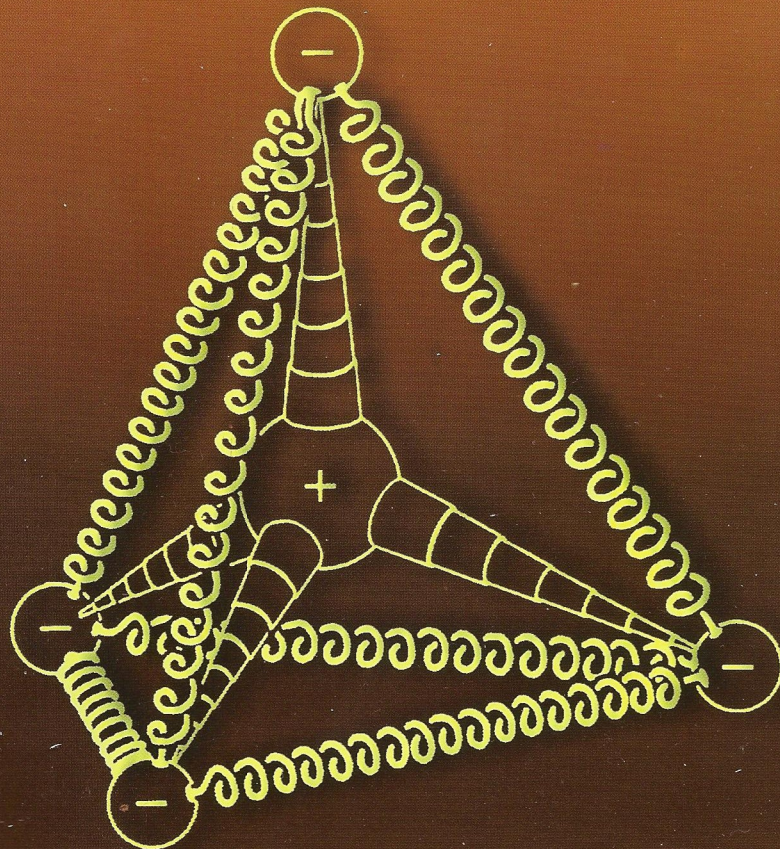


فیزیک کو انتومی

آیوند اچ. ویچمان



فیزیک کو انتومی

آیونداچ. ویچمان

ترجمہ حسین فلسفی

مرکز نشر دانشگاهی، تهران



Quantum Physics
Berkeley Physics course-Vol.4
Eyvind H. Wichmann
McGrow-Hill, 1971

فیزیک کوانتومی
تألیف آیوند اچ. ویچمان
ترجمه حسین فلسفی
ویراسته محمدرضا بهاری، جهانشاه میرزابیگی
نسخه پرداز: احمد میهن جامه
حروفچین: نادیا فرهادتوسکی
مرکز نشر دانشگاهی، تهران
چاپ اول ۱۳۸۰
تعداد ۳۰۰۰
چاپ و صحافی: مازیار
حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است

فهرست‌نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

ویچمان، آیوند هیوگو، ۱۹۲۸ -
Wichmann, Eyvind Hugo
فیزیک کوانتومی / آیوند اچ. ویچمان؛ ترجمه حسین فلسفی؛ ویراسته محمدرضا بهاری،
جهانشاه میرزابیگی. - تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۰.
چهار، ۲۹۵ ص.؛ مصور، جدول. - (مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۰۲۸. فیزیک؛ ۹۲)
ISBN 964-01-1028-0

فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیبا.
این کتاب ترجمه "Quantum physics" جلد چهارم از مجموعه پنج جلدی
Berkeley physics course است.
۱. کوانتوم. الف. فلسفی، حسین، مترجم. ب. مرکز نشر دانشگاهی. ج. عنوان.
۹ف۹ و ۱۲/۱۷۴/۱۷۴ QC
۵۳۰/۱۲
۱۳۸۰
کتابخانه ملی ایران
محل نگهداری:
۱۷۵۷۵ - ۸۰ م

فهرست

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۵۵	نیروهای گرانشی و نیروهای الکترومغناطیسی	۱	پیشگفتار
۵۷	در باره محاسبات عددی	۳	یادداشتهایی برای مدرسان و دانشجویان
۵۸	مبحث پیشرفته: ثابتهای اساسی طبیعت	۶	۱. مقدمه
۶۲	مسائل	۶	چشم انداز فیزیک کوانتومی
۶۶	منابع برای مطالعه بیشتر	۱۰	اتمها و ذرات بنیادی
۶۷	۳. ترازهای انرژی	۱۶	حدود کاربرد نظریه کلاسیک
۶۷	نمودار تراز	۱۸	کشف ثابت پلانک
۷۵	پهنای محدود ترازهای انرژی	۲۵	اثر فوتوالکتریک
۷۹	بحث بیشتر درباره تراز و نمودار تراز	۲۷	مسئله پایداری و ابعاد-اتم
۹۱	پهن شدگی دوپلر و پهن شدگی برخورد در خطوط طیفی	۳۱	مسائل
۹۴	مبحث پیشرفته: درباره نظریه گذارهای الکترومغناطیسی	۳۳	منابع برای مطالعه بیشتر
۹۸	مسائل	۳۵	۲. مرتبه بزرگی کمیتهای فیزیکی در فیزیک کوانتومی
۱۰۰	منابع برای مطالعه بیشتر	۳۵	یکها و ثابتهای فیزیکی
۱۰۲	۴. فوتونها	۳۹	انرژی
۱۰۲	فوتون به عنوان ذره	۴۱	بزرگیهای مشخصه فیزیک اتمی و مولکولی
۱۰۸	اثر کامپتون، برمشترالونگ؛ آفرینش و نابودی زوجها	۵۰	بنیادیترین واقعیهای فیزیک هسته‌ای

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۱۹۵	چند "مسئله سد" ساده	۱۱۵	آیا فوتون می تواند "بشکافد؟"
۲۰۳	نظریه پرتوزایی آلفایی	۱۲۴	مسائل
۲۱۱	مبحث پیشرفته: بهنجار کردن تابع موج	۱۲۵	منابع برای مطالعه بیشتر
۲۱۳	مسائل		
۲۱۵	منابع برای مطالعه بیشتر	۱۲۷	۵. ذرات مادی
		۱۲۷	امواج دوبروی
۲۱۶	۸. نظریه حالت‌های مانا	۱۳۴	نظریه پراش در یک ساختار تناوبی
۲۱۶	کوانتس به عنوان یک مسئله ویژه مقدار	۱۴۰	تنها یک ثابت پلانک وجود دارد
۲۲۸	نوسانگر هارمونیک، برانگیختگی ارتعاش و چرخش مولکولها	۱۴۲	آیا موج مادی می تواند تقسیم شود؟
۲۳۵	سیستم‌های هیدروژن-گونه	۱۴۵	معادله موج و اصل برهم‌نهی
۲۳۹	مبحث پیشرفته: متغیرهای مکان و تکانه در نظریه شرودینگر	۱۴۸	مبحث پیشرفته: فضای برداری حالت‌های فیزیکی
۲۴۲	مسائل	۱۵۱	مسائل
۲۴۶	منابع برای مطالعه بیشتر	۱۵۴	منابع برای مطالعه بیشتر
۲۴۷	۹. ذرات بنیادی و برهم‌کنش‌های آنها	۱۵۶	۶. اصل عدم قطعیت و نظریه اندازه‌گیری
۲۴۷	فرایندهای برخورد و تصویر موجی	۱۵۶	روابط عدم قطعیت هایزنبرگ
۲۵۷	منظور از ذره چیست؟	۱۶۴	اندازه‌گیری و هنگردهای آماری
۲۶۵	مفاهیم اساسی نظریه میدان کوانتومی	۱۷۶	دامنه‌ها و شدتها
۲۷۳	پیونها و نیروهای هسته‌ای	۱۷۹	آیا علی‌الاصول می توان نتیجه هر اندازه‌گیری را پیشگویی کرد؟
۲۷۷	کلام آخر	۱۸۲	نور قطبیده و نور ناقطبیده
۲۷۷	مسائل	۱۸۴	مسائل
۲۷۹	منابع برای مطالعه بیشتر	۱۸۶	منابع برای مطالعه بیشتر
۲۸۱	پیوست	۱۸۸	۷. مکانیک موجی شرودینگر
۲۸۷	فهرست راهنما	۱۸۸	معادله موج غیرنسبیتی شرودینگر

پیشگفتار

این جلد از دوره فیزیک برکلی به فیزیک کوانتومی اختصاص دارد. کتابی است مقدماتی و برای دانشجویانی نوشته شده است که کلیات مطالب کتابهای قبلی این دوره را یاد گرفته‌اند. به این ترتیب، مخاطبان اصلی این کتاب دانشجویان سال دوم رشته‌های علوم و مهندسی‌اند. با این‌همه تحولاتی که در پنجاه سال گذشته در فیزیک اتفاق افتاده است منطقی به نظر نمی‌رسد که مطالعه مفاهیم مربوط به پدیده‌های کوانتومی را تا سالهای سوم و چهارم به تعویق بیندازیم. در یک کتاب مقدماتی در سطح مناسب هم می‌شود دانشجویان را با بسیاری از این مفاهیم آشنا کرد.

