان برخورد را در چارچوب مرجع سفینه‌ای فضایی مشاهده می‌کنید که با سرعتی مساوی سرعت A در راستای x به سمت راست حرکت می‌کند؛ در چارچوب سفینه فضایی، B دارای یک تکانه بزرگ در راستای x است. فرض می‌شود که مؤلفه‌های سرعت y همگی کاملاً کوچکند (غیر نسبیتی)؛ به بیان دقیقتر، در تمام استدلالهای زیر حالت حدی را در نظر می‌گیریم که مؤلفه y سرعت به صفر میل می‌کند.

شکل ۲۴.۲ برخورد کشسان دو گویی که در چارچوب مرجع آزمایشگاه دیده می‌شود. (الف) در زمان Δt قبل از برخورد، فاصله گوی B نسبت به نقطه برخورد در راستای y عبارت است از y ، فاصله گوی A در راستای y کمتر از این y است. مسافت Δr [به کار رفته در معادله (۱۵)] از نقطه برخورد تا آن نقطه واقع بر مسیر A که در راستای y دارای جابه‌جایی Δy است، اندازه‌گیری می‌شود. (ب) در زمان Δt بعد از برخورد، گوی B بار دیگر یک جابه‌جایی قائم Δy دارد، و مؤلفه‌های y سرعت هر دو گوی وارونه می‌شوند.



شکل ۲۵.۲ برخوردی که در چارچوب مرجع سفینه فضایی دیده می‌شود؛ (الف) قبل از برخورد؛ (ب) بعد از برخورد. زمانهای قبل و بعد از برخورد چنان اختیار شده‌اند که جابه‌جایی گوی A در راستای y در اینجا برابر با جابه‌جایی گوی B در راستای y در شکل ۲۴.۲ باشد.



به طوری که در چارچوب مرجع آزمایشگاه دیده می‌شود، تغییر تکانه گوی B عبارت است از

$$\gamma m \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (50)$$

که در اینجا Δy عبارت است از جابه‌جایی که گوی B در زمان کوتاه (آزمایشگاه) Δt انجام می‌دهد. در این معادله استفاده از عبارت نیوتونی تکانه رواست زیرا بنا بر فرض $1 \ll \Delta y / \Delta t$. بنا بر پایداری تکانه، تغییر مؤلفه y تکانه گوی A باید از نظر مقدار برابر (5°) باشد. از مثلث تکانه در شکل ۲۶۰۲، پی می‌بریم که مقدار تکانه A باید به این قرار باشد:

$$p_A = \frac{m}{\sin \theta} \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (51)$$

پس، از شکل ۲۶۰۲ الف می‌بینیم که این معادله را می‌شود چنین بازنویسی کرد

$$p_A = m \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

که در آن Δr عبارت است از فاصله نقطه برخورد تا آن نقطه‌ای روی مسیر A که ارتفاعش به اندازه Δy بالای نقطه برخورد است. توجه کنید که چون در زمان Δt بیش از برخورد، گوی A در ارتفاع Δy نیست بلکه، مطابق شکل ۲۶۰۲، در ارتفاعی پایینتر قرار دارد، کمیت $\Delta r / \Delta t$ را نمی‌توان به عنوان سرعت A تعبیر کرد.

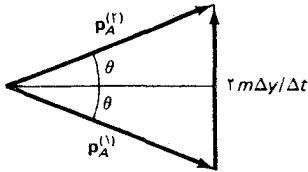
برای بیان $\Delta r / \Delta t$ بر حسب کمیت‌های مربوط به A در یک نقطه معین در فضا و زمان در امتداد مسیرش، می‌بینیم در حالت حدی وقتی که مؤلفه y سرعت کوچک است، زمان آزمایشگاه Δt همان زمان ویژه $\Delta \tau_B$ مربوط به ساعتی است که ذره B همراه دارد. به علاوه، زمان ویژه $\Delta \tau_B$ مدت زمانی که B نیاز دارد تا فاصله قائم Δy را در آزمایشگاه طی کند، برابر زمان ویژه $\Delta \tau_A$ است، که به وسیله ساعت متصل به A اندازه‌گیری می‌شود. زمان ویژه $\Delta \tau_A$ عبارت است از زمان لازم برای اینکه در خلال آن A همان مسافت Δy را در سفینه فضایی بپیماید. این موضوع پیامد تقارن میان شکل‌های ۲۴۰۲ و ۲۵۰۲ است: هرکاری که B در چارچوب آزمایشگاه انجام دهد، در چارچوب سفینه انجام می‌دهد. بدینسان

$$\Delta t = \Delta \tau_B = \Delta \tau_A \quad (52)$$

و

$$p_A = m \frac{\Delta r}{\Delta \tau_A} \quad (53)$$

بنا بر معادله اخیر، تکانه A برابر است با جرم ضربدر جابه‌جایی A در طی یک مقدار معین از زمان ویژه. اگر اندیس‌های A را حذف کنیم، و ماهیت بردارهای



شکل ۲۶۰۲ پایداری تکانه به طوری که در چارچوب مرجع آزمایشگاه دیده می‌شود. تکانه گوی A پیش از برخورد، $p_A^{(1)}$ و بعد از برخورد $p_A^{(2)}$ است.

تکانه و جابه‌جایی را به حساب آوریم، در این صورت داریم،

$$p = m \frac{dx}{dt} \quad (54)$$

این رابطه، فرمول نسبیتی تکانه است. جرمی که در معادله (۵۴) ظاهر می‌شود جرم سکون است، یعنی جرمی که ذره در هنگام اندازه‌گیری شدن آن در چارچوب مرجعی قرار دارد، که در آن چارچوب در حال سکون است. در این کتاب هرگز از نوع دیگری از «جرم» استفاده نمی‌کنیم.

برای مقایسه معادله (۵۴) با عبارت نیوتونی، آن را به صورت زیر بازنویسی

می‌کنیم:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (55)$$

اگر سرعت ذره در مقایسه با سرعت نور اندک باشد، پس $\sqrt{1 - v^2/c^2} \simeq 1$ و معادله (۵۵) تقریباً تبدیل می‌شود به

$$p \simeq mv \quad (56)$$

از اینجا پی می‌بریم که، در سرعت‌های کم، فرمول‌های نسبیتی و نانسیتی بر هم منطبقند. در سرعت‌های زیاد، این فرمولها با هم تفاوت چشمگیری دارند؛ تکانه نسبیتی ذره با رسیدن سرعت آن به سرعت نور، مقداری نامتناهی می‌شود. در شکل ۲۷.۲ نمودار مقدار p را بر حسب تابعی از v مشاهده می‌کنید.

شکل معادله نسبیتی حرکت در صورتی که بر حسب تکانه بیان شود به

همان شکل معادله نیوتونی حرکت است:

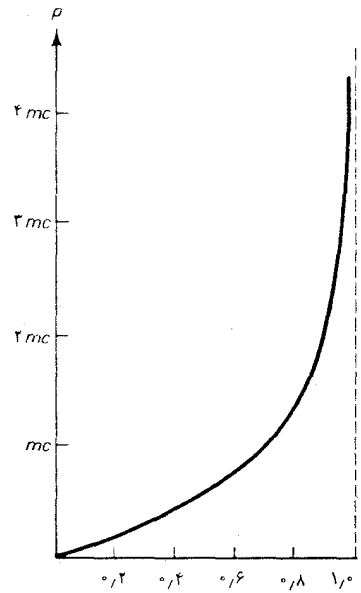
$$\frac{dp}{dt} = F \quad (57)$$

اما، تکانه p که در این معادله ظاهر می‌شود، تکانه نسبیتی معادله (۵۵) است. بدینسان،

$$\frac{d}{dt} \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = F \quad (58)$$

مثلاً، معادله حرکت ذره‌ای سریع‌السير با بار e که تحت تأثیر میدانهای الکتریکی و مغناطیسی قرار دارد عبارت است از:

$$\frac{d}{dt} \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = eE + ev \times B \quad (59)$$



شکل ۲۷.۲ تکانه نسبیتی بر حسب v

مثال ۴. شعاع مدار دایره‌ای ذره‌ای باردار به سرعت v در یک میدان مغناطیسی ثابت چقدر است؟ بسامد حرکت مداری چه قدر است؟

حل معادله حرکت این ذره عبارت است از

$$\frac{d}{dt} \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = ev \times B \quad (60)$$

از آنجا که این ذره با سرعت ثابت حرکت می‌کند، ضریب $\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ مقداری ثابت است. بدینسان، معادله (۶۰) تبدیل می‌شود به

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{dv}{dt} = ev \times B \quad (61)$$

به استثنای ضریب ثابت اضافی $\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ، عبارت بالا با معادله مربوط به ذره ناسبیتی [معادله (۱۴.۱)] یکسان است. از آنرو، به استثنای ضریب ثابت اضافی $\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ، فرمول مربوط به شعاع باید با معادله (۱۶.۱) یکی باشد، یعنی،

$$r = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{mv}{eB} \quad (62)$$

این عبارت معادل است با

$$r = \frac{p}{eB} \quad (63)$$

بدینسان، وقتی معادله مربوط به شعاع بر حسب تکانه بیان شود، به همان شکل حالت نیوتونی در می‌آید، با این تفاوت که تکانه، حالا دیگر تکانه نسبیتی است.

دوره تناوب حرکت مداری عبارت است از

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{\sqrt{1-v^2/c^2} eB}$$

از اینرو بسامد عبارت است از

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{eB}{2\pi m} \sqrt{1-v^2/c^2} \quad (64)$$

مثال ۵. شتاب یک ذره باردار در یک میدان الکتریکی یکنواخت چقدر است؟ فرض کنید که این ذره در امتداد خط مستقیمی موازی با میدان الکتریکی حرکت می‌کند.

حل معادله حرکت عبارت است از

$$\frac{d}{dt} \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = eE$$

اگر میدان الکتریکی و حرکت در جهت x باشند، این معادله تبدیل می‌شود به

$$\frac{d}{dt} \frac{mv_x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = eE \quad (65)$$

با دیفرانسیل گیری، می‌رسیم به

$$\frac{m}{(\sqrt{1-v_x^2/c^2})^{3/2}} \frac{dv_x}{dt} + \frac{mv_x^2/c^2}{(\sqrt{1-v_x^2/c^2})^{3/2}} \frac{dv_x}{dt} = eE \quad (66)$$

با مخرج مشترک گرفتن، می‌رسیم به

$$\frac{m}{(\sqrt{1-v_x^2/c^2})^{3/2}} \frac{dv_x}{dt} = eE \quad (67)$$

از اینرشتاب عبارت است از

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{eE}{m} (\sqrt{1-v_x^2/c^2})^{3/2} \quad (68)$$

از این عبارت برمی‌آید که شتاب به سرعت (لحظه‌ای) بستگی دارد. انتگرال گیری از معادله (68) کار آسانی است و به سادگی می‌توان نشان داد که، برای ذره‌ای که در لحظه $t = 0$ از $x = 0$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، سرعت و مکان از فرمولهای زیر به دست می‌آیند:

$$v_x = \frac{eE}{m} \frac{t}{\sqrt{1 + [eEt/(mc)]^2}} \quad (69)$$

$$\blacksquare \quad x = \frac{mc^2}{eE} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{eEt}{mc}\right)^2} - 1 \right] \quad (70)$$

همچنین به یک فرمول جدید برای انرژی جنبشی نیاز داریم. برای استخراج چنین فرمولی، ابتدا با عبارت معمولی مربوط به تغییر در انرژی جنبشی شروع می‌کنیم که بر اثر اعمال نیروی F در جابه‌جایی dx به وجود آمده است،

$$dK = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \cdot d\mathbf{x} = d\mathbf{p} \cdot \mathbf{v} \quad (71)$$

رابطه بالا، با توجه به عبارت نسبیتی مربوط به تکانه، چنین می‌شود

$$dK = d\mathbf{p} \cdot \mathbf{v} = \left[\frac{m d\mathbf{v}}{(\sqrt{1-v^2/c^2})^{3/2}} + \frac{\frac{1}{2} m \mathbf{v} d(v^2)/c^2}{(\sqrt{1-v^2/c^2})^{3/2}} \right] \cdot \mathbf{v} \quad (72)$$

$$= \left[\frac{\frac{1}{2} m d(v^2)}{(\sqrt{1-v^2/c^2})^{3/2}} + \frac{\frac{1}{2} m v^2 d(v^2)/c^2}{(\sqrt{1-v^2/c^2})^{3/2}} \right] \quad (73)$$

$$= \frac{\frac{1}{2} m d(v^2)}{(\sqrt{1-v^2/c^2})^{3/2}} \quad (74)$$

اگر از عبارت بالا از یک حد پایین $K = 0$ و $v^2 = 0$ تا یک حد بالای $K \neq 0$ و $v^2 \neq 0$ ، با تغییر متغیر $\zeta = v^2/c^2$ ، انتگرال بگیریم، به دست می‌آوریم،

$$K = \int_0^{v^2/c^2} \frac{\frac{1}{2} mc^2 d\zeta}{(1-\zeta)^{3/2}} = \left[\frac{mc^2}{(1-\zeta)^{1/2}} \right]_{v^2/c^2} \quad (75)$$

یا

$$K = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right) \quad (76)$$

این عبارت، فرمول نسبیتی انرژی جنبشی است. برای مقایسه این فرمول با فرمول نیوتونی انرژی جنبشی، در اینجا نیز از تقریب زیر بهره می‌گیریم

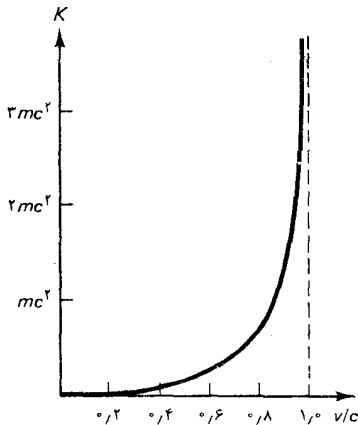
$$1/\sqrt{1-v^2/c^2} \approx 1 + \frac{1}{2} v^2/c^2$$

که در صورتی صادق است که $v^2/c^2 \ll 1$. در این صورت معادله (76) تبدیل می‌شود به

$$K \approx mc^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) - mc^2 = \frac{1}{2} mv^2 \quad (77)$$

در اینجا نیز، به ازای سرعت‌های کم، فرمول‌های نسبیتی و نانسبیتی منطبق‌اند.

با نزدیک شدن سرعت ذره به سرعت نور، انرژی جنبشی نامتناهی می‌شود. یعنی، در مورد هر ذره، سرعت نور؛ سرعتی غیر قابل حصول است زیرا تا مین مقدار انرژی نامتناهی برای یک ذره، ناممکن است. در شکل ۲۸.۲ نمودار انرژی جنبشی را بر حسب تابعی از v مشاهده می‌کنید.



شکل ۲۸.۲ انرژی جنبشی نسبیتی بر حسب v .

مثال ۶. حداکثر سرعت به دست آمده به وسیله ذرات به طور مصنوعی شتاب یافته، برای الکترون‌های شتابگر خطی استانفورد برابر، $0.999999999967c$ است. انرژی جنبشی الکترونی را بیابید که با این سرعت حرکت می‌کند.

حل به ازای v/c نزدیک به ۱، می‌توانیم تقریب زیر را اعمال کنیم

$$\sqrt{1-v^2/c^2} = \sqrt{1+v/c} \sqrt{1-v/c} \approx \sqrt{2} \sqrt{1-v/c} \quad (78)$$

در حالت مورد نظر ما، مقدار $v/c - 1$ عبارت است از $10^{-11} \times 3/3$. بدینسان

$$K = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right) \\ = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times (3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{3/3 \times 10^{-11}}} - 1 \right)$$

$$\blacksquare = 3.2 \times 10^{-9} \text{ J}$$

بنا بر هم ارزی جرم - انرژی اینشتین، انرژی یک ذره ساکن به جرم m عبارت است از mc^2 . قبلاً، در بخش ۱.۷، نحوه ساده‌ای برای به دست آوردن این هم‌ارزی ارائه داده‌ایم. انرژی کل یک ذره آزاد متحرک عبارت است از مجموع انرژی حالت سکون، mc^2 ، و انرژی جنبشی، K ، مربوط به آن،

$$E = mc^2 + K = mc^2 + \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2 \quad (۷۹)$$

این عبارت به فرمول ساده‌ای برای انرژی نسبیتی کل یک ذره آزاد منجر می‌شود:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (۸۰)$$

بررسی این موضوع که انرژی نسبیتی را می‌شود به صورت زیر بر حسب تکانه نسبیتی نوشت، کار دشواری نیست:

$$E = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4} \quad (۸۱)$$

در مورد ذره‌ای که با سرعتی نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کند، جمله اول زیر رادیکال در معادله (۸۱)، خیلی بزرگتر از جمله دوم است. از اینرو، در مورد چنین ذره فرانسبیتی می‌شود از $m^2 c^4$ چشم پوشید و رسید به

$$E \simeq cp \quad (۸۲)$$

در این صورت، تکانه و انرژی یک ذره فرانسبیتی با هم نسبت مستقیم دارند. در مورد ذرات با جرم صفر، مانند فوتونها و نوترینوها، معادله (۸۲) یک رابطه دقیق بین انرژی و تکانه است. توجه کنید که معادله (۸۲) با معادله (۱۴۳.۱)، که مبین رابطه بین انرژی و تکانه موج نوری حاصل از معادلات ماکسول است، انطباق دارد.

خلاصه فصل ۲

اصل نسبیت اینشتین: تمام قوانین فیزیک در تمامی چارچوبهای مرجع لخت یکسانند.

تبدیلات لورنتس:

$$t' = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

اتساع زمان:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \quad (\text{ساعت در سفینه فضایی ساکن است})$$

انقباض طول:

$$\Delta x = \sqrt{1 - V^2/c^2} \Delta x' \quad (\text{جسم در سفینه فضایی ساکن است})$$

ترکیب سرعتها:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - v_x V/c^2}$$

$$v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - v_x V/c^2}$$

$$v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - v_x V/c^2}$$

تکانه:

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

انرژی جنبشی:

$$K = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right)$$

انرژی کل:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4}$$

مسائل فصل ۲

۱. تداخل سنج مایکلسون و مورلی دو بازو با طول موثر 11m داشت (هر بازو تا می شد - نور چندین بار بین جفت آینه ها رفت و برگشت می کرد) و می توانست تغییر فازی به کوچکی 18° ، یا $\pi/10$ رادیان، آشکارسازی کند. طول موج نور 5900Å بود. با در نظر گرفتن این داده ها، صفر بودن نتیجه این آزمایش چه محدودیتی را بر باد اتری قرار می دهد؟
۲. ج. ف. فیتزجرالد و ه. ا. لورنتس با این فرض که بازوی تداخل سنج موازی با باد اتری دستخوش انقباض می شود، تلاش کردند علت عدم دستیابی به نتیجه مطلوب در آزمایش مایکلسون - مورلی را توضیح دهند. الف) اگر اختلاف فاز بین دو باریکه نور عمود بر هم باید دقیقاً صفر شود، طول این بازو، L ، با چه ضریبی باید منقبض شود؟
ب) فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد، در گونه ای اصلاح شده از آزمایش مایکلسون - مورلی که تداخل سنجی با بازوهای غیر هم طول را به کار می گرفت، غلط از آب درآمد. توضیح دهید که چرا ضریب پیشنهاد شده برای آزمایش با بازوهای هم طول برای آزمایش با بازوهای ناهم طول سودمند نیست.
۳. فرض کنید که سرعت چارچوب سفینه فضایی عبارت است از $v = -0.6c$ (علامت منفی به این معنی است که سفینه فضایی نسبت به چارچوب آزمایشگاه در جهت منفی x حرکت می کند). الف) نموداری مشابه با شکل ۱۴-۲ ترسیم کنید. شبکه های مختصه را برای مختصات $x - ct$ و $x' - ct'$ ترسیم و یقین حاصل کنید که زوایای بین محورها را درست اختیار کرده اید و در امتداد محورهای مقیاسهای صحیحی دارید.
ب) نقطه فضا-زمان $x = -2$ و $ct = 3$ را در نمودار خود رسم کنید. مقادیر مختصات x' و ct' این رویداد را مستقیماً از روی نمودار خود بخوانید. بررسی کنید که مقادیر تعیین شده x' و ct' از طریق نموداری با مقادیر محاسبه شده متناظر از روی معادلات (۲۲) و (۲۳) سازگار است.
۴. نشان دهید که مقدار عبارت $(\Delta x)^2 - (c\Delta t)^2$ بر اثر تبدیلات لورنتس

تغییری نمی‌کند یعنی نشان دهید که

$$(c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (c\Delta t')^2 - (\Delta x')^2$$

عبارت $(c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$ را بازه فضا-زمان می‌گویند؛ این عبارت نقش «مساحت یا فاصله» را در فضا-زمان بازی می‌کند.

۵. نشان دهید که تبدیلات لورنتس، (۲۲) و (۲۳)، را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$x' = x \cos h\theta - ct \sin h\theta$$

$$ct' = -x \sin h\theta + ct \cos h\theta$$

که در آن θ پارامتری است که با رابطه $V/c = \tan h\theta$ تعریف می‌شود.

۶. یک متر بزرگی در چارچوب آزمایشگاه در حال سکون است. این متر در صفحه $x-y$ قرار دارد، و با محور x زاویه 30° می‌سازد. با محور x' متعلق به چارچوب مرجعی که در جهت x با سرعت $V = 0.8c$ حرکت می‌کند، چه زاویه‌ای می‌سازد؟

۷. در $9^{\text{h}}0^{\text{m}}0^{\text{s}}$ یک هواپیما در فرودگاه لاگاردیا نیویورک سیتی به زمین می‌نشیند. در $9^{\text{h}}0^{\text{m}}0^{\text{s}}1^{\text{s}}$ هواپیمای دیگر در فرودگاه سان‌فرانسیسکو به زمین می‌نشیند. فاصله (مستقیم) بین این دو فرودگاه $3.78 \times 10^3 \text{ km}$ است.

الف) نشان دهید که هر سیگنالی که خلبان هواپیمای اول بعد از لحظه فرود بفرستد، پس از آنکه هواپیمای دوم به زمین می‌نشیند به خلبان آن خواهد رسید.

ب) نشان دهید که در چارچوب مرجع سفینه‌ای فضایی که به طور مناسبی برگزیده شده است، فرود در فرودگاه سان‌فرانسیسکو زودتر از فرود در فرودگاه نیویورک انجام می‌گیرد. حداقل سرعت چنین سفینه‌ای نسبت به زمین چقدر خواهد بود؟ در این مسئله، فرض کنید که زمین یک چارچوب مرجع لخت است،

۸. ثابت کنید که وجود یک جسم صلب، یعنی، جسمی که وقتی نیرویی بر آن وارد آید هیچگونه تغییر شکلی نمی‌دهد، با نسبیت خاص ناسازگار است.

۹. یک ساعت متعلق به چارچوب مرجع آزمایشگاه را در نظر بگیرید. یک نمودار فضا-زمان مشابه با شکل ۲۰-۲ رسم کنید تا اتساع زمان تحمیل شده بر این ساعت را، وقتی که از چارچوب سفینه فضایی مشاهده می‌شود،

نشان دهد .

۱۰. رکورد بیشترین سرعتی را که تاکنون شخصی نسبت به زمین داشته است ، به وسیله سرنشینان مدول آپولو ۵ به جای گذاشته شده است ؛ سرعت آنها در مسیر برگشت خود از ماه به 24791 mi/h رسید . در این سرعت ، درصد اختلاف بین آهنگ کارکردن ساعت‌های آنها و ساعت‌های واقع بر زمین چقدر بود ؟

۱۱. واپاشی ذرات ناپایدار ، مانند میونها ، از قانون احتمالات پیروی می‌کند : احتمال اینکه ذره در یک محدوده زمانی معین ، t ، واپاشد عبارت است از $e^{-t/\tau}$ ، که آن τ عمر متوسط ذره است . در مورد میونها ، این عمر متوسط $10^{-6} \times 2/20$ است . فرض کنید پرتو کیهانی در ارتفاع 40 km در جو یک میون بیافریند . مقدار سرعت پایین سوی این میون عبارت است از $V = 0.994c$ ؛ در این مسئله فرض کنید که این سرعت ثابت باقی می‌ماند .

الف) بدون اتساع زمان ، احتمال اینکه این میون به سطح دریا برسد ، چقدر است ؟

ب) با اتساع زمان ، این احتمال چیست ؟

۱۲. دوره بارداری فیل ۲۱ ماه است . فرض کنید یک ماده فیل تازه آبستن را در سفینه‌ای قرار دهند و با سرعت ثابت $V = 0.9c$ به فضای میان ستاره‌ای بفرستند .

الف) در چه فاصله‌ای از زمین این فیل زایمان خواهد کرد ؟

ب) اگر شرایط این فیل را به وسیله رادیو زیر نظر بگیریم ، در چه زمانی پس از آغاز سفر جیغهای فیل نوزاد را خواهیم شنید ؟

۱۳. می خواهیم سفینه‌ای را از زمین به ابر بزرگ ماژلان ، در فاصله $10^5 \times 1.6$ سال نوری از زمین ، بفرستیم . با غنیمت شمردن اتساع زمان ، کیهان‌نوردان سرنشین این سفینه برنامه‌ریزی می‌کنند که در ۵ سال از زمان مخصوص خودشان ، به مقصد خود برسند . این سفینه با چه سرعتی ، نسبت به زمین ، باید طی طریق کند ؟ وقتی این سفینه به ابر بزرگ ماژلان برسد ، چند سال بر زمین سپری شده است ؟

۱۴. سفینه‌ای را می‌خواهند به ستاره α -قنطورس ، در فاصله 4.4 سال نوری از زمین ، بفرستند . این سفینه ، با موتورهای موشک‌ش با یک آهنگ ثابت 10^8 m/s^2 شتاب می‌گیرد تا اینکه به نیمه راه مسیر برسد ؛ آنگاه این سفینه با شتاب منفی 10^8 m/s^2 طی طریق می‌کند تا به مقصدش برسد . مسیر

برگشت نیز به همین ترتیب طی می شود.

- الف) زمان سپری شده برای کل مسیر را مطابق با ساعت‌های روی زمین محاسبه کنید. از زمانی که در مقصد سپری می شود، چشم بپوشید.
- ب) زمان طی شده را مطابق با ساعت‌های واقع در سفینه محاسبه کنید.
۱۵. ساعت دقیقی در آزمایشگاهی واقع بر استوای زمین نگه داری می شود، و دو ساعت مشابه در داخل دو هواپیمایی که با سرعت 250 m/s (سرعت نسبت به زمین) در جهت‌های خاوری و باختری به دور استوا، در پروازند، قرار داده می شوند. با به حساب آوردن چرخش زمین، اختلافی را محاسبه کنید که بین ساعت آزمایشگاه و هریک از دو ساعت در حال پرواز، در یک دور به گرد زمین، پیش می آید. (راهنمایی: سه ساعت را از دیدگاه چارچوب لختی بنگرید که در مرکز زمین قرار گرفته، اما همراه با آن نمی چرخد).
۱۶. یک متربازی را در چارچوب آزمایشگاه در حال سکون در نظر بگیرید. یک نمودار فضا-زمان مشابه با شکل ۲۲-۲ ترسیم کنید که انقباض طول این متر را آن طور که در چارچوب سفینه مشاهده می شود، نشان دهد.
۱۷. درصد انقباض طول هواپیمایی که با سرعت ۲ ماخ (دو برابر سرعت صوت) حرکت می کند، چقدر است؟
۱۸. قطر پروتون در چارچوب مرجع خودش 10^{-15} m است. قطر طولی یک پروتون وقتی که سرعت آن در محدوده 10^8 m/s از سرعت نور باشد، چقدر است؟
۱۹. معادله (۴۷) مربوط به v'_y و v'_x را به دست آورید.
۲۰. معادلات (۴۶) و (۴۷) را برای v_y و v_x بر حسب v'_x ، v'_y و v'_z حل کنید، و از آنجا وارونه قانون ترکیب مؤلفه‌های xy و z سرعت را بیابید.
۲۱. در چارچوب مرجع آزمایشگاه، ذره‌ای در صفحه xy با سرعت $0.7c$ با زاویه 40° نسبت به محور x در حرکت است. سرعت (اندازه و جهت) این ذره را در چارچوب مرجع سفینه‌ای بیابید که با سرعت $V = 0.9c$ در جهت مثبت x در حرکت است.
۲۲. ستاره دوری را در نظر بگیرید که مستقیماً بر بالای مدار زمین واقع شده است.

الف) با بهره‌گیری از معادلات تبدیل لورنتس برای مؤلفه‌های سرعت، جهت سرعت نور ستاره را به دست آورید که بر زمین (متحرک) فرود می آید. جابه‌جایی مکان زاویه‌ای ستاره در شش ماه چقدر است؟

ب) محاسبات خود را با استفاده از معادلات تبدیل گالیله، به جای معادلات تبدیل لورنتس، تکرار کنید و در خصوص اختلاف در نتایج خود نظر دهید.

۲۳. یک سیگنال نور را در نظر بگیرید که در جهتی اختیاری، و بنابر معادلات زیر، منتشر می شود:

$$v_x \neq 0, v_y \neq 0, v_z \neq 0 \quad \text{و} \quad v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = c^2$$

با استفاده از معادلات تبدیل لورنتس در مورد مؤلفه های سرعت، نشان دهید که

$$v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2 = c^2$$

۲۴. با بهره گیری از معادلات تبدیل لورنتس در مورد مؤلفه های سرعت، معادلات تبدیل را برای مؤلفه های شتاب به دست آورید.

۲۵. سرعت الکترون را برای هر یک از انرژی جنبشیهای زیر به دست آورید: 18 MeV ، 0.5 MeV ، 1 MeV ، و 270 MeV .

۲۶. سرعت الکترون در اتم هیدروژن 10^6 m/s است. درصد اختلاف بین مقادیر نیوتونی و نسبیتی انرژی جنبشی این الکترون چقدر است؟

۲۷. خورشید با سرعتی در حدود 200 km/s مرکز کهکشان ما را دور می زند. درصد اختلاف بین مقادیر نیوتونی و نسبیتی تکانه خورشید را محاسبه کنید. درصد اختلاف بین مقادیر نیوتونی و نسبیتی انرژی جنبشی خورشید را حساب کنید.

۲۸. در شتابگر تواترون فرمی لب، به پروتونها یک انرژی جنبشی 1000 GeV داده می شود. سرعت چنین پروتونی چقدر (بر حسب m/s) با سرعت نور اختلاف دارد؟ تکانه این پروتون چقدر است؟

۲۹. در شتابگر AGS بروکهاون، پروتونهایی با انرژی جنبشی 33 GeV در مداری دایره ای به شعاع 128 m به حرکت درآورده می شوند. چه میدان مغناطیسی برای نگه داشتن پروتونها در این مدار لازم است؟

۳۰. یک ذره K_s^0 ساکن به یک میون و یک پادمیون وامی باشد. سرعت ذرات اخیر چقدر است؟ جرم K_s^0 عبارت است از $498 \text{ MeV}/c^2$ و جرم میون $106 \text{ MeV}/c^2$ است. (راهنمایی: از معادله اینشتین، $\Delta E = \Delta mc^2$ بهره گیرید تا انرژی رها شده در این واپاشی را بیابید.)

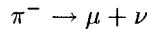
۳۱. یک ذره K_s^0 با سرعت $0.8c$ نسبت به آزمایشگاه به دو پیون π^+ و π^-

وامی باشد.

الف) سرعت هریک از پیونها را در چارچوب ساکن K_0 محاسبه کنید. جرم ذره K_0 عبارت است از $498 \text{ MeV}/c^2$ و جرم پیونها $140 \text{ MeV}/c^2$ است. (راهنمایی: از معادله اینشتین، $\Delta E = \Delta mc^2$ ، بهره‌گیرید تا انرژی رها شده در این واپاشی را بیابید.)

ب) فرض کنید که پیونها در امتداد خطی موازی با جهت اولیه حرکت K_0 حرکت می‌کند. سرعت پیونها را در آزمایشگاه محاسبه کنید.

۳۲. پیون به طور خودبه‌خود به یک میون و یک نوترینو وامی باشد،



الف) با فرض اینکه پیون در ابتدا ساکن است، انرژی و تکانه میون و نوترینو را محاسبه کنید. جرم پیون $140 \text{ MeV}/c^2$ و جرم میون $106 \text{ MeV}/c^2$ است. (راهنمایی: از معادله اینشتین، $\Delta E = \Delta mc^2$ ، بهره‌گیرید و انرژی رها شده در این واپاشی را بیابید. جرم نوترینو صفر، و این ذره همواره فرا نسبی است؛ از معادله (۸۲) بهره‌گیرید.)

۳۳. پروتونی با انرژی جنبشی 3 GeV بزودی با پروتون ساکنی برخورد خواهد کرد.

الف) سرعت پروتون متحرک در چارچوب مرجع آزمایشگاه چقدر است؟

ب) سرعت چارچوب مرجعی که در آن هر دو پروتون برخوردکننده سرعت یکسانی دارند (و در جهت مخالف یکدیگر حرکت می‌کنند)، چقدر است؟

ج) انرژی هر پروتون در چارچوب مرجع اخیر چقدر است؟

۳۴. در یک چارچوب مرجع مفروض، ذره‌ای به جرم m دارای تکانه‌ای با مؤلفه‌های p_x ، p_y ، p_z و انرژی E است. نشان دهید که معادلات تبدیل لورنتس برای تکانه و انرژی عبارتند از:

$$p'_x = \frac{p_x - VE/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$p'_y = p_y$$

$$p'_z = p_z$$

$$E' = \frac{E - V_{Px}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

۳۵. از معادله (۶۸) انتگرال بگیرید و معادلات (۶۹) و (۷۰) را به دست آورید.

۳۶. نشان دهید که به ازای $1 \ll eEt/(mc)$ ، معادلات نسبیتی (۶۹) و (۷۰)

تقریباً با معادلات نیوتونی متناظر برای ذره‌ای که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، همساز است.

۳۷. در شتابگر خطی استانفورد الکترونها در یک لوله به طول ۳km، شتاب پیدا

می‌کنند. فرض کنید که میدان الکتریکی در امتداد این لوله یکنواخت، و مقدارش 10^6 V/m است.

الف) زمان سپری شده برای پیمودن تمامی طول لوله توسط الکترون شتابدار را محاسبه کنید.

ب) مسافتی را که الکترون با طی آن سرعتش به $0.9c$ می‌رسد، محاسبه کنید.

۳۸. به شرط آنکه شتاب و نیرو موازی باشند، می‌توانیم جرم مؤثر نسبیتی را به

عنوان ثابت تناسب بین نیرو و شتاب تعریف کنیم.

الف) بنابر معادله (۶۱) جرم مؤثر چقدر است؟ این کمیت را جرم عرضی می‌گویند، زیرا سرعت لحظه‌ای بر شتاب عمود است.

ب) بنابر معادله (۶۷) جرم مؤثر چقدر است؟ این کمیت را جرم طولی می‌خوانند، زیرا سرعت لحظه‌ای در امتداد شتاب است.

ج) با استفاده از معادله حرکت نسبیتی:

$$\frac{d(m\mathbf{v}/\sqrt{1-v^2/c^2})}{dt} = \mathbf{F}$$

نشان دهید که اگر سرعت نه بر شتاب عمود و نه با آن موازی باشد، آنگاه شتاب با نیرو موازی نیست، و بنابراین مفهوم جرم مؤثر فاقد اعتبار کلی است.

فصل ۳

کوانتومهای انرژی

مطابق با دیدگاه فیزیک کلاسیک، نور عبارت از موجی متشکل از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی با یک توزیع هموار انرژی است. پدیده‌های تداخل و پراش که در فصل ۱ توصیف شدند، شواهد تجربی مستقیمی را در ارتباط با خواص موجی نور ارائه می‌دهند. اما، در سالهای اولیه قرن بیستم، با پژوهشهای نظری و تجربی اثبات شد که نورگاهی دارای خواص ذره‌ای است. بنابراین دیدگاه جدید، نور مانند جویباری از بسته‌های انرژی ذره مانند عمل می‌کند. این بسته‌های انرژی را کوانتومهای نور، یا فوتون، می‌نامند. با پژوهشهای بیشتر، به زودی اثبات شد که کوانتومهای انرژی یکی از جنبه‌های همه‌گیر دنیای میکروسکوپی به شمار می‌آید؛ انرژی اتمها و انرژی الکترونها و سایر ذرات زیراتمی به صورت کوانتومهای انرژی بسته‌بندی می‌شود.

کشف کوانتومهای انرژی، که در این فصل آن را توصیف می‌کنیم، نخستین نشانه‌ی عدم کفایت فیزیک کلاسیک را ارائه داد. در آغاز، فیزیکدانان در صدد برآمدند که به جای کنار نهادن قوانین کلاسیکی، خسارت وارد آمده به آنها را محدود کنند، و تلاش کردند که این قوانین را با مجموعه‌ای اضافی از شرایط کوانتومی تقویت کنند و قوام بخشند؛ شرایطی که انرژی را به مقادیری مرجح و گسسته محدود می‌کرد. اما دیری نگذشت که آشکار شد صدمه‌ی وارد بر فیزیک کلاسیک فراتر از آنست که جبران شود، و مجموعه قوانین کاملاً نوبنی از فیزیک کوانتومی مورد نیاز است. در این فصل و فصل بعد، تلاشهای اولیه برای تغییر و تعدیل کوانتومی فیزیک کلاسیک را از نظر می‌گذرانیم. در فصول بعد ویرانه‌های فیزیک کلاسیک را محو و ساختار نوین فیزیک کوانتومی را بر شالوده‌های تازه بنا

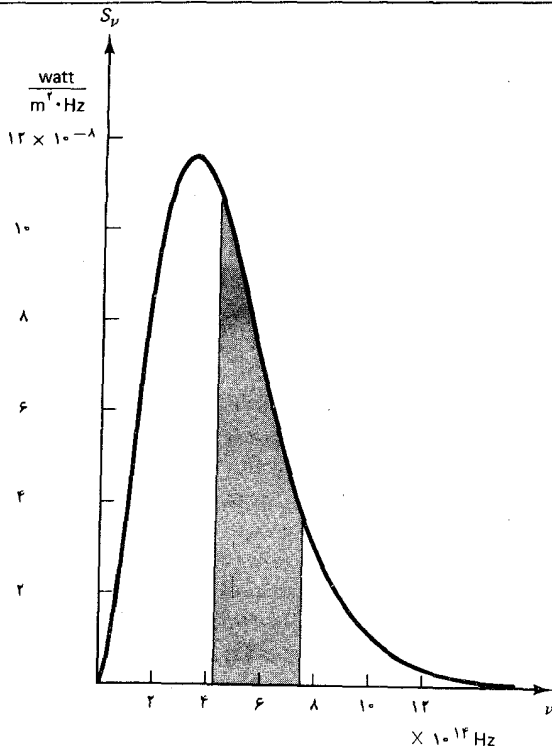
می‌کنیم.

۱.۳ تابش جسم سیاه

نخستین نشانه‌های عدم کفایت فیزیک کلاسیک در حدود سال ۱۹۰۰ از بررسی‌های مربوط به تابش گرمایی، یا «گرمای تابشی» گسیلیده به وسیله اجسام داغ، بروز کرد. این تابش یک تابش الکترومغناطیسی شامل گستره وسیعی از طول موجهاست. شدت و طول موج غالب تابش با دمای جسم تغییر می‌کند. مثلاً، در دمای 5800 K (دمای سطح خورشید)، قسمت اعظم تابش گرمایی به شکل نور مرئی درمی‌آید— و بنابراین جسم به صورت سفید درخشان به نظر می‌رسد. در دمای 1200 K ، شدت کمتر و قسمت اعظم تابش گرمایی در حدود فروسرخ نزدیک، و مقدار اندکی در محدوده نور مرئی، صورت می‌گیرد؛ جسم یک رنگ قرمز تیره برافروخته را نشان می‌دهد. در دمای اطاق، شدت خیلی کم است و قسمت عمده تابش در محدوده فروسرخ دور قرار دارد؛ جسم هیچگونه نور قابل رویت به وسیله چشم انسان، نمی‌تاباند.

طیف تابش گرمایی پیوسته است، یعنی، انرژی تابش به طور هموار و یکنواختی در تمام طول موجها، یا به طور هم‌ارز، در تمام بسامدها، توزیع شده است. مثلاً، شکل ۱.۳ طیف تابش گرمایی گسیلیده به وسیله خورشید را بر حسب تابعی از بسامد نشان می‌دهد. کمیت S_ν که در این شکل ترسیم شده است گسیلندگی (توان تابش) طیفی نامیده می‌شود. این کمیت عبارت است از شار انرژی (یا توان بر واحد مساحت) که سطح تابنده در بازه بسامدی واحد می‌گسیلد؛ به این ترتیب $S_\nu dv$ عبارت است از شار انرژی گسیلیده در یک بازه بسامدی کوچک از ν تا $\nu + dv$. توجه داشته باشید که گسیلندگی طیفی در بسامدهای خیلی زیاد و خیلی کم ناچیز است، و دارای یک قله عریض با بیشینه‌ای در نزدیکی ناحیه مرئی، در $\nu = 3.74 \times 10^{14}\text{ Hz}$ است.

تابش گرمایی خروجی از سطح یک جسم تابان به وسیله حرکت گرمایی کاتوره‌ای آنها و الکترونها، در داخل حجم جسم تولید می‌شود. پیش از آنکه تابش به سطح برسد و بگریزد، چندین بار جذب و بازگسیل می‌شود، و با آنها و الکترونها به تعادل گرمایی می‌رسد. این فرایند به تعادل رسیدن طیف پیوسته تابش را شکل می‌دهد، و به طور کامل تمامی جنبه‌های اصلی طیف تابش را می‌زداید. بدینسان طیف تابش در درون جسم فقط به دما بستگی دارد، و به نوع آنها شکل‌دهنده ارتباط ندارد.

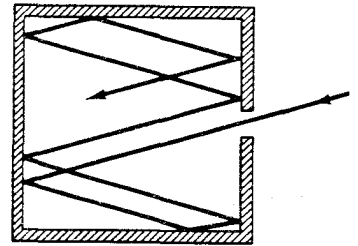


شکل ۱.۳ گسیلندگی طیفی خورشید در این نمودار خطوط طیفی تاریک گسسته (خطوط فرانوفر) ، که ناشی از جلوگیری از قسمتی از تابش گرمایی به وسیله گاز موجود در جو خورشید است ، نادیده گرفته شده است . نوار سایه دار ناحیه مرئی را مشخص می کند .

شار تابش گرمایی خروجی از سطح هر جسم تابان تا اندازه ای به مشخصه های سطح بستگی دارد . سطح جسم معمولاً فقط گریز کسری از شاری را که از داخل جسم به آن می رسد مجاز می دارد . به همین ترتیب ، اگر جسم در یک حمام تابش گرمایی با دمایی همسان با جسم ، غوطه ور شود ، در این صورت سطح فقط به همان مقدار شار اجازه ورود از خارج می دهد ، و باقیمانده را بازمی تاباند . این تساوی مشخصه های گسیلندگی و جذب کنندگی سطح را می توان مبتنی بر قانون دوم ترمودینامیک به آسانی اثبات کرد ؛ بنابراین قانون ، گرما نمی تواند به طور خودبه خود از سیستم سردتر به سیستم گرمتر شارش پیدا کند . اگر جسم می توانست بیشتر از مقدار تابشی که از حمام تابشی جذب می کند تابش گسیل دارد ، در این صورت دمای آن کاهش می یافت ، و دمای حمام تابش افزایش پیدا می کرد . بنابراین ، برخلاف قانون دوم ، گرما از سیستم سردتر به سیستم گرمتر شارش پیدا می کند .

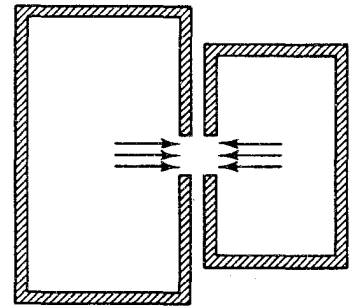
برابری مشخصه های گسیلندگی و جذب کنندگی سطح جسم بر قاعده کلی زیر دلالت می کند : هر جذب کننده خوب گسیلنده خوبی هم هست ، و جذب کننده ضعیف گسیلنده ضعیفی است . هر جسم با سطح جذب کننده (و گسیلنده) کامل را جسم سیاه می گویند ؛ چنین جسمی تحت روشنائی خارجی سیاه به چشم

می آید. وقتی جسم سیاه داغ باشد، سطحش تابش گرمایی بیشتری گسیل می کند تا هر جسم داغ دیگری در همان دما. عملاً با یک ترفند می توان به سادگی به مشخصه های یک جسم سیاه ایده آل دست یافت: جسمی با یک کاواک، مانند مکعبی توخالی، را در نظر بگیرید و سوراخی کوچک در یکی از وجوه مکعب (مانند شکل ۲.۳) تعبیه کنید. در این صورت این سوراخ مانند یک جسم سیاه عمل می کند؛ هر تابشی که از خارج حفره وارد آید کاملاً جذب می شود. به سبب این هم ارزی میان جسم سیاه و یک حفره در یک کاواک، تابش جسم سیاه را غالباً تابش کاواکی می گویند.



شکل ۲.۳ کاواکی با یک سوراخ کوچک. هر تابشی که به این سوراخ وارد شود در آن گرفتار می شود؛ این تابش مکرراً بازتابش می کند، و سرانجام جذب دیواره ها خواهد شد.

جسم سیاه در مطالعه تابش گرمایی نقش ممتازی را بازی می کند زیرا گسیلندگی طیفی آن به ماده سازنده یا سایر مشخصه های جسم بستگی ندارد؛ گسیلندگی طیفی منحصرراً به دمای جسم بستگی دارد. در اینجا نیز، با توسل به قانون دوم ترمودینامیک، می توانیم این موضوع را اثبات کنیم. دو کاواک همدم با سوراخهایی هم اندازه را در نظر بگیرید (شکل ۳.۳). کاواک واقع در سمت چپ به داخل کاواک سمت راست تابش می کند، و برعکس. اگر شار گسیلیده به وسیله کاواک واقع در سمت چپ بیشتر از شار گسیلیده کاواک سمت راست می بود، انتقال تابشی گرما، دما را در سمت راست افزایش و در سمت چپ کاهش خواهد داد، که با قانون دوم در تناقض است. این استدلال ما را به این نتیجه هدایت می کند که شارهای گسیلیده به وسیله هر دو کاواک یکسانند. به علاوه، با اصلاح این استدلال می توانیم نشان دهیم که این شارها در هر بازه بسامدی کوچک مفروضی، مانند dv ، نیز یکسانند. فقط لازم است با قرار دادن یک پالایه نوری بین دو کاواک تغییری جزئی در آرایش نمایش یافته در شکل ۳.۳ پدید آوریم، پالایه ای که فقط به تابش با بسامدهایی در یک بازه از ν تا $\nu + dv$ اجازه عبور می دهد. پس، استدلال ترمودینامیکی ما به این نتیجه منجر می شود که شارهای گسیلیده به وسیله این دو کاواک در این بازه طول موجی منتخب باید یکسان باشند. پس برای یک جسم سیاه، گسیلندگی طیفی S_ν باید تابعی کلی از طول موج λ و دمای T باشد، و نه هیچ چیز دیگری.



شکل ۳.۳ دو کاواک با سوراخهای هم اندازه، تابش مبادله می کنند.

هرچند که ترمودینامیک در باب شکل تفصیلی تابع S_ν مطلبی ابراز نمی کند، اما چند محدودیت اضافی را بر این تابع اعمال می کند: از ترمودینامیک اطلاعاتی در باره شار انرژی کل گسیلیده به وسیله سطح یک جسم سیاه، و نیز در باره موضع بیشینه در گسیلندگی طیفی به دست می آوریم. شار انرژی کل (یا توان بر واحد

مساحت) عبارت است از انتگرال گسیلندگی طیفی روی تمام بسامدها،

$$S = \int_0^{\infty} S_{\nu} d\nu \quad (1)$$

به تعبیر نموداری، این انتگرال عبارت است از مساحت زیر منحنی در شکل ۱۰۳. با یک برهان ترمودینامیکی بسیار رسا، که در اینجا قصد ارائه آن را نداریم*، می‌توان ثابت کرد که این شار انرژی کل با توان چهارم دما متناسب است،

$$S = \sigma T^4 \quad (2)$$

این عبارت قانون استفان - بولتزمن** نامیده می‌شود. ثابت تناسب، σ ، را ثابت استفان - بولتزمن می‌گویند؛ مقدارش عبارت است از:

$$\sigma = 5.6703 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4) \quad (3)$$

به کمک یک برهان ترمودینامیکی مشابه می‌توان اثبات کرد که بسامد ν_{\max} گسیلندگی طیفی در این بسامد به حداکثر می‌رسد، با دما تناسب مستقیم دارد،

$$\nu_{\max} = \text{ثابت} \times T \quad (4)$$

این عبارت قانون جابه‌جایی وین[†] نامیده می‌شود؛ این نامگذاری از آن جهت است که با افزایش دما، بیشینه گسیلندگی به بسامدهای بالاتر تغییر مکان می‌دهد. مقدار عددی ثابت معادله (۴) عبارت است از

$$\text{ثابت} = 5.880 \times 10^{10} \text{ Hz/K} \quad (5)$$

* مثلاً، بنگرید به:

M. Born, *Atomic Physics*, pp. 251,252.

** جوزف استفان (Josef Stefan)، ۱۸۳۵ - ۱۸۹۳، فیزیکدان تجربه‌گر اتریشی، استاد دانشگاه وین. وی قانون استفان - بولتزمن را از طریق آزمایش کشف کرد. بولتزمن بعداً توضیح نظری آن را ارائه داد.

† ویلهلم وین (Wilhelm Wien)، ۱۸۶۴ - ۱۹۲۸، فیزیکدان آلمانی، استاد دانشگاه وورتمبرگ و مونیخ. قانون جابه‌جایی وین و قانون استفان - بولتزمن هر دو نتایج یک قانون کلی‌اند:

$$S_{\nu} = \nu^3 f \left(\frac{\nu}{T} \right)$$

که در آن f تابعی از نسبت ν/T است، که بر پایه علم ترمودینامیک، درباره آن هیچ چیز دیگری نمی‌توان گفت (بنگرید به Born، بالا). وین، به خاطر کشف این قانون کلی، جایزه نوبل سال ۱۹۱۱ را از آن خود کرد.

مثال ۱. در سطح زمین، شار انرژی در آفتاب عبارت است از $1.7 \times 10^2 \text{ W/m}^2$. اگر یک ورقه کاغذ سیاه در برابر خورشید گرفته شود، دمای تعادل این ورقه کاغذ چقدر است؟ فرض کنید پشت این کاغذ چنان عایق بندی می شود که تنها اتلاف گرما به وسیله تابش جسم سیاه از سطح رویی صورت می گیرد.

حل مطابق قانون استفان - بولتزمن، توان تابیده به وسیله کاغذ از واحد سطح عبارت است از σT^4 . در حالت تعادل، این مقدار باید با توان تابش فرودی آفتاب بر واحد سطح یکی باشد، یعنی،

$$\sigma T^4 = 1.7 \times 10^2 \text{ W/m}^2$$

که از اینجا

$$T = \left[\frac{1.7 \times 10^2 (\text{W/m}^2)}{\sigma} \right]^{1/4} \\ = 364 \text{ K} = 91^\circ \text{C}$$

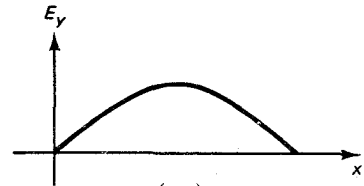
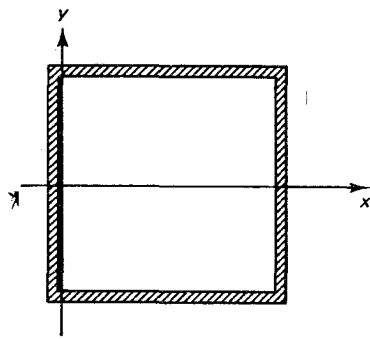
(عملاً دما اندکی کمتر از این مقدار است زیرا کاغذ مقداری از نور آفتاب را باز می تاباند و مقداری هم به وسیله رسانش و همرفت اتلاف گرما دارد.)

تمام این حقایق کلی پیرامون تابش جسم سیاه در طی قرن نوزدهم کشف شده است. در سالهای واپسین آن قرن، فیزیکدانان درگیر تلاش عملی و نظری فشرده ای بودند تا شکل دقیق تابع گسیلندگی طیفی، S_ν ، را معلوم کنند.

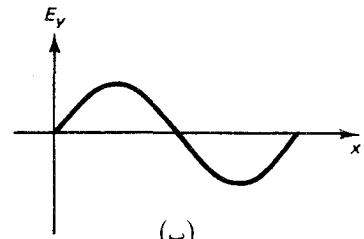
در این زمینه یک نظریه توسط لرد ریلی ارائه شد. وی، به جای پرداختن به گسیلندگی طیفی S_ν ، چگالی انرژی طیف u_ν ، را مورد بررسی قرار داد؛ این دو کمیت با هم نسبت مستقیم دارند،

$$S_\nu = \frac{c}{4} u_\nu \quad (6)$$

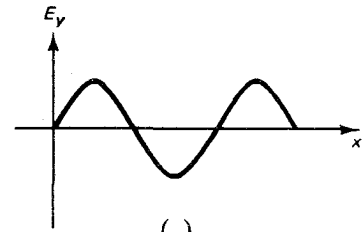
اگر به یاد آوریم که در مورد یک موج الکترومغناطیسی تخت، شار انرژی (یا بردار پوینتینگ) S و چگالی انرژی u به صورت $S = cu$ به هم مربوط می شوند، به آسانی می توانیم تناسب بالا را درک کنیم؛ در مورد تابش گرمایی، متشکل از تعداد زیادی موج تخت که در راستاهای کاتوره ای در حرکتند، می توان نشان داد که شار انرژی در هر راستایی با یک ضریب $\frac{1}{4}$ * کاهش پیدا می کند. ریلی کار خود را با توجه به این نکته که تابش در یک کاواک از تعداد زیادی موج ساکن تشکیل می شود، شروع کرد؛ در شکل ۴۰۳ تعدادی از این امواج ساکن را مشاهده می کنید. هر یک از این امواج ساکن یکی از مدهای ارتعاش کاواک است، و از



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۴۰۳ برخی از امواج الکترومغناطیسی ساکن در یک کاواک بسته. بخاطر سادگی، این شکل فقط امواج را با یک راستای انتشار افقی نشان می دهد. نمودارهای (الف)، (ب)، و (ج) میدانهای الکتریکی ممکن را به صورت تابعی از x در یک لحظه از زمان می نمایانند.

* بنگرید به مسئله ۷.

لحاظ ریاضی می شود آن را با یک نوسانگر هماهنگ ساده معادل گرفت. آنگاه ریلی به قضیه تقسیم مساوی که بنا بر آن، در تعادل گرمایی، انرژی گرمایی میانگین هر نوسانگر هماهنگ ساده برابر kT است (بخش ۴۰۱ را ببینید)، متوسل شد. بدینسان، هر موج ساکن شکل ۴۰۳ باید انرژی kT داشته باشد، و از اینجا ریلی فوراً گسیلمندی طیفی را محاسبه کرد. با آن که محاسبه او در انتهای طول موج بلند طیف جسم سیاه به نتایج معقولی انجامید، در انتهای طول موج کوتاه نتایج مصیبت بار بود: تعداد مدهای ممکن موج ساکن در طول موج بسیار کوتاه بینهایت زیاد است و، اگر انرژی هر یک از این مدها kT باشد، انرژی کل در کاواک نامتناهی می شود! این شکست مصیبت بار نظریه کلاسیک را فاجعه فرابنفش می گویند.

۲.۳ کوانتشن انرژی پلانک

قانون ریاضی دقیق مربوط به گسیلندگی طیفی جسم سیاه را سرانجام ماکس پلانک* در سال ۱۹۰۰ استنتاج کرد. پلانک به کمک حدس الهام شده، مبتنی بر ترمودینامیک، فرمول زیر را پیدا کرد:

$$S_{\nu} = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (۷)$$

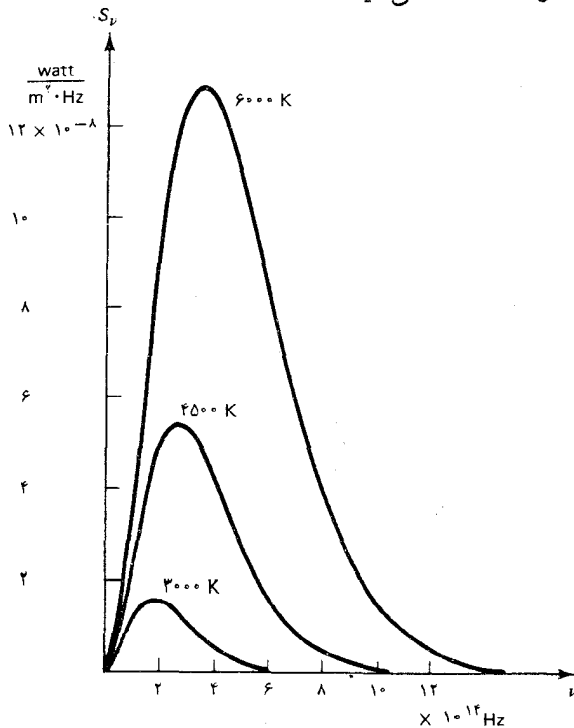
که در آن h یک ثابت عمومی جدید، به نام ثابت پلانک، است. جدیدترین مقداری که برای این ثابت به دست آورده اند، عبارت است از

$$h = ۶,۶۲۶۱۸ \times ۱۰^{-۳۴} \text{J.s} \quad (۸)$$

پلانک، در محاسبات خویش این ثابت را به عنوان یک ضریب قابل تنظیم در نظر گرفت، که برای برازش داده های مربوط به تابش جسم سیاه اختیار شده بود؛ اما چنانکه خواهیم دید، این ثابت در تمامی جهان میکروسکوپی نقشی حیاتی بازی می کند، و مقدار جدید این ثابت از آزمایشهای مربوط به فیزیک اتمی به

* ماکس کارل ارنست لودویگ پلانک (Max Karl Ernst Ludwig Planck)، ۱۸۵۸ - ۱۹۴۷، فیزیکدان نظری آلمانی، استاد دانشگاه برلین، و مدیر مؤسسه قیصر ویلهلم (مؤسسه ماکس پلانک کنونی). پلانک، پیش از اینکه درگیر مطالعه تابش جسم سیاه شود، در پیشبرد ترمودینامیک سهم عمده ای داشته است. او، پس از مطرح کردن کوانتشن انرژی جهت ارائه توضیحی درباره فرمول خود در مورد تابش جسم سیاه، دریافتن توضیح دیگری برای این موضوع بدون توسل به کوانتشن، ناکام ماند. وی به خاطر کشف کوانتومهای انرژی، در سال ۱۹۱۸ جایزه نوبل فیزیک را دریافت کرد.

دست آمده است که با تابش جسم سیاه رابطه مستقیمی ندارد. خیلی زود به وسیله پژوهشهای تجربی محقق شد که گسیلندگی طیفی محاسبه شده از معادله (۷) با دقت بسیار زیادی با مقادیری که از طریق اندازه‌گیری به دست آمده است، مطابقت دارد. در شکل ۵.۳ گسیلندگی طیفی حاصل از معادله (۷) را به ازای چندین مقدار دما مشاهده می‌کنید.



شکل ۵.۳ گسیلندگی طیفی برحسب تابعی از بسامد در سه دمای مختلف، مطابق قانون پلانک.

پلانک در ابتدا فرمول خود را صرفاً به عنوان یک قانون تجربی پیشنهاد کرد که اتفاقاً با داده‌های تجربی بخوبی تطبیق می‌کند. اما او بعداً به جستجوی توجیهی نظری برای این قانون پرداخت. این جستجو و پژوهش، پلانک را به کوانتشن انرژی هدایت کرد. این کشف انقلابی تولد فیزیک کوانتومی نوین را رقم می‌زند. از نظر پلانک، اصل موضوع کوانتشن انرژی «اقدام ناشی از ناچاری» تلقی می‌شد که او جهت دستیابی به «توضیحی نظری به هر قیمتی که شده» ناگزیر به انجامش شده بود*.

پلانک رسیدن به قانون تابش کاواکی خود را با ساختن مدلی نظری برای

* نامه‌ای منتشر نشده از پلانک؛ به نقل از:

دیواره‌های کاواک آغاز کرد. او اتمهای این دیواره‌ها را به صورت نوسانگرهای هماهنگ کوچکی با بارهای الکتریکی در نظر گرفت. هرچند که این یک مدل خام برای اتم به حساب می‌آید، برای مقاصد او مناسب بود زیرا، به اعتبار استدلالهای ترمودینامیکی که در بخش قبل آوردیم، تابش در کاواک به طور کامل از ویژگیهای دیواره مستقل است. حرکتهای گرمایی کاتوره‌ای این نوسانگرها سبب گسیل تابش الکترومغناطیسی می‌شود. این تابش درون کاواک را پر می‌کند و متقابلاً بر نوسانگرها تأثیر می‌گذارد. وقتی تعادل گرمایی دست می‌دهد، میانگین آهنگ گسیل انرژی تابشی به وسیله نوسانگرها با آهنگ جذب انرژی تابشی همخوانی پیدا می‌کند. از آنجا که نوسانگرها انرژی خود را با تابش درون کاواک به مشارکت می‌گذارند، پلانک موفق شد نشان دهد که، در شرایط تعادل، میانگین انرژی تابشی در یک مدار تعاش کاواک در بسامدی مانند ν با میانگین انرژی، \bar{E} ، نوسانگری به بسامد ν برابر است. * بنا بر این انرژی تابشی موجود در بازه بسامدی کوچک $d\nu$ از $\nu + d\nu$ عبارت است از $\bar{E} dn$ ، که dn تعداد مدهای ارتعاش در محدوده بازه بسامدی $d\nu$ است. این انرژی تابشی را، بر حسب چگالی انرژی طیف u_ν ، می‌توان به صورت $V u_\nu d\nu$ نوشت، که V عبارت است از حجم کاواک. بدینسان،

$$V u_\nu d\nu = \bar{E} dn \quad (9)$$

یا، چون $u_\nu = (4/c) S_\nu$ ،

$$\frac{4}{c} V S_\nu d\nu = \bar{E} dn \quad (10)$$

با یک برهان ساده مبتنی بر شمارش، که در اینجا به خاطر اختصار آن را حذف می‌کنیم**، نشان می‌دهیم که تعداد مدهای ارتعاش در بازه بسامدی کوچک $d\nu$ عبارت است از $dn = V(\frac{8\pi\nu^2}{c^3})d\nu$. در این صورت

$$\frac{4}{c} S_\nu d\nu = \bar{E} \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \quad (11)$$

* مثلاً، بنگرید به .

M. Jammer, *The Conceptual Development of quantum Mechanics*, Appendix A

** این برهان را در بخش ۲۰۸، و مسئله ۱۱۰۸، خواهید دید.

که از اینجا،

$$S_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} E \quad (۱۲)$$

این مراحل محاسبات پلانک شامل چیزی جز مکانیک آماری کلاسیک نبود. اما در مرحله بعدی محاسبه، پلانک به طور ریشه‌ای از فیزیک کلاسیک جدا شد. او فرض کرد که انرژی نوسانگرها، مطابق قاعده زیر، کوانتیده‌اند: در نوسانگری با بسامد ν ، تنها مقادیر مجاز انرژی عبارتند از:

$$E = 0, h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \dots \quad (۱۳)$$

و تمامی مقادیر دیگر انرژی ممنوع‌اند. ثابت h در معادله (۱۳) ثابت پلانک است که در معادلات (۷) و (۸) هم آمده است. انرژی $h\nu$ را کوانتوم انرژی می‌گویند؛ مطابق قاعده کوانتس، انرژی هر نوسانگر همواره ضریب درستی از کوانتوم بنیادی انرژی، $h\nu$ ، است:

$$E = nh\nu \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (۱۴)$$

عدد درست n را عدد کوانتومی نوسانگر می‌خوانند.

پلانک، با این شرط کوانتس، میانگین انرژی نوسانگر را به صورت زیر محاسبه کرد: احتمال آنکه نوسانگر در حالتی با انرژی $nh\nu$ قرار داشته باشد، با ضریب بولتزمن، $e^{-E/kT}$ ، یا $e^{-nh\nu/kT}$ ، متناسب است. بنابراین، میانگین انرژی نوسانگر عبارت است از

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \sum_n nh\nu \times (\text{احتمال مربوط به } nh\nu) \\ &= \sum_n nh\nu \times \frac{e^{-nh\nu/kT}}{\sum_{n'} e^{-n'h\nu/kT}} \end{aligned} \quad (۱۵)$$

که در اینجا مجموع یابی در مخرج عبارت است از ثابت تناسبی که ضریب بولتزمن را تبدیل به یک احتمال، بهنجار شده به ۱، می‌کند. برای راحتی، به جای $e^{-h\nu/kT}$ می‌نویسیم $x = e^{-h\nu/kT}$ ، به طوری که

$$\bar{E} = h\nu \frac{\sum_n nx^n}{\sum_{n'} x^{n'}} \quad (۱۶)$$

برای محاسبه این کمیت، به این نکته توجه می‌کنیم که جمع نامتناهی $\sum x^n$ صرفاً یک سری هندسی است. نیک می‌دانیم که مقدار این نوع سری هندسی عبارت

است از:

$$\sum x^n = \frac{1}{1-x} \quad |x| < 1 \quad \text{به ازای} \quad (17)$$

اگر از این معادله نسبت به x مشتق بگیریم، می‌رسیم به

$$\sum nx^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

و اگر طرفین را در x ضرب کنیم، به دست می‌آوریم

$$\sum nx^n = \frac{x}{(1-x)^2} \quad (18)$$

معادلات (۱۷) و (۱۸) را به ترتیب در مخرج و صورت معادله (۱۶) می‌نشانیم،

$$\bar{E} = h\nu \frac{x/(1-x)^2}{1/(1-x)} = h\nu \frac{x}{1-x} = h\nu \frac{1}{1/x-1} \quad (19)$$

یا

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (20)$$

با استفاده از این مقدار برای میانگین انرژی، معادله (۱۲) مربوط به گسیلندگی طیفی چنین می‌شود

$$S_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (21)$$

که دقیقاً قانون پلانک است.

اینک واریسی این نکته که قانون استفان - بولتزمن و قانون وین پیامدهای قانون پلانک‌اند، یک تمرین ساده ریاضی است. با انتگرالگیری از معادله (۲۱)، می‌رسیم به

$$\int_0^\infty S_\nu d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (22)$$

این انتگرال را می‌توان به طریق تحلیلی، هرچند که نه با روشهای مقدماتی*، محاسبه کرد. نتیجه به این قرار است

$$\int_0^\infty S_\nu d\nu = \frac{2}{15} \frac{\pi^5 k^4}{h^3 c^2} T^4 \quad (23)$$

* مثلاً، بنگرید به:

با مشتقگیری از معادله (۲۱) در می یابیم که بسامد مربوط به بیشینه S_ν از عبارت زیر به دست می آید

$$3 - \frac{h\nu}{kT} \frac{e^{h\nu/kT}}{e^{h\nu/kT} - 1} = 0 \quad (24)$$

این معادله را با روش عددی حل می کنیم و به دست می آوریم

$$\nu_{\max} = 2,822 \frac{kT}{h} \quad (25)$$

این معادلات نشان می دهند که چطور ثابتهای تناسب در قانونهای استفان و وین با ثابتهای بنیادی فیزیک مربوطند.

از لحاظ کیفی، می توان دید که محاسبات پلانک به دلیل این که کوانتتش انرژی از تقسیم مساوی جلوگیری به عمل می آورد از فاجعه فرابنفش دور می ماند. نوسانگری را با بسامد خیلی زیاد در نظر بگیریم؛ در این صورت کوانتوم انرژی $h\nu$ خیلی زیاد است ($h\nu \gg kT$). اگر این نوسانگر در ابتدا ساکن باشد ($n = 0$)، تا یک کوانتوم انرژی کسب نکند نمی تواند شروع به حرکت کند؛ اما از آنجا که این کوانتوم انرژی $h\nu$ خیلی زیاد است، آشفته گهای گرمایی کاتوره ای برای به حرکت آوردن آن کافی نخواهد بود؛ نوسانگر همچنان ساکن باقی خواهد ماند. بدینسان، کوانتتش انرژی برانگیختگی نوسانگرهای بالابسامد را منع می کند و از تقسیم مساوی انرژی جلوگیری به عمل می آورد. اگر نوسانگرهای بالابسامد در حالت سکون باقی بمانند، در آن صورت به امواج ساکن بالابسامد متناظر در کاواک انرژی نمی رسانند، و فاجعه فرابنفشی پیش نمی آید. به تعبیر ریاضی، می توانیم این عدم تقسیم مساوی را از معادله (۲۰) تشخیص دهیم: میانگین انرژی نوسانگر kT نیست، بلکه $h\nu / (e^{h\nu/kT} - 1)$ است؛ اگر $h\nu \gg kT$ ، آنگاه این میانگین انرژی خیلی از kT کمتر است.

مثال ۲. فرض کنید $\nu = 5,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$ و $T = 5000 \text{ K}$. بنابر نظر پلانک، میانگین انرژی این نوسانگر چقدر است؟

حل با این مقادیر بسامد و دما، داریم

$$\begin{aligned} h\nu &= 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \times 5,0 \times 10^{14} / \text{s} \\ &= 3,32 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

و

$$kT = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \times 5000 \text{ K}$$

$$= 6,90 \times 10^{-20} \text{ J}$$

بدینسان

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{3,32 \times 10^{-19} \text{ J}}{\exp(3,32 \times 10^{-19} \text{ J} / 6,90 \times 10^{-20} \text{ J}) - 1}$$

$$= 2,7 \times 10^{-21} \text{ J}$$

■ آشکار است که، این میانگین انرژی خیلی از kT کمتر است.

توجه داشته باشید که در مورد نوسانگری با بسامد $\nu = 5,70 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ، که برای ارتعاشات اتمی مقداری است نوعی، کوانتوم انرژی عبارت است از $h\nu = 3,73 \times 10^{-19} \text{ J}$. از آنجا که این مقدار انرژی خیلی کم است، کوانتش در مقیاس ماکروسکوپی نمی تواند تأثیری محسوس بر جای گذارد. اما در مقیاس اتمی نقش اساسی بازی می کند.

متأسفانه، پلانک نتوانست هیچ توجیهی اساسی برای اصل کوانتش انرژی خود ارائه دهد. اصل او پاسخگوی مسائل مربوط به قانون تابش بود، اما سؤالهایی جدی در خصوص فیزیک کلاسیک به وجود آورد. آشکار است که، کوانتش انرژی در فیزیک کلاسیک حائز معنایی نیست؛ در قوانین نیوتون هیچ عاملی وجود ندارد که نوسانگری را از کسب انرژی به هر مقداری بازدارد. پلانک تنها توانست اصل موضوع خود را به کمک پیامدهای آن توجیه کند. مدتها بعد، همراه با تکامل مکانیک کوانتومی، توضیح عمیقتری برای کوانتش انرژی ارائه شد (فصل ۶).

۳.۳ فوتونها و اثر فوتوالکتریک

در سال ۱۹۰۵، همان سالی که اینشتین نظریه نسبیت خاص را تدوین کرد، وی نشان داد که جزء بالابسامد طیف تابش جسم سیاه را می توان با آسانی تمام به کمک کوانتش مستقیم انرژی تابش، فهمید. پلانک فرض کرده بود که نوسانگرهای موجود در دیواره های کاواک انرژیهای گسسته و کوانتیده ای دارند، اما او تابش الکترومغناطیسی در کاواک را، دقیقاً همان طور که نظریه کلاسیک الکترومغناطیس ایجاب می کرد، به صورت توزیع هموار و پیوسته انرژی در نظر می گرفت. برعکس او، اینشتین پیشنهاد کرد که تمامی تابش الکترومغناطیسی از بسته های انرژی ذره - مانند گسسته تشکیل می شود، که انرژی هر بسته $h\nu$ است. پس، اگر موج الکترومغناطیسی فقط شامل یک چنین بسته ای باشد

دارای انرژی $h\nu$ ، اگر شامل دو تا باشد دارای انرژی $2h\nu$ ، اگر شامل سه تا بسته باشد دارای انرژی $3h\nu$ ، والی آخر، است. اینشتین این بسته‌های انرژی گسسته را کوانتومهای نور نامید؛ بعداً آنها را فوتون خواندند. بنابر این تابش گرمایی در کاواک را، با موجی که به طور کاتوره‌ای در تمام راستاها حرکت می‌کند، می‌توان به صورت گازی از فوتونها در نظر گرفت. اینشتین در ابتدا، فقط توانست این تصویر جدید تابش گرمایی را برای جزء بالابسامد طیف جسم سیاه، یعنی فوتونهای بالابسامد، اثبات کند. به همین علت و دلایلی دیگر، پلانک و اکثر معاصرینش نسبت به مفهوم اینشتینی فوتونها مشکوک باقی ماندند. اما در حدود بیست سال بعد، س. بوز* یک اصلاح مکانیک آماری (آن چه که آمار بوز- اینشتین نامیده می‌شود، و تمیزناپذیری و همسانی ذاتی فوتونها را در نظر می‌گیرد) مطرح کرد، که به وسیله آن توانست توزیع کامل انرژی گاز فوتون را محاسبه کند و او نشان داد که طیف انرژی تابش جسم سیاه حاصل از تصویر گاز فوتون در گستره کامل بسامدها با قانون پلانک منطبق است.

تعداد فوتونهای آفتاب و سایر چشمه‌های نور معمولی بسیار زیاد است؛ از اینرو در مقیاس ماکروسکوپی مستقیماً به سرشت دانه‌ای توزیع انرژی پی نمی‌بریم.

مثال ۳. شار انرژی نور خورشید فرودی بر سطح زمین عبارت است از $1.0 \times 10^2 \text{ watt/m}^2$. در هر ثانیه به هر سانتیمتر مربع از سطح زمین چقدر فوتون می‌رسد؟ برای انجام این محاسبات از تقریب نه چندان دقیقی بهره‌گیری که مطابق آن میانگین طول موج تمام فوتونهای نور خورشید 5500 \AA است.

حل انرژی فوتونی به طول موج 5500 \AA عبارت است از

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \times 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{5.5 \times 10^{-7} \text{ m}}$$

$$= 3.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

انرژی فرودی بر سانتیمتر مربع بر ثانیه $1.0 \times 10^{-1} \text{ J}$ است. برای به دست آوردن تعداد فوتونها، باید این کمیت را بر انرژی یک فوتون تقسیم کنیم، که به دست می‌آوریم:

$$1.0 \times 10^{-1} \text{ J} / 3.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 2.8 \times 10^{17}$$

فوتون بر سانتیمتر مربع بر ثانیه. ■

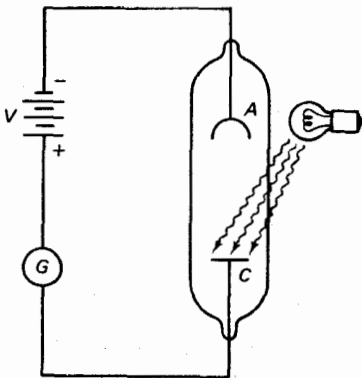
توجه کنید که به عنوان یکی از پیامدهای فرضیه پلانک، انرژی یک نوسانگر

* ساتیندرانات بوز (Satyendranath Bose)، ۱۸۹۴ - ۱۹۷۴، فیزیکدان هندی، استاد دانشگاههای داکا و کلکته.

را تنها می‌توان به اندازه $h\nu$ یا مضرب صحیحی از این کمیت تغییر داد؛ از اینرو انرژی تابش گسیلیده به وسیله این نوسانگر بلافاصله بعد از گسیل لزوماً باید $h\nu$ یا مضربی از آن باشد. هرچند که، اگر الکترونیامیک کلاسیک برقرار می‌بود، پالس موجی که این انرژی را حمل می‌کند می‌تواند به هنگام پراکنده شدن از یک مانع شکافته شود، و بنابراین بسته‌های انرژی تابشی هیچ دوامی ندارند. عصاره پیشنهاد اینشتین این است که بسته‌های انرژی تابشی دائمی اند؛ آنها از همان لحظه‌ای که گسیل می‌شوند تا لحظه‌ای که جذب می‌شوند، بدون آنکه هرگز دستخوش شکافتگی شوند، هویت خود را حفظ می‌کنند. از دیدگاه مدرن، اصول کوانتس پلانک و اینشتین هردو صحیحند: نوسانگرها (یا اتمها)ی موجود در دیواره، انرژی کوانتیده دارند، و تابش در کاواک متشکل از فوتونهای کوانتیده است.

اینشتین بلافاصله پی برد که این مفهوم فوتون کلید تبیین اثر فوتوالکتریک، که معمائی را در برابر فیزیکدانان کلاسیک قرار داده است، در اختیار دارد. هرتز، در طی آزمایشهای اولیه در زمینه ایجاد امواج رادیویی به وسیله جرعه‌های ناشی از تخلیه الکتریکی، پی برده بود که تاباندن نور بر یک الکتروند تشکیل جرعه‌ها را تسهیل می‌کند. در آزمایشهای دقیقی که بعداً پ. لنارد* به عمل آورد، ثابت شد که برخورد نور با الکتروند می‌تواند الکترونها را از آن خارج کند. این الکترونها با انرژی جنبشی بیرون می‌آیند که به طور خطی با بسامد نور افزایش می‌یابد.

در شکل ۶-۳ نموداری طرحواره از دستگاهی را مشاهده می‌کنید که بعداً میلیکان آن را برای تحقیق در خصوص اثر فوتوالکتریک تکمیل کرد. نور تکفام یک لامپ بر الکترودی از جنس فلز (C)، که در داخل یک حباب شیشه‌ای تخلیه شده قرار داده شده، می‌تابد. الکترونهای خارج شده از این الکتروند به طرف الکتروند گردآورنده (A) می‌روند و سپس در مدار خارجی جریان پیدا می‌کنند، و یک جریان الکتریکی به وجود می‌آورند. این جریان الکتریکی را یک گالوانومتر (G) آشکار می‌کند. انرژی جنبشی فوتوالکترونهای خارج شده از الکتروند را می‌شود با اعمال یک اختلاف پتانسیل بین الکتروندهای گسیلنده و گردآور تعیین کرد؛ این کار به وسیله یک منبع نیروی محرکه الکتریکی (V) قابل تنظیم انجام می‌پذیرد. اگر قطبها مطابق شکل باشند، پتانسیل گردآور نسبت به گسیلنده منفی است؛ بدینسان، گردآور نیرویی رانشی بر فوتوالکترونها وارد می‌آورد. اگر انرژی پتانسیل



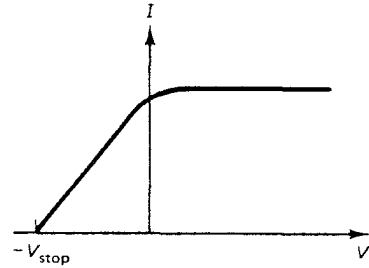
شکل ۶-۳ نمودار طرحواره دستگاهی که برای تحقیق در خصوص اثر فوتوالکتریک به کار رفت. نور تابیده از لامپ الکترونها را از الکتروند گسیلنده C (کاتود) می‌کند، و این الکترونها به الکتروند گردآور (آنود) می‌روند.

* فیلیپ ادوارد آنتون فون لنارد (Philipp Eduard Anton von Lenard)، فیزیکدان تجربی آلمانی، استاد دانشگاه هایدلبرگ، به خاطر کارهایش در زمینه پرتوهای کاتودی، جایزه نوبل ۱۹۰۵ را دریافت کرد. ۱۹۴۷ - ۱۹۴۲

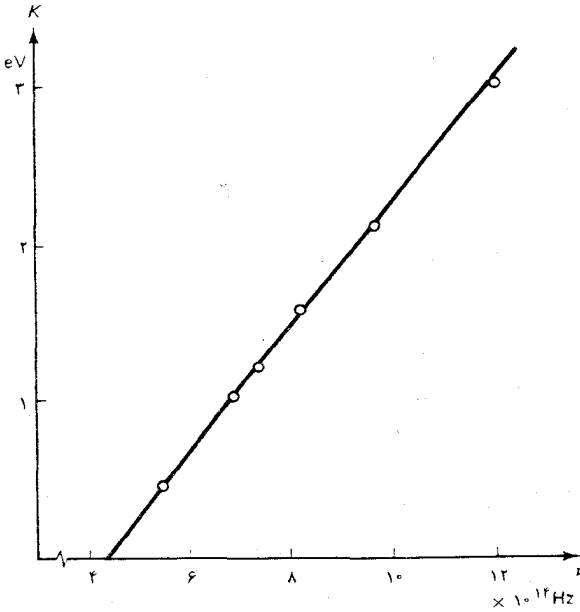
درگردآور با انرژی جنبشی اولیه فوتوالکترونها برابر باشد یا از آنها بیشتر شود، در این صورت جریان این الکترونها متوقف خواهد شد؛ پتانسیل متناظر با این پتانسیل را پتانسیل بازدارنده می‌گویند (شکل ۷.۳). مقدار اندازه‌گیری شده این پتانسیل بازدارنده انرژی جنبشی الکترونها خارج شده از الکتروود را به دست می‌دهد:

$$K = e|V_{\text{stop}}| \quad (26)$$

به کمک آزمایش، پی بردند که انرژی جنبشی تعیین شده از این راه با بسامد نور فرودی به طور خطی زیاد می‌شود اما اصلاً به شدت نور بستگی ندارد. مثلاً، در شکل ۸.۳ منحنی انرژی جنبشی را بر حسب بسامد نور برای فوتوالکترونها می‌مشاهده می‌کنید که از سدیم خارج شده‌اند. توجه کنید که به ازای بسامدی برابر با $4.74 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ، انرژی جنبشی صفر است؛ در بسامدهای کمتر، نور نمی‌تواند الکترونها را از الکتروود بکند. این بسامد بحرانی را بسامد آستانه سدیم می‌گوییم.



شکل ۷.۳ جریان فوتوالکتریک به صورت تابع اختلاف پتانسیل بین گسیلنده و گردآور. اگر گردآور منفی باشد و اختلاف پتانسیل از V_{stop} تجاوز کند، جریان صفر است.



شکل ۸.۳ انرژی جنبشی (بر حسب eV) فوتوالکترونها که شده از سدیم بر حسب بسامد نور فرودی.

نظریه موجی کلاسیک نور در توجیه این جنبه‌های اثر فوتوالکتریک عاجز می‌ماند. بنا بر نظریه موجی، عامل اصلی که خروج فوتوالکترون را تعیین می‌کند باید شدت نور باشد. اگر یک موج الکترومغناطیسی شدید به یک الکترون برخورد کند، می‌تواند آن را، بدون توجه به بسامد موج، برای شل کردن پیوند آن با فلز، تکان تکان بدهد. به علاوه، انرژی جنبشی الکترون کنده شده باید تابعی از شدت موج باشد. شواهد مبتنی بر مشاهده، این پیش‌بینی‌های نظریه موجی را نقض

* منظور از V_{stop} ، پتانسیل بازدارنده است.

می‌کند: موجی با بسامدی کمتر از بسامد آستانه، شدتش هرچه باشد، هرگز الکترونی را نمی‌کند. و به علاوه، انرژی جنبشی به بسامد وابسته است، و نه به شدت؛ نور با شدت زیاد تعداد بیشتری فوتو الکترون را جدا می‌کند، اما به الکترونهای منفرد انرژی جنبشی بیشتری نمی‌دهد.

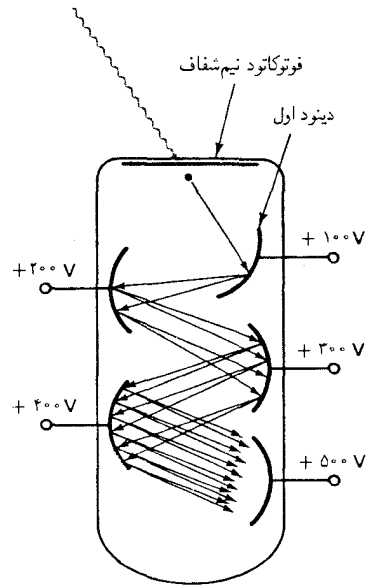
نظریه کوانتومی نور اینشتین چگونه جنبه‌های اثر فوتوالکتریک را توجیه می‌کند؟ الکترونهای الکترودهایی که در معرض تابشند فوتونها را، یکی یکی، جذب می‌کنند. وقتی یک الکترون یک فوتون جذب می‌کند، انرژی $h\nu$ را به دست می‌آورد. اما پیش از آنکه این الکترون بتواند از الکتروود خارج شود، باید بر نیروهای بازدارنده‌ای که آن را در داخل فلز الکتروود مقید می‌کنند، فائق آید. انرژی مورد نیاز برای این کار را تابع کار فلز می‌گویند و با ϕ نشان می‌دهند. در این صورت انرژی جنبشی الکترونی که بیرون می‌آید عبارت است از اختلاف بین $h\nu$ و ϕ .

$$K = h\nu - \phi \quad (27)$$

برخی الکترونها پیش از خارج شدن از فلز، در خلال برخورد هایشان متحمل اتلاف انرژی بیشتری می‌شوند. بدینسان، عبارت (۲۷) عملاً مقدار بیشینه انرژی جنبشی را به دست می‌دهد که الکترونها با آن می‌توانند خارج شوند؛ این بیشینه انرژی جنبشی کمیتی است که به تجربه مربوط می‌شود؛ اندازه‌گیری مربوط به پتانسیل بازدارنده این کمیت را به دست می‌دهد. عبارت (۲۷) همان معادله فوتوالکتریک اینشتین است. بنابر این معادله، انرژی جنبشی در واقع تابع فزاینده خطی از بسامد است، که با داده‌های شکل ۸-۳ تطبیق می‌کند. بنابر معادله (۲۷)، شیب خط راست شکل ۸-۳ باید با ثابت پلانک برابر باشد. توجه کنید که به ازای $h\nu = \phi$ ، انرژی جنبشی صفر است و نور، بدون توجه به شدتش، از کندن الکترونها عاجز می‌شود.

میلیکان با انجام یک رشته آزمایشهای بس دقیق، که در سال ۱۹۱۶ آنها را تکمیل کرد، درستی معادله فوتوالکتریک اینشتین را محقق کرد (داده‌های شکل ۸-۳ حاصل کارهای اوست). میلیکان به خاطر دستیابی به نتایج قابل اطمینان، به ضرورت اتخاذ احتیاطهای بسیار زیاد برای اجتناب از آلودگی سطح الکتروود حساس به نور، نیک پی برد. از آنجا که روی سطح فلزاتی که در معرض هوا قرار دارند به سرعت لایه‌ای از اکسید جمع می‌شود، وی روش هوشمندانه‌ای را برای تراشیدن سطح فلز هایش در خلأ ابداع کرد؛ این کار به وسیله تیغه‌ای که به طریق مغناطیسی به کار می‌افتاد انجام می‌شد. نتایج آزمایشهای میلیکان شواهد

تجربی قدرتمندی را برای نظریه کوانتومی نور اینشتین فراهم آورد. اثر فوتوالکتریک در وسیله‌های الکترونی حساس برای آشکارسازی نور، مانند تکثیرکننده‌های فوتون، دوربینهای تلویزیون، ابزار جفت‌کننده بار، و غیره، کاربردهای عملی فراوانی دارد. مثلاً، در لامپ تکثیرکننده فوتون، یک فوتون فرودی یک الکترون را از الکتروود می‌کند؛ این الکترون به سوی الکتروود دیگر، یا دی‌نود، شتاب پیدا می‌کند (شکل ۳-۹)، که در اینجا برخورد آن چندین الکترون ثانویه را می‌کند؛ این الکترونها به سوی الکتروود سوئی شتاب می‌گیرند، که برخوردشان کنده شدن الکترونهای سوئی را باعث می‌شود، و به همین ترتیب الی آخر. نتیجه عبارت است از اینکه هر الکترون ناشی از الکتروود اولی بهمینی از الکترونها تولید می‌کند. در یک لامپ تکثیرکننده فوتون با بهره بالا، پالسی از 10^9 الکترون از آخرین الکتروود بیرون می‌آید، یک پالس جریان قابل اندازه‌گیری را به مدار خارجی می‌رساند. بدینسان، لامپ تکثیرکننده فوتون می‌تواند ورود فوتونهای منفرد را آشکارسازی کند. برخی از دوربینهای تلویزیونی حساس، مانند اورتیکون* تصویر، برای تبدیل یک تک فوتون ورودی در یک پیش‌صفحه حساس نسبت به نوره به یک پالس جریان قابل اندازه‌گیری، بر همین اصل چندبرابرسازی متکی است.



شکل ۹.۳ نمودار طرحواره یک لامپ تکثیرکننده فوتون. الکتروودهای ثانویه را دی‌نود می‌گویند. در این نمودار فرض شده است که هر الکترون که به یک دی‌نود برخورد می‌کند دو الکترون را رها می‌کند. پیکانها بهمین الکترونها را نشان می‌دهند.

مثال ۴. تابع کار مربوط به روی عبارت است از $6.78 \times 10^{-19} \text{ J}$. بسامد آستانه مربوط به گندن فوتوالکترونها از روی چیست؟

حل وقتی یک الکترون فوتونی با بسامد آستانه را جذب می‌کند، دقیقاً همانقدر انرژی دارد که برای غلبه بر نیروهایی که آن را در فلز نگه می‌دارند، کافی است، و با انرژی جنبشی صفر بیرون می‌آید. بنابر معادله (۲۷)، چنین نتیجه می‌شود

$$0 = h\nu - \phi \quad (28)$$

یا

$$\nu = \frac{\phi}{h} = \frac{6.78 \times 10^{-19} \text{ J}}{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}} = 1.0 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

* orthicon. نوعی دوربین تلویزیونی، که در آن بارهای واقع بر یک صفحه حساس نسبت به نور را توسط باریکه‌ای از الکترونهای کند مشاهده می‌کنند که باز می‌تابد و جریان سیگنال را به الکتروود خروجی می‌رساند. م.

۴.۳ اثر کامپتون

شواهد تجربی قطعی در مورد رفتار ذره مانند فوتونها را ۵.۰ کامپتون* در ۱۹۲۲، در طی پژوهشهایش در زمینه پراکندگی پرتوهای X به وسیله هدفهای گرافیتی کشف کرد. وقتی کامپتون گرافیت را با باریکه‌ای از پرتوهای تکفام X بمباران کرد، پی برد که پرتوهای پراکنده X با طول موجی خارج می‌شوند که تا اندازه‌ای نسبت به طول موج پرتوهای X فرودی بلندترند. مثلاً، پرتوهای X پراکنده تحت زاویه 90° طول موجشان در حدود 2.4×10^{-12} افزایش می‌یافت. اثر کامپتون با رفتار موج مانند کلاسیک پرتوهای X به طور کامل ناسازگار است. اگر پرتوهای X صرفاً امواج کلاسیک بودند، باید الکترونهاى داخل اتمهای هدف را با بسامدی مساوی با بسامد موج فرودی تکان می‌دادند. در این صورت، طول موج امواج پراکنده‌ای که الکترونها می‌تابانند باید با طول موج فرودی یکی باشد.

کامپتون به سرعت پی برد که تغییر طول موج مشاهده شده را می‌توان به صورت حاصل برخورد بین فوتونهای ذره مانند الکترونها تعبیر کرد. در چنین برخوردی، الکترون یک اتم کربن را می‌توان آزاد فرض کرد، زیرا انرژی قابل دسترس از فوتون خیلی بیشتر از انرژی پیوند الکترون در داخل اتم است. وقتی فوتون با الکترون برخورد می‌کند، الکترون پس می‌نشیند و به این وسیله مقداری از انرژی فوتون را می‌گیرد؛ برای فوتون پراکنده انرژی کمتری باقی می‌ماند. از آنجا که انرژی فوتون با طول موج نسبت عکس دارد ($E = h\nu = hc/\lambda$)، کاهش انرژی حاکی از افزایش طول موج است. از لحاظ کیفی، انتظار داریم که فوتونهایی که تحت زوایای بزرگتری پراکنده می‌شوند انرژی بیشتری بدهند و بنابراین با طول موج بلندتری خارج شوند. چنین افزایش طول موجی عملاً در اثر کامپتون مشاهده می‌شود.

جهت ارائه یک بحث کمی درباره برخورد فوتون - الکترون، به عبارتی برای تکانه فوتون نیازمندیم. می‌دانیم که هر موج الکترومغناطیسی با انرژی E تکانه $p = \frac{E}{c}$ را حمل می‌کند [بنگرید به معادله (۱۴۳-۱)]. اگر این انرژی از آن یک

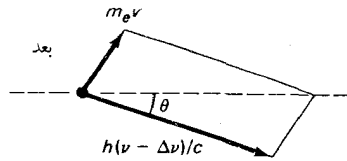
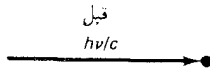
* ارتور هالی کامپتون (Arthur Holly Compton)، ۱۸۹۲-۱۹۶۲، فیزیکدان امریکایی، استاد دانشگاه شیکاگو و رئیس دانشگاه واشنگتن. به خاطر کشف اثر کامپتون جایزه نوبل سال ۱۹۲۷ به وی تعلق گرفت. در طی جنگ، یکی از رهبران پروژه مانهاتن بود.

تک فوتون باشد، $E = h\nu$ ، در این صورت تکانه عبارت است از

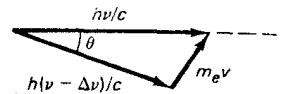
$$p = \frac{h\nu}{c} \quad (۲۹)$$

قبل از برخورد، الکترون ساکن است و فوتون بسامد ν و تکانه $h\nu/c$ را دارد. در طی برخورد، الکترون با تکانه $m_e v$ پس می‌نشیند، و فوتون تحت زاویه‌ای با بسامد کاهش یافته $\nu - \Delta\nu$ و تکانه $h(\nu - \Delta\nu)/c$ منحرف می‌شود. در شکل ۱۰.۳ (الف) بردار تکانه اولیه فوتون، و بردارهای تکانه نهایی الکترون و فوتون را مشاهده می‌کنید. بنا بر پایداری تکانه باید مجموع دو بردار تکانه نهایی برابر بردار تکانه اولیه باشد؛ بنابراین، این سه بردار تکانه یک مثلث تشکیل می‌دهند (شکل ۱۰.۳ ب). اگر قانون کسینوسها را در خصوص این مثلث به کار بندیم، می‌رسیم به:

$$(m_e v)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left[\frac{h(\nu - \Delta\nu)}{c}\right]^2 - \frac{2h\nu}{c} \frac{h(\nu - \Delta\nu)}{c} \cos\theta \quad (۳۰)$$



(الف)



(ب)

یا

$$(m_e v)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 \left[1 + \left(1 - \frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^2 - 2\left(1 - \frac{\Delta\nu}{\nu}\right) \cos\theta \right] \quad (۳۱)$$

$$= \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 \left[2 - 2\frac{\Delta\nu}{\nu} + \left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^2 - 2\left(1 - \frac{\Delta\nu}{\nu}\right) \cos\theta \right] \quad (۳۲)$$

با چشم پوشی از جمله $\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^2$ ، که در مقایسه با $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ کوچک است، می‌توانیم عبارت بالا را به این ترتیب بازنویسی کنیم

$$\frac{1}{2} m_e v^2 \approx \frac{1}{m_e} \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 \left(1 - \frac{\Delta\nu}{\nu}\right) (1 - \cos\theta) \quad (۳۳)$$

شکل ۱۰.۳ (الف) بردار تکانه فوتون قبل از برخورد، و بردارهای تکانه فوتون و الکترون بعد از برخورد. قبل از برخورد تکانه فوتون $\frac{h\nu}{c}$ ، و الکترون در حال سکون است. بعد از برخورد، تکانه فوتون $\frac{h(\nu - \Delta\nu)}{c}$ ، و تکانه الکترون $m_e v$ است. (ب) مثلث بردارهای تکانه فوتون و الکترون.

بایستگی انرژی ایجاب می‌کند که انرژی جنبشی الکترون با انرژی اتلافی به وسیله فوتون برابر باشد:

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = h \Delta \nu \quad (34)$$

از ترکیب معادلات (۳۳) و (۳۴)، می‌رسیم به

$$\Delta \nu = \frac{h \nu^2}{m_e c^2} \left(1 - \frac{\Delta \nu}{\nu} \right) (1 - \cos \theta) \quad (35)$$

یا

$$\frac{c \Delta \nu}{\nu(\nu - \Delta \nu)} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (36)$$

پس از قدری بازآرایی این معادله، پی می‌بریم که عبارت سمت چپ آن صرفاً تغییر طول موج است،

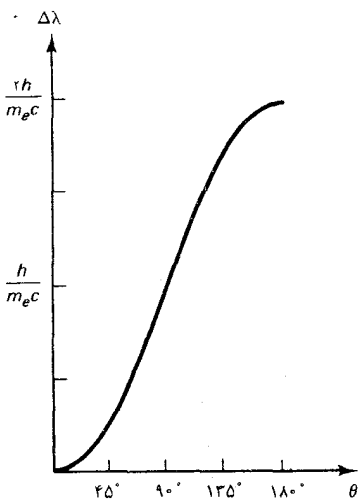
$$\frac{c \Delta \nu}{\nu(\nu - \Delta \nu)} = \frac{c}{\nu - \Delta \nu} - \frac{c}{\nu} = (\lambda + \Delta \lambda) - \lambda = \Delta \lambda \quad (37)$$

در اینجا در نظر گرفته‌ایم که کاهش در بسامد $(\nu - \Delta \nu)$ سبب افزایش طول موج $(\lambda + \Delta \lambda)$ است. از اینرو، به نتیجه زیر برای تغییر طول موج فوتون به صورت تابعی از زاویه انحراف می‌رسیم:

$$\Delta \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (38)$$

در محاسبه بالا به طور ضمنی فرض کرده‌ایم که حرکت الکترون نانسبتی است یعنی $c \ll v_e$ ؛ اما، معلوم می‌شود که حتی در صورتی که حرکت نسبتی هم باشد، نتیجه (۳۸) همچنان برقرار باقی می‌ماند [در واقع، محاسبه نسبتی نشان می‌دهد که معادله (۳۸) دقیق است].

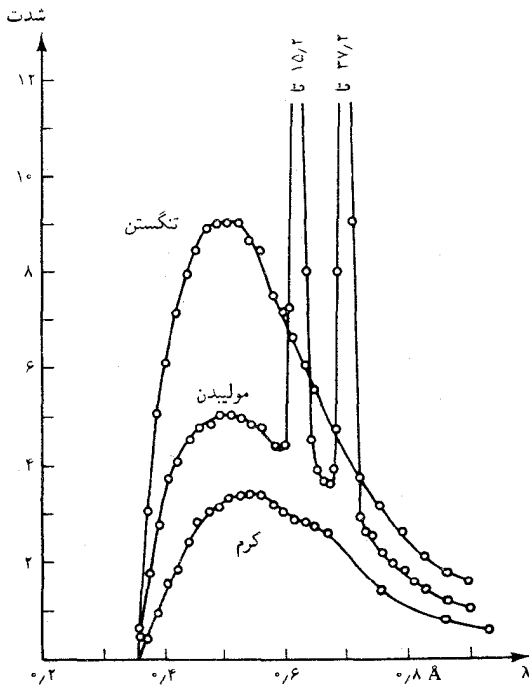
در شکل ۱۱.۳ منحنی تغییرات $\Delta \lambda$ را بر حسب تابعی از θ مشاهده می‌کنید. به ازای $\theta = 180^\circ$ (برخورد رودر رو)، تغییر طول موج به حداکثر مقدارش می‌رسد: $\Delta \lambda = \frac{2h}{m_e c} = 0.485 \text{ \AA}$ ؛ اما حتی این حداکثر هم خیلی کوچک است. بدینسان، برای پرتوهای X با طول موج متوسط، حداکثر مقدار تغییر طول موج فقط به چند درصد طول موج می‌رسد. مثلاً، کامپتون در آزمایش‌های خود از پرتوهای X با طول موج $\lambda = 0.71 \text{ \AA}$ استفاده کرد؛ بدینسان حداکثر تغییر طول موج به حدود ۷٪ مقدار طول موج رسید.



شکل ۱۱.۳ تغییر طول موج فوتون، به صورت تابعی از زاویه انحراف.

سازگاری بسیار خوب میان پیش بینی نظری (۲۸) و نتایج تجربی مؤید این حکم است که برخورد بین یک فوتون و یک الکترون شبیه برخورد بین دو ذره است. به این ترتیب اثر کامپتون اثبات روشن و صریح وجود کوانتومهای ذره مانند را در نور فراهم می آورد.

آثار کوانتومی در تولید پرتوهای X نیز نقشی تعیین کننده بازی می کنند. این پرتوها شکلی از نور با طول موج بسیار کوتاه، در گستره 0.1 \AA تا 100 \AA ، به شمار می آیند. به طوری که از بخش 70.1 می دانیم، این پرتوها به آسانی از طریق بمباران هدف، که معمولاً تکه کوچکی از فلزات، به وسیله الکترونهای بسیار سریع، تولید می شوند. الکترونها در اصابت با هدف، در برخورد با اتمهای آن، دستخوش افت ناگهانی شتاب می شوند. بنابر نظریه الکترو دینامیک کلاسیک، انتظار می رود که الکترونها در خلال این افت شتاب، تابش الکترومغناطیسی بالابسامد گسیل کنند. پرتوهای X ایجاد شده از طریق این مکانیسم را تابش ترمزی* می گویند. در شکل ۱۲.۳ طیف های پرتوهای X تولید شده به وسیله الکترونهای 35 keV را

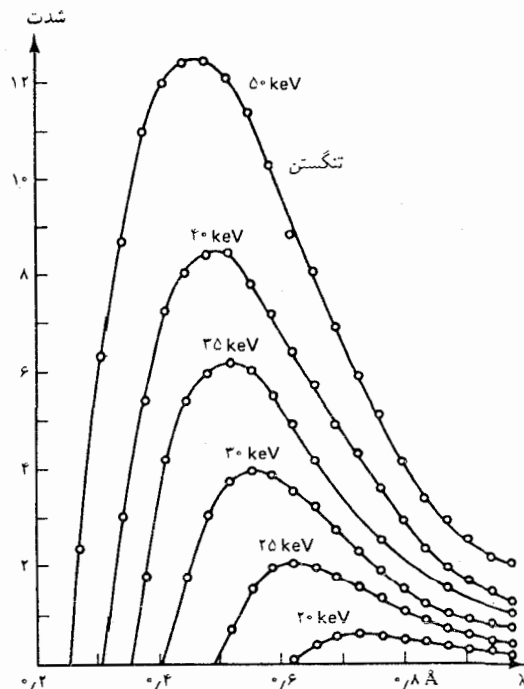


شکل ۱۲.۳ طیفهای پرتوهای X که از فرود الکترونهای 35 keV بر هدفهای تنگستن، مولیبدن، و کرم ایجاد می شوند.

مشاهده می کنید که بر هدفهای تنگستن، مولیبدن، و کرم فرود می آیند. هریک از منحنیهای طیفی پیوسته صاف در این شکل نشانگر تابش ترمزی است. علاوه بر

طیف پیوسته، هر یک از مواد هدف مجموعه گسسته‌ای از سرنیزه‌های تیز شدت را در یک دسته از طول موجهای مشخصه آن ماده نشان می‌دهد. در شکل ۱۲.۳ دو تا از این سرنیزه‌های تیز را برای مورد مولیبدن مشاهده می‌کنید. (سرنیزه‌های تیز مربوط به تنگستن و کرم در خارج از گستره طول موجهایی واقعند که شکل ۱۲.۳ در بر گرفته است). این سرنیزه‌های تیز، طیف یا طیف مشخصه ماده هدف را تشکیل می‌دهند. خطوط طیفی گسسته ناشی از تابشی اندک به وسیله اتمهای ماده هدف که بر اثر برخورد های الکترونی تحریک شده‌اند، گسیل می‌شوند. فعلاً طیف خطی را نادیده می‌گیریم و طیف پیوسته تابش ترمزی را مورد توجه قرار می‌دهیم.

یکی از جلوه‌های قابل توجه در طیف تابش ترمزی این است که به ازای هر انرژی مفروض الکترون، یک طول موج قطع، یعنی یک حد اقل طول موج، وجود دارد که پایینتر از آن دیگر هیچ تابشی گسیل نمی‌شود (شکل ۱۳.۳). این حد اقل طول موج را حد دوان - هونت می‌گویند؛ این طول موج قطع با انرژی



شکل ۱۳.۳ طیفهای پرتوهای X گسیلیده ناشی از فرود الکترونها با انرژیهای گوناگون، بر هدفی از جنس تنگستن.

الکترون نسبت عکس دارد. مثلاً، در شکل ۱۳.۳ مشاهده می‌کنیم که به ازای $\lambda_{cut} = 0.72 \text{ \AA}$, $K = 20 \text{ keV}$ و به ازای $\lambda_{cut} = 0.31 \text{ \AA}$, $K = 40 \text{ keV}$

* λ_{cut} نشانه طول موج قطع است.

این جلوه طیفها را به آسانی می شود بر حسب کوانتومهای نور توضیح داد. گسیل پرتوهای X به وسیله الکترونی که شتابش کاسته می شود علی الاصول وارونه اثر فوتوالکتریک است؛ الکترون به جای جذب فوتون و کسب انرژی، فوتون (یا فوتونهایی) گسیل می کند و انرژی از دست می دهد. طول موج قطع در طیف تابش ترمزی با تبدیل تمامی انرژی جنبشی یک الکترون به یک تک فوتون متناظر است. در این صورت، بسامد این فوتون چنین به دست می آید

$$h\nu_{\text{cut}} = K \quad (39)$$

یا

$$\nu_{\text{cut}} = \frac{K}{h} \quad (40)$$

و

$$\lambda_{\text{cut}} = \frac{hc}{K} \quad (41)$$

مثلاً، اگر $K = 20 \text{ keV} = 3.2 \times 10^{-15} \text{ J}$ ، پس

$$\lambda_{\text{cut}} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \times 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{3.2 \times 10^{-15} \text{ J}} = 0.62 \text{ \AA}$$

که با نتیجه آزمایش که در بالا ذکر شد، تطبیق می کند.

توجه داشته باشید که بسامد قطع به جنس هدف بستگی ندارد؛ این کمیت فقط به انرژی جنبشی الکترونها بستگی دارد. به بیان دقیق، این عدم وابستگی حاصل تقریبی است که از نادیده انگاشتن تابع کار ϕ در معادله (۳۹) ناشی می شود. اگر بخواهیم این مسئله را دقیقتر بررسی کنیم، باید ϕ را در معادله (۳۹) بگنجانیم؛ دقیقاً به همان ترتیبی که در مورد معادله (۲۷) عمل کردیم. اما، در محاسبه بسامد مقدار چند eV مربوط به ϕ در مقایسه با مقدار K که چندین هزار eV است، کاملاً قابل چشم پوشی است.

توجه کنید که اگر نظریه الکتروینامیک کلاسیک در مورد تولید پرتوهای X معتبر بود، در طیف هیچگونه قطع تیزی وجود نداشت. در عوض، افت شدید شتاب الکترونها در برخورد با آنها سبب ایجاد تابش با طیفی که تا بسامدهای خیلی زیاد بسط پیدا می کند، می شود و با میل کردن بسامد به بینهایت، به تدریج و به طور صاف و همواری از بین می رود؛ درست مانند تصادف، مثلاً دو توپبیل، که صدای بنگی پدید می آید که طیف آن تا بسامدهای صوتی خیلی بالا هم بسط پیدا می کند.

۳.۵ تضعیف پرتوهای X

رونتگن و سایر پژوهشگران متقدم این رشته تحت تأثیر قدرت نفوذ پرتوهای X قرار گرفتند. باریکه‌های پرتوهای X می‌توانند از مواد کدر در برابر نور، مانند کاغذ، ورقه‌های نازک فلز، یا بافتهای آدمی، عبور کنند. اما، تمام مواد پرتوهای X را تا حدودی تضعیف می‌کنند؛ به عنوان یک قاعده کلی، تضعیف با چگالی ماده افزایش پیدا می‌کند. عکس پرتو X از دست راکه در شکل ۱-۲۸ مشاهده کردیم، یکی از نخستین عکسهایی است که رونتگن گرفته است، این عکس، وابستگی تضعیف به چگالی را نشان می‌دهد؛ استخوانهای چگال پرتوهای X را شدیداً تضعیف می‌کنند و سایه تاریکی روی عکس می‌اندازند، در حالیکه بافتهای نرم اطراف استخوان پرتوهای X را خیلی کم تضعیف می‌کنند.

اثر فوتوالکتریک و اثر کامپتون نقشی اساسی در تضعیف باریکه پرتوهای X به وسیله یک لایه از ماده بازی می‌کنند. وقتی فوتونهای پرتو X با الکترونهای ماده مواجه می‌شوند، آنها را از ماده جدا کرده و فوتوالکترونها را ایجاد می‌کنند و فوتوالکترونها در برخورد های کامپتون دخالت می‌کنند. هر فوتونی که یک فوتوالکترون تولید می‌کند تمام انرژی را از دست می‌دهد، یعنی ناپدید می‌شود. هر فوتونی که در برخورد کامپتون دخیل است بخشی از انرژی را از دست می‌دهد و، به علاوه، به اطراف منحرف می‌شود. فرض می‌کنیم که باریکه نسبتاً باریک است، به طوری که هر فوتون منحرف شده‌ای عملاً از باریکه جدا شده است*. بدینسان، هم اثر فوتوالکتریک و هم اثر کامپتون به کاهش شدت باریکه منجر خواهند شد. به علاوه، اگر انرژی فوتونها به اندازه کافی زیاد باشد، مکانیسم تضعیف دیگری پای بر صحنه می‌گذارد: یک فوتون پراثری در برخورد با یک هسته اتمی می‌تواند یک زوج الکترون-پادالکترون پدید آورد. در این واکنش فوتون با تحویل تمامی انرژی به الکترون و پادالکترون ناپدید می‌شود. حداقل انرژی مورد نیاز فوتون برای اینکه ایجاد این زوج را میسر کند، عبارت است از مجموع انرژیهای جرم سکون الکترون و پادالکترون، یعنی، $m_e c^2 + m_e c^2$ ، یا

* فوتونهای منحرف شده در تضعیف باریکه سهیم‌اند، اما به همان نسبت در جذب انرژی به وسیله ماده سهیم نیستند، زیرا این فوتونها (فوراً) انرژی خود را در ماده تخلیه نمی‌کنند. بدینسان لازم است که بین تضعیف و جذب تمایز قائل شویم. در این بخش ما فقط با تضعیف سروکار داریم زیرا این تضعیف است که به آزمایشهای ساده با باریکه‌های باریک مربوط می‌شود. شدت این باریکه‌ها با آشکارسازهایی اندازه‌گیری می‌شود که مستقیماً در باریکه قرار داده می‌شوند.

1.02 MeV . ایجاد زوج مکانیسم غالب تضعیف برای فوتونهای پرانرژی به شمار می آید، در حالیکه اثر فوتوالکتریک در انرژیهای کم غالب است، و اثر کامپتون در انرژیهای متوسط.

بدون توجه به مکانیسم تضعیف، خارج شدن فوتونها از یک باریکه پرتوهای X یک فرایند احتمالاتی است: در داخل یک لایه مفروض از ماده به ضخامت dx ، احتمال دارد که هریک از فوتونها بر اثر برخورد با یک الکترون جذب باریکه شود، یا از آن منحرف گردد و به این ترتیب کاهش تعداد فوتونها در باریکه، dN ، با تعداد فوتونها، N ، ضرب در تعداد الکترونها متناسب است. با در نظر گرفتن اینکه تعداد الکترونها در لایه ماده با ضخامت، dx ، متناسب است، ملاحظه می کنیم که

$$dN = -\mu N dx \quad (42)$$

که در آن μ ثابت تناسب است، و ضریب تضعیف خطی نامیده می شود. ضریب تضعیف به انرژی فوتون بستگی دارد. در نتیجه، برای پیگیری محاسباتمان، ناگزیر خواهیم بود فرض کنیم که باریکه تکفام است، و از فوتونهایی با انرژی مساوی تشکیل می شود، به طوری که ضریب تضعیف مقدار منحصر به فردی دارد. اگر باریکه تکفام نباشد، آنگاه هریک از مؤلفه های تکفام در این باریکه را باید به طور مجزا مورد مطالعه قرار داد. از آنجا که شدت یک باریکه تکفام با تعداد فوتونها متناسب است، معادله (۴۲) فوراً به معادله ای برای کاهش شدت تبدیل می شود:

$$dI = -\mu I dx \quad (43)$$

می توانیم این معادله را به قرار زیر بازنویسی کنیم

$$\frac{dI}{I} = -\mu dx \quad (44)$$

پس از انتگرال گیری، می رسمیم به

$$\ln I - \ln I_0 = -\mu x \quad (45)$$

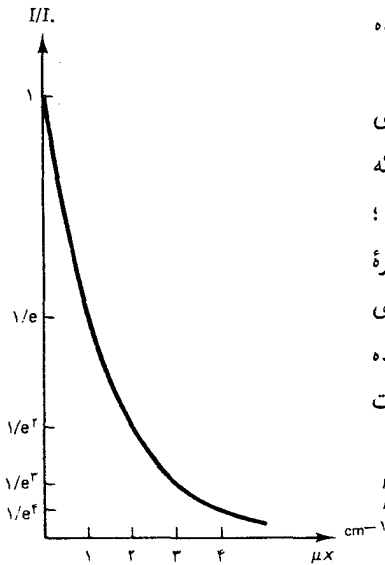
که $\ln I_0$ ثابت انتگرال گیری است، و چنان برگزیده شده که I_0 شدت در $x = 0$ باشد. از تأثیر تابع نمایی روی دو طرف معادله (۴۵)، به دست می آوریم

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (46)$$

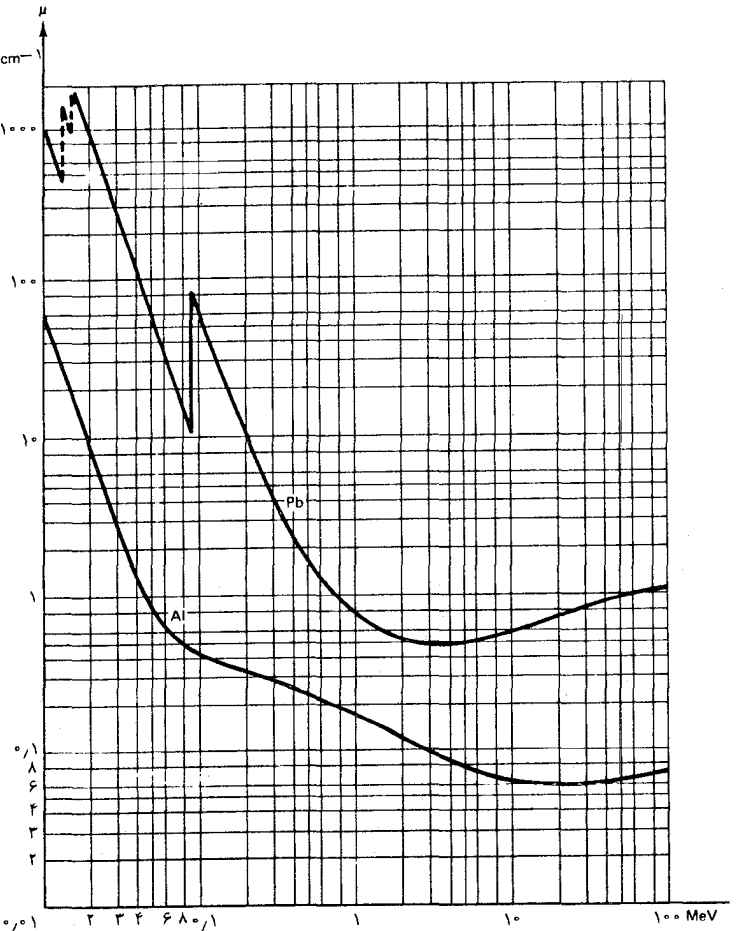
از اینرو، همچنانکه باریکه به داخل ماده نفوذ می کند، شدت آن به طور نمایی

کاهش می‌یابد (شکل ۱۴.۳). توجه کنید که به ازای $x = \frac{1}{\mu}$ ، شدت باقیمانده عبارت است از $1/e$ شدت اولیه.

در شکل ۱۵.۳ وابستگی ضریب تضعیف خطی مربوط به باریکه پرتوهای X را که به داخل سرب نفوذ می‌کنند، به انرژی مشاهده می‌کنید. برای فوتونهایی که انرژی آنها بالاتر از 4 MeV باشد تضعیف عمدتاً ناشی از آفرینش زوج است؛ کمتر از 1 MeV ، تضعیف عمدتاً از اثر فوتوالکتریک ناشی می‌شود؛ و در گستره میانی (متوسط)، این کمیت به طور عمده حاصل اثر کامپتون است. قله‌های تیز در ضریب تضعیف در 0.709 MeV و در 0.105 MeV لبه‌های K و L نامیده می‌شوند. این قله‌ها ناشی از جذب تشدید فوتونها به وسیله الکترونی‌هایی که گرد هسته اتمهای سرب می‌چرخند.



شکل ۱۴.۳ شدت به صورت تابعی از نفوذ.



شکل ۱۵.۳ ضریب تضعیف خطی مربوط به سرب و آلومینیم به صورت تابعی از انرژی فوتون.

در شکل ۱۵.۳ همچنین وابستگی ضریب تضعیف خطی مربوط به

آلومینیم را به انرژی مشاهده می‌کنید. تضعیف در آلومینیم نسبت به تضعیف در سرب کمتر است. به طور کلی، می‌توانیم تضعیف کمتر در آلومینیم را به چگالی کمتر نسبت دهیم؛ تعداد الکترونها در واحد حجم آلومینیم از تعداد آنها در سرب کمتر است، و از اینرو احتمال کمتری وجود دارد که در یک ضخامت مفروض از ماده یک فوتون با یک الکترون برخورد کند. ولی، تفاوت‌های تفصیلی بین شکل منحنیهای نمایش یافته در ۱۵۰۳ باید مربوط به تفاوت بین آرایشهای الکترونی در اتمهای آلومینیم و سرب باشد.

مثال ۵. چه ضخامتی از سرب باریکه‌ای از پرتوهای X با انرژی ۰٫۴ MeV را با یک مضرب ۲ تضعیف می‌کند؟

حل از معادله (۴۶)، داریم

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\mu x$$

به ازای $\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}$ ، می‌رسیم به

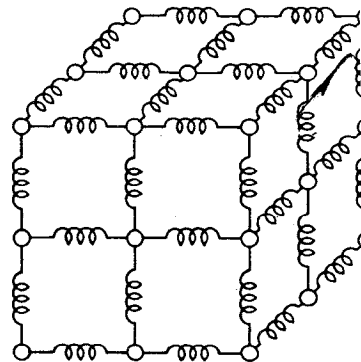
$$x = -\frac{1}{\mu} \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad (47)$$

بنابر شکل ۱۵۰۳، ضریب تضعیف خطی در ۰٫۴ MeV عبارت است از ۲٫۳/cm. بدینسان،

$$\blacksquare \quad x = -\frac{1}{2.3/\text{cm}} \ln\left(\frac{1}{2}\right) = 0.30 \text{ cm}$$

۳.۶ گرمای ویژه جامدات

اصل موضوع کوانتتش همچنین توانست برای یک معمای قدیمی در ارتباط با گرمای ویژه جامدات بلورین توضیحی نظری ارائه دهد. در دمای بالا، گرمای ویژه تمام جامدات بلورین در حدود ۶ cal/K برمول است، یعنی هر مول آنها برای افزایش دما به اندازه ۱K نیاز به ۶ کالری گرما دارد. این عمومیت که در مورد گرمای ویژه مشاهده شده است، قانون دولون و پتی نام دارد، و به کمک قضیه تقسیم مساوی انرژی به آسانی می‌شود آن را توضیح داد. اتمها در یک جامد را می‌توان به صورت ذراتی انگاشت که نیروهای نوسانگر هماهنگ با «فترهایی» آنها را در جای خود نگه می‌دارد (بنگرید به شکل ۱۶۰۳). این فترها نوسان اتم را حول وضعیت تعادلش میسر می‌کنند، اما آن را از اینسو و آنسورفتن به فواصل



شکل ۱۶.۳ مدل طرحواره یک جامد بلورین. اتمها به وسیله فترها در وضعیت خود نگه داشته می‌شوند.

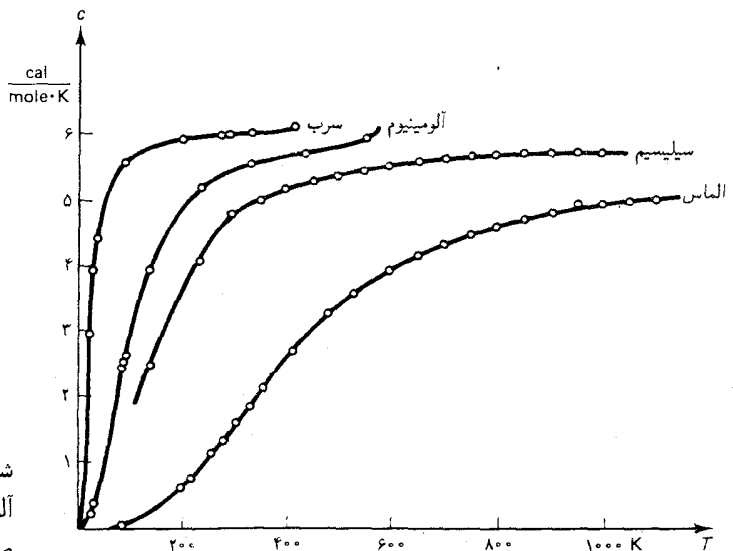
خیلی دور باز می‌دارند. به این ترتیب، هر اتم شبیه یک نوسانگر هماهنگ ساده سه بعدی عمل می‌کند. انرژی گرمایی ذخیره شده در جامد صرفاً همان انرژی حرکت گرمایی کاتوره‌ای اتمهاست. بنا بر قضیه تقسیم مساوی انرژی (مثال ۶۰۱ را ببینید)، میانگین انرژی گرمایی هر اتم برابر است با $3kT$. به این ترتیب، انرژی گرمایی هر مول عبارت است از $3kN_A T$. پس گرمای ویژه به این قرار است

$$c = \frac{dE}{dT} = 3kN_A = 3 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \times 6.02 \times 10^{23} \quad (48)$$

$$= 24.9 \text{ J/K}$$

$$= 5.94 \text{ cal/K} \quad (49)$$

متأسفانه، این توافق کامل میان مشاهده و نظریه کلاسیک، در صورتی که دما بالا نباشد، از بین می‌رود. بنا بر مشاهدات، در دمای اطاق و دماهای کمتر، گرمای ویژه جامدات بلورین یک ثابت عمومی نیست. مثلاً، در شکل ۱۷.۳ منحنی گرمای ویژه چند ماده را به صورت تابعی از دما مشاهده می‌کنید. در تمام این مواد، گرمای ویژه در دمای بالا به طور مجانبی به حدود 6 cal/(K.mole) نزدیک می‌شود. اما در دمای کم، گرمای ویژه کاهش می‌یابد تا به صفر نزدیک شود؛ که با نتیجه (۴۹) مستخرج از تقسیم مساوی انرژی کلاسیکی، کاملاً در تناقض است.

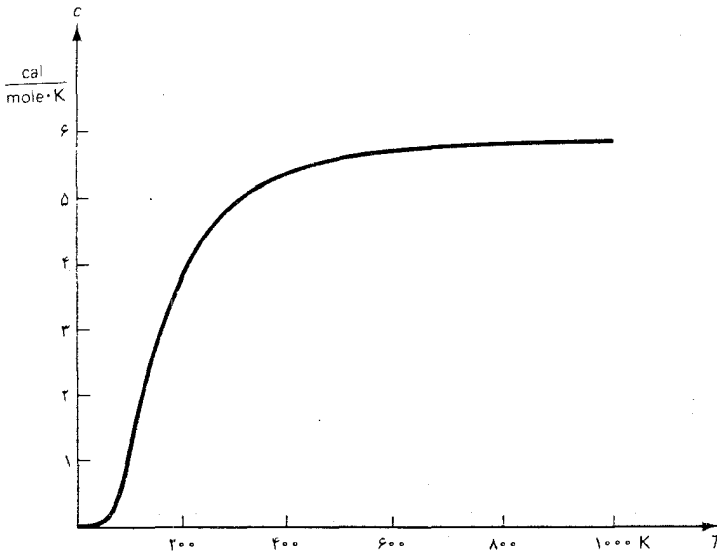


شکل ۱۷.۳ گرمای ویژه سرب، آلومینیوم، سیلیسیم، و الماس به صورت تابعی از دما.

ایشستین در سال ۱۹۰۷ این معما را حل کرد. او آنها را به صورت نوسانگرهای هماهنگ سه بعدی، با انرژیهای کوانتیده، در نظر گرفت. همان طور که در بخش ۲ دیدیم، میانگین انرژی گرمایی نوسانگر هماهنگ یک بعدی کوانتیده عبارت است از $h\nu/(e^{h\nu/kT} - 1)$. نوسانگر هماهنگ سه بعدی را می شود متشکل از سه نوسانگر یک بعدی مستقل انگاشت. به این ترتیب، میانگین انرژی گرمایی آن عبارت است از $3h\nu N_A/(e^{h\nu/kT} - 1)$ ، و گرمای ویژه عبارت است از

$$c = \frac{dE}{dT} = 3kN_A \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \frac{e^{h\nu/kT}}{(e^{h\nu/kT} - 1)^2} \quad (50)$$

در شکل ۱۸.۳ منحنی تغییرات گرمای ویژه ای را مشاهده می کنید که از روی این



شکل ۱۸.۳ گرمای ویژه یک جامد بلورین مطابق فرمول اینشتین، با بسامد مفروض 1×10^{13} Hz. در دمای زیاد، گرمای ویژه به طور مجانبی به $3kN_A$ نزدیک می شود.

فرمول محاسبه شده است. این منحنی، به صورت تابعی از دما جنبه های کلی منحنیهای تجربی را نشان می دهد: در دمای زیاد c به $3kN_A$ نزدیک می شود، و در دمای کم c به صفر میل می کند. به این ترتیب، فرمول اینشتین برای گرمای ویژه با مشاهده انطباق کیفی دارد. از اینجا اثبات می شود کوانتس نه تنها یکی از جنبه های تابش جسم سیاه است، بلکه جنبه کلی دنیای میکروسکوپی هم به شمار می آید. چند سالی بعد، پ. دبلی* با در نظر گرفتن اینکه آنها در شبکه

* پیتر جوزف ویلهلم دبلی (Peter Joseph Wilhelm Debye)، ۱۸۸۴-۱۹۶۶. فیزیکدان هلندی، و بعداً آمریکایی، استاد دانشگاههای زوریخ، اوترخت، گوتینگن، لیزینگ، برلین، و کورنل. در سال ۱۹۳۶ به خاطر تحقیقاتش در زمینه ساختار مولکولی، به دریافت جایزه نوبل شیمی نائل آمد.

بلورین سیستمی از ذرات برهم‌کنش‌دار را تشکیل می‌دهند، و نه سیستمی از ذرات مستقل را، در فرمول اینشتین اصلاحاتی وارد کرد. با این اصلاحات، دبی توانست نظریه و مشاهده را به سازگاری کمتی برساند.

خلاصه فصل ۳

گسیلندگی طیفی جسم سیاه:

$$S_\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

قانون استفان - بولتزمن:

$$S = \sigma T^4 \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ watt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

قانون وین:

$$\nu_{\max} \propto T$$

کوانتس انرژی نوسانگر:

$$E = nh\nu \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

معادله فوتوالکتریک اینشتین:

$$K = h\nu - \phi$$

انرژی و تکانه فوتون:

$$E = h\nu \quad p = h\nu/c$$

تغییر طول موج فوتون (اثر کامپتون):

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

حدّ دوان - هونت:

$$\lambda_{\text{cut}} = \frac{hc}{K}$$

تضعیف پرتوهای X:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

قانون دولون - پتی : $c \simeq 6 \text{ (cal/K.mole)}$

مسائل

۱. دمای رشته تنگستن یک لامپ روشنایی (التهابی) معمولاً 3200 K است. در چه بسامدی گسیلندگی طیفی S_ν بیشینه است؟ فرض کنید رشته مانند یک جسم سیاه عمل می کند.
۲. رشته تنگستن یک لامپ روشنایی التهابی سیمی است به قطر 0.8 mm و طول 57 cm در دمای 3200 K . توانی که این رشته می تاباند چقدر است؟ فرض کنید که این رشته شبیه یک جسم سیاه عمل می کند.
۳. الف) نشان دهید که به ازای $1 \ll h\nu/kT$ ، قانون پلانک تقریب زیر را به دست می دهد

$$S_\nu \propto \nu^2 T$$

- ب) نشان دهید که به ازای $1 \gg h\nu/kT$ ، قانون پلانک این تقریب را به دست می دهد

$$S_\nu \propto \nu^2 e^{-h\nu/kT}$$

- این عبارت را قانون طیفی وین می گویند.
۴. فضای بین ستاره ای و بین ستاره ای از تابش «آتشین گوی» گرمایی با دمای 279 K پر شده است، که اثری است از مهیانگ در آغاز عالم. الف) در چه بسامدی چگالی انرژی طیفی u_ν بیشینه است؟ ب) توان فرودی ناشی از این تابش بر سطح زمین چقدر است؟
 ۵. شعاع ستاره شعرای شامی B را از روی داده های زیر تعیین کنید: شار نور ستاره ای که به ما می رسد $10^{-12} \text{ watt/m}^2$ ، 1.7×10^7 ، فاصله این ستاره 11 سال نوری، و دمای سطحی آن 6600 K است. فرض کنید این ستاره مانند جسم سیاه تابش می کند.
 ۶. در بالای جو زمین، شار نور خورشید بر واحد سطحی که روبه روی خورشید قرار دارد 10^2 watt/m^2 است. از روی این رقم چه دمای تعادلی

را برای زمین به دست می‌آورید؟ فرض کنید که زمین شبیه یک جسم سیاه و در دمای یکنواخت تابش می‌کند.

۷. ثابت کنید که برای تابش الکترومغناطیسی متشکل از امواجی با راستاهای کاتوره‌ای انتشار، توانی که در واحد مساحت از یک طرف به طرف دیگر جریان پیدا می‌کند به صورت زیر با چگالی انرژی ربط پیدا می‌کند

$$S_\nu = \frac{c}{4\pi} u_\nu$$

(راهنمایی: فرض کنید مساحت واحد افقی است. در هر لحظه مفروض، نیمی از امواج در جهت بالا سو، نیمی در جهت پایین سو از این سطح می‌گذرند، توان حمل شده توسط آن نیمه که، مثلاً، در جهت بالا سو می‌گذرند، برابر است با مجموع مؤلفه‌های قائم بردارهای پوئین تینگ این امواج، که با میانگین $\cos\theta$ روی نیمکره بالایی زوایای فضایی، متناسب است.)

۸. نشان دهید که بنابر محاسبه ریلی، گسیلندگی طیفی عبارت است از

$$S_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

و نشان دهید که $\int_0^\infty S_\nu d\nu = \infty$.

۹. یک اتم در شبکه بلور را می‌توان همانند جرم $10^{-26} \text{ kg} \times 27$ پنداشت که به یک فنر متصل است. بسامد این نوسانگر $10^{12} \text{ Hz} \times 17$ است. اگر انرژی نوسان برابر یک کوانتوم انرژی باشد، دامنه آن چقدر است؟ اگر دو کوانتوم انرژی باشد، این دامنه چقدر است؟

۱۰. نشان دهید که اگر $h\nu \gg kT$ ، فرمول پلانک مربوط به میانگین انرژی نوسانگر [معادله (۲۰)] تقریباً مقدار kT را به دست می‌دهد.

۱۱. قانون استفان-بولتزمن: $S \propto T^4$

را از قانون پلانک استنتاج کنید. [راهنمایی: انتگرال $\int S_\nu d\nu$ را در نظر بگیرید؛ متغیر انتگرالگیری را به $x = h\nu/kT$ تغییر دهید و نشان بدهید که نتیجه به صورت $T^4 \times$ (ثابت) است؛ لازم نیست این ثابت را محاسبه کنید.]

۱۲. بعد از تغییر متغیر انتگرالگیری به $x = h\nu/kT$ ، انتگرال داده شده در معادله (۲۲) را از لحاظ عددی با یک کامپیوتر یا ماشین حساب برنامه‌پذیر محاسبه کنید، و نشان دهید که نتیجه با معادله (۲۳) توافق دارد.

۱۳. با روش آزمون و خطا، یا با روشی دیگر، معادله (۲۴) را به صورت عددی

حل کنید.

۱۴. نشان دهید که شار تابیده به وسیله یک جسم سیاه در بازه طول موجی $d\lambda$ عبارت است از

$$S_{\lambda} d\lambda = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1} d\lambda$$

آیا بیشینه S_{ν} بر بیشینه S_{λ} منطبق است؟

۱۵. یک فرستنده راداری قدرتمند در طول موج ۲۳ cm توان 10^4 kW را تابش

می‌کند. این فرستنده در هر ثانیه چند فوتون می‌تاباند؟

۱۶. شار انرژی نور ستاره‌ای که از یک ستاره قدر ششم (کم‌سوترین ستاره‌ای

که با چشم غیرمسلح می‌توان دید) به ما می‌رسد عبارت است از $1/4 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$. اگر به این ستاره نگاه کنید، در هر ثانیه چند فوتون به

چشمانتان وارد می‌شود؟ قطر مردمک چشم خود را 0.7 cm بگیرید.

۱۷. میانگین چگالی انرژی امواج رادیویی در فضای بین کهکشانی در حدود

10^{-20} J/m^3 است. چگالی متناظر فوتونها چقدر است؟ میانگین طول

موج فوتونها را 1 m فرض کنید.

۱۸. یک لامپ روشنایی التهابی از رشته‌ای به دمای 3200 K معادل 40 W

تابش گرمایی گسیل می‌کند.

الف) در هر ثانیه تقریباً چند فوتون گسیل می‌شود؟ فرض کنید که میانگین

بسامد فوتونها برابر است با ν_{max} که از قانون وین به دست آمده است.

ب) اگر از فاصله 27 m به این لامپ نگاه کنید، در هر ثانیه چند فوتون

وارد چشمتان می‌شود؟ قطر مردمک چشم خود را 0.5 cm بگیرید.

۱۹. انرژی پیوند (انرژی یونش) یک الکترون در اتم لیتیم $5/4 \text{ eV}$ است. فرض

کنید که فوتونی با طول موج 1500 \AA به اتم برخورد می‌کند و تمام انرژی را

به الکترون می‌دهد. الکترون با چه انرژی جنبشی از اتم خارج می‌شود؟

۲۰. در شکل ۷-۳ منحنی جریان اندازه‌گیری شده فوتوالکتریک را به صورت

تابع اختلاف پتانسیل بین الکترودهای گسیل‌کننده و جذب‌کننده برای نوری

مشاهده می‌کنید که با چگالی و بسامد معلومی بر سطح یک نمونه سدیم

فرود می‌آید.

الف) توضیح دهید که چرا در مقادیر بالای V جریان ثابت می‌شود.

ب) منحنی جریان را برای نوری با شدت دو برابر، به طور تقریبی رسم

کنید.

- پ) منحنی جریان را برای توری با بسامد دو برابر، به طور تقریبی رسم کنید.
۲۱. بنابر داده‌هایی که از شکل ۸۰۳ به دست می‌آید، تابع کار سدیم چقدر است؟ پاسخ خود را بر حسب eV بیان کنید.
۲۲. تابع کار روی عبارت است از 4.724 eV . بسامد آستانه برای اثر فوتوالکتریک در روی چقدر است؟
۲۳. با بررسی شکل ۸۰۳، شیب خط راست را بر حسب eV/Hz بیابید. این یکاها را به $J.s$ تبدیل و تحقیق کنید که این شیب، همانطور که در بخش ۳ ادعا شد، با ثابت پلانک برابر است.
۲۴. نشان دهید که شار فوتونهای گسیلیده به وسیله یک جسم سیاه در بازه بسامدی dv عبارت است از
$$\frac{2\pi}{c^2} \frac{\nu^2}{e^{h\nu/kT} - 1} dv$$
۲۵. انرژی و تکانه انواع فوتونها را که در زیر برمی‌شماریم محاسبه کنید: موج رادیویی به طول موج 3.7 m ، نور مرئی به طول موج 5500 \AA ، پرتوهای X به طول موج 0.80 \AA .
۲۶. برخی از پرتوهای X مشخصه گسیلیده به وسیله مولیبدن دارای طول موج 0.72 \AA است. اگر این پرتوهای X به وسیله یک قطعه گرافیت پراکنده شوند، طول موج پرتوهای X که از زاویه 45° ، 90° ، و 135° ، خارج می‌شوند، چقدر است؟
۲۷. فوتونی با انرژی اولیه 10^3 eV در برخورد با یک الکترون آزاد، که در ابتدا ساکن است، به اندازه 120° منحرف می‌شود. الکترون در این برخورد چقدر انرژی کسب می‌کند؟
۲۸. فوتونی با انرژی اولیه 10^3 eV با یک الکترون آزاد برخورد می‌کند؛ این الکترون در آغاز ساکن است. بیشینه انرژی که الکترون در این برخورد می‌تواند کسب کند، چقدر است؟
۲۹. فرض کنید فوتونی با طول موج اولیه 0.60 \AA با دو الکترون برخورد کند. در برخورد اول، فوتون به اندازه 30° منحرف می‌شود، و در برخورد دوم به اندازه 60° انحراف پیدا می‌کند. طول موج نهایی فوتون چقدر است؟
۳۰. فوتونی با یک پروتون آزاد، که در ابتدا ساکن است، برخورد می‌کند. این فوتون به اندازه 90° منحرف می‌شود. تغییر طول موج آن چقدر است؟
۳۱. فوتونی با انرژی 10^3 eV با یک الکترون آزاد برخورد می‌کند؛ این الکترون در ابتدا ساکن است. فوتون تحت زاویه 60° خارج می‌شود.

الکترون تحت چه زاویه و با چه انرژی خارج خواهد شد؟

۳۲. نشان دهید که انرژی جنبشی الکترون پس زده شده در اثر کامپتون از فرمول کلی زیر بدست می آید

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{2(h/m_e c) \sin^2(\theta/2)}{c/\nu + 2(h/m_e c) \sin^2(\theta/2)} h\nu$$

۳۳. با استفاده از فرمولهای دقیق نسبیتی مربوط به انرژی و تکانه یک الکترون

(فصل ۲ را بنگرید)، تغییر طول موج فوتون در اثر کامپتون را به دست آورید.

[نتیجه نهایی شما باید با معادله (۳۸) سازگار باشد.]

۳۴. چه ضخامتی از آلومینیم یک باریکه از فوتونهای 0.20 MeV را با همان

ضربیی تضعیف می کند که لایه ای از سرب به ضخامت 1.0 mm ؟

۳۵. چه ضخامتی از آب همان تضعیف را در باریکه پرتو X ایجاد می کند که

1 m بخار آب در 100°C ؟

۳۶. می خواهید با بهره گیری از یک لایه سرب حفاظی در برابر پرتوهای X به

طول موج 0.3 \AA ایجاد کنید. ضخامت این لایه سرب چقدر باشد تا

پرتوهای X را با ضریب 100 تضعیف کند؟

۳۷. قسمت اعظم بافتهای نرم بدن را آب تشکیل می دهد. ضربیی را پیدا کنید

که بافتهای دست شما، با آن ضریب یک باریکه پرتوهای X با طول موج

1 \AA را تضعیف می کند. ضریب تضعیف خطی برای پرتوهای X به طول

موج 1 \AA در آب حدود $3/\text{cm}$ است.

۳۸. یک باریکه پرتوهای X با انرژی 0.6 MeV ، وقتی از ساندویچی متشکل

از یک لایه 0.5 mm سرب و یک لایه 8 mm آلومینیم نفوذ می کند با چه

ضربیی تضعیف می شود؟

۳۹. یک باریکه پرتوهای X در آغاز شامل آمیزه ای $50 - 50$ از فوتونهایی با

انرژی 0.5 MeV و 1.0 MeV است. این باریکه پس از اینکه به اندازه

0.1 cm در سرب نفوذ کرد، چه ترکیب فوتونی خواهد داشت؟ شدت

(شار انرژی!) این باریکه با چه ضربیی کاهش می یابد؟

۴۰. با بررسی شکل ۳-۱۷، تعیین کنید که کدام ماده بالاترین بسامد نوسان

اتمها حول وضعیت تعادل را دارد، و بسامد در کدام کمترین است.

۴۱. گرمای ویژه نقره در $T = 47 \text{ K}$ عبارت است از 2.58 cal/mole . از

فرمول اینشتین برای گرمای ویژه، چه مقدار (تقریبی) را می توانید برای

بسامد نوسان اتمها به دست آورید؟

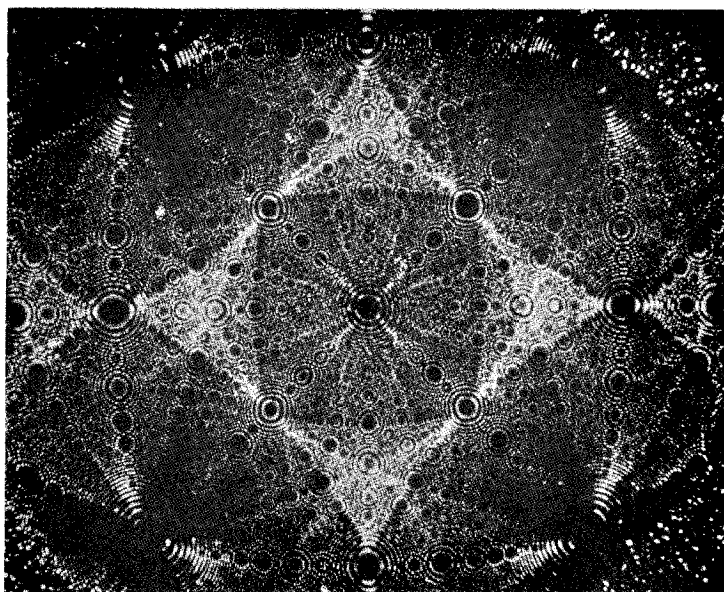
فصل ۴

ساختار اتمی و خطوط طیفی

جامدات، مایعات، و گازها از اتمها، دانه‌های ریز ماده به قطر تقریبی 10^{-10} m، ساخته می‌شوند. نخستین شواهد مبنی بر وجود اتمها از مطالعه واکنشهای شیمیایی و رفتار گازها به دست آمد. اما این شواهد مبتنی بر قرائن بود، و تا اوائل قرن بیستم، برخی از منتقدان - مانند ارنست ماخ فیزیکدان و فیلسوف معتقد بودند که وجود اتمها صرفاً فرضیه‌ای اثبات نشده است. ما به مرور شواهد ضمنی گردآوری شده مبنی بر وجود اتمها نخواهیم پرداخت. چنین مروری در تاریخ نگاری یک کار زائد است، چرا که فیزیکدانان در سالهای اخیر به وسیله انواع جدید میکروسکوپیهای قدرتمند به اثبات مستقیم و عینی وجود اتمها دست یافته‌اند (شکل ۱۰۴ را بنگرید). اما، حتی این میکروسکوپیها هم برای آشکار کردن درون اتم توان کافی ندارند، از اینرو، برای تشریح و توضیح ساختار درونی اتم، هنوز هم ناگزیریم بر همان روشها اعتماد کنیم که برای اولین بار توسط ارنست رادرفورد و همکارانش در حدود ۱۹۱۰ مورد استفاده قرار گرفتند.

در آن موقع، اکثر فیزیکدانان معتقد شده بودند که اتمها از ترکیبی از بارهای الکتریکی مثبت و منفی ساخته می‌شوند، و جذب و دفع (رپایش و رانش) بین این بارهای الکتریکی شالوده‌تمامی پدیده‌های شیمیایی و فیزیکی به شمار می‌آیند که در جامدات، مایعات، و گازها مشاهده می‌شوند. چون حضور الکترونها در تمامی این اشکال ماده مسلم شده بود، منطقی به نظر می‌رسید که فرض کنند هر اتم از ترکیب الکترونها و بار مثبت تشکیل می‌شود. آنگاه حرکت‌های ارتعاشی الکترونها در درون چنین اتمی سبب تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود؛ چنین تصور می‌شود که این فرایند گسیل نور به وسیله اتم را توجیه کند. اما، هم آرایش بارهای

شکل ۱.۴. نوک یک سوزن پلاتین آن گونه که به وسیله یک میکروسکوپ یونی، اختراعی ی. و. مولر، مشاهده می شود. بزرگنمایی این میکروسکوپ تقریباً $10^4 \times 5$ است. نوک این سوزن نیم کره ای است به شعاع 1000 \AA ، نقطه ها موضع هریک از اتمها را نشان می دهند اما ابعاد آنها دقیقاً نمی نمایاند. برای تهیه چنین تصویری، سوزن در ظرفی حاوی هلیوم با فشار کم قرار داده می شود، و ولتاژ بالایی به سوزن اعمال می شود. این ولتاژ میدانهای الکتریکی موضعی بسیار شدیدی را در نزدیکی اتمهای جبهه ای روی سطح سوزن ایجاد می کند. این میدانهای الکتریکی موضعی اتمهای هلیوم را بوییده می کنند، که آنگاه به وسیله میدانها به طرف یک صفحه فلوئورسان شتاب می گیرند. این عکس نقش برخورد یونهای هلیوم را بر پرده نشان می دهد. این نقش نمایش وایجیده وضعیت اتمهای پیشین (جبهه ای) روی نوک سوزن است.

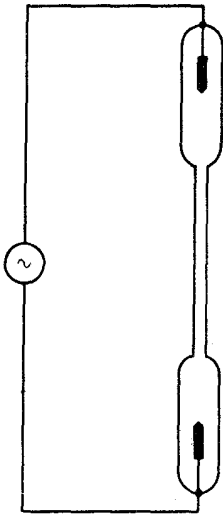


الکتریکی در داخل اتم و هم عوامل تعیین کننده رنگهای مشخصه نورگسیلیده تاکشف هسته به وسیله زادرفورد و کشف کوانتش حالت های اتمی به وسیله نیلس بور، همچنان جزو اسرار باقی ماندند.

در این فصل به این دو کشف عظیم نظر می کنیم. نظریه کوانتومی «قدیمی» بور، از لحاظ تاریخی و منطقی، در مرز بین فیزیک کلاسیکی و فیزیک کوانتومی است. هرچند که یک نظریه کوانتومی «جدید» که بر شالوده مکانیک موجی استوار است، جانشین این نظریه شده است، ولی، این نظریه مقدمه ای بسیار عالی بر برخی از مفاهیم اساسی فیزیک کوانتومی: کوانتش تکانه زاویه ای و انرژی، حالت های پایا، و گذار بین این حالتها، به شمار می آید.

۱.۴ خطوط طیفی

هر نظریه مقبولی در رابطه با ساختار اتمی باید رنگهای مشخصه نوری را که اتمها گسیل می کنند، توضیح دهد. نور با رنگهای مشخصه وقتی گسیل می شود که گرما یا جریان الکتریکی یک نمونه از اتمها را تحریک کند. مثلاً، اگر مقداری گاز نئون در فشار کم را داخل یک لوله تخلیه بدون درز وارد کنیم و به پایانه های دوسر آن ولتاژ بالایی را اعمال کنیم (شکل ۲۰۴)، این گاز درخشان خواهد شد و نور

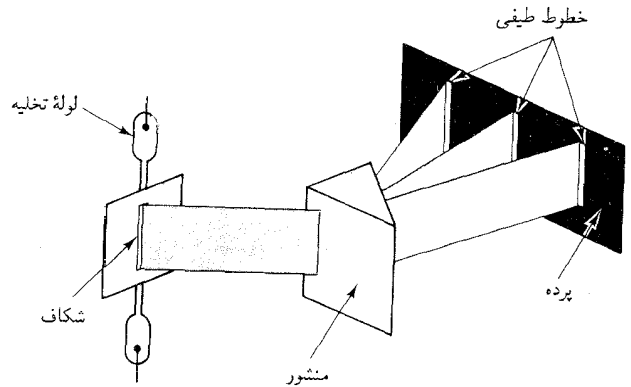


شکل ۲.۴ لوله تخلیه‌ای که به عنوان منبع نور به کار رفته است. این لوله محتوی گاز در فشار خیلی کم است. وقتی دو پایانه دوسر لوله به مولد ولتاژ بالا وصل شود، جریان الکتریکی از گاز عبور می‌کند و گاز را وادار به درخشندگی می‌کند.

گسیلیده رنگ نارنجی - قرمز مربوط به علائم نئون را نمایش می‌دهد. اگر به جای گاز نئون از بخار جیوه بهره گیریم، نور گسیلیده رنگ متمایل به سبز مشخصی را نمایش خواهد داد.

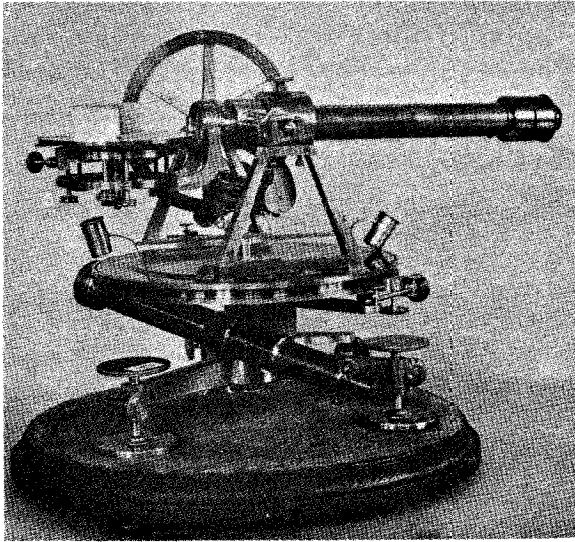
برای دستیابی به رنگهای مشخصه، باید از یک نمونهٔ تنگ (با چگالی کم) از اتمها استفاده کنیم. وقتی از یک نمونهٔ انباشته و توده - مانند یک میله آهن - بهره گیریم و آن را تا دمای التهاب گرم کنیم، نور سفید، یعنی آمیزهٔ پیوسته‌ای شامل همهٔ رنگها، را گسیل خواهد کرد. این نوع گسیل همان تابش گرمایی است، که خواصش را در فصل ۳ بررسی کردیم. در چنین تابش گرمایی، رنگ مشخصه نوری که هریک از اتمهای آهن گسیل می‌کند به سبب پراکندگیهای چندگانه‌ای که این نور در مسیرش به سطح میله از سر می‌گذراند، مختل شده و از بین می‌رود، و انرژی این نور در تمام رنگها، یا طول موجها، به طور هموار گسترده می‌شود. اگر بخواهیم این نور جلوه‌های اصلی خود را حفظ کند، باید اطمینان حاصل کنیم که نور می‌تواند مستقیماً از اتم گسیل کننده بگریزد.

برای تجزیهٔ دقیق طول موجهای نور، به منشور یا توری نیاز داریم. در آرایش آزمایشی متداول (شکل ۳.۴) منبع نور را در پشت یک شکاف باریک قرار می‌دهند؛ باریکهٔ باریک نور که از این شکاف خارج می‌شود به یک منشور یا توری



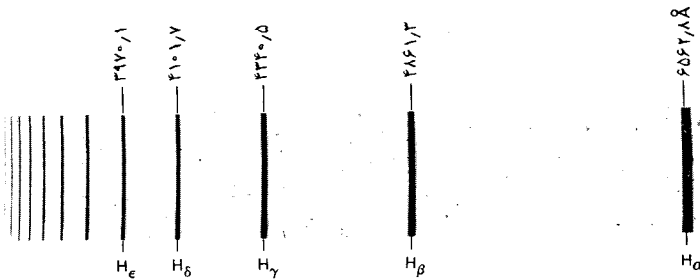
شکل ۳.۴ تجزیهٔ نور به وسیلهٔ منشور، هر رنگ جداگانهٔ نور که از شکاف خارج می‌شود، یک خط طیفی جداگانه روی پرده ایجاد می‌کند.

برخورد می‌کند، برحسب رنگ، به چندین باریکه تقسیم می‌شود. این دستگاه غالباً شامل چند عدسی هم هست که باریکه‌های نور را کانونی می‌کنند؛ در این صورت آن را طیف‌نما می‌گویند (شکل ۴.۴). بر پرده یا بر فیلم عکاسی، چندین باریکهٔ خروجی به صورت یک مجموعه خط گسسته، و رنگی باریک، متجلی می‌شوند. این خطوط را خطوط طیفی می‌نامند. هر نوع اتم خطوط طیفی گسستهٔ خاص خود را دارد. در شکل ۵.۴ خطوط طیفی هیدروژن را،



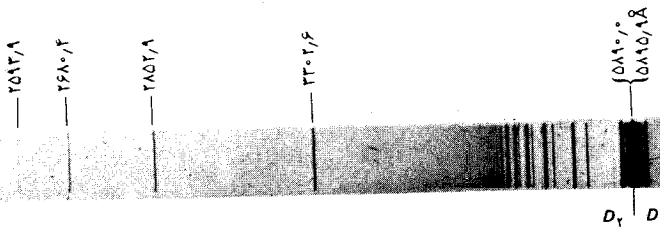
شکل ۴.۴ طیف‌نمای منشوری ساخته فرانیهوفر که خودش آن را برای اندازه‌گیری خطوط فرانیهوفر در طیف خورشید به کار برد. منبع نور شکاف روشنی است در سمت چپ که در فاصله نسبتاً زیادی قرار گرفته است.

به گونه‌ای که روی فیلم عکاسی ثبت شده است، مشاهده می‌کنید؛ عددی که



شکل ۵.۴ طیف هیدروژن در ناحیه مرئی و فرابنفش نزدیک. اعداد، طول موجها را در هوا، و برحسب آنگستروم به دست می‌دهند.

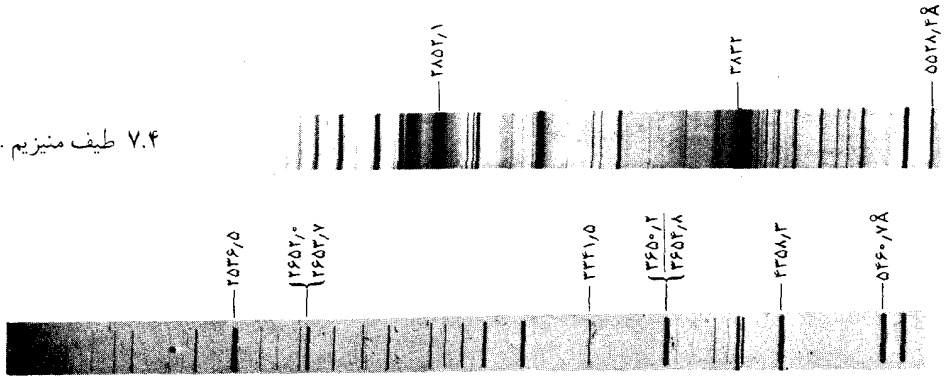
در کنار خط طیفی نوشته شده است طول موج را برحسب \AA به دست می‌دهد. طیف هیدروژن شامل یک خط قرمز، یک خط سبز-آبی، چندین خط بنفش، و تعداد زیادی خط فرابنفش و فرورسرخ که برای چشم انسان غیر قابل رؤیت‌اند،



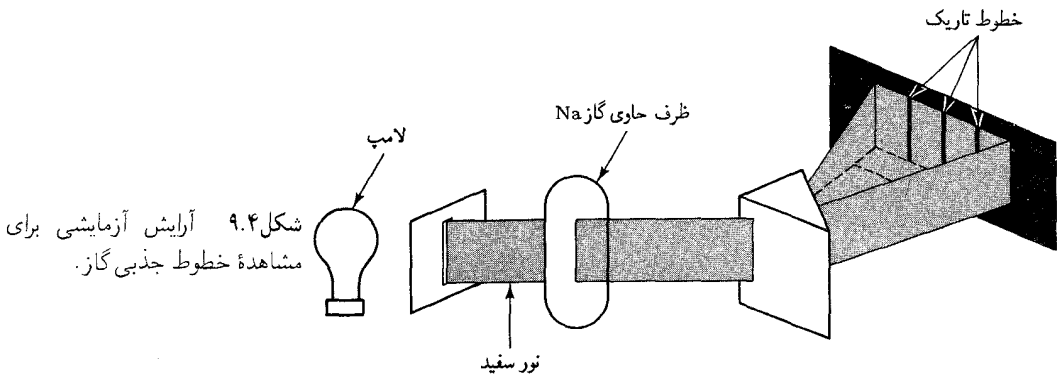
شکل ۶.۴ طیف سدیم.

است. در شکل‌های ۶.۴ تا ۸.۴ خطوط طیفی سدیم، منیزیم، و جیوه را مشاهده می‌کنید.

۷.۴ طیف منیزیم

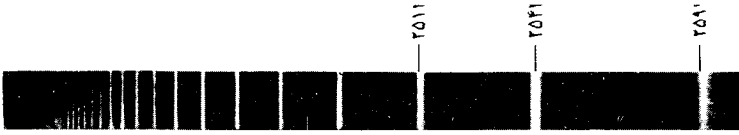


طول موجهای گسسته هم در گسیل نور و هم در جذب نور بروز می کنند. اگر یک نمونه گاز را بر سر راه باریکه نور سفید ناشی از یک لامپ التهابی قرار دهیم، این گاز به طور انتخابی طول موجهای گسسته‌ای را جذب می کند. وقتی نور باقیمانده را با منشور تجزیه کنیم (شکل ۹.۴)، طول موجهای جذب شده به صورت خطوط تاریک جلوه خواهند کرد. این خطوط را خطوط جذبی می‌گوییم. در شکل



شکل ۹.۴ آرایش آزمایشی برای مشاهده خطوط جذبی گاز.

۱۰.۴ خطوط جذبی سدیم را مشاهده می‌کنید. این خطوط با برخی از خطوط گسیلی (نشری) سدیم منطبق اند. قاعده کلی این است که هر خط طیفی که به صورت گسیلی مشاهده شود، می‌تواند به صورت جذبی هم بروز کند، اما، اگر گاز جذب کننده سرد باشد، فقط بعضی از خطوط جذبی ظاهر خواهند شد؛ اگر گاز داغ باشد، خطوط بیشتری ظاهر می‌شوند (در بخش ۴ خواهیم دید که چنین رفتاری باید با حالت‌های اولیه آنها مرتبط باشد: اگر گاز سرد باشد، تمام آنها در پایینتر حالت انرژی درونی اند؛ اگر گاز داغ باشد، بعضی از آنها در حالت‌های انرژی بالاتری قرار دارند.)

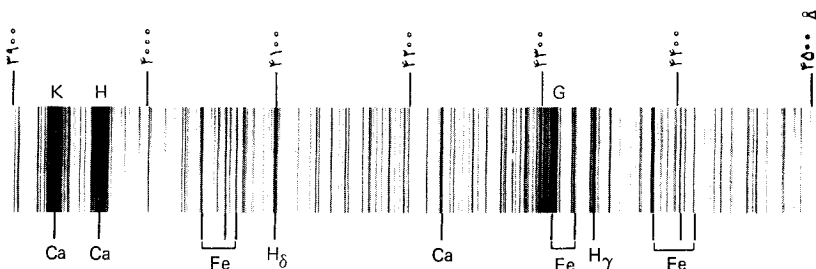


شکل ۱۰.۴ طیف جذبی سدیم.

می‌توان از خطوط طیفی متمایزی که یک عنصر شیمیایی ایجاد می‌کند به عنوان یک آزمون تحلیلی برای تشخیص وجود یک عنصر در یک نمونه ناشناخته استفاده کرد. فقط باید جزء کوچکی از نمونه را حرارت دهیم و نورش را با طیف‌نما بررسی کنیم؛ خطوط طیفی «اثر انگشت»، هر اتم به شمار می‌آیند، جدول کامل خطوط طیفی همه عناصر ابزار با ارزشی برای این روش شناسایی می‌باشد؛ مثلاً، در جدول ۱۰.۴ تمام خطوط طیفی معلوم در گستره کوچکی از طول موجها درج شده است.

تجزیه طیف‌نمایی نمونه‌های ناشناخته تا حد زیادی تجزیه شیمیایی سنتی «مرطوب» را کنار نهاده است. یکی از مزیت‌های مهم تجزیه طیف‌نمایی عبارت است از اینکه حتی رده‌های بسیار ناچیز یک عنصر را می‌شود آشکارسازی کرد. به علاوه، تجزیه طیف‌نمایی در نجوم نقشی تعیین کننده بازی می‌کند: منجمان نمی‌توانند نمونه‌های ماده را از سطح ستارگان دوردست بکنند، اما می‌توانند نور آن را بررسی کنند و عناصر شیمیایی را به وسیله خطوط طیفی مبین (گویای) آنها آشکارسازی کنند. معمولاً، منجمان خطوط جذبی را جستجو می‌کنند؛ این خطوط را لایه‌های گاز قدری سردتر که بر فراز سطح انتهایی یک ستاره واقع‌اند، ایجاد می‌کنند. در طیف خورشیدمان تعداد زیادی از این خطوط طیفی، به نام خطوط فرانهورف، می‌یابیم؛ این خطوط نمایشگر وجود هیدروژن، سدیم، آهن، کلسیم و غیره‌اند (شکل ۱۱.۴). در طیف سایر ستارگان گاهی خطوط

شکل ۱۱.۴ خطوط جذبی در طیف خورشید.

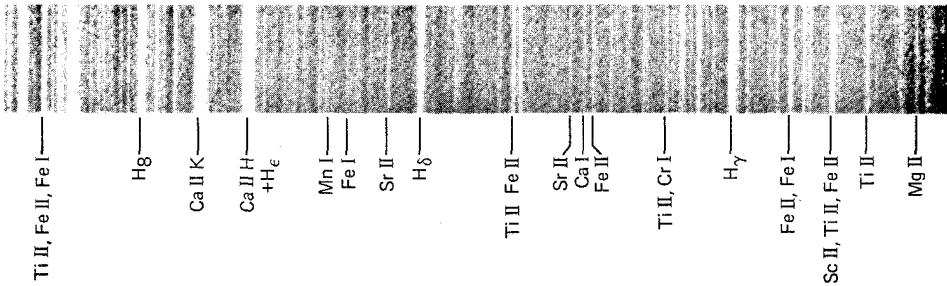


جذبی و گسیلی را می‌یابیم، که نمایانگر وجود انواع گوناگونی از عناصر است

Wave-length	Element	Intensities Arc Spk., [Dis.]	R	Wave-length	Element	Intensities Arc Spk., [Dis.]	R	Wave-length	Element	Intensities Arc Spk., [Dis.]	R
5901.911	Ta	80	-	5893.190	Ce	2	-	5882.67	Kr	-	[2 wh] Me
5901.68	Fe	3	-	5892.878	Ni I	6	-	5882.625	A I	-	[100] Ms
5901.577	Tm	5	-	5892.670	Nd	2	-	5882.483	Sm	5	-
5901.472	Mo	30	-	5892.666	La II	4	-	5882.33	I	-	[8] Ev
5901.421	Sm	12	-	5892.633	U	4	-	5882.30	Ir I	10	-
5901.321	Ce	5 d	-	5892.56	Ho	50	-	5882.295	Ta	80	-
5901.227	W	8	-	5892.448	Ta	2	-	5882.16	Gd	10	-
5901.21	Cu II	-	5	5892.401	Sm	20	5 d	5881.8950	Ne I	-	[1000]
5901.20	Sb II	-	[5]	5892.294	Mo	2	-	5881.526	Mo	20	-
5901.086	Zr I	4	-	5892.231	Pr	10	1	5881.33	Nd	3	-
5900.93	Rn I	-	[20]	5891.906	Sm	2	-	5881.18	Kr I	-	[2] Me
5900.89	Kr II	-	[8 wh]	5891.615	C II	-	30	5881.14	Er	30	-
5900.75	La I	3	-	5891.614	W	12	-	5881.077	Co I	4	-
5900.674	Ce	3 w	-	5891.562	Mo	25 h	-	5880.784	Eu	3	-
5900.616	Cb	200	200	5891.528	Nd	20	-	5880.647	La II	30	50
5900.430	Nd	5	-	5891.43	Te	-	[15]	5880.54	Tb	15	-
5900.00	Ho	8	-	5891.416	Sm	15	-	5880.306	Ti I	60	125
5899.757	Sm	2	-	5891.303	Ru	4	-	5880.25	Nd	3	-
5899.74	Te	-	[25]	5891.279	Se	-	[8]	5880.223	W	15	-
5899.678	Mo	12	-	5891.269	Eu	200	-	5880.19	Cd II	4	3
5899.576	Ir I	2	-	5891.12	Tb	10	-	5879.994	Fe I	6	-
5899.491	Nd	10	-	5890.936	S	-	[8]	5879.94	Yt I	3	-
5899.465	Tm	10	-	5890.626	Sm	4	-	5879.900	Kr I	-	[50] Ja
5899.414	Tb	6	-	5890.503	Nd	5	-	5879.85	Tb	10	-
5899.40	Ti	15	-	5890.484	Co I	7	-	5879.797	Zr I	60	-
5899.322	Ti I	150	150	5890.45	Hf	8	-	5879.782	Fe	8	-
5899.171	Nd	2	-	5890.333	W	7	-	5879.585	Sm I	2	-
5899.02	I I	-	[25]	5890.26	In	-	10	5879.264	Sm	20	-
5898.971	Ru	6	-	5890.16	Hg	-	[40]	5879.253	Pr	10	1
5898.962	Sm	25	-	5889.989	Cr	12	-	5878.92	Xe I	-	[6] Me
5898.94	Rh	3	-	5889.978	Mo	50 h	-	5878.896	Ce	3	-
5898.867	Nd	3	-	5889.97	C II	-	60	5878.70	Se I	-	[15] Rd
5898.84	Tb	25	-	5889.953	Na I	-	9000 R	5878.378	Sm	15	-
5898.825	Mo	8	-	5889.75	S I	-	[5]	5878.265	Th	8	-
5898.80	Yb	3	50 h	5889.74	Se II	-	[15]	5878.111	Pr	10 w	-
5898.785	U	8	-	5889.695	Sm	20	-	5878.078	Ce	2	-
5898.785	Mo	8	-	5889.12	Xe I	-	[20]	5878.070	Sm II	20	-
5898.56	Xe I	-	[8]	5889.06	Tb	10	-	5878.008	La I	6	-
5898.406	Ne I	-	[20]	5888.94	Hg II	-	[20]	5878.002	Fe	5 h	-
5897.986	Cu II	-	25	5888.89	Te	-	[8]	5877.827	Nd	3	-
5897.929	Ta	21	-	5888.78	Cr	31	-	5877.8	bh Sc	10	-
5897.865	Mo	5	-	5888.675	Ti	15	-	5877.786	Cb	5	5
5897.59	Gd	7	-	5888.6	Rn	-	[80]	5877.77	Ti I	15	-
5897.544	V	-	30	5888.592	A I	-	[300]	5877.634	La I	8	-
5897.47	Kr	-	[2 wh]	5888.493	Ta	5	-	5877.56	Rn I	-	[10] Ps
5897.379	Sm	100	-	5888.326	Mo	150	100	5877.425	Co I	4 h	-
5897.22	Yb	7	100 h	5888.248	Th	8	-	5877.355	Ta	100	-
5896.872	Sm	3	-	5888.248	Sm	2	-	5877.24	Gd	7	-
5896.7	bh La	80	-	5888.15	Tb	10	-	5876.9	bh Sc	3	-
5896.65	Te	-	[25]	5888.008	Cr	20	-	5876.894	Sm II	10	-
5896.61	Hf	2	-	5887.907	Nd	25	-	5876.72	Gd	3 h	-
5896.51	Yb	5	-	5887.758	Sc	4 wh	-	5876.7	Pb II	-	[40] Ea
5896.278	Sm	5	-	5887.68	Kr I	-	[3]	5876.587	Mo	25	-
5896.02	In	-	5	5887.58	Ho	12	-	5876.564	Cr	3	-
5895.923	Na I	5000 R	500 R	5887.4	bh Sc	20	-	5876.344	Nd	2	-
5895.70	Pb	20 h1	2	5887.364	Ir	13	-	5876.315	Cb	10	1
5895.626	Tm	80	-	5887.268	Sm	3	-	5876.103	Co I	4 h	-
5895.62	Xe I	-	[2 h]	5887.23	Lu	1	6 h	5876.1	bh Yt	10	-
5895.578	Nd	2	-	5886.952	U	3	-	5875.930	Sm	8	-
5895.497	Fe	4	-	5886.471	Sm	5	-	5875.989	He I	-	[10] Ps
5895.288	Eu	25	-	5886.458	Er	30	-	5875.813	Nd	2	-
5895.196	Ta	2 h	-	5886.44	Gd	6	-	5875.663	W	8	-
5895.154	Sm	6	-	5886.34	Se II	-	[20]	5875.618	He I	-	[1000] IMr
5895.09	Sb II	-	[150 wh]	5886.30	Er	12	-	5875.372	Fe	15 h	-
5894.988	Xe I	-	[100]	5886.235	Nd	3	-	5875.258	Cb	5	3 wh
5894.847	La I	25	-	5886.068	Sm	3	-	5875.13	I	-	[15] BI
5894.718	Sm	15 d	-	5885.714	Th	10	5	5875.090	Sm	5	-
5894.63	Sc I	5	-	5885.619	Zr I	25	-	5875.018	Xe I	-	[100] IMe
5894.6	Br II	-	6	5885.58	Hf II	-	2	5874.736	La I	20	-
5894.56	Kr II	-	[8 wh]	5885.564	Eu	6	-	5874.732	Pr	4	-
5894.47	Dy	2	-	5884.815	Eu	6	-	5874.700	Cb	30	5
5894.4	Rn	-	[30]	5884.701	Pr	4	-	5874.70	Yb	1	30 h
5894.351	Zn II	3	[30]	5884.625	W	2 h	-	5874.6	Te I	-	[3 s] Rd
5894.291	Pr	15 w	-	5884.452	Cr I	18	-	5874.392	Nd	2	-
5894.065	Ir I	20	-	5884.332	Mo	12	-	5874.229	W	8	-
5894.05	I I	-	[60]	5883.848	Fe I	15	10	5874.225	Mo	5	-
5893.9	bh Yt	10	-	5883.663	Sm	3	-	5874.194	Sm	40	-
5893.738	Mo	5	-	5883.66	Hf	3	1	5874.003	La II	2	6
5893.6	bh La	8	-	5883.410	Co I	3	-	5874.0	bh Yt	5	-
5893.498	Th	60	-	5883.292	Nd	15	-	5873.882	Ce	3	-
5893.46	Ge II	-	100	5882.99	Ho	200	-	5873.52	Er	8	-
5893.442	Cb	15	3	5882.916	Oa	7	-	5873.500	Ir I	8	-
5893.43	I II	-	[8]	5882.81	Yb	2	10	5873.342	Nd	2	-
5893.376	Mo	70 h	15	5882.784	Nd	10	-	5873.219	Fe I	8	2
5893.29	Xe II	-	[150]	5882.724	Mo	15	-	5873.15	Tb	10	-

طول موجها در هوا، با ضرب شکست ۱٫۰۰۰۲۷۶۵، اندازه‌گیری شده‌اند. انتهای خشی را با عدد رومی I؛ و انتهای یکبار یونیده را با عدد II می‌نمایانیم شدتها در مقیاسی تقریبی از ۱ تا ۹۰۰۰ داده شده‌اند.

(شکل ۱۲.۴).



شکل ۱۲.۴ خطوط جذبی در طیف ستاره ذات‌الکرسی ϕ .

از بررسی خطوط طیفی در عکس طیفها روشن می‌شود که بعضی مجموعه‌های این خطوط از لحاظ فاصله و شدت نظمی سیستماتیک را نمایش می‌دهند. این نظمه‌ها در طیف هیدروژن و طیف جذبی سدیم کاملاً آشکار و بارزند. در شکل‌های ۵.۴ و ۱۰.۴ می‌بینیم که فاصله بین این خطوط و شدت خطوط با طول موج به طور منظمی کاهش پیدا می‌کند. در هر یک از این طیفها، طول موج خطوط دنباله‌ای نامتناهی را تشکیل می‌دهند، که به سوی یک حد پایینی در طول موج همگرا می‌شوند. این مجموعه خطوط طیفی که نظمه‌های سیستماتیک را نمایش می‌دهند سری‌های طیفی نام دارند: سری بالمر هیدروژن، و سری اصلی سدیم. البته، ما سری اصلی در طیف گسیلی سدیم را نیز می‌یابیم (شکل ۶.۴)، اما این سری با سری‌های طیفی دیگر برهم می‌افتند، و بنابراین شناسایی آن تا حدودی دشوارتر است. در طیفهای سایر عناصر، بسیاری از سری‌های دیگر را می‌یابیم، که معمولاً برهم‌دیگر می‌افتند.

۲.۴ سری‌های طیفی هیدروژن

سری بالمر هیدروژن را به‌افتخار ج. بالمر* به این نام نامیدند؛ بالمر، در ۱۸۸۵ چنین اندیشید که نظم سیستماتیک در فاصله خطوط طیفی باید با فرمولهای ریاضی ساده‌ای نموده شود. او از واریاسیون اعداد مندرج در جدول طول موجهای اندازه‌گیری شده، کشف کرد که این طول موجها دقیقاً با فرمول زیر سازگارند

$$\lambda = 911,76 \text{ \AA} \times \frac{4n^2}{n^2 - 4} \quad (1)$$

* یوهان ژاکوب بالمر (Johann Jakob Balmer)، ۱۸۲۵ - ۱۸۹۸، معلم ریاضی سوئیس و مدرس دانشگاه بال. وی علاوه بر یافتن فرمول مربوط به سری بالمر، سایر سری‌های طیفی هیدروژن را هم پیش‌بینی کرد.

که در آن $n = 3, 4, 5, \dots \rightarrow \infty$. توجه کنید که به ازای $n \rightarrow \infty$ ، طول موج به مقدار مجانبی $\lambda = 3647\text{\AA}$ نزدیک می‌شود؛ این مقدار حدّ سری برای سری بالمر است. معادله (۱)، برحسب بسامد، به این قرار می‌شود

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{911,76\text{\AA}} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2)$$

یا

$$\nu = cR_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3)$$

که در آن R_H را ثابت ریذبرگ* می‌گویند،

$$R_H = \frac{1}{(911,76\text{\AA})} = 109678\text{cm}^{-1}$$

جدول ۲.۴: سریهای بالمر در طیف هیدروژن.

طول موج، λ^*
6564,7\AA
4862,7
4341,7
4102,9
3971,2
3890,2
3836,5
3799,0

* طول موجها در خلأ اندازه‌گیری شده‌اند.

فرمول بالمر هیچگونه توضیحی در خصوص مکانیسم اتمی که عامل ایجاد خطوط طیفی است، ارائه نمی‌کند؛ این فرمول صرفاً توصیفی، یا پدیده شناختی، است. اما، بالمر پی برد که فرمولش به‌گونه‌ای تعمیم پذیر است، و پیشنهاد کرد که در طیف هیدروژن ممکن است سریهای طیفی دیگری هم وجود داشته باشند که برای آنها در معادله (۳) باید به جای ۲^۲ مقادیر ۱^۲، ۳^۲، ۴^۲، یا ۵^۲، یا ... گذاشته شود. با این جایگذاری چندین سری طیفی جدید با بسامدهایی به شرح

* یوهانس رابرت ریذبرگ (Johannes Robert Rydberg)، ۱۸۵۴ - ۱۹۱۹؛ فیزیکدان سوئدی، استاد دانشگاه لوند. وی مستقل از بالمر، فرمول کلی سری طیفی هیدروژن را کشف کرد.

زیر به دست می آید:

$$\nu = cR_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (4)$$

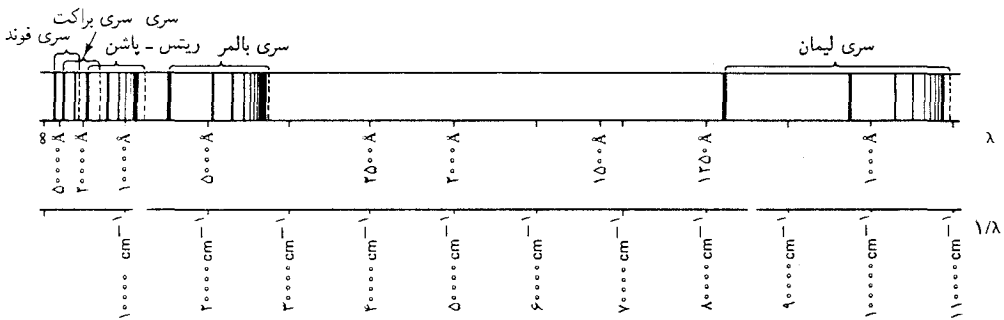
$$\nu = cR_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad (5)$$

$$\nu = cR_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, 7, \dots \quad (6)$$

$$\nu = cR_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 6, 7, 8, \dots \quad (7)$$

شکل ۱۳.۴ نمودار طرحواره طیف هیدروژن. در این نمودار، شدت خطوط طیفی به طور تقریبی با ضخامت نشان داده شده اند.

این چهار سری طیفی جدید چند سالی پس از آنکه بالمر آنها را پیشنهاد کرد، کشف شدند. اینها، به ترتیب، سری لیمان، پاشن، براکت، و فوند نامیده می شوند. سری لیمان در فرابنفش دور، و سایر سریها در فروسرخ واقع است (شکل ۱۳.۴).



مثال ۱. حد سری برای سریهای لیمان، پاشن، براکت، و فوند چقدر است؟

حل برای یافتن حدهای سری، باید در معادلات (۴) تا (۷) بگیریم $n \rightarrow \infty$ که به ترتیب چنین نتیجه می دهد:

$$\nu = cR_H, \nu = \frac{cR_H}{9}, \nu = \frac{cR_H}{16}, \nu = \frac{cR_H}{25}$$

مقادیر عددی طول موجهای متناظر عبارتند از: $911,76 \text{ \AA}$ ، $911,76 \text{ \AA}$ ، $9 \times 911,76 \text{ \AA}$ ، $16 \times 911,76 \text{ \AA}$ ، $25 \times 911,76 \text{ \AA}$

می توانیم تمام بسامدهای همه سریهای طیفی هیدروژن را به صورت یک فرمول کلی مختصر، درآوریم:

$$\nu = cR_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (8)$$

که در آن n_1 و n_2 اعداد صحیح مثبت‌اند، و $n_1 > n_2$. توجه داشته باشید که این فرمول بسامدها را به صورت تفاوت بین دو جمله، cR_H/n_1^2 و cR_H/n_2^2 ، بیان می‌کند. ثابت می‌شود که چنین رفتاری شکل کلی مربوط به بسامد خطوط طیفی همه اتمهاست: در تمام موارد بسامدها را می‌توان به صورت اختلاف بین دو جمله بیان کرد، گرچه جمله‌های مربوط به سایر اتمها دیگر شکل ساده ریاضی جمله‌های مربوط به اتم هیدروژن را ندارند. بنابراین، به جای جدول بندی تعداد زیادی از بسامدهای مختلف گسیلیده به وسیله اتم، می‌توان جدول کوچکتر متشکل از جمله‌ها را جانشین کرد. نه تنها هر بسامدی به کمک اختلاف دو جمله نمایش داده می‌شود، بلکه برعکس، هر اختلافی بین دو جمله با یک بسامد مشاهده شده متناظر است. حکم اخیر را اصل ترکیب ریدبرگ - ریتس می‌گویند. به طوری که در بخش ۴ خواهیم دید، این جمله‌ها با انرژیهای مجاز (کوانتیده) اتم متناسبند، اختلاف جمله‌ها با اختلاف انرژیها متناسبند.

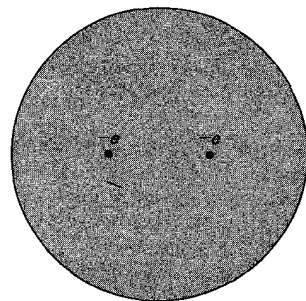
۳.۴ اتم هسته‌ای

در پژوهشهای نظری اولیه درخصوص ساختار اتم، سرعت الکترومغناطیسی نور کلید راهنمای مهمی را در اختیار پژوهندگان قرار داد. بنابر معادلات ماکسول، نور یک موج الکترومغناطیسی است، و مانند تمام امواج الکترومغناطیسی، نور باید به وسیله بارهای الکتریکی ایجاد شود که نوعی حرکت تناوبی انجام می‌دهند. ه. ا. لورنتس از اینجا به این نتیجه رسید که در داخل اتم باید بارهای الکتریکی وجود داشته باشد. وی برای آزمون این فرضیه، قراردادن اتمها را در یک میدان مغناطیسی شدید پیشنهاد کرد، که حرکت بارهای داخل اتم را مختل می‌کند و سبب تغییراتی در بسامد نور گسیلیده خواهد شد. پ. زیمان*، در سال ۱۸۹۶ نخستین آزمایش خود را در جستجوی این پدیده انجام داد، و پیش‌بینی به تحقق پیوست. انتقال بسامد یا طول موج خطوط طیفی گسیلیده به وسیله اتمها در یک میدان مغناطیسی را اثر زیمان نامیدند؛ در فصل ۷ به تفصیل به آن خواهیم پرداخت. براساس نظریه کلاسیکی، لورنتس نتیجه گرفت که انتقال بسامد باید با

* پیتر زیمان (Pieter Zeeman)، ۱۸۶۵ - ۱۹۴۳، فیزیکدان تجربی هلندی، استاد دانشگاه آمستردام. به خاطر کشف اثر زیمان، او همراه با ه. ا. لورنتس، مشترکاً برنده جایزه نوبل ۱۹۰۲ شد.

شدت میدان مغناطیسی و نسبت بار به جرم بارهای تابش کننده در داخل اتم*، متناسب باشد؛ او از مقایسه این نتیجه نظری با اندازه‌گیریهای آزمایشی زیمان، نسبت بار به جرم را 1.0^{11}C/kg به دست آورد.

یکسال بعد، تامسون در آزمایشهایش با پرتوهای کاتودی الکترون را کشف کرد، و پی برد که این ذره نیز دارای همان نسبت بار به جرم 1.0^{11}C/kg است. به اعتبار این انطباق، تامسون فوراً نتیجه درست را استخراج کرد که بر پایه آن ذره باردار و پرتوهای کاتودی و ذره باردار در اتم یکی بودند. تامسون با استفاده از الکترون به عنوان یک جزء ترکیبی از اتم، سپس تلاش کرد تا مدلی برای اتم طراحی کند و خطوط طیفی را بر شالوده ساختار داخلی اتم توضیح دهد. وی مدلی را پذیرفت که نخستین بار لردکلونین پیشنهاد کرده بود: اتم از چند الکترون، مثلاً Z الکترون، تشکیل می‌شود که در یک ابر بار مثبت احاطه شده‌اند. این ابر سنگین است، و تقریباً تمام جرم اتم را حمل می‌کند. بار این ابر عبارت است از $+Ze$ ، به طوری که بار الکترونها، $-Ze$ ، را دقیقاً خنثی می‌کند. در یک اتم مختل نشده الکترونها در وضعیت تعادل خود قرار خواهند گرفت، که در این وضعیت رابیش ابر بر الکترونها رانش متقابل آنها را به موازنه درمی‌آورد (شکل ۱۴-۴). اما اگر الکترونها را، مثلاً یک برخورد، آشفته کرده باشند، در این صورت حول وضعیت تعادلشان ارتعاش می‌کنند و نور می‌گسیلند. مدل اتم تامسون، را که گاهی «مدل یک کاشمی» می‌نامند، بسامدهای ارتعاش با همان مرتبه بزرگی بسامد نور را می‌دهد، اما سریهای طیفی مشاهده شده را به دست نمی‌دهد؛ مثلاً، بر اساس این مدل، هیدروژن باید فقط یک تک خط طیفی، در فراینش دور، داشته باشد (مسئله ۹ را بنگرید).



شکل ۱۴-۴ مدل اتم هلیوم تامسون.

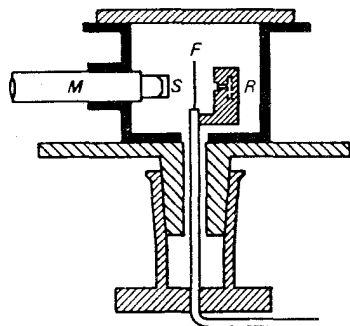
در سال ۱۹۱۰ بر پایه کارهای رادرفورد** و همکارانش، شواهد تجربی

* حال که به گذشته می‌نگریم، می‌دانیم که محاسبه لورنتس کاملاً درست نبود؛ وی حرکت مداری بارها را در نظر گرفت، و نه چرخش ذاتی، یا «اسپین» آنها را. در اثر زیمان اسپین، سهم به سزایی دارد.

** ارنست رادرفورد (Ernest Rutherford)، (۱۸۷۱ - ۱۹۳۷)، فیزیکدان تجربی انگلیسی، استاد دانشگاههای مک‌گیل، منچستر، کمبریج، و مدیر آزمایشگاه کاوندیش؛ وی در این آزمایشگاه جانشین ج. ج. تامسون شد. به خاطر کشف استحاله عناصر از طریق واپاشی پرتوزا و به خاطر شناسایی ذرات آلفا به عنوان یونهای هلیوم، در سال ۱۹۰۸ جایزه نوبل شیمی را دریافت کرد. پس از اثبات وجود هسته، او با کشف واکنشهای هسته‌ای مصنوعی که به وسیله بمباران با ذرات آلفا انجام شد، شالوده‌های فیزیکی هسته‌ای را بنیاد نهاد.

مستقیم بر علیه مدل تامسون به دست آمد. رادرفورد گسیل ذرات آلفا را به وسیلهٔ مواد پرتوزا (رادپواکتیو) مورد مطالعه قرار داده بود. به طوری که در بخش ۳۰۱ دیدیم، هر ذره آلفا حامل بار مثبت $2e$ است و جرمش هم $6.6 \times 10^{-27} \text{kg}$ است. برخی مواد پرتوزا، مانند پولوتونیم پرتوزا و بیسموت پرتوزا (^{218}Po و ^{218}Bi)، یا برحسب اصلاحات زمان رادرفورد، (RaC , RaA)، ذرات آلفا با انرژی چندین MeV گسیل می‌کنند. این ذرات آلفای پرانرژی به سهولت از ورقه‌های نازک فلز، یا صفحات نازک شیشه، یا سایر مواد، عبور می‌کنند. قدرت نفوذ این ذرات آلفا فکر و ذهن رادرفورد را بسیار تحت تأثیر قرار داد و به نظرش رسید که باریکه‌ای از این ذرات را می‌توان به عنوان کاوه برای «شناخت» درون اتم به کار گرفت. وقتی ذرات پرانرژی آلفا به یک ورقه فلز برمی‌خورند، به داخل اتمها نفوذ می‌کنند و از طریق برخورد با ساختارهای زیر اتمی بازتاب می‌یابند؛ مقدار و توزیع زاویه‌ای مشاهده شده این بازتابها کلید راهنمایی در خصوص ساختارهای زیر اتمی در اختیار ما قرار می‌دهند. مثلاً، اگر ساختار درون اتم به صورت «کیک کشمش» پیشنهاد شده توسط ج. ج. تامسون باشد، در آن صورت ذرات آلفا دستخوش انحرافهای بسیار کوچک می‌شوند، زیرا نه الکترونها، با جرم اندکشان، و نه ابرپخش شدهٔ بار مثبت قادر خواهد بود که حرکت یک ذرهٔ آلفای پر جرم و پرانرژی را مختل کند.

گایگر و مارسدن* که تحت هدایت رادرفورد کار می‌کردند، آزمایشهایی تعیین‌کننده انجام دادند. آنان از برگه‌های نازک طلا و نقره به عنوان هدف استفاده کردند و این برگه‌ها را توسط ذرات آلفا حاصل از یک چشمهٔ RaC بمباران کردند. ذرات آلفایی که از برگه عبور می‌کردند به وسیلهٔ یک پردهٔ سولفید روی آشکارسازی می‌شدند؛ برخورد هر ذره با این پرده به صورت یک سوسوزنی ضعیف به چشم می‌رسید (شکل ۱۵۰۴). رادرفورد با حیرت مشاهده کرد که، بعضی از ذرات آلفا با زاویهٔ تقریباً 180° منحرف می‌شدند، و در جهت رو به عقب ظاهر می‌شدند. به قول خود او: «این باورنکردنی‌ترین رویدادی بود که در زندگی برایم پیش آمده بود. این پیشامد تقریباً همانقدر باورنکردنی است که یک گلولهٔ توپ ۱۵ اینچی را به یک تکه دستمال کاغذی شلیک کنید و پس از برخورد با آن، برگردد و به خود شما اصابت کند». رادرفورد به زودی پی برد که این انحراف زیاد باید ناشی از



شکل ۱۵۰۴ دستگاه گایگر و مارسدن. R، چشمهٔ رادیم؛ F، برگه؛ S، پردهٔ سولفیدروی؛ M، میکروسکوپ.

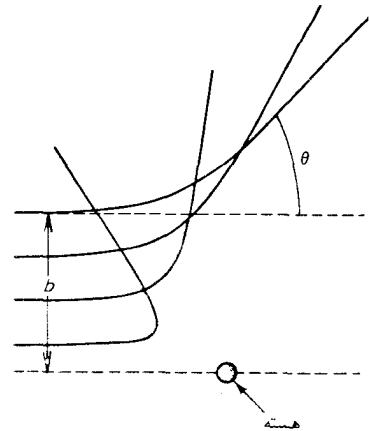
* هانس ویلهلم گایگر (Hans Wilhelm Geiger), ۱۸۸۲ - ۱۹۴۵، فیزیکدان آلمانی، مدیر آزمایشگاههای رادپواکتیو P. Physikalische-Technische Reichsanstalt، استاد دانشگاههای کیل، توبینگن، برلین - شارلوتن بورگ؛ یکی از نخستین کارهای مؤثر او در علوم عبارت بود از ابداع آشکارساز تابش، که حالا معمولاً شمارگر گایگر - مولر خوانده می‌شود. سرانست مارسدن (Sir Ernest Marsden), ۱۸۸۹ - ۱۹۷۰، فیزیکدان اهل زلاند جدید، استاد کالج دانشگاه ویکتوریا، سرپرست سازمان تحقیقات زلاند جدید.

رودرویی نزدیک بین ذره آلفا و یک مغز خیلی کوچک اما خیلی پر جرم در داخل اتم باشد. به این ترتیب، او مدل هسته‌ای به شرح زیر را پذیرفت: اتم متشکل است از یک هسته بسیار کوچک به بار $+Ze$ که تقریباً تمامی جرم اتم را شامل می‌شود؛ تعداد z الکترون پیرامون این هسته را فرا گرفته‌اند. چنین مدل‌های هسته‌ای، که به علت شباهتشان به منظومه شمسی گاهی آنها را مدل‌های سیاره‌ای می‌گویند، قبلاً توسط شمار زیادی از فیزیکدانان پیشنهاد شده بودند، اما رادرفورد به خاطر قراردادن این مدل بر یک شالوده مستحکم تجربی سزاوار چنین افتخاری است. رادرفورد با انتخاب مدل هسته‌ای اتم خود به عنوان نقطه آغاز و با استناد بر مکانیک کلاسیک، محاسبه کرد که چه کسری از ذرات آلفا در باریکه فرودی باید با چه زاویه‌ای منحرف شوند و نشان داد که این محاسبات با مشاهدات تجربی توافق نزدیکی دارند. اگر یک ذره آلفا از نزدیکی هسته عبور کند تحت تأثیر یک رانش الکتریکی قوی قرار می‌گیرد و تحت زاویه بزرگی منحرف می‌شود؛ اگر از فاصله دوری نسبت به هسته عبور کند با زاویه کوچکی منحرف خواهد شد. در شکل ۱۶.۴ مسیر چندین ذره آلفا را که به هسته نزدیک می‌شوند مشاهده می‌کنید؛ این مسیرها هذلولی‌اند. فاصله عمودی بین هسته و خط اولیه (منحرف نشده) حرکت را پارامتر برخورد می‌گویند. بنا بر اصول مکانیک کلاسیک، زاویه انحراف را می‌توان به صورت تابع پارامتر برخورد بیان کرد. با یک محاسبه نسبتاً ساده* ثابت می‌شود که برای یک ذره آلفا با انرژی E و پارامتر برخورد b که بر هسته ساکنی به بار الکتریکی Ze فرود می‌آید، زاویه انحراف عبارت است از

$$\theta = 2 \cot^{-1} \left(\frac{2\pi\epsilon_0 Eb}{Ze^2} \right) \quad (9)$$

برای اینکه ذره آلفا دستخوش انحراف زیاد می‌شود، باید با پارامتر برخورد بسیار کمی، 10^{-13}m یا کمتر، با اتم اصابت کند؛ از آنجاکه ذرات آلفا در باریکه به طور کاتوره‌ای با برکه فلزی برخورد می‌کنند، فقط تعداد بسیار کمی از آنها در چنین برخورد نزدیکی شرکت می‌کنند.

مثال ۲. چه پارامتر برخوردی سبب یک انحراف 1° برای یک ذره آلفا با انرژی 7.7 MeV می‌شود؛ وقتی باریکه هسته طلا فرود می‌آید؟ انحراف 30° حاصل چه پارامتر برخوردی است؟



شکل ۱۶.۴ مسیرهای هذلولی چند ذره آلفا که به وسیله هسته منحرف شده‌اند. فاصله b عبارت است از پارامتر برخورد یکی از این ذرات آلفا.

* این محاسبه از پایستگی انرژی و تکانه زاویه‌ای در طول مدار بهره‌برداری می‌کند. برای دستیابی به تفصیل این موضوع، مثلاً، بنگرید به: M. Born, *Atomic Physics*

حل می‌دانیم $Z = 79$, $E = 7.7 \text{ MeV} = 1.2 \times 10^{-12} \text{ J}$, از معادله (۹) داریم:

$$b = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{79 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{4\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m} \times 1.2 \times 10^{-12} \text{ J}} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (10)$$

$$= 1.48 \times 10^{-14} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (11)$$

که در آن پارامتر برخورد به متر اندازه‌گیری می‌شود. به ازای $\theta = 1^\circ$ و به ازای $\theta = 30^\circ$ پارامتر برخورد بالا، به ترتیب، عبارت خواهد بود از $b = 1.7 \times 10^{-12} \text{ m}$ و $b = 5.5 \times 10^{-14} \text{ m}$ ■

مثال ۳. احتمال مربوط به انحراف در زوایای بیشتر از 1° را با احتمال مربوط به انحراف در زوایای بیشتر از 30° برای یک ذره آلفای 7.7 MeV که باریک اتم طلا فرود می‌آید، مقایسه کنید.

حل مطابق مثال ۲، اگر قرار باشد ذره آلفا بیشتر از 1° منحرف شود، پارامتر برخوردش باید از $1.7 \times 10^{-12} \text{ m}$ کمتر باشد، یعنی خط حرکت اولیه‌اش باید در داخل دایره‌ای به مساحت $\pi \times (1.7 \times 10^{-12} \text{ m})^2$ و به مرکز هسته قرار گیرد (شکل ۱۷.۴). برای اینکه بیشتر از 30° منحرف شود، خط اولیه حرکتش باید داخل دایره‌ای به مساحت $\pi \times (5.5 \times 10^{-14} \text{ m})^2$ قرار گیرد.

از آنجا که این ذرات به طور کاتوره‌ای بر تمامی سطح جلویی اتم اصابت می‌کنند، احتمال این انحرافها همانند نسبت مساحت این هدفهاست،

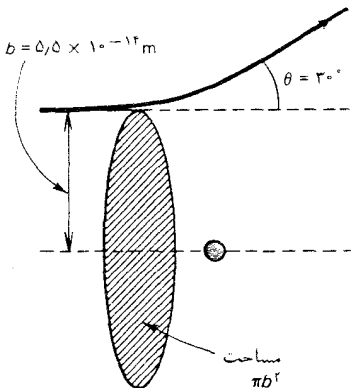
$$\frac{(\text{احتمال به ازای } 1^\circ)}{(\text{احتمال به ازای } 30^\circ)} = \frac{\pi \times (1.7 \times 10^{-12} \text{ m})^2}{\pi \times (5.5 \times 10^{-14} \text{ m})^2} = 940 \quad (12)$$

بدینسان، هرگاه ۹۴۰ ذره فرودی در زوایایی بیشتر از 1° منحرف شوند، فقط یکی از آنها در زاویه‌ای بزرگتر از 30° (به طور میانگین) منحرف خواهد شد. از اینجا به خوبی روشن است که انحرافهای بزرگ بسیار نادرند. ■

مساحت هدف که با یک انحراف مفروض متناظر است سطح مقطع آن انحراف نامیده می‌شود، و معمولاً آن را با σ نشان می‌دهند. مثلاً، بنا بر محاسبات مثال ۳، سطح مقطع مربوط به انحراف بیشتر از 30° عبارت است از

$$\sigma = \pi \times (5.5 \times 10^{-14} \text{ m})^2 = 9.6 \times 10^{-27} \text{ m}^2$$

رادر فرورد ابعاد هسته را هم تخمین زد. وی پی برد که انحرافهای ذرات آلفا



شکل ۱۷.۴ مساحت خیالی هدف که باید ذره آلفا در داخل آن فرود آید تا بیشتر از یک مقدار مشخص انحراف پیدا کند.

با زاویه بزرگ به وسیله هسته آلومینیم با انحرافهای محاسبه شده براساس رانش الکتریکی صرف فرق می‌کند؛ در این انحرافها ذرات باید چنان به هسته نزدیک شده باشند که با سطح آن تماس پیدا کنند و دستخوش انحراف اضافی شوند. بروز این انحرافهای اضافی حاکی از آنست که قطر هسته تقریباً $10^{-14}m$ است. انحراف ذرات یک باریکه در برخورد با یک هدف را پراکندگی می‌گویند. روش رادرفورد در بهره‌گیری از آزمایشهای پراکندگی برای پی بردن به ساختارهای زیر اتمی در فیزیک نوین کاربردهای وسیعی یافته است. در ۱۹۱۰، فیزیکدانان پرتابهایی با انرژی کافی در اختیار نداشتند که به داخل هسته نفوذ کنند؛ ذرات آلفای رادرفورد به دشواری می‌توانستند به سطح هسته برسند. اما فیزیکدانان از ۱۹۳۰ اقدام به ساختن شتابگرهایی کردند، که می‌توانست باریکه‌های شدیدی از ذرات پرتابی تولید کند. این پرتابه‌ها می‌توانستند هسته را بکاوند و حتی آن را خرد کنند. بزرگترین شتابگرهای معاصر پرتابهایی با انرژی کافی تولید می‌کنند که می‌توانند درون پروتونها و نوترونها را بکاوند. در فصلهای بعد در خصوص کاوش و جستجوی درون هسته‌ها و پروتونها و نوترونها بحث خواهیم کرد.

۴.۴ نظریه بور

بنابر فیزیک کلاسیک، اتم هسته‌ای رادرفورد، دچار یک عدم پایداری جدی است. از آنجا که الکترونهای منفی تحت تاثیر ربایش الکتریکی هسته مثبت فرار دارند، نمی‌توانند در فاصله‌ای معین از هسته در حالت سکون باقی بمانند؛ بلکه باید در مداری حول هسته بگردند، شبیه گردش سیارات به دور خورشید. اما مطابق قوانین الکترو دینامیک کلاسیک، الکترون شتابدار امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کند و به این وسیله انرژی از دست می‌دهد. یک محاسبه ساده نشان می‌دهد که به عنوان پیامدی از این اتلاف انرژی، الکترونی که هسته، مثلاً، یک اتم هیدروژن را دور می‌زند با حرکتی مارپیچی به دور اتم می‌رود و در مدتی کمتر $10^{-10}s$ به هسته برخورد می‌کند. یعنی، اتم ناپایدار است، تقریباً فوراً می‌رمبد. به علاوه، در خلال این فرایند رمبش، همراه با هرچه سریعتر شدن سرعت چرخش الکترون به دور هسته، فورانی از امواج الکترومغناطیسی با بسامدی پیوسته افزایش یافته (شبه صدای «جیغ مانند و تیز») آلات موسیقی) گسیل می‌دارد. این تصویر با حقایق در تعارض شدیدی است: اتمهای هیدروژن بسیار پایدارند، اصلاً گرایشی به رمبیدن ندارند؛ و وقتی تابش گسیل می‌دارند، طیف آنها دارای یک دسته بسامد گسسته است، نه گستره پیوسته‌ای از بسامدها.

در سال ۱۹۱۳، نیلس بور* گام جسورانه‌ای را در جهت حل این مشکلات برداشت. وی پیشنهاد کرد که مدارها و انرژیهای اتم هیدروژن کوانتیده‌اند، یعنی، فقط مدارها و انرژیهای گسسته معینی مجازند. این کوانتش اتم هیدروژن شبیه کوانتش نوسانگر هماهنگ پلانک است. این کوانتش حاکی از آن است که قوانین مکانیک کلاسیک و الکترومغناطیس کلاسیک در مقیاس و سطح اتمی غیرقابل کار بودند، و قوانین نوینی باید به جای آنها بنشینند، یا تکمیلشان کنند، بور این قوانین جدید مکانیک اتمی را به قرار زیر خلاصه کرد**.

۱. وقتی الکترون در یکی از مدارهای کوانتیده قرار دارد، هیچگونه تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌کند؛ بدینسان، می‌گویند الکترون در حالت مانا است. الکترون می‌تواند یک گذار ناپیوسته، یا جهش کوانتومی، از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر، انجام دهد. در خلال این گذار الکترون تابش گسیل می‌کند.
۲. قوانین مکانیک کلاسیک در مورد حرکت مداری الکترون در حالت مانا صادق‌اند، اما این قوانین در طی گذار از یک حالت به حالت دیگر، برقرار نیستند.
۳. وقتی الکترونی از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر گذر می‌کند، اختلاف انرژی ΔE به صورت یک تک فوتون، با بسامد $\nu = \frac{\Delta E}{h}$ رها می‌شود.
۴. مدارهای مجاز را مقادیر کوانتیده تکانه زاویه‌ای مداری مشخص می‌کنند.

* نیلس بور (Niels Bohr)، ۱۸۸۵ - ۱۹۶۲، فیزیکدان نظری دانمارکی، مدیر مؤسسه فیزیک نظری (حالا مؤسسه نیلس بور) در کپنهاگ. مطالعات خود را در انگلستان تحت نظر ج.ج. تامسون و رادرفورد به انجام رسانید. پس از تدوین نظریه «قدیمی» ساختار اتم خود، که به همین اعتبار در سال ۱۹۲۲ جایزه نوبل دریافت کرد، نقشی پیشاهنگ در پیشبرد و تفسیر و تعبیر نظریه کوانتومی «جدید»، که بر پایه مکانیک موجی استوار است، بازی کرد. بعداً، توجه بور به فیزیک هسته‌ای معطوف شد، که در این حوزه سهم خود را با ارائه مدل قطره‌ای هسته، مدل مرکب مربوط به واکنشهای هسته‌ای، و همراه با آ. ویلر، نخستین تحلیل نظری از فرایند شکافت هسته‌ای، ادا کرد. وی در بنیانگذاری مرکز اروپایی تحقیقات هسته‌ای (سرن) بسیار مؤثر بود. پس از مرگ بور، پسرش ایگ نیلس بور (۱۹۲۲ -)، به عنوان سرپرست مؤسسه نیلس بور جانشین وی شد، و در سال ۱۹۷۵ (همراه بک بن موتلسون، ۱۹۲۶ -)، و جیمز رین واتر، ۱۹۱۷ -)، به خاطر کار در زمینه ساختار هسته، موفق به دریافت جایزه نوبل شد.

** این اصل موضوع، با اندکی اصلاحات و برایشی، از خلاصه نهایی سه مقاله بور در: *Phil. Mag.* 26, 1, 479, 857 (1913)، برگرفته شده است. در مقاله اول از این مجموعه مقالات، بور ابتدا کوانتش انرژی را با استدلال نسبتاً مغشوشی در خصوص بسامد تابیده شده هنگامی که الکترون که در ابتدا نامعین است و سپس در یک مدار مقید قرار می‌گیرد، استنتاج می‌کند؛ کوانتش تکانه زاویه‌ای فقط به صورت یک چاره‌اندیشی جلوه‌گر می‌شود.

این تکانه زاویه‌ای همواره مضرب صحیحی است از $h/2\pi$ ، یعنی،

$$L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

که در آن

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054589 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

در حالت ساده مدارهای دایره‌ای، برای یافتن ابعاد مدارهای کوانتیده و انرژی‌های کوانتیده آنها، بهره‌گیری از اصول بالا بسیار آسان است. نیروی ربایشی کولن بین الکترون (با بار $-e$) و هسته (با بار $+e$) عبارت است از $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. در این صورت، مطابق اصل ۲، معادله حرکت یک الکترون در مداری دایره‌ای عبارت است از

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (14)$$

بنابراین اصل ۴، تکانه زاویه‌ای مداری باید برابر با حاصلضرب \hbar در یک عدد صحیح باشد،

$$L = m_e v r = n\hbar \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

عدد n را عدد کوانتومی، یا، به بیان دقیقتر، عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای می‌گویند. از معادله (۱۵) داریم،

$$v^2 = \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r^2} \quad (16)$$

که، وقتی در معادله (۱۴) می‌نشانیم، شعاع مدار را به دست می‌دهد:

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{e^2 m_e}$$

این شعاع را با شاخص پایین n مشخص می‌کنیم،

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{e^2 m_e} \quad (17)$$

شعاع کوچکترین مدار مجاز ($n = 1$) عبارت است از

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} \quad (18)$$

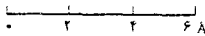
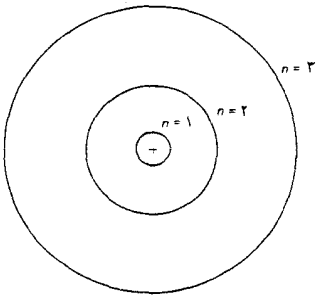
این کمیت را شعاع بور می‌گویند، و معمولاً آن را به a_0 نشان می‌دهند،

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} = 0,5291771 \times 10^{-10} \text{ m} = 0,5291771 \text{ \AA} \quad (19)$$

در شکل ۱۸.۴ مدارهای دایره‌ای مجاز را مشاهده می‌کنید، که برحسب یک مقیاس ترسیم شده‌اند.

در شکل ۱۸.۴ مدارهای دایره‌ای مجاز مدارها عبارت است از مجموع

$$\frac{1}{2} m_e v^2 \text{ و انرژی پتانسیل } -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$



شکل ۱۸.۴ مدارهای دایره‌ای در اتم هیدروژن، برطبق نظریه بور.

$$E_n = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$= \frac{1}{2} m_e \left(\frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r^2} \right) \left(\frac{e^2 m_e}{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2} \right)^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{e^2 m_e}{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2} \right) \quad (20)$$

یا

$$E_n = -\frac{e^2}{2(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e}{\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

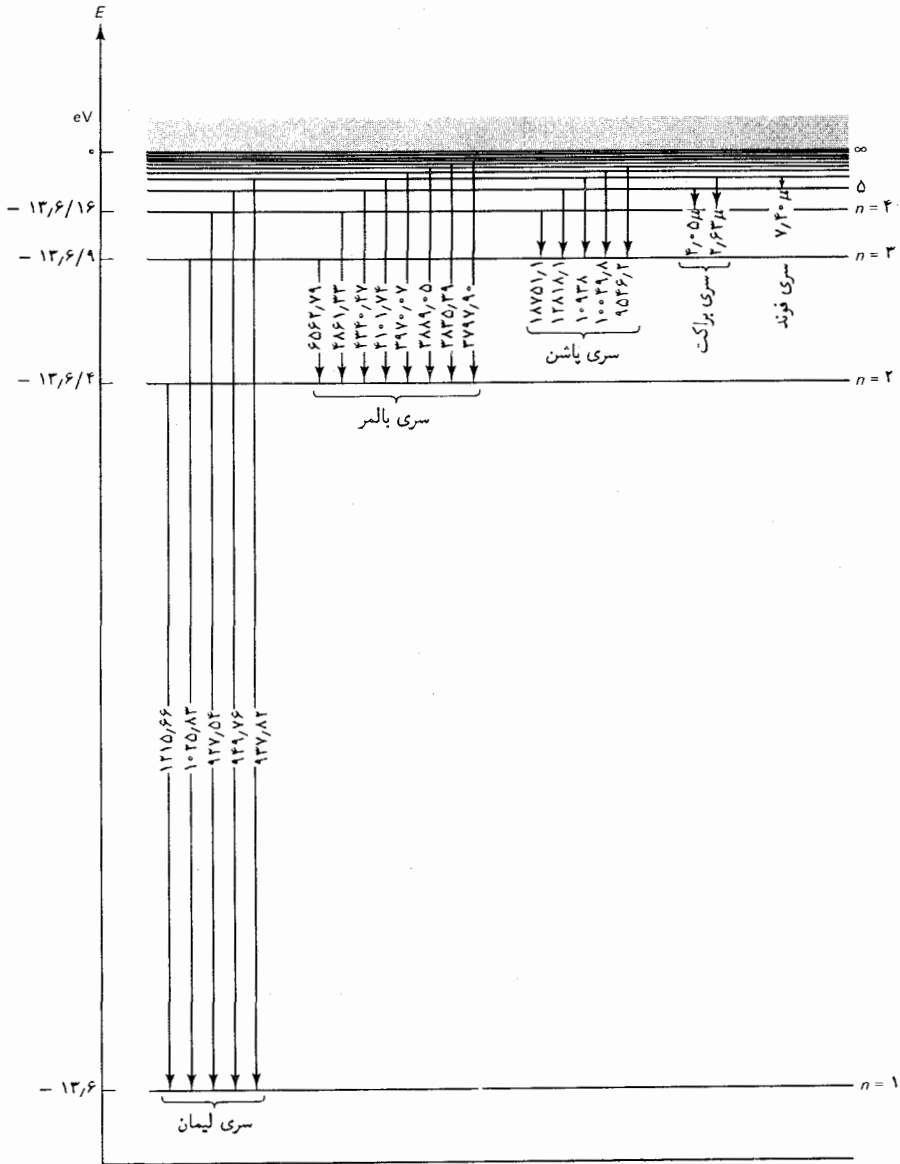
انرژی حالت مانای متناظر با کمترین انرژی، یا حالت پایه $n = 1$ ، عبارت است از

$$E_1 = -\frac{e^2}{2(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e}{\hbar^2} = -2,18 \times 10^{-18} \text{ J} = -13,6 \text{ eV} \quad (22)$$

انرژی سایر حالت‌های مانا، یا حالت‌های برانگیخته، عبارتند از

$$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2} \quad (23)$$

در شکل ۱۹.۴ انرژی‌های کوانتیده اتم هیدروژن را به صورت نمودار تراز انرژی مشاهده می‌کنید. اگر الکترون در حالت پایه باشد، انرژی پیوند آن، یا انرژی یونش، $13,6 \text{ eV}$ است؛ این انرژی مورد نیاز برای خروج الکترون از اتم است. هر وقت اتم نامختل باقی بماند، الکترون در حالت پایه واقع می‌شود. برای بالابردن الکترون به یک حالت برانگیخته، باید اتم را در معرض یک آشفتگی خارجی به صورت گرما یا جریان الکتریکی قرار دهیم، آنگاه برخورد بین اتم و سایر اتمها، یا بین اتم و حاملین جریان، حرکت الکترون را مختل می‌کند و گاهی هم آن را به یک حالت برانگیخته می‌راند. از این حالت، الکترون گذاری



به حالت برانگیخته پاینتریا حالت پایه انجام می دهد. این گذارهای به حالتهای پایین معمولاً به طور خودبه خود، بدون نیاز به هیچگونه آشفتگی خارجی دیگر، اتفاق می افتد. بنابراین موضوع بور، چنین گذاری به سمت پایین متضمن گسیل تابش است. (اما نظریه بور نه به ما می گوید که الکترون چه وقت این جهش پایین سوی خودبه خودش را انجام می دهد، و نه اینکه الکترون به کدام حالت پاینتری

شکل ۱۹.۴ نمودار تراز انرژی مربوط به اتم هیدروژن. بیکانها برگذارهایی دلالت می کنند که به سریهای طیفی مختلفی می انجامند؛ اعداد نمایانگر طول موج در هوا هستند.