گمان نمی‌کنم که مطالعه فیزیک کوانتومی ذاتاً مشکل‌تر از فراگرفتن شاخه‌های دیگر فیزیک باشد. در هر زمینه‌ای از فیزیک با پدیده‌هایی مواجه می‌شویم که احساس می‌کنیم ساده و شفاف‌اند، و همچنین با پدیده‌هایی که توضیح ریاضیاتی آنها بسیار مشکل است. البته قبول می‌کنم که همه پدیده‌های کوانتومی یک وقتی اسرارآمیز و گیج‌کننده تلقی می‌شدند. در دوره‌ای که فیزیک کوانتومی تازه کشف شده بود و داشت شکل می‌گرفت، فیزیکدانها گرفتار مشکلات روانشناختی بسیار واقعی بودند؛ بخشی از این مشکلات ناشی از تعصب ناگزیری بود که به فیزیک کلاسیک داشتند و بخش دیگر به ماهیت تگه پارگی تصویر تجربی این پدیده‌های جدید مربوط می‌شد. اما هیچ دلیلی ندارد که این مشکلات عیناً برای دانشجویان امروزی هم مطرح باشد. حالا دیگر به یقین معلوم شده است که توصیف فیزیک کلاسیک از طبیعت فقط یک توصیف تقریبی است، و نتایج تجربی بسیار زیادی هم در توجیه و تأیید جنبه‌های مختلف مفاهیم نظری جدید

در دست است. من معتقدم که بعضی از این مفاهیم به قدر کافی صریح و مشخص و ساده هستند که بشود در یک کتاب مقدماتی به آنها پرداخت، و همین بررسی مقدماتی هم می‌تواند مفاهیم و اصول مهمی را برای دانشجو روشن کند. دانشجویی که به مطالعه مجموعه منطقی و مناسبی از این مفاهیم جدید بپردازد خیلی بعید است که احساس کند پدیده‌های کوانتومی اسرارآمیزتر از، مثلاً، گرانش عمومی‌اند.

مقصود من در این کتاب این است که با ارائه مثالهایی از پدیده‌های کوانتومی، خواننده را با مرتبه‌های بزرگی نوعی پارامترها در فیزیک میکروسکوپی، و با نوع تفکر کوانتومی آشنا کنم. در مباحث این کتاب سعی کرده‌ام پدیده‌ها و موضوعاتی را که برای درک فیزیک بسیار اهمیت دارند بگنجانم. در عین حال مواظب بوده‌ام که سطح بحث و بررسی را حتی‌الامکان مقدماتی نگه دارم. موضوعات کتاب را از حوزه‌های گوناگون میکروفیزیک انتخاب کرده‌ام، اما نخواست‌ام که شرح مفصلی از جزئیات آنها ارائه کنم. به نظر من، جای این قبیل جزئیات در کتابهای پیشرفته‌تری است که دانشجو باید در سالهای بعدی بخواند.

از لحاظ پیشنیاز ریاضی، فرض بر این بوده که خواننده این کتاب قبلاً یک درس حساب دیفرانسیل و انتگرال را گذرانده است و با معادلات دیفرانسیل معمولی و تحلیل برداری کم و بیش آشنایی دارد. برای آنکه توجه دانشجو از موضوعات فیزیکی به مسائل فنی ریاضیاتی معطوف نشود، از آوردن مباحثی که ممکن است ریاضیات آنها در این مرحله مشکل باشد اجتناب کرده‌ام. به مباحثی که مطالعه

معتقدم که باید دست مدرس را باز گذاشت تا خودش مباحثی را که صلاح می‌داند انتخاب کند: برای کمک به مدرس در برنامه‌ریزی درس، هدفهای خاص هر فصل را در یادداشتی که بعد از این پیشگفتار می‌آید شرح داده‌ام، و سعی کرده‌ام طرحتی از حداقل لازم به دست بدهم. فکر می‌کنم بیشتر بودن مطالب یک کتاب درسی از آنچه واقعاً تدریس می‌شود هیچ ضرری ندارد، و همیشه هم شاگردانی هستند که دلشان بخواهد بیشتر از چیزهایی که معلم در کلاس گفته است بخوانند.

آنها مستلزم معلوماتی از خواص توابع خاص، یا جداسازی متغیرها در نظریه معادلات دیفرانسیل است، اصلاً پرداخته نشده است. در مورد پیشنیاز جبر، متأسفانه به این نتیجه رسیده‌ام که نباید فرض کنم که دانشجو با نظریه ماتریس آشناست، و بنابراین مباحثی را هم که به طور طبیعی باید با استفاده از ماتریسها مطالعه شوند مطرح نکرده‌ام. اصلاً معتقد نیستم که لازمه دستیابی به هدفهایی که ذکر شد این باشد که همه مطالب این کتاب در کلاس تدریس شود. برعکس

ایویند اچ ویچمن

اکتبر ۱۹۶۷

برکلی، کالیفرنیا

یادداشتهایی برای مدرسان و دانشجویان

این کتاب شامل نه فصل است و هر فصل به تعداد زیادی بخشهای کوتاه تقسیم شده است. بخشها با شماره‌های پی‌درپی مشخص شده‌اند و هر بخش کم و بیش به یک مفهوم یا یک مرحله از کل ساختار اختصاص دارد. معادله‌ها، شکلها، و جدولهای مربوط به هر بخش با شماره همان بخش مشخص شده‌اند. هر جا که به مبحث خاصی در بقیه کتاب ارجاع داده شده، یادداشت مربوط به آن در زیرنوشته صفحه آمده است. مراجع عمومی هر فصل در انتهای همان فصل فهرست شده است. جدولهای داده‌های فیزیک در پیوست کتاب آمده است. در آخر هر فصل مسائلی آمده است که هر دانشجوی خوبی باید دست کم درصد قابل توجهی از آنها را حل کند.

منابعی را که به آنها ارجاع داده‌ام از میان مقالات بدیع، کتابهای درسی، و مقالات مروری و توصیفی مانند مقالات مجله ساینتیفیک امریکن انتخاب کرده‌ام. می‌خواهم نکاتی را به خوانندگان این کتاب بگویم. اگر بخواهید مطالعه را فقط به کتاب درسی منحصر کنید احتمالاً تصویر ناقصی از فیزیک خواهید داشت. کتاب درسی البته چارچوب مرتبی برای مطالعه منظم است ولی شاید نتواند گویای تمامی غنا و تنوع تلاشهای فکری در فیزیک باشد. مثلاً خود این کتاب هم از لحاظ توصیف روشهای تجربی خیلی نقص دارد. برای تشویق شما به آشنایی با نوشتارهای فیزیکی، در بخشهای مختلف کتاب به مقالات پژوهشی مناسب هم ارجاع داده‌ام. من انتظار ندارم که شما واقعاً همه این مقالات را بخوانید، ولی گمان می‌کنم کار خیلی خوبی باشد که اگر موضوع خاصی برایتان خیلی جالب بود به کتابخانه بروید و درباره آن به مقالات اصلی نگاه کنید. به این ترتیب شاید در ضمن

کار مقالات جالب دیگری هم پیدا کنید، و چنین است که کم‌کم به مطالعه عادت خواهید کرد. سعی نکنید مقالاتی را که زمینه لازم برای فهمیدنشان را ندارید بخوانید. مقالات تجربی زیادی هست که شما می‌توانید با همین معلوماتی که دارید از کلیات آنها سر در بیاورید، و باید از میان همین‌ها انتخاب کنید. در این مورد معلمان می‌توانند بیشتر کمک‌تان کنند. مقالات مروری و توصیفی ساینتیفیک امریکن هم مناسب‌اند، چون در سطحی نوشته شده‌اند که نیاز به زمینه علمی چندانی ندارند.

مسئله یکاها در این کتاب مسئله مهمی نیست. مدرس می‌تواند به میل خودش از یکاهای MKS یا CGS استفاده کند. (تنها جایی که فرق می‌کند در عبارت مربوط به ثابت ساختار ریز است.) در بحثهای نظری، من عموماً معادلات را به شکل بی‌بعد نوشته‌ام و یکاهای ماکروسکوپیک اصلاً در آنها ظاهر نمی‌شوند.

بعضی موضوعات این کتاب با عنوان "مبحث پیشرفته" مشخص شده‌اند. غرض این نیست که این مباحث از بقیه مباحث کتاب پیشرفته‌تر یا مشکل‌ترند، بلکه فقط اینها کمی از جریان اصلی کتاب دورند؛ و می‌شود آنها را با خیال راحت حذف کرد و مطمئن بود که لطمه‌ای به درک بقیه مطالب نمی‌خورد.

فصل اول آشنایی کلی با مطلب است. قلمرو فیزیک کوانتومی را معرفی می‌کنیم و به بعضی جنبه‌های تاریخی آن می‌پردازیم. پیام مهم این فصل این است که فیزیک کوانتومی نه فقط با پدیده‌های "میکروسکوپیک" بلکه با تمامی فیزیک ارتباط دارد. دانشجوی می‌تواند بیشتر مطالب این فصل را پیش خودش بخواند و مدرس بهتر است

توسط ساختارهای دوره‌ای را هم حذف کرد. (البته خیلی حیف است که چنین نظریه‌ای با این همه کاربردهای زیبا را فعلاً کنار بگذاریم.) در قسمت اول فصل ۶ (بخشهای ۱ تا ۱۹) دربارهٔ روابط عدم قطعیت صحبت می‌شود. این مطالب اهمیت حیاتی دارند و باید به‌طور کامل مطالعه شوند. در بخشهای دیگر سعی کرده‌ایم بعضی قواعد کلی تفکر کوانتومی را فرمولبندی کنیم. نظریهٔ اندازه‌گیری را مطرح کرده‌ایم و مفهوم هنگرد آماری و برهم‌نهی هم‌فاز و ناهم‌فاز را بررسی کرده‌ایم. سعی شده است که این بحث حتی‌الامکان فیزیکی و عینی باشد. البته باید پذیرفت که بحث این فصل شاید از مطالب یک کتاب مقدماتی خیلی بالاتر برود و شاید دانشجویان میل داشته باشند که مطالعهٔ این موضوعات را به تعویق بیندازند، ولی من احساس می‌کنم که بعضی از مفاهیم اصلی این فصل زیاد مشکل نیستند و می‌شود با یک ترتیب معقول آنها را خوب تدریس کرد.

مقدمات نظریهٔ شرودینگر در فصلهای ۷ و ۸ ارائه می‌شود. قصد داشته‌ام به‌طور مشروح نشان بدهم که یک نظریهٔ مکانیک موجی عملاً چگونه کار می‌کند. در یک برنامهٔ فشرده، بخشهای ۴۹ تا ۵۱ از فصل ۷ و بخشهای ۴۹ تا ۵۸ از فصل ۸ را می‌شود حذف کرد. شاید بهتر باشد بحث مربوط به نفوذ در سد در واپاشی آلفا (بخشهای ۳۷ تا ۴۸) را حذف نکنیم، چون مقایسهٔ نظریه و تجربه در این مورد خیلی مفید است.