موجود خواهد جهید؛ از اینرو نظریه امکان محاسبه شدت خطوط طیفی را فراهم نمی‌کند.

شکل ۱۹۰۴ نشان می‌دهد که گذارها را می‌توان برطبق حالت پایینتری که الکترون به داخل آن می‌جهد، به صورت چندین سری دسته‌بندی کرد، این سری گذارها به سری خطوط طیفی لیمان، بالمر، پاشن، براکت، فوند، و مانند آنها، می‌انجامد. در گذار یک حالت اولیه؟ به حالت نهایی f ، الکترون مقداری انرژی رها می‌کند:

$$\Delta E = E_i - E_f = \frac{e^4}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e}{\hbar^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (24)$$

بنابراصل موضوع ۳، این انرژی به صورت یک تک فوتون تابیده می‌شود که بسامد آن عبارت است از:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{e^4}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e}{\hbar^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (25)$$

این معادله بر فرمول بالمر منطبق است،

$$\nu = cR_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (26)$$

از مقایسه معادلات (۲۵) و (۲۶) به فرمول نظری زیر برای ثابت ریذبرگ می‌رسیم:

$$R_H = \frac{e^4 m_e}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 c} \quad (27)$$

با بهترین مقادیر تعیین شده برای ثابتهای فیزیکی که در پیوست ۱ آمده است، خواهیم داشت

$$R_H = \frac{(1/602189 \times 10^{-19}C)^4 \times 9,10952 \times 10^{-31}kg}{4\pi(4\pi \times 1,854188 \times 10^{-12}F/m)^2 \times (1,054589 \times 10^{-34}J \cdot s)^2 \times 2,997925 \times 10^8 m/s} = 109,737cm^{-1}$$

این مقدار نظری R_H با مقدار تجربی $R_H = 109679cm$ که در بخش ۲۰۴ نقل کردیم، به خوبی سازگار است. این سازگاری را با علم به اینکه محاسبه ما نیازمند تصحیح کوچکی است، می‌توان بهبود بخشید. ما در محاسبات خود فرض کرده‌ایم الکترون به گرد هسته‌ای می‌چرخد که ثابت می‌ماند، اما عملاً الکترون و هسته هردو به دور مرکز جرم مشترکشان می‌گردند. در مثال زیر ملاحظه خواهیم کرد که چگونه این حرکت هسته به دور مرکز جرم را در محاسبات خود منظور کنیم.

مثال ۴. محاسبه بالا را، با منظور کردن حرکت هسته، تکرار کنید.

حل در شکل ۲۰.۴ مدارهای الکترون و هسته را حول مرکز جرمشان مشاهده می‌کنید. شعاع این مدارها با جرمشان نسبت عکس دارد،

$$r_e = r \frac{m_p}{m_p + m_e}, \quad r_p = r \frac{m_e}{m_p + m_e} \quad (28)$$

که r فاصله هسته تا الکترون است و m_p جرم هسته (جرم پروتون) است. به همین ترتیب، سرعتها هم همین تناسب را دارند،

$$v_e = v \frac{m_p}{m_p + m_e}, \quad v_p = v \frac{m_e}{m_p + m_e} \quad (29)$$

که در آن v سرعت الکترون نسبت به هسته است ($v = v_e + v_p$)، در این صورت، انرژی این سیستم عبارت است از،

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m_e v_e^2 + \frac{1}{2} m_p v_p^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \\ &= \frac{1}{2} m_e \left(\frac{v m_p}{m_p + m_e} \right)^2 + \frac{1}{2} m_p \left(\frac{v m_e}{m_p + m_e} \right)^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{m_e m_p}{m_p + m_e} \right) v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \end{aligned} \quad (30)$$

تکانه زاویه‌ای سیستم به این قرار است

$$\begin{aligned} L &= m_e v_e r_e + m_p v_p r_p \\ &= m_e v r \left(\frac{m_p}{m_p + m_e} \right) + m_p v r \left(\frac{m_e}{m_p + m_e} \right) \\ &= \left(\frac{m_e m_p}{m_p + m_e} \right) v r \end{aligned} \quad (31)$$

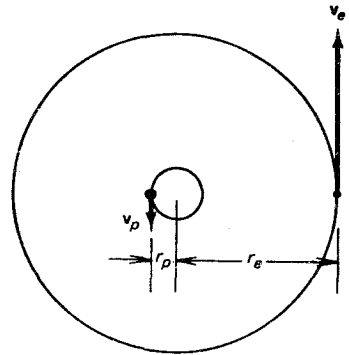
سرانجام، معادله حرکت الکترون عبارت است از

$$m_e \frac{v_e^2}{r} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

که، با جانشانی v_e و r_e از معادلات (۲۹) و (۲۸)، می‌رسیم به

$$\left(\frac{m_e m_p}{m_p + m_e} \right) \frac{v^2}{r} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (32)$$

معادلات (۳۰)، (۳۱)، و (۳۲) دارای شکل ریاضی شبیه به معادلات (۲۰)، (۱۵)، و (۱۴) هستند: تنها تفاوت بین این دو دسته معادله این است که در دسته معادلات اولی،



شکل ۲۰.۴ مدارهای دایره‌ای الکترون و هسته حول مرکز جرم مشترکشان. ابعاد مدار هسته خیلی بزرگتر از مقدار واقعی نشان داده شده است! این مدار عملاً 180° بار کوچکتر از مدار الکترون است.

به جای جرم الکترون m_e ، جرم کاهش یافته به شرح زیر را داریم:

$$\mu = \frac{m_e m_p}{m_e + m_p} \quad (۳۳)$$

بدینسان، نتیجه نهایی محاسبه ما متضمن همان جایگذاری خواهد بود،

$$E_n = -\frac{e^2}{2(\pi\epsilon_0)^2} \frac{\mu}{\hbar^2 n^2} \quad (۳۴)$$

عبارت نظری مربوط به ثابت ویدبرگ چنین می شود

$$R_H = \frac{e^2 \mu}{4\pi(\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 c} = 109,678 \text{cm}^{-1} \quad (۳۵)$$

این مقدار نظری اصلاح شده تا شش رقم با معنی با مقدار تجربی منطبق است!

نتیجه (۳۴) در ارتباط با طیف هیدروژن سنگین، یا دوتریم، مورد توجه خاص قرار دارد. این اتم هسته‌ای دارد که جرمش تقریباً دو برابر جرم پروتون است. از اینرو جرم کاهش یافته مربوط به این اتم تا اندازه‌ای بیشتر از جرم کاهش یافته هیدروژن معمولی است؛ و تمامی خطوط طیفی آنها دارای بسامدهای اندکی بیشتر می‌باشند. این بیشتر بودن بسامدها را جابه‌جایی ایزوتوپی خطوط طیفی می‌گویند. وجود دوتریم نخستین بار از طریق مشاهده جابه‌جایی ایزوتوپی در خطوط طیفی گسیلیده از نمونه‌های هیدروژن طیفی، نشان داده شد. ■

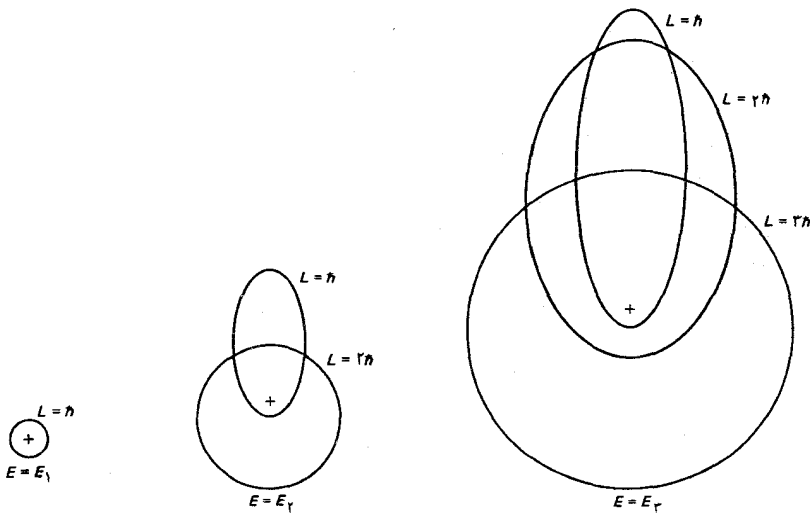
بدینسان، می‌بینیم که نظریه بور توضیح موفقیت‌آمیزی از خطوط طیفی گسیلیده به وسیله اتم هیدروژن که بر پایه یک مدل ساختار درونی این اتم استوار است، ارائه می‌دهد. به علاوه، این نظریه مقداری را برای شعاع اتمی به دست می‌دهد که با مقادیر متعارف شعاعهای اتمی به دست آمده از اندازه‌گیریهای انجام شده روی بلورها و گازها، بخوبی سازگار است.

زومرفلد** به عنوان اصلاح دیگری در نظریه بور، قواعدی برای کوانتاش مؤلفه‌های تناوبی حرکت در هرگونه سیستم کالی از ذرات، وضع کرد. او به مدارهای بیضوی اتم هیدروژن پرداخت، و تصمیمات نسبیتهی در مورد انرژی الکترون را نیز منظور کرد. بنابراین یکی از قضایای مشهور مکانیک نیوتونی، در مورد ذره‌ای

* معنی این حکم آن است که این مقادیر در محدوده عدم قطعتهای مربوط به دانسته‌های ما در مورد ثابتهای m_e و \hbar سازگارند. در واقع، این مقایسه کاملاً هم منصفانه نیست زیرا R_H در تعیین مقادیر پذیرفته شده m_e و \hbar یک جزء دخیل به حساب می‌آید.

** آرنولد زومرفلد (Arnold Sommerfeld)، ۱۸۶۸ - ۱۹۵۱، فیزیکدان نظری آلمانی، استاد دانشگاه مونیخ، و مدیر انستیتو فیزیک نظری. زومرفلد معلمی نابغه بود و دانشجویان درخشان زیادی را جذب کرد، از آن میان می‌توان دبی، پارلی، هایزبرگ، و بقیه را برشمرد. او مؤلف کتاب ساختار اتمی و خطوط طیفی (Atombau und Spektrallinien)، نخستین، و مؤثرترین رساله در خصوص مکانیک کوانتومی، است.

که تحت تأثیر نیروی عکس مجذوری حرکت می‌کند، مدارهای دایروی و بیضوی با محور بزرگتر یکسان انرژی مساوی دارند. (شکل ۲۱.۴). اما، تصحیحات نسبیتی در مورد انرژی جنبشی به اختلاف اندکی بین انرژی مدارهای دایروی و بیضوی می‌انجامد. وقتی زومرفلد این تصحیحات نسبیتی را محاسبه کرد، دریافت که می‌تواند علت ساختار ریز طیف هیدروژن را توضیح دهد: وقتی خطوط طیفی هیدروژن را با یک طیف نما با قدرت تفکیک بسیار بالا بررسی کنیم، می‌بینیم که آنها همگی به صورت چندگانه، یعنی گروههایی از خطوط با طول موج تقریباً یکسان، می‌باشند.



اما، نباید توفیقه‌های چشمگیر نظریه بور چشم ما را بر نقائص ببندند. این نظریه آمیزه‌ای نامتجانس از ایده‌های کلاسیکی و غیرکلاسیکی است. از یک سو، از ما خواسته می‌شود که بپذیریم نیروهای دخیل درون اتم با قوانین کلاسیک الکترومغناطیس به دست می‌آیند؛ از سوی دیگر، به ما القا می‌کند که فرمول مربوط به گسیل تابش را که از همین قوانین به دست می‌آیند، کنار بگذاریم. نظریه بور علت کوانتیده بودن تکانه زاویه‌ای را، و نیز علت انجام گذار در آنها را، توضیح نداد. به علاوه، این نظریه در تمام تلاشهایش برای محاسبه طیف هلیم و سایر اتمهایی با بیش از یک الکترون عاجز ماند. تمامی این معایب را نظریه کوانتومی جدید رفع می‌کند؛ این نظریه بر شالوده مکانیک موجی استوار است و آن را در فصل بعد بررسی خواهیم کرد. سهم عظیم و به یادماندنی بور شناسایی این مطلب

شکل ۲۱.۴ مدارهای بیضوی اتم هیدروژن، بنابر نظریه زومرفلد، بیضیهایی که محور بزرگترشان یکی است، به استثنای تصحیحات کوچک نسبیتی، انرژی یکسانی دارند.

بود که آنها دارای حالت‌های مانا با انرژی‌های کوانتیده‌اند و اینکه تابش ناشی از گذار بین این حالت‌هاست. نظریه کوانتومی جدید این جنبه نظریه قدیمی را حفظ کرد؛ اما نظریه جدید توضیح کاملاً متفاوتی برای حالت‌های مانا ارائه می‌کند، توضیحی که اصلاً کاری با مدارهای کلاسیکی ندارد.

۴.۵ اصل همخوانی (تطابق)

به طوری که از نمودار تراز انرژی مربوط به اتم هیدروژن (شکل ۴-۱۹) برمی‌آید، تفاوت انرژی بین یک تراز انرژی و تراز انرژی بعدی به‌ازای مقادیر بزرگ عدد کوانتومی n ، خیلی کوچک است. به همین ترتیب، اختلاف بین شعاع یک مدار بور و مدار بعدی نیز خطی ناچیز است. بدینسان، اگر الکترونی در حالت مانا با، مثلاً، $n = 4000$ ، گام به‌گام، به حالت پایینتر بعدی ($n = 3999$) بجهد، و سپس به حالت بعدی ($n = 3998$)، و به همین ترتیب الی آخر، این گام‌ها در انرژی و شعاع خیلی کوچکند، و بنظر خواهد رسید که تغییرات انرژی و شعاع تقریباً به طور پیوسته صورت می‌پذیرد. اختلاف تکانه زاویه‌ای بین یک حالت و حالت بعدی عبارت است از مقدار ثابت \hbar ، که به‌ازای مقادیر بزرگ n ، کوچکتر نمی‌شود. معهداً، تغییرات تکانه زاویه‌ای نیز بنظر می‌رسد تقریباً به طور پیوسته صورت می‌گیرد زیرا هرگام در تکانه زاویه‌ای در مقایسه با تکانه زاویه‌ای باقیمانده خیلی کوچک است، یعنی، تنزل کسری از، مثلاً، $L = 4000\hbar$ به $L = 3999\hbar$ خیلی ناچیز است. آشکار است که، تحت این شرایط الکترون به نحو مطلوبی به صورت یک ذره کلاسیکی رفتار می‌کند؛ آثار کوانتش بدشواری قابل توجه‌اند.

استدلال‌های پیشین تطابقی را بین مکانیک کلاسیکی و کوانتومی در حالت حدی اعداد کوانتومی بزرگ، برقرار می‌کند. بوریگ تعمیم مفید از این تطابق را با این الزام که نه تنها در مورد رفتار مکانیکی، بلکه در مورد رفتار الکترومغناطیسی الکترون در گسیل تابش هم به کار می‌رود، تدوین کرد. وی این الزام را در اصل همخوانی خود چنین بیان می‌کند: در حالت حدی اعداد کوانتومی بزرگ، بسامدها و شدت‌های تابش محاسبه شده به کمک نظریه کلاسیک باید با همین کمیتها از نظریه کوانتومی سازگار باشد.

بررسی صریح درستی این موضوع که بسامدهای نورگسیلیده به وسیله یک الکترون در یک اتم هیدروژن، با این اصل همخوانی سازگارند، آسان است، یعنی، در حالت حدی n بزرگ، بسامد محاسبه شده از نظریه کوانتومی به مقدار

محاسبه شده از نظریه کلاسیکی، نزدیک می شود. بنابر معادله (۲۵)، بسامد مربوط به یک گذار از n به $n-1$ عبارت است از

$$\nu = \frac{e^2}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e}{\hbar^2} \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (36)$$

$$= \frac{e^2}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e}{\hbar^2} \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} \quad (37)$$

اگر n خیلی بزرگ باشد، $\frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} = \frac{2n}{n^2} = \frac{2}{n^2}$ ، به طوری که

$$\nu \simeq \frac{e^2}{2\pi(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e}{\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (38)$$

این کمیت بنابر نظریه کوانتومی عبارت است از بسامد. برای یافتن بسامد بنابر نظریه کلاسیک، توجه داریم که در مورد یک بار شتابدار، طبق پیش بینی الکتروپوینامیک کلاسیک بسامد نورگسیلیده با بسامد حرکت منطبق است. برای الکترون مورد نظر ما که در مداری دایره ای قرار دارد، بسامد حرکت عبارت است از $\frac{v}{2\pi r}$ ، آنگاه از معادلات (۱۶) و (۱۷) پی می بریم که بسامد نورگسیلیده عبارت است از

$$\nu_{\text{کلاسیک}} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{\frac{n\hbar}{m_e r}}{2\pi r} = \frac{n\hbar}{2\pi m_e r^2} = \frac{n\hbar}{2\pi m_e} \left(\frac{e^2 m_e}{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2} \right)^2 \quad (39)$$

اگر سمت راست این معادله را ساده کنیم، پی می بریم که با سمت راست معادله (۳۸) منطبق است، یعنی، نتیجه محاسبه کلاسیکی با نتیجه محاسبه مکانیک کوانتومی توافق دارد. اما، توجه کنید که این انطباق فقط به ازای مقادیر بزرگ n برقرار است؛ اگر n بزرگ نباشد، در آن صورت بسامد کلاسیکی [معادله (۳۹)] از بسامد کوانتوم مکانیکی [معادله (۳۷)] کوچکتر است.

به بیان کلیتر، می شود نشان داد که در مورد هر حرکت تناوبی، انطباق بین بسامدهای تابش محاسبه شده از نظریه کوانتومی و از نظریه کلاسیکی در حالت حدی اعداد کوانتومی بزرگ، همواره پیامد مستقیم اصل موضوع کوانتوم است. بدینسان، آنچه که اصل همخوانی در خصوص بسامدها بیان می کند همواره خودبه خود اجرا و عملی می شود. ارزش واقعی اصل همخوانی بر آنچه که این اصل در باب شدت های نورگسیلیده اظهار می دارد، قرار دارد. در عصر آغاز نظریه کوانتومی، بور و همکارانش از این جنبه اصل همخوانی برای محاسبه شدت خطوط طیفی، و تدوین قواعد گزینش مربوط به خطوط مجاز (با شدت

غیرصفر) و مربوط به خطوط ممنوع (با شدت صفر یا تقریباً صفر)، بهره‌برداری کردند. برآن نیستیم که این محاسبات نسبتاً پیچیده را در اینجا تکرار کنیم، اما برخی از قواعد‌گزینش را در فصل ۷ خلاصه می‌کنیم و آنها را به کار می‌بریم.

۶.۴ جذب انرژی؛ آزمایش فرانک - هرتز

جذب نوره و وسیلهٔ اتم عکس عمل گسیل نور است. وقتی الکترونی یک کوانتوم نور را (که یک منبع نور خارجی آن را فراهم آورده) جذب کند، از یک حالت کم انرژی به یک حالت با انرژی زیاد جهش می‌کند. البته، انرژی این کوانتوم باید با اختلاف انرژی بین این حالتها جفت و جور باشد. بنابراین بسامدهای نوری که اتم می‌تواند جذب کند دقیقاً با بسامدهایی که اتم می‌تواند گسیل کند، یکسانند. مثلاً، اگر یک اتم هیدروژن ابتدا در حالت پایه باشد، می‌تواند هریک از بسامدهای سری لیمان را جذب کند؛ اگر ابتدا در نخستین حالت برانگیخته‌اش باشد، می‌تواند هریک از بسامدهای سری بالمر را جذب کند، والی آخر. حالت اولیهٔ معمولی اتم به دما وابسته است. تحت شرایط متعارف آزمایشگاهی، هیدروژن در حالت پایه‌اش قرار دارد و در این صورت فقط خطوط جذبی لیمان را نمایش می‌دهد (شکل ۱۳-۴ را بنگرید)؛ اما در جو داغ ستارگان، هیدروژن گاهی در نخستین حالت برانگیخته‌اش یافت می‌شود و در این صورت خطوط جذبی بالمر را نشان می‌دهد.

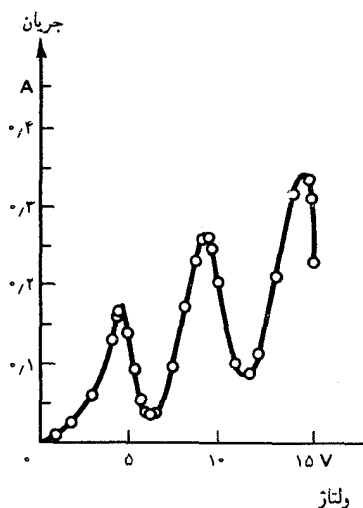
جذب نور را می‌توان یک برخورد کاملاً ناکشسان بین یک فوتون و یک اتم در نظر گرفت. در این برخورد تمامی انرژی فوتون به اتم منتقل می‌شود، و فوتون نابود می‌شود. در مورد اتم هیدروژنی که ابتدا در حالت پایهٔ خود قرار دارد، چنین برخورد کاملاً ناکشسانی مستلزم فوتونی با انرژی حداقل 10.2eV است، چراکه این کمیت اختلاف انرژی بین حالت پایه و نخستین حالت برانگیخته است،

$$\Delta E = 13.6\text{eV} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 13.6\text{eV} \times \frac{3}{4} = 10.2\text{eV} \quad (40)$$

اگر انرژی فوتون کمتر از این آستانه باشد، جذب ناممکن است و برخورد بین فوتون و اتم به طور کامل کشسان خواهد بود؛ فوتون صرفاً از اتم وامی‌جهد (پراکنده می‌شود). این ناتوانی اتم به پذیرش مقداری انرژی کمتر از یک آستانهٔ معین،

جنبه کلی جذب انرژی در خلال برخوردها به شمار می آید*. این رفتار یکی از پیامدهای مستقیم کوانتس انرژی است و هیچ فرقی نمی کند که پرتابه ای که به اتم برخورد می کند فوتون، اتم دیگری، یا یک الکترون باشد.

اندک زمانی پس از آنکه بور کوانتس انرژیهای اتمی را مطرح کرد، نظریه اش طی آزمایشی در خصوص جذب انرژی به وسیله برخورد اتمهای جیوه با الکترونها، که توسط فرانک و هرتز** انجام گرفت، تأیید شد. آنان جریانی از الکترونها را از استوانه ای پراز بخار جیوه گذراندند و جریان را به صورت تابعی از ولتاژ شتاب دهنده وارد بر الکترونها مورد بررسی دقیق قرار دادند. اگر ولتاژ شتاب دهنده و انرژی جنبشی کسب شده کم بود، الکترونها فقط دستخوش برخوردهای کاملاً کشسان می شدند؛ اما اگر انرژی جنبشی به $4,88\text{eV}$ می رسید، در این صورت الکترونها دستخوش برخوردهای ناکشسان همراه با کاهش سرعت می شدند و اتمهای جیوه شروع به گسیل نور فرابنفش با طول موج 2537\AA می کردند. وقوع برخوردهای ناکشسان در نمودار جریان الکترونها برحسب ولتاژ شتاب دهنده به وضوح در شکل (۲۲-۴) نشان داده می شود؛ افت سرعت الکترونها در برخوردهای ناکشسان یک کاهش ناگهانی در جریان را پدید می آورد. انرژی آستانه $4,88\text{eV}$ با اختلاف انرژی بین حالت پایه و نخستین حالت برانگیخته جیوه متناظر است؛ و طول موج 2537\AA متناظر است با فوتونهای گسیلیده از طریق گذارهای خودبه خودی اتمهای برانگیخته ای که به حالت پایه برمی گردند (انرژی فوتون 2537\AA عبارت است از:



شکل ۲۲.۴ نتایجی که فرانک و هرتز در مورد جریان برحسب ولتاژ شتاب دهنده برای الکترونها به دست آوردند که از داخل استوانه پر از بخار جیوه عبور می کنند. به ازای ولتاژهای پایین، جریان الکترون با ولتاژ افزایش می یابد. کاهش سریع و تیز جریان در $4,9\text{V}$ ~ وقوع برخوردهای ناکشسان را مشخص می کند، کاهش سریع دیگری در $9,8\text{V}$ وقوع برخوردهای ناکشسان دوبار تکرار شده را مشخص می کند؛ الکترون نیمی از انرژی اش را در برخورد اول، و نیم دیگر را در برخورد دوم از دست می دهد.

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

$$= 6,63 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s} \times \frac{3,0 \times 10^8 \text{m/s}}{2537\text{\AA}} = 4,88\text{eV}$$

* در این مورد انرژی جنبشی انتقالی را که اتم در خلال برخورد از طریق پس زنی کسب می کند، به حساب نمی آوریم؛ چنین انتقال انرژی را به عنوان جذب نمی شناسیم. در مورد اتمهایی که به وسیله فوتونها یا الکترونها بمباران می شوند، انرژی پس زنی معمولاً ناچیز است.

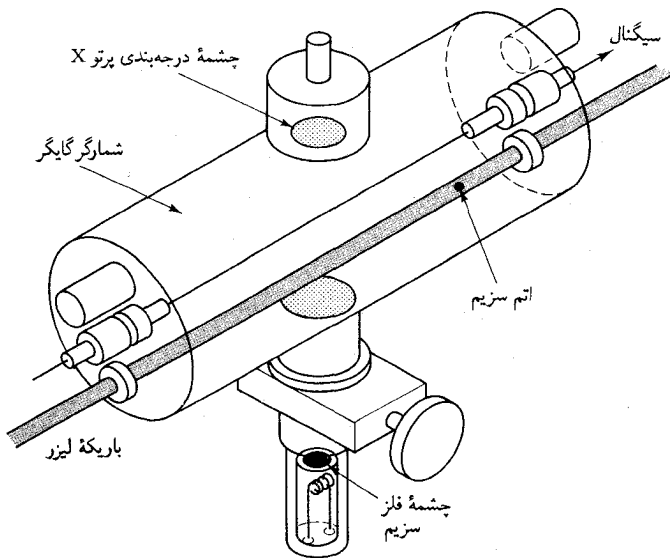
** جیمز فرانک (James Frank)، ۱۸۸۲ - ۱۹۶۴، فیزیکدان آلمانی و بعداً آمریکایی، استاد دانشگاههای گوتینگن و شیکاگو. به خاطر کارش در زمینه تغییرات انرژی در برخوردهای الکترون جایزه نوبل ۱۹۲۵ را دریافت کرد. در طی جنگ روی پروژه مانهاتان کار کرد، اما او از این نظر حمایت می کرد که بمب صرفاً برای نمایش قدرت مورد استفاده قرار گیرد. گوستاو هرتز (Gustav Hertz)، ۱۸۸۷ - ۱۹۷۵، فیزیکدان آلمانی، همکار فرانک، و شریک او در جایزه نوبل. هرتز سرپرستی آزمایشگاههای تحقیقاتی کمیونی زمینس را عهده دار شد، و پس از جنگ دوم جهانی در اتحاد جماهیر شوروی در زمینه فیزیک اتمی کار کرد و جایزه استالین را دریافت داشت.

اگر انرژی جنبشی الکترونها بیشتر از این مقدار باشد، آنگاه چندین فرایند جذب مختلف وارد صحنه می‌شوند. الکترون ممکن است دستخوش یک برخورد قسمتی ناکشسان شود و قسمتی از انرژی را ننگه دارد، اما دقیقاً به اندازه کافی انرژی از دست دهد که اتم را به نخستین حالت برانگیخته‌اش براند؛ یا الکترون ممکن است انرژی کافی از دست دهد تا اتم را به هریک از حالت‌های برانگیخته بالاتر براند. پس، گذارهای خودبه‌خود از این حالت‌های اتمی برانگیخته به حالت پایه سبب گسیل نور با چندین خط طیفی می‌شوند با همین مکانیسم است که گاز بر اثر تحریک الکتریکی در لامپ تخلیه گازی، نور گسیل می‌کند (شکل ۲۰۴ را بنگرید). جریان الکتریکی که این لامپ را تغذیه می‌کند از جویباری از الکترونها بسیار پر انرژی تشکیل یافته است که اتمها را به حالت‌های برانگیخته گوناگونی می‌راند، و به‌گسیل تعداد زیادی خطوط طیفی مختلف منجر می‌شود. گاز را با تحریک گرمایی هم می‌شود به‌گسیل نور وادار کرد. در این حالت اتمها باید تا چنان دمای بالایی گرم شوند که برخوردهای ناکشسان اتم - اتم یکی از اتمهای برخوردکننده یا هر دو آنها را به یک حالت برانگیخته براند. برای خاطر برآوردی سرانگشتی از دمای لازم برای برانگیختن یک گذار، به‌یاد بیاوریم که میانگین انرژی جنبشی گرمایی یک اتم گاز عبارت است از $\frac{3}{2}kT$ (که در آن k ثابت بولتزمن است). اگر قرار است یک برخورد ناکشسان بین، مثلاً، دو اتم هیدروژن با انرژی جنبشی $\frac{3}{2}kT$ مورد نیاز برای برانگیختن یک اتم از حالت پایه‌اش، یعنی 10.2eV ، را تأمین کند، باید داشته باشیم $2 \times \frac{3}{2}kT = 10.2\text{eV}$ ، که بیش از حد به دست می‌دهد زیرا تعداد زیادی از اتمهای گاز انرژی جنبشی بیشتر از میانگین انرژی جنبشی $\frac{3}{2}kT$ دارند. دمای $1 \times 10^4\text{K}$ برای ایجاد برانگیختگی قابل ملاحظه‌ای در اتمهای هیدروژن کافی است؛ ستارگان با چنین دماهایی خطوط طیفی هیدروژن را به نمایش می‌گذارند.

در سالهای اخیر، دانشمندان آزمایشگاه اوک ریج روش فوق‌العاده حساسی را برای آشکارسازی و شناسایی یک تک اتم در نمونه‌ای از گاز را ابداع کرده‌اند. مثلاً، آنان توانسته‌اند از وجود یک اتم سزیم را در یک اتاقک حاوی حدود 10^{11} اتم دیگر آشکارسازی کنند. روش آنها، به‌نام طیف نمایی یونش تشدیدی*، بر قدرت گزینش بسیار بالایی متکی است که اتم در هنگام جذب فوتونها بروز می‌دهد؛

*"Counting the Atoms," G.S Hurst et al., *Physics Today*, September 1980.

اتم یک فوتون با بسامد صحیح برای یک گذار را به آسانی جذب می‌کند، اما از جذب فوتونی با بسامد اشتباه امتناع می‌ورزد. فوتونهایی را که بسامد صحیح دارند گفته می‌شود که یا گذار اتمی در حالت تشدید قرار دارند. در شکل ۲۳-۴ دستگاه آزمایشی مربوط به این موضوع را مشاهده می‌کنید. محفظه استوانه‌ای یک شمارگر گایگر حاوی گاز آرگون و چندتایی اتم سزیم است. یک درخش نور لیزر، متشکل از فوتونهای دقیقاً با بسامد صحیح برای یک گذار اتم سزیم، به داخل محفظه فرستاده می‌شود. اتمهای سزیم فوتونها را جذب خواهند کرد و به یک حالت برانگیخته گذارهایی انجام می‌دهند، اما اتمهای آرگون در حالت پایه خود باقی خواهند ماند. به علاوه، از آنجا که باریکه لیزر حاوی تعداد بسیار زیادی فوتون است، اتم برانگیخته سزیم بلافاصله فوتون دیگری را جذب خواهد کرد؛ این دومین جذب انرژی به قدر کافی زیاد است که اتم را یونیده کند. پس، الکترون رها شده در این یونش به وسیله شمارگر گایگر شمارش می‌شود. بدینسان، هر اتم سزیم حضور و وجودش را با رها کردن یک الکترون نشان می‌دهد.

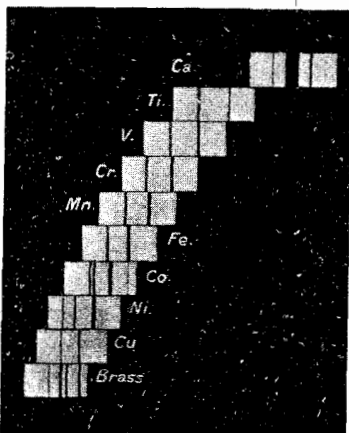


شکل ۲۳-۴ آشکارساز تک اتم.

برای دستیابی به حساسیت بالا در این روش، باید یک باریکه شدید لیزر در اختیار داشته باشیم، به این ترتیب هر تک اتم سزیم یونیده خواهد شد؛ و به یک آشکارساز الکترون کارآمد نیاز داریم، تا هر الکترون رها شده‌ای شمارش شود. طیف‌نمایی یونش تشدید را می‌توان برای بازشناسی و شمارش اتمهای تمامی عناصر شناخته شده، به استثنای هلیوم و نئون که برای آنها باریکه‌های لیزر مناسب

۷.۴ طیف پرتو X مشخصه؛ قانون موزلی

همانطور که در بخش ۴.۳، پرتوهای X که از برخورد الکترونها پراکنده می‌شوند طیف مشخصه‌ای از خطوط طیفی گسسته را نمایش می‌دهند در هنگام تجزیه نور با توری انجام می‌شود در شکل ۲۴.۴ خطوط طیفی چند که طول موجشان به جنس هدف بستگی دارد. وقتی برای تجزیه پرتوهای X از بلور استفاده می‌شود (بخش ۸.۱)، این خطوط طیفی را می‌توان روی فیلم عکاسی ثبت کرد، این عمل به صورتی خیلی شبیه به روش ثبت خطوط طیفی نوری (ایتیکی) عنصر را مشاهده می‌کنید. برای هر عنصر، خطوط طیفی در این عکسها به یک سری تعلق دارند، که به آن سری K گفته می‌شود. هر یک از خطوط طیفی موجود در سری K را با K_α ، K_β ، K_γ ، و مانند آنها نشان می‌دهند. علاوه بر این سری، چند سری دیگر هم که در طول موجهای بلندتر شروع می‌شوند وجود دارند، که به آنها سری L، سری M، والی آخر می‌گویند.

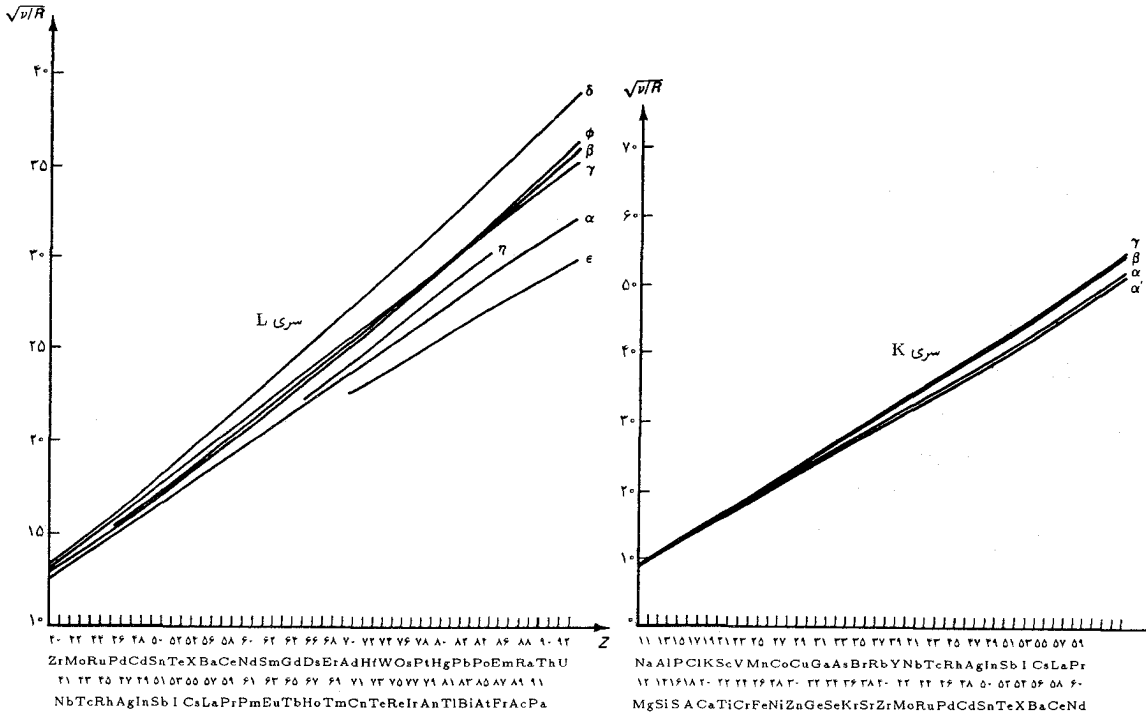


شکل ۲۴.۴ طیفهای پرتو X چند عنصر. این خطوط طیفی به سری K تعلق دارند. توجه کنید که طول موج با افزایش عدد اتمی به طور منظم کاهش پیدا می‌کند.

در سال ۱۹۱۳، موزلی* طول موجهای خطوط طیفی در سری K، و سری L مربوط به تقریباً چهل عنصر را به دقت اندازه‌گیری کرد و پی برد که این طول موجها به طور منظمی با عدد اتمی عنصر تغییر می‌کنند. در شکل ۲۵.۴ منحنی مربوط به ریشه دوم بسامد پرتوهای X گسیلیده بر حسب عدد اتمی ماده گسیل کننده، به نام نمودار موزلی، را مشاهده می‌کنید. بنابراین نمودار، ریشه دوم بسامد با عدد اتمی رابطه خطی دارد؛ این رابطه خطی را قانون موزلی می‌گویند.

نظریه بور قانون موزلی را به این شرح توضیح می‌دهد: اتمی را با عدد اتمی نسبتاً بزرگ، مثلاً $Z > 20$ ، در نظر بگیرید. در این صورت بار هسته Ze است. در مورد الکترونی در مدار داخلی، نزدیک به هسته، نیروی غالب عبارت خواهد بود از نیروی ربایشی کولنی هسته، در حالیکه نیروی رانشی کولنی سایر الکترونها ناچیز خواهد بود. بنابراین، الکترون در یک مدار شبه - هیدروژنی حرکت می‌کند. انرژی این مدار از معادله (۲۱)، با یک اصلاح، به دست می‌آید:

* هنری گوین جفریز موزلی (Henry Gwyn Jeffreys Moseley)، ۱۸۸۷ - ۱۹۱۵، فیزیکدان انگلیسی، مدرس دانشگاه منچستر، که در همانجا زیر نظر رادفورد کار می‌کرد. موزلی تجربه‌گری ماهر بود، و تحقیقات تابناکش درباره خطوط طیفی مشخصه عناصر به تعیین قطعی اعداد اتمی منجر شد. وی در سن بیست و هشت سالگی، طی عملیاتی در نبرد گالیپولی کشته شد.



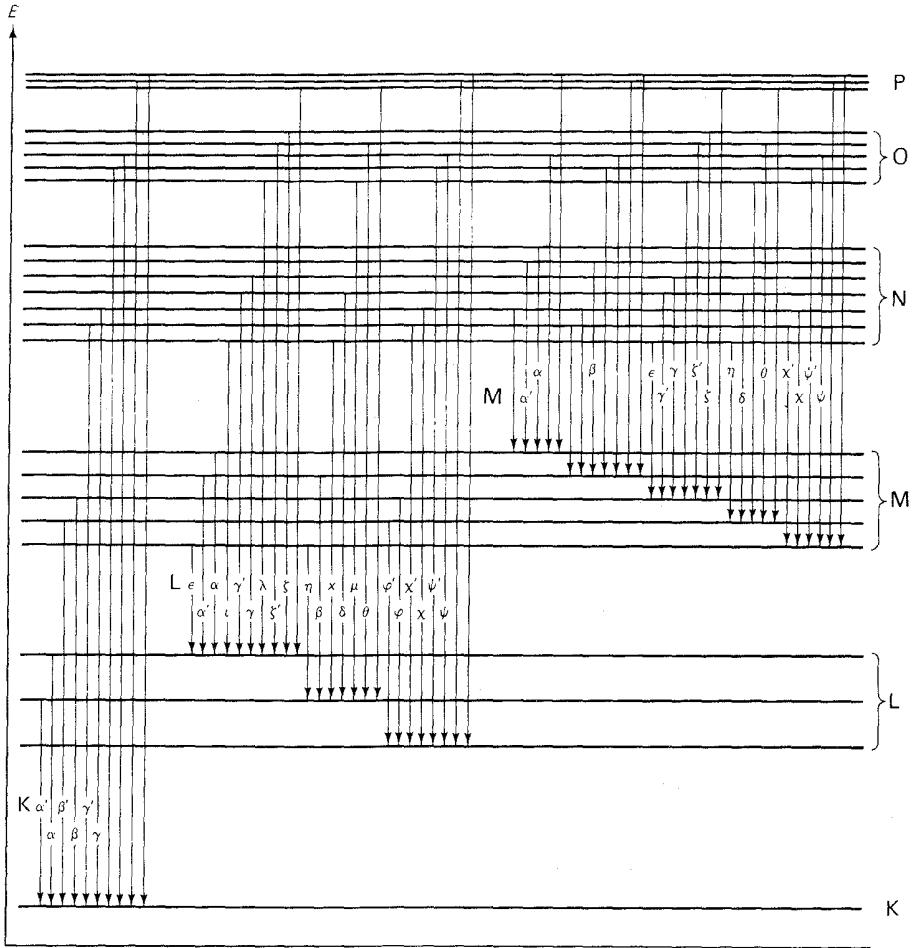
حاصل ضرب $e \times e$ برای بارهای الکترون و پروتون باید جای خود را به حاصل ضرب $e \times Ze$ بارهای الکترون و هسته بدهد، و بدینسان $e^2 Z^2$ باید به جای e^2 بنشیند، که منجر می شود به

شکل ۲۵.۴ نمودارهای موزلی مربوط به سری K و سری L.

$$E_n = -\frac{Z^2 e^2 m_e}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (41)$$

در شکل ۲۶.۴ نمودار تراز انرژی چنین الکترونی را مشاهده می کنید. سری K حاصل گذار از حالت های بالاتر به حالت $n = 1$ است؛ سری L حاصل گذار از حالت های بالاتر به حالت $n = 2$ است. گفته می شود الکترونهاى مربوط به حالت $n = 1$ لایه K اتم را تشکیل می دهند؛ الکترونهاى مربوط به حالت $n = 2$ لایه L را تشکیل می دهند؛ الکترونهاى حالت $n = 3$ لایه M را تشکیل می دهند، و به این ترتیب الی آخر. بدینسان، سری K حاصل گذار به لایه K، سری L ناشی از گذار به لایه L، والی آخر، است (شکل ۲۶.۴).

در یک اتم مختل نشده، تمام لایه های درونی پر از الکترون اند. لایه K دو الکترون، و لایه L هشت الکترون را نگه می دارد، والی آخر. (تعداد الکترونها در هر لایه را اصل طرد محدود می کند؛ در این خصوص در فصل ۷ بحث خواهیم



شکل ۲۶.۴ نمودار تراز انرژی مربوط به الکترون در یک مدار داخل اتم. پیکانها حاکی از گذارهایی که سریهای طیفی مختلف پرتوه X را پدید می آورند.

کرد. اگر اتم در معرض برخورد یک پرتابه پراثری قرارگیرد ممکن است یکی از الکترونهای داخلی از مدارش خارج شود. این برخورد به الکترون اجازه می دهد که از یک مدار بالاتر، باگسیل یک پرتو X مشخصه، به جای خالی، و قابل دسترس موجود گذر کند.

بسامد پرتو X گسیلیده در چنین گذری را می شود به طریق معمولی محاسبه کرد. مثلاً، بسامدهای سری K عبارتند از

$$\nu = \frac{Z^2 e^2}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \left(1 - \frac{1}{n_f^2}\right) \quad (42)$$

از این عبارت ثابت می شود که ریشه مربعی بسامد با عدد اتمی به طور خطی متناسب است. موزلی، برای دستیابی به همخوانی بهتر با داده های آزمایشی،

در معادله (۴۲) به جای Z مقدار $Z - 1$ را قرار داد:

$$\nu = \frac{(Z-1)^2 e^2 m_e}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \left(1 - \frac{1}{n_i^2}\right) \quad (43)$$

توجیه این ترفند آن است که با وجود یک جای خالی در لایه K هنوز هم یک الکترون در این لایه باقی است، و این الکترون یک بار هسته‌ای را از دید هر الکترون دیگری محفوظ می‌دارد.

نظریه بور علت این امر را هم توضیح می‌دهد که چرا پرتابه‌ای با انرژی نسبتاً زیاد لازم است تا گسیل پرتوهای X مشخصه را به راه اندازد. پرتابه فرودی باید یک الکترون را از لایه K یا لایه L یک اتم خارج کند، یعنی، باید انرژی (زیاد) یونش این الکترون را تأمین کند.

کار موزلی نه تنها نظریه بور را قوام بیشتری بخشید، بلکه روش دقیقی هم برای تعیین عددهای اتمی عناصر ارائه کرد. این روش به برخی بازراییهایی در جدول تناوبی عناصر منجر شد. مثلاً، پیش از زمان موزلی، جای نیکل در جدول تناوبی قبل از کبالت بود، زیرا جرم اتمی نیکل کمتر از جرم اتمی کبالت است. اما با مقایسه طیفهای پرتو X مشخصه به طور قطعی اثبات شد که عدد اتمی کبالت کمتر از عدد اتمی نیکل است.

مثال ۵. مطابق شکل ۱۲-۳، طیف پرتو X مولیبدن خطوط طیفی مشخصه را در 0.72\AA و در 0.61\AA نمایش می‌دهد. این طول موجها را با طول موجهای خطوط K_α و K_β ، که از معادله (۴۳) محاسبه شده‌اند، مقایسه کنید.

حل در مورد مولیبدن، $Z = 42$. از اینرو

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 c}{(41)^2 e^2 m_e} \frac{1}{1 - 1/n_i^2}$$

$$= \frac{1}{(41)^2 R_H} \frac{1}{1 - 1/n_i^2}$$

به‌ازای $n_i = 2$ و به‌ازای $n_i = 3$ ، به‌ترتیب، می‌رسیم به $\lambda = 0.723\text{\AA}$ و $\lambda = 0.610\text{\AA}$ که با مقادیر مشاهده شده، کاملاً سازگار است. ■

خلاصه فصل ۴

سری طیفی هیدروژن:

$$\nu = cR_H \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad R_H = 109,678 \text{ cm}^{-1}$$

انحراف ذره آلفا به وسیله هسته:

$$\theta = 2 \cot^{-1} \left(\frac{2\pi\epsilon_0 Eb}{Ze^2} \right)$$

کوانتس تکانه زاویه‌ای:

$$L = n\hbar$$

شعاع بور:

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} = 0,529 \text{ \AA}$$

انرژی حالت‌های مانای هیدروژن:

$$E_n = -\frac{e^2 m_e}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$= -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$$

بسامد فوتون گسیلیده در گذار

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h}$$

جرم کاهش یافته، هیدروژن:

$$\mu = \frac{m_e m_p}{m_p + m_e}$$

اصل همخوانی (تطابق): در حالت حدی اعداد کوانتومی بزرگ، نتایج به دست آمده از نظریه کوانتومی باید با نتایج حاصل از نظریه کلاسیکی سازگار باشد.

مسائل

۱. در جدول ۱۰۴ طول موج خطوط طیفی در هوا درج شده است. خطوط طیفی در $588,95\text{\AA}$ و $5895,92\text{\AA}$ عبارتند از همان خط زرد دوگانه مشهور سدیم. طول موج این خطوط در خلأ چقدر است؟ بسامدشان چیست؟
۲. یک نمونه گاز ناشناخته هنگامی که در لامپ تخلیه الکتریکی برانگیخته می‌شود، در $5875,6\text{\AA}$ یک خط طیفی قوی و نیز چند خط طیفی ضعیفتر را می‌گسیلد. رنگ نورگسیلیده چیست؟ برای شناسایی این گاز از جدول ۱۰۴ بهره‌گیری کنید.
۳. طول موجهای چهار خط اول سری لیمان کدام است؟
۴. کدامیک از خطوط طیفی سری براکت از نظر طول موج به نخستین خط طیفی سری پاشن نزدیکتر است؟ این طول موجها چقدر باهم فرق دارند؟
۵. گستره طول موجهای سری لیمان چقدر است، یعنی کوتاهترین و بلندترین طول موج در این سری کدامند؟ در سری بالمر؟ سری پاشن؟ سری براکت؟ سری فوند کدامند؟
۶. خطوط طیفی در نور تمام کهکشانهای دور انتقال به سرخ را به نمایش می‌گذارد، یعنی، طول موجهای این خطوط طیفی از طول موجهای خطوط طیفی متناظرشان در نور ناشی از چشمه‌های زمینی، به اندازه یک عامل ضربی مشترک بلندترند. مثلاً، نور کهکشانی آنسوی صورت فلکی سنبله حاوی خطوط طیفی با طول موج 4117\AA و 4357\AA ناشی از هیدروژن است. (الف) این دو خط طیفی را مورد شناسایی قرار دهید. ضریب یا عاملی که این طول موجها به اندازه آن نسبت به طول موجهای معمولی دو خط طیفی بلندترند، کدام است؟ (ب) سرعت دور شدن این کهکشان چقدر است؟
۷. یکی از سریهای طیفی اتم از لیتیم عبارت است از سری اصلی با طول موجهای زیر (در خلأ): $6709,7\text{\AA}$ ، $3233,5\text{\AA}$ ، $2742,1\text{\AA}$ ، $2563,2\text{\AA}$ ، $2476,1\text{\AA}$. نشان دهید که این طول موجها تقریباً با فرمول زیر جورند.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{(1+s)^2} - \frac{1}{(n+p)^2} \right] \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

که در آن $R = 109,729 \text{ cm}^{-1}$ ثابت ریذبرگ برای لیتیم است، و s و p ثابتهای مشخصه سری اند. چه مقادیری از s و p را باید به کار برد تا این طول موجها با فرمول بالا جور شوند؟

۸. سری طیفی دیگر اتم لیتیم سری پخشی است با طول موجهای زیر (در خلأ): $6105,2 \text{ \AA}$ ، $4133,5 \text{ \AA}$ ، $3916,1 \text{ \AA}$ ، $3795,8 \text{ \AA}$. این طول موجها تقریباً با فرمول زیر جورند.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{(2+p)^2} - \frac{1}{(n+d)^2} \right] \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

که در آن، مانند مسئله قبل، $R = 109,729 \text{ cm}^{-1}$ و p و d ثابتند. (الف) باید از چه مقادیر p و d بهره گیرید تا این طول موجها با فرمول بالا جور درآیند؟ (ب) سری اصلی و سری پخشی لیتیم با دو سری طیفی هیدروژن شبیهاند. آن دو سری کدامند؟ (ج) لیتیم سریهای طیفی دیگری شبیه به سریهای طیفی دیگر هیدروژن دارد. آیا می توانید فرمولی را حدس بزنید که یکی از این سریهای طیفی دیگر را توصیف کند؟

۹. مطابق مدل تامسون، اتم متشکل است از ابری از بار مثبت که الکترونها در درون ابر در وضعیت تعادلند. فرض کنید که در مورد هیدروژن، بار این ابر مثبت e باشد که به طور یکنواخت در داخل کره ای به شعاع $0,5 \text{ \AA}$ توزیع شده است. در این صورت، موضع تعادل الکترون در مرکز این کره است. بسامد نوسانهای کوچک شعاعی الکترون حول این وضع تعادل چقدر است؟ طول موج نور تابیده به دروسيلة الکترون چقدر است؟ برای این حسابات از مکانیک کلاسیک و الکترومغناطیس کلاسیک بهره گیرید.

۱۰. بنابر مدل تامسون، اتم هلیوم متشکل است از یک ابر بار مثبت، که دو الکترون در درون این ابر در وضعیت تعادلند. فرض کنید که بار این ابر مثبت $2e$ باشد که به طور یکنواخت در داخل کره ای به شعاع $0,5 \text{ \AA}$ توزیع شده است.

(الف) وضعیت تعادل این دو الکترون را بیابید. فرض کنید الکترونها به طور متقارنی نسبت به مرکز، ز قرار گرفته اند.

(ب) بسامد نوسانهای شعاعی کوچک الکترونها حول وضعیت تعادلشان چقدر است؟ فرض کنید الکترونها، با دامنه های یکسان، به طور متقارنی حرکت می کنند.

۱۱. در برخورد شاخ به شاخ یک ذره آلفای $5,5 \text{ MeV}$ با یک هسته طلا، نزدیکترین فاصله ای که آنها می توانند نسبت به هم داشته باشند، چقدر

است؟

۱۲. شعاع هسته سرب $10^{-15} \text{m} \times 7/10$ و بار الکتریکی آن $82e$ است.

حداقل انرژی یک ذره آلفا در برخوردی شاخ به شاخ چقدر باید باشد تا درست تا سطح هسته پیش رود؟ فرض کنید ذره آلفا نقطه مانند است.

۱۳. ذره آلفایی با انرژی $5/5 \text{MeV}$ باریک هسته نقره با پارامتر برخورد

$10^{-15} \text{m} \times 8/0$ فرود می آید. با بهره گیری از پایداری انرژی و تکانه زاویه ای نزدیکترین فاصله ای را که این ذره می تواند با هسته نقره داشته باشد، یعنی فاصله رأس مدار هذلولی از مرکز هسته را بیابید.

۱۴. فرض کنید که 1000 ذره آلفا با انرژی $7/7 \text{MeV}$ ، در هنگامی که باریکه ای

از آنها به یک ورقه بسیار نازک طلا اصابت می کند، تخت زاویه ای بیشتر از 30° منحرف می شوند.

الف) چند تا از آنها بیشتر از 40° منحرف می شوند؟ چند تا از آنها بین 30° و 40° انحراف پیدا می کنند؟

ب) چند تا از آنها بین 40° و 50° منحرف می شوند؟ چند تا بین 50° و 60° ؟

۱۵. یک برگه طلا، به ضخامت $10^{-5} \text{cm} \times 2/1$ ، به وسیله ذرات آلفا با انرژی

$7/7 \text{MeV}$ بمباران می شود. این ذرات به طور کاتوره ای بر یک مساحت 1cm^2 از برگه طلا برخورد می کنند.

الف) در حجم $10^{-5} \text{cm} \times 2/1 \times 1 \text{cm}^2$ تحت بمباران چند اتم وجود دارد؟ چگالی طلا $19/3 \text{g/cm}^3$ و جرم یک اتم $10^{-25} \text{kg} \times 3/27$ است.

ب) برای اینکه ذره آلفا بیشتر از 30° منحرف شود، باید در فاصله ای کمتر از $10^{-14} \text{m} \times 5/5$ مرکز یک هسته هدف اصابت کند (مثال

۲ را ببینید). احتمال پیش آمدن این رویداد چقدر است؟

ج) اگر 10^{10} ذره آلفا به برگه برخورد کنند، چند تا از آنها تحت زاویه ای بیشتر از 30° منحرف خواهند شد؟

۱۶. نشان دهید که در مورد یک ذره آلفای فرودی باریک هسته ساکن، سطح

مقطع برای زاویه انحرافی در بازه بینهایت کوچک θ تا $\theta + d\theta$ عبارت است از:

$$d\sigma = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{2E^2} \frac{\pi \sin \theta}{\sin^2 \theta/2} d\theta$$

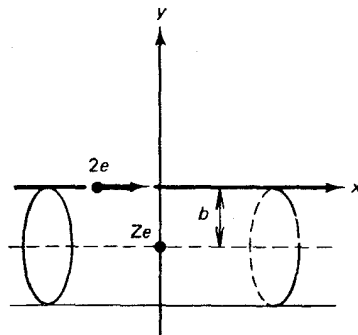
این کمیت را مقطع دیفرانسیلی می گویند.

۱۷. ذرات آلفا با انرژی 8.7 MeV بر یک اتم طلا فرود می‌آیند. سطح مقطع برای انحرافهایی بزرگتر از 50° چقدر است؟

۱۸. فرض کنید که ذرات آلفا با انرژی 6.1 MeV بر یک اتم نقره فرود می‌آیند. سطح مقطع برای انحرافهایی بیشتر از 20° چقدر است؟ برای انحرافهایی بیشتر از 30° چقدر است؟ برای انحرافهایی بیشتر از 20° و کمتر از 30° چقدر است؟

۱۹. وقتی یک ذره آلفای متحرک که با سرعت زیاد از کنار هسته ساکنی به جرم Ze می‌گذرد، اثر عمده نیروی الکتریکی این است که به ذره یک تکان عرضی می‌دهد. در شکل ۲۷.۴ ذره آلفایی را مشاهده می‌کنید که با سرعت (تقریباً) ثابت v در امتداد محور x در یک خط (تقریباً) مستقیم حرکت می‌کند، و می‌بینید که بار Ze در فاصله b پایتزاز می‌آید. قرار گرفته است. تکانی عرضی که میدان الکتریکی بار Ze به ذره آلفا می‌دهد، عبارت است از

$$\Delta p_y = \int_{-\infty}^{\infty} F_y dt = \frac{Ze}{v} \int E_y dx$$



شکل ۲۷.۴ ذره آلفای سریع از نزدیکی هسته با بار Ze می‌گذرد.

الف) انتگرال $\int E_y dx$ را به وسیله قانون گاوس محاسبه و ثابت کنید که

$$\int E_y dx = \frac{Ze}{\epsilon_0 b}$$

(راهنمایی: کمیت $\int E_y dx$ را در نظر بگیرید؛ نشان دهید که این کمیت شاری الکتریکی است که بار Ze در سطح استوانه‌ای نامتناهی نموده شده در شکل ۲۷.۴ ایجاد می‌کند.)

ب) زاویه انحراف ذره آلفا تقریباً عبارت است از
 $\theta = \Delta p_y / p = \Delta p_y / m_\alpha v$
 می شود به

$$\theta = \frac{Ze^2}{\pi \epsilon_0 m_\alpha v^2 b}$$

این نتیجه به ازای انحرافهای کوچک صادق است. آیا معادله (۹)، همین نتیجه را برای انحرافهای کوچک به دست می دهد؟

۲۰. سرعت یک الکترون در کوچکترین مدار بور ($n = 1$) چقدر است؟ و در مدار بعدی ($n = 2$)؟ پاسخ خود را به صورت کسری از سرعت نور بیان کنید.

۲۱. بسامد حرکت مداری یک الکترون در کوچکترین مدار بور ($n = 1$) چقدر است؟ در مدار بعدی بور ($n = 2$) چقدر است؟ این بسامدها را با بسامد نور گسیلیده در خلال گذار $n = 2$ به $n = 1$ مقایسه کنید.

۲۲. بلندترین طول موجی را که اتم هیدروژن که ابتدا در حالت پایه است جذب می کند، چقدر است؟

۲۳. در اتم هلیم یک بار یونیده (He II)، یک الکترون هسته ای به جرم $10^{-27} \text{kg} \times 6.65$ و بار $2e$ را دور می زند.

الف) مطابق نظریه بور، انرژی حالت های مانا چقدرند؟ مقدار انرژی یونش (برحسب eV) چقدر است؟

ب) نشان دهید که به ازای هر خط طیفی اتم هیدروژن، اتم هلیم یونیده یک خط طیفی با طول موجی تقریباً همسان با آن دارد. با منظور کردن تصحیح جرم کاهش یافته برای هیدروژن و هلیم، اختلاف بین طول موج مربوط به گذار $n = 2$ به $n = 1$ در هیدروژن و طول موج مربوط به گذار $n = 4$ به $n = 2$ در هلیم را محاسبه کنید.

۲۴. جرم هسته دوتریم $10^{-27} \text{kg} \times 3.34$ ، در مقایسه با $10^{-27} \text{kg} \times 1.67$ برای هیدروژن معمولی، است. اختلاف طول موجی بین نخستین خط بالمر گسیلیده به وسیله هیدروژن و نخستین خط بالمر گسیلیده به وسیله دوتریم را محاسبه کنید. این محاسبه را برای دومین خط های بالمر تکرار کنید. برای کدامیک از این دو خط طیفی این جابه جایی ایزوتوپی طول موج بزرگتر است؟

۲۵. برای دوتریم و تریتم، جابه جایی ایزوتوپی انرژی حالت پایه الکترون را نسبت

- به انرژی حالت پایه الکترون در هیدروژن بیابید. پاسخ خود را بر حسب eV بیان کنید.
۲۶. در لیتیم دوبار یونیده (Li III)، یک الکترون هسته‌ای به بار $Z = 3e$ را دور می‌زند. شعاع کوچکترین مدار بور را در لیتیم دوبار یونیده پیدا کنید. انرژی الکترون را در این مدار بیابید.
۲۷. اتم پوزیترونیم شامل یک الکترون و یک پوزیترون (یا پاد الکترون) است، که به دور یکدیگر می‌گردند. شعاع بور این سیستم را بیابید. طول موج فوتونی را پیدا کنید که در گذار از $n = 2$ به $n = 1$ رها می‌شود.
۲۸. میون ذره‌ای است مشابه با الکترون؛ بار آن $-e$ و جرمش $206/8$ برابر جرم الکترون است. وقتی چنین میونی و یک پروتون در مداری به دور یکدیگر بگردند، یک اتم هیدروژن میونی، شبیه هیدروژن معمولی تشکیل می‌دهند، اما با این تفاوت که در آن میون نقش الکترون را بازی می‌کند. شعاع بور این اتم «میونیم» و انرژی حالت‌های مانا را محاسبه کنید (جرم کاهش یافته سیستم را در نظر بگیرید). طول موج نور گسیلیده در هنگام گذار میون از $n = 2$ به $n = 1$ چقدر است؟
۲۹. فرض کنید که، مطابق پیشنهاد تامسون، اتم هیدروژن متشکل باشد از ابری با بار مثبت e ، که به طور یکنواخت در کره‌ای به شعاع R توزیع شده است. اما، به جای قراردادن الکترون در تعادل استاتیکی در مرکز کره، فرض کنید که الکترون با حرکت دایره‌ای یکنواخت تحت تأثیر نیروی مرکزگرای الکتریکی $(r/R^2)(e^2/4\pi\epsilon_0)$ در مداری مرکز را دور می‌زند. فرض کنید که تکانه زاویه‌ای این الکترون چرخان مطابق نظریه بور کوانتیده است. شعاع و انرژی مدارهای کوانتیده کدامند؟ طول موج سری لیمان کدامند؟ با فرض $R = 1/2 \text{ \AA}$ ، پاسخ خود را بر حسب مقادیر عددی ذکر کنید.
۳۰. اساساً از نظریه بور می‌توان برای توصیف حرکت زمین به دور خورشید بهره گرفت. زمین نقش الکترون را بازی می‌کند، خورشید در مقام هسته است، و نیروی گرانشی در نقش نیروی الکتریکی به صحنه می‌آید.
- الف) فرمولی مشابه با معادله (۱۷) برای شعاع مدارهای دایره‌ای مجاز زمین به دور خورشید بیابید.
- ب) شعاع واقعی مدار زمین $m \times 10^{11} \times 1/50$ است. این کمیت با چه مقدار از عدد کوانتومی n متناظر است؟

ج) اختلاف بین شعاع مدار واقعی زمین و شعاع مدار بزرگتر بعدی چیست؟

۳۱. بنابر الکترو دینامیک کلاسیک، الکترون در مدار بیضوی نه تنها در بسامد مداری تابش گسیل می‌کند، بلکه در هماهنگیهای بسامد مداری، نیز تابش گسیل می‌کند: اگر بسامد مداری ν باشد، تابش گسیلیده مشتعل بر بسامد پایه ν و همچنین بسامدهای هماهنگ 2ν ، 3ν ، 4ν ، والی آخر خواهد بود. نشان دهید که این فرایند با اصل همخوانی سازگار است. (راهنمایی: مطابق نظریه بور، بسامدهایی را که الکترون در گذارهایش از n به $n-2$ ، $n-3$ ، $n-4$ ، والی آخر گسیل می‌کند، در نظر بگیرید.)

۳۲. بنابر مکانیک آماری کلاسیک، گسیلندگی طیفی جسم سیاه باید به صورت زیر باشد

$$S_\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3}$$

این فرمول کلاسیکی، به نام قانون ریلی - جینز، بر این فرض استوار است که هر یک از مدهای موج ایستاده در کاواک دارای انرژی kT است. از آنجا که اعداد کوانتومی مدهای بسامد پایین بزرگند (هریک از این مدها شامل تعداد زیادی از کوانتومهاست)، اصل همخوانی حکم می‌کند که به ازای بسامدهای پایین ($h\nu \ll kT$) قانون ریلی - جینز باید با قانون پلانک منطبق شود. نشان دهید که واقعاً چنین است.

۳۳. فرض کنید که در آزمایش فرانک - هرتر از الکترونیایی به انرژی 13.6 eV بهره می‌گیرید تا اتمهای هیدروژن را برانگیزند. اتمهای هیدروژن تحت این شرایط چه خطوط طیفی را می‌گسیلند؟

۳۴. اختلاف طول موج بین خطوط K_α مربوط به کبالت و نیکل چیست؟ چه عنصری طول موج بلندتری دارد؟

۳۵. طول موجهای خطوط K_α ، K_β ، و K_γ را در طیف پرتو X پلاتین محاسبه کنید،

۳۶. وقتی نمونه‌ای از یک عنصر مجهول به عنوان هدف باریکه الکترون در لامپ پرتو X به کار می‌رود، یک رشته از خطوط طیفی مشخصه گسیل می‌کند که در آن بلندترین طول موجها عبارتند از 0.228 \AA و 0.192 \AA ، این عنصر کدام است؟

۳۷. بلندترین طول موج در سری K پرتوهای X گسیلیده به وسیله کبالت کدام

است؟

۳۸. بسامدهای پرتوهای X خطوط L_{α} از فرمول زیر به دست می‌آیند:

$$\nu = \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{(Z-b)^2 m_e}{4\pi\hbar^2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

که در آن b ثابت است. به کمک داده‌هایی که در شکل ۲۵-۴ در اختیار دارید، برای b چه مقداری به دست می‌آورید؟

فصل ۵

مکانیک موجی (۱)

ذرات آزاد

نظریه کوانتومی اتم بور، که زومرفلد آن را با دقت کامل کرد، شاخص منتهای کمال مکانیک کلاسیکی و نیز افولش به شمار می آید. زومرفلد می توانست طیف اتم هیدروژن، از جمله تصحیحات نسبیتی خیلی کوچک، را با دقتی شگفت آور محاسبه کند، اما نسبت به استخراج هرگونه نتیجه معقول در مورد اتم هلیم یا مولکول هیدروژن، واقعا ناتوان بود. اندک زمانی بعد، مکانیک موجی مکانیک کلاسیک را کنار زد؛ مکانیک موجی رهیافت کاملاً نوینی به شمار می آمد که بر شالوده این کشف استوار بود که الکترونها خواص موجی بروز می دهند. بدینسان الکترونها، و تمامی «ذرات» دیگر هم جنبه های موجی دارند و هم جنبه های ذره ای، درست مانند فوتون. در مقیاس اتمی، جنبه موجی تصویر مسلط به حساب می آید و هیچگونه مدار خوش تعریفی در این تصویر وجود ندارد. بور سینماتیک کلاسیک را حفظ کرده بود و صرفاً قوانین دینامیک کلاسیک را با شرایط کوانتومی اضافی تکمیل کرده بود. با کشف خواص موجی الکترونها، کنار گذاشتن مفهوم کلاسیکی ذره، و سینماتیک و دینامیک کلاسیکی، ضرورت پیدا کرد. آنچه که به جای آنها نشست عبارت بود از مفهوم جدید یک «ذره» کوانتوم مکانیکی که حالتش به وسیله یک موج توصیف می شود، و مجموعه جدیدی از قوانین مکانیک موجی. معلوم می شود که مکانیک کلاسیک یک حالت خاص، یعنی حالت حدی مکانیک موجی، است. درست به همان ترتیب که نورشناخت هندسی حالت حدی نورشناخت موجی است. مدارهای مکانیک کلاسیک،

درست مانند پرتوهای نورشناخت هندسی، تقریب خوبی اند برای حرکت امواج زیربنایی وقتی که طول موج در مقایسه با سایر فواصل مربوطه فوق العاده کوچک است، به طوری که جنبه‌های موج گونه ماده کاملاً پنهان باقی می‌ماند.

در این فصل به شالوده‌های تجربی و مفهومی مکانیک موجی خواهیم پرداخت. در آغاز، توجه خود را به ذرات آزاد، یعنی ذرات بدون نیروهای خارجی، معطوف می‌کنیم. بنابر مکانیک کلاسیک، چنین ذره‌ای در امتداد یک خط مستقیم با موضعی کاملاً مشخص به صورت تابعی از زمان، حرکت می‌کند. خواهیم دید که چطور این توصیف کلاسیک از پادرمی‌آید، و چرا توصیف موجی باید جایگزین آن شود.

۱.۵ طول موج دو بروی

به طوری که در فصل ۳ دیدیم، انرژی فوتون با بسامد موج نور مرتبط است ($E = h\nu$)، تکانه فوتون با طول موج مربوط است ($p = h\nu/c = h/\lambda$). این روابط را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$\nu = \frac{E}{h} \quad (۱)$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (۲)$$

در سال ۱۹۲۴ دو بروی* پیشنهاد کرد که چون امواج نور خاصیت ذره‌ای دارند، ذرات باید خواص موجی داشته باشند. وی اظهار داشت که روابط (۱) و (۲) نه تنها در مورد فوتونها، بلکه برای تمام ذرات برقرارند. بدینسان، طول موج وابسته به یک ذره (نانشیستی) به جرم m و سرعت v عبارت است از

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (۳)$$

این کمیت را طول موج دو بروی می‌گویند.

مثال ۱. طول موج دو بروی وابسته به الکترونی با انرژی $۱eV$ چقدر است؟

* لویی ویکتور، پرنس دو بروی (Louis Victor, Prince de Broglie) (۱۸۹۰ - ۱۸۹۲).
ریاضی فیزیکدان فرانسوی، استاد دانشگاه پاریس. پیشنهاد او در مورد خاصیت موجی بودن ماده در ابتدا با بدبینی مواجه شد. جایزه نوبل ۱۹۲۹، پس از آنکه این خواص موجی به طور تجربی مورد تأیید قرار گرفتند، به وی اعطا شد.

حل تکانه الکترون، با انرژی، $1\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}\text{J}$ عبارت است از

$$p = \sqrt{2m_e E} = (2 \times 9.1 \times 10^{-31}\text{kg} \times 1.6 \times 10^{-19}\text{J})^{1/2}$$

$$= 5.4 \times 10^{-25}\text{kg.m/s} \quad (4)$$

و بدینسان طول موج دوبروی عبارت است از

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.66 \times 10^{-34}\text{J.s}}{5.4 \times 10^{-25}\text{kg.m/s}} = 1.2 \times 10^{-9}\text{m} \quad (5)$$

این مقدار از طول موج نور مرئی خیلی کوچکتر است. ■

علی الاصول، طول موج دوبروی وابسته به سرعت‌های خیلی کم می‌تواند بزرگ باشد، اما، ایجاد باریکه‌های الکترون با انرژی‌هایی خیلی کمتر از 1eV عملاً ناممکن است. مطابق مثال ۱، برای الکترونی با آن انرژی، طول موج دوبروی خیلی کوچک است. در مورد یک «ذره» میکروسکوپی، مانند دانه‌های غبار یا یک توپ بیلیارد، طول موجی که از معادله (۳) به دست می‌آید حتی از اینهم کوچکتر است. بدینسان، در مقیاس میکروسکوپی، ذرات هیچیک از خواص قابل ملاحظه موج را بروز نمی‌دهند.

اما، در مقیاس میکروسکوپی، خواص موجی نقش تعیین کننده‌ای بازی می‌کنند. مثلاً، دوبروی توانست نشان دهد که شرط کوانتش بور برای تکانه زاویه‌ای الکترون در یک مدار دایره‌ای را می‌شود به عنوان شرطی برای امواجی که به طور متناوب در گرداگرد این مدار تکرار می‌شوند تعبیر کرد. این موضوع را با بازآرایی معادله (۱۵.۴) فوراً تشخیص می‌دهیم.

$$m_e v r = n \frac{h}{2\pi} \quad (6)$$

یا

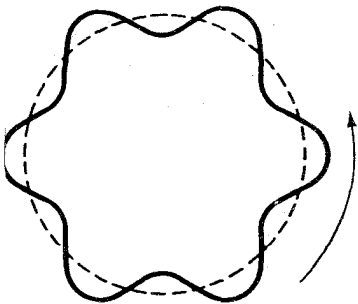
$$2\pi r = n \frac{h}{m_e v} \quad (7)$$

این رابطه برحسب طول موج دوبروی عبارت است از

$$2\pi r = n\lambda \quad (8)$$

که بنابراین، طول محیط تعداد صحیحی از طول موجهاست. تحت این شرایط موجی که به دور این مدار حرکت می‌کند. پس از طی یک مدار کامل خود را تکرار می‌کند، این موج یک الگوی تناوبی استوار دارد که به طوریکه در این مدار می‌گردد*. در شکل ۱۰.۵ قلّه‌ها و تورفتگیهای چنین موج چرخانی را به‌ازای

* توجه کنید که این موج ایستاده نیست، گره و شکمهای ثابتی ندارد.



شکل ۱۰.۵ موج دوبروی بریک مدار دایره‌ای حرکت می‌کند. این موج در یک لحظه نموده شده است.

$n = 6$ در یک لحظه مشاهده می‌کنید. بدینسان پیشنهاد دوبروی در ارتباط با خواص موجی در مورد تمام ذرات یک توضیح مقدماتی از شرط کوانتس بور را ارائه داد؛ توضیحی که بعداً می‌باید اصلاح می‌شد و بسط می‌یافت تا به صورت مکانیک موجی درآید.

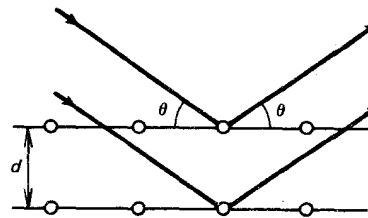
با در نظر گرفتن طول موجهای کوچک الکترونها و سایر ذرات، مشاهده تجربی مستقیم خواص موجی مستلزم انجام آزمایشهای ظریف تداخل یا پراش است که در آنها باید از توریهایی استفاده کنند که فاصله بین شکافها فوق العاده کوچک است. از آنجا که الکترونها با انرژی چند eV طول موجهای چند آنگسترومی دارند، و همین امر در مورد پرتوهای x معمولی هم صادق است، انتظار داریم که چنین الکترونهايي آثار تداخلی شبیه آثار تداخل x را نشان دهند. بنابراین، باید انتظار داشته باشیم که الکترونهاي فرودی بر بلور لکه‌های لاژه را شبیه لکه‌های ناشی از پرتوهای x ایجاد می‌کنند.

نخستین مشاهده تجربی چنین آثار تداخلی* با الکترونها به وسیله دیویسون و گرمر در سال ۱۹۲۷ انجام شد. ** دیویسون، در ضمن پژوهش در زمینه پراکندگی کشسان الکترونها به وسیله سطح یک بلور نیکل، تصادفاً متوجه شد که الکترونها با زاویه‌ای غیرمنتظره از این بلور خارج می‌شوند. زاویه خروج باریکه‌های الکترون متناظرند با تداخل سازنده، مطابق با شرط براگ:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (9)$$

که در آن d فاصله بین صفحات براگ در بلور، و θ زاویه بازتاب (اندازه‌گیری شده از صفحه بازتابان به سوی جهت فرود، مطابق شکل ۲۰۵) است. با توجه به مقدار معلوم فاصله d ، و از روی مقدار اندازه‌گیری شده زاویه θ ، دیویسون طول موج الکترونها را تعیین کرد و پی برد که این طول موج با طول موج دوبروی محاسبه شده از معادله (۳) منطبق است.

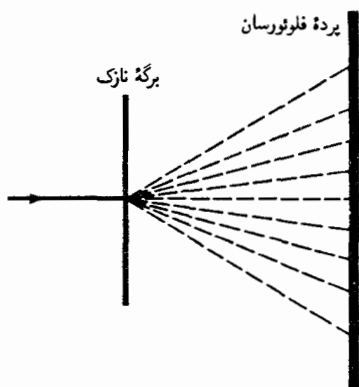
تقریباً در همان زمان، تامسون آزمایشهای مشابهی در زمینه تداخل الکترون



شکل ۲۰۵ صفحات موازی براگ. موج الکترون از چپ فرود می‌آید. تداخل سازنده امواج پراکنده یک باریکه خروجی قوی به سوی راست به دست می‌دهد.

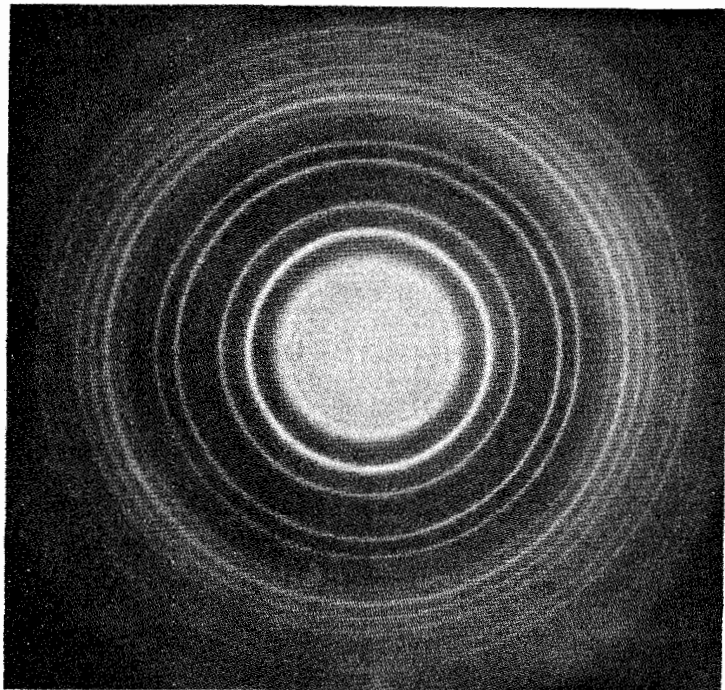
* آزمایش دیویسون و گرمر را غالباً آزمایش پراش می‌گویند؛ این آزمایش در واقع آزمایش تداخل است.

** کلیتون ژوزف دیویسون (Clinton Joseph Davison)، ۱۸۸۱ - ۱۹۵۸، و لستر گرمر (Lester Germer)، ۱۸۹۶ - ۱۹۷۱، فیزیکدانان آمریکایی و محققین کمپانی وسترن الکتریک (بل تلفن بعدی). دیویسون و جورج باز. تامسون (George Paget Thomson)، ۱۸۹۲ - ۱۹۷۵، فیزیکدان انگلیسی و استاد کالج امپریال به خاطر کار تجربی مستقلی که در جهت تأیید عملی تداخل الکترون انجام دادند، جایزه نوبل سال ۱۹۳۷ را به اتفاق دریافت کردند.



شکل ۳.۵ ترتیب آزمایش تامسون برای تداخل الکترون.

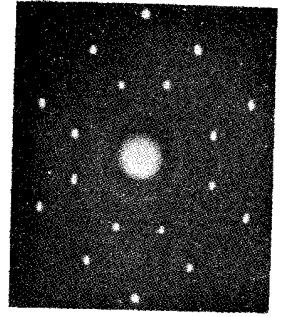
انجام داد. تامسون، به جای یک تک بلور ضخیم، مانند آنکه دیویسون به کار گرفت، از یک برگه فلزی نازک حاوی تعداد زیادی ریز بلور، استفاده کرد. چنین برگه نازکی نسبت به الکترونها کم و بیش شفاف است، به طوری که لوازم آزمایش را می توان چنان آراست که آزمایش تداخل به پتو x را تقلید کرد، و در آن الکترونها در جهت روبه جلو ظاهر می شدند (شکل ۳.۵). در این صورت باید انتظار داشته باشیم که یک مجموعه از نقاط یا لکه های لاؤه را روی پرده فلوتورسان ببینیم. اما از آنجا که تعداد زیاد ریز بلورها در برگه فلزی به طور کاتوره ای سمتگیری شده اند، به ازای هر ریز بلوری که یک لکه لاؤه را در زاویه ای بالای باریکه ایجاد می کند، ریز بلور دیگری وجود خواهد داشت که لکه متناظری در پایین باریکه و با همان زاویه فوق نسبت به آن ایجاد می کند؛ و ریز بلور دیگری یک لکه در سمت راست ایجاد می کند، و ریز بلور دیگری که یک لکه در سمت چپ ایجاد می کند، و ریز بلورهای دیگری که لکه های دیگری در مواضع میانی واقع در همان زوایا نسبت به باریکه فرودی، پدید می آورند. بدینسان، این رونوشت های یک لکه لاؤه مفروض رد یک دایره نورانی و درخشان را روی پرده می گذارد. مجموعه تمام لکه های لاؤه ممکن بلور به ایجاد دایره های درخشان متمرکز منجر خواهد شد. (شکل ۴.۵).



شکل ۴.۵ نقش تداخلی که الکترونهای فرودی بر برگه ای از جنس منیزیم اکساید ایجاد کرده اند.

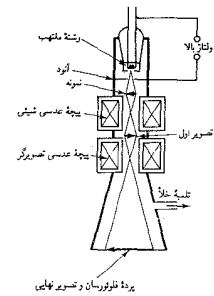
رفتار موج گونه ذرات به وسیله باریکه های اتمهای هیدروژن و باریکه های مولکولهای هلیوم که توسط بلورها پراکنده شده اند نیز نمایش داده شده است.

نقشهای لاژه بسیار واضح با لکه‌های منزوی، به کمک باریکه‌های نوترون پراکنده به وسیله بلورهای NaCl به دست آمده‌اند (شکل ۵.۵). نوترونها قدرت نفوذ زیادی دارند، و بنابراین بهره‌گیری از بلورهای کلفتی که لکه‌های شدید و واضحی به دست می‌دهند، میسر است. این آزمایشها درستی رابطه دوبروی را در مورد همه انواع ذرات محقق می‌کند.



شکل ۵.۵ نقش لاژه‌ای که نوترونها فرودی بر یک بلور NaCl ایجاد کرده‌اند.

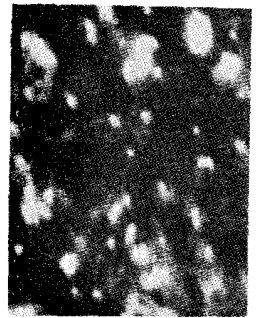
خواص موجی الکترون در میکروسکوپیهای الکترونی کاربرد عملی مهمی می‌یابد. در این میکروسکوپیها از امواج الکترونی برای روشن کردن یک شیء بهره می‌گیرند، بسیار شبیه به همان صورتی که در میکروسکوپیهای نوری معمولی از امواج نور استفاده می‌شود. عدسیهای میکروسکوپ الکترونی از مغناطیسهایی تشکیل می‌شوند که الکترونها را طوری منحرف می‌کنند که همان آرایش هندسی پرتوها در میکروسکوپ معمولی را ایجاد کنند (شکل ۶.۵). از مبحث نورشناخت نیک می‌دانیم که، حدّ نهایی توان تفکیک میکروسکوپ معمولی را آثار پراش در دهانه معین می‌کند؛ ابعاد کوچکترین جزئیاتی که میکروسکوپ می‌تواند تفکیک کند، تقریباً برابر است با یک طول موج. از آنجا که میکروسکوپیهای الکترونی با طول موجهایی خیلی کوتاهتر از طول موجهای نور معمولی کار می‌کنند، می‌توانند جزئیات خیلی ظریفتری را تفکیک کنند و به بزرگنمایی بسیار بالاتری از آنها به دست می‌آید. در شکل ۷.۵ عکس اتمهای اورانیم را می‌بینید که توسط میکروسکوپ الکترونی با توان بسیار بالا، با بزرگنمایی تقریباً 10^7 ، گرفته شده است!



شکل ۶.۵ نمودار طرح واره یک میکروسکوپ الکترونی.

۲.۵ ذره در مقابل موج؛ دوگانگی

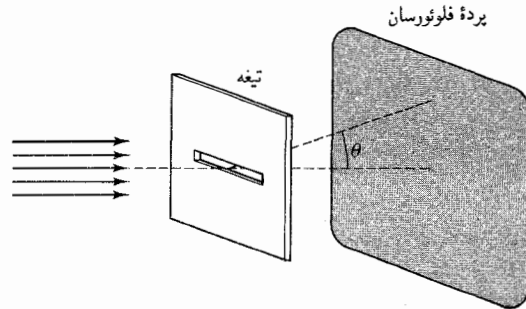
فیزیک کلاسیک به ما می‌آموزد که الکترونها ذره‌اند. اما، بر پایه آزمایشهایی که در بخش قبل توصیف کردیم، پی بردیم که الکترونها خاصیت موجی دارند. ناگزیریم بپذیریم که الکترونها نه ذرات کلاسیکی‌اند و نه امواج کلاسیکی. این موجودات نوع جدیدی ذره کوانتوم مکانیکی، با ترکیب ظریفی از خواص ذره‌ای و خواص موجی، می‌باشند، و در حوزه مکانیک کلاسیک ناشناخته‌اند. هافمن کلمه *wavicle* (موج - ذره) را برای این نوع جدید ذره کوانتوم مکانیکی ابداع کرد. دستیابی به درک واضحی از مفهوم موجی - ذره‌ای دشوار است، زیرا این اشیا از تجربیات روزمره ما بسی به دورند. همگی ما از مفاهیم ذره کلاسیکی و موج کلاسیکی، به علت تجربه خود با، مثلاً، گویهای بلیارد و امواج آب، درکی



شکل ۷.۵ ریزنگار اتمهای اورانیم که روی یک فیلم نازک کربن ثابت شده‌اند؛ این تصویر با یک میکروسکوپ الکترونی پر قدرت در دانشگاه شیگاگو گرفته شده است. بزرگنمایی آن در حدود 10^7 .

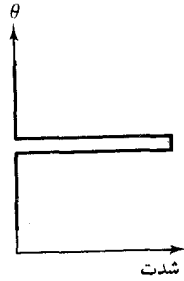
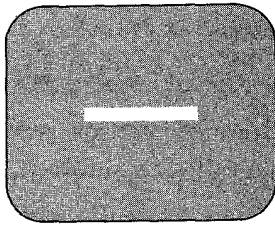
شهودی داریم. اما چنین تجربه‌ای را با موج - ذره نداریم.

می‌توانیم نسبت به عمل متقابل بین رفتار ذره‌ای و رفتار موجی الکترون، از طریق بررسی تفصیلی یک آزمایش ایده‌آل ساده، بینشی پیدا کنیم. هرچند که این آزمایش هرگز عملاً انجام نگرفته است، نتایج آزمایش از طریق برون‌یابی آزمایش‌های واقعی معلومند؛ در زیر نسبت به بهره‌گیری از چنین دانشی احساس نگرانی نمی‌کنیم. یک چشمه الکترونی اختیار و باریکه‌ای از آنها را به سوی یک پرده فلوئورسان شلیک می‌کنیم؛ این پرده برخورد الکترون را با گسیل کردن درخش نوری کوچکی نشان خواهد داد. فرض می‌کنیم الکترون‌ها جملگی انرژی یکسانی دارند. بین چشمه و پرده فلوئورسان تیغه‌ای قرار می‌دهیم که می‌تواند الکترون‌ها را متوقف کند؛ در این تیغه شکافی ایجاد شده است. کل دستگاه را در خلأ قرار می‌دهیم (شکل ۸.۵). اگر الکترون‌ها، مانند ذراتی که بر آنها نیرویی وارد نمی‌شود،

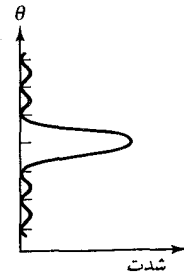
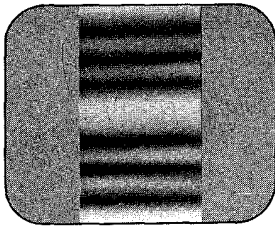


شکل ۸.۵ دستگاه مخصوص آزمایش پراش الکترون، زاویه θ انحراف الکترون از مسیر مستقیم را می‌سنجد.

در امتداد مدارهای مستقیمی حرکت کنند. در محدوده تصویرهندسی شکاف به پرده فلوئورسان برخورد می‌کنند؛ به جای دیگری خارج از این تصویر برخورد نخواهند کرد. از اینرو، ما بر روی پرده فلوئورسان صرفاً نواری نورانی می‌بینیم که نمایانگر منطقه برخورد الکترون‌هاست. اما وقتی این آزمایش را انجام می‌دهیم این منطقه را نمی‌بینیم. آنچه که می‌بینیم به پهنای شکاف بستگی دارد. اگر شکاف در حد معقولی پهن باشد، الکترون‌ها در واقع در محدوده تصویرهندسی شکاف به پرده برخورد می‌کنند و نواری نورانی بر این پرده مشاهده خواهیم کرد (شکل ۹.۵). اما، اگر شکاف را خیلی باریک کنیم، به جای یک تک نوار درخشان باریک یک رشته نوار موازی پهن بر روی پرده فلوئورسان مشاهده خواهیم کرد (شکل ۱۰.۵). این نقش به‌طور گسترده توزیع شده برخورد الکترون‌ها نشان می‌دهد که الکترون‌ها در مسیرهای مستقیم حرکت نمی‌کنند؛ در واقع، به طوری که بعداً خواهیم دید، الکترون‌ها در امتداد هیچ مسیر کاملاً مشخص حرکت نمی‌کنند. پهنای نوارها در شکل ۱۰.۵ به نسبت عکس پهنای نوار زیاد می‌شود؛ اگر از شکاف باز

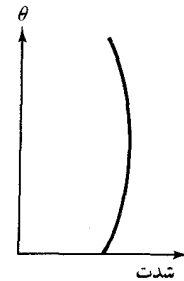
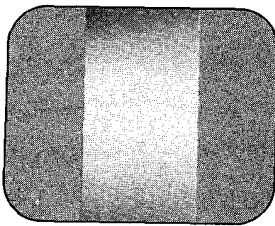


شکل ۹.۵ نقش مشاهده شده بر پرده در صورتی که شکاف پهن باشد.



شکل ۱۰.۵ نقشی که در صورت خیلی باریک بودن شکاف، بر روی پرده دیده می شود.

هم باریکتری بهره گیریم نقش نوار بهتر می شود. برای یک شکاف فوق العاده باریک، نقش نوار می تواند چندان پهن شود که بیشینه مرکزی کل پرده فلوئورسان را دربرگیرد و روشنایی در سرتاسر پرده نسبتاً یکنواخت شود (شکل ۱۱.۵). چنین رفتاری نه مشخصه ذره، بلکه از خصوصیات موج است: وقتی الکترونها



شکل ۱۱.۵ نقشی که در صورت فوق العاده باریک بودن شکاف، بر روی پرده دیده می شود.

را از شکافهای باریک عبور می دهند، آنها از کنار لبه شکاف به داخل منطقه سایه می ریزند. الکترونها، شبیه امواج، پراش را به نمایش می گذارند. نیم پهنای زاویه ای نوار پراش مرکزی عبارت است از:

$$\Delta\theta \simeq \frac{\lambda}{a} \quad (۱۰)$$

که در آن λ طول موج دوبروی و a پهنای شکاف است. این فرمول شبیه فرمول

مربوط به پراش امواج آب یا امواج نور است [معادله (۱۰۲۸ . ۱)] ، با $\theta \ll 1$ را بنگرید].

برای دست یافتن به نوارهای پراش مشهود ، به شکافی بسیار باریک نیاز داریم . در مورد الکترونیایی با انرژی تقریبی 10^2 eV ، پهنای شکاف باید کمتر از 10^{-8} cm باشد . نمی‌توانیم تیغه‌ای با چنین شکاف باریکی بسازیم و بنابراین انجام آزمایش توصیف شده در بالا هرگز تحقق پیدا نکرده است . اما ، چنانکه در بخش قبل دیدیم ، انجام آزمایشی مشابه با استفاده از یک قطعه بلور به جای تیغه ، میسر است .

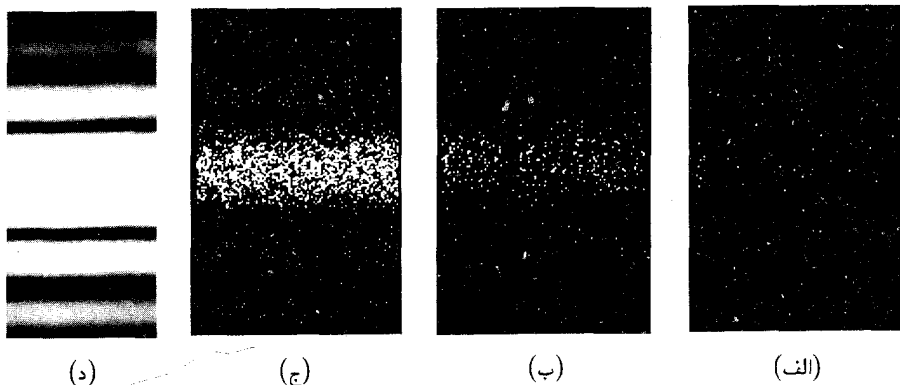
آیا الکترون موج است ؟ هرچند که آزمایش ما با شکاف ظاهراً نشان می‌دهد که الکترونها موجند ، اما یک مشکل پیش می‌آید . فرض کنید جریان الکترونها را چنان کم می‌کنیم که در هر دقیقه فقط یک الکترون به پرده فلوئورسان برسد . اگر الکترونها امواج کلاسیکی می‌بودند ، پرده فلوئورسان باید در ابتدا تاریک باشد . در این صورت ، وقتی الکترونی از راه می‌رسد ، نقش نوار برای یک لحظه روی پرده ظاهر و آنگاه محو می‌شود . پس باید پرده تا رسیدن الکترون بعدی تاریک باقی بماند . اما آنچه عملاً می‌بینیم جز این است . اگر در هر دقیقه فقط یک الکترون به پرده فلوئورسان برسد ، در هر دقیقه یک درخش کوچک نوری در جایی از آن می‌بینیم . به نظر می‌رسد که الکترون به صورت یک ذره به پرده می‌رسد ؛ پخش نمی‌شود بلکه فقط به صورت یک نقطه ظاهر می‌شود . از اینرو الکترون یک موج کلاسیک نیست . در هر صورت ایده الکترونها به عنوان امواج کلاسیکی بوج است . فرض کنید اجازه می‌دهیم چنین موجی از یک بستاور دوربین بگذرد ، و وقتی نیمی از آن موج از بستاور گذشت ، ناگهان بستاور را می‌بندیم . موج کلاسیکی بر اثر چنین عمل برشی به دو قسمت تقسیم می‌شود ؛ یک نیمه موج به وسیله بستاور بازتابیده یا جذب می‌شود ؛ نیمه دیگر به حرکت خود ادامه می‌دهد . اما الکترونها همواره به صورت الکترونها دست نخورده و کامل جلوه می‌کنند ؛ همیشه جرم و بار (و همچنین اسپین ، و گشتاور مغناطیسی) یکسانی دارند . نصف الکترون وجود ندارد .

آیا الکترونها ذرات کلاسیکی‌اند یا امواج کلاسیکی ؟ هیچکدام . اینها موج - ذره ، یا ذرات کوانتوم مکانیکی‌اند ، بعضی از خواص ذره کلاسیکی و برخی خواص موج کلاسیکی را دارند . می‌گوییم که الکترونها دوگانگی را بروز می‌دهند ؛ گاهی شبیه ذرات کلاسیکی رفتار می‌کنند ، و گاهی مانند امواج کلاسیکی . رفتار الکترون به نحوی به دستگاه آزمایش وابسته است . در آزمایش ایده‌آلی ما با

شکاف، الکترونها در هنگام عبور از شکاف مانند امواج و در هنگام برخورد به پرده و پس دادن یک درخش نقطه‌گون نور، مانند ذرات عمل می‌کنند. این رفتار دوگانه ذره - موج در مورد پروتون، نوترون، و سایر ذرات مکانیک کوانتومی نیز صادق است. درباره فوتون نیز صدق می‌کند. در آزمایشهای پراش معمولی فوتونها مانند امواج کلاسیکی رفتار می‌کنند؛ در اثر کامیون رفتارشان بیشتر به ذرات کلاسیکی شبیه است (اما چون فوتون هرگز ساکن نیست، رفتارشان خصوصیات دیگری هم دارد: همواره نسبیتهی اند، و جرم آنها صفر است).

حالا به آزمایش ایده‌آل خود با منبع کم شدت، برگردیم. از آنجا که برخورد یک الکترون نقش پراش را به دست نمی‌دهد، پس این نقش پراش چگونه به وجود می‌آید؟ می‌توان دید که چگونه نقش پراش به کمک یک دوربین عکاسی که به طرف پرده فلورسان نشانه رفته است، تشکیل می‌شود، برای لحظاتی بستاور را باز نگه می‌داریم، و به این وسیله نقاط برخورد تعدادی الکترون را ثبت می‌کنیم. در شکل ۱۲.۵ (الف) نقش نوعی حاصل از برخورد ۳۰ الکترون را مشاهده می‌کنید؛ این نقش کاملاً کاتوره‌ای به نظر می‌رسد. در شکل ۱۲.۵ (ب) نقش

شکل ۱۲.۵ نقش نقاط برخورد تعدادی الکترون بر پرده: (الف) ۳۰ الکترون؛ (ب) ۳۰۰ الکترون؛ (ج) ۳۰۰۰ الکترون؛ (د) تعداد بسیار زیادی الکترون. ((الف تا ج)) شبیه‌سازیهای کامپیوتری اند؛ (د) نقش پراشی است که با نور ایجاد شده است.



حاص از تجمع برخوردهای ۳۰۰ الکترون را می‌بینید؛ شکل ۱۲.۵ (ج) مربوط به اصابت ۳۰۰۰ الکترون است. در این شکلها می‌توانیم گرایش الکترونها به گرد آمدن در منطقه‌ای نوار مانند را باز شناسیم. این مناطق متناظرند با بیشینه‌های نقش پراشی که نظریه موجی پیش بینی کرده است. سرانجام، شکل ۱۲.۵ (د) نقش آثار تجمع تعداد بسیار زیادی الکترون را نشان می‌دهد؛ این تصویر صرفاً نقش شدت نور پراشیده به وسیله شکاف است که با آن آشناییم (شکل ۲۳.۱ را بنگرید). می‌بینیم که هر چند یک الکترون نقش پراش به وجود نمی‌آورد، آثار تجمعی تعداد زیادی از آنها نقش نامبرده را ایجاد می‌کند. بدینسان به این نتیجه می‌رسیم که

قانون احتمالات بر رفتار الکترونها حاکم است. نقطهٔ اصابت الکترونها صرفاً عبارت است از همان نقش شدت آشنای توزیع میانگین نور حاصل از برخورد تعداد زیادی الکترون، که قابل پیش بینی است.

از آنجا که الکترونها خاصیت موجی دارند، باید یک تابع موج، Ψ ، را برای توصیف ریاضی حرکت الکترون معرفی کنیم. در حالت کلی، این تابع موج به x, y, z, t بستگی دارد، و نشان دهندهٔ موجی است که در سه بعد حرکت می‌کند: $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$. اما، در آزمایش ایده‌آل خود با شکاف، فقط به مقدار تابع موج در روی پرده علاقه‌مندیم. در آنجا تابع موج فقط به مؤلفهٔ قائم y وابسته است که در امتداد پرده به بالاسو اندازه‌گیری می‌شود: $\Psi = \Psi(y, t)$. فرض می‌شود که این تابع موج چگونگی توزیع الکترونها بر پرده را تعیین می‌کنند. از آنجا که نقش برخورد الکترونها بر پرده شبیه نقش شدت مربوط به یک موج پراشیده است، به این فرضیه هدایت می‌شویم که احتمال یافتن یک الکترون در هر نقطهٔ مفروض با شدت موج الکترون در این نقطه متناسب است، یعنی

$$(y + dy) \times (\text{شدت موج}) \propto (\text{احتمال یافتن الکترون بین } y \text{ و } y + dy) \\ \propto |\Psi(y, t)|^2 dy \quad (11)$$

توجه کنید که در اینجا شدت موج به صورت قدرمطلق ($|\Psi|^2$)، بیان شده است، و نه فقط به شکل (Ψ^2)؛ این امر ضروری است زیرا معلوم می‌شود که Ψ مختلط است (بخش بعدی را ببینید) به شرط آنکه یک ضریب بهنجارش مناسب برای Ψ در نظر بگیریم، این احتمال را می‌توان به صورت تساوی نوشت،

$$\boxed{(\text{احتمال یافتن الکترون بین } y \text{ و } y + dy) = |\Psi(y, t)|^2 dy} \quad (12)$$

اگر تعداد زیادی الکترون به پرده برخورد کنند، احتمال اینکه یک الکترون در بازهٔ dy یافت شود، به ما اجازه می‌دهد تعداد میانگین الکترونها را که در بازهٔ dy یافت می‌شوند، محاسبه کنیم:

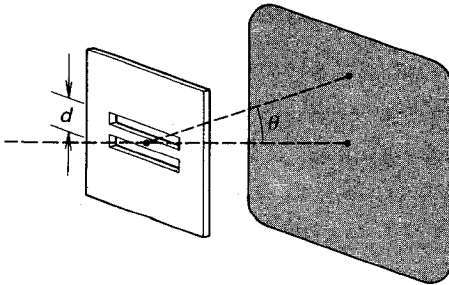
$$\left(\text{تعداد الکترونها بین } y \text{ و } y + dy \text{ یافت می‌شوند} \right) = (\text{تعداد کل الکترونها}) \times |\Psi(y, t)|^2 dy \quad (13)$$

این تعبیر احتمالی تابع موج از ماکس بورن* است. توجه کنید که تعبیر احتمالی

* ماکس بورن (Max Born)، ۱۸۸۲ - ۱۹۷۰، فیزیکدان آلمانی و بعداً انگلیسی، استاد دانشگاه گوتینگن و ادینبورو. به خاطر تعبیر احتمالاتی تابع موج، که در سال ۱۹۲۶ ارائه داده بود، در سال ۱۹۵۴، با تأخیر زیادی، جایزه نوبل به وی اعطا شد.

پیوندی میان جنبه‌های موجی و ذره‌ای الکترون برقرار می‌کند: هرگاه به یک آزمایش مناسب با آشکارساز مخصوص ذره، مثلاً، یک پرده فلوئورسان، دست بزنیم، موج احتمال یافتن الکترون به عنوان یک ذره را در یک نقطه به ما می‌دهد. توصیف حرکت الکترون به کمک تابع موج حاکی از جدایی کامل از مکانیک کلاسیک، هم در حوزه سینماتیک و هم در قلمرو دینامیک، است. اکنون به جای اینکه حرکت را با مکان به عنوان تابعی از زمان، $(x(t), y(t), z(t))$ توصیف کنیم، آن را به کمک تابع موجی $(\Psi(x, y, z, t))$ توصیف می‌کنیم که به نظر می‌رسد در آن x, y, z ، و t متغیرهای صرفاً مستقلی اند. و به جای قوانین نیوتونی دینامیک مجموعه قوانین جدیدی برای تابع موج وضع می‌کنیم. توجه کنید که تابع موج با ارتعاش در نوعی از محیطهای زمینه، متناظر نیست. موج الکترونی، مانند موج الکترومغناطیسی، یک چیز فی نفسه و متکی به خود است؛ برای انتشارش به محیط نیاز ندارد.

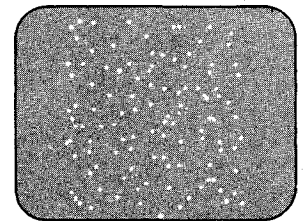
حالا به یک آزمایش ایده آل دیگر برمی‌گردیم که در مورد آن محاسبه مواضع پیشینه‌های نقش تداخل تابع موج بسیار آسان است. به جای تیغه‌ای با یک تک شکاف، تیغه‌ای با دو شکاف موازی، و بسیار باریک، اختیار می‌کنیم (بنگرید به شکل ۱۳-۵). در نخستین آزمایش خود مشاهده کردیم که الکترونها در عبور



شکل ۱۳-۵ شکافها و پرده. فرض می‌شود فاصله بین شکافها خیلی کوچکتر از فاصله تا پرده باشد.

از داخل شکافهای باریک دستخوش پراش می‌شوند؛ اینها در امتداد مسیرهای مستقیم منتشر نمی‌شوند. می‌توانیم با آزمایش جدیدمان بررسی کنیم که نقش پراش حاصل رفتار الکترونهايي که مانند ذرات کلاسیکی توسط برخوردهای پیچیده‌ای با اتمهای موجود در لبة شکاف منحرف می‌شوند، نیست.

نخست فرض می‌کنیم که یکی از دو شکاف بسته باشد. با فرض اینکه شکافها فوق العاده باریک‌اند، پی‌می‌بریم که برخورد الکترونها برای موردی که فقط یک شکاف باز است به طور نسبتاً یکنواخت بر پرده فلوئورسان توزیع شده‌اند (شکل ۱۴-۵). اگر الکترونها ذرات کلاسیکی بودند که به‌گونه‌ای توسط لبه‌های شکاف منحرف شده‌اند، وقتی هردو شکاف باز باشند، انتظار داریم چه چیزی را



شکل ۱۴-۵ نقش نقاط برخورد وقتی که فقط یک شکاف (فوق العاده باریک) گشوده باشد.

بینیم؟ آشکار است که همان نوع توزیع یکنواخت که فقط با یک شکاف گشوده به دست آوردیم، با این تفاوت که اکنون شدت در هر نقطه برده دوبرابر است، اما این همان چیزی نیست که عملاً به دست می‌آوریم. هرگاه هر دو شکاف باز باشند، نقشی را می‌یابیم با نوارهای تاریک و روشن به فواصل یکنواخت (شکل ۱۵.۵). این پیشامد از دیدگاه تصویر ذره‌ای اصلاً بی‌معنی است: اگر الکترون از داخل یک شکاف عبور می‌کند، وجود یا عدم شکاف دؤم نمی‌تواند بر آن تأثیر بگذارد؛ و شدت هر نقطه بر پرده فلوئورسان نمی‌تواند با گشوده شدن شکاف دؤم کاهش یابد. اما اگر رفتار یک الکترون به وسیله موج کنترل شود، توضیح این نقش بسی آسان است. آنچه که در شکل ۱۵.۵ می‌بینیم، نقش تداخل حاصل از برهم نهی امواجی است که از آن دو شکاف سرچشمه گرفته‌اند. برای محاسبه مکان بیشینه‌های نقش نوار، فرض کنید که تابع موج تابشی از یکی از شکافها Ψ_1 ، و تابع موج ناشی از شکاف دیگر Ψ_2 باشد. دامنه این تابع موجهای (مختلط)* برابرند، $|\Psi_1| = |\Psi_2|$ ، اما فازشان با هم فرق دارد. فرض می‌کنیم که تابع موجها از اصل برهم نهی خطی پیروی می‌کنند: اگر هر دو شکاف گشوده باشند، تابع موج برآیند بر روی پرده مجموع Ψ_1 و Ψ_2 است،

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$$

هرجا که دو موج Ψ_1 و Ψ_2 به‌طور سازنده تداخل کنند، دامنه موج برآیند یک بیشینه دارد. اگر پرده در فاصله زیادی از شکافها واقع باشد، در این صورت شرط تداخل سازنده عبارت است از: [معادله (۱۲۷.۱)] را بنگرید

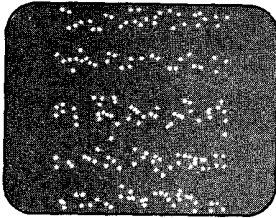
$$d \sin \theta = n\lambda \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (14)$$

که در آن λ طول موج الکترونها، d فاصله میان شکافها، و θ موقعیت زاویه‌ای نقطه واقع بر پرده است (شکل ۱۳.۵ را ببینید). به همین ترتیب، هرجا که دو موج به‌طور ویرانگر تداخل کنند، دامنه موج برآیند دارای یک کمینه است؛ شرط وجود چنین حالتی عبارت است از

$$d \sin \theta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (15)$$

بدینسان، بیشینه‌ها و کمینه‌ها نوارهای موازی روشن و تاریکی را، دقیقاً مانند شکل ۱۵.۵، بر پرده تشکیل می‌دهند. توجه کنید که اصل برهم نهی در این

* برای ادامه بحث این فرض که Ψ مختلط است ضروری نیست. علت مختلط بودن Ψ را در بخش بعد خواهید دید.

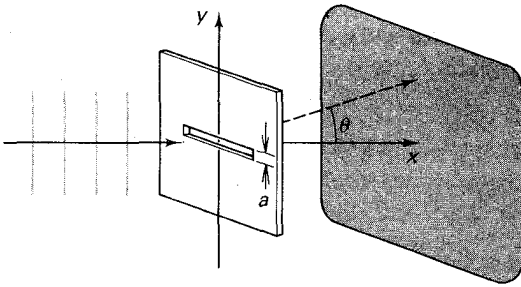


شکل ۱۵.۵ نقش نقاط برخورد وقتی که هر دو شکاف گشوده باشند.

محاسبه نقش تعیین کننده‌ای بازی می‌کند، و بنابراین مشاهدات تجربی نوارهای تداخلی را می‌توان به عنوان مدرک مستدلی برای این اصل برهم نهی تلقی کرد.

۳.۵ روابط عدم قطعیت هایزنبرگ؛ اصل مکمل بودن

خواص موجی موج ذره‌ها برخی محدودیتهای جدی بر دقت اندازه‌گیری مکان و تکانه اعمال می‌کند. می‌توانیم با توسل به یک آزمایش ذهنی ساده به این محدودیتهایی بپردازیم. فرض کنید یک موج الکترونی در راستای x منتشر می‌شود و می‌خواهیم مکان الکترون را اندازه بگیریم. البته، مکان دارای مؤلفه‌های x ، y ، و z است؛ ما توجه خود را بر مؤلفه y ، عمود بر جهت انتشار معطوف می‌کنیم. در شکل ۱۶.۵ انتشار موج در جهت x ، که افقی است، را مشاهده می‌کنید؛ جهت



شکل ۱۶.۵ موج الکترونی فرودی بر یک شکاف.

y قائم است. برای تعیین مکان قائم الکترون، از تیغه‌ای با یک شکاف باریک بهره می‌گیریم که در مسیر موج قرار گرفته است (شکل ۱۶.۵ را بنگرید). اگر الکترون بتواند از این شکاف عبور کند، در این صورت، به تعیین موقعیت قائم در محدوده عدم قطعیت زیر دست یافته‌ایم:

$$\Delta y = a \quad (۱۶)$$

که در آن a پهنای شکاف است. اگر الکترون نتواند از این شکاف بگذرد، در آن صورت اندازه‌گیری ما بی‌نتیجه است و باید تکرار شود.

وقتی شکاف را خیلی باریک بگیریم، می‌توانیم عدم قطعیت در تعیین مختصه y را بسیار کوچک کنیم. اما این کار متضمن پیامد شگفت‌انگیزی برای مؤلفه y تکانه الکترون است: اگر عدم قطعیت در مختصه y را کوچک کنیم، عدم قطعیت در مؤلفه y تکانه را بزرگ خواهیم کرد. برای اینکه ببینیم این اتفاق چگونه روی می‌دهد، به یاد می‌آوریم که بنا بر بحث مربوط به آزمایش تک شکاف

در بخش قبل، شکاف الکترون را دستخوش پراش می‌کند و الکترون با زاویه θ نسبت به محور x از آن خارج می‌شود (شکل ۱۶۰۵). این زاویه غیرقابل پیش بینی است؛ تنها مطلبی که می‌توانیم راجع به الکترون بگویم، این است که پس از آنکه از شکاف خارج شد به سوی نقطه‌ای در داخل نقش پراش روانه خواهد شد. بدینسان، جهت حرکت الکترون نامعین است. به عنوان یک معیار تقریبی از اندازه این عدم قطعیت در جهت، می‌توانیم بهنای زاویه‌ای بیشینه پراش مرکزی را در نظر بگیریم (قسمت اعظم شدت موج الکترونی در محدوده ناحیه این بیشینه مرکزی گرد آمده است، و بنابراین الکترون به احتمال قوی در این ناحیه یافت می‌شود). این برآورد عدم قطعیت زاویه به ما می‌دهد:

$$\Delta\theta > \frac{\lambda}{a} \quad (17)$$

مؤلفه y تکانه عبارت است از $p_y = p \sin \theta$ ؛ از آنجا که با زاویه کوچک سروکار داریم، می‌توانیم این رابطه را با تقریب به صورت $p_y = p\theta$ بنویسیم. در این صورت عدم قطعیت در p_y عبارت است از

$$\Delta p_y = p\Delta\theta \gtrsim p \frac{\lambda}{a} \quad (18)$$

اما $p = h/\lambda$ در نتیجه

$$\Delta p_y \gtrsim \frac{h}{a} \quad (19)$$

بدینسان، اگر شکاف خیلی باریک باشد، عدم قطعیت در مؤلفه y تکانه خیلی بزرگ است! از مقایسه معادله‌های (۱۹) و (۱۶) می‌رسیم به

$$\Delta y \Delta p_y \gtrsim h \quad (20)$$

بنابراین معادله، Δy و Δp_y هر دو نمی‌توانند کوچک باشند؛ اگر یکی از آنها کوچک باشد در آن صورت دیگری باید بزرگ باشد، به طوری که حاصلضربشان بزرگتر از یا مساوی با ثابت پلانک باشد.

معادله (۲۰) یکی از روابط عدم قطعیت هایزنبرگ* است. برای سایر

* ورنر هایزنبرگ (Werner Heisenberg)، ۱۹۰۱ - ۱۹۷۶، فیزیکدان نظری آلمانی، استاد دانشگاه لایپزیک و مدیر انستیتو ماکس پلانک. هایزنبرگ نخستین فرمولبندی کامل معادلات بنیادی مکانیک کوانتومی را ارائه داد. معادلات وی بر ماتریسها متکی بودند، و به زودی معلوم شد که از لحاظ ریاضی با معادلات شرودینگر معادلند. وی، به خاطر فرمولبندی مکانیک کوانتومی، در سال ۱۹۳۲ موفق به دریافت جایزه نوبل شد.

مؤلفه‌های مکان و تکانه هم روابط متناظری برقرار است ،

$$\Delta x \Delta p_x \gtrsim h \quad (21)$$

$$\Delta z \Delta p_z \gtrsim h \quad (22)$$

هرچند که روابط عدم قطعیت (۲۰) تا (۲۲) را با بررسی حالت خاص اندازه‌گیری مکان به وسیله یک شکاف به دست آورده‌ایم ، اما اثبات می‌شود که این روابط عملاً برای هر نوع اندازه‌گیری مکان اعتبار کلی و عام دارند* . بنابر روابط عدم قطعیت هایزنبرگ ، در دقت اندازه‌گیریهای ما محدودیتهای اساسی ، و غیرقابل از میان برداشتنی وجود دارد . در مقیاس میکروسکوپی ، عدم قطعیت‌های کوانتومی در اندازه‌گیری‌هایی را می‌شود به علت کوچک بودن h نادیده انگاشت . اما در مقیاس اتمی ، این عدم قطعیت‌های کوانتومی غالباً چندان بزرگند که صحبت کردن از موضع و مکان یا تکانه موج ذره به کلی بی‌معناست .

مثال ۲ . اگر فرض کنیم که در حالت پایه اتم هیدروژن مکان الکترون در مدار بور معلوم نیست و غیرقابل دانستن است ، در این صورت عدم قطعیت در مکان در حدود $\Delta x = a_0 = 0.529 \text{ \AA}$ است . عدم قطعیت کوانتومی متناظر در تکانه چقدر است ؟

حل بنابر معادله (۲۱) ،

$$\begin{aligned} \Delta p &> \frac{h}{\Delta x} = \frac{h}{a_0} \\ &= 6.6 \times 10^{-27} \text{ J} \cdot \text{s} / 0.529 \text{ \AA} \\ &= 1.2 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

این عدم قطعیت در تکانه از مقدار تکانه الکترون ($p = L/a_0 = h/a_0$) بزرگتر است . از اینرو صحبت کردن از مکان و تکانه الکترون در مداری مانند مدار بور ، و صحبت کردن از یک مدار نیز بی‌معنی است ! ■

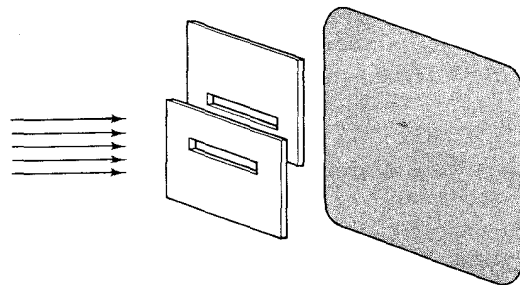
چون تکانه با طول موج به طور مستقیم رابطه دارد ($\lambda = h/p$) ، عدم قطعیت در p حاکی از عدم قطعیت در λ است . بنابراین روابط هایزنبرگ حاکی از آنند که جنبه‌های ذره‌ای و موجی یک موج ذره کوانتوم مکانیکی تا اندازه‌ای متقابلاً انحصاری‌اند : اگر مکان را به وضوح تعیین کنیم (Δx کوچک) ، در آن صورت طول موج ضرورتاً با دقت بسیار اندکی تعیین می‌شود ($\Delta \lambda$ بزرگ) و برعکس . جنبه‌های ذره‌ای و موجی یک موج - ذره اصل مکمل بودن را به نمایش می‌گذارند . این جنبه‌ها هرگز همراه یکدیگر ظاهر نمی‌شوند ؛ ظهور هر کدام از دو

* شکل دقیق معادلات هایزنبرگ عبارت است از $\Delta x \Delta p_x \geq h/2$ ، و... الی آخر .

جنبه بستگی به آزمایشی دارد که انجام می‌گیرد. آزمایشی که خواص ذره‌ای را اندازه می‌گیرد خواص موجی را آشکارسازی نمی‌کند، و برعکس. این اصل مکمل بودن را بور تدوین کرد.

رابطهٔ درونی و ذاتی میان روابط هایزنبرگ و اصل مکمل بودن را می‌شود به کمک بحث جامعتری در باب آزمایش تداخل با دو شکاف نشان داد. فرض کنید از دستگاهی استفاده می‌کنیم که آشکار می‌کند آیا الکترون از شکاف بالایی عبور می‌کند یا از شکاف پایینی. آشکار است که، اگر الکترون، مثلاً، از شکاف بالایی رد شود، پس وجود شکاف پایینی در نتیجهٔ آزمایش بی‌تأثیر خواهد بود. بنابراین، انتظار داریم که حتی اگر هر دو شکاف باز باشند، هیچگونه اثر تداخلی به وجود نیاید و شدت روی پردهٔ فلئوئورسان صرفاً دو برابر شدت ناشی از یک شکاف باشد. دستگاهی را که برای آشکارسازی الکترون در شکاف به کار می‌گیریم به نحوی موج را به قدر کافی مختل می‌کند که تداخل را از بین می‌برد.

برای درک اینکه چنین اختلالی از کجا ناشی می‌شود، باید برهم کنش دستگاه را با الکترون بررسی کنیم. در شکل ۱۷.۵ یک دستگاه مناسب را مشاهده می‌کنید: دو شکاف موازی در دو تیغهٔ جداگانه با آویزهای مستقل بریده



شکل ۱۷.۵ دو شکاف موازی در دو تیغهٔ جداگانه با آویزهای مستقل.

شده است. اگر الکترون از یک شکاف بگذرد و منحرف شود، تغییر تکانهٔ آن با تغییر تکانهٔ تیغهٔ مساوی و مختلف‌الجهت خواهد بود. از اینرو، از اندازه‌گیری تغییرات تکانهٔ تیغه‌ها پی می‌بریم که الکترون از کدام شکاف رد شده است. باید بعضی محدودیتها منظور شوند. تکانهٔ پس زنی $p \sin \theta$ است و بنابراین اندازه‌گیری مؤلفهٔ y تکانهٔ تیغه باید به اندازهٔ کافی دقیق باشد که این پس زنی را آشکارسازی کند:

$$\Delta p'_y \ll p \sin \theta \quad (23)$$

(در اینجا علامت پریم را آورده‌ایم تا بین تکانهٔ تیغه و تکانهٔ الکترون تمایز قائل شده

باشیم). به علاوه، هرگونه عدم قطعیت در مکان تیغه نقش تداخل را از بین می برد زیرا به عدم قطعیتی در فاصله بین شکافها، و از اینرو به عدم قطعیت در اختلاف فاز بین امواج ناشی از دو شکاف منجر خواهد شد. اگر بخواهیم نقش تداخل را دست نخورده حفظ کنیم باید خطا در فاز را خیلی کوچکتر از 2π نگه داریم. از اینرو، مطابق معادله (۱۴)، بیشینه عدم قطعیت مجاز در d به وسیله رابطه زیر داده شده است:

$$\Delta y \sin \theta \ll \lambda \quad (24)$$

با ترکیب معادلات (۲۳) و (۲۴)، می بینیم که اگر بخواهیم بفهمیم الکترون از کدام شکافت رد شده، و همچنین از تخریب نقش تداخل اجتناب کنیم، مکان و تکانه هر تیغه باید عدم قطعیتهایی داشته باشد که توسط رابطه زیر محدود می شود:

$$\Delta y' / \Delta p'_y \ll \frac{\lambda}{p} \quad (25)$$

یعنی،

$$\Delta y' / \Delta p'_y \ll h \quad (26)$$

اما، شرط عدم قطعیت هایزنبرگ برای مختصه و تکانه تیغه، معادله (۲۵) را ممنوع می کند. بدینسان، هرچند که h کوچک است و عدم قطعیتها در یک شیء بزرگ، مانند همین تیغه ای که در آن شکاف تعبیه شده است، را می شود نادیده گرفت؛ در مورد آزمایش آشکارسازی الکترون خیلی دقیقی که در نظر داریم، این عدم قطعیتها خیلی مهم و تعیین کننده اند.

در نتیجه، اگر از دستگاه شکل ۱۷-۵ برای تعیین اینکه الکترون از کدام شکاف رد شده است استفاده کنیم، در آن صورت نقش تداخلی خراب خواهد شد. افت وخیزهای کوانتوم مکانیکی ابزار اندازه گیری ما (تیغه) چندان زیاد است که اختلاف فازی غیر قابل کنترل و کاتوره ای بین دو موج خارج شده از دو شکاف ایجاد می شود. در طی انجام آزمایش با تعداد زیادی الکترون، یکی پس از دیگری، یک توزیع شدت انباشته شده ای را می یابیم که حاوی هیچ جمله تداخلی نیست. توزیع احتمال بر پرده عبارت است از جمع دو تک توزیع. از این آزمایش خیالی پی می بریم بسته به اینکه چه آزمایشی را انجام می دهیم، رفتار الکترونها می تواند شبیه امواج یا شبیه ذرات باشد. تا مادامی که در صدد برنمایی الکترونها را در شکاف جایگزیده کنیم، رفتارشان شبیه امواج است و تداخل را نمایش می دهند. اگر مکان آنها را مشاهده کنیم، شبیه ذرات رفتار می کنند و تداخلی را

بروز نمی دهند .

این هم یکی از جنبه های اساسی فرایند اندازه گیری کوانتوم مکانیکی است که عمل اندازه گیری اختلالی در سیستم مورد اندازه گیری ایجاد می کند . این مورد با حالت کلاسیکی متناقض است ، که در آنجا ، علی الاصول ، می توانیم اختلال را تا آنجا که بخواهیم کم کنیم . از دیدگاه مکانیک کوانتومی ، اندازه کمترین اختلال با مقدار h تعیین می شود . عدم قطعیت های غیر قابل اجتناب مکانیک کوانتومی در ابزار اندازه گیری تغییرات غیر قابل پیش بینی و غیر قابل کنترلی را در تابع موج سیستم مورد اندازه گیری ایجاد می کند . تابع موج بعد از اندازه گیری معمولاً با تابع موج قبل از اندازه گیری تفاوت چشمگیری دارد .

به خاطر سازگاری مکانیک کوانتومی ضروری است که همه سیستم های واقع در عالم ، در رابطه عدم قطعیت صدق کنند . وجود یک سیستم کلاسیکی بدون هیچگونه عدم قطعیت ذاتی تعیین مکان و تکانه سیستم کوانتومی را با عدم قطعیتی کمتر از آنچه از روابط عدم قطعیت به دست آمده ، مجاز می دارد . فرض کنید که سیستم کلاسیکی تحت تأثیر برخوردی کشسان با سیستم کوانتومی قرار گیرد . ما از روی مکان و سرعت دقیق سیستم کلاسیکی قبل و بعد از برخورد می توانیم نقطه دقیقی را که برخورد در آنجا صورت گرفته است ، تعیین کنیم . از اینرو مکان سیستم که کوانتوم مکانیکی در لحظه برخورد با دقتی فراتر از آنچه رابطه عدم قطعیت مجاز می دارد ، تعیین می شود* . برای اجتناب از این ناسازگاری باید فرض کنیم که هیچ سیستم کلاسیکی هیچگاه نمی تواند با یک سیستم کوانتوم مکانیکی برهم کنش داشته باشد . این حکم معادل آن است که فرض کنیم سیستم های کلاسیکی وجود ندارند . اتفاقاً ، می شود از استدلال مشابهی بهره گرفت . و نشان داد که تمام سیستمها باید در رابطه عدم قطعیت با مقدار دقیقاً یکسان h صدق کنند ؛ فقط در این صورت رابطه عدم قطعیت خود سازگار است .

اصل مهم دیگری هم برای سازگاری مکانیک کوانتومی ضروری است ؛ فقط کمیت های مشاهده شده معنی دارند . کمیت های فیزیکی را باید عملاً به وسیله شگردهای آزمایشی تعریف کرد ؛ این شگردها ، هر چند هم که در عمل میسر نباشند (به علت محدودیت های تکنولوژیکی) ، باید دست کم در اصول امکان پذیر باشند ، بیان این گزاره که الکترون از این شکاف ، یا از آن یکی ، عبور می کند ، در صورتی که نشود آن را به طور تجربی آزمود ، بی معناست . می توانیم نتایج خود را

* در این استدلال فرض می شود که برهم کنش فوق العاده کوتاه - برد است . این فرض اساسی نیست . به طور کلی ، شتاب لحظه ای سیستم کلاسیکی مکان سیستم مکانیک کوانتومی را تعیین می کند (در صورتی که قانون نیرو معلوم باشد) .

بدینسان خلاصه کنیم:

۱. الکترونها و سایر اجسام در دنیای واقعی ذرات کلاسیکی یا امواج کلاسیکی نیستند. در بعضی آزمایشها تقریباً شبیه ذرات رفتار می‌کنند، و در بعضی آزمایشهای دیگر شبیه امواج (دوگانگی). آزمایشهایی که خواص ذره‌ای را اندازه می‌گیرند اطلاعاتی در خصوص خواص موجی نمی‌دهند و برعکس (اصل مکمل بودن).

۲. الکترون را می‌شود با تابع موجی توصیف کرد که شدتش احتمال یافتن الکترون را به دست می‌دهد.

۳. تابع موجها از اصل برهم نهی پیروی می‌کنند: اگر دامنه ناشی از یک منبع Ψ_1 و دامنه ناشی از منبع دوم Ψ_2 باشد، در این صورت دامنه کل هر دو منبع که باهم عمل می‌کنند عبارت است از $\Psi_1 + \Psi_2$. به بیان دیگر، اگر Ψ_1 یکی از جوابهای معادلات کوانتوم مکانیکی و Ψ_2 جواب دیگر باشد، در این صورت $\Psi_1 + \Psi_2$ نیز یک جواب است.

۴.۵ معادله موج شرودینگر برای ذره آزاد

حال می‌خواهیم برخی از خواص ریاضی موجی را مطرح کنیم که ذره‌ای کوانتوم مکانیکی، مانند الکترون، را توصیف می‌کند. در این فصل فرض می‌کنیم که ذره کوانتوم مکانیکی آزاد است، یعنی، نیروهای خارجی وجود ندارند. به علاوه، برای سادگی، فرض خواهیم کرد که حرکت در یک بعد، مثلاً، در امتداد محور x ، صورت می‌گیرد.

طول موج آن موجی که ذره‌ای با تکانه p و انرژی E را توصیف می‌کند عبارت است از $\lambda = h/p$ و بسامدش $\nu = E/h$. برای راحتی، عدد موج* را به صورت

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar} \quad (27)$$

و بسامد زاویه‌ای را به قرار:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{E}{\hbar} \quad (28)$$

تعریف می‌کنیم. از آنجا که در مورد ذره آزاد $E = p^2/(2m)$ ، معادله (۲۷) را

* در سه بعد، بردار موج را به صورت $\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar$ تعریف می‌کنیم.

می‌توانیم به صورت زیر هم بنویسیم

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (29)$$

اگر ذره در جهت x حرکت کند، موج نیز ناگزیر در همان جهت حرکت خواهد کرد. امواج هماهنگ ممکن است که در این شرایط صدق می‌کنند عبارتند از

$$\sin(\omega t - kx), \quad \cos(\omega t - kx) \quad (30)$$

$$e^{-i(\omega t - kx)}, \quad e^{i(\omega t - kx)} \quad (31)$$

امواج (۳۰) حقیقی و امواج (۳۱) مختلط اند. بنابر قواعد ریاضی مربوط به محاسبه توابع نمایی مختلط، اتحادهای زیر برقرارند.

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad (32)$$

و

$$\cos \alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}, \quad \sin \alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i} \quad (33)$$

از اینرو

$$e^{i(\omega t - kx)} = \cos(\omega t - kx) - i \sin(\omega t - kx) \quad (34)$$

و

$$e^{+i(\omega t - kx)} = \cos(\omega t + kx) + i \sin(\omega t - kx) \quad (35)$$

از اینجا معلوم می‌شود که امواج مختلط ترکیبهای خطی امواج حقیقی با یک ضریب مختلط اند. برای تعیین اینکه کدامیک از امواج (۳۰) یا (۳۱) رامی‌خواهیم، به اصل برهم نهی مکانیک کوانتومی متوسل می‌شویم: هرگاه Ψ_1 و Ψ_2 امواج کوانتوم مکانیکی ممکن باشند، موج $\Psi_1 + \Psi_2$ نیز چنین است. فرض کنید ذره‌ای را که در جهت مثبت x در حال حرکت است، با موج $\sin(\omega t - kx)$ توصیف می‌کنیم. در این صورت ذره‌ای که در جهت منفی x حرکت می‌کند، به وسیله $\sin(\omega t + kx)$ توصیف می‌شود. بنابر اصل برهم نهی، مجموع

$$\sin(\omega t - kx) + \sin(\omega t + kx) \quad (36)$$

بایستی یک تابع موج کوانتوم مکانیکی ممکن باشد. اما (۳۶) برابر است با

$$2 \sin \omega t \cos kx \quad (37)$$

آشکار است که این عبارت یک تابع موج رضایت بخش نیست زیرا در $t = 0$ این عبارت در همه جا به طور اتحادی صفر می شود، یعنی احتمال یافتن ذره در همه جا صفر است! چون ذره نمی تواند ناپدید شود، باید تابع موج (۳۶) را غیر قابل قبول تلقی کنیم، و نتیجه بگیریم که $\sin(\omega t - kx)$ همان تابع موجی نیست که می خواهیم. با استدلالی مشابه، می توانیم $\cos(\omega t - kx)$ را رد کنیم.

حال $e^{-i(\omega t - kx)}$ را در نظر می گیریم. برهم نهی این موج با $e^{-i(\omega t + kx)}$ می دهد:

$$e^{-i(\omega t - kx)} + e^{-i(\omega t + kx)} = 2e^{-i\omega t} \cos kx \quad (38)$$

این عبارت در همه جا عیناً صفر نمی شود، و یک تابع موج قابل قبول است. بدینسان، تابع موج $e^{-i(\omega t - ikx)}$ با اصل برهم نهی سازگار است. تابع موجی از نوع $e^{-i(\omega t - kx)}$ نیز با اصل برهم نهی سازگار است؛ اما بنابر قراردادی که بنیانگذاران مکانیک کوانتومی وضع کردند، این تابع موج باید به نفع $e^{-i(\omega t - kx)}$ حذف شود.* به این ترتیب به این نتیجه می رسیم که تابع موج صحیح عبارت است از

$$\boxed{\Psi(x, t) = e^{-i(\omega t - kx)}} \quad \text{مربوط به حرکت در جهت مثبت } x \quad (39)$$

و

$$\boxed{\Psi(x, t) = e^{-i(\omega t + kx)}} \quad \text{مربوط به حرکت در جهت منفی } x \quad (40)$$

اکنون می خواهیم معادله موجی را پیدا کنیم که این توابع موج از آن پیروی می کنند. به طور کلی، تابع موجی که یک سیستم فیزیکی را توصیف می کند پیروی یک معادله موج است، که به ما اجازه می دهد تا تطور زمانی سیستم را محاسبه کنیم. از دیدگاه ریاضی، معادله موج عبارت است از یک معادله دیفرانسیل شامل Ψ و مشتقات Ψ نسبت به x و t . برای یافتن معادله دیفرانسیل مربوط به Ψ ، مسئله را با بیان ω و k برحسب p شروع می کنیم:

$$\Psi = e^{-i(\omega t - kx)} = e^{-i(Et/\hbar) - \sqrt{2mE}x/\hbar} \quad (41)$$

* ناگزیریم یکی از اینها را انتخاب کنیم. هر کوششی در به کارگیری هر دو آنها بی فرجام خواهد بود، زیرا برهم نهی $e^{-i(\omega t - ikx)} + e^{i(\omega t - kx)}$ برابر است با $2 \cos(\omega t - kx)$ ، که یک تابع موج غیر قابل قبول است.

اگر مشتق اول Ψ را نسبت به زمان و مشتق دوم Ψ را نسبت به x بگیریم، به دست می‌آوریم

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = i \frac{E}{\hbar} \Psi \quad (42)$$

و

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \Psi \quad (43)$$

با مقایسه این دو عبارت، پی می‌بریم که این مشتقات باهم متناسبند. با قراردادن ثابت تناسب، یک تساوی به دست می‌آوریم:

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t)} \quad (44)$$

این تساوی همان معادله موج برای یک ذره آزاد است؛ این عبارت را معادله شرودینگر* می‌نامند. در فصل بعد پی خواهیم برد که چگونه نیروها، یا به بیان دقیقتر، پتانسیلها، را در معادله شرودینگر بگنجانیم. این معادله همان نقشی را در مکانیک کوانتومی ایفا می‌کند که قانون دوم نیوتون در مکانیک کلاسیک. به کمک معادله شرودینگر می‌توانیم حرکت یک موج کوانتوم مکانیکی را محاسبه کنیم؛ درست به همان نحوه که از روی قانون نیوتون می‌توانیم حرکت یک ذره کلاسیکی را تعیین کنیم.

مثال ۱. نشان دهید که تابع موجهای (غیر قابل قبول) $\cos(\omega t - kx)$ ، $\sin(\omega t - kx)$ و $e^{i\omega(t-kx)}$ جوابهای معادله شرودینگر نیستند.

حل به خاطر رعایت اختصار، در اینجا فقط محاسبه مربوط به

$$\sin(\omega t - kx) = \sin(Et/\hbar - \sqrt{2mE} x/\hbar)$$

را می‌آوریم. مشتقهای این تابع موج عبارتند از

$$\frac{\partial}{\partial t} \sin\left(\frac{Et}{\hbar} - \sqrt{2mE} \frac{x}{\hbar}\right) = \frac{E}{\hbar} \cos\left(\frac{Et}{\hbar} - \sqrt{2mE} \frac{x}{\hbar}\right) \quad (45)$$

و

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \sin\left(\frac{Et}{\hbar} - \sqrt{2mE} \frac{x}{\hbar}\right) = -\frac{2mE}{\hbar^2} \sin\left(\frac{Et}{\hbar} - \sqrt{2mE} \frac{x}{\hbar}\right) \quad (46)$$

از نشان دادن این مقدار در معادله (۴۴) یک تساوی به دست نمی‌آید، یعنی این تابع موج یکی از جوابهای معادله شرودینگر نیست. ■

*. اروین شرودینگر (Erwin Schrodinger)، ۱۸۸۷ - ۱۹۶۱، فیزیکدان نظری اتریشی، استاد دانشگاههای زوریخ، برلین، دوبلین، و وین. به خاطر تدوین معادله شرودینگر، که با آن شالوده مکانیک موجی را بنا نهاد، در سال ۱۹۳۳ موفق به دریافت جایزه نوبل شد.

استدلالتی که در این بخش ارائه می‌شوند قدرت اصل برهم نهی را نشان می‌دهند. دیده‌ایم که این اصل طلب می‌کند که تابع موج مختلط باشد، و تعیین می‌کند که از چه معادلهٔ دیفرانسیلی باید پیروی شود. اصل برهم نهی یکی از مهمترین اصلهای مکانیک کوانتومی به شمار می‌آید.

شدت موج احتمال یافتن ذره را به ما می‌دهد. از آنجا که ما اکنون ذره‌ای را در نظر داریم که در امتداد محور x حرکت می‌کند، قاعدهٔ مربوط به محاسبهٔ احتمال عبارت است از

$$(\text{احتمال یافتن ذره بین } x \text{ و } x + dx) = |\Psi|^2 dx \quad (۴۷)$$

در اینجا شدت $|\Psi|^2$ مجذور قدر مطلق عدد مختلط $|\Psi|$ است. بر حسب اجزای حقیقی و موهومی Ψ ، این کمیت عبارت است از

$$|\Psi|^2 = (\text{Re}\Psi)^2 + (\text{Im}\Psi)^2 \quad (۴۸)$$

چون احتمال یافتن ذره در جایی باید مساوی ۱ باشد، باید Ψ بهنجار شود به طوری که

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx = 1 \quad (۴۹)$$

با این شرط بهنجارش مشکلی پیش می‌آید. تابع موج $e^{-i(\omega t - kx)}$ یک ذرهٔ آزاد با تکانهٔ p نمی‌تواند بهنجار شود زیرا

$$\int_{-\infty}^{\infty} |e^{ikx - i\omega t}|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} 1 dx = \infty \quad (۵۰)$$

مشکل این تابع موج آن است که به تمام نقاط فضا یک احتمال مساوی نسبت می‌دهد. آشکار است که در عالم واقع چنین نیست زیرا همواره می‌دانیم که ذره در یک جایی در اتاق، یا جایی روی کرهٔ زمین، یا دست کم جایی در کلهکشان است. بنابراین، ذره هرگز تابع موج $e^{ikx - i\omega t}$ را ندارد، و از اینرو هرگز دارای تکانهٔ مطلقاً دقیقی نیست. تشکیل دادن یک تابع موج قابل بهنجارش (بسته موج؛ بخش بعد را ببینید) فقط وقتی میسر است که تکانه به نحوی عدم قطعیت داشته باشد. مقداری را که تکانه باید به اندازهٔ آن عدم قطعیت داشته باشد می‌توان از رابطهٔ هایزنبرگ محاسبه کرد. مثلاً، اگر معلوم باشد که ذره در جایی در اتاق است $\Delta x \sim 10^0 \text{ m}$ ، خواهیم داشت

$$\Delta p \sim \frac{h}{\Delta x} \sim 7 \times 10^{-25} \text{ kg.m/s}$$

این کمیت یک عدم قطعیت بسیار کوچک برای تکانه است (در مورد الکترون، متناظر است با سرعت $v \sim 10^{-12} \text{ m/s}$) و بنابراین هیچگونه محدودیت عملی را بردقتی که با آن تکانه، مثلاً، باریکه الکترونها تعیین می‌شود، اعمال نمی‌کند. هرچند که $e^{i(\omega t - kx)}$ به بیان دقیق یک تابع موج قابل بهنجارش نیست، می‌توانیم بسیاری از محاسبات را با آن انجام دهیم، گویی که قابل بهنجارش است. این کار مستلزم بهره‌گیری از شگردهایی است که در بخشهای بعدی ملاحظه خواهیم کرد.

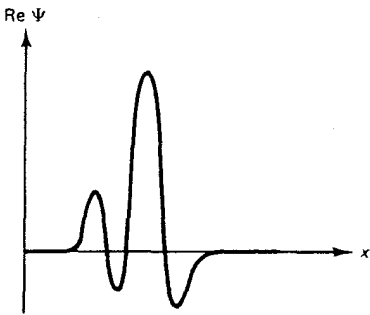
۵.۵ بسته‌های موج؛ سرعت گروه

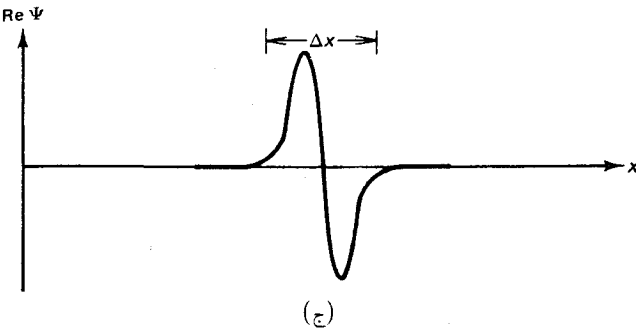
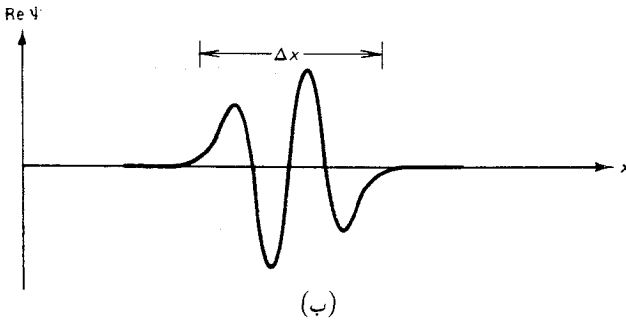
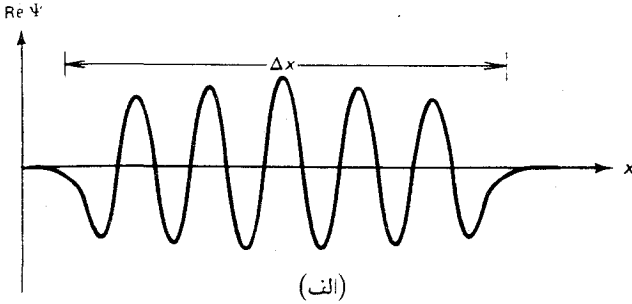
هرچند الکترونها و سایر ذرات کوانتوم مکانیکی همواره به کمک امواج توصیف می‌شوند، اما گاهی این امکان برای آنها پیش می‌آید که در امتداد مسیر کلاسیکی نسبتاً خوش تعریفی حرکت کنند. این اتفاق وقتی می‌افتد که موج توصیف‌کننده سیستم شکل یک بسته موج را داشته باشد؛ بسته موج عبارت است از موجی که فقط در یک ناحیه کوچک دامنه چشمگیری داشته باشد، و در هر جای دیگر صفر، یا تقریباً صفر است (شکل ۱۸.۵). این بسته موج می‌تواند در امتداد یک مسیر حرکت کند و، تا مادامی که کوچک بماند. خیلی شبیه به یک ذره کلاسیک رفتار می‌کند. اما، بسته موج باید ابعادی متناهی داشته باشد و این گزاره به این معنی است که در مکان سیستم الزاماً عدم قطعیتی وجود دارد. در تکانه سیستم هم باید عدم قطعیتی وجود داشته باشد، زیرا یک بسته موج با ابعاد متناهی یک تک طول موج کاملاً مشخص ندارد. در شکل ۱۹.۵ نمونه‌هایی از چند بسته موج با مقادیر مختلف Δx و Δp_x را مشاهده می‌کنید. توجه کنید که یک بسته با یک مقدار بزرگ Δx یک مقدار کوچک Δp_x دارد و برعکس. این نسبت معکوس بین Δx و Δp_x با رابطه‌های زیرنگ همخوانی دارد.

$$\Delta x \Delta p_x \geq h \quad (51)$$

در واقع، می‌توان به طور دقیق اثبات کرد که مساری (۵۱) همیشه در مورد هر بسته موجی برقرار است. برهان این اثبات به قضیه فوریه مربوط می‌شود: هر بسته موج را می‌شود به صورت برهم نهی تعداد نامحدودی امواج هماهنگ بیان کرد. تجزیه یک بسته موج به امواج هماهنگ تشکیل دهنده‌اش را آنالیز فوریه می‌گویند. امواج هماهنگ مورد نیاز برای تشکیل یک بسته موج باریک (Δx کوچک) گستره وسیعی از طول موجها ($\Delta \lambda$ بزرگ، و از اینرو ΔP_x بزرگ) را فرا

شکل ۱۸.۵ بسته موج.





شکل ۱۹.۵ چند بسته موج با پهنای متفاوت. بسته (الف) تناوبی بودن آشکار و بنابراین یک طول موج کاملاً مشخص (و یک تکانه کاملاً مشخص) دارد. بسته (ج) تناوبی بودن ندارد و از اینرو طول موجش (و تکانه اش) بسیار نامشخص است.

می‌گیرد، دقیقاً به همان صورتی که از رابطه هایزنبرگ انتظارش را داشتیم. هرچند که برهان قضیه فوریه از حوزه ریاضیات این کتاب خارج است، می‌توانیم با ملاحظه مثال ساده زیر از برهم نهی دو موج هماهنگ، به بینشی کیفی در خصوص تشکیل بسته موجها دست پیدا کنیم. دو موج هماهنگ با بسامدها و اعداد موج اندکی متفاوت را در نظر بگیرید،

$$e^{i(\omega + \frac{1}{2}\Delta\omega)t - (k + \frac{1}{2}\Delta k)x} \quad (52)$$

و

$$e^{-i(\omega - \frac{1}{2}\Delta\omega)t - (k - \frac{1}{2}\Delta k)x} \quad (53)$$

از برهم نهی این دو موج می‌رسیم به

$$\Psi = e^{-i[(\omega + \frac{1}{4}\Delta\omega)t - (k + \frac{1}{4}\Delta k)x]} + e^{-i[(\omega - \frac{1}{4}\Delta\omega)t - (k - \frac{1}{4}\Delta k)x]} \quad (54)$$

توجه خود را بر جزء حقیقی این تابع موج متمرکز می‌کنیم (عملیات مربوط به جزء موهومی را می‌شود مشابه محاسبات مربوط به جزء حقیقی انجام داد). بنابراین معادله (۳۲)،

$$\begin{aligned} \text{Re}\Psi &= \cos[(\omega + \frac{1}{4}\Delta\omega)t - (k + \frac{1}{4}\Delta k)x] \\ &+ \cos[(\omega - \frac{1}{4}\Delta\omega)t - (k - \frac{1}{4}\Delta k)x] \quad (55) \end{aligned}$$

همان طور که قبلاً در بخش ۶۰.۱ دیدیم، این دو موج کسینوسی را می‌شود به وسیله اتحاد مثلثاتی مربوط به مجموع دو کسینوس ترکیب کرد، در نتیجه

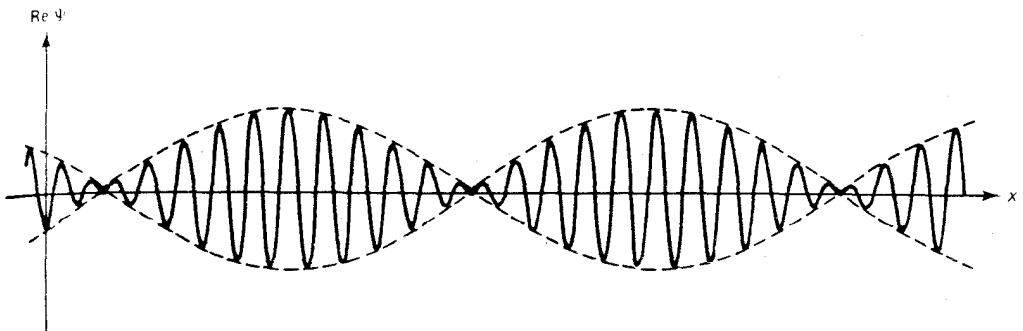
$$\text{Re}\Psi = 2 \cos[(\frac{1}{4}\Delta\omega)t - (\frac{1}{4}\Delta k)x] \cos(\omega t - kx) \quad (56)$$

اگر $\Delta\omega$ و Δk کوچک باشند، در این صورت ضریب $\cos(\omega t - kx)$ در عبارت (۵۶) موجی را که خیلی شبیه به هریک از امواج اصلی است، نشان می‌دهد.

ضریب $\cos[(\frac{1}{4}\Delta\omega)t - (\frac{1}{4}\Delta k)x]$ نمایانگر موجی است با بسامد کوچکتر و طول موجی بسیار بلندتر (یا عدد موج کوچکتر) که می‌شود آن را به صورت دامنه‌ای که با آرامی تغییر می‌کند تلقی کرد که موج $\cos(\omega t - kx)$ را مدوله می‌کند.

در شکل ۲۰.۵ منحنی تغییرات عبارت (۵۶) را در یک لحظه از زمان مشاهده می‌کنید. منحنی خط چین که پوش را تشکیل می‌دهد بر مدولاسیون دامنه دلالت می‌کند.

شکل ۲۰.۵ برهم نهی دو موج هماهنگ با بسامدهای اندکی متفاوت.



آشکار است که، هریک از نواحی بزرگ دامنه، به شکل یک بسته موج را

دارد. بدینسان، با برهم نهی دو موج با بسامد و طول موج اندکی متفاوت، دنباله‌ای از بسته موجها را تشکیل داده‌ایم. این بهترین کاریست که می‌توانیم با دو موج هماهنگ انجام دهیم؛ اگر بخواهیم یک تک بسته موج بسازیم، باید تعداد زیادی موج هماهنگ دیگر به برهم نهی خود بیفزاییم به طوری که تمام بسته‌های موج، جز یکی، مثلاً بسته مرکزی شکل ۲۰.۵، حذف شوند. به عنوان برآوردی خام از پهنای Δx تک بسته موج حاصل، می‌توانیم نصف طول موج مدوله‌سازی در شکل ۲۰.۵ را در نظر بگیریم،

$$\Delta x \sim \frac{2\pi}{\Delta k} \quad (57)$$

به عنوان یک برآورد خام از عدم قطعیت در تکانه می‌توانیم بگیریم*،

$$\Delta p_x = \hbar \Delta k \quad (58)$$

از حاصلضرب (۵۷) و (۵۸) می‌رسیم به

$$\Delta x \Delta p_x \sim \frac{2\pi}{\Delta k} \times \hbar \Delta k \sim h \quad (59)$$

که همان چیزی است که از رابطه هاینبرگ انتظار داریم.

مثال ساده‌ما در خصوص برهم نهی دو موج، نتایج آموزنده‌ای را در رابطه با سرعت امواج و سرعت بسته موجها به دست می‌دهد. به طوری که از بخش ۶.۱ می‌دانیم، سرعت یک موج هماهنگ، به نام سرعت فاز، را می‌شود به صورت نسبت بسامد زاویه‌ای به عدد موج بیان کرد. بدینسان، سرعت فاز موج (۵۲) عبارت است از

$$v_p = \frac{\omega}{k} \quad (60)$$

از آنجا که $\omega = E/\hbar = \frac{1}{2}mv^2/\hbar$ و $k = p/\hbar = mv/\hbar$ ، این سرعت فاز عبارت است از

$$v_p = \frac{\frac{1}{2}mv^2/\hbar}{mv/\hbar} = \frac{1}{2}v \quad (61)$$

یعنی، سرعت فاز موج نصف سرعت ذره است. عدم انطباق معماگونه بین سرعت فاز و سرعت ذره نباید مایه نگرانی شود زیرا اگر بخواهیم زمان حرکت یک

* این فقط یک برآورد خام، از نظر مرتبه بزرگی است، زیرا افزودن امواج دیگر به برهم نهی، عدم قطعیت در عدد موج را از مقدار Δk ، که در معادلات (۵۲) و (۵۳) داده شده، بزرگتر می‌کند.

ذره را در مسافتی مفروض تعیین کنیم باید ذره را با یک بسته موج توصیف کنیم. از اینرو سرعت مورد نظر عبارت است از سرعت پوش بسته موج، یا سرعت گروه. از بخش ۶۰۱ می‌دانیم که سرعت گروه را می‌شود به این قرار بیان کرد:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (62)$$

زیرا

$$d\omega = d\left(\frac{1}{2} \frac{mv^2}{\hbar}\right) = \frac{mvdv}{\hbar} \quad (63)$$

و

$$dk = d\left(\frac{mv}{\hbar}\right) = \frac{mdv}{\hbar} \quad (64)$$

به دست می‌آوریم که

$$v_g = \frac{mvdv/\hbar}{mdv/\hbar} = v \quad (65)$$

به این ترتیب، سرعت گروه با سرعت ذره منطبق است. این موضوع خیلی منطقی است زیرا یک بسته موج متحرک تعبیر موج مکانیکی یک ذره متحرک است. پدر مورد بسته موج می‌توانیم رابطه هاینبرگ را مجدداً در شکلی آموزنده غالب‌گیری کنیم که انرژی و زمان را درهم دربرگیرد. اگر عدم قطعیت در تکانه Δp باشد، در آن صورت

$$\Delta E = \Delta\left(\frac{p^2}{2m}\right) = \frac{p}{m} \Delta p = v \Delta p \quad (66)$$

اگر پهنای بسته Δx باشد، در این صورت زمانی که طول می‌کشد بسته فاصله‌ای برابر این پهنای طی کند عبارت است از

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \quad (67)$$

می‌توان این عبارت را زمان مشخصه تحول بسته تلقی کرد؛ این زمانی است که بسته موج لازم دارد تا مسافتی نسبتاً چشمگیر را پیماید. حاصلضرب ΔE و Δt عبارت است از

$$\Delta E \Delta t = v \Delta p \frac{\Delta x}{v} = \Delta p \Delta x \quad (68)$$

و، به اعتبار رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ،

$$\Delta E \Delta t \geq h \quad (۶۹)$$

این نامساوی رابطه عدم قطعیت انرژی - زمان است. * هرچند برای یک بسته موج این رابطه عدم قطعیت پیامد مستقیم رابطه عدم قطعیت مکان - تکانه به شمار می آید، در مورد سایر سیستمهای کوانتوم مکانیکی رابطه ای مستقل است. زمان Δt که در این رابطه ظاهر می شود همواره زمان مشخصه مورد نیاز برای وقوع تغییر محسوسی در سیستم است.

مثال ۴. طول عمر حالت برانگیخته در یک اتم نوعاً در حدود 10^{-8} s است، یعنی نوعاً در حدود 10^{-8} s طول می کشد تا الکترون یک فوتون گسیل و گذار به حالت پایتتر را تکمیل کند. عدم قطعیت انرژی چنین حالت برانگیخته ای چقدر است؟

حل بنا بر رابطه عدم قطعیت انرژی - زمان، عدم قطعیت انرژی حالت برانگیخته عبارت است از

$$\begin{aligned} \Delta E &\geq h/\Delta t = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s} / 10^{-8} \text{ s} \\ &\geq 6.6 \times 10^{-26} \text{ J} = 4.1 \times 10^{-7} \text{ eV} \end{aligned}$$

خلاصه فصل ۵

طول موج دو بروی:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

تعبیر احتمالی تابع موج:

$$\left(\begin{array}{l} \text{احتمال یافتن الکترون} \\ \text{بین } y + dy, y \end{array} \right) = |\Psi(y, t)|^2 dy$$

اصل برهم نهی: اگر دامنه ناشی از یک منبع Ψ_1 ، و دامنه ناشی از منبع دوم Ψ_2 باشد، در این صورت کل دامنه برای هر دو منبع که با هم عمل می کنند عبارت است از $\Psi_1 + \Psi_2$.

* شکل دقیق رابطه عدم قطعیت انرژی - زمان عبارت است از $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$.

رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$$

دوگانگی: ذرات کوانتوم مکانیکی (موج ذره‌ها) گاهی شبیه ذرات کلاسیکی، و گاهی شبیه امواج کلاسیکی عمل می‌کنند. اصل مکمل بودن: در آزمایشی که خواص ذره اندازه‌گیری می‌شود نمی‌توان خواص موجی را آشکارسازی کرد، و برعکس.

تابع موجهای ذره آزاد:

$$e^{-i(\omega t - kx)}$$

$$e^{-i(\omega t + kx)}$$

معادله شرودینگر برای ذره آزاد:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (70)$$

رابطه عدم قطعیت انرژی - زمان:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$$

مسائل

۱. نشان دهید که طول موج دوبروی برای یک الکترون به انرژی E را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\lambda = \frac{12.26}{\sqrt{E}}$$

۲. طول موج دوبروی برای الکترونهايي با انرژی 20.000 eV در باریکه یک لامپ تلویزیونی چقدر است؟ آیا مکانیک کلاسیک می‌تواند تقریبی رضایت‌بخش برای کارکرد لامپهای تلویزیونی باشد؟
۳. به طوری که در مثال ۲۰۱ آمد، جرم یکی از قطره‌های روغنی که میلیکان به کاربرد 10^{-12} kg و $8/4 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ سرعتش $2/0 \times 10^{-5}$ بود. طول موج دوبروی برای این قطره روغن چقدر است؟

۴. تصویر میکروسکوپ الکترونی شکل ۷.۵ به کمک یک باریکه الکترون به انرژی 40 keV گرفته شده است. طول موج دو بروی این الکترونها چقدر است؟

۵. پروتونهای شتاب یافته در حلقه اصلی فرمی لب تکانه‌ای برابر $5.3 \times 10^{-16} \text{ kg.m/s}$ پیدا می‌کند. طول موج دو بروی این پروتونها چقدر است؟ [توجه کنید که معادله (۲) برای ذرات نسبییتی نیز برقرار است.]

۶. بنا بر مکانیک آماری کلاسیکی، انرژی جنبشی گرمایی متوسط ذره‌ای با دمای $T = 300 \text{ K}$ عبارت است از $6.21 \times 10^{-21} \text{ J} = (3/2)kT$. طول موج دو بروی یک الکترون ($m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$)، یک ذره غبار ($m = 10^{-17} \text{ kg}$)، یک توپ تنیس ($m = 6.0 \times 10^{-2} \text{ kg}$)، و یک اتومبیل ($m = 1500 \text{ kg}$) با این انرژی چقدر است؟

۷. رادرفورد برای کاویدن درون اتم از ذرات آلفا به انرژی 7.7 MeV بهره برد. طول موج دو بروی این ذرات آلفا چقدر است؟ آیا بیان حرکت این ذرات آلفا به وسیله مکانیک کلاسیک، تا فاصله 10^{-14} m از هسته، به همان گونه که رادرفورد انجام داد، مناسب و کافی است؟

۸. نوترونهای «گرمایی» در یک رآکتور هسته‌ای را می‌شود به صورت گازی در دمای 300°C تلقی کرد.

الف) میانگین انرژی جنبشی و سرعت این نوترونها چقدر است؟

ب) طول موج دو بروی آنها چقدر است؟

۹. به ازای چه سرعتی برای الکترون، طول موج دو بروی با طول موج کامپتون، $h/m_e c$ ، برابر است؟ [گوشزد: باید از فرمول نسبییتی،

$$p = mv / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

در معادله (۲۱) بهره بگیرید.]

۱۰. برای بررسی ساختار درونی پروتون و نوترون، آزمایشگران مرکز شتابگر خطی استانفورد (SALC) از باریکه الکترونها به انرژی 20 GeV ، به عنوان کاوه، استفاده کردند. طول موج دو بروی چنین الکترونها چقدر است؟ ابعاد کوچکترین جزئیات ساختاری که می‌توان با چنین الکترونها تفکیک کرد، چقدر است؟ [راهنمایی: معادله (۲) برای الکترونها نسبییتی نیز برقرار است، اما تکانه باید از فرمول نسبییتی مربوط به تکانه،

$$E^2 = m^2 c^4 + c^2 p^2$$

[محاسبه شود.]

۱۱. در دماهای بالا و یا چگالیهای کم، رفتار گاز را می‌توان با مکانیک آماری

کلاسیک توصیف کرد زیرا با یک تقریب خوب، آنها در مسیرهای کلاسیک حرکت می‌کنند. اما، وقتی دمای گاز کم و یا چگالی بالا باشد، تقریب کلاسیک از این کار باز می‌ماند و آثار کوانتومی اهمیت پیدا می‌کنند. وقتی طول موج دو بروی یک اتم معمولی با میانگین فاصله بین اتمی (که به صورت $n^{-1/3}$ تعریف می‌شود، و n چگالی اتمهاست) قابل مقایسه باشد، تقریب کلاسیکی به طور کامل در این قلمرو شکست می‌خورد و در می‌ماند.

الف) نشان دهید که این اتفاق وقتی می‌افتد که

$$n^{-1/3} \sim (h^2/mkT)^{1/2}$$

ب) گاز هلیوم را در دمای اتاق در نظر بگیرید. در چه چگالی و فشاری تقریب کلاسیکی از حیز انتفاع خارج می‌شود؟

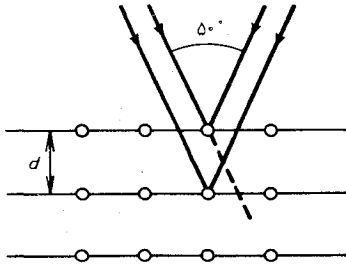
ج) گاز الکترونهاى رسانش را در یک فلز معمولی در نظر بگیرید. فرض کنید که در هر اتم یک الکترون رسانش وجود دارد. آیا مطابق معیار بالا، تقریب کلاسیکی برقرار است؟

۱۲. از آنجا که طول موج نور مرئی $5000 \text{ \AA} \sim$ است، میکروسکوپ نوری نمی‌تواند جزئیاتی کوچکتر از این طول را تفکیک کند. اگر قرار باشد میکروسکوپ الکترونی به قدر تفکیکی حداقل به خوبی قدرت تفکیک میکروسکوپ نوری برسد، کمینه انرژی الکترونها در آن چقدر باید باشد؟ (عملاً، انرژیهای به کار رفته در میکروسکوپیهای الکترونی معمولاً از 10 keV بیشترند، و قدرت تفکیک آنها را خواص موجی الکترونها محدود نمی‌کنند.)

۱۳. تعداد خطوط توری پراشی که در نورشناخت به کار می‌رود، در هر سانتیمتر $20,000$ است. فرض می‌کنیم از این توری برای آزمایش تداخل الکترون بهره می‌گیریم. فاصله زوایه‌ای بین بیشینه‌ها (ی اصلی) چقدر خواهد بود اگر انرژی الکترون 100 eV باشد؟ اگر این بیشینه‌ها بر پرده فلوئورسان (شکل ۱۵-۵) به اندازه 1 mm از هم فاصله داشته باشند، فاصله توری تا پرده فلوئورسان را تا چه مقدار می‌توان بزرگ کرد؟

۱۴. در هنگام پراکندگی یک باریکه از الکترونهاى تک انرژی روی یک از جوه یک بلور نیکل، دیویسون و گرمریک پرتو شدیداً بازتابیده با زاویه $\phi = 50^\circ$ نسبت به پرتو فرودی را یافتند (شکل ۲۱-۵).

الف) فاصله بین صفحات براگ مربوط به بلور نیکل 0.91 \AA است. با



شکل ۲۱.۵ باریکه الکترون فرودی بر یک بلور.

استفاده از شرط براگ، به ازای $n = ۱$ ، طول موج الکترونی را محاسبه کنید که باریکه شدیداً بازتابیده با زاویه $\phi = ۵۰^\circ$ را می دهند.

(ب) انرژی این الکترونها ۵۴۷eV بود. به کمک رابطه دو بروی، طول موج را محاسبه کنید. آیا می توانید اختلاف (ناچیز) بین نتایج (الف) و (ب) را توضیح دهید؟ راهنمایی: درباره تابع کار نیکل فکر کنید.)

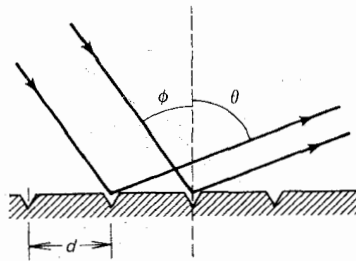
۱۵. رآکتورهای هسته ای شار فراوانی از نوترونها تولید می کنند، و اگر به آنها اجازه داده شود که از سوراخی در دیواره رآکتور بگریزند، یک باریکه را تشکیل می دهند. نوترونها در این گونه باریکه انرژیهای آمیخته ای دارند. می توانیم از بازتابش براگ به وسیله یک بلور بهره گیریم و این باریکه نوترونها با انرژیهای آمیخته را به صورت باریکه های تک انرژی جدا کنیم که با زوایای مختلف خارج می شوند، درست به همان ترتیب که می توانیم از توری «پراش»، اپتیکی برای جدا کردن باریکه نور با رنگهای آمیخته به صورت باریکه های تکفام، استفاده کنیم. فرض کنید از یک بلور بریلیم با فاصله بین صفحات براگ ۱۷۸\AA بهره می گیریم که باریکه ای از نوترونها با انرژی آمیخته را قطع کند. نوترونها با انرژی ۰.۲eV با چه زاویه ای (نسبت به باریکه فرودی) از این بلور خارج می شوند؟

۱۶. باریکه ای از الکترونها با انرژی ۶۴۷eV بر یک برگه آلومینیم حاوی تعداد زیادی ریز بلور فرود می آید. نقش تداخل ایجاد شده به وسیله باریکه های پراکنده بر پرده فلوئورسانی در فاصله ۱۵cm از برگه مشاهده می شود. این نقش شامل چندین دایره هم مرکز، مانند شکل ۴۰۵، است. شعاع دایره های ناشی از بازتابهای براگ به وسیله یک دسته از صفحات با فاصله ۴۷۰۴\AA را محاسبه کنید.

۱۷. نشان دهید که اگر قرار است الکترونها بازنتابش براگ را نمایش دهند، باید انرژی آنها دست کم $h^2 / (4m_e d^2)$ باشد. این کمینه انرژی برحسب eV برای الکترونها بازنتابیده از صفحات براگ در نیکل با $d = 0.91 \text{ \AA}$ چقدر است؟

۱۸. نخستین اندازه‌گیری طول موج دو بروی آنها به وسیله اشترن انجام شد. وی یک باریکه از اتمهای هلیوم، از یک کوره، را متوجه سطح یک بلور لیتیم فوراید کرد. ردیفهای منظم آنها با فاصله 2.707 \AA واقع بر سطح بلور مانند خط کشیهایی بر سطح یک توری اپتیکی، در فرود مایل عمل می‌کنند. از نور شناخت می‌دانیم که اگر یک باریکه بر توری بازنتابی با زاویه ϕ ، فرود آید (شکل ۲۲.۵)، آنگاه باریکه‌هایی با شدت بیشینه با زاویه θ خارج می‌شوند که در رابطه زیر صدق می‌کنند:

$$d \sin \theta - d \sin \phi = n \lambda$$



شکل ۲۲.۵ باریکه الکترون فرودی بر یک توری. توجه کنید که زاویه‌ها نسبت به عمود بر توری اندازه‌گیری می‌شوند.

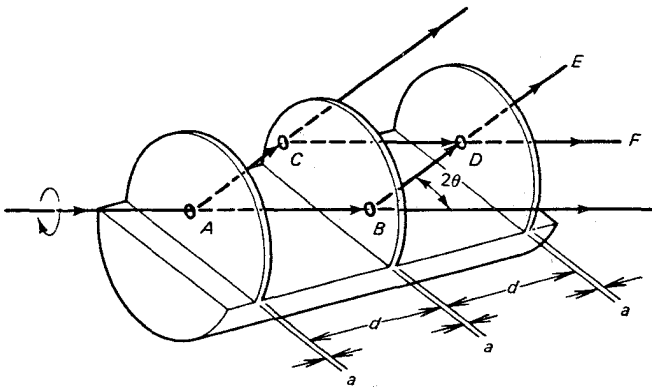
که d فاصله بین خطوط یا ردیفهای توری است (به ازای $n = 0$ از این رابطه $\theta = \phi$ به دست می‌آید که با بازتابش معمولی متناظر است). فرض کنید اتمهای هلیوم با انرژی برابر با انرژی گرمایی متوسط در $T = 300 \text{ K}$ با زاویه $\theta = 20^\circ$ فرود می‌آیند، زاویه θ را محاسبه کنید که باریکه مرتبه اول ($n = 1$) از آن خارج می‌شود.

۱۹. در آزمایشی که راب (E. Rupp) اندک زمانی بعد از آزمایش دیویسون و گرمر انجام داد، سرشت موجی الکترونها با یک توری اپتیکی نمایش داده شد. در این آزمایش، یک باریکه کم انرژی از الکترونها به سوی توری با فرود مایل، با زاویه ϕ خیلی نزدیک به 90° ، نشانه‌گیری شد (این زاویه، مطابق شکل ۲۲.۵)، نسبت به خط عمود اندازه‌گیری می‌شود). برای فرود مایل، زوایای باریکه‌های خروجی با شدت بیشینه در معادله زیر صدق می‌کنند:

$$d \sin \theta - d \sin \phi = n \lambda$$

که در آن d فاصله بین خطوط توری است. فرض کنید که یک باریکه الکترون با انرژی ۲۷eV بر یک توری با ۱۰۰۰۰ خط در هر سانتیمتر، با زاویه $\phi = ۸۹^\circ$ ، فرود می‌آید. باریکه خروجی مرتبه اول ($n = -۱$) را با چه زاویه‌ای مشاهده خواهید کرد؟ آیا به ازای زاویه فرود $\phi = 0^\circ$ ، این باریکه را مشاهده می‌کردیم؟

۲۰. در شکل ۲۳.۵ تداخل سنج* نوترونی را مشاهده می‌کنید که شامل یک تک بلور سیلیسیم است و طوری بریده شده است که سه تیغ موازی باقی بماند. به وسیله بازتابهای براگ در دو تیغ اول، یک باریکه نوترون که از چپ فرود می‌آید به دو باریکه (ACD و ABD) تقسیم می‌شود که در تیغ سوم (D) برهم نهاده می‌شوند. در تیغ سوم یک بازتابش براگ نهایی باریکه‌های خروجی را می‌دهد (DF و DE).



شکل ۲۳.۵ تداخل سنج نوترونی

الف) باریکه خروجی DF برهم نهی دو باریکه $ACDF$ و $ABDF$ است. با همسان به حساب آوردن تمام بازتابهای براگ (زیرا در بلور واحدی اتفاق می‌افتند)، نشان دهید که شدت فاز این دو باریکه برابر است، و تداخل سازنده انجام می‌دهد.

ب) باریکه خروجی DE برهم نهی دو باریکه $ACDE$ و $ABDE$ است. با در نظر گرفتن اینکه باریکه‌های نوترون در خلال بازتابش دستخوش تغییر فاز می‌شوند، آیا شدت و فاز این دو باریکه برابر است؟

* R.Colella et al., *Phys. Rev.Lett.* 34, 1472(1975)

۲۱. توزیع شدت نقش تداخلی نمایش یافته در شکل ۱۰-۵ عبارت است از

$$|\Psi(\theta)|^2 = \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right)$$

نسبت احتمال یافتن الکترون در بازه $\sin^{-1}(\lambda/d) \leq \theta \leq \sin^{-1}(\lambda/d) + \Delta\theta$ به احتمال یافتن الکترون در بازه $\sin^{-1}(\lambda/d) \leq \theta \leq \sin^{-1}(2\lambda/d)$ را محاسبه کنید. برای سادگی کار، فرض کنید $\lambda/d \ll 1$.

۲۲. فوتونی از یک شکاف افقی به پهنای $5 \times 10^{-6} \text{ m}$ رد می شود. عدم قطعیت مکان قائم این فوتون در هنگام خروجش از شکاف چقدر خواهد بود؟ کمینه عدم قطعیت در تکانه قائم چقدر است؟

۲۳. کمینه عدم قطعیت در سرعت اتومبیلی به جرم 1500 kg ، با فرض اینکه موضع مرکز جرمش در محدوده 10^{-12} m تا 10^{-10} m اندازه گیری شده باشد، چقدر است؟

۲۴. فرض کنید که مؤلفه x سرعت یک الکترون با دقت 10^{-2} m/s اندازه گیری شده باشد. کمینه عدم قطعیت در مکانش در امتداد محور x چقدر است؟ در امتداد محور y چقدر است؟ همین مسئله را در صورتی حل کنید که ذره یک پروتون باشد.

۲۵. فرض کنید عدم قطعیت در مکان لحظه ای الکترونی که در امتداد محور x حرکت می کند، 10 \AA است. سرعت الکترون 10^6 m/s است. کمینه عدم قطعیت در تکانه، در سرعت، و در انرژی جنبشی چقدر است؟

۲۶. مطابق تصویر ساده دوبروی از امواج بسته ای که گرد مدار یک الکترون در اتم هیدروژن حرکت می کنند، طول موج چنین موجی در حالت پایه چقدر خواهد بود؟ مطابق اصل عدم قطعیت، عدم قطعیت در طول موج چیست؟ چه نتیجه ای می توانید بگیرید؟

۲۷. در هر لحظه مفروض زمان، مکان و تکانه زمین، به علت آثار کوانتومی، تا اندازه ای نامعین اند. این امر حاکی از آن است که سال (یعنی زمانی که طول می کشد زمین یک دور کامل مدار خود را طی کند) تا اندازه ای نامعین است. یک برآورد تقریبی برای عدم قطعیت اخیر به دست دهید. پاسخ خود را به درصد بیان کنید.

۲۸. در مورد یک ذره نسبیتی، معادلات (۱) و (۲) برای بسامد و طول موج

دوبروی به این صورت درمی‌آیند*:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2/h}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\lambda = \frac{p}{h} = \frac{mv/h}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

نشان دهید که سرعت فاز و سرعت گروه مربوط به امواج دوبروی برای چنین ذره‌ای عبارتند از

$$v_p = \frac{c^2}{v}, \quad v_g = v$$

۲۹. بسته موجی را در نظر بگیرید که پهنایش در ابتدا تا حد امکان کوچک است، یعنی $\Delta x \simeq h/\Delta p$.

الف) نشان دهید که در مدّت زمان $\Delta t \simeq -m(\Delta x)^2/h$ ، پهنای این بسته موج دو برابر خواهد شد (چون مؤلفه‌های تکانه‌های بالای بسته از مؤلفه‌های تکانه پایین جلوتر خواهند رفت).

ب) نشان دهید که این زمان دو برابر شدن یعنی Δt و عدم قطعیت انرژی ΔE در چارچوب ساکن بسته موج به وسیله $\Delta E \Delta t \simeq h$ با هم ارتباط دارند.

۳۰. موج رادیویی را به شکل پالسی در نظر بگیرید که مدّت دوامش 0.700 ns است. طول این پالس $3 \times 10^5 \text{ m}$ است. چون یک فوتون منفرد از این موج رادیویی می‌تواند هرجایی در داخل این پالس باشد، عدم قطعیت در مکان فوتون در راستای انتشار عبارت است از $\Delta x = 3 \times 10^5 \text{ m}$

الف) مطابق رابطه هایزنبرگ، عدم قطعیت متناظر در تکانه فوتون چقدر است؟

ب) عدم قطعیت در بسامد فوتون چقدر است؟

۳۱. طول عمر یک حالت برانگیخته اتم نوعاً 10^{-8} s است. فرض کنید این اتم فوتونی با طول موجی در حدود 6000 \AA گسیل می‌کند. عدم قطعیت انرژی این فوتون چقدر است؟ عدم قطعیت در طول موج این فوتون چقدر است؟

* انرژی جرم سکون در انرژی E گنجد می‌شود. به این علت، بسامد ذره ساکن صفر نیست، بلکه برابر mc^2/h است. این کمیت نقش یک ثابت جمع‌پذیر را در بسامد بازی می‌کند؛ این امر پیامدهای قابل مشاهده‌ای ندارد.

۳۲. ذرات فوق‌العاده ناپایدار، یا «تشدیدها» که به وسیلهٔ فیزیکدانان انرژی بالا کشف شده است، دارای چنان طول عمر کوتاهی‌اند که برای اندازه‌گیری مستقیم قابل دسترس نیست. در عوض، این طول عمر را باید از روی رابطهٔ عدم قطعیت انرژی - زمان محاسبه کرد، که در این رابطه از عدم قطعیت مشاهده شده در انرژی جرم سکون این ذرات استفاده می‌شود. مثلاً، ذرهٔ ناپایدار (ϕ (۱۶۸۰) دارای عدم قطعیتی معادل 150 MeV است، یعنی بعضی از ذرات ϕ با انرژی 150 MeV بیشتر (یا کمتر) از انرژی بعضی ذرات ϕ دیگر تولید می‌شوند. این عدم قطعیت انرژی بر چه طول عمری دلالت می‌کند؟

فصل ۶

مکانیک موجی (۲)

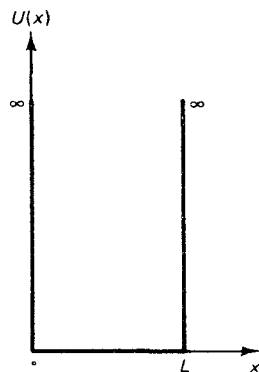
ذرات مقید به پتانسیل

در این فصل به رفتار کوانتوم مکانیکی ذرات در حضور نیرویی می‌پردازیم که تابع انرژی پتانسیل معلومی آن را نمایش می‌دهد. معادله کلی شرودینگر، که شامل پتانسیل^{*} هم هست، این رفتار را تعیین می‌کند. معادله کلی شرودینگر، معادله اساسی مکانیک موجی به‌شمار می‌آید. این معادله برای تابع موج نقش معادله حرکت را بازی می‌کند، و امکان محاسبه تابع موج در هر زمان بعدتری را با استفاده از شرایط اولیه در یک زمان مبدأ فراهم می‌آورد.

از میان جوابهای معادله شرودینگر، جوابهای موج ایستاده از همه مهمترند، مکانیک موجی کوانتوم انرژی را برحسب امواج ایستاده توضیح می‌دهد. بسامدهای گسسته هر سیستم مکانیک موجی - چون اتم - با بسامدهای گسسته یک آلت موسیقی - مانند ویولن یا فلوت - که این بسامدها نیز ناشی از امواج ایستاده‌اند، شباهت تام دارند. در آلت‌های موسیقی، امواج ایستاده در صورتی به‌وجود می‌آیند که در طول تار یا ستون هوا دارای تعداد صحیحی طول موج یا نیم طول موج باشند، با این شرط مجموعه گسسته‌ای از امواج ایستاده، و در نتیجه مجموعه گسسته و کوانتیده‌ای از بسامدها، انتخاب می‌شود. بسامدها و انرژیهای گسسته یک سیستم مکانیک موجی اکثراً به‌همین نحو حاصل می‌شوند. به‌طوری که در همین فصل خواهیم دید، اگر یک ذره کوانتوم مکانیکی به‌وسیله

* در مکانیک کوانتومی، کلمات انرژی پتانسیل و پتانسیل را غالباً به‌طور مترادف به‌کار می‌برند و این نحوه کاربرد با آنچه که در الکترومغناطیس متداول است مغایرت دارد؛ در حوزه الکترومغناطیس، پتانسیل عبارت است از انرژی پتانسیل برواحد بار.

نیروی ریاضی در داخل یک سیستم مقید شود، موج ایستاده‌ای که این ذره را توصیف می‌کند باید در محدوده بین مرزهای این سیستم تعداد صحیحی طول موج یا نیم طول موج داشته باشد. با این شرط مجموعه گسسته و کوانتیده‌ای از بسامدها و انرژیها انتخاب می‌شود (در هر سیستم مکانیک موجی، بسامدهای گسسته در حکم انرژیهای گسسته‌اند، زیرا $E = \hbar\omega$). البته، شباهت میان آلات موسیقی و آنها کامل نیست: معادله موج مربوط به الکترون پیچیده‌تر از معادله موج تار است، و هماهنگهای موسیقی اتمی نسبت به هماهنگهای سیم ویولن پیچیده‌ترند.



شکل ۱.۶ انرژی پتانسیل مربوط به ذره‌ای در داخل جعبه‌ای یک بعدی. انرژی پتانسیل در $x = 0$ و $x = L$ نامتناهی است.

۱.۶ ذره در داخل جعبه

ساده‌ترین نمونه سیستم کوانتوم مکانیکی (quantum-mechanical) که امواج ایستاده را به نمایش می‌گذارد، عبارت است از ذره‌ای واقع در یک «جعبه» یک بعدی. دیواره‌های جعبه را کاملاً صلب و کشسان می‌گیریم، و فرض می‌کنیم ذره آزادانه بین این دیواره‌ها حرکت کند. در شکل ۱.۶ چنین جعبه‌ای را مشاهده می‌کنیم که روی محور x از $x = 0$ تا $x = L$ گسترده شده است. دیواره‌ها با یک انرژی پتانسیل مثبت بینهایت بزرگ در $x = 0$ و $x = L$ نموده شده‌اند؛ این انرژی پتانسیل را می‌توان به عنوان نمایش دهنده چاه پتانسیل بینهایت عمیقی تلقی کرد. به تعبیر کلاسیکی، ذره مقید در چنین جعبه‌ای صرفاً به پس و پیش می‌جهد و، البته، دستخوش هیچگونه کوانتش انرژی نیست. از دیدگاه مکانیک کوانتومی، می‌توان حرکت ذره را با بهره‌گیری از یک برهنه‌نهی مناسب از تابع موجهای ذره آزاد، که در فصل پیش آنها را شناختیم، توصیف کرد. اگر انرژی این ذره E و تکانه (اندازه حرکت) آن $p = \sqrt{2mE}$ باشد، در این صورت امواج هماهنگ که در امتداد محور x به راست و چپ حرکت می‌کنند، به ترتیب، عبارتند از

$$e^{-i(Et/\hbar - \sqrt{2mE}x/\hbar)} \quad (۱)$$

و

$$e^{-i(Et/\hbar + \sqrt{2mE}x/\hbar)} \quad (۲)$$

همان‌طور که از بخش ۶.۱ می‌دانیم، برهنه‌نهی دو موج رونده از این گونه با دامنه‌های مساوی، یک موج ایستاده به دست می‌دهد. برای رعایت کلیت موضوع، دو معادله موج (۱) و (۲) را در ضرایب مختلط اختیاری A و B ضرب می‌کنیم

برهم نهی زیر را تشکیل می‌دهیم:

$$\Psi(x, t) = Ae^{-i(Et/\hbar - \sqrt{2mEx}/\hbar)} + Be^{-i(Et/\hbar + \sqrt{2mEx}/\hbar)} \quad (۳)$$

به شرط آنکه مقدار ضرایب A و B برابر باشند ($|A| = |B|$) *، حاصل این برهم نهی یک موج ایستاده خواهد بود. تقریباً، این تساوی مقادیرا به معنی آن است که تابع موج دارای مقادیر مساوی امواجی است که به راست و چپ می‌روند، و از اینرو حرکت پیشرونده خالصی ندارند.

تابع موج باید همواره در $x = 0$ و در $x = L$ برابر صفر باشد،

$$\Psi(0, t) = 0 \quad x = 0 \quad \text{در} \quad (۴)$$

و

$$\Psi(L, t) = 0 \quad x = L \quad \text{در} \quad (۵)$$

این دو شرط را شرایط مرزی می‌گویند. برای فهم چگونگی فراهم آمدن این شرایط مرزی، باید توجه کنیم که به ازای $x < 0$ و به ازای $x < L$ ، تابع موج باید به طور اتحادی صفر شود زیرا احتمال یافتن ذره در خارج از جعبه به طور اتحادی صفر است. پیوستگی ایجاب می‌کند که، اگر به ازای $x < 0$ و $x > L$ داشته باشیم $\Psi = 0$ ، آنگاه در $x = 0$ و در $x = L$ باید $\Psi = 0$. ** توجه داریم که شرایط مرزی مربوط به تابع موج کوانتوم مکانیکی ما دقیقاً مشابه شرایط مرزی مربوط به تار مرتعشی است که هر دو سر آن ثابت باشد.

برای تابع موج (۳)، شرایط مرزی (۴) و (۵) عبارتند از

$$Ae^{-iEt/\hbar} + Be^{-iEt/\hbar} = 0 \quad x = 0 \quad \text{در} \quad (۶)$$

* در مورد تابع حقیقی $f(x, t)$ ، موج ایستاده به این صورت است

$f(x, t) \propto \cos(\omega t + \phi_1) \times \cos(kx + \phi_2)$ ؛ قله‌های این موج در مواضع ثابت x باقی می‌مانند، و امواج با هماهنگی افزایش و کاهش می‌یابند. در مورد تابع مختلط $\Psi(x, t)$ ، موج ایستاده به این شکل است $\Psi(x, t) \propto e^{-i\omega t + i\phi_1} \cos(kx + \phi_2)$ ؛ قله‌های این موج در مواضع ثابت x باقی می‌مانند، و ضریب فاز مختلط $e^{-i\omega t}$ با هماهنگی تغییر می‌کند. بررسی این نکته که به ازای $|A| = |B|$ ، موج (۳) در واقع یک موج ایستاده است، تمرینی ساده به حساب می‌آید.

** این مبحث بر پیوسته بودن Ψ به عنوان پیش فرض استوار است. فعلاً، این حکم را بدون هیچگونه اثباتی می‌پذیریم.

$$Ae^{-i(Et/\hbar - \sqrt{2mEL}/\hbar)} + Be^{-i(Et/\hbar + \sqrt{2mEL}/\hbar)} = 0 \quad x = L \text{ در} \quad (۷)$$

از معادله اولی در بالا بلافاصله نتیجه می‌گیریم که $B = -A$. در نتیجه، معادله (۷) تبدیل می‌شود به

$$Ae^{-iEt/\hbar} (e^{i\sqrt{2mEL}/\hbar} - e^{-i\sqrt{2mEL}/\hbar}) = 0 \quad (۸)$$

که معادل است با

$$2iA \sin(\sqrt{2mEL}/\hbar) = 0 \quad (۹)$$

صفر شدن تابع سینوسی مستلزم آن است که شناسه این تابع ضریب درستی از π باشد،

$$\sqrt{2mEL}/\hbar = n\pi \quad (۱۰)$$

یا

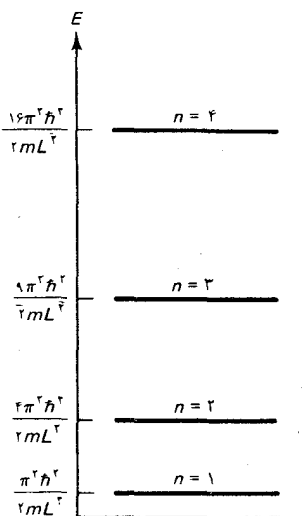
$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (۱۱)$$

این معادله چگونگی کوانتیده شدن انرژیهای ذره را در یک جعبه بیان می‌کند. توجه داشته باشید که گرچه $n = 0$ یکی از جوابهای معتبر معادله (۹) به شمار می‌آید، اما باید آن را مستثنی کرد زیرا تابع موج را در همه جا صفر می‌کند، که قابل قبول نیست. بدینسان، کمترین مقدار n عبارت است از $n = 1$ و انرژی حالت پایه $\pi^2 \hbar^2 / (2mL^2)$ خواهد بود. انرژی نخستین، حالت برانگیخته چهار برابر؛ انرژی دومین حالت برانگیخته نه برابر؛ و به همین ترتیب الی آخر، خواهد بود. در شکل ۲.۶ نمودار تراز انرژی مربوط به ذره مورد نظر واقع در یک جعبه را مشاهده می‌کنید. در مکانیک موجی، انرژیهای کوانتیده هر سیستم فیزیکی را معمولاً ویژه مقدارهای انرژی* می‌گویند. به این ترتیب، معادله (۱۱) ویژه مقدارهای انرژی مربوط به ذره در یک جعبه را به دست می‌دهد.

به ازای ویژه مقادیر انرژی (۱۱)، تابع موج چنین می‌شود،

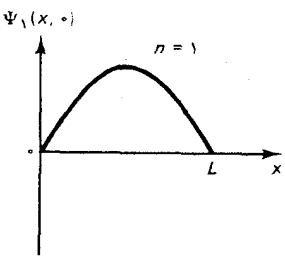
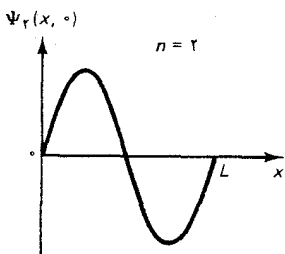
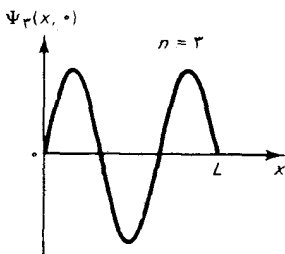
$$\Psi_n(x, t) = 2iAe^{-in^2\pi^2\hbar t/(2mL^2)} \sin(n\pi x/L) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (۱۲)$$

به آن حالتی از یک سیستم که با مقادیر معین انرژی کوانتیده متناظرند ویژه حالتی انرژی می‌گویند. از اینرو، تابع موجهای Ψ_n عبارتند از تابع موجهای



شکل ۲.۶ نمودار تراز انرژی مربوط به ذره‌ای در یک جعبه.

* این اصطلاح عبارت است از دورگه‌سازی کلمه آلمانی «Eigenwert» به معنی «تعداد ویژه، مقدار درست، مقدار خاص».



شکل ۳.۶ بستگی فضایی تابع موجهای Ψ_n .

مربوط به ویژه حالت‌های انرژی. وابستگی Ψ_n به x به طور کامل در توابع $\sin(n\pi x/L)$ منظور شده است. در شکل ۳.۶ نمودارهای این توابع را به ازای $n = 1, 2, 3$ مشاهده می‌کنید. به ازای $n = 1$ ، جعبه شامل یک نیم طول موج (یک شکم) است؛ به ازای $n = 2$ شامل یک طول موج (دو شکم) است؛ به ازای $n = 3$ سه نیم طول موج (سه شکم) در این جعبه می‌گنجد، والی آخر. توزیع احتمال عبارت است از

$$|\Psi_n(x, t)|^2 = |2iA|^2 \sin^2(n\pi x/L) \quad (13)$$

این کمیت در طی زمان ثابت می‌ماند. در مکانیک موجی، سیستمی را در حالت مانا می‌گویند که توزیع احتمال $|\Psi_n|^2$ آن در طی زمان ثابت بماند. بدینسان، ذره واقع در یک جعبه وقتی در حالت ماناست که تابع موج آن یکی از تابع موجهایی باشد که در معادله (۱۲) برشمردیم.

در این محاسبات مقدار ثابت A نامعین مانده است. این مقدار باید چنان تعدیل شود که در شرط بهنجارش (۴۹.۵) صدق کند،

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_n(x, t)|^2 dx = 1 \quad (14)$$

از آنجا که به ازای $0 \leq x \leq L$ داریم $\Psi_n = 0$ ، این انتگرال را می‌توان به گستره $0 < x < L$ محدود کرد. با بهره‌گیری از معادله (۱۳) می‌رسیم به

$$\int_0^L |2iA|^2 \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = 1 \quad (15)$$

انتگرال $\sin^2(n\pi x/L)$ را می‌توان با جانشانی زیر به آسانی محاسبه کرد،

$$\sin^2(n\pi x/L) = \frac{1}{2}[1 - \cos(2n\pi x/L)]$$

که فوراً منجر می‌شود به*

$$\int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = \frac{1}{2}L \quad (16)$$

از اینرو معادله (۱۵) به صورت زیر درمی‌آید

$$|2iA|^2 \times \frac{1}{2} \times L = 1 \quad (17)$$

* با توجه به این نکته که مقدار میانگین مربع سینوس هر تعداد از طول موجهای کامل یا نیم طول موجها $\frac{1}{2}$ است، این نتیجه را به آسانی می‌توان به خاطر سپرد. بنابراین:

$$\int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = (\text{مقدار میانگین}) \times (\text{حدود انتگرال‌گیری}) = \frac{1}{2} \times L$$

یا

$$|2iA| = \sqrt{\frac{2}{L}} \quad (18)$$

این تساوی قدر مطلق عدد مختلط iA را مشخص می‌کند. فاز این عدد هنوز هم نامعین است؛ فاز را به دلخواه چنان تعیین می‌کنیم که iA حقیقی و مثبت باشد. در این صورت عبارت نهایی برای تابع موج ما می‌شود:

$$\Psi_n(x, t) = \sqrt{\frac{2}{L}} e^{-in^2 \pi^2 \hbar t / (2mL^2)} \sin(n\pi x / L) \quad (19)$$

مثال ۱. پروتون یا نوترونی را در یک هسته می‌توان تقریباً ذره‌ای در یک جعبه تلقی کرد؛ سطح هسته نقش دیواره جعبه را بازی می‌کند، و پروتون کم و بیش آزادانه بین این دیواره‌ها حرکت می‌کند. وقتی پروتون از حالت برانگیخته اول به حالت پایه جعبه‌ای با ابعاد هسته‌ای، مثلاً 10^{-14}m ، گذر می‌کند، چه مقدار انرژی رها می‌شود؟

حل با $L = 1 \times 10^{-14} \text{m}$ و $m = m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{kg}$ ، انرژی حالت پایه عبارت است از

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_p L^2} = \frac{\pi^2 \times (1.05 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s})^2}{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{kg} \times (1.0 \times 10^{-14} \text{m})^2} = 3.73 \times 10^{-13} \text{J} \quad (20)$$

انرژی نخستین حالت برانگیخته چهار برابر است:

$$E_4 = 4E_1 = 14.92 \times 10^{-13} \text{J} \quad (21)$$

از اینرو انرژی رها شده برابر اختلاف دو انرژی است:

$$E_4 - E_1 = 14.92 \times 10^{-13} \text{J} - 3.73 \times 10^{-13} \text{J} = 11.19 \times 10^{-13} \text{J} \quad (22)$$

این اختلاف انرژی، برحسب MeV، عبارت است از 6.72MeV . در واقع، اختلافهای انرژی مشاهده شده بین حالت‌های مانا در یک هسته، نوعاً چند MeV، با این محاسبه ساده کم و بیش سازگار است. ■

مثال ۲. بنا بر اصل برهم‌نهی، هرگونه برهم‌نهی تابع موجها خود یک تابع موج است. فرض کنید که تابع موج ذره‌ای در یک جعبه متشکل از برهم‌نهی حالت پایه و نخستین حالت برانگیخته، با دامنه $1/2$ برای اولی و $\sqrt{3}/2$ برای دومی، باشد. تابع موج عبارت

است از

$$\begin{aligned} \Psi(x, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_1(x, t) + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Psi_2(x, t) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{L}} e^{-iE_1 t/\hbar} \sin(\pi x/L) + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{L}} e^{-iE_2 t/\hbar} \sin(2\pi x/L) \end{aligned} \quad (23)$$

(این عبارت حکم می‌کند که احتمال مربوط به حالت پایه $1/4$ و احتمال حالت برانگیخته $3/4$ است.) توزیع احتمال برای این تابع موج را بیابید.

حل باید مجذور مقدار مطلق $\Psi(x, t)$ را محاسبه کنیم. از آنجا که مجذور مقدار مطلق هر عدد مختلطی برابر است با حاصلضرب آن عدد و مزدوجش،

$$\begin{aligned} |\Psi(x, t)|^2 &= \Psi(x, t) \Psi^*(x, t) \\ &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{L}} e^{-iE_1 t/\hbar} \sin(\pi x/L) + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{L}} e^{-iE_2 t/\hbar} \sin(2\pi x/L) \right] \\ &\quad \times \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{L}} e^{+iE_1 t/\hbar} \sin(\pi x/L) + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{L}} e^{+iE_2 t/\hbar} \sin(2\pi x/L) \right] \\ &= \frac{1}{4} \frac{2}{L} \sin^2(\pi x/L) + \frac{3}{4} \frac{2}{L} \sin^2(2\pi x/L) \\ &\quad + \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{2}{L} (e^{-iE_1 t/\hbar + iE_2 t/\hbar} + e^{-iE_2 t/\hbar + iE_1 t/\hbar}) \sin(\pi x/L) \sin(2\pi x/L) \\ &= \frac{1}{2L} \sin^2(\pi x/L) + \frac{3}{2L} \sin^2(2\pi x/L) \\ &\quad + \frac{\sqrt{3}}{L} \cos[(E_2 - E_1)t/\hbar] \times \sin(\pi x/L) \sin(2\pi x/L) \end{aligned} \quad (24)$$

توجه داشته باشید که دو جمله اول سمت راست مستقل از زمان‌اند. اما جمله آخر با بسامد $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$ نوسان می‌کند. بنابراین برهم‌نهی دو حالت مانا یک حالت مانا نیست. جمله نوسانی در عبارت مربوط به توزیع احتمال، در گسیل امواج الکترومغناطیسی نقش مهمی بازی می‌کند. اگر ذره باردار باشد، در این صورت جمله نوسانی نمایانگر یک توزیع بار نوسانی، با یک گشتاور دو قطبی الکتریکی نوسانی به‌شمار می‌آید. چنین توزیع باری امواج الکترومغناطیسی را با بسامدی مساوی با بسامد نوسان، $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$ تابش می‌کند. البته، این بسامد دقیقاً بسامد همان گذاری است که بور وجودش را مسلم فرض کرده بود. بدینسان، وقتی ذره‌ای بین دو حالت مانا جهش کوانتومی انجام می‌دهد، گسیل تابش ناشی از جمله‌های نوسانی موجود در توزیع احتمال حاصل از برهم‌نهی دو حالت مانا است. ■

اتفاقاً، می‌توانیم برآوردی تقریبی از انرژی حالت پایه ذره در جعبه را با توسل به رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ به‌دست آوریم،

$$\Delta p_x \Delta x \gtrsim h \quad (25)$$

از آنجا که ذره واقع در داخل جعبه دانسته می شود، $\Delta x \leq L$. از اینجا

$$\Delta p_x \gtrsim \frac{h}{L} \quad (26)$$

در مورد حالت پایه، انتظار داریم که انرژی در عین سازگاری با شرط (۲۶) تا حد امکان کم باشد. این شرایط ما را به نتیجه زیر هدایت می کنند:

$$E = \frac{(\Delta p_x)^2}{2m} \simeq \frac{h^2}{2mL^2} \quad (27)$$

که با مقدار دقیق $\pi^2 h^2 / (2mL^2)$ توافق معقولی دارد. توجه کنید که انرژی (۲۷) عدم قطعیت در انرژی را نشان نمی دهد. حالت پایه دارای انرژی کاملاً معینی، بدون هیچگونه عدم قطعیت، است ($\Delta E = 0$). فقط تکانه دارای عدم قطعیت است زیرا به ازای مقادیر مثبت و منفی دارای احتمال مساوی است.

۲.۶ معادله شرودینگر دارای پتانسیل

در بخش ۴.۵ معادله شرودینگر را برای ذره آزاد یافتیم. حالا باید به جستجوی معادله شرودینگر برای ذره ای برآیم که تحت تأثیر یک نیرو یا، به بیان کلیتر، یک برهم کنش، قرار دارد. از آنجا که در تراز میکروسکوپی نیروها معمولاً پایستارند، می توانیم برهم کنش را به وسیله انرژی پتانسیل نمایش دهیم. در مورد حرکت یک بعدی در امتداد محور x ، انرژی پتانسیل تابعی چون $U(x)$ خواهد بود. برای مشاهده اینکه چگونه انرژی پتانسیل را باید در معادله شرودینگر گنجانید، بررسی موردی که در آن انرژی پتانسیل در یک ناحیه ثابت است، $U(x) = U_0$ ، مفید خواهد بود. در حضور چنین انرژی پتانسیل ثابتی، نیرویی بر ذره وارد نمی آید، و حرکت با یک تکانه ثابت ادامه می یابد، گویی ذره آزاد است. تنها رابطه میان تکانه و انرژی تغییر می کند: انرژی جنبشی، $p^2/2m$ ، برابر است با اختلاف، $E - U_0$ ، بین انرژی کل و انرژی پتانسیل،

$$\frac{p^2}{2m} = E - U_0 \quad (28)$$

یا

$$p = \sqrt{2m(E - U_0)} \quad (29)$$

حالا موج هماهنگ $e^{-i(Et/\hbar - px/\hbar)}$ به این شکل درمی آید :

$$\Psi(x, t) = e^{-i(Et/\hbar - \sqrt{2m(E-U_0)}x/\hbar)} \quad (30)$$

این تابع موج در چه معادله دیفرانسیلی صدق می کند؟ به طوری که در بخش ۴.۵ دیدیم، می توانیم با گرفتن مشتق اول معادله (۳۰) نسبت به زمان و مشتق دومش نسبت به مکان، به این پرسش پاسخ دهیم. از مقایسه این مشتقات، بلافاصله بی می بریم :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) + U_0 \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t)$$

این معادله، همان معادله دقیق پتانسیل ثابت است.

اینک گامی برمی داریم که موجه به نظر می رسد، اما قدمی است که نمی توانیم دقیقاً آن را توجیه کنیم: فرض می کنیم که این معادله دیفرانسیل که به ازای یک انرژی پتانسیل ثابت U_0 برقرار است، به ازای انرژی پتانسیل متغیر $U(x)$ نیز برقرار است. بدینسان

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) + U(x) \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) \quad (31)$$

این عبارت معادله شرودینگر دارای پتانسیل است. درستی آن را می توان با استدلال پیچیده تری متکی بر اصل همخوانی* تحقیق کرد، اما در اینجا درصدد انجام این کار بر نمی آیم. معادله شرودینگر در مکانیک موجی همان جایگاهی را دارد که قانون دوم نیوتون در مکانیک کلاسیک. با فرض داشتن یک انرژی پتانسیل $U(x)$ و یک تابع موج اولیه $\Psi(x, t)$ در یک زمان اولیه، مثلاً، $t = 0$ ، معادله شرودینگر این امکان را برای ما فراهم می آورد که تابع موج را در هر لحظه بعد از آن، محاسبه کنیم. بنابر این تحول زمانی تابع موج جبرگرایانه است. رابطه بین تابع موج و مکانهای ذره مشاهده شده در مکانیک موجی جبرگرایانه نیست؛ تعبیر احتمالی تابع موج یک عنصر شانس را در این رابطه قرار می دهد.

حل معادله موج (۳۱) غالباً یک مسئله ریاضی نسبتاً پیچیده است. گاهی بهترین شگرد حل این معادله انتگرال گیری عددی است، که بسادگی با یک کامپیوتر سریع انجام می شود (برای مثالی در این مورد، رشته تصاویرها در بخش ۴.۶ را ببینید).

* مثلاً، بنگرید به:

اگر انرژی پتانسیل $U(x)$ با یک نیروی جاذبه متناظر باشد، که بتواند ذره را در داخل گستره‌ای متناهی محبوس کند، در این صورت باید از حل معادله موج یک مجموعه گسسته از امواج ایستاده، با ویژه مقادیرهای کوانتیده انرژی، به دست آید. مانند مورد ذره در جعبه، امواج ایستاده باید چنان تنظیم شوند که با انرژی پتانسیل «تطبیق» کنند. اما، به طور کلی جوابهای موج ایستاده معادله (۳۱) توابع پیچیده‌ای از مکان هستند؛ اگر پتانسیل ثابت نباشد، آنگاه این توابع، امواج هماهنگ ساده با طول موج کاملاً مشخص نیستند. به مجرد آنکه بخواهیم به جای پتانسیل ثابت U در معادله (۲۹) یک انرژی پتانسیل متغیر $U(x)$ قرار دهیم، در مورد طول موج دچار زحمت و دردسر می‌شویم. وقتی بی‌مهابا به این جایگذاری اقدام می‌کنیم، معادله (۲۹) ما را به یک طول موج هدایت می‌کند

$$p = \frac{h}{\lambda} = \sqrt{2m[E - U(x)]} \quad (32)$$

اگر $U(x)$ تابعی با تغییرات بسیار تدریجی باشد، طول موجی که معادله (۳۲) به دست می‌دهد نیز تابعی است با تغییر بسیار تدریجی؛ تحت این شرایط مفهوم طول موج برخی از معانیش را حفظ می‌کند؛ اما اگر $U(x)$ تابعی قویاً متغیر باشد که در مسافتی کوتاه به طور اساسی تغییر کند، در این صورت مفهوم طول موج تمامی معنای خود را از دست می‌دهد. تحت این شرایط، موج ایستاده تابع پیچیده‌ای از مکان و دارای گره و شکم است، اما به امواج هماهنگ شباهت کمی دارد؛ شکل آن باید از معادله شرودینگر محاسبه شود.

گرچه وابستگی فضایی موج ایستاده پیچیده است، وابستگی زمانی آن همچنان به صورتی ساده باقی می‌ماند. اگر ذره در یک ویژه حالت انرژی باشد، تمام اجزای موج ایستاده با هماهنگی، با بسامدی یکسان نوسان می‌کنند. بدینسان، انتظار می‌رود که وابستگی زمانی موج ایستاده به شکل $e^{-i\omega t}$ یا $e^{-iEt/\hbar}$ باشد، که در حالت ساده ذره در جعبه نیز به همین نحو است. * تابع موج $\Psi(x, t)$ را می‌توانیم با احتساب وابستگی زمانی به صورت حاصلضرب یک تابع

* این نوع طول موج با تغییر تدریجی در برخی مسائل نورشناخت، مثلاً، انتشار نور خورشید در لایه‌های جو زمین، پیش می‌آید. ضریب شکست جو تابعی است با تغییر تدریجی زیرا به چگالی هوا بستگی دارد؛ این نوع تغییر به یک تغییر تدریجی در طول موج و انحراف تدریجی، یا شکست، پرتوهای نور خورشید منجر می‌شود؛ پدیده‌ای که به وسیله واپسجشهای عجیبی که گاهی هم در تصویر خورشید هنگام غروب دیده می‌شود، به گونه‌ای برجسته نمایش داده می‌شود.

** این نتیجه را می‌توان با توسل به قضیه‌ای در مکانیک موجی پیشرفته با دقت بیشتری بیان کرد: در یک ویژه حالت انرژی، وابستگی زمانی تابع الزاماً به شکل $e^{-iEt/\hbar}$ است.

زمانی و یک تابع مکانی بنویسیم،

$$\Psi(x, t) = e^{-iEt/\hbar} \psi(x) \quad (۳۳)$$

تابع $\psi(x)$ شکل موج ایستاده را توصیف می‌کند. اگر به جای $\Psi(x, t)$ مقدارش را در معادله شرودینگر بنشانیم، می‌رسیم به

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) e^{-iEt/\hbar} + U(x) \psi(x) e^{-iEt/\hbar} = E \psi(x) e^{-iEt/\hbar} \quad (۳۴)$$

و با حذف ضریب $e^{-iEt/\hbar}$ از طرفین، داریم:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + U(x) \psi(x) = E \psi(x) \quad (۳۵)$$

این معادله را معادله شرودینگر مستقل از زمان می‌گویند. از حل این معادله به امواج ایستاده و ویژه مقادیر انرژی دست پیدا می‌کنیم.

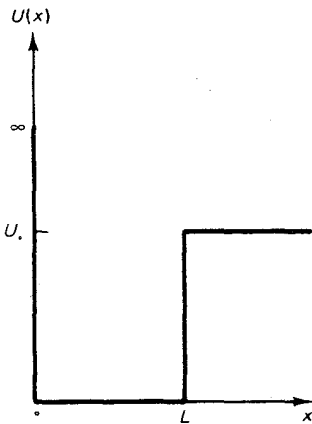
توجه کنید که اگر تابع موج $\Psi(x, t)$ به شکلی باشد که در معادله (۳۳) آمد، و وابستگی زمانی آن کلاً، در کمیت نمایی مختلط گنجانده شده باشد، در آن صورت توزیع احتمال نسبت به زمان ثابت است،

$$|\Psi(x, t)|^2 = |e^{-iEt/\hbar} \psi(x)|^2 = |\psi(x)|^2 \quad (۳۶)$$

مانند مورد ذره در جعبه، ویژه حالت‌های انرژی حالت‌های مانایند.

۳.۶ ذره در یک چاه پتانسیل متناهی

اینک که به معادله شرودینگر (۳۵) رسیدیم، می‌توانیم مسئله ذره در چاه پتانسیل متناهی را حل کنیم. در شکل ۴.۶ انرژی پتانسیل را به صورت تابعی از x مشاهده می‌کنید. توجه کنید که این انرژی پتانسیل در سمت راست چاه به یک ارتفاع متناهی U می‌رسد، اما ارتفاع آن در سمت چپ چاه نامتناهی می‌شود. از اینرو، سمت چپ با چاه پتانسیل نامتناهی ذره در جعبه بخش ۱.۶، منطبق است. به سبب این انطباق، جواب چاه متناهی، متضمن برخی جنبه‌های ساده جواب مربوط به چاه نامتناهی است. (بررسی چاه پتانسیل با ارتفاع متناهی در هر دو سمت اندکی دشوارتر است.) در یکی از فصول بعدی، خواهیم دید که چاه پتانسیل نمایش یافته در شکل ۴.۶ توصیفی تقریبی از نیروی بستگی هسته‌ای «قوی»، به ویژه در مورد دوترون، را به دست می‌دهد.



شکل ۴.۶ چاه پتانسیل متناهی. ارتفاع انرژی پتانسیل در سمت راست U و در سمت چپ بینهایت است.

در داخل ناحیه $0 < x < L$ ، موج ایستاده صرفاً برهم نهی دو موج است که به راست و چپ می روند. از آنجا که شرط مرزی مربوط به $x = 0$ عبارت است از $\psi = 0$ ، دقیقاً مشابه شرط مربوط به چاه نامتناهی در بخش ۱۰۶، برهم نهی نیز دقیقاً مشابه مورد بخش ۱ است [معادله (۳)] را با شرط $B = -A$ در نظر بگیرد.

$$\psi(x) = \Upsilon i A \sin\left(\frac{\sqrt{2mEx}}{\hbar}\right) \quad 0 \leq x \leq L \quad (37)$$

برای راحتی، این تابع را به صورت زیر بازنویسی می کنیم

$$\psi(x) = \Upsilon i A \sin(kx) \quad 0 \leq x \leq L \quad (38)$$

که در آن $k = \sqrt{2mE}/\hbar$. توجه کنید که در اینجا وابستگی زمانی $e^{-iEt/\hbar}$ را حذف کرده ایم. این ضریب اضافی را بعد از آنکه بقیه محاسبات را تکمیل کردیم الزاماً منظور خواهیم کرد [معادله (۳۳)] را ببینید.

تا اینجا از معادله شرودینگر استفاده صریحی به عمل نیاورده ایم [البته، می توانیم بررسی کنیم که در گستره $0 < x < L$ تابع (۳۸) یکی از جوابهای معادلات شرودینگر است وقتی که $U(x) = 0$ ، که این طور هم هست]. اما باید از معادله شرودینگر استفاده صریحی بکنیم تا تابع موج را در ناحیه $x > L$ بیابیم؛ در این ناحیه چاه متناهی با چاه نامتناهی فرق می کند. چون در این ناحیه $U(x) = U_0$ ، معادله شرودینگر عبارت است از

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + U_0 \psi(x) = E \psi(x) \quad (39)$$

یا

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = \frac{2m}{\hbar^2} (U_0 - E) \psi(x) \quad (40)$$

در مورد حالت مقید، $U_0 > E$ ؛ از اینرو ضریب $(U_0 - E)$ که در سمت راست معادله (۴۰) ظاهر می شود، مثبت است. اگر از علامت اختصاری زیر استفاده کنیم

$$\kappa = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar \quad (41)$$

می توانیم معادله دیفرانسیل (۴۰) را به صورت زیر بنویسیم

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = \kappa^2 \psi(x) \quad (42)$$

تحقیق این امر که دو جواب این معادله دیفرانسیل به صورت زیرند، آسان است:

$$\psi(x) = Ce^{-\kappa x} \quad x \geq L \quad (43)$$

و

$$\psi(x) = De^{\kappa x} \quad x \geq L \quad (44)$$

که در آن C و D ثابتهای اختیاری اند. جواب اولی یک نمایی نزولی، و دومی یک نمایی صعودی است. آشکار است که، دومی غیر قابل قبول است زیرا تابع موج را در $x = \infty$ بینهایت بزرگ می کند. از اینرو به ازای $x \geq L$ ، جواب صحیح معادله (۴۳) است.

اینک، دو جواب (۳۸) و (۴۳) را در $x = L$ مقایسه کنید. نقطه $x = L$ برای هر یک از دو جواب (۳۸) و (۴۳) نقطه مرزی است. در این نقطه، جوابها باید در شرایط مرزی زیر صدق کنند:

$$d\psi/dx \text{ پیوسته است} \quad (45)$$

$$\psi \text{ پیوسته است} \quad (46)$$

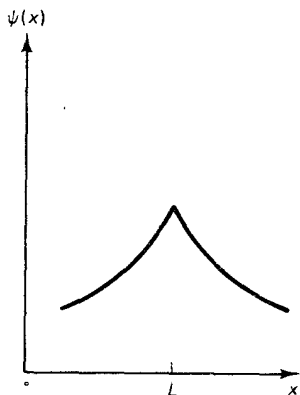
این شرایط را می توانیم به قرار زیر درک کنیم: اگر $d\psi/dx$ پیوسته نباشد منحنی تغییرات $\psi(x)$ در $x = L$ یک پیچ خوردگی دارد (شکل ۵.۶ الف)، و منحنی $d\psi/dx$ دارای یک جهش، یا گسستگی است (شکل ۵.۶ ب). پس به این نتیجه می رسیم که $d^2\psi/dx^2$ (مشتق $d\psi/dx$) در $x = L$ نامتناهی خواهد بود. اما این امر ناممکن است زیرا بنا بر معادله شرودینگر $\psi(d^2\psi/dx^2 = -(2m/\hbar^2)(E-U)\psi)$ که هروقت U و ψ متناهی باشند، این کمیت متناهی است. به همین ترتیب، اگر ψ پیوسته نباشد، در آن صورت $d\psi/dx$ نامتناهی خواهد بود، و $d^2\psi/dx^2$ حتی بیشتر نامتناهی است، که در اینجا نیز با معادله شرودینگر متناقض است.

پیوستگی ψ مستلزم آن است که دو جواب (۳۸) و (۴۳) باید در $x = L$ مساوی باشند،

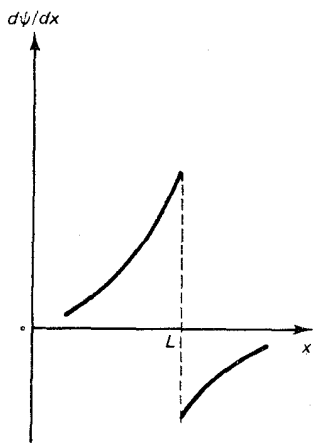
$$\psi A \sin kL = Ce^{-\kappa L} \quad (47)$$

و پیوستگی $d\psi/dx$ طلب می کند که مشتقات آنها نیز برابر باشند،

$$\psi ikA \cos kL = -\kappa Ce^{-\kappa L} \quad (48)$$



(الف)



(ب)

شکل ۵.۶ الف) تابع فرضی بایک پیچ خوردگی در $x = L$.
 ب) مشتق این تابع در $x = L$ گسسته است. مشتق دوم در $x = L$ نامتناهی است (وجود ندارد).

اگر معادله (۴۸) را بر معادله (۴۷) تقسیم کنیم، می‌رسیم به

$$k \cot kL = -\kappa \quad (49)$$

از آنجا که k و κ هر دو به E وابسته‌اند، این معادله فقط در صورتی می‌تواند برقرار باشد که E مقدار خاصی داشته باشد، یعنی، این معادله شرط کوانتس E به حساب می‌آید. متأسفانه، این معادله را به صورت صریح به ازای E نمی‌توان حل کرد؛ بهترین کاری که می‌توانیم انجام دهیم این است که یک حل نموداری ارائه دهیم. برای این منظور روش زیر را اختیار می‌کنیم: هر دو طرف معادله (۴۹) را مجذور می‌کنیم:

$$k^2 \cot^2 kL = \kappa^2 \quad (50)$$

با توجه به اتحاد $\cot^2 kL = 1/(\sin^2 kL) - 1$ ، این عبارت به صورت زیر در می‌آید

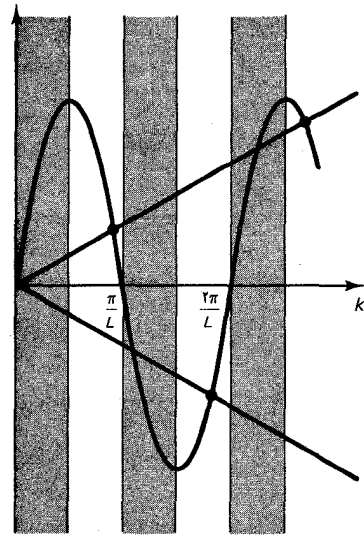
$$\frac{k^2}{\sin^2 kL} - k^2 = \kappa^2 \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \sin^2 kL &= \frac{k^2}{\kappa^2 + k^2} = \frac{k^2}{2m(U_0 - E)/\hbar^2 + 2mE/\hbar^2} \\ &= \frac{\hbar^2 k^2}{2mU_0} \end{aligned} \quad (52)$$

از هر دو طرف ریشه دوم می‌گیریم، سرانجام می‌رسیم به

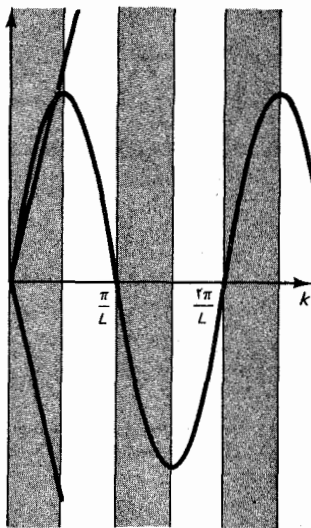
$$\sin kL = \pm \sqrt{\frac{\hbar^2}{2mU_0}} k \quad (53)$$

جواب نموداری این معادله را با ترسیم $\sin kL$ بر حسب k ، و $\pm \sqrt{\hbar^2/(2mU_0)} k$ بر حسب k ، به دست می‌آوریم. جوابهای معادله (۵۳) با نقاط تقاطع این دو منحنی متناظر است (شکل ۶.۶). اما، همه این جوابهای نموداری جوابهای معادله (۴۹) نیستند. وقتی طرفین این معادله را مجذور کردیم، یک علامت منفی را از قلم انداختیم؛ در نتیجه، باید از جوابهای (۵۳) آنهایی را برگزینیم که با $\cot kL < 0$ متناظرند. این شرایط بازه‌های $0 < kL < \pi/2$ ، $\pi < kL < 3\pi/2$ ، و غیره را



شکل ۶.۶ منحنی تغییرات $\sin kL$ بر حسب k و $\pm \sqrt{\hbar^2/(2mU_0)} k$ بر حسب k . نقاط تقاطع این دو منحنی جوابهای معادله (۴۹) را می‌دهند، نقاط تقاطع در بازه‌های سایه‌دار باید مستثنی شوند.

* گاه به آن «روش سوارت مور» می‌گویند؛ بنگرید به:



غیر قابل قبول می‌داند؛ این بازه‌های مستثنی شده را در شکل ۶.۰۶ سایه زده‌ایم. تمامی نقاط تقاطع خارج از نواحی سایه دار جوابهای قابل قبولند.

توجه کنید که اگر U کوچک باشد، شیب خطوط مستقیم $\pm \sqrt{\hbar^2/(2mU)}$ k بر حسب k تیز خواهد بود (شکل ۶.۰۶)، و ممکن است اتفاقاً در اینجا حتی یک جواب قابل قبول هم نداشته باشیم. یعنی، اگر U کوچک باشد، در چاه متناهی هیچ حالت مقیدی وجود ندارد. برعکس، اگر U بزرگ باشد، شیب خطوط مستقیم تقریباً افقی است و تعداد زیادی نقطه تقاطع، یعنی تعداد زیادی حالت مقید وجود دارد.

در شکل ۶.۰۸ یک منحنی تراز انرژی را برای چاه پتانسیل با $U_0 = 9\pi^2\hbar^2/(2mL^2)$ مشاهده می‌کنید. به ازای این عمق، چاه سه ویژه حالت انرژی دارد. در شکل ۶.۰۹ تابع موجهای این ویژه حالتها را مشاهده می‌کنید.

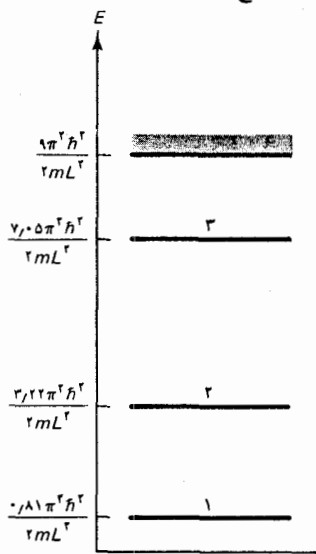
شکل ۶.۰۶ اگر U کوچک باشد، هیچ نقطه تقاطع قابل قبولی وجود ندارد.

یکی از جنبه‌های چشمگیر این تابع موجها این است که برای یافتن ذره در ناحیه $x > L$ یک احتمال متناهی وجود دارد. از دیدگاه کلاسیک، نقطه $x = L$ برای حرکت ذره یک نقطه برگشت (عطف) است، و $x > L$ برای ذره ناحیه ممنوع به شمار می‌آید. این موضوع را می‌توان با بررسی انرژی جنبشی به آسانی ملاحظه کرد؛ در این ناحیه:

$$K = E - U_0 \quad (54)$$

که منفی است، زیرا $E < U_0$. بدینسان، به نظر می‌رسد که اگر هرگز ذره را در این ناحیه بیابیم، آن را با یک انرژی جنبشی منفی خواهیم یافت! اما، ثابت می‌شود که رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ ما را از این مصیبت نجات می‌دهد. برای ملاحظه اینکه عدم قطعیتها چه نقشی در اندازه‌گیری بازی می‌کنند، توجه کنید که مطابق معادله (۴۳)، وقتی مسافت x به اندازه $1/k$ افزایش پیدا می‌کند، تابع موج با یک ضریب e^{-1} کاهش می‌یابد (طول کاهش مشخصه برای تابع نمایی عبارت است از $1/k$)؛ به سبب این کاهش سریع تابع موج، می‌توان $1/k$ را نوعاً مسافت نفوذ ذره در ناحیه ممنوع پنداشت. اگر بخواهیم ذره را در این ناحیه آشکارسازی کنیم، در این صورت باید مکان آن را با عدم قطعیتی کمتر از $1/k$ اندازه‌گیری کنیم،

$$\Delta x < 1/k \quad (55)$$



شکل ۶.۰۸ نمودار تراز انرژی برای یک چاه متناهی با $U_0 = 9\pi^2\hbar^2/(2mL^2)$. این چاه سه تراز انرژی دارد.

پس، بنا بر رابطه هایزبرگ، عدم قطعیت در تکانه عبارت خواهد بود از

$$\Delta p_x \gtrsim h/\Delta x \gtrsim h\kappa \quad (56)$$

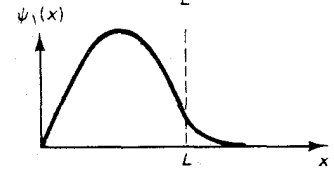
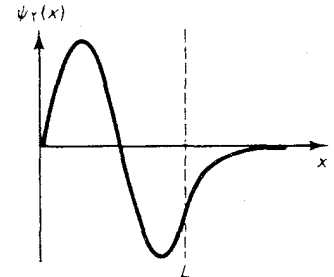
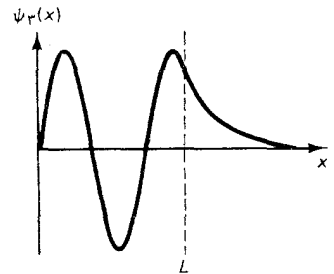
عدم قطعیت انرژی جنبشی وابسته به این عدم قطعیت در تکانه عبارت است از

$$\Delta K = \frac{(\Delta p_x)^2}{2m} \gtrsim \frac{h^2 \kappa^2}{2m} \quad (57)$$

یا، با توجه به معادله (۴۱)،

$$\Delta K > (2\pi)^2 (U_0 - E) \quad (58)$$

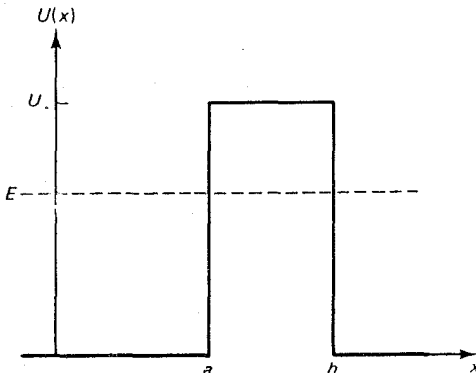
از مقایسه این کمیت با (۵۴)، ملاحظه می‌کنیم که بعد از اندازه‌گیری مکان، عدم قطعیت در انرژی جنبشی از مقدار انرژی جنبشی منفی اسمی بزرگتر است. از اینرو انرژی جنبشی منفی در پس عدم قطعیت پنهان می‌شود؛ انرژی جنبشی منفی یک انرژی جنبشی مجازی، و غیر قابل مشاهده است.



۴.۶ نفوذ در سد

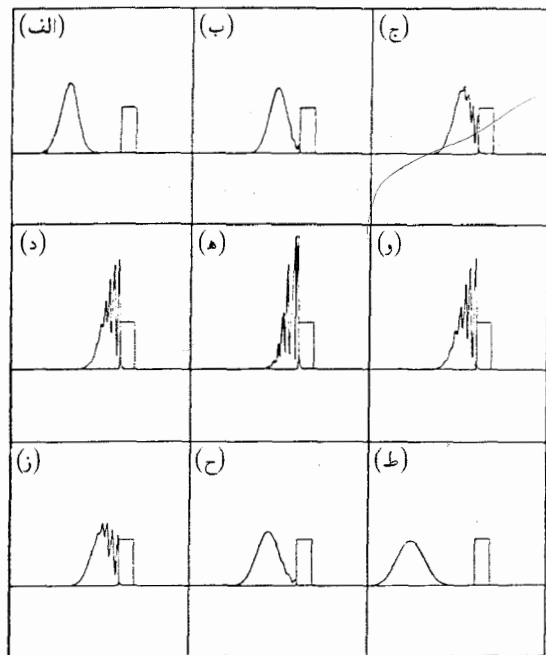
سد پتانسیل عبارت است از ناحیه‌ای با انرژی پتانسیل زیاد، در شکل ۱۰.۶ یک سد پتانسیل مربعی به ارتفاع U_0 را مشاهده می‌کنید که بر محور x از $x = a$ تا $x = b$ گسترده شده است. خط چین افقی بازنمای انرژی جنبشی ذره‌ای است که از سمت چپ برای سد فرود می‌آید. از دیدگاه کلاسیکی، نقطه $x = a$ نقطه برگشت حرکت این ذره است، و ناحیه $a < x < b$ ممنوع است. اما، به طوری که در بخش قبل دیدیم، ذره کوانتوم مکانیکی می‌تواند در فراسوی نقطه برگشت کلاسیکی حرکت و در ناحیه ممنوع نفوذ کند. این ذره، پس از پیمودن این ناحیه

شکل ۹.۶ وابستگی فضایی تابع موجها مربوط به چاه متناهی با $U_0 = 9\pi^2 \hbar^2 / (2mL^2)$



شکل ۱۰.۶ سد پتانسیل مربعی. یک ذره از چپ فرود می‌آید؛ انرژی جنبشی آن با خط چین نشان داده می‌شود.

می تواند از سر دیگر خارج شود. این روند را گاهی تونل زنی در سد می گویند. در شکل ۱۱.۶ تابع موج مربوط به ذره ای را که در سد تونل می زند، مشاهده می کنید. میانگین انرژی ذره برابر است با نصف ارتفاع سد. تابع موج اولیه بسته موجی است که از سمت چپ فرود می آید (شکل ۱۱.۶ الف). با اصابت برسد، قسمت اعظم بسته موج باز می تابد و به سمت چپ برمی گردد (شکل ۱۱.۶ ط). اما بخش کوچکی از آنها در سد نفوذ می کند (شکل ۱۱.۶ د) و قسمت بسیار اندکی از آن سرانجام از سمت دیگر سد نشت می کند (در شکل ۱۱.۶ ط، مقدار موجی که به سمت راست نشت می کند بسیار ناچیز است). به این ترتیب برای عبور از سد احتمال کمی وجود دارد.



شکل ۱۱.۶ بسته موج فرودی بر یک سد مربعی. قسمتی از بسته موج عبور کرده و قسمتی از آن هم بازتابیده است.

نتایجی که در شکل ۱۱.۶ نمایش یافته اند مربوط به نفوذ در سد به وسیله یک بسته موج است که به صورت عددی به وسیله کامپیوتر محاسبه شده است. محاسبات مربوط به نفوذ در سد به وسیله یک موج هماهنگ بسیار ساده تر است؛ آنها را می توان دستی انجام داد. در سمت چپ سد، تابع موج عبارت است از برهم نهی امواج فرودی و بازتابیده، یعنی $\psi(x)$ عبارت است از برهم نهی e^{ikx} و e^{-ikx} *: در ناحیه از دیدگاه کلاسیکی ممنوع $a < x < b$ ، تابع موج عبارت

* توجه کنید که ما در اینجا با تابع موج وابسته به زمان $\psi(x)$ سروکار داریم. مطابق معمول،

$$\Psi(x, t) = e^{-iEt/\hbar} \psi(x)$$

تابع موج وابسته به زمان عبارت است از:

است از برهم نهی $e^{-\kappa x}$ و $e^{\kappa x}$ [معادلات (۴۳) و (۴۴)] را بنگرید. سرانجام، در سمت راست سد، تابع موج تشکیل شده است از موج گسیلنده e^{ikx} ، ضرب در یک دامنه. این دامنه، و سایر دامنه‌ها مربوط به برهم نهیها را، می‌توان با نوشتن شرایط مرزی (۴۵) و (۴۶) در هر یک از دو مرز $x = a$ و $x = b$ تعیین کرد. این محاسبه اندکی آشفته و درهم برهم است، و آن را به مثال ۳ واگذار می‌کنیم. در عوض، سعی خواهیم کرد برآوردی تقریبی از احتمال گذار از یک سد نسبتاً ضخیم یا نسبتاً مرتفع به دست دهیم. برای چنین سدی، سهم جمله‌نمایی صعودی $e^{\kappa x}$ در ناحیه ممنوع ناچیز است (توجه کنید که این جمله‌نمایی در مورد سد بینهایت پهن که سمت راست پتانسیل بخش قبلی را تشکیل می‌دهد، به کلی غایب است؛ شکل ۴۰۶ را ببینید). این جمله‌نمایی از بازتابش تابع موج از لبه سمت راست داخلی سد، ناشی می‌شود؛ در مورد یک سد بلند و ضخیم، مقدار موجی که در سد نفوذ می‌کند خیلی اندک است، و مقداری که پس از بازتابش از سر دیگر سد باقی ماند، از آن هم کمتر است. از اینرو، تابع موج در ناحیه ممنوع تقریباً از مرتبه $e^{-\kappa x}$ است. در $x = a$ ، این تابع نمایی عبارت است از $e^{-\kappa a}$ و در $x = b$ برابر است با $e^{-\kappa b}$ ، بدینسان احتمال یا یک ضرب $e^{-\kappa a}$ یا $e^{-\kappa b}$ در $e^{-\kappa(b-a)}$ بین یک طرف سد و طرف دیگرش، کاهش پیدا می‌کند. ما از اینجا می‌بینیم که احتمال گذار از سد عبارت است از

$$P \simeq e^{-2\kappa(b-a)} \quad (59)$$

باید به خاطر داشته باشیم که این کمیت یک نتیجه تقریبی است. ما در مقایسه احتمالات مربوط به یک طرف سد و طرف دیگرش، نه تنها از سهم مربوط به تابع موج $e^{\kappa x}$ در ناحیه ممنوع چشم پوشیده‌ایم، بلکه سهم موج بازتابیده در سمت چپ سد را نیز نادیده گرفته‌ایم. بنابر محاسبه‌ای دقیقتر احتمال (۵۹) حاوی یک ضرب اضافی با وابستگی اضافی به انرژی است. اما، در اغلب موارد عملی برآورد تقریبی (۵۹) از نظر مرتبه بزرگی صحیح است، و وابستگی اصلی به انرژی را به دست می‌دهد.

مثال ۳. برای موج فرودی بر سد پتانسیل مربعی از سمت چپ، دامنه موج عبور کرده و خارج شده از سمت راست و احتمال عبور را محاسبه کنید.

حل فرض می‌کنیم که دامنه موج فرودی عبارت است از $A = 1$. در این صورت مطابق

بحث کیفی ارائه شده در بالا، به ازای $x \leq a$ تابع موج به این قرار است

$$\psi = e^{ikx} + Re^{-ikx} \quad x \leq a \quad (60)$$

به ازای $a \leq x \leq b$ تابع موج عبارت است از

$$\psi = Ce^{-\kappa x} + De^{\kappa x} \quad x \leq a \leq b \quad (61)$$

و به ازای $x \geq b$ داریم

$$\psi = Te^{ikx} \quad x \geq b \quad (62)$$

در اینجا R, C, D, T دامنه‌های مجهولی اند که باید آنها را از روی شرایط مرزی (۵۴) و (۵۵) محاسبه کنیم. در $x = a$ ، این شرایط مرزی به این ترتیب‌اند

$$ike^{ika} - ikRe^{-ika} = -\kappa Ce^{-\kappa a} + \kappa De^{\kappa a} \quad (63)$$

$$e^{ika} + Re^{-ika} = Ce^{-\kappa a} + Ce^{-\kappa a} + De^{\kappa a} \quad (64)$$

و در $x = b$ و

$$\kappa Ce^{\kappa b} + \kappa De^{\kappa b} = ikTe^{ikb} \quad (65)$$

$$Ce^{-\kappa b} + De^{\kappa b} = Te^{ikb} \quad (66)$$

معادلات (۶۳) تا (۶۶) چهار معادلهٔ مربوط به چهار دامنهٔ مجهول R, C, D, T هستند. برای حل این معادلات، (۶۴) را در κ ضرب و نتیجه را با (۶۳) جمع می‌کنیم؛ حاصل این عمل عبارتی برای D است:

$$D = \frac{e^{-\kappa a}}{\gamma \kappa} [(\kappa + ik)e^{ika} + R(\kappa - ik)e^{-ika}] \quad (67)$$

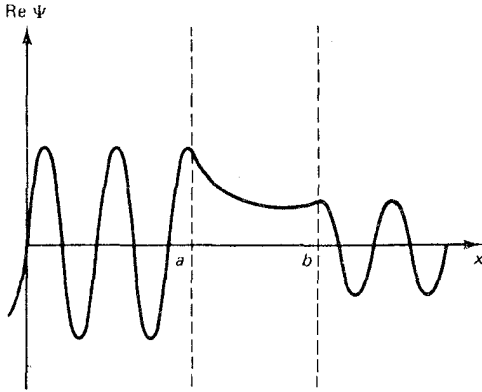
(۶۴) را در κ ضرب و نتیجه را از (۶۳) کم می‌کنیم؛ به عبارت زیر بر حسب C می‌رسیم:

$$C = \frac{e^{\kappa a}}{\gamma \kappa} [(\kappa - ik)e^{ika} + R(\kappa + ik)e^{-ika}] \quad (68)$$

با نشان دادن این عبارتهای مربوط به C و D در معادلات (۶۵) و (۶۶)، به دو معادله با دو مجهول R و T می‌رسیم. از اینجا می‌توانیم معادله را بر حسب T ، دامنهٔ موج عبور کرده، حل کنیم:

$$T = \frac{-\gamma ik \kappa e^{-\kappa(b-a)} e^{-ik(b-a)}}{(\kappa - ik)^2 - (\kappa + ik)^2 e^{-2\kappa(b-a)}} \quad (69)$$

با انجام قدری عملیات جبری دیگر روی معادلات (۶۳) تا (۶۶) می‌توانیم آنها را برای سایر دامنه‌ها حل کنیم. در شکل ۱۲.۶ جزء حقیقی تابع موج $(\text{Re} \Psi)$ در یک لحظهٔ زمانی را مشاهده می‌کنید. توجه کنید که دامنه در داخل سد از چپ به راست کاهش می‌یابد، یعنی تابع نمایی نزولی $e^{-\kappa x}$ بر تابع نمایی صعودی $e^{\kappa x}$ غالب است.



شکل ۱۲.۶ موج هماهنگی که در داخل یک سد مربعی تونل می‌زند.

احتمال یافتن ذره‌ای در یک بازه dx برای موج فرودی عبارت است از $|Te^{-ikx}|^2 dx = |T|^2 dx$ ، و برای موج عبور کرده برابر است با $|e^{-ikx}|^2 dx = 1 \times dx$. بدینسان $|T|^2$ ضریبی است که به اندازه آن احتمال موج عبور کرده در مقایسه با موج فرودی کاهش می‌یابد، یعنی $|T|^2$ احتمال عبور است:

$$P = |T|^2 = \frac{16k^2 \kappa^2}{|(\kappa - ik)^2 - (\kappa + ik)^2 e^{-2\kappa(b-a)}|^2} e^{-2\kappa(b-a)} \quad (70)$$

اگر سد نسبتاً ضخیم باشد، در آن صورت $e^{-2\kappa(b-a)} \ll 1$ و می‌توان از جمله دوم در مخرج عبارت بالا در برابر جمله اول چشم پوشید، بنابراین

$$P \simeq \frac{16k^2 \kappa^2}{|\kappa - ik|^2} e^{-2\kappa(b-a)} = \frac{16k^2 \kappa^2}{(k^2 + \kappa^2)^2} e^{-2\kappa(b-a)} \quad (71)$$

با جایگزین کردن $\kappa = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$ و $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ عبارت بالا تبدیل می‌شود به

$$P \simeq \frac{16E(U_0 - E)}{(E + U_0 - E)^2} e^{-2\kappa(b-a)} \\ \simeq 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-2\kappa(b-a)} \quad (72)$$

به شرط آنکه E به صفر نزدیک نباشد، و به U_0 هم نزدیک نباشد، ضریب $(E/U_0)(1 - E/U_0)$ از مرتبه بزرگی ۱ است. در این صورت احتمال عبور تقریباً عبارت است از $P \sim 16 e^{-2\kappa(b-a)}$ ؛ بجز ضریب ۱۶، این احتمال با برآورد تقریبی ما همساز است. ضریب ۱۶ اهمیت چندانی ندارد زیرا مقایسه معمولی احتمالات و انرژیهای مشاهده شده بر منحنی $\ln P$ برحسب انرژی متکی است؛ در چنین نموداری ضریب ۱۶ صرفاً یک نم ثابت بی‌اهمیت $\ln 16 = 2.8$ را به عرض اضافه می‌کند. ■

از نتیجه‌ای که برای سه مربعی به دست آوردیم می‌توانیم احتمال عبور از هر سدی با شکل دلخواه را استنتاج کنیم. چنین سدی را صرفاً تقریبی از توالی سدهای مربعی نازک تلقی می‌کنیم (شکل ۱۳.۶). در مورد یک سد نازک، می‌توانیم تقریباً $e^{-2\kappa(b-a)} \approx 1$ را در مخرج معادله (۷۰) اعمال کنیم. در این صورت، این مخرج تبدیل می‌شود به

$$|(\kappa - ik)^2 - (\kappa + ik)^2|^2 = 16k^2\kappa^2$$

و معادله (۷۰) به $P \approx e^{-2\kappa(b-a)}$ تبدیل می‌شود. از اینرو، احتمال عبور از هر یک از سدهای نازک در شکل ۱۳.۶ عبارت است از $P_i \approx e^{-2\kappa\Delta x}$ ، مطابق قاعده معمول مربوط به ترکیب احتمالات رویدادهای مستقل پی‌درپی، احتمال کلی مربوط به عبور کل سد عبارت است از

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \dots \approx e^{-2\sum_i \kappa\Delta x} \quad (73)$$

اگر بازه‌های Δx_i کوچک باشند، می‌توانیم به جای جمع، انتگرال بنشانیم، و برسیم به

$$P \approx e^{-2\int_a^b \kappa dx} \quad (74)$$

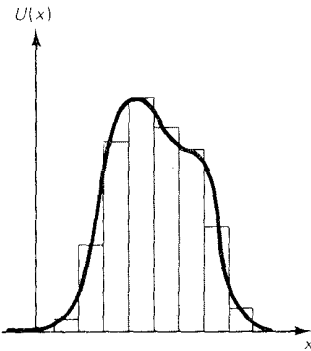
از جایگزینی $\kappa = \sqrt{2m[U(x) - E]}/\hbar$ عبارت بالا تبدیل می‌شود به

$$P \approx e^{-2\int_a^b \sqrt{2m[U(x) - E]}/\hbar dx} \quad (75)$$

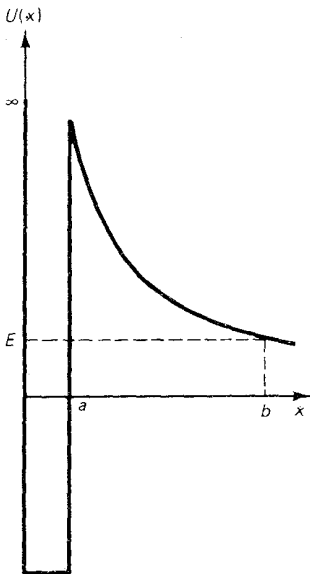
در اینجا نیز، کمیت به دست آمده تقریبی است، اما برای بسیاری از مسائل کاملاً مناسب و کافی است.

معادله (۷۵) در مسئله جالبی در قلمرو فیزیک هسته‌ای، یعنی نظریهٔ واپاشی آلفا، بلافاصله کاربرد پیدا می‌کند. نیک می‌دانیم که بسیاری از عناصر سنگین - رادیم، اورانیم، توریم، و مانند آنها - ذرات آلفا گسیل می‌کنند، این گسیل یک فرایند تونل زنی است. ذرهٔ آلفا در ابتدا به وسیلهٔ یک سد پتانسیل مرتفع در داخل هسته محبوس می‌شود، اما، پس از برخوردهای مکرر با سد، بالاخره به نفوذ در سد توفیق می‌یابد و از آن رها می‌شود. در شکل ۱۴.۱۶ سه نگاه‌دارندهٔ ذرهٔ آلفا در هسته را مشاهده می‌کنید. شیب سمت راست این سد صرفاً عبارت است از انرژی پتانسیل کولن

$$U(x) = \frac{(Ze)(Ze)}{4\pi\epsilon_0 x} \quad (76)$$



شکل ۱۳.۶ یک سد با شکل دلخواه را می‌توان تقریبی از توالی سدهای مربعی نازک تلقی کرد.



شکل ۱۴.۱۶ سد پتانسیل کولنی برای یک ذرهٔ آلفا، در درون هسته، به سبب نیروی هسته‌ای ربایشی قوی، انرژی پتانسیل بسیار کم است. ذرهٔ آلفا از سمت چپ فرود می‌آید؛ انرژی جنبشی آن با خط چین افقی نموده می‌شود.

که متناظر است با نیروی الکتریکی رانشی بین ذره آلفا (به بار Ze) و هسته (به بار $Z'e$): سراسیمه تند سمت چپ سد ناشی از نیروی قویاً ربایشی بستگی هسته‌ای است. خط چین انرژی معمولی برای یک ذره آلفا را نشان می‌دهد. آشکار است که، سمت چپ سد ($x = a$) یک نقطه برگشت کلاسیک است. برای فرار از هسته، ذره آلفا باید، با احتمالی که از معادله (۷۵) به دست می‌آید، در سد تونل بزند. برای راحتی، از P لگاریتم طبیعی می‌گیریم و آنگاه مقدار پتانسیل را می‌نشانیم،

$$\ln P \simeq -\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m_\alpha \left(\frac{Ze^2 Z'}{4\pi\epsilon_0 x} - E \right)} dx \quad (77)$$

در نقطه b ، انرژی پتانسیل کولنی، با انرژی کل برابر است،

$$\frac{Ze^2 Z'}{4\pi\epsilon_0 b} = E$$

حد بالای انتگرال از این رابطه تعیین می‌شود،

$$b = \frac{Ze^2 Z'}{4\pi\epsilon_0 E} \quad (78)$$

در موارد بسیاری که از نظر کاربردی هم جالبند، انرژی E خیلی کوچکتر از ارتفاع سد است. یعنی b خیلی بزرگ است؛ به بیان دقیقتر $a \ll b$. در این صورت استفاده از تقریب $a = 0$ در انتگرال سمت راست معادله (۷۷) امکانپذیر است،

$$\ln P \simeq -\frac{2}{\hbar} \int_0^b \sqrt{2m_\alpha \left(\frac{Ze^2 Z'}{4\pi\epsilon_0 x} - E \right)} dx \quad (79)$$

اگر $a \ll b$ ، این تقریب خوبی است زیرا انتگرال (۷۹) قسمت اعظم سهم خود را از بازه بزرگ $a \leq x \leq b$ می‌گیرد، و فقط سهم بسیار اندکی از بازه کوچک $0 \leq x \leq a$ دریافت می‌دارد.

برای محاسبه (۷۹)، یک متغیر جدید معرفی می‌کنیم

$$\zeta = \frac{x}{b} = \frac{x}{Ze^2 Z' / 4\pi\epsilon_0 E} \quad (80)$$

بنابراین

$$\ln P \simeq -\frac{2\sqrt{2m_\alpha E} b}{\hbar} \int_0^1 \sqrt{\frac{1}{\zeta} - 1} d\zeta \quad (81)$$

* برای گسیل آلفا به وسیله، مثلاً اورانیم، مقدار Z عبارت است از 90 ، که متناظر است با 90 بار مثبت باقیمانده در هسته پس از اینکه ذره آلفا گسیل شد.

این عبارت با یک جانمایی دیگر، $\zeta = \sin^2 \theta$ ، می‌شود

$$\ln P \simeq -\frac{2\sqrt{2m_\alpha Eb}}{h} \int_0^{\pi/2} \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta}} 2 \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (۸۲)$$

$$\simeq -\frac{4\sqrt{2m_\alpha Eb}}{h} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta \quad (۸۳)$$

انتگرال $\cos^2 \theta$ حول یک ربع دایره عبارت است از $\pi/4$. پس

$$\ln P = -\frac{4\sqrt{2m_\alpha Eb} \pi}{h 4} \quad (۸۴)$$

یا

$$\ln P \simeq -\frac{2\pi}{h} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{2m_\alpha}{E}} \quad (۸۵)$$

برحسب سرعت نهایی v_α ، ذره آلفا، انرژی عبارت است از $E = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2$ ، به طوری که

$$\ln P \simeq -\frac{4\pi}{h} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{v_\alpha} \quad (۸۶)$$

بدینسان احتمال تونل زنی در سد هسته‌ای به این قرار است

$$P \simeq e^{-(4\pi/h)(Ze^2/4\pi\epsilon_0)(1/v_\alpha)} \quad (۸۷)$$

این کمیت را ضریب گاموف* می‌گویند. وقتی به مبحث واپاشی پرتوزا در فصل ۱۰ برسیم، با برخی مثالها عددی این ضریب سروکار خواهیم داشت.

۵.۶ نوسانگر هماهنگ

انرژی پتانسیل یک نوسانگر هماهنگ با ثابت فنر k عبارت است از

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2 \quad (۸۸)$$

* ژورژ گاموف (George Gamow)، ۱۹۰۴ - ۱۹۶۸، فیزیکدان نظری روسی تبار امریکایی، استاد دانشگاه ژرژ واشینگتن و دانشگاه کلرادو. وی در زمینه نظریه‌های واپاشی α ، واپاشی β ، و شکافت، و همچنین نظریه شکل‌بندی عنصر در عالم اولیه و رمزرتیکی DNA کرد. گاموف به‌عنوان مؤلف چندین کتاب دلب‌پذیر و جذاب در خصوص علم و ریاضیات برای همگان، سرشناس است.

برای جلوگیری از اشتباه شدن بین ثابت فنر، k ، و عدد موج k مربوط به موج دو بروی، بهتر است که انرژی پتانسیل را برحسب بسامد زاویه‌ای نوسان کلاسیک، $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ بیان کنیم، به طوری که

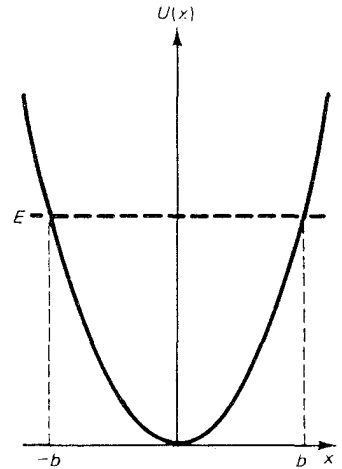
$$U(x) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2 \quad (۸۹)$$

منحنی تغییرات این تابع را در شکل ۱۵.۶ ترسیم کرده‌ایم.

معادلهٔ شرودینگر مستقل از زمان این انرژی پتانسیل عبارت است از

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + \frac{1}{2} m \omega_0^2 \psi(x) = E \psi(x) \quad (۹۰)$$

امواج ایستادهٔ قابل قبول باید در این شرایط مرزی که تابع موج به ازای $x = \pm b$ عبارت است از $\psi(x) = 0$ ، صدق کنند. بررسی ریاضی جوابهای معادلهٔ دیفرانسیل (۹۰) نشان می‌دهد که، مانند مورد چاه پتانسیل مربعی، امواج ایستادهٔ قابل قبول فقط به ازای بعضی ویژه مقادیرهای گسستهٔ انرژی وجود دارند. ما با بررسی ریاضی دقیق این مسئله کاری نداریم؛ در عوض به یافتن ویژه مقادیرها به وسیلهٔ تقریب ساده‌ای مبتنی بر عبارت (۳۲) برای طول موج وابسته به مکان اقدام می‌کنیم.



شکل ۱۵.۶ انرژی پتانسیل مربوط به نوسانگر هماهنگ. خط چین افقی نمایانگر انرژی است. نقاط برگشت کلاسیک در $\pm b$ واقع اند.

$$\frac{1}{\lambda(x)} = \frac{\sqrt{2m[E - U(x)]}}{\hbar} \quad (۹۱)$$

در مورد اخیر، عبارت بالا تبدیل می‌شود به

$$\frac{1}{\lambda(x)} = \frac{\sqrt{2m[E - \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2]}}{\hbar} \quad (۹۲)$$

اگر از نفوذ تابع موج در سد چشم‌پوشیم، نقاط برگشت کلاسیک (تقریباً) گره هستند. در این صورت شرط وجود موج ایستاده این است که تعداد طول موجها بین نقاط برگشت عبارت باشند از $\frac{1}{4}$ ، یا ۱، یا $\frac{3}{4}$ ، یا الی آخر. این شرط تعمیم آشکار نتایج بخش ۱.۶ به شمار می‌آید، که در آنجا پی‌بردیم برای ذره‌ای در یک جعبه، تعداد طول موجها بین نقاط عطف عبارت است از $\frac{1}{4}$ ، یا ۱، یا $\frac{3}{4}$ ، یا الی آخر. اگر طول موج ثابت باشد، مطابق بخش ۱، تعداد طول موجها صرفاً عبارت است از فاصله تقسیم بر طول موج، اگر طول موج وابسته به مکان باشد، مانند معادلهٔ (۹۱)، در این صورت تعداد طول موجها عبارت است از انتگرال $1/\lambda(x)$.

به این ترتیب، شرط مربوط به موج ایستاده عبارت است از

$$\int_a^b \frac{\sqrt{2m[E - U(x)]}}{h} dx = \frac{1}{4}, 1, \frac{3}{4}, \dots \quad (93)$$

یا

$$\boxed{2 \int_a^b \sqrt{2m[E - U(x)]} dx = nh} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (94)$$

این فرمول را تقریب WKB برای ویژه مقادیر انرژی می‌گویند. هرچند که، به بیان دقیق، این تقریب فقط وقتی صادق است که پتانسیل تغییری بسیار تدریجی داشته و وقتی که طول موج کوتاه باشد، از آن پاسخهای قابل قبولی برای پتانسیل نوسانگر هماهنگ و برای پتانسیل کولنی به دست می‌آید، حتی وقتی این پتانسیلها تغییرات شدیدی داشته باشند. این یک بی‌قاعدگی خوش‌یمن و خجسته است، و ما از آن بیشترین بهره‌برداری را می‌کنیم.

در مورد انرژی پتانسیل $U(x) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2$ ، نقاط برگشت کلاسیکی نسبت به مبدأ به طور متقارن قرار گرفته‌اند به طوری که $a = -b$ و معادله (۹۴) چنین می‌شود

$$2 \int_{-b}^b \sqrt{2m[E - \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2]} dx = nh \quad (95)$$

نقطه برگشت از این رابطه به دست می‌آید

$$\frac{1}{2} m \omega_0^2 b^2 = E \quad (96)$$

یا

$$b = \sqrt{\frac{2E}{m\omega_0^2}} \quad (97)$$

برای محاسبه انتگرال سمت چپ معادله (۹۵)، یک متغیر جدید θ را وارد می‌کنیم به طوری که

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{m\omega_0^2}{2E}} x \quad (98)$$

آنگاه انتگرال مورد بحث پس از جایگزینی چنین می‌شود

$$2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{2mE} \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \sqrt{\frac{2E}{m\omega_0^2}} \cos \theta d\theta \quad (99)$$

یا

$$\frac{4E}{\omega_0} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta$$

از آنجا که انتگرال $\cos^2 \theta$ حول نصف دایره عبارت است از $\pi/2$ ، این عبارت برابر می‌شود با $2\pi E/\omega_0$ و شرط کوانتتش ما این طور می‌شود

$$\frac{2\pi}{\omega_0} E = nh \quad (100)$$

یا

$$E_n = n\hbar\omega_0 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (101)$$

این مقدار تقریباً به طور دقیق با اصل موضوع کوانتتش پلانک سازگار است،

$$E_n = n\hbar\omega_0 \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (102)$$

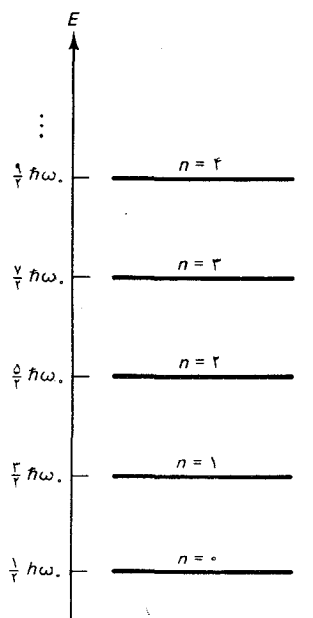
تنها تفاوت در انرژی حالت پایه نهفته است. مطابق تقریب WKB، انرژی حالت پایه عبارت است از $\hbar\omega_0$ ؛ و مطابق اصل پلانک برابر صفر است. حل ریاضی دقیق معادله شرودینگر نشان می‌دهد که هیچکدام از این جوابها کاملاً درست نیستند؛ نتیجه دقیق عبارت است از

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_0 \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (103)$$

بدینسان، انرژی حالت پایه عبارت است از $(1/2)\hbar\omega_0$. در شکل ۱۶.۶ ترازهای انرژی نوسانگر هماهنگ را مطابق معادله (۱۰۳) مشاهده می‌کنید. توجه کنید که اختلاف بین معادلات (۱۰۱)، (۱۰۲)، و (۱۰۳) در محاسبه اختلاف انرژی بین حالت‌های نوسانگر هماهنگ هیچ تأثیری ندارد؛ بنابراین تمام این معادلات اختلاف انرژی بین حالت‌های مجاور عبارت است از $\hbar\omega_0$.

حل ریاضی دقیق معادله شرودینگر نشان می‌دهد که تابع موجهای مربوط به ویژه حالت‌های انرژی عبارتند از چند جمله‌هایی برحسب x ضربدر $e^{-m\omega_0 x^2/(2\hbar)}$. مثلاً، تابع موجهای مربوط به حالت پایه و اولین دو حالت برانگیخته عبارتند از*

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega_0}{\hbar\pi}\right)^{1/4} e^{-m\omega_0 x^2/(2\hbar)} \quad (104)$$

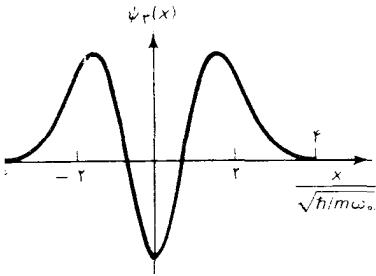


شکل ۱۶.۶ نمودار تراز انرژی نوسانگر هماهنگ.

* برای استخراج این تابع موجها، مثلاً، بنگرید به

$$\psi_r(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m\omega_0}{\hbar\pi} \right)^{1/4} \left(\frac{m\omega_0}{\hbar} \right)^{1/2} x e^{-m\omega_0 x^2 / (2\hbar)} \quad (105)$$

$$\psi_r(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{m\omega_0}{\hbar\pi} \right)^{1/4} \left(2 \frac{m\omega_0}{\hbar} x^2 - 1 \right) e^{-m\omega_0 x^2 / (2\hbar)} \quad (106)$$

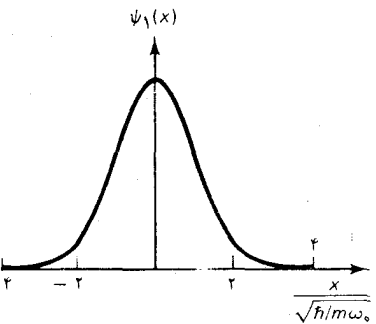
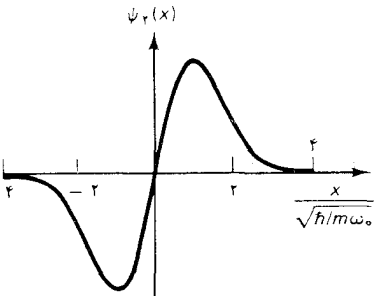


در شکل ۱۷.۶ منحنی تغییرات این تابع موجها را مشاهده می‌کنید. توجه کنید که، مطابق انتظار، این منحنیها جملگی مانند امواج ایستاده به نظر می‌آیند. تابع موج $\psi_1(x)$ یک تک شکم دارد؛ $\psi_r(x)$ دو شکم دارد؛ $\psi_p(x)$ سه شکم است؛ والی آخر. در این مورد تابع موجهای وابسته به زمان عبارتند از

$$\Psi_1(x, t) = e^{-i\omega_0 t/2} \psi_1(x) \quad (107)$$

$$\Psi_r(x, t) = e^{-3i\omega_0 t/2} \psi_r(x) \quad (108)$$

$$\Psi_p(x, t) = e^{-5i\omega_0 t/2} \psi_p(x) \quad (109)$$



شکل ۱۷.۶ وابستگی مکانی تابع موجهای مربوط به پایبنترین سه حالت نوسانگر هماهنگ.

۶.۶ اتم هیدروژن

بررسی مکانیک موجی اتم هیدروژن یک مسئلهٔ ریاضی نسبتاً دشوار را مطرح می‌کند زیرا، برعکس سیستمهای ساده‌ای که تا اینجا بررسی کرده‌ایم، اتم هیدروژن یک سیستم سه بعدی است. یعنی اینکه ما به صورت سه بعدی معادلهٔ شرودینگر نیاز داریم. چون معادلهٔ یک بعدی حاوی یک مشتق دوم بر حسب x است، معادلهٔ سه بعدی باید حاوی مشتقاتی متناظری نسبت به y و z باشد،

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \psi = E \psi \quad (110)$$

در مورد اتم هیدروژن، m همان جرم الکترون، m_e و U انرژی پتانسیل کولنی است

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (111)$$

که در آن $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ بدینسان،

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi = E \psi \quad (112)$$

این تساوی یک معادلهٔ دیفرانسیل جزئی، با سه متغیر x, y, z است؛ جواب آن تابعی مانند $\psi(x, y, z)$ ، با سه متغیر است. حل معادلات دیفرانسیل

جزئی دشوار است زیرا به طور همزمان باید با هر سه متغیر سروکار داشته باشیم. ساده ترین راه یافتن جواب معادله (۱۱۲) این است که متغیرها را تبدیل کنیم، و به جای مختصات قائم، مختصات کروی بنشانیم؛ در آن صورت معادله دیفرانسیل جزئی را می توانیم به سه معادله دیفرانسیل مستقل، و معمولی، یک معادله به ازای هر مختصه کروی، تجزیه کنیم. ما به جستجوی جواب دقیق معادله شرودینگر نمی پردازیم. در عوض، باز هم به تقریب WKB متوسل می شویم. اما ابتدا لازم است نگاهی به کوانتشن تکانه زاویه ای مداری الکترون بیندازیم.

در بخش ۱۰۵ دیدیم که چطور استدلال ساده دوبروی با امواج تناوبی که مداری دایره ای را دور می زنند یک توضیح تقریبی برای شرط کوانتشن تکانه زاویه ای بور، $L = n\hbar$ ، ارائه می دهد. حل ریاضی معادله شرودینگر سه بعدی این کوانتشن را، با مقداری تعدیل و تبدیل، تأیید می کند. در سه بعد، تکانه زاویه ای، L ، برداری است با سه مؤلفه L_x ، L_y ، و L_z . به طوری که در کتابهای درسی مکانیک کوانتومی* نشان داده می شود، اندازه این بردار تکانه زاویه ای مطابق قاعده زیر کوانتیده می شود:

$$|L| = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (113)$$

بدینسان، مقادیر تکانه زاویه ای عبارتند از

$$|L| = 0, \sqrt{2}\hbar, \sqrt{6}\hbar, \sqrt{12}\hbar, \dots \quad (114)$$

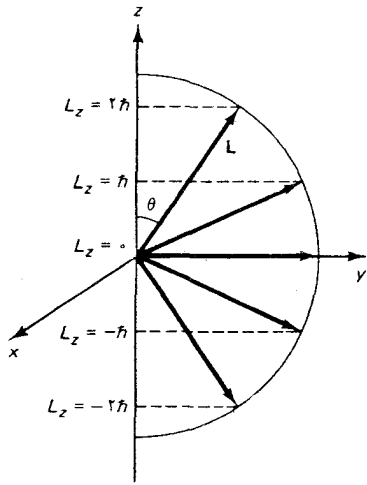
به علاوه، یکی از مؤلفه های L_x ، L_y ، L_z نیز کوانتیده است. این که کدامیک از این مؤلفه ها برای بررسی ترجیحی انتخاب کنیم، یک موضوع اختیاری است. اگر L_z را انتخاب کنیم، آنگاه

$$L_z = m_l \hbar \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \quad (115)$$

توجه کنید که، به ازای یک مقدار مفروض l ، برای L_z به تعداد $2l + 1$ مقدار ممکن وجود دارد. مثلاً، اگر $l = 2$ ، در آن صورت، مقادیر ممکن مؤلفه z تکانه زاویه ای عبارتند از

$$L_z = -2\hbar, -\hbar, 0, \hbar, 2\hbar \quad (116)$$

* مثلاً، نگاه کنید به:



شکل ۱۸.۶ مقادیر ممکن مولفه z تکانه زاویه‌ای برای حالت $l=2$.

در شکل ۱۸.۶ جهت‌های ممکن متناظر بردار تکانه زاویه‌ای را مشاهده می‌کنید. اگر L_z یکی از مقادیر کوانتیده را داشته باشد که در معادله (۱۱۵) مشخص شد، پس L_x و L_y مقادیر کاملاً مشخصی ندارند. علت این رفتار عجیب و غریب مؤلفه‌های تکانه زاویه‌ای به این قرار است که این مؤلفه‌ها تحت تأثیر روابط عدم قطعیتی، مشابه با رابطه عدم قطعیت Δp_x و Δx قرار می‌گیرند. اگر یکی از مؤلفه‌ها عدم قطعیت نداشته باشد ($\Delta L_z = 0$)، در آن صورت عدم قطعیت سایر مؤلفه‌ها ضرورتاً بزرگ است.

کوانتش همزمان $|\mathbf{L}|$ و L_z را می‌شود به کمک نمودار و به وسیله مدل برداری توصیف کرد. در این مدل بردار \mathbf{L} را به صورت برداری که به سرعت حول محور z حرکت تقدیمی اجرا می‌کند، در نظر می‌گیریم (شکل ۱۹.۶). زاویه بین بردار \mathbf{L} و محور z ثابت می‌ماند؛ مطابق شکل ۱۹.۶،

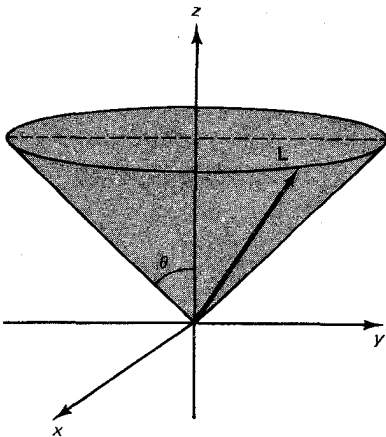
$$\cos \theta = \frac{L_z}{|\mathbf{L}|} = \frac{m_l \hbar}{\sqrt{l(l+1)\hbar^2}} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (117)$$

کوچکترین زاویه ممکن به ازای $m_l = l$ به وجود می‌آید، که برای آن: $\cos \theta = l/\sqrt{l(l+1)}$ ؛ بزرگترین زاویه به ازای $m_l = 0$ پیش می‌آید که متناظر است با $\cos \theta = 0$ و $\theta = 90^\circ$. مقادیر میانگین L_x و L_y صفرند، اما مقادیر لحظه‌ای L_x و L_y در اطراف صفر نوسان می‌کنند. به سبب حرکت تقدیمی، مقادیر لحظه‌ای L_x و L_y به سرعت تغییر می‌کنند؛ اندازه‌گیریهای متوالی نتایج مختلفی را به دست می‌دهند، و مقادیر L_x و L_y به خوبی مشخص نیستند. فقط مقادیر میانگین L_x و L_y کاملاً مشخص‌اند؛ میانگین هر دو صفر است. سرانجام، شرایط کوانتش استنتاج شده از مکانیک موجی را با شرط کوانتش ساده بور، $L = \hbar, 2\hbar, 3\hbar, \dots$ ، مقایسه می‌کنیم. آشکار است که اگر l بزرگ باشد ($l \gg 1$)، شرط بور تقریباً با معادله (۱۱۳) منطبق است؛ و اگر $m_l = l$ ، با معادله (۱۱۵) هم انطباق دارد. از اینرو، شرط بور یک حالت حدی خاص از شرط کوانتش دقیق به شمار می‌آید.

با این بررسی مختصر کوانتش تکانه زاویه‌ای در مکانیک موجی، می‌رویم که در خصوص کوانتش انرژی در اتم هیدروژن به بحث بپردازیم. انرژی الکترون عبارت است از

$$E = \frac{p^2}{2m_e} + U = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (118)$$

* اما، در حالت استثنایی $|\mathbf{L}| = 0$ ، هر سه مؤلفه صفرند ($L_x = L_y = L_z = 0$)، و جملگی آنها بدون عدم قطعیت هستند.



شکل ۱۹.۶ مطابق مدل برداری، بردار تکانه زاویه‌ای که حول محور z حرکت تقدیمی انجام می‌دهد، یک مخروط ترسیم می‌کند.

در اینجا p عبارت است از اندازه بردار تکانه سه بعدی. این بردار را می توان به دو مؤلفه تجزیه کرد: یک مؤلفه p_r در امتداد شعاع، و مؤلفه دیگر p_\perp عمود بر امتداد شعاع (شکل ۲۰.۶). بنابراین تعریف، تکانه زاویه ای مداری عبارت است از $L = r p_\perp$ ، و بنابراین

$$p^2 = p_r^2 + p_\perp^2 = p_r^2 + \frac{L^2}{r^2} \quad (119)$$

با منظور کردن کوانتس تکانه زاویه ای، می رسمیم به

$$p^2 = p_r^2 + \frac{l(l+1)\hbar^2}{r^2} \quad (120)$$

از اینرو، می توانیم انرژی را به این صورت بیان کنیم

$$E = \frac{1}{2m_e} \left(p_r^2 + \frac{l(l+1)\hbar^2}{r^2} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (121)$$

بنابراین، تکانه در جهت شعاع عبارت است از

$$p_r = \sqrt{2m_e \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{r^2}} \quad (122)$$

از اینجا، طول موج وابسته به مکان را به دست می آوریم

$$\frac{1}{\lambda(r)} = \frac{1}{h} \sqrt{2m_e \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{r^2}} \quad (123)$$

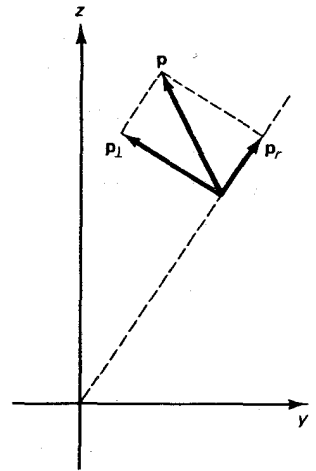
مانند بخش ۵، حالا می توانیم شرط WKB را برای موج ایستاده ای در جهت شعاع فرمولبندی کنیم،

$$2 \int_a^b \sqrt{2m_e \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{r^2}} dr = nh \quad (124)$$

ویژه مقدارهای انرژی از این معادله تعیین می شوند. برای سادگی، تنها به حالت $l = 0$ می پردازیم [چنانچه $l > 0$ ، انتگرال (۱۲۴) را نمی توان با روشهای مقدماتی محاسبه کرد]. برای $l = 0$ ، معادله تبدیل می شود به

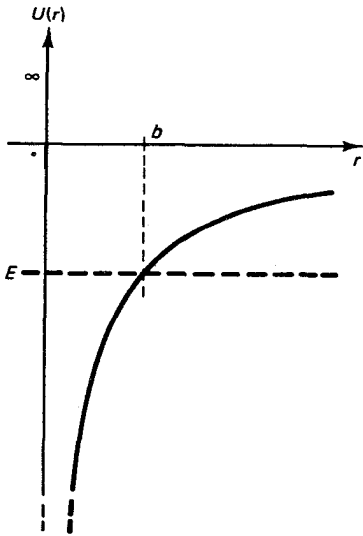
$$2 \int_a^b \sqrt{2m_e \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right)} dr = nh \quad (125)$$

از آنجا که انرژی E ، متناظر با یک حالت مقید، منفی است، می نویسیم



شکل ۲۰.۶ تکانه دارای یک مؤلفه شعاعی p_r ، و یک مؤلفه عمود، یا عرضی، p_\perp است. بردارهای p ، p_\perp و p_r همگی در یک صفحه واقعند، اما لازم نیست این صفحه بر صفحه کاغذ منطبق باشد.

$$E = -|E| \text{ و بنابراین}$$



$$2 \int_a^b \sqrt{2m_e \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - |E| \right)} dr = nh \quad (126)$$

در شکل ۲۱۰۶ انرژی پتانسیل $U = -e^2/(4\pi\epsilon_0 r)$ را به صورت تابعی از مختصه شعاع، مشاهده می‌کنید، خط چین انرژی (منفی) E را نشان می‌دهد. از آنجا که ذره همواره باید مختصه شعاعی مثبتی داشته باشد، می‌توانیم به ازای $r < 0$ پتانسیل را نامتناهی بپنداریم * آشکار است که، یکی از نقاط برگشت کلاسیکی عبارت است از $a = 0$. نقطه عطف کلاسیکی دیگر از رابطه زیر تعیین می‌شود

$$|E| = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 b} \quad (127)$$

یا

$$b = \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} |E| \quad (128)$$

شکل ۲۱۰۶ انرژی پتانسیل کولنی خط چین افقی نشانگر انرژی الکترون است.

در اینجا با توجه به اینکه، با $a = 0$ ، انتگرالی که در معادله (۱۲۶) ظاهر می‌شود اساساً شبیه همان انتگرالی است که در معادله (۷۹) دیدیم، می‌توانیم قدری در انجام عملیات صرفه جویی کنیم؛ برای یکسان کردن این انتگرالها فقط باید بعضی از ثابتها را تغییر دهیم. با این تغییرات، می‌توانیم از نتیجه قبلی (۸۵) خود سود جوییم،

$$2 \int_0^b \sqrt{2m_e \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - |E| \right)} dr = \pi \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{2m_e}{|E|}} \quad (129)$$

با توجه به این عبارت، شرط (۱۲۵) برای موج ایستاده چنین می‌شود

$$\pi \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{2m_e}{|E|}} = nh \quad (130)$$

با در نظر گرفتن اینکه E منفی است، می‌رسیم به

$$E_n = -\frac{e^4 m_e}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (131)$$

* معنی این حرف آن نیست که ذره نمی‌تواند در سه بعد از مبدأ عبور کند. بلکه صرفاً به این معنی است که در نمودار شکل ۲۱۰۶، چنین ذره‌ای باید هم قبل از نزدیک شدن به $r = 0$ و هم بعد از دور شدن از آن، مقادیر مثبت r را داشته باشد؛ از اینرو در این نمودار ذره در $r = 0$ بازتابیده می‌شود.

این ویژه مقدارهای انرژی دقیقاً همانهایی هستند که از نظریه بور به دست آمدند. اما، بین دو روش تفاوتی وجود دارد: تمام این ویژه مقدارهای انرژی به حالت‌های تکانه زاویه‌ای صفر تعلق دارند، درحالی‌که در نظریه بور تکانه زاویه‌ای صفر مجاز نبود.

اگر تکانه زاویه‌ای صفر نباشد، مکانیک موجی چه ویژه مقدارهای انرژی به دست می‌دهد؟ پاسخ کلی که با حل معادله موج سه بعدی یافته می‌شود عبارت است از*

$$E = -\frac{e^2 m_e}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{(n' + l)^2} \quad n' = 1, 2, 3, \dots \quad (132)$$

بدینسان، به ازای $l = 0$ ، انرژی پایینترین حالت انرژی عبارت است از: $E = -13.6\text{eV}$ ؛ اما به ازای $l = 1$ ، انرژی پایینترین حالت انرژی برابر است با: $E = -13.6/4\text{eV}$ ؛ و به ازای $l = 2$ داریم: $E = -13.6/9\text{eV}$ ، والی آخر. در شکل ۲۲.۶ ترازهای انرژی مربوط به مقادیر مختلف l را مشاهده می‌کنید. در فیزیک اتمی، معمول است که حالت مربوط به $l = 0$ را به حرف s ؛ $l = 1$ را با p ؛ $l = 2$ را با d ، والی آخر مشخص می‌کنند. این حروف را در شکل ۲۲.۶ نشان داده‌ایم. توجه کنید که انرژی مربوط به حالت‌هایی که دارای l متفاوتند، بر یکدیگر منطبقند. چنین انطباقی در میان انرژی‌های دو یا چند حالت مجزا را واگنی می‌گویند. تمام حالت‌های اتم هیدروژن، جز حالت پایه، واگن اند.

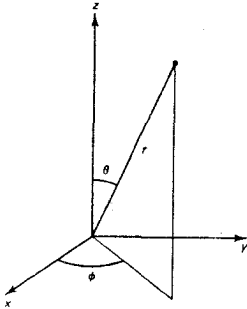
تابع موج‌های به دست آمده از طریق حل معادله دیفرانسیل جزئی توابعی نسبتاً پیچیده از x, y, z یا از مؤلفه‌های کروی r, θ, ϕ هستند (شکل ۲۳.۶). فقط تابع موج حالت پایه نسبتاً ساده است. معادلات زیر تابع موجها را برای برخی از پایینترین ویژه حالت‌های انرژی به دست می‌دهند. این تابع موجها را با ψ_{nlm} نشان می‌دهیم، که شاخصهای زیر n, l, m ، به ترتیب، نمایشگر انرژی مطابق با معادله (۱۳۱)، تکانه زاویه‌ای مداری مطابق با معادله (۱۱۳)، و مؤلفه z تکانه زاویه‌ای مداری مطابق با معادله (۱۱۵) به شمار می‌آیند**:

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0} \quad (133)$$

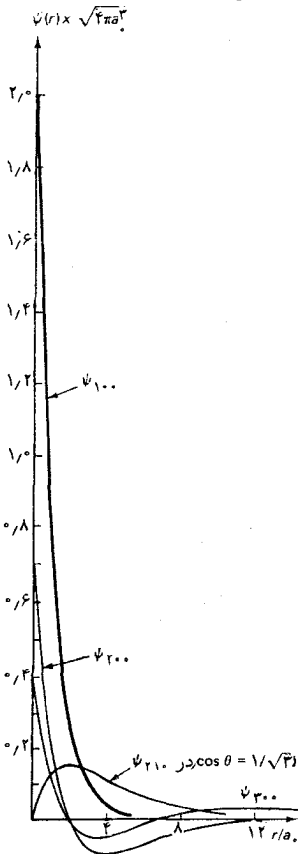
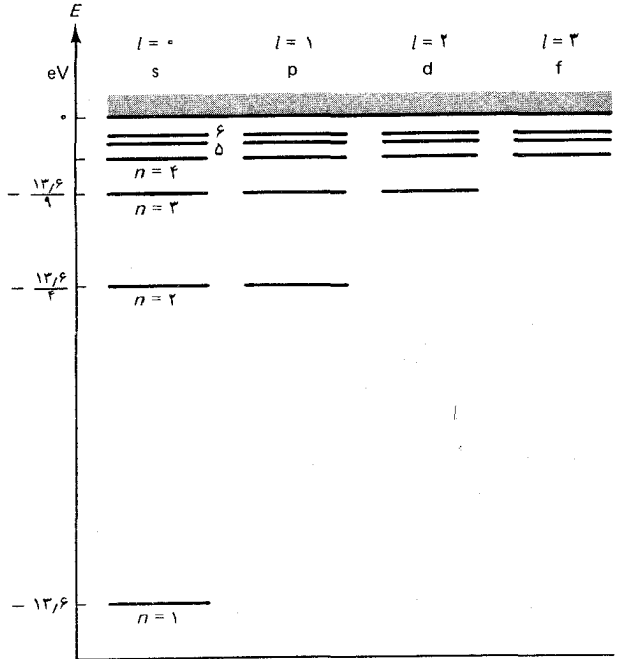
* تصادفاً: به ازای $l > 0$ ، تقریب WKB نتیجه صحیحی به دست نمی‌دهد. به جای ضرب $(n' + l)^2$ در مخرج معادله (۱۳۲)، کمیت $[n' + \sqrt{l(l+1)}]^2$ به دست می‌آید.

** برای دستیابی به این تابع موجها، بنگرید به

شکل ۲۲.۶ نمودار تراز انرژی برای هیدروژن، ستونهای مختلف در این نمودار با مقادیر گوناگون l متناظرند. حروف s, p, d, f ، و غیره متناظرند با $l = 0, 1, 2, \dots$



شکل ۲۳.۶ مختصات قطبی کروی r, θ, ϕ .



شکل ۲۴.۶ وابستگی شعاعی تابع موجهای ψ_{nlm} .

$$\psi_{200}(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{2}{(2a_0)^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/(2a_0)} \quad (134)$$

$$\psi_{211}(r) = -\frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{(2a_0)^{3/2}} \sin\theta e^{i\phi} \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)} \quad (135)$$

$$\psi_{210}(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{(2a_0)^{3/2}} \cos\theta \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)} \quad (136)$$

$$\psi_{300}(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{2}{(3a_0)^{3/2}} \left(1 - \frac{2r}{3a_0} + \frac{2r^2}{27a_0^2}\right) e^{-r/(3a_0)} \quad (137)$$

در اینجا a_0 همان شعاع بور است که از فصل ۴ با آن آشنا می‌شویم،

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} \quad (138)$$

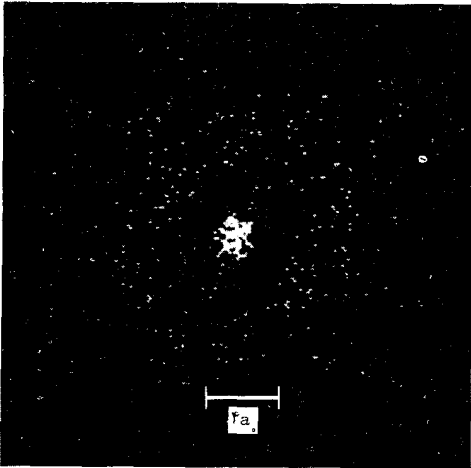
در سه بعد، تابع موج به احتمال یافتن الکترون در یک حجم کوچک $dx dy dz$ مرتبط می‌شود،

$$(احتمال یافتن الکترون در حجم $dx dy dz$) = $|\psi|^2 dx dy dz$ (139)$$

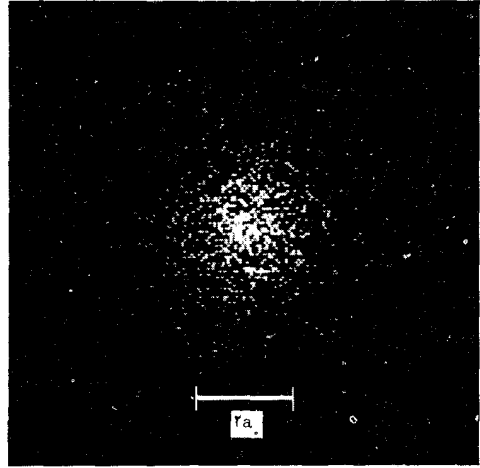
بدینسان یکاهای ψ باید $m^{-3/2}$ (متر) باشد، که با معادلات (۱۳۳) تا (۱۳۷) تطبیق می‌کند.

در شکل ۲۴.۶ منحنی نمایش تغییرات وابستگی شعاعی تابع موجهای

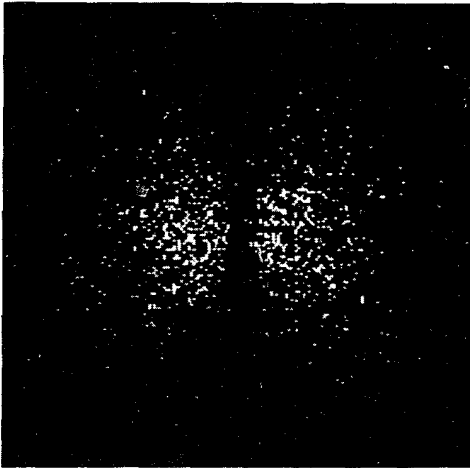
بالا را مشاهده می‌کنید. چون منحنیهای جداگانه وابستگی شعاعی و زاویه‌ای نقش واضحی از شکل تابع موج ارائه نمی‌دهند، بهتر است که تابع موجها را از طریق نمودار به صورت ابرهای احتمال، مطابق شکل ۲۵.۶، نمایش دهیم.



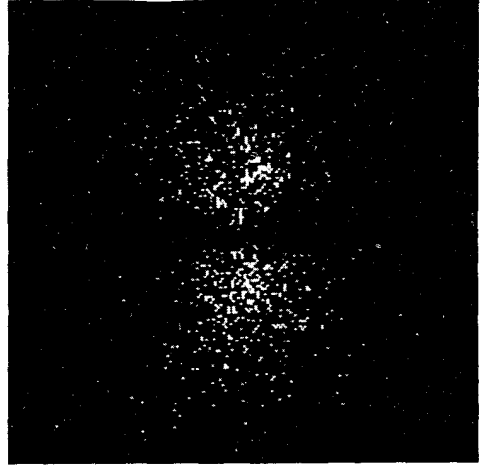
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۲۵.۶ نمایش نموداری تابع موجهای ψ_{nlm_l} به وسیله ابرهای احتمال. چگالی نقاط داخل ابر با $|\psi_{nlm_l}|^2$ متناسب است.

(الف) $m_l = 0, l = 0, n = 1$. (ب) $m_l = 0, l = 0, n = 2$.

(ج) $m_l = 0, l = 1, n = 2$. (د) $m_l = \pm 1, l = 1, n = 2$.

چگالی پاره‌های این ابرها متناسب با $|\psi|^2$ تنظیم شده‌اند. این شکلها عملاً سطح مقطع ابرها را نشان می‌دهند؛ ابر کامل از طریق چرخش این شکلها حول محور قائم به دست می‌آید. این شکلها نشان می‌دهند که به ازای $n = 1, l = 0$ ، ابر احتمال در یک ناحیه کروی چگالیده می‌شود، که در مبدأ به حداکثر می‌رسد؛ به ازای $n = 2, l = 0$ در ناحیه کروی و در یک پوسته پیرامونی هم‌مرکز چگالیده می‌شود؛ به ازای $n = 2, l = 1$ ، $m_l = 0$ به صورت ناحیه‌ای کروی با یک سوراخ (چنبره) چگالیده می‌شود، و به همین ترتیب الی آخر.

مثال ۴. مقدار میانگین r را برای الکترونی در حالت پایه اتم هیدروژن محاسبه کنید.

حل احتمال یافتن الکترون در یک حجم کوچک dV عارت است از $|\psi_{1,0,0}|^2 dV$. حجمی به شکل یک لایه کروی نازک به شعاع r و ضخامت dr را در نظر بگیرید (شکل ۲۶.۶). برای این حجم، $dV = 4\pi r^2 dr$ و از اینرو

$$(140) \quad \text{احتمال یافتن الکترون در بازه } r \text{ تا } r + dr = 4\pi |\psi_{1,0,0}|^2 r^2 dr$$

این احتمال را می‌شود به عنوان احتمال یافتن مقدار r در بازه dr هم تعبیر کرد. برای به دست آوردن مقدار میانگین r ، باید این احتمال را در r ضرب کنیم و روی تمام مقادیر r انتگرال بگیریم:

$$(141) \quad \bar{r} = \int_0^\infty 4\pi |\psi_{1,0,0}|^2 r^3 dr$$

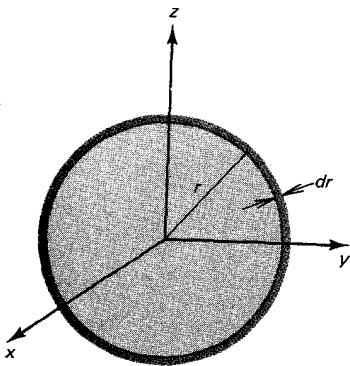
$$(142) \quad = \int_0^\infty \frac{4}{a^3} e^{-2r/a} \cdot r^3 dr$$

این نوع انتگرال به تابع فاکتوریل ربط پیدا می‌کند؛ به طور کلی،

$$(143) \quad \int_0^\infty e^{-\beta r} r^n dr = \frac{n!}{\beta^{n+1}} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای}$$

بدینسان

$$(144) \quad \bar{r} = \frac{4}{a^3} \frac{3!}{(2/a)^4} = \frac{3}{2} a.$$



شکل ۲۶.۶ لایه کروی نازکی به شعاع r و ضخامت dr .

خلاصه فصل ۶

انرژی حالت‌های مانای ذره در یک جعبه:

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

تابع موجهای حالت‌های مانا:

$$\Psi_n(x, t) = \sqrt{\frac{\hbar}{L}} e^{-in^2 \pi^2 \hbar t / (2mL^2)} \sin(n\pi x / L)$$

معادله شرودینگر دارای پتانسیل:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + U(x)\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

بستگی زمانی حالت مانا:

$$\Psi(x, t) = e^{-iEt/\hbar} \psi(x)$$

معادله شرودینگر مستقل از زمان:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x)\psi = E\psi$$

تابع موج در پتانسیل ثابت:

$$E \geq U_0 : \quad \psi(x) \propto e^{\pm ikx}, \quad k = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar$$

$$E \leq U_0 : \quad \psi(x) \propto e^{\pm \kappa x}, \quad \kappa = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$$

احتمال نفوذ در سد:

$$P \simeq e^{-2 \int_a^b \sqrt{2m[U(x) - E]}/\hbar dx}$$

ضریب گاموف:

$$P \simeq e^{-(2\pi/\hbar)(Ze^2/\sqrt{\pi\epsilon})(1/v_\alpha)}$$

تقریب WKB:

$$2 \int_a^b \sqrt{2m[E - U(x)]} dx = n\hbar$$

انرژی حالت‌های مانای نوسانگر هماهنگ:

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$$

کوانتس بردار تکانه زاویه‌ای

$$|L| = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad l = 0, 1, 2, \dots$$

$$L_z = m_l \hbar \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

انرژی حالت‌های مانای هیدروژن :

$$E = -\frac{e^2 m_e}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 (n' + l)^2} \quad \begin{matrix} l = 0, 1, 2, \dots \\ n' = 1, 2, 3, \dots \end{matrix}$$

تابع موج پایه هیدروژن :

$$\Psi_{100}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi a_0^3}} e^{-r/a_0} e^{-iE_1 t/\hbar}$$

مسائل

۱. نشان دهید که اگر $|A| = |B|$ ، آنگاه برهم نهی دو موج متحرکی که با معادله (۳) داده شده، مطابق توصیف پانوشت صفحه ۲۳۵، یک موج ایستاده خواهد بود.

۲. مطابق برخی تصورات (اشتباه آمیز) در خصوص ساختار هسته‌ای، هسته را حاوی تعدادی الکترون می‌پنداشتند. اگر چنین الکترونی را ذره‌ای در یک جعبه (یک بعدی) به ابعاد و اندازه هسته در حدود $10^{-14} \text{ m} \times 10^{-14} \text{ m}$ ، در نظر بگیریم انرژی حالت پایه الکترون چقدر خواهد بود؟ اختلاف انرژی بین حالت پایه و اولین حالت برانگیخته چقدر است؟ اختلاف انرژی‌های هسته‌ای نوعاً از مرتبه بزرگی $1 \text{ MeV} \sim$ هستند. آیا این مقدار با وجود الکترون در هسته سازگار است؟

۳. مولکول اکسیژن محصور در یک ظرف را می‌شود ذره‌ای در یک جعبه تلقی کرد، ابعاد این جعبه را 10 cm بگیرید و حرکت مولکولهای اکسیژن را به صورت تک بعدی در نظر بگیرید.

الف) انرژی حالت پایه چقدر است؟

ب) اگر انرژی مولکول با انرژی گرمایی (یک بعدی) میانگین $\frac{1}{2} kT$ ، در $T = 300 \text{ K}$ برابر باشد، عدد کوانتومی n چقدر است؟ اختلاف

انرژی بین حالت n ام و حالت $(n + 1)$ ام چقدر است؟

۴. ذره‌ای در یک جعبه در نخستین حالت برانگیخته است، که با تابع موج معادله (۱۹) با $n = 2$ توصیف می‌شود. احتمال یافتن ذره در بازه (تقریباً) بینهایت کوچک $dx = 0.001L$ در نزدیکی $x = \frac{1}{4}L$ چقدر است؟ در

بازه مشابهی نزدیک به $x = \frac{1}{3}L$ چقدر است؟

۵. فرض کنید که ذره‌ای در یک جعبه در نخستین حالت برانگیخته است،

احتمال یافتن این ذره در بازه $0 \leq x \leq L/4$ چقدر است؟

۶. با توزیع احتمال داده شده در معادله (۱۳)، مقدار میانگین x و مقدار میانگین x^2 را برای ذره‌ای در یک جعبه در یک ویژه حالت انرژی مفروض محاسبه کنید.

۷. ذره‌ای را در یک جعبه به صورت برهم‌نهی حالت پایه و نخستین حالت برانگیخته داده شده در معادله (۲۳)، در نظر بگیرید. مقدار میانگین x را

برای این ذره محاسبه کنید. آیا این مقدار از زمان مستقل است؟

۸. ذره‌ای در یک جعبه در ویژه حالت انرژی با ویژه مقدار E_n واقع است. نیرویی را محاسبه کنید که این ذره بر هر دیواره این جعبه وارد می‌آورد. (راهنمایی: $F = -dE_n/dL$. چرا؟)

۹. شانس اینکه یک ذره مفروض محصور در یک جعبه در حالت پایه یافت شود 40% ، و شانس یافتن آن در نخستین حالت برانگیخته 60% است.

الف) تابع موج این ذره در لحظه $t = 0$ چیست؟ فرض کنید که در این لحظه این دو قسمت تابع موج در نزدیکی $x = 0$ هم‌فازند.

ب) تابع موج در زمان $t > 0$ کدام است؟

ج) مقدار میانگین انرژی چیست؟

۱۰. ثابت کنید که اگر $\psi_n(x, t)$ و $\psi_{n'}(x, t)$ عبارتند از دو تابع موج ذره‌ای در یک جعبه، متناظر با ویژه مقدارهای مختلف انرژی. در این صورت

$$\int_0^L \psi_n^*(x, t) \psi_{n'}(x, t) dx = 0$$

این رابطه را شرط راست‌هنجاری می‌گویند؛ این رابطه عموماً برای هر دو تابع موج متعلق به ویژه مقدارهای مختلف انرژی در هر سیستم کوانتوم مکانیکی برقرار است.

۱۱. ذره‌ای واقع در یک جعبه سه‌بعدی را در نظر بگیرید که این جعبه در امتداد

محور x از $x = 0$ تا $x = L$ ، در امتداد محور y از $y = 0$ تا $y = L$ ، و در

امتداد محور z از $z = 0$ تا $z = L$ امتداد می‌یابد. با در نظر گرفتن اینکه

حرکت این ذره در امتدادهای x ، y ، و z از لحاظ دینامیکی و احتمالاتی

مستقل‌اند، تابع موج $\Psi(x, y, z, t)$ را که ویژه حالت انرژی دلخواهی را

توصیف می‌کند، بنویسید. ویژه مقدارهای انرژی کدامند؟

۱۲. برای ذره‌ای واقع در یک جعبه سه بعدی به ابعاد $L \times L \times L$ ، ویژه مقادیرهای انرژی عبارتند از

$$E_{n_x n_y n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

که در آن n_x, n_y, n_z و عددهای کوانتومی مربوط به حرکت در جهتهای x, y, z هستند. ویژه مقادیرهای انرژی و اعداد کوانتومی مربوط به پایینترین چهار ویژه حالت کدامند؟ نمودار تراز انرژی را ترسیم کنید.

۱۳. با استفاده از اصل عدم قطعیت انرژی حالت پایه ذره‌ای به جرم m را پیدا کنید که در چاه پتانسیل:

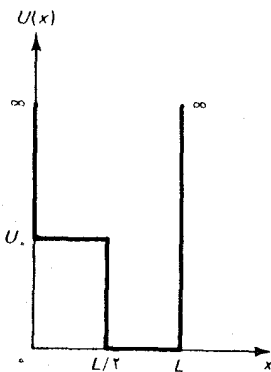
$$U(x) = k|x|$$

حرکت می‌کند. در این رابطه $k > 0$.

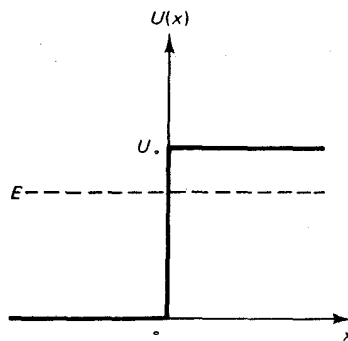
۱۴. نشان دهید که هرگاه $\psi_1(x, t)$ و $\psi_2(x, t)$ جوابهای معادله شرودینگر مربوط به یک پتانسیل مفروض باشد، آنگاه $\psi_1(x, t) - \psi_2(x, t)$ نیز یکی از جوابهای معادله شرودینگر است.

۱۵. ذره‌ای به جرم m ، و انرژی E در پتانسیل $U = \infty$ به ازای $x < 0$ ، و $U = 0$ به ازای $x > 0$ حرکت می‌کند (شکل ۲۷.۶). جواب معادله شرودینگر مربوط به این ذره را بیابید. آیا این انرژی کوانتیده است؟

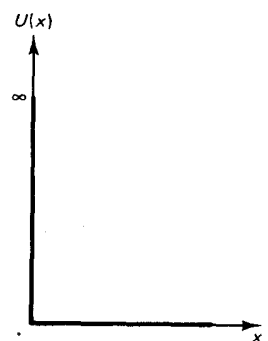
۱۶. ذره‌ای به جرم m ، و انرژی E در پتانسیل نمایش یافته در شکل ۲۸.۶ حرکت می‌کند. انرژی E ، که با خط چین در شکل ۲۸.۶ نموده شده است، از ارتفاع پله پتانسیل، U_0 ، کمتر است. جواب معادله شرودینگر در نواحی $x < 0$ و $x > 0$ را بیابید.



شکل ۲۹.۶



شکل ۲۸.۶



شکل ۲۷.۶

۱۷. ذره‌ای به جرم m در یک بعد، در پتانسیل زیر، حرکت می‌کند (شکل ۲۹.۶)

$$U(x) = \begin{cases} \infty & x \leq 0 \text{ به‌ازای} \\ U_0 & 0 < x < L/2 \text{ به‌ازای} \\ 0 & L/2 < x < L \text{ به‌ازای} \\ \infty & x \geq L \text{ به‌ازای} \end{cases}$$

معادلهٔ مربوط به ویژه مقادیرهای انرژی ذرهٔ محبوس در این پتانسیل را بیابید. فرض کنید $E > U_0$. پاسختان باید فرمولی شامل E ، L ، U_0 ، و m باشد.

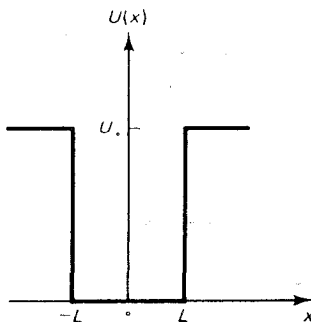
۱۸. یک منحنی شبیه شکل ۶.۶ مربوط به چاهی متناهی با $U_0 = 4\hbar^2\pi^2/(2mL^2)$ را ترسیم کنید. به‌ازای این مقدار پتانسیل چند حالت مقید وجود دارد؟ به‌طور تقریب، انرژی مربوط به هر کدام چقدر است؟ نمودار تراز انرژی را ترسیم کنید.

۱۹. نشان دهید که چاه مربعی توصیف شده در بخش ۳.۶ به‌ازای $U_0 < \hbar^2\pi^2/(8mL^2)$ هیچگونه حالت مقیدی ندارد.

۲۰. با بررسی دقیق نمودارهای مشابه شکل ۶.۶، نشان دهید که چاه مربعی متناهی توصیف شده در بخش ۳.۶ دارای N حالت مقید است، در صورتی که U_0 در گسترهٔ زیر واقع باشد:

$$\frac{(2N-1)^2\hbar^2\pi^2}{8mL^2} < U_0 < \frac{(2N+1)^2\hbar^2\pi^2}{8mL^2}$$

۲۱. معادلهٔ مربوط به ویژه مقادیرهای انرژی یک چاه پتانسیل مربعی در هر دو سو متناهی (شکل ۳۰.۶) را با شگرد زیر بیابید: (الف) اولاً، فرض کنید که تابع موج در ناحیهٔ $-a < x < a$ به شکل $A \sin kx$ است. نشان



دهید که این فرض دقیقاً به همان معادله‌ای برای ویژه مقادیرهای انرژی منجر می‌شود که در بخش ۳ توصیف شد. (ب) ثانیاً، فرض کنید که تابع موج در ناحیه $-a < x < a$ به شکل $A \cos kx$ است. معادله جدید مربوط به ویژه مقادیرهای انرژی را بیابید.

۲۲. فرض کنید که الکترونهاى به‌ازای ۲۷°eV بر یک سد پتانسیل مربعی به ارتفاع ۶۷°eV و پهنای ۸ \AA فرود می‌آیند. چه کسری از این الکترونها در این سد نفوذ خواهند کرد؟

۲۳. ذره‌ای با انرژی E و جرم m (از سمت چپ) بر سد پتانسیل مربعی نمایشیافته در شکل ۱۰-۶ فرود می‌آید. فرض کنید که این انرژی چنان است که $E > U_0$.

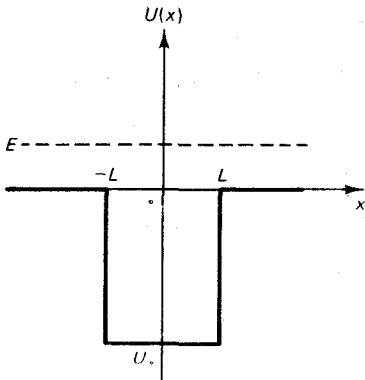
الف) جواب معادله شرودینگر (شامل بستگی زمانی) را برای هر یک از ناحیه‌های $x < 0$ ، $0 < x < a$ ، و $x > a$ بنویسید. این جواب باید حاوی چند ثابت مجهول باشد. اطمینان حاصل کنید که تمام پارامترهای این جواب را بر حسب E ، m ، و U_0 بیان کرده‌اید.

ب) شرایطی مرزی مربوط به این مسئله را بیان کنید و برای دستیابی به تعدادی کافی معادله از آنها بهره بگیرید به طوری که علی‌الاصول بتوان تمامی ثابتهای مجهول را پیدا کرد.

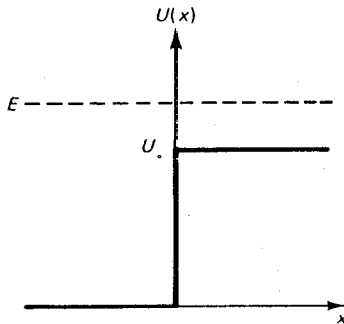
۲۴. به کمک معادلاتی که در مثال ۳ آمد، ضریب R را که نمایانگر دامنه موج بازتابیده است، پیدا کنید. تحقیق کنید که $|R|^2 + |T|^2 = 1$. تعبیر فیزیکی این معادله چیست؟

۲۵. احتمال عبور مربوط به ذره‌ای به جرم m و انرژی E را محاسبه کنید که از سمت چپ بر پله پتانسیل نمایشیافته در شکل ۳۱-۶ فرود می‌آید. انرژی E که با خط چین نموده شده در بالای ارتفاع پله پتانسیل، U_0 ، واقع است. این محاسبه را ابتدا با یافتن احتمال بازتابش، انجام دهید؛ آنگاه از: (احتمال بازتابش) $- 1 =$ (احتمال عبور) بهره بگیرید. (نمی‌توانید احتمال عبور را مستقیماً از طریق مقایسه دامنه‌های موج در سمت راست و چپ محاسبه کنید، زیرا کمتر بودن سرعت انتشار امواج در سمت راست سبب می‌شود که دامنه آنها رویهم انباشته می‌شود - درست به همان صورت که انباشته شدن خیزاب در هنگام کند شدن امواج اقیانوس در جاهای کم عمق ساحل روی می‌دهد - و تصویری گمراه کننده از احتمال بالای عبور به ذهن متبادر می‌کند.)

۲۶. مسئله ۲۵ را برای ذره‌ای تکرار کنید که از سمت راست بر پله پتانسیل ۳۱.۶ فرود می‌آید.



شکل ۳۲.۶



شکل ۳۱.۶

۲۷. ذره‌ای با انرژی مثبت از سمت چپ به چاه مربعی نمایش یافته در شکل ۳۲.۶ نزدیک می‌شود. قسمتی از این موج عبور خواهد کرد، و قسمتی از آن باز می‌تابد. دامنه موج عبور کرده‌ای را محاسبه کنید که در سمت راست ظاهر می‌شود. اگر انرژی ذره خیلی بزرگتر از U باشد، احتمال عبور چقدر است؟

۲۸. مطابق ضریب گاموف، احتمال نفوذ یک ذره آلفا با انرژی 7.0 MeV که به هسته اورانیم نزدیک می‌شود، چقدر است؟

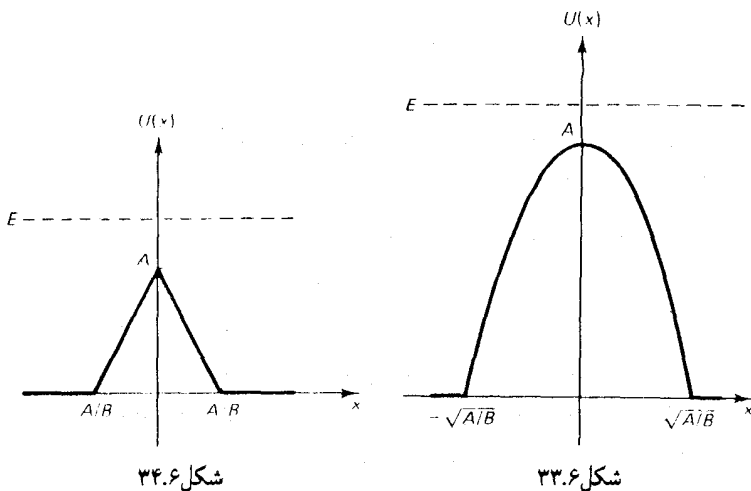
۲۹. نشان دهید که بنابر تقریب (۷۵)، احتمال تونل زنی ذره‌ای که به یک سد با شکل دلخواه نزدیک می‌شود، چه این ذره از چپ بیاید چه از راست، فرقی نمی‌کند. آیا انتظار دارید که حتی وقتی پتانسیل طوری باشد که تقریب (۷۵) برقرار نیست، این حکم درست است؟ (البته، فرض کنید که پتانسیل در هر دو طرف سد در تراز یکسانی است).

۳۰. با استفاده از فرمول تقریب ارائه شده در بخش ۴.۶، احتمال عبور را برای ذره‌ای با انرژی E محاسبه کنید که بر سد پتانسیل نمایش یافته در شکل ۳۳.۶ فرود می‌آید:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & |x| > \sqrt{A/B} \\ A - Bx^2 & |x| < \sqrt{A/B} \end{cases}$$

فرض کنید $E < A$.

۳۱. با فرمول تقریب که در بخش ۴.۶ ارائه شد، احتمال عبور ذره‌ای را محاسبه



کنید که با انرژی E برسد پتانسیل فرود می‌آید (شکل ۳۴.۶)

$$U(x) = \begin{cases} 0 & |x| > A/B \\ A - B|x| & |x| < A/B \end{cases}$$

فرض کنید $E < A$

۳۲. با استفاده از اصل عدم قطعیت انرژی حالت پایه نوسانگر هماهنگ را تخمین بزنید. (راهنمایی: در عبارت $\frac{1}{2}kx^2 + \frac{p^2}{2m}$ برای انرژی، $x \simeq \Delta x$ و $p \simeq \Delta p \simeq h/\Delta x$ را بنشانید. آنگاه مقدار Δx را چنان اختیار کنید که این انرژی را کمینه کند.)

۳۳. ویژه مقادیر نوسانگر هماهنگ را به کمک دستورالعمل تا اندازه‌ای خام زیر، نیز می‌شود برآورد کرد. به ازای مقدار مفروضی از انرژی E ، مکان دو نقطه برگشت کلاسیکی را محاسبه کنید. آنگاه وانمود کنید که پتانسیل چاه بینهایت ژرف است با پهنایی مساوی فاصله بین دو نقطه برگشت. در این صورت با استفاده از معادله مربوط به ویژه مقدارهای انرژی چنین چاهی [معادله (۱۱)] ویژه مقدارهای انرژی را محاسبه کنید و نشان دهید که این دستورالعمل عبارت $E_n = m\hbar\omega \cdot \pi/4$ را نتیجه می‌دهد. این مقادیر را با نتیجه دقیق $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ مقایسه کنید.

۳۴. تحقیق کنید که معادلات (۱۰۴) و (۱۰۵) بدرستی به‌تجار شده‌اند.

۳۵. آونگی متشکل از یک گوی به جرم 100g از ریسمانی (بدون جرم) به طول 100cm آویخته شده است. دامنه نوسان این آونگ 12° است.

الف) این آونگ را به عنوان یک نوسانگر هماهنگ در نظر بگیرید، و عدد

کوانتومی n را محاسبه کنید. اختلاف انرژی بین حالت m و حالت $(n+1)$ چقدر است؟

(ب) نشان دهید که آونگ در حال تاب خوردن یک ویژه حالت انرژی نیست، بلکه برهم نهی چند ویژه حالت انرژی است. (راهنمایی: اگر آونگ در یک ویژه حالت انرژی باشد، توزیع احتمال مستقل از زمان خواهد بود.)

۳۶. فرض کنید نوسانگر هماهنگی در یک حالت حاصل از برهم نهی دلخواه از حالت پایه و چند حالت برانگیخته است. نشان دهید که این برهم نهی الزاماً یک تابع دوره‌ای از زمان، با دوره تناوب $2\pi/\omega$ است.

۳۷. نشان دهید که معادلات (۱۰۷)، (۱۰۸)، و (۱۰۹) جوابهای معادله شرودینگر وابسته به زمان مربوط نوسانگر هماهنگ اند.

۳۸. ارتعاشهای یک مولکول H_2 از لحاظ ریاضی با ارتعاشهای یک نوسانگر هماهنگ ساده با ثابت فنر $k = 1.13 \times 10^3 \text{ N}$ و جرم $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ معادل است. ویژه مقدارهای انرژی (برحسب eV) برای ارتعاشهای این مولکول چقدرند؟ انرژی (برحسب eV) و طول موج (برحسب Å) فوتونهای گسیلنده در هنگامی که مولکول از یک حالت برانگیخته به حالت برانگیخته دیگر گذر می‌کند، چقدر است؟

۳۹. بنابر یک مدل نظری، پتانسیلی که نیروی وارد بین دو اتم در مولکول هیدروژن را توصیف می‌کند، عبارت است از

$$U(x) = U_0 (e^{-2(x-x_0)/b} - 2e^{-(x-x_0)/b})$$

که در آن U_0 و b ثابت‌اند، و x_0 فاصله تعادل (کلاسیکی) بین اتمهاست. الف) با انجام یک بسط سری تیلور حول $x = x_0$ ، نشان دهید که به ازای ارتعاشهای کوچک حول نقطه تعادل، این پتانسیل را می‌توان با یک پتانسیل نوسانگر هماهنگ تقریب زد.

(ب) ویژه مقدارهای مربوط به چنین حرکت‌های ارتعاشی کوچک مولکول را بیابید؛ پاسخ باید عبارتی متضمن U_0 و b باشد.

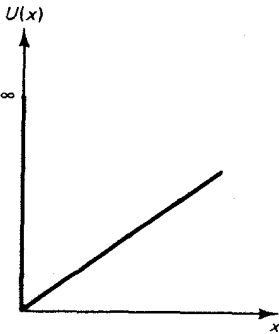
۴۰. تابع موج مربوط به ذره‌ای در حالت پایه یک نوسانگر هماهنگ با معادله (۱۰۴) بیان می‌شود. به کمک توزیع احتمال متناظر با آن، میانگین مقدار x^2 را برای این ذره محاسبه کنید.

۴۱. ذره‌ای در حالت پایه نوسانگر هماهنگ است، که تابع موج آن با معادله (۱۰۴) مشخص شده است. با بهره‌گیری از توزیع احتمال متناظر با آن،

مقدار میانگین انرژی پتانسیل را محاسبه کنید. از اینجا، مقدار میانگین انرژی جنبشی را به دست آورید.

۴۲. ذره‌ای به جرم m در پتانسیل زیر، در یک بعد، حرکت می‌کند (شکل ۳۵.۶):

$$U(x) = \begin{cases} \infty & x \leq 0 \\ Ax & 0 \leq x \end{cases}$$



شکل ۳۵.۶

با استفاده از تقریب WKB ویژه مقادیر انرژی را بیابید.

۴۳. به کمک تقریب WKB، ویژه مقادیر انرژی مربوط به ذره‌ای به جرم m را بیابید که در چاه پتانسیل زیر حرکت می‌کند:

$$U(x) = k|x|$$

در اینجا $k > 0$.

۴۴. الکترونی را در حالت برانگیخته دوم ($n = 3$) در اتم هیدروژن در نظر بگیرید. تمامی مقادیر ممکن l و m_l برای این الکترون را برشمرید.

۴۵. فرض کنید که الکترونی در یک اتم هیدروژن در حالتی است که شاخص آن اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای l و m_l هستند، نشان دهید که هر چند در چنین حالتی نه L_x و نه L_y کاملاً مشخص نیستند، اما $L_x^2 + L_y^2$ بخوبی مشخص است. مقدار کمیت اخیر را بر حسب l و m_l بیان کنید.

۴۶. با استفاده از اصل عدم قطعیت، انرژی حالت پایه اتم هیدروژن را تخمین بزنید. (راهنمایی: مسئله ۳۲ را بنگرید.)

۴۷. تحقیق کنید که معادله (۱۳۳) بدرستی بهنجار شده است.

۴۸. الکترونی در حالت پایه اتم هیدروژن است؛ تابع موج آن با معادله (۱۳۳) داده شده است. احتمال اینکه این الکترون در جایی در داخل حجم کره $r \leq a$ یافته شود، چقدر است؟

۴۹. مقدار میانگین r^2 را برای الکترونی در حالت پایه اتم هیدروژن، با تابع موجی که با معادله (۱۳۳) داده شده است، محاسبه کنید.

۵۰. الکترونی را در حالت پایه اتم هیدروژن در نظر بگیرید؛ تابع موج آن از معادله (۱۳۳) به دست می‌آید. با استفاده از توزیع احتمال متناظر با آن، مقدار میانگین انرژی پتانسیل کولنی را محاسبه کنید. با استفاده از این نتیجه مقدار میانگین انرژی جنبشی و مقدار سرعت ریشه میانگین مربعی را محاسبه کنید.

۵۱. فرض کنید که در لحظه $t = 0$ ، حالت الکترون در یک اتم هیدروژن با این تابع موج توصیف می‌شود:

$$\psi(r) = \frac{1}{4}\psi_{100}(r) + \frac{\sqrt{3}}{4}\psi_{200}(r)$$

- الف) تابع موج در زمان $t > 0$ به چه قرار خواهد بود؟
 ب) احتمال یافتن این الکترون در حالت پایه چیست؟ در نخستین حالت برانگیخته چقدر است؟
 ج) مقدار میانگین انرژی این الکترون چقدر است؟

فصل ۷

اسپین و اصل طرد

در روند مطالعه مکانیک موجی الکترون را ذره‌ای کوانتوم مکانیکی حساب کردیم که با جرم و بار مشخص می‌شد، اما از هرگونه خصلت دیگری عاری بود. حالا خواهیم دید که الکترون برخی خصلتهای دیگر هم دارد؛ این ذره دارای اسپین، یا تکانه زاویه‌ای ذاتی، و گشتاور مغناطیسی است. از دیدگاهی کلاسیکی، وسوسه می‌شدیم که الکترون را به صورت گوی بیلیارد بسیار ریزی تصور کنیم، و تکانه زاویه‌ای اسپین را به حرکت چرخشی این گوی بیلیارد حول محورش، تعبیر کنیم، اما چنین تصویر کلاسیکی ساده و خامی کلاً گمراه‌کننده است. از آزمایشهای مربوط به برخورد انرژی بالا می‌دانیم که ابعاد الکترون کمتر از $10^{-18}m$ است. گوی بیلیاردی با این ابعاد باید گشتاور لختی بسیار ناچیزی داشته باشد، و اگر تکانه زاویه‌ای چرخشی آن قرار بود با اسپین الکترون جور شود، باید با چنان سرعت استوایی بچرخد که تا حد ناممکنی زیاد است (خیلی سریعتر از سرعت نور).

برای اینکه به درکی از اسپین دست پیدا کنیم، باید به فرمولبندی پیشرفته‌ای از مکانیک موجی، متضمن نسبیت، توسل جوئیم. بنابر تصویری که مکانیک موجی نسبیتی از اسپین ارائه می‌کند، اسپین خیلی شبیه‌تر است به تکانه زاویه‌ای چرخشی که در داخل یک موج نور قطبیده دایره‌ای یافت می‌شود (بخش ۶-۱) تا به هر نوع چرخش جسم صلب. در موج الکترونی نسبیتی، مانند مورد مربوط به موج نوری قطبیده دایره‌ای، یک جریان گردشی انرژی و تکانه به دور جهت حرکت موج وجود دارد؛ این جریان به موج یک تکانه زاویه‌ای می‌دهد*. از اینرو،

*. H.C. Ohanian, *Am.J.Phys.*, June 1986

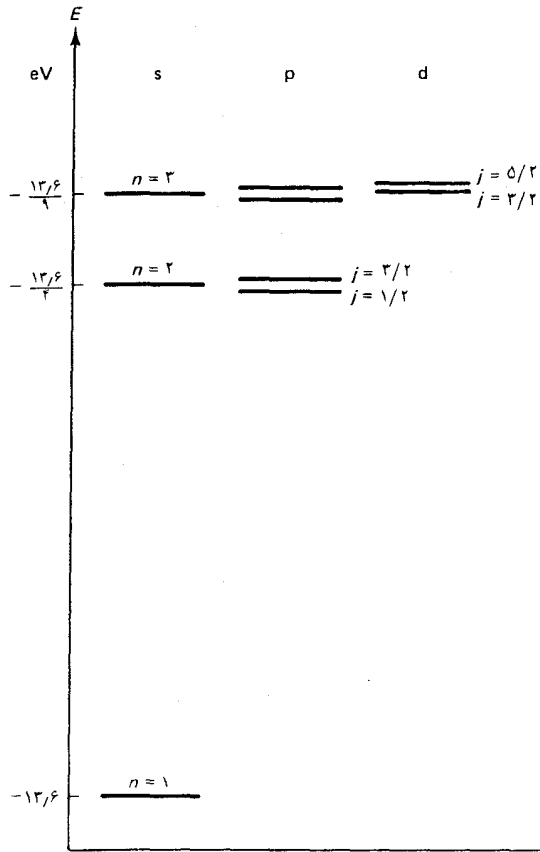
وجود اسپین به جنبه‌های موجی الکترون وابسته است. در این فصل در خصوص اسپین از دیدگاه پدیده شناختی بحث می‌کنیم، بدون آنکه در باب مکانیسمی که علت آن به حساب می‌آید، به جستجو بپردازیم. اما، همواره باید به یاد داشته باشیم که اسپین اساساً یکی از خواص کوانتوم مکانیکی الکترون است.

در خصوص یک خاصیت کوانتوم مکانیکی مهم دیگر الکترونها هم به بحث خواهیم پرداخت؛ تمیزناپذیری کامل آنها و پیامدهای ضمنی این خاصیت برای سیستمی که حاوی چندین الکترون است. خواهیم دید که الکترونها از اصل طرد پیروی می‌کنند که بنا بر آن، وجود بیش از یک الکترون در یک حالت مداری و اسپینی مفروض ممنوع است.

۱.۷ اسپین الکترون

در بخش ۶.۶ دیدیم که مکانیک موجی همان ترازهای انرژی را برای اتم هیدروژن به دست می‌دهد که نظریه بور، و در توافقی بسیار عالی، با داده‌های مشاهده‌ای طیف نمایی. اما، توافق با داده‌های مشاهده‌ای هنوز هم کامل نیست. مثلاً، از طیف نمایی با توان تفکیک بالا روشن می‌شود که نخستین خط بالمر متشکل از دو خط طیفی جداگانه است که اختلاف طول موجشان در حدود 0.1 \AA است. چنین زوج خطوط طیفی تقریباً همسانی را دوتایی می‌نامند. بررسی دقیق نورگسیلیده در سائزگذارها در اتم هیدروژن دوتاییها و چارتاییها دیگر خطوط را آشکار می‌کند. همین امر در مورد نورگسیلیده در گذارهای سایر اتمها هم صادق است. اختلاف طول موج بین اعضای یک چندتایی اغلب اوقات خیلی بیش از این اختلاف در هیدروژن است؛ مثلاً، نور زردگون سدیم ناشی از یک جفت خط طیفی D_1 و D_2 (مشهور به «دوتایی سدیم») است با اختلاف طول موجی در حدود 0.6 \AA . طیف همه اتمها، چندتاییها قاعده‌اند نه استثنا.

این ساختار چندتایی، یا ساختار ریز، خطوط طیفی برای فیزیک کوانتومی به صورت معما درآمد. واضح است که ساختار ریز خطوط طیفی حاکی از یک ساختار ریز ترازهای انرژی است؛ مثلاً، در اتم هیدروژن تمام ترازهای انرژی به استثنای ترازهای s زوج ترازهای نزدیک یکدیگر را تشکیل می‌دهند (شکل ۱.۷ را بنگرید). معما این است: عامل این شکافتگی ترازهای انرژی چیست؟



شکل ۱.۷ ساختار ریز پایستین ترزهای انرژی هیدروژن . شکافتگی بین دوتاییها معمولاً $10^{-5} eV \sim$ است . در نمودار ترز انرژی ، به خاطر وضوح شکافتگی بسیار بزرگتر از ابعاد واقعی ترسیم شده است .

نخستین گام به سوی حل این معضل را پائولی* در سال ۱۹۲۴ برداشت ، که ثابت کرد ترزهای انرژی دوتایی را می توان با عدد کوانتومی جدید z با دو مقدار زیر ، رده بندی کرد

$$j = l + \frac{1}{2} , \quad j = l - \frac{1}{2} \quad (۱)$$

به ترتیب ، برای ترزهای بالایی و پایینی دوتایی .** این عدد کوانتومی مقدار تکانه

* ولفگانگ پائولی (Wolfgang Pauli) ، ۱۹۰۰ - ۱۹۵۸ ، فیزیکدان نظری اتریشی ، و بعداً سوئسی ، استاد دانشگاه زوریخ ، پائولی شاگرد زومرفلد و بور بود . پژوهشهایش در زمینه طیف اتمی و ساختار اتمی ، وی را به معرفی عدد کوانتومی جدیدی ، واصل طرد او ، هدایت کرد . به خاطر همین اصل در سال ۱۹۴۵ جایزه نوبل به وی تعلق گرفت . در نظریه واپاشی β سهم مهمی داشت ، که پیشنهاد کرد گسیل ذره β با گسیل یک ذره خنثای بدون جرم (که بعداً نوترینو خوانده شد) همراه است ، که مقداری از انرژی رها شده در واپاشی را از آن خود می کند .

** به ازای $l = 0$ ، عدد کوانتومی z فقط یک تک مقدار ، $z = 1/2$ ، دارد .

زاویه‌ای کل، J ، اتم را، مطابق فرمول متداول زیر، می‌دهد:

$$|J| = \sqrt{j(j+1)}\hbar \quad (۲)$$

اما پائولی هیچ توضیح فیزیکی برای اختلاف بین تکانه زاویه‌ای مداری (مشخص شده با l) و تکانه زاویه‌ای کل (مشخص شده با j) ارائه نمی‌دهد.

توضیح این تفاوت را سرانجام در سال ۱۹۲۵ گودشمیت و اولنبرگ* ارائه دادند، که بنابر نظر آنها الکترون دارای اسپین s ، یا تکانه زاویه‌ای ذاتی، با مقدار زیر است:

$$|s| = \sqrt{\frac{3}{4}}\hbar \quad (۳)$$

یا

$$|s| = \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4} + 1\right)}\hbar \quad (۴)$$

بدینسان، عدد کوانتومی اسپین الکترون عبارت است از $s = 1/2$ ، و الکترون ذره‌ای با اسپین $1/2$ خوانده می‌شود. مؤلفه s_z اسپین به طریق معمول کوانتیده است،

$$s_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar \quad (۵)$$

اگر $s_z = +1/2\hbar$ ، الکترون را دارای اسپین «بالا»؛ و اگر $s_z = -1/2\hbar$ آن را دارای اسپین «پایین» گویند.

تکانه زاویه‌ای ذاتی، و غیرمداری الکترون به نحو طبیعی از معادله موج نسبیتی استخراج می‌شود، که نخستین بار، در سال ۱۹۲۸، به وسیله دیراک** تدوین شد. به طوری که در مقدمه این فصل گفتیم، اسپین یک تکانه زاویه‌ای است که در چارچوب موج کوانتوم مکانیکی انباشته شده است. اما معادله موج نسبیتی از لحاظ ریاضی بسیار پیچیده است، و نمی‌توانیم در این کتاب به جزئیات

* ساموئل ا. گودشمیت (Samuel A. Goudsmit)، ۱۹۰۲-، فیزیکدان هلندی و بعداً آمریکایی، استاد دانشگاه میشیگان، سرپرست آزمایشگاه ملی بروکهاون، و سردبیر مجله *The Physical Review*. گئورگ ی. اولنبرگ (George E. Uhlenbeck)، ۱۹۰۰-، فیزیکدان هلندی و بعداً آمریکایی، استاد دانشگاه میشیگان و اوترخت.
** پل آدرین موریس دیراک (Paul Adrican Maurice Dirac)، ۱۹۰۲- ۱۹۸۴، فیزیکدان نظری بریتانیایی، استاد کمبریج. وی وجود پادالکترونها را براساس معادله موج نسبی خود برای الکترون، پیشگویی کرد، و در سال ۱۹۳۳ که پاد الکترونها را عملاً کشف کردند، جایزه نوبل را دریافت کرد.

آن بپردازیم .

تکانه زاویه‌ای کل اتم هیدروژن عبارت است از جمع برداری بردارهای مداری و اسپینی ،

$$\boxed{\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{s}} \quad (۶)$$

اگر با بردارهای تکانه زاویه‌ای کلاسیک \mathbf{L} و \mathbf{s} سروکار می‌داشتیم ، در این صورت مجموع بردارهای آنها می‌توانست هر مقداری در این گستره داشته باشد :

$$\sqrt{l(l+1)}\hbar - \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad \text{تا} \quad \sqrt{l(l+1)}\hbar + \sqrt{s(s+1)}\hbar$$

(این مقادیر فرین ، به ترتیب ، با بردارهای موازی و بردارهای پاد موازی متناظرند) . اما ، جمع بردارهای تکانه زاویه‌ای کوانتوم مکانیکی از محدودیت خاصی متأثر می‌شود که ناشی از شرایط کوانتش است . ما این محدودیت را بدون برهان بیان می‌کنیم : * مقدار این جمع برداری عبارت است از $\sqrt{j(j+1)}\hbar$ که در اینجا j باید یکی از مقادیر زیر باشد :

$$j = l + s, l + s - 1, \dots, l - s + 1, l - s \quad (۷)$$

در این بیان از قاعده جمع تکانه زاویه‌ای فرض کرده‌ایم که $l > s$ ، اما بجز این شرط l و s عبارتند از اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای دلخواه . ** در شکل ۲۰۷ چگونگی جمع شدن بردارهای \mathbf{L} و \mathbf{s} و به دست آمدن بردار برآیند \mathbf{J} را مشاهده می‌کنید . از آنجا که اندازه این هر سه بردار کوانتیده است ، زاویه بین این بردارها می‌تواند فقط یک مجموعه از مقادیر گسسته را بپذیرند ؛ در حالت $l = 1, s = 1/2$ فقط دو مجموعه از مقادیر در شکل ۲۰۷ نمایش داده است . در مورد الکترون در اتم هیدروژن ، $s = 1/2$ و معادله (۷) تبدیل می‌شود به

$$\boxed{j = l + \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad l - \frac{1}{2}} \quad (۸)$$

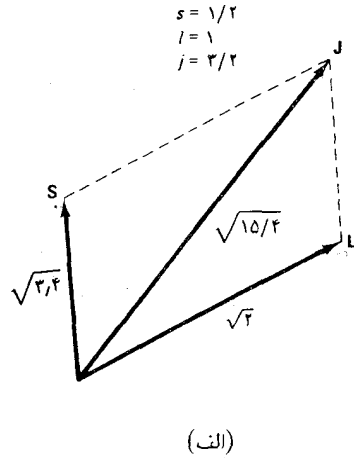
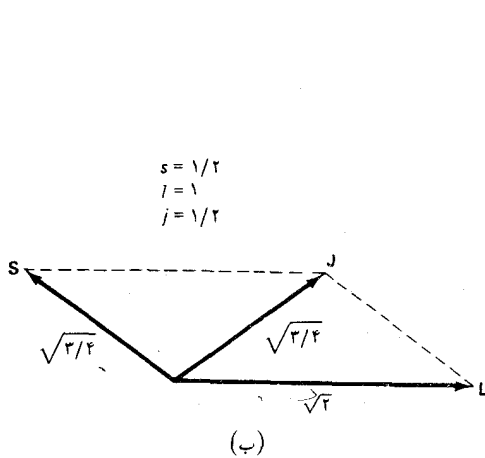
این کمیت با مقادیر پائولی که در بالا داده شده ، سازگار است .

* اگر $s < l$ ، آنگاه مقادیر ممکن j عبارتند از

$$j = s + l, s + l - 1, \dots, s - l + 1, s - l$$

به ازای $l = 0$ ، خودبه‌خود $1/2$ j به عنوان تنها مقدار ممکن به دست می‌آید .

** برای اثبات این امر ، نگاه کنید به :



(الف)

شکل ۲.۷ جمع بردار تکانه زاویه‌ای مداری (با $l = 1$) و بردار تکانه زاویه‌ای اسپینی (با $s = 1/2$). برآیند آنها عبارت است از بردار تکانه زاویه‌ای کل (با $j = 3/2$).

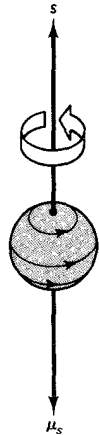
(ب) تفاوت انرژی بین تراز $z = l + 1/2$ و تراز $z = l - 1/2$ در یک دوتایی از گشتاور مغناطیسی ذاتی الکترون ناشی می‌شود. مطابق فیزیک کلاسیک، انتظار داریم که یک گوی چرخان با بار الکتریکی دارای گشتاور مغناطیسی باشد زیرا هر یک از عناصر باربر روی این گوی به دور دایره‌ای حرکت می‌کند که یک حلقه جریان الکتریکی را تشکیل می‌دهد (شکل ۳.۷)؛ اگر بار الکتریکی منفی باشد، جهت گشتاور مغناطیسی با جهت اسپین مخالف است. هر چند که این تصویر کلاسیکی ساده توصیف صحیحی از ساختار موجی الکترون را فراهم نمی‌آورد، تحلیل نظری خواص نسبیتی ذرات کوانتوم مکانیکی تأیید می‌کند الکترونی که هم دارای اسپین و هم بار الکتریکی است، باید الزاماً گشتاور مغناطیسی داشته باشد. گشتاور مغناطیسی با اسپین متناسب است.*

$$\mu_e = -\frac{e}{m_e} s \quad (9)$$

علامت منفی در این معادله حاکی از آن است که جهت گشتاور مغناطیسی با جهت اسپین مخالف است. مطابق معادله (۳)، مقدار گشتاور مغناطیسی عبارت است از

$$\mu_e = \frac{e\hbar}{m_e} \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{e\hbar}{m_e} \quad (10)$$

* مقداری اصلاحات بیشتر نشان می‌دهد که ضریب تناسب در معادله (۹) دقیقاً e/m_e نیست، بلکه عبارت است از: $1.001160000 \times e/m_e$. نخستین اندازه‌گیری تجربی این بی‌هنجاری در ضریب تناسب به وسیله پلی‌کارپ کوش (Polykarp Kusch)، ۱۹۱۱-، انجام شد. وی فیزیکدان آمریکایی، استاد دانشگاه کلمبیا است، وی به خاطر پژوهش‌هایش در مورد این بی‌هنجاری در سال ۱۹۵۵ موفق به دریافت جایزه نوبل فیزیک شد.



شکل ۳.۷ تصویر کلاسیکی ساده و خام الکترون به عنوان یک گوی باردار چرخان. از آنجا که این بار منفی است، بردار گشتاور مغناطیسی برآیند برعکس بردار اسپین است.

و بتایر معادله (۵) ، مقدار مؤلفه z گشتاور مغناطیسی به این قرار است :

$$\mu_{e,z} = -\frac{e}{m_e} m_s \hbar = \mp \frac{e}{m_e} \frac{\hbar}{2} \quad (11)$$

کمیت $9.27408 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ را $e\hbar/(2m_e)$ مگنتون بور می گویند . بدینسان ، مؤلفه z گشتاور مغناطیسی الکترون عبارت است از ± 1 مگنتون بور .

توضیح ساختار ریز ترازهای انرژی اتم هیدروژن مربوط است به برهم کنش گشتاور مغناطیسی الکترون با میدان مغناطیسی که از طریق حرکت مداری تولید شده است ؛ این برهم کنش را برهم کنش اسپین - مدار می گویند . گشتاور مغناطیسی μ_e واقع در یک میدان مغناطیسی B دارای یک انرژی پتانسیل* است :

$$U = -\mu_e \cdot B = \frac{e}{m_e} \mathbf{s} \cdot B \quad (12)$$

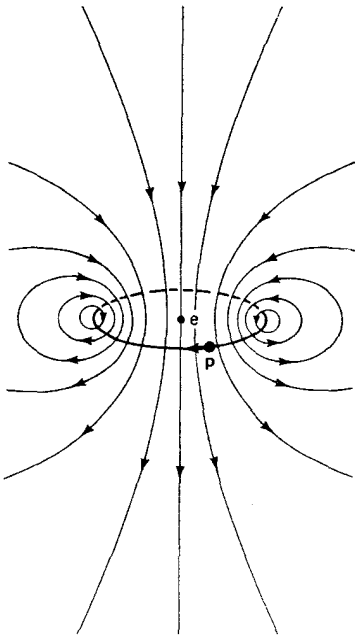
یعنی ، اگر s با B موازی باشد ، انرژی پتانسیل مثبت ، و اگر این دو بردار پاد موازی باشند ، منفی است . در محاسبه این انرژی پتانسیل ، میدان مغناطیسی باید در چارچوب ساکن الکترون محاسبه شود . برای پی بردن به اینکه حرکت مداری چگونه در چارچوب ساکن میدان مغناطیسی ایجاد می کند ، به مدل بور متوسل می شویم ، که در آن الکترون در یک مدار دایره ای ساعتگرد پروتون را دور می زند . در این صورت در چارچوب مرجع الکترون ، پروتون در یک مدار دایره ای ساعتگرد به دور الکترون حرکت خواهد کرد . این حرکت پروتون معادل است با یک حلقه جریان با جریان مثبت ساعتگرد . میدان مغناطیسی این جریان در موضع الکترون در جهت پایین سو خواهد بود (شکل ۴۰۷) . بدینسان انرژی پتانسیل (۱۲) به ازای $s_z = 1/2\hbar$ منفی ، و به ازای $s_z = -1/2\hbar$ مثبت است . از آنجا که تکانه زاویه ای مداری الکترون در مدار ساعتگرد پایین سوست ، انرژی پتانسیل برای حالت $l = 1/2$ منفی و برای حالت $l = 1/2 + 1$ مثبت است . که این امر با نمودار تراز انرژی شکل ۱۰۷ می خواند . این مطلب شکافتگی انرژی ترازهای دوتایی را توضیح می دهد . محاسبه کمی مؤید این بحث کیفی است .

نخستین آزمایشی که شواهد تجربی مستقیم را برای اسپین الکترون و کوانتش

* عبارت مربوط به انرژی پتانسیل یک گشتاور مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی در

بیشتر کتابهای درسی در زمینه الکترومغناطیس کلاسیک، مثلاً فیزیک آهانیان، فصل ۳۱

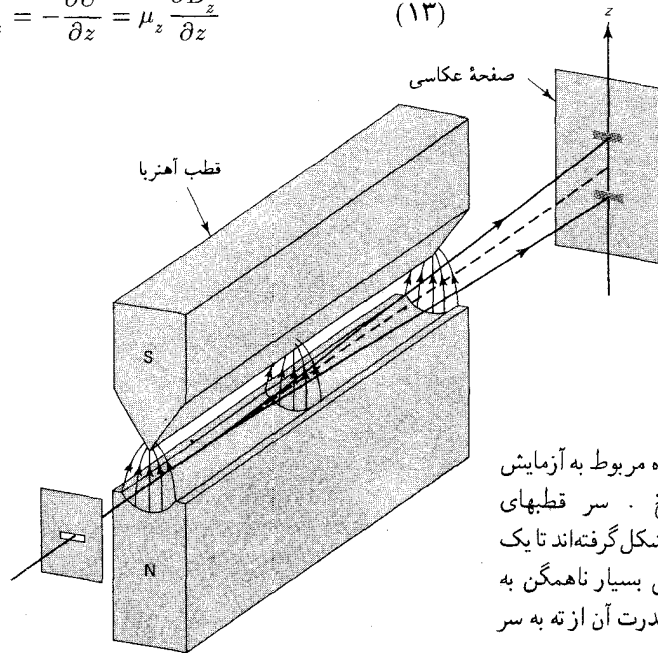
استخراج می شود.



شکل ۴۰۷ در چارچوب مرجع الکترون ، پروتون به دور دایره ای در جهت ساعتگرد حرکت می کند ، و میدان مغناطیسی نمایش یافته در شکل بالا را ایجاد می کند .

تکانه زاویه‌ای به دست می‌دهد، در سال ۱۹۲۲ به وسیله اشترن و گِرلاخ انجام شد.* این آزمایش ابتدا با اتمهای نقره انجام شد، اما بعداً با اتمهای هیدروژن تکرار شد. شکل ۵.۷ طرحواره‌ای از دستگاهی را نشان می‌دهد که این آزمایش با آن انجام گرفت. باریکه‌ای از اتمها در امتداد گاف بین قطبهای یک مغناطیس حرکت می‌کنند و به یک صفحه عکاسی برمی‌خورند. قطبهای مغناطیس دقیقاً شکل داده شده‌اند، به طوری که میدان مغناطیسی بسیار ناهمگن است (در شکل ۵.۷، میدان مغناطیسی در جهت قائم افزایش می‌یابد). در چنین میدان مغناطیسی ناهمگنی، برگشتاور مغناطیسی نیروی قائمی وارد می‌آید که به سمتگیری گشتاور مغناطیسی بستگی دارد: بنابر معادله (۱۲) انرژی پتانسیل یک گشتاور مغناطیسی در میدان مغناطیسی قائم در صفحه میانی آهنربا عبارت است از $U = -\mu_z B_z$ و بنابراین نیرو بدین قرار است:

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (13)$$



شکل ۵.۷ دستگاه مربوط به آزمایش اشترن - گِرلاخ. سر قطبهای مغناطیس چنان شکل گرفته‌اند تا یک میدان مغناطیسی بسیار ناهمگن به وجود آورند، که قدرت آن از ته به سر افزایش می‌یابد.

* اوتاشترن (Otto Stern)، ۱۸۸۸ - ۱۹۶۹، فیزیکدان تجربی آلمانی و سپس امریکایی، استاد دانشگاه هامبورگ و مؤسسه فنی کارنگی. وی روش باریکه مولکولی را ابداع کرد و از آن برای آزمایش روی اتمهای نقره، به اتفاق والتر گِرلاخ (Walter Gerlach)، ۱۸۹۹ -، فیزیکدان آلمانی، بهره گرفت. بعدها، اشترن از روش خود برای اندازه‌گیری گشتاور مغناطیسی پروتون سود جست، و مقدار بی‌هنجار آن را کشف کرد. به همین خاطر، در سال ۱۹۴۳ جایزه فیزیک نوبل به او تعلق گرفت.

اگر μ_z مثبت باشد، در این صورت نیرو مثبت است؛ اگر μ_z منفی باشد، پس نیرو هم منفی است. از اینرو، اتمهایی که گشتاور مغناطیسی دارند به اندازه‌ای متناسب با مؤلفه z اسپین، به بالا یا پایین منحرف می‌شوند. در باریکه فرودی، توزیع جهت گشتاورهای مغناطیسی اتمها کاتوره‌ای است. به تعبیر کلاسیکی، معنی این امر آن است که توزیع گشتاورهای مغناطیسی این اتمها گستره پیوسته‌ای از مقادیر μ_z را فرا می‌گیرد، و انحراف این گشتاورهای مغناطیسی به وسیله میدان مغناطیسی به گستره پیوسته‌ای از مناطق برخورد بر صفحه عکاسی منجر خواهد شد. در تجربه، به نتیجه کاملاً متفاوتی می‌رسیم. فقط یک مجموعه گسسته از مناطق برخورد را می‌بایم؛ در مورد نقره یا هیدروژن، فقط دو منطقه برخورد یافت می‌شود (شکل ۶.۷). این نتیجه تجربی اثبات می‌کند که μ_z فقط دو مقدار مجاز و گسسته دارد، یعنی، μ_z کوانتیده است. از آنجا که گشتاور مغناطیسی با حرکت چرخشی بار الکتریکی توأم و با تکانه زاویه‌ای این حرکت متناسب است، کوانتس گشتاور مغناطیسی حاکی از کوانتس تکانه زاویه‌ای است. در مورد هیدروژن، غیاب تکانه زاویه‌ای مداری در اتم ما را به این نتیجه رهنمون می‌شود که گشتاور مغناطیسی کوانتیده باید به نوعی تکانه زاویه‌ای غیرمداری کوانتیده وابسته باشد. این نتیجه‌گیری با مفهوم اسپین الکترون سازگار است. علاوه بر الکترون، بسیاری از ذرات کوانتوم مکانیکی «بنیادی» دیگر هم اسپین دارند. در جدول ۱۰.۷ عدد کوانتومی اسپین، s ، برای برخی از این ذرات درج شده است؛ در این جدول چندتایی هم ذره بدون اسپین ($s = 0$) گنجانده شده است.

جدول ۱۰.۷ اسپین برخی ذرات

ذره	عدد کوانتومی اسپین، s
الکترون	۱/۲
پروتون	۱/۲
نوترون	۱/۲
فوتون	۱
نوترینو	۱/۲
موئون	۱/۲
پیون (π^+, π^-, π^0)	۰
کایون (K^+, K^-, K^0)	۰
$J/\psi(3100)$	۱
$\Sigma(2030)$	۷/۲
$\Lambda(1520)$	۳/۲



(الف)



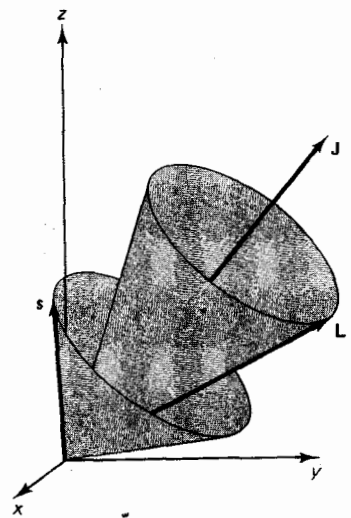
(ب)

شکل ۶.۷ عکسهایی که اشترن و گراخ با باریکه‌ای از اتمهای نقره گرفتند. (الف) وقتی میدان مغناطیسی صفر باشد، تمام اتمها در یک تک منطقه برخورد، اصابت می‌کنند. (ب) وقتی میدان مغناطیسی ناصفر باشد، اتمها به یک منطقه بالایی و یک منطقه پایینی برخورد می‌کنند.

۲.۷ تکانه زاویه‌ای کل؛ جفت شدگی L-S

در بخش پیش دیدیم که ویژه حالت‌های انرژی در یک چندتایی در اتم هیدروژن را می‌توان با اعداد کوانتومی l (برای تکانه زاویه‌ای مداری)، s (برای اسپین)، و z (برای تکانه زاویه‌ای کل) مشخص کرد. برای مشخص کردن کامل ویژه حالت‌های انرژی، به عدد کوانتومی m_l (برای مؤلفه z تکانه زاویه‌ای کل) نیز نیاز داریم، که میان حالت‌های با سمت‌گیریهایی مختلف تکانه زاویه‌ای کل تمایز قائل شویم.* تمام این اعداد را عددهای کوانتومی «خوب» می‌خوانیم؛ مقادیر آنها تا مادامی که الکترون در ویژه حالت انرژی مفروضی بماند، ثابت خواهد ماند. در مکانیک کلاسیک، این اعداد کوانتومی خوب با ثابت‌های حرکت متناظرند. در مکانیک موجی، نمی‌توانیم، مثلاً، تکانه زاویه‌ای مداری را در یک اتم به عنوان تابعی از زمان اندازه‌گیری کنیم و تحقیق کنیم که مقدارش ثابت می‌ماند؛ اما می‌توانیم این تکانه زاویه‌ای را در هر یک از چندین اتم در ویژه حالت انرژی یکسان اندازه بگیریم و تحقیق کنیم که این اندازه‌گیری در هر موقعیتی نتیجه یکسانی، با عدم قطعیت صفر، می‌دهد.

از سوی دیگر، اعداد کوانتومی m_l و m_s (نماینده مؤلفه‌های z تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین) اعداد کوانتومی خوبی نیستند. مقادیر آنها ثابت باقی نمی‌مانند. در مکانیک کلاسیک، تغییر m_l و m_s به عنوان تابعی از زمان پیامد ساده‌ای از جفت شدگی اسپین - مدار به شمار می‌آید که در معادله (۱۲) داده شد. حرکت مداری گشتاور نیرویی بر اسپین وارد می‌آورد و اسپین گشتاور نیروی متناظر بر مدار وارد می‌آورد؛ در نتیجه هم تکانه زاویه‌ای مداری و هم اسپین حرکت تقدیمی انجام می‌دهند، و فقط تکانه زاویه‌ای کل جهت ثابت را نگه می‌دارد (شکل ۷.۷). در مکانیک موجی، بررسی ریاضی برهم‌کنش اسپین - مدار تا اندازه‌ای پیچیده تر است، اما تصویر کلی بدون تغییر باقی می‌ماند. تغییرات m_l یا m_s وقتی رخ می‌نمایند که مؤلفه‌های z تکانه زاویه‌ای مداری یا اسپین را در هر یک از چند اتم هیدروژن در ویژه حالت انرژی یکسانی اندازه می‌گیریم. در چنین اندازه‌گیری‌هایی، گاهی مقداری برای m_l یا m_s می‌یابیم، گاهی هم مقداری دیگر، یعنی، نتیجه



شکل ۷.۷ تکانه زاویه‌ای کل، J ، ثابت می‌ماند در حالی که L و S در اطراف آن حرکت تقدیمی اجرا می‌کنند، در این حال جهت آنها تغییر می‌کند اما اندازه آنها تغییری نمی‌کند.

* حالت‌های با مقادیر مختلف m_l در نمودار تراز انرژی (شکل ۱۰.۷) صریحاً نمایش نیافته‌اند، زیرا - به ازای اعداد کوانتومی مفروض l ، s ، و z در چارچوب یک چندتایی - تمامی حالت‌ها با مقادیر مختلف m_l انرژی یکسانی دارند؛ این حالت‌ها واگن‌اند. اگر قرار بود اتم را در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار دهیم، حالت‌های با مقادیر مختلف m_l انرژی‌های مختلفی کسب می‌کردند، و نمودار تراز انرژی باید تغییر می‌کرد.

اندازه‌گیری نامعین است.*

ترازهای انرژی اکثر اتمهای دیگر، با بیش از یک الکترون، می‌تواند با مجموعه مشابهی از اعداد کوانتومی مشخص شود. تکانه زاویه‌ای مداری خالص الکترونهاى چنین اتمى عبارت است از مجموع تکانه‌های زاویه‌ای هریک از الکترونها،

$$L = \sum_i L_i \quad (14)$$

به همین ترتیب، اسپین خالص عبارت است از

$$S = \sum_i s_i \quad (15)$$

و تکانه زاویه‌ای کل به این قرار است

$$J = L + S = \sum_i L_i + \sum_i s_i \quad (16)$$

تمامی تکانه‌های زاویه‌ای از قواعد کوانتس معمولی پیروی می‌کنند. از اینرو

$$|L| = \sqrt{L(L+1)}\hbar \quad (17)$$

$$|S| = \sqrt{S(S+1)}\hbar \quad (18)$$

و

$$|J| = \sqrt{J(J+1)}\hbar \quad (19)$$

توجه کنید که در اینجا اعداد کوانتومی را با حروف بزرگ L ، S ، و J نمایانده‌ایم، که با اندازه‌های $|L|$ ، $|S|$ ، و $|J|$ اشتباه نشوند. این بهره‌گیری از حروف بزرگ برای برآیند تکانه زاویه‌ای اتم، در مقابل حروف کوچک مربوط به تکانه زاویه‌ای یک تک الکترون تا اندازه‌ای دور از خرد است، اما سنت آن را موجه کرده است.** در معادله (۱۷)، عدد کوانتومی مداری کل، L ، عددی صحیح $0, 1, 2, \dots$ ، $L = 0, 1, 2, \dots$ ، در معادله (۱۸)، عدد کوانتومی اسپین کل، S ، عددی صحیح است اگر تعداد الکترونهاى اتم زوج باشد، $S = 0, 1, 2, \dots$ ؛ اما اگر تعداد الکترونها فرد باشد،

* از آنجا که تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین از شرایط کوانتس معمولی پیروی می‌کنند، نتیجه این اندازه‌گیریها همواره یکی از مقادیر $m_s = \pm \frac{1}{2}$ یا $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ است.

اما کدامیک از این مقادیر در یک وضعیت خاص ظاهر می‌شود، نامعین است.

** در مورد اتم هیدروژن، با تنها یک تک الکترون، حروف بزرگ و حروف کوچک به یک اندازه مناسبند. از این پس حروف بزرگ را به کار خواهیم برد.

S نصف عدد صحیح است: $S = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$. همین قاعده در مورد عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل، J نیز صادق است.

در مورد اتم هیدروژن، اعداد کوانتومی S ، L ، و J همگی اعداد کوانتومی خوب‌اند، و عدد کوانتومی M_J نیز به همین ترتیب است. برای فهمیدن این موضوع که چرا اینها اعداد کوانتومی خوب‌اند، و چرا اینها تنها اعداد کوانتومی خوب‌اند، باید برهم‌کنشهای بین الکترونها را بررسی کنیم. این برهم‌کنشها مستقیم و غیرمستقیم از نیروهای رانشی کولنی بین تمام الکترونها ناشی می‌شود. این نیروها، مستقیماً مدار الکترونها را مختل می‌کنند، و اندازه و جهت تکانه زاویه‌ای مداریشان را تغییر می‌دهند. بدینسان، تکانه‌های زاویه‌ای مداری منفرد ثابتهای حرکت به شمار نمی‌آیند؛ فقط تکانه زاویه‌ای مداری کل ثابت است. نیروهای کولنی، به نحوی غیرمستقیم، برهم‌کنش اسپینهای الکترونها را فراهم می‌کنند. این برهم‌کنش اسپین متضمن یک مکانیسم کوانتومی دقیق است، که توضیح کیفی آن را برای بخش ۴۰۷ وا می‌گذاریم. حاصل این برهم‌کنشها آن است که اسپینها به همدیگر گشتاور نیرو وارد می‌آورند، و اندازه و جهشان تغییر می‌کند. در نتیجه، اسپینهای منفرد ثابتهای حرکت نیستند؛ بلکه فقط اسپین کل ثابت است. از اینرو، دو عدد کوانتومی خوب، S و L ، داریم. برهم‌کنشی که باقی مانده و ما هنوز آن را منظور نکرده‌ایم جفت‌شدگی اسپین - مدار است. وضعیت اکنون دقیقاً مانند مورد اتم هیدروژن است: جفت‌شدگی اسپین - مدار باعث می‌شود که S و L به دور یکدیگر حرکت تقدیمی اجرا کنند، به طوری که فقط تکانه زاویه‌ای کل، J ، یک جهت ثابت را حفظ می‌کند. از اینرو نه m_L و نه m_S اعداد کوانتومی خوب نیستند، بلکه m_J عدد کوانتومی خوب است. جفت‌شدگی قوی تکانه‌های زاویه‌ای مداری منفرد به یک تکانه زاویه‌ای مداری کل L و یک اسپین کل S ، که بر آن یک جفت‌شدگی ضعیفتر L و S نهاده شده است که سبب می‌شود این بردارها بدون اینکه اندازه آنها تغییر کند، حول یکدیگر حرکت تقدیمی اجرا کنند، را جفت‌شدگی L - S یا جفت‌شدگی راسل - ساندرز می‌گویند. این نحوه جفت‌شدگی تقریباً در مورد اکثر اتمها صادق است.*

وقتی اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مربوط به حالتی از یک اتم را برمی‌شمریم،

* بعضی اتمها با Z بزرگ، مانند سرب، نحوه جفت‌شدگی متفاوتی را به نام جفت‌شدگی J - J بروز می‌دهند. این جفت‌شدگی متشکل است از یک جفت‌شدگی قوی از تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین هر الکترون به یک تکانه زاویه‌ای منفرد J ، که بر آن یک جفت‌شدگی ضعیفتر از J های منفرد نهاده شده است و سبب می‌شود این بردارها حول یکدیگر حرکت تقدیمی اجرا کنند.

معمولاً مقدار L را با یک حرف بزرگ نشان می‌دهیم، مطابق این طرح،

$$L = 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ \dots$$

$$\text{حرف } S \ P \ D \ F \ G \ H \ \dots$$

مقدار J به صورت شاخص پایین این حرف نوشته می‌شود، و مقدار $2S + 1$ به صورت شاخص بالای پیشوند این حرف ظاهر می‌شود، به این صورت،

$$\boxed{{}^{2S+1}L_J} \quad (20)$$

این عبارت، نمادگذاری جمله طیف‌نمایی مربوط به اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای یک حالت است. مثلاً، حالت پایه هیدروژن دارای $L = 0$ ، $J = 1/2$ ، و $S = 1/2$ است، که آن را به صورت زیر می‌نویسیم*

$${}^2S_{1/2} \quad (21)$$

در نمودارهای تراز انرژی آنها، اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای حالت پایه و حالت‌های برانگیخته معمولاً با این نمادگذاری جمله طیف‌نمایی نشان داده شده است. در شکل ۸.۷ نمودار تراز انرژی سدیم را مشاهده می‌کنید. توجه کنید که حالت پایه عبارت است از ${}^2S_{1/2}$ ، یعنی همان اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای خالص هیدروژن را دارد؛ پایینترین حالت برانگیخته ${}^2P_{1/2}$ است؛ حالت بعدی ${}^2P_{3/2}$ است و الی آخر. گذارهایی که با خطوط مایل در شکل ۸.۷ نموده شده‌اند، قویترین گذارهاست؛ این گذارها از قواعد گزینش زیر پیروی می‌کنند

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad (\text{اما } J = 0 \text{ به } J = 0 \text{ استثناست}) \quad (22)$$

$$\Delta m_J = 0, \pm 1 \quad m_J = 0, \Delta J = 0 \quad (\text{اما اگر } m_J = 0 \text{ استثناست}) \quad (23)$$

$$\Delta L = 0, \pm 1 \quad (24)$$

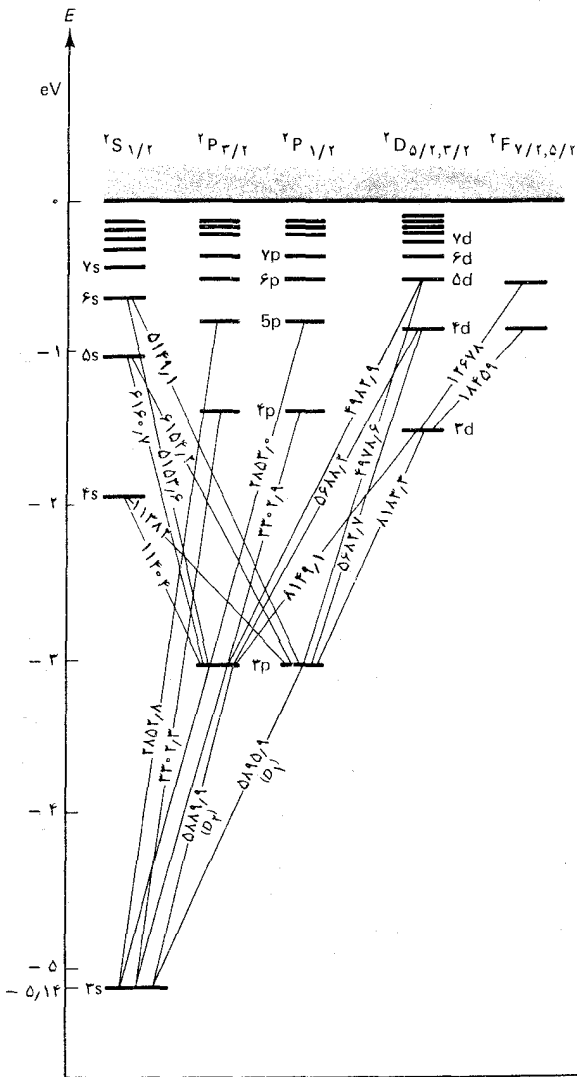
$$\Delta S = 0 \quad (25)$$

و

$$\Delta l = \pm 1 \quad (26)$$

که در اینجا l عبارت است از عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری الکترونی که گذار را اجرا می‌کند. این قواعد گزینش نه تنها در مورد سدیم، بلکه در مورد تمام

* حرف S (مربوط به $L = 0$) با حرف S برای عدد کوانتومی اسپین اشتباه نشود!



شکل ۸.۷ نمودار تراز انرژی سدیم، خطوط مایل حاکی از گذارها هستند؛ اعداد، طول موجهای گسیلیده در هوا را، برحسب Å، می دهند.

اتما، صدق می کند. گذارهایی که از این قواعد گزینش پیروی می کنند مجاز خوانده می شوند؛ گذارهایی که از این قواعد گزینش پیروی نمی کنند، ممنوع گفته می شوند. گذارهای اخیر مطلقاً ممنوع نیستند، بلکه بسیار به ندرت اتفاق می افتند، و از اینرو فقط خطوط طیفی بسیار ضعیفی تولید می کنند.

دو قاعده گزینش اول [معادلات (۲۲) و (۲۳)] توضیح فیزیکی ساده ای دارند: اینها بقای تکانه زاویه ای را بیان می کنند. به طوری که از جدول ۱۰.۷ برمی آید، تکانه زاویه ای اسپین فوتون یک واحد ($s = 1$) است. اتمی که یک

فوتون گسیل می‌کند باید این تکانه زاویه‌ای را تأمین کند، و از اینرو بردار تکانه زاویه‌ای کل اتم باید، یا از طریق تغییر مدار یا اینکه با تغییر جهت، به اندازه یک واحد تغییر کند. سایر قواعد گزینش [معادلات (۲۴) تا (۲۶)] را می‌شود با بررسی مکانیسم مربوط به گسیل تابش فهمید. در مثال ۲۰۶ گفتیم که این مکانیسم به وجود یک گشتاور دوقطبی الکتریکی نوسان‌کننده در اتم در خلال گذار بستگی دارد. قواعد گزینش (۲۴) تا (۲۶) تضمین می‌کنند که این گشتاور دوقطبی غیر صفر است. اگر گذار از این قواعد گزینش تخطی کند، در این صورت گشتاور دوقطبی الکتریکی نوسان‌کننده صفر است، و اتم نمی‌تواند به وسیله مکانیسم دوقطبی تابش کند (در این صورت اتم می‌تواند باز هم به وسیله یک گشتاور هشت‌قطبی نوسان‌کننده یا گشتاور مغناطیسی تابش کند، اما این نوع تابش «ممنوع» ضعیف است).

۳.۷ اثر زیمان

گشتاور مغناطیسی اتمی یا یک یا چند الکترون عبارت از جمع برداری تمامی گشتاورهای مغناطیسی وابسته به اسپینها به اضافه تمام گشتاورهای مغناطیسی وابسته به حرکت مداری. یک بار دیگر، با توسل به مدل بور، می‌توانیم بفهمیم که چگونه حرکت مداری الکترون گشتاور مغناطیسی تولید می‌کند. الکترونی را با سرعت v در مداری دایره‌ای به شعاع r در نظر بگیرید (شکل ۹.۷). الکترون متحرک معادل است با یک حلقه جریان دایره‌ای با جریانی به این قرار:

$$I = \frac{(\text{بار})}{(\text{زمان})} = \frac{e}{2\pi r/v} = \frac{ev}{2\pi r} \quad (27)$$

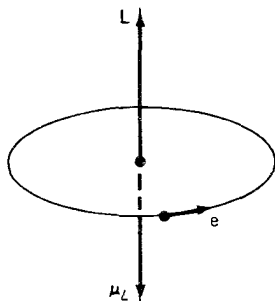
گشتاور مغناطیسی چنین حلقه جریانی عبارت است از

$$\mu = (\text{جریان}) \times (\text{مساحت}) = \pi r^2 \frac{ev}{2\pi r} = \frac{evr}{2} \quad (28)$$

این عبارت را می‌شود چنین بازنویسی کرد

$$\mu = \frac{e}{2m_e} L \quad (29)$$

که در آن $L = m_e v r$ عبارت است از تکانه زاویه‌ای الکترون. با در نظر گرفتن اینکه جهت گشتاور مغناطیسی به وسیله قاعده دست راست با جهت جریان الکتریکی (که مخالف جهت حرکت الکترون است) مربوط می‌شود، می‌توانیم (۲۹) را به



شکل ۹.۷ الکترون در یک مدار دایره‌ای. گشتاور مغناطیسی مداری با تکانه زاویه‌ای مداری مخالف است.

صورت معادله برداری زیر بیان کنیم :

$$\mu_L = -\frac{e}{2m_e} L \quad (30)$$

هرچند که این نتیجه‌گیری، قابل بحث است، بررسی کوانتوم مکانیکی دقیقتری آن را تأیید می‌کند*. توجه کنید که چون معادله (۳۰) برای هر الکترون برقرار است، برای تمام الکترونها توأمأ نیز برقرار است، یعنی گشتاور مغناطیسی مداری کل اتم برابر است با $-e/(2m_e)$ ضرب در تکانه زاویه‌ای مداری کل. به همین ترتیب، طبق معادله (۹)، گشتاور مغناطیسی اسپین کل اتم برابر است با $-e/m_e$ ضرب در تکانه زاویه‌ای اسپین کل. بدینسان، گشتاور مغناطیسی اتم عبارت است از جمع بردارهای این عوامل مؤثر مداری و اسپین،

$$\mu = -\frac{e}{2m_e} L - \frac{e}{m_e} S \quad (31)$$

$$= -\frac{e}{2m_e} (L + 2S) \quad (32)$$

برای یافتن اندازه این گشتاور مغناطیسی کل، $|\mu|$ و مؤلفه μ_z در امتداد محور z ، لازم است سمتگیری زاویه‌ای L و S را منظور کنیم. برای حالتی با مقادیر معین اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل J و m_J ، زوایای مربوطه را می‌شود به کمک یک نمودار برداری، شبیه به شکل ۲۰۷، محاسبه کرد. این محاسبه تا اندازه‌ای آشفته و درهم‌برهم است**، و ما صرفاً نتیجه نهایی را برای μ_z بیان می‌کنیم،

$$\mu_z = -gm_J \frac{e\hbar}{2m_e} \quad m_J = J, J-1, \dots, 1-J, -J \quad (33)$$

که در آن عامل g ، به نام عامل g لاندé،[†] عبارت است از

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (34)$$

در اینجا اعداد کوانتومی L ، S ، و J به نحو معمول با مقادیر تکانه زاویه‌ای مداری کل، تکانه زاویه‌ای اسپین کل، و تکانه زاویه‌ای کل مربوط می‌شوند. توجه کنید

* مثلاً، بنگرید به: پاول، جان ل. [و] برند کریسمن، مکانیک کوانتومی، ترجمه جلال‌الدین پاشایی راد و عبدالرضا سعادت، ج ۱، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۸، بخش ۵۰۱۰.
** مثلاً، بنگرید به:

که تکانه زاویه‌ای کل به حالت اتم بستگی دارد. مثلاً، برای سدیم در حالت پایه $(L=0, S=1/2, J=1/2)$ داریم $g=2$ و $\mu_z = -e\hbar/m_e$ یا $\mu_z = e\hbar/m_e$ ؛
 اما برای سدیم در پایینترین حالت P برانگیخته $(L=1, S=1/2, J=1/2)$ داریم: $g=2/3$ و $\mu_z = -1/3 \frac{e\hbar}{m_e}$ یا $\mu_z = 1/3 \frac{e\hbar}{m_e}$.

اگر اتمی را در یک میدان مغناطیسی خارجی غوطه‌ور کنیم، برهم‌کنش بین گشتاور مغناطیسی اتمی و میدان مغناطیسی ترازهای انرژی اتم را جابه‌جا می‌کند و می‌شکافد، این امر به شکافتگی‌های متناظر خطوط طیفی نورگسیلیده به وسیله اتم می‌انجامد؛ تمام خطوط طیفی به چند تاییها شکافته می‌شوند. بدینسان، علاوه بر ساختار ریز تولید شده به وسیله میدان مغناطیسی داخلی اتم، اکنون به ساختار دیگری که میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده بر اتم آن را ایجاد کرده است، دست می‌یابیم. شکافتگی خطوط طیفی ناشی از اثر میدان مغناطیسی خارجی را اثر زیمان می‌گویند. از آنجا که این اثر به اعداد کوانتومی ترازهای انرژی وابسته است، ابزار بسیار مفیدی در تشخیص و بازشناسی این اعداد کوانتومی به شمار می‌آید. اثر زیمان در اخترشناسی هم ابزار مفیدی است زیرا آشکارسازی میدانهای مغناطیسی در ستارگان را امکانپذیر می‌کند؛ مثلاً، نورگسیلیده از نواحی کلف خورشید بر روی سطح خورشید شکافتگیهای زیمان را بروز می‌دهند که حاکی از وجود میدانهایی در حدود $0.3T$ است.

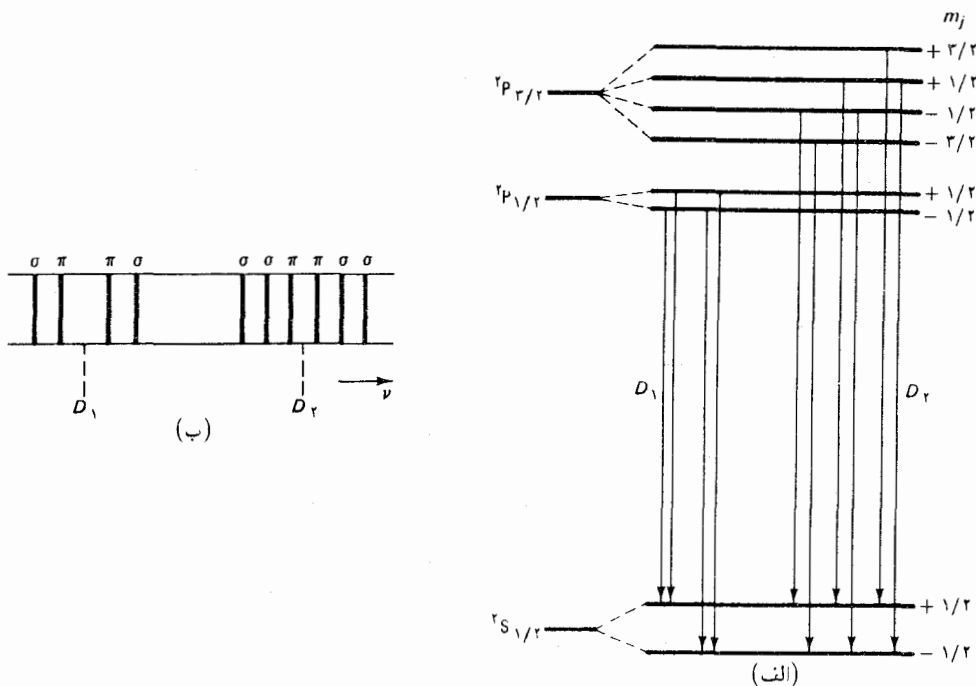
می‌توان جابه‌جایی انرژی از یک تراز انرژی در میدان مغناطیسی را به کمک معادله‌ای مشابه با معادله (۱۲) محاسبه کرد. فرض کنید که میدان مغناطیسی در امتداد محور z قرار دارد. در این صورت

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -\mu_z B$$

یا

$$U = g m_J \frac{e\hbar B}{2m_e} \quad (35)$$

توجه داشته باشید که این انتقال انرژی واگنی حالتها با مقادیر متفاوت m_J (و مقادیر مساوی سایر اعداد کوانتومی) را بر طرف می‌کند: در حضور میدان مغناطیسی، حالتها با مقادیر مختلف m_J دارای انرژیهای متفاوتند. در شکل ۱۰.۷ (الف) جابه‌جاییهای زیمان حالت پایه و نخستین حالتها برانگیخته سدیم را مشاهده می‌کنید. خط طیفی دوتایی D_1 و D_2 سدیم به یک چارتایی به اضافه یک شش تایی، رویهمرفته ده خط طیفی، شکافته می‌شود (شکل ۱۰.۷ ب).



مثال ۱. در طیف سدیم، خط طیفی D_1 ایجاد شده به وسیله گذار از نخستین حالت برانگیخته $^2P_{1/2}$ به حالت پایه $^2S_{1/2}$ دارای طول موج 5897.6 \AA * است. وقتی سدیم در یک میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد، این خط طیفی به چهار خط طیفی می‌شکافتد (شکل ۱۰.۷ ب). اختلاف طول موج بین کوتاهترین و بلندترین طول موجها را در این چهارتایی در یک میدان مغناطیسی $0.2T$ محاسبه کنید.

حل همان طور که در بحث بعد از معادله (۳۴) بیان شد، برای حالت $^2S_{1/2}$ داریم: $\mu_z = \pm \frac{eh}{m_e}$ و برای حالت $^2P_{1/2}$ داریم: $\mu_z = \pm \frac{1}{3} \frac{eh}{m_e}$. بدینسان جابه‌جاییهای ترازهای انرژی، به ترتیب، عبارتند از

$$U = \pm \frac{eh}{m_e} B \quad (36)$$

$$U' = \pm \frac{1}{3} \frac{eh}{m_e} B \quad (37)$$

در شکل ۱۰.۷ (الف) این جابه‌جاییهای انرژی را مشاهده می‌کنید. این شکل همچنین گذارهایی را نشان می‌دهد که بلندترین و کوتاهترین طول موجها ایجاد می‌کنند. جابه‌جایی انرژی خالص فوتونهای با بلندترین طول موج عبارت است از

$$-\frac{eh}{m_e} B - \frac{1}{3} \frac{eh}{m_e} B = -\frac{4}{3} \frac{eh}{m_e} B \quad (38)$$

شکل ۱۰.۷ (الف) جابه‌جاییهای انرژی زیرمان حالت پایه ($^2S_{1/2}$) و نخستین حالتهای برانگیخته ($^2P_{3/2}$, $^2P_{1/2}$) سدیم. گذارهای ممکن از قواعدگزینش پیروی می‌کنند که به صورت معادلات (۲۲) تا (۲۶) بیان شدند. (ب) شکافتگی خطوط طیفی دوگانه D_1 و D_2 سدیم. همه ده خط طیفی حاصل از شکافتگی قطبیده‌اند؛ برجسهای π و σ نوع قطبش را تعیین می‌کنند. وقتی خطوط طیفی را از جهت عمود بر میدان مغناطیسی مشاهده کنیم، آنها که با π مشخص شده‌اند قطبیده موازی با میدان مغناطیسی‌اند، و خطوط مشخص شده با σ قطبیده عمود بر میدان مغناطیسی به‌شمار می‌آیند.

* این رقم طول موج در خلأ است. طول موج در هوا عبارت است از 5895.9 \AA .

و فوتونهای با کوتاهترین طول موج جابه‌جایی انرژی خالصی به‌این قرار دارند

$$\frac{e\hbar}{m_e} B + \frac{1}{3} \frac{e\hbar}{m_e} B = + \frac{4}{3} \frac{e\hbar}{m_e} B \quad (39)$$

اختلاف انرژی بین این دو نوع فوتون عبارت است از

$$\Delta E = -\frac{1}{3} \frac{e\hbar}{m_e} B \quad (40)$$

که حاکی از اختلاف طول موج به‌این شرح است:

$$\Delta \lambda = \Delta \left(\frac{hc}{E} \right) \simeq -\frac{hc}{E^2} \Delta E \quad (41)$$

$$\simeq -\frac{\lambda^2}{hc} \Delta E$$

$$\simeq \frac{\lambda^2}{hc} \frac{1}{3} \frac{e\hbar}{m_e} B \quad (42)$$

با $B = 0.2 \text{ T}$ و $\lambda = 5898 \text{ \AA}$ می‌رسیم به

$$\Delta \lambda = \frac{(5898 \times 10^{-9} \text{ m})^2 \times 1 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 0.2 \text{ T}}{3 \times 10^8 \text{ m/s} \times 3 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 2\pi} \\ = 1.7 \times 10^{-11} \text{ m} = 0.17 \text{ \AA} \quad (43)$$

شکافتگی پیچیده اثر زیمان نموده شده در شکل ۱۰.۷ را گاهی اثر «بی‌هنجار» زیمان می‌گویند. اگر میدان مغناطیسی خارجی خیلی قوی؛ از مرتبه ۱۰ تسلا یا بیشتر، باشد، در این صورت شکافتگی بسیار ساده‌تر می‌شود؛ آنگاه آن را اثر «بهنجار» زیمان* می‌گویند. این ساده‌سازی حاصل فروریزی و از هم پاشیدن جفت‌شدگی $L - S$ است. میدان مغناطیسی قوی گشتاور نیرویی قوی برگشتاورهای مغناطیسی مداری و اسپین اتم وارد می‌آورد، که سبب می‌شود آنها حول جهت میدان مغناطیسی به سرعت حرکت تقدیمی اجرا کنند. چنانکه در آغاز این بخش دیدیم، جفت‌شدگی $L - S$ ناشی از برهم‌کنشی بین گشتاورهای مغناطیسی مداری و اسپین است. در یک میدان مغناطیسی خارجی خیلی قوی، این برهم‌کنش بین گشتاورهای مغناطیسی مداری و اسپین نسبت به برهم‌کنش هریک از گشتاورها با میدان مغناطیسی خارجی، خیلی ضعیفتر است. پس چشمپوشی از برهم‌کنش بین این دو گشتاور تقریب خوبی

* تغییر تدریجی از اثر بی‌هنجار زیمان به اثر بهنجار زیمان با افزایش میدان مغناطیسی از ضعیف به خیلی قوی را اثر پاشن - بگ می‌گویند. منظور از «خیلی قوی» به اتم و خط طیفی مورد بحث بستگی دارد؛ به بیان غیردقیق، میدان مغناطیسی را وقتی خیلی قوی می‌پنداریم که شکافتگیهای زیمانی را که ایجاد می‌کند به‌طور چشمگیری بزرگتر از شکافتگیهای چندتابی میدان صفر باشد.

است، و فقط برهم‌کنش هر کدام را با میدان مغناطیسی منظور می‌کنیم. گشتاور نیرویی که میدان مغناطیسی بر گشتاور مغناطیسی مداری وارد می‌آورد، سبب می‌شود که \mathbf{L} در پیرامون جهت میدان مغناطیسی، یا محور z ، حرکت تقدیمی اجرا کند. به همین ترتیب گشتاور نیروی وارد بر گشتاور مغناطیسی اسپین سبب می‌شود که \mathbf{S} ، مستقل از \mathbf{L} ، حول این محور حرکت تقدیمی اجرا کند. در خلال حرکت تقدیمی، m_L و m_S ثابت می‌مانند، یعنی اکنون آنها اعداد کوانتومی خوبی‌اند. پس می‌توانیم با بهره‌گیری از معادله (۳۲) مستقیماً μ_z را محاسبه کنیم،

$$\mu'_z = -\frac{e\hbar}{2m_e}(m_L + 2m_S) \quad (44)$$

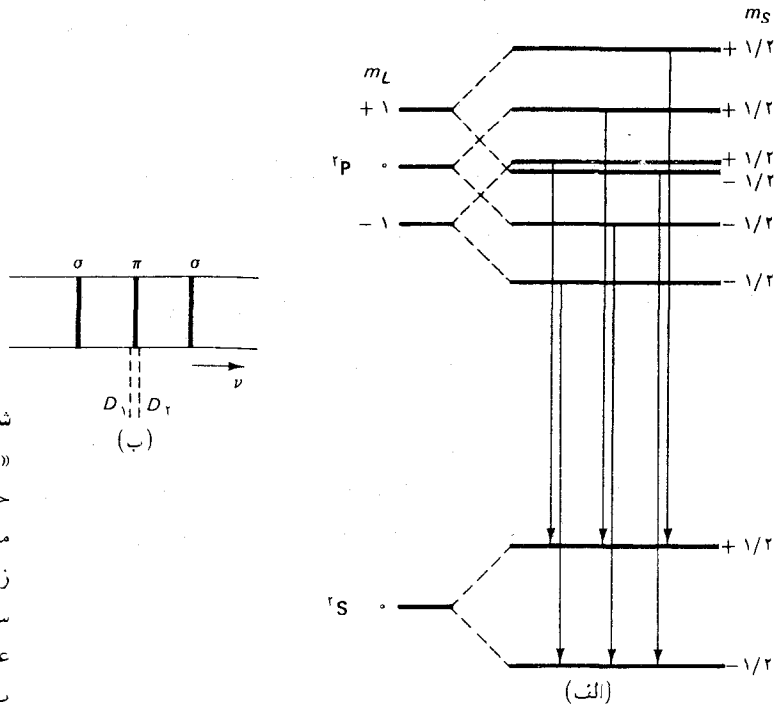
به طوری که جابه‌جایی انرژی عبارت است از

$$U = -\mu_z B = (m_L + 2m_S) \frac{e\hbar B}{2m_e} \quad (45)$$

در شکل ۱۱.۷ (الف) این جابه‌جاییهای انرژی مربوط به حالت پایه و نخستین حالت‌های برانگیخته سدیم را مشاهده می‌کنید. گرچه شش‌گذار ممکن وجود دارد، فقط سه خط طیفی مجزا موجود است (شکل ۱۱.۷ ب) زیرا اختلاف‌های انرژی برای چند تا از شش‌گذار برهم منطبق‌اند.

اگر اتمی را در یک میدان الکتریکی خارجی فرو ببریم، برهم‌کنش الکترونیهای اتم با این میدان الکتریکی نیز ترازهای انرژی را جابه‌جا می‌کند و در نتیجه خطوط طیفی را به چندتاییها خواهد شکافت. این پدیده را اثر اشتارک* می‌گویند. بیان ریاضی این اثر نسبت به اثر زیمان دشوارتر است، زیرا اثر اشتارک اثری است از مرتبه دوم که به گشتاور دوقطبی الکتریکی القایی بستگی دارد. اتم مختل نشده در حالت پایا معمولاً گشتاور دوقطبی الکتریکی ندارد؛ میدان الکتریکی ابتدا باید گشتار دوقطبی الکتریکی را با واپیچیدن حرکت الکترونها القا کند، و سپس با این گشتاور دوقطبی القا شده برهم‌کنش کند تا جابه‌جایی انرژی ایجاد شود. بدینسان، جابه‌جایی انرژی با مجذور شدت میدان الکتریکی متناسب است.

* یوهانس اشتارک (Johannes Stark)، ۱۸۷۴-۱۹۵۷، فیزیکدان آلمانی، استاد دانشگاه آخن، و مدیر؛ Physikalische-Technische Reichsanstalt. در سال ۱۹۱۹ به خاطر کشفیاتش در زمینه اثر دوپلر نورگسیلیده از یونهای متحرک و اثر اشتارک، جایزه نوبل را دریافت کرد.



شکل ۱۱.۷ (الف) جابه‌جایی‌های «بهنجار» زیمان حالت پایه و نخستین حالت برانگیخته سدیم در یک میدان مغناطیسی قوی. (ب) شکافتگی زیمان خطوط طیفی D_1 و D_2 سدیم در میدان مغناطیسی قوی. علامتهای π و σ ، مانند شکل ۱۰.۷ ب، حاکی از قطبش‌اند.

۴.۷ اصل طرد پائولی

تمام الکترونها یکسانند - جرم، بار الکتریکی، اسپین، گشتاور مغناطیسی، و هر صفت فیزیکی دیگری در آنها دقیقاً یکی است. اما این امر، به خودی خود، براین امر دلالت نمی‌کند که الکترونها تمیزناپذیرند. در فیزیک کلاسیک، از طریق مشاهده مستمر دو ذره در حینی که در امتداد مسیرهای جداگانه خود حرکت می‌کنند، می‌توانیم بین آنها تمیز قائل شویم. حتی اگر مسیرهای آنها قطع می‌شد، و این دو ذره با یکدیگر برخورد می‌کردند، هنوز هم می‌توانستیم بگوییم کدام ذره کدام است، زیرا فیزیک کلاسیک این امکان را برای ما فراهم می‌آورد که مسیرها را پس از برخورد پیشگویی کنیم. اما در فیزیک کوانتومی وضعیت به نحو فاحشی فرق می‌کند: هویت الکترونها بر تمیزناپذیری آنها دلالت می‌کند زیرا عدم قطعیت‌های کوانتومی ما را از «ردگیری» الکترونها باز می‌دارد، هرگاه دو الکترون با یکدیگر برخورد کنند یا به هم نزدیک شوند، به طوری که تابع موج‌هایشان رویهم بیافتد، نمی‌توانیم مطمئن باشیم پس از برخورد، کدام الکترون کدام است.

تمیزناپذیری الکترونها را باید در تشکیل تابع موج مربوط به سیستمی از چندین الکترون در نظر بگیریم. مثلاً، تابع موج توصیف‌کننده سیستمی متشکل

از دو الکترون، با مختصه‌های x و x' تابعی است از دو متغیر*

$$\psi = \psi(x, x') \quad (۴۶)$$

احتمال یافتن نخستین الکترون در بازه dx و دومی در بازه dx' عبارت است از

$$|\psi(x, x')|^2 dx dx' \quad (۴۷)$$

و احتمال یافتن نخستین الکترون در بازه dx' و دومی در بازه dx به این قرار است

$$|\psi(x', x)|^2 dx dx' \quad (۴۸)$$

از آنجا که الکترونها تمیزناپذیرند، هیچ فرقی نمی‌کند که کدام الکترون را «نخستین» و کدام را «دومی» تلقی کنیم. بدینسان، دو عبارت (۴۷) و (۴۸) باید برابر باشند؛ هرکدام صرفاً احتمال یافتن الکترونی را در بازه dx و الکترون دیگری را در dx' می‌دهند. از تساوی

$$|\psi(x, x')|^2 = |\psi(x', x)|^2 \quad (۴۹)$$

چنین استنتاج می‌کنیم که تفاوت دو تابع موج دست بالا در یک عامل فاز است:

$$\psi(x, x') = e^{i\phi} \psi(x', x) \quad (۵۰)$$

فاز ϕ باید ثابتی عمومی باشد، یعنی باید از جزئیات تابع موج مستقل باشد. ضرورت این عمومی بودن را وقتی تشخیص می‌دهیم که برهم‌نهی دو تابع موج، $\psi(x, x') + \chi(x, x')$ را در نظر بگیریم. جز در موردی که ψ و χ هر دو در طی مبادله x و x' عامل فاز یکسانی کسب کنند، این برهم‌نهی باید با نقض معادله (۴۹) به اندازه‌ای بیشتر از یک عامل فاز تغییر کند. اکنون می‌توانیم عامل فاز را با یک شگرد محاسبه کنیم: بار دیگر x و x' را در سمت راست معادله (۵۰) مبادله می‌کنیم؛ از این مبادله یکبار دیگر همان عامل فاز به دست می‌آید:

$$\psi(x, x') = e^{i\phi} \psi(x', x) = e^{i\phi} [e^{i\phi} \psi(x, x')] \quad (۵۱)$$

از ملاحظه این عبارت می‌بینیم که $e^{2i\phi} = 1$ و خواهیم داشت

$$e^{i\phi} = +1 \text{ یا } -1 \quad (۵۲)$$

* به خاطر سادگی، فقط به تابع موج مستقل از زمان متناظر با ویژه‌حالتی از انرژی می‌پردازیم؛ و فقط حرکت یک بعدی در امتداد محور x را در نظر می‌گیریم.

بدینسان، تابع موجهای ذرات تمیزناپذیر یا تحت مبادله متغیرهایشان تابعی متقارنند،

$$\psi(x, x') = \psi(x', x) \quad (53)$$

یا اینکه تابعی پاد متقارن هستند،

$$\psi(x, x') = -\psi(x', x) \quad (54)$$

ذرات با تابع موجهای متقارن را بوزون می‌گویند؛ و به ذرات با تابع موجهای پادمتقارن فرمیون* گفته می‌شود. از مشاهدات تجربی اثبات شده است که الکترونها و تمامی ذرات دیگر با اسپین $1/2$ ، یا $3/2$ ، یا $5/2$ ، ... فرمیون‌اند، در حالی که فوتونها و تمام ذرات با اسپین 0 ، 1 ، یا 2 ، ... بوزون** هستند.

در کاربرد معادلات (53) و (54)، باید به یاد داشته باشیم که مشخصه کامل حالت، مثلاً، الکترون نه تنها شامل وابستگی فضایی، بلکه حاوی اسپین هم هست. بدینسان، وقتی متغیرهای x و x' را در این معادلات مبادله کردیم، فهمیدیم که باید اسپینها را نیز مبادله می‌کردیم. برای روشن کردن این موضوع، باید متغیرهای اسپین، m_s و $m_{s'}$ ، را نیز در تابع موج بگنجانیم. ما حالت اسپین الکترون را با نماد $|m_s = 1/2\rangle$ برای اسپین بالا، و $|m_s = -1/2\rangle$ برای اسپین پایین، نمایش خواهیم داد. نماد $|m_s = \pm 1/2\rangle$ را کت می‌گویند (این لفظ بخش آخر کلمه براکت bracket است). اگر متغیرهای اسپین را به طور صریح بگنجانیم، شرط پاد تقارن (54) به صورت زیر درمی‌آید

$$\psi(x, x') |m_{s'} = a\rangle |m_s = b\rangle = -\psi(x', x) |m_s = b\rangle |m_{s'} = a\rangle \quad (55)$$

در مثال زیر خواهیم دید که چگونه می‌توان این معادله را به کار گرفت.

مثال ۲. فرض کنید که دو الکترون در یک جعبه (یک بعدی) به گونه‌ای که در بخش ۱۰۶ توصیف شد محبوسند. اگر هر دو الکترون در حالت پایه باشند، تابع موج آنها چیست؟ در این مثال، از رانش بین الکترونها چشم‌پوشید، به گونه‌ای که هرکدامشان به عنوان یک ذره آزاد عمل می‌کنند، مگر وقتی که با دیواره‌ها برخورد می‌کنند.

* انریکو فرمی (Enrico Fermi)، ۱۹۰۱ - ۱۹۵۴ فیزیکدان ایتالیایی و بعداً آمریکایی (برای دستیابی به مطالب بیشتری درباره فرمی، صفحه ۴۴۵ را بنگرید).
** این واقعیت مشاهده‌ای با یکی از قضایای مکانیک کوانتوم - نسبیتی پشرفته یعنی قضیه آماراسپینی، همساز است.

حل تابع موج مربوط به الکترونی در حالت پایه عبارت است از

$$\psi_1(x)|m_s = \frac{1}{\sqrt{2}} > \quad \text{یا} \quad \psi_1(x)|m_s = -\frac{1}{\sqrt{2}} > \quad (56)$$

چون فرض می‌کنیم که الکترون دوم نیرویی بر اولی وارد نمی‌آورد، وابستگی تابع موج به x را حضور الکترون دوم تغییر نمی‌دهد. به همین ترتیب، در وابستگی تابع موج به x' در حضور الکترون اول تغییری حاصل نمی‌شود. بدینسان، تابع موج $\psi(m_s, m_{s'}; x, x')$ مربوط به هر دو الکترون با همدیگر باید به صورت حاصلضرب زیر باشد

$$\psi_1(x)|m_s = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} > \psi_1(x')|m_{s'} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} > \quad (57)$$

یا یک برهم‌نهی از چندتا از این حاصلضربها. از دیدگاه شرایط پاد تقارن (۵۵)، تنها برهم‌نهی قابل قبول عبارت است از

$$\begin{aligned} \psi(m_s, m_{s'}; x, x') = & \psi_1(x)\psi_1(x')|m_s = \frac{1}{\sqrt{2}} > |m_{s'} = -\frac{1}{\sqrt{2}} > \\ & - \psi_1(x)\psi_1(x')|m_s = -\frac{1}{\sqrt{2}} > |m_{s'} = \frac{1}{\sqrt{2}} > \end{aligned} \quad (58)$$

یا مضربی از این عبارت. * توجه کنید که مطابق این تابع موج، اسپین یکی از الکترونها بالا، و اسپین الکترون دیگر پایین است (از آنجا که الکترونها تمیزناپذیرند، طرح این سؤال بی‌معنی است که کدام الکترون اسپین بالا، و کدام اسپین پایین دارد). اگر هر دو اسپین را برابر می‌کردیم، مثلاً، هر دو اسپین بالا می‌داشتند، در این صورت تابع موج حاصل باید متحد با صفر باشد، که اصلاً تابع موج نیست. از اینرو، می‌بینیم که هرگاه دو الکترون در حالت پایه باشند، مؤلفه‌های z اسپینهای آنها باید مختلف‌العلامه باشند. به علاوه، می‌توان نشان داد که در مورد تابع موج (۵۸) مؤلفه‌های x و y اسپین نیز مخالف یکدیگرند، و بدینسان تمامی مؤلفه‌های اسپین کل صفرند (حذف مؤلفه‌های z اسپین فوراً از معادله (۵۸) روشن می‌شود، اما حذف مؤلفه‌های x و y چندان آشکار نیست؛ اثبات این حذف شدن مستلزم آشنایی با قواعد ریاضی مربوط به جمع اسپینها در مکانیک کوانتومی است). ■

استدلالی که برای مثال قبل آوردیم در مورد هر حالت مداری مربوط به هر سیستمی صادق است: هرگاه دو الکترون در حالت مداری مشابهی باشند، اسپین آنها باید خلاف یکدیگر باشد. اگر اسپین را جزئی از مشخصه حالت به شمار آوریم، در این صورت می‌توانیم عبارت فوق را به صورت زیر بیان کنیم:

بیش از یک الکترون نمی‌تواند در حالت اسپینی و مداری معینی از یک سیستم باشد

* برای دستیابی به بهنجارش صحیح، باید (۵۸) را در $1/\sqrt{2}$ ضرب کنیم. تحقیق درستی این امر دشوار نیست، اما باید در نظر بگیریم که شرط بهنجارش مستلزم انتگرال‌گیریهای روی x و x' ، و مجموع یابیهایی روی s و s' است.

این گزاره را اصل طرد می‌گویند. این اصل را پائولی در سال ۱۹۲۵ در خلال پژوهشهای نظری خود در زمینه آرایش مدارای الکترونها در اتمها کشف کرد. به صورتی که در بالا بیان شد، اصل طرد نه تنها برای سیستمی با دو الکترون، بلکه برای سیستمی با بیش از دو الکترون هم صادق است. چنانکه در بخش بعد خواهیم دید، اصل طرد برای ساختار الکترونی اتمها پیامدهای فراگیری دارد. اگر دو یا چند الکترون در حالت‌های مداری مختلفی باشند، شرط پادمتقارن برای تابع موج محدودیتی بر سمتگیریهای اسپینها اعمال نمی‌کند؛ این الکترونها می‌توانند اسپینهای مخالف یا اسپینهای موازی داشته باشند.

مثال ۳. فرض کنید که یکی از دو الکترون در یک جعبه در حالت پایه، و دیگری در نخستین حالت برانگیخته باشد. اگر هر دو اسپین بالا باشند، تابع موج کدام است؟ مانند مثال قبل، رانش الکتریکی بین الکترونها را نادیده بگیرید.

حل تابع موج مربوط به هر دو الکترون با همدیگر باید حاصلضرب تابع موج حالت پایه و تابع موج حالت برانگیخته، یا برهم‌نهی چندتا از این حاصلضربها باشد. با منظور کردن شرط پادتقارن، می‌بینیم که تنها برهم‌نهی قابل قبول عبارت است از

$$\begin{aligned} \psi(m_{s_1}, m_{s_2}; x, x') &= \psi_1(x)\psi_2(x')|m_{s_1} = \frac{1}{2} > |m_{s_2} = \frac{1}{2} > \\ &- \psi_2(x)\psi_1(x')|m_{s_1} = \frac{1}{2} > |m_{s_2} = \frac{1}{2} > \quad (59) \end{aligned}$$

یا مضربی از این. ■

توجه کنید که به ازای $x = x'$ ، تابع موج (۵۹) صفر است؛ بدینسان، احتمال یافتن دو الکترون در مکانی واحد صفر است. این یک خاصیت مشخصه تابع موج برای الکترونها با اسپینهای موازی است، و به‌طور کلی، حتی در سیستمهای پیچیده‌تر از الکترونها واقع در یک جعبه، برقرار است. می‌توان با در نظر گرفتن اینکه برای دو الکترون با اسپینهای موازی پادتقارن تابع موج نمی‌تواند ناشی از اسپین باشد، این خاصیت را در حالت کلی اثبات کرد؛ تبادل اسپینهای مساوی بر تابع موج تأثیری ندارند. بدینسان پادتقارن باید به تمامی ناشی از متغیرهای فضایی x و x' باشد؛ از اینرو به‌ازای $x = x'$ ، معادله (۵۴) چنین می‌شود،

$$\psi(m_{s_1}, m_{s_2}; x, x) = -\psi(m_{s_1}, m_{s_2}; x, x) \quad (60)$$

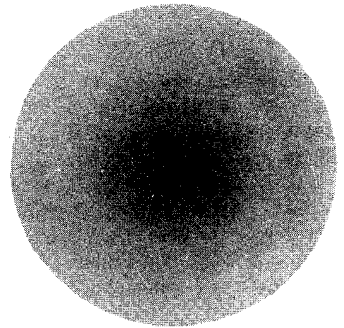
که حاکی از آن است که $\psi = 0$.

احتمال صفر برای یافتن دو الکترون در مکانی واحد را می‌توان به این معنی تعبیر کرد که الکترونها با اسپینهای موازی گرایش دارند از هم دور شوند. برعکس،

الکترونها با اسپینهای مخالف چنین گرایش ندارند (تابع موج آنها معمولاً به ازای $x = x'$ صفر نمی شود). این همبستگی بین سمتگیری اسپین و توزیع احتمال بر برهم کنش کولنی میان الکترونها، تأثیر مهمی دارد. اگر الکترونها به دور شدن از یکدیگر گرایش داشته باشند، در این صورت انرژی کولنی متقابل آنها کم می شود. به این ترتیب، می بینیم که الکترونها با اسپینهای موازی انرژی کولنی کمتری دارند تا الکترونها با اسپینهای مخالف. این اختلاف در انرژی کولنی عملاً با برهم کنش اسپین - اسپین معادل است که می خواهد اسپینهای الکترونها را به خط کند. این برهم کنش اسپین - اسپین مؤثر (که به طور غیرمستقیم به وسیله برهم کنش کولنی تولید شده) در آنها نقش مهمی ایفا می کند؛ در آنها این برهم کنش نسبت به برهم کنش گشتاور مغناطیسی معمولی اسپینها (که مستقیماً از طریق برهم کنش گشتاورهای مغناطیسی اسپین تولید شده) خیلی قویتر است.

۵.۷ جدول تناوبی عناصر

برای اتمی با دو یا چند الکترون، مثلاً، Z الکترون، محاسبه تابع موج و ویژه مقدارهای انرژی مسئله ریاضی فوق العاده دشواری است. پیچیدگیهای ناشی از برهم کنشهای کولنی میان الکترونها ما را از یافتن جوابهای دقیق باز می دارد؛ در عوض، باید بر جوابهای عددی تکیه کنیم که به وسیله طرحهای تقریبی زیرکانه و گوناگونی به دست می آیند. در یکی از چنین طرحهایی، هر الکترون به نظر می رسد که تحت تأثیر میدان کولنی مرکزی هسته به اضافه میدان کولنی میانگین تمام $Z - 1$ الکترون دیگر حرکت می کند. یعنی، تمام الکترونها دیگر به عنوان ابری از بار الکتریکی منفی با تقارن کروی در نظر گرفته می شوند که این ابر با بار الکتریکی مثبت نقطه مانند هسته هم مرکز است (شکل ۱۲.۷). ویژه حالتهای انرژی الکترون متحرک در چنین ابری تا اندازه ای به ویژه حالتهای هیدروژن شبیه اند. آنها را می توان به وسیله اعداد کوانتومی معمولی l, n, m_l و m_s (متناظر با حرکت شعاعی، اندازه تکانه زاویه ای مداری مؤلفه z این تکانه زاویه ای، و مؤلفه z اسپین) مشخص کرد. به عنوان گام بعدی در این طرح تقریب گیری، باید انحراف میان میدان کولنی میانگین و میدان کولنی حقیقی، و نیز برهم کنشهای بین اسپینها و تکانه های زاویه ای مداری (جفت شدگی $L - S$) را در نظر گرفت. در نتیجه این برهم کنشهای بازمانده، هیچکدام از اعداد کوانتومی m_s, m_l, l, n و اعداد کوانتومی خوب نیستند. معهداً، می توانیم از این اعداد



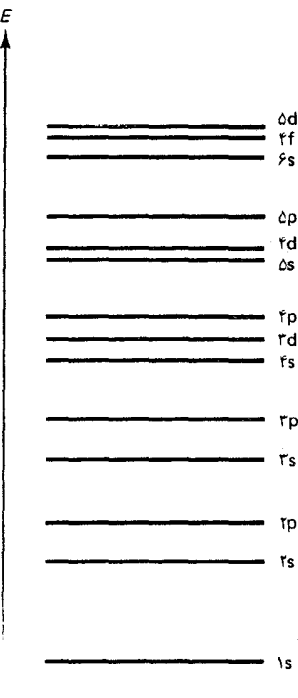
شکل ۱۲.۷ توزیع بار میانگین با تقارن کروی حاصل از $Z - 1$ الکترون و هسته.

در ارتباط با شگرد شمارش ساده مبتنی بر اصل طرد بهره گیریم تا بینشی کیفی نسبت به آرایش الکترونها در اتمها به دست آوریم.

بنابر اصل طرد به ازای هر الکترون در اتم باید یک حالت اشغال شده وجود داشته باشد. از اینرو، با شمارش تعداد این حالت‌های اشغال شده می‌توانیم تکانه زاویه‌ای مدارای کل، اسپین کل، و تکانه زاویه‌ای کل اتم را پیدا کنیم. وقتی این شگرد شمارش را انجام می‌دهیم، می‌توانیم وانمود کنیم که برهم‌کنش بازمانده بین الکترونها غایب است چرا که این برهم‌کنش بر تعداد حالت‌های موجود تکانه زاویه‌ای مدارای و اسپین مفروضی تأثیر نمی‌گذارد؛ این برهم‌کنش فقط بر شکل تابع موجهای این حالتها تأثیر می‌گذارد.

به ازای مقادیر معین n و l مقدار ممکن برای m_l ، و به ازای هر یک از این حالتها دو مقدار ممکن برای m_s وجود دارد. یعنی، به ازای مقادیر مفروض n, l, m_l حالت قابل دسترسی وجود دارد. گفته می‌شود که این حالتها یک زیر پوسته* تشکیل می‌دهند. به ازای $l = 0$ ، زیر پوسته ۲ حالت قابل دسترسی دارد؛ به ازای $l = 1$ ، شش حالت دارد؛ به ازای $l = 2$ ، ۱۰ حالت دارد؛ به ازای $l = 3$ ، ۱۴ حالت دارد، والی آخر.

در حالت پایه هر اتم، الکترونها پایینترین حالت‌های قابل دسترس انرژی را به صورت یک الکترون به ازای هر حالت اسپین و مدارای قابل دسترس، اشغال می‌کنند. بنابراین می‌توانیم بیکربندی حالت پایه اتمها را در جدول تناوبی با ساختمان زیری ریزی کنیم؛ با بیکربندی هیدروژن آغاز و یک بار مثبت به هسته و یک الکترون اضافه کنیم، سپس بار مثبت دیگر و الکترون دیگر، والی آخر، و همواره الکترون اضافه شده را در حالت اشغال نشده با پایینترین انرژی قرار می‌دهیم. از این ساختمان برای تعیین بیکربندی حالت پایه چند اتم اولیه جدول تناوبی بهره می‌گیریم، اما پیش از آنکه کار خود را شروع کنیم، باید ترتیب دنباله‌ای ترازهای انرژی زیر پوسته‌ها را بدانیم. این ترتیب عبارت است از (شکل ۱۳.۷) را



شکل ۱۳.۷ ترتیب دنباله‌ای ترازهای انرژی زیر پوسته‌های مربوط به بیرونیترین الکترون یک اتم. این نمودار انرژی هر زیر پوسته را در صورتی ارائه می‌دهد که تمام زیر پوسته‌های زیر آن پر و تمام زیر پوسته‌های بالاتر خالی هستند. مقیاس انرژی در این نمودار کیفی است؛ فواصل دقیق ترازها به Z بستگی دارند.

* به آنها این نام را داده‌ایم تا با پوسته‌های K, L, M, ... که در بخش ۷.۴ ملاحظه کردیم، قابل تشخیص باشند. هر یک از این پوسته‌ها شامل یک یا چند زیر پوسته است. مثلاً، پوسته K حاوی یک زیر پوسته $l = 0$ ؛ پوسته L حاوی یک زیر پوسته $l = 0$ و یک زیر پوسته $l = 1$ است؛ والی آخر.

بنگرید.*

(۶۱) $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, \dots$

این ترتیب را می توان از محاسبات ویژه مقدارهای انرژی الکترونی استنتاج کرد که تحت تأثیر میدان کولنی میانگین سایر الکترونها، مطابق با طرح تقریب گیری توصیف شده در بالا، حرکت می کند.

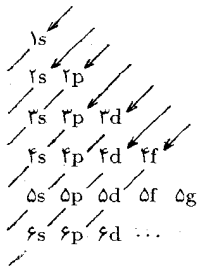
برای تعیین اعداد کوانتومی تکانه زاویه ای حالت پایه، همچنین نیاز داریم که آرایش پایتترین انرژی را برای تکانه های زاویه ای چندین الکترون سهیم در یک زیر پوسته («الکترونهای معادل») را بدانیم. این آرایش را قاعده هوند ارائه می کند: آرایش پایتترین انرژی آرایشی است با بزرگترین مقدار S ؛ و در میان آرایشهای با مقادیر مساوی S ، پایتترین آنها آرایشی با بیشترین مقدار L است. می توان نشان داد که این قاعده پیامد برهم کنشهای اسپینی و مداری است که در بخش ۷-۱۰ از آنها یاد کردیم.

اکنون آماده ایم که پیکربندی حالت پایه آنها را پی ریزی کنیم:

هیدروژن: $Z = 1$. پیکربندی مداری عبارت است از $1s$. اعداد کوانتومی برای تکانه زاویه ای مداری، اسپین، و تکانه زاویه ای کل عبارتند از $L = 0$ ، $S = 1/2$ ، و $J = 1/2$. نمادگذاری جمله طیف نمایی برای این مقادیر عبارت است از $2S_{1/2}$.

هلیوم: $Z = 2$. باید یک الکترون به هیدروژن بیفزاییم. از آنجا که زیر پوسته $1s$ برای دو الکترون جا دارد، می توانیم هر دو الکترون را، با اسپینهای مخالف، در این زیر پوسته قرار دهیم. پیکربندی مداری آن عبارت است از $1s^2$. اعداد کوانتومی مربوط به تکانه زاویه ای مداری کل، اسپین کل، و تکانه زاویه ای کل،

* یک تصویر ذهنی ساده برای این ترتیب دنباله ای ترازهای انرژی به این قرار است: زیر پوسته ها را برای پوسته های مفروضی به صورت ردیف بنویسید، و آنها را در امتداد قطره ای پیاپی روبه پایین بخوانید:



** این پیکربندی را معمولاً به اختصار به صورت $1s^2$ یا $1s^2$ می نویسند. در اینجا از این اختصار استفاده نمی کنیم چرا که سبب سردرگمی می شود.

عبارتند از $L = 0, S = 0, J = 0$ ، که جمله طیف‌نمایی 1S را می‌دهد. لیتیم؛ $Z = 3$. در زیر پوسته $1s$ دیگر جایی وجود ندارد؛ از اینرو باید الکترون بعدی را در زیر پوسته $2s$ قرار دهیم. در این صورت پیکربندی مداری $1s1s2s$ حاصل می‌شود. اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای این عنصر عبارتند از $L = 0, S = 1/2, J = 1/2$. توجه کنید که اسپین کل به طور کامل ناشی از الکترون زوج نشده $2s$ است. جمله طیف‌نمایی عبارت است از $^2S_{1/2}$ ، که مانند جمله مربوط به هیدروژن است.

بریلیم؛ $Z = 4$. باید الکترون بعدی را به زیر پوسته $2s$ ، با اسپین مخالف اسپین الکترونی که قبلاً در این پوسته بوده است، اضافه کنیم. پیکربندی این عنصر عبارت است از $1s1s2s2s$. اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای آن عبارتند از $L = 0, S = 0, J = 0$ ، که جمله طیف‌نمایی 1S را می‌دهد.

بور؛ $Z = 5$. حالا هر دو زیر پوسته $1s$ و $2s$ شده‌اند؛ باید الکترون بعدی را در زیر پوسته $2p$ قرار دهیم، به طوری که پیکربندی به صورت $1s1s2s2s2p$ درآید. تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین به طور کامل ناشی از الکترون زوج نشده $2p$ است، که $L = 1$ و $S = 1/2$ را می‌دهد. از آنجا که برهم‌کنش اسپین - مدار (بخش ۱۰۷) به انرژی پایینتری به ازای $J = 1/2$ منجر می‌شود و نه به ازای $J = 3/2$ ، حالت پایه دارای $J = 1/2$ است، و جمله طیف‌نمایی این عنصر عبارت است از $^2P_{1/2}$.

کربن؛ $Z = 6$. الکترون بعدی را به زیر پوسته $2p$ می‌افزاییم و به پیکربندی $1s1s2s2s2p2p$ می‌رسیم. از آنجا که زیر پوسته p دارای شش حالت جداگانه (m_l مختلف) است، هیچ ضرورتی ندارد که دو الکترون $2p$ را در حالت مداری یکسانی، با اسپینهای مخالف، زوج کنیم. بهتر است که آنها را در حالت‌های مداری مختلفی قرار دهیم چرا قاعده هوند برای این الکترون‌ها اسپینهای موازی، را طلب می‌کند، یعنی $S = 1$. همچنین، بنابراین قانون L باید بزرگترین مقدار خود را داشته باشد. چون الکترون‌ها دارای m_l مساوی نیستند، نمی‌توانند $L = 2$ را به دست آورند؛ بزرگترین مقدار بعدی عبارت است از $L = 1$ ، که به $J = 0$ می‌انجامد. بدینسان، جمله طیف‌نمایی عبارت است از 3P_0 .

نیتروژن؛ $Z = 7$. الکترون دیگری به زیر پوسته $2p$ می‌افزاییم. در این صورت پیکربندی این عنصر می‌شود $1s1s2s2s2p2p2p$. قاعده هوند حکم می‌کند که الکترون‌های $2p$ در حالت‌های $-1, 0, 1$ ، m_l توزیع شوند، که تمام جهت‌های ممکن تکانه زاویه‌ای مداری را در برمی‌گیرند. این امر حاکی از آن است

که تکانه زاویه‌ای مداری کل جمع بردارهای توزیع شده در تمام جهتهای ممکن باشد؛ چنین جمعی صفر است، یعنی $L = 0$. جمله طیف‌نمایی ${}^2S_{3/2}$ است. اکسیژن $Z = 8$. در اینجا نیز یک الکترون به زیر پوسته 2p اضافه می‌کنیم که به پیکربندی $1s^2 2s^2 2p^6 3p^2$ می‌رسیم. تکانه زاویه‌ای مداری به تمامی ناشی از این الکترون افزوده شده است، یعنی $L = 1$. الکترون اضافه شده باید با یکی از الکترونهايي که قبلاً در زیر پوسته بود، حالت مداری را به اشتراک بگذارد. از آنجا که چنین الکترونهايي زوج شده‌ای همواره اسپینهای مخالفی دارند، در اسپین خالص تأثیری نخواهند داشت. فقط دو الکترون زوج نشده دیگر، در آن سهم دارند، که می‌دهند $S = 1$. در این صورت، بر پایه برهم‌کنش اسپین - مدار، باید حالت پایه‌ای با $J = 0$ به وجود آید. عملاً، در این مورد حالت پایه $J = 2$. (این نمونه‌ای از وارونگی ترتیب انرژی یک چندتایی است. توضیح این وارونگی در مکانیک کوانتومی پیشرفته می‌آید؛ در اینجا به همین اکتفا می‌کنیم که بگوییم که این حالت وقتی پیش می‌آید که پوسته‌ای بیشتر از نیم پر باشد.) جمله طیف‌نمایی عبارت است از ${}^2P_{3/2}$.

فلوئور $Z = 9$. باز هم الکترون دیگری به زیر پوسته 2p می‌افزاییم، به پیکربندی $1s^2 2s^2 2p^6 3p^2$ می‌رسیم. برای تعیین اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای، می‌توانیم از یک شگرد هوشمندانه بهره‌گیریم: فرض کنید که یک الکترون دیگر به فلوئور اضافه می‌کنیم، تا زیر پوسته 2p کاملاً پر شود. در این صورت تکانه زاویه‌ای مداری کل صفر خواهد شد زیرا، مانند نیتروژن، الکترونها به طور مساوی در حالت‌های $m_l = 1, 0, -1$ توزیع شده‌اند. به علاوه، اسپین خالص صفر خواهد بود زیرا تمام اسپینهای منفرد چنان زوج می‌شوند که حذف خواهند شد. بدینسان، پیکربندی به‌ارزای 1^0 الکترون دارای $L = 0$ ، $S = 0$ و $J = 0$ است. نتیجه می‌گیریم که در پیکربندی مربوط به ۹ الکترون، تکانه زاویه‌ای باید به تمامی ناشی از غیبت یک الکترون از پوسته پر شده 2p باشد. چون برای یک چنین الکترونی $L = 1$ و $S = 1/2$ ، اینها باید اعداد کوانتومی فلوئور باشند. عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل عبارت است از $J = 3/2$ ، که با چندتایی وارونه، مانند اکسیژن، متناظر است. جمله طیف‌نمایی فلوئور عبارت است از ${}^2P_{3/2}$.

نئون $Z = 10$. دهمین الکترون زیر پوسته 2p را پر می‌کند، و به آن پیکربندی $1s^2 2s^2 2p^6 3p^2$ را می‌دهد. با توجه به بحث بالا، تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین زیر پوسته پر 2p صفر است. یعنی $L = 0$ ، $S = 0$ و $J = 0$ ، با جمله طیف‌نمایی 1S .

سدیم؛ $Z = 11$. باید الکترون بعدی را در زیر پوسته $3s$ اضافه کنیم، به طوری که پیکربندی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ حاصل شود. تکانه زاویه‌ای کل عبارت است از تکانه زاویه‌ای مربوط به این الکترون اضافه شده، یعنی $L = 0$ ، $S = 1/2$ ، $J = 1/2$ ، با یک جمله طیف‌نمایی $^2S_{1/2}$.

می‌توانیم به همین ترتیب به بحث خود ادامه دهیم و اتمهایی با مقادیر بزرگ Z را تشکیل دهیم. در جدول ۲۰۷ پیکربندی حالت پایه و جمله طیف‌نمایی تمام اتمها آمده است. با تأمل در این جدول به الگوهای تناوبی و تکرار شونده مشخصی پی‌می‌بریم: H، Li، Na، K، Rb، ... جملگی دارای جمله طیف‌نمایی $^2S_{1/2}$ هستند؛ He، Ne، Ar، Kr، Xe، ... همگی 1S_0 دارند؛ F، Cl، Br، I، ... همه $^2P_{3/2}$ دارند، والی آخر. این اتمها به ستون IA، و VII A از جدول تناوبی تعلق دارند (شکل ۱۴۰۷). انطباق جمله‌های طیف‌نمایی آنها تشابه در طیفهایشان را توضیح می‌دهد. به علاوه، اتمهای ستون IA همگی بیرونیترین الکترونشان را در حالت s دارند؛ اتمهای ستون d جملگی خارجیترین الکترونهایشان را در پوسته کاملاً پر شده p دارند؛ اتمهای ستون VII A بیرونیترین الکترونهایشان در یک پوسته p است که تا پر شدن یک الکترون کم دارد. این شباهتها در آرایش بیرونیترین الکترونها (الکترونهای ظرفیت) شباهت در رفتار شیمیایی این اتمها را توضیح می‌دهد؛ اتمهای ستون IA قلیایی، از آن ستون d گازهای نادر، و اتمهای متعلق به ستون VII A هالوژن‌اند.

از اینرو می‌بینیم که شگرد شمارش ساده بر پایه اصل پائولی می‌تواند جنبه‌های گسترده‌ای از جدول تناوبی عناصر را توضیح دهد. توجه کنید که با حرکت در امتداد ردیف دوم و سوم جدول، یک زیر پوسته s و یک زیر پوسته p به تدریج پر می‌شود. این عمل مستلزم هشت الکترون است، و علت این امر را که چرا این ردیفها هشت ستون دارند، توضیح می‌دهد. چهار ردیف بعدی جدول الگوی متفاوتی را نشان می‌دهد زیرا نه تنها یک زیر پوسته s و یک زیر پوسته p را پر می‌کنیم، بلکه یک زیر پوسته اضافی با تکانه زاویه‌ای بالاتری را هم پر می‌کنیم. مثلاً، در ردیف چهارم زیر پوسته‌های $4s$ ، $3d$ ، و $4p$ را پر می‌کنیم. پر شدن زیر پوسته $3d$ «عناصر واسط» را به وجود می‌آورد ($Z = 21$ تا $Z = 30$ ؛ ستونهای با عنوان B در شکل ۱۴۰۷ را بنگرید).

جدول ۲۰۷: پیکربندیهای الکترونی و جمله‌های طیف‌نمایی مربوط به حالت‌های پایه آنها.*

اتم	Z	K			L			M			N				O				جمله	پتانسیل یونش
		1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f					
H	1	1																$2S_{1/2}$	13.5981 eV	
He	2	2																$1S_0$	24.5868	
Li	3	2	1															$2S_{1/2}$	5.3916	
Be	4	2	2															$1S_0$	9.322	
B	5	2	2	1														$2P_{1/2}$	8.298	
C	6	2	2	2														$3P_0$	11.260	
N	7	2	2	3														$4S_{3/2}$	14.534	
O	8	2	2	4														$3P_2$	13.618	
F	9	2	2	5														$2P_{3/2}$	17.422	
Ne	10	2	2	6														$1S_0$	21.564	
Na	11	2	2	6	1													$2S_{1/2}$	5.139	
Mg	12	2	2	6	2													$1S_0$	7.646	
Al	13	2	2	6	2	1												$2P_{1/2}$	5.986	
Si	14	2	2	6	2	2												$3P_0$	8.151	
P	15	2	2	6	2	3												$4S_{3/2}$	10.486	
S	16	2	2	6	2	4												$3P_2$	10.360	
Cl	17	2	2	6	2	5												$2P_{3/2}$	12.967	
Ar	18	2	2	6	2	6												$1S_0$	15.759	
K	19	2	2	6	2	6	1											$2S_{1/2}$	4.341	
Ca	20	2	2	6	2	6	2											$1S_0$	6.113	
Sc	21	2	2	6	2	6	1	2										$2D_{3/2}$	6.54	
Ti	22	2	2	6	2	6	2	2										$3F_2$	6.82	
V	23	2	2	6	2	6	3	2										$4F_{3/2}$	6.74	
Cr	24	2	2	6	2	6	5	1										$7S_3$	6.765	
Mn	25	2	2	6	2	6	5	2										$6S_{5/2}$	7.432	
Fe	26	2	2	6	2	6	6	2										$5D_4$	7.870	
Co	27	2	2	6	2	6	7	2										$4F_{9/2}$	7.86	
Ni	28	2	2	6	2	6	8	2										$3F_4$	7.635	
Cu	29	2	2	6	2	6	10	1										$2S_{1/2}$	7.726	
Zn	30	2	2	6	2	6	10	2										$1S_0$	9.394	
Ga	31	2	2	6	2	6	10	2	1									$2P_{1/2}$	5.999	
Ge	32	2	2	6	2	6	10	2	2									$3P_0$	7.899	
As	33	2	2	6	2	6	10	2	3									$4S_{3/2}$	9.81	
Se	34	2	2	6	2	6	10	2	4									$3P_2$	9.752	
Br	35	2	2	6	2	6	10	2	5									$2P_{3/2}$	11.814	
Kr	36	2	2	6	2	6	10	2	6									$1S_0$	13.999	
Rb	37	2	2	6	2	6	10	2	6				1					$2S_{1/2}$	4.177	
Sr	38	2	2	6	2	6	10	2	6				2					$1S_0$	5.693	
Y	39	2	2	6	2	6	10	2	6	1			2					$2D_{3/2}$	6.38	
Zr	40	2	2	6	2	6	10	2	6	2			2					$3F_2$	6.84	
Nb	41	2	2	6	2	6	10	2	6	4			1					$6D_{1/2}$	6.88	
Mo	42	2	2	6	2	6	10	2	6	5			1					$7S_3$	7.10	
Tc	43	2	2	6	2	6	10	2	6	5			2					$6S_{5/2}$	7.28	
Ru	44	2	2	6	2	6	10	2	6	7			1					$5F_5$	7.366	
Rh	45	2	2	6	2	6	10	2	6	8			1					$4F_{9/2}$	7.46	
Pd	46	2	2	6	2	6	10	2	6	10								$1S_0$	8.33	
Ag	47	2	2	6	2	6	10	2	6	10			1					$2S_{1/2}$	7.576	
Cd	48	2	2	6	2	6	10	2	6	10			2					$1S_0$	8.993	
In	49	2	2	6	2	6	10	2	6	10			2	1				$2P_{1/2}$	5.786	
Sn	50	2	2	6	2	6	10	2	6	10			2	2				$3P_0$	7.344	
Sb	51	2	2	6	2	6	10	2	6	10			2	3				$4S_{3/2}$	8.641	
Te	52	2	2	6	2	6	10	2	6	10			2	4				$3P_2$	9.01	
I	53	2	2	6	2	6	10	2	6	10			2	5				$2P_{3/2}$	10.457	
Xe	54	2	2	6	2	6	10	2	6	10			2	6				$1S_0$	12.130	

* اعداد داخل پرانتز دقیق نیستند.

اتم	Z	K	L	M	N					O				P			Q	جمله	پتانسیل یونش	
					4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s							
Cs	55	Same					2	6					1						$2S_{1/2}$	3.894 eV
Ba	56						2	6					2						$1S_0$	5.211
La	57						2	6					2						$2D_{3/2}$	5.5770
Ce	58					1	2	6	1				2						$1G_4$	5.466
Pr	59					3	2	6					2						$4I_{9/2}$	5.422
Nd	60					4	2	6					2						$5I_4$	5.489
Pm	61					5	2	6					2						$6H_{5/2}$	5.554
Sm	62					6	2	6					2						$7F_0$	5.631
Eu	63					7	2	6					2						$8S_{7/2}$	5.666
Gd	64					7	2	6	1				2						$9D_2$	6.141
Tb	65					(8)	2	6	(1)				(2)						$(8G_{13/2})$	5.852
Dy	66					10	2	6					2						$5I_8$	5.927
Ho	67					11	2	6					2						$4I_{15/2}$	6.018
Er	68					12	2	6					2						$3H_6$	6.101
Tm	69					13	2	6					2						$2F_{7/2}$	6.184
Yb	70					14	2	6					2						$1S_0$	6.254
Lu	71					14	2	6	1				2						$2D_{3/2}$	5.426
Hf	72					14	2	6	2				2						$3F_2$	6.865
Ta	73					14	2	6	3				2						$4F_{3/2}$	7.88
W	74					14	2	6	4				2						$5D_0$	7.98
Re	75					14	2	6	5				2						$6S_{5/2}$	7.87
Os	76					14	2	6	6				2						$5D_4$	8.5
Ir	77					14	2	6	7				2						$4F_{9/2}$	9.1
Pt	78					14	2	6	9				1						$3D_3$	9.0
Au	79					14	2	6	10				1						$2S_{1/2}$	9.22
Hg	80					14	2	6	10				2						$1S_0$	10.43
Tl	81					14	2	6	10				2	1					$2P_{1/2}$	6.108
Pb	82					14	2	6	10				2	2					$3P_0$	7.417
Bi	83					14	2	6	10				2	3					$4S_{3/2}$	7.289
Po	84					14	2	6	10				2	4					$3P_2$	8.43
At	85					14	2	6	10				2	5					$2P_{3/2}$	8.8
Rn	86					14	2	6	10				2	6					$1S_0$	10.749
Fr	87					14	2	6	10				2	6		(1)			$2S_{1/2}$	3.8
Ra	88					14	2	6	10				2	6		2			$1S_0$	5.278
Ac	89					14	2	6	10				2	6	1	2			$2D_{3/2}$	5.17
Th	90					14	2	6	10				2	6	2	2			$3F_2$	6.08
Pa	91					14	2	6	10	2			2	6	1	2			$4K_{11/2}$	5.89
U	92					14	2	6	10	3			2	6	1	2			$5L_6$	6.05
Np	93					14	2	6	10	4			2	6	1	2			$6L_{11/2}$	6.19
Pu	94					14	2	6	10	6			2	6		2			$7F_0$	6.06
Am	95					14	2	6	10	7			2	6		2			$8S_{7/2}$	5.993
Cm	96					14	2	6	10	7			2	6	1	2			$9D_2$	6.02
Bk	97					14	2	6	10	(9)			2	6	(0)	(2)			$9H_{5/2}$	6.23
Cf	98					14	2	6	10	(10)			2	6	(0)	(2)			$5I_8$	6.30
Es	99					14	2	6	10	(11)			2	6	(0)	(2)			$4I_{15/2}$	6.42
Fm	100					14	2	6	10	(12)			2	6	(0)	(2)			$3H_6$	6.50
Md	101					14	2	6	10	(13)			2	6	(0)	(2)			$2F_{7/2}$	6.58
No	102					14	2	6	10	(14)			2	6	(0)	(2)			$1S_0$	6.65
Lw	103					14	2	6	10	(14)			2	6	(1)	(2)			$2D_{3/2}$	8.6

1 H 1.0079	IIA		IIIB		IVB	VB	VIB	VIIIB	VIII		IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	2 He 4.00260																	
3 Li 6.94	4 Be 9.01218	11 Na 22.98977	12 Mg 24.305	19 K 39.0983	20 Ca 40.08	21 Sc 44.9559	22 Ti 47.88	23 V 50.9415	24 Cr 51.996	25 Mn 54.9380	26 Fe 55.847	27 Co 58.9332	28 Ni 58.69	29 Cu 63.546	30 Zn 65.39	31 Ga 69.72	32 Ge 72.59	33 As 74.9216	34 Se 78.96	35 Br 79.904	36 Kr 83.80														
37 Rb 85.4678	38 Sr 87.62	39 Y 88.9059	40 Zr 91.22	41 Nb 92.9064	42 Mo 95.94	43 Tc 98.9062	44 Ru 101.07	45 Rh 102.9055	46 Pd 106.42	47 Ag 107.8682	48 Cd 112.41	49 In 114.82	50 Sn 118.71	51 Sb 121.75	52 Te 127.60	53 I 126.9045	54 Xe 131.29	55 Ba 137.33	56 Cs 132.9054	57 La 138.9055	58 Ce 140.12	59 Pr 140.9077	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.36	63 Eu 151.96	64 Gd 157.25	65 Tb 158.9254	66 Dy 162.50	67 Ho 164.9304	68 Er 167.26	69 Tm 168.9342	70 Yb 173.04	71 Lu 174.967	
87 Fr (223)	88 Ra 226.0254	89-103 Acti- nides (260)	104 Rf (260)	105 Ha (260)	106 (263)	107 (263)	108 (266)	109 (266)	78 Pt 195.08	79 Au 196.9665	80 Hg 200.59	81 Tl 204.383	82 Pb 207.2	83 Bi 208.9804	84 Po (209)	85 At (210)	86 Rn (222)	87 Fr (223)	88 Ra (226)	89-103 Acti- nides (260)	104 Rf (260)	105 Ha (260)	106 (263)	107 (263)	108 (266)	109 (266)	78 Pt 195.08	79 Au 196.9665	80 Hg 200.59	81 Tl 204.383	82 Pb 207.2	83 Bi 208.9804	84 Po (209)	85 At (210)	86 Rn (222)

خاکهای کمیاب
(لانانیدها)

اکتینیدها

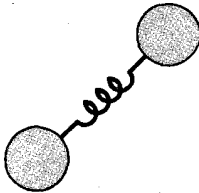
57 La 138.9055	58 Ce 140.12	59 Pr 140.9077	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.36	63 Eu 151.96	64 Gd 157.25	65 Tb 158.9254	66 Dy 162.50	67 Ho 164.9304	68 Er 167.26	69 Tm 168.9342	70 Yb 173.04	71 Lu 174.967
----------------------	--------------------	----------------------	--------------------	-------------------	--------------------	--------------------	--------------------	----------------------	--------------------	----------------------	--------------------	----------------------	--------------------	---------------------

89 Ac (227)	90 Th 232.0381	91 Pa 231.0359	92 U 238.029	93 Np 237.0482	94 Pu (244)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (251)	99 Es (254)	100 Fm (257)	101 Md (258)	102 No (259)	103 Lr (260)
-------------------	----------------------	----------------------	--------------------	----------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

شکل ۱۴.۷ جدول تناوبی عناصر شیمیایی عدد بالایی، در هر خانه، عدد اتمی است. عدد پایینی، جرم اتمی است. یعنی، جرم (بر حسب گرم) یک مول یا، به بیان دیگر، جرم (بر حسب u) یک اتم، اعداد داخل پرانتز نشانه جرم اتمی پایدارترین یا معروفترین ایزوتوپ این عنصر است؛ تمام اعداد دیگر نمایانگر جرم میانگین آمیزه‌ای از چند ایزوتوپ اند که در نمونه‌های طبیعی عنصر یافت می‌شوند.