فصل ۹ مربوط به برهم‌کنشهای ذرات بنیادی است. مقدماتی از فرایندهای برخورد در بخشهای ۱ تا ۱۸ آمده است. بخشهای ۱۹ تا ۳۱ به توصیف بعضی واقعیات و بعضی مفاهیم نظری دربارهٔ ذرات اختصاص دارد. به دنبال اینها یک بحث کیفی از نظریهٔ میدان کوانتومی آورده‌ام. نتیجهٔ ملموس این بحث استنتاج ساده شدهٔ پتانسیل یوکاوا در بخشهای ۴۷ تا ۵۵ است. در دورهٔ فشرده می‌توانیم کل فصل ۹ را حذف کنیم، ولی گمان می‌کنم لازم باشد در این دوره به نحوی اشاره‌ای به مسئلهٔ برهم‌کنشهای ذرات بشود. در هر حال دانشجوی علاقه‌مند نباید از این مبحث محروم بماند، چرا که همین موضوعات فعلاً در مرکز توجه فیزیک واقع شده است.

مسائل آخر فصل قرار است در واقع به روشن‌تر کردن مطالب متن کمک کنند. سطح این مسائل با هم خیلی فرق می‌کند. تعداد مسائل سراسر است که فقط با عددگذاری در فرمول حل می‌شوند نسبتاً کم است. غرض از این مسائل بیشتر آن است که دانشجو با اعدادی که به‌دست می‌آورد حس بهتری از مرتبهٔ بزرگی کمیات داشته باشد. اما مسائلی که من می‌پسندم آنهایی است که واقعاً می‌تواند میزان درک دانشجو از مباحث مختلف متن کتاب را بسنجد. طبیعی است که اگر

مطالب بخشهای ۲۷ تا ۵۲ را — که به ورود ثابت پلانک به فیزیک مربوط می‌شود — حتماً در تدریس بگنجانند. حل مسائل آخر این فصل هم مستلزم آمادگی خاصی نیست. در فصل دوم به مرتبهٔ بزرگی کمیتها در میکروفیزیک پرداخته‌ایم. مقصود این است که دانشجو با این مرتبه‌های بزرگی آشنا شود، و ترکیب "طبیعی" ثابتهای فیزیکی را کشف کند. خواسته‌ام نشان بدهم که چگونه می‌شود به کمک مدل‌های ساده، برآوردهای ساده‌ای به‌دست آورد. من به‌خصوص به این مطالب خیلی اهمیت می‌دهم و امیدوارم که مدرسان و دانشجویان به آنها و مسائل آخر فصل خوب توجه کنند. البته در یک برنامهٔ محدود می‌شود بخشهای ۴۷ تا ۵۷ را حذف کرد.

فصل سوم مربوط به ترازهای انرژی است ولی البته به تبیین نظری به‌وجود آمدن این ترازها کاری ندارد. این نوع توضیحات بعداً در فصل ۸ خواهد آمد. علت این نوع ارائهٔ نسبتاً غریب مطالب این است که می‌خواسته‌ام تمام مطالبی را که درکشان مستلزم آشنایی با معادلات دیفرانسیل است حتی‌الامکان به آخر کتاب موکول کنم. البته بسته به آمادگی دانشجو می‌شود ترتیب مطالعه را تغییر داد. در این فصل خواسته‌ام مثالهای واقعی از سیستمهای تراز انرژی و نمودارهای ترم ارائه کنم و نشان بدهم که با پذیرفتن واقعیت تجربی وجود ترازها در طبیعت، به چه نتایج ساده‌ای می‌توان رسید. مطالعهٔ بخشهایی از این فصل را هم می‌شود به خود دانشجو واگذار کرد، اما نکتهٔ مهمی که باید به‌طور مفصل در کلاس بحث شود رابطهٔ میان طول عمر و پهنای تراز است (بخشهای ۱۴ تا ۲۶).

فصل ۴ به خواص موجی-ذره‌ای فوتون اختصاص دارد. نتایج مهم تجربی ارائه شده است و خواننده را راهنمایی کرده‌ام که دربارهٔ این امور، کوانتومی فکر کند. به نظر من این فصل را باید کامل خواند.

در فصل ۵ به ماهیت موجی همهٔ ذرات مادی پرداخته‌ام. دانشجویی که فصلهای ۴ و ۵ را بخواند یاد می‌گیرد که همهٔ ذرات موجود در طبیعت خواص موجی دارند، و از پیامدهای این واقعیت تجربی تصویری در ذهن خواهد داشت. همچنین یاد خواهد گرفت که این خواص موجی هیچ تناقض صریحی با تجربیات ما از فیزیک ماکروسکوپیکی ندارد. پس این فصل عمدتاً به مطالب بسیار اساسی اختصاص دارد. استنتاج معادلهٔ کلاین-گوردون (بخشهای ۳۶ تا ۴۶) را نباید حذف کرد. بحث مربوط به تعبیر جوابهای معادلهٔ موج به‌عنوان متناظر با بردارها در یک فضای برداری (بخشهای ۴۷ تا ۵۴) را می‌شود به دانشجو وا گذاشت، یا به‌کلی حذف کرد. در یک برنامهٔ فشرده، می‌شود بحث پراش امواج

کلی این کتاب را مخدوش کرده باشد. در یک دوره فشرده و محدود، به عبارت دیگر در یک برنامه حداقل، جلسات تدریس باید چیزی بین نصف تا دوسوم مطالب این کتاب را بپوشانند. برآورد من این است که چنین چیزی با ۲۰ جلسه یکساعته شدنی است. البته این ۲۰ جلسه همان حداقلی است که باید به این درس اختصاص داد.

مدرسی بخشهایی از متن کتاب را حذف کرده باشد مسائل مربوط به آن را هم نادیده خواهد گرفت، و شاید بد نباشد که خودش به جای آنها مسائل دیگری طرح کند.

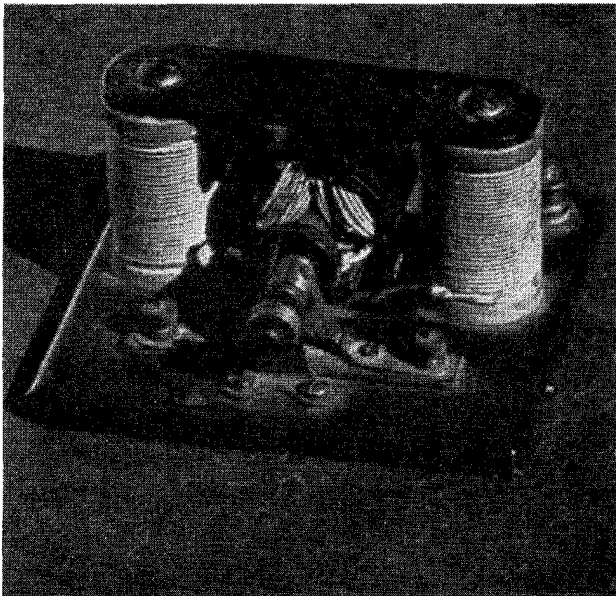
علاوه بر این پیشنهادهای کلی، مدرس اگر صلاح ببیند می تواند بخشهای دیگری را هم حذف یا خلاصه و یا ساده کند؛ بی آنکه هدفهای

مقدمه

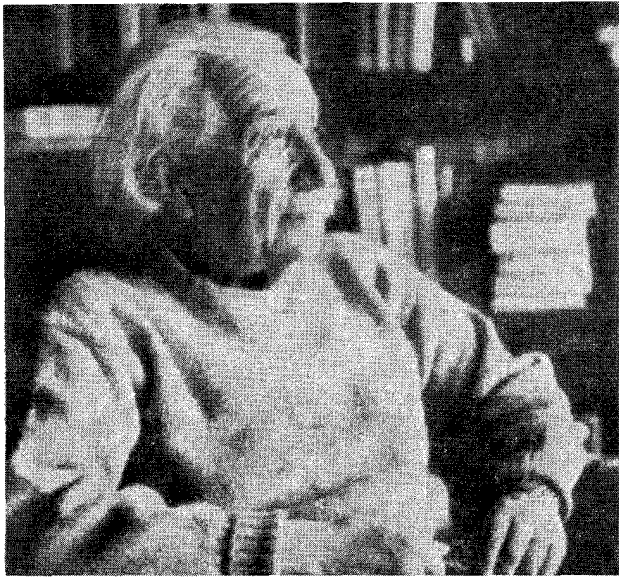
چشم‌انداز فیزیک کوانتومی

۱. در این قسمت از دوره فیزیک برکلی، فیزیک را در قلمرو اتمها، هسته‌ها، و ذرات بنیادی مطالعه خواهیم کرد. در جریان این کار با نمودهای جدیدی از طبیعت روبه‌رو خواهیم شد: جدید از این لحاظ که راجع به آنها در کتابهای قبلی به‌طور منظم بحث نکرده‌ایم. این نمودها معمولاً پدیده‌های کوانتومی نامیده می‌شوند و به‌همین جهت ما نیز موضوع مطالب این جلد را فیزیک کوانتومی نامیده‌ایم. نظریه بنیادی ریاضی برای فیزیک کوانتومی، که فعلاً رایج است، مکانیک کوانتومی خوانده می‌شود. اما نباید تصور کرد که "فیزیک کوانتومی" چیزی است که ربطی به جهان ماکروسکوپیک ندارد. در واقع تمام فیزیک، فیزیک کوانتومی است؛ قوانین فیزیک کوانتومی، آنچنان که ما امروز آنها را می‌شناسیم، کلی‌ترین قوانین طبیعت‌اند.