۶.۷ ترازهای انرژی مولکولی

در هر مولکولی متشکل از دو یا چند اتم، انرژی نه تنها به حالت الکترونی هراتم، بلکه به حالت ارتعاشی و چرخشی کل مولکول بستگی دارد. به بیان تقریبی، می‌توانیم مولکول را به صورت آرایش جرمهایی بیندازیم که فنرهای بدون جرمی آنها را کنار یکدیگر نگه داشته است (شکل ۱۵.۷). در این شکل جرمها، نمایانگر هسته‌های اتمی، و فنرها نشان دهنده الکترونها اتمی هستند که برهم‌کنش آنها عمدتاً عامل پدید آوردن نیروهای بین اتمی است. در این صورت، به ازای حالت الکترونی هراتم، ثابت فنر مقدار ثابتی دارد. به غیر از انرژی الکترونی ثابت، انرژی مولکول عبارت است از مجموع انرژی ارتعاشی و انرژی چرخشی.



شکل ۱۵.۷ تصویر خام یک مولکول دو اتمی مرتعش.

ویژه مقدارهای انرژی وابسته به حرکت ارتعاشی صرفاً عبارتند از ویژه مقدارهای انرژی نوسانگر هماهنگ. اگر بسامد نوسان جرمهای نمایش یافته در شکل ۱۵.۷ عبارت باشد از ω ، انرژی ارتعاشی مطابق فرمول آشنای زیر کوانتیده می‌شود:

$$*E_{\text{vib}} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \quad (62)$$

با استدلال زیر می‌توان، تخمینی تقریبی از بسامد یک مولکول، ω ، به دست داد: فرض کنید اتمها را به یکدیگر فشار می‌دهیم، به طوری که فاصله بین آنها به اندازه ضریب ۲ کاهش پیدا کند. چون شعاع نوعی هراتم عبارت است از شعاع بور، a_0 ، فاصله اولیه $\sim 2a_0$ خواهد بود و جابه‌جایی a_0 است. از اینرو انرژی ذخیره شده در فنر عبارت است از $\frac{1}{2}M\omega^2 a_0^2 \sim \frac{1}{2}ka_0^2$ ، که M جرم یک اتم است. این انرژی فنر عملاً انرژی تغییر شکل حالت الکترونی اتمهاست. تغییر شکلی فاحش، نظیر آنچه که در بالا مطرح شد، تقریباً معادل است با گذار از یک حالت الکترونی به حالت بعدی؛ معمولاً، اختلاف انرژی از مرتبه بزرگی اختلاف انرژی است که در هیدروژن یافت می‌شود: $\sim E_0 = \frac{1}{2}m_e(e^2/4\pi\epsilon_0)^2/\hbar^2$. این کمیت باید با انرژی فنر برابر شود:

$$\frac{1}{2}M\omega^2 a_0^2 \sim E_0 \quad (63)$$

یا

$$\sqrt{M}\omega_0 a_0 \sim \sqrt{E_0} \quad (64)$$

* منظور از شاخص زیرین vib، مخفف عبارت انگلیسی به معنی ارتعاشی (و در نتیجه E_{vib} ، انرژی ارتعاشی) است. م.م.

با حل این عبارت برحسب ω و نشان دادن عبارت مربوط به شعاع بور، داریم

$$\hbar\omega \sim \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m_e}{\hbar} \frac{\sqrt{E_0}}{\sqrt{M}} \sim \sqrt{\frac{m_e}{M}} E_0 \quad (65)$$

در مورد اکثر آنها m_e/M برابر است با 10^{-4} یا 10^{-5} . بدینسان انرژی ارتعاشی نوعی تقریباً عبارت است از $10^{-2} E_0$. بنابراین طول موج نوعی گسیلیده در یک گذار صرفاً ارتعاشی در حدود 10^6 برابر طول موج نوعی گسیلیده در گذار الکترونی است؛ طول موج نوعی در ناحیه فرسرخ است. ویژه مقادیرهای انرژی برای حرکت چرخشی از کوانتتس تکانه زاویه‌ای ناشی می‌شوند. مولکول حول محوری می‌چرخد که از مرکز جرم می‌گذرد (شکل ۱۶.۷). اگر گشتاور لختی حول این محور I ؛ و تکانه زاویه J باشد، پس

$$*E_{rot} = \frac{|J|^2}{2I} \quad (66)$$

تکانه زاویه‌ای باید از قاعده کوانتتس معمولی، $|J|^2 = J(J+1)\hbar^2$ ، پیروی کند. بدینسان

$$E_{rot} = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I} \quad J = 0, 1, 2, \dots \quad (67)$$

برای برآوردی تقریبی، می‌توان فرض کرد که فاصله شعاعی هر یک از جرمها از مرکز جرم عبارت است از a . به طوری که گشتاور لختی هر دو جرم رویهمرفته می‌شود $2Ma^2 \sim$

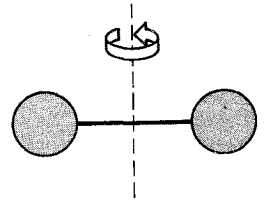
$$E_{rot} \sim \frac{J(J+1)\hbar^2}{2Ma^2} \quad (68)$$

در یک گذار نوعی، J از مرتبه بزرگی ۱ است و بنابراین تغییر در انرژی چرخشی از مرتبه بزرگی $\hbar^2/(2Ma^2)$ خواهد بود،

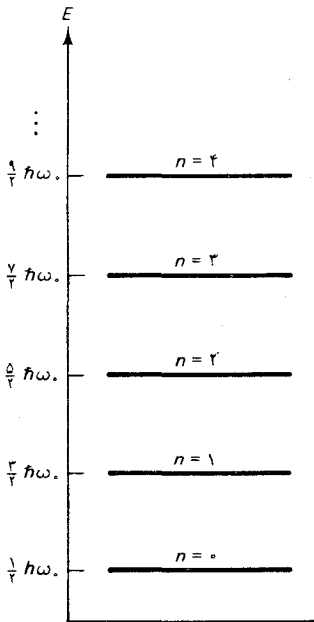
$$\frac{\hbar^2}{2Ma^2} \sim \frac{\hbar^2}{2M} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e}{\hbar^2} \sim \frac{m_e}{M} E_0 \quad (69)$$

با $m_e/M \sim 10^{-4}$ ، این عبارت نشان می‌دهد که انرژی چرخشی نوعی در حدود $10^{-4} E_0$ است. از اینرو طول موج نوعی گسیلیده در یک گذار صرفاً چرخشی در حدود 10^4 برابر طول موج گسیلیده در یک گذار الکترونی است؛ طول موج نوعی در ناحیه فرسرخ دور، نزدیک به ناحیه میکروموجی، قرار دارد.

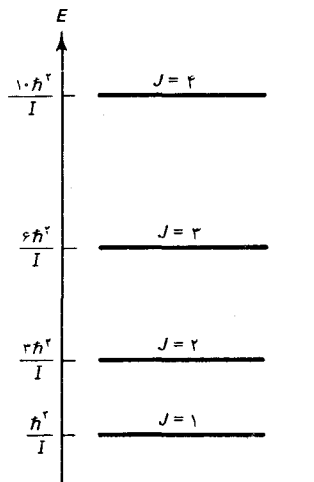
* منظور از E_{rot} همانا E چرخشی است.



شکل ۱۶.۷ تصویر خام مولکول دو اتمی چرخان.



شکل ۱۷.۷ نمودار تراز انرژی برای برانگیختگیهای ارتعاشی یک مولکول دو اتمی.



شکل ۱۸.۷ نمودار تراز انرژی برای برانگیختگیهای چرخشی یک مولکول دو اتمی.

ما در محاسبات خود فرض کرده ایم که مولکول حول محور عرضی می چرخد (شکل ۱۶.۷). البته، این مولکول می تواند حول محور طولی چرخش کند. اما، گشتاور لختی حول این محور خیلی کوچک است (به یاد آورید که قسمت اعظم جرم در هسته بسیار کوچک متمرکز است)؛ از اینرو، بنا بر معادله (۶۷)، انرژی نخستین حالت برانگیخته نسبتاً زیاد است. بدینسان، در دماهای معمولی، تمام مولکولها در حالت پایه باقی می مانند، و چرخش حول محور طولی همچنان غایب است.

در شکل ۱۷.۷ نمودار تراز انرژی مربوط به حالت های برانگیخته ارتعاشی یک مولکول دو اتمی را مشاهده می کنید. * فاصله بین این ترازهای انرژی ثابت است. (اما، به ازای مقدار خیلی بزرگ n، انرژی پتانسیل «فنرهای» بین اتمی از پتانسیل نوسانگر هماهنگ انحراف پیدا می کنند، و فاصله بین ترازهای انرژی ثابت نمی ماند.)

در شکل ۱۸.۷ نمودار تراز انرژی مربوط به حالت های برانگیخته چرخشی مولکول را مشاهده می کنید. توجه کنید که فاصله میان ترازهای انرژی افزایش پیدا می کند. نشان دادن اینکه این فاصله با J نسبت مستقیم دارد، آسان است:

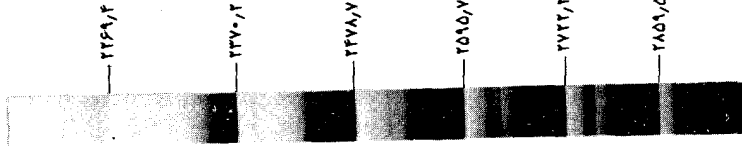
$$E_{rot,J} - E_{rot,J-1} \propto J(J+1) - (J-1)J \propto 2J \quad (70)$$

اگر مولکولی در ابتدا در یک حالت J بالا باشد، یک رشته گذار از J به J-1 به J-2 به J-3 و الی آخر انجام می دهد. ** بنابراین، نوری که یک نمونه از مولکولها گسیل می کند یک طیف نواری را نشان می دهد، که شامل یک رشته از طول موجهاست.

هر چند طول موج گذارهای ارتعاشی و چرخشی از ناحیه مرئی خیلی دورند، طول موج گذارهای الکترونی در اتمها که با گذارهای همزمان چرخشی و ارتعاشی در مولکول همراهی می شوند در ناحیه مرئی یا ناحیه فرابنفش قرار می گیرند. مثلاً، در شکل ۱۹.۷ دو تراز انرژی الکترونی در یک مولکول و اصلاح آنها را به وسیله برانگیختگیهای ارتعاشی و چرخشی مشاهده می کنید. پیکانها نشان دهنده مجموعه ای از گذارهای الکترونی - ارتعاشی - چرخشی هستند؛ گذارها در این مجموعه متضمن تغییری در حالت الکترونی و تغییرات همزمان در حالت های ارتعاشی و چرخشی اند. این مجموعه گذارها نوار طیفی را ایجاد می کنند، که شامل دنباله ای از خطوط طیفی با فاصله نزدیک از یکدیگرند. در شکل ۲۰.۷ چند تا

* گذارهای میان این حالت های ارتعاشی تابع قاعده گزینش $\Delta n = \pm 1$ می باشند.
** این گذارها از قاعده گزینش $\Delta J = \pm 1$ پیروی می کنند.

از این نوارهای طیفی را مشاهده می‌کنید که در طیف مولکول NO دیده می‌شوند.



شکل ۲۰.۷ طیف نواری NO.

توصیف ریاضی گذارهای همزمان الکترونی - ارتعاشی - چرخشی تا اندازه‌ای پیچیده‌اند زیرا هم بسامد ارتعاشی و هم گشتاور لختی مولکول به پیکربندی الکترونی وابسته‌اند. از اینرو، فاصله میان ترازهای ارتعاشی و فواصل میان ترازهای چرخشی برای هر حالت الکترونی فرق می‌کنند. به علاوه، منظور کردن جفت‌شدگی میان اسپینهای الکترونها، تکانه زاویه‌ای مداری الکترونها، و تکانه زاویه‌ای مداری هسته‌ها، ضروری است. به خاطر سادگی بیان، فقط به مورد گذارهای ارتعاشی - چرخشی، یعنی گذارهایی می‌پردازیم که در آنها حالت‌های ارتعاشی و چرخشی به‌طور همزمان تغییر می‌کنند، در حالی که حالت الکترونی ثابت باقی می‌ماند. این گذارها خطوط جذبی در ناحیه فرسرخ را پدید می‌آورند، که به وسیله یک طیف‌سنج جذبی به‌آسانی می‌توان آنها را مشاهده کرد؛ چنین طیف‌سنجی شدت را به صورت تابعی از طول موج مربوط به نور گذرنده از یک نمونه گاز اندازه‌گیری می‌کند. در دماهای معمولی، محتملترین حالت ارتعاشی اولیه مولکولها در نمونه‌گاز عبارت است از $n = 0$. اما، مولکولها در این نمونه معمولاً در گستره وسیعی از حالت‌های چرخشی توزیع می‌شوند. گذار ارتعاشی $n = 0$ به $n = 1$ با گذار چرخشی همزمان J به $J - 1$ همراه است که به جذب یک فوتون انرژی منجر می‌شود،

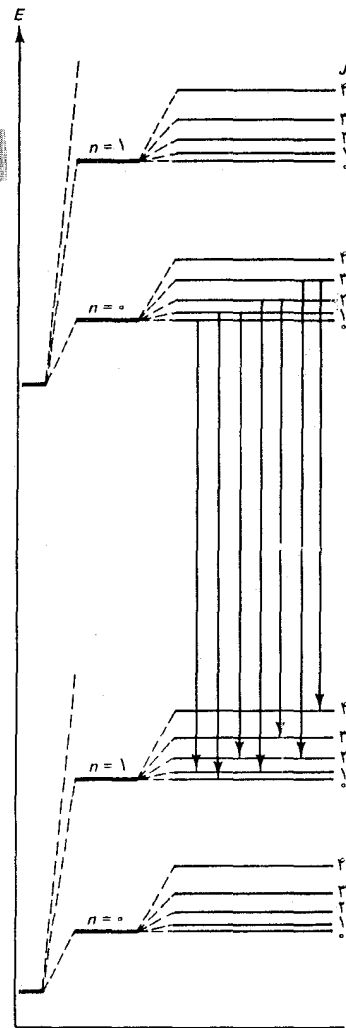
$$E = \Delta E_{\text{vib}} + \Delta E_{\text{rot}} \quad (71)$$

$$= \hbar\omega_0 - 2J \frac{\hbar^2}{I} \quad J = 1, 2, 3, \dots \quad (72)$$

به همین ترتیب، به‌ازای گذار چرخشی J به $J + 1$ ،

$$E = \hbar\omega_0 + 2(J + 1) \frac{\hbar^2}{I} \quad J = 0, 1, 2, \dots \quad (73)$$

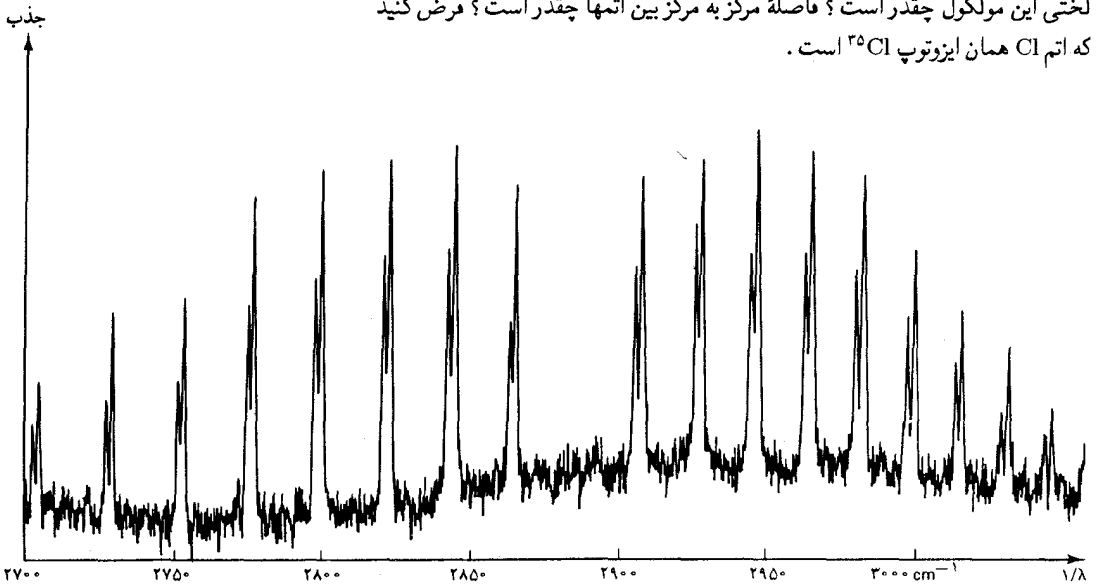
هریک از دو معادله (۷۲) و (۷۳) یک مجموعه از انرژیهای ممکن مربوط به فوتون را توصیف می‌کنند. از آنجا که مولکولهای یک نمونه‌گاز در گستره وسیعی از مقادیر مختلف J توزیع می‌شوند، هر یک از این مجموعه‌های انرژی یک طیف نواری جذبی با دنباله‌ای از طول موجها ایجاد می‌کند. معادله (۷۲) دنباله‌ای صعودی از



شکل ۱۹.۷ اصلاح ترازهای انرژی الکترونی از طریق برانگیختگیهای ارتعاشی و چرخشی. برای وضوح، فاصله میان ترازهای ارتعاشی $(n = 0, 1)$ را خیلی بزرگتر از مقدار واقعی نمایش داده‌ایم؛ فاصله بین ترازهای چرخشی بزرگتر از قبلی ترسیم شده‌اند. گذارهای نموده شده یک نوار چرخشی را نمایش می‌دهند.

طول موجها، و معادله (۷۳) دنباله‌ای نزولی از طول موجها را می‌دهد. اندازه‌گیری دقیق طول موجها در طیفهای نواری تعیین دقیق بسامد ارتعاش، ω و گشتاور لختی، I ، را از طریق آزمایش میسر می‌کند. بدین ترتیب، طیف‌نمایی نوارها ابزار باارزشی در تحقیقات ساختار مولکولی به‌شمار می‌آید.

مثال ۴. در طیف نواری جذبی مولکول HCl (شکل ۲۱.۷)، اختلاف طول موج بین خطوط طیفی مجاور با اختلاف انرژی فوتون، $2.62 \times 10^{-22} \text{ eV}$ ، متناظر است. گشتاور لختی این مولکول چقدر است؟ فاصله مرکز به مرکز بین اتمها چقدر است؟ فرض کنید که اتم Cl همان ایزوتوپ ^{35}Cl است.



شکل ۲۱.۷ طیف نواری جذبی HCl. توجه کنید که هر خط طیفی شامل دو قله نزدیک به هم است؛ قله بلندتر ناشی از مولکولهای حاوی ^{35}Cl ، و قله کوتاهتر نتیجه مولکولهای شامل ^{37}Cl است. این طیف به وسیله یک طیف‌سنج فروسرخ تجارتي به دست آمده است.

حل انرژی فوتونهای جذب شده از معادله (۷۲) یا (۷۳) به دست می‌آید. بنابر این معادلات، اختلاف انرژی بین فوتونهای متعلق به دو خط مجاور در نوار صعودی یا نزولی مقداری است ثابت. این اختلاف انرژی را به ازای، مثلاً، $J = 1$ و $J = 2$ در معادله (۷۲) محاسبه می‌کنیم، و داریم

$$\Delta E = 2 \times 2 \frac{h^2}{2I} - 2 \frac{h^2}{2I} = \frac{h^2}{I} \quad (74)$$

در نتیجه،

$$I = \frac{h^2}{\Delta E} = \frac{h^2}{2.62 \times 10^{-22} \text{ eV}} \quad (75)$$

$$= \frac{(1.055 \times 10^{-34} \text{ J.s})^2}{4.19 \times 10^{-22} \text{ J}} = 2.66 \times 10^{-27} \text{ kg.m}^2 \quad (76)$$

می‌توانیم فاصله مرکز تا مرکز بین اتمهای H و Cl را از اینجا به دست آوریم. فاصله‌های

اتم هیدروژن و اتم کلر از مرکز جرم، به ترتیب، عبارتند از

$$r_1 = \frac{rm_2}{m_1 + m_2}, \quad r_2 = \frac{rm_1}{m_1 + m_2}$$

که در آن r فاصله مرکز تا مرکز، m_1 جرم هیدروژن، و m_2 جرم کلر است. بدینسان

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = m_1 \left(\frac{rm_2}{m_1 + m_2} \right)^2 + m_2 \left(\frac{rm_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \quad (۷۷)$$

$$= r^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (۷۸)$$

$$r = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)I}{m_1 m_2}} \quad (۷۹)$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + ۳۵) \times ۱,۶۶ \times ۱۰^{-۲۷} \text{kg} \times ۲,۶۶ \times ۱۰^{-۲۷} \text{kg} \cdot \text{m}^2}{(۱,۶۶ \times ۱۰^{-۲۷} \text{kg}) \times (۳۵ \times ۱,۶۶ \times ۱۰^{-۲۷} \text{kg})}}$$

$$\blacksquare = ۱,۲۸ \times ۱۰^{-۱۰} \text{m} = ۱,۲۸ \text{\AA} \quad (۸۰)$$

مثال ۵. هرچند که یک مولکول به طور ترجیحی (به طور تشدید) فوتونی را با انرژی برابر با اختلاف انرژی ΔE ، بین حالت اولیه و حالت نهایی، جذب می‌کند، ولی گاهی فوتونی با انرژی بیشتر را جذب می‌کند. هرگاه این اتفاق بیفتد، گذار مولکول از حالت اولیه به حالت نهایی با گسیل یک فوتون جدید همراه خواهد بود، که اضافه انرژی را حمل می‌کند. بسامد این فوتون جدید از این روابط به دست می‌آید:

$$\boxed{h\nu' = h\nu - \Delta E}$$

که ν بسامد فوتون فرودی است. اگر مولکول گذری به یک حالت برانگیخته بالاتر $\Delta E > 0$ را اجرا کند، بسامد جدید کوچکتر از بسامد اولیه خواهد بود، اما اگر مولکول در ابتدا در یک حالت برانگیخته باشد و به حالت پایتتری ($\Delta E < 0$) گذار انجام دهد، بسامد جدید از بسامد اولیه بزرگتر خواهد بود. نتیجه خالص این فرایند عبارت از این است که مقداری از نور فرودی بریک نمونه از مولکولها با بسامدی کوچکتر یا بزرگتر از آن خارج می‌شود، یعنی نور با بسامد تغییر یافته‌ای پراکنده می‌شود. این پدیده را اثر رامان* می‌گویند. شدت نور پراکنده‌ای که به وسیله این اثر به وجود آمده است خیلی کمتر از شدتی است که پراکندگی معمولی، یا ریلی (بدون تغییر بسامد) به وجود می‌آورد، به

* چاندراشکر ونکاتا رامان (Chandrasekhara Venkata Raman)، ۱۸۸۸ - ۱۹۷۰، فیزیکدان هندی، استاد دانشگاه کلکته، بنیانگذار مجله فیزیک هندوستان، و مدیر مؤسسه تحقیقاتی رامان در بنگلور، در سال ۱۹۳۰ به خاطر کشف اثر رامان به دریافت جایزه نوبل نائل آمد.

هر حال، اثر رامان ابزار بسیار مفیدی برای پژوهش تجربی ترازهای چرخشی و ارتعاشی مولکولها به شمار می آید.

فرض کنید که نوری با بسامد ν از لیزر گسیل می شود و بر نمونه ای از مولکولهایی با گشتاور لختی معینی فرود می آید. حساب کنید که در نور پراکنده چه بسامدهایی مشاهده خواهند شد. فقط گذارهای چرخشی را منظور کنید، و از قاعده گزینش $\Delta J = \pm 2$ بهره گیرید، که در مورد گذارهای چرخشی در اثر رامان صادق است.

حل برای $\Delta J = -2$ ، معادله (۶۷) نتیجه می دهد

$$\Delta E = (J - 2)(J - 1) \frac{\hbar^2}{2I} - J(J + 1) \frac{\hbar^2}{2I} = -(2J - 1) \frac{\hbar^2}{I}$$

از اینرو،

$$\nu' = \nu - \frac{\Delta E}{h} = \nu + (2J - 1) \frac{\hbar}{2\pi I} \quad J = 2, 3, 4, \dots$$

به همین ترتیب، برای $\Delta J = +2$ ،

$$\nu' = \nu - \frac{\Delta E}{h} = \nu - (2J + 3) \frac{\hbar}{2\pi I} \quad J = 0, 1, 2, \dots$$

نور پراکنده شامل مؤلفه هایی در این بسامدهای جابه جا شده که اثر رامان آنها را به وجود آورده، و نیز مؤلفه ای در بسامد اولیه که به وسیله پراکندگی معمولی ایجاد شده است (مؤلفه اخیر شدیدترین مؤلفه است)، می باشد. ■

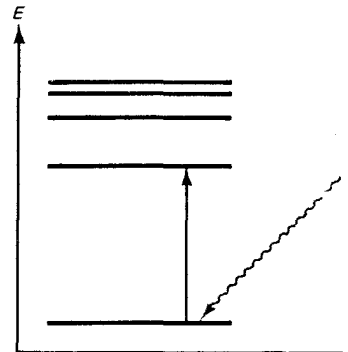
۷.۷ گسیل القایی، لیزر

هر اتمی در یک حالت برانگیخته، تحت شرایط عادی، به طور خودبه خود به حالتی پایینتر گذار انجام می دهد و نور گسیل می کند. این فرایند را گسیل خودبه خود می گویند زیرا به هیچ محرک خارجی نیاز ندارد. این فرایند، خیلی شبیه به واپاشی پرتوزا، علی الاصول احتمالاتی است: در یک بازه زمانی معین مقداری احتمال وجود دارد که اتم گذاری را اجرا کند. آن بازه زمانی که با احتمال گذار ۵۰٪ متناظر است نیمه عمر حالت برانگیخته نام دارد. احتمال و نیمه عمر را می شود با کمک روشهای مکانیک کوانتومی پیشرفته محاسبه کرد. نوعاً، نیمه عمر برای یک گذار اتمی در ناحیه مرئی حدود 10^{-8} تا 10^{-10} ثانیه است. اما، اگر این گذار به وسیله یک قاعده گزینش «ممنوع» شده باشد، در آن صورت نیمه عمر بسی طولانیتر است.

با یک استدلال نظری ساده (به شرحی که در زیر می آید) می توان ثابت کرد که اتمها نه تنها از طریق گسیل خودبه خود، بلکه به وسیله گسیل القایی، نور می گسیلند. فرایند گسیل القایی متضمن این است که: یک موج الکترومغناطیسی،

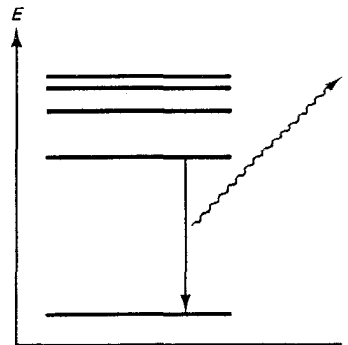
که جای دیگری تولید شده است، بریک اتم فرود آید و الکترونهاش را آشفته کند؛ اگر اتم در یک حالت برانگیخته باشد، آشفستگی ناشی از این موج گذاری از حالت برانگیخته را به یک حالت پایینتر راه می‌اندازد، یعنی این موج یک محرک برای گذار تأمین می‌کند. فرایند گسیل القایی با جذب القایی رابطه تنگاتنگی دارد. در فرایند اخیر، یک موج الکترومغناطیسی بر اتمی در یک حالت پایینتر فرود می‌آید و گذار آن را به حالت برانگیخته راه می‌اندازد. توجه داشته باشید که در جذب القایی، اتم از این موج یک فوتون جذب می‌کند، در حالی که در گسیل القایی اتم به موج یک فوتون می‌دهد، و به این وسیله شدت این موج را افزایش می‌دهد. در هر یک از این دو مورد، انرژی فوتون باید با اختلاف انرژی بین حالتها، $E_2 - E_1$ برابر باشد، یعنی

$$h\nu = E_2 - E_1 \quad (۸۱)$$



(الف)

بدینسان، جذب القایی و گسیل القایی فرایندهای تشدید می‌باشند؛ این فرایندها فقط وقتی روی می‌دهند که بسامد موج مقدار خاصی را داشته باشد که به وسیله معادله (۸۱) معین می‌شود. در شکل ۲۲.۷ گذارهای متضمن جذب القایی و گسیل القایی را در نمودارهای تراز انرژی مشاهده می‌کنید.



(ب)

شکل ۲۲.۷ (الف) جذب القایی؛ (ب) گسیل القایی.

استدلال مربوط به اثبات وجود گسیل القایی به این شرح است: نمونه‌ای از اتمهای غوطه‌ور در تابش جسم سیاه را در نظر بگیرید، که با آن در حال تعادل گرمایی اند. اتمهای واقع در حالت پایینتر (E_1) گهگاهی تابش را جذب خواهند کرد و به حالت بالاتر (E_2) گذار می‌کنند. اتمهایی که در حالت بالاترند، گاهی تابش گسیل می‌کنند و به حالت پایینتر می‌روند. در تعادل گرمایی، تعداد اتمها در حالت پایینتر و بالاتر به وسیله عامل بولتزمن تثبیت می‌شوند؛ برای ثابت نگاه داشتن این تعداد، باید آهنگ گذارهای بالاسو و پایین سو برابر باشند. نکته دشوار استدلال، عبارت از این است که این دو آهنگ گذار نمی‌توانند با هم برابر باشند مگر اینکه گسیل القایی وجود داشته باشد. آهنگ گذارهای بالاسو به شدت تابش جسم سیاه بستگی دارند؛ تابش شدیدتر محرک قویتری است و بنابراین به جذب بیشتر می‌انجامد؛ و از اینرو آهنگ گذارهای پایین سو نیز باید به شدت تابش بستگی داشته باشد، که به این معنی است که باید گسیل القایی وجود داشته باشد. به کمک محاسبه‌ای که برای نخستین بار در سال ۱۹۱۶ متوسط اینشتین

انجام شد، می‌توانیم رابطه‌ای کمی بین گسیل خودبه‌خودی، گسیل القایی، و جذب القایی به دست آوریم. آهنگ جذبهای القایی، و بنابراین آهنگ گذارهای بالاسو، با چگالی انرژی طیفی، u_ν ، تابش جسم سیاه، و همچنین با تعداد، n_1 ،

اتمهای موجود در حالت پایتتر متناسب است ،

$$(82) \quad B_{12} n_1 u_\nu = (\text{آهنگ گذارهای القایی بالاسو})$$

در اینجا B_{12} ثابت تناسب است، که به آن ضریب B اینشتین می‌گویند. به همین ترتیب، آهنگ گذارهای القایی پایین سوبا چگالی انرژی تابش، و با تعداد اتمها در حالت بالاتر، n_2 ، متناسب است:

$$(83) \quad B_{21} n_2 u_\nu = (\text{آهنگ گذارهای القایی پایین سو})$$

که در آن B_{21} ثابت دیگری است. آهنگ گذارهای پایین سوی خودبه‌خودی مستقل از u_ν است، اما بازم با n_2 متناسب است:

$$(84) \quad A_{21} n_2 = (\text{آهنگ گذارهای خودبه‌خود پایین سو})$$

در اینجا بازم A_{21} ثابت دیگری است، که به آن ضریب A اینشتین می‌گویند. با برابر قرار دادن آهنگ بالاسوبا مجموع آهنگهای پایین سو، می‌رسیم به

$$(85) \quad n_1 B_{12} u_\nu = n_2 (B_{21} u_\nu + A_{21})$$

در وضعیت تعادل گرمایی، عددهای n_1 و n_2 ، به ترتیب، با عملهای بولتزمن $e^{-E_1/kT}$ و $e^{-E_2/kT}$ متناسب است. از اینرو

$$(86) \quad e^{-E_1/kT} B_{12} u_\nu = e^{-E_2/kT} (B_{21} u_\nu + A_{21})$$

اگر حد $T \rightarrow \infty$ این معادله را بگیریم، عملهای بولتزمن برابر خواهند شد، و چگالی انرژی، u_ν ، خیلی بزرگ می‌شود [با دما افزایش می‌یابد؛ بنگرید به معادلات (۶۰۳) و (۷۰۳)]، به طوری که می‌توان از A_{21} در مقایسه با $B_{21} u_\nu$ چشم پوشید (ضرایب اینشتین از دما مستقلند). بدینسان، معادله (۸۶) تبدیل می‌شود به

$$(87) \quad \boxed{B_{12} = B_{21}}$$

معنی این تساوی آن است که احتماله‌های مربوط به جذب القایی و گسیل القایی برابرند؛ هر اتم در حالت برانگیخته دقیقاً همانقدر احتمال دارد که یک گذار القایی پایین سورا اجرا کند که اتمی در حالت پایتتریک گذار القایی بالاسورا. توجه کنید که اگر معادله (۸۶) را برای u_ν حل کنیم، و معادلات (۸۱) و

(۸۷) را هم در نظر بگیریم، به دست می آوریم

$$u_\nu = \frac{A_{\nu_1}}{B_{\nu_1} e^{-(E_1 - E_2)/kT} - B_{\nu_1}} = \frac{A_{\nu_1}/B_{\nu_1}}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (88)$$

این عبارت باید با فرمول پلانک، معادله (۷۰۳)، سازگار باشد:

$$u_\nu = \frac{4}{c} S_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (89)$$

این سازگاری حکم می کند که*

$$\boxed{\frac{A_{\nu_1}}{B_{\nu_1}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}} \quad (90)$$

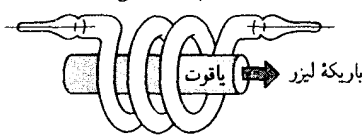
به این ترتیب احتمالهای مربوط به گسیل القایی و گسیل خودبه خودی متناسبند؛ اتمی که نسبت به گسیل خودبه خودی بسیار حساس باشد، نسبت به گسیل القایی هم حساس و مستعد است.

یکی از جنبه های قابل توجه فوتون گسیلیده از طریق گسیل القایی این است که این فوتون همواره دارای همان قطبش و همان فاز موج فرودی است. بدینسان، فوتون دامنه موج فرودی را می افزاید. از این موضوع برمی آید که امواج الکترومغناطیسی با دامنه فوق العاده زیادی را می شود به وسیله گسیلهای القایی مرکب از یک نمونه بزرگ از اتمها تولید کرد. اما، اگر اتمها در وضعیت تعادل گرمایی باشند، موج فرودی از طریق جذب انرژی بیشتری از دست می دهد تا انرژی که از طریق گسیل به دست می آورد زیرا، بتاثر عامل بولتزمن، حالتها پایینتر اتمها جمعیت فراوانتری دارند تا حالتها بالاتر ($n_1 > n_2$). و بنابراین آهنگ جذب القایی از آهنگ گسیل القایی تجاوز می کند. برای دستیابی به بهره خالصی در انرژی موج، به نمونه ای از اتمها نیاز داریم که جمعیت بیشتری در حالتها بالاتر داشته باشند ($n_2 > n_1$) چنین شرط ناپهنجاری، که به طور فاحشی از تعادل گرمایی انحراف پیدا می کند، وارونی جمعیت نامیده می شود. این حالت را فقط می شود با وسایل مصنوعی ایجاد کرد؛ باید به نحوی با تزریق انرژی از منبعی خارجی، اضافه جمعیتی از اتمها را به داخل حالت بالاتر «راند».

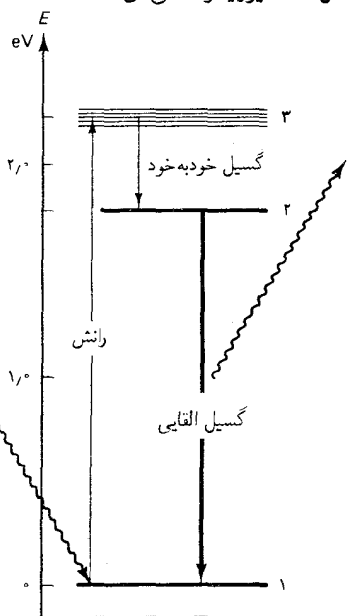
گسیل القایی از یک جمعیت وارونه اتمها یا مولکولها مکانیسم اصلی به کار

* اینشتین محاسبات خود را که به معادله (۸۸) انجامید به صورت روشی برای به دست آوردن قانون پلانک می پنداشت. او معادله (۹۰) را نه از طریق مقایسه با قانون پلانک، بلکه از مقایسه با فرمول تابش جسم سیاه کلاسیکی که ریلی به دست آورده بود، $u_\nu = 8\pi\nu^2 h/c^3$ استخراج کرد. معادله (۸۸) باید در حد دمای بالا بر فرمول ریلی منطبق شود.

لامپ درخششی



شکل ۲۳.۷ لیزر یاقوت می من .



شکل ۲۴.۷ ترازهای انرژی کرم که در عمل لیزر شرکت دارند.

گرفته شده در عمل میزرها و لیزرها می باشد . * نخستین میز به وسیله تاووز در سال ۱۹۵۴ و نخستین لیزر در سال ۱۹۶۰ به وسیله می من ساخته شد . ** در شکل ۲۳.۷ نمودار طرحواره لیزر می من را مشاهده می کنید . این لیزر شامل یک میله بلور یاقوت است که یک لامپ درخششی آن را در برگرفته است . رنگ قرمز بلور یاقوت ناشی از وجود ناخالصیهای کرم است . در لیزر یاقوت ، فقط اتمهای کرم در گسیل القایی شرکت دارند . لامپ درخششی انرژی لازم را برای راندن اتمهای کرم به داخل حالت برانگیخته تأمین می کند . در شکل ۲۴.۷ ترازهای انرژی مربوط به کرم را مشاهده می کنید . درخشش شدید نور ناشی از لامپ درخششی تعداد زیادی اتم کرم را به داخل بالاترین تراز انرژی ۳ می راند . برخی از این اتمها به تراز میانه ۲ گذار خودبه خود انجام می دهند . این حالت شبه پایدار است ، یعنی با احتمال اندکی به طور خودبه خود فرو می باشد . بدینسان جمعیت زیادی در این تراز گرد می آید ، و نتیجه این تجمع عبارت است از یک وارونی جمعیت بین ترازهای ۱ و ۲ . توجه کنید که فقط از این مسیر غیرمستقیم ، از طریق تراز ۳ ، می توان به وارونی جمعیت دست یافت . اگر قرار بود برای ایجاد گذارهای القایی مستقیم از تراز ۱ به تراز ۲ از یک لامپ درخششی بهره گیریم ، به وارونی جمعیت نمی رسیدیم زیرا چنین گذارهای القایی بالاسویی با گذارهای القایی پایین سو (ناپهنگام) همراه است ، و جمعیت در تراز ۲ تا حدّ مورد نیاز برای مقاصد ما ، گرد نخواهد آمد .

حالا اتمهای کرم برانگیخته در تراز ۲ آماده اند که عمل لیزری را شروع کنند . نخستین اتم کرم که یک گذار پایین سوی خودبه خود به تراز ۱ انجام می دهد یک موج نوری می تاباند ، که گسیل القایی به وسیله سایر اتمهای برانگیخته کرم را راه اندازی می کند . برای اطمینان از اینکه همه ، یا تقریباً همه اتمهای برانگیخته کرم در گسیل القایی شرکت می کنند ، لازم است که موج نوری را چندین بار از داخل میله یاقوت

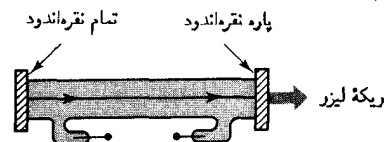
* این واژه ها سر نام دو عبارت انگلیسی به معنی تقویت میکروموجی به وسیله گسیل القایی تابش (Radiation) ، و تقویت نور به وسیله گسیل القایی تابش (MASER: Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation)

** چارلز ه. تاووز (Charles H. Townes) ، ۱۹۱۵ - ، فیزیکدان امریکایی ، استاد دانشگاه کلمبیا ، انستیتوی تکنولوژی ماساچوست ، و دانشگاه برکلی . به خاطر اختراع میز ، در جایزه نوبل ۱۹۶۴ با نیکولا . گ. بازوف (Nikola G. Basov) ، ۱۹۲۲ - ، والکساندر م. پروخوروف (Alexander M. Prochorov) ، ۱۹۱۶ - ، فیزیکدانان اهل شوروی ، سهم شد . افراد اخیر نیز به طور مستقل میز را اختراع کرده بودند . تاووز و ا. شاولو (A. Schawlow) اصول نظری مربوط به عملکرد لیزر را تدوین کردند ، و تئودور هارولد می من (Theodor Harold Maiman) ، ۱۹۲۷ - ، فیزیکدان امریکایی ، در حالی که در آزمایشگاههای تحقیقاتی هیوز کار می کرد ، نخستین لیزر را ساخت .

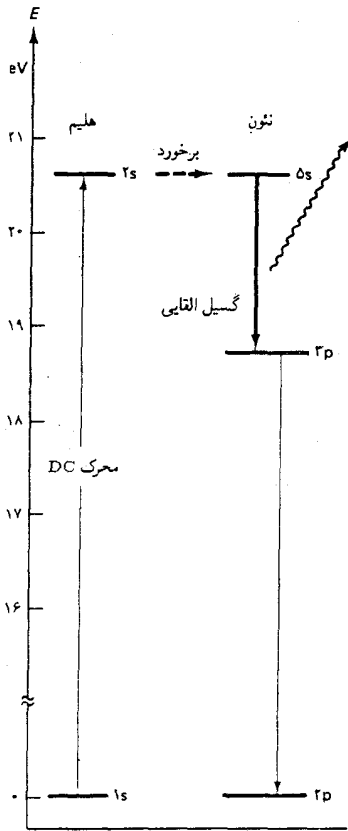
بگذرانیم به طوری که هر یک از اتمهای برانگیخته‌ای که در نخستین گذر راه اندازی نشده‌اند، در یکی از گذرهای بعدی راه اندازی می‌شوند. برای این منظور، دوسر میله را به دقت جلا می‌دهند و نقره‌اندود می‌کنند، که به صورت آینه درآیند. یک سر را فقط به طور پاره‌ای نقره‌اندود می‌کنند، به طوری که نور مآلاً بتواند از آن بگریزد. بازتابشهای پس و پیشی عمل لیزری را برای آندسته از امواج نوری که دقیقاً موازی با محور میله گسیلیده می‌شوند و طول موجشان چنان است که طول میله دقیقاً مضرب صحیحی از آن می‌باشد، قویاً تقویت می‌کنند. در مورد این امواج نوری، میله به عنوان یک مشدد کاواکی عمل می‌کند که در یکی از مدهای بهنجارش نوسان می‌کند. در این کاواک، موج نوری یک موج ایستاده است، و گسیلهای القایی به وسیله اتمهای برانگیخته دامنه این موج ایستاده را افزایش می‌دهند. سرانجام، این موج از سر نیم نقره‌اندود میله یاقوت نشست می‌کند، و باریکه خارجی، و قابل استفاده لیزر را تشکیل می‌دهد.

نوری که از لیزر بیرون می‌آید همدوس است: تک موج تختی است که در آن تمام تک‌تک امواجی که به وسیله تک‌تک اتمها گسیلیده شده‌اند به صورت همفاز ترکیب شده‌اند. دامنه خالص موج با تعداد اتمهایی که در آن سهم داشته‌اند متناسب است، و شدت خالص با مجذور تعداد اتمها تناسب دارد. برعکس، نور معمولی گسیلیده، مثلاً، به وسیله یک لامپ نئون ناهمدوس است: متشکل است از برهم نهی چندین موج با فازهای کاتوره‌ای. شدت خالص چنین نور ناهمدوسی با تعداد اتمها متناسب است، و نه با مجذور تعداد اتمها. چون تعداد اتمها در هر منبع نور بسیار زیاد است، گسیل همدوس شدت فوق العاده بالایی را نسبت به گسیل ناهمدوس تولید می‌کند. به علاوه، نوری که از لیزر خارج می‌شود و فوق العاده همخط (تک جهتی) است زیرا از موجی نوری سرچشمه می‌گیرد که دقیقاً موازی با محور میله در حرکت است. نوعاً، باریکه لیزر دارای یک پخش زاویه‌ای است که از یک دقیقه قوس بیشتر نیست.

باریکه گسیلیده از لیزر یاقوت به صورت یک پالس خارج می‌شود که فقط تا وقتی دوام می‌آورد که اتمهای برانگیخته موجود باشند. وقتی اتمها برانگیخته از برانگیختگی تهی می‌شوند، عمل لیزری به پایان می‌رسد، و باید بار دیگر با درخشی دیگر از لامپ درخشی آغاز گردد. برخی دیگر از انواع لیزرها می‌توانند به طور پیوسته کار کنند. متداولترین لیزر از این نوع عبارت است از لیزر هلیم - نئون. این لیزر تشکیل شده است از یک لوله شیشه‌ای که حاوی آمیزه‌ای از هلیم و نئون در فشار کم است (شکل ۲۵۰۷). یک سر این لوله نقره‌اندود است، سر دیگرش



شکل ۲۵۰۷ لیزر He - Ne.



شکل ۲۶.۷ ترازهای انرژی هلیوم و نئون.

به طور پاره‌ای نقره‌اندود شده است. الکترودهای نزدیک دو سر به یک منبع تغذیه ولتاژ بالا وصل است. گسیل القایی به طور کامل ناشی از نئون است؛ هلیوم صرفاً برای راندن نئون به‌کار می‌آید. منبع ولتاژ بالا جریانی از الکترونها را به داخل این لوله می‌راند. این الکترونها با اتمهای هلیوم برخورد و آنها را تحریک می‌کنند. اتمهای هلیوم برانگیخته به‌نوبه خود با اتمهای نئون برخورد می‌کنند. در چنین برخوردی، انرژی اتم هلیوم احتمالاً به اتم نئون منتقل می‌شود، که دارای یک تراز برانگیخته انرژی در حدود همان تراز برانگیخته هلیوم است (تراز ۵s در شکل ۲۶.۷ را بنگرید). یک جمعیت وارونه در این تراز اتمهای نئون گرد می‌آید. عمل لیزری ناشی از گذارهای القایی از تراز ۵s به تراز ۳p است. از تراز اخیر، اتم نئون یک گذار سریع، و خودبه‌خود به حالت پایه انجام می‌دهد. اکنون آماده است که بار دیگر رانده شود.

کاربردهای عملی و علمی لیزرها بسی گسترده است. مثلاً، تکامل لیزر پایدار شده اخیراً به تعریف جدید متر، واحد طول، منجر شده است. این لیزرها حاوی مکانیسم فیزیکی‌اند که دائماً طول موج گسیلیده به‌وسیله لیزر را با طول موج یک خط طیفی مرجع که معمولاً یک خط طیفی ید است، مقایسه می‌کند. هرگاه انحرافی اولیه بین این طول موجها به‌وجود آید، مکانیسم فیدبک تنظیم اندکی با طول کاواک لیزر انجام می‌دهد، تا طول موج لیزر را به حال نخست برگرداند. لیزرهای پایدار شده که به وسیله مؤسسه ملی استانداردهای امریکا به‌وجود آمد طول موج و بسامد ثابتی را در محدوده ۲ قسمت در ۱۰^{۱۲} نگه می‌دارند. این لیزرها برای اندازه‌گیری سرعت نور با دقتی بی‌سابقه به‌کار گرفته شدند؛ بسامد لیزر با مقایسه با ساعت اتمی سزیم (استاندارد زمان) اندازه‌گیری شد، و طول موج را با مقایسه با طول موج ^{۸۶}Kr (استاندارد طول) اندازه گرفتند؛ از اینجا سرعت نور را می‌توان به صورت $c = \lambda \nu$ محاسبه کرد. نتیجه این اندازه‌گیریها به این شرح به‌دست می‌آید

$$c = 299792458 \text{ m/s} \quad (91)$$

با عدم قطعیتی برابر با $\pm 1 \text{ m/s}$. قسمت اعظم این عدم قطعیت ناشی از فقدان ذاتی وضوح خط طیفی ^{۸۶}Kr است. مانند تمام خطوط طیفی اتمی، این خط پهنایی متناهی دارد، که سبب آن عدم قطعیت انرژی مکانیک موجی فوتون است*. برای از میان برداشتن محدودیتهای ناشی از فقدان وضوح خط

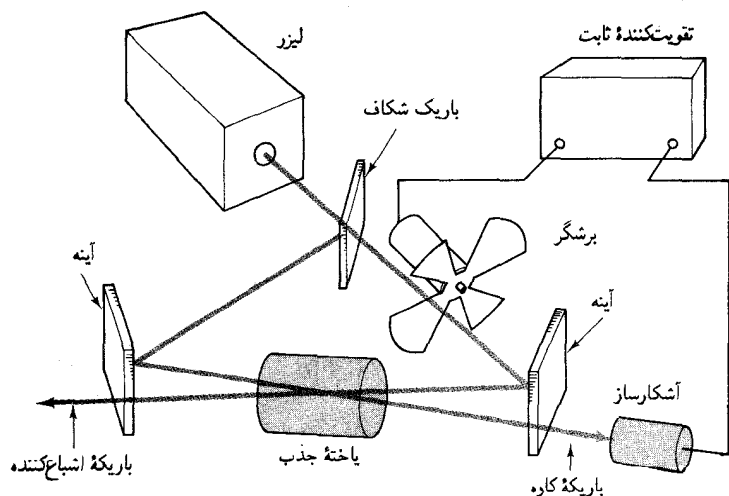
* رابطه عدم قطعیت انرژی - زمان حاکی از آن است که: $\Delta E \sim h/\Delta t$ ، که در آن نیم عمر حالت برانگیخته است.

طیفی $K\alpha$ ،^{۸۶} نشست عمومی اوزان و مقادیر در سال ۱۹۸۳ تعریف جدیدی را برای متر پذیرفت: یک متر عبارت است از فاصله‌ای که نور در خلأ در بازه زمانی $1/299792458$ یک ثانیه می‌پیماید. در این تعریف سرعت نور به عنوان استاندارد گرفته می‌شود و تعریف متر را چنان تنظیم می‌کند که سرعت نور همواره مقدار استاندارد باقی بماند که در معادله (۹۱) داده شد. بنابراین، اندازه‌گیری جدیدی برای سرعت نور را باید به عنوان تعیین جدید متر دانست. توجه داشته باشید که تعریف جدید متر چارچوب به‌کاررفته برای ثابت نگه‌داشتن سرعت استاندارد نور را مشخص نمی‌کند. این روند با نظریه نسبیت خاص سازگار است، که بنا بر آن سرعت نور از انتخاب چارچوب مرجع (لخت) مستقل است.

در عمل، تعریف جدید متر به وسیله لیزرهای پایدار شده ارائه شده است. بسامد چنین لیزری از طریق مقایسه با ساعت استاندارد سزیم اندازه‌گیری می‌شود، و آنگاه طول موج با بهره‌گیری از $\lambda = c/\nu$ و سرعت استاندارد نور محاسبه می‌شود. این رابطه طول موج لیزر را برحسب متر می‌دهد. هر طول موج دیگری، یا هر طول دیگری، را می‌توان با یک مقایسه تداخل سنجی با طول موج لیزر اندازه‌گیری کرد. لیزرها در طیف‌نمایی کاربرد علمی مهمی دارند، که در این حوزه در سالهای اخیر به دستاوردهای قابل توجهی انجامیده‌اند. لیزرهایی که برای این منظور به‌کار می‌روند لیزرهای کوک پذیر هستند، که با مولکولهای رنگهای آلی عمل می‌کنند. این مولکولها تعداد زیادی خط طیفی همپوشان، و بسیار نزدیک به یکدیگر، دارند و بنابراین می‌توانند در گستره بیوسته‌ای از طول موجها نور گسیل کنند. به وسیله یک دستگاه گزینشگر متصل به لیزر، نور را می‌توان به دقت و به هر طول موج انتخابی در این گستره، کوک کرد. وقتی چنین لیزری برای روشن کردن نمونه‌ای از آنها به‌کار می‌رود، اگر طول موجش با یکی از گذارهای اتمی ممکن همساز باشد، نور به‌طور تشدیدی جذب خواهد شد. از این جذب تشدیدی در طیف‌نمایی اشباعی بدون انتقال دوپلر بهره می‌گیرند، که روشی هوشمندانه است برای از بین بردن تارشدگی و پهن‌شدگی خطوط طیفی ناشی از حرکت کاتوره‌ای آنها در نمونه. در شکل ۲۷-۷ آرایش آزمایشگاهی این روش را مشاهده می‌کنید. نور ناشی از لیزر کوک‌پذیر به دو باریکه شکافته می‌شود، باریکه اشباع‌کننده و باریکه کاوه، که در جهت‌های مخالف از نمونه آنها عبور می‌کند. باریکه اول به‌طور متناوب

* آر تورو ل. شاولو (Arthur L. Schawlow)، ۱۹۲۱-، و نیکولاس بلومبرگن (Nicholaas Bloembergen)، ۱۹۲۰-، فیزیکدانان آمریکایی، به ترتیب استاد دانشگاه‌های استنفورد و هاروارد، در ۱۹۸۱، به خاطر سهمشان در تکامل طیف‌نمایی لیزری، به دریافت جایزه نوبل نائل آمدند.

به وسیله یک برشگر، قطع می شود. وقتی این باریکه اشباع کننده خاموش است، نمونه باریکه کاوه را جذب می کند. وقتی باریکه اشباع کننده روشن است، نمونه را اشباع می کند، یعنی گذارهای از حالت پایه به حالت برانگیخته را راه می اندازد و به این وسیله جمعیت اتمها را در حالت پایه تخلیه می کند. در این صورت باریکه کاوه به هیچ اتمی در حالت پایه برخورد نمی کند و بدون جذب شدن از نمونه می گذرد. بدینسان، شدت باریکه کاوه در بسامد برشگر مدوله می شود. اگر طول موج لیزر کوک پذیر را طوری تنظیم کنیم که مدوله سازی را بیشینه کند، هم برای باریکه اشباع کننده و هم باریکه کاوه به تشدید دست پیدا می کنیم. اما تنها اتمهایی که با دو باریکه نور فرودی از جهت های مخالف می توانند تشدید کنند، اتمهایی اند که مؤلفه سرعت در امتداد باریکه ها ندارند؛ اگر اتمی در امتداد این باریکه ها مؤلفه سرعت داشته باشد، در این صورت طول موجهای فرودی از جهت های مخالف عبارتند از طول موجهای جابه جا شده دوپلری با مقادیری مساوی در جهت های مخالف در چارچوب سکون اتم، و باریکه ها هردو نمی توانند در حالت تشدید باشند. به این ترتیب، در این روش و شگرد تجربی اتمهایی انتخاب می شوند که به طور لحظه ای بدون جابه جایی دوپلرند، و بنابراین خطوط طیفی را فوق العاده واضح و روشن می کنند.

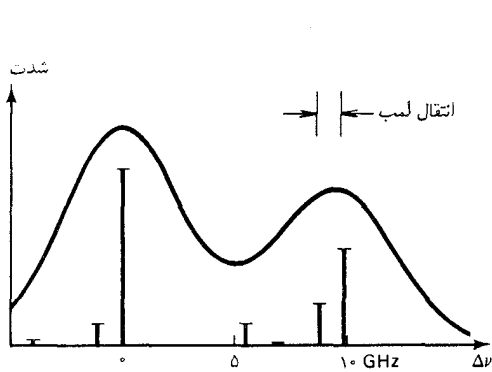


شکل ۲۷.۷ طیف سنج اشباع هنس، شاهین، و شاولو. سلول جذب حاوی نمونه ای از اتمهای تحت بررسی است. هم باریکه اشباع کننده و هم باریکه کاوه از این نمونه می گذرند، اما در جهت های مخالف. تقویت کننده ثابت بخشی از سیگنال کاوه را که در بسامد برشگر مدوله سازی شده است، گردآوری می کند.

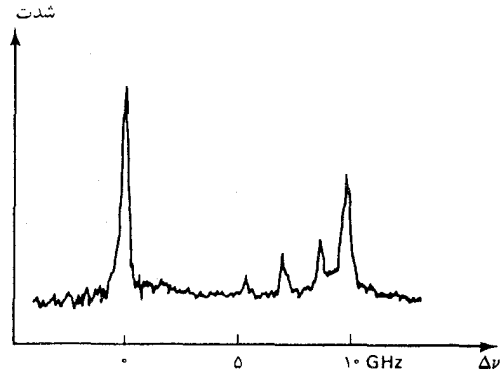
از طیف نمایی اشباعی در مورد اتمهای هیدروژن، که جرم کم و در نتیجه پهن شدگی دوپلری بزرگ آنها قدرت تفکیک قابل حصول به وسیله طیف نمایی معمولی را شدیداً محدود می کند، به نحو احسن استفاده می شود. این شگرد مقدار ثابت ریدبرگ را اصلاح کرده است. همچنین برای نخستین بار ساختار ریز و ساختار فوق ریز خطوط طیفی هیدروژن را مستقیماً آشکار کرده است. مثلاً،

در شکل ۲۸.۷ ساختار خط α بالمر (۶۵۶۵Å) را، که به وسیله یک طیف سنج اشباعی در دانشگاه استانفورد به دست آمده است، مشاهده می کنید. ساختار ریز ناشی از جفت شدگی اسپین - مدار است، و ساختار فوق ریز از آثار ترکیب یافته اسپین هسته ای، تصحیحات نسبیته در حرکت الکترون و آثار افت و خیز کوانتومی، پدید می آید. جابه جایی لمب* که در شکل ۲۸.۷ نشان داده شده، حاصل ساختار فوق ریز است، که می توان آن را به کمک نظریه کوانتوم نسبیته برهم کنشهای الکترومغناطیسی، یا الکترو دینامیک کوانتومی (QED) محاسبه کرد. برای یافتن احساسی نسبت به قدرت تفکیک شگفت آور به دست آمده در شکل ۲۸.۷، توجه کنید که در مقیاس طول موجها، جابه جایی لمب فقط $1/150000$ است.

شکل ۲۸.۷ (الف) ساختار ریز و ساختار فوق ریز خط α بالمر، که با طیف سنج اشباعی به دست آمده است. (ب) طیف محاسبه شده از نظریه. ارتفاع این خطوط بر شدت دلالت می کنند.



(ب)



(الف)

خلاصه فصل ۷

اسپین الکترون:

$$|s| = \sqrt{\frac{3}{4}} \hbar$$

$$s_z = \pm \frac{1}{2} \hbar$$

جمع تکانه زاویه ای مداری و اسپین الکترون:

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{s}$$

(۹۲)

* این جابه جایی نخستین بار با روشی اندازه گیری شد که بر پایه جذب تشدید امواج رادیویی استوار است؛ این اندازه گیری را ویلیز یوجین لمب (Willis Eugene Lamb)، ۱۹۱۳-، فیزیکدان آمریکایی، استاد دانشگاههای کلمبیا، استانفورد، و بیل، انجام داد که به همین مناسبت در سال ۱۹۵۵ جایزه نوبل فیزیک به وی اهدا شد.

$$j = l + \frac{1}{2} \text{ یا } l - \frac{1}{2} \quad (J = \frac{1}{2} \text{ داریم } l = 0 \text{ به ازای } 0) \quad (۹۳)$$

گشتاور مغناطیسی اسپین الکترون:

$$\mu_e = -\frac{e}{m_e} \mathbf{s}$$

$$\mu_{e,z} = \mp \frac{e \hbar}{m_e} \frac{1}{2}$$

جفت شدگی راسل - ساندروز:

$$\mathbf{L} = \sum_i \mathbf{L}_i, \quad |\mathbf{L}| = \sqrt{L(L+1)}\hbar$$

$$\mathbf{s} = \sum_i \mathbf{S}_i, \quad |\mathbf{S}| = \sqrt{S(S+1)}\hbar$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}, \quad |\mathbf{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$$

نمادگذاری جمله طیف‌نمایی:

$${}^{2S+1}L_J$$

گشتاور مغناطیسی مداری الکترون:

$$\mu_L = -\frac{e}{2m_e} \mathbf{L}$$

گشتاور مغناطیسی خالص اتم (مؤلفه z):

$$\mu_z = -gm_J \frac{e\hbar}{2m_e} \quad m_J = J, J-1, \dots, 1-J, -J$$

عامل g لاندو:

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

جابه‌جایی انرژی برای اثر زیمان «بی‌هنجار»:

$$U = -\mu_z B = gm_J \frac{e\hbar B}{2m_e}$$

جابه‌جایی انرژی برای اثر زیمان «به‌هنجار»:

$$U = -\mu_z B = (m_L + 2m_S) \frac{e\hbar B}{2m_e}$$

اصل طرد پائولی: بیش از یک الکترون نمی‌تواند در هر حالت مداری و اسپینی معین یک سیستم وجود داشته باشد.

ترازهای انرژی مولکولی :

$$E_{\text{vib}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu$$

ارتعاشی

$$E_{\text{rot}} = \frac{J(J+1)h^2}{2I}$$

چرخشی

اثر رامان :

$$h\nu' = h\nu - \Delta E$$

مسائل

۱. با استفاده از یک مدل کلاسیک ساده، وانمود کنید که الکترون کره صلبی با شعاع 10^{-18} m و با چگالی جرم یکنواخت است. از روی جرم معلوم و تکانه زاویه‌ای اسپینی معلوم، $S_z = h/2$ ، سرعت چرخش در استوای این کره را محاسبه کنید.

۲. اگر در آزمایش اشترن - گراخ از باریکه‌های اتمهای کربن استفاده کنیم، چند باریکه جداگانه از آهنربا بیرون می‌آیند؟ اگر از باریکه‌های نیتروژن بهره‌گیریم این تعداد چندتاست؟ در صورتی که از باریکه‌های اکسیژن استفاده کنیم چندتاست؟

۳. فاصله بین باریکه‌های بالایی و پایینی اتمهایی که از آهنربای آزمایش اشترن - گراخ خارج می‌شوند، به ناهمگنی میدان مغناطیسی و طول این آهنربا بستگی دارد. چه مقدار از $\partial B_z / \partial z$ لازم است تا بین باریکه‌های بالایی و پایینی اتمهای هیدروژنی که از یک آهنربای ۱۲ سانتیمتری بیرون می‌آیند، فاصله ۱ mm را ایجاد کند، در صورتی که سرعت اتمها 600 m/s باشد؟

۴. فرض کنید الکترونی در یک اتم در حالت $l = 3$ است. اندازه بردار \mathbf{L} چقدر است؟ اعداد کوانتومی ممکن z و اندازه‌های ممکن بردار $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{s}$ چقدرند؟

۵. الکترونی در یک اتم در حالتی قرار دارد که برای آن $l = 1$ و $J = 3/2$ (شکل ۲۰۷).

الف) زاویه بین بردارهای \mathbf{L} و \mathbf{s} را محاسبه کنید.

ب) اندازه بردار گشتاور مغناطیسی $(\mathbf{L} + 2\mathbf{s}) \times (e/2m_e)$ را μ را

محاسبه کنید.

۶. نمادگذاری جمله طیف‌نمایی را برای هریک از پایینترین هشت حالت برانگیخته هیدروژن، که در نمودار تراز انرژی شکل ۱۰۷ نموده شده است، بنویسید.

۷. ذره Ω^- دارای بار $-e$ و اسپین $s = 3/2$ است. اگر چنین ذره‌ای در مداری با عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری l حول یک هسته اتمی سنگین بگردد، مقادیر ممکن عدد کوانتومی z کدامند؟ کدامیک از حالت‌های مقادیر مختلف z دارای پایینترین انرژی است؟ جمله طیف‌نمایی مربوط به حالت پایه کدامست؟

۸. بنابر مثال ۲۰۶، اگر ذره باردار به صورت برهم‌نهی دو حالت مختلف در جعبه باشد، این ذره یک توزیع بار نوسانی ایجاد می‌کند. اگر بار روی این ذره q باشد، چگالی بار مربوط به توزیع بار عبارت است از $|\psi(x, t)|^2$. به ازای این توزیع بار، گشتاور دوقطبی الکتریکی به صورت $\int xq|\psi(x, t)|^2 dx$ تعریف می‌شود.

الف) ذره‌ای را به صورت برهم‌نهی حالت پایه و نخستین حالت برانگیخته، که در مثال ۲۰۶ توصیف شد، در نظر بگیرید. گشتاور دوقطبی را محاسبه کنید.

ب) ذره‌ای را به صورت برهم‌نهی حالت پایه و دومین حالت برانگیخته در نظر بگیرید. گشتاور دوقطبی این برهم‌نهی را محاسبه کنید و نشان دهید که این گشتاور دوقطبی نوسان نمی‌کند. اظهار نظر کنید که، آیا گذار از دومین حالت برانگیخته به حالت پایه مجاز است یا ممنوع؟

۹. اتمی را در حالت $L = 1$ ، $J = 3/2$ ، و $m_j = +3/2$ در نظر بگیرید. براساس شکل ۲۰۷، زاویه بین \mathbf{L} و \mathbf{S} را محاسبه کنید. اندازه گشتاور مغناطیسی μ را محاسبه کنید. زاویه بین μ و محور z را به دست آورید. μ_z را محاسبه کنید. آیا مقداری که برای μ_z به دست آورده‌اید با مقدار به دست آمده از فرمول لاندé، سازگار است؟

۱۰. گشتاور مغناطیسی He ، Li ، Be ، و B را در حالت پایه آنها محاسبه کنید (برای جمله‌های طیف‌نمایی آنها بخش ۵۰۷ را بنگرید).

۱۱. نمودار تراز انرژی مربوط به سدیم در شکل ۱۰۰۷ (الف) شش گذار مختلف از حالت $^2P_{3/2}$ به حالت پایه را نشان می‌دهد. به ازای هریک از این گذارها، مقادیر ΔJ ، ΔL ، ΔS ، و ΔI را برشمارید. آیا این مقادیر در

قواعدگزینشی که در بخش ۲۰۷ آمدند، صدق می‌کنند؟

۱۲. اگر سدیم در میدان مغناطیسی باشد، خط طیفی در 5897.6 \AA به یک چهارتایی شکافته می‌شود (مثال ۱ را بنگرید). جابه‌جایی طول‌موج را، نسبت به خط مختل نشده، برای هریک از اعضای این چهارگانه، وقتی که میدان مغناطیسی 0.2 T باشد، محاسبه کنید پاسخ خود را برحسب \AA بیان کنید.

۱۳. نموداری شبیه شکل ۱۰۰۷ (الف) تهیه کنید که جابه‌جاییهای انرژی زیمان را برای یک تراز $^2D_{3/2}$ سدیم نشان دهد. جابه‌جایی انرژی (نسبت به تراز انرژی نامختل) را برای هریک از ترازهای انرژی جدید در یک میدان مغناطیسی 0.1 T محاسبه کنید. پاسختان را برحسب eV بیان کنید.

۱۴. سدیم چندین تراز انرژی برانگیخته از نوع $^2P_{3/2}$ دارد. اگر سدیم در یک میدان مغناطیسی قرارگیرد، هریک از چنین ترازهای برانگیخته‌ای به چندین تراز شکافته می‌شود. به‌ازای یک میدان مغناطیسی 0.2 T ، جابه‌جاییهای انرژی این ترازهای جدید را نسبت به تراز نامختل اولیه محاسبه کنید. انرژیها را برحسب eV بیان کنید.

۱۵. خط طیفی $\lambda = 584.4 \text{ \AA}$ در طیف هلیم ناشی از گذاری است از تراز 1P_1 به تراز 1S_0 . اگر نمونه‌اتمیهای هلیم را در یک میدان مغناطیسی 0.4 T قرار دهیم، این خط طیفی به چند گانه‌ای از خطوط شکافته می‌شود. جابه‌جایی طول‌موج اعضای این چندگانه را نسبت به خط طیفی اولیه محاسبه کنید.

۱۶. دوتایی زرد سدیم ($\lambda = 5895.9 \text{ \AA}$ و $\lambda = 5889.9 \text{ \AA}$ در هوا) از دو خط طیفی تشکیل می‌شود که یک شکافتگی ساختار ریز در حدود 6 \AA آنها را از هم جدا می‌کند. اگر این اتم سدیم در یک میدان مغناطیسی خارجی قرارگیرد، به‌طور تقریبی چه شدت میدانی لازم است تا یک شکافتگی زیمانی قابل مقایسه با شکافتگی ساختار ریز را به‌دست دهد؟

۱۷. اگر سدیم در یک میدان مغناطیسی 15 T قرارگیرد، خط طیفی D_1 ($\lambda = 5897.6 \text{ \AA}$) به یک چندتایی زیمان «بهنجار» شکافته می‌شود. طول موجهای اعضای این چندتایی را محاسبه کنید.

۱۸. فرض کنید دو الکترون در یک جعبه واقع‌اند، یکی در حالت پایه و یکی در نخستین حالت برانگیخته. اگر مؤلفه‌های z اسپینهای این دو الکترون مخالف یکدیگر باشند، تابع موجهای ممکن عبارتند از:

$$\psi_1(x)\psi_2(x')|m_s = \frac{1}{4} \rangle |m_s, = -\frac{1}{4} \rangle + \psi_2(x)\psi_1(x')|m_s = \frac{1}{4} \rangle |m_s, = -\frac{1}{4} \rangle - \psi_1(x)\psi_2(x')|m_s = -\frac{1}{4} \rangle |m_s, = \frac{1}{4} \rangle - \psi_2(x)\psi_1(x')|m_s = -\frac{1}{4} \rangle |m_s, = \frac{1}{4} \rangle$$

۲۰. دو پيون خنثی (π°) در حالت پایه یک جعبه یک بعدی به طول L ، بین $x = 0$ و $x = L$ قرار دارند. فرض کنید که این پیونها برهم کنش ندارند. الف) تابع موج مربوط به این سیستم دو پیونی کدام است؟ بهنجارش صحیح برای تابع موج را منظور کنید. ب) کدامیک از این تابع موجها به ازای $x = x'$ صفر است؟ می آید.

۱۹. سه الکترون در جعبه ای یک بعدی به طول L محبوسند. پایینترین انرژی این سیستم را بیابید؛ رانش الکتريکی بین دو الکترون را نادیده بگیرید. اسپین خالص مربوط به حالت پایینترین انرژی را بیابید.

۲۰. دو پيون خنثی (π°) در حالت پایه یک جعبه یک بعدی به طول L ، بین $x = 0$ و $x = L$ قرار دارند. فرض کنید که این پیونها برهم کنش ندارند. الف) تابع موج مربوط به این سیستم دو پیونی کدام است؟ بهنجارش صحیح برای تابع موج را منظور کنید. ب) احتمال یافتن این دو پيون در بازه $L/2 - dx/2$ تا $L/2 + dx/2$ چیست؟ ج) احتمال یافتن یک پيون در این بازه، بدون توجه به موضع پيون ديگر، چیست؟

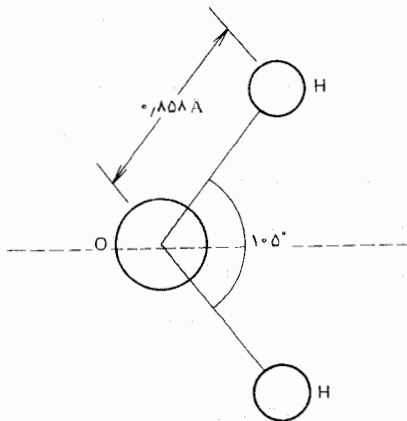
۲۱. دو الکترون را در حالت های مختلف p یک اتم در نظر بگیرید. فهرستی از تمام جمله های طیف نمایی ممکن تهیه کنید که می تواند از ترکیب گشتاورهای زاویه ای مداری و اسپین این الکترونها به طرق گوناگون، حاصل شود.

۲۲. جمله های طیف نمایی مربوط به پایینترین حالت های برانگیخته اتم He عبارتند از 1S_0 ، 3S_1 ، 3P_0 ، 3P_1 و 3P_2 . بیکر بندهای متناظر این دو الکترون کدامند؟ فرض کنید که تنها یک الکترون به حالت برانگیخته می رود.

۲۳. جمله های طیف نمایی مربوط به برخی از پایینترین حالت های برانگیخته اتم Li عبارتند از $^2P_{1/2}$ ، $^2S_{1/2}$ و $^2D_{3/2}$. بیکر بندهای متناظر با این حالتها برای سه الکترون کدامند؟ فرض کنید که تنها بیرونیتترین الکترون به یک

حالت برانگیخته می رود.

۲۴. جمله طیف نمایی مربوط به حالت پایه یون Cl^- چیست؟
۲۵. به کمک استدلالهایی شبیه به آنها که در بخش ۵.۷ به کار رفت، پیکر بندیهای الکترونی و جمله های طیف نمایی مربوط به حالت های پایه منیزیم، آلومینیم، و سیلیسیم را تعیین کنید.
۲۶. برای هر یک از ستونهای جدول تناوبی، جمله طیف نمایی نوعی، یا متداول، حالت پایه (مثلاً، $1S_0$ برای گازهای نادر ${}^{2}S_{1/2}$ برای فلزات قلیایی، و مانند آنها) را برشمرید.
۲۷. برآوردهای عددی تقریبی مربوط به انرژی نخستین حالت برانگیخته ارتعاشی و اولین حالت برانگیخته چرخشی یک مولکول H_2 را به دست دهید.
۲۸. از مشاهدات طیف نمایی، اختلاف انرژی بین حالت پایه و دومین حالت برانگیخته چرخشی مولکول N_2 برابر $10^{-4} eV \times 14/9$ به دست آمده است. گشتاور لختی این مولکول را پیدا کنید. فاصله مرکز به مرکز بین اتمهای N را بیابید.
۲۹. در شکل ۲۹.۷ ابعاد مولکول H_2O را مشاهده می کنید. گشتاور لختی این مولکول حول محور تقارن (نمایش یافته با خط چین) را محاسبه کنید. انرژی نخستین حالت برانگیخته چرخشی را محاسبه کنید؛ پاسختان را بر حسب eV بیان کنید.



شکل ۲۹.۷

۳۰. فرض کنید که یک اتم کربن به طور صلب حول محوری که از مرکزش می گذرد، می چرخد. انرژی نخستین حالت برانگیخته چرخشی را محاسبه

کنید؛ پاسخ خود را برحسب eV بیان کنید. (فرض کنید الکترونهای کربن به طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاعی برابر با شعاع بور توزیع می‌شوند، و اتم را به عنوان یک توزیع جرم کروی در نظر بگیرید؛ از هسته چشم‌پوشید.)

۳۱. نور تکفام با طول موج 4358\AA از یک لامپ جیوه‌گسیل می‌شود و بر یک نمونه از مولکولهای HCl فرود می‌آید. طول موجهای چهار خط را در طیف رامان پرخشی محاسبه کنید که به طول موج نور فرودی نزدیکترینند.

۳۲. وقتی نوری به طول موج 6328\AA از لیزری خارج می‌شود و بر نمونه‌ای از مولکولهای HCl فرود می‌آید، دو خط طیفی 5321\AA و 7805\AA در نور پراکنده مشاهده می‌شوند. این خطوط طیفی از اثر رامان در گذارهای ارتعاشی، با قاعده‌گزینش $\Delta n = \pm 1$ ، ایجاد می‌شوند. از این قاعده‌گزینش چه مقداری برای بسامد ارتعاشی مولکول HCl می‌توانید به دست آورید؟

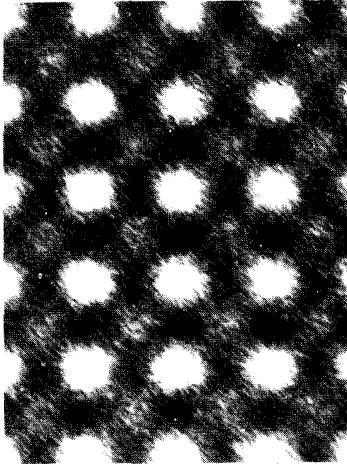
فصل ۸

الکترونها در جامدات

سنگ بناهای تمام جامدات، چه مولکولها باشند و چه اتمها، دائماً و به طور صلب به مواضع خود بسته شده‌اند. جامدات بلورین، مانند فلزات و کانیها، به اعتبار نظم آرایش سنگ بناهایشان، از جامدات نامتبلور (بی شکل)، مانند شیشه‌ها و پلاستیکها، متمایز می‌شوند. سنگ بنای اتمی یا مولکولی آنها یک شبکه منظم، و تکرار شونده را تشکیل می‌دهد (شکل ۱۰۸). بدینسان، می‌توانیم فلزات و سایر جامدات بلورین را مولکولهای غولپیکری بدانیم که در آنها مطابق نقشه کاملاً مشخصی، مانند نظم موجود در مولکول معمولی، در جاهای خاصی قرار گرفته‌اند. این مولکولهای غولپیکر پلیمرها هستند، اما پلیمرهای سه بعدی و نه پلیمرهای معمولی، ریسمان مانند و یک بعدی.

پیوندهایی که اتمها را در جاهای خود در داخل جامد بلورین نگه می‌دارند اساساً شبیه پیوندهایی‌اند که اتمها را در داخل مولکول معمولی نگه می‌دارند. سرانجام، این پیوندها از برهم‌کنشهای کولنی میان الکترونها با بار منفی و هسته‌های با بار مثبت ناشی می‌شوند. هرگاه دو اتم در نزدیکی یکدیگر قرار گیرند، توزیع الکترونی هریک از آنها بر اثر حضور دیگری مختل می‌شود. این توزیع مجدد الکترونها معمولاً به نیروی بستگی میان اتمها می‌انجامد. بسته به اینکه الکترونها دقیقاً چگونه مجدداً توزیع می‌شوند، از پیوندهای یونی، پیوندهای کووالانسی، پیوندهای واندروالس، پیوندهای هیدروژنی، یا پیوندهای فلزی، صحبت به میان می‌آید. تمام این انواع پیوندها، به استثنای پیوندهای فلزی، در مولکولهای معمولی و نیز جامدات پیش می‌آیند.

خصلت مشخصه فلزات عبارت است از وجود تعداد فراوانی الکترون آزاد



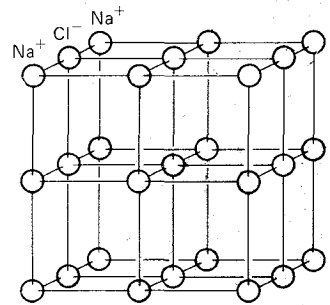
شکل ۱۰۸ آرایش منظم اتمها در یک بلور باریم تیتانات مکعبی. لکه‌های بزرگتر یونهای تیتانات و لکه‌های کوچکتر یونهای باریم‌اند. این عکس با یک میکروسکوپ الکترونی جدید و فوق‌العاده قوی گرفته شده است.

در آنها. وقتی اتمهای یک فلز به صورت بلور به هم می‌پیوندند، الکترونها بیرونی، یا ظرفیت، از اتمهای خود جدا می‌شوند. در این صورت این الکترونها کم و بیش آزادند که در تمام حجم فلز گردش و سیر کنند؛ اینها «گازی» از الکترونها آزاد تشکیل می‌دهند که کل حجم فلز را پر می‌کند. به طوری که خواهیم دید، این گاز نه تنها عامل پیوندهایی است که یونها را در مکانهای خود در شبکه نگه می‌دارند، بلکه عامل خواص الکتریکی فلزات نیز به شمار می‌آید. گاز مشابهی از الکترونها آزاد عامل خواص الکتریکی چشمگیر نیم رساناهاست، که در تکنولوژی الکترونیک عصر ما، اهمیتی اساسی دارد.

۱.۸ پیوند بین اتمها

در این بخش به اختصار درباره انواع پیوندهایی که اتمها را در یک جامد نگه می‌دارند، به بحث می‌پردازیم. این بحث را به صورت کیفی انجام می‌دهیم. بررسی کمی نظریه پیوندها مستلزم ساز و برگ کامل مکانیک موجی است و خیلی دشوار است. همچنین، بهتر است به خاطر بسپاریم که در برخی بلورها ممکن است دو مکانیسم بستگی به طور همزمان وجود داشته باشد. مثلاً در $AgCl$ پیوندها از یک نوع بیتابینی، بخشی یونی و پاره‌ای کووالانسی‌اند.

پیوندهای یونی. بعضی اتمها، مانند Na ، الکترونهاي خود را به آسانی از دست می‌دهند؛ بعضی اتمهای دیگر، چون Cl ، مایلند الکترونهاي اضافی کسب کنند. وقتی اتمهایی از این دو نوع برهم‌کنش داشته باشند، باز آرایش توزیع الکترونی بسیار ساده می‌شود: الکترونی از یک اتم نوع اول به اتمی از نوع دوم متصل می‌شود. به این ترتیب این اتمها به یونهای مثبت و منفی، مانند Na^+ و Cl^- ، تبدیل می‌شوند. در این صورت پیوند میان این یونها صرفاً ناشی از رابیش (جاذبه) کولنی بین بارهای منفی و مثبت است. از آنجا که هم Na^+ و هم Cl^- پیکربندی الکترونی متقارن کروی اتمهای گازهای نادر را دارند، برهم‌کنش کولنی آنها برهم‌کنش دوبار نقطه‌ای، با انرژی پتانسیل $u = -e^2 / (4\pi\epsilon_0 r)$ است که متناظر با یک نیروی رابیشی و عکس مجذوری است. این برهم‌کنش کولنی عامل نگه داشتن یونهای Na^+ و Cl^- در شبکه $NaCl$ است (شکل ۲۰۸).

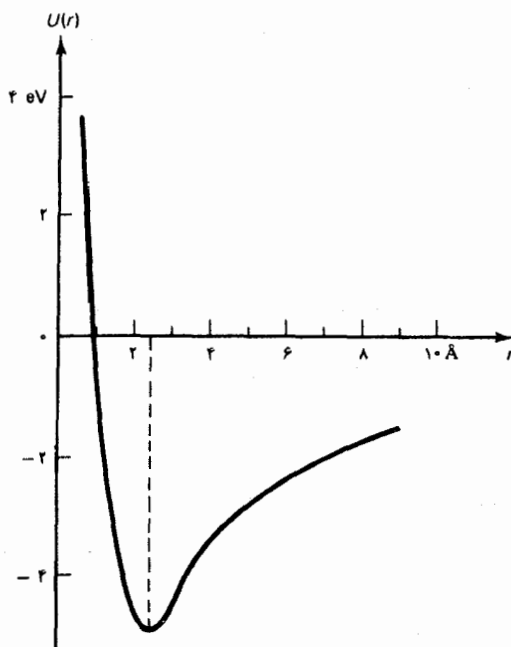


شکل ۲۰۸ آرایش یونهای Na^+ و Cl^- در شبکه $NaCl$.

اما، اگر فاصله بین اتمها خیلی کم باشد، به طوری که تابع موجهای الکترونها داخلی دو اتم همدیگر را ببوشانند، در این صورت انرژی پتانسیل به وسیله یک اثر رانشی (دافعه) ناشی از اصل طرد، تصحیح می‌شود. این مطلب را با در

نظرگرفتن حالت فرین همپوشانی کامل بین اتمها، به طوری که هسته آنها برهم منطبق شود و دو اتم یک تک اتم مرکب را تشکیل دهند، می شود به بهترین نحو درک کرد. در این مورد آشکار است که هیچکدام از دو اتم نمی توانند آرایش الکترونی خود را دست نخورده نگه دارند، زیرا در این صورت هر حالت اشغال شده در هریک از اتمهای جداگانه، در اتم مرکب به طور دوگانه اشغال خواهد شد. در نتیجه، اصل طرد ایجاب می کند که هر موقع اتمها همپوشانی کنند، الکترونها الزاماً به حالتی قبلاً اشغال نشده با انرژی بالاتر، رانده می شوند. این پدیده نه تنها در حالت همپوشانی کامل پیش می آید، بلکه در حالت همپوشانی جزئی هم اتفاق می افتد (حالت اخیر نسبتاً پیچیده تر است زیرا تابع موجهای اتمها در تماس نزدیک به هم، به شدت واپیچیده اند).

در شکل ۳.۸ منحنی تغییرات انرژی پتانسیل متقابل یک یون Na^+ و یک



شکل ۳.۸ انرژی پتانسیل یونهای برهم کنش کننده Na^+ و Cl^- به صورت تابع فاصله.

یون Cl^- را به صورت تابعی از فاصله آنها مشاهده می کنید (این انرژی پتانسیل به کمک تابع موج کوانتوم مکانیکی محاسبه شده است). افزایش سریع انرژی پتانسیل در فواصلی کوتاهتر از 2 \AA ناشی از الکترونیایی است که به حالتی با انرژی بالاتر رانده می شوند. در فاصله بزرگتر از حدود 3 \AA ، اثر طرد از بین می رود،

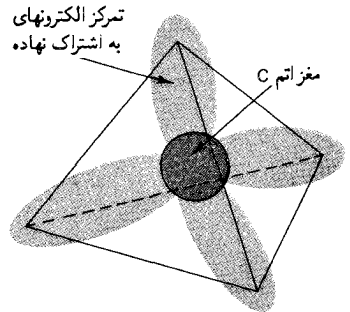
و برهم‌کنش کولنی غلبه پیدا می‌کند. از این منحنی پی می‌بریم که در فواصل زیاد نیروی بین یونها ربایشی است، اما در فواصل کم رانشی است. در فاصله $2/4 \text{ \AA}$ این نیروهای ربایشی و رانشی یکدیگر را خنثی می‌کنند، و یک نقطه تعادل (کلاسیکی) حاصل می‌شود.

قسمت رانشی نیرو در فواصل کوتاه را مغز رانشی می‌گویند. این مغز رانشی یک خصلت عمومی برهم‌کنش اتمهاست؛ در تمام اتمها یافته می‌شود و اساساً برای تمام انواع مختلف پیوند یکسان است. بدینسان می‌بینیم که اصل طرد عامل مقاومتی است که تمام اتمها نسبت به نفوذ در داخل حوزه همدیگر نشان می‌دهند.

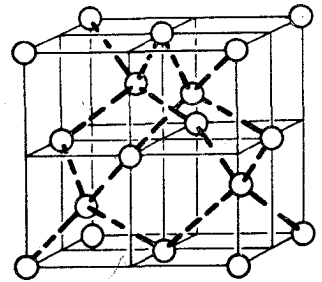
پیوندهای کووالانسی. اتمهایی که خیلی به رها کردن یا گرفتن الکترون تمایل ندارند ممکن است بخواهند الکترونها را با همسایگانشان به اشتراک بگذارند. الکترونهای به اشتراک نهاده گرایش دارند که در ناحیه‌ای بین اتمها متمرکز شوند. معمولاً الکترونها به اشتراک نهاده به صورت زوجهایی با اسپینهای متضاد پدید می‌آیند که هر اتم یک الکترون را به اشتراک می‌گذارد. چنین توزیع مجدد الکترونها به پیوند میان اتمها می‌انجامد زیرا الکترونهای به اشتراک نهاده یک ربایش کولنی بر بارهای مثبت مربوط به دو اتم وارد می‌آورند.

پیوندهای کووالانسی ارجحیت جهتی قوی را نشان می‌دهند. مثلاً، اتم کربن تمایل دارد که چهار پیوند کووالانسی تشکیل دهد که جهت آنها به سوی گوشه‌های یک چهاروجهی به مرکز اتم است (شکل ۴-۸). پیوند اتم کربن با سایر اتمهای کربن در این گونه شکل هندسی چهاروجهی شبکه الماس، سخت‌ترین بلورها، را به وجود می‌آورد (شکل ۵-۸).

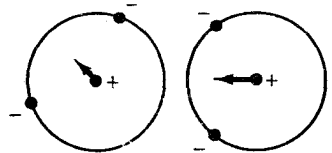
پیوندهای واندروالس. اتمهای گازهای نادر و اغلب مولکولها الکترونهایی در اختیار ندارند که بدهند یا به اشتراک گذارند. پس برهم‌کنش بین دو تا از چنین اتمها به توزیع مجدد بزرگ مقیاس الکترونها منجر نمی‌شود، بلکه صرفاً به همبستگی بین حرکت الکترونها در دو اتم می‌انجامد. این مطلب را می‌توان به وسیله مدل ساده کلاسیکی بور، کم و بیش درک کرد. اتمی را با الکترونهایی در مدارهای دایره‌ای در نظر بگیرید. میانگین گشتاور دوقطبی معناطیسی اتم صفر است، زیرا احتمال یافتن هر الکترون در یک طرف هسته دقیقاً برابر است با احتمال یافتن در طرف دیگر هسته. اما، در هر زمانی، بسته به مواضع لحظه‌ای الکترونها، مقدار گشتاور دوقطبی نا صفر است (شکل ۶-۸). این گشتاور دوقطبی در حال افت و خیز میدانی الکتریکی تولید می‌کند که گرایش دارد توزیع بار را در اتمهای همسایه قطبیده کند، و یک گشتاور دوقطبی مرتبط، و بخط شده را پدید



شکل ۴-۸ پیوندهای چهاروجهی اتم کربن.



شکل ۵-۸ آرایش اتمهای کربن در شبکه الماس.

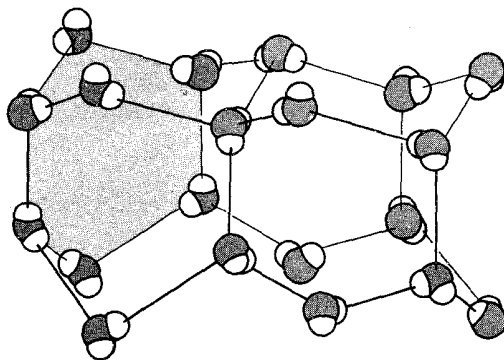


شکل ۶-۸ مواضع لحظه‌ای الکترونها در دو اتم هلیوم مجاور. هر اتم یک گشتاور دوقطبی لحظه‌ای دارد، که با یک پیکان نموده شده است.

آورد. به گونه‌ای که از الکترومغناطیس می‌دانیم، نیروی میان گشتاورهای دوقطبی هم‌مختط ربایشی (جاذبه‌ای) است. (برحسب حرکت الکترونها، می‌توانیم مثلاً بگوییم که فاز مدارهای اتمهای همسایه گرایش دارند به طریقی مرتبط شوند که الکترونها از نزدیک شدن به یکدیگر اجتناب ورزند، و بنابراین نیروی خالص بین توزیعهای باری دو اتم ربایشی است.) این نیروی بین اتمهای همسایه را نیروی واندروالس می‌گویند.

پیوندهایی را که نیروی واندروالس به وجود می‌آورد، نسبت به پیوندهای یونی یا کووالانسی بسیار ضعیفترند، از اینرو گازهای نادر فقط در دماهای بسیار پایین یا در فشارهای خیلی زیاد بلوری می‌شوند. توجه کنید که چون مکانیسمی که شالوده نیروهای واندروالس را تشکیل می‌دهد بسیار کُلی و عام است، این نیروها بین تمام انواع اتمها و مولکولها عمل می‌کنند، اما فقط وقتی اهمیت دارند که نیروهای یونی یا کووالانسی غایب باشند، نیروهای چسبناکی در مایعات، نیروهای واندروالسی‌اند.

پیوندهای هیدروژنی. اتم هیدروژن می‌تواند الکترون خود را به اتمهای مجاورش بدهد، و هیدروژنی با بار مثبت باقی بماند. این بار مثبت واقع در بین دو یون منفی مجاور پیوندی بین این یونها ایجاد می‌کند. آشکار است که این پیوند تاحدودی به پیوند کووالانسی شبیه است، که در اینجا هیدروژن مثبت بار نقش زوج الکترون را بازی می‌کند. پیوندهای هیدروژنی عامل پیوستگی مولکولهای آب در بلورهای یخ به شمار می‌آیند (شکل ۷.۸). این پیوندها همچنین عامل اتصال دورشته مارپیچ دوگانه هستند که مولکول DNA را می‌سازد.

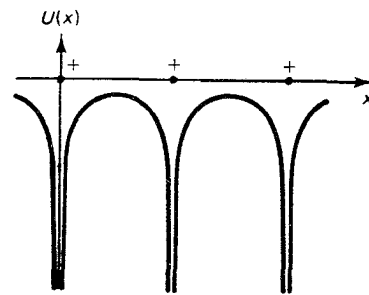


شکل ۷.۸ آرایش مولکولهای آب در یک بلور یخ. اتمهای اکسیژن مجاور با پیوندهای هیدروژنی به هم متصل شده‌اند.

پیوندهای فلزی. توزیع مجدد الکترون که پیوندهای میان اتمها در یک فلز را به وجود می‌آورد تا حدودی به پیوندهای کووالانسی شباهت دارد؛ اتمها الکترونها

را به اشتراک می‌گذارند. اما به جای صرفاً به اشتراک گذاشتن یک الکترون با یک اتم مجاور، هر اتم یک (یا دو) الکترونش را با تمام اتمهای دیگر بلور به اشتراک می‌گذارد، الکترونهای به اشتراک نهاده آزادند که در تمامی حجم بلور حرکت کنند؛ این الکترونها یک گاز از الکترونهای آزاد را تشکیل می‌دهند. بدینسان فلز متشکل است از شبکه‌ای از یونهای مثبت که دریایی از بارهای منفی با نفوذ گسترده آن را در برمی‌گیرد. ربایش کولنی بین این بارهای مثبت و منفی یونها را در جاهای خود نگه می‌دارد.

هرچند که الکترونهای «آزاد» در فلز به اتم خاصی متصل نیستند، اما به طور کامل هم از تأثیر نیروها رها نیستند. وقتی الکترونی از نزدیکی یک یون عبور می‌کند، یک نیروی کولنی قوی و ربایشی بر آن تأثیر می‌گذارد. اثر خالص تمام یونها بر الکترون را می‌توان با تابع انرژی پتانسیلی توصیف کرد که به طور متناوب تکرار می‌شود (شکل ۸-۸). به تعبیر کلاسیکی، سرعت الکترونی که در چنین پتانسیل متناوبی حرکت می‌کند صرفاً باید در نزدیکی هر یون افزایش یابد، و در فضای بین یونها کند شود. از دیدگاه مکانیک موجی، حرکت الکترون پیچیده‌تر است؛ به طوری که در بخش ۳-۸ خواهیم دید، به ازای گستره‌های معینی از طول موج این حرکت عملاً ناممکن است (نوارهای انرژی ممنوع). اما، برای الکترونی با طول موج بلند، یا تکانه کم، حرکت عبارت است از حرکت ذره آزاد، یعنی پتانسیل متناوب بر حرکت تأثیری ندارد. علت این امر آن است که، به طور کلی، موج نسبت به هرگونه آشفتگی که ابعادش در مقایسه با طول موج کوچک باشد، عکس‌العملی نشان نمی‌دهد؛ مثلاً، بر امواج اقیانوس با طول موج بلند (امواج مرده) جزیره کوچک سر راه، تأثیری نمی‌گذارد. موج الکترونی فقط پتانسیل متوسط روی یک طول موج را حس می‌کند. اگر طول موج طویل باشد، به طوری که چندین قله و دره را، مطابق شکل ۸-۸، دربرگیرد، در این صورت میانگین پتانسیل ثابت است، که با صفر بودن نیرو هم ارز است. تحت این شرایط الکترونهای «آزاد» در فلز شبیه ذرات آزاد رفتار می‌کنند.



شکل ۸-۸ انرژی پتانسیل الکترون «آزادی» که در امتداد یک خط راست (محور x) در فلز حرکت می‌کند.

جدول ۱-۸ خلاصه‌ای از انواع مختلف بلورهاست که مطابق پیوندشان رده‌بندی شده‌اند. در این جدول انرژی بستگی نوعی مربوط به هر اتم نیز برشمرده شده است. این انرژی بستگی برای پیوندهای کووالانسی (قویترین پیوندها) حداکثر، و برای پیوندهای واندروالسی (ضعیفترین پیوندها) حداقل اند.

جدول ۱.۸ انواع پیوند در بلورها

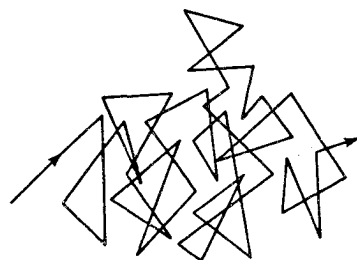
پیوند	آرایش الکترونها	انرژی بستگی نوعی
یونی	الکترونهاى اضافی در یونهاى منفی، کمبود الکترون در یونهاى مثبت	اتم / eV ۵
کووالانسی	زوج الکترونهاى به اشتراک نهاده	۱۰
واندروالسی	همبستگی حرکتهاى مدارى	۰٫۱
هیدروژنى	کمبود الکترونها در یونهاى H ⁺	۰٫۵
فلزى	گاز الکترون آزاد	۳

۲.۸ گاز الکترون آزاد

به کمک گاز الکترون آزاد می توانیم به آسانی چند خاصیت فیزیکی مهم فلزات را توضیح دهیم. مثلاً، حرکت الکترونهاى آزاد عامل رسانندگی بالای فلزات به شمار می آید. به همین اعتبار، الکترونهاى آزاد را غالباً الکترونهاى رسانش می گویند. یکی از نخستین محاسبات مربوط به رسانندگی گاز الکترون آزاد را درود* در حدود سال ۱۹۰۰ انجام داد. درود الکترونهاى یک قطعه فلز را همچون ذرات کلاسیکی، با سرعتهاى گرمایی زیاد در جهتهاى کاتوره‌ای، در نظر گرفت. این سرعتهاى گرمایی الکترونها ترابرى خالص بار الکتریکی را فراهم نمی آورند، زیرا، به طور متوسط، به ازای هر الکترون متحرک در جهتی معین، الکترون متحرک دیگری در جهت مخالف آن وجود دارد. اما، وقتی دو سر آن قطعه فلز به قطبهای باتری یا به مولد وصل شوند، میدان الکتریکی E در داخل این تکه فلز ایجاد خواهد شد و، تحت تأثیر نیروی الکتریکی، الکترونها در جهت E - شتاب می گیرند، و در این جهت یک سرعت غیر کاتوره‌ای اضافی کسب می کنند. این سرعت اضافی الکترونها به ترابری بار می انجامد. مقدار این سرعت اضافی، به نام سرعت سوق، به وسیله شتابهای منفی ناشی از برخورد الکترونها با یونهاى شبکه محدود می شود. این برخوردها نقش نیروی اصطکاک را بازی می کنند که سرعت الکترونها را کم می کند. سرعت سوق همواره در مقایسه با سرعتهای کاتوره‌ای ناچیز است. تحت شرایط معمولی سرعت سوق، گاز الکترون در یک

* پاول کارل لودویگ درود (Paul Karl Ludwig Drude), ۱۸۶۳ - ۱۹۰۶، فیزیکدان

سیم فلزی حامل جریان شاید در حدود 10^{-2} m/s باشد، اما الکترونها منفرد دارای سرعت‌های کاتوره‌ای در حدود 10^6 m/s هستند. بدینسان، حرکت الکترون متشکل است از زیگزاگ‌های سریعی که حرکت سوق بسیار کندتری در امتداد سیم بر آن نهاده شده است؛ از لحاظ کیفی، این حرکت مشابه حرکت نموده شده در شکل ۹.۸ است، اما مقدار سوق در هر زیگزاگ خیلی کمتر از مقداری است که در این شکل نموده شده است. تعداد برخوردهایی که هر الکترون در هر ثانیه با یونهای شبکه انجام می‌دهد، با سرعتش متناسب است. از آنجا که سرعت سوق در مقایسه با سرعت کاتوره‌ای قابل چشمپوشی است، سرعت سوق عملاً هیچ تأثیری بر آهنگ برخورد ندارد. یعنی، می‌توانیم آهنگ برخورد را ثابت، و مستقل از سرعت سوق و میدان الکتریکی بدانیم. آهنگ برخورد را با $1/\tau$ نشان می‌دهیم. کمیت τ را زمان واهلش می‌خوانند؛ این زمان، تقریباً، برابر است با بازه زمانی بین برخوردهای متوالی یک الکترون. نوعاً، زمان واهلش از مرتبه 10^{-14} s (جدول ۲.۸) است.



شکل ۹.۸

جدول ۲.۸ چگالی الکترون آزاد و زمان واهلش تقریبی چند فلز

فلز	n	τ
Li	$4.7 \times 10^{28} / \text{m}^3$	$0.83 \times 10^{-14} \text{ s}$
Na	۲٫۶	۳٫۰
K	۱٫۳	۴٫۵
Cu	۸٫۵	۲٫۵
Ag	۵٫۸	۳٫۸

حرکت سوق الکترونها جریان ماکروسکوپی و خالصی را تعیین می‌کند که به وسیله سیم حمل می‌شود. می‌توانیم سرعت سوق را با بررسی تکانه‌ای که این الکترون از دست می‌دهد یا کسب می‌کند، محاسبه کنیم. اگر سرعت سوق الکترون v_d باشد، در این صورت تکانه آن $m_e v_d$ است. انتظار داریم که، به طور میانگین، یک برخورد تمام این تکانه را جذب کند، یعنی، برخورد حرکت سوق به جلو را از بین خواهد برد و الکترون را فقط با حرکت گرمایی کاتوره‌ای برجای می‌گذارد. معنی این مطلب آن است که، در هر برخوردی، الکترون یک تکانه $m_e v_d$ از دست می‌دهد. از اینرو، آهنگ میانگین از دست رفتن تکانه الکترون در برخوردها عبارت است از

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta t} \right)_{\text{loss}} = \frac{m_e v_d}{\tau} \quad (1)$$

از سوی دیگر، آهنگ کسب تکانه به وسیله الکترون از میدان الکتریکی عبارت است از

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)_{\text{gain}} = -eE \quad (2)$$

تحت شرایط حالت پایا، آهنگ از دست دادن تکانه باید با آهنگ کسب تکانه همساز باشد. با برابر قرار دادن سمت راست معادله‌های (۱) و (۲)، می‌رسیم به

$$v_d = -\frac{eE\tau}{m_e} \quad (3)$$

این کمیت سرعتی است که گاز الکترونی با آن در امتداد سیم جریان پیدا می‌کند. علامت منفی در معادله (۳) دلالت می‌کند بر اینکه جهت جریان برخلاف جهت میدان الکتریکی است.

برای یافتن جریانی الکتریکی که با این شارش گاز الکترونی حمل می‌شود، باید تعداد الکترونهاى آزاد را به حساب بیاوریم. فرض کنید که فلز این سیم در هر واحد حجم خود n الکترون آزاد دارد. در فلزات، تعداد الکترونهاى آزاد معمولاً در هر اتم یکی است؛ نوعاً، این مقدار به 10^{28} یا 10^{29} الکترون در m^3 می‌رسد (جدول ۲۰۸ را ببینید). اگر مساحت سطح مقطع این سیم A و طولش l باشد، در این صورت تعداد کل الکترونهاى آزاد عبارت است از: nAl (حجم) $\times n$ و کل بار مربوط به این الکترونها به این قرار است:

$$\Delta q = -enAl \quad (4)$$

در یک بازه زمانی $\Delta t = l/|v_d|$ تمام این الکترونها از یک سر سیم خارج می‌شوند. از اینرو جریان در این سیم عبارت است از

$$I = \frac{|\Delta q|}{\Delta t} = \frac{enAl}{l/|v_d|} = \frac{e^2 n \tau}{m_e} AE \quad (5)$$

اگر این عبارت را بر حسب اختلاف پتانسیل $\Delta V = El$ در دو سر سیم بیان کنیم، می‌رسیم به

$$I = \left(\frac{e^2 n \tau A}{m_e l}\right) \Delta V \quad (6)$$

این رابطه قانون اهم است: جریان با اختلاف پتانسیل متناسب است. مطابق با معادله (۶)، مقاومت سیم عبارت است از

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{m_e l A}{e^2 n \tau} \quad (7)$$

و رسانندگی چنین است:

$$\sigma = \frac{1}{R A} = \frac{e^2 n \tau}{m_e} \quad (۸)$$

مثال ۱. رسانندگی نقره عبارت است از $6.2 \times 10^7 / \Omega \cdot m$ و تعداد الکترونهاى آزاد در واحد حجم مى شود $5.8 \times 10^{28} / m^3$. زمان واهلش را محاسبه کنید. سرعت سوق الکترونها در سیم نقره‌ای به طول ۲٫۰ m تحت تأثیر اختلاف پتانسیل ۴۰ V را محاسبه کنید.

حل از معادله (۸).

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\sigma m_e}{e^2 n} = \frac{(6.2 \times 10^7 / \Omega \cdot m) \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2 \times 5.8 \times 10^{28} / m^3} \\ &= 3.78 \times 10^{-14} \text{ s} \end{aligned} \quad (۹)$$

مقادیر زمانهای واهلش برای سایر فلزات که در جدول ۲۰۸ درج شده است، به همین ترتیب، به کمک رسانندگی اندازه‌گیری شده آنها، محاسبه شده‌اند.

میدان الکتریکی در سیم عبارت است از $E = \Delta V / d = 40 \text{ V} / 2.0 \text{ m} = 20 \text{ V/m}$ از معادله (۳)،

$$\begin{aligned} v_d &= -\frac{e E \tau}{m_e} = -\frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 20 \text{ V/m} \times 3.78 \times 10^{-14} \text{ s}}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} \\ &= -0.12 \text{ m/s} \end{aligned}$$

چنین سرعت سوق کمی برای حرکت الکترونهاى آزاد در فلزات یک سرعت نوعی است. (برعکس، سرعت کاتوره‌ای این الکترونهاى آزاد خیلی بیشتر است؛ به طوری که خواهیم دید، مقدار نوعی سرعت کاتوره‌ای 10^6 m/s یا بیشتر است.) ■

هرچند که محاسبه کلاسیکی ساده درود به شکل صحیح قانون اهم می‌انجامد، تلاشهایی که برای تعیین زمان واهلش τ از روی پارامترهای اتمی و نظریه کلاسیک حرکتهای گرمایی کاتوره‌ای صورت گرفت به تمامی ناکام ماند؛ مقدار زمان واهلش محاسبه شده از نظریه کلاسیک با آزمایش نمی‌خواند، از ارائه وابستگی مشاهده شده رسانندگی به دما نیز عاجز است. به علاوه، مطابق نظریه کلاسیکی انتظار داریم که گاز الکترون آزاد دارای یک ظرفیت گرمایی مربوط به خود باشد که مقدارش به 3 cal/k.mole سرمی‌زند*، که این ظرفیت گرمایی باید به ظرفیت گرمایی شبکه بلوری افزوده شود. اما آزمایش نشان می‌دهد که ظرفیت

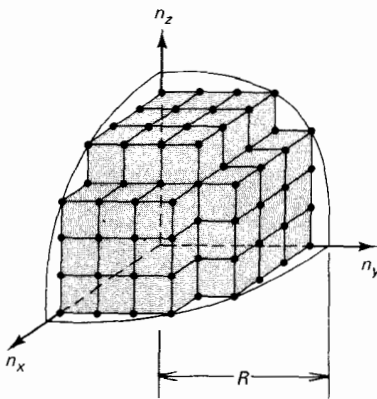
* این رقم ظرفیت گرمایی در حجم ثابت متداولی برای گازی با ذرات کلاسیک است.

گرمایی فلزات با ظرفیت گرمایی سایر بلورها فرق چندانی ندارد. وقتی الکترونها را در چارچوب مکانیک موجی بررسی کنیم و اصل طرد را به حساب آوریم، تمام این مشکلات نظریه کلاسیکی مربوط به گاز الکترون آزاد برطرف می شود. به طوری که در همین بخش خواهیم دید، اصل طرد در تعیین خواص گاز الکترون آزاد نقش تعیین کننده ای بازی می کند زیرا الکترونها را به حالت های با انرژی جنبشی بسیار بالا، خیلی بالاتر از انرژی جنبشی گرمایی کلاسیکی $kT(3/2)$ ، می راند. هرگاز متشکل از ذرات کوانتوم مکانیکی که از اصل طرد پیروی می کند - الکترونها یا سایر ذرات با اسپین نصف عدد صحیح فرد - گاز فرمی نامیده می شود. وجه تمایز بین گاز کلاسیکی و گاز فرمی در صورتی به نحوی محسوس جلوه گر می شود که حالت ساده دمای صفر را در نظر بگیریم. به تعبیر کلاسیکی، ذرات گاز در دمای صفر ($T = 0\text{K}$) جملگی انرژی جنبشی صفر دارند؛ این ذرات همگی در حالت سکون اند. از دیدگاه مکانیک کوانتومی، الکترونها در دمای صفر نمی توانند همگی دارای انرژی جنبشی صفر باشند زیرا این صفر بودن انرژی جنبشی همه آنها به این معنی است که همگی در حالت پایه باشند، که با اصل طرد در تناقض است. در عوض، در دمای صفر الکترونها حالت های موجود با کمترین انرژی، دو الکترون با اسپینهای مخالف در هر حالت مداری، را اشغال می کنند.

می توانیم الکترونها را در یک فلز را تقریباً به صورت ذرات آزاد در جعبه تلقی کنیم. در این صورت حالت های قابل دسترس به وسیله امواج ایستاده توصیف می شوند (بخش ۱۰۶ را بنگرید)، و انرژی حالت های قابل دسترس با تعمیم سه بعدی معادله (۱۱۰۶) را به صورت زیر داده می شوند:

$$E = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e L^2} \quad (10)$$

در اینجا، فرض کرده ایم که جعبه مکعبی است، به ابعاد $L \times L \times L$ ؛ این فرض مناسب است، اما لازم نیست. مقادیر ممکن n_x, n_y, n_z را می توان به صورت نقاطی در فضای سه بعدی نشان داد که با محورهای n_x, n_y, n_z مشخص می شوند. در شکل ۱۰۰۸ بعضی از این نقاط را مشاهده می کنید؛ توجه کنید که بازه های x, y, z و بین نقاط مجاور یک واحدند، و تمامی این نقاط در نخستین یک هشتم اند ($n_x > 0, n_y > 0, n_z > 0$). می توانیم از این شکل برای شمارش تعداد حالت های قابل دسترس تا انرژی مفروض E استفاده کنیم.



شکل ۱۰۰۸ هر نقطه در این شکل یک مقدار ممکن اعداد کوانتومی، n_x, n_y, n_z را نشان می دهد. توجه کنید که تمام نقاط در نخستین یک هشتم اند. نقاط واقع در داخل یک شعاع مفروض R با حالت های کوانتومی انرژی کمتری از E متناظرند.

فاصله شعاعی بین یک نقطه مفروض n_x, n_y, n_z ، و مبدأ عبارت است از

$$R = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \quad (11)$$

می توان انرژی را برحسب شعاع بیان کرد،

$$E = R^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e L^2} \quad (12)$$

و، برعکس، می توان شعاع را برحسب انرژی مفروض بیان کرد،

$$R = \sqrt{\frac{2m_e L^2}{\pi^2 \hbar^2} E} \quad (13)$$

تعداد حالت های مداری قابل دسترس با انرژی کمتر از E صرفاً عبارت است از تعداد نقاط واقع در محدوده شعاع R . هر نقطه به یک عنصر حجم یک واحدی وابسته است؛ این عناصر حجم را می شود بینهایت کوچک دانست به شرط آنکه R یک عدد بزرگ باشد. از اینرو تعداد نقاط داخل محدوده شعاع R صرفاً عبارت است از حجم داخل محدوده نخستین یک هشتم فضا، یعنی $R^3 (4\pi/3) (1/8)$. با منظور کردن دو حالت اسپین در هر حالت مداری، پی می بریم که تعداد حالت های انرژی کمتر از E عبارت است از

$$N = 2 \times \frac{1}{8} \frac{4\pi}{3} \left(\frac{2m_e L^2}{\pi^2 \hbar^2} \right)^{3/2} E^{3/2} \quad (14)$$

از آنجا که حجم جعبه عبارت است از $V = L^3$ ، رابطه بالا تبدیل می شود به

$$N = \frac{1}{3} (2m_e)^{3/2} \frac{V}{\pi^2 \hbar^3} E^{3/2} \quad (15)$$

در بلوری در دمای صفر، الکترونها پایستترین حالت های قابل دسترس انرژی را پر می کنند. از اینرو اگر تعداد حالتها را در معادله (۱۵) برابر تعداد الکترونها بگیریم، انرژی E با انرژی بالاترین حالت اشغال شده، یا تراز فرمی، برابر خواهد بود. از حل معادله بالا به ازای انرژی E ، داریم:

$$E_F = (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{N}{V} \right)^{2/3} \quad (16)$$

این کمیت را انرژی فرمی گاز الکترون می گویند. توجه کنید که این انرژی فقط به

چگالی گاز الکترون وابسته است.*

مثال ۲. انرژی فرمی برای گاز الکترون آزاد در نقره چقدر است؟ سرعت الکترونی با این انرژی چقدر است؟

حل با اختیار کردن $N/V = 5.8 \times 10^{28}/m^3$ معادله (۱۶) می‌شود

$$E_F = (3\pi^2)^{2/3} \frac{(1.05 \times 10^{-34} \text{J.s})^3}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}} (5.8 \times 10^{28}/m^3)^{2/3} \quad (17)$$

$$= 8.7 \times 10^{-19} \text{J} = 5.4 \text{eV} \quad (18)$$

سرعت الکترونی با این انرژی عبارت است از

$$\blacksquare \quad v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e}} = 1.4 \times 10^6 \text{m/s} \quad (19)$$

بدینسان سرعتهای نوعی الکترونها در گاز فرمی خیلی زیادند. برای مقایسه، توجه کنید که اگر بخواهیم به مولکولهای یک گاز کلاسیک سرعتهایی نوعی از این مرتبه بزرگی بدهیم، باید گاز را تا دمای $6 \times 10^4 \text{K}$ گرم کنیم! این نتیجه تفاوت بین گاز فرمی و گاز کلاسیکی را به روشنی نشان می‌دهد.

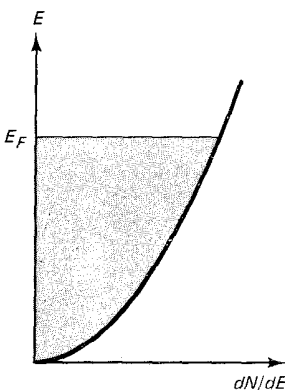
تعداد حالت‌های قابل دسترس در هر بازه انرژی واحد عبارت است از dN/dE ، که با دیفرانسیل گرفتن از معادله (۱۵) به دست می‌آید،

$$\frac{dN}{dE} = \frac{1}{4} (2m_e)^{3/2} \frac{V}{\pi^2 \hbar^3} E^{1/2} \quad (20)$$

در شکل ۱۱.۸ منحنی تغییرات dN/dE را مشاهده می‌کنید، در این شکل انرژی روی محور قائم (مطابق معمول) در یک نمودار تراز انرژی ترسیم شده است، سطح سایه دار نمایانگر حالت‌هایی است که در دمای صفر اشغال شده است. با کمک عبارت (۲۰) می‌توانیم انرژی کل گاز فرمی را محاسبه کنیم:

$$E_{\text{کل}} = \int_0^{E_F} E dN = \int_0^{E_F} E \frac{1}{4} (2m_e)^{3/2} \frac{V}{\pi^2 \hbar^3} E^{1/2} dE \\ = \frac{1}{8} (2m_e)^{3/2} \frac{V}{\pi^2 \hbar^3} E_F^{5/2} \quad (21)$$

* معادله (۱۶) انرژی فرمی را برای دمای صفر می‌دهد. انرژی فرمی برای دمای غیر صفر به صورت انرژی تراز تعریف می‌شود که احتمال اشغال شدنش $1/2$ است؛ این انرژی به دما و چگالی بستگی دارد.



شکل ۱۱.۸ تعداد حالتها بر واحد انرژی برحسب تابعی از انرژی. انرژی (مطابق نمودار تراز انرژی) روی محور قائم ترسیم شده است. مساحت سایه دار ترازهای انرژی را نشان می‌دهد که در دمای صفر پر شده‌اند.

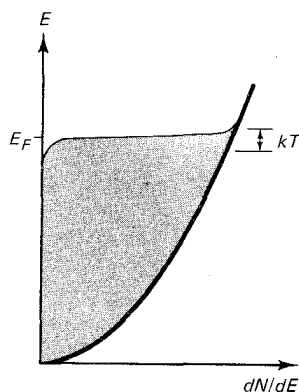
یا، بنابر معادله (۱۶)،

$$E_{\text{کل}} = \frac{3}{5} N E_F \quad (22)$$

بدینسان، در دمای صفر میانگین انرژی هر الکترون عبارت است از $E_{\text{کل}}/N = 3/5 E_F$.

حالا، باید تغییراتی را بررسی کنیم که در حالت گاز الکترون آزاد، وقتی که آن را از دمای صفر تا دمایی متناهی گرم می‌کنیم، روی می‌دهد. آشکار است که در این صورت، بعضی از الکترونها گذارهایی به حالت‌های انرژی بالاتر انجام می‌دهند، اما این گذارها را اصل طرد قویاً محدود می‌کند؛ بنابراین اصل گذار به حالت‌های قبلاً اشغال شده ممنوع است. از آنجا که حالت نهایی تعادل گرمایی از مکانیسم انتقال گرما مستقل است، مناسب است فرض کنیم که الکترونهای انرژی گرمایی خود را از طریق برخورد با یونهای شبکه کسب می‌کنند. در دمای T ، انرژی یونها از مرتبه kT است. از اینرو هر برخورد می‌تواند حداکثر این انرژی زیاد را به الکترون منتقل کند. در دمای اتاق، $kT \sim 0.025 \text{ eV}$. در مورد اکثر الکترونها، انرژی 0.025 eV به قدر کافی نیست که گذار به یک حالت اشغال نشده را میسر کند؛ از اینرو اکثر الکترونها نمی‌توانند این انرژی را بپذیرند و در حالت اولیه خود مقید باقی خواهند ماند. تنها آن الکترونهایی که در محدوده 0.025 eV از یک حالت اشغال نشده‌اند - یا در محدوده 0.025 eV از تراز فرمی دمای صفرند - می‌توانند این انرژی را بپذیرند و به حالت بالاتر بجهند. بدینسان، چند حالت معدود درست در زیر تراز فرمی دمای صفر به طور جزئی تهی می‌شوند، و چند حالت معدود درست بالای آن به طور جزئی پر شده‌اند (شکل ۱۲-۸)، اما قسمت اعظم حالتها به همان صورتی باقی می‌مانند که گویی در حالت دمای صفرند. یعنی، گاز الکترونی در فلز در دمای اتاق بسیار شبیه به گازی الکترونی در دمای صفر است. حتی در نزدیکی دمای گداز فلز، گاز الکترونی تقریباً بدون تغییر است. انرژی کل و سایر خواص گاز الکترونی، در گستره وسیعی از دماها، تقریباً از دما مستقلند. اینگونه رفتار علت این را که چرا گاز الکترونی در گرمای ویژه فلز سهم اندکی دارد توضیح می‌دهد؛ گاز الکترونی فقط مقدار کمی از انرژی گرمایی را جذب می‌کند.

می‌توان گرمای ویژه گاز الکترونی را به کمک استدلال ساده زیر برآورد کرد. به طوری که در بالا گفته شد، اصل طرد اکثر الکترونها را از جذب انرژی گرمایی منع می‌کند زیرا ترازهای انرژی مجاورند. فقط الکترونهای داخل فاصله $kT \sim$ تراز فرمی می‌توانند انرژی گرمایی جذب کنند. تعداد نسبی این الکترونها تقریباً



شکل ۱۲-۸ مساحت سایه خورده ترازهایی انرژی را نشان می‌دهد که در دمای اتاق پر شده‌اند. توجه کنید که پهنای ناحیه‌ای که ترازهای پاره‌ای پر و پاره‌ای خالی دارد برابر است با kT . در دمای اتاق kT در مقایسه با E_F خیلی ناچیز است؛ از اینرو این پهنای عملاً خیلی کوچکتر از آن است که در شکل رسم شده است.

عبارت است از (kT/E_F) . از اینرو، انتظار داریم که گرمای ویژه گاز فرمی به اندازه ضریب kT/E_F کوچکتر از گرمای ویژه گاز کلاسیکی باشد. از آنجا که گرمای ویژه هر مول گاز کلاسیکی عبارت است از $(3/2)N \cdot k$ ، گرمای ویژه هر مول گاز فرمی تقریباً باید به این شرح باشد*

$$C_V \sim \frac{kT}{E_F} \frac{3}{2} N \cdot k \quad (23)$$

برای گاز الکترونی آزاد یک فلز، E_F نوعاً چند eV است (مثال ۲ را بنگرید)، در حالی که در دمای اتاق $kT \sim 0.025$ eV، یعنی، kT/E_F از مرتبه بزرگی 10^{-2} است، و بنابراین گرمای ویژه گاز الکترونی آزاد فقط $\sim 1\%$ مقدار مورد انتظار برای گاز کلاسیکی است.

ممکن است چنین تصور کنیم که اصل طرد از رسانش جریان الکتریکی به وسیله گاز الکترونی آزاد نیز جلوگیری می‌کند. وقتی الکترونها تحت تأثیر میدان الکتریکی قرار می‌گیرند، در صدد برمی‌آیند که از این میدان انرژی و تکانه جذب کنند، و گذارهایی به حالت‌های نزدیک با انرژی و تکانه اندکی بالاتر، صورت می‌دهند. اگر تمام این حالت‌ها اشغال شده باشند، الکترونها چگونه می‌توانند این گذارها را انجام دهند؟ پاسخ چنین است: میدان الکتریکی بر الکترونها واقع در حالت‌های بالاتر هم اثر می‌کند؛ این میدان تکانه تمامی الکترونها را به یک میزان افزایش می‌دهد. میدان الکتریکی، الکترونها را از حالت‌های بالاتر خارج می‌کند، آنها را به حالت‌های باز هم بالاتر اشغال نشده می‌برد، و درست با آهنگ مورد نیاز برای جا دادن الکترونها وارده از حالت‌های پایینتر، جاهای خالی را پدید می‌آورد. به این صورت اصل طرد با فرایند شتاب، که تقریباً مانند حالت کلاسیک انجام می‌گیرد تداخل پیدا نمی‌کند. فقط در فرایند شتاب منفی اصل طرد وارد عمل می‌شود. اکثر برخوردها ممنوع‌اند زیرا حالت نهایی اشغال است. تنها برخوردهایی که روی می‌دهند آنهایی‌اند که جهت حرکت الکترونها را که حداکثر سرعت را در جهت جریان کسب کرده‌اند، معکوس می‌کنند. این الکترونها گذارهایی را به حالت‌های با سرعت بیشینه یا تقریباً بیشینه در جهت مخالف جریان انجام می‌دهند.** این الکترونها اکنون آماده‌اند تا باز به وسیله میدان الکتریکی شتاب گیرند.

بنابراین، نتیجه مکانیک موجی برای رسانندگی همان شکلی را دارد که نتیجه کلاسیکی درود [معادله (۱۸)]. اما، عبارت نظری مربوط به آهنگ برخورد $1/T$

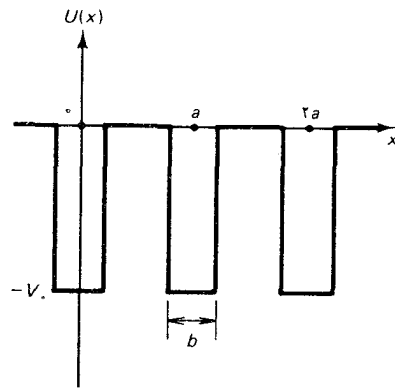
* نتیجه دقیق عبارت است از: $C_V = \frac{1}{4} \pi^2 (kT/E_F) N \cdot k$.
** چنین گذاری را فرایند واگرد می‌گویند.

کاملاً متفاوت است، به استنتاج این عبارت نظری نمی پردازیم، کافی است بگوییم که در مورد فلزات در دمای به اندازه کافی زیاد (دمای اتاق یا بیشتر)، عبارت نظری مربوط به $1/T$ با T متناسب است؛ از اینرو رسانندگی با $1/T$ متناسب است، که با اندازه گیریهای تجربی سازگار است. در واقع، این کاهش رسانندگی با دما ناشی از افزایش آهنگ برخوردهای بین الکترونها و یونهای شبکه است. یونهای شبکه دارای حرکت گرمایی متشکل از نوسانها حول وضعیت تعادلشان اند. دامنه این نوسانات حول وضعیت تعادلشان با دما افزایش پیدا می کند. این نوسانها احتمال برخورد مربوط به الکترونی را که می کوشد از شبکه بگذرد افزایش می دهند، یعنی، این نوسانها نیروی اصطکاک مؤثر در مقابل حرکت الکترون را زیاد می کنند.

۸.۳. نظریه نواری جامدها؛ رساناها، نیم رساناها، و عایقها

مدل الکترون آزاد فلزات که در بخش قبل بحث کردیم بر تقریب نسبتاً خامی متکی است که از برهم کنشهای بین الکترونها و یونهای شبکه چشمپوشی می کند. بحث دقیقتری در خصوص حرکت الکترونها در یک جامد باید این برهم کنشها را در نظر بگیرد؛ این برهم کنشها طیف ترازهای انرژی الکترونها در جامد را تعیین می کنند. در این بخش خواهیم دید که ترازهای انرژی در یک جامد به صورت نوارها درمی آیند، شبیه به پوسته ها یا زیر پوسته هایی که در اتمهای منزوی می یابیم. خواص الکتریکی جامد به میزان پرشدگی نوارها بستگی دارد. نوارهای پاره ای پر شده حرکت الکترون را میسر می کنند و جامد را به رسانا تبدیل می کنند، در حالی که نوارهای کاملاً پراز حرکت الکترون جلوگیری می کنند و از جامد یک نارسانا (عایق) می سازند.

برای فهم اینکه چرا یک جامد دارای نوارهای انرژی است، مسئله ساده الکترونی را بررسی می کنیم که در یک بعد در یک پتانسیل تناوبی متشکل از چاههای مربعی با فاصله a (شکل ۱۳-۸) حرکت می کند. این چاههای پتانسیل جاذبه بین الکترون و یونهای مثبت شبکه را به طور تقریب نشان می دهند. وانمود می کنیم که این پتانسیل تناوبی به طور نامتناهی در دو جهت ادامه می یابد، یعنی بلور نامتناهی است (مرزهای بلور پیچیدگیهای گنج کننده، اما غیر اساسی، به مسئله اضافه می کنند). تابع موج مربوط به الکترون آزادی که به راست یا به سمت چپ حرکت می کند عبارت است از e^{ikx} یا e^{-ikx} . انرژی چنین الکترون آزادی با



شکل ۱۳-۸ پتانسیل تناوبی متشکل از چاههای مربعی با پهنا b و فاصله a .

مجذور عدد موج متناسب است،

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_e} k^2 \quad (24)$$

برهم‌کنش با پتانسیل متناوب تابع موجها را اصلاح می‌کند*، و عبارت مربوط به انرژی را بهبود می‌بخشد. دقایق ریاضی مربوط به این اصلاح از حل معادله شرودینگر به دست می‌آیند، و نسبتاً پیچیده‌اند؛ اما حتی بدون وارد شدن به این جزئیات، می‌توانیم پی ببریم، که به‌ازای مقادیر کوچک k (یا مقادیر بزرگ $\lambda = 2\pi/k$)، انرژی الکترون باید به شکل زیر باشد:

$$E = E_0 + Bk^2 \quad (25)$$

که E_0 و B ثابت‌اند. توجه این عبارت به‌سادگی به این ترتیب است که، به‌ازای مقادیر کوچک k ، انرژی $E(k)$ را می‌شود به صورت یک سری تیلور $E \simeq E_0 + Ak + Bk^2$ بیان کرد، و جمله مرتبه اول باید صفر باشد ($A = 0$) زیرا اگر پتانسیل متناوب باشد انرژی نمی‌تواند به علامت k بستگی داشته باشد. معمول است که معادله (25) را به شکلی شبیه به انرژی جنبشی یک الکترون آزاد بنویسیم:

$$E = E_0 + \frac{\hbar^2}{2m^*} k^2 \quad (26)$$

که در آن m^* ثابت جدیدی است، به نام جرم مؤثر. در اکثر فلزات، جرم مؤثر الکترون تا حدودی بزرگتر از جرم معمولی است. یعنی، الکترون در نتیجه برهم‌کنش با یونها، تا اندازه‌ای در عکس العمل به اختلالات خارجی کندتر است، به این معنی که الکترون لختی بیشتری دارد. در جدول ۳۰۸ مقادیر جرم مؤثر برای چند فلز را درج کرده‌ایم.

هرچند معادله (26) در مقادیر کوچک k تقریب خوبی است، اما وقتی k با عکس فاصله بین چاههای پتانسیل a ، قابل مقایسه می‌شود، یعنی وقتی $k \simeq 1/a$ ، دیگر کارایی خود را از دست می‌دهد. و وقتی $k = \pi/a$ ، به طور کامل عاجز می‌ماند. به‌ازای این مقدار k ، و به‌ازای مضارب صحیح این مقدار،

* می‌توان نشان داد که تابع موجها در حضور پتانسیل متناوب به شکل $e^{\pm ikx} u(x)$ هستند، که $u(x)$ تابعی متناوب با همان دوره تناوب پتانسیل است؛ این موضوع همان قضیه بلوخ است. برای دستیابی به مطالب بیشتری در این خصوص، مثلاً، بنگرید به:

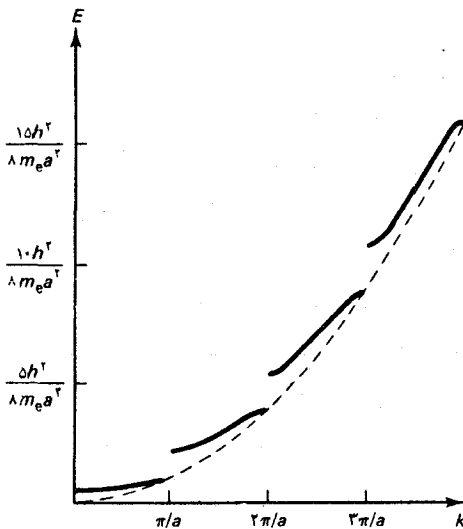
کیتل، چارلز، آشنایی با فیزیک حالت جامد، ترجمه اعظم پورقاسی [و] مهدی صفا [و] جمشید عمیقان، ج ۱، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۷، هشت + ۲۲۰ ص.

جدول ۳.۸ جرم موثر الکترون

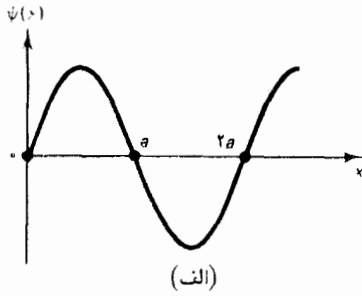
جرم مؤثر، m^*	بلور
$2,2m_e$	Li
$1,3m_e$	Na
$1,5m_e$	Al
$1,4m_e$	Cu
$1,0m_e$	Ag
$1,3m_e$	Mg
$2,1m_e$	Pb

انرژی دارای گسستگیهایی است (شکل ۱۴.۸). علت این گسستگیها این است که به ازای این مقادیر k ، بازتابهای امواج اهمیت زیادی پیدا می کنند. هر یون یک جزء کوچک موج را باز می تاباند، و اگر تمام این اجزای بازتابیده همفاز باشند، دامنه موج بازتابیده خالص که به عقب می رود با دامنه موجی که به پیش می رود برابر است. این اتفاق در صورتی روی می دهد که فاصله بین یونهای مجاور برابر با نصف طول موج، یا ضریبی از نیم طول موج باشد، یعنی

$$2a = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (27)$$



شکل ۱۴.۸ انرژی بر حسب تابعی از k برای الکترونی که در پتانسیل متناوب چاههای مربعی حرکت می کند. (به ازای حالت خاص $b \rightarrow 0$ و $v \rightarrow \alpha$)



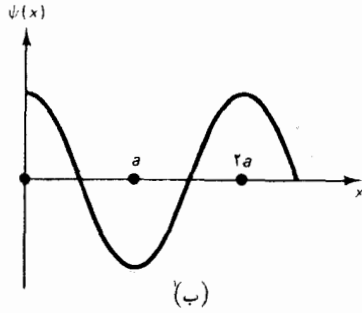
$$k = \frac{n\pi}{a} \quad (28)$$

توجه کنید که معادله (۲۷) صرفاً عبارت است از شرط بازتابش براگ، با $\theta = 90^\circ$ [معادله (۱) (۱۵۳۰)] را ببینید. برهم نهی موج رونده و موج بازتابیده رونده یک موج ایستاده دست می‌دهد. مثلاً، اگر $k = \pi/a$ ، برهم نهیهای ممکن عبارتند از:

$$\psi_1 = e^{i\pi x/a} - e^{-i\pi x/a} = 2i \sin(\pi x/a) \quad (29)$$

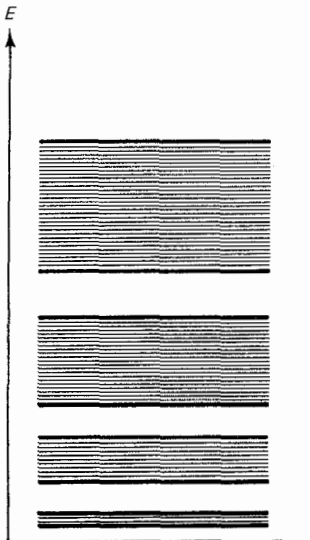
و

$$\psi_2 = e^{i\pi x/a} + e^{-i\pi x/a} = 2 \cos(\pi x/a) \quad (30)$$



شکل ۱۵.۸ امواج ایستاده در بتانسیل
تناوبی:
(الف) $\psi_1 \propto \sin(\pi x/a)$ ؛

در شکل ۱۵.۸ این دو موج ایستاده را می‌بینید. بنابر اولین موج، احتمال وجود الکترون در مکان هر یون اندک (صفر) است؛ مطابق با موج دوم، در آن مواضع آن احتمال زیاد (بیشینه) است. موج دوم انرژی پایینی دارد زیرا الکترون را در نزدیکی موضع یک یون، جایی که انرژی بتانسیل خیلی کم است، قرار می‌دهد. بدینسان، دو موج (۲۹) و (۳۰) با آنکه اعداد موج یکسانی دارند دارای انرژیهای متفاوتی اند، یعنی انرژی برحسب تابعی از k در $k = \pm\pi/a$ ، یک گسستگی دارد. گسستگیهای مشابهی در $k = \pm n\pi/a$ پیش می‌آیند. گستره‌هایی از k که در داخل آنها تابع $E(k)$ پیوسته باشد، مناطق بریلوئن نام دارند. مثلاً، نخستین منطقه بریلوئن از بازه $-\pi/a < k < \pi/a$ تشکیل می‌شود؛ دومین منطقه بریلوئن از بازه‌های $-\pi/a < k < -2\pi/a$ و $2\pi/a < k < \pi/a$ ، والی آخر تشکیل می‌شود. به‌ازای هر منطقه بریلوئن، یک گستره مجاز از انرژیها، به نام نوار انرژی وجود دارد. نوارهای انرژی مجاور را یک گستره ممنوع انرژیها، به نام گاف یا نوار ممنوع، از هم جدا می‌کند. در شکل ۱۶.۸ نوارها و گافهای همراه با تابع $E(k)$ از شکل ۱۴.۸ را مشاهده می‌کنید.

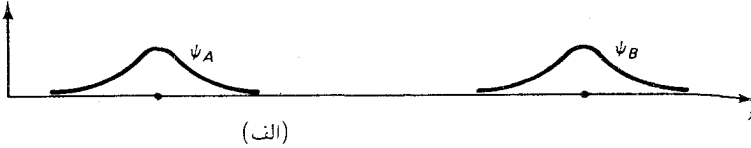


در بحث بالا ادعا کردیم که بلور دارای وسعت نامتناهی و تعدادی نامتناهی از اتمهاست. در این صورت هر نوار انرژی از یک گستره پیوسته انرژیها، یعنی تعدادی نامتناهی از ترازهای انرژی، تشکیل می‌شود. در حالت واقعیت بلوری با مرزهای متناهی و تعداد متناهی اتمها، هر نوار انرژی از یک مجموعه گسسته ترازهای انرژی نزدیک به هم تشکیل می‌شود. تعداد ترازهای انرژی (مداری) در هر نوار با تعداد اتمها در بلور برابر است. برای ملاحظه اینکه این اتفاق چطور

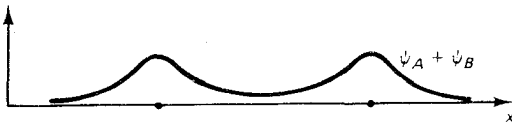
شکل ۱۶.۸ ترازهای انرژی مربوط به بتانسیل متناوب. انرژیهای مجاز در نوارهایی به وجود می‌آیند که گافهای ممنوع آنها را از هم جدا می‌کنند.

می‌افتد. این مسئله را بررسی می‌کنیم که وقتی ترازهای انرژی کنار یکدیگر قرار می‌گیرند، برای آنها چه پیش می‌آید. مثلاً، دو اتم هیدروژن را در نظر بگیرید، که هر دو در حالت پایه‌اند. وقتی فاصله این دو اتم زیاد باشد، تابع موج هر الکترون صرفاً عبارت است از تابع موج یک اتم منزوی (شکل ۱۷.۰۸ الف). وقتی آنها با یکدیگر تماس می‌یابند، این تابع موجها روی هم می‌افتند و هر الکترون در مداری حول هر دو هسته می‌گردد. تابع موج هر الکترون، تقریباً، ترکیبی است از تابع موجهای اتمهای منزوی. در شکلهای ۱۷.۰۸ (ب و ج) دو تابع موج ممکن را مشاهده می‌کنید: در اولی دو تابع موج منزوی با علامت یکسان ترکیب می‌شوند،

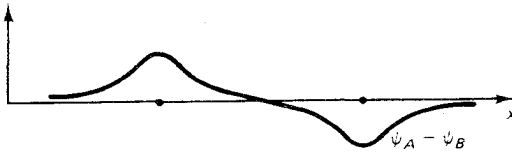
شکل ۱۷.۸ تابع موج دو اتم هیدروژن :
 (الف) فاصله زیاد ؛ (ب) فاصله کم : تابع موجهای منزوی با علامت متشابه ترکیب شده‌اند ؛ (ج) فاصله کم : تابع موجهای منزوی با علامت مخالف ترکیب شده‌اند .



(الف)

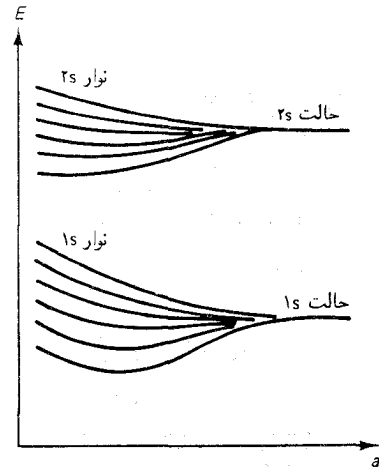


(ب)



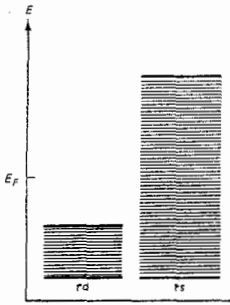
(ج)

و در دومی با علامتهای مخالف نخستین تابع موج با انرژی کمتر از دومی متناظر است زیرا الکترون با احتمال بیشتری در نیمراه بین هسته‌ها یافت می‌شود، که به انرژی کولنی پایینتری می‌انجامد (به بیان دیگر: الکترونی با تابع موج اول یک پیوند کووالانسی ایجاد می‌کند). بدینسان، هرگاه دو اتم هیدروژن به یکدیگر نزدیک شوند، تراز انرژی حالت پایه به دو تراز انرژی جداگانه شکافته می‌شود. به طور کلی، وقتی N اتم به هم نزدیک شوند، هر تراز انرژی به N تراز انرژی شکافته می‌شود، و یک نوار تشکیل می‌دهد. مثلاً، در شکل ۱۸.۰۸ تشکیل چنین نوارهایی را مشاهده می‌کنید وقتی که شش اتم هیدروژن کنار هم آمده‌اند. از اینرو، می‌بینیم که چگونه نوارها در یک جامد از واپیچش زیر پوسته‌های اتمهای منزوی به وجود می‌آیند.

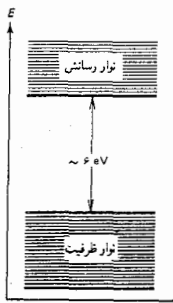


شکل ۱۸.۸ ترازهای انرژی به صورت تابعی از فاصله برای شش اتم هیدروژن که بر خط راستی آرایش یافته‌اند.

در یک جامد در دمای صفر، الکترون‌ها در حالت‌های موجود با پایینترین انرژی



شکل ۱۹.۸ نواریهای انرژی یک بلور مس، نواریهای F_d و F_s تا اندازه‌ای همدیگر را می‌پوشانند. نوار حاوی الکترونیهای با بالاترین انرژی عبارت است از نوار F_s . الکترونها این نوار را به طور جزئی یا پاره‌ای پر می‌کنند.



شکل ۲۰.۸ نواریهای انرژی یک بلور الماس. الکترونها نواری پائینی را به طور کامل پر می‌کنند.



شکل ۲۱.۸ نواریهای انرژی یک بلور سیلیسیم. الکترونها نواری پائینی را به طور کامل پر کرده‌اند، اما گاف میان این نوار و نوار بعدی کوچک است.

جای می‌گیرند. بنابراین، نواریهای انرژی پایینتر به طور کامل پر خواهند بود، و بالاترین نوار انرژی یا تیزند یا بخشی پر شده‌اند، که هر یک از این دو مورد به تعداد الکترونها و تعداد نواریهای موجود بستگی دارد. تفاوت میان رسانا و نارسانا از پاره‌ای پر بودن یا به طور کامل پر بودن بالاترین نوار انرژی ناشی می‌شود. هر رسانا، مانند مس، دارای یک نوار پاره‌ای پر شده است (در مس، بالاترین نوار نیم پر است؛ شکل ۱۹.۸ را بنگرید). وقتی میدان الکتریکی خارجی وارد می‌آید، الکترونیهای این نوار از میدان انرژی جذب می‌کنند و به حالتی قابل دسترس و اشغال شده در همین نوار گذر می‌کنند؛ الکترونها به این ترتیب امکان می‌یابند حرکت کرده و جریان الکتریکی حمل کنند. نارسائایی، مانند الماس، دارای یک نوار کاملاً پر است (شکل ۲۰.۸). الکترونها در این نوار در داخل حالتی خود مقید می‌شوند زیرا حالتی قابل دسترس و اشغال نشده‌ای وجود ندارند. نزدیکترین حالتی اشغال نشده در نوار بعدی‌اند، اما این نوار به وسیله یک گاف انرژی حدود 6 eV از نوار پر شده جدا شده است (شکل ۲۰.۸). از آنجا که الکترون به دشواری می‌تواند انرژی 6 eV را از میدانی الکتریکی با قدرت معمولی جذب کند، اکثر الکترونها از پاسخ به میدان الکتریکی امتناع می‌کنند. بدینسان، الکترونیهای الماس از حمل جریان الکتریکی سرپیچی می‌کنند.

هر نیمرسانا، مانند سیلیسیم، دارای نواری کاملاً پر است، یعنی مشابه نارسانا است. اما، گاف بین این نوار پر و نوار بعدی کم، حدود 1 eV یا کمتر، است (شکل ۲۱.۸). بدینسان الکترونها می‌توانند نسبتاً به آسانی از یک نوار به نوار بعدی گذار کنند، و از اینرو جریان الکتریکی حمل کنند، نوار پر هر نارسانا یا نیمرسانا را نوار ظرفیت می‌گویند، و نوار خالی مجاور را نوار رسانش می‌نامند. رسانندگی نیمرسانا با دما افزایش می‌یابد زیرا آشفته‌گیهای گرمایی بعضی از الکترونها را برمی‌انگیزد و به داخل نوار رسانش می‌رساند، و به نیمرسانا کمک می‌کنند که جریانی را حمل کنند. این امر با رفتار فلزات تضادی فاحش دارد؛ در فلزات رسانندگی همواره با دما کاهش می‌یابد، که ناشی از افزایش «اصطکاک» با دماست. در یک نیمرسانا، این افزایش اصطکاک با افزایش تعداد الکترونیهای سهمیم در رسانش جریان به بهترین وجه جبران می‌شود.

نیمرسانا نه تنها جریان را در نوار رسانش، بلکه در نوار ظرفیت نیز، حمل می‌کند. الکترونیهایی که از نوار ظرفیت به نوار رسانش می‌روند حالتی اشغال نشده‌ای را باقی می‌گذارند، و الکترونیهایی که در نوار ظرفیت باقی می‌مانند می‌توانند از این حالتی اشغال نشده برای حمل جریان استفاده کنند. حالتی

اشغال نشده را حفره می‌گویند. از آنجا که چنین حفره‌ای کمبود بار منفی را نشان می‌دهد، می‌توان آن را به عنوان بار مثبت مؤثر تلقی کرد. به این ترتیب، جریانی را که الکترونها در نوار ظرفیت حمل می‌کنند، می‌توان با حرکت حفره‌ها وابسته دانست. تقریباً، الکترونها در نوار ظرفیت نقش بازی حرکت با موسیقی را ایفا می‌کنند*: الکترونها، با جهیدن به داخل حفره‌های قابل دسترس، در یک جهت حرکت می‌کنند و بنابراین، حفره‌ها در جهت عکس حرکت می‌کنند. از نظر ریاضی، توصیف جریان به عنوان شارشی از حفره‌ها آسانتر است تا وصف آن به عنوان شارش الکترونها، زیرا در نوار ظرفیت حفره‌ها انگشت شمارند ولی تعداد الکترونها بسیار است.

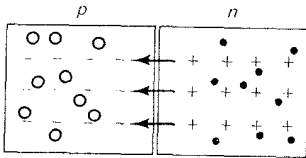
در موارد عملی، نیمرساناها معمولاً با مقادیر دقیقاً کنترل شده‌ای از اتمهای دیگر آلوده (آلوده) می‌شوند. چنین نیمرسانای آلوده‌ای را نیمرسانای ناخالصی می‌گویند. اتمهای ناخالصی ممکن است بخشنده الکترون و یا پذیرنده الکترون باشند. اتمهای آرسنیک در سیلیسیم به عنوان بخشنده عمل می‌کنند. در پوسته خارجی اتمهای آرسنیک نسبت به سیلیسیم یک الکترون بیشتر وجود دارد؛ اگر در بلور سیلیسیم به جای یک اتم سیلیسیم یک اتم آرسنیک بنشیند، یک الکترون آزاد اضافی به این بلور خواهد داد. الکترونهای داده شده رسانندگی سیلیسیم را افزایش می‌دهند. از سوی دیگر، ناخالصیهای گالیم در سیلیسیم به عنوان پذیرنده عمل می‌کنند. اتم گالیم در پوسته خارجی خود نسبت به سیلیسیم یک اتم کمتر دارد؛ اگر به جای یک اتم سیلیسیم یک اتم گالیم بنشیند، یک الکترون آزاد را به دام می‌اندازد، و به این وسیله حفره‌ای ایجاد می‌کند. چنین حفره‌هایی نیز رسانندگی سیلیسیم را افزایش می‌دهند. نیمرساناهای ناخالصی با بخشنده را نوع n می‌گویند؛ نیمرساناهای ناخالصی با پذیرنده را نوع p می‌نامند.

صرفاً چند قسمتی در میلیون از اتمهای ناخالصی در یک بلور نیمرسانا کافی است تا رسانندگی را به اندازه چند مرتبه بزرگی بهبود بخشد. از اینجا امکان می‌یابیم که خواص الکتریکی نیمرساناها را مناسب با کاربردهای وسیع تکنولوژیکی درآوریم.

۴.۸ وسیله‌های نیمرسانا

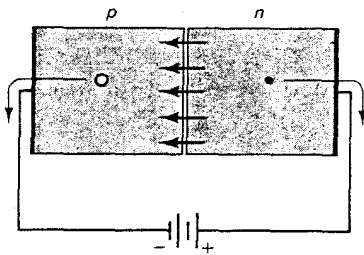
بعضی از جالبترین خواص نیمرساناها وقتی ظهور پیدا می‌کنند که دو قطعه نیمرسانا * حرکت با موسیقی نوعی بازی است که بازی کنان تا وقتی موسیقی نواخته می‌شود در حرکت اند و وقتی موسیقی قطع شد می‌نشینند و هرکس بدون صدلی بماند باخته است. - م.

از دو نوع مختلف (نوع n و نوع p) را به یکدیگر پیوند دهیم. رفتار الکترونها در فصل مشترک بین این نیمرساناها اساس عملکرد وسیله‌های نیمرسانا، مانند یکسوسازها، ترازستورها، باتریهای خورشیدی، دیودهای نورگسیل، و مانند آنها را تشکیل می‌دهد. در زیر، به اختصار عملکرد این وسیله‌ها را توصیف خواهیم کرد.



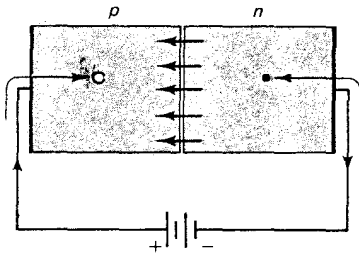
یکسوساز (دیود). اگر یک قطعه نیمرسانای نوع n و یک قطعه نیمرسانای نوع p را به هم وصل کنیم، بعضی از الکترونهای آزاد از ناحیه n به داخل ناحیه p پخش می‌شوند، و بعضی از حفره‌های آزاد از ناحیه p خارج می‌شوند و در داخل ناحیه n پخش خواهند شد. این الکترونها و حفره‌های پخش شده با یکدیگر برخورد می‌کنند و نابود می‌شوند؛ الکترونها به داخل حفره‌ها می‌جهند، و هر دو ناپدید می‌شوند. این عمل یونهای نزدیک پیوندگاه را برهنه باقی می‌گذارد و سبب جدایی بار الکتریکی می‌شود: ناحیه n لایه‌ای از بار مثبت و ناحیه p لایه‌ای از بار منفی کسب می‌کند. میدان الکتریکی وابسته به این جدایی با پخش مخالفت می‌کند. وقتی میدان الکتریکی به اندازه کافی قوی شد تا پخش را متوقف کند تعادل حاصل می‌شود. (شکل ۲۲.۸).

شکل ۲۲.۸ توزیع بارادو نیمرسانای از انواع مختلف که به هم پیوسته‌اند. علامتهای + و - نشانه یونهای شبکه‌اند؛ نقاط سیاه الکترونها، و دایره‌های کوچک تو خالی حفره‌ها را نشان می‌دهند. لایه‌های بار در نزدیکی فصل مشترک یک میدان الکتریکی تولید می‌کنند.



اگر این پیوند $n-p$ را به یک باتری یا منبع مؤلف الکتروسیسته دیگری وصل کنیم، شارش جریان در یک جهت، اما نه در جهت دیگر، امکانپذیر خواهد شد. در شکل ۲۳.۸ پیوند $n-p$ را مشاهده می‌کنید که به طوری وصل شده که ناحیه n نیمرسانا در پتانسیل بالا و ناحیه p در پتانسیل پایین قرار گرفته است، که به این پیکربندی «بایاس معکوس» می‌گویند. الکترونهای آزاد در ناحیه n از طریق یک سیم، و حفره‌های آزاد در ناحیه p از طریق سیم دیگر جاری می‌شوند. بدینسان هر ناحیه از حاملین بار خود تهی، و جریان تقریباً فوری متوقف می‌شود.

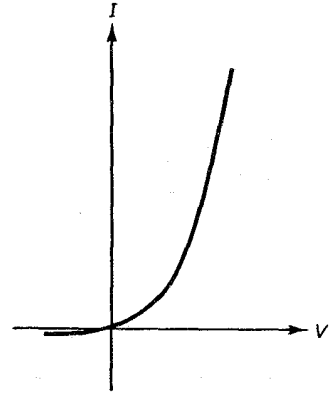
شکل ۲۳.۸ پیوند $n-p$ متصل به منبع نیروی محرکه الکتریکی. ناحیه n در پتانسیل بالاست (بایاس معکوس).



شکل ۲۴.۸ پیوند $n-p$ متصل به منبع نیروی محرکه الکتریکی. ناحیه n در پتانسیل پایین است (بایاس مستقیم).

گاهی، افت و خیزهای گرمایی یک زوج الکترون - حفره در پیوندگاه می‌آفریند (از طریق تحریک یک الکترون از نوار ظرفیت به نوار رسانش)؛ اما آهنگ ایجاد این زوجها کند است، و جریان باقیمانده حاصل خیلی اندک، و کاملاً از نیروی محرکه الکتریکی اعمال شده مستقل است. در شکل ۲۴.۸ یک پیوندگاه $n-p$ را مشاهده می‌کنید که به طوری متصل شده است که ناحیه n در پتانسیل پایین و ناحیه p در پتانسیل بالاست؛ به این پیکربندی «بایاس مستقیم» می‌گویند. حالا منبع نیروی محرکه الکتریکی یک جریان پایا از الکترونها را به داخل ناحیه n و حفره‌ها را به داخل ناحیه p می‌دمد (یعنی، الکترونها را از ناحیه p خارج می‌کند. الکترونها و حفره‌ها در پیوندگاه باهم برخورد می‌کنند و از بین می‌روند. بدینسان

پیوند $n-p$ به عبور یک جریان در جهت مستقیم اجازه می‌دهد، اما در جهت معکوس این اجازه را نمی‌دهد. تحت بایاس مستقیم، جریان متناسب با نیروی محرکه الکتریکی القا شده به سرعت افزایش می‌یابد (شکل ۲۵.۸).

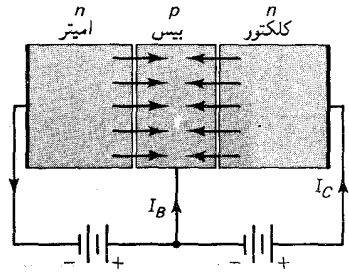


شکل ۲۵.۸ جریان به صورت تابعی از ولتاژ برای یک یکسوساز پیوند $n-p$.

پیوند $n-p$ ، به سبب خاصیت جهت‌دار بودنش، می‌تواند به عنوان یکسوساز به کار رود. وقتی پیوند را به یک منبع تغذیه متناسب وصل می‌کنیم، جریان فقط از نیمه «مستقیم» چرخه عبور خواهد کرد. این وسیله حالت جامد در مولدهای جریان متناوب کاربردهای فراوانی یافته‌اند؛ این دستگاه‌ها جای جابه‌جاگر (کوموتاتور) های مکانیکی مرسوم در مولدهای برقی را که در اتومبیل‌ها به‌کار رفته‌اند، گرفته‌اند.

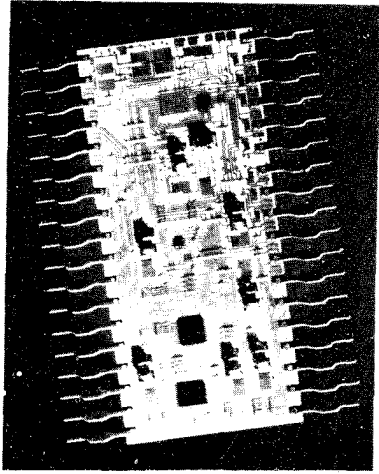
ترانزیستور (تریود). ترانزیستور پیوندی ساده تشکیل شده است از یک قطعه نیم‌رسانای نازک از یک نوع که بین دو قطعه از نوع مخالف، ساندویچ شده است. در شکل ۲۶.۸ یک ترانزیستور پیوندی $n-p-n$ را مشاهده می‌کنید؛ قطعه واقع در میانه را بیس (پایه)، و قطعه‌های دو طرف را، به ترتیب، امیتر (گسیلنده) و کلکتور (گردآور) می‌گویند. سه سر این ترانزیستور به دو منبع نیروی محرکه الکتریکی وصل می‌شوند، به طوری که پیوند امیتر-بیس بایاس مستقیم و پیوند بیس-کلکتور بایاس معکوس دارد. تحت این شرایط، پیوند امیتر-بیس شارش الکترون‌ها را از امیتر به بیس می‌سازد. اگر ناحیه p در بیس نسبتاً ضخیم باشد در این صورت الکترونهايي که به ناحیه p وارد می‌شوند باید با حفره‌ها خنثی شوند؛ که در یکسوساز پیوند $n-p$ معمولی هم چنین اتفاقی می‌افتد. اما، ناحیه p در ترانزیستور خیلی نازک است و بسیار کمتر از امیتر آلایده شده به طوری که چگالی حفره‌ها نسبتاً کم است. از اینرو تقریباً تمام الکترون‌ها، پهنای این ناحیه را بدون برخورد با حفره‌ها می‌پیمایند. در پیوندگاه بیس-کلکتور این الکترون‌ها میدان الکتریکی وابسته به جدایی بار در این پیوندگاه را حس می‌کنند. این میدان الکترون‌ها را به داخل کلکتور می‌راند و آنگاه این الکترون‌ها مدار را می‌پیمایند و جریان I_C را تشکیل می‌دهند. فقط کسر کوچکی از الکترونهاي وارده به بیس از طریق سر متصل به بیس آنجا را ترک می‌گویند. این کسر از الکترون‌ها جریان I_B را تشکیل می‌دهد. نسبت I_C به I_B ، به هندسه ترانزیستور و به مشخصه‌های مواد نیم‌رسانا بستگی دارد. در یک ترانزیستور مفروض، این نسبت ثابت است،

$$\frac{I_C}{I_B} = \text{const.} \quad (31)$$



شکل ۲۶.۸ یک ترانزیستور $n-p-n$. ناحیه n در سمت چپ امیتر، ناحیه p در وسط بیس، و ناحیه n در سمت راست، کلکتور است.

در ترانزیستورهای نوعی این نسبت بین 20° و 200° است. هرگاه جریان بیس، I_B ، را تغییر دهیم، جریان کلکتور، I_C ، را هم تغییر خواهیم داد. بدینسان



شکل ۲۷.۸ مدار مجتمع.

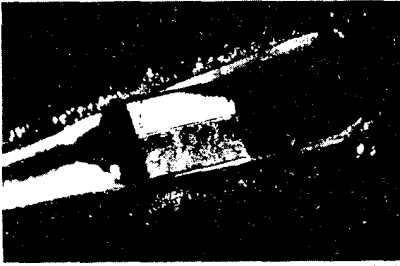
ترانزیستور به صورت تقویت‌کننده جریان عمل می‌کند؛ هرگاه جریان بیس را به مقدار ناچیزی تغییر دهیم، جریان کلکتور را به مقدار زیادی تغییر می‌دهیم.

در عمل، ترانزیستورها را نه با به هم پیوستن تراشه‌های جداگانه نیم‌رسانا، بلکه از طریق پخش غلظت‌های مورد نیاز پذیرنده یا بخشنده‌ها در داخل یک تک بلور سیلیسیم یا ژرمانیم، می‌سازند. بلور را درگازی از اتم‌های پذیرنده یا بخشنده غوطه‌ور می‌کنند، که این اتم‌ها به وسیله بلور جذب می‌شوند و سپس به تدریج به داخل آن مهاجرت می‌کنند. شکل ناحیه‌های n و p از طریق نقابگذاری سطوح مناسب بلور کنترل می‌شود. تعداد زیادی ترانزیستور، یکسوساز، و خازن را می‌توان بر یک تک تراشه سیلیسیم ساخت. این روش پخش همچنین در ساخت مدارهای مجتمع که شامل تعداد زیادی ترانزیستور، یکسوساز، و خازن بسیار کوچک‌اند، که در تراشه‌ای از سیلیسیم به ابعاد چند میلیمتر جاسازی می‌شوند (شکل ۲۷.۸) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

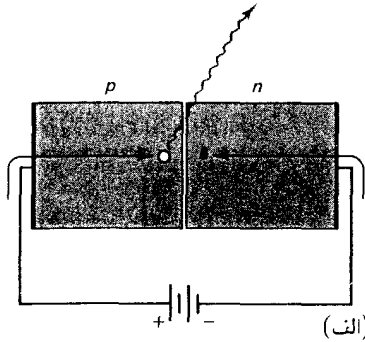
دیود نورگسیل (*LED*). دیدیم که وقتی یک پیوند $p-n$ در پیکربندی بایاس مستقیم به کار می‌افتد، الکترون‌ها که از ناحیه n و حفره‌ها که از ناحیه p وارد می‌شوند در پیوندگاه برخورد می‌کنند. این الکترون‌ها و حفره‌ها وقتی در فصل مشترک به هم می‌رسند، یکدیگر را خنثی می‌کنند، این نابودی صرفاً عبارت است از گذار یک الکترون از نوار رسانش به یک حالت تهی (حفره) در نوار ظرفیت؛ گذاری که انرژی آزاد می‌کند. در برخی مواد، مانند آرسنید گالیوم، انرژی به شکل یک فوتون آزاد می‌شود، یعنی هرگاه از پیوند $p-n$ یک جریان الکتریکی بگذرد، نورگسیل می‌کند.

این دیودهای نورگسیل در صفحات رقی (دیجیتال) درخشانده ساعت، رادیو، و تمام انواع وسایل اندازه‌گیری کاربردهای گسترده‌ای یافته‌اند. از دیودهای نورگسیل همچنین می‌توان به عنوان لیزر بهره برد. هرگاه در نوار رسانش الکترونی‌هایی موجود باشند و در نوار ظرفیت هم به همان تعداد حفره وجود داشته باشد، یک وارونی جمعیت داریم. در این صورت گسیل یک فوتون اولیه به گسیل القایی (برانگیخته) تعداد زیادی فوتون‌های همدوس دیگر، منجر می‌شود. در شکل ۲۸.۸ نمودار طرحواره‌ای و عکس یک لیزر حالت جامد را مشاهده می‌کنید. این نوع لیزر، که می‌تواند ابعاد بسیار کوچکی داشته باشد، برای تولید پالسهای نوری که اطلاعات را در برخی از خطوط جدید تلفن متشکل از تارهای نوری حمل می‌کند، به کار می‌رود.

باتری خورشیدی. علی‌الاصول، باتری خورشیدی چیزی نیست مگر دیود



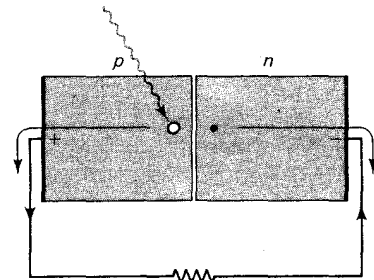
(ب)



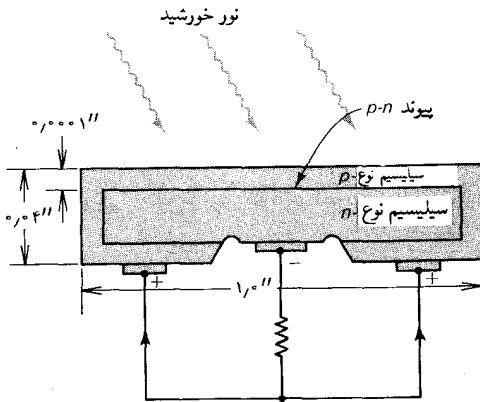
(الف)

نورگسیلی که برعکس کار می‌کند. نور خورشید در فصل مشترک $p-n$ جذب می‌شود و الکترونها را به داخل نوار رسانش برمی‌انگیزد، یعنی نور خورشید زوجهای الکترون - حفره تولید می‌کند. میدان الکتریکی در پیوندگاه الکترونها را به ناحیه n و حفرهها را به ناحیه p می‌راند. در نتیجه، در مدار خارجی، یک جریان الکتریکی از سر p به سر n جاری می‌شود (شکل ۲۹.۸). ماده نیمرسانا در باتری خورشیدی باید بسیار نازک باشد به طوری که نسبت به نور خورشید شفاف باشد. معمولاً از طریق رسوب دادن یک لایه نازک سیلیسیم نوع p روی یک پولک سیلیسیم نوع n ، این ماده نیمرسانای نازک را به دست می‌آورند (شکل ۳۰.۸).

شکل ۲۸.۸ (الف) نمودار طرحواره لیزر حالت جامد. (ب) عکس یک لیزر حالت جامد که در سوراخ یک سوزن معمولی جای گرفته است.



شکل ۲۹.۸ یک پیوند $p-n$ که به صورت باتری خورشیدی کار می‌کند.



شکل ۳۰.۸ طرح یک باتری خورشیدی.

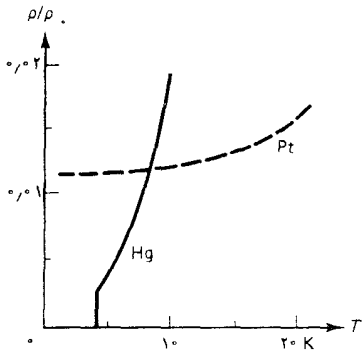
نیروی محرکه الکتریکی باتری خورشیدی در حدود $0.6V$ است، اما جریانی که می‌دهد نسبتاً ناچیز است. مثلاً، یک باتری خورشیدی معمولی به مساحت $5cm^2$ که به طور کامل در معرض تابش آفتاب باشد، فقط جریان $0.1A$ را می‌دهد؛ از این دادها نتیجه می‌شود که تقریباً 10% انرژی آفتاب به انرژی الکتریکی تبدیل شده است.

۵.۸ آبررسانایی

اونز* در سال ۱۹۱۱ در خلال انجام آزمایشهایی در زمینه الکتریسیته با یک نمونه جیوه منجمد، آبررسانایی را کشف کرد. در شکل ۳۱.۸ منحنی مقادیر اندازه‌گیری شده مقاومت جیوه بر حسب تابعی از دما را مشاهده می‌کنید. در دمای ۴/۱۵K، مقاومت به شدت افت می‌کند؛ و پایتتر از این دمای بحرانی، مقاومت صفر است. علاوه بر جیوه، بسیاری از فلزات دیگر نیز در دماهای پایین آبررسانایی را بروز می‌دهند. در جدول ۴.۸ برخی فلزات آبررسانا و دمای گذار آنها درج شده است. به علاوه انواع زیادی از ترکیبها و آلیاژها نیز آبررسانایی را نشان می‌دهند. بالاترین دمای گذار شناخته شده در آلیاژی شامل نیوبیم و ژرمانیم (Nb_۳Ge) یافت شده است، که دمای گذار آن عبارت است از ۲۳/۲K.

جدول ۴.۸ بعضی ابررساناها

عنصر	T _c
آلمینیم	۱/۱۹K
روی	۰/۷۵۴۶
گالیم	۱/۰۹
نیوبیم	۹/۴۶
اینڈیم	۳/۴۰
قلع	۳/۷۲۲
آسمیوم	۰/۶۶
تنگستن	۰/۰۱۲
جیوه	۴/۱۵۳
سرب	۷/۱۸



شکل ۳۱.۸ مقاومت ویژه یک نمونه جیوه به صورت تابعی از دما. محور قائم مقاومت ویژه را نسبت به مقاومت ویژه در ۲۳۷K به دست می‌دهد. مقاومت ویژه در ۴/۱۵K، که جیوه ابررسانا می‌شود، از بین می‌رود. برای مقایسه، منحنی خط‌چین مقاومت پلاتین را نشان می‌دهد، که همچنان یک رسانای معمولی باقی می‌ماند.

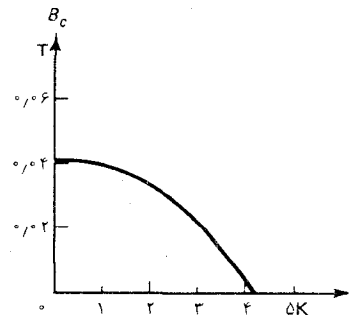
حالت ابررسانایی را، علاوه بر حالت‌های جامد، مایع، گاز، و پلاسما، باید حالت جدیدی برای ماده تلقی کرد. گذار از رسانای معمولی به ابررسانا یک گذار ترمودینامیکی است، که مستلزم افزایش نظم (کاهش آنتروپی) است، درست

* هایک کامرلین اونز (Heike Kammerlingh Onnes)، ۱۸۵۳ - ۱۹۲۶، فیزیکدان تجربی هلندی، استاد دانشگاه لیدن. نخستین کسی بود که به مایع سازی هلیوم موفق شد. فراهم آمدن هلیوم مایع عصری نوین را در فیزیک دمای کم بنیاد نهاد. اونز، با غوطه‌ور کردن نمونه‌های ماده در هلیوم مایع در فشار کم، آنها را تا ۰/۸ درجه صفر مطلق سرد کرد. وی در ۱۹۱۳ به خاطر پژوهشهایش در زمینه رفتار ماده در دماهای کم، به دریافت جایزه نوبل نائل آمد.

مانند گذاران، مثلاً، مایع به جامد. اما، افزایش نظم در ابررسانا ناشی از بازآرایش آنها نیست، بلکه عبارت است از بازآرایش الکترونیهای رسانش، که به صورت یک پیکربندی مداری بسیار منظم، با همبستگی قوی بین حرکتهاشان، چگالیده می شوند.

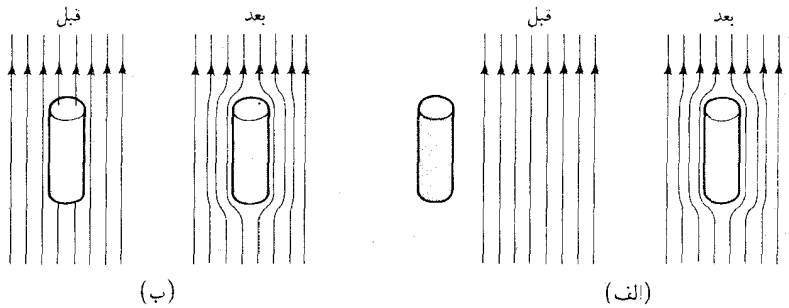
ابررسانا یک رسانای کامل است؛ مقاومت آن حقیقاً صفر است. حتی در دقیقترین آزمایشها نتوانسته اند هیچگونه مقاومتی را در ابررسانا آشکارسازی کنند. همین که جریان در یک حلقه بسته از سیم ابررسانا جاری می شود، تا مادامی که سیم همچنان سرد نگه داشته شود، این جریان به اختیار خودش در سیم ادامه خواهد یافت. این جریان پایا که بدون هیچگونه افت ناشی از مقاومت جاری می شود، جریان ماندگار نام دارد، مشاهده شده است که جریانهای ماندگار چندین سال بدون کم شدن شدتشان، جاری شده اند. شواهد تجربی نشان می دهند که زمان فروافت این جریانها از 10^5 سال تجاوز می کند. محاسبات نظری حاکی از آنند که زمان فروافت عملاً از مرتبه $10^7 \times 10^4$ سال است.

حلقه های ابررسانا با جریانهای ماندگار میدان مغناطیسی تولید می کنند و بنابراین می توان از آنها به عنوان آهنربا بهره برد. این آهنربای ابررسانا به هیچگونه منبع نیروی محرکه الکتریکی (emf) نیازی ندارد تا جریان و میدان مغناطیسی را نگه دارد. آهنرباهای ابررسانا برای تولید میدانهای مغناطیسی شدید در کار بردهای علمی و فنی بسیاری به کار می آیند. متأسفانه، بیشینه شدت میدان مغناطیسی که می توان با آهنرباهای ابررسانا به آن دست یافت دستخوش محدودیتهای فراوان است: میدانهای مغناطیسی شدید ابررسانایی را از بین می برند. مثلاً، میدان مغناطیسی 0.704 T ابررسانایی جیوه ای را که دمایش در نزدیکی صفر مطلق است، از بین می برد. میدان مغناطیسی حتی ضعیفتری کافی است تا ابررسانایی مواد را در دمای چند درجه بالاتر از صفر مطلق از بین ببرد. حداقل میدان مغناطیسی که ابررسانایی ماده ای را فرو می نشاند و از بین می برد میدان مغناطیسی بحرانی می گویند؛ شدت این میدان تابع دماست. در شکل ۳۲-۸ منحنی تغییرات شدت میدان بحرانی برای جیوه را به عنوان تابع دما، مشاهده می کنید. ابررساناهای نوع دوم، که از آلیاژها ساخته می شوند (به ترتیبی که بعداً توضیح می دهیم)، دارای میدان بحرانی با مقادیر خیلی بیشتری اند. برخی از این ابررساناها میدانهایی مغناطیسی را تحمل می کنند که هزاران بار قویتر از میدانهایی اند که جیوه تحمل می کند. از اینرو، ابررساناهای نوع دوم برای ساخت آهنربا ترجیح داده می شوند.



شکل ۳۲.۸ میدان مغناطیسی بحرانی جیوه برحسب تابعی از دما.

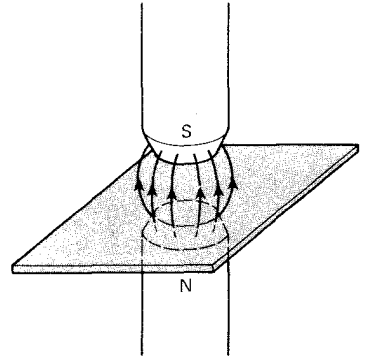
در رسانای معمولی، جریان پایا به میدانی الکتریکی نیاز دارد تا بر مقاومت غلبه کند. میدان الکتریکی در داخل یک رسانا که جریان مفروضی را حمل می‌کند با مقاومت نسبت مستقیم دارد (قانون اهم). در داخل ابررسانا، با مقاومت صفر، میدان الکتریکی همواره صفر است. به این اعتبار، می‌توان نتیجه گرفت که آهنگ تغییر میدان مغناطیسی در ابررسانا، همواره باید صفر باشد؛ اگر چنین می‌بود، پس شار مغناطیسی متغیر یک میدان الکتریکی القا می‌کرد، که با شرط صفر ماندن میدان الکتریکی متناقض است. مثلاً، در شکل ۳۳-۸ (الف) مشاهده می‌کنید که اگر یک استوانه ابررسانا را در داخل یک میدان الکتریکی حرکت دهیم چه اتفاق می‌افتد؛ ابررسانا خطوط میدان مغناطیسی را به کنار می‌زند به طوری که هیچیک از آنها به داخلش نفوذ نمی‌کنند. در جایی که ابررسانا برای اولین بار میدان مغناطیسی را لمس می‌کند، جریانهای گردابی روی سطحش القا می‌شوند، و میدان مغناطیسی این جریانها در خطوط میدان مغناطیسی اولیه تغییر شکلی



پدید می‌آورد تا از نفوذ آنها به داخل حجم ابررسانا جلوگیری کند. این رفتار، مشخصه رسانای کامل به شمار می‌آید، اما ابررسانا چیزی فراتر از رسانای کامل است. ابررسانا نه تنها از نفوذ خطوط میدان مغناطیسی جلوگیری می‌کند که در ابتدا خارج از ماده ابررسانا قرار دارند، بلکه هرگونه خطوط میدان مغناطیسی را هم که در ابتدا، پیش از ابررسانا شدن، در داخل ماده بودند، به بیرون می‌اندازد (شکل ۳۳-۸ ب). این رفتار با رفتار یک رسانای کامل صرف فرق می‌کند. مثلاً، اگر یک گوی گاز را به پلاسما تبدیل کنیم (با یونیدن آن)، خطوط میدان مغناطیسی در پلاسما به دام می‌افتند (یا منجمد می‌شوند)؛ وقتی آهنربای خارجی را قطع می‌کنیم، خطوط میدان مغناطیسی داخل پلاسما بدون تغییر باقی می‌مانند، و جریانهای القاء شده در پلاسما میدانی به اندازه کافی تولید می‌کنند تا شار را ثابت نگه دارند. برعکس، ابررسانا خطوط میدان مغناطیسی را به جای به دام انداختن، خارج می‌کند. این دفع شار مغناطیسی در خلال گذار از حالت معمولی

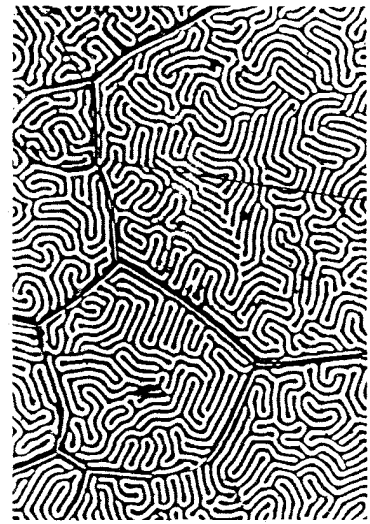
شکل ۳۳-۸ (الف) ابررسانا که در ابتدا خارج میدان مغناطیسی است وقتی در داخل میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، خطوط میدان را به کنار می‌زند. (ب) رسانای معمولی که در ابتدا در میدان مغناطیسی است، در هنگامی که ابررسانا می‌شود ($T < T_c$) خطوط میدان را خارج می‌کند.

به حالت ابررسانایی را اثر مایسنر* می‌گویند. معنی آن این است که ابررسانا نه تنها رسانای کامل، بلکه دیامغناطیس کامل هم هست. تغییر وضع میدان مغناطیسی از حجم ابررسانا به کمک جریانهای گردابی انجام می‌گیرد که در امتداد سطح جاری‌اند؛ میدان مغناطیسی این جریانها میدان مغناطیسی در داخل ابررسانا را حذف می‌کند. این جریانها عملاً در لایهٔ سطحی نازکی روی نیمرسانا، به عمق تقریبی 10^{-6} cm جریان پیدا می‌کنند. در محدودهٔ این عمق، شدت میدان مغناطیسی از مقدار خارجیش، به طور نمایی، تا صفر کاهش پیدا می‌کند و به آن عمق نفوذ لندن** می‌گویند.



شکل ۳۴.۸ ورقهٔ ابررسانای تخت بزرگ بین قطبهای یک آهنربا.

اثر مایسنر ایده‌آل، با دفع کامل شار مغناطیسی از کل حجم فلز، فقط در صورتی پیش می‌آید که فلز به شکل استوانه‌ای خیلی دراز (سیم)، و در جهت موازی با میدان مغناطیسی، باشد. در مورد اشکال هندسی دیگر، میزان دفع شار مغناطیسی به شکل هندسی آن بستگی دارد. در مورد حالت فرین یک شمش بزرگ فلز (ورق بزرگ) عمود بر میدان مغناطیسی، اصلاً دفع شار صورت نمی‌گیرد. این امر پیامد بی‌واسطه و فوری شرطی است که خطوط میدان مغناطیسی نمی‌توانند به هیچ جا ختم یا از هیچ جا شروع شوند (هیچ منبع یا چاهک خطوط میدان وجود ندارد). اگر یک ورقهٔ ابررسانای بزرگ بین قطبهای یک آهنربا قرار گیرد (شکل ۸.۳۴)، خطوط میدان هیچگونه انتخابی ندارند مگر اینکه در داخل این ورقه نفوذ کنند. تحت این شرایط، حجم این ورق در میدان مغناطیسی به دو حوزهٔ مادهٔ ابررسانا و مادهٔ معمولی تقسیم می‌شود. این حوزه‌ها عبارتند از صفحات (برگه‌های) موازی نازکی، که به صورت الگوی پیچ خورده‌ای در جهت خطوط میدان مغناطیسی به دور آنها تاخوردند. در شکل ۸.۳۵ این صفحات را مشاهده می‌کنید که به جایی ختم شده‌اند که سطح ورق را قطع می‌کنند. میدان مغناطیسی در حوزه‌های ابررسانا صفر است، اما در حوزه‌های معمولی صفر نیست. از اینرو، فلزی با چنین حوزه‌های درهم آمیخته‌ای شار مغناطیسی را از کل حجمش به بیرون نمی‌راند. در میدان مغناطیسی قوی، ابعاد حوزهٔ معمولی به‌آزای کم شدن حوزه‌های ابررسانا افزایش می‌یابد و، هنگامی که میدان به مقدار بحرانی می‌رسد، کل حجم فلز به مادهٔ معمولی تبدیل می‌شود.



شکل ۳۵.۸ حوزه‌های ابررسانا (سفید) و حوزه‌های معمولی (سیاه) که بر سطح ورقه‌ای از تانتالوم خالص واقع در میدان مغناطیسی مشاهده می‌شود. بزرگنمایی عبارت است از $\times 50$.

* کارل ویلهلم مایسنر (Karl Wilhelm Meissner)، ۱۸۹۱ - ۱۹۵۶، فیزیکدان آلمانی و بعداً آمریکایی، استاد دانشگاه پردو.

** فریتس لندن (Fritz London)، ۱۹۰۰ - ۱۹۵۴، فیزیکدان آلمانی و بعداً آمریکایی، استاد دانشگاه دوک، همکار هاینس لندن (Heinz London)، ۱۹۰۷ - ، فیزیکدان آلمانی و بعداً بریتانیایی. دانشمند برجستهٔ مؤسسهٔ تحقیقات انرژی اتمی هارول.

در فلزات خالص، مانند آنها که در جدول ۴۰۸ برشمردیم، دفع شار مغناطیسی از هرکدام از حوزه‌های ابررسانا در فلز موضوع همه یا هیچ است: اگر فلز در دمای ثابتی نگه داشته شود و در میدان مغناطیسی فرو رود، تا زمانی که میدان مغناطیسی از مقدار بحرانی ضعیفتر باشد، از نفوذ شار مغناطیسی جلوگیری می‌کند؛ اما وقتی میدان مغناطیسی از مقدار بحرانی قویتر می‌شود، فلز ناگهان ابررسانایی خود را از دست می‌دهد، و در این صورت نفوذ آزادانه شار مغناطیسی را میسر می‌سازد.

در آلیاژها، دفع شار مغناطیسی از حوزه ابررسانا موضع بسیار پیچیده‌تری است. اگر میدان مغناطیسی شدت متوسطی داشته باشد، آلیاژ به نفوذ جزئی شار اجازه می‌دهد؛ و وقتی میدان مغناطیسی به اندازه کافی قوی شد، سرانجام ابررسانایی آن از بین می‌رود و نفوذ کامل شار را میسر می‌کند. از اینرو، آلیاژ دارای دو مقدار بحرانی شدت میدان مغناطیسی است: در مقدار B_{c1} ، شار نفوذ را آغاز می‌کند، و در مقدار B_{c2} نفوذ شار به طور کامل انجام می‌گیرد و ابررسانایی از بین می‌رود. مثلاً، در دمای 4.2K ، آلیاژ نیوبیم - قلع NbSn، دارای مقادیر بحرانی $B_{c1} = 0.19\text{T}$ و $B_{c2} = 22\text{T}$ است.

ابررساناهایی، چون Nb_3Sn ، که نفوذ جزئی میدان مغناطیسی را در هنگامی که در میدان مغناطیسی با شدت متوسط غوطه‌ورند، مجاز می‌دارند، ابررساناهای نوع دوم نامیده می‌شوند. در میدان مغناطیسی با شدت متوسط، چنین ابررسانایی در یک حالت آمیخته است: توده ماده ابررساناست، اما به وسیله رشته‌های بسیار نازک ماده معمولی، نخ کش شده است؛ جهت این رشته‌ها با میدان مغناطیسی خارجی موازی است و به صورت مجراهایی برای نفوذ خطوط این میدان مغناطیسی خارجی به‌کار می‌آیند. جریانی در پیرامون هر یک از رشته‌ها به گردش درمی‌آید؛ این جریان توده نیرسانا را در برابر میدان مغناطیسی موجود در رشته حفاظت می‌کند. شارش این جریان دارای مشخصه گرداب است؛ به این علت، رشته‌ها را خطوط گردابی خوانده‌اند.

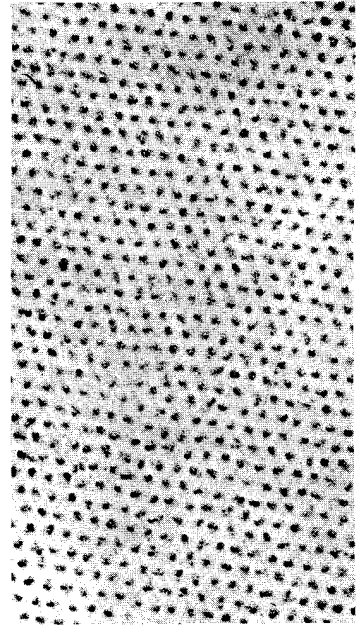
ملاحظات نظری (بعداً مطرح می‌شوند)، که با آزمایش تأیید شده‌اند، نشان می‌دهند که مقدار شار وابسته به هر خط گردابی ثابت است

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.06785 \times 10^{-15} \text{T.m}^2 \quad (32)$$

در ابررسانای نوع دوم، افزایش شدت میدان مغناطیسی خارجی به افزایش شار در هر خط گردابی منجر نمی‌شود؛ در عوض، باعث می‌شود که تعداد خطوط گردابی که ابررسانا را رشته‌رشته می‌کند، افزایش یابد. هرچه میدان مغناطیسی

خارجی قویتر باشد، خطوط گردابی به هم فشرده‌تر خواهند شد. در شکل ۳۶۰۸ خطوط گردابی (از مقطع انتهایی) را در یک نمونه نیوبیم مشاهده می‌کنید؛ خطوط گردابی به صورت الگوی مثلثی منظمی کنار هم چیده شده‌اند.

جزئیات مکانیسمی که ابررسانایی بر آن متکی است، سرانجام در نظریه باردین - کوپر - شریفز* (BCS) درباره ابررسانایی در حدود پنجاه سال پس از نخستین آزمایشها در این زمینه، عنوان شد. کلید این مکانیسم برهم کنشی است بین الکترونهای آزاد در فلز؛ برهم کنشی که از طریق شبکه اتفاق می‌افتد. به طور تقریبی، این برهم کنش به صورت زیر است: بار منفی هر الکترون آزاد یک نیروی ربایشی بر بارهای مثبت یونهای شبکه وارد می‌آورد؛ در نتیجه، یونهای مجاور اندکی به سوی الکترون جمع می‌شوند. این جمع شدگی ناچیز بار مثبت، به نوبه خود، سایر الکترونها را جذب می‌کند. اثر خالص و کلی این عمل به این ترتیب است که یک الکترون آزاد یک نیروی ربایشی کوچک بر الکترون آزاد دیگر وارد می‌آورد.



شکل ۳۶۰۸ الگوی مثلثی خطوط گردابی که روی یک قرص نیوبیم دیده می‌شود. این قرص در یک میدان مغناطیسی $0.98T$ قرار گرفته است. بزرگنمایی این تصویر $\times 15400$ است.

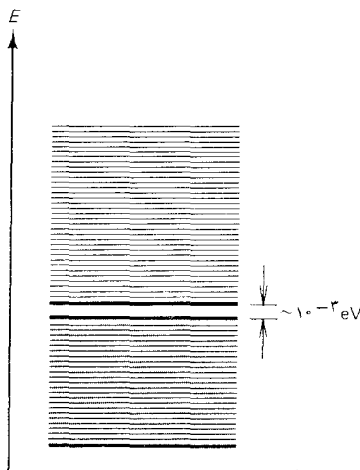
هرچند نیروی ربایشی الکترون - الکترون بسیار کوچکتر از آنست که در دمای عادی به نتیجه‌ای بینجامد، به اندازه کافی قوی هست که، وقتی دما در محدوده چند درجه از صفر مطلق است و در این دما آشفته‌گیهای گرمایی تقریباً ناپدید می‌شوند، دو الکترون را به صورت یک زوج، به نام زوج کوپر، به طور دائم بهم‌دیگر مقید کند. در هر ماده ابررسانا در وضعیت تعادل الکتروستاتیکی (بدون عبور جریان)، هر زوج کوپر از دو الکترون با تکانه‌های مخالف تشکیل می‌شود. آشکار است که این پیکربندی از دیدگاه کلاسیکی بی‌معنی است: اگر دو ذره تکانه‌های مخالف و ثابتی داشته باشند، در جهت‌های مخالف از یکدیگر دور می‌شوند؛ آنگاه آنها از انجام برهم کنش باز می‌ایستند و نمی‌توانند مقید باقی بمانند. اما، این پیکربندی از دیدگاه مکانیک کوانتومی معنی پیدا می‌کند؛ در این حوزه هر ذره به کمک یک موج توصیف می‌شود؛ حتی اگر دو موج جهت‌های حرکت مخالفی داشته باشند می‌توانند به مدتی طولانی به همپوشانی و برهم کنش ادامه دهند.

* جان باردین (John Bardeen)، ۱۹۰۸-، لئون ن. کوپر (Leon N. Cooper)،

۱۹۳۰-، و جان رابرت شریفز (John Robert Schrieffer)، ۱۹۳۱-، فیزیکدانان آمریکایی. کار باردین در زمینه نیمرساناها در آزمایشگاههای بل به اختراع ترانزیستور انجامید، و به همین خاطر در سال ۱۹۵۶ (به اتفاق ویلیام شاکلی و والتر براتین) به دریافت جایزه نوبل توفیق یافت. وی به دانشگاه ایلی نویز رفت، و در آنجا با همکاری کوپرو و شریفز روی نظریه ابررسانایی به کار پرداخت، و به همین سبب سه نفر نامبرده در سال ۱۹۷۲ جایزه نوبل دریافت کردند.

از آنجا که برهم‌کنش الکترونها با شبکه در مکانیسم ابرسانایی نقشی تعیین کننده بازی می‌کند، عجیب نیست که بهترین رساناهای معمولی، مانند نقره، مس، و طلا، از بروز ابرسانایی ناتوانند؛ در این رساناها برهم‌کنش الکترونها با شبکه نسبتاً کم است؛ به این اعتبار الکترونها امکان پیدا می‌کنند که با اصطکاک نسبتاً کم حرکت کنند، اما همین برهم‌کنش ناچیز، الکترونها را از تشکیل زوجهای کوپر مورد نیاز ابرسانایی نیز باز می‌دارد. یک مشاهده تجربی ساده تأیید می‌کند که شبکه در ابرسانایی نقشی بازی می‌کند: دمای گذار بحرانی ماده ابررسانا به جرم یونهای شبکه بستگی دارد؛ اگر اتمهای سنگین را به جای اتمهای بنشنانیم (ایزوتوپهای سنگین به جای ایزوتوپها)، در این صورت دمای گذار تا اندازه‌ای کاهش پیدا می‌کند. این اثر ایزوتوپ نخستین نشانه‌ها را به دست داد که شبکه در مکانیسم ابرسانایی عمیقاً مؤثر است.

تابع موج یک زوج کوپر در حجم نسبتاً بزرگی بسط پیدا می‌کند، و تابع موجهای سایر زوجهای کوپر را همپوشانی می‌کند. در ابررساناهای نوعی، حجم یک زوج مفروض تا 10^6 زوج را احاطه می‌کند. این همپوشانی چگال به همبستگی قوی در میان حرکتهای تمام زوجها منجر می‌شود. از اینرو حالت ابرسانایی یک حالت جمعی است، که در آن تمام الکترونهاى رسانش به صورت همکاری عمل می‌کنند. تابع موج توصیفگر حالت ابرسانایی به طور همدوس در کل حجم ابررسانا بسط پیدا می‌کند. از اینرو، الکترونها در ابررساناها آثار کوانتومی را در یک مقیاس ماکروسکوپی بروز می‌دهند، برعکس الکترونها در اتمها یا مولکولهای منفرد، که آثار کوانتومی را فقط در مقیاس میکروسکوپی نمایش می‌دهند. به گفته شریفی: الکترونهاى رسانش در ابررسانا به صورت یک تک «بزرگ مولکول» چگالیده می‌شوند، که در تمامی حجم سیستم ابررسانا بسط پیدا می‌کند و می‌تواند یکجا حرکت کند.



شکل ۳۷.۸ نوارهای انرژی یک ابررسانا. الکترونها به طور کامل نوار زیرگاف انرژی را پر می‌کنند.

خواص مشخصه ابررساناها - مقاومت صفر، اثر مایسنر - را می‌توان برحسب طیف انرژی حالتی برانگیخته «بزرگ مولکول» توضیح داد. طیف انرژی دارای گافی است از مرتبه $10^{-2} eV$ بین بالاترین حالت اشغال شده و نخستین حالت برانگیخته (شکل ۳۷.۸)*. در مورد ابرسانایی در دمای صفر،

* این گاف یادآور گافی است که در نارساناها یافت می‌شود؛ اما در حالی که در نارساناها نوار کاملاً اشغال شده زیرگاف نمی‌تواند جریان را هدایت کند، در ابررساناها این نوار هدایت می‌کند.

پهنای گاف با مقدار دمای گذار بحرانی، T_c ، نسبت مستقیم دارد،

$$E_g = 3.52kT_c$$

اساساً، این گاف انرژی مورد نیاز را برای جدا کردن یکی از زوجهای کوپر را نشان می‌دهد.

به علت وجود این گاف انرژی، «بزرگ مولکول» در حالت پایه ابررسانایی در برابر اختلالها مقاومت می‌کند، مگر اینکه انرژی اختلال از انرژی گاف تجاوز می‌کند. یعنی اینکه تابع موج حالت پایه «بزرگ مولکول» نوعی سختی یا صلبی دارد. در برابر تغییرات حالت مقاومت می‌کند. این سختی، صفر بودن مقاومت ویژه ابررسانا را توضیح می‌دهد. جریانی الکتریکی در امتداد ابررسانا مستلزم حرکت انتقالی صلب یکپارچه «بزرگ مولکول» است. چنین حرکت انتقالی فقط به یک مقدار جزئی انرژی نیاز دارد؛ مستلزم هیچگونه تغییر همبستگی بین الکترونها یا گذار به حالتی برانگیخته بالاتر از گاف انرژی نیست. این حرکت بدون اصطکاک صورت می‌گیرد زیرا پراکندگی کاتوره‌ای الکترون از طریق یک بی‌نظمی در شبکه بر همبستگی الکترونها تأثیر می‌گذارد، و نیازمند گذاری به یک حالت برانگیخته، بالاتر از گاف انرژی است؛ بدینسان، پراکندگی ممنوع می‌شود. صلبی تابع موج اثر مایسنر را هم توضیح می‌دهد. وقتی ابررسانا در یک میدان مغناطیسی فرو می‌رود، تابع موج «بزرگ مولکول» تغییر نمی‌کند، یعنی، پیکربندی مداری الکترونها تغییر نمی‌کند. اما، الکترونها، یا زوجهای کوپر، در حالی که در همان پیکربندی مداری باقی می‌مانند، سرعت را تغییر می‌دهند. این تغییرات سرعت حاملهای بار به ایجاد یک جریان القایی می‌انجامد، که میدان مغناطیسی را از حجم ابررسانا بیرون می‌راند. این تغییر سرعت بدون تغییر پیکربندی مداری، مشابه است با آنچه که در مدل بور اتفاق می‌افتد اگر الکترونی در مدار دایره‌ای به تدریج در میدان مغناطیسی فرورود. همان‌طور که می‌دانیم*، میدان الکتریکی القا شده به وسیله افزایش شار مغناطیسی الکترون را شتاب می‌بخشد، و سرعتش را بدون اینکه شعاع مدارش تغییر کند، تغییر می‌دهد؛ این تغییر سرعت به دیامغناطیس آنها منجر می‌شود. تغییر سرعت مشابهی در زوجهای کوپر در «بزرگ مولکول» دیامغناطیس کامل ابررساناها را موجب می‌شود.

همدوسی بزرگ مقیاس تابع موج در ابررسانا به چندین پدیده قابل توجه،

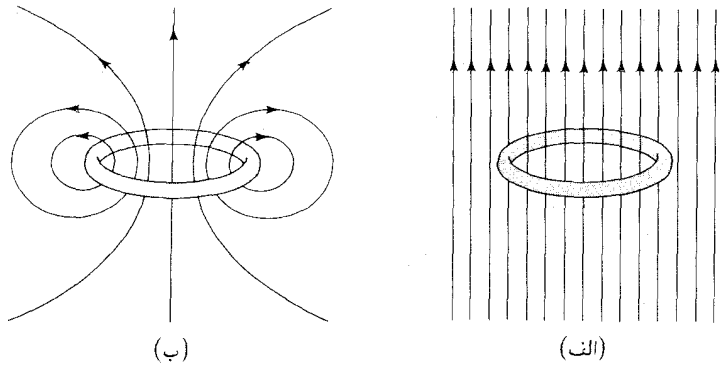
* بنگرید، مثلاً، به: فیزیک آهانیان، فصل ۳۳-۴.

مانند کوانتس شار مغناطیسی و اثر جوزفسون، می انجامد. این فصل را بحث کوتاهی پیرامون این دو پدیده به پایان می بریم.

کوانتس شار. جسمی با یک سوراخ، مانند یک حلقه، را در نظر بگیرید که در میدان مغناطیسی قرار گرفته باشد (شکل ۳۸.۸ الف). اگر دمای حلقه را پایین آوریم و از آن یک ابرسانا بسازیم، شار مغناطیسی در این سوراخ به دام خواهد افتاد؛ خطوط میدان مغناطیسی نمی توانند از ماده ابرسانای اطراف عبور کنند، و از اینرو باید همانجایی که هستند باقی بمانند. حتی اگر حالا میدان مغناطیسی خارجی اولیه را به صفر کاهش دهیم، خطوط میدان مغناطیسی در سوراخ باقی خواهند ماند؛ این عمل الگوی خطوط میدان را به الگوی یک حلقه جریان تغییر می دهد (شکل ۳۸.۸ ب)، اما تعداد خطوط در داخل سوراخ را تغییر نمی دهد.

شکل ۳۸.۸ (الف) یک حلقه ابرسانا واقع در میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی را قطع می کند. (ب) اگر میدان مغناطیسی خارجی قطع شود، شار مغناطیسی در دام باقی خواهد ماند، و یک جریان در حلقه ابرسانا جاری خواهد شد.

خیلی پیش از روزگار ارائه نظریه BCS، ف. لندن پیشگویی کرد که شار به دام افتاده باید کوانتیده باشد، یعنی، شار باید مضرب صحیحی از یک کوانتوم اصلی شار باشد. لندن نشان داد که این کوانتس شار یکی از پیامدهای روابط فازی تابع موج الکترونها در حضور میدان مغناطیسی است؛ استدلال وی بر تحلیلی از اثر پتانسیل برداری مغناطیسی بر تابع موج متکی بود؛ در اینجا روایتی ساده شده و غیر دقیق از این استدلال را، بدون توسل به پتانسیل برداری، ارائه خواهیم داد.



به عنوان نخستین گام در استدلال خود، نیاز داریم که اثر میدان مغناطیسی را بر فاز تابع موج بدانیم. این اثر به کمک یک قاعده ریاضی ساده بیان می شود: اگر یک ذره با بار q حول مسیر بسته ای حرکت کند که میدانی مغناطیسی را در برمی گیرد، در این صورت تغییر فاز، δ ، ناشی از میدان مغناطیسی با شار مغناطیسی، Φ ، قطع شده به وسیله سطح محصور به مسیر، متناسب است:

$$\delta = \frac{q}{\hbar} \Phi \quad (33)$$

توجه کنید که در این زمینه، فاز δ عبارت است از اختلاف بین تغییرات فاز برای یک مسیر معین با و بدون میدان مغناطیسی.

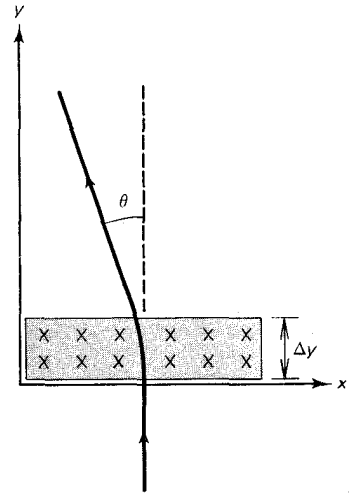
برای تحقیق در درستی این معادلهٔ مربوط به تغییر فاز، حالت خاص انحراف ذرهٔ باردار بر اثر میدان مغناطیسی را بررسی می‌کنیم. در شکل ۳۹.۸ یک ناحیهٔ باریک به پهنای Δy را مشاهده می‌کنید که در آن یک میدان مغناطیسی یکنواخت برقرار است. یک ذرهٔ باردار به سرعت v از این ناحیه عبور می‌کند و بایک انحراف عرضی (انداک) از آن بیرون می‌آید. می‌توانیم این انحراف را بر طبق مکانیک کلاسیک، به کمک نیروی مغناطیسی، محاسبه کنیم. فرض می‌کنیم که این ناحیهٔ میدان مغناطیسی به اندازهٔ کافی باریک باشد، در این صورت می‌توانیم از تقویت ضربه استفاده کنیم. زمانی را که ذره در میدان مغناطیسی می‌گذراند تقریباً عبارت است از $\Delta y/v$. از آنجا که نیروی مغناطیسی عرضی $qv\mathbf{B}$ است، تکانهٔ عرضی که این ذره کسب می‌کند عبارت است از $p_x = -qv\mathbf{B} \times \Delta y/v = -q\mathbf{B}\Delta y$ و زاویهٔ انحراف به این قرار است:

$$\theta = \frac{|P_x|}{p} = \frac{qB\Delta y}{p} \quad (34)$$

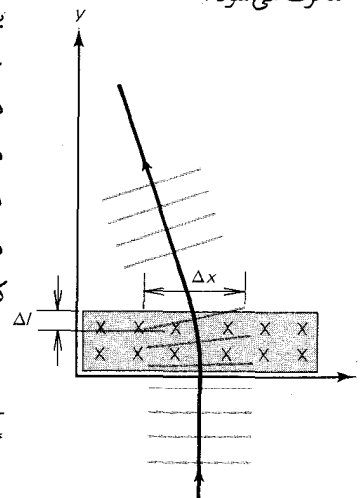
در این محاسبه یک تصویر ذره‌ای را پذیرفته‌ایم. اما باید بتوانیم همین انحراف را با پذیرفتن یک تصور موجی استنتاج کنیم. در آن صورت انحراف ناشی از تغییر جهت جبهه‌های موج است که تغییرات عرضی طول موج آن را پدید می‌آورند. در شکل ۴۰.۸ جبهه‌های موج لحظه‌ای، به فاصلهٔ یک طول موج، را مشاهده می‌کنید. از آنجا که فرض می‌شود جهت پیشروی امواج به چپ گرایش پیدا می‌کند، طول موج در این شکل باید از راست به چپ و در امتداد هر جبهه موج در میدان مغناطیسی، کاهش پیدا کند. زاویهٔ انحراف را می‌توان به این صورت بیان کرد.

$$\theta = \frac{\Delta l}{\Delta x} \quad (35)$$

* از آنجا که وقتی یک ذره وارد میدان مغناطیسی می‌شود، مقدار تکانهٔ آن تغییر نمی‌کند. بنابراین رابطهٔ دو بر روی، $\lambda = h/p$ ، طول موج نیز تغییری نخواهد کرد. اما رابطهٔ دو بر روی در میدان مغناطیسی برقرار نیست؛ رابطهٔ میان λ و p در میدان مغناطیسی پیچیده‌تر است (این رابطه متضمن پتانسیل برداری مغناطیسی است).



شکل ۳۹.۸ میدان مغناطیسی یکنواخت در ناحیه‌ای باریک به عرض Δy در صفحهٔ $x-y$. میدان مغناطیسی بر این صفحه عمود است؛ علامتهای ضربدر انتهای بردارهای میدان مغناطیسی را نشان می‌دهند. ذره‌ای با بار مثبت که از این میدان مغناطیسی عبور می‌کند به چپ منحرف می‌شود.



شکل ۴۰.۸ جبهه موجهای لحظه‌ای ذره‌ای که از میدان مغناطیسی عبور می‌کند.

معادله بالا را با معادله (۳۴) مقایسه می‌کنیم، می‌رسیم به

$$\frac{\Delta l}{\Delta x} = \frac{q \Delta y B}{p} \quad (36)$$

یا

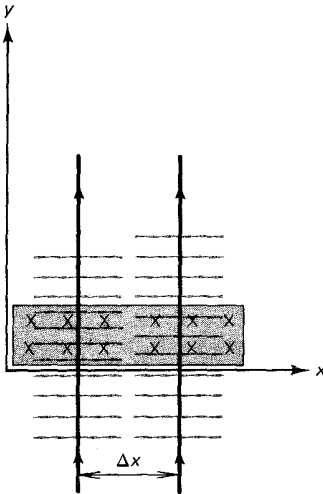
$$\Delta l = \frac{q}{p} \Delta x \Delta y B \quad (37)$$

پس اختلاف فاز بین دو مسیر مجاور، تقریباً موازی در میدان مغناطیسی (شکل ۴۱.۸) عبارت است از

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta l}{\lambda} = \frac{2\pi q}{\lambda p} \Delta x \Delta y B \quad (38)$$

اما λp ، بنابر رابطه دو بر روی، همان h است؛ و $B \Delta x \Delta y$ شار مغناطیسی است. بدینسان

$$\delta = \frac{2\pi q}{h} \Phi \quad (39)$$



شکل ۴۱.۸ مسیره‌های دو ذره باردار که از میدان مغناطیسی می‌گذرند. مسیره‌ها تخمیناً موازی هستند (انحرافهای ذرات در این شکل ندیده گرفته شده‌اند). ذره سمت چپ دارای طول موج کوتاهتری در میدان مغناطیسی است.

این اختلاف فاز بین دو مسیر برابر است با تغییر فاز خالص پدید آمده بر اثر عمل میدان مغناطیسی بر ذره‌ای که در امتداد یکی از مسیره‌ها بالا می‌رود و در امتداد مسیر دیگر پایین می‌آید، و یک مسیر رفت و برگشتی را تکمیل می‌کند (فرض می‌کنیم که این مسیره‌ها در فاصله قابل ملاحظه‌ای در بالا و پایین لبه شکل ۴۱.۸ بهم ملحق می‌شوند). اینکه دقیقاً چگونه این الحاق صورت می‌گیرد اهمیتی ندارد. بر فازی که عامل ایجاد آن میدان مغناطیسی است، تأثیر نمی‌گذارد.* بدینسان، تحلیل روابط فاز برای ذره‌ای که از میدان مغناطیسی یکنواخت عبور می‌کند، ما را به معادله (۳۳) هدایت می‌کند.

هرچند معادله (۳۳) را در زمینه مثالی نسبتاً ساده و خاص به دست آوردیم، این نتیجه به طور کلی، برای هر پیکربندی مسیر و میدان مغناطیسی، صادق است. توجه کنید که فاز فقط به طور غیرمستقیم و از طریق شار مغناطیسی، به میدان مغناطیسی بستگی دارد. نتیجه شگفت‌آوری که از اینجا به دست می‌آید

* در ضمن، بررسی سردهستی انحراف ذره‌ای که در جهت پایین‌سو حرکت می‌کند نشان می‌دهد که $\Delta \lambda$ باید منفی باشد، تا انحرافی به سمت راست را ارائه بدهد که محاسبه کلاسیکی مربوط به ذره‌ای که در جهت پایین‌سو حرکت می‌کند، آن را می‌طلبد. این امر با معادله (۳۵) در تناقض خواهد بود. در واقع، چنین تناقضی وجود ندارد زیرا، برای ذره‌ای که در جهت پایین‌سو حرکت می‌کند، طول موج عملاً منفی، یا به بیان دقیقتر، عدد موج k_z منفی است. در این صورت با منظور داشتن علامت k_z ، بررسی این امر آسان است که مقادیر $\Delta k_z / \Delta x$ برای حرکت بالاسو ($k_z > 0$) و حرکت پایین‌سو ($k_z < 0$) یکسانند.

این است که حتی اگر موج هرگز با میدان مغناطیسی تماس مستقیم پیدانکند، مثلاً، وقتی که میدان مغناطیسی در درون یک سیملوله محصور شده است و ذره در امتداد مسیری خارج از سیملوله حرکت می‌کند، دستخوش یک تغییر فاز می‌شود. این هم نمود دیگری از اختلاف فاحش بین مکانیک کلاسیک و مکانیک موجی است.

اکنون آماده‌ایم که معادله (۳۳) را در مورد حلقه ابررسانا به‌کارگیریم. «ذراتی» که گرد این حلقه حرکت می‌کنند عبارتند از زوجهای کوپر با بار $q = -2e$. تابع موج آنها حول کل محیط حلقه همدوس است، یعنی در همه جا کاملاً معین است. بدینسان، فاز باید به اندازه مضرب صحیح 2π برای یک مسیر دایره‌ای بسته حول حلقه تغییر کند:

$$2\pi n = \frac{2e}{\hbar} \Phi \quad (40)$$

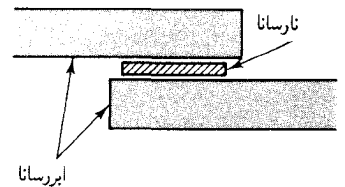
از اینجا می‌رسیم به

$$\Phi = \frac{\hbar}{2e} n \quad (41)$$

که در آن n یک عدد صحیح مثبت یا منفی، و یا صفر است. برطبق این شرط کوانتش، شار مضرب صحیحی است از کوانتوم شار مغناطیسی بنیادی: $\Phi_0 = h/(2e) = 2.07 \times 10^{-15} \text{T.m}^2$. این کوانتش در آزمایشهای دقیق به‌طور تجربی تأیید شده است؛ این آزمایشها نخستین بار به وسیله دیور و فیربنک انجام شد.*

رشته‌های ماده معمولی در ابررسانای نوع دوم را می‌توان به صورت «حفره‌هایی» در ابررسانا تلقی کرد. بنابراین مطابق مورد حلقه ابررسانا، شار در حفره (یا سوراخ) باید کوانتیده باشد. در واقع، مقدار شاری که در معادله (۳۲) نقل شد دقیقاً با یک کوانتوم شار متناظر است.