۲. در کتابهای قبلی این دوره، پدیده‌های فیزیکی را در جهان ماکروسکوپیک مطالعه کردیم. قوانینی که در آنجا به‌دست آوردیم، قوانین فیزیک کلاسیک بودند. به‌طور کلی می‌توان گفت فیزیک کلاسیک مربوط به آن نمودهایی از طبیعت است که در آنها مسئله ساختار نهایی ماده مستقیماً مورد توجه نیست. در حالی که ما در این کتاب، به‌خصوص ذرات بنیادی را بررسی می‌کنیم و می‌کوشیم قوانین حاکم بر رفتار آنها را پیدا کنیم. طبیعتاً توجه خود را به مواردی معطوف می‌کنیم که این قوانین در آنها به روشن‌ترین شکل ممکن برقرارند، یعنی وضعیتهایی را مطالعه می‌کنیم که هر بار فقط برهم‌کنش تعداد کمی ذره را در بر داشته باشند. بنابراین می‌توانیم بخش عمده فیزیکی را که در این



نمونه‌ای از سیستمهای مکانیک کوانتومی. رفتار این موتور الکتریکی (و باتری چراغ قوه که به‌عنوان منبع تغذیه به‌کار می‌رود) از قوانین مکانیک کوانتومی پیروی می‌کند، اگرچه مؤلف، سی سال پیش که صاحب این موتور شد، هرگز چنین حدسی نمی‌زد. طراحی یک موتور الکتریکی می‌تواند، و باید، بر اساس نظریه الکترومغناطیس کلاسیک و مکانیک کلاسیک، که صورتهای حدی مکانیک کوانتومی هستند، انجام شود. هیچ مهندس عاقلی نمی‌آید یک سیستم ماکروسکوپیک نظیر این موتور را بر حسب برهم‌کنش میان ذرات بنیادی‌ای که سیستم را می‌سازند توصیف کند.



آلبرت اینشتین. تولد ۱۸۷۹ در اولم آلمان؛ مرگ ۱۹۵۵. او در انستیتو تکنولوژی (ETH) زوریخ در سوئیس تحصیل کرد. پس از دریافت فوق‌لیسانس در سال ۱۹۰۰ به‌عنوان کارشناس در اداره ثبت اختراعات سوئیس در برن به‌کار پرداخت. در این دوره او سه مقاله مشهور خود درباره اثر فوتوالکتریک، حرکت براونی و نسبیت خاص را نوشت که هر سه در شماره سال ۱۹۰۵ آنالین در فیزیک منتشر شد، سپس در برن، زوریخ و پراگ، و نیز در برلین به‌عنوان مدیر انستیتوی کایزر ویلهلم، به‌کار مشغول شد. در ۱۹۳۳ به‌عضویت انستیتوی مطالعات پیشرفته در پرنستون درآمد و برای همیشه در ایالات متحده اقامت کرد. او در سال ۱۹۲۱ به دریافت جایزه نوبل نایل شد.

عموماً اینشتین را برجسته‌ترین فیزیکدان قرن اخیر و یکی از بزرگ‌ترین دانشمندان تاریخ می‌دانند. او در درک جوهر پدیده‌های فیزیکی توانایی‌های استثنایی داشت. با هیچ شرح کوتاهی نمی‌توان حق آثار عمیق و متعدد او را درباره مسائل اساسی فیزیکی ادا کرد. نظریه نسبیت عام او یکی از برجسته‌ترین نمادهای خلاقیت فکری بشر در تمام اعصار است.

برای آنها نظریه بنیادی در اختیار داریم، ولی پیچیدگی پدیده‌ها مانع از پیشگویی صحیح بر اساس "اصول اولیه" می‌شود. در چنین مواردی نظریه پدیده‌شناختی ساده‌ای را برمی‌گزینیم که بخشی از آن مستقیماً بر پایه واقعیات تجربی و بخشی بر اساس خصوصیات کلی نظریه بنیادی بنا شده است. به عبارت دیگر می‌گذاریم تا "سیستمهای فیزیکی قسمتی از کار نظری ما را انجام بدهند". علاوه بر این، موارد زیادی در فیزیک هست که در آنها نظریه بنیادی هنوز به دست نیامده است. در این صورت هر نظریه پدیده‌شناختی که بتوانیم آن را (بر پایه یک مدل ساده) بنا کنیم، به‌عنوان پایگاهی برای یافتن یک نظریه جامع‌تر، مفید خواهد بود. وقتی می‌خواهیم یک پدیده فیزیکی ناآشنا را بفهمیم، منطقی

کتاب مطالعه می‌شود، میکروفیزیک بنامیم: سیستمهای "کوچکی" را که از تعداد کمی ذره بنیادی تشکیل شده‌اند بررسی می‌کنیم. به هر حال اگر قوانین اساسی حاکم بر ذرات بنیادی را بدانیم، علی‌الاصول می‌توانیم رفتار سیستمهای فیزیکی ماکروسکوپیکی را نیز، که از تعداد بسیار زیادی ذره بنیادی تشکیل شده‌اند، پیش‌بینی کنیم. یعنی اینکه قوانین فیزیک کلاسیک از قوانین میکروفیزیک پیروی می‌کنند و از این لحاظ مکانیک کوانتومی در جهان ماکروسکوپیکی نیز به اندازه جهان میکروسکوپیکی معتبر است.

۳. هنگامی که قوانین فیزیک کلاسیک را برای سیستمهای ماکروسکوپیکی به کار می‌بریم، می‌کوشیم که فقط برخی از جنبه‌های کلی رفتار سیستم را توصیف کنیم. مثلاً حرکت کل یک "جسم صلب" را در نظر می‌گیریم، اما نمی‌خواهیم حرکات تمام عناصر تشکیل‌دهنده آن را بررسی کنیم. این از خصوصیات بارز نظریه‌های کلاسیکی فیزیک در مورد سیستمهای ماکروسکوپیکی است؛ از جزئیات ریزتر رفتار سیستم چشم‌پوشی می‌شود و هیچ کوششی برای بررسی تمامی جنبه‌های وضعیت به عمل نمی‌آید. بنابراین، قوانین فیزیک کلاسیک، قوانین تقریبی طبیعت‌اند و باید آنها را به‌عنوان صورتهای حدی قوانین فیزیک کوانتومی، که بنیادی‌تر و جامع‌تر است، در نظر گرفت. به عبارت دیگر، نظریه‌های کلاسیک نظریه‌های پدیده‌شناختی‌اند.

نظریه پدیده‌شناختی آن است که واقعیتهای تجربی حوزه محدودی از فیزیک را توصیف و خلاصه می‌کند. چنین نظریه‌ای قرار نیست که همه چیز را در فیزیک توصیف کند، ولی اگر نظریه پدیده‌شناختی خوبی باشد، در یک قلمرو محدود، همه چیز را خیلی درست توصیف می‌کند. شاید خواننده‌ای که دید فلسفی دارد بخواهد بگوید که هر نظریه فیزیکی نهایتاً "پدیده‌شناختی" است و فرق یک نظریه بنیادی و یک نظریه پدیده‌شناختی فقط در درجه بنیادی بودن آنهاست. ولی ما فیزیکدانها میان این دو اختلاف بارزی قائلیم. مشخصه قوانین بنیادی طبیعت عامیت آنهاست و ما هیچ استثنایی برای آنچه آنها بیان می‌کنند نمی‌شناسیم. تا وقتی گواه تجربی روشنی علیه این قوانین وجود نداشته باشد، آنها را درست و کامل و دارای اعتبار عام می‌دانیم. در مقابل، قوانین موجود در نظریه‌های پدیده‌شناختی اعتبار عام ندارند: می‌دانیم که فقط در حوزه محدودی از فیزیک معتبرند (یعنی به اندازه کافی درست‌اند) و در خارج از این حوزه، ممکن است کاملاً بی‌معنی باشند.

۴. مسلم است که نباید نظریه‌های پدیده‌شناختی را بی‌اهمیت بدانیم. این نظریه‌ها در خلاصه کردن دانش تجربی ما از حوزه‌های گوناگون فیزیک، بسیار مفیدند. نمونه‌های زیادی در فیزیک هست که فکر می‌کنیم

خورشید می‌درخشد، چرا هستهٔ اورانیم خودبه‌خود فرو می‌باشد، چرا نقره رسانای الکتریکی است، چرا سولفور عایق است، و یا چرا از فولاد می‌توان آهنربای دائمی ساخت. این فهرستِ مشاهدات روزمره‌ای را که فیزیک کلاسیک دربارهٔ آنها هیچ چیز نمی‌گوید یا چیز بسیار کمی برای گفتن دارد، می‌توان باز هم ادامه داد.

۷. خواننده شاید بپرسد که آیا اکنون یک نظریهٔ جامع دربارهٔ ماده داریم؟ جواب این است که خیر؛ یک نظریهٔ تفصیلی برای همهٔ چیزهایی که در دنیای ما اتفاق می‌افتد در دست نیست. اما در شصت سال اخیر دانش ما دربارهٔ طبیعت به‌نحو چشمگیری زیاد شده است. امروز



شاید به‌نظر یک فیلسوف طبیعی عهد قدیم هم رسیده باشد که شکلهای بی‌اندازه منظم و زیبای بلورها، بازتاب چگونگی تشکیل آنها از ذرات ریز یا اتمهاست. امروز این تصور خیلی طبیعی به‌نظر می‌رسد. ولی ظاهراً در روزگار قدیم چنین چیزی به‌ذهن کسی خطور نکرده است. تا آنجا که مؤلف اطلاع دارد، در آثار تاریخی هیچ نشانه‌ای حاکی از اینکه اتم‌گرایان یونان چنین تفکراتی دربارهٔ بلورها داشته باشند وجود ندارد.

پیشرفت بلورشناسی به‌عنوان یک علم از اواخر قرن هجدهم شروع شد. از میان نخستین کسانی که در این زمینه کار کردند روم دو لیسل^۱ و هوی^۲ را نام می‌بریم که زوایای میان صفحات رخ را به‌دقت اندازه گرفتند. قبل از آنها، رابرت هوک و کریستین هویگنس در این‌باره که بلورها چگونه از اجزای کوچک (غیرقابل رؤیت) ساخته شده‌اند، نظریاتی پرداخته بودند.