اثر جوزفسون. اگر یک لایه نازک نارسانا در میان دو قطعه ابررسانا قرار گیرد (شکل ۴۲.۸)، زوجهای کوپر می‌توانند در نارسانا تونل بزنند، و جریانی از یک ابررسانا به دیگری برقرار کنند. تونل زنی یک جریان در لایه نارسانا را گیاور به طور تجربی کشف کرد. رفتار این جریان که از لایه نارسانایی عبور می‌کند که بین دو ابررسانا قرار گرفته است، از لحاظ نظری نخستین بار به وسیله جوزفسون تحلیل شد؛ آرایش این نارسانا و دو ابررسانای نموده شده در شکل ۴۲.۸ را پیوند



شکل ۴۲.۸ پیوند جوزفسون.

* B. S. Deaver and W. M. Fair bank, *Phys. Rev. Lett.* 7,34(1961).

جوزفسون* می‌گویند. در عمل، این پیوند با نشانیدن یک لایه نازک اکسید، به ضخامت ۱۰ تا ۲۰ آنگستروم، بر سطح یکی از ابرساناها، و سپس قراردادن ابرسانای دوم روی اولی، ساخته می‌شود.

لایه نارسانا به عنوان یک سد پتانسیل در برابر زوجهای کوپر عمل می‌کند. قسمتی از جریان که از چپ یا راست به این سد می‌رسد موفق می‌شود در این سد تونل بزند و از آنسوی سد، بدون از دست دادن هیچگونه انرژی، بیرون بیاید. از اینرو، پیوند شارش جریان را حتی در صورتی که اختلاف پتانسیل دو سرش صفر باشد، میسر می‌سازد. این پدیده را اثر جوزفسون DC می‌گویند. از آنجا که این اثر نتیجه پدیده تونل زنی آشنای مکانیک کوانتومی است، خیلی عجیب به نظر نمی‌رسد. اما ماجرای شگفت این است که اگر ولتاژی DC در دو سر پیوند برقرار کنیم، نتیجه کار یک جریان AC است؛ ولتاژ ثابت یک جریان نوسانی تولید می‌کند! بسامد این جریان نوسانی با ولتاژ نسبت مستقیم دارد:

$$\nu = \frac{2e\Delta V}{h} \quad (42)$$

به این پدیده، اثر جوزفسون AC می‌گویند. علت آن جفت‌شدگی بین موج واقع در یک ابرسانا و موج در ابرسانای دیگر است. در چارچوبی غیردقیق، این اثر مشابه پدیده زنش کلاسیک است که در برهم‌نهی دو موج با بسامدهای مختلف، مشاهده می‌شود. اختلاف انرژی تابع موجهای یک زوج کوپر در دو طرف پیوندگاه $2e\Delta V$ است، و از اینرو اختلاف بسامدشان عبارت است از $2e\Delta V/h$. چون چگالی بار و جریان فقط به $|\psi|^2$ بستگی دارد، بسامد هر یک از امواج قابل مشاهده نیستند. اما، وقتی امواج جفت می‌شوند، دامنه خالص به وسیله بسامد زنش، که برابر است با اختلاف بسامد، مدوله می‌شود. این مدوله‌سازی در جریان بروز می‌کند.

بنابر معادله (۴۲)، ولتاژ $10^{-6}V \times 1$ جریانی AC با بسامد $483/6MHz$ تولید می‌کند. اندازه‌گیری بسامدهای جریانهای جوزفسون AC می‌تواند به عنوان یک روش بسیار دقیق و مناسب برای اندازه‌گیری ولتاژها به کار رود. پتانسیل سنجهای مبتنی بر این روش دقتی در حدود یک قسمت در 10^8 را به دست می‌دهند.

* ایوار گیاور (Ivar Giaever)، ۱۹۲۹-، فیزیکدان آمریکایی، محقق عضو کمپانی جنرال الکتریک و استاد استیتو پلی‌تکنیک و رنسلر و بریان د. جوزفسون (Brian D. Josephson)، ۱۹۴۰-، فیزیکدان انگلیسی، استاد کمبریج؛ جایزه نوبل فیزیک را در سال ۱۹۷۳ دریافت کردند.

خلاصه فصل ۸

سرعت سوق الکترونهاى رسانش:

$$v_d = -\frac{eE\tau}{m_e}$$

رسانندگى:

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m_e}$$

انرژی فرمى:

$$E_F = (\frac{3}{2}\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{N}{v}\right)^{2/3}$$

میانگین انرژی هر الکترون:

$$\frac{3}{5} E_F$$

جرم مؤثر:

$$E = E_0 + \frac{\hbar^2}{2m^*} k^2$$

گاف انرژی در نارسانا:

$$eV \quad \text{چند}$$

گاف انرژی در نیمرسانا:

$$\sim 1eV$$

گاف انرژی در ابررسانا:

$$E_g = 3.52 k T_c \sim 10^{-2} eV$$

تغییر فاز ناشی از میدان مغناطیسی:

$$\delta = \frac{q}{n} \Phi$$

کوانتس شار:

$$\Phi = \frac{h}{2e} n$$

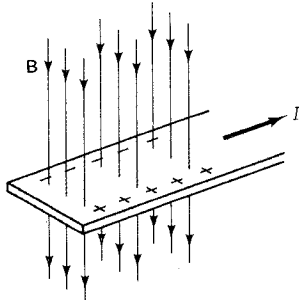
اثر جوزفسون AC:

$$\nu = \frac{2e}{h} \Delta V$$

مسائل

۱. بلورهای LiF ، SiC ، Si ، KCl ، Ne ، Hg ، Na ، HF را در نظر بگیرید. انتظار دارید که در هر یک از این بلورها چه نوع پیوندهایی را بباید؟ علت را توضیح دهید.
۲. در یک بلور NaCl ، یونهای Na^+ و Cl^- بر یک شبکه مکعبی آراسته می‌شوند. فرض کنید چگالی NaCl عبارت است از 2.16 g/cm^3 ؛ فاصله بین مرکز یونهای مجاور را محاسبه کنید (جرمهای اتمی در پیوست ۳ برشمرده شده‌اند).
۳. بلور KCl از یونهای K^+ و Cl^- تشکیل شده است که روی شبکه‌ای مکعبی آرایش می‌یابند که فاصله بین مراکز یونهای مجاور 3.715 \AA است. این انرژی بستگی الکتروستاتیک هر یون را محاسبه کنید. به خاطر سادگی، فرض کنید که هر یون فقط با نزدیکترین همسایه‌های مثبت و منفی برهم‌کنش دارد.
۴. در مس، هر اتم یک الکترون را در گاز الکترون آزاد به اشتراک می‌گذارد. تعداد الکترونهای آزاد در هر واحد حجم را محاسبه کنید. چگالی مس $8.94 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ است.
۵. فرض کنید رسانندگی فلز پتاسیم عبارت از $1.39 \times 10^7 / \Omega \cdot \text{m}$ و چگالی الکترونهای آزاد $1.40 \times 10^{28} / \text{m}^3$ باشد، زمان واهلش این فلز را محاسبه کنید.
۶. از یک سیم مسی به قطر 1.0 mm و طول 2.0 m جریانی DC برابر با 5.0 A می‌گذرد. سرعت سوق الکترونها در مس چقدر است؟ چقدر طول می‌کشد که یک الکترون از یک سر سیم به سر دیگرش برود؟ رسانندگی مس $5.88 \times 10^7 / \Omega \cdot \text{m}$ است.
۷. در نقره، زمان واهلش $3.8 \times 10^{-14} \text{ s}$ است. با استفاده از سرعت محاسبه شده در معادله (۱۹)، فاصله متوسط بین برخوردها را محاسبه، و این فاصله را با فاصله بین اتمی محاسبه کنید.
۸. یک تسمه رسانا به پهنای d عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت \mathbf{B} و رو در رو با آن قرار می‌گیرد. اگر جریانی، متشکل از الکترونهایی با سرعت سوق v_d ، در امتداد این تسمه جاری شود، نیروی مغناطیسی الکترونها را در جهت عرضی منحرف می‌کند، و سبب می‌شود که آنها در یک لبه تسمه

تمرکز پیدا کنند. متناظر با این الکترونهاى اضافى در یک لبه تسمه، در لبه مقابل کمبود الکترونها به وجود خواهد آمد (شکل ۴۳.۸). این جدایی بار، میدانی الکتريکی و پتانسیل الکتريکی در عرض تسمه تولید می کنند؛ این پدیده را اثر هال می گویند. تحت شرایط تعادل، نیروی عرضی که از سوی میدان الکتريکی بر یک الکترون وارد می آید باید با نیروی عرضی وارد آمده از میدان مغناطیسی همساز باشد.



شکل ۴۳.۸ آرایش تجربی مربوط به اثر هال.

(الف) نشان دهید که میدان الکتريکی مورد نیاز برای تعادل عبارت است از $E = v_d B$. نشان دهید که اختلاف پتانسیل متناظر در عرض تسمه عبارت است از $\Delta V = v_d B d$.

(ب) روی نمودار، نشان دهید که کدام لبه تسمه در پتانسیل مثبت و کدام در پتانسیل منفی است.

(ج) اگر، به جای الکترونها، حاملین جریان حفره ها بودند، در پاسخ بند (ب) چه تغییری پیش می آید؟

(د) اختلاف پتانسیل هال را از لحاظ عددی برای تسمه ای مسی به پهنای 1.0 cm و ضخامت 1.0 mm که جریان 12.0 A را در میدان مغناطیسی 2.0 T حمل می کند، محاسبه کنید. رسانندگی مس عبارت است از $5.788 \times 10^7 / \Omega \cdot \text{m}$.

۹. انرژی فرمی برای الکترونهاى آزاد در مس را با منظور کردن جرم مؤثر این الکترونها محاسبه کنید.

۱۰. انرژی جنبشی کل تمام الکترونهاى آزاد در یک مول نقره چقدر است؟

۱۱. در بخش ۲۰.۸ معادله ای [معادله (۲۰)] را در مورد تعداد امواج الکترونی ایستاده در بازه انرژی واحد در جعبه ای به حجم V به دست آوریم. همین کار را در مورد تعداد امواج نوری ایستاده در بازه بسامدی واحد در کواکی به حجم V انجام دهید. نتیجه ای که به دست می آید باید با نتیجه ای که

در بخش ۲۰۳ آمد، بخواند.

۱۲. با شروع از معادله (۲۰)، فرمولهایی را برای سرعت میانگین و سرعت مؤثر (ریشه میانگین مربعی) الکترونها در گاز فرمی، به دست آورید.

۱۳. تراکم پذیری هر ماده بنابر تعریف عبارت است از $(V \partial P / \partial V)^{-1}$ ، که در آن ∂V تغییر حجم پدید آمده ناشی از تغییر فشار ∂P است. با فرض اینکه تراکم پذیری یک فلز «نرم»، مانند لیتیم یا سدیم، به تمامی ناشی از تراکم پذیری گاز الکترون آزاد باشد، تراکم پذیری لیتیم و سدیم را محاسبه کنید، و نتایج خود را با مقادیر اندازه گیری شده، که به ترتیب عبارتند از $8.73 \times 10^{-11} \text{m}^2/\text{N}$ و $14.7 \times 10^{-11} \text{m}^2/\text{N}$ ، مقایسه کنید. (راهنمایی: فشار را می شود به صورت مشتق و انرژی بیان کرد،

$$P = \frac{\partial E_{\text{کل}}}{\partial V} = \frac{3}{5} N \frac{\partial E_F}{\partial V}$$

۱۴. ستارگان نوترونی از گاز فرمی نوترونی تشکیل می شوند. چگالی یک ستاره نوترونی نوعی $5 \times 10^{16} \text{kg/m}^3$ است. انرژی فرمی و سرعت فرمی نوترونها را محاسبه کنید.

۱۵. اگر دما بالای صفر باشد، بعضی الکترونها ی گاز فرمی در یک فلز به حالت های بالاتر برانگیخته خواهند شد، و پایینترین حالتها به طور کامل اشغال نخواهند شد. بر پایه مکانیک آماری کوانتومی، می توان نشان داد که احتمال مربوط به اشغال حالت انرژی E عبارت است از

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

که E_F انرژی فرمی برای دمای مفروض T است.

الف) نشان دهید که به ازای $E = E_F$ داریم $f(E) = 1/2$.

ب) نشان دهید که اگر $T \rightarrow 0$ ، تابع $f(E)$ به ازای $E < E_F$ به تابع پله ای $f(E) = 1$ ، به ازای $E > E_F$ به $f(E) = 0$ میل می کند.

ج) منحنی تغییرات $f(E)$ را بر حسب تابعی از E به ازای $E_F = 2.0 \text{eV}$ و $kT = 0.3 \text{eV}$ ترسیم کنید.

۱۶. در دماهای معمولی، گرمای ویژه یک گاز فرمی از الکترونها خیلی کوچکتر از گرمای ویژه یک گاز کلاسیکی است. در چه دمایی گرمای ویژه گاز فرمی ۱۰٪ گرمای ویژه یک گاز کلاسیکی است؟ فرض کنید $E_F = 5 \text{eV}$.

۱۷. بنابر نظریه جنبشی کلاسیک، زمان واهلش برای الکترونها ی آزاد در یک فلز باید تقریباً عبارت باشد از $\tau = 1/(n_A \pi R^2 \bar{v})$ ، که در آن n_A تعداد آنها

در واحد حجم، πR^2 سطح مقطع (هندسی) یک اتم، و \bar{v} سرعت متوسط الکترونهاست. نشان دهید که اگر سرعت متوسط الکترونها بر پایه قوانین مکانیک آماری کلاسیک محاسبه شود، این عبارت برای زمان واهلش رسانندگی را با $T^{-1/2}$ متناسب می‌کند. (این وابستگی کلاسیکی به دما با وابستگی به دمای مشاهده شده نمی‌خواند؛ رسانندگی بنابر مشاهده با T^{-1} متناسب است.)

۱۸. مطابق نظریه کوانتومی، پراکندگی الکترونهای آزاد به وسیله اتمهای شبکه بلور عمدتاً ناشی از نوسانهای گرمایی اتمها حول وضعیت تعادلشان است، و زمان واهلش متناظر تقریباً عبارت است از $\tau = 1/(n_A \pi R^2 v_F)$ ، که در آن n_A تعداد اتمها در واحد حجم، R دامنه میانگین مربعی (مؤثر) نوسانهای گرمایی، و v_F سرعت فرمی است [معادله (۱۹) را بنگرید]. نشان دهید که این عبارت برای زمان واهلش حاکی از آن است که رسانندگی الکتریکی با T^{-1} متناسب است. (راهنمایی: از نتیجه کلاسیکی مربوط به دامنه نوسانهای گرمایی اتمها بهره‌گیرید.)

۱۹. ضریب دمای مقاومت ویژه بنابر تعریف عبارت است از

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$$

که در آن $\rho = 1/\sigma$ مقاومت ویژه است. برای فلزی با $\sigma \propto 1/T$ و $\rho \propto T$ ، ضریب دمای مقاومت ویژه را در 273K و 373K محاسبه کنید.

۲۰. بنابریک مدل ساده، انرژی الکترون آزاد در بلور تابع عدد موج به شرح زیر است:

$$E = A - B \cos ka$$

که در آن A و B ثابت‌اند، و a فاصله بین اتمهای مجاور است. از این فرمول چه مقداری برای جرم مؤثر می‌توانید به دست آورید؟

۲۱. در مورد یک شبکه بلور با فاصله‌گذاری $a = 2.1 \text{ \AA}$ ، گستره طول موجهای الکترون در نخستین منطقه بریلوئن چیست؟ در دومین منطقه بریلوئن کدام است؟

۲۲. به شرط آنکه k در نزدیکی منطقه بریلوئن باشد، مثلاً، نزدیک به ته نخستین منطقه بریلوئن که در آنجا $k \ll \pi/a$ ، معادله (۲۶) تقریب خوبی است. این نامساوی همواره برای الکترونهای آزاد با پایستترین انرژیهای جنبشی برقرار است، اما برای الکترونهای آزاد؛ انرژیهای جنبشی بالاتر، در نزدیکی

انرژی فرمی، ممکن است اعتبار خود را از دست بدهد. آیا این نامساوی برای الکترونهاى موجود در نقره با انرژی برابر با انرژی فرمی نیز صادق است؟ فرض کنید که سرعت این الکترونها برابر $\sqrt{2E_F/m_e}$ [معادله (۱۹)]، و فاصله گذاری شبکه در نقره تقریباً 3\AA باشد.

۲۳. اگر یک اتم آرسنیک به جای یکی از اتمهای سیلیسیم در بلور سیلیسیم بنشیند، این اتم گرایش دارد بیرونترین الکترونش را رها کند و به صورت یون As^+ ، درآید. انرژی یونش خیلی کم است زیرا الکترون در یک مدار بزرگ حرکت می کند که از ماده سیلیسیم پیرامون که به عنوان دی الکتريک عمل می کند، می گذرد و بنابراین میدان کولنی یون As^+ را کاهش می دهد. به علاوه، جرم مؤثر چنین الکترونی که در سیلیسیم حرکت می کند، کمتر از m_e است. با بهره گیری از مدل بور، شعاع مداری و انرژی یونش یک الکترون در کوچکترین مدار ممکن به دور یک یون (نقطه مانند) As^+ غوطه ور در سیلیسیم را محاسبه کنید. فرض کنید که مقدار نیروی کولن $e^2/(4\pi\epsilon_0\kappa)$ است، که در آن $\kappa = 11/6$ ثابت دی الکتريک سیلیسیم است، و فرض کنید جرم مؤثر الکترون عبارت است از $m^* = 0.25m_e$. شعاع مداری را برحسب \AA و انرژی یونش را برحسب eV بیان کنید.
۲۴. دمای گذار ابررسانا با توانی از جرم یونهای شبکه نسبت معکوس دارد،

$$T_c \propto \frac{1}{M^\alpha}$$

در مورد جیوه $\alpha = 0.5$ ، دمای گذار را برای نمونه های ^{201}Hg ، ^{202}Hg ، و ^{204}Hg با فرض اینکه دمای گذار برای جیوه معمولی، با جرم اتمی میانگین 200.59u ، برابر 4.153K است، محاسبه کنید.

۲۵. مقدار جریانی که ابررسانایی یک سیم طویل از جنس جیوه به شعاع 1.7mm را در (تقریباً) 0K از بین می برد، چقدر است؟ از داده های موجود در شکل ۳۲.۸ بهره گیرید.

۲۶. یک سیملوله خیلی طویل به قطر 6.7cm مفروض است. در هر متر آن 1000 دور سیم ابررسانا پیچیده شده است. اگر جریان 16A از این سیم عبور کند، شاری مغناطیسی که از سطح مقطع سیملوله می گذرد، چقدر است؟ این شمار معادل چند کوانتوم شار است؟

۲۷. یک سیملوله خیلی بلند از جنس ابررسانا به قطر 4.7m مفروض است. به دلیل کوانتس شار، میدان مغناطیسی و چگالی جریان (جریان در واحد

طول) در سیملوله کوانتیده خواهد شد. مقدار کوانتوم میدان مغناطیسی چقدر است؟ مقدار کوانتوم چگالی جریان چقدر است؟

۲۸. برای هریک از ابررساناهای درج شده در جدول ۴۰۸، گاف انرژی در طیف حالت‌های الکترونی برانگیخته را محاسبه کنید.

۲۹. ناحیه‌ای باریک به پهنای ΔV را در نظر بگیرید که در داخل آن یک میدان الکتریکی یکنواخت در جهت x برقرار است. یک ذره باردار، که در ابتدا در جهت y حرکت می‌کند، از این ناحیه می‌گذرد. انحراف این ذره را به وسیله قوانین مکانیک کلاسیک، با استفاده از تقریب ضربه، محاسبه کنید. این انحراف را به کمک قوانین مکانیک موجی، با بهره‌گیری از اختلاف بسامد $\Delta\omega = q\Delta V/\hbar$ بین دو قسمت موج در دو پتانسیل مختلف، محاسبه کنید و تحقیق کنید که نتایج حاصل از مکانیک کلاسیک و مکانیک موجی، با هم می‌خوانند. (راهنمایی: جبهه موج مفروضی را در لحظات t و $t + \Delta t$ بررسی کنید.)

۳۰. فاصله شبکه خطوط گردابی شکل ۳۶۰۸ را اندازه بگیرید و از اینجا و از روی شدت میدان مغناطیسی (میانگین)، مقدار کوانتوم شار را استنتاج کنید.

فصل ۹

ساختار هسته‌ای

از آزمایشهای رادرفورد دربارهٔ بمباران آنها توسط ذرات آلفا و آزمایشهای مشابه دیگر در مورد پراکندگی پی بردیم که هستهٔ اتم بسیار کوچک، در حدود یک ده‌هزارم خود اتم است. ولی تقریباً تمامی جرم اتم در همین هسته با همهٔ کوچکی، متمرکز است. معنی این گزاره آن است که چگالی مادهٔ هسته‌ای بسیار زیاد، تقریباً $10^{17} \text{ kg/m}^3 \times 2$ ، است. بنابر تحقیقات موزلی (بخش ۷.۴) هر هسته با عدد اتمی Z شامل Z بار مثبت است. یعنی، چگالی بار میانگین در مادهٔ هسته‌ای نیز بسیار بزرگ است - تقریباً 10^{25} کولن بر متر مکعب.

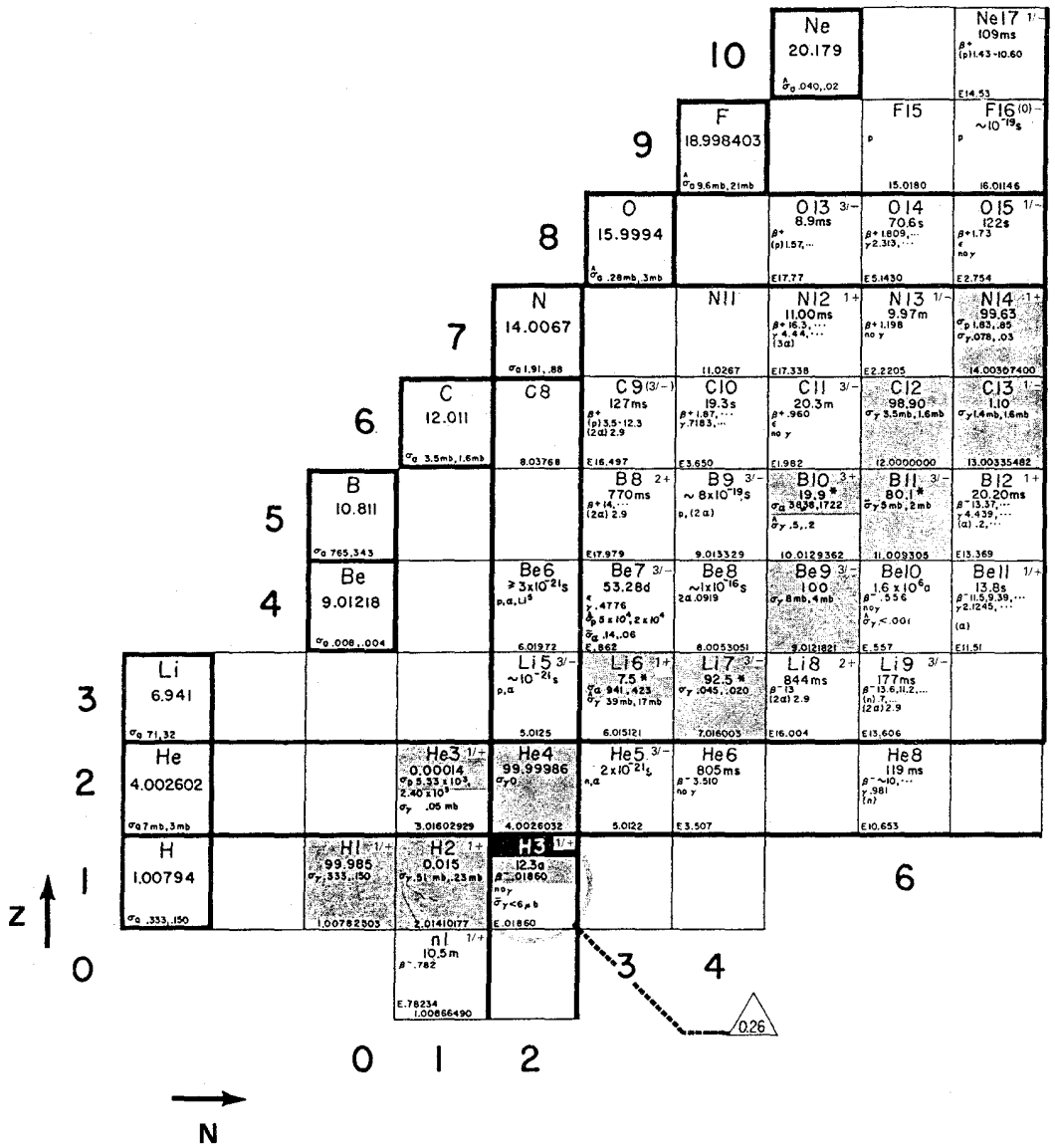
به طوری که خواهیم دید، هسته از پروتونها و نوترونهایی که خیلی تنگ هم قرار گرفته‌اند، تشکیل یافته است. اگر نیروی ربایشی دیگری برای نگه داشتن پروتونها در کنار هم وجود نداشت، نیروی رانشی کولنی بین آنها هسته را از هم می‌پاشاند. این نیروی اضافی را نیروی هسته‌ای یا نیروی «قوی» می‌گویند. برای دو پروتون مجاور هم در داخل یک هسته، این نیرو 10^8 بار قویتر از نیروی رانشی کولنی است. این نیروی قوی، درست به همان صورت که نیروی کولنی بردینامیک الکترونهای اتم حاکم است، بردینامیک پروتونها و نوترونهای هسته حاکم است. به علت قدرت بیشتر نیروی قوی، انرژی برانگیختگی حالت‌های هسته‌ای خیلی از انرژیهای برانگیختگی حالت‌های اتمی بیشترند. اختلاف انرژی بین حالت‌های اتمی به یک تا چند eV می‌رسد، در حالی که اختلاف انرژی بین حالت‌های هسته‌ای به یک تا چند MeV سرمی‌زند. گذر بین حالت‌های اتمی به گسیل نور مرئی یا پرتوهای X منجر می‌شود، در حالی که گذر بین حالت‌های هسته‌ای به گسیل پرتوهای γ می‌انجامد.

Ne18 1.67s β ⁻ 3.42, ... γ 1.042, ... E4.45	Ne19 1/+ 17.22s β ⁻ 2.24, ... γ 1.357, ... E 5.238	Ne20 90.51 β ⁻ 0.37, 0.2 E 19.992436	Ne21 3/+ 0.27 β ⁻ α < 1.5 γ 7.3 E 20.993843	Ne22 9.22 β ⁻ 0.48, 0.2 E 21.991383	Ne23 5/+ 37.2s β ⁻ 4.36, 3.94, ... γ 4.40, ... E4.376	Ne24 3.38m β ⁻ 1.98, ... γ 47230, ... E2.47	Ne25 (11)+ 0.61s β ⁻ 7.3, ... γ 0.895, ... E 7.2	Ne26 26.0005 E 26.0005	Ne27 27.0072 E 27.0072	Ne28
F17 5/+ 64.7s β ⁻ 1.74 ne γ E 2.761	F18 1 + 109.8m β ⁻ 6.35 γ 4mb E 1.655	F19 1/+ 100 β ⁻ 9.6mb, 21mb E 18.9984032	F20 2 + 11.0s β ⁻ 5.40, ... γ 1.633, ... E 7.029	F 21 5/+ 4.33s β ⁻ 3.34, ... γ 3.507, ... E 5.69	F22 4 + 4.23s β ⁻ 5.5, ... γ 1.275, 2.083, 2.166, ... E 10.85	F 23 (51)+ 2.2s β ⁻ 6.3, ... γ 1701, 2.129, ... 1.822, ... E 8.5	F24 24.0093 E 24.0093	F25 25.0138 E 25.0138	F26	F27
O16 99.762 β ⁻ γ mb, 3mb E 15.99491461	O17 5/+ 0.038 β ⁻ α 24, 11 γ 4mb E 16.999131	O18 0.200 β ⁻ γ .16mb, 85mb E 17.999160	O19 5/+ 26.9s β ⁻ 3.25, 4.6, ... γ 197, 1.957, ... 1.10, ... E 4.819	O20 13.5s β ⁻ 2.75 γ 1.057 E 3.82	O21 3.4s β ⁻ γ 2.80 - 4.504 E 8.17	O22 22.0101 E 22.0101	O23 23.0193 E 23.0193	O24	18	
N15 1/ 0.37 β ⁻ γ 0.3mb E 5.0000895	N16 2- 7.15s β ⁻ 4.5, 10.42, ... γ 6.129, 7.115, ... (n) 1.28, 2.02 E 10.419	N17 1/- 4.17s β ⁻ 7.81, 5.62, ... γ 871, 2.184 (n) 1171, 383, ... E 8.68	N18 1- 0.63s β ⁻ γ 1.982, 1.652, 0.22, 2.474 (n) E 14.03	N19 0.42s β ⁻ γ 2.47, ... (n) E 12.53	N20 20.0238 E 20.0238	N21 21.0289 E 21.0289	N22	N23	16	
C14 5.730g β ⁻ 156, ... γ 1.1, 1.2 E 15.648	C15 1/+ 2.45s β ⁻ 4.51, 9.82, ... γ 9.298, ... E 9.772	C16 0.75s β ⁻ (n) .79, 1.7 E 8.012	C17 17.02257 E 17.02257	C18 18.0267 E 18.0267	C19 19.0370 E 19.0370	C20	14			
B13 3/- 17.3ms β ⁻ 13.4, ... γ 3.68, ... (n) 2.4, 3.6, ... E 13.436	B14 2- 16ms β ⁻ 14, ... γ 6.09, ... E 20.64	Be14 14.0440 E 14.0440	12		12					
Li11 8.7ms β ⁻ 3.368, ... (n) 2m, (3m) E 20.7	10									

8

شکل ۱۰۹ برگزیده‌ای از یک جدول ایزوتوپها. عددی که در پایین هر مربع نوشته شده است، جرم اتمی را برحسب u می‌دهد یا، اگر حرف E به صورت پیشوند آن آمده باشد، انرژی آزاد شده (برحسب MeV) در واپاشی β برخی از ایزوتوپهای پرتوزا را به دست می‌دهد. عدد کوچکی که در قسمت سمت راست و بالای مربع نوشته شده است، اسپین هسته را برحسب مضرب $\hbar/2$ نشان می‌دهد. عددی که زیر علامت شیمیایی نوشته شده است فراوانی ایزوتوپهایی را که در طبیعت یافت می‌شوند (مربعهای سایه خورده) برحسب درصد نشان می‌دهد، یا نیمه عمر ایزوتوپهای پرتوزای مصنوعی را تعیین می‌کند. حروف یونانی α، β، γ و بین واپاشیهای پرتوزا به شمار می‌آیند؛ ε گیراندازی الکترون را مشخص می‌کند. اعدادی که پس از حروف α، β، و γ می‌آیند انرژی پرتوهای گسیل شده را (برحسب MeV) به دست می‌دهند. اعدادی که پس از حرف σ آمده‌اند، سطح مقطع مربوط به واکنشهای متفاوتی را نشان می‌دهد که توسط نوترونهای فرودی آغاز می‌شود.

متأسفانه، نیروی قوی را نمی‌توان با هیچ فرمول ساده‌ای - مانند فرمول (مربوط به قانون کولن یا قانون گرانش نیوتون - توصیف کرد؛ رفتار آن به صورت تابعی از فاصله فقط به‌طور ناقصی شناخته شده است. در نتیجه، فیزیکدانان هسته‌ای نمی‌توانند حالت‌های ایستای مربوط به هسته را از اصول اولیه، به همان



روشی که فیزیکدانان اتمی حالت‌های اتم را محاسبه می‌کنند، به دست آورند. در عوض، فیزیکدانان هسته‌ای اغلب به مدل‌های نظری برای هسته، مانند مدل قطره مایع یا مدل پوسته‌ای، تکیه می‌کنند. این مدل‌ها کاربکاتوره‌های دنیای حقیقی به شمار می‌آیند. این مدل‌ها تصاویری نظری طرحواره‌ای‌اند که بخشی از واقعیت را در بر می‌گیرند و برخی جنبه‌های ساختار هسته‌ای را توضیح می‌دهند، اما توضیح

جامع و مستدلی از همه جنبه‌های حقیقت از آنها بر نمی‌آید.

۱.۹ ایزوتوپها

هرگاه جرم اتمهای یک نمونه شیمیایی خالص از عنصری را توسط طیف‌سنج جرمی اندازه‌گیری کنیم (بخش ۱-۳۰)، پی می‌بریم که چنین نمونه شیمیایی خالصی آمیزه‌ای از اتمها با جرمهای متفاوت است. اتمهایی را که از نظر شیمیایی یکسانند ولی جرمهای متفاوت دارند، ایزوتوپ می‌نامند. مثلاً، نئون دارای دوازده ایزوتوپ با علامتگذاریهایی به این شرح است: ^{16}Ne ، ^{17}Ne ، ^{18}Ne ، ^{19}Ne ، ^{20}Ne ، ^{21}Ne ، ^{22}Ne ، ^{23}Ne ، ^{24}Ne ، ^{25}Ne ، ^{26}Ne ، و ^{27}Ne ، که جرمشان درگستره $16/03$ تا $27/01$ یکای جرم اتمی قرار دارد (جدول ۱-۹). شاخص بالا در سمت چپ، عدد جرمی نامیده می‌شود؛ این عدد برابر جرم برحسب یکای اتمی است، که به نزدیکترین عدد صحیح گرد شده است (به عبارت دقیقتر، این شاخص بالا برابر مجموع تعداد پروتونها و نوترونهای موجود در هسته است؛ به مطالب بعدی دقت کنید). نمونه‌های طبیعی نئون شامل آمیزه‌ای از ایزوتوپهای ^{20}Ne (۹۰/۹۲٪)، ^{21}Ne (۰/۲۵۷٪)، و ^{22}Ne (۸/۸۲٪) است. سایر ایزوتوپهای نئون در طبیعت وجود ندارند؛ این ایزوتوپها بسیار ناپایدارند و فقط می‌توان آنها را به طور مصنوعی و از طریق تبدیل عناصر، یا «کیمیای» هسته‌ای در رآکتور هسته‌ای یا شتابدهنده، تولید کرد. صفت متمایز مشترک ایزوتوپهای ^{20}Ne و ^{22}Ne این است که از میان تمامی عناصر شیمیایی، نخستین ایزوتوپهای کشف شده به شمار می‌آیند. این ایزوتوپها را ج.ج. تامسون در سال ۱۹۱۲ با طیف‌سنج جرمی شناسایی کرد، و اندک زمانی پس از آن، آستون طی آزمایشهای پردردسر بخش آنها را از هم جدا کرد.

همه عناصر شیمیایی دارای چند ایزوتوپ‌اند. در شکل ۱-۹ برگزیده‌ای از جدول ایزوتوپها را مشاهده می‌کنید. (در پیوست ۴ فهرست کامل تمام ایزوتوپهای شناخته شده را خواهید یافت.) هیدروژن سه ایزوتوپ دارد: ^1H (هیدروژن معمولی)؛ ^2H (دوتریم)؛ و ^3H (تریتم). هلیوم ۵ ایزوتوپ دارد: ^3He ، ^4He ، ^5He ، ^6He ، و ^8He . برخی از این ایزوتوپها در طبیعت یافت می‌شود — این ایزوتوپها پایدار یا تقریباً پایدارند، و طول عمرشان بسیار طولانی است. برخی دیگر را فقط به صورت مصنوعی می‌توان تولید کرد — اینها ناپایدار، و کوتاه عمرند. از آنجا که تمام اتمهای یک عنصر شیمیایی مفروض، مثلاً، نئون از نظر

جدول ۱.۹ ایزوتوپهای نئون

ایزوتوپ	جرم	تعداد پروتونها	تعداد نوترونها	پرتوزایی
^{16}Ne	۱۶,۰۲۵۷۵u	۱۰	۶	p
^{17}Ne	۱۷,۰۱۷۶۹	۱۰	۷	β^+
^{18}Ne	۱۸,۰۰۵۷۱	۱۰	۸	β^+, γ
^{19}Ne	۱۹,۰۰۱۸۸	۱۰	۹	β^+
^{20}Ne	۱۹,۹۹۲۴۴	۱۰	۱۰	پایدار
^{21}Ne	۲۰,۹۹۳۸۴	۱۰	۱۱	پایدار
^{22}Ne	۲۱,۹۹۱۳۸	۱۰	۱۲	پایدار
^{23}Ne	۲۲,۹۹۴۴۷	۱۰	۱۳	β^-
^{24}Ne	۲۳,۹۹۳۶۱	۱۰	۱۴	β^-, γ
^{25}Ne	۲۴,۹۹۷۶۸	۱۰	۱۵	β^-
^{26}Ne	۲۶,۰۰۰۴۷	۱۰	۱۶	
^{27}Ne	۲۷,۰۰۰۷۲۵	۱۰	۱۷	

شیمیایی یکسانند، باید تعداد الکترونهاى مدارى آنها نیز یکى باشد. اختلاف جرم بین ایزوتوپهاى نئون باید از ساختار هسته‌هاى این ایزوتوپها ناشى شود. هسته‌ها از پروتونها و نوترونها تشکیل شده‌اند (جدول ۲.۹). تعداد پروتون تمام ایزوتوپهاى نئون یکسان است (ده پروتون)، اما تعداد نوترونها متفاوت است. به این ترتیب، ^{17}Ne هفت نوترون، ^{18}Ne هشت نوترون، ^{19}Ne نه نوترون دارد، و الی آخر. عدد جرمى، A ، برابر است با مجموع تعداد پروتونها، Z ، و تعداد نوترونها، N ، موجود در هسته.

$$A = Z + N \quad (۱)$$

پروتونها و نوترونها را به طور کلی نوکلئون مى‌خوانند؛ از اینرو A همان تعداد نوکلئونهاست.

جدول ۲.۹ نوکلئونها

نوکلئون	جرم	اسپین	گشتاور مغناطیسی	شعاع
پروتون	۱,۰۰۷۲۷۶۴۷u	$1/2\hbar$	$2,792846\hbar/(2m_p)$	$1,0 \times 10^{-15}\text{m}$
نوترون	۱,۰۰۸۶۶۵۰۱u	$1/2\hbar$	$-1,913042\hbar/(2m_p)$	$1,0 \times 10^{-15}\text{m}$

مقایسه خواص پروتون و نوترون (که در جدول ۲.۹ خلاصه شده است) با خواص الکترون از برخی جهات جالب است. آشکارترین تفاوت آنها در جرمشان

نهفته است: جرم پروتون و نوترون در حدود 1840° برابر جرم الکترون است. آنها در ساختار داخلی‌شان نیز اختلاف فاحشی دارند: برعکس الکترونها، که ذراتی نقطه مانندند، پروتون و نوترون اجسام کروی کوچکی با وسعتی محدود هستند*. شعاع پروتون و نوترون در حدود $10^{-15} \times 1$ متر است. اسپین پروتون و نوترون، مانند اسپین الکترون، $1/2$ است. ولی، گشتاور مغناطیسی پروتون و نوترون بسیار کوچکتر از گشتاور مغناطیسی الکترون است. البته از فرمول مربوط به گشتاور مغناطیسی الکترون، $\mu_{e,z} = -e\hbar/(2m_e)$ ، که بستگی گشتاور مغناطیسی را به عکس جرم نشان می‌دهد، چنین رفتاری را انتظار داریم. در تشابه با فرمول مربوط به الکترون و سوسه می‌شویم که گشتاور مغناطیسی پروتون را $e\hbar/(2m_p)$ پیش بینی کنیم؛ ولی مقدار واقعی آن $2/1836 e\hbar/(2m_p)$ است (علامت مثبت حاکی از موازی بودن گشتاور و اسپین است). همچنین ترغیب می‌شویم که گشتاور مغناطیسی نوترون را برابر صفر پیش بینی کنیم، چون بار نوترون صفر است؛ اما مقدار واقعی آن $-1/1836 e\hbar/(2m_p)$ است (علامت منفی برپاد موازی بودن گشتاور با اسپین دلالت می‌کند). این مقادیر نامتعارف برای گشتاورهای مغناطیسی به ساختار داخلی پروتونها و نوترونها مربوط می‌شود؛ این ذرات عبارتند از توزیع بار با وسعت محدود، و مقدار بار چرخان برگشتاور مغناطیسی آنها تأثیر می‌گذارد. در مورد نوترون، گشتاور مغناطیسی از حضور لایه‌های جداگانه بارهای مثبت و منفی در داخل نوترون ناشی می‌شود (برای دستیابی به اطلاعات بیشتر در مورد توزیع بار در داخل پروتون و نوترون به بخش بعدی توجه کنید).

قبل از ۱۹۳۲، که چادویک** نوترون را کشف کرد، فیزیکدانان تصور می‌کردند که هسته از پروتون و الکترون، تنها ذراتی که تا آن زمان شناخته شده بودند، تشکیل شده است. تصور وجود الکترون در هسته از واپاشی بتا ناشی می‌شود، که در آن هسته یک الکترون را به بیرون می‌اندازد (از دیدگاه جدید الکترون در خلال واپاشی آفریده می‌شود). مثلاً، مطابق این تصویر، فکر می‌کردند که هسته ^{22}Ne از ۲۲ پروتون و ۱۲ الکترون تشکیل شده است، که بار الکتریکی خالص (درست) $10e$ را به دست می‌دهد. ولی، معلوم شد که این تصویر با چندین مورد شواهد تجربی ناسازگار است، مثلاً، بررسی شدت نسبی خطوط

* این گونه ساختار برای پروتون و نوترون مربوط به مدلی بسیار ابتدایی است. - م.
** جیمز چادویک (James Chadwick)، ۱۹۷۴ - ۱۸۹۱، فیزیکدان انگلیسی استاد دانشگاه لیورپول. کارش را با همکاری رادرفورد، که مدتها به وجود ذرات خنثی در داخل هسته مشکوک بود، آغاز کرد. چادویک به خاطر کشف نوترون جایزه نوبل ۱۹۳۵ را دریافت کرد. در دوران جنگ سرپرستی هیئت نمایندگی بریتانیایی وابسته به پروژه مانهاتان را به عهده داشت.

طیفی در طیف نواری مولکول $^{14}\text{N}^{14}\text{N}$ نشان می‌دهد که اسپین هسته ^{14}N عبارت است از $I = 1$ ؛ بر مبنای تصویر هسته الکترونی، این هسته باید شامل ۱۴ پروتون و ۷ الکترون باشد، که اسپین خالص آن باید $1/2$ ، یا $3/2$ ، یا $5/2$ ، حاصل شد. اگر هسته‌ها شامل الکترون بودند، انتظار می‌رفت که گشتاورهای مغناطیسیشان از نظر مرتبه بزرگی مانند گشتاورهای مغناطیسی الکترون باشد. اما گشتاورهای مغناطیسی مشاهده شده نوعاً 10^2 مرتبه کوچکترند، آنها از مرتبه بزرگی گشتاور مغناطیسی پروتون هستند (جدول ۲۰۹). دلیل محکم دیگری علیه تصویر هسته الکترونی از برآورد کوانتوم مکانیکی ساده‌ای از انرژیهای هسته‌ای حاصل می‌شود. اگر الکترونی در ناحیه‌ای با ابعاد هسته‌ای ($L \sim 10^{-14}\text{m}$) مقید شود، اختلاف انرژی بین ویژه حالت‌های انرژی مجاور هم از مرتبه

$$\Delta E \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e L^2} \approx \frac{\pi^2 \times (1.05 \times 10^{-27}\text{J}\cdot\text{s})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}\text{kg} \times (10^{-14}\text{m})^2}$$

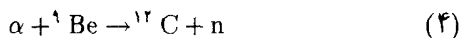
$$\approx 6 \times 10^{-6}\text{J} \approx 4 \times 10^4\text{eV} \quad (2)$$

خواهد بود [معادله (۱۱۰۶)]. این اختلاف انرژی خیلی بیشتر از اختلاف انرژی بین حالت‌های هسته‌ای است، که نوعاً بین ۱ تا 10MeV است. توجه داشته باشید که برای یک پروتون، برآورد (۲) عبارت است از:

$$\Delta E \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_p L^2} \approx 2 \times 10^6\text{eV} \quad (3)$$

که مرتبه بزرگی آن صحیح است.

چادویک پی برد که اگر برلیم در معرض بمباران ذرات آلفا قرارگیرد، نوترونها برطبق واکنش زیرگسیل می‌شوند



تجربه‌گران پیشین متوجه شده بودند که نوعی «تابش» خنثی در این واکنش گسیل می‌شود، اما افتخار آشکارسازی تابش گسیل شده و تثبیت سرشت ذره‌ای آن نصیب چادویک شد. او این کار را با قراردادن یک ورقه پارافین (عمدتاً هیدروژن) یا اتم سبک دیگری در پشت هدف برلیمی، انجام داد. اصابت نوترونها روی ورقه، به‌کمک برخورد با هسته‌های اتمی و بیرون انداختن آنها از ورقه، نشان داده شد. چادویک با اندازه‌گیری انرژی هسته‌های خارج شده، به

* بنا بر قرارداد، اسپین هسته‌ای را با I نشان می‌دهیم، که آن را از اسپین الکترون S تمیز دهیم.

محاسبه جرم نوترون توفیق یافت.

این کشف به پیدایش تصویر جدید هسته انجامید: هسته تشکیل شده است از Z پروتون و $A - Z$ نوترون. به کمک این تصویر هسته، تمام مشکلات یاد شده در بالا از میان برداشته شد. با تکامل شتابدهنده‌های قوی، که قابلیت تولید باریکه‌های پرانرژی از الکترونها و پيونها را دارند، جستجو در مورد ساختار داخلی هسته از طریق آزمایشهای پراکندگی میسر شد، که با آزمایشهای کلاسیک پراکندگی ذره آلفا توسط رادرفورد شبیه است. با این گونه آزمایشهای پراکندگی، شواهد مستقیمی از وجود نوترونها در داخل هسته فراهم آمد.

نوترونها ذراتی ناپایدارند. یک نوترون آزاد به طور خودبه خودی در مدت تقریباً ۱۵ دقیقه وامی‌باشد*، به یک پروتون تبدیل می‌شود و یک الکترون و یک نوترینو می‌آفریند،



این واکنش را واپاشی β می‌نامند زیرا شامل بیرون انداختن یک الکترون، یا ذره β^- است. الکترون و پاد نوترینو با انرژی (مشترک) تقریبی ۱ MeV خارج می‌شوند. با این واپاشی خودبه خود این سؤال پیش می‌آید که: چگونه نوترون می‌تواند در داخل هسته پایدار باشد؟ جواب این سؤال به اصل طرد برمی‌گردد. در داخل یک هسته در حالت پایه، پایستترین حالت‌های قابل حصول انرژی تمامی پر شده‌اند. بنابراین، پروتون اضافی آزاد شده در واکنش (۵) باید به یکی از حالت‌های بالاتر انرژی برود. در اغلب هسته‌ها پروتون اضافی به قدر کافی انرژی برای انجام این کار ندارد، و بدینسان اصل طرد از واپاشی نوترونها جلوگیری می‌کند، و آنها را وامی‌دارد که پایدار بمانند.

اگرما جرم یک هسته را با مجموع جرم پروتونها و نوترونهای اجزای آن مقایسه کنیم، پی می‌بریم که جرم هسته کمتر از مجموع جرم اجزای آن است. مثلاً، جرم هسته هلیوم عبارت است از 4.001506 u ، در حالی که مجموع جرمهای دو پروتون و دو نوترون برابر است با $4.03186 \text{ u} = 2 \times (1.007276 \text{ u}) + 2 \times (1.00866 \text{ u})$.

* این عمر میانگین نوترون است، تمایز بین عمر میانگین و نیمه عمر را در فصل بعد مورد بحث قرار می‌دهیم.

** این عدد با عدد مندرج در جدول ایزوتوپها تفاوت دارد. این عدد اخیر جرم اتم هلیوم به شمار می‌آید، که جرم دو الکترون را در برمی‌گیرد. برای دستیابی به جرم هسته ${}^4\text{He}$ ، باید جرم دو الکترون را از جرم اتم کم کنیم؛ نتیجه عبارت خواهد بود از:

$$4.001506 \text{ u} - 2 \times 0.000548 \text{ u} = 4.000409 \text{ u}$$

به این ترتیب، جرم هسته هلیوم به اندازه $0.03035u$ کوچکتر است. این اختلاف جرم را کاستی جرم می‌گویند. به طور کلی،

$$(۶) \quad (Zm_p + Nm_n - m)$$

که در اینجا m جرم هسته است.

وقتی که برای تشکیل هسته، اجزا به همدیگر می‌پیوندند، انرژی آزاد می‌شود که کاستی جرم ناشی از آن است. این انرژی را انرژی بستگی می‌گویند. بنابراین اصل مشهور هم‌ارزی جرم-انرژی اینشتین [معادله (۱) (۱۴۹۰)] هر مقدار از انرژی ΔE دارای جرم Δm است، به طوری که

$$(۷) \quad \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

به این ترتیب، حذف انرژی بستگی از سیستم پروتونها و نوترونها در خلال فرایند تشکیل هسته به کاهش جرم متناظری منجر می‌شود. به اعتبار این رابطه مستقیم بین انرژی و جرم، می‌توانیم از معادله (۷) برای محاسبه انرژی بستگی B استفاده کنیم،

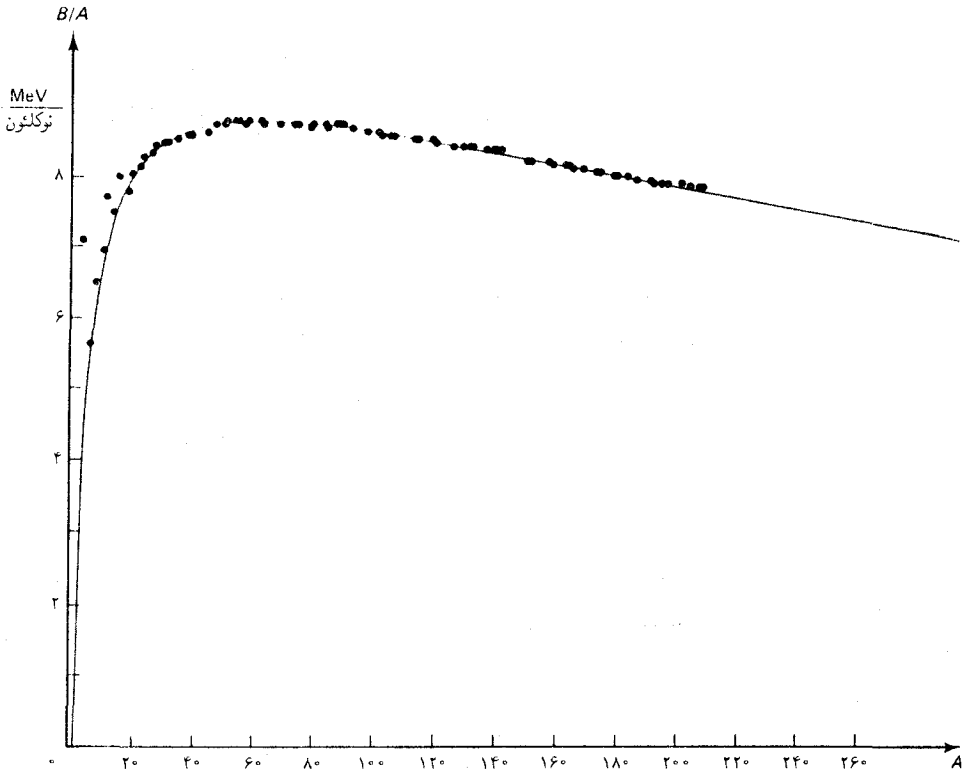
$$(۸) \quad B = (Zm_p + Nm_n - m)c^2$$

انرژی بستگی هسته‌های سنگینتر معمولاً بیشتر از انرژی بستگی هسته‌های سبک است.

برای مقایسه انرژیهای بستگی مربوط به هسته‌های مختلف، بهتر است که متوسط انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون، B/A ، را بررسی کنیم. در شکل ۲۰۹ نموداری از B/A بر حسب A برای ایزوتوپهای طبیعی مشاهده می‌کنید. این منحنی را منحنی انرژی بستگی می‌گویند. برای اغلب هسته‌ها، انرژی بستگی متوسط به ازای هر نوکلئون نزدیک به مقدار 8MeV برای هر نوکلئون است. این مقدار انرژی نسبتاً زیاد است. برای اینکه تصویری از این عدد ارائه دهیم، آن را با انرژی جرم سکون نوکلئونها مقایسه می‌کنیم. انرژی جرم سکون هر نوکلئون (نوترون یا پروتون) در حدود $1.007 \times c^2$ است؛ بنابراین، انرژی جرم سکون A نوکلئون تقریباً برابر است با

$$A \times 1.007 \times c^2 = A \times 1.5 \times 10^{-10} \text{ J} = A \times 9.4 \times 10^2 \text{ MeV}$$

به این ترتیب، نسبت انرژی بستگی به انرژی جرم سکون در حدود $8/(9.4 \times 10^2)$ است، یعنی انرژی بستگی تقریباً ۱٪ انرژی سکون است!



منحنی انرژی بستگی در $A = 56$ ، یا در هسته آهن، یک بیشینه گسترده دارد. انرژی بستگی هسته‌های خیلی سنگینتر و خیلی سبکتر به طور چشمگیری کمتر از آن است. در نتیجه، یک هسته سنگین وقتی از هم بشکافت انرژی آزاد می‌کند و دو هسته سبک وقتی وادار به همجوشی می‌شوند، انرژی آزاد می‌کنند. این فرایندها را به ترتیب شکافت و همجوشی می‌گویند که آنها را در فصل بعد بررسی خواهیم کرد.

شکل ۲.۹ متوسط انرژی بستگی برای هر نوکلئون بر حسب عدد جرمی، برای ایزوتوپیایی که در طبیعت یافت می‌شوند. نقاط بر پایه انرژیهای بستگی اندازه‌گیری شده مبتنی اند؛ منحنی هموار بر شالوده مدل قطره - مایع استوار است. این منحنی به ازای $A = 56$ برای ^{56}Fe دارای یک بیشینه است.

مثال ۱. چادریک تولید نوترون به وسیله بور را تحت بمباران ذرات آلفا نیز به دقت بررسی کرد.



اگر انرژی ذره α عبارت باشد از 5.730 MeV ، انرژی نوترون چقدر است؟ فرض کنید که در این واکنش، هسته ${}^{14}\text{N}$ تقریباً هیچ انرژی جنبشی کسب نمی‌کند.

حل انرژی وابسته به هر جرم m برابر است با mc^2 . بنابراین، انرژی خالص قبل از برخورد عبارت است از

$$m_{\alpha} c^2 + K_{\alpha} + m_{\text{B}} c^2 \quad (10)$$

(که در اینجا K_α انرژی جنبشی ذره آلفاست)؛ انرژی خالص بعد از برخورد عبارت است از

$$m_N c^2 + m_n c^2 + K_n \quad (11)$$

(که در اینجا K_n انرژی جنبشی نوترون است). چون انرژیهای (۱۰) و (۱۱) باید با هم برابر باشند، در این صورت:

$$K_n = m_\alpha c^2 + K_\alpha + m_B c^2 - m_N c^2 - m_n c^2 \quad (12)$$

جرمهای ${}^4\text{He}$ ، ${}^{11}\text{B}$ ، و ${}^{12}\text{N}$ در شکل ۱۰۹ برشمرده شده اند، جرمهای اتمی اند. برای به دست آوردن جرمهای هسته‌ای، باید جرم دو الکترون از جرم هلیم، جرم ۵ الکترون از جرم بور، و جرم ۷ الکترون از جرم ازت کم کنیم. این جرمهای الکترون در معادله (۱۲) حذف می‌شوند. بنابراین

$$\begin{aligned} K_n &= 4,00260 \text{ u} \times c^2 + 5,30 \text{ MeV} + 11,00931 \text{ u} \times c^2 - 14,00307 \text{ u} \times c^2 \\ &\quad - 1,00866 \text{ u} \times c^2 \\ &= 0,70018 \text{ u} \times c^2 + 5,30 \text{ MeV} \end{aligned}$$

برای تبدیل یکاهای جرم به یکاهای انرژی، بهترین کار این است که از رابطه هم ارزی $1 \text{ u} = 931,46 \text{ MeV}/c^2$ بهره‌گیریم، در نتیجه

$$\blacksquare \quad K_n = 0,717 \text{ MeV} + 5,30 \text{ MeV} = 6,017 \text{ MeV} \quad (13)$$

اختلاف بین مجموع انرژیهای جرم سکون اولیه و نهایی را انرژی فروپاشی (مقدار Q) واکنش می‌گویند،

$$Q = \sum_i m_i c^2 - \sum_i m'_i c^2 \quad (14)$$

که در این عبارت m_i ، و m'_i به ترتیب عبارتند از جرمهای قبل و بعد از واکنش. مثلاً، انرژی فروپاشی مربوط به واکنش (۹)، عبارت است از

$$\begin{aligned} Q &= m_\alpha c^2 + m_B c^2 - m_N c^2 - m_n c^2 \\ &= 0,717 \text{ MeV} \end{aligned}$$

واکنشهای با انرژی فروپاشی مثبت را انرژی‌زا می‌گویند؛ این واکنشها انرژی آزاد می‌کنند. واکنشهای با انرژی فروپاشی منفی را واکنشهای انرژی‌گیر می‌گویند؛ این واکنشها انرژی جذب می‌کنند، یعنی فقط در صورتی می‌توانند روی دهند که

انرژی اضافی به صورت انرژی جنبشی پرتابه فرودی تأمین شود. حداقل انرژی جنبشی لازم برای آغاز یک واکنش انرژی گیر را انرژی آستانه می‌گویند. در مورد پرتابه‌ای که بر یک هدف ثابت فرود می‌آید، انرژی آستانه همواره بزرگتر از مقدار $|Q|$ است، زیرا کسر قابل ملاحظه‌ای از انرژی جنبشی پرتابه فرودی به حرکت مرکز جرم وابسته است، و بنابراین برای راه‌اندازی واکنش قابل حصول نیست.

۲.۹ اندازه و شکل هسته

اولین اندازه‌گیرهای مربوط به ابعاد هسته حاصل کار رادرفورد است، که پی برد پراکندگی یک ذره توسط یک هسته نسبت به برآورد قانون کولن به‌ازای مقادیر خیلی کوچک پارامتر برخورد، اختلاف چشمگیری نشان می‌دهد. تغییر رادرفورد به درستی به این ترتیب بود که این انحرافها ناشی از تماس بین ذره آلفا و هسته است، و شعاع تقریبی $10^{-15} \times 3$ m را برای هسته آلومینیم به دست آورد. از زمان رادرفورد تاکنون، آزمایشهای پراکندگی جامع فراوانی انجام شده است، که طی آنها ثابت شده است که شعاع هسته با $A^{1/3}$ متناسب است،

$$R = r_0 A^{1/3} \quad (15)$$

که در اینجا

$$r_0 = 1.2 \times 10^{-15} \text{m} \quad (16)$$

یا

$$r_0 = 1.2 \text{ (فرمی)} = 1.2 \text{fm} \quad (17)$$

فرمی یکی از یکاهای طول است: ۱ فرمی = 10^{-15} متر. معادله (۱۵) حکم می‌کند که حجم هسته با A متناسب باشد.

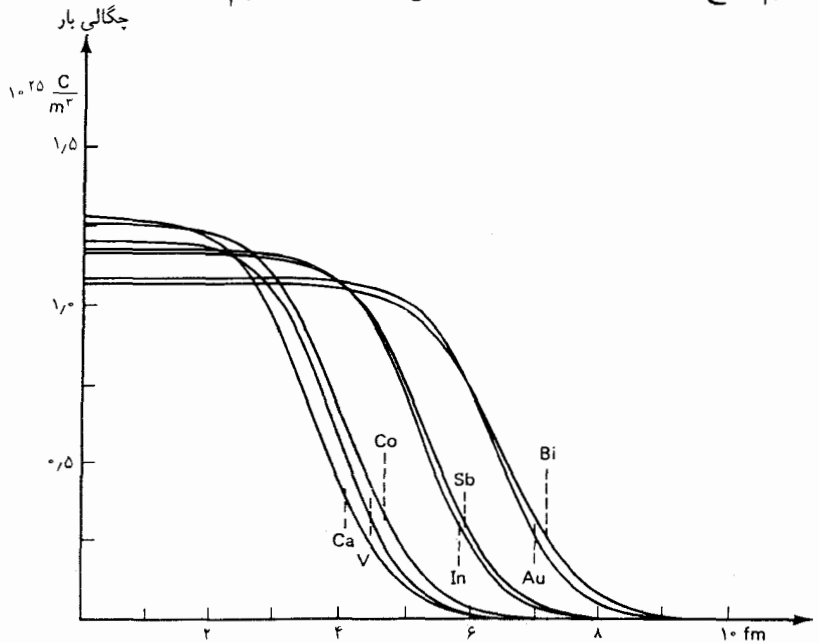
$$\frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} r_0^3 A \quad (18)$$

چون جرم هسته تقریباً با A متناسب است، چگالی ماده هسته‌ای برای تمام هسته‌ها، مقداری ثابت و یکسان است.

جامعترین آزمایشهای پراکندگی در سالهای ۱۹۵۰ توسط هوفستاتر* و

* رابرت هوفستاتر (Robert Hofstadter)، ۱۹۱۵-، فیزیکدان آمریکایی، استاد دانشگاه استانفورد. به خاطر پیشگامیش در تحقیقات مربوط به ساختار هسته و نوکلئون از طریق پراکندگی الکترون، به دریافت جایزه نوبل ۱۹۶۱ نائل آمد.

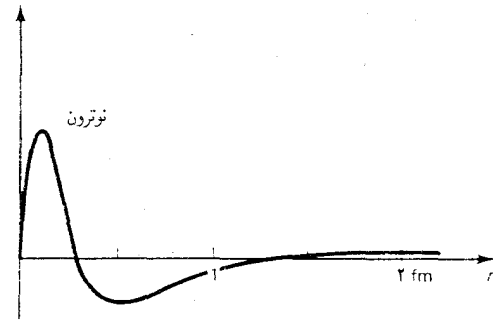
دستیارانش با استفاده از الکترونهاى انرژی بالا انجام شد. در این آزمایشها نه تنها شعاع هسته را تعیین کردند، بلکه چگالی بار در داخل هسته را نیز مورد بررسی قرار دادند. الکترون برای کاوش چگالی بار داخل هسته بسیار مناسب است زیرا میدان نیروی هسته‌ای را لمس نمی‌کند؛ الکترون تنها نیروی الکتریکی وارد از سوی پروتون را لمس و به آسانی به داخل هسته نفوذ می‌کند. شکل ۳.۹ چگالی بار را برای بعضی هسته‌های معمولی به صورت تابعی از فاصله شعاعی نشان می‌دهد. از این شکل پی می‌بریم که سطح هسته به روشنی مشخص نشده است؛ چگالی تدریجاً کم می‌شود و به سمت صفر میل می‌کند. به این ترتیب، مفهوم شعاع هسته که با معادله (۱۵) داده می‌شود تا حدودی مبهم است.



شکل ۳.۹ چگالی بار مربوط به چند هسته، برحسب تابعی از شعاع مطابق آزمایشهای پراکندگی الکترون هوفستاتر. به ازای هر هسته، شعاع $R = r_0 A^{1/3}$ با خط چین مشخص شده است.

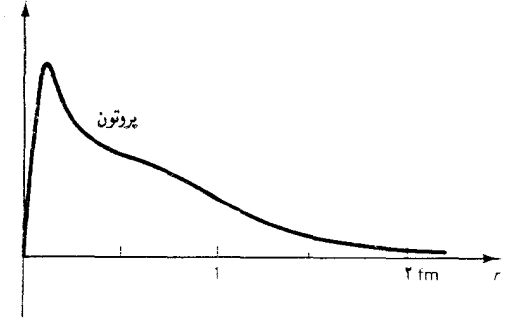
تصادفاً، از آزمایشهای پراکندگی الکترون، برای بررسی چگالی بار در داخل پروتونها و نوترونهای منفرد نیز بهره گرفتند. در شکل ۴.۹ چگالی بارهای به دست آمده از این آزمایشها را مشاهده می‌کنید. چگالی بار پروتون تقریباً به صورت نمایی کاهش می‌یابد (چگالی بار تقریباً متناسب است با $e^{-r/a}$ ، که $a \cong 0.23 \times 10^{-15} \text{m}$). چگالی بار نوترون تشکیل شده است از یک لایه داخلی بار مثبت، که یک لایه بار منفی آن را در برمی‌گیرد، و این لایه به وسیله یک لایه ضعیف بار مثبت محصور شده است؛ البته، بار خالص نوترون صفر است. توجه کنید که توزیع بار مربوط به پروتون و نوترون هر دو از شعاع اسمی $R = 1.7 \times 10^{-15} \text{m}$ مندرج در جدول ۲.۹، تا حدودی تجاوز می‌کند.

چگالی بار) $\times 4\pi r^2$



(ب)

چگالی بار) $\times 4\pi r^2$



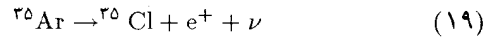
(الف)

از چند روش دیگر در رابطه با تعیین شعاع هسته، نتایج قابل مقایسه با معادله (۱۵) به دست می‌آید. یکی از این آزمایشها متکی بر جابه‌جایی ایزوتوپی خطوط طیفی اتمهاست. توزیع بار هسته یک جابه‌جایی (کوچک) در ترازهای انرژی الکترونی اتم ایجاد می‌کند، زیرا پتانسیل الکتروستاتیکی داخل هسته با پتانسیل بار نقطه‌ای تفاوت دارد. از ایزوهمسته‌ها، و توزیعهای بار هسته‌ای، مربوط به ایزوتوپهای مختلف اندازه‌های متفاوتی دارند، و به مقادیر گوناگون جابه‌جایی می‌انجامند؛ بنابراین خطوط طیفی ایزوتوپها جابه‌جاییهای نسبی قابل مشاهده‌ای را بروز می‌دهند. از این جابه‌جایی خطوط طیفی، می‌توان ابعاد هسته را به دست آورد. می‌توان از روشی مشابه از جابه‌جاییهای ایزوتوپی ترازهای انرژی اتمهای میونی استفاده کرد. اتمهای میونی عبارتند از اتمهایی که در آنها یک میون هسته را دور می‌زند. میون ذره‌ای است با بار و اسپین یکسان با بار و اسپین الکترون، ولی جرمش 207 برابر جرم الکترون است (میونها را می‌شود در واکنشهای انجام شده در برخورد‌های بین ذرات پرانرژی حاصل از یک شتابدهنده با یک هدف، به‌آسانی تولید کرد). جابه‌جاییهای ایزوتوپی مربوط به ترازهای میونی انرژی در آنها خیلی بزرگتر از جابه‌جاییهای مربوط به ترازهای الکترونی انرژی هستند؛ این تفاوت به جهت بیشتر بودن جرم آنهاست. مدار میون 207 مرتبه کوچکتر از مدارهای الکترونی است، و همین کوچکتر بودن مدارها، آنها را نسبت به جزئیات توزیع بار هسته‌ای حساستر می‌کند.

یکی از روشهای قدیمی و خیلی سراسر تعیین شعاع هسته بر مقایسه انرژیهای مربوط به یک زوج هسته‌های آینه‌ای استوار است. هسته‌های آینه‌ای عبارتند از هسته‌هایی که تعداد پروتونهای یکیشان با تعداد نوترونهای دیگری برابر است، و برعکس. مثلاً، ^{35}Cl و ^{35}Ar هسته‌های آینه‌ای هستند؛ ^{35}Cl دارای 17 پروتون و 18 نوترون است، در حالی که ^{35}Ar شامل 18 پروتون و 17 نوترون است. چون نیروهای هسته‌ای تمایزی بین پروتون و نوترون قائل نمی‌شوند (نیروی

شکل ۴.۹ چگالی بار مربوط به صورت تابعی از شعاع (الف) برای پروتون، و (ب) برای نوترون. توجه داشته باشید که، برخلاف شکل ۳.۹، در اینجا محور قائم نمایانگر چگالی بار $\times 4\pi r^2$ است.

مستقل از بار است؛ بخش بعدی را ملاحظه کنید)، انرژی هسته‌ای برای دو هسته آینه‌ای یکسان است. مثلاً سهم ۱۷ پروتون در انرژی هسته‌ای مربوط به ^{35}Cl با سهم ۱۷ نوترون در ^{35}Ar برابر است، و سهم ۱۸ نوترون در انرژی هسته‌ای مربوط به ^{35}Cl با سهم ۱۸ پروتون در ^{35}Ar یکی است. بنابراین، اختلاف انرژی بین هسته‌های آینه‌ای باید ناشی از انرژی الکتروستاتیکی پروتونها باشد، که به شعاع هسته بستگی دارد. به این ترتیب، اندازه‌گیری اختلاف انرژی بین هسته‌های آینه‌ای شعاع هسته را مشخص می‌کند. در مورد ^{35}Cl و ^{35}Ar اختلاف انرژی را می‌توان با دقت خیلی زیاد توسط انرژی آزاد شده در واکنش واپاشی پرتوزایی که ^{35}Ar را با بیرون انداختن یک پاد الکترون (پوزیترون) و یک نوترینو به ^{35}Cl تبدیل می‌کند، اندازه‌گیری کرد،



واکنشهای واپاشی مشابهی در مورد چند هسته آینه‌ای دیگر روی می‌دهد.

مثال ۲. (الف) اختلاف انرژی الکتروستاتیکی بین هسته‌های ^{35}Ar و ^{35}Cl را برحسب تابعی از شعاع هسته بیان کنید.

(ب) از اندازه‌گیریهای مربوط به انرژی پوزیترون آزاد شده در واکنش (۱۹) می‌دانیم که این اختلاف در انرژی الکتروستاتیکی برابر 6.2MeV است. شعاع هسته را محاسبه کنید.

حل (الف) هریک از هسته‌ها را کره‌ای به شعاع R تلقی می‌کنیم. با اتکا به نظریه‌های الکتریسته* می‌دانیم که انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی مربوط به یک کره با بار Ze که به طور یکنواخت در تمام حجم آن توزیع شده است، عبارت خواهد بود از:

$$\frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)^2}{R} \quad (20)$$

برای ^{35}Ar داریم: $Z = 18$ و برای ^{35}Cl داریم: $Z = 17$. بدینسان اختلاف انرژی برابر است با

$$\Delta E = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R} [(18)^2 - (17)^2] = \frac{3}{5} \frac{35}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R} \quad (21)$$

(ب) چون می‌دانیم $\Delta E = 6.2\text{MeV} = 9.9 \times 10^{-13}\text{J}$ ، از معادله (۲۱)

* مثلاً بنگرید به فیزیک آهانیان فصل ۲۶.

می‌رسیم به

$$R = \frac{3}{5} \frac{35}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\Delta E}$$

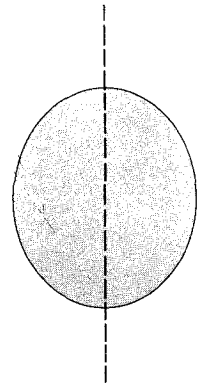
$$= \frac{3}{5} \frac{35}{4\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}} \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{C})^2}{9.9 \times 10^{-13} \text{J}}$$

$$= 4.9 \times 10^{-15} \text{m} = 4.9 \text{fm}$$

این مقدار، نسبت به مقداری که به کمک معادله (۱۵) به دست آوردیم، اندکی بیشتر است. تفاوت را می‌توان به تصحیحات کوانتوم مکانیکی نسبت داد که فرمول (کلاسیکی) (۲۰) مربوط به انرژی الکتروستاتیکی را اصلاح می‌کند. ■

هسته‌ها را از طریق آزمایشهای پراکندگی، با نوترون و با پروتون نیز مطالعه کرده‌اند. تعبیر نتایج این آزمایشها دشوار است، زیرا پروتون و نوترون از طریق نیروهای هسته‌ای با هسته برهم کنش دارد، که بستگی به فاصله آن به خوبی شناخته نشده است (رجوع کنید به بخش بعدی). به علاوه، برخلاف الکترون، نه پروتون و نه نوترون، هیچکدام ذرات نقطه ماندی نیستند؛ از اینجاست که استفاده از آنها به عنوان کاوه پیچیده‌تر می‌شود، زیرا پراکندگی نوترون و پروتون هم به ساختار داخلی خودشان مربوط است و هم به ساختار هسته بستگی پیدا می‌کند. تعیین شعاع هسته به کمک پراکندگی پروتون و نوترون به نتایجی می‌انجامد که از نتایج معادله (۱۵) اندکی بزرگتر است؛ علت این امر احتمالاً آن است که میدان نیروی هسته‌ای تا حدودی به فراسوی هسته کشیده می‌شود.

در بحث خود به طور ضمنی فرض کردیم که هسته‌ها کروی‌اند. این مطلب در مورد اغلب هسته‌ها صادق است؛ ولی، بعضی هسته‌ها بیضیوارند، که اختلاف بین قطر بزرگتر و قطر کوچکتر آن به حدود ۲۰٪ می‌رسد. برخی از این بیضیوارها پخ (تخت شده در امتداد یک محور) هستند، و برخی دیگر کشیده (کشیده شده در امتداد یک محور). مثلاً، در شکل ۵.۹ ایزوتوپ ^{176}Lu نشان داده شده است. اطلاعات مربوط به شکل هسته‌ها از تحلیل دقیق جابه‌جاییهای خطوط طیفی ایزوتوبی استخراج شده است؛ همان گونه که در بالا گفتیم، جابه‌جاییها نسبت به توزیع بار هسته حساس‌اند.



شکل ۵.۹ شکل هسته ^{176}Lu ، یک بیضیوار کشیده.

۳.۹ نیروی «قوی»

از آنجا که پروتونها در داخل هسته در فاصله کمی از همدیگر قرار دارند، نیروی رانشی کولنی بین آنها خیلی بزرگ است. برای آنکه هسته در حالت تعادل قرار

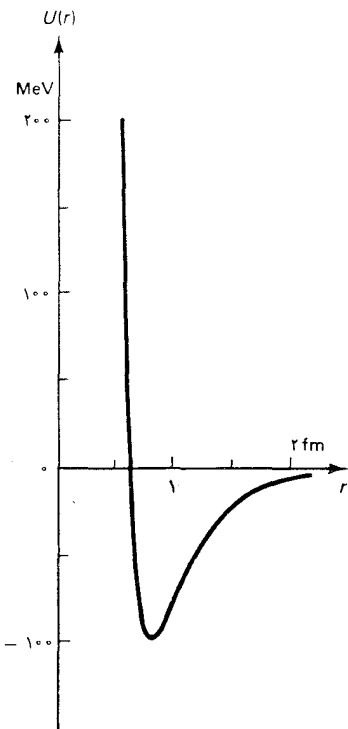
گیرد، این نیرو را باید یک نیروی ربایشی دیگر، نیروی هسته‌ای یا نیروی «قوی»، خشی کند. این نیرو، در قویترین حالت خود، از نیروی کولنی خیلی قویتر است؛ مثلاً، برای دو پروتون، به فاصله مرکز به مرکز 2fm ، نیروی رانشی کولنی 6.0N ، در حالی که نیروی ربایشی قوی در حدود $2 \times 10^3\text{N}$ است. ولی، نیروی قوی فقط در گستره محدودی قوی است؛ در فواصلی بیشتر از 3fm ، نیروی قوی سریعاً به صفر می‌رسد.

یکی از جنبه‌های مهم نیروی قوی، استقلال آن از بار است: نیروی مؤثر بین دو نوکلئون، از اینکه آنها دو پروتون، دو نوترون، و یا یک پروتون و یک نوترون باشند، مستقل است. * جنبه دیگر آن، وابستگی به اسپین است: نیروی بین دو نوکلئون با اسپین موازی نسبت به نیروی بین دو نوکلئون با اسپین پاد موازی، قویتر است. برخلاف نیروی کولنی، که بستگی به فاصله آن به صورت ساده $1/r^2$ است، نیروی قوی به طور خیلی پیچیده‌ای به فاصله وابسته است. در واقع، فرمول نظری دقیق چگونگی وابستگی این نیرو به فاصله معلوم نیست، ولی چند فرمول تقریبی (خیلی آشفته و نابسامان) در این مورد وجود دارد. بنابراین، ما به ارائه یک بحث کیفی در مورد چگونگی وابستگی نیروی قوی به فاصله رضایت می‌دهیم. این نیرو معمولاً به کمک پتانسیلش توصیف می‌شود، زیرا این کمیت است که در معادله شرودینگر دخالت دارد. در شکل ۶.۹ نمودار مربوط به پتانسیل قوی بین دو نوکلئون بر حسب تابعی از فاصله را مشاهده می‌کنید. نوکلئون‌ها دارای اسپین پاد موازی‌اند و تکانه زاویه‌ای مدارای آنها صفر است. این نیرو در گستره یک تا دو فرمی قویاً ربایشی است، و دارای یک مغز رانشی در فواصل کمتر از 0.8fm فرمی است، که در این مورد نوکلئون‌ها عمیقاً در همدیگر نفوذ می‌کنند. میل کردن پتانسیل به صفر در فواصل بیشتر از دو فرمی را به کمک یک تابع نمایی توصیف می‌کنیم،

$$U(r) \cong -10.46\text{MeV} \times \frac{e^{-r/b}}{r/b} \quad (22)$$

که: $b \cong 1.43\text{fm}$. به این پتانسیل، پتانسیل یوکاوا می‌گویند. به علت این رفتار نمایی، پتانسیل و نیرو سریعاً با افزایش فاصله به صفر میل می‌کنند. بدینسان، نوکلئون‌های، مثلاً یک سر هسته اورانیم، مستقیماً نیروی قوی نوکلئون‌های طرف مقابل، و نوکلئون‌های هسته یک اتم هرگز نیروی قوی نوکلئون‌های هسته اتم دیگر را

* بنا بر شواهد تجربی جدید، استقلال از بار نیروهای هسته کاملاً دقیق نیست. ولی جزء وابسته به بار نیرو خیلی کوچک است (کمتر از ۱٪ کل) و معمولاً می‌توان از آن چشم پوشید.



شکل ۶.۹ پتانسیل مربوط به نیروی قوی دو نوکلئون با اسپین پاد موازی و تکانه زاویه‌ای مدارای صفر (حالت 1S_0).

لمس نمی‌کنند، مگر اینکه هسته‌ها در طی یک برخورد خیلی بهم نزدیک شوند. توجه کنید که شکل کلی نمودار مربوط به پتانسیل قوی بین نوکلئونی تا حدودی مشابه پتانسیل بین اتمی نمایش یافته در شکل ۳۰۸ است؛ هر چند که مقیاس اندازه‌گیری مسافت در شکل ۶۰۹ بسیار کوچکتر و مقیاس انرژی بسیار بزرگتر است. این شباهت تصادفی نیست؛ بلکه، منعکس‌کننده شباهت در مکانیسمهایی به شمار می‌آید که نیروهای بین اتمی و بین نوکلئونی را ایجاد می‌کند. نیروی بین اتمی حاصل برهم‌کنش بین اجزای دو اتم است. نیروی قوی بین نوکلئونی حاصل برهم‌کنش بین اجزای دو نوکلئون است. این اجزای زیر نوکلئونی ذراتی کوچک به نام کوارک‌اند. شواهد مربوط به وجود کوارکها را در فصل ۱۱ مورد بحث قرار خواهیم داد؛ در اینجا فقط کافیست بگوییم که هر پروتون یا نوترون از سه کوارک تشکیل شده است. همان‌گونه که در بخش ۱۰۸ دیدیم، مغز رانشی نیروی بین اتمی از طریق اصل طرد از رویهم افتادن تابع موجهای الکترونیهای مربوط به اتمهای نفوذکننده در همدیگر، ناشی می‌شوند. به‌طور مشابه، مغز رانشی نیروی بین نوکلئونی از رویهم افتادن تابع موجهای کوارکهای مربوط به نوکلئونهای نفوذکننده در یکدیگر ناشی می‌شود.

نیروی قوی نیرویی چند جسمی است؛ یعنی، نیروی بین دو نوکلئون در یک هسته به موقعیت تمام نوکلئونهای مجاور دیگر بستگی دارد. در نتیجه، اصل برهم‌نهی خطی در مورد نیروی هسته‌ای صادق نیست؛ یعنی، نمی‌توانیم نیروی خالص وارد بر یک نوکلئون را فقط با جمع برداری نیروهای وارد از طرف هریک از نوکلئونهای دیگر به‌طور منفرد محاسبه کنیم؛ بلکه، هنگام محاسبه نیروی وارد از طرف هریک از نوکلئونهای دیگر، باید در نظر بگیریم که چگونه این نیرو به علت حضور همه نوکلئونهای دیگر اصلاح می‌شود. با دخالت این جنبه نیروی قوی، محاسبات مربوط به سیستمهای چند نوکلئونی به نحو فاحشی دشوار می‌شود، و پیشرفت کند محاسبات نظری خواص هسته نیز تا حد زیادی پیامد همین امر است.

ساده‌ترین سیستمی که می‌توانیم در آن کنش نیروی قوی را مطالعه کنیم دوترون، هسته اتم دوتریم (${}^2\text{H}$ یا ${}^2\text{D}$)^{*} است، که از یک پروتون و یک نوترون مقید به یکدیگر تشکیل شده است. از نظر تجربی انرژی بستگی دوترون را $2/22\text{MeV}$ به‌دست آورده‌اند و تکانه زاویه‌ای خالص آن عبارت است از $J = 1$. این تکانه

* دوتریم را اولین بار هارالد اوری (Harold Urey)، ۱۸۹۳-، شیمیدان آمریکایی، استاد دانشگاههای کلمبیا و شیکاگو، جدا کرد. وی به خاطر این کار به دریافت جایزه نوبل ۱۹۳۴ نائل آمد.

زاویه‌ای کلاً حاصل اسپینهای موازی پروتون و نوترون است. سیستم دارای تکانه زاویه‌ای مداری نیست، یعنی در یک حالت s است*. معادله شرودینگر مستقل از زمان برای چنین سیستمی با تکانه زاویه‌ای صفر به معادله ساده تک بعدی، شامل متغیر شعاعی r ، کاهش می‌یابد،

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + U(r)u(r) = Eu(r) \quad (23)$$

در اینجا، μ جرم کاهش یافته سیستم است (بخش ۳.۴ را ببینید)،

$$\mu = \frac{m_p m_n}{m_p + m_n} \quad (24)$$

برای سادگی، فرض می‌کنیم که پتانسیل یک چاه مربعی به ارتفاع بینهایت در $r = 0$ ، و به ارتفاع محدود U_0 در $r = L$ باشد. (شکل ۷.۹). این چاه مربعی تقریب خامی از پتانسیل واقعی مربوط به نیروی قوی است (شکل ۶.۹).

شکل ۷.۹

قبلاً، در بخش ۳.۶، جواب معادله شرودینگر مربوط به این چاه پتانسیل مربعی را مطالعه کرده‌ایم. ویژه مقدارهای انرژی در معادله (۴۹.۶) صدق می‌کنند،

$$k \cot kL = -\kappa \quad (25)$$

در اینجا

$$k = \sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar^2}} \quad (26)$$

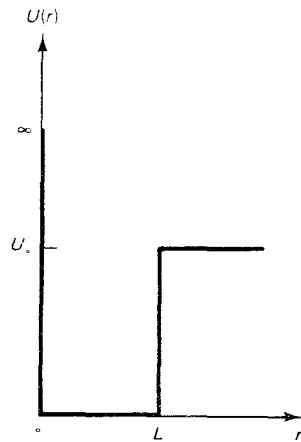
و

$$\kappa = \sqrt{\frac{2\mu(U_0 - E)}{\hbar^2}} \quad (27)$$

$$= \sqrt{\frac{2\mu B}{\hbar^2}} \quad (28)$$

معادله (۲۵) بین E ، U_0 ، و L ارتباط برقرار می‌کند؛ اگر از این سه کمیت، دو کمیت معلوم باشد، می‌توانیم سومی را محاسبه کنیم. همان گونه که قبلاً گفتیم، انرژی بستگی دوترون معلوم است: $B = 2.22 \text{ MeV}$. به علاوه، از آزمایشهای پراکندگی مشخص شده است که $U_0 = 33 \text{ MeV}$ ؛ به طوری که $E = U_0 - B = 30.78 \text{ MeV}$ به این ترتیب استفاده از معادله (۲۵) را برای

* با تجزیه و تحلیل موشکافانه‌ای می‌شود نشان داد که تابع موج دوترون شامل بخش کوچکی از حالت p است. ما در اینجا از این موشکافی چشمپوشی می‌کنیم.



پتانسیل چاه مربعی دوترون.

طبق بحث ۳-۶ برای آن که $U(r)=0$

داخل چاه باشد مقدار ثابتی به

پتانسیل افزوده شده است.

محاسبه عرض چاه مربعی مناسب می‌یابیم،

$$L = \frac{1}{k} \cot^{-1} \left(\frac{-\kappa}{k} \right) \\ = \frac{\hbar}{\sqrt{2\mu E}} \cot^{-1} \left(-\sqrt{\frac{B}{E}} \right) \quad (29)$$

$$= \frac{1.05 \times 10^{-27} \text{ J}\cdot\text{s}}{\sqrt{2 \times 0.837 \times 10^{-27} \text{ kg} \times 4.93 \times 10^{-12} \text{ J}}} \cot^{-1} \left(-\sqrt{\frac{2.22}{30.8}} \right) \\ = 2.13 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (30)$$

شاید انتظار چنین نتیجه‌ای را هم داشتیم؛ این مقدار به‌طور قابل قبولی با برد پتانسیل قوی که در بالا ذکر شد، سازگار است.

ضمناً، یک چاه مربعی با این چنین پارامترهایی تنها یک حالت مقید دارد؛ که این مسئله هم با عدم وجود حالت‌های برانگیخته در دوترون توافق دارد.

۴.۹ مدل قطره مایع

نیروی قوی بین نوکلئون‌ها تاحدودی به نیروی بین مولکولی میان مولکول‌ها شبیه است؛ هر دو نیرو در برد کوتاه ربایشی‌اند و وقتی که مولکول‌ها یا نوکلئون‌ها در هم نفوذ می‌کنند، قویاً رانشی می‌شوند. به‌اعتبار همین شباهت، انتظار داریم که انبوهه‌ای از تعداد زیادی نوکلئون، مثل انبوهه‌ای از تعداد زیادی مولکول، یعنی یک جامد یا یک مایع، رفتار کنند. ثابت می‌شود که تشابه با یک جامد چندان مناسب نیست زیرا انرژی نقطه صفر نوکلئون‌های مقید در وضعیت شبکه‌ای معین به‌طور غیرقابل تصویری زیاد است؛ ولی تشابه با مایع خیلی مناسب است. مغز رانشی مستحکم مربوط به نیروی قوی، «شاره» هسته‌ای را تقریباً تراکم ناپذیر می‌کند، در حالی که ربایش کوتاه‌برد این نیرو، نیروی چسبندگی لازمی را تأمین می‌کند تا شاره را یکپارچه نگه دارد؛ موازنه نیروهای رانشی و ربایشی، نوکلئون‌ها را در فاصله معینی از همدیگر نگه می‌دارد، و شاره چگالی ثابت معینی خواهد یافت. از اینجا به توضیحی کیفی در خصوص چگالی ثابت ماده هسته‌ای، که در بخش ۲۰۹ به آن اشاره شد، دست می‌یابیم.

در مدل قطره مایع برای هسته، که ابتدا توسط نیلس بور پیشنهاد شد، تلاش می‌شود که از شباهت بین یک مایع و یک ماده هسته‌ای بهره گرفته شود. در این مدل هسته را به‌صورت قطره‌ای از شاره هسته‌ای در نظر می‌گیرند. در این مدل

از نوکلئونهای منفرد چشم می‌پوشند و تلاش می‌کنند خواص هسته‌ها را برحسب خواص کلی شاره هسته‌ای توضیح دهند. مثلاً، شکل کروی پذیرفته شده توسط اغلب هسته‌ها در این مدل چنین توضیح داده می‌شود: هر نوکلئونی که بر روی سطح یک قطره از شاره هسته‌ای قرار گرفته باشد، توسط یک نیروی درونسو به داخل حجم کشیده می‌شود و در نتیجه شاره گرایش پیدا می‌کند که سطح خارجی خود را به کمترین مقدار متناسب و سازگار با حجم (ثابت) آن برساند. در مطالعه مایعات، به نیرویی که مقدار سطح خارجی را کاهش می‌دهد کشش سطحی می‌گویند؛ بنابراین تشابه می‌توانیم راجع به کشش سطحی هسته‌ای صحبت کنیم. چون برای یک حجم معین، کره کمترین سطح جانبی را دارد، قطره مایع شکل کروی به خود می‌گیرد.

مدل قطره مایع منجر به فرمول تقریبی ساده‌ای برای انرژی بستگی هسته می‌شود، به کمک این فرمول امکان می‌یابیم که چگونگی وابستگی کلی انرژی بستگی را به A و Z (همان طور که، مثلاً در شکل ۲۰۹ نشان داده شده است) درک کنیم. این فرمول شامل چند جمله است، که آنها را یک به یک مورد بحث قرار می‌دهیم. مهمترین جمله انرژی بستگی وابسته است به پیوندهایی که هر نوکلئون با نزدیکترین همسایگانش برقرار می‌کند. انرژی بستگی با تعداد پیوندها متناسب است؛ چون تعداد همسایه‌های همه نوکلئونها تقریباً باهم برابرند، بنابراین تعداد پیوندها با تعداد نوکلئونها متناسب است. بدینسان، انرژی بستگی باید شامل یک جمله به صورت زیر باشد

$$a_1 A \quad (31)$$

که در آن a_1 ثابتی (مثبت) است که باید از روی مقایسه با داده‌های تجربی تنظیم شود. ولی، در معادله (۳۱) نمی‌توان به حساب آورد که نوکلئونهای روی سطح هسته‌ای تعداد کمتری همسایه و در نتیجه تعداد کمتری پیوند نسبت به نوکلئونهای داخلی حجم دارد. به این ترتیب، معادله (۳۱) را باید با کم کردن جمله‌ای متناسب با تعداد نوکلئونهای روی سطح هسته‌ای اصلاح کرد؛ تعداد نوکلئونهای روی سطح هسته مستقیماً با مساحت رویه $4\pi R^2$ متناسبند. چون $R^2 \propto A^{2/3}$ [معادله (۱۵)]، اصلاح مربوط به انرژی بستگی را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$-a_2 A^{2/3} \quad (32)$$

که a_2 ثابت (مثبت) دیگری است. علامت منفی در معادله (۳۲) حاکی از آن است که این جمله انرژی بستگی را کاهش می‌دهد.

سپس، باید انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی مربوط به پروتونهای داخل هسته را منظور کنیم. اگر تعداد پروتونها Z باشد، کل بار مثبت در داخل هسته عبارت است از $Q = Ze$. فرض می‌کنیم که این بار به طور یکنواخت در سرتاسر حجم هسته توزیع شده باشد، بنابراین، می‌توانیم از فرمول مشهور مربوط به انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی یک کره یکنواخت باردار استفاده کنیم،

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z^2 e^2}{A^{1/3} \times 1/2 \times 10^{-15} \text{m}}$$

$$= \frac{Z^2}{A^{1/3}} \times 1/14 \times 10^{-13} \text{J} \quad (33)$$

می‌توانیم این انرژی را برحسب یکاهای MeV بنویسیم ($1 \text{MeV} = 1/6 \times 10^{-13} \text{J}$) و سهم انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی در انرژی بستگی را به صورت زیر وارد کنیم

$$- \frac{Z^2}{A^{1/3}} \times 0/710 \text{MeV} \quad (34)$$

که در اینجا علت وارد شدن علامت منفی آن است که الکتروستاتیک رانشی انرژی بستگی را کاهش می‌دهد. از آنجا که مقدار در نظر گرفته شده برای شعاع هسته کاملاً قابل اعتماد نیست، برای رعایت جانب احتیاط، معادله (۳۴) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم

$$- a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (35)$$

که a_3 ثابت قابل تنظیم دیگری است.

سرانجام، باید تصحیح کوانتوم مکانیکی را در نظر بگیریم. پروتونها و نوترونها فرمیون‌اند، و از اصل طرد پیروی می‌کنند. پروتونها و نوترونها دارای مجموعه‌های مجزایی از حالت‌های انرژی هستند؛ ترازهای انرژی حالت‌های پروتونی و حالت‌های نوترونی، جز اختلاف انرژی جزئی حاصل از نیروهای کولنی بین پروتونها، تقریباً یکسانند. در هسته‌ای با Z پروتون و $A - Z$ نوترون، پروتونها پایستری‌ترین حالت‌های پروتونی (Z حالت اولیه)، و نوترونها پایستری‌ترین حالت‌های نوترونی ($A - Z$ حالت اولیه)، را اشغال می‌کنند. اگر در هسته‌ای مفروض با عدد جرمی A ، تعداد پروتونها و نوترونها باهم برابر باشند ($Z = A/2$ و $N = A/2$) در این صورت، هم حالت‌های پروتونی و هم حالت‌های نوترونی تا تراز انرژی یکسانی پر خواهند شد. اگر در هسته‌ای تعداد پروتونها و نوترونها برابر نباشند (مثلاً $Z = A/2 + 3$ و $N = A/2 - 3$) در این صورت حالت‌های پروتونی باید تا تراز انرژی بالاتری پر شده باشند؛ این عمل انرژی هسته را افزایش می‌دهد. به این ترتیب، می‌بینیم

که یک هسته «بی تقارن» از نظر تعداد پروتونها و نوترونها، گرایش دارد که نسبت به یک هسته «متقارن» از نظر پروتون و نوترون، انرژی بیشتری داشته باشد. چون فزونی نوترون همان اثری را دارد که فزونی پروتون، افزایش انرژی باید تابع زوجی از اختلاف بین پروتون - نوترون باشد؛ یعنی، باید یک سری توانی با توانهای زوج از $(N - Z)$ ، یا $(A - 2Z)$ باشد. فقط جمله مرتبه دوم از این سری توانی را نگه می‌داریم، به طوری که افزایش انرژی با $(A - 2Z)^2$ متناسب است. این جزء توصیف رضایت بخشی از افزایش انرژی در یک مقدار ثابت A به دست می‌دهد. ولی، قبل از اینکه جمله $(A - 2Z)^2$ را در انرژی بستگی دخالت دهیم، باید اصلاح دیگری را هم در ارتباط با بستگی به A انجام دهیم: افزایش انرژی حاصل از یک فزونی مفروض از پروتونها و نوترونها در صورت بزرگ بودن A کم است. علت این امر آن است که به ازای مقادیر بزرگ A ، ترازهای انرژی مربوطه دارای اعداد کوانتومی بزرگی‌اند و بنابراین، بازه‌های انرژی کوچک هستند. بررسی دقیق کوانتوم مکانیکی نشان می‌دهد که مقدار افزایش انرژی با A نسبت عکس دارد. از اینرو، باید $(A - 2Z)^2$ را در $1/A$ ضرب کنیم، که منجر به عبارت زیر به عنوان جزء دیگری از انرژی بستگی هسته می‌شود:

$$-\frac{a_4 (A - 2Z)^2}{4A} \quad (36)$$

در اینجا یک علامت منفی وارد کرده‌ایم، زیرا افزایش در انرژی منجر به کاهش در انرژی بستگی می‌شود. معادله (۳۶) را معمولاً انرژی بی تقارنی می‌گویند. انرژی بستگی کل هسته برابر است با مجموع معادلات (۳۱)، (۳۲)، (۳۵) و (۳۶)*

$$B = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(\frac{1}{2}A - Z)^2}{A} \quad (37)$$

مقدار ثابتهای a_1 ، a_2 ، a_3 ، a_4 باید از داده‌های تجربی تعیین شود؛ اگر این ثابتها را چنان تعیین کنیم که بهترین برازش بین معادله (۳۷) و داده‌های تجربی

* یک جمله دیگر که معمولاً در فرمول انرژی بستگی منظور می‌شود، انرژی تزیج است. انرژی تزیج برای منظور کردن این مشاهده تجربی است که: هسته‌هایی که تعداد پروتونها و تعداد نوترونهای آنها زوج است، نسبت به هسته‌های دارای پروتونها یا نوترونها با تعداد فرد، مستحکمترند. جمله مربوط به انرژی تزیج چنین است: $1/2[1 + (-1)^A](-1)^Z \times 0.010A^{-1/2} \text{ MeV}$. در اینجا از این جمله چشم می‌پوشیم، زیرا خیلی کوچک است و هیچگونه توجیه ساده نظری برای آن وجود ندارد.

موجود در مورد انرژیهای بستگی را ارائه دهد، داریم

$$a_1 = 15,753 \text{ MeV} \quad (38)$$

$$a_2 = 17,804 \text{ MeV} \quad (39)$$

$$a_3 = 0,7103 \text{ MeV} \quad (40)$$

$$a_4 = 94,77 \text{ MeV} \quad (41)$$

با این ثابتها معادله (۳۷) به صورت زیر درمی‌آید

$$B = \left[15,753A - 17,804A^{2/3} - 0,7103 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 94,77 \frac{\left(\frac{1}{2}A - Z\right)^2}{A} \right] \text{ MeV} \quad (42)$$

به این عبارت فرمول نیمه تجربی وایسکر* برای انرژی بستگی گفته می‌شود. توجه داشته باشید که جنبه کلی این فرمول بر مباحث نظری استوار است، ولی ثابتها را از داده‌های تجربی برگرفته‌ایم.

چون معمولاً انرژیهای بستگی هسته‌ای را از طریق کاستی جرم هسته‌ای اندازه‌گیری می‌کنند، بهتر است که معادله (۴۲) را برحسب یکای جرم بنویسیم. با انرژی بستگی هسته‌ای B کاستی جرمی به اندازه $\Delta m = B/c^2$ نتیجه می‌شود. بدینسان جرم هسته‌ای با Z پروتون و $A - Z$ نوترون عبارت است از: $Zm_p + (A - Z)m_n - B/c^2$. از آنجا که در جدولهای مربوط به جرمها معمولاً جرم اتمی یک ایزوتوپ (و نه جرم هسته) را درج می‌کنند، افزودن جرم Z الکترون به این عبارت لازم است. مجموع $Zm_p + Zm_e$ برابر است با: Zm_H . به این ترتیب، فرمول نیمه تجربی برای جرم یک ایزوتوپ عبارت است از:

$$M = Zm_H + (A - Z)m_n - \frac{B}{c^2} \quad (43)$$

که این رابطه با قراردادن مقادیر $m_n = 1,008665 \text{ u}$ ، $m_H = 1,007825 \text{ u}$ و $1 \text{ MeV}/c^2 = (1/931,502) \text{ u}$ ، به صورت زیر درمی‌آید،

$$M = 1,008665A - 0,000840Z - \left[0,016911A - 0,019113A^{2/3} - 0,0007625 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 0,10174 \frac{\left(\frac{1}{2}A - Z\right)^2}{A} \right] \quad (44)$$

* کارل فریدریخ فون وایسکر (Carl Friedrich Von Weizsäcker)، ۱۹۱۲ -

فیزیکدان نظری آلمانی، استاد دانشگاه هامبورگ.

منحنی هموار شکل ۲۰۹، عبارت است از نمودار انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون، یعنی B/A ، که از فرمول نیمه تجربی (۴۲) محاسبه شده است. مقادیر A و Z را که برای محاسبه (۴۲) به کار گرفته شده اند، از جدول ایزوتوپهای پایدار (یا پایدارترین) ایزوتوپها برگرفته ایم. نقطه های مشخص شده در شکل ۲۰۹ مقادیر عملاً مشاهده شده مربوط به انرژی بستگی را نشان می دهند. جز در مورد هسته هایی که برای آنها مقدار A کوچک است، و انتظار نمی رود که برای آنها مدل قطره مایع تقریب خوبی باشد، زیرا تعداد ذرات خیلی کمتر از آن است که یک مایع نسبتاً یکنواخت را به وجود آورد، سازگاری بین معادله (۴۲) و مشاهدات تجربی بسیار مطلوب است.

بیشینه گسترده موجود در منحنی انرژی بستگی در نزدیکی $A = 56$ ، از مجموع آثار مربوط به انرژی سطحی [جملة دوم در معادله (۴۲)] و انرژی الکتروستاتیکی [جملة سوم در معادله (۴۲)] حاصل می شود. در هسته های سبک (A و Z کوچک)، کسر نسبتاً بزرگی از نوکلئونها روی سطح هسته قرار دارند، و انرژی سطحی بخش مهمی از انرژی بستگی را تشکیل می دهد؛ چون انرژی سطحی در معادله (۴۲) با علامت منفی وارد می شود، انرژی بستگی کوچک می شود. در هسته های سنگین (A و Z بزرگ)، انرژی الکتروستاتیکی جزء مهمی از انرژی بستگی به شمار می آید؛ در اینجا نیز چون انرژی الکتروستاتیکی با علامت منفی در معادله (۴۲) وارد می شود، انرژی بستگی را کاهش می دهد. هسته های با مقادیر متوسط A و Z به طور نسبی انرژی سطحی و الکتروستاتیکی کمتری دارند؛ از اینرو این هسته ها بیشترین مقدار انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون را کسب می کنند.

توجه داشته باشید که انرژی الکتروستاتیکی با Z^2 متناسب است. به این ترتیب، اگر بخواهیم Z را افزایش داده و A را ثابت نگه داریم، انرژی بستگی سرانجام منفی خواهد شد؛ یعنی، هسته از قید آزاد می شود و تحت تأثیر شکنندگی نیروی کولنی از هم می پاشد. هسته ای که برای آن Z بزرگ است فقط در صورتی مقید می ماند که A خیلی بزرگتر باشد، به طوری که جملة اول معادله (۴۲) جملة سوم را جبران کند؛ یعنی نیروهای ربایشی هسته ای بر نیروهای رانشی کولنی نظارت می کنند. چنین مقدار بزرگی برای A مستلزم حضور تعداد خیلی زیادی نوترون در هسته است؛ مثلاً ^{238}U شامل ۱۴۶ نوترون و فقط ۹۲ پروتون است. وجود نوترونها برای رقیق کردن غلظت پروتونها در قطره مایع، و از آن رو کاهش اثر رانش کولنی، ضروری است. وضعیت مربوط به ^{238}U یک وضعیت نوعی

است؛ تمام هسته‌های سنگین جهت حفظ پایداریشان به نوترون مازاد خیلی بیشتری نیاز دارند. برای هسته‌های سبک، آثار کولنی اهمیت کمتری دارند و برای حفظ پایداریشان احتیاج به نوترون مازاد خیلی زیادی ندارند.

برای ارائه یک بحث کمی در مورد فراوانی پروتونها و نوترونها، هسته‌هایی را در نظر بگیرید که عدد جرمی معلومی مانند A دارند، ولی عدد اتمیشان Z ، متفاوت است (چنین هسته‌هایی را ایزوبار می‌گویند). اگر یکی از این نوع هسته‌ها بیش از حد نوترون داشته باشد، از نظر انرژی مقرون به صرفه است که یک نوترون را از طریق واکنش واپاشی β به پروتون تبدیل کند،



همان گونه که در بخش ۱۰.۹ بیان شد، در داخل هسته این واکنش معمولاً از طریق اصل طرد فرونشانده می‌شود؛ اما اگر تعداد نوترونها نسبت به تعداد پروتونها به اندازه کافی بیشتر باشد، در آن صورت واکنش (۴۵) به وسیله کاهش انرژی بی‌تقارنی رایج می‌شود. از سوی دیگر، اگر هسته زیاده از حد پروتون داشته باشد، در آن صورت از نظر انرژی مقرون به صرفه است که یک پروتون را از طریق واکنش زیر به نوترون تبدیل کند، که مستلزم بیرون انداختن یک پاد الکترون و یک نوترینو است،



این واکنش را واپاشی β^+ می‌گویند. چون مجموع جرمهای m_n و m_e بیشتر از جرم m_p است، انجام این واکنش برای یک پروتون آزاد ناممکن است. ولی، در داخل هسته این واکنش با کاهش انرژی کولنی حاصل از ناپدید شدن یک پروتون صورت می‌گیرد.

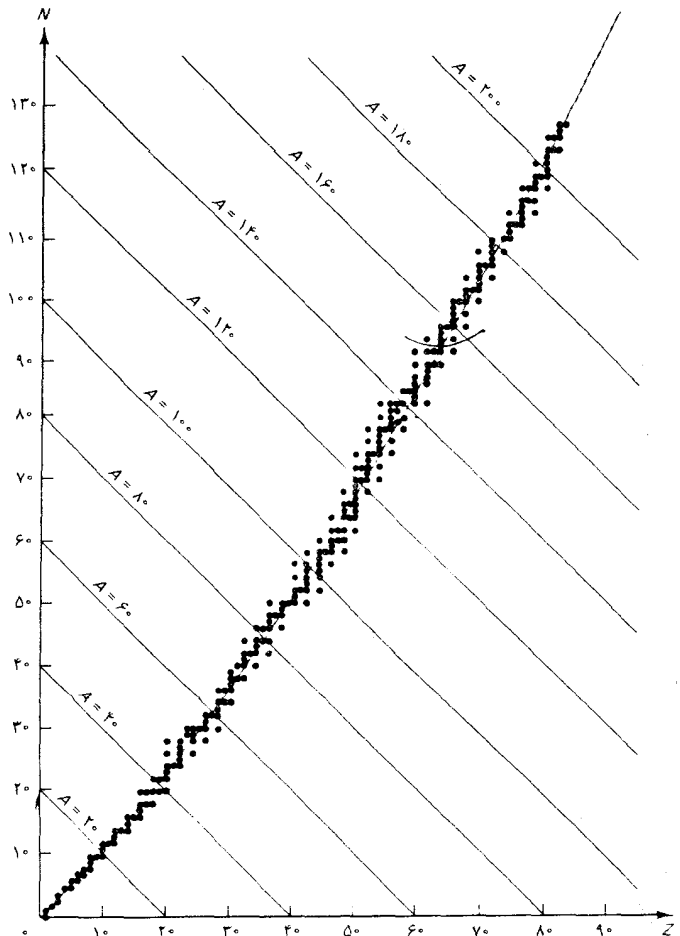
از این مطالب نتیجه می‌گیریم که هسته‌هایی که بیش از حد نوترون دارند، به واپاشی β^- گرایش نشان می‌دهند، و هسته‌هایی که بیش از حد پروتون دارند مایلند واپاشی β^+ را از سر بگذرانند. با بررسی شکل ۱۰.۹ پی می‌بریم که، در واقع، هسته‌های پایتتر از ناحیه پایدار گسیلنده β^- ، و هسته‌های بالاتر گسیلنده β^+ هستند. مثلاً، ^{14}C گسیلنده β^- و ^{11}C گسیلنده β^+ است. تنها هسته‌های پایدار آنهایی‌اند که برای هیچیک از فرایندهای گسیل، انرژی کافی ندارند. به‌ازای هر مقدار مفروض A ، پایدارترین هسته، هسته‌ای است با حداقل انرژی، یا حداقل جرم. این هسته را می‌توانیم برابر با صفر قرار دادن مشتق $\partial M / \partial Z$ ، از فرمول جرم تعیین کنیم:

$$\begin{aligned} 0 = \frac{\partial M}{\partial Z} &= -0,0000840 + 0,00015250 \frac{Z}{A^{1/2}} \\ &\quad - 0,20384 \frac{\left(\frac{1}{2}A - Z\right)}{A} \quad (47) \end{aligned}$$

جمله ثابت $-0,0000840$ در مقایسه با دو جمله دیگر چشم پوشیدنی است و می توان آن را حذف کرد. این معادله را برای Z حل می کنیم، و داریم

$$Z = \frac{A}{2 + 0,01499A^{1/2}} \quad (48)$$

بازای مقادیر کوچک A ، $Z \simeq A/2$ ؛ اما بازای مقادیر بزرگ A ، Z به نحو فاحشی از $A/2$ کوچکتر و N به طور چشمگیری از $A/2$ بزرگتر است. در شکل ۸.۹ نمودار مقادیری از Z و N را مشاهده می کنید که در این معادله صدق می کنند. نقطه ها مقادیر Z و N را برای تمام هسته های پایدار نشان می دهند. آشکار است



شکل ۸.۹ نمودار Z برحسب N که ایزوبار حداقل جرم را نشان می دهد. نقطه ها مقادیر Z و N را برای همه هسته های پایدار نشان می دهند.

که، منحنی نیمه تجربی، به بهترین نحوی با مقادیر مشاهده شده منطبق است. می‌بینیم که فراوانی نوترون در هسته‌های سنگین را می‌توان به خوبی از مدل قطره مایع نتیجه گرفت.

۵.۹ مدل پوسته‌ای

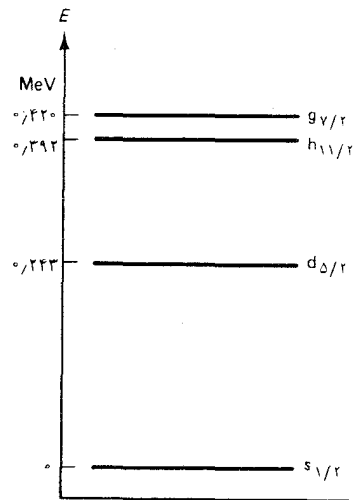
هرچند مدل قطره مایع در توضیح روند کلی مربوط به انرژی بستگی به صورت تابعی از Z و N بسیار موفق است، اما در ارائه جزئیات خواص هسته‌ها توفیق چندانی ندارد؛ برای بررسی جزئیات خواص هسته، به نظریه کوانتومی مربوط به ساختار هسته‌ای نیازمندیم. اهمیت آثار کوانتومی در هسته از کوانتس مشاهده شده‌ی مربوط به تکانه زاویه‌ای آشکار است: اسپین هر هسته مضربی از $\frac{\hbar}{2}$ است، که برای هر سیستمی متشکل از پروتونها و نوترونها چنین انتظار می‌رود. مثلاً، در شکل ۹.۹ ترازهای انرژی مربوط به چند حالت برانگیخته ^{111}Cd را مشاهده می‌کنید. این حالتها، با حالت‌های برانگیخته‌ی اتم شبیه است؛ اگر هسته در یکی از حالت‌های بالاتر باشد با گسیل یک فوتون برانرژی یا پرتو γ ، به حالت پایبتری گذر می‌کند.

اهمیت آثار کوانتومی را می‌توانیم با یک مقایسه ساده از انرژی‌های بستگی هسته‌ها نیز تشخیص دهیم. اگر Z یا N یا هر دو مقادیر زیر را داشته باشند،

$$\boxed{2, 8, 14, 20, 28, 50, 82, \text{ یا } 126} \quad (49)$$

انرژی بستگی مشاهده شده بسیار زیاد، زیادتر از میزان پیش بینی شده از مدل قطره مایع، است. اعداد بالا را اعداد جادویی می‌گویند. هسته‌هایی با این تعداد Z یا N فوق العاده پایدارند؛ این هسته‌ها تقریباً به گازهای نادر شبیه‌اند. می‌دانیم که گازهای نادر توسط پوسته‌های پر شده از الکترون مشخص شده‌اند، و بنابراین انتظار داریم که پوسته‌های پر شده از پروتون یا نوترون، هسته‌هایی با اعداد جادویی را مشخص کنند.

در مدل پوسته‌ای هسته می‌کوشیم ترازهای انرژی پروتونها و نوترونهای موجود در هر هسته را با این فرض محاسبه کنیم که نیروی هسته‌ای خالص اعمال شده بر هر نوکلئون را می‌توان تقریباً با یک نیروی مرکزی میانگین برابر گرفت. به این ترتیب، در مدل پوسته‌ای تلاش در این جهت صورت می‌گیرد که از محاسبه ترازهای انرژی اتمی مربوط به اتمهای چند الکترونی، که در بخش ۴.۷ توصیف کردیم، تقلید



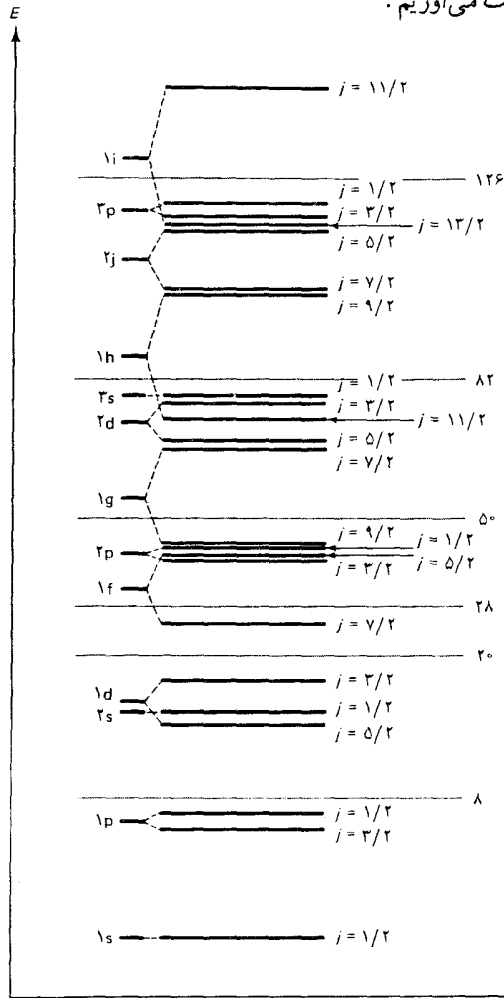
شکل ۹.۹ ترازهای انرژی مربوط به پایبترین حالت‌های برانگیخته ^{111}Cd .

کند. اما محاسبات مربوط به ترازهای انرژی هسته‌ای پیچیدگیهای عجیب و فراوانی دارد. مثلاً، الکترون در اتم (عمدتاً) در فضای تهی حرکت می‌کند، و بنابراین حالت مداری کاملاً مشخصی دارد؛ در حالی که نوکلئون در هسته ناگزیر است راهش را از میان جمعیتی متراکم از نوکلئونهای دیگر باز کند، که پیوسته با آنها برخورد می‌کند. به این ترتیب به نظر می‌رسد که نوکلئون مرتباً پراکنده می‌شود، و بدینسان نمی‌تواند حالت مداری کاملاً مشخصی داشته باشد. ولی، در اینجا به کمک اصل طرد از این گرفتاری نجات پیدا می‌کنیم: تمام حالت‌های کوانتومی کم انرژی توسط سایر نوکلئونها پر شده است، و از آنرو حالت نوکلئون برخورد کننده نمی‌تواند تغییر کند؛ نمی‌تواند پراکنده شود. تنها در نزدیکی سطح هسته‌ای، که سایر نوکلئونها از انباشتگی کمتری برخوردارند، نوکلئون می‌تواند پراکنده شود. از مطلب فوق به این نتیجه می‌رسیم که میانگین پتانسیل مرکزی باید شبیه یک چاه مربعی باشد، که در داخل حجم هسته‌ای تقریباً هیچ نیرویی وارد نمی‌آورد و در نزدیکی سطح هسته‌ای یک بازگرداننده قوی اعمال می‌کند.

برخی پیچیدگیهای دیگر مدل پوسته‌ای کمتر به یک راه حلی نظری تن در می‌دهند. در هر اتم، رابیشی کولنی که هسته ایجاد می‌کند، نیروی غالب را فراهم می‌آورد که همه الکترونها را در یک بیکربندی مرکزی میانگین نگه می‌دارد، به طوری که مشارکت الکترونی در پتانسیل نیز مرکزی است. در هسته، هیچ جسم مرکزی حاکمی وجود ندارد. بنابراین، یک تک نوکلئون چرخان می‌تواند بیکربندی متوسط مربوط به سایر نوکلئونها را مختل کند، و پتانسیل مرکزی را تغییر دهد. به علاوه، در اتم سهم هر الکترون در پتانسیل معلوم است (پتانسیل کولنی)، و بنابراین پتانسیل خالص مربوط به هر بیکربندی الکترونی را می‌توان محاسبه کرد. در هسته، شکل دقیق مشارکت هر نوکلئون نامعلوم است. به این ترتیب، مدل پوسته‌ای باید بر حدسی هوشیارانه برای پتانسیل خالص متکی باشد که برای آن هیچگونه توجیه نظری دیگری ارائه نمی‌دهد.

در محاسبات اولیه مربوط به مدل پوسته‌ای تلاش کردند ترازهای انرژی هسته‌ای را بر چاهی مربعی به عمق 40 MeV ، و شعاعی قابل مقایسه با شعاع هسته‌ای، انطباق دهند. ترازهای انرژی حاصل از این محاسبات هیچ شباهتی به ترازهای مشاهده شده نداشت. محاسبات انجام شده برای چاههای پتانسیل با شکلهایی دیگر، به هیچ گونه نتیجه بهتری نینجامید. سرانجام این مسئله را چن

نوترونها و یکی برای پروتونها* در حالت پایه هسته‌ای با N نوترون و Z پروتون، پایتترین N حالت در نمودار نوترون و پایتترین Z حالت در نمودار پروتون اشغال شده‌اند. ستون منتها الیه سمت راست شکل ۱۰.۹، تعداد حالت‌های موجود (شامل حالت‌های اسپینی) هر تراز انرژی را به دست می‌دهند. از بررسی این نمودار روشن می‌شود که وقتی تعداد کلی مربوط به نوترونها یا مربوط به پروتونها برابر ۲، ۸، ۱۴، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲، یا ۱۲۶ می‌شود، گاف فوق‌العاده بزرگی بین ترازهای انرژی به وجود می‌آید. به این ترتیب، با مدل پوسته‌ای، اعداد جادویی مشاهده شده را به دست می‌آوریم.



شکل ۱۰.۹ نظم متوالی ترازهای انرژی یک نوکلئون در چاه مربعی. در سمت چپ، ترازهای انرژی بدون برهم کنش اسپین - مدار ارائه شده است؛ سمت راست ترازها را با منظور کردن برهم کنش اسپین مدار به دست می‌دهد. ترازها انرژی یک پوسته را، وقتی که تمام پوسته‌های زیر آن پرو تمام پوسته‌های بالاتر آن خالی‌اند، نشان می‌دهند. اعدادی که در ستون منتها الیه سمت راست آمده‌اند، تعداد کل نوکلئونهای لازم برای پر کردن پوسته‌های زیر خطوط کم رنگ را نشان می‌دهد.

نمودار تراز انرژی مربوط به پروتونها در واقع با نمودار مربوط به نوترونها، به اعتبار برهم کنش الکتریکی اضافی، تفاوتی اندک دارد. ولی ما از این تصحیح چشم می‌پوشیم.

مدل پوسته‌ای مقادیر مشاهده شده مربوط به اسپین هسته‌ای را نیز به دست می‌دهد، مشروط بر آنکه نوکلئونها را مطابق قاعدهٔ زیر در پوسته‌ها قرار دهیم. هرگاه تعداد زوجی نوترون یا پروتون در یک حالت کوانتومی با تکانهٔ زاویه‌ای یکسان l و z باشند، تکانهٔ زاویه‌ای ترکیب آنها یعنی، تکانهٔ زاویه‌ای خالص آنها، صفر است. از این قاعده نتیجه می‌گیریم که برای هر هسته‌ای که Z زوج و N زوج باشد، اسپین الزاماً صفر است؛ مثلاً، اسپین ^{16}O صفر است. این قاعده همچنین حاکی از آن است که برای هسته‌ای با Z فرد یا N فرد، اسپین کلاً ناشی از این آخرین نوکلئون فرد در بالاترین حالت پراست؛ مثلاً، اسپین ^{15}O برابر $1/2$ است. از مقادیر l و z مربوط به تک نوکلئون می‌توانیم ضریب g و گشتاور مغناطیسی را محاسبه کنیم. ولی، محاسبهٔ ضریب g به فرمول لانده [معادلهٔ (۳۴.۷)]، از گونهٔ اندکی اصلاح شده، نیاز دارد، زیرا گشتاور مغناطیسی پروتون (یا نوترون) غیر عادی است؛ یعنی، تا حدودی با $e\hbar/(2m_p c)$ تفاوت دارد (جدول ۲۰.۹ را ببینید).

برهم کنش مغناطیسی گشتاور مغناطیسی هسته‌ای با تکانهٔ زاویه‌ای الکترونها به ساختار فوق ریز خطوط طیفی آنها، منجر می‌شود. چگونگی ایجاد چندتاییهای ساختار فوق ریز مشابه چگونگی به وجود آمدن چندتاییهای ساختار ریز است (بخش ۱۰.۷ را ملاحظه کنید)، که در آن اسپین هسته‌ای I نقش اسپین الکترون S را برعهده می‌گیرد.

مثال ۳. از تجزیه و تحلیل ساختار فوق ریز خطوط طیفی در نورگسیلیده از اتمهای ^{14}N مشاهده می‌شود که حالت پایهٔ این اتم به سه تراز نزدیک به هم شکافته می‌شود. اسپین هستهٔ ^{14}N را تعیین کنید.

حل تکانهٔ زاویه‌ای الکترونها J و تکانهٔ زاویه‌ای هسته I است. تکانهٔ زاویه‌ای کل عبارت است از مجموع این دو کمیت $F = J + I$. بنا بر قواعد معمول مربوط به جمع تکانه‌های زاویه‌ای، مقادیر ممکن برای عدد کوانتومی F عبارتند از

$$I \leq J \text{ اگر } J + I, J + I - 1, \dots, J - I$$

یا

$$J < I \text{ اگر } I + J, I + J - 1, \dots, I - J$$

به این ترتیب، در حالت اول، $2I + 1$ حالت متفاوت برای تکانهٔ زاویه‌ای کل ممکن است، و در حالت دوم تعداد این حالتها $2J + 1$ است. برهم کنش گشتاور مغناطیسی هسته‌ای با تکانهٔ زاویه‌ای الکترونها به این حالتها انرژیهای متفاوتی می‌دهد و به شکافتگی مشاهده شده در حالت پایه می‌انجامد. چون تجزیهٔ طیف‌نمایی حاکی است که حالت پایه به سه

حالت شکافته می‌شود، نتیجه می‌گیریم که $2I + 1 = 3$ ، وگرنه $2J + 1 = 3$ ، یعنی، $I = 1$ ، یا در غیر این صورت، $J = 1$ ، اما می‌دانیم که حالت پایهٔ مربوط به الکترونها در اتم ازت عبارت است از: $J = 3/2$ (جدول ۲۰۷ را ببینید). به این ترتیب، تنها امکان قابل قبول عبارت است از $I = 1$. ■

۶.۹ تشدید مغناطیسی هسته NMR

با بهره‌گیری از برخی آزمایشهای اشترن - گرلاخ گشتاور مغناطیسی هسته‌ها را مستقیماً اندازه گرفته‌اند. ولی، دقیقترین اندازه‌گیریهای مربوط به گشتاورهای مغناطیسی با روش تشدید مغناطیسی هسته انجام شده است، که بر تعیین بسامد تشدید برای گذار بین حالت‌هایی با آرایشهای اسپینی متفاوت مربوط به هسته در یک میدان مغناطیسی، متکی است. اگر هسته‌ای با گشتاور مغناطیسی μ در یک میدان مغناطیسی بکنواخت B_z در امتداد z قرار گیرد، در این صورت انرژی عبارت است از*

$$U = -\mu_z B_z \quad (50)$$

گشتاور مغناطیسی μ_z بر طبق قاعده متعارف کوانتیده می‌شود [معادله (۳۳.۷)]

$$\mu_z = gm_I \frac{e\hbar}{4\pi m_p}, \quad m_I = I, I-1, \dots, 1-I, -I \quad (51)$$

در اینجا g عبارت است از ضریب g مربوط به هسته. از اینرو، ترازهای انرژی هسته در میدان مغناطیسی عبارتند از

$$U = -gm_I \frac{e\hbar}{4\pi m_p} B_z, \quad m_I = I, I-1, \dots, 1-I, -I \quad (52)$$

اختلاف انرژی بین ترازهای انرژی مجاور هم عبارت است از $\Delta U = -ge\hbar B_z / (4\pi m_p)$ ، و بسامد متناظر با چنین گذاری به این قرار است

$$\nu = \frac{\Delta U}{h} = g \frac{e}{4\pi m_p} B_z \quad (53)$$

در میدانی مغناطیسی به شدت $0.17T$ ، این بسامد از مرتبه 10MHz است، که

* توجه داشته باشید که فرض می‌کنیم هسته از پدیده زیمان «عادی» پیروی می‌کند. این تقریب خوبی است، چون جفت‌شدگی بین گشتاور مغناطیسی هسته‌ای و تکانهٔ زاویه‌ای الکترونها نسبتاً ضعیف است؛ حتی میدان مغناطیسی نسبتاً ضعیفی (مثلاً، $0.17T$) برای شکستن این جفت‌شدگی کافی است.

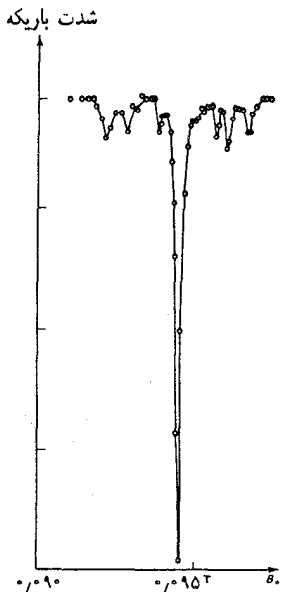
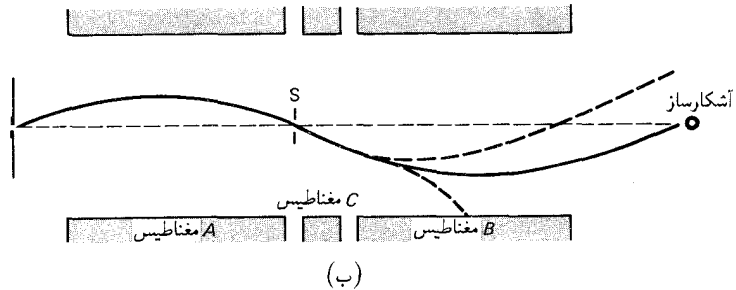
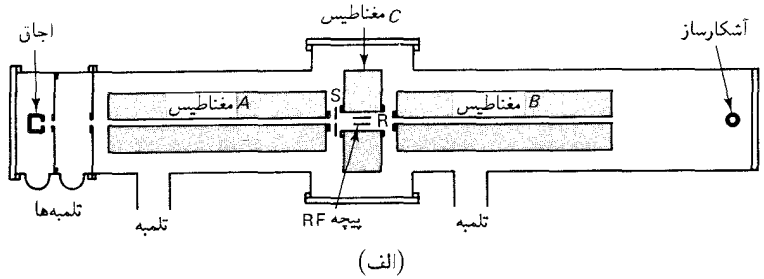
در گستره بسامدهای رادیویی قرار دارد. به این ترتیب گذار به پایین از ترازوی بالاتر به ترازوی پایینتر، مستلزم گسیل امواج رادیویی است، و گذار به بالا از ترازوی پایینتر به ترازوی بالاتر، متضمن جذب امواج رادیویی است. ولی، گذار را نه تنها می‌توان به وسیله میدان مغناطیسی نوسانی یک موج رادیویی آغاز کرد، بلکه این کار را می‌شود به همان خوبی توسط هر میدان مغناطیسی نوسانی با بسامد درست انجام داد.

تشدید مغناطیسی هسته بر یک میدان مغناطیسی نوسانی متکی است که با میدان مغناطیسی یکنواخت B زاویه قائمه می‌سازد. این میدان مغناطیسی نوسانی عرضی را پیچه‌ای تولید می‌کند که نمونه حاوی اسپینهای هسته‌ای را احاطه کرده است. این پیچه به وسیله نوسان کننده بسامد رادیویی راه‌اندازی می‌شود. وقتی بسامد این میدان مغناطیسی با بسامد طبیعی (۵۳) مربوط به گذار از یک تراز انرژی به تراز بعدی منطبق می‌شود، اسپینها به طور تشدید از میدان مغناطیسی انرژی جذب یا به وسیله گسیل تحریک شده انرژی آزاد می‌کنند، و آنها گذارهایی انجام می‌دهند که آرایششان را تغییر می‌دهد. این شرط تشدید را می‌توان به کمک یکی از چند روش تجربی آشکارسازی کرد: تشدید باریکه مولکولی، تشدید جذبی، یا تشدید القایی.

روش تشدید باریکه مولکولی توسط رابی* و همکارانش ابداع شد؛ این روش رابطه بسیار نزدیکی با آزمایش اشترن - گراخ دارد. در دستگاههای نموده شده در شکل ۱۱۰۹، از دو مغناطیس طولانی یکسان A و B استفاده می‌شود. که میدانهای مغناطیسی ناهمگن را، مانند آزمایش اشترن - گراخ، تولید می‌کنند. مغناطیس دومی سروه قرار داده شده است، به طوری که شیب میدان مغناطیسی در این مغناطیس برخلاف شیب در مغناطیس اول است. مغناطیس کوتاه سومی، C ، بین این دو مغناطیس قرار داده شده است. این مغناطیس میدان مغناطیسی یکنواخت قائم B را تأمین می‌کند. یک پیچه یا حلقه سیم که بین دو قطب این مغناطیس سوم قرار گرفته است، میدان مغناطیسی نوسانی افقی را ایجاد می‌کند. باریکه مولکولها در طول گاف بین دو قطب مغناطیسها، در شکل ۱۱۰۹ از سمت چپ به سمت راست حرکت می‌کند. اگر بسامد میدان نوسانی افقی در تشدید با بسامد طبیعی (۵۳) قرار نداشته باشد، مولکولها بدون تغییر سمتگیری اسپینهایشان از میان مغناطیس C می‌گذرند. چنین مولکولهایی

* ايسيدور ايساک رابی (Isidor Isaac Rabi)، ۱۸۹۸ - ، فزیکدان تجربی امریکایی، استاد دانشگاه کلمبیا. او به خاطر تحقیقاتش درباره تشدید مغناطیسی هسته با باریکه‌های مولکولی، به دریافت جایزه نوبل ۱۹۴۴ نائل آمد.

شکل ۱۱.۹ (الف) ابزار مربوط به باریکه مولکولی که رابی برای آزمایشهای مربوط به تشدید مغناطیسی هسته به کار برد. باریکه مولکولی که از کوره واقع در سمت چپ گسیل می شود، از میان مغناطیسهای A، B و C می گذرند. (ب) مسیر یک مولکول در گافهای بین قطبهای مغناطیسیها (فاصله قائم به منظور وضوح بیشتر، خیلی بزرگ شده است). خط پر مسیر مولکولهایی را نشان می دهد که اسپینشان تغییر نکرده است. خط چینها مسیر مولکولهایی را نشان می دهند که سمتگیری اسپین آنها در گذار از میان مغناطیس C تغییر یافته است.



شکل ۱۲.۹ شدت باریکه مولکولهای HD برحسب تابعی از شدت میدان مغناطیسی بکخواخت B. بسامد میدان مغناطیسی نوسانی عرضی در ۴,۰۰۰ MHz ثابت نگه داشته شده است.

دقیقاً متحمل انحرافهای متضادی در داخل دو مغناطیس A و B [شکل ۱۱.۹ (ب) را ببینید] می شوند و بنابراین بدون هیچگونه انحرافی خارج می شوند، و به آشکارساز D اصابت می کنند. ولی، اگر بسامد میدان مغناطیسی افقی نوسانی با بسامد طبیعی (۵۳) تشدید کند، آرایش اسپینها وقتی مولکولها از میان مغناطیس C می گذرند تغییر می کند، و انحرافهای ایجاد شده توسط مغناطیسهای A و B نخواهند توانست همدیگر را حذف کنند. چنین مولکولهایی نخواهند توانست به آشکارساز برسند. به این ترتیب، شرط تشدید به وسیله یک افت سریع در شدت باریکه دریافت شده توسط آشکارساز نشان داده می شود. این کاهش شدت در نمودار شدت باریکه برحسب تابعی از B، برای یک بسامد ثابت مربوط به میدان مغناطیسی نوسانی عرضی، به روشنی بروز می کند. مثلاً، در شکل ۱۲.۹ چنین نموداری از شدت باریکه را مشاهده می کنید که توسط رابی و همکارانش به وسیله یک باریکه از مولکولهای HD به دست آمده است. تشدید تیز مشاهده شده در این نمودار ناشی از پروتون اتمهای هیدروژن اند. با بسامد ثابت ۴,۰۰۰ MHz، این تشدید در ۰.۰۹۴۵ T روی می دهد. بنابر معادله (۵۲)، نتیجه می گیریم که ضریب g پروتون عبارت است از

$$g = \frac{4\pi m_p \nu}{eB_0} = \frac{4\pi \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 0.0945 \text{ T}} \times 4,000 \times 10^6 \text{ Hz} = 5.55 \quad (54)$$

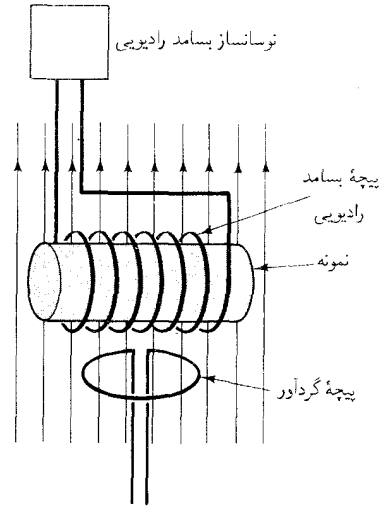
و در نتیجه گشتاور مغناطیسی آن به این شرح خواهد بود:

$$\mu_z = g \times \frac{1}{2} \times \frac{e\hbar}{2m_p} = 2,718 \frac{e\hbar}{2m_p} \quad (55)$$

مقدار دقیقتر گشتاور مغناطیسی پروتون را که در جدول ۲۰۹ درج شده است، با پروتونهای موجود در یک نمونه کپه‌ای آب به دست آورده‌اند، نه از پروتونهای موجود در یک باریکه مولکولی. برای نمونه‌های کپه‌ای مایعات یا مواد جامد، باید از یکی از دو روش دیگر برای مشاهدهٔ تشدید مغناطیسی هسته بهره‌گیریم. در روش تشدید جذبی، که از ابداعات پورسل* است، نمونه در یک کاواک بسامد رادیویی غوطه‌ور در یک میدان مغناطیسی خارجی ثابت، قرار داده شده است. امواج رادیویی در کاواک میدان مغناطیسی عرضی نوسانی را ایجاد می‌کنند. شرط تشدید از طریق تضعیف زیاد امواج رادیویی مشخص می‌شود که از نمونه می‌گذرند.

در روش تشدید القایی که توسط بلاخ ابداع شد، نمونه در داخل یک میدان مغناطیسی ثابت غوطه‌ور می‌شود و پیچه‌ای که میدان مغناطیسی نوسانی عرضی را تأمین می‌کند، آن را در برمی‌گیرد. شرط تشدید با نیروی محرکه الکتریکی القا شده‌ای آشکار می‌شود که اسپینهای متغیر در داخل نمونه آن را در یک پیچه گردآور اضافی مجاور آن ایجاد می‌کند. (شکل ۱۳۰۹).

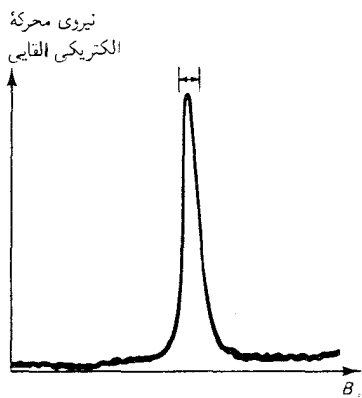
در آزمایشهای تشدید هسته‌ای جذبی یا القایی، فقط جزء ناچیزی از تعداد کل اسپینهای هسته‌ای در سیگنال مشاهده شده سهیمند. علت این امر آن است که میدان مغناطیسی نوسانی عرضی نه تنها گذارهای بالاسو (جذب تحریک شده)، بلکه گذارهای پایین سو (گسیل تحریک شده) را نیز برمی‌انگیزد. در نمونه‌ای که در دماهای معمولی در حال تعادل باشد، تعداد اسپینها در ترازهای پایینتر تقریباً برابر تعداد آنها در ترازهای بالاتر است [اختلاف انرژی به دست آمده از معادلهٔ (۵۲) در مقایسه با انرژی گرمایی kT اندک است، به طوری که ضریب بولترمن $e^{-\Delta U/kT}$ تقریباً یک است]. از اینرو، آهنگ گذار به بالاسو و گذار به پایین سو تقریباً یکسان است، و سهیم بودن در سیگنال مشاهده شده از گذارهای بالاسو را گذارهای پایین سو تقریباً حذف می‌کنند. سیگنال مشاهده شده باقیمانده ناشی از جزئی تراکم جمعیت بیشتر در ترازهای پایینتر است؛ فزونی حالتها از



شکل ۱۳۰۹ آرایش مربوط به یک آزمایش تشدید مغناطیسی هسته (NMR). نمونه مورد بررسی در داخل یک میدان مغناطیسی یکنواخت پایدار (قائم) قرار داده شده است و در معرض یک میدان مغناطیسی نوسانی (افقی) قرار دارد که توسط یک پیچه RF تولید می‌شود. هروقت که اسپینهای هسته‌ای به طور ناگهانی تغییر جهت دهند، یک پیچه گردآور نیروی محرکه الکتریکی القایی را ثبت می‌کند.

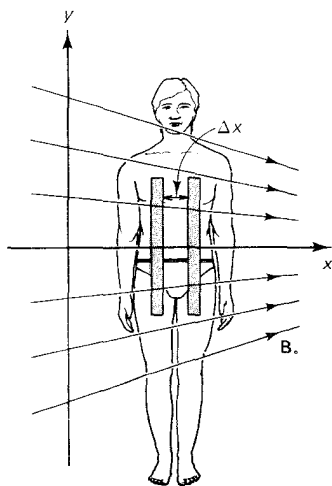
* ادوارد میلز پورسل (Edwards Mills Purcell), ۱۹۴۲ - ، فزیکدان امریکایی، استاد دانشگاه هاروارد، و فلیکس بلاخ (Felix Bloch), ۱۹۰۵ - ، فزیکدان سویسی و بعداً امریکایی، استاد دانشگاه استنفورد، به خاطر تحقیقاتشان در زمینه روشهای تشدید مغناطیسی هسته‌ای جایزه نوبل ۱۹۵۲ را دریافت کردند.

چند جزء در میلیون تجاوز نمی‌کند. این اختلاف جمعیت به فزونی اندک گذارهای بالاسو در برابر گذارهای پایین سو منجر می‌شود.



شکل ۱۴.۹ نیروی محرکه الکتریکی القایی توسط یک نمونه از نیترات فریک برحسب تابعی از شدت میدان مغناطیسی ثابت B_0 . بسامد میدان مغناطیسی نوسانی عرضی در 30 MHz تثبیت شده است. قله تشدید در 0.705 T پیش می‌آید؛ عرض قله در حدود 0.0005 T است.

در شکل ۱۴.۹ منحنی تغییرات مربوط به سیگنال به دست آمده در یک آزمایش تشدید القایی را با هیدروژن در نمونه‌ای از محلول نیترات فریک مشاهده می‌کنید. در این آزمایش، بسامد ثابت نگه داشته شده، و شدت میدان مغناطیسی B_0 ، ناحیه تشدید را جاروب کرده است. در بسامد 30 MHz ، قله تشدید در 0.705 T پیش می‌آید. عرض قله تشدید در حدود 0.0005 T است. این عرض از فرایندهای واهلش سرچشمه می‌گیرد که واکنش اسپینها به میدان مغناطیسی را مختل کرده و انرژی جذب شده توسط اسپینها از میدان را هدر می‌دهد. دو نوع فرایند از این دست وجود دارد: واهلش اسپین - شبکه و واهلش اسپین - اسپین به هر کدام از این دو فرایند می‌توانیم یک زمان ویژه نسبت دهیم که مبین مدت زمان لازم برای اتلاف مقدار قابل ملاحظه‌ای انرژی توسط فرایند است؛ این دو زمان واهلش را با T_1 و T_2 نشان می‌دهیم. واهلش اسپین - شبکه از آشفته‌گیهای حرکت گرمایی کاتوره‌ای آنها بر اسپینها اعمال می‌کنند، ناشی می‌شود. این آشفته‌گیها، سرجمع، گرایش دارند که بین اسپینها و آنها تعادل گرمایی برقرار، و هر انرژی مازاد بر انرژی گرمایی را از اسپینها خارج کنند، زمان ویژه T_1 به محیطی بستگی دارد که اسپین در آن غوطه‌ور است، یعنی، به نوع اتمهایی که اسپین را احاطه کرده‌اند و به آرایش آنها بستگی دارد. T_1 در مایعات نوعاً از مرتبه چند ثانیه است، در حالی که در جامدات بلورین ممکن است حتی تا چند ساعت طول بکشد. واهلش اسپین - اسپین از برهم کنشهای مغناطیسی اسپینهای هسته‌ای مجاور سرچشمه می‌گیرد. زمان ویژه T_2 مربوط به واهلش اسپین - اسپین در مایعات، نوعاً در حدود چند ثانیه است؛ این زمان در جامدات، اغلب در حدود چند میکروثانیه است.



شکل ۱۵.۹ دو عنصر حجمی قالب مانند در میدان مغناطیسی که متناسب با x افزایش پیدا می‌کند.

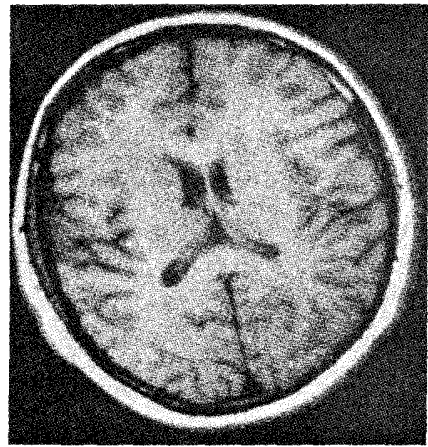
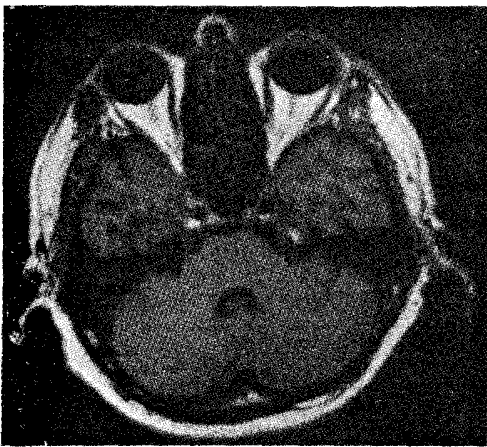
تشدید مغناطیسی هسته در پزشکی کاربردهای عملی باارزشی یافته است؛ در آن حوزه، در روش جدیدی برای ایجاد تصویر از قسمتهای داخلی بدن انسان مورد استفاده قرار گرفته است. این روش بر شالوده بستگی بسامد تشدید به شدت میدان مغناطیسی [معادله (۵۳)] متکی است. اگر بدن آدمی در یک میدان مغناطیسی B_0 قرار گیرد که در یک طرف بدن شدیدتر از طرف دیگر باشد (میدان مغناطیسی با شیب فضایی)، در این صورت هسته‌های یک سمت بدن نسبت به هسته‌های سمت دیگر در بسامد بالاتری به تشدید می‌آیند. مثال ساده نمایش یافته در شکل ۱۵.۹ برای روشن شدن مطلب مفید است. این شکل دو عنصر

حجمی قالب مانند از پیکری را نشان می‌دهد که در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته است. میدان مغناطیسی به طور خطی از یک سو به سوی دیگر افزایش می‌یابد: $B_0 = \text{const.} \times x$. یک پالس خیلی کوتاه میدان مغناطیسی نوسانی، به وسیله پیچه بسامد رادیویی اعمال می‌شود. چنین پالس کوتاهی شامل گستره وسیعی از بسامدهای رادیویی است؛ از اینرو می‌تواند تحریک در هر دو عنصر حجمی را ایجاد کند، گرچه بسامدهای تشدیدشان یکسان نیست. سیگنال دریافتی در پیچه گردآور، از برهم نهی دو نیروی محرکه الکتریکی نوسانی از دو بسامد، با اختلافی اندک، تشکیل می‌شود. مقدار اندازه‌گیری شده مربوط به اختلاف بسامد $\Delta\nu$ به اختلاف در میدان مغناطیسی ΔB_0 تبدیل می‌شود، که آن نیز به نوبه خود به اختلاف موضع دو قالب، Δx ، تبدیل خواهد شد. البته، این اندازه‌گیری فقط نسبت به موضع، در امتداد راستای شیب میدان مغناطیسی حساس است. برای به وجود آوردن یک تصویر دوبعدی از بدن، باید آرایش زاویه‌ای میدان مغناطیسی B_0 یا آرایش زاویه‌ای بدن را تغییر دهیم، و اندازه‌گیری را چندین بار با آرایشهای زاویه‌ای مختلف تکرار کنیم. از داده‌های به دست آمده در چنین اندازه‌گیری‌هایی، می‌توان به کمک کامپیوتر تصویری از چگالی توزیع اسپینها در داخل بدن تهیه کرد.

در بافتهای بدن انسان هیدروژن فراوان است، از اینرو برای تشکیل تصویرهای تشدید مغناطیسی هسته (NMR) بهتر است که بر هسته‌های هیدروژن تکیه کنیم. ولی، تصویری که فقط متکی به چگالی هیدروژن باشد دقیق کالبدشناختی کافی را به دست نمی‌دهد؛ چنین تصویری فاقد سایه روشن است، زیرا چگالی هیدروژن تقریباً در سرتاسر بدن یکنواخت است. برای بیشتر کردن سایه روشن، حساس کردن تصویر به اختلافهای موضعی در مقادیر مربوط به زمانهای واهلش T_1 و T_2 لازم است. مقادیر مربوط به زمانهای واهلش بستگی به خواص شیمیایی و فیزیکی محیط احاطه‌کننده اسپین دارد، و بدینسان این مقادیر در بافتهای مختلف متفاوتند. از طریق اندازه‌گیری پاسخ اسپینها به یک رشته از پالسهای به دقت زمان بندی شده میدان مغناطیسی نوسانی، به جای آنکه فقط یک تک پالس مطابق توصیف بالا به کار بریم، می‌توانیم به حساسیت مطلوبی برای زمان واهلش دست یابیم. مثلاً، اگر یک رشته پالس با بازه زمانی Δt به کار بریم، در این صورت اسپینهایی که برای آنها $T_1 > \Delta t$ ، از پاسخ به پالسهای بعدی باز می‌مانند، زیرا پالس اول این اسپینها را به تراز بالاتر می‌برد، و آنها به قدر کافی زمان در اختیار ندارند که در فاصله یک پالس و پالس بعدی به تراز پایینتر بازگردند. به

این ترتیب، با انتخاب هوشمندانه Δt می‌توانیم اختلاف بین مقادیر T_1 در بافتهای مختلف را مشخص کنیم، و در نتیجه سایه روشن تصویر را افزایش دهیم. در شکل ۱۶.۹ تصویرهایی را مشاهده می‌کنید که با روش NMR تهیه شده‌اند. توان تفکیک به دست آمده در این تصویر، با بهترین تصویرهایی که به کمک روش پرتو X حاصل شده است قابل قیاس می‌باشد. تصویربرداری NMR نسبت به پرتوهای X دارای دو مزیت مهم است. میدانهای مغناطیسی هیچگونه صدمه‌ای به بدن وارد نمی‌آورند، در صورتی که پرتوهای X به بدن آدمی آسیب یونشی وارد می‌آورند. علاوه بر این، تصویرهای پرتو X غالباً به چگالی الکترون حساسند، در صورتی که تصویرهای NMR به شرایط شیمیایی و فیزیکی گوناگونی در بافتها حساسند. به این ترتیب، تصویرهای پرتو X تنها تغییرات اساسی در اندازه و شکلهای اعضا را آشکار می‌کنند؛ در صورتی که تصویرهای NMR تغییرات فیزیولوژیکی دقیق را نیز آشکار می‌کنند.

شکل ۱۶.۹ تصویرهای NMR از مقاطع سر انسان.



خلاصه فصل ۹

گشتاور مغناطیسی پروتون:

$$2.79 \frac{e\hbar}{2m_p}$$

گشتاور مغناطیسی نوترون:

$$-1/91 \frac{e\hbar}{2m_p}$$

کاستی جرم و انرژی بستگی:

$$Zm_p + Nm_n - m = B/c^2$$

انرژی فروپاشی (مقدار Q) واکنش:

$$Q = \sum_i m_i c^2 - \sum_f m'_f c^2$$

شعاع هسته:

$$R = 1/2 \text{fm} \times A^{1/3}$$

پتانسیل یوکاوا:

$$U(r) \propto -\frac{e^{-r/b}}{r}$$

فرمول نیمه تجربی جرم:

$$M = 1,0008665A - 0,000840Z - \left[0,016911A - 0,019113A^{2/3} - 0,0007625 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 0,010174 \frac{(\frac{1}{2}A - Z)^2}{A} \right] \quad (49)$$

اعداد جادویی:

$$126, 82, 50, 28, 20, 14, 8, 2$$

بسامد تشدید مغناطیسی هسته:

$$\nu = g \frac{e}{4\pi m_p} B.$$

مسائل

- جرم اتمهای ^{16}N ، ^{16}O ، و ^{16}F به ترتیب عبارتند از $16,00610\text{u}$ ، $16,00911\text{u}$ و $16,01146\text{u}$. کاستی جرمهای مربوط به هسته‌های هریک از این سه اتم را محاسبه کنید.

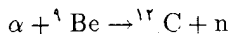
۲. بنابراین مدل ذره آلفای هسته، بعضی از هسته‌ها را می‌توان به صورت «مولکولهایی» متشکل از چند ذره آلفای مقید به یکدیگر پنداشت. مثلاً، برمبنای این مدل، ^{12}C از سه ذره آلفا واقع بر سه رأس یک مثلث تشکیل شده است، و ^{16}O شامل چهار ذره آلفاست که بر رئوس یک چهاروجهی قرار گرفته‌اند. نشان دهید انرژیهای بستگی مربوط به ^{12}C و ^{16}O که از این مدل محاسبه شوند با انرژیهای بستگی واقعی آنها که از کاستی جرمها تعیین می‌شوند، توافق دارند، مشروط بر اینکه به پیوند بین هر دو ذره آلفا یک انرژی بستگی در حدود 2.42MeV نسبت داده شود. (به یاد داشته باشید که انرژی بستگی مربوط به ذره آلفا را جداگانه در نظر بگیرید!)

۳. چشمة پرتوزایی را در نظر بگیرید که جویباری از ذراتی با جرم مجهول و انرژی مجهول، ولی ثابت را، تولید کند. جرم و سرعت ذرات مجهول را از داده‌های زیر (که چادویک در آزمایشهایش به دست آورد) استخراج کنید: وقتی ذرات بر یک هدف هیدروژنی فرود آیند، پروتونها را با سرعت پس زنی تا $10^7\text{m/s} \times 3/3$ به بیرون می‌ریزند؛ وقتی ذرات بر یک هدف نیتروژنی فرود می‌آیند، هسته‌های نیتروژن را با سرعت پس زنی تا $10^7\text{m/s} \times 0.47$ به بیرون می‌اندازند. [راهنمایی: از بقای انرژی و تکانه بهره‌گیرید و نشان دهید که بیشینه سرعت پس زنی که یک ذره هدف (در ابتدا ساکن) در برخورد کشسان رو در رو با یک ذره فرودی با سرعت v_1 به دست می‌آورد، عبارت است از

$$v'_1 = v_1 \times \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$$

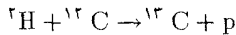
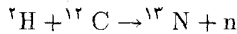
که در اینجا m_1 و m_2 به ترتیب جرم ذرات فرودی و هدفاند؛ آنگاه از داده‌های مربوط به هیدروژن و نیتروژن سودجویید و یک دستگاه دو معادله دو مجهولی تشکیل دهید؛ این دستگاه معادلات را به‌ازای m_1 و v_1 برحسب جرمهای معلوم هیدروژن و نیتروژن حل کنید.]

۴. بمباران یک هدف بریلیم توسط ذرات آلفا طبق واکنش زیر نوترون تولید می‌کند



فرض کنید انرژی ذرات آلفا 5.3MeV است و از انرژی جنبشی هسته‌کربن چشم پوشیده‌ایم. انرژی نوترون را محاسبه کنید؛ جواب خود را برحسب MeV بیان کنید.

۵. واکنشهای زیر را در نظر بگیرید



این واکنشها وقتی روی می‌دهند که یک هدف کربن توسط دوترون بمباران شود. اگر انرژی جنبشی دوترون 9.7°MeV باشد، انرژی جنبشی خالص فرآورده‌های واکنش در هر مورد چقدر است؟

۶. فرض کنید که پرتابه‌ای به جرم m_1 به هدف هسته ساکنی به جرم m_2 برخورد کند. با در نظر گرفتن حرکت مرکز جرم، نشان دهید که برای یک واکنش هسته‌ای انرژی‌گیر با مقدار Q معلوم (که $|Q| \ll m_1 c^2$ ، $|Q| \ll m_2 c^2$) انرژی جنبشی آستانه‌ای پرتابه عبارت است از: $-Q(m_1 + m_2)/m_2$.
انرژی جنبشی آستانه‌ای پروتون فرودی در واکنش $p + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He} + n$ را محاسبه کنید. (راهنمایی: در آستانه انجام واکنش انرژی جنبشی فرآورده‌های واکنش در چارچوب مرکز جرم صفر است.)
۷. انرژی جنبشی خالص فرآورده‌های واپاشی آزاد شده در واپاشی β مربوط به ${}^{12}\text{C}$ را، به قرار زیر، محاسبه کنید.



جرم پاد نوترینو ($\bar{\nu}$) صفر است.

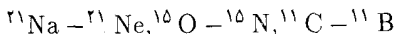
۸. با استفاده از مقدار داده شده در معادله (۱۷) برای r_0 ، چگالی ماده هسته‌ای را محاسبه کنید.

۹. شعاع پروتون با استفاده از معادله (۱۵) چقدر است؟ آن را با شعاع واقعی پروتون، 1.7°fm ، مقایسه کنید.

۱۰. چه انرژی جنبشی اولیه‌ای برای ذره آلفای که به سوی یک هسته ${}^{197}\text{Au}$ نشانه رفته، لازم است تا نقطه بازگشت کلاسیکی آن با شعاع هسته منطبق شود؟

۱۱. شعاع پروتون و نوترون تقریباً در حدود 1.7°fm است. چه کسری از حجم یک هسته بزرگ تهی است؟ (راهنمایی: چگالی جرمی پروتون را با چگالی جرمی ماده هسته‌ای مقایسه کنید.)

۱۲. اختلاف بین انرژی‌های الکتروستاتیکی هسته‌های آینه‌ای



به ترتیب عبارتند از: $2,79\text{MeV}$ ، $3,48\text{MeV}$ ، و $4,30\text{MeV}$. از این انرژیهای الکتروستاتیکی، شعاع هسته را برای هر کدام از این زوج هسته‌های آینه‌ای محاسبه کنید. آیا این شعاعها با $A^{1/3}$ متناسبند؟ ضریب تناسب آنها چقدر است؟

۱۳. فرض کنید که یک ذره سنگین (فرضی) با جرم $m_e 10000$ ، و بار $-e$ ، در مداری حول مرکز هسته ^{207}Pb قرار دارد. فرض کنید که این ذره، مانند الکترون، فقط به نیروی کولنی پاسخ می‌دهد، و نیروی هسته‌ای قوی را لمس نمی‌کند؛ بنابراین، می‌تواند از میان نوکلئونها بگذرد و در داخل هسته مدار خود را کامل کند، مثل اینکه در فضای تهی در یک میدان الکتریکی می‌چرخد. شعاع و انرژی کوچکترین مدار دایره‌ای را برطبق یک مدل بور اصلاح شده، و در نظر گرفتن توزیع یکنواخت بار در داخل حجم هسته، محاسبه کنید. شعاع و انرژی بزرگترین مدار بوری را محاسبه کنید که در داخل هسته قرار می‌گیرد. شعاع و انرژی کوچکترین مدار بوری که کاملاً خارج از هسته واقع می‌شود محاسبه کنید.

۱۴. با در نظر گرفتن پروتونها به صورت یک گاز فرمی از ذرات آزاد در داخل هسته، انرژی جنبشی فرمی و میانگین انرژی جنبشی پروتونها را، در داخل یک هسته با عدد اتمی Z و عدد جرمی A ، به دست آورید. این انرژیها را (برحسب MeV) برای ^{56}Fe و ^{238}U محاسبه کنید.

۱۵. شعاع پروتون تقریباً $1,7\text{fm}$ است. با استفاده از شکل ۶-۹ نیروی قوی پروتون-پروتون را برای دو پروتونی محاسبه کنید که با یکدیگر در تماسند. این نیرو را با نیروی کولنی مؤثر بین دو پروتون، که به همان اندازه از هم فاصله دارند، مقایسه کنید. با نیروی گرانشی مقایسه کنید.

۱۶. بنابر شکل ۶-۹، بیشینه مقدار ربایشی مربوط به نیروی قوی بین دو نوکلئون چقدر است؟ جواب خود را برحسب نیوتون بیان کنید.

۱۷. معادله (۲۲) پتانسیل مربوط به دو نوکلئون را که در فاصله بیشتر از 2fm از همدیگر قرار گرفته‌اند، ارائه می‌دهد. (الف) برطبق این پتانسیل، نیرو در فاصله 3fm چقدر است؟ (ب) در چه فاصله‌ای نیرو تقریباً یک دهم می‌شود؟

۱۸. بیش بینی شما برای گشتاور مغناطیسی هسته دوترون چقدر است؟ آن را با مقدار تجربی $0,8574\text{e}\hbar/2m_p$ مقایسه کنید.

۱۹. ثابت کنید که چاه مربعی با پارامترهای داده شده در بحث مربوط دوترون در بخش ۳-۹، فقط یک حالت مقید دارد.

۲۰. جرم ایزوتوپهای تئون را از فرمول نیمه تجربی جرم محاسبه و آنها را با مقادیر مندرج در جدول ۱۰۹ مقایسه کنید.

۲۱. بنابر نتایج حاصل از تحقیقات نظری، برخی از هسته‌ها با اعداد جرمی و اتمی که به طور غیرعادی بزرگند ممکن است پایدار باشند. بنابر فرمول نیمه تجربی جرم، انرژی بستگی مربوط به یک هسته با مشخصات $Z = ۱۲۶$ و $N = ۱۸۲$ چقدر است؟

۲۲. اگر ثابت a_p مقدار مندرج در معادله (۴۰) را داشته باشد، مقدار ثابت r_0 ، که شعاع هسته را مشخص می‌کند، چقدر است؟

۲۳. فرض کنید که هسته ^{232}Th به دو پاره مساوی شکافته شود. با استفاده از فرمول نیمه تجربی مربوط به انرژی بستگی، انرژی آزاد شده در این واکنش را محاسبه کنید.

۲۴. فرض کنید که دو هسته با Z ، A همجوشی می‌کنند تا یک تک هسته با Z و $2A$ به وجود آورند. بنابر فرمول نیمه تجربی مربوط به انرژی بستگی، انرژی آزاد شده در این واکنش چقدر است؟ این انرژی را در همجوشی دو هسته ^{12}C محاسبه کنید.

۲۵. منحنی هموار شکل ۲۰۹، بنابر فرمول نیمه تجربی انرژی بستگی ترسیم شده است، که در آن Z را معادله (۴۸) تعیین کرده است. به ازای چه مقداری از A و چه مقداری از Z ، این منحنی به بیشینه خود می‌رسد؟ (راهنمایی: ساده‌ترین کار آن است که این مسئله را به صورت عددی حل کنیم. این کار را با تشکیل جدولی از مقادیر B/A انجام می‌دهیم که در آن A در حدود ۵۶ و Z در حدود ۲۶ است.)

۲۶. برای گذارهای نموده شده در شکل ۹۰۹، انرژی و طول موج پرتوهای گامای گسیل شده چقدر است؟

۲۷. چون هسته‌های با اعداد جادویی فوق العاده پایدارند، میانگین انرژیهای بستگی آنها به ازای هر نوکلئون (B/A) از میانگین انرژیهای بستگی بر ازای هر نوکلئون هسته‌های پیرامون آنها بدون اعداد جادویی، بیشتر است. صحت این حکم را با مقایسه مقادیر (B/A) برای ^{40}Ca (دوبار جادویی) در برابر ^{40}K (غیر جادویی)؛ و برای ^{208}Pb (دوبار جادویی) در برابر ^{210}Bi (غیر جادویی)، تحقیق کنید. جرم این ایزوتوپها به ترتیب عبارتند از: $۲۰۷/۹۷۶۶۶\text{u}$ ، $۲۰۹/۹۸۴۱۲\text{u}$ ، $۳۹/۹۶۴\text{u}$ ، $۳۹/۹۶۲۵۹\text{u}$.

۲۸. ایزوتوپ ^{16}O دوبار جادویی است، این ایزوتوپ شامل $Z = ۸$ و $N = ۸$

است. جرم آن را بنا بر فرمول نیمه تجربی محاسبه و مقدارش را با آنچه در جدول ایزوتوپها (شکل ۱۰۹) درج شده است، مقایسه کنید. در مورد اختلاف آنها اظهار نظر کنید.

۲۹. اسپین هریک از ایزوتوپهای ${}^6\text{Be}$ ، ${}^7\text{Be}$ ، ${}^8\text{Be}$ ، ${}^9\text{Be}$ ، ${}^{10}\text{Be}$ ، ${}^{11}\text{Be}$ ، و ${}^{12}\text{Be}$ ، مطابق مدل پوسته‌ای، چقدر است؟

۳۰. برهم کنش گشتاور مغناطیسی هسته با گشتاور مغناطیسی الکترونی (مداری به علاوه اسپین)، هر تراز ساختار ریزاتم را به یک چند تایی از ترازهای فوق زیر می‌شکافد.

الف) در مورد هیدروژن، چند تاییهای فوق ریز دوتایی اند، یعنی، هریک از ترازهای انرژی نموده شده در شکل ۱۰۷، در واقع یک زوج تراز خیلی نزدیک به یکدیگر را تشکیل می‌دهند. چگونگی آن را توضیح دهید.

ب) خط مشهور ۲۱ سانتیمتری در طیف رادیویی هیدروژن ناشی از گذار بین اعضای بالایی و پایینی دوتایی، با حالت $1s$ متناظر است. اختلاف انرژی بین اعضای این دوتایی بر حسب eV چقدر است؟

۳۱. بعضی هسته‌ها، مانند ${}^{180}\text{Hf}$ ، حالت‌های برانگیخته‌ای دارند که کم و بیش با یک چرخش صلب تمامی هسته حول یک محور متناظر است. در مورد ${}^{180}\text{Hf}$ ، انرژی مشاهده شده برای این حالت‌های برانگیخته عبارتند از 0.07093 ، 0.3093 ، 0.6417 ، و 1.0853 میلیون الکترون‌ولت.

الف) نشان دهید که این انرژیها تقریباً در همان فرمول مربوط به انرژیهای یک مولکول چرخان:

$$E = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I}$$

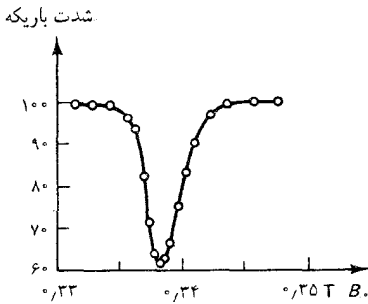
صدق می‌کند، که ثابت I عبارت است از گشتاور لختی و $J = 2, 4, 6, 8$ (با ارائه بحثی مبتنی بر اصل طرد، می‌توان نشان داد که مقادیر فرد عدد کوانتومی J برای هسته ${}^{180}\text{Hf}$ ممنوعند).

از این داده‌ها چه مقداری برای گشتاور لختی I به دست می‌آید؟

ب) گشتاور لختی هسته ${}^{180}\text{Hf}$ را، با فرض چرخش صلب، از جرم و شعاعش محاسبه کنید. این مقدار را با نتیجه به دست آمده در قسمت (الف) مقایسه کنید. آیا چرخش صلب تقریب مناسبی است؟

۳۲. با استفاده از داده‌های شکل ۱۷۰۹، ضریب g مربوط به هسته ${}^7\text{Li}$ را

محاسبه کنید. اگر بدانیم که اسپین این هسته $3/2$ است، گشتاور مغناطیسی آن را محاسبه کنید.



شکل ۱۷.۹ شدت باریکه مولکولهای LiCl برحسب تابعی از شدت میدان مغناطیسی یکنواخت B_0 ؛ بسامد میدان مغناطیسی عرضی در $5,585\text{MHz}$ ثابت نگه داشته شده است. شدت باریکه در 0.2384T کمینه است. این تشدید ناشی از هسته‌های ${}^7\text{Li}$ موجود در مولکولهاست.

۳۳. برای نمونه‌ای از پروتونها در میدان مغناطیسی $B_0 = 0.1\text{T}$ در تعادل گرمایی در دمای معمولی، فزونی نسبی جمعیت اسپینهای موازی با میدان مغناطیسی به اسپینهای پاد موازی با میدان چقدر است؟

فصل ۱۰

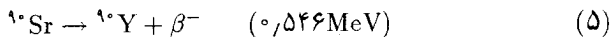
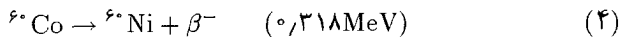
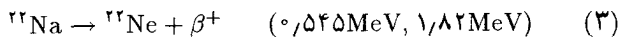
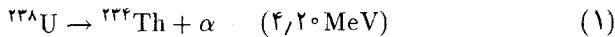
تبدیل‌های هسته‌ای

در هر واکنش شیمیایی، باز آرایش اتمها در مولکولها به شکل‌گیری مولکولهای جدید می‌انجامد. به همین ترتیب، در واکنش هسته‌ای، باز آرایش پروتونها و نوترونها در هسته‌ها به تشکیل هسته‌های جدید منجر می‌شود. تشکیل هسته‌های جدید به این گونه، یکی از تغییر حالت‌های عناصر به شمار می‌آید. مثلاً، در واکنش $\alpha + {}^9\text{Be} \rightarrow {}^{12}\text{C} + n$ که در بخش ۱۰۹ به آن اشاره شد، بریلیم به کربن تبدیل می‌شود. به این ترتیب، فیزیکدانان هسته‌ای، رؤیای کیمیاگران را برای تبدیل عناصر، به عالم واقع تعبیر کردند. تقریباً تمام ایزوتوپهای ناپایداری که در پیوست ۴ آمده‌اند، از طریق تبدیل‌های هسته‌ای، در فرایندهای مصنوعی، تولید شده‌اند. تعداد زیادی از این ایزوتوپها کاربردهای مهم صنعتی و پزشکی دارند. به علاوه، تمام عناصر سنگینتر از پلوتونیم، به کمک تبدیل‌های مصنوعی تولید شده‌اند؛ این عناصر به طور طبیعی وجود ندارند.

انرژی رها یا جذب شده در هر واکنش هسته‌ای خیلی بیشتر از انرژی است که در واکنشهای شیمیایی رها یا جذب می‌شود. نوعاً، تغییر انرژی در خلال یک باز آرایش اتمها در مولکول، از مرتبه ۱ eV است؛ در حالی که تغییر انرژی در خلال یک باز آرایش پروتونها و نوترونها در یک هسته از مرتبه ۱ MeV است. یعنی، تعداد زیادی از واکنشهای هسته‌ای را تنها می‌توان با بمباران یک هسته به وسیله یک پرتابه فوق العاده پرانرژی راه‌اندازی کرد؛ این وضعیت فیزیکدانان هسته‌ای را به تکامل شتابدهنده‌ها هدایت کرد که باریکه شدیدگی از چنین ذراتی را تولید می‌کرد. انرژی زیادی که در واکنشهای هسته‌ای آزاد می‌شود، به کاربردهای صنعتی و نظامی نیز منجر شد؛ راکتورها و بمبهای هسته‌ای.

۱.۱۰ واپاشی پرتوزا

اغلب ایزوتوپها ناپایدارند؛ اینها از طریق واکنشهای هسته‌ای خود به خود و امی باشند و به ایزوتوپهای پایدارتر دیگری تبدیل می‌شوند. ایزوتوپهای ناپایدار پرتوزا هستند، یعنی، واکنشهای هسته‌ای خود به خود آنها با گسیل پرتوهای α ، پرتوهای β ، یا پرتوهای γ همراه است. پرتوهای α عبارتند از ذرات آلفای (هسته‌های ${}^4\text{He}$) پرتوزایی، پرتوهای β الکترونها و پادالکترونها پرتوزایی، و پرتوهای γ فوتونهای پرتوزایی اند. پرتوزایی در سال ۱۸۹۶ توسط بکرل* کشف شد؛ وی پی برده که نمکهای اورانیم پرتوهایی گسیل می‌دارند که می‌تواند از ورقهای نازک کدروی عبورکنند و روی صفحات عکاسی نقشی برجای گذارند. تمایز بین پرتوهای α و β را اولین بار رادرفورد تشخیص داد، و وجود پرتوهای γ برای نخستین بار توسط ویلار** آشکارسازی شد. در زیر برخی نمونه‌های واپاشی پرتوزا با گسیل پرتوهای α و پرتوهای β را ذکر می‌کنیم (عدد سمت راست، انرژی پرتوها را به دست می‌دهد):



گسیل پرتوهای β با گسیل نوترینوها همراه است؛ اما از آنجا که نوترینوها معمولاً آشکارسازی نمی‌شوند، غالب اوقات در نوشتن واکنشها حذف می‌شوند. تمام این واکنشها مستلزم تبدیل عناصر هستند: اورانیم به توریم، رادیم به رادون، سدیم به نئون، و مانند آنها. تبدیل عناصر در واپاشی پرتوزا، در سال ۱۹۰۲ توسط رادرفورد و سادی کشف شد.

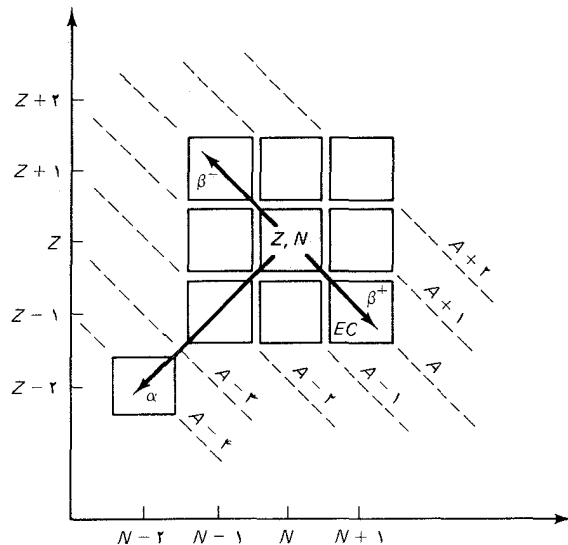
بعضی از هسته‌ها، به جای گسیل یک پادالکترون، یک الکترون جذب می‌کنند، که هسته این الکترون را از یکی از پوسته‌های الکترونی اتم به دام می‌اندازد.

* آنتوان هنری بکرل (Antione Henri Becquerel)، ۱۸۵۲ - ۱۹۰۸، فزیکدان فرانسوی،

استاد اِکول پلی تکنیک. او به خاطر کشف پرتوزایی به جایزه نوبل ۱۹۰۳ دست یافت.

** پُل ویلار (Paul Villars)، ۱۸۶۰ - ۱۹۳۴، شیمیدان فرانسوی، استاد اکول نرمال

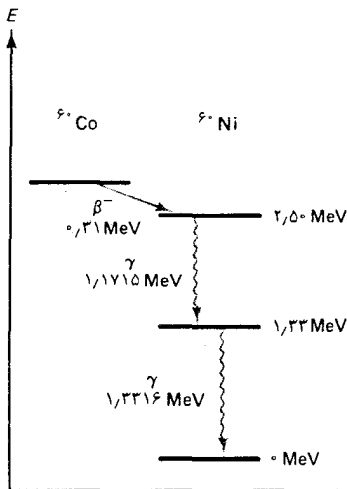
یک نمونه از چنین واکنشی عبارت است از



شکل ۱.۱۰ تبدیلهای هسته‌ای که از طریق واپاشی α ، واپاشی β ، و گیراندازی الکترون ایجاد شده است. هر ایزوتوپ، مطابق نمودار ایزوتوپها (شکل ۱.۰۹)، به وسیله یک چهارگوش در صفحه Z-N نمایش یافته است. یک تبدیل هسته‌ای Z و N را تغییر می‌دهد، و می‌توان آن را به صورت یک جابه‌جایی در صفحه Z-N نمایش داد.

چنین واکنشی را گیراندازی الکترون (EC) می‌گویند. توجه کنید که واکنشهای (۳) و (۶) به یک نوع تبدیل هسته منجر می‌شود. اما پرتوهای گسیل شده با هم فرق دارند. ناپدید شدن یک الکترون از یکی از پوسته‌های اتمی (معمولاً پوسته K) یک حفره برجای می‌گذارد، که فوراً با گذر یک الکترون از پوسته مجاور پر می‌شود، و یک پرتو X مشخصه (معمولاً K_α) گسیل می‌دارد. به این ترتیب، گیراندازی الکترون همواره با پرتو X همراه است. در شکل ۱.۱۰ تغییر حالت‌های هسته‌ای حاصل از واپاشی α ، واپاشی β ، و گیراندازی الکترون، خلاصه شده است.

در بسیاری از موارد واپاشی α ، واپاشی β ، و گیراندازی الکترون، هسته صحنه واکنش را با افزایشی در انرژی داخلی ترک می‌کند، یعنی، هسته در یک حالت برانگیخته خارج می‌شود. در فیزیک هسته‌ای معمولاً حالت برانگیخته‌ای را که برای یک بازه زمانی قابل اندازه‌گیری دوام بیاورد، حالت هم‌ترکیبی (ایزومری) می‌گویند. در آن صورت، هسته معمولاً با گسیل یک پرتو γ ، از حالت برانگیخته به یک حالت پایینتر و یا به حالت پایه گذر می‌کند. مثلاً، در شکل ۲.۱۰ نمودار تراز انرژی مربوط به هسته ^{60}Ni را مشاهده می‌کنید که از واپاشی β^- مربوط به ^{60}Co حاصل شده است. این هسته دو گذر پیاپی انجام می‌دهد (به صورت «آبشاری»)، و دو پرتو γ گسیل می‌کند. گسیل پرتوهای γ در گذر بین حالت‌های



شکل ۲.۱۰ نمودار تراز انرژی مربوط به هسته ^{60}Ni که از واپاشی $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} + \beta^-$ حاصل شده است.

یک گرم استرونیسم پرتوزا داشته باشیم. این ماده با واپاشی β^- و امی باشد،



در این واکنش، استرونیسم را هستهٔ مادر و یتیم را هستهٔ دختر می‌گویند. اندازه‌گیرها حاکی از آنند که ۲۹ سال طول می‌کشد تا نصف مقدار اولیه مادهٔ مادر واپاشد. در آن صورت از قانون واپاشی پرتوزا چنین نتیجه می‌شود که در خلال ۲۹ سال بعدی، نصف مقدار مادهٔ به‌جامانده و خواهد پاشید، و به‌همین ترتیب الی آخر. پس، مقدار باقی مانده از مادهٔ مادر پس از مدت زمان $t = 0, 29, 58, 87, \dots$ سال به ترتیب برابر خواهد بود با $1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots$ مقدار مادهٔ اولیه. به این ترتیب، مقدار مادهٔ باقیمانده پس از سپری شدن بازه‌های زمانی مساوی، یک تصاعد هندسی تشکیل می‌دهند. اگر $n(t)$ تعداد هسته‌های استرونیسم در زمان t را نشان دهد و n_0 تعداد آنها در لحظهٔ صفر باشد، در این صورت

$$n(t) = n_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/(29 \text{ سال})} \quad (۹)$$

زمان لازم برای اینکه نصف مقدار مادهٔ مادر واپاشد را نیمه عمر، یا $t_{1/2}$ ، می‌گویند. قانون واپاشی پرتوزا برحسب نیمه عمر را می‌توان چنین نوشت

$$n(t) = n_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} \quad (۱۰)$$

فرمول (۱۰) نه تنها برای مدت زمانهای $t = 0, t_{1/2}, 2t_{1/2}, 3t_{1/2}, \dots$ صادق است، بلکه به صورت پیوسته در مدت زمانهای میانی نیز برقرار است. شکل $3 \cdot 10^{10}$ نموداری از n را بر حسب زمان نشان می‌دهد.

با استفاده از اتحاد $2 = e^{\ln 2} = e^{0.693}$ می‌توانیم معادلهٔ (۱۰) را

به صورت مناسبتر زیر بنویسیم

$$n(t) = n_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} \quad (۱۱)$$

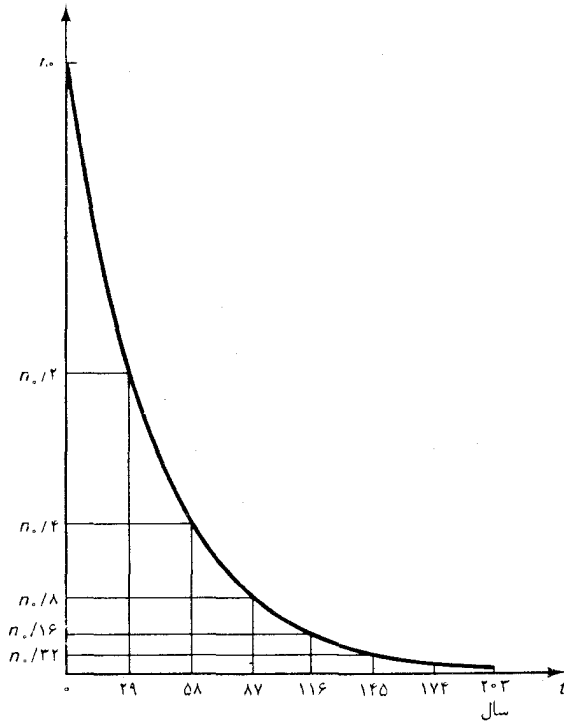
یا

$$n(t) = n_0 e^{-t/\tau} \quad (۱۲)$$

که در اینجا، کمیت

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \quad (۱۳)$$

مقدار Sr باقی مانده



شکل ۳.۱۰ مقدار استرونیوم پرتوزا برحسب تابعی از زمان.

را عمر میانگین می‌گویند. معادله (۱۲) صورت متداول ریاضی مربوط به قانون واپاشی پرتوزاست.

مثال ۱. ثابت کنید کمیت τ ، که به وسیله معادله (۱۳) تعریف شده است، عمر میانگین هسته‌های واپاشان را به دست می‌دهد.

حل بنا بر معادله (۱۲)، تعداد هسته‌هایی که در زمان t وامی باشند عبارتند از

$$-dn = \frac{1}{\tau} n_0 e^{-t/\tau} dt \quad (۱۴)$$

به این ترتیب عمر میانگین عبارت است از

$$\bar{t} = \frac{1}{n_0} \int_0^{\infty} t(-dn) \quad (۱۵)$$

$$\bar{t} = \frac{1}{n_0} \int_0^{\infty} \frac{t}{\tau} n_0 e^{-t/\tau} dt = \frac{1}{\tau} [-\tau t e^{-t/\tau} - \tau^2 e^{-t/\tau}]_0^{\infty} = \tau \quad (۱۶)$$

نیمه عمر بعضی از رادیوایزوتوپها فوق العاده طولانی است (مثلاً، نیمه عمر ^{238}U

$10^9 \times 4.5$ سال است)، در حالی که برخی دیگر نیمه عمری فوق العاده کوتاه دارند (مثلاً، نیمه عمر ^{21}Na برابر 17×10^6 ثانیه است). نیمه عمر برخی از رادیوایزوتوپهای مهم در جدول ۱۰-۱۰ درج شده است. توجه داشته باشید، پرتوهای γ که در این جدول آمده اند توسط هسته دختر گسیل می شوند و نه هسته مادر.

در عمل، ما خیلی بیشتر از آنکه به مقدار ماده مادر توجه داشته باشیم، به آهنگ واپاشی علاقه مندیم، زیرا این کمیت است که آهنگ گسیل پرتوهای α ، β ، یا γ را تعیین می کند. آهنگ واپاشی همان آهنگ تغییر n است، یعنی، عبارت است از مشتق n نسبت به زمان. از معادله (۱۲) می رسیم به

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{\tau} n \cdot e^{-t/\tau} \quad (17)$$

یا

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{\tau} n \quad (18)$$

جدول ۱۰-۱۰. برخی از رادیوایزوتوپها و نیمه عمر آنها.

نیمه عمر	پرتوایی	رادیوایزوتوپ
۵۷۳۰ سال	β^-	^{14}C
۲٫۶ سال	β^+ ، γ	^{22}Na
1.3×10^9 سال	β^- ، γ	^{40}K
۵٫۲۴ سال	β^- ، γ	^{60}Co
۲۸٫۸ سال	β^- ، γ	^{90}Sr
۸٫۰۵ روز	β^- ، γ	^{131}I
۱۶۲۰ سال	α ، γ	^{226}Ra
4.5×10^9 سال	α ، γ	^{238}U

به این ترتیب آهنگ واپاشی آهنگ واپاشی در هر زمان با مقدار ماده پرتوزای به جا مانده در آن زمان نسبت مستقیم دارد (که این حکم از صورت اولیه قانون واپاشی پرتوزا تقریباً روشن است). معنی این گزاره آن است که نمودار پرتوایی - آهنگ گسیل پرتوهای α ، β ، یا γ - مربوط به یک رادیوایزوتوپ شبیه شکل ۳۰-۱۰ است. پرتوایی به همان صورتی که مقدار ماده مادر کاهش می یابد، سریعاً با زمان کاهش پیدا می کند؛ هرگاه زمان به اندازه یک نیمه عمر افزوده شود، پرتوایی به نصف مقدار اولیه اش کاهش پیدا می کند.

آهنگ واپاشی یک رادیوایزوتوپ معمولاً برحسب کوری* (Ci)، بیان می‌شود

$$1 \text{ کوری} = 1 \text{ Ci} \equiv 3.7 \times 10^{10} \frac{\text{فروپاشی}}{\text{ثانیه}} \quad (19)$$

مثلاً، یک گرم ^{131}I شامل $10^{21} \times 4.6$ اتم است؛ بنابراین آهنگ واپاشی آن عبارت است از

$$\begin{aligned} -\frac{dn}{dt} &= \frac{1}{\tau} n = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} n \\ &= \frac{\ln 2}{87.5 \text{ روز}} \times 4.6 \times 10^{21} \\ &= 4.6 \times 10^{15} \frac{\text{فروپاشی}}{\text{ثانیه}} \end{aligned} \quad (20)$$

که برحسب کوری چنین می‌شود

$$-\frac{dn}{dt} = 4.6 \times 10^{15} \frac{\text{فروپاشی}}{\text{ثانیه}} \times \frac{1 \text{ Ci}}{3.7 \times 10^{10} \frac{\text{فروپاشی}}{\text{ثانیه}}} = 1.2 \times 10^5 \text{ Ci} \quad (21)$$

این کمیت آهنگ فروپاشی فوق‌العاده سریعی است، یعنی، یک گرم ^{131}I فوق‌العاده پرتوزاست. درکاربردهای پزشکی (مثلاً روبش تیروئیدی) مقدار ^{131}I که نوعاً به بدن انسان داده می‌شود فقط 10^{-9} گرم است، که آهنگ واپاشی حدوداً 10^{-4} کوری را به دست می‌دهد.

* این یکا به افتخار ماری اسکلودووسکا کوری (Marie Sklodowska Curie)،

۱۸۶۷ - ۱۹۳۴، و پیر کوری (همسرش - Pierre Curie)، ۱۸۵۹ - ۱۹۰۶، فیزیک و شیمی‌دانهای فرانسوی، استادان سوربون، نامگذاری شده است. آنها به خاطر کشف عناصر پرتوزای رادیم و پولونیم در جایزه نوبل ۱۹۰۳ با بکرل سهیم شدند. پس از آنکه پیر کوری طی یک سانحه درگذشت، ماری در سوربون جانشین وی شد، و تحقیقاتش را درباره پرتوزایی دنبال کرد. در سال ۱۹۱۱ وی به دریافت دومین جایزه نوبل در شیمی، به خاطر ادامه تحقیقاتش درباره رادیم نایل آمد. دختر او، ایرنه ژولیو-کوری (Irène Joliot-Curie)، ۱۸۹۷ - ۱۹۵۶، سنت خانوادگی در مورد تحقیقات درباره پرتوزایی را دنبال کرد و همراه با فردریک ژولیو-کوری (همسرش - Frédéric Joliot Curie)، ۱۹۰۰ - ۱۹۵۸، به خاطر تولید مواد پرتوزای مصنوعی از طریق بمباران با ذرات آلفا به دریافت جایزه نوبل سال ۱۹۳۵ نایل آمدند.

در صورت جدید دستگاه یکاهای متری، به جای یکای کوری، یکای جدیدی به نام بکرل جانشین شده است.

$$1 \text{ کوری} = 1 \text{ Bq} = 1 \text{ بکرل}$$

مثال ۲. ایزوتوپ ^{14}C برای عمرسنجی پرتوزایی مواد آلی مورد استفاده قرار می‌گیرد*. فراوانی نمونه‌های کربن تازه حاصل از درختان، در حالت تعادل با CO_2 موجود جو، عبارت است از: ^{14}C $1.18 \times 10^{-12} \%$ ، ^{13}C 1.11% ، و ^{12}C $10^{-12} \times 1.3 \%$ (ذخیره ^{14}C در جو از طریق واکنشهایی با محرک پرتوهای کیهانی پراثری که از فضای خارج بر سطح زمین فرود می‌آیند، پیوسته تجدید می‌شود). پس از مرگ درخت، فراوانی ^{12}C و ^{13}C در چوب ثابت می‌ماند، ولی فراوانی ^{14}C به علت واپاشی پرتوزا کاستی می‌پذیرد. فرض کنید که قطعه چوبی بازمانده از یک آرامگاه مصری متعلق به دوران فراعنه، شامل یک گرم کربن باشد که پرتوزایی آن ^{14}Ci 3.9×10^{-12} اندازه‌گیری شده. عمر این چوب چقدر است؟

حل تعداد هسته‌ها در یک گرم کربن برابر است با
 $10^{22} \times 5.7 = \text{مول/هسته} = 10^{22} \times 6.02 \times (12\text{g}/\text{مول}) \times 1\text{g}$. به این ترتیب،
 یک گرم کربن تازه شامل $10^{10} \times 6.75 = 6.75 \times 10^{-12} \times 1.3 \times 10^{22} = 5.7 \times 10^{10}$ هسته ^{14}C و پرتوزایش عبارت است از

$$\left. \frac{dn}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} n \Big|_{t=0} = \frac{\ln 2}{5730 \text{ سال}} \times 6.75 \times 10^{10} = 0.25/\text{s} \\ = 6.8 \times 10^{-12} \text{Ci} \quad (22)$$

پرتوزایی اندازه‌گیری شده مربوط به نمونه مورد بررسی به اندازه ضریب $0.57 = 0.25 / (6.8 \times 10^{-12} / 3.9 \times 10^{-12})$ از این مقدار کوچکتر است. چون فعالیت (یا پرتوزایی) با مقدار ماده پرتوزا متناسب است، داریم: $n(t)/n_0 = 0.57$. با داشتن این مقدار، از قانون واپاشی پرتوزا نتیجه می‌گیریم

$$0.57 = e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} \quad (23)$$

یا

$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln 0.57 = -\frac{5730 \text{ سال}}{\ln 2} \ln 0.57 = 4600 \text{ سال} \quad (24)$$

این نتیجه حاکی از آن است که چوب تقریباً هم‌سن هرم بزرگ است. ■

سرانجام، به بیان چند نکته کلی درباره مبانی نظری قانون واپاشی پرتوزا می‌پردازیم. این قانون در واقع یک قانون احتمالاتی است که ریشه در جنبه‌های احتمالاتی مکانیک کوانتومی در مورد هسته دارد. به‌طور متوسط، نیمی از هسته‌هایی که در آغاز در نمونه ماده پرتوزا موجود بودند، پس از یک نیمه‌عمر

* روش عمرسنجی به وسیله کربن ۱۴ را ویلارد فرانک لیبی (Willard Frank Libby)، شیمیدان آمریکایی، استاد دانشگاه شیکاگو و کالیفرنیا، ابداع کرد، و به‌خاطر این کار جایزه نوبل ۱۹۶۰ در شیمی به‌وی اهدا شد.

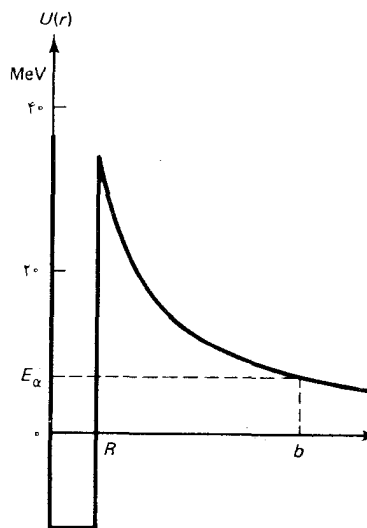
وامی باشند؛ اما، گاهی چند هسته بیشتر، و گاهی هم چند هسته کمتر، وامی باشد. اگر تعداد هسته‌ها در نمونه زیاد باشد، این عدم قطعیتها کاملاً بی‌اهمیت است، ولی اگر تعدادشان کم باشد، عدم قطعیت اهمیت زیادی پیدا می‌کند. در حالت حدی یک تک هسته، پیش‌بینی دقیق اینکه هسته چه وقت وامی باشد ناممکن است؛ تنها می‌توان پیش‌بینی کرد که شانس وقوع واپاشی با گذشت زمان به صورت نمایی افزایش می‌یابد؛ در یک بازه زمانی برابر با $t_{1/2}$ ، شانس وقوع واپاشی برابر 0.75 است. گویی واپاشی هر هسته با شیر یا خط کردن سکه کنترل شده است؛ اگر سکه شیر بیاید، هسته در بازه زمانی $t_{1/2}$ وامی باشد؛ اگر خط بیاید، هسته در این بازه زمانی وامی نباشد. در صورت دوم، سکه را باید دوباره انداخت تا تصمیم بگیریم که آیا هسته در بازه زمانی بعدی، بین $t = t_{1/2}$ و $t = 2t_{1/2}$ وامی باشد یا خیر، و به همین ترتیب تا آخر ادامه می‌دهیم.

این جنبه احتمالاتی قانون واپاشی پرتوزا به طور تجربی به صورت انحراف بین قانون ساده ریاضی (۱۲) مربوط به n اندازه‌گیری واقعی جلوه می‌کند. به طور متوسط اندازه‌گیریها با مقدار پیش‌بینی شده n توسط معادله (۱۲) سازگار است، اما افت و خیزهایی (یا کم و زیادهایی) بروز می‌کند؛ نوعاً تعداد واپاشیها با عدد پیش‌بینی شده، به اندازه ریشه دوم آن عدد اختلاف دارد. به عنوان مثال، اگر در یک بازه زمانی معین انتظار وقوع 100 واپاشی را داریم، در آن صورت عدد واقعی معمولاً بین 90 و 110 است. با بررسی آماری دقیق این انحرافها، می‌توان تصدیق کرد که این انحرافها افت و خیزهای کاتوره‌ای‌اند؛ دقیقاً به همان صورتی که در هر فرایند پیرواحتمالات انتظار می‌رود. در بخش بعدی نظریه کوانتوم مکانیکی واپاشی α را بررسی می‌کنیم، و خواهیم دید که چرا واپاشی پرتوزا از احتمالات پیروی می‌کند.

۲.۱۰ واپاشی آلفا

گریزیک ذره آلفا از یک هسته مستلزم نفوذ در سد است. سد پتانسیلی که ذره آلفا در خلال گریزش با آن مواجه می‌شود، ناشی از نیروهای مؤثر بین ذره آلفا و هسته دختر است. در شکل ۴۰.۱۰ انرژی پتانسیل را به صورت تابعی بر حسب فاصله از مرکز هسته مشاهده می‌کنید. به ازای r بزرگ، انرژی پتانسیل همان انرژی کولنی رانشی ذره α (بار $2e$) در میدان هسته دختر (بار Z) است:

$$U(r) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad r > R \quad (25)$$



شکل ۴۰.۱۰ انرژی پتانسیل یک ذره آلفا که با هسته دختر برهم‌کنش دارد. سد کولنی نشان داده شده در این شکل با ^{232}Th متناظر است.

در سطح هسته ($r = R$)، چون نیروی هسته‌ای وارد عمل می‌شود، انرژی پتانسیل به سرعت افت می‌کند. در داخل هسته، پتانسیل تقریباً ثابت است،

$$U(r) = -U_0 \quad r < R \quad (26)$$

مقدار U_0 برای محاسبه احتمال نفوذ در سد چندان اهمیت ندارد؛ فرض می‌کنیم $U_0 \approx 10 \text{ MeV}$. خط افقی در شکل $4 \cdot 10$ انرژی مربوط به یک ذره آلفای معمولی را مشخص می‌کند. به‌طور تجربی معلوم شده است که در تمام موارد واپاشی α ، انرژی ذره آلفا نسبت به بیشترین ارتفاع سد (در $r = R$) به میزان چشمگیری کمتر است.

مثال ۳. هسته ^{238}U ، ذرات α با انرژی 4.2 MeV گسیل می‌دارد [معادله (۱)]. این مقدار را با بیشترین ارتفاع سد کولنی مقایسه کنید.

حل در $r = R = r_0 A^{1/3}$ ، معادله (۲۵) عبارت خواهد بود از

$$U(R) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 A^{1/3}} \quad (27)$$

در این معادله، Z و A عدد اتمی و عدد جرمی هسته دخترند (برای ^{238}Th داریم: $Z = 90$ ، $A = 234$). به‌این ترتیب

$$U(R) = \frac{2 \times 90 \times (1.6 \times 10^{-19} \text{C})^2}{4\pi\epsilon_0 \times 1.2 \times 10^{-10} \text{m} \times (234)^{1/3}} \quad (28)$$

$$= 5.6 \times 10^{-12} \text{J} = 35 \text{ MeV}$$

که این مقدار، خیلی بیشتر از انرژی ذره آلفای گسیل شده است. به‌این ترتیب می‌بینیم که ذره آلفا خیلی نزدیک به پایه سد کولنی تونل می‌زند، که در آنجا سد عریض است. نیمه عمر بسیار طولانی 4.5×10^9 سال برای ^{238}U حاصل احتمال کم یک فرایند تونل‌زنی از این دست است. ■

برای ارائه یک بحث کمی، باید از نتایج به‌دست آمده در بخش $4 \cdot 6$ استفاده کنیم. احتمال تونل‌زنی در یک سد هسته‌ای تقریباً با ضریب گاموف، معادله (۸۷.۶) داده شده است،

$$P = e^{-\frac{4\pi}{h} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{v_\alpha}} \quad (29)$$

که در اینجا v_α سرعت نهایی ذره آلفایی است که به‌خارج پرتاب شده است. چون این احتمال بسیار کوچک است، بعید به‌نظر می‌رسد که ذره آلفا در اولین تلاش

موفق به‌گریز شود. در عوض، ذرهٔ آلفا در داخل هسته شروع می‌کند به‌اینسو و آنسو جهیدن، و مکرراً با مانع روی هسته برخورد می‌کند. هر برخورد، تلاشی برای گریز به حساب می‌آید. فاصلهٔ زمانی بین این تلاشها برابر است با $2R/v_{in}$ ، که در اینجا v_{in} عبارت است از سرعت ذرهٔ آلفا در داخل هسته. مقدار نوعی برای این زمان عبارت است از $2R/v_{in} \approx 10^{-21}$ s، که بر مبنای یک انرژی جنبشی نوعی $K_{in} \approx 10 - 20$ MeV و یک شعاع نوعی $R \approx 10^{-14}$ m مربوط به یک هستهٔ سنگین به دست آمده است. به این ترتیب، آهنگ گریز ذرات آلفا عبارت است از

$$(\text{احتمال گریز}) \times (\text{آهنگ تلاشها برای گریز}) = (\text{تعداد گریزنده‌ها در ثانیه}) \quad (30)$$

$$= \frac{v_{in}}{2R} \times P \quad (31)$$

تعداد گریزها در هر ثانیه برابر است با عکس عمر میانگین. در نتیجه،

$$\tau = \frac{2R}{v_{in}} \times \frac{1}{P} = \frac{2R}{v_{in}} e^{\frac{2\pi Ze^2}{h 4\pi\epsilon_0} \frac{1}{v_{\alpha}}} \quad (32)$$

برای مقایسه این مقدار با داده‌های تجربی، بهتر است لگاریتم بگیریم،

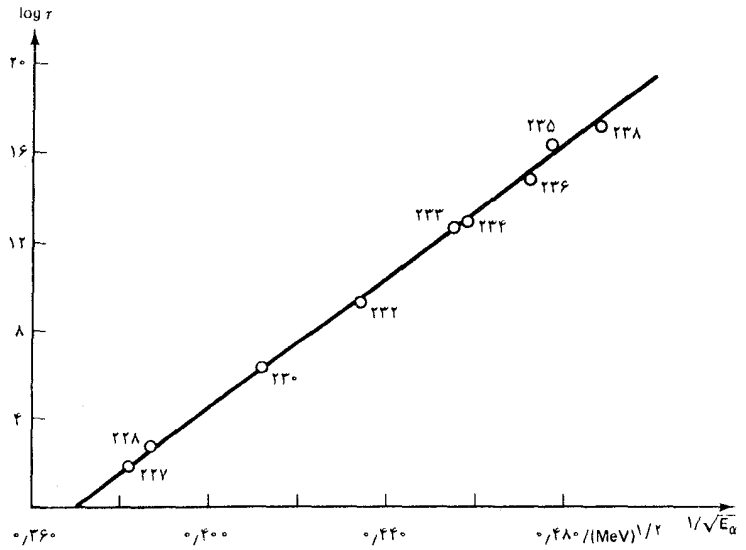
$$\ln \tau = \ln \left(\frac{2R}{v_{in}} \right) + \frac{2\pi Ze^2}{h 4\pi\epsilon_0} \frac{1}{v_{\alpha}} \quad (33)$$

جملهٔ مؤثر در این معادله، دومین جملهٔ سمت راست است؛ این جمله قسمت اعظم بستگی عمر میانگین را به انرژی ذره آلفا بیان می‌کند، در حالی که جملهٔ اول صرفاً یک ثابت جمع‌پذیر است و مقدارش برای همهٔ هسته‌های سنگین تقریباً یکسان است.

قبل از اینکه به داده‌های تجربی بنگریم، باید اصلاحی را در معادلهٔ (۳۱) انجام دهیم. در محاسبات خود، به‌طور ضمنی فرض کردیم که ذرهٔ آلفا حتی قبل از وقوع واپاشی در داخل هستهٔ مادر وجود دارد. مبنای منطقی این فرض آن است که ذرهٔ آلفا (یا هستهٔ ${}^4\text{He}$) پیکربندی فوق‌العاده پایداری برای دو پروتون و دو نوترون به‌شمار می‌آید؛ به این ترتیب، به احتمال زیاد بعضی از پروتونها و نوترونها در یک هسته خود به‌خود پیکربندی ذرهٔ آلفا را می‌پذیرند. البته، هر ذرهٔ آلفایی از این دست بی‌دوام است و پس از چند سفر رفت و برگشتی در داخل هسته متلاشی می‌شود. اما برای مقاصد مورد نظر ما، این تلاشی ربطی به مسئله ندارد. آنچه که ما باید بدانیم عبارت است از میانگین تعداد ذرات آلفای موجود در هسته

در هر لحظه معین از زمان . داده‌های موجود حاکی از آن است که این عدد بین ۰٫۱ و ۱ واقع است ، و از اینرو ، باید سمت راست معادله (۳۱) را در چنین ضریبی ضرب کنیم . این کار سبب می‌شود که یک جمله (نسبتاً) ثابت دیگر به سمت راست معادله (۳۲) اضافه کنیم ، اما در بستگی به انرژی تأثیری ندارد .

شکل ۵۰۱۰ نموداری از مقادیر مشاهده شده $\ln \tau$ برحسب عکس جذر انرژی جنبشی مشاهده شده $[1/\sqrt{E_\alpha} = 1/(\sqrt{1/2m_\alpha v_\alpha})]$ مربوط به ذرات α گسیلیده توسط بعضی از هسته‌ها با بار یکسان و شعاع تقریباً یکسان را نشان می‌دهد . بنابر معادله (۳۳) ، این نمودار باید خطی مستقیم باشد ، و در واقع این پیش‌بینی نظری با داده‌های تجربی سازگار است . توجه کنید که در این نمودار عمرهای میانگین در بازه‌ای که از کمتر از یک دقیقه تا بیش از ۱۰^۹ سال گسترده است ، قرار می‌گیرند ! به اعتبار این گستردگی دامنه زمانی سازگاری نظریه و آزمایش بسیار چشمگیر می‌شود . سازگاری را می‌توان با محاسبه دقیقتر انتگرال معادله (۶۷۰۶) بهبود بخشید . با کمک چنین محاسبات دقیقتری روشن می‌شود که P شامل یک وابستگی (جزئی) به شعاع هسته است .



شکل ۵۰۱۰ نمودار $\log \tau$ برحسب عکس جذر انرژی مربوط به ذرات آلفای گسیلیده توسط برخی از ایزوتوپهای اورانیم (τ برحسب ثانیه بیان شده است) . خط مستقیم یک برازش حداقل - مربعات برای داده‌هاست .

۳۰۱۰ واپاشی بتا

ساده‌ترین واکنش واپاشی β همان واپاشی نوترون است ، که یک پروتون ، یک

الکترون، و یک پادنوترینو به دست می‌دهد:



نیمه عمر این واپاشی برای نوترون آزاد $10/6$ دقیقه است. اما، همان‌گونه که در بخش ۱۰۹ بیان شد، برای نوترونهای مقید در داخل یک هسته پایدار، واپاشی فرونشانده شده است. به بیان کلیتر، برای نوترونهای متعلق به یک هسته ناپایدار، واپاشی ممکن است سریعتر یا کندتر از نوترون آزاد انجام شود. مثلاً، نیمه عمر واپاشی β مربوط به ایزوتوپ ^{23}Na عبارت است از $17/0$ ثانیه. کوتاهی مدت نیمه عمر، بخشی به خاطر وجود چندین نوترون است، که ممکن است هر کدام از آنها واپاشد؛ اما بیشتر ناشی از قابل حصول بودن انرژی هسته‌ای اضافی است، که واپاشی را سرعت می‌بخشد.

سایر واپاشیهای β ، که با معادله (۳۴) ارتباط نزدیک دارند، عبارتند از*:



معادله اول، واپاشی β^+ است. این واکنش از نظر انرژی برای یک پروتون آزاد ناممکن است؛ ولی، برای یک پروتون در یک هسته ناپایدار که بتواند انرژی اضافی مورد نیاز برای واکنش را تأمین کند، میسر است.

واکنش دوم مسئله گیراندازی الکترون (EC) در هسته را مطرح می‌کند. به عنوان یک قاعده کلی، هر هسته پذیرای واپاشی β^+ پذیرای گیراندازی الکترون نیز هست. اینکه واکنش نوع اول یا نوع دوم بر هسته اعمال شود فقط موضوع تصادف و شانس است. به عنوان مثال، یک نمونه از هسته ^{106}Cd ، $31/0\%$ از طریق β^+ و $99/69\%$ از طریق گیراندازی الکترون و امی باشد. در بعضی از هسته‌ها، انرژی واپاشی برای گیراندازی الکترون کافی است، ولی برای β^+ کافی نیست؛ چنین هسته‌هایی منحصراً از طریق گیراندازی الکترون و امی باشند.

مثال ۴. مقدار Q برای واکنش واپاشی β^+ و برای واکنش واپاشی گیراندازی الکترون را در مورد یک ایزوتوپ اختیاری برحسب جرمهای اولیه و نهایی بیان کنید.

* توجه کنید که علامت β^+ مربوط به پادالکترون (یا پوزیترون) را می‌توان، مطابق با قرار داد استاندارد که یک خط تیره بالای علامت ذره، نشانه پاد ذره است، به صورت \bar{e} نوشت. معمولاً، در مطالعه واکنشهای هسته‌ای نشانه‌های e و \bar{e} را ترجیح می‌دهند، در حالی که در مطالعه پرتوزایی نمادهای β^- و β^+ را به کار می‌برند. البته، این دو موضوع با هم یکی‌اند.

حل می‌توانیم واپاشی β^+ را به صورت زیر بنویسیم

$${}^A[Z] \rightarrow {}^A[Z-1] + \beta^+ + \nu \quad (38)$$

که در اینجا نشانه ${}^A[Z]$ معرف ایزوتوپی با عدد اتمی Z و عدد جرمی A است. به‌مثابه فصل پیش، مقدار Q را برحسب جرم اتم بیان می‌کنیم. اگر M_Z نشانگر جرم اتم باشد، آنگاه جرم هسته عبارت است از: $M_Z - Zm_e$. جرم نوترینو صفر است (پایینتر را ببینید). به این ترتیب، مقدار Q برابر است با

$$\begin{aligned} Q &= (M_Z - Zm_e)c^2 - (M_{Z-1} - (Z-1)m_e)c^2 - m_e c^2 \\ &= M_Z c^2 - M_{Z-1} c^2 - 2m_e c^2 \end{aligned} \quad (39)$$

از اینجا مشاهده می‌کنیم واپاشی β^+ از نظر انرژی در صورتی امکان‌پذیر است که جرم اولیه اتم از جرم نهایی آن، دست کم به اندازه دو برابر جرم الکترون، بیشتر باشد. به همین ترتیب، می‌توانیم واکنش گیراندازی الکترون را به صورت زیر بنویسیم

$$\beta^- + {}^A[Z] \rightarrow {}^A[Z-1] + \nu \quad (40)$$

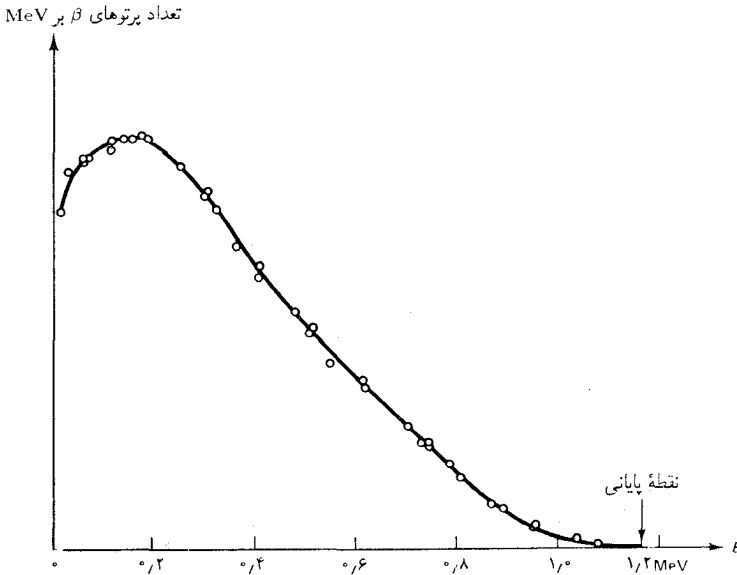
که مقدار Q برای این واکنش چنین است

$$\begin{aligned} Q &= m_e c^2 + (M_Z - Zm_e)c^2 - (M_{Z-1} - (Z-1)m_e)c^2 \\ &= M_Z c^2 - M_{Z-1} c^2 \end{aligned} \quad (41)$$

مشاهده می‌کنیم گیراندازی الکترون از نظر انرژی در صورتی امکان‌پذیر است که جرم اولیه اتم از جرم نهایی بیشتر باشد. معنی این گزاره آن است که در برخی هسته‌ها از نظر انرژی گیراندازی الکترون امکان‌پذیر، ولی گسیل β^+ غیرعملی است. ■

برهم‌کنشی که به واکنشهای (۳۴) تا (۳۷) می‌انجامد، یک نوع برهم‌کنش جدید است که به آن برهم‌کنش «ضعیف» می‌گویند. این برهم‌کنش یکی از چهار نوع برهم‌کنش بنیادی مربوط به ماده به‌شمار می‌آید؛ برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی، قوی، ضعیف، و گرانشی. در حالی که برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و قوی از طریق نیروهایی که ذرات داخل اتم یا هسته را به هم می‌پیوندند، در ساختار ماده نقشی اساسی بازی می‌کنند، برهم‌کنش ضعیف در این امر مشارکتی ندارد. (این برهم‌کنش فقط در واکنشهای β ، معادلات (۳۴) تا (۳۷)، و بعضی واکنشهای مشابه مشتمل بر ذرات بنیادی دیگر (فصل ۱۱ را ببینید) پیش می‌آید. از آنرو به این برهم‌کنش «ضعیف» می‌گویند که از برهم‌کنش الکترومغناطیسی یا قوی خیلی ضعیفتر است. هرچند که، در حوزه فیزیک اتمی و هسته‌ای، برهم‌کنش اخیر بسیار قویتر از برهم‌کنش گرانشی است و برهم‌کنش گرانشی ضعیفترین برهم‌کنش به‌شمار آید.

یکی از جنبه‌های بارز و اپاشی β آن است که الکترونها یا پادالکترونها بیرون انداخته شده از هستهٔ یک ایزوتوپ مشخص، گاهی با یک انرژی، و گاهی با انرژی دیگری، خارج می‌شوند. مثلاً، در شکل ۶.۱۰ طیف انرژی الکترونها بیرون انداخته شده در واپاشی یک نمونه از ^{210}Bi را مشاهده می‌کنید. انرژی الکترونها در محدودهٔ ۰ تا 1.16MeV گسترده شده‌اند، و یک بیشینهٔ عریض در حدود 0.15MeV دارد. این متغیر بودن انرژی پرتوهای β در تقابل کامل با ثابت بودن انرژی پرتوهای α قرار دارد، طیف انرژی پرتوهای α بیرون انداخته شده در واپاشی یک هستهٔ سنگین، انرژی کاملاً معین، و منحصر به فردی را بروز می‌دهد. می‌توانیم اختلاف بین پرتوهای α و β را به این ترتیب خلاصه کنیم: توزیع انرژی پرتوهای α طیفی خطی است، در حالی که توزیع مربوط به پرتوهای β یک طیف پیوسته است.