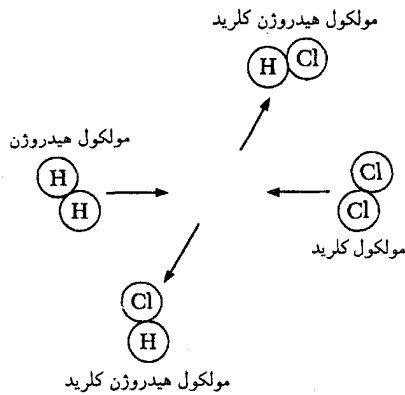
است که ابتدا ساده‌ترین چیزها را بررسی کنیم، یعنی به نظریه یا مدلی متوسل شویم که در یک وضعیت تقریباً مشابه توانسته باشد به خوبی کار کند؛ اگر معلوم شد که این مدل موفق است، چیزی آموخته‌ایم، و اگر ناموفق بود باز هم چیزی آموخته‌ایم.

نکتهٔ مهمی که باید به خاطر داشت این است که مدلهای فقط مدل‌اند و هیچ الزامی نیست که تمام فیزیک بر حسب مدل واحدی بیان شود.

۵. اغلب گفته می‌شود که با پیدایش مکانیک کوانتومی در فیزیک "انقلاب" به‌پا شده است. "انقلاب" واژه‌ای است دراماتیک (و ظاهراً با جاذبه‌های غریب) و حاکی از آن است که چیزی کاملاً زیور شده است. ولی باید توجه داشت که قوانین فیزیک کلاسیک، در مورد وضعیتهایی که نظریهٔ کلاسیک برای توصیف آنها طراحی شده است، زیور نشده‌اند. مثلاً امروز هم حرکت آونگ به همان صورتی توصیف می‌شود که در قرن نوزدهم می‌شد.

از این گذشته، غالباً می‌توان مفاهیم کلاسیک را برای درک اجمالی پدیده‌های میکروسکوپی به‌کار برد؛ یعنی این مفاهیم در این موارد به‌طور تقریبی معتبرند. شناسایی حدود کاربرد مفاهیم کلاسیک بسیار مهم است و ما در این فصل می‌کوشیم تا به خواننده یک دید تقریبی از این حدود بدهیم. هرچه در فصلهای آینده راجع به پدیده‌های کوانتومی بیشتر بیاموزیم، خواننده به درک دقیق‌تری از این مسئله مهم دست می‌یابد. با آزمایشهای بسیاری که در این قرن انجام گرفته، بی‌چون و چرا معلوم شده است که نظریه‌های کلاسیک اعتبار عام ندارند. برای متقاعد کردن خواننده در این باره، بعضی شواهد تجربی این واقعیت را در این کتاب خواهیم آورد.

۶. وقتی راجع به تغییراتی که در این قرن در فیزیک صورت گرفته است فکر می‌کنیم، باید به یاد داشته باشیم که هیچ نظریهٔ کلاسیکی جامعی دربارهٔ ماده وجود نداشته است. قوانین فیزیک کلاسیک قوانین پدیده‌شناختی خوبی‌اند اما همه‌چیز را دربارهٔ اجسام میکروسکوپی بیان نمی‌کنند. از روی این قوانین می‌توان رفتار (حرکت) مکانیسمهای مرکب از فنر، اهرم، چرخ طیار، و غیره را توصیف کرد، البته در صورتی که چند "ثابت مادی" نظیر چگالی، ضریب کشسانی و غیره برای موادی که مکانیسم را تشکیل می‌دهند، معلوم باشد. اما اگر سؤال شود چرا چگالیها این اندازه‌اند، چرا ثابتهای کشسانی این مقادیر را دارند، چرا اگر کشش در یک میله از حد معینی تجاوز کند میله می‌شکند و از این قبیل، فیزیک کلاسیک پاسخی نخواهد داشت. فیزیک کلاسیک به ما نمی‌گوید چرا مس در 1083°C ذوب می‌شود، چرا بخار سدیم نور زرد گسیل می‌کند، چرا هیدروژن این خواص شیمیایی را دارد، چرا



شکل ۱۹ الف طرح بسیار ساده‌ای از واکنش شیمیایی $H_2 + Cl_2 \rightarrow 2HCl$. که در آن یک مولکول هیدروژن با یک مولکول کلر واکنش می‌کند تا دو مولکول هیدروژن کلرید تشکیل شود. شکل نشان می‌دهد که واکنش شیمیایی عبارت از توزیع مجدد اجزای "بنیادی" است.

جزئیات فرایندهایی که واقعاً در جریان سوختن گاز هیدروژن در کلر رخ می‌دهند بسیار پیچیده است. در این فرایند انرژی، به صورت نور و انرژی جنبشی مواد حاصل از واکنش، آزاد می‌شود. در نتیجه گرم شدن گازها، بعضی مولکولهای هیدروژن و کلر به اتمهایشان تجزیه می‌شوند، که می‌توانند ترکیب شوند و مولکولهای هیدروژن کلرید تشکیل بدهند. فرایندهای دیگری نیز که در آنها اتمها و مولکولها بر اثر برخورد یا بر اثر نور برانگیخته می‌شوند، نقش مهمی دارند.

توجه است، ظاهر شدن اعداد صحیح کوچکی است که بیان می‌کنند برای تشکیل یک واحد آب، دو واحد هیدروژن با یک واحد اکسیژن ترکیب می‌شود و از این قبیل. اگر بپذیریم که ماده از اتم ساخته شده است، فوراً می‌توانیم این واقعیت‌های تجربی را درک کنیم: ترکیبهای شیمیایی از مولکولها تشکیل شده‌اند که آنها هم خودشان سیستم‌هایی مرکب از تعداد کمی اتم‌اند. دو اتم هیدروژن با یک اتم اکسیژن ترکیب می‌شوند و یک مولکول آب تشکیل می‌دهند. به همین وضوح و به همین سادگی.

به‌عنوان شاهد دیگر در تأیید فرضیه اتمی، اشاره می‌کنیم به موفقیت‌های نظریه جنبشی گازها که به‌خصوص توسط جمیز کلرک ماکسول و لودویگ بولتزمن تدوین شد. نظریه جنبشی با این فرض که گاز محبوس در یک ظرف متشکل از انبوهی از مولکولهاست که به‌طور کتره‌ای حرکت می‌کنند و پی‌درپی به یکدیگر و به دیواره ظرف برخورد می‌کنند، می‌تواند بسیاری از خواص گازها را توضیح بدهد. این نظریه را همچنین می‌توان برای برآورد کردن عدد آووگادرو، $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ ، به‌کار برد. این عدد عبارت است از تعداد مولکولها در یک مول از هر گاز. (منظور از یک مول از هر ترکیب

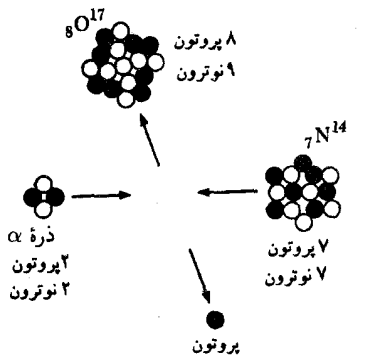
چنان خصوصیتی از طبیعت را کشف کرده‌ایم که قبلاً تصور آن هم نمی‌رفت و موفق شده‌ایم که بسیاری از مسائل گذشته را حل کنیم. مثلاً می‌شود گفت که ما اکنون مشاهدات علم شیمی و خواص ماده کیه‌ای را به خوبی درک می‌کنیم: در این قلمروهای فیزیک می‌توانیم به سؤالاتی پاسخ بدهیم که بررسی آنها در چارچوب نظریه کلاسیک ممکن نیست.

اتمها و ذرات بنیادی

۸. اکنون درباره مفهوم ذرات بنیادی صحبت کنیم. تعدادی از فیلسوفان یونان باستان این افتخار را دارند که اولین کسانی باشند که مفهوم اتم را در نظریه ماده وارد کردند. (این گفته، این امکان را نفی نمی‌کند که کسان دیگری هم مدتها پیش از این فیلسوفان در این زمینه‌ها تفکراتی کرده باشند.) همین‌جا باید گفت که مسلماً "اتم" مورد نظر آنها همان چیزی که ما امروز به‌عنوان اتم می‌شناسیم نبوده است. درواقع، فهمیدن این که فلاسفه یونان از این اصطلاح دقیقاً چه منظوری داشته‌اند چندان آسان نیست، اما مسئله اصلی مورد علاقه آنها این بوده که آیا ماده به‌طور نامحدود قابل تقسیم است یا نه. اگر ماده تا بینهایت قابل تقسیم نباشد، پس باید بتوانیم در یک مقیاس کوچک مناسب، اجزای بنیادی تشکیل دهنده، یا "اتمها"ی آن را پیدا کنیم. تکه‌ای ماده را می‌گیریم و آن را بارها و بارها به تکه‌های کوچک و کوچک‌تر تقسیم می‌کنیم. بالاخره این عمل به پایان می‌رسد و به چیزی می‌رسیم که دیگر قابل تقسیم نیست و این همان "اتم" است (درواقع واژه اتم به معنی "تقسیم‌ناپذیر" است).

اتم‌گرایان یونانی عقیده داشتند که تمام مواد از "اتمها" ساخته شده‌اند و احتمالاً تصور می‌کردند که می‌توان شکلهای بسیار متنوع ماده را برحسب آرایشها (و حرکات؟) مختلف "اتمها" به‌نحوی تبیین کرد. امروز ما هم به چیزی تقریباً شبیه به همین اعتقاد داریم، اما مسلماً میان نظریه‌های کمی ما و اندیشه‌های مبهم باستانیان اختلاف زیادی وجود دارد.