شکل ۶.۱۰ طیف انرژی پرتوهای β بیرون انداخته شده توسط واپاشی پرتوزای یک نمونه از ^{210}Bi .

در دههٔ ۱۹۲۰، معمای متغیر بودن انرژی پرتوهای β ذهن فیزیکدانان نظری را مشغول داشته بود، و این معما سبب شد که بعضی از نظریه پردازان تصور کنند ممکن است انرژی پایسته نباشد. هرگاه یک پرتو β با انرژی کمتر از بیشترین مقدار انرژی قابل حصول گسیل شود، چه بر سر این کمبود انرژی می‌آید؟ جواب این مسئله به این شرح است که کمبود انرژی، انرژی حمل شده توسط ذره‌ای دیگر، نوترینو، را که به وسیله هسته بیرون انداخته شده است، نشان می‌دهد. این توضیح دربارهٔ شکست ظاهری بقای انرژی در سال ۱۹۳۱ توسط پائولی ارائه شد. در آن زمان، هیچگونه گواه تجربی دال بر وجود ذره‌ای دیگر در واپاشی β در دست

نبود، و پیشنهاد پائولی عقیده‌ای بود، استوار بر اعتقاد راسخ به قوانین بقا. شواهد تجربی مستقیم دال بر وجود نوترینو در سال ۱۹۵۳ حاصل شد که در این سال راینز و کوان* هدفهایی حاوی مقدار زیادی هیدروژن را در معرض شار خیلی شدید پادنوترینوهای تولید شده به وسیلهٔ یک رآکتور هسته‌ای قرار دادند، و واکنش (۳۷) را مشاهده کردند، که در این واکنش یک پروتون به یک نوترون و یک پادالکترون تبدیل می‌شود. آنها این نوترون‌ها و پادالکترون‌ها را به‌طور همزمان آشکارسازی کردند.

نوترینوها (و پادنوترینوها) ذراتی با جرم صفر یا تقریباً صفر، بار الکتریکی صفر، و اسپین ۱/۲ هستند. آشکارسازی نوترینوها بسیار دشوار است زیرا برهم‌کنش آنها با سایر ذرات بسیار ضعیف است، این ذرات تنها از طریق نیروی «ضعیف» برهم‌کنش دارند. جرم نوترینو را می‌توان با بررسی دقیق حد بالایی طیف انرژی مربوط به پرتوهای β (شکل ۱۰-۶) تعیین کرد. شکل منحنی طیفی در نزدیکی E_{\max} به جرم نوترینو بستگی دارد. داده‌های تجربی موجود ثابت می‌کند که جرم یک نوترینو کمتر از $6 \times 10^{-8} \text{u}$ یا کمتر از $6 \times 10^{-5} \text{MeV}/c^2$ است. این مطلب، امکان وجود جرمی بسیار کم، اما نه کاملاً صفر**، را برای نوترینو فراهم می‌آورد.

محاسبات نظری انجام شده توسط انریکو فرمی[†] نشان داد که فرض وجود نوترینو منجر به منحنی طیفی مشاهده شده برای انرژیهای پرتو β می‌شود. الکترون و نوترینوی به‌بیرون انداخته شده در یک واپاشی β انرژی قابل دسترسی را به‌طور کاتوره‌ای بین خود تقسیم می‌کنند. به این ترتیب غیرممکن است که الکترون، یا نوترینو به تنهایی تمام انرژی را دریافت کنند؛ از اینرو موارد واپاشی با مقادیر حدی $E = 0$ یا $E = E_{\max}$ مربوط به انرژی الکترون ندارند، که این نتیجه‌گیری از نظر

* فردریک راینز (Frederick Reines)، ۱۹۱۸-، فیزیکدان آمریکایی استاد دانشگاه کالیفرنیا، ایروین. کلایدل. کوان (Clyde L. Cowan)، ۱۹۱۹- فیزیکدان آمریکایی، استاد کاتولیک یونیورسیتی.

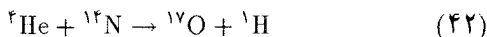
** برخی از اندازه‌گیریهای جدید، و تأیید نشده، علی‌الظاهر حاکی از غیرصفر بودن جرم نوترینوست.

† انریکو فرمی (Enrico Fermi)، ۱۹۰۱ - ۱۹۵۴، فیزیکدان ایتالیایی و بعداً آمریکایی، استاد دانشگاههای رم و شیکاگو. فرمی پژوهشگر تجربی برجسته، و نیز نظریه پرداز نابغه‌ای بود. از میان عمده‌ترین کارهایش تحقیقات تجربی و نظری او دربارهٔ واپاشی β ، تولید مصنوعی ایزوتوپها به وسیلهٔ بمباران نوترونی است، که جایزهٔ نوبل ۱۹۳۸ را برایش به‌ارمغان آورد، و کار وی در زمینه شکافت اورانیم است. فرمی یکی از رهبران پروژه مانهاتن بود و نمایش تجربی وی از واکنشهای زنجیره‌ای با رآکتور شیکاگو گامی اساسی در تکامل بسبب اتمی به‌شمار می‌آید.

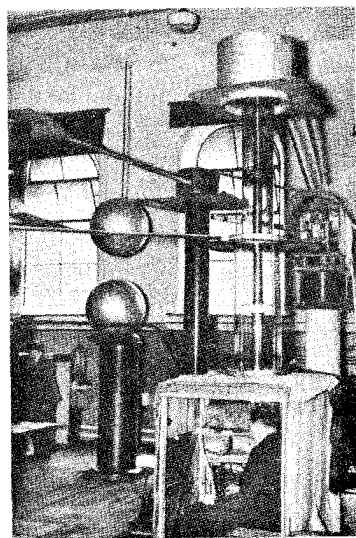
کیفی با منحنی طیفی نشان داده شده در شکل ۶۰۱۰ توافق دارد.

۴۰۱۰ واکنشهای هسته‌ای انرژی - پایین؛ هسته مرکب

تحقیقات تجربی واکنشهای هسته‌ای در سال ۱۹۱۹، پس از آنکه رادرفورد کشف کرد که بمباران نیتروژن با ذرات آلفا منجر به ایجاد اکسیژن و پروتون می‌شود، آغاز شد،



رادرفورد در این آزمایشها، و در آزمایشهای قبلی خود از یک ماده پرتوزای طبیعی به‌عنوان چشمهٔ باریکه ذرات آلفا استفاده می‌کرد. این روش تجربی در سال ۱۹۳۲، وقتی که کاکرافت و والتون* برای تولید باریکه‌ای پرنانرژی از پروتونها از شتابدهندهٔ الکتروستاتیکی استفاده کردند، به‌طور حیرت‌انگیزی بهتر شد. آنها با این باریکه یک هدف لیتیم را بمباران کردند و اولین واکنش هسته‌ای آغاز شده به‌وسیله پرتابهایی را مشاهده کردند که به‌طور مصنوعی شتاب یافته بودند. شتابدهنده‌ای که کاکرافت و والتون ساختند، شبیه شتابدهنده‌ای بود که یکسال قبل از آن وان دوگراف** ساخته بود. این ماشین پرتابه‌ها را توسط یک میدان الکتروستاتیکی قوی شتاب می‌داد؛ این میدان با انباشتن مقدار زیادی بار الکتروستاتیکی روی یک خازن کروی در ولتاژ بالا ایجاد می‌شد. ابزاری از نوعی دیگر، به‌نام سیکلوترون، تقریباً در همان زمان توسط لارنس ساخته شد.†



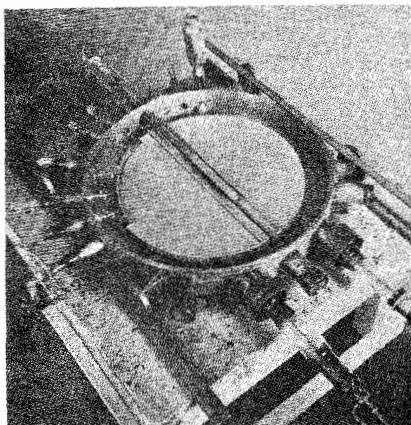
شکل ۷۰۱۰ شتاب دهندهٔ کاکرافت و والتون.

* سر جان دوگلاس کاکرافت (Sir John Douglas Cockcroft) - ۱۸۹۷ - ۱۹۶۷، و ارنست توماس سینتون والتون (Ernest Thomas Sinton Walton)، ۱۹۰۳ - ، فیزیکدانان انگلیسی؛ به‌خاطر پیشگامیشان در تحقیق روی واکنشهای هسته‌ای با ذراتی که به‌طور مصنوعی شتاب یافته بودند، جایزهٔ نوبل ۱۹۵۱ مشترکاً به‌آنها تعلق گرفت. کاکرافت اولین رئیس مؤسسهٔ تحقیقات انرژی اتمی در هارول بود.

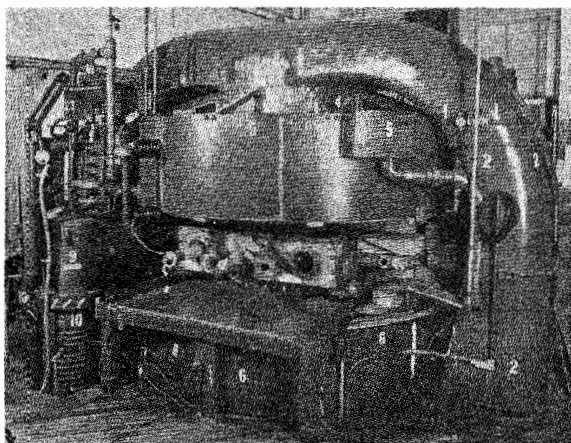
** رابرت جمیسون وان دوگراف (Robert Jemison Van de Graaff)، ۱۹۰۱ - ۱۹۶۷، فیزیکدان آمریکایی استاد انستیتو تکنولوژی ماساچوست. وان دوگراف بعداً مولد خود را تغییر داد به‌طوری که می‌شد از آن برای تولید پرتوهای X خیلی پرنانرژی در کاربردهای پزشکی استفاده کرد.

† ارنست اُرلاندو لارنس (Ernest Orlando Lawrence)، ۱۹۰۱ - ۱۹۵۸، فیزیکدان تجربی آمریکایی، استاد برکلی، رئیس آزمایشگاه تابش (که اکنون آزمایشگاه لارنس برکلی نامیده می‌شود). او به‌خاطر اختراع و تکمیل سیکلوترون برندهٔ جایزهٔ نوبل ۱۹۳۹ شد. وی در خلال جنگ آزمایشگاه لوس‌آلاموس را سازماندهی کرد و در زمینهٔ جداسازی ایزوتوپیهای ${}^{235}\text{U}$ و ${}^{239}\text{Pu}$ ، که در ساختن بمب اتمی به‌آنها نیاز داشتند، کار کرد.

سیکلوترون پرتابه‌ها را در یک میدان مغناطیسی در مداری مارپیچی نگه می‌دارد و آنها را با اهل دادنهای پیاپی به وسیله یک میدان الکتریکی نوسانی شتاب می‌دهد (شکل‌های ۸۰۱۰ و ۲۰۱).



(ب)



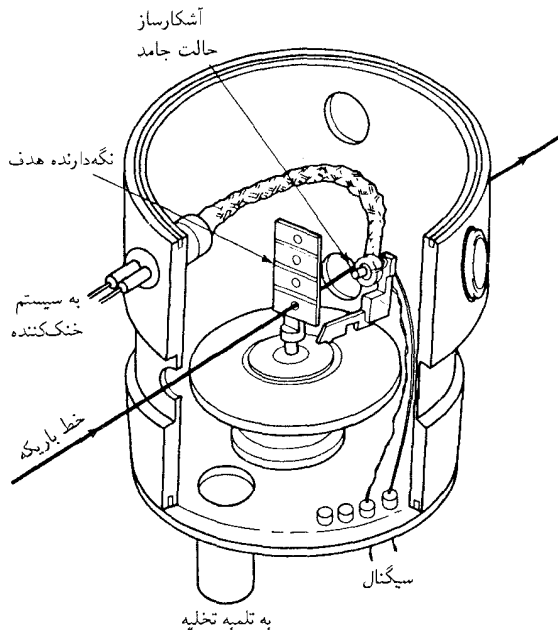
(الف)

شکل ۸۰۱۰ (الف) سیکلوترون ۳۷ اینچی لارنس؛ (ب) دی‌های سیکلوترون ۳۷ اینچی.

همینکه فیزیکدانان هسته‌ای شتابدهنده‌های بزرگتر و بهتری ساختند، بمباران هدفها با باریکه‌هایی که به‌طور مصنوعی از پرتابه‌ها تولید شده بودند، در تحقیقات تجربی واکنشهای هسته‌ای به‌مثابه روشی استاندارد درآمد. انرژی پرتابه‌هایی که برای آغاز واکنشهای هسته‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند، معمولاً در محدوده چند MeV تا 140 MeV تغییر می‌کند. * این گستره انرژی حوزه فیزیک هسته‌ای انرژی پایین را، در مقایسه با گستره 140 MeV تا چند صد MeV برای فیزیک هسته‌ای با انرژی بالا، و گستره چند صد MeV تا چندین هزار MeV برای فیزیک ذرات بنیادی، مشخص می‌کند. شکل ۹۰۱۰ یک آرایش تجربی نوعی را نشان می‌دهد. باریکه پروتونها، ذرات آلفا، و دوترونهای پرانرژی از طریق یک لوله تخلیه شده از شتابدهنده به‌اتاقک هدف می‌روند. هدف از یک برگه بسیار نازک ماده مورد بررسی ساخته شده است. واکنشهای هسته‌ای انرژی پایین معمولاً با بیرون انداختن پروتون، نوترون، ذرات آلفا، دوترون، و پرتوهای γ از هسته‌های هدف همراه است. این ذرات به وسیله آشکارسازهایی که هدف را احاطه کرده‌اند شناسایی می‌شوند: آشکارسازهای پر از گاز، مانند شمارگرهای

* 140 MeV آستانه تولید بیون است.

شکل ۹.۱۰ اتاقک پراکندگی برای بمباران یک هدف به وسیلهٔ باریکه پروتونی.



تناسبی یا شمارگرهای گایگر که بونهای ایجاد شده به وسیلهٔ عبور ذره از طریق گاز را آشکارسازی می‌کنند؛ آشکارسازهای سوسوزن، مانند پلاستیک یا پدرورسدیم که، وقتی مورد اصابت یک ذره قرار می‌گیرد، جرقهٔ نوری کوتاهی صادر می‌کند که به وسیلهٔ لامپ فتومولتی‌بلایر ثبت می‌شود؛ یا آشکارسازهای نیمرسانا، مانند ژرمانیم آلاییده با لیتیم، که زوج الکترون - حفره را که با گذر ذره از محل اتصال نیمرسانا تولید می‌شود، آشکارسازی می‌کند.

فیزیکدانان تجربی علاقه‌مندند که نتایج تعیین شدهٔ خود از آهنگ واکنش هسته‌ای را بر حسب سطح مقطع σ بیان کنند که به صورت خارج قسمت آهنگ واکنش به ازای هر هسته، به شار فرودی پرتابه‌ها تعریف شده است؛

$$\sigma = \frac{\text{(آهنگ واکنش به ازای هر هسته)}}{\text{(شار فرودی)}} \quad (۴۳)$$

آهنگ واکنش عبارت است از تعداد واکنشها در هر ثانیه؛ یکای صورت کسر در معادلهٔ (۴۳) عبارت است از s^{-1} . شار فرودی برابر است با تعداد پرتابه‌های فرودی بر مترمربع بر ثانیه؛ یکای مخرج کسر در معادلهٔ (۴۳) عبارت است از

$m^{-2}s^{-1}$. بنابراین سطح مقطع دارای یکای m^2 ، یعنی دارای یکای مساحت، است. سطح مقطع معیار است برای احتمال وقوع واکنش. اگر پرتابه‌ها ذرات کلاسیکی بودند که در امتداد خطوط مستقیم حرکت می‌کردند، و اگر هر پرتابه‌ای که با پارامتر برخوردی کوچکتر از شعاع هسته به هسته نزدیک می‌شد، می‌توانست واکنشی را سبب شود؛ در این صورت سطح مقطع برای آن واکنش برابر است با مساحت سطح مقطع هندسی هسته. چون پرتابه یک ذره کوانتوم مکانیکی است که تابع موج آن حتی وقتی که پارامتر برخورد کلاسیکی بیشتر از شعاع هسته است می‌تواند روی هسته بیفتد و برهم‌کنش انجام دهد، و چون احتمال وقوع واکنش کمتر از ۱۰۰٪ است، سطح مقطع ممکن است از مساحت سطح مقطع هندسی بیشتر یا کمتر باشد. سطح مقطعی هسته‌ای اغلب بر حسب بارن اندازه‌گیری می‌شوند،

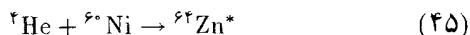
$$1 \text{ بارن} = 10^{-28} m^2$$

مقادیر سطح مقطعی هسته‌ای معمولی از کسری از بارن تا چند بارن تغییر می‌کند.

واکنشهای هسته‌ای از واکنشهای شیمیایی خیلی پیچیده‌ترند زیرا تمام نوکلئونهای موجود در هسته در واکنش شرکت می‌کنند، درحالی که در یک واکنش شیمیایی فقط بیرونیترین الکترونهای اتم شرکت دارند. اما، همان‌گونه که بور در سال ۱۹۳۶ خاطر نشان کرد، شرکت عمومی تمامی نوکلئونها در واکنش ما را مجاز می‌دارد که برای توصیف نظری واکنشهای هسته‌ای یک مدل خیلی ساده بیندیشیم. بنابراین مدل، پرتابه فرودی توسط هسته جذب می‌شود و انرژی را سریعاً با تمام نوکلئونها به مشارکت می‌گذارد. این یکی شدن پرتابه و هسته اصلی یک هسته مرکب تشکیل می‌دهد، که عدد جرمی و بار آن برابر است با مجموع اعداد جرمی و بارهای مربوط به پرتابه و هسته اصلی. مثلاً، بمباران ${}^{63}\text{Cu}$ به وسیله پروتون منجر به ایجاد هسته مرکب ${}^{64}\text{Zn}^*$ می‌شود،



علامت ستاره روی علامت شیمیایی حکایت از آن دارد که هسته در یک حالت برانگیخته است. همین هسته مرکب را می‌توان به وسایل دیگر تشکیل داد. مثلاً، بمباران ${}^{60}\text{Ni}$ با ذرات آلفا نتیجه می‌دهد



اگر انرژی ذره آلفا به‌طور مناسب تنظیم شود، در آن صورت انرژی هسته‌های مرکب ایجاد شده در واکنش (۴۴) و (۴۵) یکی می‌شود.

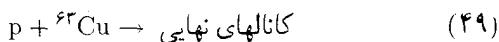
به خاطر انرژی که توسط پرتابه وارد شده است، هسته مرکب در حالتی ناپایدار و فوق‌العاده برانگیخته است. پس از گذشت زمانی کوتاه، هسته مرکب با بیرون انداختن یک یا چند نوکلئون وامی‌باشد. واپاشی چنان سریع، در مدت زمانی حدود 10^{-16} ثانیه به‌وقوع می‌پیوندد که هسته مرکب را هرگز نمی‌توان مستقیماً مشاهده کرد. به این ترتیب هسته مرکب فقط یک مرحله میانی بی‌دوام از واکنش هسته‌ای است. واپاشی هسته مرکب ممکن است از طریق یک یا چند مجرا یا «کانال» متفاوت روی دهد. مثلاً مشاهده شده است که هسته مرکب $^{64}\text{Zn}^*$ از طریق کانالهای زیر وامی‌باشد



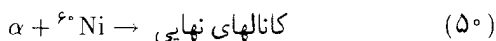
انتخاب بین این کانالها تابع احتمالات است، که به انرژی بستگی دارد. اما، احتمال واپاشی ربطی به چگونگی تشکیل هسته مرکب ندارد. اعم از اینکه انرژی به وسیله یک پروتون [از طریق واکنش (۴۴)]، یا به وسیله یک ذره آلفا [از طریق واکنش (۴۵)] به هسته مرکب وارد شده باشد، فرقی نمی‌کند؛ هسته مرکب به‌خاطر نمی‌آورد که چگونه تولید شده است.

به این ترتیب، بنابر مدل هسته مرکب، واکنش هسته‌ای یک فرایند دو مرحله‌ایست. در مرحله اول پرتابه با هسته هدف جفت می‌شود و یک هسته مرکب تشکیل می‌دهد، و در مرحله دوم هسته مرکب وامی‌باشد. البته، از دیدگاه نظریه احتمال، دو مرحله از نظر احتمالاتی رویدادهایی مستقلند. از اینرو احتمال خالص برای واکنش برابر است با حاصلضرب احتمال تشکیل هسته و احتمال واپاشی آن.

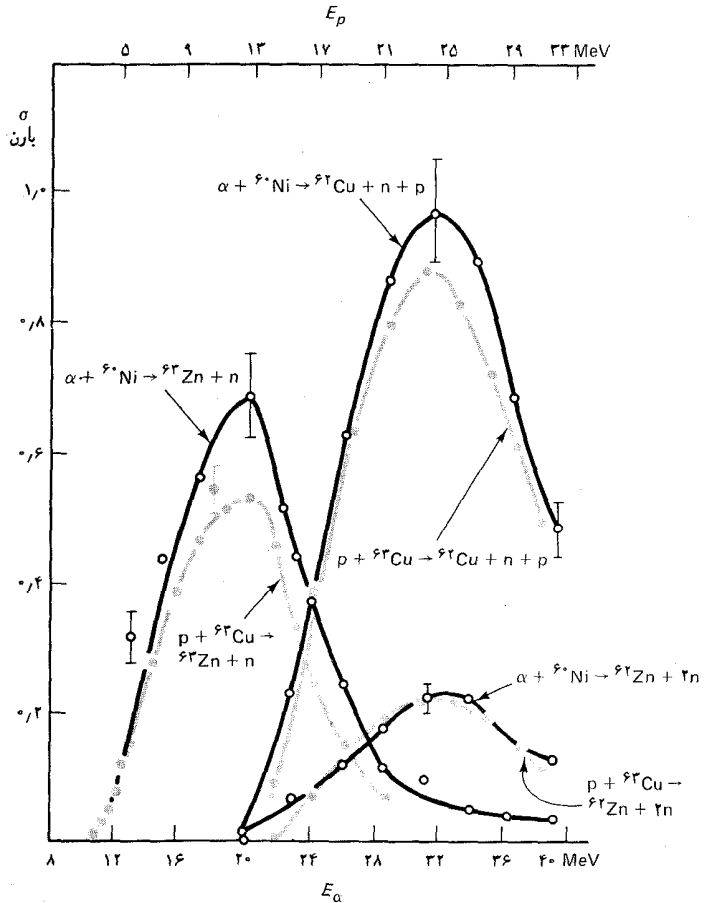
می‌توانیم این پیش‌بینی مدل هسته مرکب را با آزمایش، از طریق مقایسه سطح مقطعی اندازه‌گیری شده برای واکنشهای



و سطح مقطعی اندازه‌گیری شده برای واکنشهای



مورد بررسی قرار دهیم، که در اینجا «کانالهای نهایی» سه شق متفاوتی است که در معادلات (۴۶) تا (۴۸) فهرست شده است. اگر بمباران به وسیله p به سطح مقطع زیادی، مثلاً برای بیرون انداختن $p + n$ نسبت به بیرون انداختن $n + n$ ، بینجامد، در این صورت بمباران آلفا هم باید به همان طریق عمل کند. شکل ۱۰.۱۰ سطح مقطعیهای اندازه‌گیری شده را برحسب تابعی از انرژی نشان

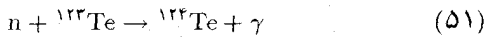


شکل ۱۰.۱۰ سطح مقطعیهای مربوط به واکنشهایی که به وسیله $\alpha + {}^{60}\text{Ni} + p + {}^{62}\text{Cu}$ آغاز شده‌اند. مقیاس بالای شکل انرژی پروتون و مقیاس پایینی انرژی آلفا را به دست می‌دهد.

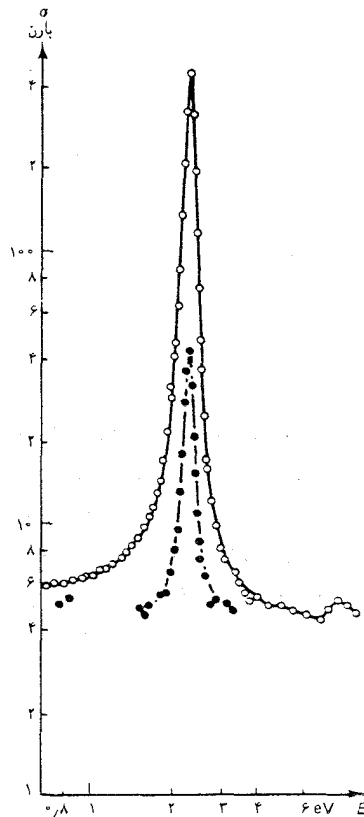
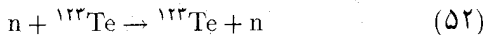
می‌دهد. داده‌ها پیش‌بینی مدل را تأیید می‌کنند: در هر انرژی معینی برای هسته مرکب، سطح مقطعیهای مربوط به کانالهای نهایی که از طریق بمباران پروتون حاصل شده‌اند، به‌طور تقریبی، به‌همان نسبت سطح مقطعیهای این کانالها هستند که از طریق بمباران آلفا به دست آمده‌اند.

در تمام مثالهای بالا، هسته مرکب به وسیله بمباران هدف توسط ذرات باردار (پروتون یا ذرات آلفا) به وجود آمده است. این عمل منجر به تشکیل یک هسته مرکب با انرژی برانگیختگی نسبتاً زیاد می‌شود، زیرا ذره بمباران کننده باید با

انرژی جنبشی اولیه فوق‌العاده زیادی رهسپار شود، به طوری که بتواند بر سد کولنی غلبه (یا در آن نفوذ) کند. همچنین تشکیل هسته مرکب ممکن است با بمباران توسط نوترون صورت گیرد.* مزیت این روش آنجاست که در آن می‌توان نوترونهای بسیار کم انرژی را به کار گرفت، زیرا در این مورد سد کولنی وجود ندارد. ثابت شده است که نوترونهای خیلی کم انرژی، نسبت به نوترونهای پراانرژی، توسط هسته خیلی آسانتر جذب می‌شوند. (اگر نوترون با سرعت کمی حرکت کند، زمان بیشتری را در داخل هسته سپری می‌کند و با احتمال بیشتری در یک واکنش درگیر می‌شود. بنابراین جای شگفتی نیست که سطح مقطع جذب یک نوترون کم انرژی با سرعت آن نسبت عکس دارد؛ این رابطه به قانون $1/v$ مشهور است.) به این ترتیب، بمباران نوترونی دسترسی به حالت‌های انرژی پایین مربوط به هسته مرکب را فراهم می‌آورد. این حالت‌های پایین انرژی پدیده‌های تشدید را بروز می‌دهند؛ هرگاه انرژی نوترون دقیقاً برابر انرژی مورد نیاز برای قرار دادن هسته در یکی از حالت‌های برانگیخته‌اش شود، در این صورت، سطح مقطع شکل‌گیری هسته مرکب فوق‌العاده بزرگ می‌شود. در نتیجه، سطح مقطع مربوط به هر واکنش هسته‌ای که حاوی چنین هسته مرکب برانگیخته‌ای به عنوان مرحله میانی است، در این انرژی بزرگ خواهد بود. به عنوان مثال در شکل ۱۱.۱۰ سطح مقطعی مربوط به واکنشهای



و



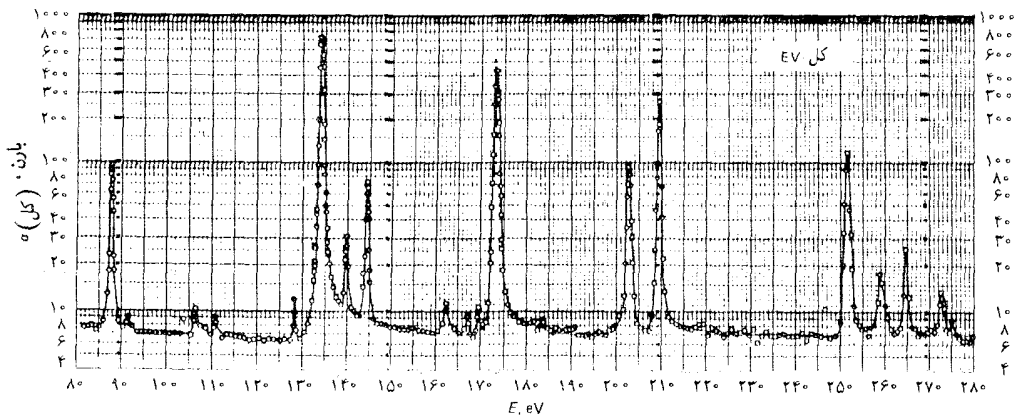
شکل ۱۱.۱۰ تشدید در سطح مقطع مربوط به $n + {}^{123}\text{Te} \rightarrow {}^{123}\text{Te} + \gamma$ (نقطه‌ها) و $n + {}^{123}\text{Te} \rightarrow {}^{123}\text{Te} + n$ (دایره‌ها).

را مشاهده می‌کنید. واکنش اول گیراندازی تابشی و واکنش دوم پراکندگی کشسان است. با اینکه واکنش دوم به یک تغییر حالت هسته‌ای منجر نمی‌شود، متضمن تشکیل یک هسته مرکب (${}^{123}\text{Te}^*$) و واپاشی بعدی این هسته مرکب از طریق بیرون انداختن یک نوترون است. به طور تجربی، وقوع واکنش را می‌توان از عدم وقوع واکنش تشخیص داد، زیرا نوترون به بیرون انداخته شده جهت حرکتی غیر از جهت نوترون فرودی دارد. هم کانال گیراندازی تابشی و هم کانال پراکندگی

* باریکه‌های شدید نوترونی، از راکتورهای هسته‌ای که در آنها واکنشهای شکافت (مطالب بعدی را ببینید) شار نوترونی فراوانی را آزاد می‌کند، قابل حصول است. به نحو دیگری، نوترون را می‌توان از طریق قرار دادن هدفهایی از هسته‌های سبک در معرض بمباران پروتون یا دوترنهایی که از شتابدهنده می‌آیند، تولید کرد؛ در این صورت تولید نوترون در واکنشهایی مانند $D + {}^9\text{Be} \rightarrow {}^{10}\text{B} + n$ یا $p + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^7\text{Be} + n$ مجاز است.

کشسان تشدید روشنی را برای یک نوترون با انرژی $2,33\text{eV}$ نمایش می‌دهند، که با یک حالت برانگیخته برای ^{133}Te متناظر است.

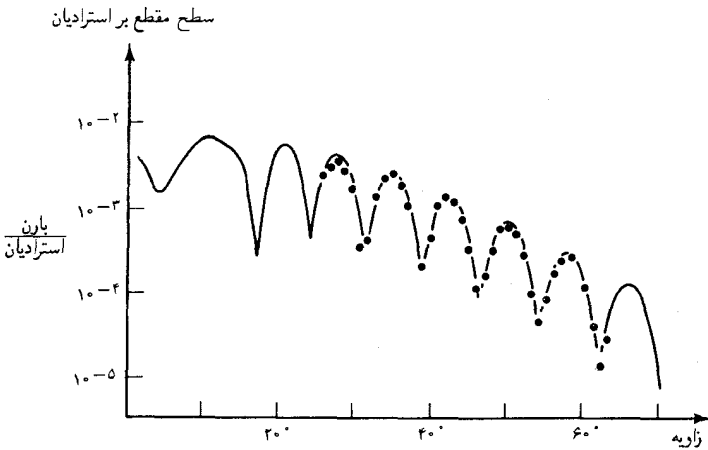
تشدیدهای واضح سیمای همه جا حاضر واکنشهای هسته‌ای در انرژیهای خیلی پایین است (شکل ۱۰-۱۲). این تشدیدها در انرژیهای بالاتر - حدود چند MeV - چون هسته مرکب کانالهای واپاشی متعددی در اختیار دارد، و کانال پراکندگی کشسان نسبتاً بی‌اهمیت است، رغبتی به بروز ندارند. اگر شباهتی بین حالت برانگیخته هسته مرکب و یک نوسانگر کلاسیک تصور کنیم، می‌توانیم بفهمیم که چرا فراوانی کانالهای واپاشی باعث فرونشانی تشدید می‌شود. فراوانی کانالهای واپاشی که می‌تواند انرژی را از حالت برانگیخته تخلیه کند، مشابه یک مقاومت اصطکاکی بزرگ در نوسانگر است، که از زیاد شدن دامنه جلوگیری می‌کند و در این صورت تشدید پهن و غیرقابل تمیز می‌شود. به علاوه، در انرژیهای بالاتر، فاصله بین تشدیدها کوچک می‌شود؛ بنابراین، تشدیدها روی هم می‌افتند، و مشاهده آنها دشوار یا ناممکن می‌شود.



شکل ۱۲.۱۰ تشدیدهای مشاهده شده در سطح مقطع کل مربوط به نوترونهای فرودی بر ^{238}Ag .

گرچه مدل هسته مرکب به طور موفقیت آمیزی گونه‌های فراوانی از واکنشهایی هسته با انرژی پایین را توجیه می‌کند، از پس توجیه بعضی از واکنشهای ناکشسان برنمی‌آید. ناسازگاری بین پیش‌بینیهای مدل و آزمایش به خصوص در واکنشهایی که با پرتابه‌های باردار، مانند پروتون، و ذره آلفا صورت می‌گیرد، بارز است. بر مبنای مدل مرکب، انتظار داریم که وقتی پرتابه‌های نسبتاً پرنرژی، مثلاً یک ذره آلفا با انرژی ۳۰ یا ۴۰ MeV، به داخل هسته نفوذ می‌کند. انرژی را به سرعت با نوکلئونها تقسیم می‌کند، و آنگاه خود را در دام سد کولتی احاطه کننده می‌یابد (بخش ۱۰-۲۰ را ببینید). در هسته مرکبی که به این صورت تشکیل شده است،

محتملترین فرایند واانگیختگی عبارت است از بیرون انداختن یک یا چند نوترون . چون تونل زنی در سد کولنی فرایندی کند است ، بیرون اندازی یک ذره آلفا رویدادی نادر خواهد بود ؛ یعنی ، سطح مقطع مربوط به پراکندگی ناکشسان ذرات آلفا کوچک است . ولی ، این پیش بینی مدل مرکب با نتایج تجربی ناسازگار است : مقدار مشاهده شده برای سطح مقطع مربوط به پراکندگی ناکشسان ذرات آلفا نسبتاً بزرگ است (در حدود ۱۰٪ سطح مقطع کل واکنش) ، و توزیع زاویه‌ای ذرات آلفای پراکنده سلسله‌ای از بیشینه و کمینه‌ها را به صورت تابعی از زاویه پراکندگی به نمایش می‌گذارد (شکل ۱۰-۱۳) . بستگی شدید به زاویه نیز با مدل مرکب ناسازگار است ، که بستگی نسبتاً ضعیفی را نسبت به زاویه پیش بینی می‌کند ، که این بستگی حول ۹۰° متقارن است (اگر موضوع را سطحی بنگریم ، انتظار داریم که در چارچوب مرجع هسته مرکب احتمال مربوط به بیرون انداختن یک ذره کم و بیش مستقل از زاویه باشد) .



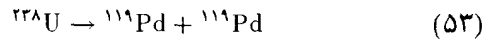
شکل ۱۰-۱۳ توزیع زاویه‌ای مربوط به ذرات آلفای ۴۳-MeV که به طور ناکشسان از هسته ^{152}Sm پراکنده شده اند .

توضیح این خواص پراکندگی ناکشسان متضمن یک ساز و کار واکنش مستقیم است : ذره آلفای فرودی تنها با بخش کوچکی از هسته برهم‌کنش دارد ، این ذره دستخوش قدری اتلاف انرژی و قدری انحراف می‌شود ، و بدون تأخیر بیشتری از هسته خارج می‌شود . ذرات آلفایی که در چنین برهم‌کنشهای مستقیمی دخیلند ، عبارتند از ذراتی که از لبه هسته با برخوردی خراشان می‌گذرند ؛ ذرات آلفایی که می‌کوشند از قسمت میانی هسته بگذرند ، با نوکلئونهای زیادی برهم‌کنش دارند و معمولاً به تشکیل هسته مرکب می‌انجامند . بیشینه‌ها و کمینه‌ها در توزیع زاویه‌ای ذرات آلفا (شکل ۱۰-۱۳) از یک پدیده تداخلی حاصل می‌شوند : موج ذره آلفای خروجی از دو انتهای متقابل هسته سهمیهایی را دریافت می‌کند ؛

این دریافت سهم و مشارکت برحسب زاویه ، به طور سازنده و یا ویرانگر تداخل می کنند . به این ترتیب ، نقش بیشینه ها و کمینه ها در توزیع زاویه ای ذرات آلفای پراکنده شده به وسیله یک هسته مشابه که نقش تداخلی امواج نوری پراکنده شده از یک زوج شکاف باریک است . همچنین طرحهای مشابهی از بیشینه ها و کمینه ها در توزیع زاویه ای مربوط به پروتونها و نوترونهای پراکنده شده از هسته ها مشاهده شده است . این مطلب حاکی از آن است که پراکندگی ناکشسان این ذرات نیز از طریق سازوکار واکنش مستقیمی صورت می گیرد که در بالا توصیف شده است .

۵.۱۰ شکافت

هرچند که در اغلب هسته ها انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون در حدود 8MeV است ، در هسته های سنگین (مثلاً ، $A > 200$) انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون قدری کمتر است (شکل ۲۰۹) . کاهش انرژی بستگی ناشی از افزایش اهمیت رانش الکتروستاتیکی است . بنابراین ، از دیدگاه انرژی ، برای هسته های سنگین ، شکافتن به دوپاره و تشکیل دو هسته سبکتر ، مساعدتر است . مثلاً ، شکافت خود به خودی یک هسته ^{238}U را به دو پاره مساوی در نظر بگیرید ،



این واکنش ، یک واکنش شکافت متقارن است : یک هسته با عدد جرمی A و عدد بار Z به دو هسته ، هر کدام با عدد جرمی $A/2$ و عدد بار $Z/2$ ، تقسیم می شود . بنا بر فرمول نیمه تجربی [معادله (۲۰۹)] ، انرژی بستگی هسته اصلی عبارت است از

$$B_{A,Z} = \left(15,753A - 17,804A^{2/3} - \frac{0,7103Z^2}{A^{1/3}} \right) \text{MeV} \quad (54)$$

و انرژی بستگی برای هر کدام از هسته های نهایی به این شرح است

$$B_{A/2,Z/2} = \left[15,753\frac{A}{2} - 17,804\left(\frac{A}{2}\right)^{2/3} - \frac{0,7103(Z/2)^2}{(A/2)^{1/3}} \right] \text{MeV} \quad (55)$$

در این عبارتها سهم اندک انرژی عدم تقارن را ندیده گرفتیم . انرژی آزاد شده بر اثر واکنش شکافت تقریباً برابر است با

$$2B_{A/2,Z/2} - B_{A,Z} = \left(-4,6A^{2/3} + \frac{0,246Z^2}{A^{1/3}} \right) \text{MeV} \quad (56)$$

مفهوم دو جمله سمت راست معادله (۵۶) به این قرار است: جمله اول کار انجام شده به وسیله نیروی «کشش سطحی» هسته‌ای است؛ این جمله منفی است، زیرا نیروی نامبرده با شکافت مخالفت می‌کند، یعنی، این نیرو با افزایش مساحت جانبی قطره که الزاماً همراه با شکافت یک قطره شاره به دو قطره است، مخالفت می‌کند. جمله دوم عبارت است از کاری که نیروی کولن انجام داده است؛ این جمله مثبت است زیرا رانش الکتروستاتیکی با راندن دو قسمت به دو طرف شکافت را تقویت می‌کند. اگر این جمله دوم بر جمله اول غلبه کند در این صورت واکنش شکافت انرژی آزاد می‌کند و انجامش امکان‌پذیر است. بنابراین، معیار ضروری برای شکافت عبارت است از

$$-4/6 A^{2/3} + 0.26 \frac{Z^2}{A^{1/3}} > 0 \quad (57)$$

یعنی

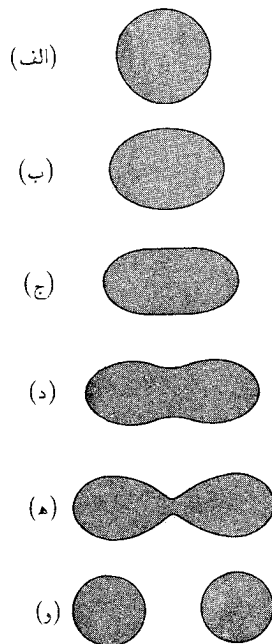
$$\frac{Z^2}{A} > 18 \quad (58)$$

در مورد ^{238}U ، داریم $Z = 92$ ، $A = 238$ ، و

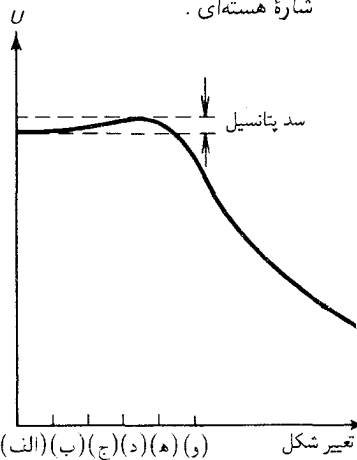
$$\frac{Z^2}{A} = \frac{(92)^2}{238} = 35.6 \quad (59)$$

به طوری که معیار (۵۸) به خوبی برآورده می‌شود.

توجه داشته باشید که معیار (۵۸) برای شکافت شرطی است لازم اما کافی نیست. هرچند هسته اورانیم انرژی کافی برای شکافت دارد، هسته‌ای است شبه پایدار و برای مدت زمانی بسیار طولانی در پیکربندی اولیه خود باقی می‌ماند. وقتی سرانجام شکافت روی می‌دهد، با کشیدگی جزئی هسته آغاز می‌شود (شکل ۱۴۰۱۰ ب)؛ سپس کشیدگی افزایش می‌یابد، و دو برآمدگی که توسط یک گلوبی به هم متصل شده‌اند تشکیل می‌شود (شکل‌های ۱۴۰۱۰ ج و د)؛ نهایتاً گلوبی تنگتر، و دو پاره از هم جدا می‌شوند (شکل‌های ۱۴۰۱۰ ه و و). روشن است که نیروهای کشش سطحی هسته‌ای در برابر کشیدگی هسته مقاومت می‌کنند و فقط وقتی که هسته شکافته می‌شود (شکل‌های ۱۴۰۱۰ ه و و) این نیروهای هسته‌ای به طور غیرقابل برگشتی جای خود را به نیروهای کولنی می‌دهند. شکل ۱۵۰۱۰ نموداری از انرژی پتانسیل یک قطره از شاره هسته‌ای را به صورت تابعی از تغییر شکل آن نشان می‌دهد؛ تغییر شکل صفر با شکل ۱۴۰۱۰ (الف) متناظر است؛ و بیشترین تغییر شکل با شکل ۱۴۰۱۰ (و) متناظر است که در آن، قطره به دو قطره کاملاً جدا از یکدیگر تبدیل شده است. هرچند انرژی قطره



شکل ۱۴۰۱۰ شکافت یک قطره از شاره هسته‌ای.

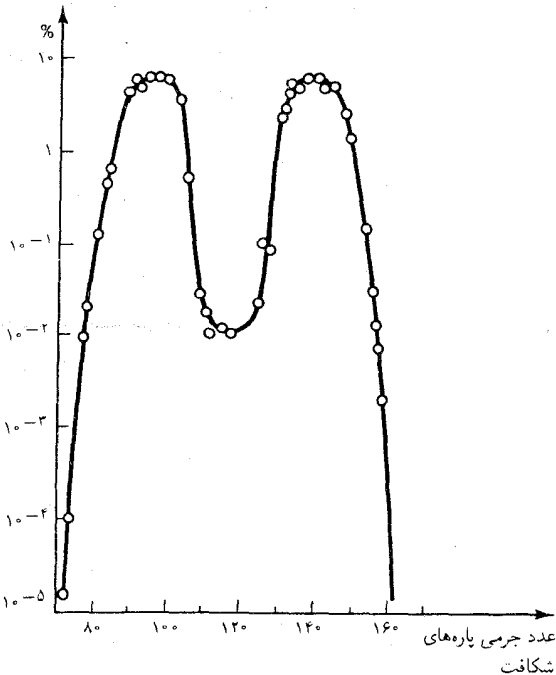


شکل ۱۵۰۱۰ انرژی پتانسیل به صورت تابعی از تغییر شکل (حروف نشان داده شده روی شکل تناظری تقریبی با شکل ۱۴۰۱۰ را به دست می‌دهد).

تغییر شکل نیافته از انرژی قطره‌های جدا از هم بیشتر است، مراحل میانی تغییر شکل بیشترین انرژی را دارند؛ به این ترتیب، سد پتانسیلی در برابر شکافت وجود دارد. هسته باید از میان این سد تونل بزند. بنابراین، نظریه مکانیک کوانتومی مربوط به شکافت خیلی به نظریه واپاشی α شبیه است (در واقع، واپاشی α را می‌توان به صورت یک حالت حدی شکافت منظور کرد: هسته به یک هسته کوچک ${}^4\text{He}$ و یک هسته دختر بزرگ شکافته می‌شود). احتمال وقوع شکافت خود به خودی را می‌توان از روی شکل منحنی انرژی پتانسیل نمایش یافته در شکل ۱۵-۱۰ محاسبه کرد.

در مورد ${}^{238}\text{U}$ ، شکافت خود به خودی رویدادی نادر است؛ تنها یک هسته از $10^6 \times 2$ هسته از طریق شکافت خود به خودی وامی‌باشد. بقیه هسته‌ها با گسیل α وامی‌باشند. به علاوه، هرگاه شکافت خود به خودی هم روی دهد، همواره متقارن نیست [مانند معادله (۵۳)]؛ شکافت غالباً بی‌تقارن است؛ هسته به دو پاره نامساوی تقسیم می‌شود (شکل ۱۰-۱۶). ولی، اختلاف جرم بین پاره‌ها معمولاً خیلی زیاد نیست (توابعاً ۳۰٪) و انرژی آزاد شده با مقدار محاسبه شده برای شکافت متقارن تفاوت زیادی ندارد.

فرآورده شکافت



شکل ۱۶-۱۰ توزیع عدد جرمی پاره‌های تولید شده از هسته ${}^{238}\text{U}$ ، که وقتی ایجاد می‌شود که ${}^{235}\text{U}$ یک نوترون گرمایی جذب می‌کند. محتملترین محصولات شکافت عبارتند از یک هسته با عدد جرمی تقریباً ۹۶ و یک هسته با عدد جرمی تقریباً ۱۴۰. توزیعی که در شکافت ${}^{238}\text{U}$ پیش می‌آید مشابه به همین شکافت است.

بنابر معادله (۵۶)، انرژی آزاد شده در شکافت متقارن ^{238}U برابر است با

$$\left[-4,6(238)^{2/3} + \frac{0,26(92)^2}{(238)^{1/3}} \right] \text{MeV} = (-180 + 360) \text{MeV} \quad (60)$$

$$= 180 \text{MeV} \quad (61)$$

این انرژی به صورت انرژی جنبشی پاره‌های شکافت ظاهر می‌شود، این انرژی جنبشی که وسیله نیروی رانشی کولنی تأمین می‌شود در خلال فرایند شکافت پاره‌ها را از هم دور می‌کند. در شکافت یک هسته ^{238}U ، نیروی کولن، روی پاره‌ها 360MeV کار انجام می‌دهد [به جمله دوم داخل کروشه در معادله (۶۰)] توجه کنید؛ به طور همزمان، نیروی قوی، معادل 180MeV کار در برابر پاره‌ها انجام می‌دهد [به جمله اول داخل کروشه معادله (۶۰)] توجه کنید؛ پاره‌ها، در مجموع از این کارها، 180MeV انرژی جنبشی کسب می‌کنند. به این ترتیب، منبع انرژی آزاد شده در شکافت در رآکتور هسته‌ای یا بمب، در واقع برهم‌کنش الکتروستاتیکی است، نه برهم‌کنش قوی.

انرژی جنبشی هر پاره شکافت در حدود 90MeV است. این مقدار نسبتاً زیادی است که می‌توان بزرگی آن را در مقایسه با انرژی جرم - سکون پاره‌ها درک کرد. انرژی جرم سکون mc^2 مربوط به یک هسته ^{119}Pd در حدود $10^5 \text{MeV} \times 1,1$ است؛ از اینرو نسبت انرژی جنبشی به انرژی جرم سکون عبارت است از:

$$\frac{K}{mc^2} = \frac{90 \text{MeV}}{1,1 \times 10^5 \text{MeV}} = 0,8 \times 10^{-2} \quad (62)$$

انرژی جنبشی در حدود $0,8\%$ انرژی جرم سکون است! سرعت متناظر با این انرژی جنبشی عظیم نیز خیلی زیاد است و به نحو مطلوبی می‌توان آن را برحسب سرعت نور بیان کرد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mc^2 \left(\frac{v^2}{c^2} \right) \quad (63)$$

یعنی

$$\frac{v}{c} = \sqrt{2K/mc^2} = \sqrt{2 \times 0,8 \times 10^{-2}} = 0,4 \quad (64)$$

یعنی، سرعت هر پاره حدود 4% سرعت نور است.

انرژی کل آزاد شده ناشی از شکافت یک هسته اورانیم در واقع بیشتر از 180MeV است. پاره‌های شکافت بسیار ناپایدارند؛ این پاره‌ها هم دارای اضافه

انرژی داخلی (انرژی برانگیختگی) غیر قابل قبول ، و هم اضافه تعداد نوترون غیر قابل قبولی هستند . برای حذف این اضافه انرژی و اضافه نوترون ، پاره‌های شکافت یک سلسله از واپاشیهای پرتوزا را از سرمی‌گذرانند که شامل بیرون انداختن نوترون ، پرتوهای β ، پرتوهای γ ، و نوترینوهاست . بعضی از این ذرات تقریباً به طور لحظه‌ای به بیرون ریخته می‌شوند ، در حالی که برخی دیگر قدری دستخوش تأخیر می‌شوند . این گسیلهای ثانوی تقریباً 20MeV انرژی آزاد می‌کنند و انرژی کل به دست آمده را برای هر شکافت به حدود 200MeV می‌رساند ؛ به این ترتیب ، انرژی کل به دست آمده در حدود 0.90% انرژی جرم سکون اولیه است . در جدول ۲۰۱۰ مشاهده می‌کنیم که چگونه انرژی کل ، به طور متوسط ، بین پاره‌های شکافت و سایر چیزهای به بیرون ریخته شده ، توزیع شده است . توجه کنید که انرژی جنبشی متوسط مربوط به پاره‌های شکافت تا حدودی کمتر از مقدار محاسبه شده در بالا [معادله (۶۱)] است ؛ این اختلاف از آنجا ناشی می‌شود که شکافت بی‌تقارن ، که مد غالب است ، نسبت به شکافت متقارن انرژی جنبشی کمتری به دست می‌دهد .

جدول ۲۰۱۰ توزیع انرژی در شکافت

$165 \pm 5\text{MeV}$	پاره‌های شکافت (انرژی جنبشی)
5 ± 0.5	نوترونها (انرژی جنبشی)
7 ± 1	پرتوهای γ ، لحظه‌ای
7 ± 1	ذرات آلفا ، تأخیری
6 ± 1	پرتوهای β ، تأخیری
۱۰	نوترینوها ، تأخیری
$200 \pm 6\text{MeV}$	انرژی کل برای هر شکافت

مثال ۵ . انرژی آزاد شده در شکافت کامل 1kg اورانیم (کلوخه‌ای به بزرگی حدود یک تخم مرغ) چقدر است ؟

حل انرژی آزاد شده در حدود 0.90% انرژی جرم سکون 1kg است ، یعنی ،

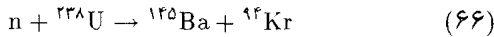
$$0.0090 \times 10^{13}\text{J} = 0.0090 \times 10^{-2} \times 1\text{kg} \times (3 \times 10^8\text{m/s})^2 = 8.1 \times 10^{13}\text{J} \quad (65)$$

این مقدار انرژی هم‌ارز انرژی آزاد شده در انفجار حدود ۲۰۰۰۰ تن تی‌ان‌تی* است .

* یک تن تی‌ان‌تی 10^9 کالری = 4.2×10^9 ژول انرژی آزاد می‌کند .

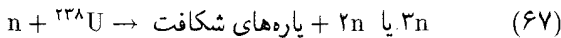
۶.۱۰ واکنش‌های زنجیره‌ای

گرچه شکافت خود به خودی در ^{238}U رویدادی نادر است، این هسته در صورت بمباران با نوترون پذیرای شکافت القا می‌شود. برخورد یک نوترون با هسته و جذب آن ارتعاشات شدیدی را در هسته به وجود می‌آورد، که تکه تکه شدن آن محتمل است. این عمل به واکنش شکافت القا شده به وسیله نوترون، مانند



منجر می‌شود. ضمناً، واکنش (۶۶) از نظر تاریخی دارای اهمیت است، زیرا این واکنش منجر به کشف شکافت در سال ۱۹۳۸ توسط اتوهان و اشتراسمن* شد، که باریم را در نمونه‌ای از اورانیم آشکار کردند که تحت تابش نوترون قرار گرفته بود.

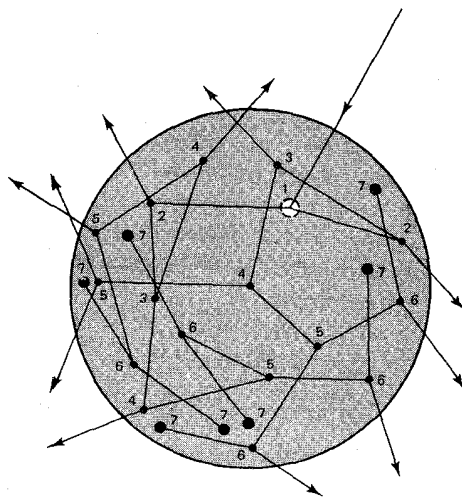
هر دو پاره شکافت آزاد شده در واکنش (۶۶) از نظر نوترونی بسیار غنی هستند، و تقریباً بلافاصله دو یا سه تا از نوترون‌های اضافی خود را بیرون می‌اندازند. بنابراین، واکنش خالص مربوط به شکافت القا شده نوترونی را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد



کاربردهای عملی شکافت، بر نوترون‌های رها شده در این واکنش برای القای واکنش‌های شکافت بیشتر متکی است. اگر اولین شکافت در یک نمونه اورانیم آغاز شود، نوترون‌های آزاد شده در این شکافت اول با هسته‌های اورانیم دیگر برخورد و شکافت را در آنها القا می‌کند، و نوترون‌های آزاد شده در آنجا شکافتهای بیشتری را القا می‌کند، و به همین ترتیب الی آخر (شکل ۱۰-۱۷). حاصل این برخوردها یک واکنش زنجیره‌ای خود محرک است. مشروط به اینکه هیچ نوترونی از این زنجیره ناپدید نشود، یا فقط تعداد اندکی از آنها از این زنجیره ناپدید شوند، حاصل زنجیره بهمی‌انگیزد. در چنین بهمی، تعداد نوترون‌ها و تعداد شکافتهای در مراحل متوالی زنجیره به صورت تصاعد هندسی افزایش می‌یابد.

* اتوهان (Otto Hahn)، ۱۸۷۹ - ۱۹۶۸، شیمیدان آلمانی، مدیر انستیتو کایزر ویلهلم. در ابتدا، هان و شاگردش فریتس اشتراسمن (Fritz Strassman)، ۱۹۰۲ - ، از باور امکان شکافته شدن هسته اورانیم اکراه داشتند. اما این تردیدها، به اعتبار تحقیقات لیزه مایتنر (Lise Meitner)، ۱۸۷۸ - ۱۹۶۸، و اوتو فریش (Otto Frisch)، ۱۹۰۴ - ۱۹۷۹، خیلی زود برطرف شد. هان به خاطر کشف شکافت هسته جایزه نوبل شیمی را در سال ۱۹۴۴ از آن خود کرد.

مثلاً، اگر به‌طور متوسط در هر واکنش شکافت دو نوترون آزاد شود و هر کدام از این نوترون‌ها واکنش شکافت دیگری را القا کنند، در این صورت تعداد شکافتها در مراحل متوالی زنجیره چنین خواهد بود ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ... این رشد هندسی آهنگ واکنشها به‌آزاد شدن انفجاری انرژی می‌انجامد.



شکل ۱۷.۱۰ واکنش زنجیره‌ای آغاز شده به‌وسیله یک شکافت واحد در نقطه ۱.

سطح مقطع مربوط به واکنشهای شکافت القا شده توسط نوترون، به انرژی نوترون بستگی دارد. در مورد ^{238}U ، کمترین انرژی لازم برای نوترون، که واکنش شکافت را آغاز کند، برابر 1.2MeV است. نوترونی با این انرژی یا انرژی بیشتر از این مقدار را نوترونهای تند می‌گویند. نوترونهای آزاد شده در شکافت ^{238}U در آغاز نوترونی تند هستند (جدول ۱۰-۱)، اما اینها احتمالاً قبل از اینکه سرانجام در یک برخورد جذب شوند، در چندین برخورد ناکشسان پیاپی با هسته‌ها درگیر می‌شوند. در چنین برخوردهای ناکشسانی، نوترونها قسمت اعظم انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهند، و وقتی که سرانجام جذب شدند، انرژی باقیمانده آنها برای آغاز یک شکافت کافی نیست. به این ترتیب، برخوردهای ناکشسان عملاً نوترونها را از زنجیره شکافت خارج می‌کند، و از آنجا واکنش زنجیره‌ای را فرو می‌نشانند. محتملترین سرنوشت یک نوترون کم انرژی همانا جذب توسط یک هسته اورانیم برطبق واکنش زیر است:



از اینرو ^{238}U گرایش دارد که بدون درگیر شدن در شکافت، نوترونها را جذب کند؛

به این ترتیب، واکنش زنجیره‌ای را برقرار نخواهد کرد.

در مورد ^{235}U ، هیچ حداقلی برای انرژی نوترون مورد نیاز شکافت وجود ندارد. این هسته تا حدی ناپایدار است، و حتی اگر انرژی نوترون فرودی خیلی هم کم باشد، شکافته خواهد شد؛ زیرا وقتی که نوترون توسط هسته گیر افتاد انرژی بستگی قابل حصول، خود برای آغاز واکنش شکافت کافی است. در واقع، میزان سطح مقطع مربوط به شکافت القایی در مورد نوترونهای فرودی با کمترین انرژی حداکثر است (قانون $1/v$)، زیرا کندترین نوترونها بیشترین زمان را در داخل هسته می‌گذرانند، و از آنجا احتمال وقوع یک واکنش جذب را افزایش می‌دهند. به این ترتیب، ^{235}U یک واکنش زنجیره‌ای را برقرار می‌کند، این عنصر ماده‌ای است شکافتنی.

فراوانی ^{235}U در سنگهای معدنی طبیعی خیلی کم است؛ این سنگها معمولاً از تقریباً 0.7% ^{238}U و فقط 0.007% ^{235}U تشکیل یافته‌اند. چون این ایزوتوپها اختلاف جرم اندکی دارند، جدا کردن آنها هم دشوار است. این کار را می‌توان با تبدیل آنها به اورانیم هگزا فلوراید، ترکیبی گازی شکل، که در آن می‌شود دوایزوتوپ را از طریق پخش از یک غشاء یا به کمک خاصیت مرکزگریزی از هم جدا کرد، انجام داد.

علاوه بر ^{235}U ، دوایزوتوپ مناسب دیگر برای واکنشهای زنجیره‌ای وجود دارد. اینها هر دو از این نظر به ^{235}U شبیه‌اند که آهنک و پاشی خود به خودیشان کند است (بنابراین آنها را می‌توان بدون وارد آمدن خسارت جدی انبار کرد) و هم از این نظر که شکافت را می‌توان با نوترونهای کم انرژی در آنها القا کرد؛ یکی از آنها ^{233}U و دیگری ایزوتوپی از پلوتونیم، ^{239}Pu ، است. این ایزوتوپ دومی خیلی شکافتنی است، اما در سنگهای معدنی روی زمین یافت نمی‌شود؛ آن را تنها می‌توان با روشهای مصنوعی، و به کمک تغییر حالت هسته‌ای، به دست آورد.

آهنک واکنش در یک واکنش زنجیره‌ای، که رشد آن به طریق تصاعد هندسی صورت می‌گیرد، از نظر ریاضی به وسیلهٔ یک ضریب تکثیر توصیف می‌شود. ضریب تکثیر، عبارت است از ضریب افزایش تعداد نوترونها در مراحل متوالی در امتداد زنجیرهٔ شکافت. اگر هیچ نوترونی از زنجیرهٔ شکافت ناپدید نشود، در آن صورت ضریب تکثیر برابر است با متوسط تعداد نوترون آزاد شده در هر فرایند شکافت؛ اما اگر برخی از نوترونها از زنجیره خارج شوند، در این حالت، ضریب تکثیر کمتر خواهد بود. اگر ضریب تکثیر برابر واحد باشد، سپس واکنش زنجیره‌ای با آهنک ثابتی صورت می‌گیرد (همان طور که در یک رآکتور هسته‌ای

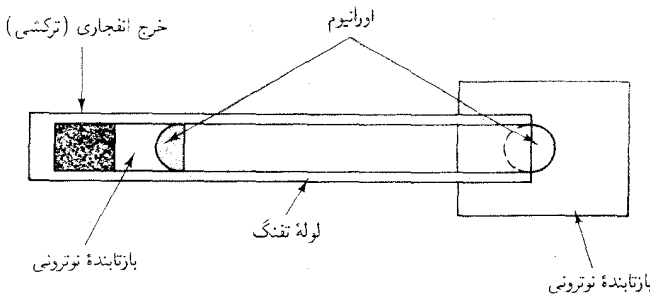
انجام می‌شود)، و می‌گوییم که جرم ماده شکافتنی در شرایط بحرانی است. اگر ضریب تکثیر بیشتر از واحد باشد، می‌گویند جرم در شرایط فوق بحرانی است، و در این صورت واکنش زنجیره‌ای با آهنگی که به طریقه تصاعد هندسی افزایش می‌یابد، صورت می‌گیرد، که منجر به انفجار می‌شود (همان اتفاقی که در بمب هسته‌ای می‌افتد).

نوترون‌ها را با دو سازوکار می‌توان از زنجیره شکافت خارج کرد: یا آنها را توسط ناخالصیهایی در ماده شکافتنی جذب کرد و یا اینکه آنها را وا داشت تا از محدوده ماده شکافتنی بگریزند. حتی خالصترین اورانیم «با درجه خلوص مناسب برای تسلیحات» شامل مخلوطی از چند درصد ^{238}U است، که نوترون‌ها را به وسیله واکنش تغییر حالت (۶۸) جذب می‌کند. اما، معمولاً ساز و کار غالب برای از دست دادن نوترون، همانا گریز نوترون‌ها از سطح ماده شکافتنی است. آهنگ از دست رفتن نوترون‌ها به شکل و اندازه ماده شکافتنی بستگی دارد. مؤثرترین شکل برای این کار کره است، زیرا در این مورد سطح در دورترین فاصله از توده ماده قرار دارد. واضح است که، احتمال گریز نوترون‌ها از یک کره بزرگ کمتر از یک کره کوچک است؛ در کره بزرگتر نوترونی که در نقطه متوسط در داخل توده ماده آزاد شده است، باید مسافت بیشتری را طی کند تا به سطح برسد، و بنابراین این با احتمال زیادتر قبل از رسیدن به سطح به وسیله یک هسته جذب می‌شود. برای رسیدن به شرایط بحرانی، کره ساخته شده از ماده شکافتنی باید حداقل ابعاد را داشته باشد. برای ^{235}U با چگالی متعارف، قطر کره با ابعاد حداقل برابر ۱۸ سانتیمتر است؛ کئینه جرم متناظر، یا جرم بحرانی، 53kg است. برای ^{239}Pu ، جرم بحرانی تقریباً یک سوم این مقدار است.

اگر ماده شکافتنی را به وسیله یک «بازتابنده» نوترونی احاطه کنیم که از ناپدید شدن نوترون‌ها جلوگیری کند، جرم بحرانی به طور قابل ملاحظه‌ای کم می‌شود. بازتابنده باید از ماده‌ای ساخته شده باشد که هسته‌های آن نوترون را شدیداً می‌پراکند، ولی آن را جذب نمی‌کند. در بمب هسته‌ای، پوسته ضخیمی از فلز بریلیم می‌تواند به عنوان بازتابنده نوترونی عمل کند؛ نوترونهایی که از کره ماده شکافت پذیر گریخته‌اند با هسته‌های بریلیم برخورد می‌کنند و به سوی ماده شکافتنی بازمی‌گردند. اگر ماده شکافتنی را تا چگالی بیشتر از چگالی متعارف بفشاریم، جرم بحرانی باز هم کمتر می‌شود. مثلاً، فشردن ماده تا دو برابر چگالی متعارفش، جرم بحرانی را با یک ضریب چهار کم می‌کند. در ماده چگالتر، نوترون در واحد طول مسیرش با تعداد بیشتری هسته روبرو می‌شود، و بنابراین

احتمال جذب آن قبل از اینکه موفق به گریز شود، بیشتر است.

هر بمب شکافتی ساده، یا بمب «اتمی» از دو قسمت ^{235}U تشکیل می‌شود که هر کدام به‌طور جداگانه جرمش کمتر از جرم بحرانی است؛ مجموع جرم این دو قسمت از جرم بحرانی بیشتر می‌شود. برای منفجر کردن چنین بمبی، دو قطعه ^{235}U را که ابتدا در فاصله‌ی امنی از یکدیگر قرار دارند، ناگهان به یکدیگر نزدیک می‌کنند و در کنار هم قرار می‌دهند. شکل دو قطعه که جرمشان زیر جرم بحرانی بود به‌صورت یک قطعه که جرمش فوق بحرانی است، باید خیلی سریع انجام شود؛ اگر این مجتمع شدن بیش از حد کند صورت گیرد، یک انفجار جزئی (پیش انفجار) دو قطعه را پیش از موقع، قبل از اینکه واکنش زنجیره‌ای بتواند به‌طور کامل گسترش یابد، از همدیگر دور می‌کند. در اولین بمب از این نوع، ابزاری که برای مجتمع شدن دو قطعه اورانیم به‌کار رفت، شامل تفنگی بود که یک قطعه اورانیم را با سرعت زیاد به‌سوی قطعه دوم می‌راند (شکل ۱۰-۱۸)؛ ماده‌ی محرک یک ماده‌ی منفجره شیمیایی معمولی بود. همان‌طور که در شکل ۱۰-۱۸ نشان داده شده است، لایه‌ی ضخیمی از ماده‌ای که به‌عنوان بازتابنده‌ی نوترونی عمل می‌کند، اورانیم را در بر می‌گیرد. لایه‌ی ضخیم ماده نه تنها مقدار اورانیم لازم برای رسیدن به وضعیت بحرانی را کم می‌کند، بلکه کارایی انفجار را هم افزایش می‌دهد؛ لختی لایه‌ی پر جرم، انبساط اورانیم منفجره را به تأخیر می‌اندازد و به این وسیله این امکان را فراهم می‌آورد که واکنش زنجیره‌ای برای مدتی طولانی‌تر تداوم یابد و مقدار بیشتری انرژی آزاد کند. این کنش ثانوی بازتابنده با کنش «توده‌گل و ماسه» به‌هنگام انفجار مواد منفجره شیمیایی معمولی تفاوت اصولی ندارد.

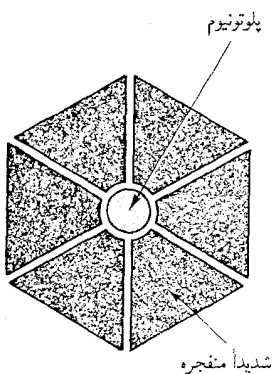


شکل ۱۰-۱۸ نمودار طرحواره تفنگی که در بمب ^{235}U مورد استفاده قرار گرفت.

به محض اینکه جرم فوق بحرانی ^{235}U مجتمع شد، هر نوترون سرگردانی (حاصل از شکافت خود به‌خودی یا ناشی از پرتوهای کیهانی) می‌تواند آغازگر واکنش زنجیره‌ای باشد. اما، اگر در لحظه‌ای که دو جرم زیر بحرانی به هم ملحق

می‌شوند، از چشمه‌ای جداگانه رگبار نوترونی نسبتاً شدیدی بر اورانیم بیارد، واکنش مؤثرتر صورت می‌گیرد. اگر واکنش زنجیره‌ای با تعداد زیادی نوترون شروع شود، برای رسیدن به نسبت‌های انفجاری به مدت زمان کمتری نیاز دارد. به چشمه تدارک نوترونها آغازگر می‌گویند؛ که از مقدار اندکی از دوماده، مانند پولونیم پرتوزا و لیتیم، تشکیل شده است؛ ماده اول یک گسیلنده پرتوهای α است، و ماده دوم در واکنش با پرتوهای α نوترون تولید می‌کند. اگر دوماده از این نوع به‌طور ناگهانی با هم مخلوط شوند، یک رگبار نوترونی تولید خواهد شد.

یک بمب شکافتی از لحاظ ساختار فوق‌العاده پیچیده‌تر، تشکیل شده است از مقداری ^{239}Pu که جرم آن مقداری بسیار جزئی زیر جرم بحرانی است؛ اگر این جرم ناگهان فشرده شود تا به چگالی بیشتری از چگالی متعارف برسد، این جسم فوق بحرانی می‌شود. فشردگی ناگهانی توسط یک انفجار مقدماتی از یک ماده منفجره شیمیایی با قدرت بالا حاصل می‌شود. اگر این ماده منفجره به‌دقت در چندین قسمت لایه‌گذاری شده باشد، با اینکه «متمرکزکننده‌های» انفجاری را در داخل یک پوسته در اطراف کره ^{239}Pu به‌طور منظم بچینیم (شکل ۱۰-۱۹)، آنگاه انفجار این ماده منفجره کره پولونیم را در هم خواهد کوبید. این درون ریزش پولونیم چگالی آن را ناگهان به مقدار فوق بحرانی می‌رساند و واکنش زنجیره‌ای را آغاز می‌کند. روشن است درون ریزش در مورد ^{239}Pu به‌کار می‌رود زیرا این ایزوتوپ تمایل شدیدی به انفجار پیش از موعد دارد، و روش تفنگی نمی‌تواند جرم بحرانی را با سرعت کافی تشکیل دهد.

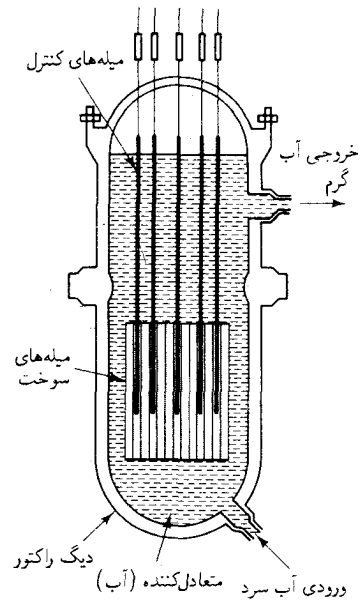


شکل ۱۰-۱۹ نمودار طرحواره‌ای از یک ابزار درون ریزش که در بمب ^{239}Pu به‌کار می‌رود.

در رآکتور هسته‌ای، واکنش شکافت زنجیره‌ای تحت شرایط کنترل شده، با آهنگ ثابت و نه با آهنگ فزاینده انفجاری، صورت می‌گیرد. ماده شکافتنی در رآکتور در وضعیت بحرانی است و نه در وضعیت فوق بحرانی. اغلب رآکتورها با اورانیم «غنی شده» کار می‌کنند، که از آمیزه چند درصد ^{235}U با حدود ۹۰ درصد ^{238}U تشکیل شده است. چنین مخلوطی از اورانیم نمی‌تواند به‌تنهایی یک واکنش زنجیره‌ای را تداوم بخشد، زیرا ^{238}U بیش از حد نوترون جذب می‌کند. اما، اگر اورانیم با ماده‌ای احاطه شده باشد که بتواند نوترونهای تند را به نوترونهای کند تبدیل کند، آنگاه یک واکنش زنجیره‌ای امکان‌پذیر می‌شود. نوترونهای کند در حفظ واکنش زنجیره‌ای در ^{235}U بسیار مؤثرتر از نوترونهای تند هستند، زیرا سطح مقطع مربوط به شکافت القا شده توسط نوترونهای کند، با کاهش سرعت افزایش می‌یابد (قانون $1/v$ ، که قبلاً به آن اشاره شده است).

به‌ماده‌ای که برای کند کردن نوترونها به‌کار می‌رود متعادل کننده می‌گویند. در

داخل رآکتور معمولاً اورانیم را به صورت میله‌های بلند سوخت در می‌آورند که در داخل توده متعادل کننده غوطه‌ور شده است (شکل ۱۰-۲۰). نوترونهاى تندى که از طریق شکافت از میله‌های سوخت آزاد شده‌اند، در داخل متعادل کننده بخش می‌شوند؛ در آنجا نوترونهاى تند در برخورد با هسته‌های متعادل کننده انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهند و سپس مجدداً به سوی یکی از میله‌های سوخت بخش می‌شوند و شکافتهای بیشتری را القا می‌کنند. متعادل کننده مطلوب باید انرژی جنبشی نوترونها را جذب کند، اما خود نوترونها را جذب نکند. سه نوع متعادل کننده بسیار خوب عبارتند از آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (کربن خالص). این متعادل کننده‌ها در کند کردن نوترونها بسیار مؤثرند زیرا شامل نسبت بالایی از هسته‌هایی با جرم کم؛ یعنی هسته‌هایی با جرمی برابر با، یا اندکی بیشتر از، جرم نوترون هستند. همان‌طور که از مکانیک کلاسیک می‌دانیم، در برخورد رودر رو بین دو ذره با جرمهای مساوی، انرژی جنبشی کلاً به ذره‌ای که در ابتدا ساکن است منتقل می‌شود، در صورتی که در یک برخورد بین ذراتی با جرمهای نامساوی، فقط بخشی از انرژی جنبشی مبادله می‌شود. در چندین برخورد با هسته متعادل کننده با جرم کم نوترونها تقریباً تمام انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهند. این ذرات فقط انرژی جنبشی را نگه می‌دارند که با انرژی حرکت گرمایی کاتوره‌ای هسته‌های متعادل کننده، یعنی انرژی جنبشی $2kT/3$ برابر است؛ T دمای متعادل کننده است. در دماهای معمولی رآکتور، این انرژی در حدود $0.025 eV$ است. نوترونهايي که چنین انرژی پایینی داشته باشند نوترونهاى گرمایی خوانده می‌شوند؛ این نوع نوترونها در القای شکافت فوق‌العاده مؤثرند.



شکل ۱۰-۲۰ نمودار طرحواره‌ای یک رآکتور هسته‌ای.

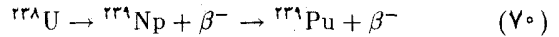
آب سنگین و گرافیت چنان متعادل کننده‌های مطلوبی‌اند که در حضور آنها حتی اورانیم طبیعی، با درصد ^{235}U پایینی که دارد، می‌تواند یک واکنش زنجیره‌ای را تداوم بخشد. در نخستین رآکتور هسته‌ای که در سال ۱۹۴۲ به سرپرستی انریکو فرمی در دانشگاه شیکاگو ساخته شد، از متعادل کننده گرافیتی و سوخت اورانیم طبیعی سود بردند. اندک زمانی بعد، چند رآکتور مشابه در هانفور و واشنگتن، در غالب پروژه مانهاتان ساخته شد. از این رآکتورها به عنوان مبدل استفاده کردند؛ یعنی، برای تبدیل ^{238}U به ^{239}Pu ، از طریق سلسله واکنشهای زیر، از آنها استفاده می‌شد؛ در داخل میله سوخت اورانیم طبیعی، بعضی از نوترونهاى حاصل از شکافت ^{235}U توسط ^{238}U جذب می‌شود و آن را به ^{239}U

* گازی با چگالی بالا از H_2 یا D_2 هم می‌تواند متعادل کننده خوبی باشد، اما آنها موادی غیرعملی خواهند بود.

تبدیل می‌کند [معادله] (۶۸):



سپس ایزوتوپ ${}^{239}\text{U}$ به‌طور خود به‌خودی دستخوش دو واپاشی متوالی می‌شود، که آن را به ${}^{239}\text{Pu}$ تبدیل می‌کند:



با سود بردن از همین روش چند کیلوگرم ${}^{239}\text{Pu}$ برای ساخت نخستین بمب پلوتونیومی به‌دست آمد.

امروزه رآکتورها غالباً به‌قصد تولید باریکه‌های شدید نوترونی برای انجام کارهای تحقیقاتی: تولید رادیوایزوتوپها درکاربردهای علمی، صنعتی، و پزشکی؛ و به‌عنوان چشمه‌گرما برای تولید نیروی برق مصرفی، به‌کار می‌روند. رآکتورهای اخیر را رآکتورهای نیروگاهی (تولید برق) می‌گویند. مزیت عمدهٔ نیروگاههای هسته‌ای بر نیروگاههای متعارف آن است که سوخت اورانیومی تا حدودی ارزانتر از مقدار معادل زغال یا نفت است. اما این مزیت تقریباً با هزینه‌های بیشتری که برای احداث و نگهداری آنها صرف می‌کنند، جبران می‌شود.

انرژی رآکتورهای نیروگاهی که هم‌اکنون دایرند و برق تولید می‌کنند از شکافت ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ تأمین می‌شود. با در نظر گرفتن عرضه محدود این ایزوتوپ، خوب است رآکتورهایی ساخته و به‌کار انداخته شوند که مواد شکافتنی دیگری را مصرف کنند. بدیهی است که بهترین انتخاب یک سوخت دیگر رآکتوری، همانا ایزوتوپ سریعاً شکافتنی ${}^{239}\text{Pu}$ است. گرچه این ایزوتوپ به‌طور طبیعی وجود ندارد، می‌توان آن را به‌آسانی از تبدیل ایزوتوپ فراوان ${}^{238}\text{U}$ تولید کرد [معادلات (۶۹) و (۷۰)]. چون سوخت تمام رآکتورهای نیروگاهی آمیزه‌ای از ${}^{238}\text{U}$ و ${}^{235}\text{U}$ است، طبیعتاً عمل آوردن ${}^{239}\text{Pu}$ یکی از کارهای جانبی فعالیت این نیروگاهها به‌شمار می‌آید؛ ${}^{239}\text{Pu}$ تدریجاً در میله‌های سوخت انباشته می‌شود، و می‌توان آن را با بازپردازش شیمیایی، از سوخت مصرف شده استخراج کرد. در رآکتوری که سوختش ${}^{239}\text{Pu}$ است، نه تنها از ماده‌ای استفاده می‌شود که می‌توان آن را یک زبالهٔ پرتوزای خطرناک دانست، بلکه اگر مغز رآکتور توسط یک توری از جنس ${}^{238}\text{U}$ احاطه شود، خودش می‌تواند سوخت ${}^{239}\text{Pu}$ مصرفیش را تولید کند. تعداد نوترونهای آزاد شده در شکافت ${}^{239}\text{Pu}$ به‌قدر کافی زیاد است، بنابراین در رآکتوری که برای کارایی مطلوبی طراحی شده باشد، می‌توان برای تبدیل ${}^{238}\text{U}$ کمی بیش از یک نوترون آزاد شده در هر واکنش شکافت را از زنجیرهٔ شکافت

مصرف کرد. یعنی اینکه، رآکتور بیشتر از مقدار مصرفی ^{239}Pu (سوخت اولیه) آن را (از ^{238}U) تولید می‌کند. هر رآکتوری را که بیش از آنکه ماده شکافتنی به مصرف برساند، آن را تولید کند زاینده می‌گویند. وقتی که چرخه سوخت رآکتورهای زاینده با سوخت اولیه ^{239}Pu شروع به کار کرد، برای تداوم کار چرخه تولید سوخت، فقط کافی است که ماده فراوان و ارزان ^{238}U برای آن تأمین شود. چون رآکتورهای زاینده انرژی را به طور غیرمستقیم از ^{238}U استخراج می‌کنند، تا وقتی که بتوان این ایزوتوپ فراوان را برای آنها فراهم کرد، قادر خواهند بود برق تولید کنند. به علاوه، زاینده‌گی توسط ^{232}Th ، ایزوتویی حتی فراوانتر از ^{238}U ، نیز میسر است و می‌تواند تا هزاران سال نیاز ما را به انرژی برآورده کند. هر چند که تعدادی رآکتور زاینده به طور تجربی و نمونه‌های اولیه ساخته شده است (و اغلب هم در اروپا) ولی هنوز به مرحله تولید انبوه نرسیده‌اند.

۷.۱۰ همجوشی هسته‌ای

در هسته‌های سبک (مثلاً، $A < 20$)، انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون مقداری اندک است (شکل ۲۰۹). زیرا کسر بزرگی از نوکلئونها یا روی سطح هسته واقعند یا در نزدیکی آن، و نمی‌توانند همان تعداد پیوندهایی را داشته باشند که نوکلئونهای عمیقاً درون هسته. هرگاه هسته‌های سبک را به هم نزدیک کنند و آنها را واردند که هسته سنگینتری را به وجود آورند، انرژی آزاد می‌شود. چشمه انرژی آزاد شده در خلال همجوشی عبارت است از برهم‌کنش قوی که در هنگام نزدیک شدن هسته‌ها روی آنها کار انجام می‌دهد؛ در صورتی که برهم‌کنش الکتروستاتیکی در برابر آنها کار انجام می‌دهد و بنابراین قسمتی از انرژی را جذب می‌کند.

اگر قرار است که دو هسته به مرحله همجوشی هسته‌ای برسند، باید با سرعت زیادی به همدیگر برخورد کنند؛ در غیر این صورت، رانش کولنیشان قبل از اینکه ربایش قوی وارد عمل شود آنها را از هم دور می‌کند. برای رسیدن به واکنش همجوشی در مقیاس بزرگ نیاز به‌گازی در دمای فوق‌العاده بالا (پلازما) است، که حرکت گرمایی کاتوره‌ای شدید سبب برخوردهای مکرر در سرعت زیاد می‌شود. این‌گونه واکنشهای همجوشی در پلازما را واکنشهای گرما هسته‌ای می‌گویند. دمای لازم برای شروع همجوشی باید در حدود دمای مرکز خورشید، $1.5 \times 10^8 \text{K}$ یا بیشتر، باشد. ولی، حتی در چنین دمایی، انرژی جنبشی اولیه هسته‌های برخوردکننده برای عبور از سد کولنی، کافی نیست. در عوض، همجوشی شامل فرایند نفوذ در سد است، شکل سد پتانسیلی که با همجوشی مخالفت می‌کند،

شبه سد پتانسیلی است که با واپاشی α مخالفت می‌ورزد (شکل ۱۰-۴)؛ تنها ارتفاع سد در این دو مورد فرق می‌کند، زیرا ارتفاع سد با حاصلضرب بار هسته‌ها متناسب است. احتمال تونل زنی در داخل سد مستقل از آن است که ذره از داخل (مورد واپاشی α) یا از خارج (مانند همجوشی) به سد نزدیک شود. به این ترتیب احتمال همجوشی دو هسته برخوردکننده تقریباً با ضریب معمولی گاموف داده می‌شود، وقتی به جای بار ذره α (۲e) بار هسته نزدیک شونده ($Z'e$) بنشینند:

$$P \simeq e^{-\frac{2\pi}{\hbar} \frac{ZZ'e^2}{4\pi\epsilon_0}} \frac{1}{v} \quad (71)$$

سرعت گرمایی معمولی برای هسته‌ای به جرم m در گازی به دمای T عبارت است از:

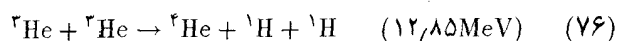
$$v = v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (72)$$

از اینجا،

$$P \simeq e^{-\frac{2\pi}{\hbar} \frac{ZZ'e^2}{4\pi\epsilon_0}} \sqrt{\frac{m}{3kT}} \quad (73)$$

این فرمول نشان می‌دهد که احتمال تونل زنی برای هسته‌هایی که در آنها Z زیاد یا متوسط است، از احتمال مربوط به هسته‌های با Z پایین کمتر خواهد بود؛ و احتمال در دمای پایین خیلی کمتر از احتمال در دمای بالاست، به این ترتیب، وقوع واکنش‌های گرما هسته‌ای برای هسته‌های با Z خیلی پایین، مانند هیدروژن، در پلاسماهایی با دمای فوق‌العاده زیاد، دارای حداکثر احتمال است.

حیات بر روی زمین به واکنش‌های گرما هسته‌ای وابسته است که در مرکز خورشید روی می‌دهد، و انرژی آزاد می‌کند که در نهایت به صورت گرما و نور از سطح خورشید خارج می‌شود. خورشید راکتور گرما هسته‌ای عظیمی است که هسته‌های هیدروژن را به هم جوش می‌دهد تا هسته‌های هلیم حاصل شوند. این «سوخت» گرما هسته‌ای هیدروژن دنباله‌ای سه مرحله‌ای را می‌پیماید، که به آن زنجیره پروتون-پروتون می‌گویند:

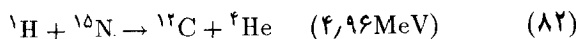


اثر خالص این دنباله مراحل عبارت است از تبدیل هیدروژن به هلیم، همراه با

آزادسازی مقادیر انرژی است که در فرمولهای (۷۴) تا (۷۶) آمد. مرحله اول شامل همجوشی دو پروتون است، که به تشکیل یک دوتریم و بیرون انداختن همزمان یک پادالکترون و یک نوترینو ختم می‌شود. پادالکترون تقریباً بلافاصله با یکی از بیشمار الکترونهاي موجود در پلاسما برخورد می‌کند و با آن الکترون نابود می‌شود و به گسیل دو پرتو γ می‌انجامد [انرژی درج شده در معادله (۷۴) انرژی این دو پرتوگاما را نیز در بر می‌گیرد]. مرحله بعدی شامل همجوشی هیدروژن با دوتریم و تولید ${}^3\text{He}$ است. مرحله سوم عبارت است از همجوشی دو هسته ${}^3\text{He}$ که به تشکیل ${}^4\text{He}$ (هلیوم معمولی) و بیرون اندازی همزمان دو پروتون پراثری ختم می‌شود. چون در مرحله پایانی به دو هسته ${}^3\text{He}$ نیاز است، برای آنکه مرحله پایانی بتواند یکبار روی دهد، لازم است که مراحل پیشین، دوبار قبلاً روی داده باشند. به این ترتیب، زنجیره پروتون - پروتون چهار پروتون مصرف می‌کند تا یک هسته ${}^4\text{He}$ ایجاد کند. انرژی آزاد شده توسط هر پروتون مصرفی در حدود 6.6MeV است. چون انرژی جرم سکون پروتون 938MeV است، انرژی آزاد شده با $0.7\% = 100\% \times (6.6/938)$ جرم سکون اولیه متناظر است. معنی این نتیجه آن است که همجوشی به‌ارزای واحد جرم «سوخت» مصرفی، نسبت به شکافت، انرژی بیشتری آزاد می‌کند.

توجه داشته باشید که در مرحله اول زنجیره پروتون - پروتون نوترینو آزاد می‌شود. به این ترتیب، مرکز خورشید نه تنها منبع گرماست، بلکه چشمه شار فراوانی از نوترینوها هم هست. چون برهم‌کنش نوترینوها با ماده خیلی ضعیف است، ماده موجود در خورشید (و در زمین) برای نوترینوها تقریباً شفاف است، و این ذرات بدون هیچ مانعی از مرکز خورشید به خارج جاری می‌شوند. در زمین شار چنین نوترینوهایی در حدود 10^{15} عدد در هر متر مربع در ثانیه است.

به صورتی دیگر، «سوزاندن» گرما هسته‌ای هیدروژن ممکن است از طریق یک دنباله شش مرحله‌ای، که به آن چرخه کربن می‌گویند، انجام پذیرد:



توجه کنید که در آخرین مرحله مجدداً کربنی تولید می‌شود که در مرحله اول تخریب شده است. به این ترتیب، کربن یک چرخه را از سر می‌گذراند؛ کربن صرفاً به عنوان یک کاتالیزور عمل می‌کند که مقدار متوسط آن ثابت می‌ماند. انرژی آزاد شده به ازای هر پروتون مصرفی تقریباً برابر زنجیره پروتونی است. نظریه چرخه کربن و زنجیره پروتون - پروتون اولین بار در سال ۱۹۳۹ در محاسبات بته* ظاهر شد، که تحقیقات نظری دقیقی را درباره تمام واکنشهای همجوشی، که امکان رویدادشان در خورشید هست، انجام داد. نمونه اولیه زنجیره پروتون - پروتون بته شامل واکنش (۷۶) نبود، بلکه چندین واکنش دیگر را در بر می‌گرفت، که امروزه معتقدند نسبت به واکنش (۷۶) از اهمیت کمتری برخوردارند.

در خورشید، فرایند همجوشی غالب همانا زنجیره پروتون - پروتون است؛ اما در ستارگان داغتر از خورشید، فرایند غالب چرخه کربن است. دلیل تغییر فرایند غالب این است که در دماهای بالاتر (و سرعت‌های بالاتر)، برای پروتون تسلط بر سد قوی کولنی ^{12}C ساده‌تر می‌شود، و این امر منجر به این می‌شود که واکنش (۷۷) با آهنگ سریعتری انجام پذیرد. البته، دماهای بالاتر به آهنگ سریعتری برای واکنش (۷۴) نیز می‌انجامد، اما این واکنش اخیر به این وضع نامساعد دچار است که به همجوشی و واپاشی همزمان نیاز دارد، که احتمال واکنش را به مقداری پایینتر از مقدار داده شده به وسیله ضریب گاموف می‌کاهد.

روی زمین، تاکنون فقط در بمبهای «هیدروژنی» و بمبهای گرما هسته‌ای به واکنشهای همجوشی مصنوعی بزرگ مقیاس دست یافته‌اند. در این تجهیزات، دوتریم و تریتم را وادار به همجوشی برای تشکیل هلیوم می‌کنند. با شروع واکنش به وسیله دوتریم و تریتم، واکنش نسبتاً کند هیدروژن (۷۴) را کنار می‌گذارند، و می‌توانند در فشارهایی خیلی کمتر از فشار در مرکز خورشید به همجوشی دست یابند. دماهای بالای مورد نیاز برای آغاز واکنش همجوشی با انفجار یک بمب اتمی معمولی در مجاورت یک مخزن پر از دوتریم و تریتم تولید می‌شود. در اغلب بمبهای گرما هسته‌ای، دوتریم و تریتم را پوششی از اورانیم طبیعی احاطه می‌کند: شار فراوان نوترونهای آزاد شده توسط واکنشهای همجوشی به تولید شکافت در این پوشش اورانیمی می‌انجامد، که بهره انفجاری را بیشتر می‌کند. این نوع بمب هیدروژنی یک ابزار شکافت - همجوشی - شکافت است؛ معمولاً نصف انرژی

* هانس آلبرشت بته (Hans Albrecht Bethe)، ۱۹۰۶-، فیزیکدان نظری آلمانی و بعداً آمریکایی، استاد دانشگاه کرنل. در دوره جنگ به عنوان مدیر بخش فیزیک نظری در لوس آلاموس روی پروژه مانهاتان کار می‌کرد. وی به خاطر تحقیقاتش در زمینه واکنشهای هسته‌ای در سال ۱۹۶۷ جایزه نوبل گرفت.

کل حاصل از همجوشی، و نصف دیگر حاصل شکافت است. انرژی کل حاصل از یک بمب هیدروژنی از مرتبه یک یا چند مگاتن، تقریباً هزار برابر یک بمب اتمی، است.

در استفاده از انرژی همجوشی، برای مصارف صلحجویانه، شروع واکنش با تریتم از نظر اقتصادی مقرون به صرفه نیست، زیرا این ایزوتوپ از نوع ایزوتوپی مصنوعی و فوق‌العاده نادر، به بهای هر کیلو در حدود ۲ میلیون دلار است. عملیترین برنامه عبارت است از شروع واکنش با دوتریم و مقدار کمی لیتیم و بریلیم. پس از طی یک رشته مراحل گوناگون، که به چرخه DT مشهور است، این هسته‌ها را وامی‌دارند با همجوشی هلیوم و تریتم تولید کنند و به‌ازای هر هسته دوتریم مصرف شده حدود ۹ MeV انرژی، آزاد سازند. دمای لازم برای شروع این واکنش همجوشی $10^8 \times 1/1$ ، تقریباً ده برابر دمای مرکز خورشید، است. در پلاسماها توانسته‌اند چنین دماهایی را به دست آورند، اما مانع اساسی در راه بهره‌گیری عملی از همجوشی هسته‌ای کنترل شده این است که چگونه چنین پلاسمایی را در خلال مدت زمانی که برای انجام واکنش همجوشی کافی باشد، نگهداری کنند. دو روش برای نگهداری پلاسما تحت بررسی است: در روش نگهداری مغناطیسی می‌کوشند پلاسما را به کمک پیکربندی هوشمندانه میدانهای مغناطیسی، در فضا معلق نگه‌دارند. در روش نگهداری لختی، سعی می‌کنند ساچمه‌های کوچک سوخت را به وسیله باریکه شدیدی از لیزر تبخیر و همجوشی را به طریقی بسیار ناگهانی آغاز کنند، به طوری که ساچمه قبل از اینکه فرصت پاشیدگی پیدا کند واکنش نشان می‌دهد. هر دو روش مرحله آزمایشی را می‌گذرانند. بنابر نتایج آزمایشهای انجام شده، واکنشهای همجوشی را می‌توان آغاز کرد، اما تاکنون نتوانسته‌اند از این واکنشها مقدار قابل استفاده‌ای انرژی استخراج کنند.

راکتورهای همجوشی نسبت به راکتورهای شکافتی به‌عنوان منبع نیروی مکانیکی و الکتریکی دو مزیت عمده دارند: سوخت راکتورهای همجوشی (دوتریم و لیتیم) در زمین خیلی فراوانتر از سوخت راکتورهای شکافتی (اورانیم یا توریم) است، و راکتورهای همجوشی مقادیر زیادی پسماند پرتوزا، که محصولات جانبی زاینبار عملکرد راکتورهای شکافتی به‌شمار می‌آید، تولید نمی‌کنند.

خلاصه فصل ۱۰

قانون واپاشی پرتوزا

$$n(t) = n_0 e^{-t/\tau}$$

عمر میانگین :

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$$

کوری :

$$\lambda_{Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ (فروپاشی در ثانیه)}$$

بکرل :

$$\lambda_{Bq} = 1 \text{ (فروپاشی در ثانیه)}$$

عمر میانگین واپاشی α :

$$\ln \tau = \ln \left(\frac{2R}{v_{in}} \right) + \frac{4\pi Z e^2}{\hbar 4\pi\epsilon_0 v_\alpha} \frac{1}{v_\alpha}$$

سطح مقطع :

$$\sigma = \frac{\text{(آهنگ واکنش برای هر هسته)}}{\text{(شار فرودی)}}$$

بارن :

$$1 \text{ بارن} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

انرژی آزاد شده به ازای هر هسته ^{235}U در شکافت هسته‌ای :

$$200 \text{ MeV}$$

انرژی آزاد شده به ازای هر پروتون در همجوشی :

$$6.6 \text{ MeV}$$

مسائل

۱. رشته کامل واپاشیهای که با واپاشی ^{238}U شروع می‌شود شامل گسیل دنباله‌ای از پرتوهای آلفا و بتا به صورت زیر است: $\alpha, \alpha, \beta^-, \beta^-, \alpha, \alpha, \beta^-, \alpha, \beta^-, \alpha, \beta^-, \alpha, \alpha$. این رشته واکنشها که پرتوهای آلفا و بتا را آزاد می‌کنند برشمرد؛ نماد شیمیایی و عدد جرمی هریک از این ایزوتوپها را در این واکنشها، مانند معادله (۷)، معین کنید.
۲. عمر میانگین یک واپاشی پرتوزا τ است. انحراف ریشه میانگین مربعی طول عمر نسبت به مقدار میانگین چقدر است؟ بیشترین احتمال متعلق به چه طول عمری است؟
۳. از روی نیمه عمر مندرج در جدول ۱۰-۱۰ برای رادیم، فعالیت یک گرم رادیم خالص را محاسبه کنید. یکای کوری در اصل به صورت فعالیت یک گرم رادیم خالص تعریف شده بود؛ آیا نتیجه شما با این تعریف سازگار است؟
۴. از ایزوتوپ ^{60}Co معمولاً به عنوان چشمه پرتوهای γ در سلولهای تابنده در صنایع پیشرفته استفاده می‌شود. برای رسیدن به فعالیت 10^6 کوری چند کیلوگرم ^{60}Co مورد نیاز است؟ پس از چه مدت زمان فعالیت چنین سلولی به ۱٪ مقدار اولیه اش کاهش پیدا می‌کند؟
۵. باریکه‌ای از نوترونهای گرمایی، با انرژی 0.055eV ، از یک رآکتور هسته‌ای خارج می‌شوند. چه کسری از این نوترونها تا فاصله 30 متری از رآکتور وامی‌باشند؟
۶. عمر یک صخره غنی از اورانیم را می‌توان با اندازه‌گیری مقدار اورانیمی تعیین کرد که واپاشیده است. مناسبترین ایزوتوپ برای چنین اندازه‌گیری‌هایی ^{238}U ، با نیمه عمری برابر $10^9 \times 4.47$ سال است. محصول نهایی پایدار دنباله واپاشیهای پرتوزای آغاز شده از اورانیم [معادله (۷)] عبارت است از ^{208}Pb . فرض کنید نمونه‌ای از کهنترین صخره‌های یافته شده روی زمین شامل 17000 گرم ^{238}U و 0.7900 گرم ^{208}Pb باشد، و هیچ ایزوتوپ دیگری از سرب نداشته باشد.
الف) عمر این صخره را تعیین کنید.
ب) از کجا می‌دانید که تمام ^{208}Pb ناشی از واپاشی ^{238}U است؛ یعنی، از کجا می‌دانید که صخره در ابتدا اصلاً سرب نداشته است؟
۷. اغلب عناصر شیمیایی به وسیله واکنشهای هسته‌ای در داخل ستارگانی که

خیلی قبل از تولد خورشید پدید آمده و از بین رفته‌اند، به‌وجود آمده‌اند. فراوانی نسبی عناصر پرتوزا می‌تواند زمان تشکیل عنصر را برای ما معین کند. مثلاً، محاسبات نظری حاکی از آن است که ایزوتوپهای ^{238}U و ^{232}Th باید در آغاز با فراوانی نسبی $1/1/9$ تولید شده باشند. در حال حاضر، فراوانی نسبی این ایزوتوپها برابر است با $1/3/9$. با فرض اینکه بدانیم نیمه عمر ^{238}U برابر $10^9 \times 4/47$ سال و نیمه عمر ^{232}Th برابر $10^{10} \times 1/4$ سال است، محاسبه کنید که این عناصر چه مدت قبل به‌وجود آمده‌اند.

۸. شیب خط راستی که از نقاط حاصل از آزمایش در شکل $5 \cdot 10^0$ کشیده شده چقدر است؟ آیا این مقدار شیب با مقدار محاسبه شده از فرمول نظری (۳۳) سازگار است؟

۹. از مقایسه داده‌های شکل $5 \cdot 10^0$ با فرمول نظری (۳۳) یک مدار مؤثر برای v_{in} مربوط به ذرات آلفا در داخل هسته‌های مندرج در این شکل به دست آورید. از این مقادیر به دست آمده برای v_{in} بهره‌گیرید و عمر میانگین ^{232}U و ^{238}U را که به ترتیب ذرات آلفایی با انرژی $4/78\text{MeV}$ و $4/20\text{MeV}$ گسیل می‌دارند، پیش‌بینی کنید.

۱۰. با بهره‌گیری از اصل عدم قطعیت، سرعت v_{in} مربوط به یک ذره آلفای مقید در داخل هسته‌ای به ابعاد 10^{-14} متر را تخمین بزنید.

۱۱. ^{242}Am و ^{242}Cm هر دو با واپاشی آلفا متلاشی می‌شوند. هسته عنصر اول ذره آلفایی با انرژی $5/27\text{MeV}$ گسیل می‌کند و نیمه عمر آن $10^3 \times 7/37$ سال است. هسته دوم ذره آلفایی با انرژی $5/80\text{MeV}$ می‌گسیلد. پیش‌بینی نظری برای نیمه عمر این ذره چقدر است؟

۱۱. انرژی جنبشی آلفای گسیلیده توسط ^{226}Ra عبارت است از $4/7845\text{MeV}$. انرژی جنبشی پس زنی اتم دختر چقدر است؟ انرژی آزاد شده خالص در این واکنش واپاشی آلفا چقدر است؟ جرم اتم دختر ^{222}Rn برابر است با $222/018\text{u}$.

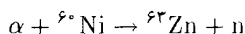
۱۳. حداکثر انرژی قابل دسترسی برای نوترینو در واپاشی β^- مربوط به ^{14}C چقدر است؟ در واپاشی گیراندازی الکترون مربوط به ^{11}C چقدر است؟ از جرمهای مندرج در جدول ایزوتوپها در شکل $10/9$ استفاده کنید؛ جواب خود را بر حسب MeV بیان کنید.

۱۴. انرژیهای اندازه‌گیری شده برای واپاشیهای متفاوت بتا را می‌توان برای تعیین

اختلاف جرم بین هسته‌های دختر به‌کاربرد. مثلاً، هسته ${}^{64}\text{Cu}$ ممکن است به ${}^{64}\text{Zn}$ (و پاشی β) یا به ${}^{64}\text{Ni}$ (به وسیله و پاشی β^-) و پاشد. مقدار Q اندازه‌گیری شده برای واکنش اول برابر 0.57MeV و برای واکنش دوم برابر 0.66MeV است. با بهره‌گیری از این داده‌ها، اختلاف جرم بین ${}^{64}\text{Zn}$ و ${}^{64}\text{Ni}$ را به دست آورید، جواب خود را بر حسب u بیان کنید.

۱۵. سطح مقطع گیراندازی کل برای نوترونهای گرمایی در ${}^{27}\text{Al}$ برابر است با $\sigma = 1.233$ بارن. قبل از آنکه نیمی از یک باریکه از چنین نوترونهایی جذب شود، تا چه فاصله‌ای در یک قالب آلومینیمی به چگالی 2.70 گرم بر سانتیمتر مکعب می‌تواند نفوذ کند؟ (راهنمایی: نشان دهید که تعداد نوترونهایی که در یک ضخامت dx جذب می‌شود، برابر است با $dN = -nN\sigma dx$ ، که در اینجا n تعداد هسته‌های آلومینیم بر واحد حجم است.)

۱۶. برای ذرات آلفای فرودی با انرژی 2.0MeV ، سطح مقطع مربوط به واکنش

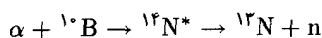


برابر 0.68 بارن است. فرض کنید که باریکه‌ای از ذرات آلفا را به سوی برگه‌ای از نیکل نشانه می‌روند. ذرات آلفا با آهنگ $10^{12} \times 2.0$ عدد به برگه می‌رسند؛ چگالی برگه نیکل 8.9g/cm^3 و ضخامت آن 0.50mm است. آهنگ ایجاد ${}^{62}\text{Zn}$ چقدر است؟

۱۷. فرض کنید که از برخورد یک ذره آلفا با انرژی 14MeV با یک هسته ${}^{60}\text{Ni}$ ، هسته مرکب ${}^{62}\text{Zn}^*$ از طریق واکنش (۴۵) به وجود می‌آید.

(الف) انرژی برانگیختگی ${}^{62}\text{Zn}^*$ نسبت به حالت پایه ${}^{62}\text{Zn}$ چقدر است؟
 (ب) همین هسته مرکب را می‌توان از طریق واکنش (۴۴) از برخورد یک پروتون با ${}^{63}\text{Cu}$ ایجاد کرد. انرژی پروتون فرودی چقدر باشد تا همان انرژی برانگیختگی برای ${}^{62}\text{Zn}^*$ حاصل شود؟ برای سهولت، از انرژی پس‌زنی هسته ${}^{62}\text{Zn}^*$ چشم‌پوشید (این انرژی کمتر از 1MeV است). جرم هسته‌های ${}^{60}\text{Ni}$ ، ${}^{63}\text{Cu}$ و ${}^{62}\text{Zn}$ به ترتیب برابر $62.9296u$ ، $62.9296u$ ، $62.9296u$ و $62.9296u$ است.

۱۸. واکنش زیر را در نظر بگیرید



فرض کنید که انرژی ذره آلفای فرودی برابر 1.83MeV است. انرژی

برانگیختگی هسته $^{14}\text{N}^*$ (نسبت به حالت پایه ^{14}N) چقدر است؟ انرژی نوترون بیرون انداخته شده در این واکنش چقدر است؟ انرژی پس زنی هسته‌ها را در محاسبات خود منظور کنید، اما فرض کنید که هسته $^{14}\text{N}^*$ قبل از بیرون انداختن نوترون انرژی پس زنی اولیه خود را هدر می‌دهد. مقادیر جرمها در جدول ایزوتوپها در شکل ۱۰۹ داده شده‌اند.

۱۹. انرژی یکی از حالت‌های برانگیخته $^{14}\text{N}^*$ (نسبت به حالت پایه) برابر 8.762MeV است.

الف) اگر بخواهیم از برخورد پروتون با ^{13}C از طریق واکنش $^{13}\text{C} + p \rightarrow ^{14}\text{N}^*$ به این حالت برانگیخته برسیم، انرژی پروتون چقدر باید باشد؟ از جرمهای داده شده در جدول ایزوتوپها استفاده کنید و به یاد داشته باشید که انرژی پس زنی هسته $^{14}\text{N}^*$ را منظور کنید.

ب) اگر این هسته $^{14}\text{N}^*$ با گسیل یک تک پرتوگاما به حالت پایه بازگردد، انرژی این پرتوگاما چقدر است؟ فرض کنید که هسته $^{14}\text{N}^*$ وقتی پرتوگاما را گسیل می‌کند در حال سکون است، و انرژی پس زنی هسته را که در خلال گسیل به دست می‌آورد در نظر بگیرید.

۲۰. بررسی کنید که فاصله زاویه‌ای بین کمینه‌های شکل 120° تقریباً بر شرط معمولی $d \sin \theta = n\lambda$ برای کمینه‌های مربوط به یک نقش پراش منطبق است. در اینجا، d قطر هسته است.

۲۱. معادلات (۴۸.۹) و (۵۸.۱۰) را با هم ترکیب کنید تا عدد جرمی کوچکترین هسته‌ای را به دست آورید که برای آن از نظر انرژی شکافت متقارن امکان پذیر است. این هسته کدام است؟

۲۲. قدرت انفجاری اولین بمب اتمی که در ۱۷ ژوئیه ۱۹۴۵، در آلاموگوردو منفجر شد، معادل ۱۸ کیلوتن تی‌ان‌تی بود. در این انفجار چند کیلوگرم پلوتونیم عملاً دستخوش شکافت شد؟ (انرژی آزاد شده به ازای هر کیلوگرم Pu تقریباً برابر انرژی آزاد شده توسط هر کیلوگرم U است؛ مثال ۵ را ببینید.)

۲۳. آثار مربوط به موج انفجار و تابش گرمایی یک بمب هسته‌ای از قوانین مقیاسبندی پیروی می‌کند که به ما امکان می‌دهد آثار یک انفجار با هر بهره دلخواهی را از آثار شناخته شده یک انفجار «مرجع» با بهره دیگری پیش‌بینی کنیم. افزایش فشار مربوط به موج انفجار از قانون مقیاسبندی ریشه سوم پیروی می‌کند: اگر یک انفجار مرجع از W_1 کیلوتن افزایش فشار

معلومی را در فاصله D_1 به وجود آورد، آنگاه یک انفجار دلخواه از W کیلوتن همان افزایش فشار را در فاصله D ایجاد می‌کند به طوری که

$$\frac{D}{D_1} = \left(\frac{W}{W_1} \right)^{1/2}$$

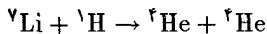
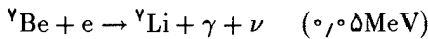
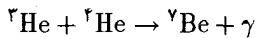
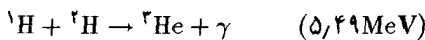
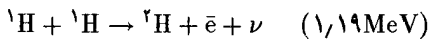
تابش گرمایی از قانون مقیاس‌بندی ریشه دوم پیروی می‌کند: اگر یک انفجار مرجع از W_1 کیلوتن تابش گرمایی معلومی (انرژی بر واحد سطح) را در فاصله D_1 ایجاد کند، آنگاه یک انفجار دلخواه از W کیلوتن همان تابش گرمایی را در فاصله D به وجود می‌آورد که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{D}{D_1} = \left(\frac{W}{W_1} \right)^{1/2}$$

در هیروشیما، ساختمانهایی که در فاصله $1/6$ کیلومتری از مرکز انفجار قرار داشتند به وسیله موج انفجار ویران شدند، یک انفجار یک مگاتنی در چه فاصله‌ای همین اثر را به وجود خواهد آورد؟ در هیروشیما، تیرهای چوبی تلفن که در فاصله $2/01$ کیلومتری از مرکز انفجار قرار داشتند به علت پالس گرمایی آتش گرفتند؛ در چه فاصله‌ای از یک انفجار یک مگاتنی همین آثار پدید می‌آید؟

۲۴. خورشید حاوی حدود $1/5 \times 10^{30} \text{ kg}$ هیدروژن است و با آهنگ $3/9 \times 10^{26} \text{ W}$ گرما و نور می‌تاباند. با این آهنگ، چقدر طول می‌کشد که خورشید همه سوخت هیدروژنش را مصرف کند؟

۲۵. امکان دارد زنجیره پروتون - پروتون از طریق مجموعه دیگری از واکنشها نیز صورت پذیرد:



(این زنجیره گونه‌ای از زنجیره پروتون - پروتون است که در اصل توسط بتة پیشنهاد شده بود.) با بهره‌گیری از جرمهای داده شده در بیوست ۴ یا در جدول ایزوتوپها، انرژی آزاد شده در واکنشهای سوم و پنجم که در بالا برای

- آنها انرژی بر شمرده نشده است، محاسبه کنید. انرژی خالص آزاد شده در مقایسه با واکنشهای (۷۲) تا (۷۶) چگونه است؟
۲۶. الف) دما در مرکز خورشید $10^6 K \times 15$ است. بنابر معادله (۷۳) احتمال همجوشی دو پروتون بر خورد کننده در این دما چقدر است؟ احتمال همجوشی یک پروتون در برخورد با یک هسته ^{12}C چقدر است؟
 ب) در چه دمایی احتمال همجوشی نوع دوم برابر احتمال همجوشی نوع اول در $10^6 K \times 15$ می شود؟
۲۷. برای آسان شدن مطلب، فرض کنید، که تمام انرژی آزاد شده توسط خورشید ناشی از زنجیره پروتون - پروتون [معادلات (۷۴) تا (۷۶)] است. اگر بدانیم که خورشید با آهنگ $10^{26} W \times 3.9$ گرما و نور می تاباند، مطلوبست محاسبه شار نوترینو (یا تعداد نوترینوها بر واحد سطح بر واحد زمان) فرودی بر سطح زمین.

فصل ۱۱

ذرات بنیادی

تمام ذراتی که در فصلهای پیشین با آنها آشنا شدیم: الکترون، پروتون، نوترون، فوتون، و نوترینو، در طبیعت به فراوانی وجود دارند. الکترونها، پروتونها، و نوترونها اجزای سازنده اتمهای پیکر ما و هر آنچه را که در پیرامونمان یافت می‌شود، تشکیل می‌دهند. فوتونها و نوترینوها به فراوانی از خورشید گسیل می‌شوند؛ علاوه بر آن، فوتونهای پرانرژی و نوترینوها را مواد پرتوزای طبیعی گسیل می‌کنند. تمام این ذرات، به استثنای نوترون آزاد، پایدارند؛ اگر آنها را به حال خود واگذاریم، تا ابد دوام خواهند آورد. در دهه ۱۹۳۰ فیزیکدانان برخی ذرات جدید و خارق‌العاده را کشف کردند که در برخورد های همراه با انرژی بالا بین ذرات معمولی، از تبدیل انرژی به جرم، آفریده می‌شدند. اغلب این ذرات جدید خارق‌العاده ناپایدارند؛ طول عمر آنها بسیار کوتاه است، و در گستره 10^{-6} تا 10^{-23} ثانیه قرار می‌گیرد. چندانایی از این ذرات را اگر به حال خود واگذاریم پایدارند؛ اما آنها که از پادماده ساخته شده‌اند، اگر با ماده معمولی محیط بلاواسطه ما در تماس قرار گیرند نابود می‌شوند. از اینرو، تمامی این ذرات جدید حیاتی بی‌دوام دارند؛ تنها در صورتی می‌توان آنها را مشاهده کرد که خیلی زود پس از آفرینش در یک واکنش انرژی بالا، در بین راه گیرشان اندازیم.

نخستین ذره از این ذرات جدید در تحقیقات تجربی مربوط به پرتوهای کیهانی کشف شد. اما بعدها این ذرات را به شکل مصنوعی از طریق بمباران هدفها با باریکه‌های پرانرژی پروتونها یا الکترونها حاصل از شتابدهنده‌ها، تولید کردند. در خلال سی سال گذشته، با ساخت شتابدهنده‌های قوی و قویتر کشف تعداد بیشتر و بیشتری از ذرات جدید میسر شد، و سرانجام تعداد این ذرات از ۳۰۰

ذره بسیار فراتر رفت. این ذرات را غالباً ذرات بنیادی می‌نامند، اما این عنوان به آن منظور نیست که واقعاً بنیادی بودن آنها را بیان کند، بلکه به این مفهوم است که از هسته‌ها بنیادیترند. جرم تعداد زیادی از این ذرات از پروتون و نوترون هم بیشتر و ساختارشان هم پیچیده‌تر است؛ از اینرو، نمی‌توانند نقش سنگ بناهای ساختار اساسی ماده را برعهده بگیرند.

تا سالهای ۱۹۶۰، تحقیقات تجربی انرژی - بالا، از تحقیقات نظری پیش بود. هیچکس نمی‌دانست که از این تنوع آشوبناک مربوط به صدها ذره‌ای که فیزیکدانان تجربی کشف کرده‌اند، چه چیزی باید ساخته شود. اما در دو دهه گذشته، فیزیکدانان نظری به این نتیجه رسیدند که تمامی ذرات، به استثنای الکترون، فوتون، و چند ذره‌ای که خویشاوندی نزدیکی با این دو دارند، از خشتهای ساختمانی کوچکی، به نام کوارک ساخته شده‌اند. پروتون، نوترون، و تمامی ذرات سنگین دیگر سیستمهایی از کوارکهایند که محکم به همدیگر پیوسته شده‌اند. این تصویر جدید از ساختار داخلی ذرات، درک درستی از تنوع آشوبناک ذرات به دست می‌دهد، و این امکان را فراهم می‌آورد که خواص بی‌شماری از آنها را تعیین کنیم. علاوه بر آن، نظریه پردازان تصویر وحدت یافته‌ای از برهم‌کنشها را تدوین کردند که در این تصویر میدانهای نیرو از انواع متفاوت را به صورت جنبه‌های مختلف یک تک میدان زیربنایی مورد بررسی قرار می‌دهند؛ این فرایند تا حدود زیادی شبیه به این است که میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را به صورت جنبه‌های متفاوت مربوط به میدان زیربنایی الکترومغناطیسی تلقی کنیم. این نظریه وحدت یافته میدانها، ارتباطی درونی بین برهم‌کنشهای ضعیف و الکترومغناطیس برقرار کرده است، و در شناخت این برهم‌کنشها بینش عمیقی به ما داده است. تلاشهایی در جهت تدوین نظریه وحدت یافته‌ای که برهم‌کنشهای قوی را نیز دربرگیرد، در حال تکوین است. در حال حاضر فعالیت‌های نظری بر تحقیقات عملی پیشی گرفته است، و پیش‌بینیهای نظریه پردازان، تجربه‌گران را به تلاش و چالش فرا می‌خوانند. ما در آستانه رسیدن به شناختی از دینامیک و ساختار ذره قرار داریم، که این شناخت با شناختی که از ساختار اتمی و ساختار هسته‌ای به دست آوردیم، قابل قیاس است.

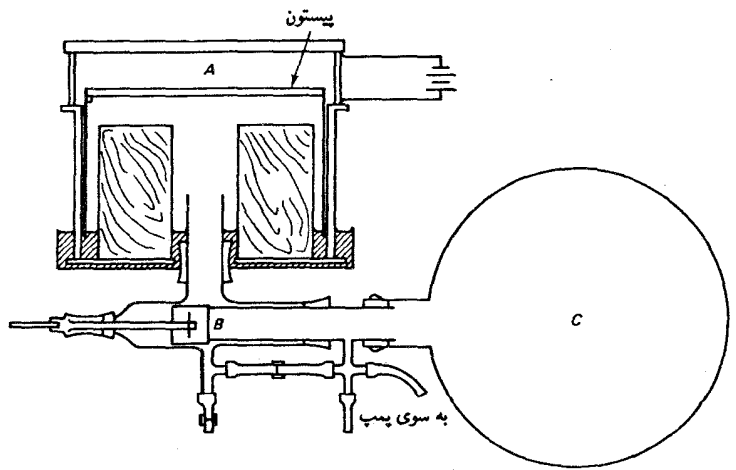
۱.۱۱ کشف پادالکترون، میون، و پیون

انرژیهای مورد نیاز برای شروع یک برهم‌کنش بین ذرات از مرتبه یک یا چند

گیگا الکترون ولت (GeV) است. تجربه‌گران اولیه در حوزه فیزیک انرژی بالا، به علت فقدان شرایط بهتر، برای شروع برهم‌کنشها، به پرتوهای کیهانی متکی بودند. پرتوهای کیهانی ذراتی بسیار پرانرژی، اغلب پروتون هستند که فضای بین ستاره‌های را در مسیر زیگزاگی می‌پیمایند. سرچشمه این ذرات به طور قطعی شناخته نشده است. ستارگان معمولی، مانند خورشید، در خلال شارهای خود، پرتوهای کیهانی گسیل می‌کنند؛ اما به احتمال زیاد، سرچشمه توده پرتوهای کیهانی انفجارهای ابرنواختری است. معمولاً، انرژی ذرات پرتو کیهانی در حدود چند GeV است؛ گرچه در مواردی انرژی به میزان 10^{11} GeV هم مشاهده شده است. وقتی این پرتوهای کیهانی اولیه در لایه بالایی جو با هسته‌ها برخورد می‌کنند، بارانی از پرتوهای کیهانی ثانویه پدید می‌آورند. این پرتوهای ثانویه در خلال سفرشان در جو به تدریج جذب می‌شوند. اما، حتی در سطح دریا هم شار قابل ملاحظه‌ای از این پرتوهای کیهانی باقی می‌ماند؛ مثلاً، به بدن آدمی در هر ثانیه چندین پرتو کیهانی برخورد می‌کند. در ارتفاعات، شار پرتوهای کیهانی بیشتر است.

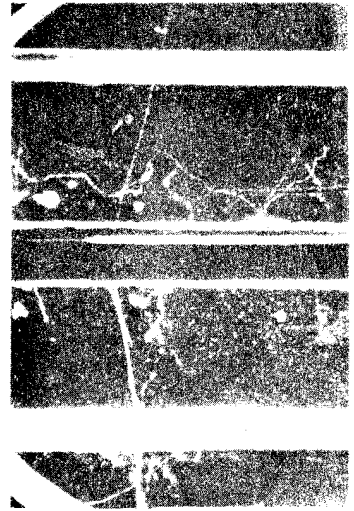
در سال ۱۹۱۲، هس* که چند اتاقک یونش را در یک بالون تا ارتفاعات زیادی بالا برده بود، پرتوهای کیهانی را کشف کرد. رد پرتوهای کیهانی را می‌توان در یک اتاقک ابر (شکل ۱۰۱۱) رؤیت کرد؛ این اتاقک به وسیله ولسون اختراع

شکل ۱۰۱۱. نمودار طرحواره اتاقک ابر ولسون. اتاقک انبساط A حاوی بخار آب اشباع شده است. ته این اتاقک به وسیله یک پیستون بسته شده است، که اگر فشار قسمت زیرین آن با باز شدن دریچه B، مربوط به فلاسک تخلیه شده C ناگهان کاهش یابد، به پایین می‌پرد. انبساط بی‌دررو ناگهانی اتاقک، بخار آب را سرد می‌کند، و آن را در حالت فوق اشباع قرار می‌دهد. در این حالت، هر یون موجود در اتاقک آغازگر تشکیل قطره‌های آب می‌شود.

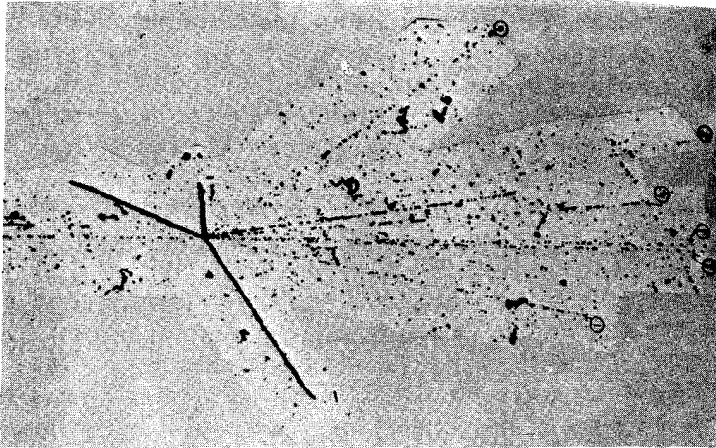


* ویکتور فرانس هس (Viktor Franz Hess)، ۱۸۸۳ - ۱۹۶۴، فیزیکدان اتریشی و بعداً امریکایی، استاد اینس بروک و دانشگاه فورد هام. جایزه نوبل ۱۹۳۶ به خاطر کشف پرتوهای کیهانی به او اعطا شد.

شد و بلاکت * آن را به ابزاری کاربردی تبدیل کرد. در چنین اتاقکی، عبور یک ذره باردار سبب یونش مولکولهای گاز در امتداد مسیرش می شود. این یونها به صورت هسته های چگالش عمل می کنند، و سبب تشکیل قطره های کوچک آب می شوند، که مسیر ذره را نشان می دهد. در شکل ۲۰۱۱ نمونه ای از مسیر یک پرتو کیهانی را در یک اتاقک ابر مشاهده می کنید. همچنین مسیرها را می توان در امولسیون عکاسی به صورت قابل رؤیت درآورد. ذره بارداری که از این امولسیون می گذرد دانه های نقره را تشکیل می دهد، و بنابراین ردی از نقطه های سیاه در فیلم ظاهر شده به دست می دهد، که می توان آن را با میکروسکوپ مشاهده کرد. در شکل ۳۰۱۱ برخورد یک پرتو کیهانی اولیه را با یک هسته در امولسیون عکاسی مشاهده می کنید. تعداد زیادی از ذرات جدید بر اثر برخورد شدید، از طریق تبدیل انرژی به جرم، ایجاد شده اند.



شکل ۲۰۱۱ ردهای مربوط به پرتو کیهانی مشاهده شده در یک اتاقک ابر.



شکل ۳۰۱۱ «ستاره» ای در امولسیون عکاسی. رد کمربندی که از سمت چپ وارد می شود توسط پرتو کیهانی فرودی اولیه برجای مانده است.

نخستین ذرات جدیدی که در پرتوهای کیهانی کشف شدند، عبارت بودند از پادالکترون، میون، و پیون. در اواخر دهه ۱۹۲۰، پل دیراک معادله موج جدیدی برای الکترون تدوین کرد، که نسبیت را در مکانیک کوانتومی وارد می کرد. همان طور که در فصل ۷ گفتیم، معادله دیراک اسپین الکترون را به صورت تکانه زاویه ای ناشی از یک شار چرخنده انرژی و تکانه در داخل موج الکترون توضیح می دهد. معادله او (رابطه ۹۰۷) ارتباط بین گشتاور مغناطیسی و اسپین الکترون را نیز پیش بینی می کند. اما، این توفیقای نظریه نسبیتی دیراک را یک نقض * باتریک مینارد استوارت بلاکت (Patrick Maynard Stuart Blackett)، ۱۸۹۷ - ۱۹۷۴، فیزیکدان انگلیسی، استاد کالج برک بک، منچستر، و کالج سلطنتی. جایزه نوبل ۱۹۴۸ به خاطر تکمیل اتاقک ابر و کاربرد گسترده آن در تحقیقات فیزیک هسته ای و پرتوهای کیهانی به وی اعطا شد.

خداشده‌دار می‌کند: معادلهٔ نسبیتی دارای جوابهای منفی برای انرژی است. در این صورت، هر الکترونی با انرژی مثبت احتمالاً ناپایدار خواهد بود؛ الکترون می‌تواند یک گذار فوری به این حالت‌های انرژی منفی داشته باشد، و در طی این فرایند یک فوتون پرتوگاما گسیل می‌کند. دیراک، برای اجتناب از این گرفتاری، پیشنهاد کرد که تمام حالت‌های منفی انرژی، حتی در آنجایی که معمولاً ما آن را خلاً می‌نامیم، قبلاً پر شده‌اند؛ در نتیجه، اصل طرد از ناپدید شدن الکترونها معمولی در حالت‌های انرژی منفی جلوگیری می‌کند. به الکترونهايي که حالت‌های انرژی منفی را پر می‌کنند «دریای دیراک» می‌گویند. این الکترونها مستقیماً قابل مشاهده نیستند، زیرا اصل طرد از واکنش آنها نسبت به میدان‌های خارجی ممانعت به عمل می‌آورد. ولی، اگر یکی از الکترونهاي انرژی منفی غایب باشد، و در دریای پر شده از حالت‌ها یک حفره برجای گذارد، آنگاه این حفره می‌تواند نسبت به نیروهای خارجی واکنش نشان دهد. حفره مانند یک ذره با بار مثبت، خیلی شبیه به رفتار یک حفره در نوار ظرفیت یک نیم‌رسانا، رفتار می‌کند.

در سال ۱۹۳۲، آندرسون* در خلال مشاهدهٔ ذرات پرتوکیهانی در یک اتاقک ابر، مسیر ذرات الکترون مانند با بار مثبت را کشف کرد. آندرسون، برای اینکه بتواند ذرات با بار منفی و مثبت را تفکیک کند، اتاقک ابر خود را در یک میدان مغناطیسی قوی قرار داد تا از طریق جهت انحراف آنها این کار را انجام دهد، و دریافت که برخی از مسیرهای الکترون مانند در جهتی متناظر با بار مثبت منحرف می‌شوند (شکل ۴۰-۱۱). ذرات الکترون مانند را پادالکترون، یا پوزیترون نامیدند. با اندازه‌گیری‌های بعدی محقق شد که جرم، اسپین، گشتاور مغناطیسی این ذرات با الکترون یکی است؛ این ذرات از هر نظر جز بار الکتریکی مثبتشان، با الکترون همسانند.

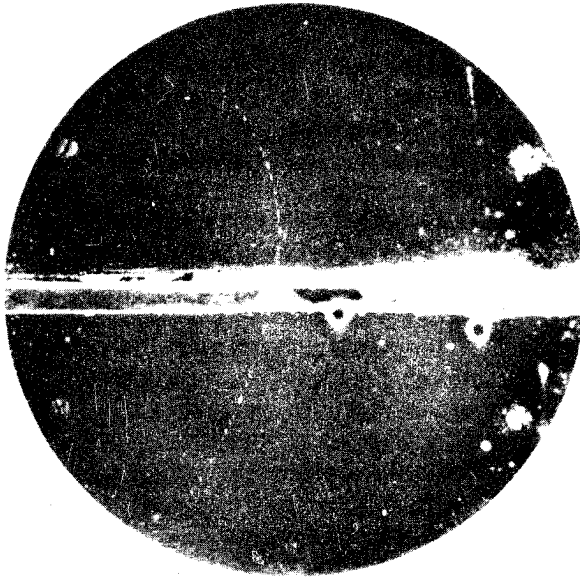
هرچند از برخورد پرتوهای کیهانی با هسته‌ها در جو زمین تعداد قابل ملاحظه‌ای پادالکترون پدید می‌آید، ولی این ذرات مدتی خیلی طولانی نمی‌پایند. به محض اینکه یک پادالکترون با یک الکترون مواجه شود، هر دو نابود می‌شوند، و دو پرتوگاما رها می‌کنند:



(این واکنش با گسیل دو پرتو γ صورت می‌پذیرد و نه با یکی زیرا بقای تکانه با

* کارل دیوید آندرسون (Carl David Anderson)، ۱۹۰۵-، فیزیکدان آمریکایی استاد انستیتو تکنولوژی کالیفرنیا. او جایزه نوبل ۱۹۳۶ را به خاطر کشف پوزیترون دریافت کرد. او در همان سال میون را نیز کشف کرد.

شکل ۴.۱۱ اولین عکس از مسیری که پادالکترون در اتاقک ابر.



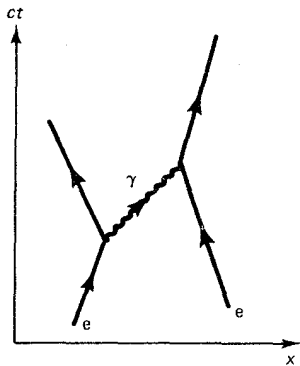
گسیل یک پرتو گاما ناممکن است). این واکنش نابودی را می‌توان به صورت گذار یک الکترون مثبت انرژی به داخل یک حفره منفی انرژی خالی قابل حصول در بای دیراک تلقی کرد. * این واکنش معمولاً با انرژی جنبشی اولیه ناچیزی صورت می‌گیرد. (معمولاً پادالکترون قبل از نابودی در برخوردهای مقدماتی کند می‌شود). به این ترتیب، انرژی که پرتوهای γ حمل می‌کنند، برابر همان انرژی جرم سکون $2m_e c^2$ دو الکترون است؛ انرژی هرکدام از پرتوهای گاما، عبارت است از $m_e c^2$ ، یا 0.511 MeV .

در پرتوهای کیهانی دو ذره جدید دیگر کشف کردند: میون (یا مزون μ^{**}) و پیون (یا مزون π). وجود مزونها، که انتخاب این نام برای آنها در

* نظریه کوانتومی جدید تصویر شهودی دریای پر شده دیراک را به نفع بررسی رسمیت حالت‌های منفی انرژی کنار گذاشت، زیرا پی بردند که تمام ذرات دارای پادذره‌اند. چون یوزونها از اصل طرد پیروی نمی‌کنند، پادبوزونها را نمی‌توان به صورت حفره در دریای پر شده پنداشت. رهیافت رسمی بر این استدلال بدیهی متکی است که فقط تغییرات انرژی، تکانه، یا بار وابسته به تغییر حالت‌های ذره مشاهده‌پذیرند؛ از اینرو می‌توانیم آفرینش یک ذره منفی انرژی را به صورت نابودی یک پادذره مثبت انرژی در نظر بگیریم، و نابودی یک ذره منفی انرژی را به صورت آفرینش یک پادذره مثبت انرژی تعبیر کنیم. این هم‌ارزی رسمی ما را مجاز می‌دارد که هرگونه ارجاع به حالت‌های منفی انرژی را از توصیف ریاضی واکنشها حذف کنیم. ** در معنی دقیق و جدید واژه مزون، میون یک مزون نیست؛ اما این نام همچنان بر روی آن مانده است.

اصل به این منظور صورت گرفت که حاکی از این مطلب باشد که جرمشان مابین جرم الکترون و جرم پروتون است، برای نخستین بار مبتنی بر زمینه‌های نظری توسط یوکاوا* در ۱۹۳۵ پیشنهاد شد.

در آن زمان، مطالعه نظریه کوانتومی میدانها به این نتیجه انجامیده بود که نیروی کولنی بین ذرات باردار ناشی از یک مکانیسم مبادله فوتونهاست. مثلاً، دو الکترون را در نظر بگیرید که در فاصله‌ای از همدیگر قرار گرفته‌اند. بنابر نظریه کوانتومی میدانها، هر یک از الکترونها یک رشته فوتون را به خارج می‌فرستد، که الکترون دیگری آن را گیر می‌اندازد. این فرایند گسیل، انتشار، و جذب فوتونها را می‌توان به صورت یک نمودار فضا زمان نمایش داد (شکل ۱۱-۵)؛ چنین نموداری را نمودار فاینمن می‌نامند. نیروی کولنی متقابل بین الکترونها ناشی از پس‌زنیهایی است که الکترونها را در خلال گسیلها و جذبهای مداوم تحت تأثیر قرار می‌دهند. ** فوتونهایی را که در این مکانیسم مبادله مشارکت می‌کنند، می‌توان به صورت حاملهای نیروی کولنی در نظر گرفت - این فوتونها نیرو را از یک الکترون به الکترون دیگر در فاصله فیما بینشان «حمل» می‌کنند. این فوتونها را فوتونهایی مجازی می‌گویند، زیرا هرگز نمی‌توان آنها را به طور مستقیم مشاهده کرد. این فوتونها ناقض قانون بقای انرژی اند؛ مثلاً، اگر یک الکترون در حال سکون فوتونی گسیل کند، انرژی پس از گسیل به اندازه انرژی فوتون به اضافه انرژی پس‌زنی الکترون، نسبت به انرژی پیش از گسیل بیشتر است. اما این نقض بقای انرژی را اصل عدم قطعیت از دیده پنهان می‌دارد - فوتون مجازی فقط مدّت زمان کوتاهی، Δt ، عمر می‌کند به طوری که افزایش انرژی کمتر از عدم قطعیت انرژی، $\Delta E \approx \hbar/\Delta t$ ، است. نظریه نسبیتی برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی مبتنی بر این تصویر از مبادله فوتونها را الکترودینامیک کوانتومی، یا QED می‌نامند.



شکل ۱۱-۵. نمودار فاینمن که گسیل فوتونی را به سبب الکترون سمت چپ و جذب آن را توسط الکترون سمت راست نشان می‌دهد.

* هیدکی یوکاوا (Hideki Yukawa), ۱۹۰۷ - ۱۹۸۱، فیزیکدان ژاپنی، استاد دانشگاه کیوتو. وی به خاطر تحقیقاتش درباره نظریه نیروهای هسته‌ای، جایزه نوبل ۱۹۴۹ را دریافت کرد.

** در بادی امر، به نظر می‌رسد که این مکانیسم پس‌زنی هرگز نمی‌تواند نیروی الکتریکی ربایشی، مانند نیروی الکترون و پروتون، را ایجاد کند. اما باید به خاطر داشته باشیم که فوتون را مدار جایگزیده توصیف نمی‌کند، بلکه موجی که در ناحیه وسیعی گسترده شده است، آن را توصیف می‌کند. ذره سمت چپ در شکل ۱۱-۵ می‌تواند یک موج فوتونی با تکانه‌ای به سمت چپ گسیل کند، و در عین حال این موج می‌تواند جذب ذره سمت راستی شود. از این فرایند نیروی ربایشی حاصل می‌شود.

این نظریه به طور کامل توسط فاینمن، شوینگر، توموناگا* و سایر نظریه پردازان در سالهای ۱۹۴۰ تدوین شد، و به عنوان دقیقترین نظریه در تمامی حوزه علم فیزیک پابرجاست؛ مثلاً، پیش بینی الکترودینامیک کوانتومی در مورد گشتاور مغناطیسی الکترون آزموده، و تاده رقم با معنی، تأیید شده است.

یوکاوا پیشنهاد کرد که نیروی هسته‌ای قوی از مکانیسم مبادله مشابهی ناشی می‌شود؛ یعنی، پروتونها و نوترونها کوانتومهای میدان نیروی قوی را گسیل می‌دارند و جذب می‌کنند، و این کوانتومها نیرو را از یکی به دیگری حمل می‌کند. بنابراین نظریه کوانتومی میدانها، جرم حامل نیرو سبب کوتاهی برد نیروی قوی است؛ می‌توان ثابت کرد که برد نیرو و جرم باهم نسبت معکوس دارند. می‌توانیم این تناسب معکوس را با بحث ساده زیر درک کنیم. فرض کنید که جرم ذره حامل m باشد. در این صورت گسیل چنین ذره‌ای به افزایش انرژی منجر می‌شود که حداقل آن mc^2 است. اگر قرار است که این افزایش انرژی به وسیله عدم قطعیت انرژی (زورکی) پنهان بماند، لازم است $\Delta E \simeq mc^2$ و از آنجا

$$\Delta t \simeq \frac{\hbar}{\Delta E} \simeq \frac{\hbar}{mc^2} \quad (2)$$

چون سرعت ذره حامل نمی‌تواند از سرعت نور بیشتر شود، این ذره در بازه زمانی Δt حداکثر می‌تواند مسافت $c\Delta t$ را طی کند. بنابراین معادله (۲)، این مسافت عبارت است از

$$\boxed{c\Delta t \simeq \frac{\hbar}{mc}} \quad (3)$$

این مسافت را باید با برد نیروی قوی یکی دانست. از فصل ۹ می‌دانیم که برد این نیرو در حدود $m \sim 2 \times 10^{-16}$ است، در نتیجه

$$2 \times 10^{-16} m \simeq \frac{\hbar}{mc} \quad (4)$$

و

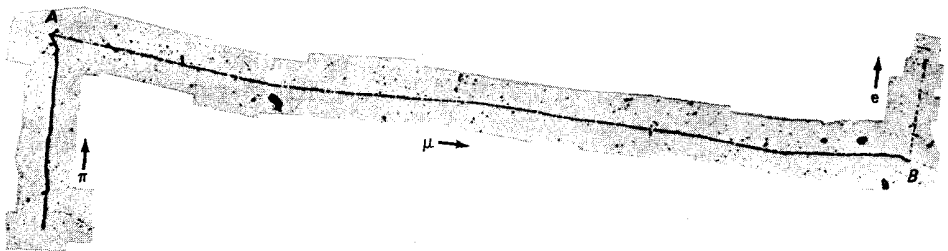
$$m \simeq \frac{\hbar}{c \cdot 2 \times 10^{-16} m} \simeq 2 \times 10^{-28} \text{ kg} \sim 0.1 u \quad (5)$$

* ریچارد پ. فاینمن (Richard P. Feynman)، ۱۹۱۸ - ۱۹۸۸، فیزیکدان آمریکایی، استاد انستیتو تکنولوژی کالیفرنیا، جولیان شوینگر (Julian Schwinger)، ۱۹۱۸ - ، فیزیکدان آمریکایی، استاد دانشگاه هاروارد، و سین - ایتیرو توموناگا (Sin-itiro Tomanaga)، ۱۹۰۱ - ۱۹۷۹، فیزیکدان ژاپنی، مدیر انستیتو تحقیقات فیزیک بنیادی در کیوتو به خاطر دستاوردهایشان در الکترودینامیک کوانتومی در جایزه نوبل ۱۹۶۵ سهم شدند.

معنای این نتیجه آن است که جرم ذرات حامل مربوط به نیروی قوی در حدود 200 برابر جرم الکترون است.

وقتی آندرسون و همکارانش در سال ۱۹۳۷ میون را در پرتوهای کیهانی کشف کردند، به نظر رسید که پیشنهاد یوکاوا از حمایت تجربی برخوردار شده است. جرم این ذره $113u/0$ است؛ درست در حدود مقداری که در بالا تخمین زده شد. اما در سال ۱۹۴۶ آزمایشها ثابت کردند که میون فقط به طور ضعیف با پروتون و نوترون برهم کنش انجام می دهد، خیلی ضعیفتر از آنکه بتواند به عنوان حامل نیروی قوی عمل کند. کوششهای فراوانی برای روشن کردن این معما صورت گرفت، تعدادی از نظریه پردازان پیشنهاد کردند که حامل باید مزون نوع دیگری باشد؛ این پیشنهاد با کشف پیونها توسط پاول و اوکیالینی* ظرف یکسال از زمان مطرح شدن آن، مورد تأیید قرار گرفت. پیونها به وسیله ردهای برجای مانده در یک امولسیون عکاسی که در ارتفاع زیاد در معرض پرتوهای کیهانی قرار گرفته بودند، کشف شدند. در شکل ۶۰۱۱ رد یک پیون را در یک امولسیون مشاهده می کنید.

شکل ۶۰۱۱ ردهای مربوط به یک پیون، یک میون، و یک الکترون در امولسیون عکاسی. رد پیون در نقطه A پایان می پذیرد؛ در اینجا پیون وامی باشد و یک میون می آفریند. رد میون در نقطه B ختم می شود، که در اینجا با آفرینش یک الکترون این میون وامی باشد. این عکس یک موزائیک (کنار هم چیده شده) است که از تعداد زیادی ریزنگارهایی ایجاد شده است که به اعماق مختلف امولسیون نشانه رفته بودند.



پیون به یک میون وامی باشد، و این ذره اخیر نیز به یک الکترون وامی باشد؛ این فرایند به صورت سلسله واکنشهای زیر انجام می شود.



نوترینوها خنثی هستند؛ از اینرو ردی در امولسیون بر جای نمی گذارند. اولین پیونهایی که کشف شدند بار مثبت یا منفی داشتند، و جرم آنها برابر بود با

$$m_{\pi^{\pm}} = 0.150 \mu \quad (8)$$

* سسیل فرانک پاول (Cecil Frank Powell)، ۱۹۰۳ - ۱۹۶۹، فیزیکدان انگلیسی، استاد دانشگاه بریستول. به خاطر تحقیقاتش در زمینه آشکارسازی مسیر ذرات در امولسیون عکاسی و به خاطر کشف پیون جایزه نوبل ۱۹۵۰ به وی اعطا شد. جوزپه پ.س. اوکیالینی (Giuseppe P.S. Occhialini)، ۱۹۰۷ -، فیزیکدان ایتالیایی، استاد دانشگاه میلان.

بعداً، در آزمایشهایی که با شتابدهنده‌ها انجام گرفت، یک پیون خنثی (π^0) کشف کردند؛ جرم این پیون تا حدودی کمتر بود

$$m_{\pi^0} = 0,145\mu \quad (9)$$

در فیزیک انرژی - بالا مرسوم است که جرم ذرات را برحسب MeV/c^2 بیان کنند. برحسب این یکا، جرم پیونها عبارت است از

$$m_{\pi^\pm} = 140 \text{ MeV}/c^2 \quad (10)$$

و

$$m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}/c^2 \quad (11)$$

۲.۱۱ شتابدهنده‌ها و آشکارسازهای انرژی-بالا

اغلب شتابدهنده‌های بزرگ امروزی نوادگان سیکلوترونی اند که لاورنس در سال ۱۹۳۱ ساخت. او با سیکلوترونش، به قطر فقط چند اینچ، یونها را تا 80 KeV شتاب داد. در سالهای بعد، لاورنس و همکارانش در آزمایشگاه تابش دربرکلی (اکنون آزمایشگاه لاورنس برکلی) سیکلوترونیایی را ساختند که تدریجاً بزرگتر می‌شدند (شکل ۷۰-۱۱). با این سیکلوترونها آنها به انرژی‌هایی تا 27 MeV برای پرتاب پروتون دست یافتند.

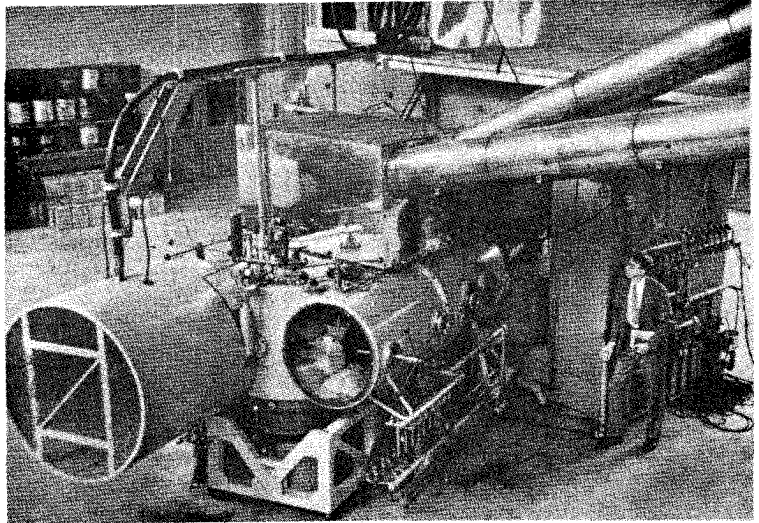
اساس کار سیکلوترونهای اولیه بر پایه بسامد مداری ثابت یک ذره باردار متکی بود که در مداری دایره‌ای در میدان مغناطیسی حرکت می‌کرد. از مطالب بخش ۱۰-۱ می‌دانیم ذره‌ای با بار e و تکانه p در مداری به شعاع

$$r = \frac{p}{eB} \quad (12)$$

حرکت می‌کند که بسامد مداری، یا بسامد سیکلوترون آن عبارت است از

$$\nu = \frac{eB}{2\pi m} \quad (13)$$

با افزایش انرژی ذره، شعاع مدار زیاد می‌شود، ولی بسامد ثابت می‌ماند. بدینسان، ذره در بازه‌های زمانی ثابت به بخش واحدی در سیکلوترون بازمی‌گردد، و از اینرو می‌توان آن را به وسیله یک میدان الکتریکی متناوب، با همان بسامد



شکل ۷.۱۱. سیکلوترون ۶۰ اینچی در برکلی، که در ۱۹۳۹ ساخته شد.

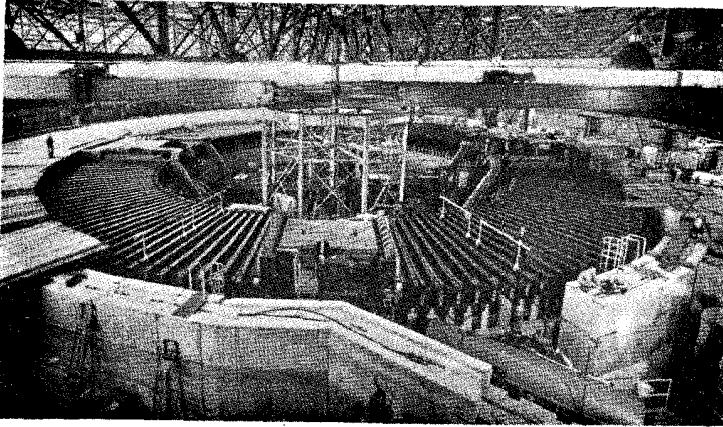
ثابت مربوط به حرکت مداری، شتاب داد. متأسفانه، برای ذراتی که سرعتشان بیشتر از حدود ۲۰٪ سرعت نور است، تقریب بسامد مداری ثابت دیگر صادق نیست. بنابر محاسبات نسبیتی برای چنین ذره‌ای، معادله (۱۲) مربوط به شعاع مداری برقرار است، ولی به جای معادله (۱۳) مربوط به بسامد مداری باید رابطه زیر بنشیند (مثال ۴.۲ را ببینید).

$$\nu = \frac{eB}{\pi m} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (14)$$

بسامد با افزایش سرعت کاهش می‌یابد. به این ترتیب شتاب دادن ذره نسبیتی ایجاب می‌کند که یا بسامد میدان الکتریکی تنظیم شود، که با کاهش تدریجی بسامد حرکت مداری جور درآید؛ یا اینکه شدت میدان مغناطیسی تنظیم شود، به طوری که حاصلضرب $B\sqrt{1 - v^2/c^2}$ در معادله (۱۴) ثابت بماند. دستگاههای متکی بر شگرد اول را سیکلوترون همزمان (Synchrocyclotrons)، می‌نامند و دستگاههای متکی بر شگرد دوم را سینکروترون (Synchrotrons)، گویند. در هر دو نوع دستگاه، ذرات به صورت دسته‌ای شتاب می‌گیرند. برای هر دسته از ذرات، دستگاه باید چرخه‌ای از تنظیم میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را از سر بگذراند، و آنگاه برای دسته بعدی مجدداً آماده شود.

تمام شتابدهنده‌های انرژی - بالا مربوط به پروتون از نوع سینکروترون هستند. این دستگاهها از میدان مغناطیسی فزاینده‌ای بهره می‌گیرند که نه فقط

بسامد مداری را بلکه شعاع مداری را نیز (تقریباً) ثابت نگه می‌دارند. از اینرو، فقط کافی است که میدان مغناطیسی را در یک لولهٔ دایره‌ای تخلیه شده ایجاد کنیم که این لوله به عنوان «مسیر مسابقه» برای ذرات شتاب یافته عمل می‌کند. اولین سینکروترون بزرگ همانا بواترون برکلی بود، که پروتونهایی با انرژی تا 6.4 GeV تولید می‌کرد (شکل ۸.۱۱). سگره و چمبرلین* در سال ۱۹۵۵ با بمباران یک هدف توسط این باریکهٔ پروتونی موفق به آفرینش پاد پروتون شدند.



شکل ۸.۱۱ بواترون، ساخته شده در ۱۹۵۴. این دستگاه یکی از قدیمیترین شتابدهنده‌ها به شمار می‌آید.

در جدول ۱۰.۱۱ فهرستی از برخی شتابدهنده‌ها که هم اکنون در حال فعالیت یا در دست ساختمانند، درج شده است. دو نمونه از بزرگترین شتابدهنده‌هایی که در حال فعالیتند عبارتند از سینکروتونهای پروتونی موجود در آزمایشگاه شتابدهی ملی فرمی (آزمایشگاه فرمی، نزدیک شیکاگو)، و در مرکز اروپایی تحقیقات هسته‌ای (سرن، در مرز سوئیس - فرانسه نزدیک ژنو). شکل ۹.۱۱ یک نمای کلی از آزمایشگاه فرمی را ارائه می‌دهد؛ شتابدهنده در یک تونل دایره‌ای به شعاع 1 km در زیرزمین دفن شده است. شتابدهندهٔ سرن قدری بزرگتر است؛ شعاع آن در حدود 1.2 km است. شتابدهندهٔ فرمی باریکه‌های پروتونی با انرژی در حدود 1000 GeV ، یا یک TeV ، و سرعتی به اندازهٔ 99.99995% سرعت نور تولید می‌کند. در شکل ۱۰.۱۱ تونل آزمایشگاه فرمی را مشاهده می‌کنید؛ در اینجا مغناطیسها پروتونها را در مدار دایره‌ای نگه می‌دارند؛ لولهٔ حاوی باریکه در داخل مغناطیسها قرار گرفته و از نظر پنهان است. در بازه‌های منظم، لولهٔ باریکه توسط کاواکهایی که در آنها میدان الکتریکی متناوب پروتونها را به انرژی بالا سوق

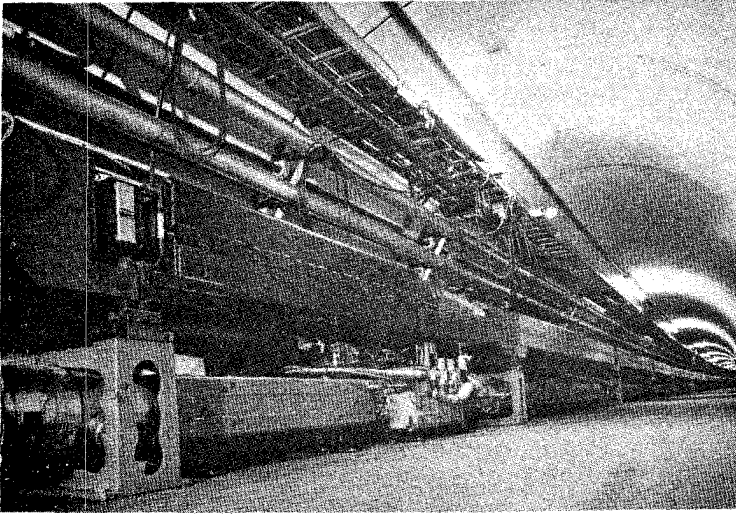


شکل ۹.۱۱ حلقهٔ اصلی و محوطهٔ آزمایشگاهی (پایین سمت راست) آزمایشگاه فرمی.

* امیلیو جینوسگره (Emilio Gino Segrè), ۱۹۰۵ - ، فیزیکدان ایتالیایی و بعداً آمریکایی، استاد دانشگاه برکلی، اوون چمبرلین (Owen Chamberlain), ۱۹۲۰ - ، فیزیکدان آمریکایی، استاد دانشگاه برکلی. به خاطر کشف پاد پروتون جایزهٔ نوبل ۱۹۵۹ مشترکاً به آنها تعلق گرفت.

جدول ۱۰۱۱ برخی از شتاب‌دهنده‌ها

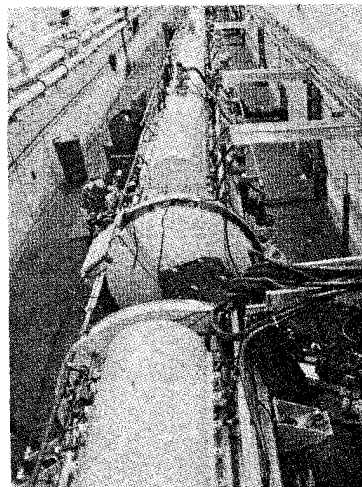
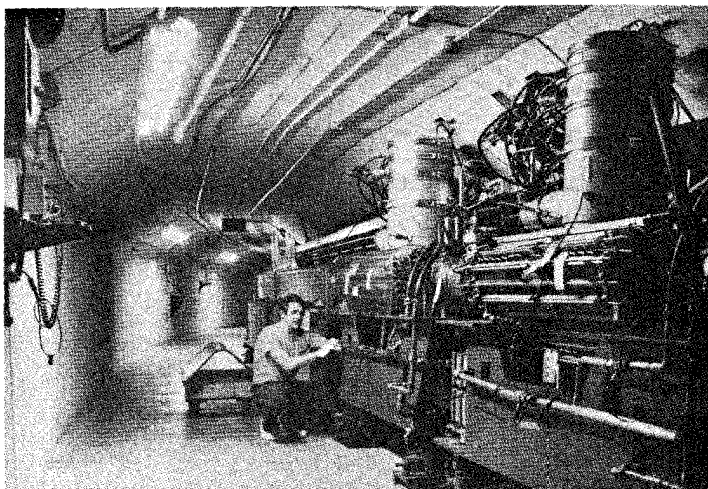
شتاب‌دهنده	سال آغاز عملیات	ذرات	انرژی
سینکروترون گرادیان متناوب بروکهاون (AGS)، نیویورک	۱۹۶۱	پروتون	۳۳ GeV
شتاب‌دهنده خطی استانفورد (SLAC)، کالیفرنیا	۱۹۶۱	الکترون	۲۲
سینکروترون الکترونی کورنل، نیویورک	۱۹۶۷	الکترون	۱۲
سینکروترون پروتونی سرپوخوف، اتحاد جماهیر شوروی	۱۹۶۷	پروتون	۷۶
حلقه اصلی آزمایشگاه فرمی، ایلینویز	۱۹۷۲	پروتون	۵۰۰
سینکروترون الکترونی آلمان (DESY)، آلمان	۱۹۷۴	الکترون	۲۲
ابرسینکروترون پروتونی سرن (CERN SPS)، سوئیس - فرانسه	۱۹۷۶	پروتون	۵۰۰
تواترون آزمایشگاه فرمی، ایلینویز	۱۹۸۴	پروتون	۱۰۰۰
آزمایشگاه ملی ژاپن (KEK)	۱۹۸۶	الکترون	۳۰
حلقه انباشت بزرگ الکترون پوزیترون سرن (CERN, LEP)	۱۹۸۸?	الکترون	۶۰
سرپوخوف UNK، اتحاد جماهیر شوروی	۱۹۹۰?	پروتون	۳۰۰۰
ابر برخورد دهنده ابرسانا (SCC)، امریکا	۱۹۹۴?	پروتون	۲۰۰۰۰



شکل ۱۰.۱۱ مغناطیسهایی که لولهٔ حاوی باریکه را در تونل زیرزمینی آزمایشگاه فرمی احاطه کرده‌اند. مغناطیسهای ردیف بالا الکترومغناطیس بوده و مغناطیسهای ردیف پایین مغناطیسهای ابرسانايند.

می‌دهند، قطع می‌شود. ردیف بالایی مغناطیسهای الکترومغناطیسهای معمولی تشکیل شده است؛ ردیف پایینی از مغناطیسهای ابرسانا که می‌توانند میدان مغناطیسی قویتری تولید کنند. پروتونها ابتدا در مداري در داخل مغناطیسهای بالایی شتاب می‌گیرند، و آنگاه به مدار جدیدی در داخل مغناطیسهای پایینی هدایت می‌شوند که در آنجا به انرژی نهایی خود می‌رسند. در این میان ضمناً: پروتونها قبل از اینکه مجاز به ورود به این شتابدهندهٔ دایره‌ای غول‌پیکر شوند باید از چندین شتابدهندهٔ مقدماتی بگذرند. در آزمایشگاه فرمی سه شتابدهندهٔ مقدماتی کار گذاشته‌اند: پروتونهایی که توسط یک تغنگ پروتونی تولید شده‌اند ابتدا با مولد الکتروستاتیکی به انرژی 1 MeV می‌رسند؛ سپس انرژیشان به وسیلهٔ یک شتابدهندهٔ خطی به 200 MeV افزایش می‌یابد؛ پس از آن به وسیلهٔ یک شتابدهندهٔ دایره‌ای تقویتی «کوچک» بار دیگر به 8 GeV افزایش پیدا می‌کنند (شکل ۱۱.۱۱). پس از آنکه پروتونها از این مراحل مقدماتی گذشتند به حلقهٔ اصلی وارد می‌شوند.

بزرگترین ماشین شتابدهندهٔ بعدی عبارت است از شتابدهندهٔ خطی استانفورد (SLAC)، به طول $3/2$ کیلومتر. در شکل ۱۱.۱۲ دالانی را مشاهده می‌کنید، که بر فراز تونل مدفون در زیر خاکی که ماشین را در خود جای داده است، قرار دارد. این شتابدهنده باریکه‌ای از الکترونها را با انرژی 22 GeV و سرعتی تقریباً 8 cm/s مانده به سرعت نور تولید می‌کند. برای الکترونهايي با چنین سرعتی، شتابدهندهٔ دایره‌ای غیر عملی خواهد بود زیرا شتاب مرکزگرا سبب اتلاف مقدار هنگفتی انرژی توسط الکترونها به صورت تابش الکترومغناطیسی (تابش سینکروترون) می‌شود. پس از آنکه پرتابه‌ها به حداکثر انرژی خود رسیدند، توسط مغناطیسهای



(الف) (ب)

شکل ۱۱.۱۱ (الف) شتابدهنده خطی در آزمایشگاه فرمی . (ب) مولدهای RF (در بالا) و کاواکها (در مرکز) در شتابدهنده تقویتی آزمایشگاه فرمی . میدانهای نوسانی الکتریکی در این کاواکها به پروتونها در هنگام گذر از آنها ضربه می‌زنند، و آنها را به انرژیهای بالاتر می‌رانند .

راهنما به خارج شتابدهنده هدایت می‌شوند و به سوی هدفی متشکل از یک قالب فلز و یا یک مخزن مایع نشانه می‌روند . در واکنشی که در برخورد بین پرتابه‌ها و پروتونها و نوترونهای هدف صورت می‌گیرد، از طریق تبدیل انرژی به جرم، تعداد زیادی ذرات جدید آفریده می‌شود . اما، تمام انرژی جنبشی پرتابه‌های فرودی نمی‌تواند در این واکنشها شرکت کند : فقط انرژی مرکز جرم برای این واکنشها در دسترس است و به‌طور کامل می‌توان از آنها در واکنشها استفاده کرد . بنابراین قوانین فیزیک نیوتونی، برای پروتونی با انرژی جنبشی K که با یک پروتون ساکن برخورد می‌کند، انرژی جنبشی قابل دسترس نسبت به مرکز جرم فقط برابر $K/2$ است : با در نظر گرفتن انرژی جرم سکون هر دو پروتون، انرژی قابل دسترس خالص برابر است با $2m_p c^2 + K/2$. بنابراین قوانین فیزیک نسبیتی، که بر رفتار پروتونهای انرژی - بالا حاکم‌اند، انرژی قابل دسترس خالص حتی از این هم کمتر است : این انرژی عبارت است از

$$\sqrt{2m_p c^2(2m_p c^2 + K)}$$

مثلاً، برای پروتونی با انرژی جنبشی $10^3 \text{ GeV} = 1 \text{ TeV}$ ، انرژی قابل دسترس خالص فقط به این قرار است :

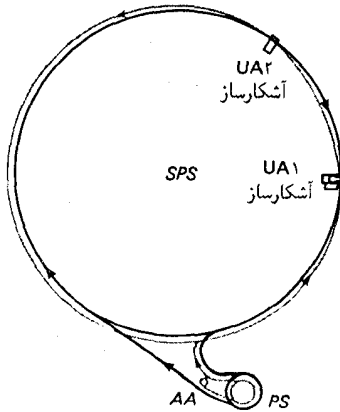
$$\sim \sqrt{2 \text{ GeV}(2 \text{ GeV} + 10^3 \text{ GeV})} \sim 45 \text{ GeV}$$

قسمت اعظم انرژی حرکتی مربوط به پرتابه به حرکت مرکز جرم وابسته است و نمی‌تواند در واکنش شرکت جوید . از اینرو، برخورد بین یک پروتون با انرژی - بالا با پروتونی در حال سکون، کارایی بسیار پایینی دارد .



شکل ۱۲.۱۱ دالان شتابدهنده و محوطه آزمایشگاهها (قسمت پایینی) در شتابدهنده خطی استانفورد .

اگر دو پروتون انرژی - بالا با انرژیهای مساوی و تکانه‌های مخالف را وارد به یک برخورد رودر رو کنیم، کارایی به نحو حیرت‌انگیزی بهبود می‌یابد. در آن صورت انرژی خالص قابل دسترس همانا عبارت است از مجموع انرژیهای دو پروتون. در ابر سینکروترون پروتونی سرن (SPS)، باریکه‌ای پروتونی و یک باریکه پاد پروتونی را در شتابدهنده در دو جهت مخالف در مدارهای مجاور یکدیگر به حرکت وا می‌دارند؛ در اینجا این دو ذره که در دو وضعیت باهم تلاقی می‌کنند، و برخورد رودر رو صورت می‌گیرد (شکل ۱۱-۱۳). انرژی هر کدام از باریکه‌ها ۲۷۰ GeV است، که در نتیجه انرژی خالص مرکز جرم برابر ۵۴۰ GeV به دست می‌آید.



شکل ۱۳-۱۱ مدارهای متقاطع پروتون (خط پررنگ) و پادپروتون (خط کم‌رنگ) در شتابدهنده SPS در سرن. در داخل شتابدهنده پروتونها در جهت ساعتگرد و پادپروتونها در جهت پادساعتگرد می‌گردند. پادپروتونها از طریق برخورد پروتونهایی با انرژی ۲۶ GeV حاصل از یک سینکروترون پروتونی با یک هدف فلزی تولید می‌شوند. این پادپروتونها برای مدت چندین روز در یک حلقهٔ انباره (AA) انباشته، و سپس به داخل حلقهٔ اصلی ریخته می‌شوند، که در اینجا تا انرژی نهایی ۲۷۰ GeV شتاب می‌گیرند. پادپروتونها در نقاط تقاطع UA1 و UA2 با پروتونهایی با همان انرژی به صورت رو در رو برخورد می‌کنند. این نقاط تقاطع را آرایهٔ وسیعی از آشکارسازهای ذرات (شکل ۱۱-۲۰) احاطه کرده است.

مثال ۱. اگر بخواهیم در برخورد یک پروتون فرودی با انرژی - بالا با پروتون ساکنی به انرژی مرکز جرم ۵۴۰ GeV دست پیدا کنیم، به چه انرژی جنبشی فرودی نیاز داریم؟

حل بنابر فرمول نسبیتی، انرژی مرکز جرم عبارت است از

$$\sqrt{2m_p c^2(2m_p c^2 + K)}, \quad \text{یا تقریباً} \quad \sqrt{2m_p c^2 K}$$

از اینرو

$$\sqrt{2m_p c^2 K} \approx 540 \text{ GeV} \quad (15)$$

و

$$\blacksquare \quad K \approx \frac{(540 \text{ GeV})^2}{2 \text{ GeV}} \approx 1.5 \times 10^5 \text{ GeV} \quad (16)$$

در آزمایشهای گوناگون در آزمایشگاههای شتابدهنده، از انواع مختلف آشکارسازها برای آشکارسازی ذرات جدیدی که در برخوردهای انرژی بالا آفریده می‌شوند، بهره می‌گیرند. این آشکارسازها به دو دسته وسیع تقسیم می‌شوند: شمارگرها، مانند شمارگر سوسونز و شمارگر چرنکوف، که عبور هر کدام از ذرات

باردار را ثبت می‌کنند؛ و ابزارهای ثبت مسیر، مانند اتاقک حباب، اتاقک جرقه، اتاقک جویباری، اتاقک تناسبی، که تصویر مسیرهای ذرات از آنجا تعیین می‌شود.

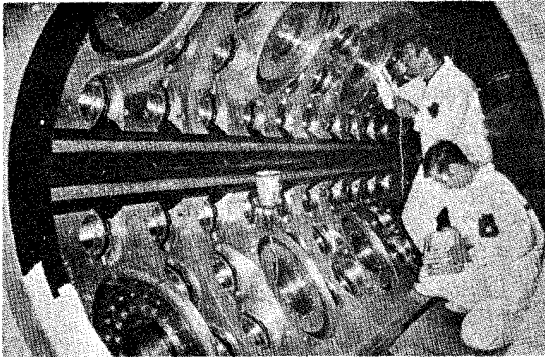
شمارگرهای سوسوزن از مادهٔ پلاستیکی یا مایع مخصوصی تشکیل شده است، که هرگاه مورد اصابت یک ذرهٔ باردار قرار گیرد جرقهٔ کوتاه و ضعیفی می‌زند؛ لامپهای فوتومولتی پلایر این جرقه را جمع‌آوری و به یک پالس جریان تبدیل می‌کنند که به وسیلهٔ یک مدار الکترونیکی شمارش می‌شود. شمارگرهای چرنکوف شامل مقداری دی‌الکتریک (معمولاً مخزنی پرازگاز در فشار بالا) است که در این محیط سرعت نور کمتر از $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است. وقتی یک ذره با انرژی بالا وارد این دی‌الکتریک شود، سرعتش بر سرعت نور پیشی می‌گیرد. در چنین شرایطی ذره یک موج شوکی الکترومغناطیسی گسیل می‌کند؛ این پدیده مشابه غرش صوتی است که از هواپیمای فراصوتی گسیل می‌شود. تابش چرنکوف را می‌توان توسط یک لامپ فوتومولتی پلایر جمع‌آوری کرد.

اتاقک حباب، که برای اولین بار به وسیلهٔ گلارز* اختراع شد، عبارت است از یک مخزن پراز مایع مانند هیدروژن مایع، هلیوم مایع، یا فرتون مایع که در دمایی، اندکی کمتر از نقطه جوش قرار گرفته است. فشار روی مایع را ناگهان و به طوری دررو برمی‌دارند، این عمل را به وسیلهٔ دمهای انبساطی یا پیستونهای متصل به مخزن انجام می‌دهند. این عمل نقطهٔ جوش را پایین می‌آورد، و مایع را در شرایط فوق‌گرم قرار می‌دهد. در این صورت، مایع در وضعیت ناپایدار قرار می‌گیرد؛ مایع آماده است که بجوشد، و تا مدتی معادل کسری از ثانیه شروع به جوشیدن نمی‌کند، مگر اینکه اختلالی انرژی لازم برای تشکیل اولین حبابها را فراهم آورد. یک ذرهٔ باردار با انرژی بالا که از این اتاقک بگذرد، مولکولهای مایع را در امتداد مسیر خود یونیده می‌کند، و الکترونها را از آنها به خارج می‌فرستد. این الکترونها انرژی خود را به سرعت به مایع می‌دهند و تشکیل حبابها آغاز می‌شود. از اینرو، رد ظریفی از حبابها مسیر یک ذرهٔ باردار را مشخص می‌کند. دوربینهایی با سرعت زیاد از این مسیرهای حبابی عکس می‌گیرند. سپس، در چند صدم ثانیه بعد اتاقک دوباره متراکم می‌شود؛ این فرایند حبابها را فرو می‌نشاند و اتاقک را برای چرخهٔ بعدی عملیات آماده می‌کند.

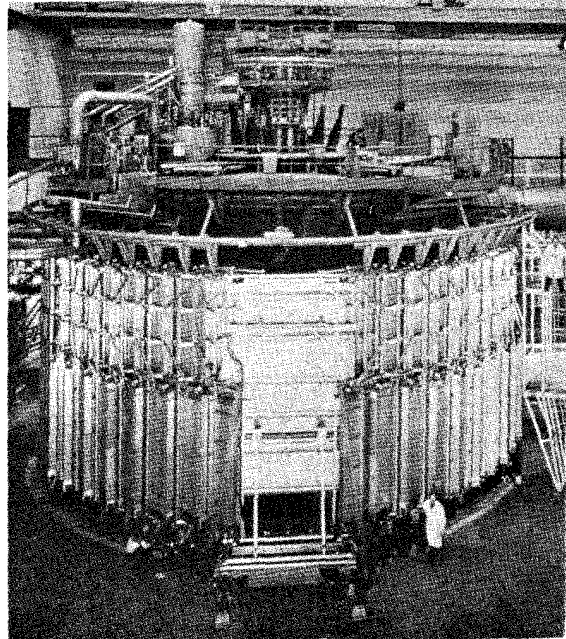
در شکل ۱۱-۱۴، اتاقک حباب بزرگ سرن را مشاهده می‌کنید. اتاقک

* دونالد آرتور گلارز (Donald Arthur Glaser)، ۱۹۲۴-، فیزیکدان امریکایی، استاد دانشگاه میشیگان و برکلی. اختراع اتاقک حباب جایزهٔ نوبل ۱۹۶۰ را برای او به ارمغان آورد.

حباب به وسیله یک مغناطیس الکتریکی بسیار بزرگ احاطه شده است که میدان مغناطیس. آن سبب انحنای مسیر ذرات می شود و امکان تعیین تکانه آنها را از



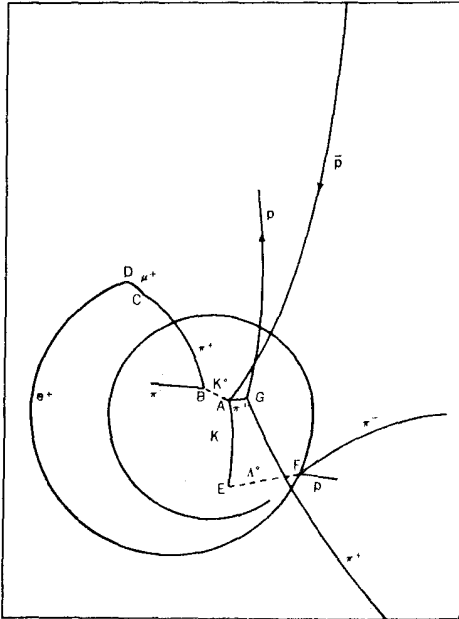
شکل ۱۵.۱۱ قسمت داخلی اتاقک حباب گارگامل (Gargamelle) در هنگام انجام عملیات ساختمانی.



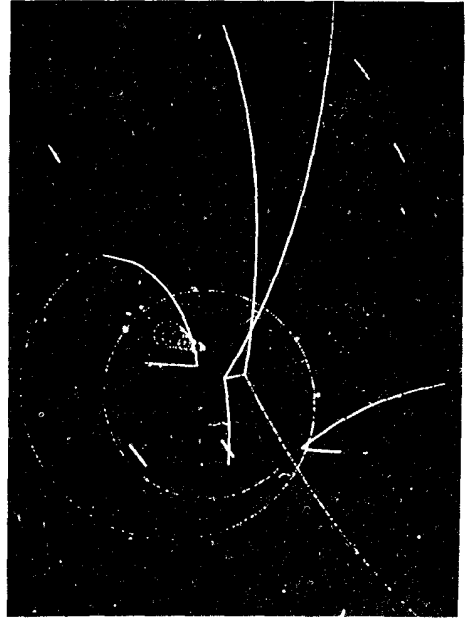
شکل ۱۴.۱۱ اتاقک حباب بزرگ اروپایی (BEBC) در سرن. اتاقک در داخل یک مغناطیس بزرگ از دید پنهان شده است.

شعاع انحنای مشاهده شده، فراهم می آورد [معادله (۱۲)]. در شکل ۱۵.۱۱ داخل اتاقک حباب را در هنگام عملیات ساختمانی مشاهده می کنید. روزنه ها به عنوان محل سوار شدن دوربینها و لامپهای درخشی در نظر گرفته شده اند. عکس مربوط به ردهای ذرات عبوری از داخل اتاقک حباب، به طور همزمان توسط چندین دوربین از زوایای مختلف گرفته می شود، تا بتوان از آنها نمای استرئوسکوپی از مسیر به دست آورد. هزینه نگهداری و راه اندازی اتاقکهای حباب سنگین است، اما توان تفکیک فضایی این تجهیزات، نسبت به هر وسیله ثبت دیگری، افزونتر است. اندازه گیری دقیق این عکسها موقعیت ردها را در محدوده 0.5×10^{-5} میلیمتر تعیین و انحنای مسیر در میدان مغناطیسی تکانه ذره را در محدوده $1/10\%$ مشخص می کند.

در شکل ۱۶.۱۱ یک عکس فوق العاده جالب از مسیرهای ذراتی را مشاهده می کنید که به وسیله یک اتاقک حباب در سرن رؤیت شده است. این عکس سلسله ای از رویدادها، که شامل آفرینش چندین ذره در برخورد بین یک پادپروتون با یک پروتون است، و واپاشیها و برخوردهای بعدی این ذرات را نشان می دهد. پادپروتون (\bar{p}) از قسمت بالا وارد میدان دید می شود؛ میدان مغناطیسی مسیر آن را قدری به چپ خم می کند. این پادپروتون در خارج از اتاقک حباب بر اثر برخورد



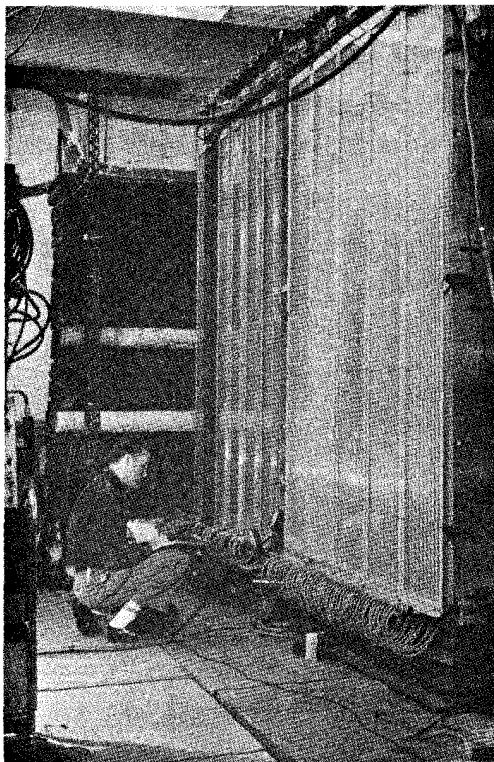
(ب)



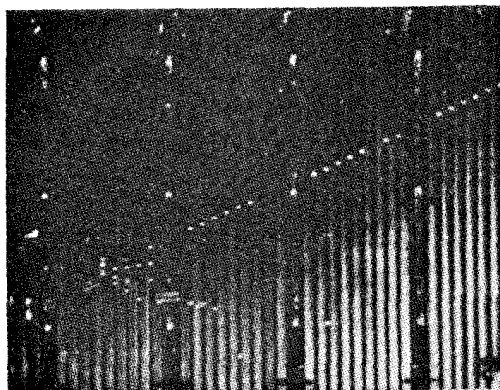
(الف)

شکل ۱۶.۱۱ (الف) عکسی از مسیرها در یک اتاقک حباب که سلسله‌ای از واکنشهایی که به وسیله برخورد یک پادپروتون در اتاقک حباب به وجود آمده است را نشان می‌دهد. (ب) در این ترسیم، خط‌چینها مسیر ذرات خشی را نشان می‌دهند، که در عکس قابل مشاهده نیستند.

یک باریکه پروتونی با یک هدف فلزی به وجود آمده است. در نقطه‌ای که در شکل ۱۶.۱۱ (ب) با A نموده شده است، پادپروتون با پروتون ساکنی در داخل مایع اتاقک حباب برخورد می‌کند. پادپروتون و پروتون در این برخورد، که در خلال آن دو کایون (K^+ , K^-) و دو پیون (π^+ , π^-) آفریده می‌شوند، از بین می‌روند. برحسب یک تصادف حیرت‌انگیز، تمام این ذرات، جز π^- ، در داخل میدان دید اتاقک حباب رویدادهای دیگری را سبب می‌شوند. ذره K^+ از نظر الکتریکی خشی است و از اینرو در اتاقک حباب هیچ رد قابل رؤیتی از خود برجای نمی‌گذارد؛ اما، می‌توان مسیر K^+ را بازسازی کرد زیرا، پس از مدت کوتاهی، این ذره به طور خودبه‌خودی (در نقطه B) به دو پیون وامی‌باشد که از خود اثری برجای می‌گذارند. یکی از این دو پیون (در نقطه C) به یک پادمیون و یک نوترینو وامی‌باشد، و پادمیون به نوبه خود (در نقطه D) به یک پادالکترون و دو نوترینو وامی‌باشد. در همین زمان که K^- که در برخورد اولیه پادپروتون - پروتون آفریده شده بود با پروتون ساکن دیگری در مایع اتاقک حباب (در نقطه E) برخورد می‌کند. این برخورد به آفرینش یک ذره لاندا (Λ^0) و یک پیون (π^0) می‌انجامد. ذره لاندا خشی است و هیچ مسیر مشهودی از خود برجای نمی‌گذارد؛ اما می‌توانیم مشاهده کنیم که در نقطه F به یک پیون (π^-) و یک پروتون وامی‌باشد. به علاوه، یکی از پیونهایی که در برخورد اولیه پادپروتون - پروتون آفریده شده بودند، در یک برخورد کشسان با یک پروتون



(الف)



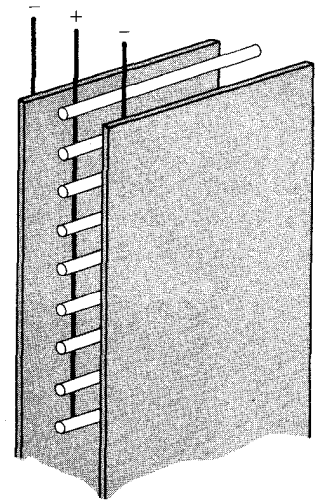
(ب)

شکل ۱۷.۱۱ (الف) اتاقک جرعه .
(ب) مسیر ذرات در اتاقک جرعه
به وسیله جرعه‌ها قابل رویت می‌شود .

این نحوه اعمال ولتاژ به اتافک، امکان می‌دهد که مسیر یک ذره منفرد را معلوم کند؛ مشروط بر آنکه ذره در زمانی مناسب شلیک شود. شلیک ذره به وسیله شمارگرهای سوسوزن کمکی که در اطراف اتافک کار گذاشته شده‌اند عملی می‌شود؛ این شمارگرها ذرات از راه رسیده را مقدماً شناسایی می‌کنند و هر وقت رویداد جالب توجهی را شناسایی کردند اتافک جرقه را وارد عمل می‌کنند.

اتافکهای جویباری، شبیه اتافکهای جرقه‌ای‌اند، اما در آنها فقط یک زوج صفحه وجود دارد که در فاصله زیادی از همدیگر قرار گرفته‌اند؛ برعکس اتافکهای جرقه‌ای که در آنها تعداد زیادی صفحات نزدیک به یکدیگر قرار داده شده‌اند. یک پالس ولتاژ بالای بسیار کوتاه عمر، که فقط در حدود 10^{-8} ثانیه تداوم پیدا می‌کند، به این صفحات اعمال می‌شود. در چنین شرایطی الکترونها رها شده به وسیله یونش گاز موجود در اتافک چندان فرصت ندارند که جرقه‌ای کامل از یک صفحه به صفحه دیگر ایجاد کنند؛ در عوض، این الکترونها فقط جرقه‌های کوتاه، کم سو، یا جویبارها، را ایجاد می‌کنند، که مسیر ذره را ترسیم می‌کنند. توانایی تفکیک فضایی اتافک جویباری بالاست؛ هرگاه از راستایی عمود بر صفحات عکس گرفته شود، جویبارها موقعیت نقاط روی مسیر ذره را در محدوده 0.1 میلیمتر تعیین می‌کنند.

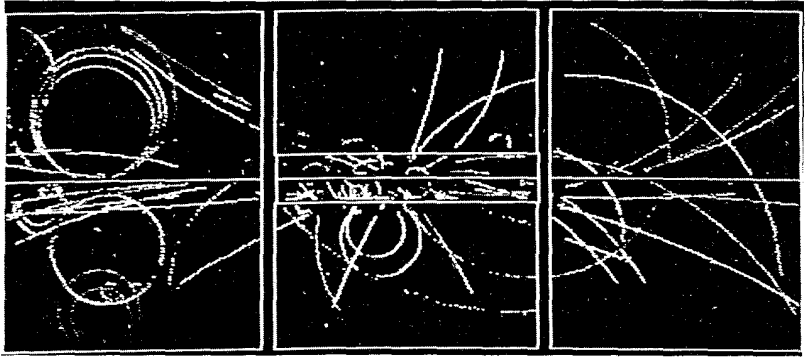
در اتافکهای تناسبی از یک شبکه سیمهای موازی نازک که بین دو صفحه یا دو پرده قرار گرفته است استفاده می‌شود؛ شبکه در پتانسیل مثبت و صفحات در پتانسیل منفی قرار دارند (شکل ۱۱-۱۸). الکترونها رها شده به وسیله یونش گاز در اتافک، به سوی نزدیکترین سیم مثبت جاری می‌شوند، و تخلیه‌ای الکتریکی در میدان الکتریکی قوی موجود در مجاورت سیم پدید می‌آورند. این تخلیه الکتریکی به صورت یک پالس جریان روی سیم ثبت می‌شود (مقدار پالس جریان با مقدار یونش متناسب است، و از اینرو آنها را تناسبی می‌گویند). هر یک از سیمها به مدار الکتریکی مربوط به خودشان متصل شده‌اند، و بنابراین هر کدام از سیمها یک آشکارساز مستقل را تشکیل می‌دهد، که موضع تخلیه الکتریکی را مشخص می‌کند. در اتافک تناسبی چند سیمی، با انباشتن تمامی اتافک با تعداد زیادی از سیمها به صورت یک آرایش چگال (معمولاً یک سیم به ازای هر میلیمتر) قدرت تفکیک فضایی خوبی عاید می‌شود. در اتافک تناسبی سوقی، فاصله بین سیمها خیلی بیشتر است، اما با اندازه‌گیری تأخیر زمانی بین ورود ذره با انرژی بالا به اتافک و آشکارسازی پالسهای جریان روی سیمها قدرت تفکیک فضایی بسیار خوبی حاصل می‌شود (لحظه ورود ذره به اتافک به وسیله یک شمارگر سوسوزن کمکی که در همسایگی اتافک قرار گرفته است تعیین می‌شود).



شکل ۱۸.۱۱ آرایش الکترودهای مثبت و منفی در یک اتافک تناسبی.

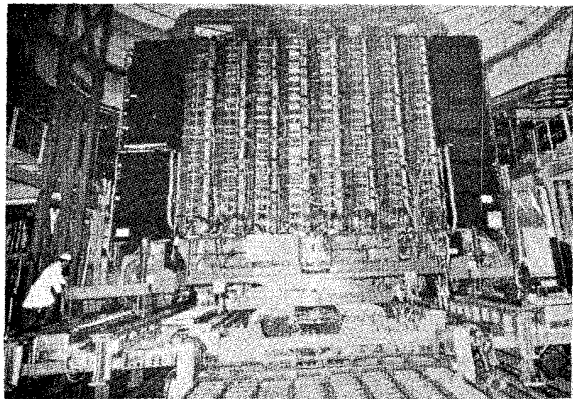
از آنجاکه الکترونها رها شده به وسیله یونش با سرعت معلومی به سوی سیمهای مثبت سوق داده می شوند، اندازه گیری تأخیر زمانی این امکان را فراهم می آورد که مسافت پیموده شده توسط الکترونها، از نقطه اولیه تا سیم دقیقاً محاسبه شود. اتاقکهای تناسبی سوقی می توانند موقعیت مسیر را با دقتی تا حدود ۰/۵ میلی متر تعیین کنند.

از اتاقکهای تناسبی عکس مسیر ذرات به دست نمی آید. بلکه، این اتاقکها مسیرها را به صورت یک رشته سیگنال الکتریکی از سیمهای آشکارسازشان ثبت می کنند. این سیگنالها به یک کامپیوتر داده می شود که تصویری از مسیرها را به دست می دهد (شکل ۱۹-۱۱). چون این اتاقکها قدرت تفکیک فضایی



شکل ۱۹-۱۱ تصویر مسیرهای ذرات که از داده های گردآوری شده توسط اتاقک تناسبی چند سیمی به وسیله کامپیوتر بازسازی شده است.

خوبی دارند و داده ها را به صورتی می دهند که می شود آنها را مستقیماً در کامپیوتر به کار گرفت، در فیزیک انرژی-بالا بسیار متداول شده اند، و عمدتاً جای اتاقک جرقه ای را گرفته اند. در شکل ۲۰-۱۱ نمونه ای از یک آشکارساز بزرگ ذره را



شکل ۲۰-۱۱ آشکارساز بزرگ UA۱ در سرن. مسیرهای نشان داده شده در شکل ۱۹-۱۱ به وسیله این آشکارساز به دست آمده است.

مشاهده می کنید که از آرایه ای از شمارگرهای سوسوزن همراه با اتاقکهای سوقی،

شامل حدود ۱۰۰۰۰۰ سیم، تشکیل شده است. این آشکارساز همچنین شامل یک مغناطیس است، به طوری که تکانه ذرات را می‌توان از طریق انحراف آنها در میدان مغناطیسی تعیین کرد. خروجی آشکارساز مستقیماً به یک کامپیوتر وصل شده است، که داده‌های مسیر را تجزیه و تحلیل می‌کند و مسیرها را نشان می‌دهد، و فوراً نوع ذراتی را که از آشکارساز می‌گذرند، شناسایی می‌کند.

۳.۱۱ لپتونها، باریونها، و مزونها

ذرات شناخته شده در یکی از سه گروه اصلی: لپتونها، باریونها، و مزونها قرار می‌گیرند. به دو گروه آخری رویهمرفته هادرونها، یا ذرات برهم‌کنش‌کننده قوی می‌گویند، زیرا برهم‌کنش آنها از طریق نیروی قوی صورت می‌گیرد. علاوه بر این سه‌گروه اصلی، یک گروه دیگر، گروه بوزونهای واسطه، نیز وجود دارد. این گروه شامل ذراتی، از جمله فوتون، است که به عنوان حاملهای برهم‌کنشها، به وسیله مکانیسم مبادله، که در بخش ۱۰-۱۱ توصیف شده است، عمل می‌کنند.

جدول ۲.۱۱ لپتونها

مدهای اصلی واپاشی		عمر میانگین پایدار	بار الکتریکی	اسپین	جرم	ذره
کسر (%)	مد					
		پایدار	-۱	۱/۲	$0,511003 \text{ MeV}/c^2$	e
۱۰۰	$e^- \nu \bar{\nu}$	$2,190703 \times 10^{-6} \text{ s}$	-۱	۱/۲	۱۰۵,۶۵۹	μ
۱۷,۶	$\mu^- \nu \bar{\nu}$	$3,4 \times 10^{-12} \text{ s}$	-۱	۱/۲	۱۷۸۴	τ
۱۷,۴	$e^- \nu \bar{\nu}$					
۵۱,۶	هادرونها، ذرات خنثی					
		پایدار	۰	۱/۲	*	ν_e
		پایدار	۰	۱/۲	۰	ν_μ
		پایدار	۰	۱/۲	۰	ν_τ

* بنا بر برخی شواهد آزمایشی جدید، جرم نوترینو ممکن است ناصفر، در حدود $20 \text{ eV}/c^2$ باشد.

شش نوع لپتون متفاوت وجود دارند. در جدول ۲-۱۱ این لپتونها، جرم، اسپین، بار الکتریکی، طول عمر، و مد اصلی واپاشی آنها درج شده است. پیرامون اوضاع و احوال حاکم بر کشف میون، قبلاً در بخش ۱۰-۱۱، بحث کردیم. تا یون در سال ۱۹۷۵ به وسیله پرل* و همکارانش در ضمن پژوهشهایشان در خصوص برخورد الکترون - پادالکترون در شتابدهنده خطی استانفورد، کشف

* مارتین ل. پرل (Martin L. Perl), ۱۹۴۸ - ، فیزیکدان امریکایی، استاد دانشگاه استانفورد.

شد. میون و تاپون اساساً گونه‌های سنگین الکترون‌اند؛ هر دو ذره ناپایدارند و به الکترون و امی‌پاشند. تاپون، به علت جرم زیادش، توانایی واپاشی به هادرونها را نیز دارد؛ این مُد واپاشی مُد مرجح آن است.

نوترینوها (ν_e ، ν_μ و ν_τ) عبارتند از ذراتی با جرم و بار الکتریکی صفر. نوترینوی الکترون، ν_e ، ذره‌ای است که در فصلهای قبلی با آن آشنا شده‌ایم؛ این ذره در واپاشی بتا گسیل می‌شود. نوترینوهای میون، ν_μ ، و تاپون، ν_τ ، به ترتیب در واپاشیهای میون و تاپون گسیل می‌شوند. مثلاً، یکی از نوترینوهای گسیل شده در واکنش (۷) نوترینوی میون و دیگری پادنوترینوی الکترون است.

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

هم نوترینوی ν_e و هم نوترینوی ν_μ در واکنشهایی که آنها را جذب می‌کنند، مستقیماً آشکارسازی شده‌اند. نوترینوی ν_τ مستقیماً آشکارسازی نشده است، ولی وجود آن از بقای انرژی و تکانه در واپاشی تاپون استنباط می‌شود.

علاوه بر لیتونها جدول ۲۰۱۱، شش پادلیتون نیز وجود دارد: پادالکترون، پادمیون، پادتاپون و سه تا پادنوترینو. بار الکتریکی این پادذرات مخالف بار ذرات است، اما جرم و اسپین آنها با جرم و اسپین ذرات متناظرشان دقیقاً برابر است. باریونها بزرگترین گروه ذرات به شمار می‌آیند. در جدول ۳۰۱۱ هر کدام از مدخلها شامل چندین باریون است که به علت شباهتهای بسیار نزدیک، آنها را در کنار هم آورده‌ایم. ستون اول این جدول نام باریون را نشان می‌دهد که عددی در داخل پرانتز کنار آن نوشته شده است؛ این عدد جرم میانگین چند باریون (بر حسب MeV/c^2) است. مثلاً، مدخل $N(939)$ نمایشگر پروتون و نوترون است؛ جرم متوسط این زوج $939 \text{MeV}/c^2$ است. ستون دوم اسپین و باریته ذاتی را (که در خصوص آن در بخش ۵۰۱۱ بحث خواهیم کرد) نشان می‌دهد. ستون سوم بار الکتریکی چند باریونی که نام مشترک دارند معرفی می‌کند. ستون چهارم ایزوسپین است (در بخش ۵۰۱۱ مورد بحث قرار خواهد گرفت). ستون بعدی عمر متوسط یا عدم قطعیت در انرژی را به دست می‌دهد (در همین بخش درباره آن بحث می‌کنیم) و ستون آخر هم مدهای اصلی واپاشی را نشان می‌دهد.

به‌ازای هر باریونی که در جدول ۳۰۱۱ درج شده است، یک پادباریون وجود دارد. شبیه لیتونها، جرم و اسپین این پادذرات با جرم و اسپین ذرات متناظرشان یکی است، اما بار الکتریکی آنها مخالف همدیگر است.

جدول ۳.۱۱: باریونها*

مدهای واباشی جزئی		عمر میانگین	بار			ذره
مد	کسر (%)	یا ΔE	ایزوسپین	الکتریکی	(باریته) اسپین	(وجرم)
$T = 1/2, S = 0, (N)$ تشدیدهای نوکلئونی (N)						
۱۰۰	$pe\bar{\nu}$	$n: 89As$	$p: > 10^{27} yr$	۱/۲	۱،۰	۱/۲+ (۹۳۹)N
۵۰ - ۷۰	$N\pi$	۲۰۰ MeV	۱/۲	۱،۰	۱/۲+	(۱۴۴۰)N
۳۰ - ۵۰	$N\pi\pi$					
۵۰ - ۶۰	$N\pi$	۱۲۵	۱/۲	۱،۰	۳/۲-	(۱۵۲۰)N
۴۰ - ۵۰	$N\pi\pi$					
۳۵ - ۵۰	$N\pi$	۱۵۰	۱/۲	۱،۰	۱/۲-	(۱۵۳۵)N
۴۵ - ۵۵	$N\eta$					
۵۵ - ۶۵	$N\pi$	۱۵۰	۱/۲	۱،۰	۱/۲-	(۱۶۵۰)N
~ ۸	ΔK					
۲۰ - ۳۵	$N\pi\pi$					
۳۵ - ۴۰	$N\pi$	۱۵۵	۱/۲	۱،۰	۵/۲-	(۱۶۷۵)N
۶۰ - ۶۵	$N\pi\pi$					
۵۵ - ۶۵	$N\pi$	۱۲۵	۱/۲	۱،۰	۵/۲+	(۱۶۸۰)N
۳۵ - ۴۵	$N\pi\pi$					
۵ - ۱۵	$N\pi$	۱۰۰	۱/۲	۱،۰	۳/۲-	(۱۷۰۰)N
۸۰ - ۹۰	$N\pi\pi$					
۱۰ - ۲۰	$N\pi$	۱۱۰	۱/۲	۱،۰	۱/۲+	(۱۷۱۰)N
~ ۲۵	$N\eta$					
~ ۱۵	ΔK					
۲ - ۱۰	ΣK					
< ۵۰	$N\pi\pi$					
۱۰ - ۲۰	$N\pi$	۲۰۰	۱/۲	۱،۰	۳/۲+	(۱۷۲۰)N
< ۷۵	$N\pi\pi$					
~ ۱۴	$N\pi$	۳۵۰	۱/۲	۱،۰	۷/۲-	(۲۱۹۰)N
~ ۱۸	$N\pi$	۴۰۰	۱/۲	۱،۰	۹/۲+	(۲۲۲۰)N
~ ۱۰	$N\pi$	۳۰۰	۱/۲	۱،۰	۹/۲-	(۲۲۵۰)N
~ ۵	$N\pi$	۴۰۰	۱/۲	۱،۰	۱۱/۲-	(۲۶۰۰)N
$T = 3/2, S = 0, (\Delta)$ تشدیدهای دلتا (Δ)						
۹۹,۴	$N\pi$	۱۱۵	۳/۲	۲, ۱, ۰, ۰, -۱	۳/۲+	(۱۲۳۲)Δ
۲۵ - ۳۵	$N\pi$	۱۴۰	۳/۲	۲, ۱, ۰, ۰, -۱	۱/۲-	(۱۶۲۰)Δ
~ ۷۰	$N\pi\pi$					

جدول ۳.۱۱ باریونها (ادامه)

مدهای واپاشی جزئی مد کسر (%)	عمر میانگین ΔE یا	بار		ذره (و جرم)
		ایزوسپین	الکتریکی	(باریته) اسپین
۱۰ - ۲۰ $N\pi$	۲۵۰	۳/۲	۲.۱.۰.۰. -۱	۳/۲ ⁻ (۱۷۰۰)Δ
۸۰ - ۹۰ $N\pi\pi$				
۵ - ۱۵ $N\pi$	۱۵۰	۳/۲	۲.۱.۰.۰. -۱	۱/۲ ⁻ (۱۹۰۰)Δ
~ ۱۰ ΣK				
۵ - ۱۵ $\bar{N}\pi$	۳۰۰	۳/۲	۲.۱.۰.۰. -۱	۵/۲ ⁺ (۱۹۰۵)Δ
< ۷۵ $N\pi\pi$				
۱۵ - ۲۵ $N\pi$	۲۲۰	۳/۲	۲.۱.۰.۰. -۱	۱/۲ ⁺ (۱۹۱۰)Δ
۲ - ۲۰ ΣK				
< ۷۵ $N\pi\pi$				
۱۴ - ۲۰ $N\pi$	۲۵۰	۳/۲	۲.۱.۰.۰. -۱	۳/۲ ⁺ (۱۹۲۰)Δ
۴ - ۱۴ $N\pi$	۲۵۰	۳/۲	۲.۱.۰.۰. -۱	۵/۲ ⁻ (۱۹۳۰)Δ
۲۵ - ۴۵ $N\pi$	۲۴۰	۳/۲	۲.۱.۰.۰. -۱	۷/۲ ⁺ (۱۹۵۰)Δ
< ۴۰ $N\pi\pi$				
۵ - ۱۵ $N\pi$	۳۰۰	۳/۲	۲.۱.۰.۰. -۱	۱۱/۲ ⁺ (۲۴۲۰)Δ
$T = 0, S = -1$ (Λ) تشدیدهای لاندا				
۶۴,۲ $p\pi^-$	$2,63 \times 10^{-10}$ s	۰	۰	۱/۲ ⁺ (۱۱۱۶)Δ
۲۵,۸ $n\pi^+$				
۱۰۰ $\Sigma\pi$	۴۰ MeV	۰	۰	۱/۲ ⁻ (۱۴۰۵)Δ
۴۵ $N\bar{K}$	۱۵,۶	۰	۰	۳/۲ ⁻ (۱۵۲۰)Δ
۴۲ $\Sigma\pi$				
۱۰ $\Lambda\pi\pi$				
۱۵ - ۳۰ $N\bar{K}$	۱۵۰	۰	۰	۱/۲ ⁺ (۱۶۰۰)Δ
۱۰ - ۶۰ $\Sigma\pi$				
۱۵ - ۲۵ $N\bar{K}$	۳۵	۰	۰	۱/۲ ⁻ (۱۶۷۰)Δ
۲۰ - ۶۰ $\Sigma\pi$				
۱۵ - ۳۵ $\Lambda\eta$				
۲۰ - ۳۰ $N\bar{K}$	۶۰	۰	۰	۳/۲ ⁻ (۱۶۹۰)Δ
۲۰ - ۴۰ $\Sigma\pi$				
~ ۲۵ $\Lambda\pi\pi$				
~ ۲۰ $\Sigma\pi\pi$				
۲۵ - ۴۰ $N\bar{K}$	۳۰۰	۰	۰	۱/۲ ⁻ (۱۸۰۰)Δ
۲۰ - ۵۰ $N\bar{K}$	۱۵۰	۰	۰	۳/۲ ⁺ (۱۸۰۰)Δ
۱۰ - ۴۰ $\Sigma\pi$				
۳۰ - ۶۰ $N\bar{K}^*(۸۹۲)$				

جدول ۳.۱۱ باریونها (ادامه)

مدهای واپاشی جزئی مد کسر (%)	عمر میانگین ΔE یا	بار		ذره (وجرم)
		الکتريکی	ایزوسپین	(باریته) اسپین
۵۵-۶۵ $N\bar{K}$	۸۰	۰	۰	$5/2^+$ (۱۸۲۰) Λ
۸-۱۴ $\Sigma\pi$				
۵-۱۰ $\Sigma(۱۳۸۵)\pi$				
۲-۱۰ $N\bar{K}$	۹۵	۰	۰	$5/2^-$ (۱۸۳۰) Λ
۲۵-۷۵ $\Sigma\pi$				
> ۱۵ $\Sigma(۱۳۸۵)\pi$				
۲۰-۳۰ $N\bar{K}$	۱۰۰	۰	۰	$3/2^+$ (۱۸۹۰) Λ
۲-۱۰ $\Sigma\pi$				
۲۰-۳۰ $N\bar{K}$	۲۰۰	۰	۰	$7/2^-$ (۲۱۰۰) Λ
۱۰-۲۰ $N\bar{K}^*(۸۹۲)$				
۵-۲۵ $N\bar{K}$	۲۰۰	۰	۰	$5/2^+$ (۲۱۱۰) Λ
۱۰-۴۰ $\Sigma\pi$				
۱۰-۶۰ $N\bar{K}^*(۸۹۲)$				
~ ۱۲ $N\bar{K}$	۱۵۰	۰	۰	$9/2^+$ (۲۳۵۰) Λ
~ ۱۰ $\Sigma\pi$				

تشدیدهای سیگما $T=1, S=-1$ (Σ)

۵۱٫۶ $N\pi^+$	$\Sigma^+ : 0٫۸۰۰ \times 10^{-10} s$	۱	۱٫۰۰، -۱	$1/2^+$	(۱۱۹۲) Σ
۴۸٫۴ $n\pi^+$					
۱۰۰ $\Lambda\gamma$	$\Sigma^+ : 6 \times 10^{-20} s$				
۱۰۰ $n\pi^-$	$\Sigma^- : 1٫۴۸ \times 10^{-10} s$				
۸۸ $\Lambda\pi$	۳۵MeV	۱	۱٫۰۰، -۱	$3/2^+$	(۱۳۸۵) Σ
۱۲ $\Sigma\pi$					
۱۰-۳۰ $N\bar{K}$	۱۰۰	۱	۱٫۰۰، -۱	$1/2^+$	(۱۶۶۰) Σ
۷-۱۳ $N\bar{K}$	۶۰	۱	۱٫۰۰، -۱	$3/2^-$	(۱۶۷۰) Σ
۵-۱۵ $\Lambda\pi$					
۲۰-۶۰ $\Sigma\pi$					
۱۰-۴۰ $N\bar{K}$	۹۰	۱	۱٫۰۰، -۱	$1/2^-$	(۱۷۵۰) Σ
۱۵-۵۵ $\Sigma\eta$					
۲۷-۴۳ $N\bar{K}$	۱۲۰	۱	۱٫۰۰، -۱	$5/2^-$	(۱۷۷۵) Σ
۱۴-۲۰ $\Lambda\pi$					
۸-۱۲ $\Sigma(۱۳۸۵)\pi$					
۱۷-۲۳ $\Lambda(۱۵۲۰)\pi$					
۵-۱۵ $N\bar{K}$	۱۲۰	۱	۱٫۰۰، -۱	$5/2^+$	(۱۹۱۵) Σ
< ۲۰ $N\bar{K}$	۲۲۰	۱	۱٫۰۰، -۱	$3/2^-$	(۱۹۴۰) Σ

جدول ۳.۱۱ باریونها (ادامه)

مدهای وابستگی جزئی		عمر میانگین	بار	ذره
کسر (%)	مد	یا ΔE	(باریته) اسپین الکتریکی ایزوسپین	(و جرم)
۱۷ - ۲۳	$N\bar{K}$	۱۸۰	۱ ۱.۰۰، -۱	$7/2^+$ (2030) Σ
۱۷ - ۲۳	$\Lambda\pi$			
۵ - ۱۵	$\Sigma(1385)\pi$			
۱۰ - ۲۰	$\Lambda(1520)\pi$			
۱۰ - ۲۰	$\Delta(1232)\bar{K}$			
< ۱۰	$N\bar{K}$	۱۰۰	۱ ۱.۰۰، -۱	? (2250) Σ
$T = 1/2, S = -2$ (کاس کید Ξ)				
۱۰۰	$\Lambda\pi^+$	Ξ^+ : $2.9 \times 10^{-10}s$	۱/۲ ۰، -۱	$1/2^+$ (1318) Ξ
۱۰۰	$\Lambda\pi^-$	Ξ^- : $1.64 \times 10^{-10}s$		
۱۰۰	$\Xi\pi$	۹,۱ MeV	۱/۲ ۰، -۱	$3/2^+$ (1530) Ξ
~ ۴۵	$\Lambda\bar{K}$	۲۶	۱/۲ ۰، -۱	$3/2^-$ (1820) Ξ
~ ۴۵	$\Xi(1530)\pi$			
~ ۲۰	$\Lambda\bar{K}$	۲۰	۱/۲ ۰، -۱	? (2030) Ξ
~ ۸۰	$\Sigma\bar{K}$			
سایر باریونها				
۶۷,۸	ΛK^-	$0.82 \times 10^{-10}s$	۰ -۱	$3/2^+$ (1672) Ω^-
۲۳,۶	$\Xi^+\pi^-$			
۳۳	Λ و هر چیز	$2.3 \times 10^{-12}s$	۰ ۱	$1/2^+$ (2282) Λc^+

* این داده‌ها بر «تجدیدنظر در خواص ذرات» که توسط پارتیکل دیتاگروپ، در آوریل ۱۹۸۶ به عمل آمد، مبتنی است.

سرانجام، مزونها گروه بزرگ دیگری از ذرات را تشکیل می‌دهند. این ذرات را در جدول ۴.۱۱ درج کرده‌ایم. توجه داشته باشید که تمامی مزونها دارای اسپین عدد صحیح اند؛ آنها بوزونند؛ در حالی که باریونها اسپین نیم عدد صحیح فرد دارند؛ آنها فرمیونند. به ازای هر مزونی یک پادمزون وجود دارد. جدول ۴.۱۱ به همین صورت شامل این پادذرات نیز هست. مثلاً، پادذره π^+ همان π^- است و برعکس. پادذره مربوط به π^0 خود π^0 است؛ یعنی، هرگاه دو π^0 باهم مواجه شوند، می‌توانند همدیگر را نابود کنند.

جدول ۴.۱۱ مزونها*

ذره (وجرم)	بار (باریته) اسپین الکتریکی ایزوسپین	عمر میانگین یا ΔE	مدهای واپاشی جزئی مد کسر (%)
$S = 0$ مزونهای غیرشگفت			
$(138)\pi$	0^-	$\pi^\pm : 2,603 \times 10^{-8} s$	$100 \mu^\pm \nu$
$(549)\eta$	0^-	$\pi^0 : 0,87 \times 10^{-16} s$	$98,8 \gamma\gamma$
		$6 \times 10^{-11} s$	$70,9$ خنثی
			$29,1$ باردار
$(770)\rho$	1^-	$154 MeV$	$\approx 100 \pi\pi$
$(782)\omega$	1^-	$9,1$	$89,6 \pi^+ \pi^- \pi^0$
$(958)\eta'$	0^-	$0,24$	$65,3 \eta\pi\pi$
			$30,0 \rho^0 \gamma$
$(975)S$	0^+	22	$78 \pi\pi$
			$22 K\bar{K}$
$(980)\delta$	0^+	54	مشاهده شده $\eta\pi$
			مشاهده شده $K\bar{K}$
$(1020)\phi$	1^-	$4,2$	$49,5 K^+ K^-$
			$24,3 K_L K_S$
			$14,8 \pi^+ \pi^- \pi^0$
$(1190)h_1$	1^+	220	مشاهده شده $\rho\pi$
$(1235)B$	1^+	150	غالب $\omega\pi$
$(1270)f$	2^+	176	$84,3 \pi\pi$
$(1270)A$	1^+	215	غالب $\rho\pi$
$(1285)D$	1^+	26	$11 K\bar{K}\pi$
			$49 \eta\pi\pi$
$(1300)\epsilon$	0^+	$150 - 400$	$\sim 90 \pi\pi$
			$\sim 10 K\bar{K}$
$(1320)A_2$	2^+	110	$70,1 \rho\pi$
			$14,5 \eta\pi$
			$10,6 \omega\pi\pi$
$(1420)E$	1^+	56	مشاهده شده $K\bar{K}\pi$
$(1440)I$	0^-	76	مشاهده شده $K\bar{K}\pi$
$(1525)f'$	2^+	70	غالب $K\bar{K}$
$(1600)\rho$	1^-	260	$60 f\pi$
			$23 \pi\pi$

جدول ۴.۱۱ مزونها (ادامه)

ذره (و جرم)	بار الکتریکی	ایزوسپین	عمر میانگین ΔE یا	مدهای واپاشی جزئی	
				مد (کسر %)	مد
ω (۱۶۷۰)	-۳	۰	۱۶۶	3π	مشاهده شده
A (۱۶۸۰)	-۲	-۱	۲۵۰	4π	۵۳
				$\rho\pi$	۳۴
ϕ (۱۶۸۰)	-۱	۰	۱۳۰	$K^*K + K^*K$	غالب
g (۱۶۹۰)	-۳	-۱	۲۰۰	2π	۲۳٫۸
				4π	۷۰٫۹
θ (۱۶۹۰)	+۲	۰	۱۳۴	$\eta\eta$	مشاهده شده
ϕ (۱۸۵۰)	-۳	۰	۹۶	$K\bar{K}$	مشاهده شده
h (۲۰۳۰)	+۴	۰	۲۰۰	$\pi\pi$	۱۷
η_c (۲۹۸۰)	۰	۰	۱۱	$\eta'\pi + \pi^-$	۴٫۱
J/ψ (۳۱۰۰)	-۱	۰	۰٫۰۶۲	هادرونها + تابش	۸۵
χ (۳۴۱۵)	+۰	۰		$2(\pi^+\pi^-)$	۳٫۸
				$\pi^+\pi^-K^+K^-$	۲٫۹
χ (۳۵۱۰)	+۱	۰	$< 1,0 \text{ MeV}$	$\gamma J/\psi(3100)$	۲۵٫۸
χ (۳۵۵۵)	+۲	۰	۲٫۹	$\gamma J/\psi(3100)$	۱۴٫۸
ψ (۳۶۸۵)	-۱	۰	۰٫۲۱۵	هادرونها + تابش	۹۸٫۱
ψ (۳۷۷۰)	-۱	۰	۲۵	$D\bar{D}$	غالب
ψ (۴۰۳۰)	-۱	۰	۵۲	هادرونها	غالب
ψ (۴۱۶۰)	-۱	۰	۷۸	هادرونها	غالب
ψ (۴۴۱۵)	۰	۰	۴۳	هادرونها	غالب
Υ (۹۴۶۰)	-۱	۰	۰٫۰۴۴	$\mu^+\mu^-$	۲٫۹
				e^+e^-	۲٫۸
				$\tau^+\tau^-$	۳٫۲
χ_b (۹۸۶۰)	۰	۰		$\gamma \Upsilon(9460)$	مشاهده شده
χ_b (۹۸۹۵)	۰	۰		$\gamma \Upsilon(9460)$	۳۵
χ_b (۹۹۱۵)	۰	۰		$\gamma \Upsilon(9460)$	۲۲
Υ (۱۰۰۲۳)	-۱	۰	۰٫۰۲۹	$\Upsilon(9460)\pi\pi$	۱۸٫۷
χ_b (۱۰۲۵۵)	۰	۰		$\gamma \Upsilon(9460)$	مشاهده شده
				$\gamma \Upsilon(10023)$	مشاهده شده
χ_b (۱۰۲۷۰)	۰	۰		$\gamma \Upsilon(9460)$	مشاهده شده
				$\gamma \Upsilon(10023)$	مشاهده شده
Υ (۱۰۳۵۵)	-۱	۰	۰٫۰۱۲	$\gamma \chi_b(10255)$	۱۵٫۶
			۲۴	$\gamma \chi_b(10270)$	۱۲٫۷

جدول ۴.۱۱. مزونها (ادامه)

مدهای واپاشی جزئی مد کسر (%)	عمر میانگین یا ΔE	بار	اسپین الکتریکی ایزوسپین (پاریته)			ذره (و جرم)
			۰	۱-		$(10575)T$
	۱۱۰		۰	۱-		$(10860)T$
	۷۱		۰	۱-		$(11020)T$
مزونها، $S = \pm 1$						
۶۳٫۵ ۲۱٫۲	$\mu^\pm \nu$ $\pi^\pm \pi^0$	$K^\pm : 1,237 \times 10^{-6} s$	۱/۲	۱٫۰	۰-	$(496)K$
۲۱٫۵ ۱۲٫۴ ۲۷٫۱ ۳۸٫۷ ۶۸٫۶ ۳۱٫۴	$\pi^+ \pi^+ \pi^-$ $\pi^+ \pi^- \pi^0$ $\pi^\pm \mu^\mp \nu$ $\pi^\pm e^\mp \nu$ $\pi^+ \pi^-$ $\pi^+ \pi^0$	$K_L^\pm : 518 \times 10^{-8} s$ $K_S^\pm : 0,892 \times 10^{-10} s$	۱/۲	۰, -۱	۰-	$(496)K$
≈ 100	$K\pi$	۵۱ MeV	۱/۲	۱٫۰	۱-	$(892)K^*$
			۱/۲	۱٫۰	۱-	$(892)K^*$
۴۲	$K\rho$	۹۰	۱/۲	۱٫۰	۱+	$(1280)Q$
۲۸ ۱۶ ۱۱	$\kappa(1350)\pi$ $K^*(892)\pi$ $K\omega$		۱/۲	۰, -۱	۱+	$(1280)Q$
مشاهده شده	$K\pi$	~ 250	۱/۲	۱٫۰	۰+	$(1350)\kappa$
			۱/۲	۰, -۱	۰+	$(1350)\bar{\kappa}$
۹۴	$K^*(892)\pi$	۱۸۴	۱/۲	۱٫۰	۱+	$(1400)Q$
			۱/۲	۰, -۱	۱+	$(1400)\bar{Q}$
۴۴٫۸	$K\pi$	۱۰۰	۱/۲	۱٫۰	۲+	$(1430)K^*$
۲۳٫۶ ۱۳٫۵	$K^*(892)\pi$ $K^*(892)\pi\pi$		۱/۲	۰, -۱	۲+	$(1430)\bar{K}^*$

جدول ۴.۱۱ مزونها (ادامه)

ذره (و جرم)	بار	عمر میانگین یا ΔE	مدهای واپاشی جزئی مد کسر (%)
(۱۷۷۰)L	۲-	~ ۲۰۰	K*(۱۴۳۰) π غالب
(۱۷۷۰)L	۲-		
(۱۷۸۰)K*	۳-	۱۵۰	K $\pi\pi$ زیاد
(۱۷۸۰)K*	۳-		
(۱۷۸۰)K*	۳-		K π ۱۷

مزونهای افسون غیر شگفت $S = 0$

(۱۸۶۷)D	۰-	$1/2$	1.0	$4.2 \times 10^{-12} s$	D^{\pm} و هر چیز دیگر	۱۹
					K \pm و هر چیز دیگر	۱۶
					K' یا K'	۴۸
(۱۸۶۷)D	۰-	$1/2$	$0. - 1$	$4.4 \times 10^{-12} s$	K $^-$ D'	۴۴
					K' یا K'	۳۳
(۲۰۱۰)D*	۱-	$1/2$	1.0	$< 2 MeV$	D $^{\pm}$	۴۹
					D $^+$ π^+	۳۴
(۲۰۱۰)D*	۱-	$1/2$	$0. - 1$	< 5	D $^+$	۵۱
					D $^+$ π^+	۴۸

مزونهای افسون شگفت $S = \pm 1$

(۱۹۷۱)F $^+$	۰-	۱	۰	$2.8 \times 10^{-12} s$	$\phi\pi^{\pm}$ مشاهده شده	
(۱۹۷۱)F $^-$	۰-	-۱	۰			

مزونهای غیر شگفت $S = 0$ ته

(۵۲۷۲)B	۰-	$1/2$	1.0	B $^{\pm}$: ?	D* $^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\pm}$	۲,۷
(۵۲۷۲)B	۰-	$1/2$	$0. - 1$	B $^+$: $14 \times 10^{-12} s$	D $^+$ $\pi^+\pi^-$	۷

* این داده‌ها بر «تجدید نظر در خواص ذرات» که توسط پارتیکل دیتاگروپ، آوریل ۱۹۸۶، به عمل آمده مبتنی است.

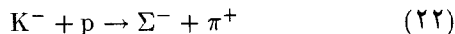
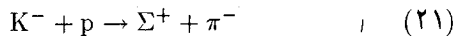
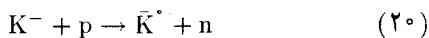
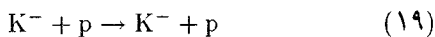
تقریباً تمام ذرات شناخته شده ناپایدارند؛ آنها وامی‌باشند، و خود به خود به چندین ذره دیگر تقسیم می‌شوند. تنها ذرات مطلقاً پایدار عبارتند از الکترون،

پروتون، فوتون، و نوترینوها. در شکل ۱۱-۱۶ بعضی از انواع واپاشی را: واپاشی یک کایون و واپاشی یک ذره لاندآ، مشاهده می‌کنید. هر کدام از این ذرات از لحظه تولید تا لحظه واپاشی در حدود 10^{-10} تا 10^{-16} ثانیه عمر می‌کند. با معیارهای فیزیک انرژی - بالا بازه زمانی 10^{-10} تا 10^{-16} ثانیه، بازه نسبتاً طولانی است. اگر ذره‌ای تا این حد عمر کند، فیزیکدانان می‌توانند با آن و روی آن آزمایش انجام دهند؛ مثلاً، عمر کایونها چندان طولانی است که بتوان آنها را در یک باریکه مجتمع کرد و به سوی هدفی نشانه گرفت. در اصطلاح فیزیک انرژی - بالا، هر ذره با طول عمر از مرتبه 10^{-10} تا 10^{-14} ثانیه را پایدار می‌دانند. طول عمر اغلب ذرات که در جدولهای ۱۱-۳ و ۱۱-۴ آمده‌اند، فقط از مرتبه 10^{-23} تا 10^{-24} ثانیه است، چنین ذراتی را ناپایدار می‌دانند.

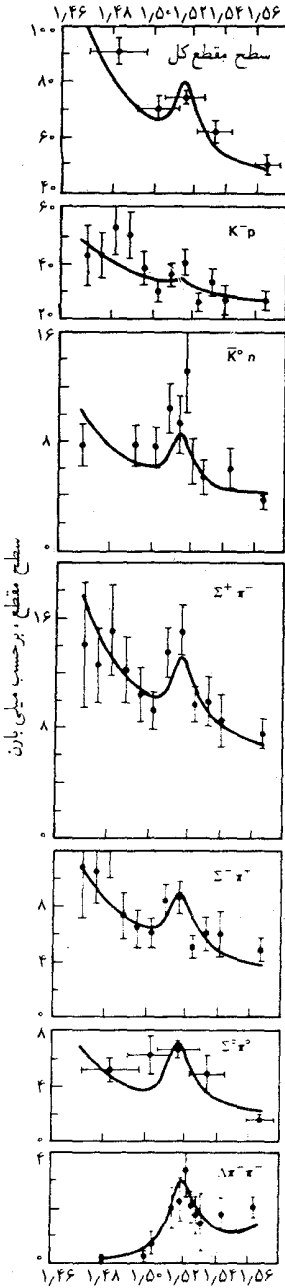
اگر ذره‌ای فقط 10^{-23} تا 10^{-24} ثانیه عمر کند، آن را مستقیماً نمی‌توان آشکارسازی کرد. چون حداکثر سرعت ممکن همان سرعت نور است، در بازه زمانی 10^{-23} تا 10^{-24} ثانیه، طولانیترین مسافتی را که می‌تواند طی کند عبارت است از

$$10^{-15} \text{m} \approx 3 \times 10^8 \text{m/s} \times 10^{-23} \text{s} \quad (18)$$

این مسافت خیلی کوتاهتر از قطر یک اتم، تقریباً برابر قطر یک پروتون، است. * واضح است که چنین ذره‌ای آنقدر راه نمی‌پیماید که از خود در یک اتاقک حباب یا هر آشکارساز دیگر ردی مشهود برجای گذارد. ذرات کوتاه عمر را نمی‌توان مستقیماً آشکارسازی کرد؛ اما وجود آنها را می‌توان از شواهد غیرمستقیم استنتاج کرد. مورد مربوط به ذره کوتاه عمر لاندآ، $\Lambda(1520)$ ، را در نظر بگیرید، که در برخورد های بین کایونها و پروتونها یافت شده‌اند. اگر باریکه‌ای از کایونهای منفی با پروتونها در اتاقک حباب برخورد کنند، واکنشهای گوناگونی روی می‌دهد. بعضی از این واکنشها عبارتند از:



* اثر نسبیتی اتساع زمان (فصل ۲) سبب طولانیتر شدن عمر ذره سریع السیر می‌شود، و به آن امکان می‌دهد که مسافت طولانیتری را طی کند. اما، برای انرژیهایی که امروزه به کمک شتابنده‌های موجود می‌توانیم به آنها دست پیدا کنیم، اثر اتساع زمان حداکثر یک ضریب 10^6 یا 10^7 است؛ که این ضریب خیلی هم مؤثر نیست.



$$K^- + p \rightarrow \Sigma^0 + \pi^0 \quad (23)$$

$$K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^+ + \pi^- \quad (24)$$

واکنش اولی، پراکندگی کشسان است. سایر واکنشها آفرینش ذرات جدیدی را در برمیگیرند که از تبدیل قسمتی از انرژی جنبشی به جرم به دست می آیند (ذرات Σ در اینجا همان ذراتی اند که در جدول ۱۱-۳ با $\Sigma(1193)$ نشان داده شده اند). سطح مقطع واکنش برای هر کدام از واکنشهای (۱۹) تا (۲۴) تابعی از انرژی است. در شکل ۲۱-۱۱ مشاهده می کنید که چگونه سطح مقطع برحسب انرژی مرکز جرم تغییر می کند. جنبه بارز در این نمودارها همانا وجود یک بیشینه موضعی در سطح مقطع در انرژی مرکز جرم 1520 MeV است؛ در این انرژی همه سطح مقطعها دارای یک قله هستند. به اعتبار این وقوع هماهنگ قله ها به این تردید دچار می شویم که همه این بیشینه ها از یک منشأ سرچشمه می گیرند. در هریک از این حالتها، ذرات برخوردکننده به هم نزدیک می شوند تا یک ذره جدید بیافرینند:

$$K^- + p \rightarrow \Lambda(1520) \quad (25)$$

و سپس این ذره جدید، به یکی از صورتهای زیر، به زوج ذراتی که از محدوده برخورد خارج می شوند وامی باشد:

$$K^- + p \rightarrow \Lambda(1520) \rightarrow K^- + p \quad (26)$$

$$\rightarrow \bar{K}^0 + n \quad (27)$$

$$\rightarrow \Sigma^+ + \pi^- \quad (28)$$

$$\rightarrow \Sigma^- + \pi^+ \quad (29)$$

$$\rightarrow \Sigma^0 + \pi^0 \quad (30)$$

$$\rightarrow \Lambda + \pi^+ + \pi^- \quad (31)$$

تولید لاندای فقط در صورتی روی می دهد که انرژی کایون نسبت به مرکز جرم دقیقاً به اندازه لازم باشد؛ بنابراین معادله (۲۵) انرژی کایون به اضافه جرم - انرژی پروتون باید برابر جرم - انرژی لاندای شود. هرگاه انرژی به قدر کافی باشد، سطح مقطع مربوط به تولید لاندای یک بیشینه خواهد داشت و در نتیجه سطح مقطعهای مربوط به همه واکنشهای (۲۶) تا (۳۱) نیز دارای بیشینه اند، زیرا در همه این واکنشها به عنوان نخستین گام در فرایند برخورد، ذره لاندای تولید می شود. واضح است

انرژی مرکز جرم، برحسب GeV
 شکل ۲۱-۱۱ سطح مقطعهای مربوط به واکنشهای گوناگون ناشی از برخورد $K^- - p$ ، به صورت تابعی از انرژی مرکز جرم.

که، ذره لاندای در واکنشهای (۲۶) تا (۳۱) نقشی نظیر هستهٔ مرکب در واکنشهای هسته‌ای ایفا می‌کند.

توجه داشته باشید که نمودارهای شکل ۱۱-۲۱ حاکی از آنند که سطح مقطع نه تنها وقتی انرژی مرکز جرم دقیقاً 1520 MeV باشد بزرگ است، بلکه در حوالی انرژی‌هایی قدری بیشتر یا قدری کمتر از 1520 MeV هم خیلی بزرگ است. این بزرگ بودن سطح مقطع در حوالی قله مبین عدم قطعیتی در انرژی مربوط به تولید لاندایست. مقدار این عدم قطعیت در حدود $\pm 16 \text{ MeV}$ است. عدم قطعیت در انرژی تولید بر عدم قطعیت در جرم - انرژی لاندای دلالت می‌کند؛ جرم به اندازه $\pm 16 \text{ MeV}/c^2$ نامعین است،

$$M_{\Lambda(1520)} = 1520 \text{ MeV}/c^2 \pm 16 \text{ MeV}/c^2$$

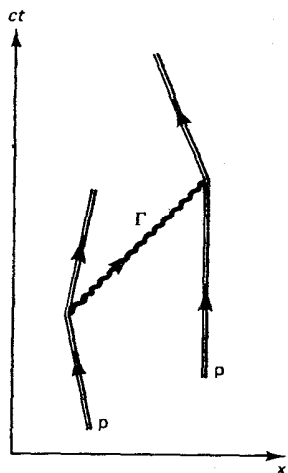
این عدم قطعیت خطای آزمایش نیست؛ گاهی ابزارهایی که فیزیکدانان انرژی - بالا مورد استفاده قرار می‌دهند نقایصی دارند، ولی خیلی هم ناقص نیستند. این عدم قطعیت عبارت است از عدم قطعیتی کوانتوم مکانیکی که از رابطهٔ عدم قطعیت انرژی - زمان ناشی می‌شود؛ عمر ذرهٔ لاندای بسیار کوتاه است، و از اینرو عدم قطعیت زیادی در انرژی دارد. در واقع، می‌توانیم از عدم قطعیت در انرژی طول عمر آن را تخمین بزنیم:

$$\Delta t \simeq \frac{\hbar}{\Delta E} \simeq \frac{1.05 \times 10^{-27} \text{ J}\cdot\text{s}}{16 \text{ MeV}} \simeq 4 \times 10^{-23} \text{ s}$$

ذرات کوتاه - عمر مانند لاندای را غالباً تشدید می‌نامند. به این ترتیب، از $\Lambda(1520)$ به عنوان تشدید K^-p نام می‌برند. البته با رعایت همانقدر گشاده نظری و تساهل می‌توان $\Lambda(1520)$ را تشدید $\bar{K}^0 n$ یا تشدید $\Sigma^+ \pi^-$ و مانند آن دانست. فیزیکدانان از آن جهت ترجیح می‌دهند که چنین شیئی را تشدید بنامند تا یک ذره، که این شیئی چیزی جز یک حالت واسط (فرضی) در زنجیرهٔ واکنش نیست [به معادلات (۲۶) تا (۳۱) توجه کنید].

۴.۱۱ برهم‌کنشهای بنیادی

در فصلهای قبلی با برهم‌کنش قوی، که بین پروتون و نوترون در یک هسته عمل می‌کند، و برهم‌کنش ضعیف، که سبب واپاشی β و سایر واکنشهای واپاشی است، آشنا شدیم. این برهم‌کنشها، دو برهم‌کنش از چهار برهم‌کنش بنیادی به شمار می‌آیند؛ دو برهم‌کنش دیگر عبارتند از برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و



شکل ۲۲.۱۱ مبادله یک گراویتون مجازی بین دو پروتون، که منجر به ربایش گرانشی بین دو پروتون می‌شود.

گرانشی که با آنها نیز نیک آشناییم. در جدول ۵.۱۱ این چهار برهم‌کنش بنیادی، شدت و برد آنها، درج شده است. در این جدول، شدت برهم‌کنشها بر مبنای نوترون و پروتون خیلی نزدیک به هم محاسبه شده است، و تمام شدتها را نسبت به برهم‌کنش قوی سنجیده‌ایم؛ به برهم‌کنش اخیر شدت اختیاری ۱ را نسبت داده‌ایم (به‌طور کلی، شدت این برهم‌کنشها به انرژی وابسته است؛ مقادیر نقل شده در جدول برای ذرات کم انرژی مناسب است.)

جدول ۵.۱۱ چهار برهم‌کنش بنیادی

برهم‌کنش	شدت	برد	حامل
گرانشی	10^{-38}	∞	گراویتون
ضعیف	10^{-6}	$10^{-18}m$	بوزونهای Z^0 و W^\pm
الکترومغناطیس	10^{-2}	∞	فوتون
قوی	1	$10^{-15}m$	گلوئون

بنابر نظریه کوانتومی میدانها، تمام برهم‌کنشها بر شالوده مکانیسم مبادله کوانتومها متکی‌اند. هر میدان نیرویی دارای کوانتومهای مربوط به خودش است، مشابه با فوتونها، که به عنوان حاملهای برهم‌کنش عمل می‌کنند. به این ترتیب، تمام نیروها از طریق یک رشته فرایند گسیل، انتشار، و جذب چنین کوانتومهایی، از یک ذره به ذره دیگر منتقل می‌شود.

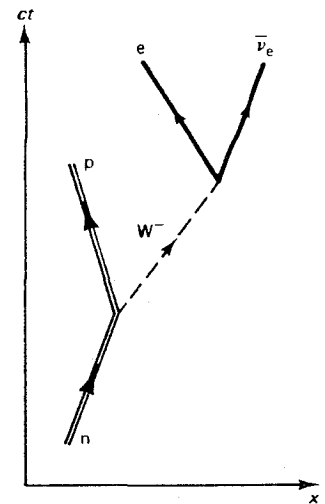
حاملهای برهم‌کنش گرانشی، گراویتونها، کوانتومهای میدان گرانشی هستند. در شکل ۲۲.۱۱ نمونه‌ای از نمودارهای فاینمن را، با مبادله گراویتون، مشاهده می‌کنید. چون برهم‌کنش گرانشی خیلی ضعیف است، و ضعیفترین برهم‌کنشها به حساب می‌آید، آشکارسازی گراویتونهای منفرد از حوزه حساسیت ابزارهای ما بسیار دور است؛ ما تنها می‌توانیم آثار جنبی مبادله تعداد خیلی زیادی گراویتون را آشکارسازی کنیم. ولی، می‌توانیم خواص گراویتونها را از خواص نیروی گرانشی، که با آنها آشناییم، استنتاج کنیم. جرم گراویتونها صفر و اسپین آنها ۲ است.

حاملهای برهم‌کنش ضعیف عبارتند از بوزونهای باردار W^+ و W^- و بوزون خنثی Z^0 . جرم ذرات W^+ و W^- برابر $81800 \text{ MeV}/c^2$ و جرم ذره Z^0 برابر $92600 \text{ MeV}/c^2$ است. کوتاهی فوق‌العاده برد نیروی ضعیف، ناشی از این جرمهای بسیار سنگین است [معادله (۳) را ببینید]. اسپین ذرات W^\pm و Z^0 همگی یک است. در شکل ۲۳.۱۱ نمونه‌هایی از نمودارهای فاینمن را مشاهده می‌کنید که شامل مبادله بوزونهای W^\pm و Z در فرایندهای متفاوت ضعیف است. همان‌طور که قبلاً، بخش ۱۰.۱۱، گفتیم، حاملهای برهم‌کنش الکترومغناطیسی

فوتونها، به جرم صفر و اسپین یک، هستند.

و حاملهای برهم کنش قوی بین پروتونها و نوترونها عبارتند از پیونها و برخی مزونهای دیگر. اما، به طوری که در بخش ۶.۱۱ خواهیم دید، پروتونها و نوترونها و پیونها اجسام مرکبی اند که از کوآرکها ساخته شده اند. به این ترتیب، در یک سطح بنیادتر، باید نیروی قوی بین کوآرکها، و نه نیروی بین نوترونها و پروتونها، را در نظر بگیریم. حاملهای این نیروی قوی بنیادتر همانا گلوئونها، به جرم صفر و اسپین یک، است. گلوئونها مستقیماً آشکارسازی نشده اند، چون دائماً در داخل هادرونها از دیده پنهان می شوند.

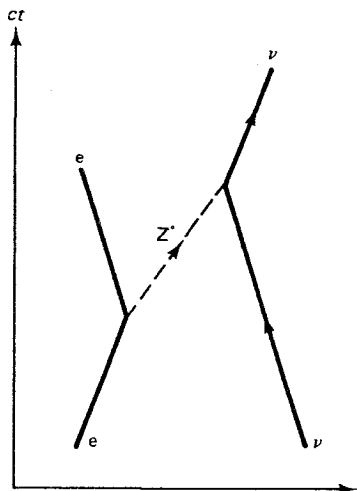
اسپین حاملهای برهم کنشها جملگی عدد صحیح اند. آنها را به اعتبار نقشی که به عنوان واسطه های نیروها بازی می کنند، بوزونهای واسط می گویند. بوزونهای واسط در جدول ۶.۱۱ درج شده اند.



(الف)

جدول ۶.۱۱ بوزونهای واسط

بوزون	جرم	اسپین	بار الکتریکی	عمر متوسط $\Delta E/\text{با}$	مدهای اصلی واپاشی
گراویتون	۰	۲	۰	پایدار	—
W^-, W^+	$81800 \text{ MeV}/c^2$	۱	$-1, +1$	$< 1 \text{ GeV}$	مشاهده شده $e\nu$
Z^0	$91160 \text{ MeV}/c^2$	۱	۰	$< 1 \text{ GeV}$	مشاهده شده $e+e^-$
فوتون	۰	۱	۰	پایدار	مشاهده شده $\mu^+ \mu^-$
گلوئون	۰	۱	۰	(به عنوان ذره آزاد وجود ندارد)	—



(ب)

بوزونهای واسط W^\pm و Z^0 ، همین اواخر در سال ۱۹۸۴، در آزمایشهای مربوط به باریکه های پروتون و پادپروتون برخوردکننده در سرن کشف شدند. اینها سنگینترین ذراتی اند که تاکنون آشکارسازی شده اند؛ جرمشان بیشتر از 8° برابر جرم پروتون است. کشف بوزونهای W^\pm و Z^0 نظریه وحدت یافته برهم کنشهای الکترومغناطیس و ضعیف یا نظریه الکتروضعیف را به نحوی باور نکردنی تأیید می کند؛ این نظریه در سال ۱۹۶۸ توسط واینبرگ، سلام و گلاشو* تدوین شد. این نظریه به وحدت بخشیدن به برهم کنشهای الکترومغناطیس و ضعیف توفیق

شکل ۲۳.۱۱ (الف) گسیل یک بوزون W^- توسط نوترون. در این فرایند نوترون به یک پروتون تبدیل می شود، و سپس بوزون W^- یک الکترون و یک پادنوترینو می آفریند. برآیند کلی این واکنشها عبارت است از واکنش $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ ؛ یعنی واپاشی β نوترون. (ب) مبادله یک بوزون Z^0 بین یک الکترون و یک نوترینو، که به پراکندگی الکترون و نوترینو می انجامد.

* استیون واینبرگ (Steven Weinberg)، ۱۹۳۳-، فیزیکدان آمریکایی، استاد دانشگاه هاروارد و دانشگاه تگزاس، عبدالسلام (Abdus Salam)، ۱۹۲۶-، فیزیکدان پاکستانی، رئیس مرکز بین المللی فیزیک نظری در تریسته، و شلدن لی گلاشو (Sheldon Lee Glashow)، ۱۹۳۲-، فیزیکدان آمریکایی، استاد دانشگاه هاروارد، به خاطر تحقیقاتشان در نظریه الکتروضعیف در جایزه نوبل ۱۹۷۹ سهم شدند.

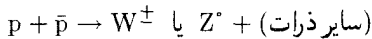
یافت، و می‌توان هردوی آنها را به صورت جنبه‌های یک تک برهم‌کنش زیربنایی مورد بررسی قرار داد. این وحدت بخشی را می‌توان مشابه همان چیزی دانست که ماکسول و اینشتین در الکترومغناطیس کلاسیکی انجام دادند: ماکسول معادلات میدانش را فرمولبندی و به این وسیله رابطه‌ای نزدیک بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی برقرار کرد؛ اینشتین خواص تبدیل لورنتسی میدانها را کشف کرد و از آنجا نشان داد که میدانهای الکتریکی و مغناطیسی مؤلفه‌های یک تک میدان شش مؤلفه‌ای («تانسور میدان») هستند، که این مؤلفه‌ها تحت تبدیل لورنتس به همدیگر تبدیل می‌شوند.

به همین ترتیب، وحدت الکتروضعیف مربوط می‌شود به اینکه فوتون و بوزونهای W^\pm و Z^0 به صورت مؤلفه‌های مختلف یک تک میدان بنیادی چند مؤلفه‌ای کوانتومی تلقی شوند. فوتون و بوزونهای W^\pm و Z^0 از طریق چرخش در یک فضای مجرد و موهومی به همدیگر مربوط می‌شوند؛ این چرخشها مؤلفه‌های مختلف میدان را به یکدیگر تبدیل می‌کنند. معادلات میدان نسبت به این چرخشها متقارن‌اند، و در نتیجه انتظار داریم که فوتون و بوزونهای W^\pm و Z^0 جرمهای یکسانی داشته باشند. اما در نظریه الکتروضعیف، بوزونهای W^\pm و Z^0 با تمهیداتی ماهرانه، یعنی طرح شکست خودبه‌خودی تقارن، جرم زیادی کسب می‌کنند. جنبه اصلی این طرح عبارت است از اینکه جویهای معادلات میدان را چنان به دست می‌دهند که تقارنی کمتر از خود معادلات داشته باشند. به عنوان یک مثال ساده از یک سیستم کلاسیکی که در آن چنین شکست خودبه‌خودی تقارن وجود دارد، مدادی را در نظر بگیرید که به طور قائم روی نوکش بر سطح میزی ایستاده است. معادله حرکت و پیکربندی اولیه سیستم از نظر چرخشی متقارن است، یعنی، هردو تحت چرخش حول یک محور قائم ناوردایند. گرچه تعادل ناپایدار است، و وقتی مداد سقوط می‌کند و در یک پیکربندی پایدار افقی روی میز مستقر می‌شود، تقارن چرخشی را با انتخاب یک جهت مشخص برای سقوط می‌شکنند. توجه داشته باشید که این شکست خودبه‌خودی تقارن از اختلاف انرژی بین پیکربندی متقارن اولیه و پیکربندی بی‌تقارن نهایی ناشی می‌شود، پیکربندی متقارن انرژی بالایی دارد، و پیکربندی بی‌تقارن انرژی پایینی. در نظریه الکتروضعیف از اختلاف انرژی مشابهی برای شکست تقارن بهره می‌گیرند؛ انرژی میدان چنان تدبیر شده است که پیکربندی متقارن اولیه با جرمهای مساوی (صفر) برای فوتون و بوزونهای W^\pm و Z^0 ناپایدار است، در حالی که پیکربندی بی‌تقارن با جرمهای نامساوی پایدار است. میدان به طور

خودبه‌خودی در پیکربندی دومی قرار می‌گیرد، که در آن جرم بوزونهای W^\pm و Z^0 زیاد است. به این ترتیب، نظریهٔ الکتروضعیف حاکی از آن است که فوتون و بوزونهای W^\pm و Z^0 ارتباط نزدیکی باهم دارند، اما ارتباطی که از دیده پنهان است. با برقراری مجدد تقارن می‌توان این ارتباط را آشکار کرد. این کار را می‌توان با دادن انرژی خیلی زیادی، بیشتر از 100 GeV ؛ به این ذرات انجام داد. در چنین انرژی‌هایی، پیکربندی تعادل ناپایدار و متقارن ذرات اعاده می‌شود. در آن صورت تقارن بین فوتونها و بوزونهای W^\pm و Z^0 آشکار می‌شود، و تمام این ذرات رفتار یکسانی پیدا می‌کنند. انرژی بالای مورد نیاز برای برقراری مجدد تقارن واضح در آزمایشگاههای روی زمین قابل دسترسی نیستند، اما این انرژیها در مراحل اولیهٔ تکوین عالم (مهبانگ) موجود بوده‌اند؛ در آن زمان تقارن دست نخورده بود و شکسته نشده بود.

جرمهای زیاد بوزونهای W^\pm و Z^0 نه تنها کوتاهی برد برهم‌کنش ضعیف، بلکه ضعف آن را هم توضیح می‌دهد: قدرت برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و ضعیف ذاتاً یکسان است، اما دومی خیلی ضعیفتر جلوه می‌کند زیرا برای ذرات برهم‌کنش‌کننده گسیل یک بوزون خیلی سنگین W^\pm یا Z^0 خیلی دشوارتر از گسیل فوتونی بدون جرم است. نظریهٔ الکتروضعیف وجود بوزونهای واسط و جرم آنها را پیش‌بینی کرد: $83000 \text{ MeV}/c^2$ و $93000 \text{ MeV}/c^2$ که با نتایج آزمایشی (جدول ۶۰-۱۱) در حد بسیار مطلوبی سازگار است.

بوزونهای W^\pm و Z^0 که در سرن کشف شدند، طی واکنشهای زیر تولید شدند.



برای دستیابی به انرژی مرکز جرم مورد نیاز جهت انجام این واکنش، روبیا* و همکارانش شتابدهندهٔ سرن را به شکل زیر تغییر دادند. آنان شتابدهنده را به یک برخورد دهندهٔ پروتون - پادپروتون تبدیل کردند، که در آن پروتونها و پادپروتونها با انرژی 270 GeV در حلقهٔ شتابدهنده در جهتهای مخالف حرکت می‌کردند و در یک برخورد رودررودرگیر می‌شدند. در این آزمایش تدارک تعداد کافی پادپروتون از نظر تکنیکی یکی از موانع اساسی به شمار می‌آمد. پادپروتونها در برخوردهای مقدماتی پروتونها در یک شتابدهندهٔ کمکی کوچکتر تولید می‌شوند. سپس این

* کارلو روبیا (Carlo Rubbia)، ۱۹۳۴-، فیزیکدان ایتالیایی در سرن و استاد دانشگاه هاروارد، و سیمون وان در میر (Simon van der Meer)، ۱۹۲۵-، فیزیکدان هلندی در سرن، به خاطر توسعهٔ برخورد دهنده پروتون - پادپروتون و کشف ذرات W^\pm و Z^0 ، مشترکاً به جایزهٔ نوبل سال ۱۹۸۴ دست یافتند.

پادپروتونها در یک مدار دایره‌ای در حلقهٔ انباشت ذخیره می‌شوند. پادپروتونها در هنگام تولید مؤلفه‌های تکانهٔ کاتوره‌ای قابل ملاحظه‌ای دارند، و گرایش دارند از داخل حلقه نشت کنند. این مسئله با اختراع سیستم اصلاح‌کنندهٔ زیرکانه‌ای توسط وان در میر حل شد. احساسگرها در امتداد حلقه، انحراف در انرژی و تکانهٔ پادپروتون را در یک نقطه از مدار دایره‌ای تشخیص می‌دهند، و بلافاصله سیگنالی به نقطهٔ مقابل قطری روی مدار ارسال می‌کنند که در آنجا یک میدان الکتریکی قابل تنظیم ضربه‌های اصلاحی را به این پادپروتونها در وقت رسیدن به آن نقطه اعمال می‌کند؛ از آنجا که پادپروتونها با سرعتی نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کنند، این سیستم اصلاحگر نیاز به زمانبندی بسیار ظریفی دارد. عملاً، خوشه‌هایی مشتمل بر حدود 10^{11} پادپروتون - بالاترین غلظت پادماده که تاکنون در روی زمین تولید شده است - که در خلال بازه‌های زمانی چندین روزه جمع‌آوری شده‌اند، به طور ناگهانی به داخل حلقهٔ شتابدهندهٔ اصلی، در مداری مخالف جهت پروتونها در این حلقه، ریخته می‌شوند. بوزونهای W^{\pm} و Z^0 که در برخوردها آفریده می‌شوند، از روی فرآورده‌های واپاشی آنها: $e + \bar{\nu}$ و $\bar{e} + \nu$ برای بوزونهای باردارو $e + \bar{e}$ برای بوزون خنثی، شناسایی می‌شوند.

اخیراً، نظریه پردازان برای ارائهٔ یک نظریه وحدت بزرگ، یا گات (GUT)* در مورد برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی، ضعیف، و قوی تلاشهایی به عمل آورده‌اند. در این نظریهٔ وحدت یافته، فوتون، بوزونهای W^{\pm} و Z^0 ، و حاملهای برهم‌کنش قوی را کلاً به صورت مؤلفه‌های یک تک میدان چند مؤلفه‌ای بنیادی در نظر می‌گیرند. یکی از پیش‌بینیهای فوق‌العادهٔ نظریهٔ وحدت بزرگ همانا ناپایدار بودن پروتون است؛ پروتونها با طول عمری در حدود 10^{30} یا 10^{32} سال (گونه‌های متفاوتی از گات وجود دارد، که طول عمرهای متفاوتی را برای پروتون پیش‌بینی می‌کند) به لپتونها و امی‌پاشند. به انجام چندین آزمایش برای تشخیص واپاشی پروتون اقدام شده است؛ نتایج مقدماتی این آزمایشها مبین آنند که طول عمر پروتون بیشتر از 10^{32} سال است. یکی از نتایج بارز دیگر نظریه‌های وحدت بزرگ عبارت از این است که توصیفی در خصوص پایستگی بار به دست می‌دهند. ثابت می‌شود که اگر برهم‌کنش الکترومغناطیسی جنبه‌ای از برهم‌کنش قوی باشد (و برعکس)، در آن صورت بارهای مربوط به همهٔ هادرونها باید دقیقاً مضارب صحیحی از بار لپتونها باشد. به این ترتیب، سرانجام این نظریه‌ها این نکته را توضیح می‌دهند که چرا بار پروتون از لحاظ مقدار دقیقاً برابر بار الکترون است.

* Grand Unified Theory.

۵.۱۱ کمیته‌های پایسته

واکنشهای بین ذرات از چندین قانون بقا پیروی می‌کنند. با برخی از این قوانین بقا از فیزیک کلاسیک، که بر اصول نظمی کلی استوارند، آشناییم. برخی دیگر از قوانین بقا جدیدند؛ اینها قواعدی صرفاً تجربی، بدون هیچگونه توجیه نظری واضحی هستند. این گونه قواعد بقای تجربی توسط فیزیکدانان ذرات پیشنهاد شده‌اند که علت عدم حضور گنج‌کننده واکنشهای فرضی گوناگون را جستجو می‌کردند. به طور کلی، انتظار داریم هر واکنشی که از سوی قوانین بقا ممنوع نشده باشد، ولو با آهنگی کند، انجام پذیرد. * این انتظار بر پایه پدیده تونل زنی در مکانیک کوانتومی مبتنی است که انجام گذر از هر حالت اولیه معلوم به هر حالت نهایی را در پرتو زود تضمین می‌کند؛ مگر اینکه این گذر با یکی از قوانین بقا ناسازگار باشد. به این ترتیب، عدم حضور واکنشهای نوعی خاص، که هیچیک از قوانین بقای شناخته شده آن را ممنوع نمی‌کند، مداخله یک قانون بقای جدید مشتمل بر کمیت پایسته جدیدی را پیشنهاد می‌کند. اما، وقتی که یک قانون بقای جدید را بر چنین زمینه‌ای صرفاً تجربی فرمولبندی می‌کنیم، نمی‌توانیم ادعا کنیم که می‌دانیم چرا واکنش مورد بحث روی نمی‌دهد، بلکه فقط به تدوین قوانین مربوط به واقعتهای مشاهده شده نائل آمده‌ایم. گرچه این نوع تدوین قانون هیچ ارزش توجیهی ندارد، اما از نظر پیش‌بینی با ارزش است؛ زیرا به اعتبار این قوانین قادر خواهیم شد پیش‌بینی کنیم که چه واکنشهایی امکان پذیرند. به علاوه، قوانین بقای تجربی در راه بنا کردن نظریه‌های برهم‌کنشها، راهنمایهای پرارزشی پیش پای ما قرار می‌دهند.

برخی از قوانین بقا مطلقند، همه برهم‌کنشها در هر شرایطی از آنها پیروی می‌کنند. برخی دیگر تقریبی‌اند، بعضی واکنشها، ولی نه همه، از آنها پیروی می‌کنند. ممکن است چنین به نظر آید که یکی از قوانین بقای تقریبی - که گاهی برقرار است و گاهی نقض می‌شود، کاملاً بلااستفاده است. ما، به طوری که خواهیم دید، نقض قوانین بقای تقریبی به‌طور کاتوره‌ای صورت نمی‌گیرد. این گونه نقضها مستقیماً به نوع برهم‌کنش درگیر در واکنش بستگی دارد، و از طراحی منظم و قابل پیش‌بینی پیروی می‌کنند.

کمیت‌های مطلقاً پایسته عبارتند از: انرژی، تکانه، تکانه زاویه‌ای، بار

* این عبارت یادآور کلمات ت. ه. وایت در پادشاه حال و آینده به این قرار است: «هرچه که ممنوع نیست اجباری است».

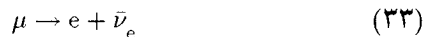
الکتریکی، عدد لیتونی، و عدد باریونی. کمیتهای تقریباً پایسته عبارتند از ایزوسپین، شگفتی، پارته، پارته C و پارته G. با چهار کمیت اول: انرژی، تکانه، تکانه زاویه‌ای، و بار الکتریکی، آشناییم؛ بقای آنها نتیجه قوانین اساسی مکانیک کلاسیک یا مکانیک کوانتومی و الکترومغناطیس است. با کمیتهای دیگر کمتر آشنایی داریم؛ آنها را یک‌به‌یک مورد بحث قرار می‌دهیم.

عدد لیتونی. سه قانون بقای جداگانه برای عدد لیتونی وجود دارد، که متناظر با سه گونه مختلف لیتونها، e ، μ ، و τ است. قانون بقای مربوط به عدد الکترون - لیتون حاکی از آن است که تعداد خالص لیتونهای نوع - الکترون در هر واکنش ثابت می‌ماند. پادلیتونها در محاسبه مربوط به عدد لیتونی خالص منفی محسوب می‌شوند. علی‌الاصول، این عبارت بدان معنی است که هرگاه در یک واکنش، لیتونی آفریده یا نابود شود، باید یک پادلیتون متناظر با آن آفریده یا نابود شود. مثلاً واپاشی نوترون را در نظر بگیرید،



عدد الکترون - لیتون خالص قبل از واکنش صفر است، و عدد الکترون - لیتون بعد از واکنش عبارت است از $(-1) + 1$ ، که باز هم صفر است. به این ترتیب در این واکنش عدد الکترون - لیتونی پایسته است.

قوانین بقای مربوط به عدد میون - لیتون و مربوط به عدد تائون - لیتون به صورتی مشابه فرمولبندی می‌شود. از آنجا که قوانین بقای مربوط به اعداد لیتونی مطلق است، هر واکنشی که این قوانین را نقض کند مطلقاً ممنوع است. مثلاً، واکنش فرضی زیر مطلقاً ممنوع است:



این واکنش قانون بقای مربوط به عدد میون - لیتون را نقض می‌کند. این واکنش هرگز مشاهده نشده است. بقای اعداد لیتونی هیچ بنیاد نظری واضحی ندارد، ولی شواهد تجربی فراوانی آنها را تأیید کرده است.

عدد باریونی. قانون بقای مربوط به عدد باریونی حاکی از آن است که تعداد خالص باریونها ثابت می‌ماند. در محاسبه مربوط به عدد باریونی خالص پادبار یونها منفی محسوب می‌شوند. (توجه داشته باشید که برعکس سه نوع متفاوت عدد لیتونی، فقط یک گونه عدد باریونی، و فقط یک قانون بقا، داریم.) مانند قانون بقای عدد لیتونی، قانون بقای عدد باریونی یک قانون بدون مبنای نظری است.

پایداری مشاهده شده مربوط به پروتون را می‌توان به عنوان نتیجه قوانین بقای مربوط به انرژی و مربوط به عدد باریونی دانست. چون پروتون سبکترین باریون است، قانون بقای انرژی ایجاب می‌کند که فرآورده‌های واپاشی فرضی غیر باریون باشد، و واپاشی آن بقای عدد باریونی را نقض می‌کند. همان‌طور که در بخش پیش خاطر نشان شد، بنابر نظریه‌های گات، پروتون در واقع ناپایدار است. اما چون آزمایش‌هایی که برای آشکارسازی واپاشی پروتون طراحی شده‌اند توفیقی نداشته‌اند، تمام شواهد تجربی موجود (تاکنون) با بقای عدد باریونی سازگارند. هرگاه واپاشی پروتونی تشخیص داده شود، قانون بقای عدد باریونی از یک قانون بقای مطلق به یک قانون بقای تقریبی تنزل پیدا می‌کند.

ایزوسپین. تعریف ریاضی کاملی از سایر کمیت‌های پایستار یعنی ایزوسپین، شگفتی و پاریته، خارج از حوصله این کتاب است؛ ما فقط هریک از آنها را به اختصار توصیف می‌کنیم. مفهوم ایزوسپین از عدم وابستگی به بار الکتریکی برهم‌کنش قوی ناشی می‌شود. همان‌طور که از فصل ۹ می‌دانیم، برهم‌کنش قوی بین پروتون و نوترون تمیز قائل نمی‌شود؛ این برهم‌کنش پروتونها و نوترونها را، به صورت نوکلئونها، یکسان در نظر می‌گیرد. به‌طور صوری، می‌توانیم پروتون و نوترون را به عنوان دو حالت نوکلئون در نظر بگیریم، و می‌توانیم این دو حالت را به وسیله یک عدد کوانتومی جدید، ایزوسپین، نشان‌گذاری کنیم، که از نظر ریاضی مشابه اسپین معمولی است، اما به هیچ وجه من‌الوجه ربطی به تکانه زاویه‌ای ندارد. بردار ایزوسپین را با حرف T نمادگذاری می‌کنیم. این کمیت، یک بردار در فضای سه بعدی معمولی نیست، بلکه برداری در یک فضای سه بعدی مجرد و موهومی است. مقدار مؤلفه سوم (T_3 یا T_z) بردار ایزوسپین از شرایط کوانتشی معمولی، که در مطالعه تکانه زاویه‌ای با آن آشنا شدیم، بیروی می‌کند. عدد کوانتومی ایزوسپین برای نوکلئون عبارت است از $T = 1/2$ ، و طول بردار ایزوسپین عبارت است از:

$$\sqrt{T(T+1)} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + 1\right)} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

پروتون و نوترون با دو جهت مختلف این بردار ایزوسپین متناظرند. پروتون متناظر است با ایزوسپین «بالا» ($T_3 = 1/2$)، و نوترون با ایزوسپین «پایین» ($T_3 = -1/2$) متناظر است. تقارن پروتون و نوترون در ارتباط با نیروی قوی را می‌توان تقارن چرخشی در فضای ایزوسپین دانست. اگر مانوکلئون را از اسپین «بالا» به اسپین «پایین» بچرخانیم، انرژی برهم‌کنش نوکلئون را تغییر نمی‌دهیم.

E
↑

$$\begin{array}{l} \Xi(1318) \\ T = \frac{1}{2} \end{array} \begin{array}{l} \Xi^-(1321) \\ \Xi^0(1315) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Sigma(1193) \\ T = 1 \end{array} \begin{array}{l} \Sigma^-(1197) \\ \Sigma^0(1193) \\ \Sigma^+(1189) \end{array}$$

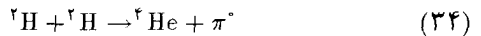
$$\begin{array}{l} \Lambda(1116) \\ T = 0 \end{array} \quad \Lambda(1116)$$

$$\begin{array}{l} N(939) \\ T = \frac{1}{2} \end{array} \begin{array}{l} n(939,6) \\ p(938,3) \end{array}$$

این تقارن ایزوسپینی برهم‌کنشهای قوی اولین بار توسط هایزنبرگ فرمولبندی شد؛ وی تشخیص داد که هسته‌های آینه‌ای و برخی دیگر از هسته‌های ایزوباری از طریق چرخشهای ایزوسپینی به هم مربوط می‌شوند.

می‌گویند پروتون و نوترون تشکیل یک دوتایی ایزوسپینی می‌دهند. سایر بار یونها و مزونها را به همین صورت می‌توان در چندتاییهای ایزوسپینی دسته‌بندی کرد. مثلاً، در شکل ۲۴-۱۱ دوتایی نوکلئون، تکی Λ ، سه تایی Σ و دوتایی Ξ را به صورت یک نمودار تراز انرژی مشاهده می‌کنید. توجه کنید که اختلاف انرژی بین چندتاییها خیلی بیشتر از اختلاف انرژی در داخل چندتاییها است. به علاوه در داخل هر یک از چندتاییها، انرژی با کاهش بار الکتریکی افزایش می‌یابد. توجه کنید که در جدولهای ۳-۱۱ و ۴-۱۱، ذرات به صورت چندتاییهای ایزوسپینی دسته‌بندی شده‌اند.

در بادی امر، این صورت‌گرایی ایزوسپینی چیزی جز یک طرح تفننی ریاضی برای نامگذاری ذرات به نظر نمی‌آید. (ممکن است با همین توجیه، یا بدون آن، اعضای یک تیم فوتبال را به صورت یک چندتایی که در آن $T = 5$ و T_p که از ۵- تا ۵ تغییر می‌کند، علامت‌گذاری کنیم.) اما این پیچیدگی ریاضی وقتی به نمر می‌رسد که ما واکنشهایی را بررسی کنیم که از طریق برهم‌کنش قوی صورت می‌گیرند: ثابت می‌شود که در تمامی چنین واکنشهایی ایزوسپین پایستار می‌ماند؛ یعنی، این واکنشها T و T_p را پایسته نگه می‌دارند. این حکم دلالت می‌کند به این که انجام واکنشهای مشخصی از طریق برهم‌کنش قوی ممنوع است (هرچند ممکن است از طریق برهم‌کنش دیگری صورت پذیرد). مثلاً، اگر دوترون را با دوترون بمباران کنیم، واکنش



ممنوع است. در این واکنش، دوترون و ذرهٔ آلفا دارای ایزوسپین $T = 0$ هستند، در حالی که ایزوسپین پیون عبارت است از $T = 1$ ؛ به این ترتیب، ایزوسپین پایستار نیست. از نظر تجربی، این واکنش هرگز مشاهده نشده است.

قانون بقای ایزوسپین قانونی تقریبی است زیرا، برعکس برهم‌کنش قوی، برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و ضعیف این قانون بقا را نقض می‌کنند. به این ترتیب، هر واکنش مشتمل بر آفرینش (یا نابودی) فوتونها، یا هر واکنش مشتمل بر آفرینش (یا نابودی) لپتونها، بقای ایزوسپین را نقض می‌کند، و بنابراین نسبت دادن اعداد کوانتومی ایزوسپین به فوتونها و لپتونها بی‌معنی است. در واکنشهای الکترومغناطیسی، نقض بقای ایزوسپین جزئی است: T پایسته نیست، اما T_p

شکل ۲۴-۱۱ چندتاییهای ایزوسپینی: دوتایی نوکلئون، تکی Λ ، سه تایی Σ ، و دوتایی Ξ .

پایسته است. در واکنشهای ضعیف نقض کلی است: T و T_3 پایسته نیستند. در ضمن: اختلاف جرم کوچک بین اعضای چندتاییهای ایزوسپینی (شکل ۱۱-۲۴) ناشی از برهمکنش الکترومغناطیسی است. این برهمکنش، به اعتبار بار، مثلاً، بین پروتون و نوترون تمایز قائل می‌شود و به آنها جرمهای متفاوتی می‌دهد. چون این برهمکنش تقارن ایزوسپینی بین پروتون و نوترون را از بین می‌برد، می‌گویند که برهمکنش الکترومغناطیسی تقارن ایزوسپینی را شکسته است.

شگفتی و فوق بار. قانون بقای مربوط به شگفتی برای توجیه کردن رفتار ظاهراً ناسازگار بعضی از ذرات، مانند باریونهای Λ و Σ و مزونهای K ، مطرح شد. بعدها این ذرات را ذرات شگفت نامیدند زیرا در برخوردهای انرژی بالا با آهنگی سریع تولید می‌شوند، ولی با آهنگی کند و امی‌باشند؛ یعنی، عمری فوق‌العاده طولانی دارند. این رفتار حاکی از آن است که به این ذرات کمیت پایسته دیگری، شگفتی، تعلق می‌گیرد. برهمکنشهای قوی و الکترومغناطیسی از قانون بقای مربوط به شگفتی پیروی می‌کنند، ولی برهمکنش ضعیف از این قانون پیروی نمی‌کند. واکنش تولید ذرات شگفت همواره مستلزم آفرینش دوتا از این ذرات با علامت شگفتی مخالف است («تولید وابسته»): از اینرو، این واکنش از قانون بقای شگفتی پیروی می‌کند و می‌تواند از طریق برهمکنش قوی صورت گیرد. واکنش واپاشی متضمن از بین رفتن یک تک ذره شگفت است؛ بنابراین بقای شگفتی را نقض می‌کند و باید از طریق برهمکنش ضعیف انجام شود. از اینرو، واکنش واپاشی به‌کندی صورت می‌گیرد.

شگفتی را می‌توان برحسب بار الکتریکی، عدد باریونی، و مؤلفه سوم ایزوسپین بیان کرد:

$$S = 2(Q - T_3) - B$$

که در اینجا بار الکتریکی را برحسب یکاهای e اندازه‌گیری می‌کنیم. چون Q و B مطلقاً پایسته‌اند، می‌توانیم بقای شگفتی را هم‌ارز بقای مؤلفه سوم ایزوسپین تلقی کنیم. به این ترتیب، بقای شگفتی یک قانون بقای جدید مستقل نیست، بلکه یکی از پیامدهای سایر قوانین بقا به شمار می‌آید.

جدولهای ۱۱-۳ و ۱۱-۴ شامل اعداد شگفتی متناسب به همه باریونها و مزونها هستند؛ توجه کنید که در این جدولها ذرات برطبق عدد شگفتی دسته‌بندی و درج شده‌اند. مثلاً، برای پروتون و نوترون $S = 0$ ؛ برای باریون Λ داریم $S = -1$ ؛ برای پیونها $S = 0$ ؛ برای مزونهای K داریم $S = \pm 1$ ؛ و به همین

ترتیب الی آخر. به این ترتیب، درواکنش تولید



شگفتی خالص قبل از واکنش عبارت است از صفر، و بعد از واکنش هم صفر است. درواکنش واپاشی



شگفتی قبل از واکنش -1 ، و بعد از آن صفر است. این نقض بقای شگفتی از انجام این واکنش از طریق برهم‌کنش قوی جلوگیری می‌کند، و به Λ عمر نسبتاً طولانی، در حدود 10^{-10} ثانیه، می‌دهد.

در اصطلاحات جدید، به جای عدد شگفتی S ، وسیعاً عدد فوق بار را می‌نشانند، که عبارت است از شگفتی به‌اضافه عدد باریونی: $Y = S + B$ ، بقای فوق بار هم‌ارز بقای شگفتی است.

پاریته. مفهوم پاریته وقتی مطرح می‌شود که رفتار یک تابع موج را تحت عمل وارونگی مختصات بررسی می‌کنیم، یعنی x را با $-x$ ، y را با $-y$ و z را با $-z$ جایگزین می‌کنیم. اگر تابع موج تحت این عمل تغییر نکند، می‌گوییم دارای پاریته زوج است، یا $P = 1$ ؛ اگر تغییر علامت دهد، پاریته آن فرد است، یا $P = -1$. تابع موجهای مربوط به پتانسیلهای متقارن کروی، مانند پتانسیل کولنی، یکی از دو پاریته را دارد. مثلاً، پاریته تابع موجهای مربوط به الکترون در اتم هیدروژن عبارت است از $P = (-1)^l$. این پاریته تابع موج مربوط به یک ذره را می‌توان پاریته مداری تلقی کرد؛ به‌علاوه، برخی از ذرات پاریته ذاتی نیز دارند. دو قسمتی بودن پاریته مداری و پاریته ذاتی مشابه دو قسمتی بودن تکانه زاویه‌ای مداری و تکانه زاویه‌ای ذاتی است. پاریته ذاتی پروتون $+1$ است، از آن پیون -1 ، پاریته ذاتی کایون -1 ، از آن لاند -1 است، و به‌همین ترتیب الی آخر. پاریته یک عدد کوانتومی ضربی است، نه یک عدد کوانتومی جمع پذیر: پاریته خالص مربوط به سیستمی از ذرات عبارت است از حاصلضرب تمام پاریته‌های مداری و ذاتی. در برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی پاریته پایسته می‌ماند اما در برهم‌کنش ضعیف چنین نیست. چون واکنشهایی که لپتونها از آنها پدید می‌آید واکنشهای ضعیف‌اند، لپتونها دارای پاریته ذاتی نیستند. به‌این ترتیب، الکترون در اتم هیدروژن دارای پاریته مداری کاملاً مشخص است، ولی پاریته ذاتی ندارد.

اولین نشانه‌های نقض بقای پاریته به‌وسیله برهم‌کنش ضعیف، در واپاشی

گیج کننده K^+ مشاهده شد؛ معلوم شد که این ذره گاهی به حالتهایی با پاریتۀ مثبت و گاهی به حالتهایی با پاریتۀ منفی وامی باشد. این معما سبب شد که لی و یانگ * اعتبار بقای پاریتۀ را مورد بررسی جدی قرار دهند. آنها به این نتیجه رسیدند که شواهد غیر قابل انکاری دال بر بقای پاریتۀ در برهم کنشهای قوی و الکترومغناطیسی وجود دارد، اما هیچ شاهدهی که حاکی از پایستگی آن در برهم کنشهای ضعیف باشد وجود ندارد. آنها یک آزمون تجربی مستقیم برای بررسی بقای پاریتۀ در واپاشی β مربوط به هسته، ابداع و مطرح کرده اند. هسته‌ای را در نظر بگیرید که اسپین آن در امتداد محور z قرار گرفته باشد؛ برای چنین هسته‌ای، عمل پاریتۀ هم‌ارز وارونه کردن محور z است. اگر هسته واپاشد، پاریتۀ حالتهای اولیه و نهایی کاملاً مشخص اند، یعنی پاریتۀ‌ها یا مثبت‌اند یا منفی. بنابراین، بقای پاریتۀ ایجاب می‌کند که تابع موج الکترون گسیل شده نیز پاریتۀ کاملاً مشخصی داشته باشد؛ یعنی، تابع موج تحت وارونگی محور z متقارن یا پادمقارن است. در هر یک از این دو مورد احتمال توزیع مربوط به الکترون گسیل شده متقارن است، و بنابراین یک نمونه از هسته که اسپینهایش همخط شده‌اند، تعداد مساوی الکترون موازی با جهت اسپین هسته یا پادموازی با آن گسیل می‌کند. این آزمایش اولین بار توسط وو ** و همکارانش انجام شد. آنها یک نمونه از هسته ${}^6\text{Co}$ استفاده کردند که تا $1\text{K} \cdot 7^\circ$ سرد شده و در یک میدان مغناطیسی قوی قرار گرفته بود، تا همخطی اسپینهای هسته‌ای حاصل شود. معلوم شد که پرتوهای β ی گسیل شده از نمونه ترجیحاً در جهت مخالف با جهت اسپین هسته‌ای خارج می‌شوند. این بی‌تقارنی انقراض پاریتۀ را اعلان کرد.

از ناپایستگی پاریتۀ چنین نتیجه می‌شود که طبیعت به‌طور مطلق بین الکترونهای راستگرد و الکترونهای چپگرد، یعنی، الکترونهایی که اسپینشان با تکانه آنها موازی است و الکترونهایی با اسپین پادموازی با تکانه آنها، تمیز قائل می‌شود. در واپاشی ${}^6\text{Co}$ ، اسپین هسته باقیمانده یک واحد کمتر از هسته اصلی است؛ بنابراین، الکترون و نوترینوی گسیل شده باید این اختلاف اسپین را از آن خود کنند چون الکترون در جهتی مخالف با اسپین هسته‌ای خارج می‌شود (شکل

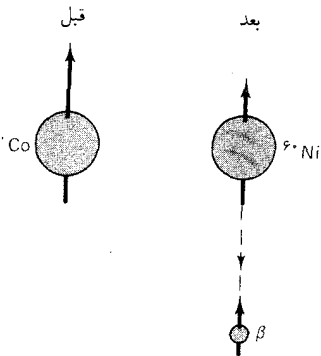
* تسونگ دائو لی (Tsung Dao Lee)، ۱۹۲۶-، چن نین یانگ

(Chen Ning Yang)، ۱۹۲۲-، فیزیکدانان امریکایی، به‌ترتیب استاد

دانشگاههای کلمبیا و استونی بروک. به خاطر کارهای نظریشان در زمینه بقای پاریتۀ، جایزه نوبل ۱۹۵۷ را دریافت کردند.

** چن شون وو (Chien Shiung Wu)، ۱۹۱۳-، فیزیکدان چینی و بعداً امریکایی،

استاد دانشگاه کلمبیا.



شکل ۲۵.۱۱ گسیل الکترون در واپاشی β مربوط به ^{60}Co . پیکانهای پررنگ جهت اسپینها را نشان می‌دهند. الکترون ترجیحاً در جهت مخالف با اسپین هسته‌ای گسیل می‌شود.

۱۱. ۲۵۰) ، اسپین الکترون با تکانه آن پادموازی است؛ یعنی، این الکترون چپگرد است. قاعدتاً، لپتونهای گسیل شده در واپاشیهایی که از طریق برهم‌کنش ضعیف صورت می‌گیرد، ترجیحاً چپگرد، و پادلپتونها راستگردند (در مورد نوترینوها و پادنوترینوها این برتری قائل شدن کامل است؛ نوترینوهای گسیل شده همواره چپگرد، و پادنوترینوها همواره راستگردند).

پارایته C و پارایته G. این دو کمیت پایسته، مانند پارایته معمولی (فضایی) کمیت‌هایی ضربی‌اند. آنها هردو فقط در مورد مزونها به‌کار می‌آیند. * پارایته C به رفتاری مربوط می‌شود که طی آن ذرات به پادذرات تبدیل می‌شوند، و پارایته G ارتباط دارد به همین رفتار که در طی آن تبدیل با یک دوران 180° در فضای ایزوسپین ترکیب شده باشد. در برهم‌کنش قوی پارایته‌های C و G پایستارند. در برهم‌کنش الکترومغناطیسی پارایته C پایستار است، اما پارایته G در این برهم‌کنش پایستار نیست. در برهم‌کنش ضعیف هیچیک از پارایته‌های C و G پایستار نیستند.

وقتی که به شکست پایستگی پارایته پی‌بردند، در ابتدا تصور می‌شد که در برهم‌کنش ضعیف حاصلضرب CP پایسته می‌ماند؛ گرچه هیچکدام از این دو مؤلفه به تنهایی پایسته نیستند. واپاشی مزون K_L^0 آزمون بسیار حساسی برای پایستگی CP به‌شمار می‌آید؛ می‌توان نشان داد که اگر CP پایسته باشد، در آن صورت این مزون به سه پیون وامی‌باشد، و نه به دو پیون. کرونین و فیش ** عملاً به دنبال واپاشی دو پیونی به جستجو پرداختند، و پی بردند که در حدود 3% از مزونهای K_L^0 به دو پیون وامی‌باشند. این آزمایش ثابت کرد که در برهم‌کنش ضعیف CP پایسته نیست، ولی نقض آن نسبتاً نادر است.

نقض پایستگی CP پیامدهای جالبی برای ناوردایی وارونگی - زمانی واکنشها به‌بار می‌آورد. علی‌الاصول، ناوردایی وارونگی زمانی به این معنی است که واکنشها به همان ترتیبی که می‌توانند در جهت مثبت زمان انجام شوند، ممکن است در جهت منفی زمان نیز صورت گیرند. یک قضیه کلی - قضیه CPT - در نظریه میدان کوانتومی حاکی است که هرگونه نقض پایستگی CP باید با نقض ناوردایی وارونگی زمانی جبران شود. به این ترتیب، شواهد تجربی مربوط به

* اگر شرایط محدود کننده خاصی برقرار شود، در آن صورت پارایته‌های C و G در مورد سیستمهای مناسبی مشکل از چندین باریون نیز صادقند. اما این کمیتها برای باریونهای منفرد تعریف نشده‌اند.

** جیمز واتسون کرونین (James Watson Cronin)، ۱۹۳۱ - ، و ول. ل. فیش (Val L. Fitch)، ۱۹۶۲ - ، فیزیکدانان آمریکایی، استادان دانشگاه پرینستون. آنها به خاطر کشف نقض تقارن CP در واپاشی مزون K^0 ، جایزه نوبل ۱۹۸۰ را دریافت کردند.

نقض بقای CP در واپاشی مزون K_L^0 مبین آن است که طبیعت متقارن زمانی نیست. البته، ما به عدم تقارن زمانی در رفتار سیستمهای ماکروسکوپی عادت داریم؛ در این سیستمها قانون دوم ترمودینامیک برقرار است. اما عدم تقارن زمانی در رفتار سیستمهای میکروسکوپی به صورت یک واقعه حیرت‌انگیز ناخوشایند پدیدار شد، و پیامدهای آن را هنوز به طور کامل نفهمیده‌اند.

قوانین بقای تقریبی که برهم‌کنشهای قوی، الکترومغناطیسی، و ضعیف از آنها پیروی می‌کنند، در جدول ۷.۱۱ درج شده‌اند (برهم‌کنش گرانشی از این جدول کنار گذاشته شده است، زیرا این برهم‌کنش هیچ نقشی در برهم‌کنشهای مورد علاقه فیزیکدانان ذرات بازی نمی‌کند). این جدول می‌تواند در آنجا مفید افتد که تعیین کند چه برهم‌کنشی بر یک واکنش مفروض حاکم است. این واکنش از طریق قویترین برهم‌کنش سازگار با قوانین بقا صورت می‌گیرد.

جدول ۷.۱۱ برهم‌کنشها و قوانین بقا

کمیت تقریباً پایسته						برهم‌کنش
پارمیته CP	پارمیته G	پارمیته C	پارمیته P	فوق بار	ایزوسپین	
بله	بله	بله	بله	بله	بله	قوی
بله	نه	بله	بله	بله	نه	الکترومغناطیسی
*نه	نه	نه	نه	نه	نه	ضعیف

* برهم‌کنش ضعیف فقط در واپاشی مزون K_L^0 ، و برخی موارد نادر دیگر بایستگی CP را نقض می‌کند.

مثال ۲. واپاشی تشدید $N(1535)$ ، واپاشی مزون π^+ ، و واپاشی باریون Σ^+ را مطابق واکنشهای زیر در نظر بگیرید:



در هر یک از واکنشهای بالا چه برهم‌کنشی دخیل است؟

حل واکنش (۳۷) فقط متضمن ذرات برهم‌کنش‌کننده قوی است، و ایزوسپین و شگفتی در آن پایسته می‌ماند [تشدید $N(1535)$ دارای ایزوسپین $T = 1/2$ است، و ایزوسپین مزون η عبارت است از $T = 0$]. به این ترتیب، این واکنش با برهم‌کنش قوی سازگار است. بنابراین، بدون توجه به دو برهم‌کنش دیگر، این واکنش از طریق برهم‌کنش قوی صورت می‌گیرد، زیرا برهم‌کنش اولی بر دو برهم‌کنش بعدی غالب است. از آنجا که واکنش (۳۸) شامل فوتونهاست، می‌توانیم فوراً نتیجه بگیریم که این

واکنش از طریق برهم‌کنش الکترومغناطیسی انجام می‌شود؛ و حتی نیازی نیست که قوانین بقا را بررسی کنیم.

واکنش (۳۹) قانون بقای شگفتی را نقض می‌کند. از اینرو فقط با برهم‌کنش ضعیف سازگار است.

برهم‌کنش قوی سریع‌ترین آهنگ واکنش و کوتاه‌ترین عمر را به دست می‌دهد، در حالی که حاصل برهم‌کنش ضعیف کندترین آهنگ واکنش و طولانی‌ترین عمر است. به این ترتیب، تشدید $N(1535)$ باید عمری کوتاه، و باریون Σ^+ عمری (نسبتاً) طولانی داشته باشد. عمر مشاهده شده برای واپاشیهای (۳۷)، (۳۸)، و (۳۹) به ترتیب در حدود 10^{-23} ثانیه، $10^{-16} \times 0.83$ ثانیه، و $10^{-10} \times 0.80$ ثانیه است (این مقادیر برای طول عمر مربوط به واپاشیهایی که از طریق برهم‌کنشهای قوی، الکترومغناطیسی، و ضعیف صورت می‌گیرند، نسبتاً متعارفند). ■

در جدول ۷۰۱۱ اطلاعاتی دربارهٔ تقارنهای مربوط به برهم‌کنشهای قوی، الکترومغناطیسی، و ضعیف نیز درج شده است. بین قوانین بقایی که یک سیستم فیزیکی از آنها پیروی می‌کند، و تقارنهای آن سیستم، ارتباط عمیقی وجود دارد. قضیهٔ نئودر بر این ارتباط حکم می‌کند: به ازای هر تقارنی یک قانون بقای متناظر با آن وجود دارد. در این زمینه، یک تقارن مربوط به سیستم عبارت است از هرگونه عمل ریاضی که انرژی پتانسیل در طی آن تغییر نکند. مثلاً، سیستمی متشکل از ذرات برهم‌کنش‌کننده را در نظر بگیرید، و فرض کنید که سیستم دارای تقارن انتقالی است؛ یعنی، فرض کنید که انرژی پتانسیل از موضع سیستم در ارتباط با پیرامونش، مستقل است. مشتق انرژی پتانسیل نسبت به مختصات x ، y ، z که موضع کلی سیستم را توصیف می‌کنند، در چنین صورتی صفر است، و این مطلب حاکی از آن است که نیروی خارجی صفر است (مثلاً، $F_x = -\partial U / \partial x = 0$). به این ترتیب، تکانهٔ خالص سیستم ثابت است. این یک مثال از قضیهٔ نئودر است. به همین صورت، بقای تکانهٔ زاویه‌ای از تقارن چرخشی به دست می‌آید، و بقای انرژی از تقارن انتقال زمانی حاصل می‌شود. قوانین بقای تقریبی مندرج در جدول ۷۰۱۱ نیز به عملیات تقارنی وابسته‌اند:

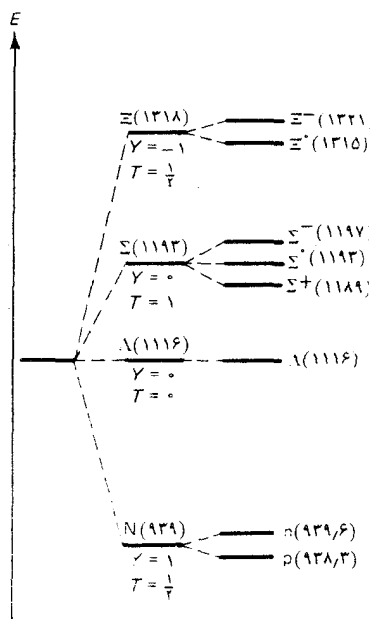
پارته به تقارن انعکاسی در فضای معمولی، ایزوسپین به تقارن چرخشی در فضای ایزوسپین، پارته‌های C و G به تقارن مبادلهٔ انواع مختلف ذره - پادذره. به این ترتیب جدول ۷۰۱۱ را می‌توان به عنوان نقشهٔ تقارنهای برهم‌کنشها تلقی کرد. این تقارنهای محدودیتهایی جدی بر برهم‌کنشها اعمال می‌کنند، و به این ترتیب ما را به برپایی نظریه‌های مربوط به برهم‌کنشها هدایت می‌کنند. قسمت عمدهٔ تلاشی که در حوزهٔ فیزیک نظری انرژی - بالا به عمل می‌آید، صرف جستجوی تقارن‌ها و

بهره برداری از آنها می شود .

۶.۱۱ راه هشتگانه؛ کوارکها

در بخش پیش دیدیم که ذرات را می توان به صورت چندتاییهای ایزوسپینی دسته بندی کرد ؛ اعضای این چندتایی از طریق تقارن ایزوسپینی به هم مربوط می شوند . این طبقه بندی ذرات به صورت خانواده های ایزوسپینی در راه نظم بخشی به تنوع سردرگم کننده بیش از ۳۰۰ ذره شناخته شده ، کمک شایانی به ما می کند . می خواهیم این طرح طبقه بندی را تعمیم دهیم ، به طوری که چندین چندتایی ایزوسپینی را در ابر چندتاییها دسته بندی کنیم . اما جستجو برای چنین خانواده های وسیعتری به علت اختلاف جرم زیاد بین چندتاییهای ایزوسپینی قرین توفیق چندانی نبوده است ، زیرا این اختلاف جرم به پنهان کردن روابط خانوادگی گرایش دارد . در خلال سالهای ۱۹۶۰ ، چندین طرح طبقه بندی پیشنهاد شد ، که موفقترین آنها «راه هشتگانه» گلمان و نیمان* بود . با این طرح ، چندتاییهای ایزوسپینی در ابر چندتاییها دسته بندی می شوند که اعضای آن از طریق یک تقارن ریاضی به نام $SU(3)$ ، که تقارن ایزوسپینی را با تقارن فوق بار ترکیب می کند ، به هم مربوط می شوند . ذرات متعلق به یک ابر چندتایی مفروض در ایزوسپین و فوق بار تفاوت دارند ، ولی سایر اعداد کوانتومی آنها ، اسپین ، عدد باریونی ، پاریته ، جملگی یکسانند .

در شکل ۶.۱۱ ۲۶ اعضای ابر چندتایی باریونی اسپین ۱/۲ ، یا هشتتایی باریونی ، را روی یک نمودار تراز انرژی مشاهده می کنید . اگر تقارن $SU(3)$ کامل بود ، در این صورت جرم تمام اعضای ابر چندتایی یکی بود ، همان طور که در متناهی سمت چپ نمودار تراز انرژی در شکل ۶.۱۱ نشان داده شده است . اختلاف جرم بین اعضای این ابر چندتایی از شکستن تقارن $SU(3)$ ناشی می شود . تقارن به این علت شکسته شده است که برهم کنش قوی شامل یک جزء «برهم کنش نیمه قوی» است که بین ذراتی با فوق بارهای متفاوت تمیز قائل می شود . همچنین می توانیم این ابر چندتایی را روی یک نمودار فوق بار بر حسب ایزوسپین ترسیم کنیم (شکل ۶.۱۱ ۲۷) . الگوی نقش شش ضلعی این نمودار

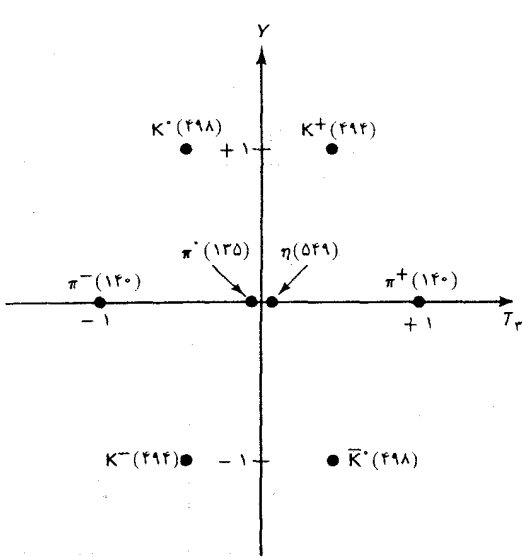
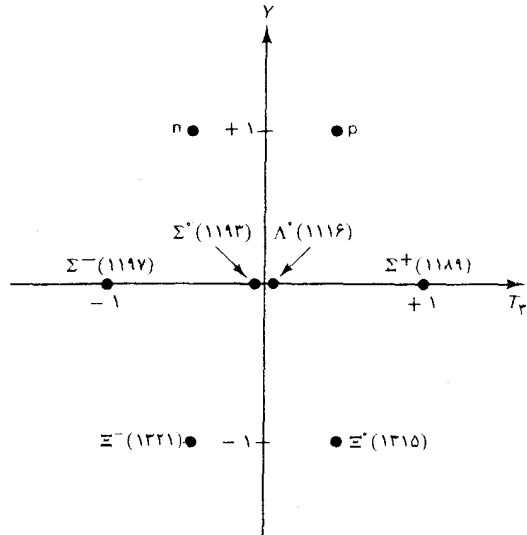


شکل ۶.۱۱ هشتتایی باریونی .

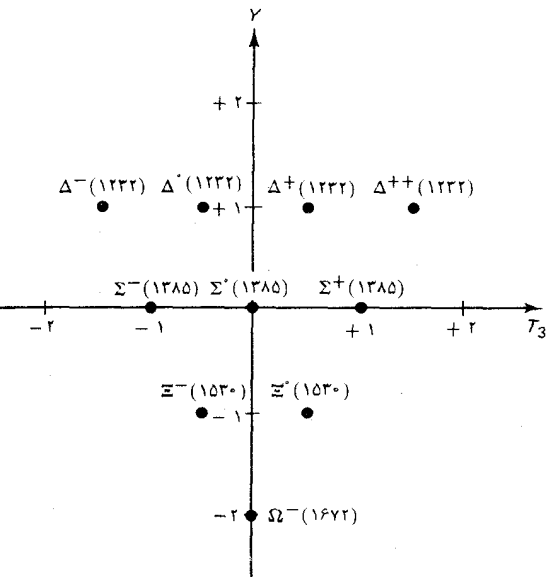
* موری گلمان (Murray Gell-Mann)، ۱۹۲۹ - ، فیزیکدان نظری آمریکایی استاد انستیتو تکنولوژی کالیفرنیا ؛ برای تحقیقاتش در مورد طبقه بندی ذرات ، جایزه نوبل ۱۹۶۹ را دریافت کرد . یوئل نیمان (Yuval Ne'eman)، ۱۹۲۵ - ، فیزیکدان اسرائیلی ، استاد دانشگاه تل - آویو .

جلوه مشخصه مربوط به تقارن $SU(3)$ است.

شکل ۲۷.۱۱ فوق بار برحسب ایزوسپین برای هشتتایی باریونی.



شکل ۲۹.۱۱ فوق بار برحسب ایزوسپین برای هشتتایی مزونی.



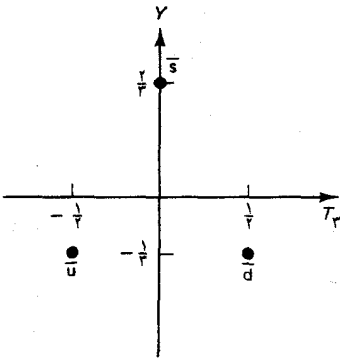
شکل ۲۸.۱۱ فوق بار برحسب ایزوسپین برای دهتایی باریونی.

در شکل‌های ۲۸.۱۱ و ۲۹.۱۱ دو ابرچندتایی از راه هشتگانه را مشاهده می‌کنید: دهتایی باریونی و هشتتایی مزونی. راه هشتگانه تمام باریونها و

بنیادی مندرج در فهرست بیش از 30° ذره ما به این سه تایی تعلق ندارد. به کمک بررسی تقارن $SU(3)$ می توان نشان داد که همه ابر چندتاییهای بزرگتر را می شود ترکیبی از این سه تاییها پنداشت. گلمان و. زویبگ از همینجا به این حدس هدایت شدند که تمام ذرات شناخته شده، سیستمهای مرکبی از دو یا سه ذره واقعاً بنیادی متعلق به یک سه تایی بنیادی اند. اعضای سه تایی بنیادی کوارک نامیده می شوند؛ این واژه را گلمان از یک عبارت مبهم در کتابی اثر جیمز جویس به امانت گرفت. سه کوارک را با حروف u ، d ، و s علامت گذاری کردند که اول کلمات بالا، پایین، و شگفت در زبان انگلیسی است. تمامی کوارکها دارای اسپین $1/2$ هستند و بار الکتریکی کسری دارند: بار کوارکهای u ، d ، و s به ترتیب عبارتند از $2e/3$ ، $-e/3$ ، و $-e/3$ (جدول ۱۱-۸). هر کوارک مثل هر ذره دیگر، دارای یک پادذره است. این پادذرات به یک ابر چندتایی جداگانه از، پادسه تایی با پادکوارکهای \bar{u} ، \bar{d} ، و \bar{s} ، تعلق دارند (شکل ۱۱-۳۲).

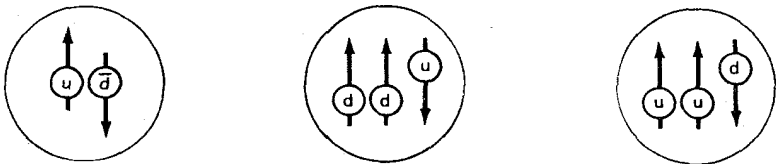
جدول ۳۰۱۱ سه تایی کوارکی

کوارک	جرم	اسپین	بار الکتریکی	عدد باریونی	فوق بار
u	$5MeV/c^2$	$1/2$	$2/3$	$1/3$	$1/3$
d	1	$1/2$	$-1/3$	$1/3$	$1/3$
s	180	$1/2$	$-1/3$	$1/3$	$-2/3$



شکل ۳۲-۱۱ فوق بار برحسب ایزوسپین مربوط به سه تایی پادکوارک.

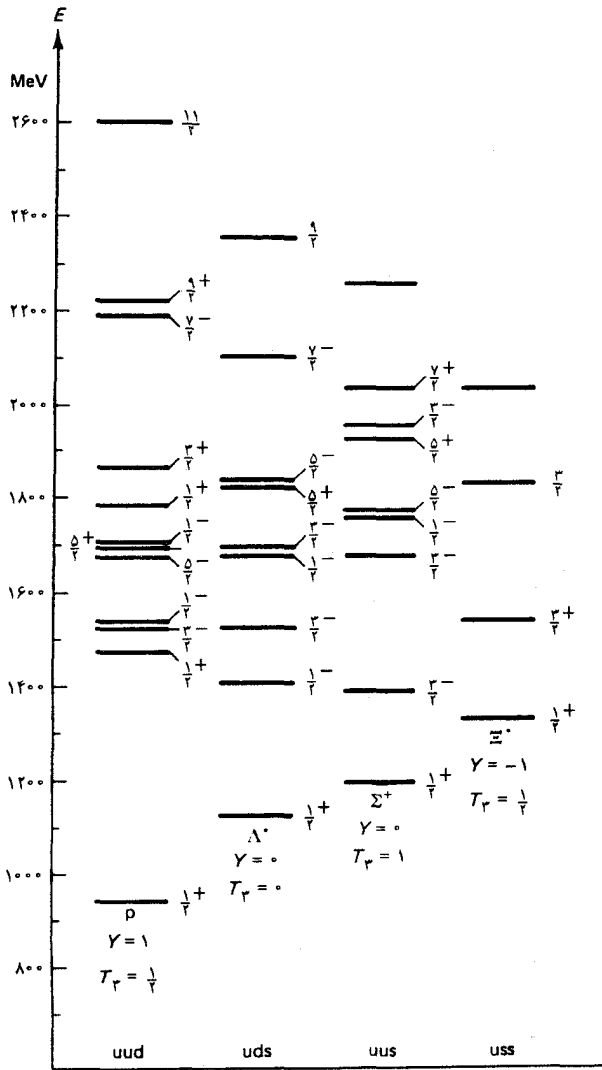
می توانیم تمام ذرات شناخته شده را، با اتصال کوارکها به یکدیگر، به طرق گوناگون، از کوارکها بسازیم. مثلاً، پروتون از دو کوارک u و یک کوارک d ساخته شده است (شکل ۱۱-۳۳). نوترون از دو کوارک d و یک کوارک u ساخته شده است (شکل ۱۱-۳۴). بیون مثبت از یک کوارک u و یک پادکوارک d ساخته



شکل ۳۳-۱۱ ساختار کوارکی پروتون. شکل ۳۴-۱۱ ساختار کوارکی نوترون. شکل ۳۵-۱۱ ساختار کوارکی بیون مثبت. اسپین اند.

شده است (شکل ۱۱-۳۵)، و به همین صورت در مورد سایر ذرات. وقتی که ذره ای را از کوارکها می سازیم، باید حالت کوانتومی کوارکها را مشخص کنیم. در ابر چندتاییهایی با کمترین انرژی و اسپین، کوارکها در حالت پایه قرار دارند؛

در چندتاییهایی با انرژی و اسپین بیشتر، کوارکها در حالت‌های برانگیخته‌اند. مثلاً، در هشت‌تایی باریونی با اسپین ۱/۲، کوارکها در حالت پایه‌اند؛ در حالی که در هشت‌تایی باریونی با اسپین ۳/۲، کوارکها در یک حالت برانگیخته‌اند. انرژی اضافی و تکانه زاویه‌ای مداری اضافی کوارکها سبب اختلاف بین این دو هشت‌تایی می‌شود. در شکل ۳۶.۱۱ نمودارهای تراز انرژی برای بعضی



شکل ۳۶.۱۱ نمودارهای تراز- انرژی مربوط به سیستم‌های کوارکی. محتوای کوارکی هر سیستم در قسمت پایین هر تراز آمده است.

سیستم‌های کوارکی در داخل هشت‌تایی باریونی نشان داده شده است. توجه کنید که هر یک از این نمودارها، برعکس نمودار صرفاً صوری شکل ۲۶.۱۱،

یک نمودار تراز انرژی واقعی مربوط به یک سیستم کوارکی مشخص است. روابط خانوادگی بین ذرات متعلق به یک ابرچندتایی راه هستگانه، به صورت پیامد مستقیم محتوای کوارکی ذرات، از این ساختار ناشی می شود. به علاوه، از ساختار کوارکی ذرات می توانیم؛ اختلاف جرم بین چندتاییهای ایزوسپینی مجاور را محاسبه کنیم، و گشتاور مغناطیسی ذرات را به دست آوریم، و نیز می توانیم سطح مقطع برخی از واکنشهای آنها را محاسبه کنیم. سازگاری مطلوب چنین محاسباتی با داده های تجربی موجود، بر درستی مدل کوارکی صحنه می گذارد. متأسفانه، هیچ گواه تجربی مستقیمی دال بر وجود کوارکها در اختیار نداریم؛ تمام کاوشها در جهت یافتن کوارکهای آزاد تاکنون ناکام مانده اند. محققان تجربی برای یافتن کوارک به کاوش در پسماندهای برخورد های انرژی - بالای ذرات حاصل از شتابدهنده ها و پسماندهای برخورد های انرژی - بالاتری پرداخته اند که از پرتوهای کیهانی تشکیل شده اند. آنها نمونه های مواد گردآوری شده روی زمین و نیز روی ماه را برای یافتن کوارک کاویده اند. در تمام این کاوشها، جنبه متمایزی که می توان آن را به عنوان تعیین هویت بدون ابهام یک کوارک پذیرفت، همانا بار کسری، با مقدار $e/3$ یا $2e/3$ است. اما تنها در چند مورد استثنایی کاوشها بر یافتن یک بار کسری دلالت می کرد، و در این موارد استثنایی شواهد موجود برای شناسایی مطمئن یک کوارک از استحکام کافی برخوردار نبود.

این وضعیت حاکی از آن است که کوارکها دائماً در داخل ذرات معمولی مقیدند، به طوری که هیچ راهی برای جدا کردن آنها، مثلاً، از یک پروتون وجود ندارد. بنا بر طرحهای نظری جدید، یک نیروی قوی (نیروی «رنگ»؛ بخش بعد را ببینید) کوارکها را در جای خود نگه می دارد، و از فرار آنها جلوگیری می کند زیرا این نیرو با افزایش فاصله کاهش پیدا نمی کند. در غیاب کوارکهای منفرد آزاد، باید از وسایل دیگری برای اثبات وجودشان بهره گیریم. اگر نتوانیم از آزمایشهای برخورد نیروی قاهر برای متلاشی کردن پروتونها به خشتهای ساختمانی منفرد آن بهره گیریم، می توانیم از آزمایشهای برخورد ظریفتری برای به دست آوردن شواهدی دال بر اینکه خشتهای ساختمانی بنیادی واقعاً در داخل پروتون وجود دارند، سود جویم: می توانیم الکترونهای انرژی - بالا را برای کاوش ساختار داخلی پروتون به کار گیریم، درست به همان طریق که رادرفورد برای کاوش ساختار داخلی اتم از ذرات آلفا استفاده کرد. کاوش هدف با چنین پرتابه های انرژی - بالا را پراکندگی ناکشسان عمیق می گویند، زیرا شدت برخوردها معمولاً منجر به آفرینش ذرات جدیدی می شود، و پرتابه انرژی متناظری را از دست می دهد. پراکندگی ناکشسان عمیق پرتابه های الکترونی روی هدفهای پروتونی و نوترونی را در حدود سال ۱۹۷۰

در شتابدهنده خطی استانفورد جداً مورد مطالعه قرار دادند. حداکثر تکانه قابل حصول برای الکترون برابر $22 \text{ GeV}/c$ است، که یک طول موج دو بروی به اندازه زیر به دست می دهد

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{22 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} / (3 \times 10^8 \text{ m/s})}$$

$$= 5.7 \times 10^{-17} \text{ m}$$

همان طور که در بخش ۱۰.۵ در ارتباط با میکروسکوپ الکترونی بیان شد، این طول موج کوچکترین جزئیاتی را تمیز می دهد که باریکه الکترونی می تواند تفکیک کند. به این ترتیب، الکترونها $22 \text{ GeV}/c$ می توانند جزئیات ساختاری را تا مقیاس طولی چند برابر 10^{-17} متر* تفکیک کنند. چون شعاع پروتون در حدود 10^{-15} متر است، چنین الکترونهايي برای «لمس» ساختار داخلی پروتون مناسبند.

آزمایشهای استانفورد نشان دادند که در برخورد های نسبتاً کم انرژی، که در آنها الکترونها فقط توزیع متوسط بار را می کاویدند، پروتون مانند یک گوی بار رفتار می کرد، که چگالی بار آن به طور نمایی با شعاع کاهش می یافت: (شکل ۴۰.۹ را بنگرید). اما در برخوردهای با انرژی خیلی زیاد، که در آنها الکترونها جزئیات ساختار پروتونی را تفکیک می کردند، پروتون مانند یک سیستم متشکل از بارهای نقطه ای رفتار می کرد. انحرافهای ایجاد شده در الکترونها در این آزمایشها حاکی از حضور هسته های سخت و کوچک در داخل پروتون است؛ درست همان طور که انحراف ذرات آلفا در آزمایشهای رادرفورد حاکی از حضور هسته در داخل اتم است. از بررسی دقیق بستگی پراکندگی به انرژی و زاویه انحراف پرتابه ها روشن شد که اسپین این اجزاء $1/2$ است. مقایسه بین داده های مربوط به پراکندگی از هدفهای پروتونی و نوترونی نشان داد که سطح مقطعها با بارهای کسری نسبت داده شده به اجزای پروتون و نوترون در مدل کواریکی سازگار است، ولی، این مطلب هم از آزمایشها روشن شده که فقط در حدود نصف تکانه خالص پروتون در کواریکها ذخیره شده است؛ نصف دیگر در ذراتی از نظر الکتریکی خنثی در داخل پروتون ذخیره شده است. این ذرات خنثی گلوئونها، یا حاملهای نیروی رنگ، هستند. این ذرات در محتوای مادی پروتون یا هر هادرون دیگری سهم اساسی دارند.

* در واقع، الکترون مستقیماً پروتون را نمی کاود. الکترون صرفاً به صورت چشمه یک فوتون مجازی عمل می کند (بخش ۵.۱۱)، و این دومی به داخل پروتون نفوذ می کند و داخل آن را می کاود. از اینرو تکانه مربوط به این عمل تکانه الکترون نیست، بلکه تکانه مربوط به فوتون است، که برابر است با تغییر در تکانه الکترون؛ ولی ما از این پیچیدگیها چشم می پوشیم.

برعکس پروتون و نوترون، به نظر می‌رسد که الکترونها و سایر لپتونها ذراتی بنیادی بدون ساختار داخلی‌اند. به کمک آزمایشهای انجام شده با باریکه‌های برخوردکننده الکترون - پادالکترون در استانفورد، و آزمایشهای بعدی با باریکه‌های برخوردکننده با انرژیهای باز هم بالاتر در شتابدهنده دسی (DESY)، ثابت شد که الکترونها و نیز میونها و تاینها که در این برخوردها تولید شدند مانند بارهای نقطه‌ای مکانیک کوانتومی رفتار می‌کنند. این آزمایشها لپتونها را تا مقیاس طولی 10^{-18} متر کاویدند، اما هیچ ساختاری، جز «ساختار» الکترومغناطیسی به دست نیامد. بنابراین الکترو دینامیک کوانتومی فرض می‌شود که یک بار نقطه‌ای چنین ساختاری دارد.

۷.۱۱ رنگ و افسون

مدل ساده کوارکی متشکل از سه کوارک (و سه پادکوارک) که در بخش قبلی توصیف کردیم، نقائصی دارد، که به محض اینکه فیزیکدانان نظری آرایش دقیق کوارکها را در داخل ذرات شناخته شده و نیروهایی که این کوارکها را در کنار هم نگه می‌دارد، بررسی کردند، خود را نشان می‌دهند. کوارکها ذراتی با اسپین $1/2$ هستند و بنابراین باید از اصل طرد پیروی کنند. این قاعده به یک مشکل فوری در مورد ذراتی می‌انجامد که، مانند امگا، از سه کوارک یکسان ساخته شده‌اند. امگا از سه کوارک s، با اسپینهای موازی ساخته شده است. این کوارکها از قرار معلوم در حالت پایه قرار دارند، زیرا ده تایی با اسپین $3/2$ که امگا متعلق به آن است، ده تایی با پایینترین انرژی است. اما اشغال حالت مداری و اسپینی واحد توسط سه ذره یکسان مغایر اصل طرد است! با ترفند ساده‌ای می‌توانیم از این گرفتاری رهایی یابیم: فرض می‌کنیم که این سه کوارک یکسان نباشند، یعنی فرض می‌کنیم که هر یک از سه کوارک عبارت است از کوارکی از یک نوع متفاوت. این گونه‌های متفاوت در یک مشخصه جدید، به نام «رنگ»، با هم اختلاف دارند. البته، این رنگ به رنگی که در ذهنمان داریم، هیچ ربطی ندارد، این نامگذاری صرفاً یک نام غیرتخیلی برای یکی از خواص جدید ماده است. رنگهای مختلف کوارکها عبارتند از «سرخ»، «سبز»، و «آبی». به این ترتیب یک کوارک سرخ ۱۱، یک کوارک سبز ۱۲، و یک کوارک آبی ۱۳ داریم و به همین ترتیب برای سایر کوارکها.

رنگ یکی از خواص بسیار اغفال کننده ماده به شمار می‌آید؛ معمولاً در داخل ذرات معمولی پنهان می‌ماند. تمام ذرات معمولی بی‌رنگ‌اند، آنها از چندین کوارک با آمیزه‌ای مساوی از سه رنگ تشکیل شده‌اند. با همه اینها، رنگ در نظریه

مربوط به نیروهایی که کوارکها را در کنار هم نگه می‌دارد نقش بسیار مهمی ایفا می‌کند. این نیرو را نیروی رنگ می‌گویند، زیرا منشأ این نیرو رنگ است، همان طور که منشأ گرانش جرم است، و منشأ نیروی الکتریکی بار الکتریکی است. نظریهٔ مربوط به نیروی رنگ را کرومودینامیک کوانتومی، یا QCD می‌گویند. این نظریه هنوز هم به کفایت الکترو دینامیک کوانتومی درک نشده و جا نیفتاده است، اما بسیاری از جنبه‌های بارز آن کاملاً روشن شده است. نیروی رنگ بر مکانیسم معمولی مبادلهٔ کوانتومهای میدان رنگ متکی است، که این کوانتومها نیرو را از یک کوارک به کوارک دیگر حمل می‌کنند. این حاملها، عبارتند از گلوئونها، که ذراتی اند با جرم صفر و اسپین یک.

از یک دیدگاه بنیادی، نیروی قوی بین هادرونها چیزی جزء یک اثر جنبی مربوط به نیروی رنگ نیست، تا حدود زیادی به همان صورت که نیروهای وان در والس بین مولکولها یک اثر جنبی نیروی الکترومغناطیسی به‌شمار می‌آید. تشابه بین مکانیسم زیربنایی این نیروی قوی و نیروی وان در والس، به تشابه بین تغییرات این نیروها با فاصله می‌انجامد؛ به این مطلب قبلاً در بخش ۳۰۹ اشاره شده است.

نیروی رنگ دارای یک خاصیت بسیار بارز است. تمام نیروهای بنیادی مندرج در جدول ۵-۱۱، با افزایش فاصله کاهش پیدا می‌کنند؛ اما نیروی رنگ ثابت می‌ماند و حتی با افزایش فاصلهٔ بین کوارکها افزایش می‌یابد. این نحوهٔ رفتار نیرو سبب می‌شود که کوارکها مقید باشند. مثلاً، اگر یکی از کوارکهای یک پروتون بر اثر ضربه شدید یک برخورد، تا حدودی از هم‌نشینانش دور شود، ربایش رنگی، به محض پایان یافتن برخورد، آن را به سوی موقعیت اولیه‌اش باز پس می‌کشد. ولی، نیروی رنگ حرکت نسبتاً آزادانهٔ کوارکها را داخل محدودهٔ معینی مجاز می‌دارد. این وضعیت با عبارتهای قابل تجسم «بردگی فروسرخ» و «آزادی فرابنفشی» توصیف شده است؛ در این زمینه «فروسرخ» اشاره به فاصله‌های زیاد و «فرابنفش» اشاره به فواصل کوتاه دارد. به‌گونه‌ای خام، در مورد نیروی رنگ می‌توان پنداشت که مانند ریسمانی لاستیکی که کوارک را به هم‌نشینانش پیوند می‌زند، رفتار می‌کند. کوارک می‌تواند آزادانه در محدوده‌ای که توسط طول ریسمان مشخص می‌شود حرکت کند، اما اگر کوارک مسافتی بیشتر از این طول را بپیماید و ریسمان را بکشد، نیروهای بازگردانندهٔ کشسان قوی وارد عمل می‌شوند. در یک برخورد فوق‌العاده شدید، ممکن است کوارک چندان از هم‌نشینانش دور شود که انرژی ذخیره شده در برهم‌کنش رنگی برابر انرژی مورد نیاز برای

است که برخوردها سه فواره ایجاد کرده‌اند. اعتقاد بر این است که فواره سوم ناشی از گلوئون است که به وسیله یکی از کوارکها، با مکانیسمی مشابه با تابش فوتون توسط یک بار الکتریکی، تابیده شده است. انرژی این گلوئون سریعاً به خوشه‌ای از هادرونها تبدیل می‌شود، که به صورت فواره سوم مشاهده می‌شوند.

اصلاح دیگری که در مدل کوارکی به عمل آمد، به کمک نظریه الکتروضعیف که در بخش ۱۱-۴ توصیف شد، شکل گرفت. وقتی که این نظریه با مدل کوارکی ترکیب شود، آهنگ واپاشی ضعیف هادرونها را می‌توان از برهم‌کنشهای ضعیف کوارکها محاسبه کرد. متأسفانه این محاسبات در مورد واپاشی مربوط به K_L^0 به اختلافی جدی منجر شد، که حاصل آن آهنگ واپاشی فوق‌العاده زیادی به میونها بود؛ این امر با داده‌های تجربی مغایرت داشت. برای اجتناب از این مغایرت، نظریه پردازان پی‌بردند که فرض بر وجود یک کوارک دیگر علاوه بر سه کوارک u ، d ، و s ضروری است. این کوارک چهارم را کوارک افسون، یا c نامیدند. این کوارک با سایر کوارکها در یک کمیت (تقریباً) پایسته جدید به نام افسون تفاوت دارد.

آزمایش، فرض وجود کوارک c را خیلی زود تأیید کرد. در سال ۱۹۷۴، گروهی از پژوهشگران تجربی زیر نظر تینگ، در شتابدهنده بروکهاون و گروه مستقل دیگری زیر نظر ریشر* در شتابدهنده استنفورد به هنگام تحقیق درباره برخوردهای انرژی - بالا چندین ذره جدید کشف کردند: مزون J/ψ و چندین مزون ψ وابسته دیگر (به جدول ۱۱-۴ مراجعه کنید). این مزونها تشکیل شده‌اند از یک کوارک افسون و یک پادکوارک افسون که به همدیگر پیوند خورده‌اند. مشاهده شده است که مزونهای سنگینتر این خانواده به دو مزون D وامی‌باشد، که هر کدام از آنها از یک کوارک یا پادکوارک افسون و یک پادکوارک یا کوارک بالا یا پایین تشکیل شده است.

اما تولید مثل کوارکها به چهار کوارک متوقف نشد. در سال ۱۹۷۷ یک گروه از پژوهشگران تجربی در آزمایشگاه فرمی مزونهای Υ را کشف کردند. این مزونها پرچمترین هادرونهايي هستند که تاکنون شناخته شده‌اند (جدول ۱۱-۴). به نظر می‌رسد که این هادرونها حاوی یک کوارک خیلی سنگین از نوعی جدید و پادکوارک آن باشند که به هم پیوند شده‌اند. این کوارک نوع پنجم را کوارک b یا

* ساموئل چائو چونگ تینگ (Samuel Chao Chang Ting)، ۱۹۳۶ - ، بارتون ریشر (Burt on Richter)، ۱۹۳۱ - ، فیزیکدانان امریکایی، به ترتیب استادان انستیتو تکنولوژی ماساچوست و دانشگاه استنفورد. به خاطر کشف J/ψ جایزه نوبل ۱۹۷۶ به آنها اعطاء شد.

نامیدند که به آن یک کمیت پایسته به نام ته‌بودگی نسبت داده شده است. برخی شواهد تجربی جدید و موقتی حاکی از وجود یک کوارک ششم است، که آن را با s ، یا t نشانه‌گذاری می‌کنند، که به آنها هم یک کمیت پایسته دیگر به نام سر‌بودگی نسبت داده می‌شود. پیش‌بینی‌های نظری دربارهٔ وجود این کوارک ششم قبلاً در یک مقایسه بین کوارکها و لپتونها به عمل آمده بود. همان‌گونه که در بخش ۱۱-۶ اشاره شد، اعتقاد بر این است که لپتونها ذراتی بنیادی‌اند، در حالی که هادرونها ذرات مرکبی هستند که از کوارکهای بنیادی ساخته شده‌اند. به نظر می‌رسد که بین لپتونهای بنیادی و کوارکهایی که تا همان حد بنیادی هستند، شباهتی وجود داشته باشد: چون شش لپتون وجود دارد، باید شش کوارک نیز وجود داشته باشد (در این محاسبه رنگ شمارش نمی‌شود).

جدول ۹-۱۱ شش کوارک

کوارک	جرم*	بار الکتریکی	شگفتی	افسونی	ته‌بودگی	سر‌بودگی
u	$5\text{MeV}/c^2$	$2/3$	۰	۰	۰	۰
d	۹	$-1/3$	۰	۰	۰	۰
s	۱۸۰	$-1/3$	۱	۰	۰	۰
c	۱۵۰۰	$2/3$	۰	۱	۰	۰
b	۴۸۰۰	$-1/3$	۰	۰	۱	۰
t	~ 40000	$2/3$	۰	۰	۰	۱

* جرم کوارک بستگی به مقیاس فاصله (انرژی) ای دارد که در آن اندازه‌گیری می‌شود. مقادیر داده شده در این جدول برای فواصل کوتاه مناسبند.

در جدول ۹-۱۱ شش گونهٔ کوارک درج شده است: بالا، پایین، شگفت، افسون، ته، و سر. این گونه‌ها را گاهی گونه‌های «چاشنی» کوارکها هم می‌گویند. هرگونهٔ چاشنی در سه گونهٔ رنگی ظاهر می‌شود: سرخ، سبز، و آبی. به‌علاوه، برای هر چاشنی کوارک، یک پادکوارک موجود است، که آنها هم در سه گونهٔ پادرنج ظاهر می‌شوند: پادسرخ، پادسبز، و پادآبی. حال اگر همهٔ این کوارکها را بشماریم، پی می‌بریم که کلاً ۳۶ گونه متمایز کوارک و پادکوارک داریم. اما به نظر می‌رسد که تولید مثل کوارکها در اینجا متوقف نمی‌شود؛ نظریه پردازان طرحهایی با چندین دوجین کوارک چاشنی ارائه کرده‌اند که همگی در گونه‌های رنگی متفاوت و همراه با پادکوارکهایشان آمده‌اند. این تولید مثل بیش از حد کوارکها به این فکر منجر شد که شاید کوارکها، آن خشتهای ساختمانی بنیادی ماده نباشند. بعضی طرحهای نظری جدید می‌گویند که کوارکها را از واحدهای کوچکتری بسازند، و به این واحدهای کوچکتر نامهای مختلفی مانند پریکوارکها، پریونها، یا ریشونها

اطلاق می‌کنند. آیا هرگز به پایان جستجوی خود برای یافتن اجزای بنیادی ماده خواهیم رسید؟

خلاصه فصل ۱۱

برد نیرو که به وسیلهٔ حامل آن تعیین می‌شود:

$$\frac{\hbar}{mc}$$

ذرات:

لپتونها

باریونها
هادرونها

بوزونهای واسط

برهم‌کنشها:

شدتها: 10^{-28}	گرانشی
10^{-6}	ضعیف
10^{-2}	الکترومغناطیسی
۱	قوی

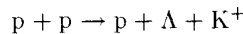
کمیت‌های پایسته:

مطلق: انرژی	تقریبی: ایزوسپین
تکانه	شگفتی یا فوق بار
تکانه زاویه‌ای	باریته P
بار الکتریکی	باریته C
عدد باریونی (?)	باریته G
عدد لپتونی	باریته CP

کوارکها:

مسائل

۱. یک الکترون و یک پادالکترون با تکانه‌های نامساوی باهم برخورد و همدیگر را نابود می‌کنند. نشان دهید که یک تک فوتون گسیلیده نمی‌تواند تکانه هر دو ذره را حمل کند.
۲. سیکلوترون 70 cm نموده شده در شکل $70\text{ - }11$ دوترون را تا انرژی 5 MeV شتاب می‌دهد. چه میدان مغناطیسی لازم است تا این سیکلوترون دوترونهايي با این انرژی را در مداري به قطر 70 cm نگه دارد.
۳. در تواترون آزمایشگاه فرمی، پروتوئهایی با تکانه $1000\text{ GeV}/c$ یا $1\text{ TeV}/c$ ، در مداري به شعاع یک کیلومتر حرکت می‌کنند. میدان مغناطیسی مورد نیاز برای نگهداری پروتونها در این مدار چقدر است؟ بسامد حرکت چقدر است؟
۴. فرض کنید یک الکترون $22(10^7)$ که از شتابدهنده خطی استانفورد خارج می‌شود، و ادا شود با یک سیگنال نوری در یک مسیر مستقیم به طول 100 متر مسابقه دهد. در پایان مسابقه، سیگنال نوری چقدر از الکترون جلوتر خواهد بود؟
۵. ذرات لاندا $\Lambda(1116)$ و کایونها باید در واکنشهایی به صورت زیر تولید شوند



- بنابر فرمول نسبیتی مربوط به انرژی قابل استفاده در مرکز جرم، حداقل انرژی جنبشی مورد نیاز برای پروتون فرود آمده بر یک پروتون ساکن چقدر است؟
۶. یک ذره با انرژی جنبشی K ، با ذره ساکنی با همان جرم برخورد می‌کند. نشان دهید که، بنابر قوانین حاکم بر فیزیک غیرنسبیتی نیوتونی، انرژی جنبشی خالص هریک از دو ذره نسبت به چارچوب مرجعی که همراه با مرکز جرم حرکت می‌کند، برابر $K/2$ است.
 ۷. تعداد کل باریونهای شناخته شده مندرج در جدول $30\text{ - }11$ ، چقدر است؟ تعداد کل مزونهای شناخته شده مندرج در جدول $40\text{ - }11$ چقدر است؟ تعداد کل ذرات شناخته شده، مشتمل بر باریونها و پادباریونها، مزونها و پادمزونها، لپتونها و پادلپتونها چقدر است؟
 ۸. برد برهم‌کنش ضعیف را از جرم بوزونهای W^\pm که در جدول $60\text{ - }11$ درج

شده است، محاسبه کنید.

۹. فرض کنید که میانگین عمر پروتون 10^{23} سال است. در جرم 10^3 تن آب

در هر سال، چند پروتون وامی باشد؟

۱۰. کدام یک از واکنشهای زیر بنا بر یک قانون بقای مطلق ممنوع است؟

$$\pi^+ + p \rightarrow \Lambda + K^0$$

$$K^- + p \rightarrow K^- + p + \pi^0$$

$$\pi^- + \eta \rightarrow \pi^- + \pi^0 + \pi^0$$

$$K^- + \eta \rightarrow \Sigma^- + \pi^0$$

$$e + \nu \rightarrow \pi^- + \pi^0$$

۱۱. آیا فوق بار در واکنشهای زیر پایسته است؟

$$\pi^+ + \eta \rightarrow \Lambda + K^+$$

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$$

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$$

۱۲. ذره Ξ^- بنا بر واکنش

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$$

و نیز بر طبق واکنش

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda + \mu + \bar{\nu}_\mu$$

وامی باشد. هریک از این واکنشها از طریق چه برهمکنشی صورت

می پذیرد؟

۱۳. ذره Λ لاندای بر طبق چندین واکنش متفاوت وامی باشد، که از میان آنها چند

واکنش زیر را می توان ذکر کرد:

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$$

$$\Lambda \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^- + \gamma$$

هر کدام از این موارد از طریق چه برهمکنشی انجام می شود.

۱۴. رشته واکنشهای نموده شده در شکل ۳۰.۱۱ را در نظر بگیرید. برهم کنش دخیل در هر یک از مراحل این رشته را شناسایی کنید.

۱۵. پاریته هر کدام از تابع موجها در معادلات (۱۳۳.۶) تا (۱۳۷.۶) چیست؟

۱۶. جرم اعضای ده تایی باریونی از قاعده فاصله مساوی پیروی می کند: اختلاف جرم میان ردیفهای مجاور مساوی است. از قاعده فاصله مساوی برای پیش بینی جرم Ω^- قبل از کشف آن استفاده شد. با استفاده از جرم مربوط به سایر اعضای ده تایی (شکل ۲۸.۱۱)، پیش بینی شما برای جرم Ω^- چقدر است؟

۱۷. اگر از اختلاف جرم کوچک مربوط به چند تاییهای ایزوسپینی چشم ببوشیم، در آن صورت فقط چهار جرم متمایز در هشت تایی باریونی خواهیم داشت: جرم دوتایی نوکلئونی (m_N) ، سه تایی (m_Σ) ، تکی (m_Λ) ، و دوتایی (m_Ξ) . بنابراین راه هشتگانه این جرمها از فرمول جرم گلمان - اکوبو پیروی می کند

$$m_a = m_\cdot + m_1 Y + m_2 [T(T+1) - \frac{1}{4} Y^2]$$

که در اینجا a به جای N, Σ, Λ ، یا Ξ قرار می گیرد؛ T عدد کوانتومی ایزوسپینی متناظر است؛ Y فوق بار؛ m_\cdot, m_1, m_2 و m_3 ثابتند. نشان دهید که از این فرمول می توان نتیجه گرفت

$$(m_N + m_\Xi) = \frac{1}{4}(3m_\Lambda + m_\Sigma)$$

و این جوابهای نظری را با جرمهای اندازه گیری شده مقایسه کنید.

۱۸. الف) با واری شکل ۲۸.۱۱، نشان دهید که ایزواسپین و فوق بار اعضای ده تایی باریونی به کمک رابطه $T = (1/2)Y + 1$ با همدیگر مربوط می شوند.

ب) این رابطه در فرمول جرم گلمان - اکوبو، مسئله ۱۷، بنشانید و نشان دهید که یک فرمول جرم به صورت $m_a + m'_1 + m'_2 Y$ نتیجه می شود، که با قاعده فاصله مساوی بیان شده در مسئله ۱۶ انطباق دارد.

۱۹. هر کدام از ذرات $p, n, \Sigma^+, \Sigma^-, \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^+, \Xi^0$ و Ξ^- مربوط به هشت تایی باریونی از سه کوارک تشکیل شده است. سه کوارک متعلق به هر کدام از آنها را برشمرید.

۲۰. هر کدام از ذرات $K^+, K^-, \pi^+, \pi^-, K^+, K^0$ و \bar{K}^0 مربوط به هشت تایی

مزونی شامل یکی از کوارکهای u ، d ، یا s و یک پادکوارک است. کوارک و پادکوارک داخل هرکدام از ذرات بالا را برشمرید.

۲۱. ذره π^0 از یک کوارک و یک پادکوارک تشکیل یافته است. کدام ترکیبهای کوارک - پادکوارکی مجازند؟

۲۲. بنابر مدل کوارکی، گشتاور مغناطیسی پروتون $3/2$ برابر گشتاور مغناطیسی کوارک u است و گشتاور مغناطیسی نوترون عبارت است از $1-$ برابر گشتاور مغناطیسی کوارک u . آیا این پیش‌بینیها با مقادیر اندازه‌گیری شده مربوط به گشتاور مغناطیسی پروتون و نوترون سازگار است؟

بیوست ۱
بهترین مقادیر مربوط به ثابتهای بنیادی

این مقادیر را کهن و تایلور تحت نظارت گروه موظف ثابتهای بنیادی CODATA، گرد آورده‌اند. این مجموعه را CODATA رسماً پذیرفته است. منابعی که برای این گردآوری به‌کار رفته، به قرار زیرند: J. Phys. Chem. Ref. Data, Vol.2, No.4, P. 663(1973) و CODATA Bulletin No. 11(December 1973).

یکایها		عدم قطعیت (قسمت در میلیون)	مقدار عددی*	نماد	کمیت
CGS	**SI				
10^7 cm.s^{-1}	$m.s^{-1}$	۰٫۰۰۲	۲۹۹۷۹۲۴۵۸(۱٫۲)	c	سرعت نور در خلا
	10^{-7} H.m^{-1}		4π	μ_0	تراوایی خلا
	10^{-7} H.m^{-1}		$= 12,566370614$		
	$10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$	۰٫۰۰۸	۸٫۸۵۴۱۸۷۸۱۸(۷۱)	ϵ_0	گذردهی خلا، $\frac{1}{\mu_0 c^2}$
10^{-2}	10^{-2}	۰٫۸۲	۷٫۲۱۷۳۵۰۶(۶۰)	α	ثابت ساختار ریز،
		۰٫۸۲	۱۳۷٫۰۳۶۰۴(۱۱)	α^{-1}	$[\mu_0 c^2 / 4\pi] (e^2 / \hbar c)$
10^{20} emu	10^{-19} C	۲٫۸	۱٫۶۰۲۱۸۹۲(۲۶)	e	بار بنیادی
10^{-10} esu		۲٫۸	۴٫۸۰۳۲۴۲(۱۴)		
10^{-27} erg.s	10^{-24} J.s	۵٫۴	۶٫۶۲۶۱۷۶(۳۶)	\hbar	ثابت پلانک
10^{-27} erg.s	10^{-24} J.s	۵٫۴	۱٫۰۵۴۵۸۸۷(۵۷)	$\hbar = h/2\pi$	
10^{23} mol^{-1}	10^{23} mol^{-1}	۵٫۱	۶٫۰۲۲۰۴۵(۳۱)	N_A	عدد آوگادرو
10^{-24} g	10^{-27} kg	۵٫۱	۱٫۶۶۰۵۶۵۵(۸۶)	u	یکای جرم اتمی
10^{-28} g	10^{-31} kg	۵٫۱	۹٫۱۰۹۵۳۴(۴۷)	m_e	جرم سکون الکترون
10^{-24} u	10^{-27} u	۰٫۳۸	۵٫۴۸۵۸۰۲۶(۳۱)		
10^{-24} g	10^{-27} kg	۵٫۱	۱٫۶۷۲۶۲۸۵(۸۶)	m_p	جرم سکون پروتون
u	u	۰٫۰۱۱	۱٫۰۰۷۲۷۶۴۷۰(۱۱)		
		۰٫۳۸	۱۸۳۶٫۱۵۱۵۲(۷۰)	m_p/m_e	نسبت جرم پروتون به جرم الکترون
10^{-24} g	10^{-27} kg	۵٫۱	۱٫۶۷۴۹۵۴۳(۸۶)	m_n	جرم سکون نوترون
u	u	۰٫۰۳۷	۱٫۰۰۸۶۶۵۰۱۲(۳۷)		
10^7 emu.g^{-1}	$10^{11} \text{ c.kg}^{-1}$	۲٫۸	۱٫۷۵۸۸۰۴۷(۴۹)	e/m_e	نسبت بار به جرم الکترون
$10^{17} \text{ esu.g}^{-1}$		۲٫۸	۵٫۲۷۲۷۶۴(۱۵)		
10^{-7} G.cm^2	10^{-15} Wb	۲٫۶	۲٫۰۶۷۸۵۰۶(۵۴)	Φ_0	کوآنتوم شار مغناطیسی،
$10^{-7} \text{ erg.s.emu}^{-1}$	$10^{-15} \text{ J.S.C}^{-1}$	۲٫۶	۴٫۱۳۵۷۰۱(۱۱)	h/e	$[c]^{-1} (hc/4e)$
$10^{-12} \text{ erg.s.esu}^{-1}$		۲٫۶	۱٫۳۷۹۵۲۱۵(۳۶)		
	$10^{14} \text{ Hz.V}^{-1}$	۲٫۶	۴٫۸۲۵۹۲۹(۱۳)	$2e/h$	نسبت بسامد - ولتاژ جوزفسون
erg.s.g^{-1}	$10^{-4} \text{ J.S.kg}^{-1}$	۱٫۶	۳٫۶۳۶۹۴۵۵(۶۰)	$h/2m_e$	کوآنتوم چرخش
erg.s.g^{-1}	$10^{-4} \text{ J.s.kg}^{-1}$	۱٫۶	۷٫۲۷۳۸۹۱(۱۲)	h/m_e	
$10^{23} \text{ emu.mol}^{-1}$	10^4 C.mol^{-1}	۲٫۸	۹٫۶۴۸۲۵۶(۲۷)	F	ثابت فاراد، $N_A e$
$10^{14} \text{ esu.mol}^{-1}$		۲٫۸	۲٫۸۱۲۵۳۲۲(۸۲)		

یکای		عدم قطعیت	مقدار عددی *	نماد	کمیت
CGS	SI	(نسبت در میلیون)			
10^5cm^{-1}	10^6m^{-1}	۰٫۰۷۵	$1,097373177(82)$	R_∞	ثابت ریبرگ، $(\mu_e c^2 / 4\pi)^2 (m_e c^2 / 4\pi h^2 c)$
10^{-1}cm	10^{-11}m	۰٫۸۲	$5,2917706(44)$	a_0	شعاع بور، $(\mu_e c^2 / 4\pi)^{-1} (h^2 / m_e e^2)$ $= \alpha / 4\pi R_\infty$
10^{-12}cm	10^{-15}m	۲٫۵	$2,8179280(70)$	$re = a_0 \lambda_c$	شعاع کلاسیکی الکترون
10^{-22}cm^2	10^{-28}m^2	۲٫۹	$0,6652428(23)$	σ_e	$(\mu_e c^2 / 4\pi)(e^2 / m_e c^2) = a^2 / 4\pi R_\infty$ سطح مقطع تامسون، $(8 / 3\pi r_e^2)$
		۰٫۰۰۲۵	$1,0011596567(25) g_e / 2 = \mu_e / \mu_B$		ضریب g - الکترون آزاد یا گشتاور مغناطیسی الکترون برحسب مگتون بور
		۰٫۳۱	$1,00116616(31)$	$g_\mu / 2$	ضریب g - میون آزاد یا گشتاور مغناطیسی میون بر حسب یکای $(e\hbar / 2m_\mu c)$
$10^{-21} \text{erg} \cdot \text{G}^{-1}$	$10^{-22} \text{J} \cdot \text{T}^{-1}$	۲٫۹	$9,2740078(36)$	μ_B	مگتون بور، $[c](e\hbar / 2m_e c)$
$10^{-21} \text{erg} \cdot \text{G}^{-1}$	$10^{-22} \text{J} \cdot \text{T}^{-1}$	۳٫۹	$9,284832(36)$	μ_e	گشتاور مغناطیسی الکترون
$10^8 \text{S}^{-1} \cdot \text{G}^{-1}$	$10^8 \text{S}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$	۲٫۸	$2,6751301(75)$	γ'_p	نسبت زیرو مغناطیسی
$10^7 \text{Hz} \cdot \text{G}^{-1}$	$10^7 \text{Hz} \cdot \text{T}^{-1}$	۲٫۸	$2,257602(12)$	$\gamma'_p / 2\pi$	پروتونها در H_2O
$10^7 \text{S}^{-1} \cdot \text{G}^{-1}$	$10^8 \text{S}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$	۲٫۸	$2,6751987(75)$	γ_p	γ'_p تصحیح شده به خاطر خاصیت دیامغناطیسی H_2O
$10^7 \text{Hz} \cdot \text{G}^{-1}$	$10^7 \text{Hz} \cdot \text{T}^{-1}$	۲٫۸	$2,257711(12)$	$\gamma_p / 2\pi$	گشتاور مغناطیسی پروتونهای H_2O برحسب مگتون بور
10^{-2}	10^{-2}	۰٫۰۶۶	$1,521099322(10)$	μ'_p / μ_B	گشتاور مغناطیسی پروتون برحسب مگتون بور
10^{-2}	10^{-2}	۰٫۰۱۱	$1,521032209(16)$	μ_p / μ_B	نسبت گشتاور مغناطیسی الکترون به پروتون
		۰٫۰۱۰	$658,2106880(66)$	μ_e / μ_p	نسبت گشتاور مغناطیسی الکترون به پروتون
$10^{-22} \text{erg} \cdot \text{G}^{-1}$	$10^{-23} \text{J} \cdot \text{T}^{-1}$	۳٫۹	$1,4106171(55)$	μ_p	گشتاور مغناطیسی پروتون
		۰٫۲۸	$2,792847340(11)$	μ'_p / μ_N	گشتاور مغناطیسی پروتونهای آب برحسب مگتون هسته‌ای
		۰٫۲۸	$2,79284756(11)$	μ_p / μ_N	μ'_p / μ_N تصحیح شده به خاطر خاصیت دیامغناطیسی H_2O
$10^{-22} \text{erg} \cdot \text{G}^{-1}$	$10^{-23} \text{J} \cdot \text{T}^{-1}$	۳٫۹	$5,050822(20)$	μ_N	مگتون هسته‌ای، $[c](e\hbar / 2m_p c)$
		۲٫۳	$3,1833402(72)$	μ_μ / μ_p	نسبت گشتاور مغناطیسی میون به پروتون
$10^{-22} \text{erg} \cdot \text{G}^{-1}$	$10^{-23} \text{J} \cdot \text{T}^{-1}$	۳٫۹	$4,290244(18)$	μ_μ	گشتاور مغناطیسی میون
		۲٫۳	$206,76865(27)$	m_μ / m_e	نسبت جرم میون به جرم الکترون
10^{-20}g	10^{-28}kg	۵٫۶	$1,883556(11)$	m_μ	جرم سکون میون
u	u	۲٫۳	$0,113241820(26)$		

یکای	مقدار عددی*	نماد	عدم قطعیت (قسمت در میلیون)	یکای	مقدار عددی*	نماد	کیت
CGS	SI			CGS	SI		
10^{-10} cm	10^{-12} m	λ_e	۱/۶	$2,4263089(40)$	$2,4263089(40)$	λ_e	طول موج کامبتون الکترون
10^{-11} cm	10^{-12} m	$\lambda_c = \frac{hc}{m_e c^2} = \alpha \lambda_e$	۱/۶	$2,486161905(64)$	$2,486161905(64)$	λ_c	$h/m_e c = \frac{\alpha^2}{2R_\infty}$
10^{-12} cm	10^{-16} m	λ_p/p	۱/۷	$1,32142099(22)$	$1,32142099(22)$	λ_p/p	طول موج کامبتون پروتون
10^{-12} cm	10^{-16} m	$\lambda_{e,p} = \lambda_{c,p}/2\pi$	۱/۷	$2,1030892(36)$	$2,1030892(36)$	$\lambda_{e,p}$	$h/m_p c$
10^{-12} cm	10^{-16} m	$\lambda_{c,n}$	۱/۷	$1,3195909(22)$	$1,3195909(22)$	$\lambda_{c,n}$	طول موج کامبتون نوترون
10^{-12} cm	10^{-16} m	$\lambda_{c,n} = \lambda_{c,n}/2\pi$	۱/۷	$2,1009941(36)$	$2,1009941(36)$	$\lambda_{c,n}$	$h/m_n c$
10^2 cm ³ .mol ⁻¹	10^{-2} m ³ .mol ⁻¹	V_m	۳۱	$22,714382(70)$	$22,714382(70)$	V_m	حجم مولی گاز کامل در شرایط متعارفی
10^9 erg.mol ⁻¹ .K ⁻¹	J.mol ⁻¹ .K ⁻¹	R	۳۱	$8,314471(26)$	$8,314471(26)$	R	ثابت مولی گاز
cm ³ .atm.mol ⁻¹ .K ⁻¹	10^{-5} m ³ .atm.mol ⁻¹ .K ⁻¹		۳۱	$8,20568(26)$	$8,20568(26)$		$T_c \equiv 273,15$ K; $P_c \equiv 101325$ Pa (آتمسفر ۱)
10^{-16} erg.K ⁻¹	10^{-23} J.K ⁻¹	k	۳۲	$1,38065852(44)$	$1,38065852(44)$	k	ثابت بولتزمن
10^{-6} erg.s ⁻¹ .cm ⁻² .K ⁻²	10^{-8} W.m ⁻² .K ⁻²	σ	۱۲۵	$5,670372(71)$	$5,670372(71)$	σ	ثابت استفان بولتزمن
10^{-6} erg.cm ² .s ⁻¹	10^{-16} W.m ²	C_v	۵,۲	$3,741832(20)$	$3,741832(20)$	C_v	ثابت تابش اولیه
cm.k	10^{-2} m.k	C_T	۳۱	$1,2247896(45)$	$1,2247896(45)$	C_T	ثابت تابش ثانویه
10^{-8} cm ³ .s ⁻² .g ⁻¹	10^{-11} m ³ .s ⁻² .kg ⁻¹	G	۶۱۵	$6,6720(41)$	$6,6720(41)$	G	ثابت گرانشی
		Λ	۵,۲	$1,020772(52)$	$1,020772(52)$	Λ	نسبت، یکای -KX به آنگستروم، $\Lambda = \lambda(\text{\AA})/\lambda(kxu)$
		Λ^*	۵,۶	$1,000205(56)$	$1,000205(56)$	Λ^*	نسبت، $\Lambda^* = \lambda(\text{\AA})/\lambda(A^*)$
							$\lambda(Wk\alpha) \equiv 0,2090100 A^*$

* توجه کنید که اعداد داخل پرانتزها عبارتند از عدم قطعیت به اندازه یک انحراف معیار در آخرین ارقام مقادیر ذکر شده، که بر مبنای سازگاری داخلی محاسبه شده است، که مقیاس جرم اتمی وحدت یافته ۱۲ C در سرتاسر جدول مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین توجه داشته باشید که U = یکای جرم اتمی، C = کولون، F = فاراد، G = گاوس، H = هانری، Hz = هرتز = دور بر ثانیه، J = ژول، K = کلوین (درجه کلوین)، Pa = پاسکال = T . N x m⁻² (تسلا ۱۰⁴ گاوس)، V = ولت، Wb = ویر = T x m²، و W = وات. در مواردی که برای ثابتها فرمولهایی ارائه شده است (مثلاً برای R_∞)، روابط به صورت حاصلضرب دو عامل نوشته شده است. عامل دوم، در داخل پرانتز، عبارتی است که فقط وقتی تمام کمیتهای در CGS بیان می‌شوند مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ در این موارد بار الکتریکی برحسب یکای الکتروستاتیکی بیان می‌شود. عامل اول، در داخل کرشه، فقط وقتی مورد استفاده قرار می‌گیرد که تمام کمیتهای برحسب یکاهای SI بیان می‌شوند. یادآوری می‌کنیم که به استثنای ثابتهای معین که به دقت به حساب آمده‌اند، عدم قطعیت این ثابتها به هم مرتبطند، و بنابراین در مواردی که محاسبه کمیتهای دیگری که متضمن دو یا چند تا از این ثابتهاست، باید از قانون کلی انتشار خطا استفاده کرد.

** کمیتهای بیان شده برحسب u و atm برای راحتی خواننده آمده است، این یکایها جز سیستم یکاهای بین‌المللی (SI) نیستند.
† به منظور اجتناب از ارائه یکاهای الکترومغناطیسی، و «الکتروستاتیکی» در دو ستون جداگانه، هر دو تحت یک سر ستون «یکاهای CGS» آورده شده‌اند. وقتی از این یکایها استفاده می‌کنید، باید به جای بار بنیادی e در ستون دوم به ترتیب e_m یا e_e را بنشانید.
‡ بنابر اندازه‌گیری جدید و دقیقتر $G = 6,6726(5) \times 10^{-11}$ m³.s⁻².kg⁻¹. عدم قطعیت این اندازه‌گیری ۶۵ قسمت در میلیون است.

ضرایب تبدیل انرژی و معادله‌ها

کمیّت	نشانه (علامت)	مقدار عددی*	یکایا	عدم قطعیت (جز در میلیون)
۱ کیلوگرم ($\text{kg} \cdot \text{c}^2$)		۸,۹۸۷۵۵۱۷۸۹(۷۲)	$۱۰^{۱۶} \text{J}$	۰,۰۰۸
۱ یکای جرم اتمی ($u \cdot \text{c}^2$)		۵,۶۰۹۵۴۵(۱۶)	$۱۰^{۲۱} \text{MeV}$	۲,۹
۱ جرم الکترونی ($m_e \cdot \text{c}^2$)		۱,۲۹۲۴۴۱۸(۷۷)	$۱۰^{-۱۰} \text{J}$	۵,۱
۱ جرم میونی ($m_\mu \cdot \text{c}^2$)		۹۳۱,۵۰۱۶(۲۶)	MeV	۲,۸
۱ جرم پروتونی ($m_p \cdot \text{c}^2$)		۸,۱۸۷۲۴۱(۴۲)	$۱۰^{۱۲} \text{J}$	۵,۱
۱ جرم نوترونی ($m_n \cdot \text{c}^2$)		۰,۵۱۱۰۰۳۴(۱۴)	MeV	۲,۸
۱ الکترون ولت		۱,۶۹۲۸۶۴۸(۹۶)	$۱۰^{-۱۱} \text{J}$	۵,۶
		۱۰,۵۶۵۹۴۸(۳۵)	MeV	۳,۳
		۱,۵۰۳۳۰۱۵(۷۷)	$۱۰^{-۱۰} \text{J}$	۵,۱
		۹۳۸,۲۷۹۶(۲۷)	MeV	۲,۸
		۱,۵۰۵۳۷۳۸(۷۸)	$۱۰^{-۱۰} \text{J}$	۵,۱
		۹۳۹,۵۷۳۱(۲۷)	MeV	
		۱,۶۰۲۱۸۹۲(۴۶)	$۱۰^{-۱۱} \text{J}$	۲,۹
		۲,۴۱۷۹۶۹۶(۶۳)	$۱۰^{-۱۲} \text{erg}$	۲,۹
	$1\text{eV}/h$	۸,۰۶۵۲۷۹(۲۱)	$۱۰^{۱۲} \text{Hz}$	۲,۶
	$1\text{eV}/hc$	۱,۱۶۰۲۵۰(۳۶)	$۱۰^۵ \text{m}^{-۱}$	۲,۶
	$1\text{eV}/k$	۱,۹۸۶۲۷۸(۱۱)	$۱۰^{۲} \text{cm}^{-۱}$	۳,۱
تبدیل ولتاژ- طول موج ، hc		۱,۲۳۹۸۵۲۰(۳۲)	$۱۰^{۲۵} \text{J} \cdot \text{m}$	۵,۲
ثابت ریدبرگ	$R_\infty hc$	۲,۱۷۹۹۰۷(۱۲)	$۱۰^{-۶} \text{eV} \cdot \text{m}$	۲,۶
		۱۳,۶۰۵۸۰۴(۳۶)	$۱۰^{-۱۸} \text{J}$	۵,۲
		۳,۲۸۹۸۴۲۰۰(۲۵)	$۱۰^{-۱۱} \text{erg}$	۲,۶
مگنتون بور	$R_\infty c$ $R_\infty hc/k$ μ_B	۱,۵۷۸۸۸۵(۴۹)	eV	۰,۰۷۵
		۹,۲۷۴۰۷۸(۳۶)	$۱۰^{-۱۵} \text{Hz}$	۳,۱
		۵,۷۸۸۳۷۸۵(۹۵)	$۱۰^{-۲۲} \text{J} \cdot \text{T}^{-۱}$	۳,۹
		۱۳۹۹۶۱۲۳(۳۹)	$۱۰^{-۵} \text{eV} \cdot \text{T}^{-۱}$	۱,۶
	μ_B/h	۴۶,۶۸۶۰۴(۱۳)	$۱۰^۷ \text{Hz} \cdot \text{T}^{-۱}$	۲,۸
	μ_B/hc	۰,۶۷۱۷۱۲(۲۱)	$\text{m}^{-۱} \cdot \text{T}^{-۱}$	۲,۸
	μ_B/k	۵,۵۰۵۸۲۴(۲۰)	$۱۰^{-۲} \text{cm}^{-۱} \cdot \text{T}^{-۱}$	۲,۸
مگنتون هسته‌ای	μ_N	۳,۱۵۲۴۵۱۵(۵۳)	$\text{K} \cdot \text{T}^{-۱}$	۳,۱
		۷,۶۲۲۵۳۲(۲۲)	$۱۰^{-۲۷} \text{J} \cdot \text{T}^{-۱}$	۳,۹
	μ_N/h	۲,۵۴۲۶۰۳۰(۷۲)	$۱۰^{-۸} \text{eV} \cdot \text{T}^{-۱}$	۱,۷
	μ_N/hc	۳,۶۵۸۲۶(۱۲)	$۱۰^۶ \text{Hz} \cdot \text{T}^{-۱}$	۲,۸
	μ_N/k		$۱۰^{-۲} \text{m}^{-۱} \cdot \text{T}^{-۱}$	۲,۸
			$۱۰^{-۲} \text{cm}^{-۱} \cdot \text{T}^{-۱}$	۲,۸
			$۱۰^{-۲} \text{K} \cdot \text{T}^{-۱}$	۳,۱

* این داده‌ها بر «تجنید نظر در خواص ذرات» که پارتیکل دیتا گروپ ، آوریل ۱۹۸۶ ، به عمل آورد مبتنی است.

پیوست ۲ ضرایب تبدیل

یکاهای مربوط به هر کمیت به ترتیب الفبایی آمده است، اما یکای SI همواره نخستین مدخل فهرست را تشکیل می‌دهد. همهٔ اعداد از «استاندارد ملی امریکا؛ متریک عملی» که انجمن مهندسان برق و الکترونیک امریکا (IEEE) در سال ۱۹۸۲ منتشر کرده‌اند، اقتباس شده است.

زاویه

$$۱ \text{ رادیان} = ۵۷,۳۰^\circ = ۳,۴۸۳ \times ۱۰^۳' = \frac{۱}{۲\pi} \text{ دور} = ۲,۰۶۳ \times ۱۰^۵''$$

$$۱ \text{ درجه} (^\circ) = ۱۰^{-۲} \times ۱,۷۴۵ \text{ رادیان} = ۶۰' = ۳۶۰۰'' = \frac{۱}{۳۶۰} \text{ دور}$$

$$۱ \text{ دقیقه قوس} (') = ۱۰^{-۴} \times ۲,۹۰۹ \text{ رادیان} = \frac{۱}{۶۰} \text{ درجه} = ۴,۶۳۰ \times ۱۰^{-۵} \text{ دور}$$

$$۶۰'' =$$

$$۱ \text{ دور (دور)} = ۲\pi \text{ رادیان} = ۳۶۰^\circ = ۱۰^۴' = ۲,۱۶۰ \times ۱۰^۶'' = ۱,۲۹۶$$

$$۱ \text{ ثانیه قوس} (") = ۱۰^{-۶} \times ۴,۸۴۸ \text{ رادیان}$$

$$= \frac{۱'}{۳۶۰۰} = \frac{۱''}{۶۰} = ۷,۷۱۶ \times ۱۰^{-۷} \text{ دور}$$

طول

$$۱ \text{ متر (m)} = ۱ \times ۱۰^{۱۰} \text{ \AA} = ۱۰۰ \text{ cm} = ۱ \times ۱۰^{۱۵} \text{ fm} = ۳,۲۸۱ \text{ ft}$$

$$= ۳۹,۳۷ \text{ in.} = ۱ \times ۱۰^۳ \text{ km} = ۱,۰۵۷ \times ۱۰^{-۱۶} \text{ سال نوری}$$

$$= ۱ \times ۱۰^۶ \text{ \mu m} = ۱ \times ۱۰^{-۴} \text{ mi} = ۶,۲۱۴ \times ۱۰^{-۴} \text{ یارد}$$

$$۱ \times ۱۰^۵ \text{ fm} = ۱ \times ۱۰^{-۸} \text{ cm} = ۱ \times ۱۰^{-۱۰} \text{ m} = (\text{\AA}) \text{ آنگستروم}$$

$$= ۳,۲۸۱ \times ۱۰^{-۱۰} \text{ ft} = ۱ \times ۱۰^{-۴} \text{ \mu m}$$

$$۱ \text{ سانتیمتر (cm)} = ۰,۰۱ \text{ متر} = ۱ \times ۱۰^۸ \text{ \AA} = ۱ \times ۱۰^{۱۳} \text{ fm}$$

$$= ۳,۲۸۱ \times ۱۰^{-۲} \text{ ft} = ۰,۳۹۳۷ \text{ in} = ۱ \times ۱۰^{-۵} \text{ km}$$

$$= ۱ \times ۱۰^۴ \text{ \mu m} = ۱,۰۵۷ \times ۱۰^{-۱۸} \text{ سال نوری}$$

$$۱ \text{ فرمی (fm)} = ۱ \times ۱۰^{-۱۵} \text{ m} = ۱ \times ۱۰^{-۱۳} \text{ cm} = ۱ \times ۱۰^{-۵} \text{ \AA}$$

$$۳,۰۴۸ \times ۱۰^۵ \mu\text{m} = ۱۲ \text{in} = ۳۰,۴۸ \text{cm} = ۰,۳۰۴۸ \text{m} = (\text{ft}) \text{ فوت } ۱$$

$$۱,۸۹۴ \times ۱۰^{-۲} \text{mi} =$$

$$\frac{۱}{۱۲} \text{ft} = ۲,۵۴ \text{cm} = ۲,۵۴ \times ۱۰^{-۲} \text{m} = (\text{in}) \text{ اینچ } ۱$$

$$\frac{۱}{۳۶} \text{yard} = ۲,۵۴ \times ۱۰^۴ \mu\text{m} =$$

$$۰,۶۲۱۴ \text{mi} = ۳,۲۸۱ \times ۱۰^۲ \text{ft} = ۱ \times ۱۰^۳ \text{m} = (\text{km}) \text{ کیلومتر } ۱$$

$$۱,۰۹۴ \times ۱۰^۲ \text{yard} =$$

$$۹,۴۶ \times ۱۰^{۱۷} \text{cm} = ۹,۴۶۱ \times ۱۰^{۱۵} \text{m} = \text{سال نوری } ۱$$

$$۵,۸۷۹ \times ۱۰^{۱۲} \text{mi} = ۹,۴۶۱ \times ۱۰^{۱۲} \text{km} =$$

$$۱ \times ۱۰^۴ \text{\AA} = ۱ \times ۱۰^{-۶} \text{m} = (\mu\text{m}) \text{ میکرون یا میکرومتر } ۱$$

$$۳,۹۳۷ \times ۱۰^{-۵} \text{in} = ۳,۲۸۱ \times ۱۰^{-۶} \text{ft} = ۱ \times ۱۰^{-۴} \text{cm} =$$

$$۵۲۸۰ \text{ft} = ۱,۶۰۹ \times ۱۰^۵ \text{cm} = ۱,۶۰۹ \times ۱۰^۳ \text{m} = (\text{mi}) \text{ مایل } ۱$$

$$۱۷۶۰ \text{yard} = ۱,۶۰۹ \text{km} =$$

$$\frac{۱}{۱۷۶۰} \text{mi} = ۳۶ \text{in} = ۳ \text{ft} = ۹۱,۴۴ \text{cm} = ۰,۹۱۴۴ \text{m} = (\text{yd}) \text{ یارد } ۱$$

زمان

$$۱ \text{ ثانیه } (s) = ۱,۱۵۷ \times ۱۰^{-۵} \text{ روز} = \frac{۱}{۳۶۰۰} \text{ ساعت} = \frac{۱}{۶۰} \text{ دقیقه}$$

$$= ۱,۱۶۱ \times ۱۰^{-۵} \text{ روز نجومی} = ۳,۱۶۹ \times ۱۰^{-۸} \text{ سال}$$

$$۱ \text{ روز} = ۸,۶۴۰ \times ۱۰^۴ \text{ ثانیه} = ۲۴ \text{ ساعت} = ۱۴۴۰ \text{ دقیقه} = ۱,۰۰۳ \text{ روز}$$

$$= ۲,۷۳۸ \times ۱۰^{-۲} \text{ سال نجومی}$$

$$۱ \text{ ساعت } (h) = ۳۶۰۰ \text{ ثانیه} = \frac{۱}{۲۴} \text{ روز} = ۶۰ \text{ دقیقه} = ۱,۱۴۱ \times ۱۰^{-۲} \text{ سال}$$

$$۱ \text{ دقیقه } (min) = ۶۰ \text{ ثانیه} = ۶,۹۴۴ \times ۱۰^{-۲} \text{ روز} = \frac{۱}{۶۰} \text{ ساعت}$$

$$= ۱,۹۰۱ \times ۱۰^{-۶} \text{ سال}$$

$$۱ \text{ روز نجومی} = ۸,۶۱۶ \times ۱۰^۴ \text{ ثانیه} = ۰,۹۹۷۳ \text{ روز} = ۲۳,۹۳ \text{ ساعت}$$

$$= ۱,۴۳۶ \times ۱۰^۲ \text{ دقیقه} = ۲,۷۳۰ \times ۱۰^{-۲} \text{ سال}$$

$$۱ \text{ سال } (yr) = ۳,۱۵۶ \times ۱۰^۷ \text{ ثانیه} = ۳۶۵,۲۴ \text{ روز} = ۸,۷۶۶ \times ۱۰^۲ \text{ ساعت}$$

$$= ۵,۲۵۹ \times ۱۰^۵ \text{ دقیقه} = ۳۶۶,۲۴ \text{ روز نجومی}$$

جرم

$$1 \text{ کیلوگرم (kg)} = 10^{24} \text{ u} = 6,024 \times 10^{23} \text{ u} = 10^3 \text{ گرم} = 1 \text{ تن}$$

$$= 35,27 \text{ اونس} - \text{جرم} = 2,205 \text{ پوند} - \text{جرم} = 10^{-2} \times 1,102 \text{ تن} - \text{جرم}$$

$$\text{کوچک} = 6,852 \times 10^{-2} \text{ اسلاگ}$$

$$1 \text{ یکای جرم اتمی (u)} = 10^{-27} \times 1,6605 \text{ کیلوگرم}$$

$$= 10^{-24} \times 1,6605 \text{ گرم}$$

$$1 \text{ گرم (g)} = 10^{-3} \times 10^{23} \text{ u} = 6,024 \times 10^{20} \text{ u} = 10^{-6} \text{ تن}$$

$$= 3,527 \times 10^{-2} \text{ اونس} - \text{جرم} = 2,205 \times 10^{-2} \text{ پوند} - \text{جرم}$$

$$= 10^{-6} \times 1,102 \text{ تن} - \text{جرم کوچک} = 6,852 \times 10^{-5} \text{ اسلاگ}$$

$$1 \text{ تن متریک (t)} = 10^3 \times 10^3 \text{ کیلوگرم} = 10^6 \text{ گرم} = 10^3 \times 2,205 \text{ پوند}$$

$$- \text{جرم} = 1,102 \text{ تن} - \text{جرم کوچک} = 6,852 \text{ اسلاگ}$$

$$1 \text{ پوند} - \text{جرم} * = 0,4536 \text{ کیلوگرم} = 453,6 \text{ گرم} = 10^{-4} \times 4,536 \text{ تن}$$

$$= 16 \text{ اونس} - \text{جرم} = \frac{1}{2000} \text{ تن} - \text{جرم کوچک} = 3,108 \times 10^{-2} \text{ اسلاگ}$$

$$1 \text{ اسلاگ} = 14,59 \text{ کیلوگرم} = 10^4 \times 1,459 \text{ گرم} = 32,17 \text{ پوند} - \text{جرم}$$

مساحت

$$1 \text{ مترمربع (m}^2\text{)} = 10^4 \text{ cm}^2 = 10,76 \text{ ft}^2 = 10^2 \text{ in}^2 \times 1,550$$

$$1 \text{ پارس} = 10^{-24} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ سانتیمترمربع (cm}^2\text{)} = 10^{-4} \text{ m}^2 = 10^{-2} \text{ ft}^2 \times 1,076$$

$$= 155,0 \text{ in}^2$$

$$1 \text{ فوت مربع (ft}^2\text{)} = 10^{-2} \text{ m}^2 = 9,290 \text{ cm}^2 = 144 \text{ in}^2$$

$$1 \text{ اینچ مربع (in}^2\text{)} = 10^{-4} \text{ m}^2 = 6,452 \text{ cm}^2 = \frac{1}{144} \text{ ft}^2$$

حجم

$$1 \text{ مترمکعب (m}^3\text{)} = 10^6 \text{ cm}^3 = 35,31 \text{ ft}^3 = 10^3 \text{ لیتر}$$

$$= 10^3 \times 1 \text{ لیتر}$$

* این یکا پوند (تجارتی) «اوردپوز» است. پوند «سنٹی» یا «عطاری» برابر 0,3732 کیلوگرم یا 0,8229 پوند اورد پوز است.

$$= 3,531 \times 10^{-5} \text{ft}^3 = 1 \times 10^{-6} \text{m}^3 = (\text{cm}^3) \text{ ۱ سانتیمتر مکعب}$$

$$1 \times 10^{-2} = 6,102 \times 10^{-2} \text{in}^3 = \text{لیتر}$$

$$2,832 \times 10^3 \text{cm}^3 = 2,832 \times 10^{-2} \text{m}^3 = (\text{ft}^3) \text{ ۱ فوت مکعب}$$

$$28,32 = 1728 \text{in}^3 = \text{لیتر}$$

$$16,39 \text{cm}^3 = 1,639 \times 10^{-5} \text{m}^3 = (\text{in}^3) \text{ ۱ اینچ مکعب}$$

$$5,787 \times 10^{-2} \text{ft}^3 =$$

$$3,531 \times 10^{-2} \text{ft}^3 = 1000 \text{cm}^3 = 1 \times 10^{-2} \text{m}^3 = (\text{l}) \text{ ۱ لیتر}$$

چگالی

$$6,243 \times 10^{-2} = 1 \times 10^{-3} \text{g/cm}^3 = (\text{kg/m}^3) \text{ ۱ کیلوگرم بر متر مکعب}$$

$$3,613 \times 10^{-5} = \text{پوند} - \text{جرم بر فوت مکعب}$$

$$1,940 \times 10^{-2} = \text{اسلاگ بر فوت مکعب}$$

$$1 \text{ گرم بر سانتیمتر مکعب} = 1 \times 10^3 \text{kg/m}^3 = (\text{g/cm}^3)$$

$$3,613 \times 10^{-2} = \text{پوند} - \text{جرم بر اینچ مکعب} = 1,940$$

$$\text{اسلاگ بر فوت مکعب}$$

$$1,602 \times 10^{-2} \text{g/cm}^3 = 16,02 \text{kg/m}^3 = \text{پوند} - \text{جرم بر فوت مکعب}$$

$$3,108 \times 10^{-2} = \text{اسلاگ بر فوت مکعب}$$

$$32,17 = 515,4 \text{g/cm}^3 = 515,4 \text{kg/m}^3 = \text{اسلاگ بر فوت مکعب}$$

$$32,17 = \text{پوند} - \text{جرم بر فوت مکعب}$$

سرعت

$$3,600 \text{km/h} = 3,281 \text{ft/s} = 100 \text{cm/s} = (\text{m/s}) \text{ ۱ متر بر ثانیه}$$

$$2,237 \text{mi/h} =$$

$$3,281 \times 10^{-2} \text{ft/s} = 0,1 \text{m/s} = (\text{cm/s}) \text{ ۱ سانتیمتر بر ثانیه}$$

$$1,097 \text{km/h} = 30,48 \text{cm/s} = 0,3048 \text{m/s} = (\text{ft/s}) \text{ ۱ فوت بر ثانیه}$$

$$0,6818 \text{mi/h} =$$

$$27,78 \text{cm/s} = 0,2778 \text{m/s} = (\text{km/h}) \text{ ۱ کیلومتر در ساعت}$$

$$0,6214 \text{mi/h} = 0,9113 \text{ft/s} =$$

$$۴۴٫۷۰ \text{ cm/s} = ۰٫۴۴۷۰ \text{ m/s} = (\text{mi/h})$$

$$۱٫۶۰۹ \text{ km/h} =$$

شتاب

$$۱ \text{ متر بر مجذور ثانیه} = ۱۰۰ \text{ cm/s}^2 = (\text{m/s}^2) = ۳٫۲۸۱ \text{ ft/s}^2 = ۰٫۱۰۲۰ \text{ جی}$$

$$۱ \text{ سانتیمتر بر مجذور ثانیه} = (\text{cm/s}^2) = ۰٫۰۱ \text{ m/s}^2$$

$$۱۰^{-۲} \text{ ft/s}^2 = ۳٫۲۸۱ \times ۱۰^{-۲} = ۰٫۱۰۲۰ \text{ جی}$$

$$۱ \text{ فوت بر مجذور ثانیه} = (\text{ft/s}^2) = ۰٫۳۰۴۸ \text{ m/s}^2 = ۳۰٫۴۸ \text{ cm/s}^2$$

$$۱۰^{-۲} \times ۳٫۱۰۸ \text{ جی}$$

$$۱ \text{ جی} = ۹۸۰٫۷ \text{ cm/s}^2 = ۳۲٫۱۷ \text{ ft/s}^2 = ۹٫۸۰۷ \text{ m/s}^2$$

نیرو

$$۱ \text{ نیوتون (N)} = ۱ \times ۱۰^۵ = ۰٫۱۰۲۰ \text{ کیلوگرم نیرو} = ۰٫۲۲۴۸ \text{ پوند}$$

$$۱ \text{ دین} = ۱ \times ۱۰^{-۵} \text{ N} = ۱۰^{-۶} \times ۱٫۰۲۰ \text{ کیلوگرم نیرو} = ۲٫۲۴۸ \times ۱۰^{-۶} \text{ پوند}$$

$$۱ \text{ کیلوگرم نیرو (kp)} = ۹٫۸۰۷ \text{ N} = ۱۰^۵ \times ۹٫۸۰۷ \text{ دین} = ۲٫۲۰۵ \text{ پوند}$$

$$۱ \text{ پوند (lb)} = ۴٫۴۴۸ \text{ N} = ۱۰^۵ \times ۴٫۴۴۸ \text{ دین} = ۰٫۴۵۳۶ \text{ کیلوگرم نیرو}$$

$$۱ \text{ تن کوچک} = ۱۰^۳ \text{ N} = ۸٫۸۹۶ \times ۱۰^۸ = ۸٫۸۹۶ \text{ دین} = ۹۰۷٫۲ \text{ کیلوگرم}$$

$$۲۰۰۰ \text{ پوند} = \text{نیرو}$$

انرژی

$$۱ \text{ ژول (J)} = ۹٫۴۷۸ \times ۱۰^{-۲} \text{ Btu} = ۰٫۲۳۸۸ \text{ cal} = ۱ \times ۱۰^۷ \text{ ارگ}$$

$$۱ \text{ eV} = ۱۰^{۱۸} \times ۶٫۲۴۲ = ۰٫۷۳۷۶ \text{ فوت-پوند} = ۲٫۷۷۸ \times ۱۰^{-۷} \text{ kW.h}$$

$$۱ \text{ یکای گرمایی بریتانیایی (Btu)} = ۱۰^۳ \text{ J} = ۱٫۰۵۵ \times ۲۵۲٫۰ \text{ cal}$$

$$۱۰^{۱۰} \times ۱٫۰۵۵ \text{ ارگ} = ۷۷۸٫۲ \text{ فوت-پوند} = ۲٫۹۳۱ \times ۱۰^{-۲} \text{ kW.h}$$

$$۳,۹۶۸ \times ۱۰^{-۲} \text{Btu} = ۴,۱۸۷ \text{J} = * (\text{cal}) \text{ کالری } ۱$$

$$۱ \times ۱۰^{-۲} \text{kcal} = \text{فوت یوند } ۳,۰۸۸ = ۴,۱۸۷ \times ۱۰^۷ = \text{ارگ}$$

$$۱,۱۶۳ \times ۱۰^{-۶} \text{kW.h} =$$

$$۲,۳۸۸ \times ۱۰^{-۸} \text{cal} = ۹,۴۷۸ \times ۱۰^{-۷} \text{Btu} = ۱ \times ۱۰^{-۷} \text{J} = \text{ارگ } ۱$$

$$۷,۳۷۶ \times ۱۰^{-۸} = ۶,۲۴۲ \times ۱۰^{۱۱} \text{eV} = \text{فوت یوند}$$

$$۲,۷۷۸ \times ۱۰^{-۱۲} \text{kW.h} =$$

$$۱ \text{ الکترون ولت (eV)} = ۱,۶۰۲ \times ۱۰^{-۱۹} \text{J} = ۱,۶۰۲ \times ۱۰^{-۱۲} = \text{ارگ}$$

$$۱,۱۸۲ \times ۱۰^{-۱۹} = \text{فوت یوند}$$

$$۰,۳۲۳۹ \text{cal} = ۱,۲۸۵ \times ۱۰^{-۲} \text{Btu} = ۱,۳۵۶ \text{J} = (\text{ft.lb}) \text{ فوت یوند } ۱$$

$$۳,۷۶۶ \times ۱۰^{-۷} \text{kW.h} = ۸,۴۶۴ \times ۱۰^{۱۸} \text{eV} = ۱,۳۵۶ \times ۱۰^۷ = \text{ارگ}$$

$$۳۴۱۲ \text{Btu} = ۳,۶۰۰ \times ۱۰^۶ \text{J} = (\text{kW.h}) \text{ کیلووات ساعت } ۱$$

$$۲,۶۵۵ \times ۱۰^۶ = ۳,۶ \times ۱۰^{۱۲} = ۸,۵۹۸ \times ۱۰^۵ \text{cal} = \text{فوت یوند}$$

توان

$$۱ \text{ وات (W)} = ۰,۲۳۸۸ \text{cal/s} = ۱ \times ۱۰^۷ = \text{ارگ بر ثانیه} = ۰,۷۳۷۶ \text{ فوت یوند بر ثانیه}$$

$$۱,۳۴۱ \times ۱۰^{-۲} \text{hp} =$$

$$۱ \text{ کالری بر ثانیه (cal/s)} = ۴,۱۸۷ \text{W} = ۴,۱۸۷ \times ۱۰^۷ = \text{ارگ بر ثانیه}$$

$$۳,۰۸۸ = \text{فوت یوند بر ثانیه} = ۵,۶۱۵ \times ۱۰^{-۲} \text{hp} =$$

$$۱ \text{ ارگ بر ثانیه (erg/s)} = ۱ \times ۱۰^{-۷} \text{W} = ۲,۳۸۸ \times ۱۰^{-۸} \text{cal/s} =$$

$$۷,۳۷۶ \times ۱۰^{-۸} = \text{فوت یوند بر ثانیه} = ۱,۳۴۱ \times ۱۰^{-۱۰} \text{hp} =$$

$$۱ \text{ فوت یوند بر ثانیه (ft.lb/s)} = ۱,۳۵۶ \text{W} = ۰,۳۲۳۹ \text{cal/s} =$$

$$۱,۸۱۸ \times ۱۰^{-۲} \text{hp} = ۱,۳۵۶ \times ۱۰^۷ \text{erg/s} =$$

$$۱ \text{ اسب بخار (hp)} = ۷۴۵/۷ \text{W} = ۱۷۸,۱ \text{cal/s} = ۵۵۰ \text{ فوت بر یوند بر ثانیه}$$

$$۱ \text{ کیلووات (kW)} = ۱ \times ۱۰^۳ \text{W} = ۲۳۸,۸ \text{cal/s} = ۷۳۷,۶ \text{ فوت یوند بر ثانیه}$$

$$۱,۳۴۱ \text{ hp} =$$

* این کالری از «جدول بین المللی» اقتباس شده است، که دقیقاً برابر است با ۴,۱۸۶۸ ژول.

مقادیر دیگری هم برای کالری معرفی شده اند؛ مثلاً کالری گرمایشیایی که برابر ۴,۱۸۴ ژول

فشار

$$\begin{aligned}
 1 \text{ نیوتون بر متر مربع (N/m}^2\text{)}, \text{ یا پاسکال (Pa)} &= 9,869 \times 10^{-6} \text{ اتمسفر} \\
 &= 7,501 \times 10^{-2} \text{ سانتیمتر جیوه} = 10 \text{ دین بر سانتیمتر مربع} \\
 &= 2,089 \times 10^{-2} \text{ پوند بر فوت مربع} = 1,450 \times 10^{-4} \text{ پوند بر اینچ مربع} \\
 &= 7,501 \times 10^{-2} \text{ تُر یا میلیمتر جیوه}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ اتمسفر (atm)} &= 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 76,00 \text{ سانتیمتر جیوه} \\
 &= 1,013 \times 10^6 \text{ دین بر سانتیمتر مربع} = 2,116 \times 10^{12} \text{ پوند بر فوت مربع} \\
 &= 14,70 \text{ پوند بر اینچ مربع}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ سانتیمتر جیوه (cmHg)} &= 1,333 \times 10^3 \text{ N/m}^2 = 1,316 \times 10^{-2} \\
 \text{اتمسفر} &= 1,333 \times 10^4 \text{ دین بر سانتیمتر مربع} = 27,85 \text{ پوند بر فوت مربع} \\
 &= 0,1934 \text{ پوند بر اینچ مربع} = 10 \text{ میلیمتر جیوه}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ دین بر سانتیمتر مربع (dyne/cm}^2\text{)} &= 0,1 \text{ N/m}^2 = 9,869 \times 10^{-7} \\
 \text{اتمسفر} &= 7,501 \times 10^{-5} \text{ سانتیمتر جیوه} = 2,089 \times 10^{-2} \text{ پوند بر فوت مربع} \\
 &= 1,450 \times 10^{-5} \text{ پوند بر اینچ مربع}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ کیلوگرم نیرو بر سانتیمتر مربع (kp/cm}^2\text{)} &= 10^4 \text{ N/m}^2 = 9,807 \times 10^4 \\
 &= 0,9678 \text{ اتمسفر} = 9,807 \times 10^5 \text{ دین بر سانتیمتر مربع} = 14,22 \text{ پوند بر اینچ مربع}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ پوند بر اینچ مربع (lb/in}^2\text{ یا psi)} &= 6,895 \times 10^3 \text{ N/m}^2 \\
 &= 6,805 \times 10^{-2} \text{ اتمسفر} = 6,895 \times 10^4 \text{ دین بر سانتیمتر مربع} \\
 &= 7,031 \times 10^{-2} \text{ کیلوگرم نیرو بر سانتیمتر مربع}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ تُر، یا میلیمتر جیوه (mmHg)} &= 1,333 \times 10^2 \text{ N/m}^2 = 0,1 \text{ سانتیمتر جیوه}
 \end{aligned}$$

بار الکتریکی *

$$\begin{aligned}
 1 \text{ کولن (C)} &\Leftrightarrow 2,998 \times 10^9 \text{ استات کولن، یا یکای الکتروستاتیکی بار} \Leftrightarrow 0,1 \\
 &\text{آب کولن، یا یکای الکترومغناطیسی بار}
 \end{aligned}$$

* ابعاد کمیت‌های الکتریکی بیان شده در یکاهای SI، یکاهای الکتروستاتیکی (esu)، و یکاهای الکترومغناطیسی (emu) متفاوتند؛ بنابراین ارتباط بین این یکاها باید به صورت تناظر منظور شود (\Leftrightarrow) و نه تساوی (=).

جریان الکتریکی

۱ آمپر (A) $\Leftrightarrow 10^9 \times 2,998$ استات آمپر، یا یکای الکتروستاتیکی جریان
 $\Leftrightarrow 0,1$ آب آمپر، یا یکای الکترومغناطیسی جریان

پتانسیل الکتریکی

۱ ولت (V) $\Leftrightarrow 10^{-2} \times 3,336$ استات ولت، یا یکای الکتروستاتیکی پتانسیل
 $\Leftrightarrow 10^8 \times 1$ آب ولت، یا یکای الکترومغناطیسی پتانسیل

میدان الکتریکی

۱ ولت بر متر (V/m) $\Leftrightarrow 10^{-5} \times 3,336$ استات ولت بر سانتیمتر $\Leftrightarrow 10^6 \times 1$
 آب ولت بر سانتیمتر

میدان مغناطیسی

۱ تسلا (T)، یا وبر بر متر مربع (Wb/m²) $\Leftrightarrow 10^4 \times 1$ گاوس

مقاومت الکتریکی

۱ اهم (Ω) $\Leftrightarrow 10^{-12} \times 1,113$ استات اهم، یا یکای الکتروستاتیکی مقاومت
 $\Leftrightarrow 10^9 \times 1$ آب اهم، یا یکای الکترومغناطیسی مقاومت

مقاومت ویژه الکتریکی

۱ اهم-متر ($\Omega.m$) $\Leftrightarrow 10^{-10} \times 1,113$ استات اهم-سانتیمتر $\Leftrightarrow 10^{11} \times 1$
 آب اهم-سانتیمتر

ظرفیت

۱ فاراد (F) $\Leftrightarrow 10^{11} \times 8,988$ استات فاراد، یا یکای الکتروستاتیکی ظرفیت
 $\Leftrightarrow 10^{-9} \times 1$ آب فاراد، یا یکای الکترومغناطیسی ظرفیت

القایدگی

۱ هانری (H) $\Leftrightarrow 10^{-12} \times 1,113$ استات هانری، یا یکای الکتروستاتیکی
 القایدگی $\Leftrightarrow 10^9 \times 1$ آب هانری، یا یکای الکترومغناطیسی القایدگی

جدول تناوبی عناصر شیمیایی *

0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
IA	IIA		VIII										IIIB		IIB		IIIA		IVA		VA		VIA		VIIA		0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																
1 H 1.0079			21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe	55 Cs	56 Ba	57-71 Rare Earths	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn	87 Fr	88 Ra	89-103 Actinides	104 Rf	105 Ha	106 Nh	107 Ts	108 Og	109 Uue	110 Uub	111 Uut	112 Uuq	113 Uup	114 Uuq	115 Uup	116 Uuq	117 Uup	118 Uuo	119 Uuq	120 Uup	121 Uuq	122 Uup	123 Uuq	124 Uup	125 Uuq	126 Uup	127 Uuq	128 Uup	129 Uuq	130 Uup	131 Uuq	132 Uup	133 Uuq	134 Uup	135 Uuq	136 Uup	137 Uuq	138 Uup	139 Uuq	140 Uup	141 Uuq	142 Uup	143 Uuq	144 Uup	145 Uuq	146 Uup	147 Uuq	148 Uup	149 Uuq	150 Uup	151 Uuq	152 Uup	153 Uuq	154 Uup	155 Uuq	156 Uup	157 Uuq	158 Uup	159 Uuq	160 Uup	161 Uuq	162 Uup	163 Uuq	164 Uup	165 Uuq	166 Uup	167 Uuq	168 Uup	169 Uuq	170 Uup	171 Uuq	172 Uup	173 Uuq	174 Uup	175 Uuq	176 Uup	177 Uuq	178 Uup	179 Uuq	180 Uup	181 Uuq	182 Uup	183 Uuq	184 Uup	185 Uuq	186 Uup	187 Uuq	188 Uup	189 Uuq	190 Uup	191 Uuq	192 Uup	193 Uuq	194 Uup	195 Uuq	196 Uup	197 Uuq	198 Uup	199 Uuq	200 Uup	201 Uuq	202 Uup	203 Uuq	204 Uup	205 Uuq	206 Uup	207 Uuq	208 Uup	209 Uuq	210 Uup	211 Uuq	212 Uup	213 Uuq	214 Uup	215 Uuq	216 Uup	217 Uuq	218 Uup	219 Uuq	220 Uup	221 Uuq	222 Uup	223 Uuq	224 Uup	225 Uuq	226 Uup	227 Uuq	228 Uup	229 Uuq	230 Uup	231 Uuq	232 Uup	233 Uuq	234 Uup	235 Uuq	236 Uup	237 Uuq	238 Uup	239 Uuq	240 Uup	241 Uuq	242 Uup	243 Uuq	244 Uup	245 Uuq	246 Uup	247 Uuq	248 Uup	249 Uuq	250 Uup	251 Uuq	252 Uup	253 Uuq	254 Uup	255 Uuq	256 Uup	257 Uuq	258 Uup	259 Uuq	260 Uup	261 Uuq	262 Uup	263 Uuq	264 Uup	265 Uuq	266 Uup	267 Uuq	268 Uup	269 Uuq	270 Uup	271 Uuq	272 Uup	273 Uuq	274 Uup	275 Uuq	276 Uup	277 Uuq	278 Uup	279 Uuq	280 Uup	281 Uuq	282 Uup	283 Uuq	284 Uup	285 Uuq	286 Uup	287 Uuq	288 Uup	289 Uuq	290 Uup	291 Uuq	292 Uup	293 Uuq	294 Uup	295 Uuq	296 Uup	297 Uuq	298 Uup	299 Uuq	300 Uup	301 Uuq	302 Uup	303 Uuq	304 Uup	305 Uuq	306 Uup	307 Uuq	308 Uup	309 Uuq	310 Uup	311 Uuq	312 Uup	313 Uuq	314 Uup	315 Uuq	316 Uup	317 Uuq	318 Uup	319 Uuq	320 Uup	321 Uuq	322 Uup	323 Uuq	324 Uup	325 Uuq	326 Uup	327 Uuq	328 Uup	329 Uuq	330 Uup	331 Uuq	332 Uup	333 Uuq	334 Uup	335 Uuq	336 Uup	337 Uuq	338 Uup	339 Uuq	340 Uup	341 Uuq	342 Uup	343 Uuq	344 Uup	345 Uuq	346 Uup	347 Uuq	348 Uup	349 Uuq	350 Uup	351 Uuq	352 Uup	353 Uuq	354 Uup	355 Uuq	356 Uup	357 Uuq	358 Uup	359 Uuq	360 Uup	361 Uuq	362 Uup	363 Uuq	364 Uup	365 Uuq	366 Uup	367 Uuq	368 Uup	369 Uuq	370 Uup	371 Uuq	372 Uup	373 Uuq	374 Uup	375 Uuq	376 Uup	377 Uuq	378 Uup	379 Uuq	380 Uup	381 Uuq	382 Uup	383 Uuq	384 Uup	385 Uuq	386 Uup	387 Uuq	388 Uup	389 Uuq	390 Uup	391 Uuq	392 Uup	393 Uuq	394 Uup	395 Uuq	396 Uup	397 Uuq	398 Uup	399 Uuq	400 Uup	401 Uuq	402 Uup	403 Uuq	404 Uup	405 Uuq	406 Uup	407 Uuq	408 Uup	409 Uuq	410 Uup	411 Uuq	412 Uup	413 Uuq	414 Uup	415 Uuq	416 Uup	417 Uuq	418 Uup	419 Uuq	420 Uup	421 Uuq	422 Uup	423 Uuq	424 Uup	425 Uuq	426 Uup	427 Uuq	428 Uup	429 Uuq	430 Uup	431 Uuq	432 Uup	433 Uuq	434 Uup	435 Uuq	436 Uup	437 Uuq	438 Uup	439 Uuq	440 Uup	441 Uuq	442 Uup	443 Uuq	444 Uup	445 Uuq	446 Uup	447 Uuq	448 Uup	449 Uuq	450 Uup	451 Uuq	452 Uup	453 Uuq	454 Uup	455 Uuq	456 Uup	457 Uuq	458 Uup	459 Uuq	460 Uup	461 Uuq	462 Uup	463 Uuq	464 Uup	465 Uuq	466 Uup	467 Uuq	468 Uup	469 Uuq	470 Uup	471 Uuq	472 Uup	473 Uuq	474 Uup	475 Uuq	476 Uup	477 Uuq	478 Uup	479 Uuq	480 Uup	481 Uuq	482 Uup	483 Uuq	484 Uup	485 Uuq	486 Uup	487 Uuq	488 Uup	489 Uuq	490 Uup	491 Uuq	492 Uup	493 Uuq	494 Uup	495 Uuq	496 Uup	497 Uuq	498 Uup	499 Uuq	500 Uup	501 Uuq	502 Uup	503 Uuq	504 Uup	505 Uuq	506 Uup	507 Uuq	508 Uup	509 Uuq	510 Uup	511 Uuq	512 Uup	513 Uuq	514 Uup	515 Uuq	516 Uup	517 Uuq	518 Uup	519 Uuq	520 Uup	521 Uuq	522 Uup	523 Uuq	524 Uup	525 Uuq	526 Uup	527 Uuq	528 Uup	529 Uuq	530 Uup	531 Uuq	532 Uup	533 Uuq	534 Uup	535 Uuq	536 Uup	537 Uuq	538 Uup	539 Uuq	540 Uup	541 Uuq	542 Uup	543 Uuq	544 Uup	545 Uuq	546 Uup	547 Uuq	548 Uup	549 Uuq	550 Uup	551 Uuq	552 Uup	553 Uuq	554 Uup	555 Uuq	556 Uup	557 Uuq	558 Uup	559 Uuq	560 Uup	561 Uuq	562 Uup	563 Uuq	564 Uup	565 Uuq	566 Uup	567 Uuq	568 Uup	569 Uuq	570 Uup	571 Uuq	572 Uup	573 Uuq	574 Uup	575 Uuq	576 Uup	577 Uuq	578 Uup	579 Uuq	580 Uup	581 Uuq	582 Uup	583 Uuq	584 Uup	585 Uuq	586 Uup	587 Uuq	588 Uup	589 Uuq	590 Uup	591 Uuq	592 Uup	593 Uuq	594 Uup	595 Uuq	596 Uup	597 Uuq	598 Uup	599 Uuq	600 Uup	601 Uuq	602 Uup	603 Uuq	604 Uup	605 Uuq	606 Uup	607 Uuq	608 Uup	609 Uuq	610 Uup	611 Uuq	612 Uup	613 Uuq	614 Uup	615 Uuq	616 Uup	617 Uuq	618 Uup	619 Uuq	620 Uup	621 Uuq	622 Uup	623 Uuq	624 Uup	625 Uuq	626 Uup	627 Uuq	628 Uup	629 Uuq	630 Uup	631 Uuq	632 Uup	633 Uuq	634 Uup	635 Uuq	636 Uup	637 Uuq	638 Uup	639 Uuq	640 Uup	641 Uuq	642 Uup	643 Uuq	644 Uup	645 Uuq	646 Uup	647 Uuq	648 Uup	649 Uuq	650 Uup	651 Uuq	652 Uup	653 Uuq	654 Uup	655 Uuq	656 Uup	657 Uuq	658 Uup	659 Uuq	660 Uup	661 Uuq	662 Uup	663 Uuq	664 Uup	665 Uuq	666 Uup	667 Uuq	668 Uup	669 Uuq	670 Uup	671 Uuq	672 Uup	673 Uuq	674 Uup	675 Uuq	676 Uup	677 Uuq	678 Uup	679 Uuq	680 Uup	681 Uuq	682 Uup	683 Uuq	684 Uup	685 Uuq	686 Uup	687 Uuq	688 Uup	689 Uuq	690 Uup	691 Uuq	692 Uup	693 Uuq	694 Uup	695 Uuq	696 Uup	697 Uuq	698 Uup	699 Uuq	700 Uup	701 Uuq	702 Uup	703 Uuq	704 Uup	705 Uuq	706 Uup	707 Uuq	708 Uup	709 Uuq	710 Uup	711 Uuq	712 Uup	713 Uuq	714 Uup	715 Uuq	716 Uup	717 Uuq	718 Uup	719 Uuq	720 Uup	721 Uuq	722 Uup	723 Uuq	724 Uup	725 Uuq	726 Uup	727 Uuq	728 Uup	729 Uuq	730 Uup	731 Uuq	732 Uup	733 Uuq	734 Uup	735 Uuq	736 Uup	737 Uuq	738 Uup	739 Uuq	740 Uup	741 Uuq	742 Uup	743 Uuq	744 Uup	745 Uuq	746 Uup	747 Uuq	748 Uup	749 Uuq	750 Uup	751 Uuq	752 Uup	753 Uuq	754 Uup	755 Uuq	756 Uup	757 Uuq	758 Uup	759 Uuq	760 Uup	761 Uuq	762 Uup	763 Uuq	764 Uup	765 Uuq	766 Uup	767 Uuq	768 Uup	769 Uuq	770 Uup	771 Uuq	772 Uup	773 Uuq	774 Uup	775 Uuq	776 Uup	777 Uuq	778 Uup	779 Uuq	780 Uup	781 Uuq	782 Uup	783 Uuq	784 Uup	785 Uuq	786 Uup	787 Uuq	788 Uup	789 Uuq	790 Uup	791 Uuq	792 Uup	793 Uuq	794 Uup	795 Uuq	796 Uup	797 Uuq	798 Uup	799 Uuq	800 Uup	801 Uuq	802 Uup	803 Uuq	804 Uup	805 Uuq	806 Uup	807 Uuq	808 Uup	809 Uuq	810 Uup	811 Uuq	812 Uup	813 Uuq	814 Uup	815 Uuq	816 Uup	817 Uuq	818 Uup	819 Uuq	820 Uup	821 Uuq	822 Uup	823 Uuq	824 Uup	825 Uuq	826 Uup	827 Uuq	828 Uup	829 Uuq	830 Uup	831 Uuq	832 Uup	833 Uuq	834 Uup	835 Uuq	836 Uup	837 Uuq	838 Uup	839 Uuq	840 Uup	841 Uuq	842 Uup	843 Uuq	844 Uup	845 Uuq	846 Uup	847 Uuq	848 Uup	849 Uuq	850 Uup	851 Uuq	852 Uup	853 Uuq	854 Uup	855 Uuq	856 Uup	857 Uuq	858 Uup	859 Uuq	860 Uup	861 Uuq	862 Uup	863 Uuq	864 Uup	865 Uuq	866 Uup	867 Uuq	868 Uup	869 Uuq	870 Uup	871 Uuq	872 Uup	873 Uuq	874 Uup	875 Uuq	876 Uup	877 Uuq	878 Uup	879 Uuq	880 Uup	881 Uuq	882 Uup	883 Uuq	884 Uup	885 Uuq	886 Uup	887 Uuq	888 Uup	889 Uuq	890 Uup	891 Uuq	892 Uup	893 Uuq	894 Uup	895 Uuq	896 Uup	897 Uuq	898 Uup	899 Uuq	900 Uup	901 Uuq	902 Uup	903 Uuq	904 Uup	905 Uuq	906 Uup	907 Uuq	908 Uup	909 Uuq	910 Uup	911 Uuq	912 Uup	913 Uuq	914 Uup	915 Uuq	916 Uup	917 Uuq	918 Uup	919 Uuq	920 Uup	921 Uuq	922 Uup	923 Uuq	924 Uup	925 Uuq	926 Uup	927 Uuq	928 Uup	929 Uuq	930 Uup	931 Uuq	932 Uup	933 Uuq	934 Uup	935 Uuq	936 Uup	937 Uuq	938 Uup	939 Uuq	940 Uup	941 Uuq	942 Uup	943 Uuq	944 Uup	945 Uuq	946 Uup	947 Uuq	948 Uup	949 Uuq	950 Uup	951 Uuq	952 Uup	

پیوست ۴ ایزوتوپها

در جدول زیر تمام ایزوتوپها و تمام ایزومرهای (حالت‌های هسته‌ای برانگیخته) شناخته شده با طول عمر یک ثانیه یا بیشتر را برمی‌شمریم.

ستون اول هر صفحه شامل عدد اتمی Z ، علامت شیمیایی، و عدد جرمی A مربوط به هر ایزوتوپ یا ایزومر است (حرف m بعد از عدد جرمی ایزومر به شمار می‌آید).

ستون دوم اسپین و پاریتتهٔ ذاتی (+ یا -) هسته را نشان می‌دهد. ستون سوم اختلاف Δ ، بین جرم اتمی و $(1u) \times A$ را به دست می‌دهد که برحسب MeV بیان شده است. چون $1\text{MeV} \approx 1.073535 \times 10^{-2}u$ معادل $1.073535 \times 10^{-2}u$ است، جرم اتمی عبارت است از

$$M = A \times (1u) + \Delta \times 1.073535 \times 10^{-2}u$$

مثلاً، در مورد ^{16}O ، مقدار Δ برابر است با -4.737MeV ، به طوری که

$$M = 16 \times (1u) - 4.737 \times 1.073535 \times 10^{-2}u = 15.99491466u$$

در ستون چهارم فراوانی نسبی ایزوتوپهای طبیعی یا نیمه عمر ایزوتوپهایی که به طور مصنوعی تولید شده‌اند، آمده است. عدد *ایرانیک* سمت راست، عدم قطعیت در آخرین رقم اعشاری را نشان می‌دهد، مثلاً، فراوانی ^{16}O برابر 99.762% و عدم قطعیت آن $\pm 0.15\%$ است.

ستون پنجم نمادهای واپاشی را نشان می‌دهد. اغلب نمادهای این ستون خود گویای نحوه واپاشی اند. ϵ حاکی از گیراندازی الکترون یا واپاشی β^+ است، IT گذر ایزومری از یک حالت برانگیخته به حالت برانگیخته دیگر را نشان می‌دهد، SF مبین شکافت خود به خودی است، و نمادهای مرکب، مانند ϵP یک واپاشی اولیه را نشان می‌دهد که یک واپاشی تأخیری ثانوی به دنبال آن می‌آید.

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
0 n 1	1/2+	8.071	10.25 m 20	β^-
1 H 1	1/2+	7.289	99.985% 1	
2 3	1+	13.136	0.015% 1	
3 4	1/2+	14.950	12.33 y 6	β^-
3 2	2-	25.840		
2 He 3	1/2+	14.931	0.000138% 3	
4 4	0+	2.425	99.999862% 3	
5 5	3/2-	11.390	0.60 MeV 2	n, α
6 6	0+	17.592	806.7 ms 15	β^-
7 7	3/2-	26.110	160 keV 30	n
8 8	0+	31.598	119.0 ms 15	β^- , β^-n 16%
9 9	0+	40.810		n
3 Li 4	5	25.120		
5 5	3/2-	11.680	≈ 1.5 MeV	p, α
6 6	1+	14.086	7.5% 2	
7 7	3/2-	14.907	92.5% 2	
8 8	2+	20.945	838 ms 6	$\beta^-2\alpha$
9 9	3/2-	24.954	178.3 ms 4	β^- , β^-n 49.5%
10 10		33.830	1.2 MeV 3	n
11 11	(1/2-)	40.900	8.7 ms 1	β^- , β^-n 60.8%, β^-t 0.01%
4 Be 6	0+	18.374	92 keV 6	p, α
7 7	3/2-	15.769	53.29 d 7	ϵ
8 8	0+	4.942	6.8 eV 17	2 α
9 9	3/2-	11.348	100%	
10 10	1+	12.607	1.610 y 2	β^- , β^-n 3.1%
11 11	1/2+	20.174	13.81 s 8	β^- , $\beta^-n < 1\%$
12 12	0+	25.077	24.4 ms 30	β^- , $\beta^-n < 1\%$
13 13		34.950s		
14 14	0+	41.020s		
5 B 7	(3/2-)	27.870	1.3 MeV 2	p, α
8 8	2-	22.920	771 ms 3	$\epsilon2\alpha$
9 9	3/2-	12.416	0.54 keV 21	p2 α
10 10	3+	12.051	19.9% 2	
11 11	3/2-	8.668	80.1% 2	
12 12	1+	13.370	20.20 ms 2	β^- , $\beta^-3\alpha$ 1.58%
13 13	3/2-	16.562	17.36 ms 16	β^- , β^-n 0.28%
14 14	2-	23.664	16.1 ms 12	β^-
15 15		28.970		
16 16		37.640s		
17 17		44.010s		
6 C 8	0+	35.095	230 keV 50	α , p
9 9	(3/2-)	28.913	126.5 ms 3	$\epsilon p2\alpha$
10 10	0+	15.702	19.255 s 53	ϵ
11 11	3/2-	10.650	20.385 m 20	ϵ
12 12	0+		98.90% 3	
13 13	1/2-	3.125	1.10% 3	β^-
14 14	3+	3.020	5730 y 40	β^-
15 15	1/2+	9.873	2.449 s 5	β^-
16 16	0+	13.694	0.747 s 8	β^- , $\beta^-n \geq 98.8\%$
17 17		21.030		
18 18	0+	24.890		

1

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
11 Na 21	3/2+	-2.189	22.48 s 3	ϵ
22 22	3+	-5.185	2.602 y 7	ϵ
23 23	3/2+	-9.531	100%	
24 24	4+	-6.419	15.020 h 2	β^-
24m 24m	1+	-7.947	20.18 ms 10	IT, $\beta^- \approx 0.003\%$
25 25	5/2+	-9.359	59.6 s 7	β^-
26 26	3+	-6.906	1.072 s 9	β^-
27 27	5/2+	-5.650	302 ms 7	β^- , β^-n 0.08%
28 28	1+	-1.140	30.5 ms 4	β^- , β^-n 0.58%
29 29	3/2	2.640	42.9 ms 15	β^- , β^-n 15.1%
30 30	2	8.200	53 ms 3	β^- , β^-n 33%
31 31		11.810	16.9 ms 7	β^- , β^-n 30%
32 32		16.530	13.5 ms 15	β^- , β^-n 39%
33 33		21.450	8.0 ms 6	β^- , β^-n 77%
34 34		26.640	5.5 ms 6	β^- , β^-n
35 35			1.5 ms 5	β^- , β^-n
12 Mg 20	0+	17.572	0.1 s	ϵ , ϵp
21 21	(3/2, 5/2)	10.914	122 ms 3	ϵ , ϵp 29.3%
22 22	0+	-0.397	3.857 s 9	ϵ
23 23	3/2+	-5.473	11.317 s 11	ϵ
24 24	0+	-13.933	78.99% 3	
25 25	5/2+	-13.192	19.90% 1	
26 26	0+	-16.214	11.01% 2	
27 27	1/2+	-14.586	9.462 m 11	β^-
28 28	0+	-15.019	20.90 h 3	β^-
29 29	3/2+	-10.728	1.38 s 13	β^-
30 30	0+	-9.100		β^-
31 31	0+	-9.790s	0.23 s 3	β^- , β^-n 1.7%
32 32	0+	-1.770	120 ms 20	β^- , β^-n 2.7%
33 33		3.930s	90 ms 20	β^- , β^-n 17%
34 34	0+	6.940s	20 ms 10	β^- , β^-n
35 35		13.550s		
13 Al 22	4+	18.040	70 ms	ϵ , ϵp
23 23		6.857	0.47 s 3	ϵ , ϵp
24 24	4+	-0.055	2.066 s 10	ϵ , ϵn 0.0067%
25 25	1+	0.384	130 ms 4	IT 93%, ϵ 7%, ϵn
26 26	5/2+	-8.915	7.183 s 12	ϵ
27 27	5+	-12.120	7.210 s 3	ϵ
28 28	0+	-11.992	6.345 s 3	ϵ
29 29	5/2+	-17.197	100%	
30 30	3+	-16.851	2.2406 m 5	β^-
31 31	5+	-18.215	6.56 m 6	β^-
32 32	3+	-15.890	3.60 m 6	β^-
33 33	(3/2, 5/2)	-15.090	0.644 s 25	β^-
34 34	1+	-11.180s	35 ms 5	
35 35		-9.270s		
36 36		-4.360s		
37 37		-1.440s		
38 38		3.910s		
14 Si 24	0+	10.755	0.10 s	ϵ , ϵp
25 25	5/2+	3.827	220 ms 3	ϵ , ϵp
26 26	0+	-7.144	2.210 s 21	ϵ
27 27	5/2+	-12.385	4.16 s 2	ϵ
28 28	0+	-21.492	92.23% 1	

3

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
6 C 19	0+	32.760s		
20 20		38.030s		
7 N 11	3/2-	39.700s		
12 12	1/2-	24.910	0.74 MeV 10	p
13 13	1+	17.338	11.000 ms 16	ϵ , $\epsilon3\alpha$ 3.44%
14 14	1/2-	5.345	9.965 m 4	ϵ
15 15	1+	2.863	99.634% 9	
16 16	1/2-	0.101	0.366% 9	
17 17	2+	5.882	7.13 s 2	β^- , β^-n 0.0012%
18 18	1/2-	7.871	4.173 s 4	β^- , β^-n 95%
19 19	1-	13.117	624 ms 12	β^-
20 20		15.873		
21 21		22.100s		
22 22		26.050s		
8 O 12	0+	32.060	400 keV 250	p
13 13	(3/2-)	23.111	8.90 ms 20	ϵ
14 14	0+	8.007	70.606 s 18	ϵ
15 15	1/2-	2.856	122.24 s 16	ϵ
16 16	0+	-4.737	99.762% 15	
17 17	5/2+	-0.809	0.038% 3	
18 18	0+	-0.782	0.200% 12	
19 19	5/2+	3.332	26.91 s 8	β^-
20 20	0+	3.796	13.51 s 5	β^-
21 21		8.130	3.4 s 5	β^-
22 22		9.440		
23 23	0+	17.460s		
9 F 14	3/2-	33.610s		
15 15	(1/2+)	16.770	1.0 MeV 2	p
16 16	(0-)	10.880	40 keV 20	p
17 17	3/2+	1.951	64.49 s 16	ϵ
18 18	1+	0.873	109.77 m 5	ϵ
19 19	1/2+	-1.487	100% 3	
20 20	2+	-0.017	11.00 s 2	β^-
21 21	5/2+	-0.048	4.32 s 3	β^-
22 22	(3, 4)	2.830	4.23 s 4	β^-
23 23	(3/2, 5/2)	3.350	2.23 s 14	β^-
24 24		8.750s		
25 25		12.540s		
10 Ne 16	0+	23.989	≈ 50 keV	p
17 17	1/2-	16.480	109.0 ms 10	ϵ , ϵp
18 18	0+	5.319	1.672 s 5	ϵ
19 19	1/2+	1.751	17.22 s 2	ϵ
20 20	0+	-7.046	90.51% 9	
21 21	3/2+	-5.735	0.27% 2	
22 22	0+	-8.027	9.22% 9	
23 23	5/2+	-5.195	37.24 s 12	β^-
24 24	0+	-5.950	3.38 s 2	β^-
25 25	(1/2, 3/2)	-2.160	602 ms 8	β^-
26 26	0+	0.440		
27 27		6.750s		
11 Na 18		25.320s		
19 19		12.929	0.03 s 9	p
20 20	2+	6.841	446 ms 3	ϵ , ϵn 21%

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
14 Si 29	1/2+	-21.895	4.67% 1	
30 30	0+	-24.433	3.10% 1	
31 31	3/2+	-22.950	2.62 h 1	β^-
32 32	0+	-24.081	105 y 13	β^-
33 33	(3/2+)	-20.570	6.11 s 21	β^-
34 34	0+	-19.860	2.77 s 20	β^-
35 35		-12.760s		
36 36	0+	-7.000s		
37 37	0+	-4.660s		
15 P 26	(3+)	11.260s	20 ms	ϵ , ϵp , $\epsilon2p$
27 27		-0.750		
28 28	3+	-7.161	270.3 ms 5	ϵ
29 29	1/2+	-16.951	4.142 s 15	ϵ
30 30	1+	-20.207	2.498 m 4	ϵ
31 31	1/2+	-24.441	100%	
32 32	1+	-24.306	14.26 d 4	β^-
33 33	1/2+	-26.338	25.34 d 12	β^-
34 34	1+	-24.558	12.43 s 8	β^-
35 35	(1/2, 3/2)	-24.940	47.3 s 7	β^-
36 36		-20.890	5.9 s 5	β^-
37 37		-19.100s		
38 38		-14.660s		
39 39		-12.300s		
40 40		-7.620s		
16 S 28	0+	4.130		
29 29	5/2+	-3.160	0.187 s 4	ϵ , ϵp
30 30	0+	-14.063	1.24 s 3	ϵ
31 31	1/2+	-19.045	2.584 18	ϵ
32 32	0+	-26.015	95.02% 9	
33 33	3/2+	-26.586	0.75% 1	
34 34	3/2+	-29.932	4.21% 6	
35 35	0+	-28.817	87.51 d 12	β^-
36 36	0+	30.684	0.02% 1	
37 37	7/2-	-26.897	5.05 m 2	β^-
38 38	0+	-26.862	2.84 h 1	β^-
39 39	0+	-23.000s	11.5 s 5	β^-
40 40	0+	-22.520		
41 41		-17.870s		
42 42	0+	-16.420s		
17 Cl 30		4.840s		
31 31		-7.070	0.15 s	ϵ , ϵp
32 32	1+	-13.330	298 ms 2	ϵ , $\epsilon p \approx 0.007\%$, $\epsilon n \approx 0.01\%$
33 33	3/2+	-21.004	2.511 s 3	ϵ
34 34	0+	-24.440	1.5262 s 25	ϵ
35 35	3+	-24.294	32.23 m 14	ϵ 53.1%, IT 46.9%
36 36	3/2+	-29.014	75.77% 5	
37 37	3/2+	-29.522	3.01-10 y 2	β^- 98.1%, ϵ 1.9%
38 38	2-	-31.782	24.23% 3	
39 39	5-	-29.798	37.24 m 5	β^-
40 40	3/2+	-29.127	715 ms 3	IT
41 41	3/2+	-29.804	55.6 m 2	β^-
42 42	2-	-27.540	1.35 m 2	β^-

4

Isotope Z El. A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
17 Cl	41	(1/2, 3/2)+	-27.400	34 s 3 β^-
42	2-	-24.420s	6.8 s 3	
43		-23.130	3.3 s 2	
44		-20.010s		
18 Ar	32	0+	-2.180	0.1 s $\epsilon, \epsilon p$
33	1/2+	-9.380	173 ms 2	$\epsilon, \epsilon p$ 34%
34	0+	-18.379	845 ms 3	
35	3/2+	-23.049	1.775 s 4	
36	0+	-30.231	0.337s 3	
37	3/2+	-30.948	35.04 d 4	
38	0+	-34.715	0.0635 f	
39	7/2-	-33.242	269 y 3	β^-
40	0+	-35.040	99.600% 3	
41	7/2-	-33.067	1.827 h 7	β^-
42	0+	-34.420	32.9 y 1 f	
43	0+	-31.980	5.37 m 6	β^-
44	0+	-32.262	11.87 m 5	β^-
45	(7/2-)	-29.720	21.48 s 15	β^-
46	0+	-29.720	8 s 1	β^-
19 K	34	-1.480s		
35	3/2+	-11.168	0.19 s	$\epsilon, \epsilon p$
36	2+	-17.426	342 ms 2	$\epsilon, \epsilon p, \alpha$
37	3/2+	-24.799	1.226 s 7	
38	3+	-28.802	7.63 d 18	
38m	0+	-28.671	924.6 ms 15	
39	3/2+	-33.807	93.2581% 30	
40	4-	-33.535	1.277-10 ⁹ y 8	β^- 89.3%, ϵ 10.7%
41	3/2+	-35.560	6.7302% 30	
42	2-	-35.023	12.360 h 3	β^-
43	4+	-36.592	22.3 h 1	β^-
44	2-	-35.810	22.13 m 19	β^-
45	3/2+	-36.611	17.3 m 6	β^-
46	(2-)	-35.420	107 s 10	β^-
47	(2-)	-35.698	17.5 s 3	β^-
48	(2-)	-32.124	6.9 s 2	β^-
49		-30.790	1.3 s	β^- , β^-n
50			472 ms 4	β^- , β^-n 29%
51	(3/2+)		365 ms 5	β^- , β^-n
20 Ca	36	(3/2+)	30 ms 5	β^- , β^-n
36	0+	-6.440		$\epsilon, \epsilon p$
37	3/2+	-11.160	175 ms 3	$\epsilon, \epsilon p$
38	0+	-22.060	447 ms 10	
39	3/2+	-27.276	859.6 ms 14	
40	0+	-34.847	96.941% 13	
41	7/2-	-35.138	1.03-10 ⁹ y 4	ϵ
42	0+	-38.548	0.647 h 8	
43	7/2-	-38.409	0.133% 3	
44	0+	-41.470	2.086% 5	
45	7/2-	-40.813	163.8 d 18	β^-
46	0+	-43.138	0.004% 3	
47	7/2-	-42.343	4.535 d 4	β^-
48	0+	-44.216	>2-10 ¹⁵ y	
			0.187% 3	

5

Isotope Z El. A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode	
20 Ca	49	3/2-	-41.291	8.716 h 1 f β^-	
50	0+	-39.571	13.9 s 6	β^- , β^-n ?	
51		-35.940	10 s	β^- , β^-n ?	
53	(3/2-, 5/2-)		90 ms 15	β^-	
21 Sc	39	-4.460s			
39	4-	-14.180s			
40	2-	-20.527	182.3 ms 7	$\epsilon, \epsilon p$	
41	7/2-	-28.643	596.3 ms 17		
42	0+	-32.124	681.3 ms 7		
42m	(7+)	-31.507	61.6 s 4	ϵ	
43	7/2-	-36.189	3.891 h 12	ϵ	
44	2+	-37.815	3.927 h 8	ϵ	
44m	6+	-37.544	58.6 h 1	IT 98.8%, ϵ 1.2%	
45	7/2-	-41.070	100%		
45m	3/2+	-41.058	0.32 s 1	IT	
46	4+	-41.759	83.83 d 2	β^-	
46m	1+	-41.616	18.70 s 5	IT	
47	7/2-	-44.331	3.345 d 3	β^-	
48	6+	-44.493	43.7 h 1	β^-	
49	7/2-	-46.555	57.4 m 6	β^-	
50	5+	-44.538	1.710 m 8	β^-	
50m	2+, 3+	-44.281	0.35 s 3	IT 98.7%, β^- 1.3%	
51	(7/2-)	-43.220	12.4 s 1	β^-	
52		-40.040s			
22 Ti	40	0+	-9.064	0.32 s 1	IT
41	3/2+	-15.700	80 ms 2	$\epsilon, \epsilon p$	
42	0+	-25.122	199 ms 6	ϵ	
43	7/2-	-29.321	513 ms 8	ϵ	
44	0+	-37.549	54.2 y 2 f	ϵ	
45	7/2-	-39.007	3.06 f 1	ϵ	
46	0+	-44.125	8.0% 1		
47	5/2-	-44.932	7.3% 1		
48	0+	-48.487	73.8% 1		
49	7/2-	-48.558	5.5% 1		
50	0+	-51.426	0.4% 1		
51	3/2-	-49.727	5.70 s 1 f	β^-	
52	0+	-49.464	1.7 m 1	β^-	
53	(3/2-)	-46.830	32.7 s 9	β^-	
54	0+	-45.430s			
23 V	42	-8.220s			
43		-17.920s			
44	7/2-	-23.800s	90 ms 25	ϵ, α	
45	4+	-31.875	538 s 18		
46	0+	-37.075	422.33 ms 20	ϵ	
47	3/2-	-42.005	32.6 m 3	ϵ	
48	4+	-44.472	15.974 d 3	ϵ	
49	7/2-	-47.956	330 d 15	ϵ	
50	6+	-49.220	1.5-10 ¹⁷ y +3-7 >70%, β^- <30%		
			0.250% 2		
51	7/2-	-52.200	99.750% 2		
52	3+	-51.440	3.75 m 1	β^-	
53	7/2-	-51.847	1.61 m 4	β^-	
54	3+, 4+, 5+	-49.889	49.8 s 5	β^-	
55	(7/2-)	-49.150	6.54 s 15	β^-	

Isotope Z El. A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode	
23 V	56	-46.110s			
24 Cr	44	0+	-13.220		
45	(7/2-)	-19.460	50 ms 6	$\epsilon, \epsilon p$ >25%	
46	0+	-29.472	0.26 s 6	$\epsilon, \epsilon p$	
47	3/2-	-34.554	508.0 ms 10	$\epsilon, \epsilon p$	
48	0+	-42.816	21.56 h 3	ϵ	
49	5/2-	-45.329	42.09 m 15	ϵ	
50	0+	-50.258	4.345% 9		
51	7/2-	-51.448	27.704 d 4	ϵ	
52	0+	-55.415	83.788% 12		
53	3/2-	-55.283	9.501% 1 f		
54	0+	-56.931	2.363% 5		
55	3/2-	-55.106	3.497% 3	β^-	
56	0+	-55.291	5.94 m 10	β^-	
57	3/2-	-52.690s	21 s	β^-	
58	0+	-52.050s			
25 Mn	48	-12.470s			
47		-22.650s			
48		-29.220s			
49	(5/2-)	-37.611	0.38 s	ϵ	
50	0+	-42.626	283.0 ms 4	ϵ	
50m	5+	-42.999	1.75 m 3	ϵ	
51	5/2-	-48.240	46.2 m 1	ϵ	
52	6+	-50.703	5.591 d 3	ϵ	
52m	2+	-50.325	21.1 m 2	ϵ 98.32%, IT 1.75%	
53	7/2-	-54.687	3.7-10 ⁶ y 4	ϵ	
54	3+	-55.554	312.5 d 5	ϵ	
55	5/2-	-57.709	100%		
56	3+	-56.308	2.5785 h 6	β^-	
57	5/2-	-57.488	1.45 m	β^-	
58	3+	-55.830	65.3 s 7	β^-	
58m	(0+)	-55.830	3.0 s 1	β^-	
59	3/2-, 5/2-	-55.477	4.6 s 1	β^-	
60	3+	-52.900	1.79 h 10	β^-	
62	(3+)		0.9 s	β^-	
26 Fe	49	(7/2-)	24.470	75 ms 10	$\epsilon, \epsilon p$
50	0+	-34.470			
51	(5/2-)	-40.218	0.25 s	ϵ	
52	0+	-48.331	8.275 h 8	ϵ	
52m	(12+)	-41.491	46 s 2	ϵ 80%, IT 20%	
53	19/2-	-40.944	8.51 d	ϵ	
53m	19/2-	-47.907	2.58 m 6	IT	
54	0+	-56.251	5.8% 1		
55	3/2-	-57.977	2.68 y 1	ϵ	
56	0+	-60.004	91.72% 30		
57	1/2-	-60.179	2.2% 1		
58	0+	-62.152	0.28% 1		
59	3/2-	-60.662	44.496 d 7	β^-	
60	0+	-61.407	1.49-10 ⁶ y 27	β^-	
61	3/2-, 5/2-	-58.919	5.98 m 6	β^-	
62	0+	-58.896	69 s 2	β^-	
63	(5/2-)	-55.190	4.9 s	β^-	
27 Co	51	-27.420s			

Isotope Z El. A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode	
27 Co	52	-34.300s			
52	(7/2-)	-42.640	262 ms 25	ϵ	
53m	(19/2-)	-39.450	0.25 s 5	ϵ 98.5%, β^- 1.5%	
54	0+	-48.009	193.23 ms 14	ϵ	
54m	(7+)	-47.811	1.48 m 2	ϵ	
55	7/2-	-50.026	17.53 h 3	ϵ	
56	6+	-52.833	78.76 d 12	ϵ	
57	7/2-	-59.343	270.9 d 6	ϵ	
58	2+	-59.844	70.916 d 15	ϵ	
58m	5+	-59.819	9.15 h 10	IT	
59	7/2-	-62.227	9.100% 7		
60	5+	-61.647	5.27 y 1	β^-	
60m	2+	-61.588	10.47 m 4	IT 99.75%, β^- 0.25%	
61	7/2-	-62.897	1.650 h 5	β^-	
62	2+	-61.424	1.50 m 4	β^-	
62m	5+	-61.402	13.91 m 5	β^- , IT <1%	
63	(7/2-)	-61.839	27.4 s 5	β^-	
64	1+	-59.791	0.30 s 3	β^-	
65		-59.160			
28 Ni	53	(7/2-)	-29.410	45 ms 15	$\epsilon, \epsilon p$
54	0+	-39.210			
55	7/2-	-45.330	189 ms 5	ϵ	
56	0+	-53.902	6.10 d 2	ϵ	
57	3/2-	-56.077	36.08 h 9	ϵ	
58	0+	-60.225	68.27% 1		
59	3/2-	-61.154	7.5-10 ⁴ y 13	ϵ	
60	0+	-64.471	26.10% 1		
61	3/2-	-64.220	1.13% 1		
62	0+	-66.746	3.59% 1		
63	1/2-	-65.513	100.1 y 20	β^-	
64	0+	-67.098	0.91% 1	β^-	
65	5/2-	-65.125	2.520 h 2	β^-	
66	0+	-66.028	54.6 h 4	β^-	
67		-63.742	21 s 1	β^-	
68	0+	-63.482		β^-	
69		-60.460			
29 Cu	55	-31.630s			
56		-38.500s			
58	1+	-57.365	0.18 s 2	ϵ	
59	3/2-	-56.353	3.204 s 7	ϵ	
60	2+	-58.344	23.2 s 3	ϵ	
61	3/2-	-61.981	3.408 h 10	ϵ	
62	1+	-62.797	9.74 s 7	ϵ	
63	3/2-	-63.579	69.17% 2		
64	1+	-65.424	12.701 h 2	ϵ 62.9%, β^- 37.1%	
65	3/2-	-67.261	30.83% 2		
66	1+	-66.256	5.10 m 2	β^-	
67	(3/2-)	-67.303	61.92 h 9	β^-	
68	1+	-65.560	31 s 1	β^-	
68m	(6-)	-64.838	3.75 m 5	IT 86%, β^- 14%	
69	3/2-	-65.741	3.0 m 1	β^-	
70	1+	-62.982	4.5 s 1	β^-	

R

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
29 Cu	70m (5-)	-62.842	46 s 5	β^-
71	(3/2-)	-62.820s	20 s	β^-
72	(1+)		6.6 s	β^-
73			3.9 s	β^-
30 Zn	57 (7/2-)	-32.610	40 ms 10	$\epsilon, \epsilon p$
58			-42.210	$\epsilon, \epsilon p$
59	3/2-	-47.280	183.7 ms 23	$\epsilon, \epsilon p$
60	0+	-54.185	2.38 s 5	ϵ
61	3/2-	-56.343	89.1 s 2	ϵ
62	0+	-61.170	9.26 h 2	ϵ
63	3/2-	-62.212	36.1 m 3	ϵ
64	0+	-66.002	48.67 s 3	ϵ
65	5/2-	-65.910	243.9 d 1	ϵ
66	0+	-68.899	27.92 s 2	ϵ
67	5/2-	-67.879	4.12 f	ϵ
68	0+	-70.006	18.82 s 4	ϵ
69	1/2-	-68.417	55.6 m 16	β^-
69m	9/2+	-67.978	13.76 h 2	IT 99.97%, β^- -0.03%
70	0+	-69.560	0.67 f	β^-
71	(1/2-)	-67.322	2.45 m 10	β^-
71m	(9/2+)	-67.165	3.94 h 5	β^-
72	0+	-68.134	46.5 h 1	β^-
73	(3/2-)	-65.410	23.5 s 10	β^-
74	0+	-65.707	95 s 1	β^-
75		-62.700	10.2 s 3	β^-
76	0+	-62.460	5.7 s 3	β^-
77	(7/2+)	-58.910s	1.4 s 3	β^-
79	0+	-57.960s	1.4 s 15	β^-
80	0+		2.63 s 9	β^- , β^-n^2
31 Ga	61	-47.540s		
62	0+	-51.999	116.12 ms 26	ϵ
63	3/2-, 5/2-	-56.690	32.4 s 5	ϵ
64	0+	-58.837	2.630 m 11	ϵ
65	3/2-	-62.654	15.2 m 2	ϵ
66	0+	-63.724	9.49 h 7	ϵ
67	3/2-	-66.878	3.261 d 1	ϵ
68	1+	-67.085	68.1 m 3	ϵ
69	3/2-	-69.323	60.1% 2	ϵ
70	1+	-68.905	21.15 m 5	β^- 99.59%, ϵ 0.41%
71	3/2-	-70.142	39.9% 2	β^-
72	3-	-68.551	14.10 h 1	β^-
73	3/2-	-69.705	4.87 h 3	β^-
74	(4-)	-68.060	15.2 m 2	β^-
74m		-68.000	9.5 s 10	IT, β^- ?
75	3/2-	-68.466	2.10 m 3	β^-
76	(3-)	-66.440	32.6 s 6	β^-
77	1/2-, 3/2-	-66.410s	13.2 s 2	β^-
78	(3-)	-63.560s	13.09 s 5	β^-
80	(3/2-)	-62.760	3.00 s 9	β^- , β^-n 0.098%
80		-59.380	1.66 s 9	β^- , β^-n 0.84%
81		-57.990	1.23 s 1	β^- , β^-n 12%

9

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
31 Ga	82		0.60 s	β^- , β^-n
83			0.31 s	β^- , β^-n
32 Ge	61		40 ms 15	$\epsilon, \epsilon p$
63		-47.390s		
64	0+	-54.430	63.7 s 25	ϵ
65	3/2-, 5/2-	-56.410	30.9 s 7	$\epsilon, \epsilon p$ 0.013%
66	0+	-61.622	2.26 h 5	ϵ
67	(1/2-)	-62.656	18.7 m 5	ϵ
68	0+	-66.978	271 d	ϵ
69	5/2-	-67.087	39.06 h 10	ϵ
70	0+	-70.561	20.5% 5	ϵ
71	1/2-	-69.906	11.8 d 4	ϵ
72	0+	-72.584	27.4% 6	ϵ
73	9/2+	-71.295	7.8% 2	ϵ
73m	1/2-	-71.228	0.499 s 11	IT
74	0+	-73.423	36.5% 7	β^-
75	1/2-	-71.858	82.78 m 4	β^-
75m	7/2+	-71.717	47.7 s 7	IT 99.97%, β^- -0.03%
76	0+	-73.215	7.8% 2	β^-
77	7/2+	-71.215	11.50 h 1	β^-
77m	1/2-	-71.055	52.9 s 6	β^- 79%, IT 21%
78	0+	-71.863	88 m 1	β^-
79	(1/2-)	-69.530	19.1 s 3	β^-
79m	(7/2-)	-69.344	39.0 s 10	β^- 96%, IT 4%
80	0+	-69.380	29.5 s 4	β^-
81	1/2+	-66.310	7.6 s	β^-
82	0+	-65.380	4.6 s 4	β^-
83		-61.240s	1.9 s 4	β^-
84	0+		1.2 s 3	β^-
33 As	65	-47.310s		
66		-52.070	95.8 ms 4	ϵ
67	(3/2, 5/2)	-56.650	42.5 s 12	ϵ
68	3(+)	-58.880	2.530 m 17	ϵ
69	5/2-	-63.080	15.2 m 2	ϵ
70	4(+)	-64.340	52.6 m 3	ϵ
71	5/2-	-67.893	62 h 1	ϵ
72		-68.228	26.0 h 1	ϵ
73	3/2-	-70.955	80.30 d 6	ϵ
74	2-	-70.861	17.78 d 3	ϵ 65.8%, β^- -34.2%
75	3/2-	-73.035	100%	ϵ
76	2-	-72.291	26.32 h 7	β^-
77	3/2-	-73.918	39.83 h 5	β^-
78	(2-)	-72.816	90.7 m 2	β^-
79	3/2-	-73.639	9.01 m 15	β^-
80	1+	-72.165	15.2 s 2	β^-
81	(3/2-)	-72.535	33 s 2	β^-
82	(1+)	-70.078	19 s	β^-
82	(5-)	-70.078	14 s	β^-
83		-69.880	13 s	β^- , β^-n
84		-66.080s	5.5 s 3	β^- , β^-n 0.1%
84m		-66.080s	0.65 s	β^-
85	(3/2-)	-63.510s	2.028 s 12	β^- , β^-n 23%
86			0.9 s 2	β^- , β^-n 4%

10

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
33 As	87		0.75 s 6	β^- , β^-n
34 Se	68		-46.860s	
68		-54.080s	1.6 m	ϵ
69	0+	-56.290	27.4 s 2	$\epsilon, \epsilon p$ 0.07%
70	0+	-61.590	41.1 m	ϵ
71	5/2-	-63.090	4.74 m 8	ϵ
72	0+	-67.897	8.40 h 8	ϵ
73	9/2-	-68.215	7.15 h 8	ϵ
73m	3/2-	-68.189	39.8 m 13	IT 73%, ϵ 27%
74	0+	-72.215	0.9% 1	ϵ
75	5/2+	-72.171	119.770 d 10	ϵ
76	0+	-75.254	9.0% 2	ϵ
77	1/2-	-74.602	7.6% 2	ϵ
77m	7/2+	-74.440	17.45 s 10	IT
78	0+	-77.028	23.6% 6	β^-
79	7/2+	-75.919	\approx 65000 y	β^-
79m	1/2-	-75.823	3.91 m 5	IT
80	0+	-77.762	49.7% 7	β^-
81	(1/2-)	-76.382	18.5 s 1	β^-
81m	(7/2+)	-76.289	57.25 m 9	IT, β^- -0.07%
82	0+	-77.596	1.4-10 ²⁰ y	2 β^-
83	(9/2+)	-75.343	9.2% 5	β^-
83m	(1/2-)	-75.123	22.5 m 2	β^-
84	0+	-75.952	70.4 s 3	β^-
84	0+	-75.952	3.2 m 2	β^-
85	(5/2+)	-72.420	31.7 s 9	β^-
86	0+	-70.540	15.3 s 9	β^-
87		-66.710s	5.55 s 20	β^- , β^-n 0.16%
88	0+		1.53 s 10	β^- , β^-n 0.3%
89			0.41 s 4	β^- , β^-n 5%
91			0.27 s 5	β^- , β^-n \approx 21%
35 Br	69	-46.790s		
70		-51.190s	80 ms	ϵ
71		-56.590s		
72	(3-)	-59.030s	78.6 s 24	ϵ
73	3/2-	-63.540	3.4 m 3	ϵ
74	(0-, 1-)	-65.300	25.3 m 3	ϵ
74m	4-	-65.105	41.5 m 15	ϵ
75	3/2-	-69.161	97 m 2	ϵ
76	1-	-70.302	16.2 h 2	ϵ
76m	(4+)	-70.199	1.31 s 2	IT 99.4%, ϵ 0.6%
77	3/2-	-73.237	57.036 h 6	ϵ
77m	9/2+	-73.131	4.28 m 10	IT
78	1+	-73.454	6.46 m 4	ϵ \geq 99.99%, β^- \leq 0.01%
79	3/2-	-76.070	50.6% 5	β^-
79m	9/2+	-75.863	4.864 s 35	IT
80	1+	-75.891	17.68 m 2	β^- 91.7%, ϵ 8.3%
80m	5-	-75.805	4.42 h 1	IT
81	3/2-	-77.977	49.31% 5	β^-
82	3-	-77.499	35.3 h 3	β^-
82m	2-	-77.453	6.13 m 8	IT 97.6%, β^- -2.4%
83	(3/2-)	-79.011	2.39 h 2	β^-
84	2-	-77.778	31.80 m 8	β^-

11

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
35 Br	84m (5, 6)	-77.458	6.0 m 2	β^-
85	(3/2-)	-78.607	2.90 m 6	β^-
86		-75.640	55.0 s 8	β^-
86	(3/2-)	-73.880	55.69 s 13	β^- , β^-n 2.3%
88	(1-)	-70.720	16.3 s 3	β^- , β^-n 6%
89	(3/2-)	-68.420s	4.53 s 10	β^- , β^-n 13%
90	(2-)	-64.260s	1.71 s 14	β^- , β^-n 23%
91			0.541 s 5	β^- , β^-n 9%
92			0.369 s 7	β^- , β^-n 21%
94				β^- , β^-n \approx 0%
36 Kr	71	-46.490s	0.1 s	ϵ
72	0+	-53.970s	17.2 s 3	ϵ
73	0+	-56.890	27.0 s 12	$\epsilon, \epsilon p$ 0.68%
74	0+	-62.140	11.50 m 11	ϵ
75	1+	-64.246	4.3 m 1	ϵ
76	0+	-68.969	14.8 h 5	ϵ
77	5/2+	-70.227	74.4 m 6	ϵ
78	0+	-74.151	0.35% 2	ϵ
79	1/2-	-74.442	35.04 h 10	ϵ
79m	7/2+	-74.315	50 s 3	IT
80	0+	-77.932	2.2% 2	β^-
81	7/2+	-77.697	2.1-10 ¹⁵ y 2	β^-
81m	1/2-	-77.507	13.3 s	IT
82	0+	-80.591	11.6% 1	β^-
83	9/2+	-79.983	11.5% 1	β^-
83m	1/2-	-79.841	1.83 s 2	IT
84	0+	-82.431	57.0% 3	β^-
85	9/2+	-81.477	10.72 y 2	β^-
85m	1/2-	-81.172	4.480 h 8	β^- 79%, IT 21%
86	0+	-83.262	17.3% 2	β^-
87	5/2+	-80.706	76.3 h 5	β^-
88	0+	-79.687	2.84 h 2	β^-
89	(5/2+)	-76.720	3.07 m 9	β^-
90	0+	-74.960	32.32 s 9	β^-
91	(5/2+)	-71.370	8.57 s 5	β^-
92	0+	-68.680	1.85 s 1	β^- , β^-n 0.03%
93	(1/2+)	-64.150	1.283 s 12	β^- , β^-n 1.3%
94	0+		0.20 s 1	β^- , β^-n 5.7%
95			0.78 s 3	β^- , β^-n
97?			$<$ 0.1 s	β^-
37 Rb	73	-46.590s		
74	(0+)	-51.750	65 ms	ϵ
75		-57.280	17.2 s 8	ϵ
76	1	-60.580	39.1 s 6	ϵ
77	3/2-	-64.950	3.70 m 15	ϵ
78	0(+)	-66.980	17.66 m 8	ϵ
78m	4(-)	-66.877	5.74 m 8	ϵ 90%, IT 8%
79	5/2+	-70.837	22.9 s 5	ϵ
80	1+	-72.173	34 s 4	ϵ
81	3/2-	-75.461	4.58 h 1	ϵ
81m	9/2+	-75.376	32 m	$\epsilon, \epsilon p$
82	1+	-76.202	1.25 m 3	ϵ
82m	5-	-76.102	6.2 h 5	ϵ
83	5/2-	-79.044	86.2 d 1	ϵ