۹. قصد نداریم در این کتاب درباره تاریخ گذشته نظریه اتمی ماده گفتگو کنیم، اما مایلم خواننده درباره این درک جالب از پدیده‌های طبیعت تعمق کند، درکی که در قرن نوزدهم براساس این فرضیه به‌دست آمد که ماده از اتم ساخته شده است. با این فرض می‌توانیم واقعیت بنیادی شیمی را درک کنیم، یعنی اینکه هر ترکیب شیمیایی همیشه از عناصر شیمیایی معین، با نسبت معینی که مشخصه آن ترکیب است، تشکیل می‌شود. به‌خصوص این واقعیت مهم را در نظر بگیرید که ترکیبهای شیمیایی را می‌توان با فرمولهای ساده‌ای نظیر H_2O ، H_2SO_4 ، Na_2SO_4 ، و $NaOH$ نشان داد. آنچه در این فرمولها قابل



شکل ۱۱ الف نمایش طرح وار یک واکنش هسته‌ای که در آن یک ذره آلفا (هسته هلیوم) با یک هسته ازت برخورد می‌کند تا یک هسته اکسیژن و یک پروتون ایجاد شود. این واکنش خاص که در ۱۹۱۹ توسط رادرفورد کشف شد، اولین مشاهده‌ای بود که در تبدیل هسته‌های پایدار صورت گرفت. در آزمایش رادرفورد، ازت با ذرات آلفای حاصل از یک چشمه پرتوزا بمباران می‌شد و از مشاهده پروتوهای گسیل شده معلوم می‌شد که چنین واکنشی انجام شده است.

این شکل که شباهت زیادی به شکل ۹ الف دارد، گویای این نظر است که هسته از پروتونها و نوترونها ساخته شده است، و واکنشهای هسته‌ای (کم انرژی) عبارتند از آرایش مجدد این ذرات در هسته‌ها، البته روشن است که این مطلب را نباید به معنای لفظی‌اش در نظر گرفت: هسته‌ها به هیچ وجه "این شکلی" نیستند.

در میان این تکه‌ها چیزهایی پیدا می‌کنیم مانند اتم هیدروژن، پروتون، الکترون (یعنی اجزائی که مولکولهای هیدروژن از آنها ساخته شده‌اند). در هر دو مورد می‌توان آنچه را اتفاق افتاده است به این صورت توصیف کرد: نیروی حاصل از برخورد شدید بر نیروهای چسبان که اجزا را در تپله یا در مولکول هیدروژن به هم می‌پیوندند، غالب می‌شود، و در نتیجه آن شیء می‌شکند. می‌توان بسیاری از واکنشهای هسته‌ای را به همین ترتیب تعبیر کرد. هسته‌ها از پروتون و نوترون ساخته شده‌اند و اگر یک پروتون پرانرژی به هسته‌ای برخورد کند، امکان دارد چند پروتون و نوترون از هسته جدا شوند.

۱۲. ولی اگر برخورد شدید دو ذره بنیادی، مثل دو پروتون، را مطالعه کنیم، پدیده‌هایی را کشف خواهیم کرد که با آنچه در بالا دیدیم تفاوت کیفی دارند. مثلاً اگر یک پروتون پرانرژی به پروتون دیگری برخورد کند، ممکن است پس از برخورد دو پروتون باقی بمانند و علاوه بر آن یک یا چند ذره بنیادی دیگر، مثال مزونهای π ، در میان فرآورده‌های واکنش پیدا کنیم. می‌گوییم مزونهای پی (که پیون هم نامیده می‌شوند) در جریان واکنش آفریده شده‌اند. این تنها چیزی نیست که می‌تواند در برخورد پروتون-پروتون اتفاق بیفتد: ممکن است پروتونها ناپدید شوند و به جای آنها

شیمیایی، مقدار ماده‌ای است که جرم آن برحسب گرم، برابر با وزن مولکولی آن ترکیب باشد.) اولین برآورد (غیردقیق) N_0 توسط لوشمیت در سال ۱۸۶۵ انجام شد.

با توجه به چنین شواهدی بر وجود اتم، درک مکتب فکری خاصی که تا اوایل این قرن دوام آورد بسیار دشوار است؛ مکتبی که فرضیه اتمی را به دلیل نبودن مدرکی که بتواند مستقیماً (!) حاکی از تشکل ماده از اتمها باشد، رد می‌کرد.

۱۰. "اتم" فلاسفه یونان همان اتمی نیست که امروز از آن صحبت می‌کنیم، زیرا ما اتم را تقسیم ناپذیر نمی‌دانیم: اتمها از پروتون، نوترون، و الکترون ساخته شده‌اند. امروز نقش "اتمهای" یونانی به عهده پروتونها، نوترونها، الکترونها، و تعداد زیادی ذرات بنیادی دیگر است. منظور از "ذره بنیادی" چیست؟ تعریف دقیق این اصطلاح هنوز مورد اختلاف است، اما تا آنجا که به درد کار ما بخورد، می‌شود یک جواب ساده و عملی به این سؤال داد: ذره را وقتی باید بنیادی در نظر گرفت که نشود آن را به صورت سیستمی مرکب از موجودات بنیادی‌تر دیگری توصیف کرد. یک ذره بنیادی هیچ "جزئی" ندارد و از چیزهای ساده‌تری "ساخته" نشده است. در اینجا دیگر تقسیم ذهنی ما به پایان می‌رسد. با این تعریف، پروتون، الکترون، و نوترون همگی ذره بنیادی‌اند ولی اتم هیدروژن یا هسته اورانیم چنین نیست.

می‌توانیم جوهر این نظریه را که ماده تا بینهایت قابل تقسیم نیست، چنین بیان کنیم: نمی‌شود برای همیشه به تجزیه اشیاء به اجزائی که این اشیاء از آنها ساخته شده‌اند ادامه داد. این عمل بالاخره بی‌معنی خواهد شد؛ دست آخر به موجوداتی تقسیم ناپذیر می‌رسیم و اینها همان ذرات بنیادی‌اند.

۱۱. چطور می‌توانیم ادعا کنیم که الکترون واقعاً بنیادی است؟ از کجا معلوم که آنچه امروز بنیادی در نظر گرفته می‌شود فردا مرکب از آب در نیاید؟ همان‌طور که اتم امروز، ذره بنیادی قرن نوزدهم بود: آیا ممکن نیست تاریخ تکرار بشود؟

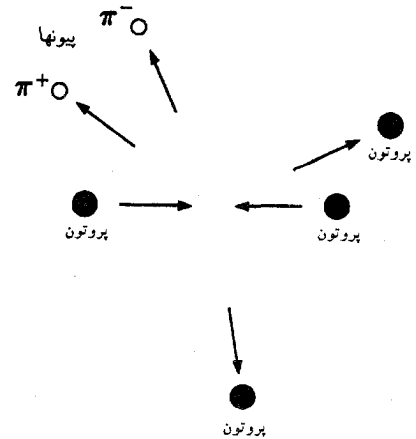
شواهد تجربی بسیاری وجود دارند که نشان می‌دهند تاریخ تکرار نمی‌شود، و هرگز این نتیجه به دست نخواهد آمد که ذراتی مانند الکترون، پروتون، و نوترون، مرکب‌اند (به همان معنی که مثلاً معلوم شد اتم هیدروژن مرکب است). ماهیت این گواه را بیشتر می‌شکافیم.

اگر دو تپله با سرعت نسبی (به قدر کافی) زیاد به یکدیگر برخورد کنند به تکه‌های کوچک‌تر می‌شکنند. به همین ترتیب اگر دو مولکول هیدروژن با سرعت نسبی کافی به یکدیگر برخورد کنند، به تکه‌های کوچک‌تری شکسته می‌شوند. در صورتی که سرعت خیلی زیاد نباشد،

گسیل می‌شود). این پرتوهای گاما که به این ترتیب حاصل می‌شوند، هنگام گذر از صفحات، در میدان اتمهایی که با آنها مواجه می‌شوند، زوج الکترون-پوزیترون تولید می‌کنند. این ذرات باردار به نوبه خود هنگام انحراف در صفحات موجب ایجاد پرتوهای گامای بیشتری می‌شوند و این پرتوهای جدید، باز هم زوجهای (الکترون-پوزیترون) جدیدتری به وجود می‌آورند. به این ترتیب یک ذره باردار پراانرژی، یا یک پرتوگاما می‌تواند به یک زنجیره پرتوگاما، الکترون و پوزیترون منجر شود. ذرات باردار در اتاقک ابرردهای قابل رؤیت به جا می‌گذارند؛ خطوطی که در شکل ۱۱ الف دیده می‌شوند، همین ردها هستند. پرتوهای گاما در شکل قابل رؤیت نیستند.

به نظر می‌رسد بارشی که در سمت راست عکس دیده می‌شود، از یک پرتوگاما که از بالا تابیده است سرچشمه گرفته باشد. انرژی این پرتو احتمالاً در حدود 20 GeV بوده است. بارش سمت چپ ظاهراً از یک ذره باردار با انرژی کمتر ایجاد شده است. منشاء هر دو بارش احتمالاً رویدادی بوده که در دیواره اتاقک، بیرون از میدان دید، اتفاق افتاده است. بیشتر ذراتی که در بارشها دیده می‌شوند به طرف پایین حرکت می‌کرده‌اند. این از ویژگیهای این فرایند است که ذرات بسیار پراانرژی در جهت ذره فرودی (اولیه) گسیل می‌شوند، در حالی که ذرات کم انرژی تر ممکن است در جهات دیگری گسیل شوند. اگر با دقت به عکس نگاه کنیم، متوجه می‌شویم که بارش دوم که مربوط به ذراتی است که در جهاتی غیر از بارش اصلی گسیل شده‌اند، زود "مستهلک" می‌شود. طبعاً با توزیع انرژی اولیه بین تعداد زیادی ذره و فوتون که هیچ‌یک انرژی کافی برای آفرینش زوجهای جدید ندارند، بارش آبخاری متوقف می‌شود، و آن وقت ذرات کم انرژی توسط صفحات سربی جذب می‌شوند. انرژی ذره اولیه‌ای را که بارش را به راه انداخته است می‌توان از روی تعداد ذرات ثانویه بارداری که ایجاد می‌شود برآورد کرد.

۱۴. فرایندهای آفرینش و نابودی که در بالا به آنها اشاره شد، نمودهای مهمی از طبیعت‌اند. بدیهی است که این پدیده‌ها به هیچ وجه با خرد شدن تپله‌ها یا با واکنشهای شیمیایی مشابه نیستند. یک واکنش شیمیایی را می‌توان به این صورت توصیف کرد که مولکولهای جدید از اجزای تشکیل‌دهنده مولکولهای دیگر ساخته می‌شوند، و در چنین توصیفی، اتمها عناصر تشکیل‌دهنده مولکولها هستند. در مقابل این رویداد، برخوردی را در نظر بگیرید که در آن دو ذره اولیه پس از برخورد باقی بمانند و به علاوه چند ذره جدید نیز ایجاد شوند. واضح است که چنین رویدادی را نمی‌توان به این ترتیب توصیف کرد که اجزای بنیادی ذرات اولیه پس از ترکیب مجدد به صورت سیستمهای مرکب دیگری درمی‌آیند. این توصیف در مورد رویدادی که در آن بعضی ذرات اولیه ناپدید می‌شوند نیز معتبر نیست. یک مثال روشن برای پدیده اخیر،

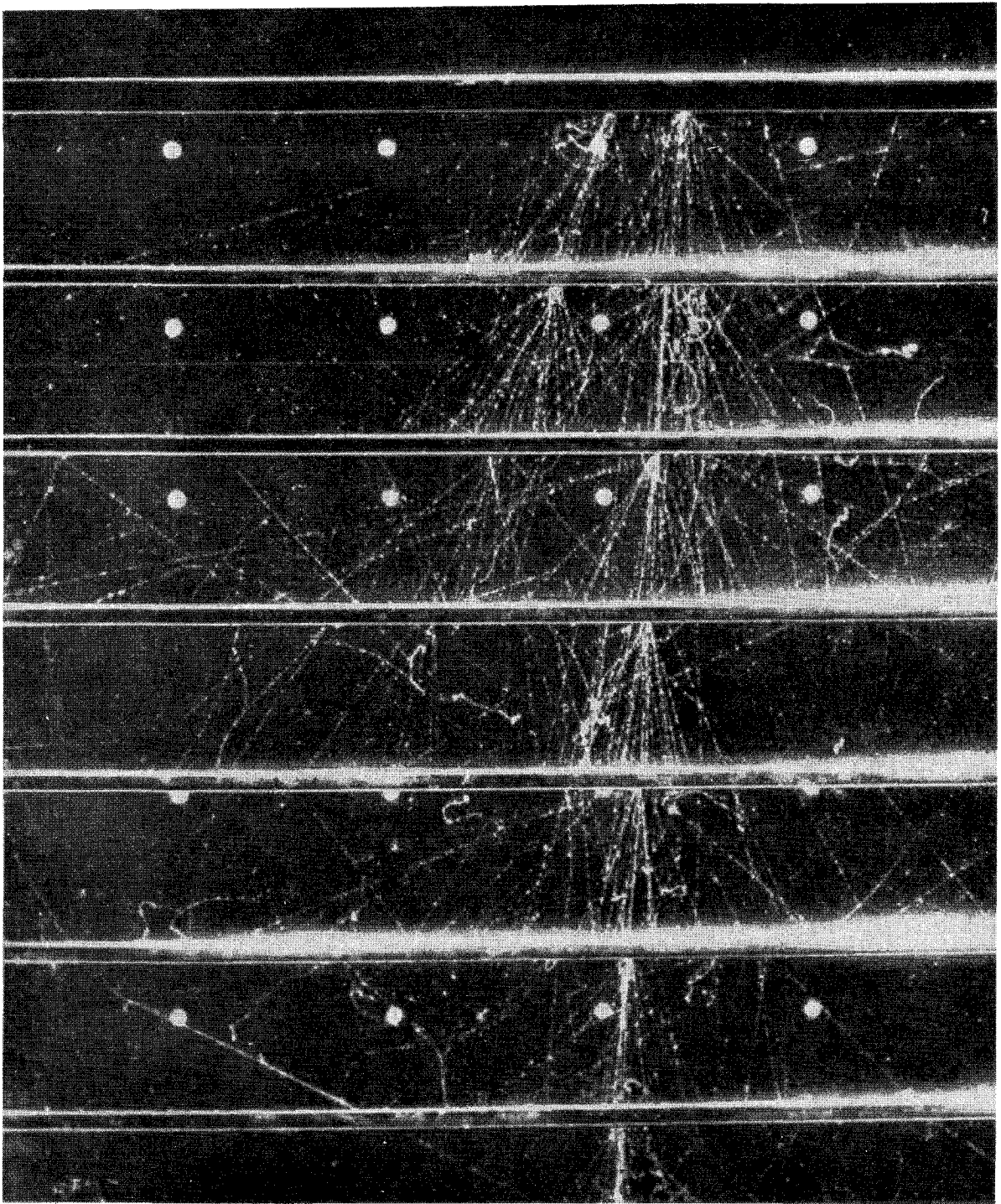


شکل ۱۲ الف نمایش طرح وار آفرینش دو مزون بی در برخورد دو پروتون پراانرژی. یکی از پیونها بار $+e$ و پیون دیگر بار $-e$ دارد، که e بار الکترون است. بنابراین در این رویداد بار کل پایسته می‌ماند.

چون بعد از برخورد دو پروتون باقی می‌مانند و دو ذره جدید نیز پدیدار می‌شوند، واضح است که مدل ساده‌ای از نوع آنچه در شکل‌های ۹ الف و ۱۱ الف نشان داده شد نمی‌تواند در اینجا به کار برود؛ نمی‌توان این رویداد را "آرایش مجدد اجزای بنیادی (۲) دو پروتون" تصور کرد.

چند ذره کاملاً جدید، که مزون K و هیبرون نامیده می‌شوند، پدیدار شوند. همچنین در برخورد شدید دو الکترون ممکن است فرآورده‌های نهایی واکنش سه الکترون و یک پوزیترون باشند. (پوزیترون یک ذره بنیادی است شبیه الکترون با این تفاوت که بار مثبت دارد.) از طرف دیگر، اگر یک الکترون و یک پوزیترون با یکدیگر برخورد کنند، ممکن است هر دو ذره ناپدید شوند (که می‌گوییم نابود شده‌اند) و تنها یک تابش الکترومغناطیسی به صورت پرتوهای گاما حاصل شود.

۱۳. یک نمونه جالب از فرایند آفرینش، پیدایش یک زوج الکترون-پوزیترون است هنگامی که یک پرتوگاما از میدان الکتریکی یک اتم می‌گذرد. بنابراین، از تابش الکترومغناطیسی ممکن است ذرات مادی آفریده شوند. شکل ۱۳ الف که تصویری از بارش آبخاری در یک اتاقک ابراست، نمونه‌های زیادی از این پدیده را "نشان می‌دهد". توضیح آنچه دیده می‌شود (به شکل‌های ۱۳ ب و ۱۳ ج هم نگاه کنید) از این قرار است: اگر یک ذره باردار پراانرژی، مثلاً یک الکترون یا یک پوزیترون، از یکی از صفحات سربی افقی که در شکل دیده می‌شوند عبور کند، ممکن است در میدان یکی از اتمهای صفحه اندکی منحرف شود. این انحراف باعث حرکت شتابدار ذره و در نتیجه گسیل تابش الکترومغناطیسی پراانرژی به صورت پرتوگاما می‌شود. (البته ممکن است ذره در یک صفحه به وسیله چندین اتم منحرف شود، که در این صورت چندین کوانتوم گاما



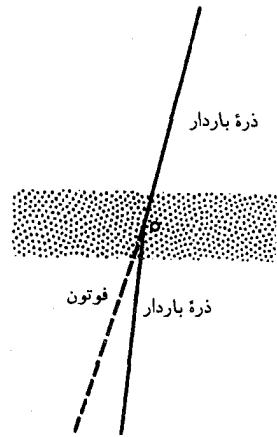
شکل ۱۳ الف عکسی از اتاقک ابر که بارش آبشاری را نشان می‌دهد. اغلب ردهای قابل رؤیت به الکترونها و پروتونها مربوطاند، که عموماً به طرف پایین شکل حرکت می‌کنند. ذره‌ای که از بالا و طرف راست شکل وارد شده و قبل از متوقف شدن در چهارمین ورقه، در سه ورقه نفوذ کرده است، می‌تواند یک پیون باشد. (برای توضیح بیشتر به متن مراجعه کنید.)

هسته است. فیزیکدانهای قرن نوزدهم واقعاً در اشتباه بودند که تصور می‌کردند اتم غیرقابل تخریب و غیرقابل تقسیم است: در واقع اتم را می‌توان به سادگی خرد کرد. به همین ترتیب هسته را نیز می‌توان شکست و می‌شود گفت که هسته از پروتونها و نوترونها ساخت شده است، البته انرژی لازم برای شکستن هسته خیلی بیشتر از انرژی لازم برای شکستن اتم است و بنابراین هسته بسیار کمتر از اتم "قابل تخریب" است.

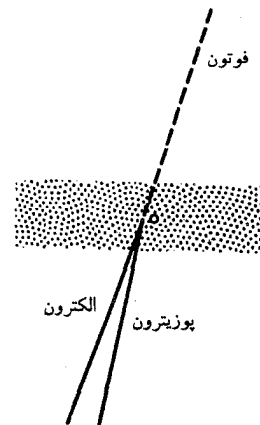
با شتاب‌دهنده‌های جدید می‌توانیم باریکه‌هایی از ذرات بسیار پرانرژی ایجاد کنیم و به این طریق ابزار لازم برای شکستن ذراتی مثل پروتون را — اگر واقعاً قابل شکستن باشند — در اختیار داریم. اما پروتونها هرگز مانند اتمها و هسته‌ها شکسته نمی‌شوند: آنچه اتفاق می‌افتد کاملاً متفاوت است. باید نتیجه بگیریم وقتی الکترونها، پروتونها، نوترونها و غیره را بررسی می‌کنیم، به حد رسیده‌ایم: معقول و مفید به نظر نمی‌رسد که این ذرات را متشکل از ذرات بنیادی‌تر دیگر بدانیم.