12

isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
37 Rb 84	2-	-79.746	32.87 d 11	ϵ 96%, β^- 4%
84m	6-	-79.282	20.49 m 17	IT
85	5/2-	-82.157	72.165 h 13	β^-
86	2-	-82.743	18.66 d 2	β^- , ϵ 0.005%
86m	(6-)	-82.187	1.017 m 3	IT > 99.7%, β^- < 0.3%
87	3/2-	-84.592	4.80 $\cdot 10^{10}$ y 13	β^-
88	2-	-82.600	17.8 h 1	β^-
89	(3/2-)	-81.713	15.2 m 1	β^-
90	(1-)	-79.353	153 s 3	β^-
90m	(4-)	-79.246	258 s 5	β^- 95.7%, IT 4.3%
91	3/2(-)	-77.794	58.4 s 4	β^-
92	0(-)	-74.836	4.50 s 2	β^- , β^- n 0.012%
93	(5/2-)	-72.679	5.85 s 5	β^- , β^- n 1.3%
94	3(-)	-68.529	2.702 s 5	β^- , β^- n 10.4%
95	5/2	-65.808	384 ms 6	β^- , β^- n 9.1%
96	2+	-61.140	0.199 s 3	β^- , β^- n 13%
97	3/2(-)	-58.280	171.8 ms 16	β^- , β^- n 24.6%
98	(0)	-54.060	0.114 s 5	β^- , β^- n 15.9%
99	(3/2-)	-50.860	59 ms	β^- , β^- n
100			50 ms	β^- , β^- n
102			90 ms 20	β^-
38 Sr 77	(\approx 5/2)	-57.890	9.0 s 10	ϵ , ϵ p < 0.25%
78	0+	-63.650	30.0 m 23	ϵ
79	(3/2-)	-66.340	25 s 0	ϵ
80	0+	-70.190	106.3 m 15	ϵ
81	(1/2-)	-71.470	22.2 m	ϵ
82	0+	-75.997	25.6 d	ϵ
83	7/2-	-76.788	32.4 h 2	ϵ
83m	1/2-	-76.329	4.95 s 12	IT
84	0+	-80.640	0.56% 1	β^-
85	9/2+	-81.099	64.84 d 3	β^-
85m	1/2-	-80.860	67.66 m 7	IT 87.3%, ϵ 12.7%
86	0+	-84.518	9.86% 1	β^-
87	9/2+	-84.875	7.00% 1	β^-
87m	1/2-	-84.487	2.81 h 1	IT 99.7%, ϵ 0.3%
88	0+	-87.916	82.58% 1	β^-
89	5/2+	-86.210	50.55 d 9	β^-
90	0+	-85.942	28.6 y 3	β^-
91	(5/2+)	-83.661	9.53 h 6	β^-
92	0+	-82.956	2.71 h 1	β^-
93	(7/2+)	-80.121	7.6 m 2	β^-
94	0+	-78.836	75.1 s 7	β^-
95	(1/2+)	-75.090	25.1 s 2	β^-
96	0+	-72.890	1.06 s 4	β^-
97		-68.800	0.42 s 3	β^- , β^- n 0.27%
98	0+	-66.490	0.65 s 3	β^- , β^- n 0.8%
99		-62.180	0.29 s	β^- , β^- n
100	0+	-60.020s	0.2 s	β^-
101			121 ms 6	β^-
102	0+		355 ms 50	β^-
39 Y 79		-58.240s		
80	($>$ 2)	-61.190s	33.8 s 6	ϵ
		13		

isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
40 Zr 92	0+	-88.457	17.15% 1	ϵ
92m	5/2+	-87.119	1.53 $\cdot 10^8$ y 10	β^-
94	0+	-87.268	17.38% 2	ϵ
95	5/2+	-85.659	64.02 d 4	β^-
96	0+	-85.442	$> 3.56 \cdot 10^{17}$ y	β^-
97	1/2+	-82.950	16.90 h 5	β^-
98	0+	-81.288	30.7 s 4	β^-
99	1/2+	-77.740	2.1 s	β^-
100	0+	-76.620	7.1 s 4	β^-
101	(3/2)	-73.100	2.1 s 3	β^-
102	0+	-71.760s	2.9 s 2	β^-
103		-67.610s		β^-
104	0+		1.2 s 1	β^-
41 Nb 84	(3+)		12 s 3	ϵ
85		-66.740s		ϵ
86	\approx 8	-69.580s	1.45 m	ϵ
87	(9/2+)	-74.180	2.60 m 7	ϵ
87m	(1/2-)	-74.180	3.82 m 9	ϵ
88	(8+)	-76.430s	14.3 m	ϵ
89m	(4-)	-76.430s	7.8 m	ϵ
89	(1/2-)	-80.622	66 m 2	ϵ
89m	(9/2+)	-80.622	122 m 4	ϵ
90	8+	-82.659	14.60 h 5	ϵ
90m	4+	-82.534	18.0 s 1	IT
91	(9/2+)	-86.638	7 $\cdot 10^5$ y	ϵ
91m	(1/2-)	-86.534	62 d	IT 95%, ϵ 5%
92	(7+)	-86.451	3.5 $\cdot 10^7$ y 3	ϵ
92m	(2+)	-86.315	10.15 d 2	ϵ
93	(9/2+)	-87.210	1.00% 1	β^-
93m	1/2-	-87.180	13.6 s 3	IT
94	6+	-86.368	2.03 $\cdot 10^4$ y 16	β^-
94m	3+	-86.327	6.26 m 1	IT 99.5%, β^- 0.5%
95	9/2+	-86.794	34.97 d 3	β^-
95m	1/2-	-86.548	3.61 d 3	IT 94.4%, β^- 5.6%
96	6+	-85.605	23.35 h 5	β^-
97	9/2+	-85.608	72.1 m 7	β^-
97m	1/2-	-84.865	60 s 8	IT
98	1+	-83.528	2.86 s 6	β^-
99m	(5+)	-83.444	51.3 m 4	β^-
99	9+	-82.327	15.0 s	β^-
99m	(1/2-)	-81.858	2.6 m 2	β^- , IT*
100		-79.950	3.1 s 3	β^-
100		-79.950	1.5 s 3	β^-
101	low	-78.880	7.1 s 3	β^-
102	high	-76.350	4.1 s 4	β^-
103	(5/2+)	-75.110s	1.5 s 2	β^-
104		-71.780s	0.91 s 10	β^-
104		-71.780s	4.8 s 4	β^-
105		-70.140s	1.8 s 8	β^-
106			1.1 s 7	β^-
42 Mo 87		-67.440	14.6 s 15	ϵ
88	0+	-72.830s	8.2 m 5	ϵ
		15		

isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
39 Y 81		-65.950	72 s	ϵ
82	1+	-68.180	9.5 s	ϵ
83	(9/2+)	-72.380	7.06 m 8	ϵ
83	(1/2-)	-72.380	2.85 m 1	ϵ
84	(5-)	-74.230	40 m 2	ϵ
84m	1+	-74.230	1.06 s 4	ϵ
85	(1/2-)	-77.839	2.68 h 5	ϵ
85m	(9/2+)	-77.819	4.86 h 13	ϵ
86	4-	-79.278	14.74 h 2	ϵ
86m	(8+)	-79.060	48 m 1	IT 99.31%, ϵ 0.7%
87	1/2-	-83.014	80.3 h 4	ϵ
87m	5/2-	-82.633	12.9 h 3	IT 98.43%, ϵ 1.57%
88	4-	-84.294	106.64 d 8	ϵ
89	1/2-	-87.702	100% 1	ϵ
89m	9/2+	-86.793	16.06 s 4	IT
90		-86.488	64.1 h 1	β^-
90m	7+	-85.806	3.19 h 1	IT, β^- 0.002%
91	1/2-	-86.347	58.51 d 6	β^-
91m	(9/2+)	-85.791	49.71 m 4	IT
92		-84.844	3.54 h 1	β^-
93	1/2-	-84.235	10.1 h 2	β^-
93m	9/2+	-83.476	0.82 s	IT
94	2-	-82.348	18.7 m 1	β^-
95	1/2-	-81.214	10.3 m 2	β^-
96	0+	-78.300	6.2 s 2	β^-
96m	(3+)	-78.300	9.6 s 2	β^-
97		-78.200	2.3 m 1	β^-
97m	(1/2-)	-76.270	3.5 s 2	β^- , β^- n 0.06%
97m	(9/2+)	-75.603	1.23 s 2	β^-
98	(4-)	-72.370	0.64 s 3	β^- , β^- n 0.3%
98m	(1+)	-72.370	2.0 s 2	β^-
99	(1/2-)	-70.130	1.3 s 1	β^- , β^- n 1%
100	(3+)	-66.720s	0.94 s	β^-
100m		-66.720s	0.5 s	β^-
101	(5/2)	-64.380s	0.50 s 5	β^-
102			0.27 s 7	β^-
40 Zr 81		-58.790	11 m	ϵ
82	0+	-64.180	2.5 m	ϵ
83		-66.360	44 s	ϵ
84		-66.360	8 s	ϵ
84	0+	-71.430s	28 m	ϵ
85	(7/2+)	-73.150	7.86 m 4	ϵ
85m	(1/2-)	-72.858	10.9 s 3	IT
86	0+	-77.980s	16.5 h 1	ϵ
87	(9/2+)	-79.348	1.73 h 8	ϵ
87m	(1/2-)	-79.012	14.0 s 2	IT
88	0+	-83.626	83.4 d 3	ϵ
88m	9/2+	-84.869	78.43 h 8	ϵ
89m	1/2-	-84.281	4.18 m 1	IT 93.76%, ϵ 6.24%
90	0+	-88.770	51.45% 2	ϵ
90m	5-	-86.451	809.2 ms 20	IT
91	5/2+	-87.893	11.22% 2	ϵ

isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
42 Mo 89	9/2+	-75.004	2.2 m	ϵ
89m	1/2-	-75.004	0.19 s	IT
90	0+	-80.172	5.67 h 5	ϵ
91	9/2+	-82.200	15.49 m 1	ϵ
91m	1/2-	-81.547	65.2 s 8	IT 50.1%, ϵ 49.9%
92	0+	-86.800	14.84 s	ϵ
93	5/2+	-86.804	3.5 $\cdot 10^4$ y 7	ϵ
93m	(21/2+)	-84.379	6.85 h 7	IT 99.88%, ϵ 0.12%
94	0+	-88.413	9.25% 2	ϵ
95	5/2+	-87.709	15.92% 4	ϵ
96	0+	-88.792	16.68% 4	ϵ
97	5/2+	-87.542	9.55% 2	ϵ
98	0+	-88.113	24.13% 6	ϵ
99	1/2+	-85.967	66.0 h 2	β^-
100	0+	-86.186	9.63% 2	β^-
101	1/2+	-83.513	14.6 m 1	β^-
102	0+	-83.559	11.3 m 2	β^-
103	(3/2+)	-80.610s	67.5 s 15	β^-
104	0+	-80.480s	60 s 2	β^-
105	0+	-77.140s	50 s	β^-
105	0+	-77.140s	30 s	β^-
106	0+	-76.430s	8.4 s 5	β^-
107		-72.510s	3.5 s 5	β^-
108	0+		1.5 s 4	β^-
43 Tc 89		-68.000s		
89	1+	-70.970s	8.3 s	ϵ
89m	high	-70.970s	49.2 s	ϵ
91	(9/2+)	-75.960	3.14 m 2	ϵ
91m	(1/2-)	-75.630	3.3 m 1	ϵ
92	(8+)	-78.938	4.4 m 3	ϵ
93	9/2+	-83.606	2.75 h 5	ϵ
93m	1/2-	-83.210	43.5 m 10	IT 80%, ϵ 20%
94	7+	-84.157	4.88 h 2	ϵ
94m	(2+)	-84.084	52 m 1	ϵ , IT < 0.1%
95	9/2+	-86.018	20.0 h 1	ϵ
95m	1/2-	-85.979	61 d 2	ϵ 96%, IT 4%
96	7+	-85.819	4.28 d 6	ϵ
96m	4+	-85.755	51.5 m 10	IT 98%, ϵ 2%
97	9/2+	-87.222	2.6 $\cdot 10^5$ y 4	ϵ
97m	1/2-	-87.126	90.5 d 10	IT
98	(6+)	-86.429	4.2 $\cdot 10^4$ y 3	β^-
99	9/2+	-87.324	2.13 $\cdot 10^5$ y 5	β^-
99m	1/2-	-87.181	6.02 h 1	IT, β^- w
100	1+	-86.017	15.8 h 1	β^-
100	9/2+	-86.325	14.2 m 1	β^-
102	1+	-84.573	5.28 s 15	β^-
102m	(4,5)	-84.273	4.3 s 7	β^- \approx 98%, IT \approx 2%
103	5/2+	-84.606	54.2 s 8	β^-
104	(3+)	-82.480	18.3 s 2	β^-
105		-82.140s	7.7 m 2	β^-
106	(1,2)	-79.630s	36 s 1	β^-
107		-78.960s	21.2 s 2	β^-
108	(3)	-75.990s	5.17 s 7	β^-

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
43 Tc 109		-74.910s	1.4 s 4	β^-
110			0.83 s 4	β^-
44 Ru 91		-68.40Us		
92	0+	-74.410s	3.65 m 5	ϵ
93	(9/2)+	-77.270	60 s	ϵ 79%, IT 21%
93m	(1/2)-	-76.536	10.8 s 8	ϵ
94	0+	-82.567	51.8 m 6	ϵ
95	5/2+	-83.449	1.64 h 1	ϵ
96	0+	-86.071	5.52Z 5	ϵ
97	5/2+	-86.111	2.9 d 1	ϵ
98	0+	-88.225	1.88Z 5	ϵ
99	5/2+	-87.618	12.7Z 1	ϵ
100	0+	-89.220	12.9Z 1	ϵ
101	5/2+	-87.951	17.0Z 1	ϵ
102	0+	-89.099	31.8Z 2	β^-
103	(3/2)+	-87.261	39.26 d 2	β^-
104	0+	-88.098	18.7Z 2	β^-
105	3/2+	-85.937	4.44 h 2	β^-
106	0+	-86.330	371.63 d 17	β^-
107	(5/2)+	-83.710	3.75 m 5	β^-
108	0+	-83.700	4.55 m 5	β^-
109		-80.810s	34.5 s 10	β^-
109?		-80.810s	12.9 s 8	β^- , IT?
110	0+	-80.340s	14.6 s 10	β^-
111		-76.920s	1.5 s 8	β^-
112	0+		4.65 s 14	β^-
113			2.69 s 10	β^-
45 Rh 93		-69.110s		
94	(3+)	-72.970s	70.6 s 6	ϵ
94	(3+)	-72.970s	25.6 s 2	ϵ
95	(9/2)+	-78.340	5.32 m 10	ϵ
95m	(1/2)-	-77.797	1.96 m 4	IT 88%, ϵ 12%
96	5(+)	-79.630	9.6 m 2	ϵ
96m	2(+)	-79.578	1.51 m 2	IT 60%, ϵ 40%
97	(9/2)+	-82.600	31.1 m 8	ϵ
97m	(1/2)-	-82.342	44.3 m 8	ϵ 95.1%, IT 4.9%
98	2(+)	-83.168	8.7 m 2	ϵ
98m	(5+)	-83.118	3.5 m 3	ϵ
99	(1/2)-	-85.519	16.1 d 1	ϵ
99m	9(+)	-85.454	4.7 h 1	ϵ
100	1-	-85.590	20.8 h 1	ϵ
100m	(5+)	-85.250	4.7 m 1	IT 93%, ϵ 7%
101	1/2-	-87.413	3.3 y 3	ϵ
101m	9/2+	-87.256	4.34 d 1	ϵ 92.3%, IT 7.7%
102	6(+)	-86.803	\approx 2.9 y	ϵ 0.45%
102m	(1.-2.)	-86.733	207 d 3	ϵ 75%, β^- 20%, IT 5%
103	1/2-	-88.027	100%	ϵ
103m	7/2+	-87.987	56.12 m 1	IT
104	1+	-86.954	42.3 s 4	β^- 99.55%, ϵ 0.45%
104m	5+	-86.825	4.34 m 5	IT 99.87%, β^- 0.13%
105	7/2+	-87.853	35.36 h 6	β^-

17

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
47 Ag 103	7/2+	-84.780	65.7 m 7	ϵ
103m	1/2-	-84.646	5.7 s 3	IT
104	5+	-85.118	69.2 m 10	ϵ
104m	2+	-85.111	33.5 m 20	ϵ 67%, IT 33%
105	1/2-	-87.076	41.29 d 7	IT 98.12%, ϵ 1.88%
105m	7/2+	-87.051	7.23 m 16	ϵ \approx 99%, β^- \approx 1%
106	1+	-86.944	24.0 m 1	ϵ
106m	6+	-86.854	8.46 d 10	ϵ
107	1/2-	-88.407	51.83Z 5	β^-
107m	7/2+	-88.314	44.3 s 2	IT
108	1+	-87.605	2.37 m 1	β^- 97.15%, ϵ 2.85%
108m	6+	-87.496	127 y 21	ϵ 91.3%, IT 8.7%
109	1/2-	-88.720	48.161Z 5	IT
109m	7/2+	-88.638	39.6 s 2	β^-
110	1+	-87.458	24.6 s 2	β^- 99.7%, ϵ 0.3%
110m	6+	-87.340	249.76 d 4	β^- 98.64%, IT 1.36%
111	1/2-	-88.218	7.45 d 1	β^-
111m	7/2+	-88.158	64.8 s 8	IT 99.3%, β^- 0.7%
112	2-	-86.623	3.14 h 2	β^-
113	1/2-	-87.04	5.37 h 5	β^-
113m	(7/2)+	-86.998	68.7 s 50	IT 80%, β^- 20%
114	1+	-84.990	4.6 s 2	β^-
115	(1/2)-	-84.950	20.0 m 5	β^-
115	(7/2)+	-84.950	18.0 s 7	β^-
116		-82.720	2.6 m 2	β^-
116m		-82.639	10.4 s 8	β^- 98%, IT 2%
117	(1/2)-	-82.250	72.8 s 10-7	β^-
117	(7/2)+	-82.250	5.34 s 5	β^-
118		-79.580	4.0 s 3	β^-
118m		-79.452	2.8 s 3	β^- 59%, IT 41%
119	(7/2)+	-78.590	2.1 s 1	β^-
120		-75.770	1.17 s 5	β^-
120m		-75.567	0.32 s 4	β^- 63%, IT 37%
122		-74.550	0.8 s 1	β^-
122			1.5 s 5	β^- , β^-n
123			0.32 s 3	β^- , β^-n
48 Cd 97			3 s	ϵ , ϵp
98	0+		\approx 8 s	ϵ , ϵp
99	0+	-69.990s	16 s	ϵ
100	0+	-74.310s	1.1 m 3	ϵ
101	(5/2)+	-75.690	1.2 m 2	ϵ
102	0+	-79.700s	6.5 m 5	ϵ
103	(5/2)+	-80.620	7.3 m 1	ϵ
104	0+	-83.974	57.7 m 10	ϵ
105	5/2+	-84.339	55.5 m 4	ϵ
106	0+	-87.132	1.25Z 3	ϵ
107	5/2+	-86.990	6.50 s 2	ϵ
108	0+	-89.260	0.89Z 1	ϵ
109	5/2+	-88.536	462.9 d 20	ϵ
110	0+	-90.351	12.49Z 9	ϵ
111	1/2+	-89.255	12.80Z 6	ϵ

19

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
45 Rh 105m	1/2-	-87.723	45 s	IT
106	1+	-86.730	29.80 s 8	β^-
106m	(6+)	-86.230	130 m 2	β^-
107	(7/2)+	-85.862	21.7 m 4	β^-
108		-85.090	8.0 s 7	β^-
108m	1+	-85.920	16.8 s 5	β^-
109	7/2+	-85.014	80 s 2	β^-
110	1+	-82.940	3.2 s 2	β^-
110	(2)	-82.940	28.5 s 15	β^-
111		-82.320s	11 s 1	β^-
112		-79.730s	0.8 s 1	β^-
113?		-78.840s	0.91 s 8	β^-
114?			1.68 s 7	β^-
46 Pd 94	0+		9.0 s 5	ϵ
95		-70.150s		
95m	(21/2)+	-68.150s	13.3 s 3	ϵ , ϵp 0.93%
96	0+	-76.370s	2.0 m	ϵ
97	(5/2+)	-77.800	3.1 m 1	ϵ
98	0+	-81.299	17.7 m 3	ϵ
99	(5/2+)	-82.199	21.4 m	ϵ
100	0+	-85.207	3.63 d 9	ϵ
101	5/2+	-85.431	8.47 h 6	ϵ
102	0+	-87.902	1.020Z 12	ϵ
103	5/2+	-87.455	16.991 d 19	ϵ
104	0+	-89.397	11.14Z 8	β^-
105	5/2+	-86.418	22.33Z 8	β^-
106		-89.910	27.35Z 5	β^-
107	5/2+	-88.374	6.5-10Z y 3	β^-
107m	11/2-	-88.159	21.3 s 5	IT
108	0+	-89.522	26.46Z 9	β^-
109	5/2+	-87.604	13.7 h 1	β^-
109m	11/2-	-87.415	4.69 s 1	IT
110	0+	-88.337	11.72Z 9	β^-
111	5/2+	-86.020	23.4 m 2	β^-
111m	11/2-	-85.848	5.5 h 1	IT 73%, β^- 27%
112	0+	-86.328	21.05 h 5	β^-
113		-83.680	89 s	β^-
113		-83.680	89 s	β^-
114	0+	-83.540	2.4 m 1	β^-
115	0+	-80.490s	47 s	β^-
116	0+	-80.110	12.7 s 4	β^-
117			5.0 s 6	β^-
118	0+		3.1 s 3	β^-
47 Ag 96			5.1 s	ϵ , ϵp
97		-70.900s	2.5 s 3	ϵ
98	(7+)	-73.070s	44.5 s 12	ϵ , ϵp 0%
99	(9/2+)	-76.760	2.07 m	ϵ
99m	(1/2)-	-76.760	11 s	IT
100	(5+)	-78.120	2.0 m	β^-
100	(2+)	-78.120	2.3 m	β^-
101	9/2+	-81.220	11.1 m 3	β^-
101m	1/2-	-80.947	3.10 s 10	IT
102	5+	-82.020	12.9 m 3	ϵ
102m	2+	-82.011	7.7 m 5	ϵ 51%, IT 49%

18

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
48 Cd 111m	11/2-	-88.859	48.6 m 3	IT
112	0+	-90.582	24.13Z 11	β^-
113	1/2+	-89.051	9.3-10Z y 19	β^-
113m	11/2-	-88.787	13.7 y	β^- 99.86%, IT 0.14%
114	0+	-90.023	28.73Z 21	β^-
115	1/2+	-88.092	53.46 h 10	β^-
115m	11/2-	-87.911	44.6 d 3	β^-
116		-87.911	7.45Z 9	β^-
117	1/2+	-86.417	2.49 h 4	β^-
117m	(11/2)-	-86.281	3.36 h 5	β^-
118	0+	-86.710	50.3 m 2	β^-
119	(1/2)-	-83.940	2.69 s 2	β^-
119m	(11/2)-	-83.793	2.28 m 2	β^-
120	0+	-83.973	50.80 s 21	β^-
121		-80.950	13.5 s 3	β^-
121m		-80.950	8 s	β^-
122	0+	-80.580s	0.5 s 1	β^-
123		-77.330s	5.9 s 2	β^-
124	0+		0.5 s 2	β^-
126	0+		0.506 s 15	β^-
128	0+		0.94 s 5	β^-
49 In 100				ϵ , ϵp
101		-68.410s		
102	(5)	-70.420s	23 s 4	ϵ
103	(9/2+)	-74.420s	65.7	ϵ
104	5+	-75.970s	1.7 m 2	ϵ
105	9/2+	-79.589	4.9 m 3	ϵ
105m	(1/2)-	-78.915	43 s	IT
106	(7+)	-80.590	6.2 m 1	ϵ
106m	(3/2)-	-80.190	5.2 m 1	ϵ
107	9/2+	-83.570	32.4 m 3	ϵ
107m	1/2-	-82.892	50.4 s 6	IT
108	3+	-84.135	39.6 m 7	ϵ
108	(6+)	-84.135	58.0 m 12	ϵ
109	5+	-86.505	4.2 s 1	β^-
109m	1/2-	-85.855	1.34 m 7	IT
109m	(19/2)+	-84.395	0.21 s 1	IT
110	2+	-86.410	69.1 m 5	ϵ
110	7+	-86.410	4.9 h 1	ϵ
111	9/2+	-88.391	2.83 d 1	ϵ
111m	1/2-	-87.854	7.7 m 2	IT
112	1+	-87.994	14.4 m 2	ϵ 56%, β^- 44%
112m	4+	-87.837	20.9 m 2	IT
113	9/2+	-89.367	4.3Z 2	ϵ
113m	1/2-	-88.975	1.65Z h 1	IT
114	5+	-88.570	71.9 s 1	IT 99.5%, ϵ 0.5%
114m	5+	-88.380	49.51 d 1	IT 95.7%, ϵ 4.3%
115	9/2+	-89.534	4.41-10Z y 25	β^-
115m	1/2-		95.7Z 2	β^-
116	1+	-89.198	4.48Z h 1	IT 95%, β^- 5%
116	1+	-88.247	14.10 s 3	β^- 99.94%, ϵ < 0.06%

20

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
49 In 116m	5+	-88.120	54.15 m 6	β^-
116m	8-	-87.957	2.18 s 4	IT
117	9/2+	-88.943	43.8 m 7	β^-
117m	1/2-	-88.628	116.5 m 7	β^- 52.9%, IT 47.1%
118	1+	-87.450	5.0 s 3	β^-
118m	(5+)	-87.390	4.45 s 5	β^-
118m	(8-)	-87.250	8.5 s 3	IT 98.5%, β^- 1.5%
119	9/2+	-87.730	2.4 m 1	β^-
119m	1/2-	-87.419	18.0 m 3	β^- 97.5%, IT 2.5%
120	(5+)	-85.800	44.4 s 10	β^-
120	1+	-85.800	3.08 s 6	β^-
121	9/2+	-85.840	23.1 s 6	β^-
121m	1/2-	-85.526	3.88 m 10	β^- 98.8%, IT 1.2%
122		-83.580	10.0 s 5	β^-
122	(1+)	-83.580	1.5 s 3	β^-
123	(9/2+)	-83.420	5.98 s 6	β^-
123m	(1/2-)	-83.100	47.8 s 5	β^-
124	3+	-81.060	3.17 s 5	β^-
124m	(5 to 8)	-80.870	2.4 s 4	β^-
125	(9/2+)	-80.420	2.33 s 4	β^-
125m	(1/2-)	-80.240	12.2 s 1	β^-
126	(6,7,8)	-77.910	1.45 s 22	β^-
126m	3+	77.660	1.5 s 2	β^-
127	(9/2+)	-77.010	1.15 s 5	β^-
127m	(1/2-)	-76.850	3.76 s 3	β^- , β^- n
128	(2,3+)	-74.000	0.9 s 1	β^- , β^- n
129	(9/2+)	-73.030	0.59 s 2	β^- , β^- n
129m	(1/2-)	-72.830	1.26 s 2	β^- , β^- n
130	10-	-69.990	0.51 s 1	β^- , β^- n
130		-69.990	0.53 s 5	β^- , β^- n
131	(9/2+)	-68.550	0.27 s 2	β^- , β^- n
132			0.22 s 2	β^- , β^- n
50 Sn 102	0+	-64.800s		ϵ , ϵ p
103		-66.920s	7 s 3	ϵ , ϵ p
104	0+	-71.470s		ϵ
105	0+	-73.270	31 s	ϵ , ϵ p
106	0+	-77.290s	2.10 m 15	ϵ
107	5/2+, 7/2+	-78.370s	2.9 s 5	ϵ
108	0+	-82.090	10.30 m 8	ϵ
109	7/2(+)	-82.630	18.0 m 2	ϵ
110	0+	-85.830	4.11 h 10	ϵ
111	7/2+	-85.939	35.3 m 8	ϵ
112	0+	-88.654	0.97 s 1	β^- , β^- n
113	1/2+	-88.328	115.09 d 4	ϵ
113m	7/2+	-88.251	21.4 m 4	IT 91.1%, ϵ 8.9%
114	0+	-90.557	0.65 s 1	β^-
115	1/2+	-90.032	0.36 s 1	β^-
116	0+	-91.523	14.5 s 11	β^-
117	1/2+	-90.396	7.68 s 7	β^-
117m	11/2+	-90.081	13.61 d 4	IT
118	0+	-91.652	24.22 s 11	β^-
119	1/2+	-90.068	8.58 s 4	β^-
119m	11/2-	-89.976	293.0 d 13	IT

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
51 Sb 126m	(5+)	-86.382	19.0 m 3	β^- 86%, IT 14%
126m	(3-)	-86.360	\approx 11 s	IT
127	7/2+	-86.705	3.85 d 5	β^-
128	8-	-84.600	9.01 h 3	β^-
128m	5+	-84.580	10.4 m 2	β^- 96.4%, IT 3.6%
129	7/2+	-84.631	4.40 h 1	β^-
129		-84.631	17.7 m	β^-
130	(8-)	-82.360	38.4 m	β^-
130m	(4,5+)	-82.330	6.3 m 2	β^-
131	(7/2+)	-82.020	23 m 2	β^-
132	(8-)	-79.730	4.1 m	β^-
132	(4+)	-79.730	3.07 m	β^-
133		-79.400	2.5 m	β^-
134	(0-)	-74.000	0.85 s 10	β^-
134	(7-)	-74.000	10.43 s 14	β^- , β^- n 0.1%
135		-70.310s	1.71 s	β^- , β^- n 20%
136			0.82 s 2	β^- , β^- n 32%
52 Te 106	0+	-58.050s	0.06 ms	α
107		-60.510s	3.6 ms +6-4	α 70%, ϵ 30%
108	0+	-65.620s	2.1 s 1	α 68%, ϵ 32%, ϵ p
109		-67.650	4.6 s 3	α 96%, ϵ p, α 4%
110	0+	-72.140s	18.6 s 8	ϵ , α
111		-73.470	19 s 4	ϵ , ϵ p, α
112	0+	-77.300	2.0 s 1	ϵ
113	(7/2+)	-78.320s	1.7 m 2	ϵ
114	0+	-81.760s	15.2 m 7	ϵ
115	7/2+	-82.250	5.8 m 2	ϵ
115m	(1/2+)	-82.330	6.7 m 4	ϵ
116	0+	-85.280	2.49 h 4	ϵ
117	1/2+	-85.110	62 m 2	ϵ
118	0+	-87.647	6.00 d 2	ϵ
119	1/2+	-87.178	16.05 h 5	ϵ
119m	11/2-	-86.878	4.69 d 4	ϵ
120	0+	-89.380	0.096 s 2	ϵ
121	1/2+	-88.542	16.78 d 35	ϵ
121m	11/2-	-88.248	154 d 7	IT 88.6%, ϵ 11.4%
122	0+	-90.309	2.60 s 1	ϵ
123	1/2+	-89.172	1.310 s 1	ϵ
123			0.908 s 3	ϵ
123m	11/2-	-88.925	119.7 d 1	IT
124	0+	-90.525	4.816 s 8	ϵ
125	1/2+	-89.025	7.14 s 1	IT
125m	11/2-	-88.880	58 d 1	ϵ
126	0+	-90.067	19.9 s 1	ϵ
127	3/2+	-88.286	9.35 h 7	β^-
127m	11/2-	-88.198	109 d 2	IT 97.6%, β^- 2.4%
128	0+	-88.993	$>$ 8.10 ⁴ y	2 β^-
129	3/2+	-87.008	31.69 s 2	β^-
129m	11/2-	-86.903	33.6 d 1	IT 64%, β^- 36%
130	0+	-87.348	2.51 \cdot 10 ¹¹ y	2 β^-
131	3/2+	-85.206	25.0 m 1	β^- 77.8%, β^- n 22.2%
131m	11/2-	-85.024	30 h 2	β^-

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
50 Sn 120	0+	-91.102	32.59 s 10	β^-
121	3/2+	-89.202	27.06 h 4	β^-
121m	11/2-	-89.196	55 s 5	IT 77.6%, β^- 22.4%
122	0+	-89.945	4.63 s 3	β^-
123	11/2-	-87.820	129.2 d 4	β^-
123m	3/2+	-87.795	49.98 m 7	β^-
124	0+	-88.237	5.79 s 5	β^-
125	11/2-	-85.898	9.64 d 3	β^-
125m	3/2+	-85.870	9.52 m 5	β^-
126	0+	-86.021	\approx 0.10 y	β^-
127	(11/2-)	-83.504	2.10 h 4	β^-
127m	(3/2+)	-83.499	4.13 m 3	β^-
128	0+	-83.310	59.1 m 5	β^-
128m	(7-)	-81.219	6.5 s 5	IT
129	(3/2+)	-80.630	2.16 m 4	β^-
129m	(11/2-)	-80.585	6.7 h 4	β^- , IT 0.0002%
130	0+	-80.190	3.72 m 11	β^-
130m	(7-)	-78.390	1.7 m 1	β^-
131	(3/2+)	-77.370	61 s 3	β^-
131m	0+	-77.370	39 s	β^-
132	0+	-76.610	40 s 1	β^-
133		-69.960s	1.47 s	β^- , β^- n
134	0+		1.04 s 2	β^- , β^- n 17%
51 Sb 104		-59.270s		β^-
105		-64.090s		β^-
106		-66.490s		β^-
107		-70.670s		β^-
108		-72.530s	7.0 s 5	ϵ , ϵ p
109	(5/2+)	-76.250	17.0 s 7	ϵ
110	3+	-77.530s	23.0 s 4	ϵ
111	(5/2+)	-80.840s	75 s 1	ϵ
112	3+	-81.589	51.7 s 10	ϵ
113	5/2+	-84.421	0.67 m 7	ϵ
114	3+	-84.670	3.49 m 3	ϵ
115	5/2+	-87.002	32.1 m 3	ϵ
116	3+	-86.816	15.8 m 8	ϵ
116m	8-	-86.620	60.3 m 6	ϵ
117	5/2+	-88.641	2.80 h 1	ϵ
118	1+	-87.995	3.6 m	ϵ
118m	8-	-87.783	5.00 h 1	ϵ
119	5/2+	-89.472	38.1 h 2	ϵ
120	1+	-88.421	15.80 m 4	ϵ
120	8-	-88.421	5.76 s 2	ϵ
121	5/2+	-89.591	57.3 s 9	ϵ
122	2-	-88.326	2.70 d 1	β^- 97.62%, ϵ 2.38%
122m	(8-)	-88.163	4.2 m 2	IT
123	7/2+	-89.223	42.7 s 9	β^-
124	3-	-87.619	60.20 d 3	β^-
124m	5+	-87.608	93 s 5	IT 75%, β^- 25%
124m	8-	-87.582	20.2 m 2	IT
125	7/2+	-88.258	2.73 y 3	β^-
126	(6-)	-86.400	12.4 d 7	β^-

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
52 Te 132	0+	-85.217	78.2 h 8	β^-
133	(3/2+)	-82.990	12.45 m 28	β^-
133m	(11/2-)	-82.656	55.4 m 4	β^- 83%, IT 17%
134	0+	-82.410	41.8 m 8	β^-
135		-77.850	19.2 s	β^-
136	0+	-74.410	18 s	β^- , β^- n 0.7%
137	(7/2-)	-69.480s	3 s 5	β^- n 2%
138	0+		1.4 s 4	β^- , β^- n 6%
53 I 108		-52.550s		β^-
109		-57.760s		β^-
110		-60.490s	0.65 s 2	ϵ 83%, α 17%, ϵ p, ϵ n 9%
111		-64.970s	7.5 s	ϵ 99.9%, α 0.1%
112		-67.120s	3.42 s 11	ϵ , ϵ p, α , α
113		-71.120	5.9 s 5	ϵ , α , α
114		-72.860s	2.1 s 2	ϵ
115	(5/2+)	-76.300s	28 s 7	ϵ
116	1+	-77.520	2.91 s 15	ϵ
117	(5/2+)	-80.610s	2.3 m 1	ϵ
118	(2-)	-81.250s	14.3 m	ϵ , IT
119	(5/2+)	-83.810	19.1 m 4	ϵ
120	2-	-83.980	81.0 m 6	ϵ
120m		-83.080	53 m 4	ϵ
121	5/2+	-86.263	2.12 h 1	ϵ
122	1+	-86.075	3.62 m 6	ϵ
123	5/2+	-87.939	13.2 h 1	ϵ
124	2+	-87.368	4.18 d 2	ϵ
125	5/2+	-88.847	60.14 d 11	ϵ
126	2-	-87.912	13.02 d 7	ϵ 56.3%, β^- 43.7%
127	5/2+	-88.984	100%	β^-
128	1+	-87.738	24.99 m 2	β^- 93.1%, ϵ 6.9%
129	7/2+	-82.506	1.57 \cdot 10 ¹¹ y	β^-
130	5+	-86.897	12.36 h 1	β^-
130m	2+	-86.849	9.0 m 1	IT 83%, β^- 17%
131	7/2+	-87.455	8.04 d 1	β^-
132	4+	-85.710	2.30 h 3	β^-
133	(8-)	-83.590	83.6 m 7	IT 86%, β^- 14%
133	7/2+	-85.910	20.8 h 1	β^-
133m	19/2-	-84.276	9 s	IT
134	4+	-83.970	52.6 m 4	β^-
134m	8-	-83.654	3.69 m 7	IT 97.7%, β^- 2.3%
135	7/2+	-83.813	6.61 h 1	β^-
136	(2-)	-79.510	84 s 1	β^-
136m	(6-)	-79.360	45 s 1	β^-
137	(7/2+)	-76.500	24.5 s 2	β^- , β^- n 6.4%
138		-72.310	6.41 s 5	β^- , β^- n 5%
139		-68.880	2.30 s 5	β^- , β^- n 10%
140			0.86 s 4	β^- , β^- n 14%
141			0.43 s 2	β^- , β^- n 21.2%
142			0.2 s	β^-
54 Xe 110	0+	-51.750s	0.2 s	

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
54 Xe	112	0+	-59.880s	2.8 s 2 ϵ 99.16%, α 0.84%
	113	0+	-62.130	2.8 s 2 ϵ , ϵ , ρ , ϵ , α
	114	0+	-66.910s	10.0 s 4 ϵ
	115	0+	-68.670s	18 s 4 ϵ , ϵ , ρ 0.3%
	116	0+	-73.020s	58 s 4 ϵ
	117	(1/2+)	-74.290s	61 s 2 ϵ , ϵ , ρ 0.003%
	118	0+	-78.050s	4 m ϵ
	119	(7/2+)	-78.820	5.8 m 3 ϵ
	120	0+	-82.030	40 m f ϵ
	121	(5/2+)	-82.490	40.1 m 2 ϵ
	122	0+	-85.540	20 h f ϵ
	123	(1/2+)	-85.261	2.08 h 2 ϵ
	124	0+	-87.660	0.10% f ϵ
	125	(1/2+)	-87.191	16.9 h 2 ϵ
	126	(9/2-)	-86.939	57 s f IT
	126	0+	-89.162	0.09% f ϵ
	127	(1/2+)	-88.323	36.4 d f IT
	127	(9/2-)	-88.026	69.2 s 9 IT
	128	0+	-89.861	1.91% 3 β
	129	1/2+	-88.697	26.4 f 6 IT
	129m	11/2-	-88.461	8.89 d 2 IT
	130	0+	-89.881	4 s 8 β
	131	3/2+	-88.426	21.2% 4 β
	131m	11/2-	-88.262	11.9 d f IT
	132	0+	-89.290	26.9% 5 β
	133	3/2+	-87.665	5.245 d 6 β
	133	11/2-	-87.431	2.188 d 8 IT
	134	0+	-88.125	10.4% 2 β
	134m	7-	-86.166	290 ms 17 IT
	135	3/2+	-86.509	9.09 h f β
	135m	11/2-	-85.982	15.29 m 3 IT, β -0.004%
	136	0+	-86.431	8.9% f β
	137	7/2-	-82.385	3.818 m 13 β
	138	0+	-80.130	14.08 m 8 β
	139	0+	-75.700	39.68 s 14 β
	140	0+	-73.020	13.60 s 10 β
	141	0+	-68.360	1.73 s f β , β -n 0.044%
	142	0+	-65.550	1.22 s 2 β , β -n 0.41%
	143	0+		0.30 s 3 β
	143	0+		0.96 s 2 β
	144	0+		1.15 s 20 β
	145			0.9 s 3 β , β -n
55 Cs	113		-51.610s	
	114	(1+)	-54.710s	0.57 s 2 ϵ , ϵ , ρ 2%, α 0.16%, α 0.02%
	115		-59.550s	1.4 s 8 ϵ , ϵ , ρ 0.3%
	116	$\geq 4+$	-62.300	3.81 s 16 ϵ , ϵ , ρ , ϵ , α
	116	(1+, 2+, 3+)	-62.300	0.71 s 8 ϵ , ϵ , ρ , ϵ , α
	117		-66.230	6.5 s ϵ
	118		-68.240	16.4 s 12 ϵ , ϵ , ρ 0.04%, α 0.0024%, ϵ , α ?
	119	9/2(1)	-72.200	37.7 s 10 ϵ
	119	3/2	-72.200	28 s f ϵ
	120	2	-73.770	64 s ϵ , ϵ , ρ , ϵ , α

25

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
56 Ba	131	1/2+	-86.721	11.8 d 2 ϵ
	131m	9/2-	-86.533	14.6 m 2 IT
	132	0+	-88.453	6.10% 2 ϵ
	133	1/2+	-87.572	10.74 y 5 ϵ
	133m	11/2-	-87.284	38.9 h f IT 99.99%, ϵ 0.01%
	134	0+	-88.972	2.417% 27 ϵ
	135	3/2+	-87.873	6.592% 18 ϵ
	135m	11/2-	-89.605	26.7 h 2 IT
	136	0+	-88.909	7.854% 39 ϵ
	136m	7-	-86.879	0.306 s IT
	137	3/2+	-87.736	11.23% 4 ϵ
	137m	11/2-	-87.074	2.551% 7 IT
	138	0+	-88.276	71.70% 7 ϵ
	139	7/2-	-84.928	84.63 m 34 β
	140	0+	-83.294	12.746 d 10 β
	141	3/2-	-79.771	18.27 m 7 β
	142	0+	-77.910	10.6 m 2 β
	143	5/2+	-74.070	14.5 s 5 β
	144	0+	-71.870	11.4 s 5 β
	145	5/2+	-68.040	4.0 s β
	146	0+	-65.100	2.20 s 3 β
	147	0+	61.260s	0.72 s 7 β , β -n
	148	0+	-58.510s	0.607 s 25 β , β -n
	149		-53.390s	
57 La	123			17 s 3 ϵ ---
	124			29 s 3 ϵ
	125	(11/2-)		76 s 6 ϵ
	126			1.0 m 3 ϵ
	127	(3/2+)	-77.980s	3.8 m 5 ϵ
	127m	(11/2-)	-77.980s	5.0 m 7 ϵ
	128	4, 5	-78.880	5.0 s 3 ϵ
	129	(3/2+)	-81.380	11.6 m 2 ϵ
	129m	11/2-	-81.208	0.56 s 5 IT
	130	(3+)	-81.600s	8.7 m f ϵ
	131	3/2+	-83.760	59 m 2 ϵ
	132	2-	-83.740	4.8 h 2 ϵ
	132m	6-	-83.551	24.3 m 5 IT 76%, ϵ 24%
	133	5/2(+)	-85.570s	3.912 h 8 ϵ
	134	1+	-85.270	6.45 m 16 ϵ
	135	5/2+	-86.673	19.5 h ϵ
	136	1+	-86.040	9.87 s 3 ϵ
	137	7/2+	-87.130	6.10 ¹ y 2 ϵ
	138	5+	-86.531	1.28.10 ¹ y 12 ϵ 66.7%, β -33.3%, 0.09% f
	139	7/2+	-87.238	99.91% f ϵ
	140	3-	-84.320	40.272 h 7 β
	141	7/2(+)	-83.000	3.02 h 3 β
	142	2-	-80.025	91.1 m 5 β
	143	7/2+	-78.320	14.23 m 14 β
	144		-74.850	40.9 s 4 β
	145		-72.390	24.8 s 20 β
	146		-69.390	6.72 y 2 β
	146m	(6)	-69.090	10.0 s f β

27

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
55 Cs	120		-73.770	60.2 s 15 ϵ
	121m	3/2+	-77.090	136 s ϵ
	121m	9/2(+)	-77.090	121 s IT, ϵ
	122	8	-78.160	4.5 m 2 ϵ
	122	1(+)	-78.160	21.0 s 7 ϵ
	123	1/2+	-81.050	5.87 m 5 ϵ
	123m	(11/2-)	-80.891	1.60 s 15 IT
	124	1+	-81.720	30.8 s 5 ϵ
	124m	(7+)	-81.257	6.3 s 2 IT
	125	1/2+	-84.092	45 m f ϵ
	126	1+	-84.334	1.64 m 2 ϵ
	127	1/2+	-86.231	6.25 h 10 ϵ
	128	1+	-85.926	3.62 m 2 ϵ
	129	1/2+	-87.536	32.06 h 6 ϵ
	130	1+	-86.859	29.2 m ϵ 98.4%, β -1.6%
	131	5/2+	-88.079	9.69 d f ϵ
	132	2(-)	-87.160	6.475 d 10 ϵ 98%, β -2%
	133	7/2+	-88.093	1.00% ϵ
	134	4+	-86.913	2.062 y 5 β , ϵ 0.0003%
	134m	8-	-86.774	2.91 h f IT
	135	7/2+	-87.668	3.10 ⁶ y β
	135m	(19/2-)	-86.041	53 m 2 IT
	136	5+	-86.381	13.16 d 3 β
	136	9	-86.361	19 s 2 β
	137	7/2+	-86.561	30.17 y β
	138	3(-)	-82.900	32.2 m f β
	138m	(6-)	-82.820	2.90 m 10 IT 81%, β -19%
	139	7/2	-80.715	9.27 m 5 β
	140	1+	-77.076	63.7 s 3 β
	141	(7/2+)	-74.515	24.94 s 6 β , β -n 0.029%, β -n 0.28%
	142	0-	-70.590	1.8 s β , β -n 1.7%
	143	3/2+	-67.790	1.78 s f β , β -n 3%
	144	1+	-60.940	1.02 s 3 β , β -n 12%
	144 [?]	3-	-63.410	0.50 s f β , β -n 14%
	145	3/2+	-60.240	0.343 s 7 β , β -n
	146	(2-)	-55.690	0.22 s f β
	147		-52.380	170 ms 7 β
	148		-47.590	1.9 s 2 ϵ , ϵ , ρ
56 Ba	117		-56.930s	
	118	0+	-61.950s	
	119		-63.960s	5.35 s 30 ϵ , ϵ , ρ
	120	0+	-68.470s	32 s ϵ , ϵ , ρ 0.02%
	121		-70.140s	29.7 s 15 ϵ
	122	0+	-74.360s	2.0 m ϵ
	123		-75.260s	2.7 m f ϵ
	124	0+	-78.820s	11.9 m 10 ϵ
	125	(1/2+)	-79.510	3.5 m 4 ϵ
	125		-79.510	8 m ϵ
	126	0+	-82.660s	100 m 2 ϵ
	127	(1/2+)	-82.780	1.7 m 4 ϵ
	128	0+	-85.478	2.43 d 5 ϵ
	129	1+	-85.100	2.23 h f 1 ϵ
	129m	(7/2+)	-85.092	2.17 h 4 ϵ
	130	0+	-87.299	0.106% 2 ϵ

28

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
57 La	147		-66.970s	4.4 s 5 β , β -n
	148	(2-)	-63.910s	1.05 s f β
	149		-61.190s	1.2 s 4 β
	150		-57.890s	
58 Ce	124	0+		6 s 2 ϵ , ϵ , ρ
	125	0+		9 s 5 ϵ
	126	0+		50 s 6 ϵ
	127	0+		32 s 4 ϵ
	128	0+		6 m ϵ
	129	0+		3.5 m 5 ϵ
	130	0+	-79.400s	25 m 2 ϵ
	131	0+	-79.860s	10 m f ϵ
	131	0+	-79.850s	5 m 1 ϵ
	132	0+	-82.440s	3.5 h 2 ϵ
	133	9/2(-)	-82.570s	5.40 h 5 ϵ
	133	1/2(+)	-82.570s	97 m ϵ
	134	0+	-84.870s	75.9 h 9 ϵ
	135	1/2+	-84.657	17 h 8 ϵ
	135m	(11/2-)	-84.212	20 s IT
	136	0+	-86.500	0.19% f ϵ
	137	3/2+	-85.910	9.0 h 3 ϵ
	137m	11/2-	-85.656	34.4 h 3 IT 99.22%, ϵ 0.78%
	138	0+	-87.575	0.25% f ϵ
	139	3/2+	-86.973	137.66 d 13 ϵ
	140	11/2-	-86.219	56.4 s 5 IT
	140	0+	-88.080	88.48% 10 β
	141	7/2-	-85.446	32.50(1) d 5 β
	142	0+	-84.542	5.5(1) d 5 β
	143	3/2-	-81.615	11.08% 10 β
	144	0+	-80.442	33.0 h 2 β
	145	5/2+	-77.100	284.4 d β
	146	0+	-75.760	2.98 m 13 β
	147	0+	-72.160	13.52 m 12 β
	148	0+	-70.410	56.4 s 12 β
	149	0+	-67.290s	5.2 s 3 β
	150	0+	-65.510s	4.0 s 6 β
	151		-62.260s	1.02 s 6 β
59 Pr	121			1.4 s 8 ϵ , ϵ , ρ
	129			24 s 5 ϵ
	130			28 s ϵ
	132			1.6 m 3 ϵ
	133	5/2(+)	-75.340s	6.5 m 3 ϵ
	134	2-	-78.070s	17 m 2 ϵ
	134m	(5-)	-78.770s	11 m ϵ
	135	3/2(+)	-80.910	25 m ϵ
	136	2+	-81.380	13.1 m f ϵ
	137	5/2+	-83.200	1.28 h 2 ϵ
	138	1+	-83.139	1.45 m 5 ϵ
	138m	7-	-82.774	2.1 h f ϵ
	139	5/2+	-84.844	4.41 h 4 ϵ
	140	1+	-84.701	3.39 m f ϵ
	141	5/2+	-86.270	100% ϵ

28

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
59 Pr 142	2-	-83.799	19.12 h 4	β^- 99.99%, ϵ 0.02%
142m	5-	-83.795	14.6 m 5	IT
143	7/2+	-83.077	13.58 d 3	β^-
144	0-	-80.760	17.28 m 5	β^-
144m	3-	-80.701	7.2 m 2	IT 99.96%, ϵ 0.04%
145	(7/2)+	-79.636	5.98 h 2	β^-
146	(2)-	-76.780	24.15 m 18	β^-
147	(5/2+)	-75.470	13.6 m 5	β^-
148	1+	-72.460	2.27 m 4	β^-
148m	(4)	-72.370	2.0 m 1	β^-
149	(5/2+)	-70.988	2.26 m 7	β^-
150	(1)	-68.590s	6.19 s 16	β^-
151		67.160s	4.0 s 7	β^-
152		-64.560s	3.2 s	β^-
60 Nd				
129			5.9 s 6	ϵ , ϵ , ϵ , p
130	0+		28 s	ϵ
132	0+		1.8 m	ϵ
133			1.2 m	ϵ
134	0+	-75.570s	8.5 m 15	ϵ
135	9/2(-)	-76.210s	12 m	ϵ
135m		-75.910s	55.5 m	ϵ
136	0+	-79.170	50.65 m 33	ϵ
137	1/2+	-79.400	38.5 m 15	ϵ
137m	11/2-	-78.880	1.80 s 15	IT
138	0+	-82.140s	5.04 h 9	ϵ
139	3/2+	-82.040	29.7 m 5	ϵ
139m	11/2-	-81.809	5.2 s 2	ϵ 88%, IT 12%
140	0+	-84.481	3.37 d 2	ϵ
141	3/2+	-84.213	2.49 h 3	ϵ
141m	11/2-	-83.456	6.24 s 9	IT 99.97%, ϵ 0.03%
142	0+	-85.959	27.13% 10	ϵ
143	7/2-	-84.012	12.18% 5	ϵ
144	0+	-83.757	2.1-10 ¹⁵ y 4	α
145	7/2-	-81.441	>6-10 ¹⁶ y	α
146	0+	-80.935	17.19% 8	ϵ
147	5/2-	-78.156	10.98 d 1	β^-
148	0+	-77.418	5.76% 3	ϵ
149	5/2-	-74.385	1.725 h 7	β^-
150	0+	-73.694	>1-10 ¹⁰ y 2	β^-
151	(3/2+)	-70.957	12.44 m 7	β^-
152	0+	-70.160	11.4 m 2	β^-
153		-67.370s	40 s 10	β^-
154	0+	-65.770s	4 s	ϵ
61 Pm				
132			12 s	ϵ
133			24 s 2	ϵ
134			0.8 m	ϵ
135	(11/2-)	-71.280s	107 s 6	ϵ
136	(5+)			

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
62 Sm				
154	0+	-72.466	22.7% 2	β^-
155	3/2-	-70.202	22.1 m 2	β^-
156	0+	-69.380	9.4 h 2	β^-
157		-66.870	8.0 m 5	β^-
158	0+	-65.200s	5.51 m 9	β^-
63 Eu				
138			35 s 6	ϵ
138m			1.5 s 4	ϵ
139			22 s 3	ϵ
140		-67.210s	20 s 15-1	ϵ
140		-67.210s	1.3 s 2	ϵ
141	5/2+	-69.980	40.0 s 7	ϵ
141m	11/2-	-69.984	3.3 s 3	ϵ 67%, IT 33%
142	1+	-71.590	2.4 s 2	ϵ
142m	8-	-71.410	1.22 m 2	ϵ
143	5/2+	-74.380	2.63 m 5	ϵ
144	1+	-75.645	10.2 s 1	ϵ
145	5/2+	-77.998	5.93 d 4	ϵ
146	4-	-77.114	4.59 d 3	ϵ
147	5/2+	-77.555	24 d 1	ϵ , α , w
148	5-	-76.266	54.5 d 5	ϵ , α , w
149	5/2+	-76.452	93.1 d 4	ϵ
150	0(-)	-74.798	12.62 h 10	β^- 89%, ϵ 11%
150	(4-5)	-74.798	35.8 y 10	ϵ
151	5/2+	-74.663	47.81 y	ϵ
152	3-	-72.897	13.33 y 4	ϵ 72.08%, β^- 27.92%
152m	0(-)	-72.851	9.32 h 1	β^- 72%, ϵ 28%
152m	9(-)	-72.749	96 m 1	IT
153	5/2+	-73.375	15.15 h 4	ϵ
154	3-	-71.749	8.8 y 1	β^- 99.98%, ϵ 0.02%
154m	(8-)	-71.592	46.0 m 3	IT
155	5/2+	-71.829	4.96 y 1	β^-
156	0+	-70.994	39 s 2	ϵ
157	5/2+	-69.473	15.15 h 4	ϵ
158	(1-)	-67.250	45.9 m 2	β^-
159	(5/2+)	-66.059	18.1 m 1	β^-
160	(0-)	-63.450s	44 s 4	β^-
64 Gd				
142	0+	-67.190s	1.5 m 3	ϵ
143	(1/2+)	-69.480s	1.83 m	ϵ
143m	11/2-	-68.380	1.83 m	ϵ , IT?
144	0+	-61.940s	4.5 m 1	ϵ
145	1/2+	-72.850	23.9 m 1	ϵ
145m	11/2-	-72.201	85 s 3	IT 95.3%, ϵ 4.7%
146	0+	-76.100	48.27 d 10	ϵ
147	7/2-	-75.505	38.1 h 1	ϵ
148	0+	-76.278	74.6 y 30	α
149	7/2-	-75.131	9.4 d 3	ϵ , α , w
150	0+	-75.766	1.79-10 ⁸ y 8	α
151	7/2-	-74.198	120 d 20	ϵ , α , w
152	0+	-74.719	1.08-10 ¹⁴ y 8	0.20%
153	3/2-	-72.895	241.6 d 2	ϵ
154	0+	-73.718	2.18% 3	ϵ

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
61 Pm				
137	(11/2-)	-74.100s	2.4 m 1	ϵ
138		-75.140s	3.24 m 5	ϵ
139	(5/2+)	-77.520	4.15 m 5	ϵ
140	1+	-78.410	9.2 s 2	ϵ
140m	(7-)	-78.010	5.95 m 5	ϵ
141	5/2+	-80.480	20.90 m 5	ϵ
142	1+	-81.070	40.5 s 5	ϵ
143	5/2+	-82.969	265 d 7	ϵ
144	5-	-81.424	363 d 14	ϵ
145	5/2+	-81.280	17.7 y 4	ϵ , α , w
146	3-	-79.450	5.53 y 5	ϵ 66.1%, β^- 33.9%
147	7/2+	-79.052	2.6234 y 2	β^-
148	1-	-76.874	5.370 d 9	β^-
148m	6-	-76.733	41.29 d 11	β^- 95.4%, IT 4.6%
149	7/2+	-76.074	53.08 h 5	β^-
150	(1-)	-73.607	2.68 h 2	β^-
151	5/2+	-73.400	28.40 h 4	β^-
152	1+	-71.270	4.1 m 1	β^-
152m	(4-)	-71.150	7.52 m 8	β^-
152m	5/2-	-71.150	1.5 m 2	β^- , IT
153	5/2-	-70.669	5.4 m 2	β^-
154	(0,1)	-68.470	1.7 m 2	β^-
154	(3,4)	-68.470	2.7 m 1	β^-
155	(5/2)	-67.100s	48 s 4	β^-
156		-64.480s		
62 Sm				
133			32.0 s	ϵ , ϵ , p
134	0+		12 s 3	ϵ
135	0+		10 s	ϵ , ϵ , p
136	0+		42 s	ϵ
137			44 s 8	ϵ
138	0+	-71.340s	3.0 m 3	β^-
139	(1/2+)	-72.090	2.57 m 10	β^-
139m	(11/2-)	-71.632	9.5 s 10	IT 93.7%, ϵ 6.3%
140	0+	-75.410s	14.82 m 10	ϵ
141	1/2+	-75.942	10.2 m 2	ϵ
141m	11/2-	-75.766	22.6 m 2	ϵ 99.69%, IT 0.31%
142	0+	-78.986	72.49 m 5	ϵ
143	3/2+	-79.526	8.83 m 1	ϵ
143m	11/2-	-78.772	66 s 2	IT 99.76%, ϵ 0.24%
144	0+	-81.974	3.1% 1	ϵ
145	7/2-	-80.660	340 d 3	ϵ
146	0+	-80.992	10.3-10 ¹¹ y 5	α
147	7/2-	-79.276	1.06-10 ¹¹ y 2	α
148	0+	-79.346	7.1-10 ¹⁵ y 3	α
149	7/2-	-77.147	>2-10 ¹⁵ y	α ?
150	0+	-77.061	13.8% 1	ϵ
151	5/2-	-74.987	90 y 6	β^-
152	0+	-74.773	26.7% 2	β^-
153	3/2+	-72.569	46.7 h 1	β^-

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
64 Gd				
155	3/2-	-72.082	14.80% 5	β^-
156	0+	-72.547	20.47% 4	β^-
157	3/2-	-70.835	15.65% 3	β^-
158	0+	-70.702	24.84% 2	β^-
159	3/2-	-68.573	18.56 h 8	β^-
160	0+	-67.954	21.86% 4	β^-
161	5/2-	-65.518	3.66 m 5	β^-
162	0+	-64.260	8.6 m 2	β^-
163			68 s 3	β^-
65 Tb				
144	(1)	-62.940s	5 s 3	ϵ
145		-66.200 s	3 s	ϵ
146	1+	-67.860	8 s 4	ϵ
146m	5-	-67.860	23 s 2	ϵ
147	(5/2+)	-70.960	1.65 h 10	ϵ
147	(11/2-)	-70.960	1.83 m 6	ϵ
148	2-	-70.670	60 s 1	ϵ
148m	(9+)	-70.670	2.20 m 5	ϵ
149	(1/2+)	-71.495	4.13 h 2	ϵ 82.8%, α 17.2%
149m	(11/2-)	-71.455	4.16 m 4	ϵ , α 0.022%
150	(2-)	-71.102	3.27 h 10	ϵ , α 0.05%
150	(0+)	-71.102	5.8 m 2	ϵ
151	1/2(+)	-71.632	17.6 h 1	ϵ , α 0.01%
151m	11/2-	-71.632	50 s 3	IT
152	2-	-70.869	17.5 h 3	ϵ
152m	(0+)	-70.367	4.3 m 2	IT 78.9%, ϵ 21.1%
153	5/2+	-71.316	2.34 m 1	ϵ
154	0(-)	-70.160	21.4 h 5	ϵ
154m	3(-)	-70.160	9.0 h 5	ϵ 78.2%, IT 21.8%
154m	(7-, 8-)	-70.160	22.6 h 6	ϵ 98.2%, IT 1.8%
155	3/2+	-71.260	5.32 d 6	ϵ
156	(0+)	-70.103	5.34 d 9	ϵ
156m	(0+)	-70.015	5.0 h 1	IT, ϵ , β^- , w
156m	(4+)	-70.015	24.4 h 10	IT
157	3/2+	-70.773	150 y 30	ϵ
158	3-	-69.480	150 y 30	ϵ 82%, β^- 18%
158m	0-	-69.370	10.5 s 2	IT
159	3/2+	-69.244	100% 9	ϵ
160	3-	-67.848	72.3 d 2	β^-
161	3/2+	-67.473	6.90 d 2	β^-
162	1-	-65.660	7.76 m 10	β^-
163	3/2+	-64.690	19.5 m 3	β^-
164	(5+)	-62.120	3.0 m 1	β^-
165	3/2+		2.11 m 10	β^-
66 Dy				
145			18 s	ϵ
146	0+	-62.860s	29 s 3	ϵ
147	1/2+	-64.570	80 s	ϵ
147m	11/2-	-63.819	58 s	IT, ϵ , ϵ , ϵ , p
148	0+	-67.980	3.1 m 1	ϵ
149	(7/2-)	-67.890s	4.23 m 16	ϵ
150	0+	-69.325	7.17 m 2	ϵ 64%, α 36%
151	7/2-	-68.902	16.9 m 5	ϵ 94.4%, α 5.6%
152	0+	-70.127	2.38 h 2	ϵ 99.9%, α 0.1%
153	7/2(-)	-69.145	5.4 h 1	ϵ 99.99%, α 0.01%
154	0+	-70.395	3-10 ¹⁰ y	α

Isotope Z El A	Jπ	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode	
66 Dy	155	3/2-	-69.186	10.0 h 3	ε
	156	0+	-70.536	>1.0 10 ¹¹ y	ε
	157	3/2-	-69.434	8.1 h 1	ε
	158	0+	-70.419	0.067 ¹ y	ε
	159	3/2-	-69.178	144.4 d 2	ε
	160	0+	-69.683	1.34 ² s	ε
	161	5/2+	-68.065	18.9 ¹ s	ε
	162	0+	-68.190	25.5% 2	ε
	163	5/2-	-66.390	24.9% 2	ε
	164	0+	-65.977	28.2% 2	ε
	165	7/2+	-63.622	2.334 h 6	β-
	165m	1/2-	-63.514	1.258 m 6	β- 97.76%, β- 2.24%
	166	0+	-62.594	81.6 h 1	ε
	167	(1/2)-	-59.940	6.2 m	β-
	168	0+	-	8.5 m 5	β-
67 Ho	146	(10)+	-	3.9 s 8	ε, εp
	147	-	-	-	-
	148	1+	-58.370s	2.2 s 11	ε
	148m	(4)-	-58.370s	9 s 1	ε
	149	(11/2)-	-61.850s	21.4 s 18	ε
	150	(2)-	-62.220s	72 s 10	ε
	150	9+	-62.220s	24 s 2	ε
	151	(11/2)-	-63.803	35.6 s 4	ε 90%, α 10%
	151	(5/2)+	-63.803	47 s 2	ε 80%, α 20%
	152	(3+)	-63.740	2.35 m 11	ε 88%, α 12%
	152	(9+)	-63.740	52.3 s 5	ε 89.5%, α 10.5%
	153	(11/2)-	-65.023	2.0 s 1	ε 99.95%, α 0.05%
	153m	(5/2)-	-64.963	9.3 m 5	ε 99.82%, α 0.18%
	154	-	-64.637	11.8 m 5	ε, α 0.017%
	154	(8+)	-64.637	3.2 m 5	ε, α < 0.002%
	155	5/2(+)	-66.064	48 m 1	ε, α
	156	(5+)	-65.340s	2 m	ε
	156m	1-	-65.340s	55.6 s 6	IT, ε
	156?	-	-65.340s	7.4 m	ε
	157	7/2-	-66.890	12.6 m 2	ε
	158	5+	-66.200	11.3 m 4	ε
	158m	(9+)	-66.200	21.3 m 23	ε
	158m	2-	-66.133	2.7 m 2	IT 65%, ε 35%
	159	7/2-	-67.342	33 m 1	ε
	159m	1/2+	-67.136	8.30 s 8	IT
	160	5+	-66.397	25.6 m 3	ε
	160m	2-	-66.337	5.02 h 5	IT 65%, ε 35%
	160m	(11)	-66.325	2 m	ε
	161	7/2-	-67.208	2.46 h 5	ε
	161m	1/2+	-66.997	6.73 s 10	IT
	162	1+	-66.051	15 m 1	ε
	162m	-	-65.945	67 m 1	IT 63%, ε 37%
	163	(7/2)-	-66.387	>10 y	ε
	163m	(1/2)+	-66.089	1.09 s 3	IT
	164	1+	-64.939	29 m 1	ε 58%, β- 42%
164m	(6)-	-64.799	37.5 m +15-5	IT	
165	7/2-	-64.908	100%	ε	

33

Isotope Z El A	Jπ	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode		
67 Ho	166	0-	-63.081	26.80 h 2	β-	
	166m	(7-)	-63.076	1.20·10 ¹¹ y 18	β-	
	167	(7/2)-	-62.292	3.1 h 1	β-	
	168	3+	-60.280	3.0 m 1	β-	
	169	7/2-	-58.806	4.7 m 1	β-	
	170	(6+)	-56.250	2.8 m	β-	
	170	1(+)	-56.250	43 s	β-	
	68 Er	147	-	-	2.5 s 4	ε, εp
		148	0+	-	4.5 s 4	ε
		149	0+	-	9 s 2	ε, εp
		150	0+	-58.020s	18.5 s 7	ε
		151	0+	-58.500s	23 s 2	ε
		152	0+	-60.620	10.3 s	α 90%, ε 10%
		153	-	-60.670s	37.1 s	α 53%, ε 47%
		154	0+	-62.623	1.75 m 12	ε, α 0.5%
		155	(7/2)-	-62.360	5.3 m 3	ε < 99.98%, α > 0.02%
		156	0+	64.000s	20 m	ε
		157	3/2(-)	63.420	25 m 3	ε
158		0+	65.200s	2.25 h 7	ε	
159		3/2-	-64.573	36 m	ε	
160		0+	66.063	28.59 h 9	ε	
161		3/2-	-65.209	3.21 h 3	ε	
162		0+	-66.347	0.147 ¹ s	ε	
163		5/2-	-65.177	75.0 m 4	ε	
164		0+	65.952	1.61 ¹ s	ε	
165	5/2-	-64.531	10.36 h 4	ε		
166	0+	-64.935	33.6% 2	ε		
167	7/2+	63.299	22.93% 13	ε		
167m	1/2-	-63.091	2.28 s	IT		
168	0+	-62.999	26.8% 2	ε		
169	1/2-	-60.931	9.40 d 2	β-		
170	0+	-60.118	14.9% 1	β-		
171	5/2-	-57.728	7.52 h 3	β-		
172	0+	56.493	49.3 h 5	β-		
173	(7/2)-	-53.770	1.4 m 1	β-		
69 Tm	147	(10)+	-	0.5 s	p	
	148	-	-	0.7 s 2	ε	
	150	(4-, 5-, 6-)	-	3.5 s 6	ε	
	151	-	-51.000s	5 s	ε	
	152	-	-51.740s	5 s	ε	
	153	-	-54.180s	1.59 s 8	α > 95%, ε < 5%	
	154	low	-54.630s	8.3 s	ε, α	
	154	(9+)	-54.630s	3.4 s	α, ε	
	155	low	-56.810	25 s	α, ε	
	156	high	-56.970	80 s 3	ε, α	
	156	high	-56.970	19 s 3	ε, α	
	157	-	-58.790s	3.5 m 2	ε, α	
	158	(2-)	-58.700s	4.02 m 10	ε	
	159	5/2+	-60.570s	9 m	ε	
	160	-	-60.460s	9.2 m 4	ε	
	161	7/2+	-62.010s	38.4 s	ε	
	162	-	-61.560	22.0 m 7	ε	
	163	-	-61.368	24.7 s 17	IT 90%, ε 10%	

Isotope Z El A	Jπ	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode		
69 Tm	163	1/2+	-62.738	1.81 h 6	ε	
	164	1+	-61.990	2.0 m 1	ε	
	164m	6(-)	-61.990	5.1 m 1	IT 80%, ε 20%	
	165	1/2+	-62.939	30.06 h 11	ε	
	166	2-	-61.888	7.70 h 3	ε	
	167	1/2+	-63.562	9.24 d 2	ε	
	168	3(+)	-61.321	93.1 d 1	ε, β-?	
	169	1/2+	-61.282	100%	ε	
	170	1-	-59.804	128.6 d 3	β- 99.85%, ε 0.15%	
	171	1/2-	-59.219	1.92 y 1	β-	
	172	2-	-57.383	63.6 h 2	β-	
	173	(1/2)+	-56.267	8.24 h 8	β-	
	174	(4-)	-53.860	5.4 m 1	β-	
	175	(1/2)+	-52.300	15.2 m 5	β-	
	176	(4+)	-44.605s	1.9 m 1	β-	
	70 Yb	152	0+	-46.320s	4.0 s 5	ε
		154	0+	-50.120s	0.42 s 2	α
		155	-	-50.740s	1.65 s 15	α < 90%, ε
156		0+	-53.380	24 s 2	ε, α 21%	
157		-	-53.620s	38.6 m 2	ε 99.5%, α 0.5%	
158		0+	-55.023	1.38 m 14	ε, α 0.003%	
159		-	-55.930s	12 s	ε, α	
160		0+	-58.060s	4.8 m 2	ε	
161		(3/2)-	-57.810s	4.2 m 2	ε	
162		0+	-59.750	18.87 19	ε	
163		(3/2)-	-59.370	11.05 m 25	ε	
164		0+	-60.990s	75.8 m 17	ε	
165		(5/2)-	-60.176	9.9 m	ε	
166		0+	-61.593	56.7 h 1	ε	
167		5/2-	-60.590	17.5 m 2	ε	
168		0+	-61.578	0.13% 1	ε	
169		7/2+	-60.374	32.022 d 8	ε	
170		1/2-	-60.350	46 s 2	IT	
170	0+	-60.772	3.05% 5	ε		
171	1/2-	-59.315	14.37 12	ε		
172	0+	-59.264	21.9% 3	ε		
173	5/2-	-57.560	16.122 18	ε		
174	0+	-56.953	31.8% 4	β-		
175	7/2-	-54.704	4.19 d 1	ε		
176	0+	-53.502	12.7% 1	ε		
176m	(8-)	-52.451	11.4 s 5	IT		
177	9/2+	-50.997	1.9 h 1	IT		
177m	1/2-	-50.665	6.41 s 2	IT		
178	0+	-49.706	74 m 3	β-		
179	-	-	-	β-		
71 Lu	151	-	-	0.09 s	p	
	153	-	-38.380s	-	ε	
	154	-	-39.630s	1.0 s	ε	
	155	-	-42.770s	0.07 s 2	α, ε	
	156	high	-43.720s	≈ 3 s	α, ε	
	156	low	-43.720s	0.23 s 3	α	
	157	-	-46.830s	5.5 s 3	ε 94%, α 6%	

35

Isotope Z El A	Jπ	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode	
71 Lu	158	-	-47.340	10.4 s 1	ε > 98.5%, α < 1.5%
	159	-	-49.850	12 s	ε, α
	160	-	-50.260s	35.5 s 8	ε
	161	-	-52.510s	72 s 6	ε
	162	(1-)	-52.660s	1.37 m 2	ε
	162m	(4-)	-52.660s	≈ 1 m	IT
	163m	-	-52.660s	≈ 1 m	IT
	163	-	-54.740s	4.1 m	ε
	164	-	-54.690s	3.17 m	ε
	164?	-	-54.690s	2 m 1	ε
	165	1/2-	-56.380s	12 m 1	ε
	166	(6-)	-56.130	2 s	ε
	166m	(3-)	-56.086	1.41 m 10	ε 58%, IT 42%
	166m	(0-)	-56.077	2.12 m 10	ε > 80%, IT < 20%
	167	7/2+	-57.470	51.5 m 10	ε
	168	(6)	-57.110	5.5 m	ε
	169m	(3-)	-56.890	6.7 m 4	ε, IT?
	169	7/2-	-58.081	34.06 h 5	ε
169m	1/2-	-58.052	160 s 10	IT	
170	0+	-57.332	2.00 s 4	β	
170m	4	-57.239	0.67 s 10	IT	
171	7/2+	-57.836	8.24 d 3	ε	
171m	1/2-	-57.765	79 s 2	IT	
172	(4)	-56.741	6.70 d 2	ε	
172m	(1)	-56.701	3.7 m 5	IT	
173	7/2+	-56.887	1.37 y 1	ε	
174	(1-)	-55.977	3.11 y 5	ε	
174m	(6)	-55.406	142 d 2	IT 99.35%, ε 0.65%	
175	7/2-	-55.173	97.4 12 2	ε	
176	7-	-53.395	3.60 11 2	16 β	
176m	1	-53.269	3.68 h 1	β-	
177	7/2+	-52.395	6.71 d 1	β-	
177m	23/2-	-51.425	160 9 d 2	β- 79%, IT 21%	
178	(1+)	-50.336	28.4 s 2	β	
178m	(9)	-50.036	23 m	β	
179	(7/2+)	-49.130	4.59 h 6	β	
180	(3, 4-)	-46.690	5.7 m 1	β-	
181	(7/2+)	-	3.5 m 3	β-	
182	-	-	2.0 m	β-	
183	-	-	58 s	β-	
72 Hf	154	0+	-32.820s	2 s	ε
	155	-	-34.440s	0.9 s	ε
	156	0+	-37.860s	25 ms 4	α
	157	-	-38.960s	110 ms 6	α 91%, ε 9%
	158	0+	-42.300s	2.9 s 2	ε 94%, α 46%
	159	-	-43.990	5.6 s	ε, α
	160	0+	-46.060	≈ 12 s	ε, α
	161	0+	-46.480s	17 s 2	α
	16				

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
72 Hf 166	0+	-53.790s	6.77 m 30	ϵ
167	(5/2-)	-53.470s	2.05 m 5	ϵ
168	0+	-55.210s	25.95 m 2	ϵ
169	(5/2-)	-54.730	3.24 m 7	ϵ
170	0+	-56.130s	16.01 h 13	ϵ
171	(7/2+)	-55.440s	12.1 h 4	ϵ
172	0+	-56.390	1.87 y 3	ϵ
173	1/2-	-55.290s	23.6 h	ϵ
174	0+	-55.849	2.0 \cdot 10 ¹⁵ y 4	α
175	5/2-	-54.486	70 d 2	ϵ
176	0+	-54.581	5.206x 4	ϵ
177	7/2-	-52.893	18.606x 3	ϵ
177m	23/2+	-51.578	1.08 s 6	IT
177m	37/2-	-50.153	51.5 d 3	IT
178	0+	-52.447	27.277x 3	ϵ
178m	8-	-51.300	4.0 s 2	ϵ
178m	(16.17+)	-49.947	31 y 1	IT
179	9/2+	-50.476	13.629x 5	ϵ
179m	(1/2-)	-50.101	18.68 s 6	IT
179m	25/2-	-49.370	25.1 d 1	IT
180	0+	-49.793	35.100x 6	ϵ
180m	8-	-48.651	5.5 h 1	IT
181	1/2-	-47.417	42.39 d 6	β -
182	0+	-46.063	9.10 y 3	β -
182m	(8-)	-44.890	61.5 m 15	β - 54%, IT 46%
183	(3/2-)	-43.290	64 m 1	β -
184	0+	-41.500	4.12 h 5	β -
73 Ta 156		-25.920s		
157		-29.580s	5.3 ms 18	α
158		-31.000s	36.8 ms 16	α 93%, ϵ 7%
159		-34.600s	0.6 s	α , ϵ
160		-35.740s	"	α
161		-38.920s	"	α
162		-39.910s	"	α
163		-42.690s	"	α
164		-43.440s	13.6 s 2	ϵ , α 0.02%
165		-45.880s	"	ϵ
166		-48.310s	32 s	ϵ
167		-48.370s	2.9 m 15	ϵ
168		-48.610s	2.5 m 12	ϵ
169		-50.280s	4.9 m 4	ϵ
170	(3+)	-50.330s	5.76 m 6	ϵ
171	(5/2-)	-51.540s	23.1 d 3	ϵ
172	(3-)	-51.470	36.8 m 3	ϵ
173	(5, 2)	-52.490s	3.65 h 5	ϵ
174	(3-)	-51.850s	1.18 h 5	ϵ
175	7/2+	-52.490s	10.5 h 2	ϵ
176	1	-51.480	8.0 h 7	ϵ
177	7/2+	-51.735	56.0 h 1	ϵ
178	1+	-50.540	9.31 m 3	ϵ
178	(7)	-50.540	2.4 h	ϵ
179	(7, 2+)	-50.366	664.9 d 42	ϵ
180	1+	-48.940	8.1 h 1	ϵ 87%, β 13%

37

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
75 Re 167		-34.850s	2.0 s	α
168		-35.820s	2.9 s	ϵ , α
169		-38.450s	short	ϵ
170		-39.090s	8 s	ϵ
171		-41.340s	"	ϵ
172		-41.680s	55 s	ϵ
172		-41.680s	15 s	ϵ
173		-43.560s	2 m	α
174		-43.610s	2.3 m 1	ϵ
175		-45.240s	4.6 s	ϵ
176		-45.180s	5.3 m	ϵ
177	(5/2-)	-46.230s	14.0 m 10	ϵ
178	(3)	-45.790	13.2 m 2	ϵ
179	(5/2+)	-46.620	19.7 m 5	ϵ
180	(1)	-45.850	24.3 h	ϵ
181	5/2+	-46.560s	19.9 h 7	ϵ
182	2+	-45.450	12.7 h 2	ϵ
182m	(7+)	-45.410	64.0 h 5	ϵ
183	(5/2+)	-45.814	70.0 d 11	ϵ
184	3-	-44.218	38.0 d 5	ϵ
184m	8+	-44.030	165 d 5	IT 74.7%, ϵ 25.3%
185	5/2+	-43.826	37.40x 2	ϵ
186	1(-)	-41.933	90.64 h 9	β - 93.5%, ϵ 6.5%
186m	(8+)	-41.783	2.0 \cdot 10 ¹⁵ y	IT
187	5/2+	-41.224	5.10 \cdot 10 ⁷ y 2	β -
188	1-	-39.025	18.98 h 2	β -
188m	(6-)	-38.853	18.6 m 1	IT
189	(5/2+)	-37.987	24.3 h 3	β -
189	(2-)	-35.540	3.1 m 3	ϵ
190m	(6-)	-35.367	3.2 h 2	β - 54.5%, IT 45.5%
191	(3/2+, 1/2+)	-34.361	9.8 m 5	β -
192		-31.790s	16 s 1	β -
76 Os 163		-16.450s	"	α
164	0+	-20.460s	41 ms 20	α
165		-21.870s	65 ms 470-30	α
166	0+	-25.640s	0.18 s	α , ϵ
167	0+	-26.740	0.7 s	α , ϵ
168	0+	-30.110	2.1 s 2	α , ϵ
169		-30.880s	3.2 s 2	ϵ 84%, α 16%
170	0+	-33.934	7.1 s 5	ϵ , α
171		-34.570s	8.0 s 7	ϵ 98.3%, α 1.7%
172	0+	-37.250	15.2 s	ϵ , α 0.3%
173		-37.540s	16 s 5	ϵ 99.98%, α 0.02%
174	0+	-39.950s	44 s 4	ϵ
175		-40.070s	1.4 m 1	ϵ
176	0+	-42.030s	3.6 m	ϵ
177	1/2-	-41.930s	2.8 m	ϵ
178	0+	-43.550s	5.9 h 4	ϵ
179		-43.010s	7 m	ϵ
180	0+	-44.350s	22 s 3	ϵ
181	(7/2-)	-43.530s	2.7 m 1	ϵ
181	1/2-	-43.530s	105 m 3	ϵ

39

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
73 Ta 180m	9-	-48.908	>1.2 \cdot 10 ¹⁵ y	ϵ , β -
181	7/2+	-48.445	0.012x 2	ϵ
182	3-	-46.437	114.5 d	β -
182m	5+	-45.917	0.283 s	IT
182m	10-	-45.917	15.84 m 10	IT
183	7/2+	-45.299	5.1 d 1	β -
184	(5-)	-42.844	8.7 h 1	β -
185	(7, 2+)	-41.403	4.9 m 2	β -
186	(3-)	-38.620	10.5 m 5	β -
74 W 180	0+	-23.780s	"	α
159		-25.550s	7 ms	α
160	0+	-29.360s	41 ms 20	α
161	0+	-30.610s	410 ms 40	α 82%, ϵ
162	0+	-34.200s	1.39 d 3	ϵ 54%, α 46%
163	0+	-35.150s	2.8 s	ϵ , α 50%
164	0+	-38.360	6.4 s 8	ϵ 97.4%, α 2.6%
165	0+	-39.020s	5.1 s 5	ϵ , α 0.15%
166	0+	-41.899	16 s	α
167		-42.370s	"	α
168	0+	-44.910s	"	α
169		-45.020s	"	α
170?	0+	-47.240s	4 m 1	ϵ
171?		-47.240s	9.0 m 15	ϵ
172	0+	-48.970s	6.7 m 10	ϵ
173		-48.710s	16.5 m 5	ϵ
174	0+	-50.150s	29 m 1	ϵ
175	(1/2-)	-49.590s	34 m 1	ϵ
176	0+	-50.680s	2.5 h	ϵ
177	(1/2-)	-49.730s	135 m 3	ϵ
178	0+	-50.450	21.7 d 3	ϵ
179	(7/2-)	-49.307	37.5 m 5	ϵ
179m	(1/2-)	-49.085	6.4 m 5	IT 99.8%, ϵ 0.2%
180	0+	-49.648	>1.1 \cdot 10 ¹⁵ y	ϵ
181	9/2+	-48.259	120.98 d 12	ϵ
182	0+	-48.250	26.3x 2	ϵ
183	1/2-	-46.370	14.3x 1	ϵ
183m	(11/2+)	-46.061	5.15 s 3	IT
184	0+	-45.710	>3 \cdot 10 ¹⁵ y	ϵ
185	3/2-	-43.393	30.67x 13	β -
185m	11/2+	-43.196	75.1 d 3	IT
186	0+	-42.517	28.6x 2	ϵ
187	3/2-	-39.912	23.9 h 1	β -
188	0+	-38.676	68.4 d 5	β -
189	(3/2-)	-35.490	11.5 m 3	β -
190	0+	-34.270	30 m 15	β -
75 Re 161		-22.710s	10 ms +15.0	α
162		-22.300s	100 ms 30	α >3%
163		-26.110s	0.26 s	α , ϵ
164		-27.390s	0.88 s 24	α 58%, ϵ 42%
165		-30.840s	2.4 s 6	α , ϵ 13%
166		-31.910s	2.2 s	α

38

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
76 Os 182	0+	-44.600	21.5 h	ϵ
183	(9/2+)	-43.510s	13.0 h 5	ϵ
183m	(1/2-)	-43.339s	9.9 h 3	ϵ 89%, IT 11%
184	0+	-44.257	>1 \cdot 10 ¹⁷ y	ϵ
185	1/2-	-42.811	93.6 d 5	ϵ
186	0+	-43.007	2.0 \cdot 10 ¹⁵ y 11	ϵ
187	1/2-	-41.227	1.6x 1	ϵ
188	0+	-41.145	13.3x 2	ϵ
189	3/2-	-38.995	16.1x 3	IT
189m	9/2-	-38.964	5.8 h 4	ϵ
190	0+	-38.117	26.4x 4	ϵ
190m	10-	-37.012	9.9 m 1	IT
191	9/2-	-36.403	15.4 d 1	ϵ
191m	3/2-	-36.329	13.10 h 5	IT
192	0+	-35.893	41.0x 3	β -
192m	(10-)	-33.878	6.1 s	IT
193	3/2-	-33.406	30.5 h 4	β -
194	0+	-32.441	6.0 y 2	β -
195		-29.700	6.5 m	β -
196	0+	-28.300	34.9 m 2	β -
77 Ir 166		-13.170s	>5 ms	α
167		-17.140s	>5 ms	α
168		-18.560s	"	α
169		-22.140s	0.4 s 1	α
170		-23.320s	1.0 s	α
171		-26.360s	1.5 s 1	α
172		-27.430s	2.1 s 1	α
173		-30.220s	3.0 s 1	α , ϵ
174		-31.060s	4 s 1	α , ϵ
175		-33.400s	4.5 s 10	α
176		-34.020s	8 s 1	α
177		-36.000s	21 s 2	α
178		-36.290s	12 s	α
179		-38.020s	4 m	α
180		-37.950s	1.5 m 1	α
181	(7/2+)	-39.460s	4.92 m 13	ϵ
182	(3)	-39.150s	15 m 1	ϵ
183	(1/2+, 3/2+)	-40.320s	57 m 4	ϵ
184	5-	-39.540	3.02 h 6	ϵ
185	5/2(-)	-40.310s	14.0 h 9	ϵ
186	(5)	-39.176	15.8 h 3	ϵ
186	(2-)	-39.176	1.75 h 15	ϵ
187	3/2(+)	-39.730s	10.5 h 3	ϵ
188	(2)	-38.350	41.5 s 2	ϵ
189	3/2+	-38.460	13.2 d	ϵ
190	(4+)	-36.720	11.78 d 10	ϵ
190m	(7+)	-36.694	1.2 h	IT
190m	(11)	-36.545	3.2 h 2	ϵ 94.4%, IT 5.6%
191	3/2+	-36.716	37.3x 5	ϵ
191m	11/2-	-36.545	4.94 s 3	IT
191m		-34.669	5.5 s 7	IT
192	4(-)	-34.857	73.831 d 8	β - 95.4%, ϵ 4.6%

40

577

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
77 Ir 192m	1(+)	-34.799	1.45 m 5	IT 99.98%, β^- 0.02%
192m (9+)		-34.702	241 y 9	IT
193 3/2+		-34.543	62.7% 5	
193m 11/2+		-34.463	10.60 d 11	IT
194 1-		-32.538	19.15 h 3	β^-
194m (11)		-32.098	171 d 11	β^-
195 (3/2+)		-31.702	2.8 h 6	β^-
195m (11/2-)		-31.582	3.8 h 2	β^- 96%, IT 4%
196 (0-)		-29.460	52 s 2	β^-
196m (10, 11-)		-29.050	1.40 h 2	β^-
197 (3/2+)		-28.290	5.8 m 5	β^-
197m (11/2-)		-28.290	8.9 m 3	β^- , IT
198		-25.930s	8 s 1	β^-
78 Pt 168	0+	-11.150s	α	
169		-12.600s	2.5 ms	α
170 0+		-16.510s	6 ms	α
171		-17.710s	25 ms 9	α
172 0+		-21.220	0.10 s	α
173		-22.100s	0.34 s	α 84%, ϵ
174 0+		-25.326	0.90 s 1	α 83%, ϵ 17%
175		-25.960s	2.52 s 8	α 64%, ϵ
176		-28.940s	6.33 s 15	ϵ 59%, α 42%
177		-29.470s	11 s 2	ϵ 91%, α 9%
178 0+		-31.950s	21.0 s 7	ϵ , α
179		-32.350s	43 s	ϵ , α 0.27%
180 0+		-34.350s	52 s 3	ϵ , α 0.3%
181 1/2-		-34.380s	51 s 5	ϵ , α 0.06%
182 0+		-36.180s	2.6 m 1	ϵ 99.98%, α 0.02%
183		-35.740s	6.6 m 9	ϵ , α 0.0013%
183m (7/2-)		-35.740s	43 s 2	ϵ , α 0.001%
184 0+		-37.330s	17.3 m 2	ϵ , α 0.001%
185 (9/2+)		-36.610s	79.0 m 24	ϵ
185m (1/2-)		-36.481	33.0 m 8	ϵ
186 0+		-37.650	2.0 h 1	ϵ , α 0.0001%
187 3/2(-)		-36.830s	2.35 h 3	ϵ
188 0+		-37.832	10.2 d 3	ϵ 99.99%, α 0.01%
189 3/2-		-36.499	10.89 h 1	ϵ
190 0+		-37.338	6.10 ¹¹ y 1	α
191 3/2-		-35.710	2.9 d 1	ϵ
192 0+		-36.311	0.797 s 5	ϵ
193 (1/2-)		-34.487	50 y 9	ϵ
193m (13/2+)		-34.337	4.33 d 3	IT
194 0+		-34.787	32.92 s 5	ϵ
195 1/2-		-32.821	33.82 s 5	ϵ
195m 13/2+		-32.562	4.02 d 2	IT
196 0+		-32.671	7.5 s 5	ϵ
197 1/2-		-30.446	18.3 h 3	β^-
197m 13/2+		-30.046	94.4 m 8	IT 96.7%, β^- 3.3%
198 0+		-29.930	7.22 d 2	β^-
199 (5/2-)		-27.430	30.8 m 4	β^-

41

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
80 Hg 180	0+	-20.260s	2.9 s 3	ϵ , α
181	1/2(-)	-20.760s	3.6 s 3	ϵ > 87%, α < 13%, ϵ pw, ϵ aw
182	0+	-23.520s	11.2 s 10	ϵ 91%, α 9%
183 1/2(-)		-23.890s	8.8 s 5	ϵ 88%, α 12%, ϵ pw
184 0+		-26.260s	30.6 h 3	ϵ 98.75%, α 1.25%
185	1/2-	-28.170s	50 s	ϵ 95%, α 5%
185m (13/2+)		-26.146s	20 s 2	ϵ , IT, α
186 0+		-28.550s	1.38 m 10	ϵ , α 0.02%
187 3/2-		-28.170s	2.4 m 3	ϵ , α > 0.0001%
187m (13/2+)		-28.170s	1.9 s 3	ϵ , α > 0.0002%
188 0+		-30.200s	3.25 m 15	ϵ > 99.97%, α < 0.01%
189 3/2-		-29.600s	7.6 m	ϵ
189m 13/2+		-29.600s	8.6 m	ϵ
190 0+		-31.300s	20.0 m 5	ϵ
191 (3/2-)		-30.540	49 m 10	ϵ
191m (13/2+)		-30.400	50.8 m 15	ϵ
192 0+		-32.000s	4.85 h 20	ϵ
193 3/2-		-31.150s	3.80 h 15	ϵ
193m 13/2+		-31.009s	11.8 h 2	ϵ 92%, IT 8%
194 0+		-32.33	528 y 1	ϵ
195 1/2-		-31.070	9.5 h	ϵ
195m 13/2+		-30.894	40.0 h	IT 54.2%, ϵ 45.8%
196 0+		-31.851	0.14% 10	ϵ
197 1/2-		-30.565	64.1 h 1	ϵ
197m 13/2+		-30.266	23.8 h 1	IT 93%, ϵ 7%
198 0+		-30.979	10.02% 7	ϵ
199 1/2-		-29.571	16.84% 11	ϵ
199m 13/2+		-29.039	42.6 m 2	IT
200 0+		-29.529	23.13% 11	ϵ
201 3/2-		-21.587	1.8 s 1	β^-
202 0+		-27.400	29.80% 14	β^-
203 5/2-		-25.292	46.60 d 2	β^-
204 0+		-24.716	6.85% 5	β^-
205 1/2-		-22.312	5.2 m 1	β^-
206 0+		-20.369	8.15 m 10	β^-
207 (9/2+)		-16.270	2.9 m 2	β^-
81 Tl 179		-7.920s		ϵ
180		-9.350s		ϵ
181		-12.320s		ϵ
182		-13.550s		ϵ
183		-16.170s		ϵ
184		-17.070s		ϵ
185 (1/2+)		-19.400s	11 s 1	ϵ 98%, α 2%
185m (9/2-)		-18.947s	1.8 s 2	IT, α
186		-20.020s	28 s	ϵ , α w
186m		-20.020s	4 s	IT
187 (1/2+)		-22.130s	59 s	ϵ
187m (9/2-)		-21.800s	15.60 s 12	IT, ϵ , α
188 (2-)		-22.470s	71 s 10	ϵ
188m (7+)		-22.470s	71 s 1	ϵ
189 (1/2+)		-24.400s	2.3 m	ϵ
189m (9/2-)		-24.400s	1.4 m	ϵ

43

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
78 Pt 199m (13/2+)		-27.006	13.6 s 4	IT
200 0+		-26.625	12.5 h 3	β^-
201 (5/2-)		-23.750	2.5 m 1	β^-
79 Au 173		-12.840s		ϵ
174		-14.210s	120 ms 20	α
175		-17.340s	\approx 0.1 s	α
176		-18.570s	1.25 s 30	α
177		-21.500s	1.3 s 4	α
178		-22.580s	2.6 s 5	α
196 0+		-24.900s	7.5 s 5	α
180		-25.800s	8.1 s	ϵ
181		-27.830s	11.4 s 5	ϵ 98.9%, α 1.1%
182		-28.330s	21 s 2	ϵ 99.96%, α 0.04%
183 (3/2+)		-30.130s	42 s	ϵ 99.98%, α 0.02%
184		-30.240s	53.0 s 14	ϵ 99.9%, α 0.02%
185 5/2(-)		-31.850s	4.3 m 8	ϵ 99.9%, α 0.093%
185m		-31.850s	6.8 m 3	ϵ , IT
186 3		-31.580s	10.7 m 5	ϵ
186m		-31.580s	\approx 0.2 m	ϵ
187 1/2+		-33.110s	8.0 m 4	ϵ , α ?
188 1(-)		-32.530s	8.84 m 6	ϵ
189 1/2+		-33.800s	28.7 m	ϵ , IT > 0%
189m 11/2-		-33.553s	4.59 m 10	ϵ
190 1-		-32.896	42.8 m 10	ϵ
191 3/2+		-33.880	3.18 h 8	ϵ
191m (11/2-)		-33.613	0.92 s 11	IT
192 1-		-32.796	4.94 h 9	ϵ
193 (3/2+)		-32.490s	17.65 h 15	ϵ
193m (11/2-)		-33.200s	3.9 s 3	IT 99.97%, ϵ 0.03%
194 1-		-32.278	39.5 h 5	ϵ
195 3/2+		-32.591	186.1 d	ϵ
195m 11/2-		-32.272	30.5 s 2	IT
196 2-		-31.165	6.183 d 10	ϵ 92.5%, β^- 7.5%
196m 5+		-31.080	8.1 s 2	IT
196m 12-		-30.569	9.7 h 1	IT
197 3/2+		-31.165	100%	ϵ
197m 1/2-		-30.756	7.8 s 1	IT
198 2-		-29.606	2.696 d 2	β^-
198m (12-)		-28.794	2.30 d 4	IT
199 3/2+		-29.119	3.139 d 7	β^-
200 1(-)		-27.320	48.4 m 3	β^-
200m 12-		-26.330	18.7 h 5	β^- 82%, IT 18%
201 (3/2+)		-26.413	26 m 1	β^-
202 1-0-		-24.370s	28 s 2	β^-
203 (3/2+)		-23.153	53 s 2	β^-
204 (2-)		-20.220	40 s 3	β^-
80 Hg 175		-8.270s		ϵ
176 0+		-11.890		ϵ
177 1/2-		-12.940s	0.17 s	α , ϵ
178 0+		-16.323	0.47 s 14	α 53%, ϵ 47%, ϵ pw
179		-17.110s	1.09 s	α

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
81 Tl 190 (2-)		-24.700s	2.6 m 3	ϵ
191 (7+)		-24.700s	3.7 m 3	ϵ
191m (9/2-)		-26.240s	5.22 m 16	ϵ
192 (2-)		-25.970s	9.6 m 4	ϵ
192 (7+)		-25.970s	10.8 m 2	ϵ
193 1/2(+)		-27.460	21.6 m 8	ϵ
193m (9/2-)		-27.095	2.11 m 15	IT 75%, ϵ 25%
194 2-		-27.090s	33.0 m	ϵ
194m (7+)		-26.790s	32.8 m 2	ϵ
195 1/2+		-28.290	1.16 h 5	ϵ
195m 9/2-		-27.807	3.6 s 4	IT
196 2-		-27.520s	1.84 m 3	ϵ
196m (7+)		-27.125	4.41 h 2	ϵ 95.5%, IT 4.5%
197 1/2+		-28.420	2.84 h 4	ϵ
197m 9/2-		-27.812	0.54 s 1	IT
198 2-		-27.520	5.3 h 3	ϵ
198m 7+		-26.976	1.87 h 3	ϵ 54%, IT 46%
199 1/2+		-28.070	7.42 h 8	ϵ
200 2-		-27.075	26.1 h 1	ϵ
201 1/2+		-27.205	73.1 h 2	ϵ
202 2-		-26.003	12.23 d 2	ϵ
203 1/2+		-25.784	29.524 y 9	β^- 97.45%, ϵ 2.55%
204 2-		-24.369	3.78 y 2	ϵ
205 1/2+		-23.846	70.476% 9	β^-
206 0-		-22.278	4.20 m 2	β^-
206m (12-)		-19.635	3.76 m 4	IT
207 1/2+		-21.048	4.77 m 2	β^-
207m 11/2-		-19.700	1.33 s 11	IT
208 (5+)		-16.778	3.053 m	β^-
209 (1/2+)		-13.662	2.20 m 7	β^-
210 (5+)		-9.263	1.30 m 3	<

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode	
82 Pb	199m	13/2+	-24.846	12.2 m 3	IT 90%, ϵ
200	0+	-26.270s	21.5 h 4	ϵ	
201	5/2-	-25.300	9.33 h 4	ϵ	
202m	13/2+	-24.671	61 s 2	IT	
202	0+	-25.957	5.3 \cdot 10 ⁴ y	ϵ	
202m	9-	-23.787	3.52 h 4	IT 90.5%, ϵ 9.5%	
203	5/2-	-24.811	51.88 h 4	ϵ	
203m	29/2-	-21.861	0.48 s 2	IT	
203m	13/2+	-23.986	6.3 s 2	IT	
204	0+	-25.132	$\geq 1.4\cdot 10^{11}$ y	ϵ	
204m	9-	-22.946	66.9 m 4	IT	
205	5/2-	-23.792	1.52 \cdot 10 ⁷ y 7	ϵ	
206	0+	-23.809	24.1% f	β -	
207	1/2-	-22.476	22.1% f	β -	
207m	13/2+	-20.843	0.796 s	IT	
208	0+	-21.972	52.4% f	β -	
209	9/2+	-17.638	3.253 h 14	β -	
210	0+	-14.752	22.3 y 2	β - α w	
211	(9/2+)	-10.493	36.1 m 2	β -	
212	0+	-7.572	10.64 h 1	β -	
213	0+	-3.250s	10.2 m 3	β -	
214	0+	-0.189	26.8 m 4	β -	
83 Bi	188	0+	-7.380s	α	
189	0+	-9.710s	≤ 1.5 s	α	
190	0+	-10.730s	5.4 s 5	α \approx 90%, ϵ	
191	0+	-12.940s	13 s 1	ϵ , α \approx 40%	
191m	0+	-12.940s	20 s 15	ϵ , α	
192	0+	-13.600s	4.5 s 5	ϵ 80%, α 20%	
193	0+	-15.860s	64 s 4	α 60%, ϵ 40%	
193m	0+	-15.860s	3.5 s 2	ϵ , α \approx 25%	
194	(10-)	-16.260s	105 s 15	ϵ > 99.8%, α < 0.2%	
195	0+	-17.980s	170 s 20	ϵ > 99.8%, α < 0.2%	
195m	(10-)	-17.980s	90 s 5	ϵ , α 4%	
197	(9/2-)	-19.670	4.6 m 5	ϵ	
197m	(1/2+)	-19.170	9.5 m 10	ϵ \approx 99.89%, α \approx 0.11%	
198	(7+)	-19.570	11.85 m 18	ϵ	
198m	(10-)	-19.321	7.7 s 5	IT	
199	9/2-	-20.940	27 m 1	ϵ	
199m	(1/2+)	-20.140	24.70 m 5	ϵ , α	
200	7+	-20.410	36.4 m 5	ϵ	
200m	(2+)	-20.210	31 m 2	ϵ	
200m	(10-)	-19.980	0.42 s 5	IT	
201	9/2-	-21.490	168 s 3	ϵ	
201m	(1/2+)	-20.644	59.1 m 6	ϵ , IT 10%, α w	
202	5+	-20.810	1.72 h 5	ϵ	
203	9/2-	-21.590	11.76 h 5	ϵ , α w	
204	6+	-20.740	11.22 h 10	ϵ	
205	9/2-	-21.085	15.31 d 4	ϵ	
206	6+	-20.048	6.243 d 3	ϵ	
207	9/2-	-20.078	32.2 y 9	ϵ	
208	(5+)	-18.894	3.68 \cdot 10 ⁵ y 4	ϵ	

45

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode	
83 Bi	209	9/2-	-18.282	100%	
210	1-	-14.815	5.013 d 5	β -, α 0.0001%	
210m	9-	-14.544	3.0 \cdot 10 ⁶ y 1	α 99.72%, β - 0.28%	
211	9/2-	-11.872	2.14 m 2	α 39.94%, β - α 0.014%, α \approx 93%, β - α 7%	
212m	(9-)	-7.896	25 m	β -	
212m	(15-)	-7.446	9 m	β -	
213	9/2(-)	-5.254	45.59 m 6	α 2.16%, β - 99.98%, α 0.02%	
214	(1-)	-1.219	19.9 m 4	β -	
215	(9/2-)	1.710	7.4 m 6	β -	
216	0+	5.960s			
84 Po	192	0+	-7.980s	0.034 s 3	α
193	0+	-8.370s	450 ms 150	α	
193m	0+	-8.370s	0.42 s 2	α	
194	0+	-11.010s	0.7 s 3	α	
195	0+	-11.170s	4.5 s 5	α	
195m	0+	-11.170s	2.0 s 2	α	
196	0+	-13.470s	5.5 s 5	α , ϵ	
197	(3/2-)	-13.410s	5.8 s 3	α 84%, ϵ \approx 16%, IT?	
197m	(13/2+)	-13.206s	26 s 2	α	
198	0+	-15.500s	1.76 m 3	α 70%, ϵ 30%	
199	(3/2-)	-15.270s	5.5 m 1	ϵ 88%, α 12%	
199m	(13/2+)	-14.960s	4.2 m 1	ϵ 61%, α 39%	
200	0+	-17.040s	11.5 m 1	ϵ 85%, α 15%	
201	3/2-	-16.590s	15.3 m 2	ϵ 98.4%, α 1.6%	
201m	13/2+	-16.166s	8.9 m 2	ϵ 57%, IT 40%, α \approx 3%	
202	0+	-17.990s	44.7 m 5	ϵ 98%, α 2%	
203	5/2-	-17.350	35 m	ϵ 99.89%, α 0.11%	
203m	13/2+	-16.709	1.2 m 2	IT 95.5%, ϵ 4.5%	
204	0+	-18.360s	3.53 h 2	ϵ 99.34%, α 0.66%	
205	5/2-	-17.560	1.66 h 2	ϵ 99.96%, α 0.04%	
206	0+	-18.206	8.8 d 1	ϵ 94.53%, α 5.45%	
207	5/2-	-17.188	5.60 h 2	ϵ 99.98%, α 0.02%	
207m	19/2-	-15.785	2 s 2	IT	
208	0+	-17.492	2.898 y 2	α , ϵ 0.0018%	
209	1/2-	-16.391	102 y 5	α 99.74%, ϵ 0.26%	
210	0+	-15.977	138.376 d 2	α	
211	9/2+	-12.437	0.516 s 3	α	
211m	(25/2+)	-10.994	2.5 s 6	α	
212	0+	-10.394	0.298 μ s 3	α	
212m	(16+)	-7.473	45.1 s 6	α	
213	9/2+	-6.676	4.2 μ s 8	α	
214	0+	-4.494	164.3 μ s 18	α	
215	(9/2+)	-0.542	1.760 ms 4	α , β - 0.0002%	
216	0+	1.750	0.15 s 3	α	
217	0+	5.830s	< 10 s	α \approx 95%, β - < 5%	
218	0+	8.352	3.11 m	α 99.98%, β - 0.02%	

46

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode	
85 At	194	0+	-0.810s	α	
195	0+	-3.110s		α	
196	0+	-3.970s	0.3 s 1	α	
197	(9/2-)	-6.140s	0.4 s 1	α \approx 96%, ϵ \approx 4%	
198	0+	-6.940s	4.9 s 1	α	
198m	0+	-6.940s	1.5 s 3	α , IT?	
199	(9/2-)	-8.770s	7.0 s 1	α 53%, ϵ 47%	
200	(5+)	-8.970	43 s 2	α 65%, ϵ 35%	
200m	(10-)	-8.830	4.3 s 3	α , IT?	
201	(9/2-)	-10.770	89 s 3	α 71%, ϵ 29%	
202	(5+)	-10.790	18 s 3	ϵ 86%, α 12%	
202m	0+	-10.790	1.1 s	IT	
203	9/2-	-12.310	7.37 m 20	ϵ 69%, α 31%	
204	(5+)	-11.920	9.2 m 2	ϵ 95.6%, α 4.4%	
205	9/2-	-13.050	26.2 m 5	ϵ 90%, α 10%	
206	5+	-12.500	29.4 m 3	ϵ 99.04%, α 0.96%	
207	9/2-	-13.290	1.90 h 4	ϵ 91.3%, α 9.7%	
208	6+	-12.560	1.63 h 3	ϵ 99.45%, α 0.55%	
209	9/2-	-12.902	5.41 h 5	ϵ 95.9%, α 4.1%	
210	5+	-11.992	8.1 h 4	ϵ 99.82%, α 0.18%	
211	9/2-	-11.672	7.214 h 7	ϵ 58.3%, α 41.7%	
212	(1-)	-8.640	0.316 s 2	α	
212m	(9-)	-8.415	0.119 s 3	α	
213	9/2-	-6.603	0.11 μ s 2	α	
214	(1-)	-3.403	2 μ s 4	α	
215	(9/2-)	-1.269	0.10 ms 2	α	
216	(1-)	2.226	0.30 ms 3	α	
217	9/2(-)	4.373	32.3 ms 4	α 99.99%, β - 0.01%	
218	0+	8.089	\approx 2 s	α 99.9%, β - 0.1%	
219	0+	10.520	0.9 m 1	α 97%, β - 3%	
220	0+	14.290s			
86 Rn	199	0+	-1.610s	0.5 s 3	α
200	0+	-1.610s	0.29 s 3	α	
200	0+	-4.000	1.0 s 2	α \approx 98%, ϵ \approx 2%	
201	(3/2-)	-4.120s	7.0 s 4	α \approx 80%, ϵ \approx 20%	
201m	(13/2+)	-3.920s	3.8 s 4	α , ϵ	
202	0+	-6.310s	9.85 s 20	α \approx 85%, ϵ \approx 15%	
203	(5/2-)	-6.220s	4.5 s 3	α 66%, ϵ 34%	
203m	(13/2+)	-5.910s	28 s 2	α	
204	0+	-8.070s	1.24 m 3	α 68%, ϵ 32%	
205	(5/2-)	-7.780s	2.83 m 7	ϵ 77%, α 23%	
206	0+	-9.180s	5.67 m 17	α 68%, ϵ 32%	
207	5/2-	-8.670	9.3 m 2	ϵ 77%, α 23%	
207	0+	-9.690s	24.35 m 14	α 52%, ϵ 48%	
209	5/2-	-8.970	28.5 m 10	ϵ 83%, α 17%	
210	0+	-9.623	2.4 h 1	α 96%, ϵ 4%	
211	1/2-	-8.779	14.6 h 2	ϵ 74%, α 26%	
212	0+	-8.682	24 m 2	α	
213	(9/2+)	-5.723	25.0 ms 2	α	
214	0+	-4.342	0.27 μ s 2	α	
215	(9/2+)	-1.192	2.30 μ s 10	α	
216	0+	0.232	4.5 μ s 5	α	
217	9/2+	3.634	0.54 ms 5	α	

47

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode	
86 Rn	218	0+	5.198	35 ms 5	α
219	(5/2+)	8.829	3.96 s 1	α	
220	0+	10.589	55.6 s 1	α	
221	(7/2-, 9/2+)	14.410s	23 m 2	β - 78%, α 22%	
222	0+	16.367	3.8235 d 3	β -	
223	0+		4.3 s 3	β -	
224	0+		107 m 3	β -	
225	0+		4.5 m 3	β -	
226	0+		6.0 m 5	β -	
87 Fr	201	0+	3.830s	48 ms 15	α
202	0+	3.080s	0.34 s 4	α	
203	0+	0.930s	0.55 s 4	α , ϵ ?	
204	0+	0.630	2.1 s 2	α \approx 80%, ϵ \approx 20%	
205	(9/2-)	-1.290	3.85 s 10	α , ϵ < 1%	
206	0+	-1.440	16.0 s 1	α 85%, ϵ 15%	
208m	0+	-1.440	0.7 s 3	IT, α	
207	9/2-	-2.960	14.8 s 1	ϵ 95%, α 5%	
208	0+	-2.720	59.0 s 20	α 77%, ϵ 23%	
209	9/2-	-3.840	50.0 s 3	α 89%, ϵ 11%	
210	6+	-3.410	3.18 m 6	α 60%, ϵ < 40%	
211	9/2-	-4.200	3.10 m 2	α > 70%, ϵ < 30%	
212	5(+)	-3.610	20.0 m 6	ϵ 57%, α 43%	
213	9/2-	-3.573	34.6 s 3	α 99.45%, ϵ 0.55%	
214	(9-)	-0.980	5.0 ms 2	α	
214m	(9-)	-0.858	3.35 ms 5	α	
215	9/2(-)	0.289	0.12 μ s 5	α	
216	(1-)	2.960	0.70 μ s 2	α	
217	9/2-	4.293	32 μ s 6	α	
218	0+	7.036	0.21 μ s 6	α	
219	(9/2-)	8.609	21 ms 1	α \approx 99.65%, β - \approx 0.35%	
220	1	11.451	27.4 s 3	α	
221	5/2(-)	13.255	4.9 m 2	α	
222	(2)	18.960	14.4 m 4	α , β - α ?	
223	(3/2)	18.381	21.8 m 4	β - 99.99%, α 0.01%	
224	(1)	21.630	2.67 m 20	β -	
225	0+	23.840	3.9 m 2	β -	
226	0+	27.200	48 s 1	β -	
227	1/2+	29.590	2.4 h 2	β -	
228	0+	33.140s	39 s 1	β -	
229	0+		50 s 20	β -	
88 Ra	204	0+	6.020s		

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
88 Ra 215	(9/2+)	2.510	1.59 ms 9	α
216	0+	3.269	182 ns 10	α
217	(9/2+)	5.863	1.6 μ s 2	α
218	0+	6.630	14 μ s 2	α
219	0+	9.365	19 ns 3	α
220	0+	10.250	23 ms 5	α
221	0+	12.938	29 s	α
222	0+	14.301	38.0 s 5	α
223	1/2(+)	17.234	11.434 d 2	α , ^{14}C , w
224	0+	18.803	3.66 d 2	α
225	(3/2+)	21.987	14.8 d 2	β^-
226	0+	23.863	1600 y 7	α
227	(3/2+)	27.173	42.2 m 5	β^-
228	0+	28.936	5.75 y 3	β^-
229	0+	32.480	4.0 m 2	β^-
230	0+	34.460s	93 m 2	β^-
89 Ac 209	0+	8.870	0.10 s 5	α 96%, ϵ 4%
210	0+	8.990	0.35 s 5	α 99.8%, ϵ < 0.2%
211	(9/2-)	7.070	0.25 s 5	α 99.8%, ϵ < 0.2%
212	0+	7.230	0.93 s 5	α 98%, ϵ 2%
213	(9/2-)	6.090	0.80 s 5	α
214	(5+)	6.370	8.2 s 2	α 89%, ϵ 11%
215	(9/2-)	5.970	0.17 s 1	α 99.91%, ϵ 0.09%
216	(1-)	8.060	\approx 33 ms	α , α
217	9/2-	8.684	111 ns 7	α
218	0+	10.820	0.27 μ s 4	α
219	(9/2-)	11.540	7 μ s 2	α
220	0+	13.730	26.1 ns 5	α
221	0+	14.500	52 ms 2	α
222	0+	16.603	4.2 s 5	α
222m	0+	16.603	66 s 3	α , IT?, ϵ 0
223	(5/2-)	17.818	2.2 m 1	α 99%, ϵ 1%
224	0(+)	20.200	2.9 h 2	ϵ 90%, α 10%
225	(3/2-)	21.615	10.0 d 1	β^- , β^- , β^-
226	(1-)	24.298	.29 h	β^- , β^- , β^- , ϵ 17.2%, α 1.38%
227	3/2(-)	25.849	21.773 y 3	α
228	(3+)	28.890	6.13 h	β^-
229	(3/2+)	30.720	62.7 m 5	β^-
230	(1+)	33.760s	122 s 3	β^-
231	(1/2+)	35.910	7.5 m 1	β^-
232	(1,0)	39.240s	35 s 5	β^-
90 Th 212	0+	12.000s	30 ms 5	α
213	0+	13.060s	150 ms 25	α
214	0+	10.650s	0.0 s	α
215	(1/2-)	10.890	1.2 s 2	α
216	0+	10.270s	0.028 s 2	α
217	0+	12.160	0.252 ms 7	α
218	0+	12.346	109 ns 13	α
219	0+	14.450	1.05 μ s 3	α
220	0+	14.646	9.7 μ s 6	α
221	0+	16.916	1.68 ms 6	α
222	0+	17.183	2.8 ms 3	α

49

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
90 Th 223	0+	19.243	0.66 s 1	α
224	(3+)	19.980	1.04 s 5	α
225	(9/2+)	22.283	8.0 m 5	α 90%, ϵ 10%
226	0+	23.180	31 m	α
227	(3/2+)	25.805	18.7 d 5	α
228	0+	26.748	1.9131 y 5	α
229	5/2+	29.580	7340 y 160	α
230	0+	30.859	$7.538 \cdot 10^8$ y 30	α , SF?
231	5/2(+)	33.812	25.52 h 1	β^- , α , w
232	0+	35.444	$1.400 \cdot 10^8$ y 6	α , SF?
233	(1/2+)	38.729	22.3 m 1	β^-
234	0+	40.607	24.10 d 3	β^-
235	(1/2+)	44.250	6.9 m 2	β^-
236	0+		37.1 m 15	β^-
91 Pa 215	0+	17.660	1.5 ms	α
216	0+	17.660	0.20 s 4	α
217	0+	17.000	4.9 ms 6	α
217m	0+	17.000	1.6 ms	α
218	0+	18.590	0.12 ms	α
219	0+	18.490s		α
220	0+	20.180s		α
221	0+	20.310s	6 μ s	α
222	0+	21.940	4.3 ms	α
223	0+	22.310	6.5 ms 10	α
224	0+	23.780	0.95 s 15	α
225	0+	24.310	1.8 s 2	α
226	0+	26.015	1.8 m 2	α 74%, ϵ 26%
227	(5/2-)	26.825	38.3 m 3	α 85%, ϵ 15%
228	(3+)	28.852	22 h 1	ϵ 98%, α 2%
229	(5/2+)	29.876	1.4 d 4	ϵ 99.75%, α 0.25%
230	(2)	32.162	17.4 d 5	ϵ 91.6%, β^- 8.4%, α w
231	3/2-	33.422	$3.276 \cdot 10^4$ y 11	α , SF?
232	(2-)	35.923	1.31 d 2	β^- , ϵ 0.2%
233	3/2-	37.486	27.0 d 1	β^-
234	4(+)	40.337	6.70 h 5	β^-
234m	(0-)	40.411	1.17 m 3	β^- , 99.87%, IT 0.13%
235	(3/2-)	42.320	24.1 m 2	β^-
236	(1-)	45.540	9.1 m 2	β^- , SF w
237	(1/2+)	47.640	8.7 m 2	β^-
238	(3-)	51.270	2.3 m 1	β^-
92 U 222	0+		1 μ s	α
226	0+	27.170	0.5 s 2	α
227	0+	28.870s	1.1 m 3	α
228	0+	29.200s	9.1 m 2	α 95%, ϵ 5%
229	(3/2+)	31.181	58 m 3	ϵ 80%, α 20%
230	0+	31.598	20.8 d	α
231	(5/2-)	33.780	4.2 d 1	α , ϵ 0.06%
232	0+	34.586	68.9 y 4	α , SF w
233	5/2+	36.914	$1.592 \cdot 10^8$ y 2	α , SF w
234	0+	38.142	$2.45 \cdot 10^8$ y 2	α

50

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
92 U 234	0+	38.142	$2.45 \cdot 10^8$ y 2	SF w
235	7/2-	40.916	$703.8 \cdot 10^6$ y 5	α , SF w
235m	1/2+	40.917	0.23007 12	IT
236	0+	42.442	$2.3415 \cdot 10^8$ y 14	α , SF w
237	1/2+	45.387	6.75 d 1	β^-
238	0+	47.306	$4.468 \cdot 10^8$ y 3	α , SF w
239	5/2+	50.571	$99.27453 \cdot 15$	β^-
240	0+	52.711	23.50 m 5	β^-
242	0+		16.8 m 5	β^-
93 Np 237?			60 s 5	SF
239			33.740	α > 50%, ϵ < 50%
240			35.220	ϵ 97%, α 3%
241			35.620	ϵ 98%, α 2%
242			37.280s	ϵ , α 0.003%
233	(5/2)		38.000s	36.2 m 1
234	(0+)		39.950	4.4 d 1
235	5/2+		41.039	396.2 d 12
236	(6-)		43.370	115.10 ³ y 12
236m	(1-)		43.420	12.25 h 4
237	5/2+		44.868	$2.14 \cdot 10^8$ y 1
238	2+		47.452	2.117 d 2
239	5/2+		49.307	2.355 d 4
240	0+		52.210	61.9 m 2
240m	(1-)		52.210	7.22 m 2
241	(5/2+)	54.260	13.9 m 2	β^-
242	(1+)	57.410	2.2 m 2	β^-
242	(6+)	57.410	5.5 m 1	β^-
243		59.921		β^-
94 Pu 231		38.390s		β^-
232		38.349	34.1 m 7	ϵ 80%, α 20%
233	0+	40.020	20.9 d 4	ϵ 99.88%, α 0.12%
234	0+	40.333	8.8 h 1	ϵ 94%, α 6%
235	(5/2+)	42.160	25.3 m 10	ϵ , α 0.0027%
236	0+	42.879	2.851 y 8	α , SF w
237	7/2-	45.086	45.3 h 1	ϵ 99.99%, α 0.005%
237m	1/2+	45.231	0.18 s 2	IT
238	0+	46.160	87.74 y 4	α , SF w
239	1/2+	48.585	24119 y 26	α , SF
240	0+	50.122	6570 y 6	α , SF w
241	5/2+	52.952	14.35 y 10	β^- , α 0.0025%
242	0+	54.714	$3.763 \cdot 10^8$ y 12	α , SF w
243	7/2+	57.751	4.956 h 3	β^-
244	0+	59.801	$8.08 \cdot 10^7$ y 10	α 99.88%, SF 0.12%
245	(9/2-)	63.174	10.5 h 1	β^-
246	0+	65.365	10.85 d 2	β^-
95 Am 232			55 s 7	ϵ 98%, α 2%, ϵ SF
233			43.170s	
234			44.340s	2.6 m 2
235			44.640s	ϵ , α ?

51

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
95 Am 236		46.000s		
237	(5/2-)	46.630s	73.0 m 10	ϵ 99.97%, α 0.03%
238	1-	48.420	98 m 2	ϵ , α 0.0001%
239	(5/2-)	49.385	11.9 h 1	ϵ 99.99%, α 0.01%
240	(3-)	50.431	50.9 h 2	α , SF
241	5/2-	52.931	432.2 y 5	α , SF
242	1-	55.463	16.02 h 2	β^- , β^- , β^- , ϵ 17.3%
242m	5-	55.512	141 y 2	IT 99.5%, α 0.5%, SF
243	5/2-	57.171	7380 y 10	α , SF w
244	(6-)	59.876	10.1 h 1	β^-
244m	(1-)	59.945	\approx 26 m	β^- , ϵ w
245	(5/2+)	61.893	2.05 h 1	β^-
246	(7-)	64.991	39 m 3	β^-
246m	(2-)	64.991	25.0 m 2	β^-
247	(5/2)	67.230s	22 m 3	β^-
248		70.590s		
96 Cm 235		48.020s		
236	0+	47.870s		
237	0+	49.150s		
238	0+	49.390s	2.4 h 1	ϵ 90%, α 10%
239	(7/2-)	51.090s	\approx 2.9 h	ϵ , α 0.1%
240	0+	51.701	27 d	α 99.5%, ϵ < 0.5%, SF w
241	1/2+	53.696	32.8 d 2	ϵ 99%, α 1%
242	0+	54.801	162.8 d 2	α , SF w
243	5/2+	57.177	28.5 y 2	ϵ 99.76%, α 0.24%
244	0+	58.449	18.10 y 2	α , SF w
245	7/2+	60.998	8500 y 100	α
246	0+	62.613	4730 y 100	α 99.97%, SF 0.03%
247	9/2-	65.528	$1.56 \cdot 10^7$ y 5	α
248	0+	67.388	$3.40 \cdot 10^8$ y 3	α 91.74%, SF 8.26%
249	1/2(+)	70.746	64.15 m 3	β^-
250	0+	72.985	\approx 7400 y	β^- , SF 65%, α 28%, β^- 7%
251	(1/2+)	76.650s	16.8 m 2	β^-
252	0+		< 2 d	β^-
97 Bk 237		53.190s		
238		54.170s		
239		54.270s		
240		55.600s	5 m 2	ϵ , ϵ SF w
241		56.100s		
242		57.700s	7.0 m 13	ϵ , α < 1%, SF < 0.03%
243	(3/2-)	58.682	4.5 h 2	ϵ 99.85%, α 0.15%
244	(4-)	60.690	4.35 h 15	ϵ , α 0.06%
245	3/2-	61.812	4.94 d 3	ϵ 99.88%, α 0.12%
246	(2-)	64.010s	1.80 d 2	ϵ , α < 0.2%
247	(3/2-)	65.485	1380 y 250	α
248	(6+ 8-)	68.099	> 9 y	α > 70%, β^- < 30%, ϵ 2
248m	(1-)	68.099	23.7 h 2	β^- 70%, ϵ 30%

52

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
97 Bk 249	7/2-	69.844	320 d 6	β^- , α 0.0015%, SF
250	2+	72.948	3.22 h 1	β^-
251	(3/2-)	75.230s	56 m 2	β^- , α 0.0001%
252		78.530s	?	?
98 Cf 239		58.240s	39 s +37-1	α
240	0+	58.020s	1.06 m 15	α
241		59.170s	3.8 h 7	ϵ 90%, α 10%
242	0+	59.330	3.49 m 12	α , ϵ
243	(1/2+)	60.910s	10.7 m 5	ϵ 86%, α 14%
244	0+	61.459	19.4 m 6	α , ϵ ?
245	0+	63.377	43.6 m 8	ϵ 70%, α 30%
246	0+	64.087	35.7 h 5	α , SF 0.0002%, ϵ 0.0001%
247	(7/2+)	66.150s	3.11 h 3	ϵ 99.96%, α 0.03%
248	0+	67.239	333.5 d 28	α , SF
249	9/2-	69.718	350.6 y 21	α , SF
250	0+	71.167	13.08 y 9	α 99.92%, SF 0.08%
251	1/2+	74.128	898 y 44	α , SF
252	0+	76.030	2.638 y 10	α 96.91%, SF 3.09%
253	(7/2+)	79.296	17.81 d 8	β^- 99.69%, α 0.31%
254	0+	81.337	60.5 d 2	SF 99.69%, α 0.31%
255			1.4 h 3	β^-
256	0+		12.3 m 12	SF
99 Es 241		63.820s		
242		64.690s		
243		64.720s	21 s 2	ϵ 70%, α 30%
244		65.960s	37 s 4	ϵ 96%, α 4%
245		66.380s	1.33 m 15	ϵ 60%, α 40%
246		67.930s	7.7 m 5	ϵ 90.1%, α 9.9%, ϵ SF
247		68.550	4.7 m 3	ϵ 93%, α 7%
248	(2-, 0+)	70.270s	27 m 3	ϵ , α 0.25%
249	7/2(+)	71.110	1.70 h 1	ϵ 99.43%, α 0.57%
250	(6+)	73.270s	8.6 h 1	ϵ 97%, α 3%
250m	(1-)	73.270s	2.22 h 5	ϵ 99%, α 1%
251	(3/2-)	74.507	33 h 1	α 95%, α 5%
252	(5-, 4+)	77.263	471.7 d 19	α 76%, ϵ 24%, β^- 0.01%
253	7/2+	79.008	20.47 d 3	α , SF
254	(7+)	81.990	275.5 d 5	α , SF
254m	2+	82.068	39.3 h 2	β^- 99.59%, α 0.33%, ϵ 0.08%
255	(7/2+)	84.090s	39.8 d 12	β^- 92%, α 8%, SF
256	(1+)	87.160s	25 m	β^-
256m	(8+)	87.160s	27.6 h	β^-
257			0.8 ms 2	SF, α ?
100 Fm 242	0+			
243	0+	69.360s	0.18 s 8-4	SF 99%, α 1%
244	0+	69.040s	3.7 ms 4	SF 99%, α 1%

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
103 Lr 252			\approx 1 s	α 90%, ϵ 10%, SF ϵ 1%
253		88.640s	1.4 s	SF ϵ 2%, ϵ 1%
254		89.730s	\approx 20 s	α , ϵ , SF ϵ 0.1%
255		90.050s	22 s 5	α > 70%, ϵ < 30%, SF ϵ 1%
256		91.740s	28 s 3	α 80%, ϵ < 20%, SF ϵ 0.03%
257		92.670s	0.646 s 25	α 85%, ϵ < 15%
258		94.750s	4.3 s 5	α 95%, ϵ 5%
259		95.850	5.4 s 8	α 90%, SF < 10%, ϵ < 0.5%
260		98.100	180 s 30	α , ϵ ?
253?			\approx 1.8 s	SF 50%, α 50%
254?	0+		0.5 ms 2	SF, α 0.3%
255?		94.310s	\approx 2 s	α 50%, SF 50%
256?	0+	94.280s	\approx 2 ms	SF
257		95.890s	4.8 s 3	α 82%, ϵ 18%
258	0+	96.350s	11 ms 2	SF 90%, α 10%
259		98.300s	3.1 s 7	α 93%, SF 6%, ϵ 0.3%
260?	0+	99.020s	20 ms	SF, α < 10%
261		101.240s	65 s 10	α 80%, SF < 10%, ϵ < 10%
262?	0+		63 ms	SF
105 Ha 255?			1.5 s	SF
257		100.390s	1 s	α 80%, SF 20%, ϵ ?
258		101.550s	4 s	α , ϵ
259?		102.070s	1.2 s	SF
260		103.440s	1.52 s 13	α 90%, SF 9.6%, ϵ < 2.5%
261		104.160s	1.8 s 4	α 50%, SF < 50%
262		105.970s	34 s 4	SF 71%, α 27%, ϵ < 5%
106 259?			7 ms 3	SF 70%, α 30%
260		106.910s		
261	0+	108.220s		
262	0+	108.470s		
263		110.120s		
107 261?			0.8 s 2	SF 70%, α 30%
262		114.510s		
262m		114.510s	115 ms	α
263		114.800s	4.7 ms	α
264		115.960s		
108 264	0+	120.130s		
265		121.240s		
109 266?		128.210s	5 ms	α

Isotope Z El A	J π	Δ (MeV)	T1/2 or Abundance	Decay Mode
100 Fm 245		70.100s	4.2 s 13	α
246	0+	70.130	1.1 s 2	α 92%, SF 8%
247		71.540s	35 s 4	α 50%, ϵ 50%
247		71.540s	9.2 s 23	α 99%, ϵ 1%
248	0+	71.885	36 s 3	SF 0.05%
249	(7/2+)	73.500s	2.6 m 7	ϵ 85%, α 15%
250	0+	74.063	30 m 3	α 90%, SF 0.0006%, ϵ < 10%
250m	0+	74.063	1.8 s	IT
251	(9/2-)	76.000s	5.30 h 8	ϵ 98.2%, α 1.8%
252	0+	76.817	25.39 h 5	α , SF
253	1/2+	79.339	3.00 d 12	ϵ 88%, α 12%
254	0+	80.897	3.240 h 2	α 99.94%, SF 0.06%
255	7/2+	83.787	20.07 h 7	α , SF
256	0+	85.482	2.63 h 2	SF 91.9%, α 8.1%
257	(9/2+)	88.565	100.5 d 2	α 89.9%, SF 0.21%
258	0+		380 μ s 60	SF
259			1.5 s 3	SF
101 Md 247		76.040s	7 s 3	α
248		77.080s	3 s 3	ϵ 80%, α 20%
249		77.260s	24 s 4	α 10%, ϵ 30%
250		78.600s	52 s 6	ϵ 94%, α 6%
251		79.020s	4.0 m 5	ϵ 94%, α 6%
252		80.540s	2.3 m 8	ϵ > 50%, α < 50%
253		81.240s		
254		83.490s	10 m 3	ϵ
254		83.490s	28 m 8	ϵ
255	(7/2-)	84.842	27 m 2	ϵ 92%, α 8%
256		87.522	76 m 4	ϵ 90.7%, α 9.3%
257	(7/2-)	89.030s	5.2 h 5	ϵ 90%, α 10%
258	(8-)	91.820s	55 d 4	α
258m	(1-)	91.820s	43 s 4	α
259	(7/2-)		103 m	SF > 95%, α < 5%, ϵ ?
102 No 250	0+		0.25 ms 5	SF, α 0.1%
251	0+	82.780s	0.8 s 3	α , ϵ 1%
252	0+	82.856	2.30 s 22	α 73.1%, SF 26.9%
253	(9/2-)	84.330s	1.7 m 3	α 80%, ϵ 20%, SF 0.001%
254	0+	84.723	55 s 5	α > 99%, ϵ < 1%, SF < 0.06%
254m		85.223	0.28 s 4	IT
255	(1/2+)	86.870s	3.1 m 2	α 61.4%, ϵ 38.6%
256	0+	87.796	3.3 s 2	α 99.7%, SF 0.25%
257	(7/2+)	90.220	25 s 2	α
258	0+	91.420s	1.2 ms 5	SF
259	(9/2+)	94.018	60 m 5	α 78%, ϵ 22%, SF 0.2%
260	0+		?	SF

پیوست ۵
جواب مسائل زوج

فصل ۱

۲. $2.1 \times 10^7 \text{ Hz}$

۴. $3.7 \times 10^5 \text{ Hz}$ ، $2.7 \times 10^{-17} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

۶. 3.3 T

۸. (الف) $8.421 \times 10^{-14} \text{ kg}$

(ب) $26,613$ ، $34,911$ ، $28,244$ ، $29,875$ ، $28,192$ ، $29,821$

و، $41,679$ ، $10^{-19} \times 33,295$

(ج) $25,1$ ، $16,0$ ، $21,0$ ، $17,0$ ، $17,0$ ، $16,0$ ، $18,0$ و

$(1,66 \times 10^{-19} \text{ C}) \times 20,1$

۱۰. $0,72 \text{ T}$

۱۲. ^{22}Ca

۱۴. $0,683$

۱۸. $\rho = \rho_0 e^{-mgz/kT}$

۲۰. $2,9 \times 10^{11}$ رادیان، $1,0 \times 10^{-10} \text{ m/s}$ ؛ $4,0 \times 10^{-21} \text{ J}$

۲۲. $1,6 \times 10^{-12} \text{ m}$ ، $1,6 \times 10^{-22} \text{ m/s}$

۲۴. $1,3 \times 10^{-9} \text{ A}$ ، $9,0 \times 10^{-15} \text{ C}$

۲۶. $3,4 \text{ cm}$ ، $3,4 \text{ cm}$

۳۰. $v_g = 3,0 \text{ m/s}$ ، $V_p = 2,0 \text{ m/s}$

۳۲. $V_g = \sqrt{gh}$

۳۴. (الف) $V_g = (\frac{3}{4})V_p$ ؛ (ب) $V_g = 3,1 \text{ m/s}$ ، $V_p = 2,1 \text{ m/s}$

۳۶. $2,4 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$ به سوی خورشید، $6,2 \times 10^{-18}$ ، $3,7 \times 10^{-18} \text{ N}$

۳۸. $1,008687 \text{ u}$

۴۰. $1,9 \times 10^{-2}$ ، $1,9 \times 10^{-6} \text{ kg}$ ، $1,7 \times 10^{11} \text{ J}$

۴۲. $0,3651 \text{ \AA}$

فصل ۲

۲. (الف) $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ؛

(ب) در مورد بازوهای نامساوی، چنین انقباضی اختلاف فاز را صفر نمی‌کند.

$$\theta' = ۴۳,۹^\circ.۶$$

$$\%۶,۸۲ \times ۱۰^{-۸}.۱۰$$

$$۳,۶۱.۱۲ \text{ سال نوری}, ۷,۶۲ \text{ سال}$$

$$۱۴. (الف) ۲۵,۹ \text{ سال}; (ب) ۲۳,۷ \text{ سال}$$

$$۱,۶۳ \times ۱۰^{-۱۸} \text{m}. ۱۸$$

$$: v_y = v'_y \sqrt{1 - V^2/c^2} / (1 + Vv_x/c^2). ۲۰$$

$$v_z = v'_z \sqrt{1 - V^2/c^2} / (1 + Vv_x/c^2)$$

$$\theta' = \tan^{-1}[v/(c\sqrt{1 - V^2/c^2})] = ۰,۷۰۰۵۷ = ۲۰'' (الف). ۲۲$$

(ب) اختلاف قابل تشخیص نیست: $\theta' = \tan^{-1}(v/c)$

$$a'_x = a_x [(1 - V^2/c^2)^{3/2} / (1 - Vv_x/c^2)^2]. ۲۴$$

$$a'_y = a_y [(1 - V^2/c^2) / (1 - Vv_x/c^2)^2]$$

$$a'_z = a_z [(1 - V^2/c^2) / (1 - Vv_x/c^2)^2]$$

$$\%۰,۰۰۴۰. ۲۶$$

$$۵,۳۳ \times ۱۰^{-۱۶} \text{kg} \cdot \text{m/s}, ۱۳۲ \text{m/s}. ۲۸$$

$$V = ۰,۹۰۵c. ۳۰$$

$$, E_\mu = ۱۱۰ \text{MeV}; P_\nu = ۲۹,۹ \text{MeV}/c, E_\nu = ۲۹,۹ \text{MeV}. ۳۲$$

$$P_\mu = ۲۹,۹ \text{MeV}/c \text{ در جهت مخالف}$$

فصل ۳

$$۷۵ \text{W}. ۲$$

$$۲,۰ \times ۱۰^۹ \text{W} (ب), ۱,۷ \times ۱۰^{۱۱} \text{Hz} (الف). ۴$$

$$۲۷۹ \text{K یا } ۶^\circ \text{C}. ۶$$

$$۱۴. \text{ نه}$$

$$۱,۵ \times ۱۰^۶ / \text{s}. ۱۶$$

$$۱,۳ \times ۱۰^{۱۶} / \text{s} (ب); ۳,۲ \times ۱۰^{۲۰} / \text{s} (الف). ۱۸$$

$$: ۲۰ (الف) تمام فوتوالکترونها به آنود می‌رسند (اشباع);$$

(ب) جریان دو برابر است;

(ج) پتانسیل بازدارنده دو برابر است.

$$۱,۰۲ \times ۱۰^{۱۵} \text{Hz}. ۲۲$$

$$۰,۶۷۹ \text{\AA}, ۰,۶۹۶ \text{\AA}, ۰,۷۱۳ \text{\AA}. ۲۶$$

$$۲۲ \text{eV}. ۲۸$$

$$۱,۳۲ \times ۱۰^{-۵} \text{\AA}. ۳۰$$

۳۱mm. ۳۴

۰٫۰۴۸cm. ۳۶

۰٫۱۲. ۳۸

الماس، سرب. ۴۰

فصل ۴

۲. زرد، He

۴. خط پنجم ($n = 9$)

۶. (الف) 4102.9 \AA و 4341.7 \AA در سری بالمر، که با یک ضریب $1/0.35$ طولانیتر شده‌اند؛

(ب) $1.0 \times 10^6 \text{ m/s}$

۸. (الف) $p = -0.0407$ ، $d = -0.0016$ ؛

(ب) سری اصلی متناظر با لیمان است، که به سری بالمر بخش شده است؛

(ج) $1/\lambda = R[1/(3+d)^2 - 1/(n+f)^2]$

۱۰. (الف) 0.25 \AA ؛ (ب) $1.75 \times 10^{16} \text{ Hz}$

۱۲. 33 MeV

۱۴. (الف) $548, 542$ ؛ (ب) $115, 212$.

۱۸. $1.24 \times 10^{-26} \text{ m}^2$ در 20° ، $5.38 \times 10^{-27} \text{ m}^2$ در 30° ،

$7.04 \times 10^{-27} \text{ m}^2$ برای 20° تا 30°

۲۰. $C/274$ ، $C/137$.

۲۲. 1215.7 \AA

۲۴. 1.32 \AA ، 1.79 \AA ؛ برای اولین خط بزرگتر

۲۶. 0.18 \AA ، -122 eV

۲۸. $2.85 \times 10^{-2} \text{ \AA}$ ، $-(2.53 \times 10^2 \text{ eV})/n^2$ ، 6.541 \AA

۳۰. 2.54×10^{22} ؛ (ب) $n\hbar^2/(GMm^2)$ ؛ (ج) $1.18 \times 10^{-62} \text{ m}$

۳۴. 0.130 \AA ، کبالت

۳۶. تنگستن

۳۸. 7.00

فصل ۵

۲. 0.087 \AA ؛ بله

۴. 0.061 \AA

$$1,5 \times 10^{-25} \text{m}, 2,4 \times 10^{-22} \text{m}, 1,9 \times 10^{-15} \text{m}, 6,2 \times 10^{-9} \text{m}. 6$$

$$: 3,76 \times 10^2 \text{m/s}, 1,19 \times 10^{-20} \text{J} \text{ (الف)}. 8$$

$$1,05 \times 10^{-10} \text{m} \text{ (ب)}$$

$$6,2 \times 10^{-20} \text{m}. 10$$

$$6,70 \times 10^{-6} \text{eV}. 12$$

$$1,67 \text{Å} \text{ (الف)}; 1,65 \text{Å} \text{ (ب)}. 14$$

$$39,8 \text{cm}, 14,8 \text{cm}, 6,02 \text{cm}. 16$$

$$\theta = 44,0^\circ. 18$$

۲۰. (ب) شدتهای مساوی، ولی فازهای نامساوی، مگر آنکه تغییر فاز برای هر

بازتاب (تصادفاً) 0° یا 180° باشد.

$$1 \times 10^{-28} \text{kg} \cdot \text{m/s}, 5 \times 10^{-6} \text{m}. 22$$

$$0,3 \times 10^{-6} \text{m}; 0,6 \times 10^{-2} \text{m}. 24$$

۲۶. با استفاده از $\Delta p = \frac{h}{\Delta x} = \frac{h}{2a}$ ، عدم قطعیت در طول موج از همان

مرتبه بزرگی خود طول موج است! یعنی طول موج نامعین است.

$$5 \times 10^2 \text{Hz} \text{ (ب)}; 2 \times 10^{-7} \text{kg} \cdot \text{m/s} \text{ (الف)}. 30$$

$$3 \times 10^{-23} \text{s}. 32$$

فصل ۶

$$\text{خبر}, 1,1 \times 10^2 \text{MeV}, 3,7 \times 10^2 \text{MeV}. 2$$

$$1,5 \times 10^{-2}, 2 \times 10^{-2}. 4$$

$$\bar{x} = L^2 \left[\frac{1}{3} - 1/(2n^2 \pi^2) \right], \bar{x} = \frac{1}{3} L. 6$$

$$n^2 \pi^2 \hbar^2 / (mL^2). 8$$

$$, E_{111} = 3 \hbar^2 \pi^2 / (2mL^2). 12$$

$$E_{211} = E_{121} = E_{112} = 6 \hbar^2 \pi^2 / (2mL^2)$$

$$\psi = e^{-iEt/\hbar} e^{ikx} + e^{-iEt/\hbar} e^{-ikx} (ik + K) / (ik - K), x < 0. 16$$

$$\psi = e^{-iEt/\hbar} e^{-kx} (2ik) / (ik - K), x > 0$$

$$K = \sqrt{2m(U_0 - E)/\hbar^2} \text{ و } k = \sqrt{2mE/\hbar^2} \text{، که در اینجا،}$$

$$2,82 \hbar^2 \pi^2 / (2mL^2), 0,74 \hbar^2 \pi^2 / (2mL^2). 18$$

$$2,5 \times 10^{-7}. 22$$

$$R = - \frac{e^{ika} (1 - e^{-2k(b-a)}) (k' + K)}{(K - ik)^2 - (k + iK) e^{-2k(b-a)}}. 24$$

$$1 - (k' - k)^2 / (k' + k)^2. 26$$

$$9,0 \times 10^{-57} \cdot 28$$

$$P = e^{-\pi A \sqrt{B} \sqrt{2m/\hbar^2}} \cdot 30$$

$$h\omega \cdot 32$$

$$2,29 \times 10^7 \text{ \AA} : (n + \frac{1}{2}) \times 0,54 \text{ eV} \cdot 38$$

$$x^2 = \hbar^2 / (2m\omega_e) \cdot 40$$

$$E_n = (3Anh/4)^{2/3} / (2m)^{1/3} \cdot 42$$

$$L = 0, 1, 2; m_L = 0, \pm 1, \pm 2 \cdot 44$$

$$-m_e e^2 / [2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2] \cdot 46$$

$$0,323 \cdot 48$$

$$U = -m_e e^2 / [(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2], K = m_e e^2 / [2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2] \cdot 50$$

فصل ۷

$$5,4, 1, 2$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{3} \delta \hbar, \frac{1}{2} \sqrt{63} \hbar \cdot 4$$

$${}^1S_{1/2}, {}^3S_{1/2}, {}^1P_{1/2}, {}^3P_{1/2}, {}^3P_{3/2}, {}^1P_{3/2}, {}^3P_{3/2}, {}^3D_{3/2}, {}^1D_{3/2} \cdot 6$$

$$p = qL/2 - (8/9)(\sqrt{3}/\pi^2)qL \cos[(E_1 - E_2)t/\hbar] \text{ (الف)} \cdot 8$$

$$p = qL/2; \text{ (ب) ممنوع}$$

$$\pm \frac{1}{2} e\hbar / (2m_e), 0, \pm e\hbar / (2m_e), 0 \cdot 10$$

$$-0,086 \text{ \AA}, -0,043 \text{ \AA}, 0,034 \text{ \AA}, 0,086 \text{ \AA} \cdot 12$$

$$, -0,77 \times 10^{-5} \text{ eV}, 0,77 \times 10^{-5} \text{ eV}, 2,31 \times 10^{-5} \text{ eV} \cdot 14$$

$$-2,31 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

$$VT \cdot 16$$

$$\text{(ب) دومی} \cdot 18$$

$$\psi_1(x)\psi_1(x') = (2/L) \sin(\pi x/L) \sin(\pi x'/L) \text{ (الف)} \cdot 20$$

$$\psi_1(x)^2 \psi_1(x)^2 (dx)^2 = (2/L)^2 (dx)^2 \text{ (ب)}$$

$$\psi_1(x)^2 dx = 2 dx/L \text{ (ج)}$$

$$. {}^1P_1 \text{ برای } 1s^2 p, {}^3P_1 \text{ برای } 1s^2 p, {}^1S_0 \text{ برای } 1s^2 s, {}^3S_1 \text{ برای } 1s^2 s \cdot 22$$

$$. {}^1S_0 \text{ مانند آرگون} \cdot 24$$

$$\text{برای } {}^3F_3, \text{ IIB برای } \text{حالت‌های گوناگون برای } {}^1S_0, \text{ IA برای } {}^1S_{1/2} \cdot 26$$

$$\text{حالت‌های گوناگون, VIIB برای } {}^6S_{5/2}, \text{ VIB برای } {}^5S_3, \text{ VB برای } {}^4F_{3/2}, \text{ IVB}$$

$$\text{برای } {}^2P_1, \text{ IIIA برای } {}^1P_{1/2}, \text{ IIB برای } {}^1S_0, \text{ IB برای } {}^1S_{1/2}, \text{ VIII}$$

$$\text{برای } {}^1S_0, \text{ VIIA برای } {}^2P_{3/2}, \text{ VIA برای } {}^2P_1, \text{ VA برای } {}^2S_{3/2}, \text{ IVA}$$

$$۱,۰۹\text{\AA}, ۱,۳۹ \times ۱۰^{-۲۶} \text{kg.m}^2. ۲۸$$

$$۱۱\text{eV}. ۳۰$$

$$۸,۹۷ \times ۱۰^{۱۲} \text{Hz}. ۳۲$$

فصل ۸

$$۲,۸۲\text{\AA}. ۲$$

$$۸,۴۷ \times ۱۰^{۲۸} / \text{m}^2. ۴$$

$$\text{روز } ۴,۹, ۴,۸ \times ۱۰^{-۶} \text{m/s}. ۶$$

$$۱,۸ \times ۱۰^{-۲} \text{V} \text{ (د) وارونه شده؛ (ج) بله، وارونه شده}. ۸$$

$$۳,۱ \times ۱۰^۵ \text{J}. ۱۰$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{2} \delta v_F, \bar{v} = (3/4) v_F. ۱۲$$

$$۶,۰ \times ۱۰^۷ \text{m/s}, ۱۹ \text{MeV}. ۱۴$$

$$۱۸۰۰ \text{K}. ۱۶$$

$$m^* = \hbar / Ba. ۲۰$$

$$\text{خیر}. ۲۲$$

$$۴,۱۱۸ \text{K}, ۴,۱۳۸ \text{K}, ۴,۱۴۹ \text{K}. ۲۴$$

$$۲,۸ \times ۱۰^۷ \Phi, ۵,۷ \times ۱۰^{-۲} \text{T.m}^2. ۲۶$$

$$۲,۸۷ \times ۱۰^{-۳}, ۳,۳۱ \times ۱۰^{-۴}, ۱,۶۶ \times ۱۰^{-۴}, ۳,۶۱ \times ۱۰^{-۴}. ۲۸$$

$$۳,۶ \times ۱۰^{-۶}, ۲,۰ \times ۱۰^{-۴}, ۱,۱۲۹ \times ۱۰^{-۲}, ۱,۰۳ \times ۱۰^{-۲}$$

$$\text{و } ۱,۲۶۰ \times ۱۰^{-۲}, ۲,۱۸ \times ۱۰^{-۲} \text{ الکترون ولت}. ۳۰$$

$$۲,۲ \times ۱۰^{-۱۵} \text{T.m}^2. ۳۰$$

فصل ۹

$$۵,۷۰ \text{MeV}. ۴$$

$$۱,۸۸ \text{MeV}. ۶$$

$$۲,۳ \times ۱۰^{۱۷} \text{kg/m}^2. ۸$$

$$۳۲ \text{MeV}. ۱۰$$

$$R = ۱,۵ \text{fm} \times A^{1/3}, \text{آری: } ۴,۲ \text{fm}, ۳,۷ \text{fm}, ۳,۴ \text{fm}. ۱۲$$

$$\bar{E} = ۳۲ \text{MeV} \times \left(\frac{Z}{A}\right)^{2/3}, E_F = ۵۳ \text{MeV} \times \left(\frac{Z}{A}\right)^{2/3}. ۱۴$$

$$\bar{E} = ۱۷ \text{MeV}, E_F = ۲۸ \text{MeV}; \bar{E} = ۱۹ \text{MeV}, E_F = ۳۲ \text{MeV}$$

$$۱,۳ \times ۱۰^۴ \text{N}. ۱۶$$

$$۰,۸۸۰۰ \text{e}\hbar / (2m_p). ۱۸$$

چهارمین واکنش به جهت عدد باریونی، پنجمین واکنش به دلیل عدد لپتونی .
 ۱۲. ضعیف، ضعیف،

۱۴. $\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$ ؛ برهم کنش قوی، $k^- + p \rightarrow k^0 + k^+ + \Omega^-$ ،

ضعیف؛ $\Xi^0 \rightarrow (\gamma + \gamma)\Lambda^0$ ؛ ضعیف، $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p$ ؛ ضعیف، $\gamma \rightarrow e + \bar{e}$ ؛ ضعیف

الکترومغناطیسی

۱۶. $1677 \text{ MeV}/c^2$

۲۰. $\bar{s}d, \bar{s}u, \bar{u}d, \bar{u}d, \bar{s}u, \bar{s}d$.

$$\mu_p / \mu_n = -\frac{1/913}{2/793} \approx -\frac{2}{3} \text{، بله. ۲۲}$$

ثابتهای بنیادی

$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$	سرعت نور
$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,14 \times 10^{-21} \text{ MeV} \cdot \text{s}$	ثابت پلانک
$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 6,58 \times 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{s}$	
$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$	ثابت گرانش
$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}, \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 [\text{F/m}]^{-1}$	ثابت گذردهی
$\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} \text{ H/m}, \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ H/m}$	ثابت تراوایی
$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ /mole}$	عدد آوگادرو
$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8,62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$	ثابت بولتزمن
$-e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$	بار الکترون
$m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$	جرم الکترون
$m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$	جرم پروتون
$m_n = 1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$	جرم نوترون
$m_p/m_e = 1836$	نسبت جرم پروتون - الکترون
$\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60 \hbar^3 c^3} = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$	ثابت استفان - بولتزمن
$R_H = \frac{e^2 m_e}{4\pi(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 c} = 1,097 \times 10^7 \text{ /m}$	ثابت ریذبرگ
$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} = 0,529 \text{ \AA}$	شعاع بور
$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$	ثابت ساختار ریز
$\frac{h}{m_e c} = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m}$	طول موج کامپتون
$\mu_{e,z} = -\frac{1,001 e \hbar}{2 m_e} = 9,28 \times 10^{-24} \text{ J/T}$	گشتاور مغناطیسی الکترون
$\mu_{p,z} = \frac{2,79 e \hbar}{2 m_p} = 1,41 \times 10^{-26} \text{ J/T}$	گشتاور مغناطیسی پروتون
$\mu_{n,z} = \frac{-1,91 e \hbar}{2 m_n} = -9,66 \times 10^{-27} \text{ J/T}$	گشتاور مغناطیسی نوترون
$\Phi = \frac{h}{2e} = 2,07 \times 10^{-15} \text{ T} \cdot \text{m}^2$	کوآتوم شار

بعضی از جرماها

$1u = 1,660 \times 10^{-27} \text{kg} = 931,5 \text{MeV}/c^2$	یکای جرم اتمی
$m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{kg} = 0,49 \times 10^{-4} u = 0,511 \text{MeV}/c^2$	الکترون
$m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{kg} = 1,007 u = 938,3 \text{MeV}/c^2$	پروتون
$m_n = 1,675 \times 10^{-27} \text{kg} = 1,009 u = 939,6 \text{MeV}/c^2$	نوترون
$M_H = 1,674 \times 10^{-27} \text{kg} = 1,008 u = 938,8 \text{MeV}/c^2$	اتم هیدروژن
$M_{\text{He}} = 6,65 \times 10^{-27} \text{kg} = 4,003 u = 3728 \text{MeV}/c^2$	اتم هلیوم
$m_{\alpha} = 6,64 \times 10^{-27} \text{kg} = 4,002 u = 3727 \text{MeV}/c^2$	ذره آلفا

چند ثابت دیگر

$g = 9,8 \text{m/s}^2$	شتاب استاندارد گرانی
1000kg/m^3	چگالی آب
$1,29 \text{kg/m}^3$	چگالی هوا ($0^\circ, 1 \text{atm}$)
331m/s	سرعت صوت در هوا ($0^\circ, 1 \text{atm}$)
$28,98 \text{g/mole}$	جرم مولکولی هوا
$4,19 \text{ژول} = 1 \text{کالری}$	معادل مکانیکی گرما

ضرایب تبدیل

$1 \text{سال} = 3,16 \times 10^7 \text{ثانیه}$	سال
$1 \text{سال نوری} = 9,46 \times 10^{15} \text{متر}$	سال نوری
$1 \text{Å} = 10^{-10} \text{m}$	انگستروم
$1 \text{fm} = 10^{-15} \text{m}$	فرمی
$1 \text{barn} = 10^{-28} \text{m}^2$	بارن
$1 \text{gauss} = 10^{-4} \text{T}$	گأوس
$0^\circ \text{K} = -273,15^\circ \text{C}$	صفر مطلق
$1 \text{eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{J}$	الکترون ولت

کتابشناسی

۱. مکانیک کلاسیک و الکترومغناطیس

The following introductory textbooks provide the background in elementary classical mechanics and electromagnetism prerequisite for the study of modern physics:

Halliday, D., and Resnick, R., *Fundamentals of Physics*, (Wiley, New York, 1981)

Ohanian, H. C., *Physics* (Norton, New York, 1985)

Tipler, P. A., *Physics* (Worth, New York, 1976)

۲. فیزیک نوین

There are many books that deal with modern physics at roughly the same level as this book. Some of these are:

Acosta, V., Cowan, C. L., and Graham, B. J., *Essentials of Modern Physics* (Harper and Row, New York, 1973)

Anderson, E. E., *Introduction to Modern Physics* (Saunders, Philadelphia, 1982)

Beiser, A., *Concepts of Modern Physics* (McGraw-Hill, New York, 1981)

Bitter, F., and Medicus, H. A., *Fields and Particles* (Elsevier, New York, 1973)

Enge, H. A., Wehr, M. R., and Richards, J. A., *Introduction to Atomic Physics* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1972)

French, A. P., and Taylor, E., *An Introduction to Quantum Physics* (Norton, New York, 1978)

Leighton, R. B., *Principles of Modern Physics* (McGraw-Hill, New York, 1959)

Richtmeyer, F. K., Kennard, E. H., and Cooper, J. N., *Introduction to Modern Physics* (McGraw-Hill, New York, 1969)

- Semat, H., *Introduction to Atomic and Nuclear Physics* (Rinehart, New York, 1972)
- Sproull, R. L., and Phillips, W. A., *Modern Physics* (Wiley, New York, 1980)
- Tipler, P. A., *Modern Physics* (Worth, New York, 1978)
- Weidner, R. T., and Sells, R. L., *Elementary Modern Physics* (Allyn and Bacon, Boston, 1980)
- Wichmann, E. H., *Quantum Physics* (McGraw-Hill, New York, 1971)

Two older books, first published in the 30's, have become classics and still remain valuable:

- Born, M., *Atomic Physics*, translated by J. Dougall (Hafner, New York, 1962)
- Herzberg, G., *Atomic Spectra and Atomic Structure*, translated by J. W. T. Spinks (Prentice-Hall, New York, 1937; reprinted by Dover, New York, 1944)

۳. نسبت

The two best elementary introductions to the theory of Special Relativity are:

- French, A. P., *Special Relativity* (Norton, New York, 1968)
- Taylor, E. F., and Wheeler, J. A., *Spacetime Physics* (Freeman, San Francisco, 1966)

More advanced treatments will be found in:

- Jackson, J. D., *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1975), Chapter 11
- Møller, C., *The Theory of Relativity* (Oxford University Press, London, 1952), Chapters I-VII
- Pauli, W., *Theory of Relativity*, (Pergamon Press, London, 1958)
- Rindler, W., *Essential Relativity*, (Springer, New York, 1977), Chapters 1-6
- Syngé, J. L., *Relativity: The Special Theory* (Interscience, New York, 1956)

۴. نظریه کوانتوم و کاربردهای آن

The following textbooks are written at a higher level than those listed in Section 2; most of them presume some acquaintance with the basic concepts of modern physics.

- Beard, D. B., and Beard, G. B., *Quantum Mechanics with Applications* (Allyn and Bacon, Boston, 1970)
- Bohm, D., *Quantum Theory* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1951)
- Dicke, R. H., and Wittke, J. P., *Introduction to Quantum Mechanics* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1960)
- Eisberg, R. M., and Resnick, R., *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei and Particles* (Wiley, New York, 1974)
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., and Sands, M., *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. III (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1965)

- Frenkel, J., *Wave Mechanics—Elementary Theory* (Dover, New York, 1950)
 Matthews, P. T., *Introduction to Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, Maidenhead, Berkshire, England, 1968)
 Powell, J. L., and Craseman, B., *Quantum Mechanics* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1961)
 Saxon, D. S., *Elementary Quantum Mechanics* (Holden-Day, San Francisco, 1968)

۵. فیزیک حالت جامد، فیزیک هسته‌ای، و ذرات بنیادی

- Dekker, A. J., *Solid State Physics* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1960)
 Dodd, J. E., *The Ideas of Particle Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1984)
 Evans, R. D., *The Atomic Nucleus* (McGraw-Hill, New York, 1955)
 Feinberg, G., *What Is the World Made Of?* (Doubleday, Garden City, New York, 1977)
 Fermi, E., *Nuclear Physics* (University of Chicago Press, Chicago, 1950)
 Fritsch, H., *Quarks* (Basic Books, New York, 1983)
 Halliday, D., *Introductory Nuclear Physics* (Wiley, New York, 1955)
 Kittel, C., *Introduction to Solid State Physics*, 5th ed. (Wiley, New York, 1976)
 Polkinghorne, J. C., *The Particle Play* (Freeman, Oxford, 1979)
 Trefil, J. S., *From Atoms to Quarks* (Scribner's, New York, 1980)

۶. تاریخ

- Born, M., *The Born-Einstein Letters* (Walker, New York, 1971)
 Borse, H. A., and Motz, L., *The World of the Atom* (Basic Books, New York, 1966)
 Gamow, G., *Thirty Years That Shook Physics* (Doubleday, Garden City, New York, 1966)
 Heisenberg, W., *Physics and Beyond—Encounters and Conversations* (Harper and Row, New York, 1971)
 Jammer, M., *The Conceptual Development of Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, New York, 1966)
 Schilpp, P. A., ed., *Albert Einstein, Philosopher-Scientist* (Harper, New York, 1959)
 Segré, E., *From X-Rays to Quarks* (Freeman, San Francisco, 1980)
 van der Waerden, B. L., *Sources of Quantum Mechanics* (Dover, New York, 1968)
 Weinberg, S., *The Discovery of Subatomic Particles* (Freeman, New York, 1983)

۷. مراجع عمومی

- Brookhaven National Laboratory (M. D. Oldberg, et al.), *Neutron Cross Sections* (Upton, New York, 1966)

- Condon, E. U., and Shortley, G. H., *The Theory of Atomic Spectra* (University Press, Cambridge, 1964)
- Frauenfelder, H., and Henley, E. M., *Subatomic Physics* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974)
- Frazer, W. R., *Elementary Particles* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1966)
- General Electric Company, *Chart of the Nuclides*, 13th edition (Knolls Atomic Power Laboratory, Schenectady, New York, 1983)
- Gentner, W., Maier-Leibnitz, H., and Bothe, W., *An Atlas of Typical Expansion Chamber Photographs* (Interscience, New York, 1954)
- Glasstone, S., ed., *The Effects of Nuclear Weapons* (U. S. Atomic Energy Commission, Washington, 1962)
- Halzen, F., and Martin, A. D., *Quarks and Leptons* (Wiley, New York, 1984)
- Herzberg, G., *Molecular Spectra and Molecular Structure* (Van Nostrand, New York, 1950)
- Hughes, D. J., and Harvey, J. A., *Neutron Cross Sections* (McGraw-Hill, New York, 1955)
- Hughes, I. S., *Elementary Particles* (Cambridge University Press, Cambridge, 1985)
- Kuhn, H. G., *Atomic Spectra* (Academic Press, New York, 1962)
- Landau, L. D., and Lifshitz, E. M., *Statistical Physics* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1958)
- Leon, M., *Particle Physics: An Introduction* (Academic Press, New York, 1973)
- Millikan, *The Electron*, 2nd ed. (University of Chicago Press, Chicago, 1924)
- Morgan, W. W., Abt, H. A., Tapscott, J. W., *Revised MK Spectral Atlas for Stars Earlier Than the Sun* (Yerkes Observatory and Kitt Peak National Observatory, 1978)
- Particle Data Group (Aguilar-Benitez, M., et al.), *Review of Particle Properties* (Berkeley, California, April 1986)
- Preston, M. A., *Physics of the Nucleus* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1962)
- Schiff, L. I., *Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, New York, 1968)
- Segré, E., ed., *Experimental Nuclear Physics* (Wiley, New York, 1953)
- Shutt, R. P., ed., *Bubble and Spark Chambers* (Academic Press, New York, 1967)
- Sommerfeld, A., *Atombau und Spektrallinien* (Vieweg, Braunschweig, 1931)
- Tuli, J. K., *Nuclear Wallet Cards* (National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York, 1985)
- Williams, W. S. C., *An Introduction to Elementary Particles* (Academic Press, New York, 1961)

فهرست راهنما

- آزادی فرانفشی ۵۴۰
 آزمایش
 ~ اشترن - گرلاخ ۲۸۶
 ~ فرانک - هرترز ۱۷۶
 ~ قطره مایع ۱۱
 ~ مایکلسون - مورلی ۷۶، ۷۵، ۷۱
 ~ هاپرورابی ۶۱
 آزمایشگاه ملی فرمی ۴۹۲
 آزمایشهای پراکندگی الکترون ۳۹۴
 آشکارساز تک اتم ۱۷۷
 آشکارسازهای ذرات ۴۴۸
 آغازگر ۴۶۵
 آلوآگر، ت. و همکاران ۹۶
 آمار بور - اینشتین ۱۲۶
 آمار فرمی ۳۴۸
 آنالیز فوریه ۲۱۷
 آندرسون، ک. د. ۴۸۵
 آنگستروم ۵۲
 آهنگ واپاشی ۴۳۵
 آینده مطلق ۸۶
 ابرسانا (ی)
 اثر ایزوتوپ در ~ ۳۶۹
 حالت جمعی ~ ۳۶۹
 حوزه ~ ۳۶۶
 خطوط گردابی ~ ۳۶۷
 دمای گذار ~ ۳۶۲
 کوانتش شار ~ ۳۶۸
 کوانتوم شار در ~ ۳۷۴
 میدان مغناطیسی بحرانی ~ ۳۶۴
 نظریه BCS ~ ۳۶۸
- ~ نوع دوم ۳۶۷
 ابر سینکروترون پروتونی (SPS) ۴۹۶
 ابرهای احتمال برای هیدروژن ۲۶۶
 ابیراهی ۷۴
 ~ ستاره‌های ۷۴
 اتافک
 ~ ابر ۴۸۳
 ~ پراکندگی ۴۴۷
 ~ تناسبی ۵۰۲
 ~ سوقی ۵۰۲
 ~ جویباری ۵۰۲
 ~ حباب ۴۹۷
 ~ بزرگ اروپایی ۴۹۸
 اتر ۴۳، ۷۰
 ~ نور رسان ۷۰
 اتساع زمان ۸۸
 اتم (های)
 ~ بخشنده ۳۵۸
 ~ پذیرنده ۳۵۸
 پیکربندیهای الکترون و جملات
 طیفی ~ ۳۰۹، ۳۰۸، ۳۰۷، ۳۰۶
 جدول تناوبی ~ ۳۱۲، ۳۰۹
 مدل کیک کشمشی ~ ۱۶۰
 مدل هسته‌ای ~ ۱۶۲
 اثر
 ~ اتساع زمان ۸۸
 ~ اشتراک ۲۹۸
 ~ انقباض طول ۹۳
 ~ ایزوتوپ در ابرسانا ۳۶۹
 ~ یاشن - بک ۲۹۷
- ~ بهنجار زیمان ۲۹۷
 بی‌هنجار زیمان ۲۹۷
 ~ جوزفسون ۳۷۴
 ~ AC ۳۷۵
 ~ DC ۳۷۵
 ~ رامان ۳۱۸
 ~ زیمان ۱۵۹، ۲۵۹
 ~ حال ۳۷۸
 ~ فوتوالکتریک ۱۲۷
 ~ کامپتون ۱۳۱
 ~ مایسنر ۳۶۶
 ~ موسباور ۷۶
 احتمالات و واپاشی پرتوزا ۴۳۷
 احتمال عبور از سد ۲۵۴، ۲۵۲، ۲۵۰
 آری، ه. ۴۰۰
 اسپین
 ~ الکترون ۲۷۹
 ~ ایزوتوپها ۵۶۲
 ~ پروتون ۳۸۵
 ~ ذرات متفاوت ۲۸۷
 ~ نوترون ۳۸۷
 ~ هسته ۴۱۴
 استفان، ژ. ۱۱۷
 اشتراک، ژ. ۲۹۸
 اشتراک، ف. ۴۶۰
 اشتراک، آ. ۲۸۴
 اصل
 ~ برهم نهی ۲۰۵، ۲۱۲، ۲۱۳
 ۲۳۶، ۲۱۶
 ~ خطی ۳۶

- ~ طرد ۱۸۰، ۳۰۳، ۳۳۹، ۳۴۷
 ~ بی تقارنی ۴۰۵
 ~ مزوج ۴۰۵
 ~ جرم سکون ۴۹
 ~ جنبشی ۳
 پایستگی ~ ۳
 ~ نسبیتی ۱۰۲
 ~ فرمی ۳۴۸
 کوانتش ~ ۲۳۶، ۲۴۶
 ~ میانگین گاز کامل ۳۱
 ~ نسبیتی ۱۰۴
 ~ نوعی در پیوند جامدات ۳۴۲
 ~ و جرم ۴۷
 ~ یونش ۱۶۷
 اندازه
 ~ پروتون ۳۸۷
 ~ نوترون ۳۸۷
 ~ هسته ۳۹۴
 انقباض طول ۹۳
 انقباض لورنتس - فیتز جرالده ۱۰۶
 ایزواسپین (ی) ۵۲۴
 تقارن ~ ۵۲۴
 چندتابیهایی ~ ۵۲۵
 ایزوبارها ۴۰۸
 ایزوتوپها (ی) ۱۷
 ~ پرتوزا ۴۳۰، ۴۳۵
 جدول ~ ۳۸۵
 جرمها و سایر خواص ~ ۵۶۲
 ~ Ne ۳۸۶
 اولن بک، ج. ا. ۲۸۹
 اولیالینی، ج. پ. س. ۴۸۹
 اونز، ه. ک. ۳۶۲
 اینشتین ۱، ۴۷، ۷۴، ۷۸، ۱۲۶، ۱۴۲،
 ۳۲۰
 باتری خورشیدی ۳۶۲
 باد انتری ۷۰
 بار
 استقلال نیروی هسته‌ای از ~ ۳۹۹
- ~ طرد ۳۹۰، ۴۰۴، ۴۸۵، ۵۳۹
 ~ مکمل بودن ۲۰۸، ۲۱۲
 ~ موضوع بور ۱۶۵، ۱۶۷
 ~ نسبت ۶۸، ۷۴
 ~ اینشتین ۷۴
 ~ همخوانی (تطابق) ۱۷۳، ۲۴۱
 اعداد جادویی ۴۱۰
 اعداد کوانتومی خوب ۲۸۸
 افسون ۵۳۹
 الکترون
 ~ آزاد ۳۴۳
 اسپین ~ ۲۷۹، ۲۸۲
 اندازه ~ ۲۷۹
 تمیزناپذیری ~ ۲۹۹
 جرم مؤثر ~ در جامد ۳۵۳، ۳۵۴
 ~ رسانش ۳۴۳
 زمان واهلش ~ ۳۴۳
 سرعت سوق ~ ۳۴۴
 کشف ~ ۷
 گشتاور مغناطیسی اسپین ~ ۲۸۴
 گشتاور مغناطیسی مداری ~ ۲۹۳
 ~ معادل ۳۰۶
 نسبت بار به جرم ~ ۱۰
 ~ ولت ۵
 الکتروپدینامیک کوانتومی (QED)
 ۳۲۸، ۴۸۷
 امواج
 ~ الکترومغناطیسی ۴۴-۴۵
 سرعت ~ ۴۵
 ~ کلاسیک ۳۳
 ~ مادی ۱۹۴
 انتقال دوپلر ۷۵، ۹۱
 انرژی (های)
 ~ آستانه ۳۹۴
 ~ بستگی در جامدات ۳۴۲
 ~ بستگی هسته ۳۹۱
 ~ بنابر مدل قطره مایع ۴۰۳،
 ۴۰۵
- ~ الکترون ۱۳
 ~ الکتريکی کسری ۱۴
 ~ کسری ۱۴
 باردین، ج. ۳۶۸
 بارکلا، س. ج. ۵۱
 بارن ۴۴۹
 باریکه‌های با انرژی بالای متغارب
 ۴۹۶
 باریونها ۵۰۵
 بازوف، ن. گ. ۳۲۳
 بازه فضا - زمان ۱۰۷
 بایاس مستقیم و معکوس ۳۵۹
 بایلی، ز. و همکاران ۹۰
 باین بریج، ک. ت. ۱۷
 بته، ه. ۴۷۱
 براگ، و. ل. ۵۴
 براگ، و. ه. ۵۴
 برخوردی‌های رو در رو ۴۹۶
 بردگی فرو سرخی ۵۴۰
 بردار پوئین تینگ ۴۶، ۱۱۸
 برهم کش (ها)
 ~ اسپین - مدار ۲۸۵، ۲۹۰، ۳۰۴،
 ۴۱۲
 ~ بنیادی ۵۱۶
 حامله‌های ~ ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹
 ~ ضعیف ۴۴۳، ۵۱۷، ۵۱۸
 ~ قوی ۳۹۹
 ~ و قوانین بقا ۵۳۰
 برهم نهی امواج کلاسیکی ۳۶
 بریلوئن، ل. ۲۵۷
 بریله، ا. و هال، ژ. ل. ۷۵
 بسامد
 ~ آستانه ۱۲۸
 ~ سیکلو ترونی ۶
 ~ نسبیتی ۱۰۱
 بسته موج ۲۱۷، ۲۱۹
 بکرل ۴۳۶
 بکرل، آ. ه. ۴۳۰
 بلاخ، ف. ۴۱۸

ضریب تضعیف ~ ۱۳۸، ۱۳۹	پاول، س. ف. ۴۸۹	بلاکت، پ. م. اس. ۴۸۴
طول موج ~ ۵۲	پایستگی	بلورشناسی ۵۶
طیف ~ ۱۳۴	~ انرژی جنبشی ۳	بلور یخ ۳۴۰
طیف مشخصه ~ ۱۳۵	~ پارینه ۵۲۷	بلومیرگن، ن. ۳۲۶
پروتون	~ C ۵۲۹	بمب
اسپین ~ ۳۸۷	~ G ۵۲۹	~ اتمی ۴۶۴
اندازه ~ ۳۸۷	~ تکانه ۳	~ اورانیمی ۴۶۴
جرم ~ ۱۹	~ زاویه ای ۳	~ پلوتونیم ۴۶۵
چگالی بار ~ ۳۹۵	~ شگفتی ۵۲۶	بواترون ۴۹۲
ساختار کواریکی ~ ۵۳۵	~ عدد باریونی ۵۲۳	بور، ن. ۱۵۰، ۱۶۵، ۱۷۴، ۱۹۲، ۲۰۸
گشتاور مغناطیسی ~ ۳۸۷	~ عدد لبتونی ۵۲۳	۴۰۲
واپاشی ~ ۵۲۱	~ فوق بار ۵۲۷	بورن، م. ۲۰۳
پروخوروف، ا. م. ۳۲۳	پتانسیل	بوز، س. ۱۲۶
پلانک، م. ۱۱۹	~ بازدارنده ۱۲۸	بوزون(های) ۳۰۱
پولور، ز. ۸	~ توقفی ۱۲۸	~ واسط ۵۱۸، ۵۱۹
پورسل، ا. م. ۴۱۸	~ یوکاوا ۳۹۹	~ W ^۰ ۵۱۷، ۵۲۰
پوزیترون ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۸۵	پراش ۳۹	~ Z ^۰ ۵۱۷-۵۲۰
پوزیترونیم ۱۸۹	~ الکترون ۱۹۹	~ W [±] ۵۱۷-۵۲۰
پول، م. ل. ۵۰۴	~ پرتوهای X ۵۵	بولتزمن، ل. ۲۴
پیکربندی الکترونی اتمها ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۹، ۳۰۸	~ نور ۴۴	بهنجارش تابع موج ۲۱۶
بیون ۴۸۶، ۴۸۹	پراکندگی ۱۶۴	پادالکترون ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۳۰، ۴۸۵
ساختار کواریکی ~ ۵۳۵	~ ذره آلفا ۱۶۱، ۱۶۲	پادباریون ۵۰۵
واپاشی ~ ۴۸۹	~ ریلی ۳۱۸	پادذره ۴۸، ۵۰۵، ۵۰۹
پیوند	~ کشسان ۴۵۲	پادکواریک ۵۳۵
~ جوزفسون ۲۷۴-۲۷۵	~ ناکشسان عمیق ۵۲۷	پادلپتون ۵۰۵
~ در جامدات ۳۳۸	پرتوزایی ۴۳۰	پادماده ۵۲۱
~ فلزی ۳۴۱	پرتوها (ی)	پادمزون ۵۰۵
~ کووالانسی ۳۴۰	~ آلفا ۴۳۰	پادنوترینو ۴۴۵
~ وان در والس ۳۴۰	~ بتا ۴۳۰	پارادوکس دوقلوها ۹۱
~ هیدروژنی ۳۴۱	~ کاتودی ۸	پارامتر برخورد ۱۶۲
~ یونی ۳۳۸	~ کانالی ۱۴	پارینه ۵۲۷
تابش	~ کیهانی ۴۸۳	~ ذاتی ۵۲۸
~ ترمزی ۱۳۴	~ گاما ۴۳۰	~ مداری ۵۲۷
~ توسط سیستم کوانتوم - مکانیکی ۲۲۹	~ X ۵۰، ۱۳۱	~ وذاتی ۵۲۷
~ جسم سیاه ۱۱۶	پراش ~ ۵۵	~ C ۵۲۹
~ گرمایی ۱۱۴، ۱۱۶، ۱۱۸	تداخل ~ ۵۲	~ G ۵۲۹
	تضعیف ~ ۱۳۷	پالایه سرعت ۱۷
	جذب ~ ۱۳۷	پائولی، و. ۲۸۱، ۴۴۵
	سری طیفی ~ ۱۷۹	

~ در نور ۱۰۰	~ نوترونها ۲۲۸، ۱۹۸	~ ناهمدوس ۳۲۴
~ زاویه‌ای ۳	~ نور ۴۳	~ همدوس ۳۲۴
اندازه ~ ۲۶۰	~ ویرانگر ۳۸	تابع کار ۱۲۹
پایستگی ~ ۳	تراز شبه پایدار ۳۲۳	تابع موج
~ در نور ۲۷۹، ۴۷	تراز فرمی ۳۴۸	~ الکترون ۲۰۳
~ ذاتی ۲۷۹	ترازهای انرژی	~ برای دو ذره ۳۰۱
عدد کوانتومی ~ ۱۶۶	~ اتم ۳۰۵	بهنجارش ~ ۲۱۶
~ کل ۲۸۳	~ چاه مربعی ۲۴۷، ۲۳۶	پاربنه ~ ۵۲۸
کوانتش ~ ۲۶۱	~ سدیم ۲۹۲	تداخل ~ ۲۰۵
مدل برداری ~ ۲۶۱	~ مولکولی ۳۱۵	تعبیر احتمالی ~ ۲۰۳
مؤلفه z ~ ۲۶۱	~ نوسانگر هماهنگ ۲۵۸	~ ذره آزاد ۲۱۳
~ نسبی ۱۰۰	~ هسته ۴۱۳، ۴۱۲	~ ذره در جمعه ۲۳۶
تکثیرکننده فوتون ۱۳۰	~ هیدروژن ۲۸۱، ۱۶۷	~ ذره در چاه منتهای ۲۴۸، ۲۴۴
تمیزناپذیری الکترونها ۴۱۹	ترانزیستور ۳۹۰	~ کوانتوم مکانیکی ۲۰۳
تواترون ۴۹۳، ۴۹۲	~ پیوندی ۳۶۰	تداخل ~ ۲۰۵
توزیع ماکسولی سرعت ۲۹	تراوایی خلا (H _۰) ۴۳	تعبیر احتمالی ~ ۲۰۳
تولید وابسته ۵۲۶	ترکیب سرعت در فیزیک نیوتونی ۶۸	~ ذره آزاد ۲۱۴
توموناگا، س. ۴۸۸	ترکیب سرعت در نسبیت ۹۵	~ متقارن و پاد متقارن ۳۰۱
تینگ، س. ج. ۵۴۲	ترمودینامیک ۱۱۶	~ نسبی ۲۸۲
ثابت	تریتیم ۴۷۲	~ نوسانگر هماهنگ ۲۵۸
~ بولتزمن ۲۴	تریود ۳۶۰	~ همراه با اسپین ۳۰۱
~ پلانک ۱۱۹	تشدید (ها) ۲۳۱	~ هیدروژن ۲۶۵
~ ریدبرگ ۱۵۷، ۱۶۹، ۳۲۷	~ القایی ۴۱۸	تاکيون ۸۸
تابندهای بنیادی ۵۴۹	~ باریکه مولکولی ۴۱۶	تامسون، ج. پ. ۱۹۶
جا به جایی ایزوتوپی خطوط طیفی	~ جذبی ۴۱۸	تامسون، ژ. ژ. ۱۶۰، ۱۵، ۸
۱۷۱، ۳۹۶، ۳۹۸	~ در واکنشهای هسته‌ای انرژی	تایون ۵۰۵
جا به جایی لمب ۳۲۸	پایین ۴۵۳	تبادل داخلی ۴۳۲
جامد (ات)	~ مغناطیسی هسته (NMR) ۴۱۵	تبدیل‌های
ترازهای انرژی در ~ ۳۵۵، ۳۵۲	~ یون - سیکلوترون ۱۸	~ گاليله‌ای ۷۷
گاف انرژی ~ ۳۵۵	تصویربرداری با تشدید مغناطیسی	~ لورنتس ۸۳، ۷۷
گرمای ویژه ~ ۱۴۰	هسته ۴۲۱	~ مختصات گاليله‌ای ۷۷
جدول ایزوتوپها ۳۸۵	تصویربرداری با NMR ۴۲۱	~ مختصات لورنتسی ۸۳، ۷۷
جدول تناوبی ۱۸۲، ۳۰۹، ۳۱۲	تعبیر احتمالی ۲۰۳	~ هسته‌ای ۴۳۰
~ عناصر شیمیایی ۳۱۲، ۳۰۹	تعریف متر ۳۲۶	تداخل
جذب القایی ۳۲۰	تقارن و قوانین بقا ۵۳۰	~ الکترونها ۱۹۶
جرم	تقارن SU(۳) ۵۳۲	~ پرتوهای X ۵۲
~ اتمی ۱۹	تقریب WKB ۲۶۲، ۲۵۷	~ سازنده ۳۸
	تکانه ۳	~ و ویرانگر ۳۸
	پایستگی ~ ۳	~ سنج مایکلسون ۷۱

- ایزوتوپها ۵۶۲
 بحرانی برای شکافت ۴۶۳
 پروتون ۱۹
 ذرات بنیادی ۵۰۶-۵۱۳
 ذرهٔ الفا ۲۰
 طولی ۱۱۲
 عرضی ۱۱۲
 کربن ۱۹
 مؤثر الکترون در جامد ۳۵۳، ۳۵۴
 هلیوم ۲۰
 جریان ماندگار در ابررسانا ۳۶۴
 جسم سیاه ۱۱۶
 جفت‌شدگی
 راسل-ساندرز ۲۹۰
 z-z، ۲۹۰، ۴۱۲
 L-S، ۲۹۰
 جملات طیف نمای اتمها ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹
 جن سن، ج. ه. د. ۴۱۲
 جوزفسون، ب. د. ۳۷۵
 جوینس، ج. ۵۳۵
 جهانخط ۷۸
 جیوه
 به عنوان ابررسانا ۳۶۳
 میدان مغناطیسی بحرانی ~ ۳۶۴
 جادویک، ج. ۳۸۸
 جارچوب مرجع ۲
 ~ لخت ۳
 جاشنی کوارکها ۵۴۳
 جامینی، د. سی. و همکاران ۷۶
 جاه پتانسیل ۲۳۴، ۲۴۳
 چرخهٔ کربن ۴۷۱
 چگالی الکترونهاي رسانش ۳۴۵
 چگالی انرژی در نور ۴۶
 چگالی بار
 در پروتون ۳۹۶
 در نوترون ۳۹۶
- ~ در هسته ۳۹۵
 چندتابیها ۵۳۲
 در خطوط طیفی ۲۸۰
 چمبرلین، ا. ۴۹۲
 حالت
 ~ پایه ۱۶۷
 ~ جمعی در ابررسانا ۳۶۹
 ~ مانا ۲۳۷
 ~ مقید ۲۴۷
 حامل
 ~ برهم‌کنشها ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹
 ~ نیروی قوی ۴۸۸
 نیروی کولنی ~ ۴۸۷
 حد دوآن-هانت ۱۳۵
 حرکت ارتعاشی مولکول ۳۱۳
 حرکت چرخشی مولکول ۳۱۵
 حفره در نیمرسانا ۳۵۷
 خطوط
 ~ جذبی ۱۵۳
 ~ طیف ۱۵۳
 ~ طیفی ۱۵۰-۱۵۲
 چندتابیهای ~ ۱۷۲، ۲۸۰
 ~ چندگانه ۱۷۲
 ساختار ریز ~ ۱۷۲
 ~ هیدروژن ۱۵۶
 ~ فرانوفر ۱۱۴، ۱۵۴
 ~ گردابی در ابررسانا ۳۶۷، ۳۶۸
 خورشید
 ~ به عنوان یک رآکتور
 گرماسته‌ای ۴۶۹
 گسیلندگی طیفی ~ ۱۱۴
 دبی، پ. ۱۴۲
 دختر در واپاشی پرتوزا ۴۳۵
 درجهٔ آزادی ۳۲
 درود، پ. ک. ل. ۳۴۳
 دریای دیراک ۴۸۵
- دمپستر، ا. ژ. ۱۷
 دوبروی، ل. و. ۱۹۴
 دوتابیها در خطوط طیفی ۲۸۰
 دوترون ۴۰۰
 دوتریم ۴۷۰
 دوگانگی ۲۰۱، ۲۱۲
 ده‌تابی باریونی ۵۳۲، ۵۳۴
 قاعدهٔ فاصلهٔ مساوی ~ ۵۴۷
 دیراک، پ. ا. م. ۲۸۲، ۴۸۴
 دینود ۱۳۰
 دیود ۳۵۹
 ~ نورگسیل ۳۶۱
 دیوسون، سی. ژ. ۱۹۶
 دی‌ها ۶
 ذره
 ~ آلفا ۲۰
 ~ امگا ۵۳۴
 ~ بنیادی ۴۸۲
 ~ پایدار و ناپایدار ۵۱۳
 ~ تشدید ۵۱۶
 ~ در داخل یک جعبه ۲۳۴
 ~ شگفت ۵۲۶
 ~ فرانسیتی ۱۰۴
 ~ کلاسیک ۲
 ~ کوانتوم مکانیکی ۱۹۲، ۱۹۸
 ~ ۲۰۱، ۲۰۸
 ~ لاندائ ۴۹۹، ۵۱۴
 ~ ناپایدار ۴۸۱
 رآکتور ۴۶۶
 ~ زاینده ۴۶۸
 ~ گرماسته‌ای ۴۷۰
 ~ مبدل ۴۶۶
 ~ نیروگاهی ۴۶۷
 ~ هسته‌ای ۴۶۶
 ~ همجوشی ۴۷۱
 رابطهٔ عدم قطعیت ۲۰۷، ۲۱۷
 ~ انرژی-زمان ۲۲۲

- ~ هاینبرگ ۲۱۷
 رابی، ای. ای. ۴۱۶
 رادرفورد، ا. ۱۴۹، ۱۶۰، ۳۹۴، ۴۳۰، ۴۴۶
 رامان، ج. و. ۳۱۸
 راه هشتگانه ۵۳۲
 راینز، ف. ۴۴۵
 رسانندگی ۳۴۶
 رنگ ۵۳۹
 روابط عدم قطعیت هاینبرگ ۲۰۷
 رویا، ک. ۵۲۰
 روش سوارت مور ۲۴۶
 رونتگن، ک. ۵۰
 رویداد ۳
 ~ دو فواره ای ۵۴۱
 ~ سه فواره ای ۵۴۲
 ریدبرگ، ژ. ر. ۱۵۷
 ریلی، ژ. و. س. ۱۱۸
 ریشتر، ب. ۵۴۲
 زنجیره پروتون - پروتون ۴۶۹
 زمان
 ~ عادی ۸۹
 ~ مشخصه ۲۲۱
 ~ مطلق ۶۹، ۷۷
 ~ واهلش برای الکترونها
 رسانش ۳۴۴
 ~ و طول مطلق ۶۹، ۷۷
 ~ ویژه ۸۹
 زوج کوپر ۳۶۸
 زومرفلد، ا. ۱۷۱، ۱۹۲
 زیرپوسته ۳۰۵
 زیمان، ب. ۱۵۹
 ژانجا، ت. س. و همکاران ۷۵
 ژوز، ج. ۷۵
 ساختار
 ~ ریز خط بالمر ۳۲۸
- ~ ریزخطوط طیفی ۲۸۱
 ~ کوارکی پروتون، نوترون، و پیون
 ۵۳۵
 سادی، ف. ۱۷
 سد پتانسیل ۲۴۸
 سدیم
 ترازهای انرژی ~ ۲۹۲
 دوتایی ~ ۲۹۵
 سرعت
 ~ استاندارد ۳۲۶
 ریشه میانگین مربعی گاز کامل ۲۴
 ~ سیگنال موج ۴۲
 ~ فاز موج ۳۶
 ~ گروه ۴۲
 محتملترین ~ گاز کامل ۲۹
 ~ نور ۶۹، ۷۴، ۳۲۶
 سری
 ~ اصلی ۱۸۴
 ~ بالمر ۱۵۶
 ~ پاشن ۱۵۸
 ~ پخشی ۱۸۵
 ~ طیفی ۱۵۶، ۱۵۸، ۱۷۹، ۱۸۰
 ~ فوند ۱۵۸
 ~ لیمان ۱۵۸
 ~ K ۱۷۹
 ~ L ۱۸۰
 ~ M ۱۸۰
 سطح مقطع ۱۶۳، ۴۴۸
 ~ دیفرانسیلی ۱۸۶
 سگره، ا. ج. ۴۹۲
 سلام، ع. ۵۱۸
 سه تایی کوارکها ۵۳۵
 سیکلوترون ۴۴۷، ۴۹۰
 ~ همزمان ۴۹۱
 سینکروترون ۴۹۱
 شار انرژی در نور ۴۶
 شاولو، ا. ل. ۳۲۶
 شبکه NaCl ۳۳۸
- شتابدهنده (ها) ۴۴۷
 ~ الکترواستاتیکی ۴۴۶
 ~ انرژی بالا ۴۹۲
 ~ خطی استافورد (SLAC) ۱۰۳، ۴۹۴
 شرایط
 ~ بحرانی در شکافت ۴۶۳
 ~ فوق بحرانی در شکافت ۴۶۳
 ~ مرزی ۲۳۵، ۲۴۵
 شوايفو، ژ. ر. ۳۶۸
 شرویدنگر، ا. ۲۱۵
 شرط راست هنجاری ۲۷۰
 شکافت ۳۹۲، ۴۵۵
 ~ القا شده به وسیله نوترون ۴۶۰
 بمب ~ ۴۶۴
 ~ بی تقارن ۴۵۷
 پاره‌های ~ ۴۵۸
 توزیع انرژی در ~ ۴۵۹
 جرم بحرانی در ~ ۴۶۳
 شرط بحرانی و فوق بحرانی ~
 ۴۶۳
 ضریب تکثیر ~ ۴۶۲
 ~ متقارن ۴۵۵
 مدل قطره مایع ~ ۴۵۶
 نوترونهای ~ ۴۶۱
 شکست
 ~ تقارن ۵۱۹
 ~ خود به خودی تقارن ۵۱۹
 شکل هسته ۳۹۸
 شگفتی ۵۲۶
 شعاع بور ۱۶۷
 شعاع هسته ۳۹۴
 شمارگر چرنکوف ۴۹۷
 شمارگر سوسوزن ۴۹۷
 شوینگر، ج. ۴۸۸
 صفحات براگ ۵۳
 ضرایب A و B اینشتین ۳۲۱

فیزیک کلاسیک ۱	~ ۲۹۴ g	ضرب
فیزیک نیوتونی ۱	~ لاندۀ ۲۹۴	~ تضعیف ۱۳۹، ۱۳۸
فیش، و.ل. ۵۲۹	عدد	~ خطی ۱۳۹، ۱۳۸
فیمان، ی. ۵۲۲	~ آوگادرو ۵۵	~ تکثیر ۴۶۲
قاعدۀ فاصلۀ مساوی برای ده‌تایی	~ باریونی ۵۲۳	~ g هسته ۴۱۵
۵۴۷	~ جرمی ۱۷، ۳۸۷	طول استاندارد ۳۲۶
قاعدۀ هوند ۳۰۶	~ لیتونی ۵۲۳	طول عمر
قانون	عدد کوانتومی	~ حالت اتمی ۲۲۲
~ استفان - بولتزمن ۱۱۷، ۱۲۳	~ خوب ۲۸۸	~ ذره ۵۱۴، ۵۱۵
~ استوکس ۱۱	~ نوسانگر ۱۲۲	طول مطلق ۶۹، ۷۷
~ اهم ۳۴۵	عدم پایستگی CP ۵۲۹	طول موج
~ براگ ۵۴	عمرسنجی باکربن ۱۴، ۴۳۷	~ خطوط طیفی ۱۵۳
~ جابه‌جایی وین ۱۱۷، ۱۲۳	عمر میانگین ۴۳۴	~ دوبروی ۱۹۴، ۲۴۲
~ جمع گالیله‌ای ۶۸، ۹۵	عمق نفوذ لندن ۳۶۶	~ کامپتون ۲۲۴
~ دولون ویتی ۱۴۰	فاجعۀ فرابنفش ۱۱۹	طیف
~ ریلی - جینز ۱۹۰	فاینمن، ر. پ. ۴۸۸	~ پرتو بتا ۴۴۴
~ عکس v ۴۵۲	فرانک، ج. ۱۷۶	~ پرتو X ۱۳۴، ۱۳۵
~ مقیاس‌بندی انفجارهای هسته‌ای	فرانهوفر، ژ. ۱۵۲	~ مشخصه ۱۳۵
۴۷۷	فرمول	~ تابش جسم سیاه ۱۱۵
~ موزلی ۱۷۹	~ اینشتین برای گرمای ویژه ۱۴۳	~ جذبی مولکول ۳۱۶
قواعد گرینش ۲۹۲	~ بالمر ۱۵۶	~ نگارها و طیف‌سنجی‌های جرم ۱۷
قوانین پایستگی	~ جرم گل‌مان - اکوبو ۵۴۷	~ نما ۱۵۱
~ تقریبی ۵۳۰	~ نیمه تجربی وایسکر ۴۰۳، ۴۰۶	~ نمای ۱۵۱
~ مطلق و تقریبی ۵۲۲	فرمی ۳۹۴	~ اشباعی ۳۲۷
~ و برهم‌کنشها ۵۳۰	فرمی، ا. ۴۴۵	~ اشباعی بدون انتقال دوپلر
~ و تقارن ۵۳۰	فرمیونها ۳۰۱	۳۲۶
قضیه	فرنل، ا. ۴۳	~ با لیزرها ۳۲۶
~ آمار اسپینی ۳۰۱	فرود خراشان ۵۵	~ لیزری ۱۷۸، ۳۲۶
~ بلوخ ۳۵۳	فریدریش، و. ۵۱	~ یونش تشدید ۱۷۷
~ تقسیم مساوی ۳۲، ۱۱۹، ۱۴۱	فریش، ا. ۴۶۰	~ نواری مولکول ۳۱۵
~ فوریه ۲۱۷، ۴۰	فشار	~ نواری HCL ۳۱۷
~ نئودر ۵۳۱	~ گاز کامل ۲۲	~ نواری No ۳۱۶
~ CPT ۵۲۹	~ نور ۴۶	~ نوار ۱۱۴، ۱۵۱، ۱۵۲
قطبش	فضا - زمان ۸۴، ۷۸	ظرفیت گرمایی گاز الکترون آزاد ۳۴۶،
~ خطی ۴۴	فوتو الکترون ۱۲۸	۳۵۱
~ دایره‌ای ۴۷	فوتون(ها) ۱۱۳، ۱۲۶	
~ نور ۴۴	~ مجازی ۴۸۷	
~ خطی ۴۴	فیتزجرالد، ج. ف. ۱۰۶	عامل
		~ بولتزمن ۳۰

~ امواج الکترومغناطیسی ۲۳۹	~ مغناطیسی ۳۶۷، ۳۷۴	~ دایره‌ای ۴۷
~ خود به خود ۳۱۹	~ نور ۱۲۶	کاستی جرم هسته ۳۹۱
گیسلندگی ۱۱۴	کوان، ک. ل. ۴۴۵	کاکرافت، ج. د. ۴۴۶
~ طیفی ۱۱۴	کویر، ل. ن. ۳۶۸	کامپتون، ا. ه. ۵۵
گیسلنده‌های بتا ۴۰۸	کوری ۴۳۶	کانالهای واپاشی هسته مرکب ۴۵۰
گشتاور مغناطیسی	کوری، پ. ۴۳۶	کایون ۴۹۹
~ اسپین ۲۸۴	کوری، م. س. ۴۳۶	کت ۳۰۱
~ الکترون ۲۸۴	کوش، پ. ۲۸۴، ۲۶	کرامرز، ه. ا. ۲۵۷
~ پروتون ۳۸۷	کیک کشمشی ۱۶۱	کروکس، و. ۸
~ کل ۲۹۴	گاز	کرومودینامیک کوانتومی (QCD) ۵۴۰
~ مداری ۲۹۳	~ الکترون آزاد ۳۴۲	کرونین، ج. و. ۵۲۹
~ نامتعارف ۳۸۸	ظرفیت گرمایی ~ ۳۵۱، ۳۴۶	کشش سطحی در هسته ۴۰۳
~ نوترون ۳۸۷	~ فرمی ۳۴۷	کلوین، و. ت. ۱۶۰
گلارز، ا. ج. ۴۹۷	~ فوتون ۱۲۶	کمیت‌های پایسته ۵۲۲
گلاشو، ش. ل. ۵۱۸	~ کامل ۲۲	کوارک (ی) ۱۴، ۴۰۰، ۵۳۵
گلدشتاین، ا. ۱۴	انرژی میانگین ~ ۳۱	~ افسون ۵۴۳
گلمان، م. ۵۳۵، ۵۳۲	توزیع ماکسولی سرعتها در ~	~ افسون، ته، سر ۵۴۳
گلوئون ۵۱۸، ۵۳۹، ۵۴۲	۲۹	~ بالا ۵۳۵
گوپرت - مایر، م. ۴۱۲	سرعت ریشه میانگین مربعی ~	~ بالا، پایین، شگفت ۵۳۵
گوداشمیت، س. ا. ۲۸۲	۲۴	~ پایین ۵۳۵
گیاور، ای. ۳۷۵	گاف انرژی	ترازهای انرژی سیستم ~ ۵۳۶
گیراندازی الکترون ۴۳۱	~ در ابررسانا ۳۶۹، ۳۷۰	~ ته ۵۴۳
گیراندازی تابشی ۴۵۲	~ در جامد ۳۵۵	جرم، اسپین، بار ~ ۵۳۵
لارنس، ا. ا. ۴۴۶	گاموف، ج. ۲۵۵	جرم و اعداد کوانتومی ~ ۵۴۳
لاندو، ا. ۲۹۴	گایگر، ه. ۱۶۱	چاشنیهای ~ ۵۴۳
لاوه، م. فون ۵۱	گذارهای	رنگ ~ ۵۳۹
لامپ پرتو کاتودی ۸	~ مجاز ۲۹۲	~ سر ۵۴۳
کلامپ پرتو مثبت ۱۴	~ ممنوع ۲۹۲	~ سرخ، سبز، آبی ۵۳۹
لپتونها ۵۰۴	~ مجاز و ممنوع ۲۹۲	~ شگفت ۵۳۵
لمب، و. ا. ۳۲۸	گذردهی خلا (E) ۴۳	کوانتش ۱۶۵، ۱۹۵، ۲۶۱
لنارد، پ. ا. ا. ۱۲۷	گذشته مطلق ۸۶	~ انرژی ۱۲۲، ۲۳۶، ۲۴۶، ۲۵۸
لندن، ف. ۳۶۶، ۳۷۱	گراویتون ۵۱۷	~ بار الکتریکی ۱۳
لندن، ه. ۳۶۶	گرلاخ، و. ۲۸۶	~ تکانه زاویه‌ای ۲۶۰
لورنتس، ه. ا. ۷۸، ۱۵۹	گرمای ویژه جامدات ۱۴۰	~ شار ۳۷۱
لوله تخلیه ۱۵۱	فرمول اینشتین برای ~ ۱۴۲	~ مؤلفه تکانه زاویه‌ای ۲۶۰
لیبی، و. ف. ۴۳۷	گرمو، ل. ا. ۱۹۶	کوانتوم (های) ۱۱۳، ۱۲۲
لی. ت. د. ۵۲۸	گسیل	~ انرژی ۱۲۲
لیزر ۳۲۳	~ القایی ۳۱۹	~ شار ۳۶۷، ۳۷۴

مولر، ا. و. ۱۵۰	سه بعدی ۲۵۹	پایدار شده ۳۲۶
مولکول	مستقل از زمان ۲۲۳	حالت جامد ۳۶۱
ترازهای ارتعاشی ~ ۳۱۵، ۳۱۳	فوتوالکتریک ۱۲۹	کوک پذیر ۳۲۶
ترازهای چرخشی ~ ۳۱۶، ۳۱۵	اینشتین ۱۲۹	هلیوم - نئون ۳۲۴
طیف نواری ~ ۳۱۵	مغز رانشی ۳۴۰	یاقوت ۳۲۳
~ DNA ۳۴۱	مقدار Q واکنش ۳۹۳	مادر در واپاشی پرتوزا ۴۳۳
میدان	مقید بودن کوارکها ۵۴۰	ماده شکافتنی ۴۶۲
~ الکتریکی ۴	مکانیسم مبادله	مارسدن، ا. ۱۶۱
~ و مغناطیسی موج نور ۴۴	~ برای برهم کنشها ۵۱۷	ماکسول، ج. سی. ۲۹
~ مغناطیسی ۴	~ برای نیروی قوی ۴۸۸	مایتنر، ل. ۴۶۰
~ بحرانی در ابررسانا ۳۶۴	~ برای نیروی کولنی ۴۸۷	مایسنر، ک. و. ۳۶۶
میکروسکوپ الکترونی ۱۹۸	مکانیک آماری ۲۱	مایکلسون، ا. ا. ۷۱
میزر ۳۲۳	مگنتون بور ۲۸۵	متعادل کننده ۴۶۵
میلر، ر. سی. ۲۶	مناطق بریلوئن ۳۵۵	محیط پاشنده ۳۶
میلیکان، ر. ا. ۱۱، ۶۰	منحنی انرژی بستگی ۴۰۷، ۳۹۲	مخروط نوری ۸۶
میمن، ت. ه. ۳۲۳	موج	مدارهای بیضوی ۱۷۲
مینکوفسکی، ه. ۸۴	~ الکترو مغناطیسی ۴۳	مدل (های)
میون ۴۸۹، ۴۸۶	بسامد ~ ۳۴	~ برداری ۲۶۱
واپاشی ~ ۴۸۹	بسته ~ ۲۱۷، ۲۱۹	~ برای تکانه زاویه ای کل ۲۸۸
مهبانگ ۵۲۰	پراش ~ ۳۹	~ پوسته ای هسته ۴۱۰
نابودی الکترونها و حفره ها ۳۵۹	تداخل ~ ۳۹	~ قطره مایع هسته ۴۰۲
نابودی ذره - پادذره ۴۸	ثابت فاز ~ ۳۴	انرژی بستگی ~ ۴۰۳، ۴۰۵
ناپایستگی پاریته ۵۲۸	~ دوبروی ۱۹۴	~ برای شکافت ۴۵۶
ناحیه بی اثر (خشی) ۸۶	دامنه (همهانگ) ~ ۳۴	جرم هسته ای در ~ ۴۰۶
نسبت بار به جرم	~ ذره ۱۹۸، ۲۰۱ - ۲۰۸	~ هسته ای ۳۸۵
~ الکترون ۱۰	~ ساکن ۳۷	~ اتم ۱۶۲
~ یون ۱۴	سرعت سیگنال ~ ۴۲	مرکز اروپایی تحقیقات هسته ای سیرن
نسبیت (ی) ۷۴	سرعت فاز ~ ۳۵	۴۹۲ (CERN)
اصل ~ ۶۹، ۷۴	سرعت گروه ~ ۴۲	مزون (ها) ۵۰۹
انرژی ~ ۱۰۴	طول ~ ۳۴	~ بی ۴۸۹، ۴۸۶
انرژی جنبشی ~ ۱۰۳	عدد ~ ۳۴	~ μ ۴۸۹، ۴۸۶
~ خاص ۷۴	~ عرضی ۴۴	~ J/ψ ۵۴۲
سرعت نور در ~ ۷۴	~ کلاسیک ۳۳	معادله
کاربردهای عملی ~ ۶۸	گروه ~ ۴۰	~ حرکت ۳
نظریه	~ نور ۴۳	~ دیفرانسیل جزئی ۲۵۹
~ ابررسانایی باردین - کوپر -	مولر، ا. و. ۷۱	~ موج کوانتوم مکانیکی ۲۱۴
شریفر (BCS) ۳۶۸	مولر، ه. گ. ج. ۱۷۹	~ موج نسبیتی ۲۸۲
~ الکتروضعیف ۵۱۸	موسباور، ر. ل. ۷۶	~ شرودینگر ۲۴۱، ۲۱۵
	مول ۲۰	

- ~ باردین - کوپر - شریف (BCS) ۳۶۸
 ~ بور ۱۶۵
 ~ جنبشی ۲۱
 ~ کوانتومی میدانها ۵۱۷
 ~ نسبت ۷۴
 ~ وحدت بزرگ (GUT) ۵۲۱
 ~ وحدت یافته ۵۱۸
 ~ برهم کنشها ۴۸۲
 نفوذ در سد ۲۴۸
 نقطه فضا - زمانی ۲
 نقطه های لاژه ۵۲
 نگهداری
 ~ لختی ۴۷۲
 ~ مغناطیسی ۴۷۲
 ~ و لختی ۴۷۲
 نمادگذاری جمله طیف نمایی ۲۹۱
 نمودار تراز انرژی
 ~ الکترون ۳۱۵، ۳۱۶
 ~ چاه مربعی ۲۳۶، ۲۴۷
 ~ سدیم ۲۹۲
 ~ سیستم کوارکی ۵۳۶
 ~ نوسانگر هماهنگ ۲۵۸
 ~ هسته ۴۱۳
 ~ هیدروژن ۱۶۷، ۲۶۵
 نمودار فاینمن ۵۱۷-۵۱۸
 نمودار فضا - زمان ۷۹
 نوار(های)
 ~ ترازهای انرژی ۳۵۵
 ~ در جامد ۳۵۲
 ~ رسانش ۳۵۷
 طیف ~ ۳۱۵
 ~ HCL ۳۱۶
 ~ ظرفیت ۳۵۷
 نوارهای انرژی
 ~ ابررسانا ۳۶۹
 ~ جامد ۳۵۲، ۳۵۵
 ~ رسانا ۳۵۷
 ~ نارسانا ۳۵۷
 ~ نیمرسانا ۳۵۷
 نوترون(های)
 اسپین ~ ۳۸۷
 اندازه ~ ۳۸۷
 ~ تند ۴۶۱
 جرم ~ ۲۱، ۴۹
 چگالی بار ~ ۳۹۶
 ساختار کوارکی ~ ۵۳۵
 کشف ~ ۳۸۸
 ~ گرمایی ۴۶۶
 گشتاور مغناطیسی ~ ۳۸۷
 واپاشی ~ ۳۹۰
 واپاشی بتای ~ ۴۹
 نوترینو ۴۰۸
 نور
 بردار پوینتینگ ~ ۴۶
 ~ به صورت موج عرضی ۴۴
 تداخل و پراش ~ ۴۴، ۴۵
 تکانه ~ ۴۷
 زاویه ای ~ ۴۷
 چگالی انرژی در ~ ۴۶
 سرعت ~ ۴۵
 شار انرژی در ~ ۴۶
 فشار ~ ۴۶
 قطبش ~ ۴۴
 کوانتومهای ~ ۱۱۳
 میدانهای الکترومغناطیسی در ~
 ۴۵
 نورشناخت موجی ۱۹۲
 نوسانگر هماهنگ ۲۵۵
 نیپینگ، پ. ۵۱
 نیروی
 ~ رنگ ۵۴۰
 ~ چند جسمی ۴۰۰
 ~ قوی ۳۸۳، ۳۹۸، ۵۴۱
 ~ هسته ای ۳۸۳، ۳۹۹
 استقلال از بار ~ ۳۹۹
 ~ به صورت نیروی چند
 جسمی ۴۰۰
 واپستگی ~ به اسپین ۳۹۹
 نیمرسانا (ی) ۳۵۷
 ناخالصی ~ ۳۵۸
 ~ نوع n ۳۵۹
 ~ نوع p ۳۵۹
 نیمه عمر ۴۳۳
 واپاشی
 ~ آلفا ۴۳۸
 ~ بتا ۴۹
 ~ ی نوترون ۳۹۰
 ~ پرتوزا ۴۳۴
 ~ و احتمالات ۴۳۸
 ~ پیون ۴۸۹
 ~ کایون ۵۲۹
 ~ میون ۴۸۹
 وارونگی جمعیت ۳۲۲
 واگنی ۲۶۴
 والتون، ا.ت.س. ۴۴۶
 وان در میر، س. ۵۲۰
 وان دوگراف، ر.ژ. ۴۴۶
 وایسکر، ک.ف. ۴۰۶
 واینبرگ، س. ۵۱۸
 واهلش اسپین - اسپین ۴۱۹
 واهلش اسپین - شبکه ۴۱۹
 واکنش (های)
 ~ انرژی زا ۳۹۳
 ~ و انرژی گیر ۳۹۳
 ~ انرژی گیر ۳۹۳
 ~ با انرژی پایین هسته ای و
 تشدیدها ۴۵۳
 ~ زنجیره ای ۴۶۰
 ~ شکافت القا شده به وسیله
 نوترون ۴۶۰
 ~ گرما هسته ای ۴۶۸
 ~ در خورشید ۴۶۹
 مقدار Q ~ ۳۹۳
 واکنشهای هسته ای
 ~ از طریق هسته مرکب ۴۴۹

- پدیده ~ ۴۵۴
 تشدیدهای ~ در انرژی پایین ۴۵۳
 ~ مستقیم ۴۵۴
 ونزل، جی. ۲۵۷
 ونسند، ژ. س. ا. ۱۰
 ویژه حالتها (ی) ۲۳۶
 ~ انرژی ۲۳۶
 ویژه مقدارها (ی) ۲۳۶
 ~ انرژی ۲۳۶
 ویگنر، ا. ۴۱۲
 ویلار، پ. ۴۳۰
 ویلسون، سی. ت. ر. ۴۸۳، ۱۰
 ویلسون، ه. ا. ۱۰
 وین، و. ۱۱۷
 وو، ج. ش. ۵۲۸
 حاجز، سی. ل. ۱۴
 هادرونها ۵۰۴
 هافمن، پ ۱۹۸
 هان، ا. ۴۶۰
 هایزنبرگ، و. ۲۰۷
 هرتز، گ. ۱۷۶
 هرتز، ه. ر. ۱۲۷
 هسته (های)
- ~ آینه‌ای ۳۹۶
 اندازه ~ ۳۹۴
 انرژی الکترواستاتیکی ~ ۳۹۷
 انرژی بستگی ~ ۳۹۱، ۳۹۰
 انرژی بستگی از مدل قطره مایع ~ ۴۰۶
 برهم کنش اسپین - مدار در ~ ۴۱۲
 ترازهای انرژی ~ ۴۱۲-۴۱۳
 جرم ~ از مدل قطره مایع ۴۰۸
 چگالی بار ~ ۳۹۵
 شعاع ~ ۳۹۴
 شکل ~ ۳۹۸
 شکل‌گیری ~ ۳۸۸، ۳۸۷
 ضریب β ~ ۴۱۵
 عدد جرمی ~ ۳۸۷
 کاستی جرم ~ ۳۹۱
 کشش سطحی ~ ۴۰۳
 مدل پوسته‌ای ~ ۴۱۰
 مدل قطره مایع ~ ۴۰۲
 ~ مرکب ۴۴۹
 کانالهای واپاشی ~ ۴۵۰
 هشت‌تایی باریونی ۵۳۲
 فرمول گلمان - آکوبو ~ ۵۴۷
- هشت‌تایی مزونی ۵۳۳
 هیفل، ژ. سی. و کیتینگ، ر. ا. ۹۱
 هم‌ارزی جرم - انرژی ۴۷
 همجوشی ۳۹۲، ۳۶۸
 هوفستاتو، ر. ۳۹۴
 هیدروژن
 انرژی یونش ~ ۱۶۷
 ترازهای انرژی ~ ۱۶۷
 جا به جایی ایزوتوبی ~ ۱۷۱
 حالت پایه ~ ۱۶۷
 خطوط طیفی ~ ۱۵۶
 ساختار ریز ~ ۲۸۱
 سریهای طیفی ~ ۳۴۱
 شعاع بور ~ ۱۶۷
 مدارهای بیضوی ~ ۱۷۲
 نمودار تراز انرژی ~ ۱۶۷
 یانگ، ت. ۱۹
 یکای جرم اتمی ۱۹
 یکسوساز ۳۵۹
 ینگ، ج. ن. ۵۲۸
 یوکاوا، ه. ۴۸۸
 یونها ۱۴