۱۶. امروز دیگر کسی سعی نمی‌کند نظریهٔ جامعی دربارهٔ ماده براساس این فرض که ماده تا بینهایت قابل تقسیم است بسازد؛ این کار عبثی خواهد بود. اما ببینیم که چنین نظریه‌ای چه خصوصیتی ممکن است داشته باشد. اگر تکه‌ای مس را بگیریم و آن را به قطعات کوچک و کوچک‌تر تقسیم کنیم، هرگز به چیزی جز تکهٔ کوچکی از مس نخواهیم رسید. هر اندازه هم که این قطعات ریز باشند، باز به عنوان تکه‌ای مس شناخته می‌شوند. یعنی چه؟ یعنی اینکه قوانین فیزیکی حاکم بر رفتار تکه‌های کوچک مس همان قوانینی هستند که بر تکه‌های بزرگ مس حاکم‌اند؛ "مقیاس" سیستمهای فیزیکی را می‌توان به طور نامحدود کوچک اختیار کرد. البته باید پذیرفت که ضرورتی ندارد که نظریهٔ ما دارای این خصوصیت باشد، اما این خصوصیت ذاتی هر نظریه‌ای است که به توصیف ماده‌ای بپردازد که تا بینهایت قابل تقسیم است. اشاره می‌کنیم که نظریه‌های کلاسیک فیزیک از جنبه‌های متعددی این خصوصیت را دارند. قوانینی که برای توصیف یک ماشین یک تنی به کار می‌روند، اختلاف کیفی با قوانینی که یک ساعت مچی را توصیف می‌کنند ندارند. مقیاس سیستمهای ماکروسکوپیکی فیزیکی را می‌توان در گسترهٔ وسیعی اختیار کرد.

چنانچه ماده از ذرات بنیادی ساخته شده باشد، بدون شک این "ثابت ماندن صورت قوانین فیزیکی" که با فرض تقسیم‌پذیری نامحدود ماده طبیعی می‌نماید، به کلی غیرموجه خواهد بود. یک اتم مس به هیچ وجه شبیه یک تکهٔ ماکروسکوپیکی مس نیست و کاملاً با آن فرق دارد. مطلقاً هیچ دلیلی از پیش در دست نیست که قوانین فیزیکی که سیستمهای ماکروسکوپیکی را با صحت کافی توصیف می‌کنند، بتوانند برای توصیف ساختار اتمها و ذرات بنیادی هم مناسب باشند.



شکل ۱۳ ب یک ذرهٔ باردار پرانرژی (مثلاً یک پوزیترون با یک الکترون) در اثر میدان الکتریکی داخل اتم منحرف می‌شود، و در نتیجهٔ این حرکت شتابدار، یک پرتوگاما (یعنی یک فوتون پرانرژی) گسیل می‌شود. این پدیدهٔ فیزیکی تابش ترمزی یا برمشترالونگ نام دارد. قسمت سایه‌دار شکل مادهٔ کپه‌ای، مثلاً تکه‌ای از ورقهٔ سربی در اتاقک ابر، را نشان می‌دهد. (برای وضوح بیشتر، در اندازهٔ اتم اندکی اغراق شده است.)



شکل ۱۳ ج یک پرتوگامای پرانرژی به میدان الکتریکی داخل اتم برخورد می‌کند، در نتیجهٔ یک زوج الکترون-پوزیترون ایجاد می‌شود: این پدیدهٔ فیزیکی آفرینش زوج نام دارد. عامل پیدایش بارش آشکاری شکل ۱۳ الف، همین دو فرایند بنیادی هستند که در شکل‌های این صفحه نشان داده شده‌اند.

نابودی زوج الکترون-پوزیترون است که طی آن ذرات مادی اولیه کاملاً ناپدید می‌شوند و به جایشان پرتوهای گاما پدید می‌آیند.

۱۵. برای آنکه به طور تجربی تعیین کنیم که یک ذره بنیادی است یا مرکب، سعی می‌کنیم آن را با برخورد دادن به ذرهٔ دیگری "بشکنیم" و فرآورده‌های واکنش را مشاهده کنیم. با این کار می‌توانیم مولکولها را به اتمها و اتمها را به الکترونها و هسته‌ها بشکنیم، و آن وقت می‌توانیم بگوئیم که مولکول از اتمها ساخته شده و خود اتم هم متشکل از الکترونها و

چون الکترون را بنیادی فرض می‌کنیم، ممکن است بخواهیم مدلی با $r = 0$ را امتحان کنیم که در آن صورت الکترون یک "ذره نقطه‌ای" بی‌بعد و بی‌ساختار خواهد بود. اما با این فرض، خود-انرژی الکترومغناطیسی W بینهایت و جرم ذاتی m_i منهای بینهایت می‌شود که کاملاً بی‌معنی است. (این وضعیت، که موجب بروز اشکال غیرقابل رفعی در مدل جالب و از لحاظ ریاضی ساده الکترون نقطه‌ای می‌شود، همان است که در نوشته‌ها به نام "مشکل خود-انرژی بینهایت الکترون" از آن یاد می‌شود.)

۱۹. اکنون با دیدی انتقادی به اندیشه‌های بالا نگاه می‌کنیم: آیا این چیزها واقعاً معنی دارند؟ ما در پرسشهای خود فرضهای زیادی گنجاندیم که بازتاب همان پیشداوریهایمان بود. فرض کردیم الکترون یک کره باردار کوچک است که می‌توان قانون کولن را برای "قسمتهای" مختلف این کره به کار برد. از کجا می‌دانیم که قانون کولن برای این وضعیت برقرار است؟ و از کجا معلوم که باید نیرویی وجود داشته باشد تا در مقابل نیروی دافعه الکتروستاتیکی بین "قسمتهای" الکترون، آنها را با هم نگه دارد؟ قبلاً گفتیم که الکترون هیچ "قسمتی" ندارد و یک ذره بنیادی است. با این پرسش که چه چیزی الکترون را نگه می‌دارد، در واقع تصور کرده‌ایم که امکان دارد الکترون به تکه‌هایی تقسیم شود، ولی این نظر بسیار قابل تردید است. توجه کنید که خود-انرژی الکتروستاتیکی هر ذره، مقدار کاری است که اگر بتوانیم "اجزای" آن ذره را کاملاً از هم جدا کنیم به دست می‌آید، و این همان چیزی است که از آن نتیجه گرفتیم انرژی الکتروستاتیکی هر سیستم متشکل از ذرات باردار، برابر است با انتگرال مجذور شدت میدان الکتریکی روی تمام فضا. اگر ذره نتواند تجزیه شود، آن وقت مفهوم خود-انرژی الکتروستاتیکی نامشخص خواهد بود، و به خصوص مفهوم خود-انرژی بینهایت "الکترون نقطه‌ای" بی‌معنی خواهد شد.

فیزیکدانها تاکنون عموماً دریافته‌اند که کوشش برای ایجاد نوعی مدل کلاسیک برای الکترون بی‌نتیجه است. الکترون مانند یک کره باردار رفتار نمی‌کند و تمام بحثها راجع به اینکه اگر شبیه یک کره باردار باشد، چه چیزی آن را نگه می‌دارد و خود-انرژی کلاسیک آن چقدر است، این گونه پیشداوریه‌ها اختصاص به دانشجوی مبتدی فیزیک ندارد، بلکه فیزیکدانهای با سابقه نیز به آن دچارند. از آنجا که ظاهراً جمود ذهن با افزایش سن زیاد می‌شود، شاید بتوان گفت که فیزیکدان با سابقه عملاً بیش از دانشجوی تازه کار به پیشداوریه‌های کلاسیک مبتلاست.

۲. دوره فیزیک برکلی، جلد ۲، الکتریسیته و مغناطیس، فصل ۲.

۳. این رابطه در دستگاه یکاهای cgs برقرار است. در دستگاه MKS داریم

$$W = \frac{3}{5} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right)$$

۱۷. اینکه به‌عنوان یک اصل مجرد بپذیریم که نظرات کلاسیک برای اتم مناسب نیستند و الکترون واقعاً یک ذره بنیادی است، خیلی فرق می‌کند با اینکه در تفکرات خود کاملاً به چنین اصولی برسیم. تجربه نشان می‌دهد که ذهن انسان مایل به تعصب است و مفاهیمی را که زمانی جذب کرده است به‌سادگی رها نمی‌کند. از آنجا که اولین مشاهدات آگاهانه ما از پدیده‌های فیزیکی به سیستمهای ماکروسکوپیکی مربوط می‌شود، مجموعه‌ای از "پیشداوریهای کلاسیک" را کسب می‌کنیم که در مطالعه فیزیک کوانتومی باید آنها را کنار بگذاریم.^۱ برای روشن شدن این نکات دو مسئله مرتبط با هم را که موضوع تفکر بسیاری در این قرن بوده‌اند، بررسی می‌کنیم.

۱۸. سؤال می‌کنیم چه نیروهایی هستند که الکترون را منسجم نگه می‌دارند؟ چه کسری از جرم الکترون سرشت ذاتی دارد و چه کسری از آن به انرژی میدان الکتروستاتیکی مربوط می‌شود؟ برای بحث در مورد این پرسشها، مدلی نه‌چندان نامعقول را می‌پذیریم که برطبق آن الکترون یک کره کوچک باردار یکنواخت با شعاع r است. قسمتهای مختلف این کره با نیروی الکتروستاتیکی همدیگر را دفع می‌کنند، و بنابراین باید نیروی دیگری برای نگه داشتن کره وجود داشته باشد. ماهیت این نیرو چیست؟ در جلد دوم این دوره^۲ آموختیم که چگونه انرژی کل "مستقر" در یک میدان الکتروستاتیکی را محاسبه کنیم: از $E^2/(8\pi)$ که در آن E میدان الکتریکی موضعی است، روی تمام فضا انتگرال می‌گیریم. برای مدل ما، انرژی الکتروستاتیکی به صورت $W = \frac{4}{5}(e^2/r)$ به دست می‌آید^۳ که در آن e بار الکترون است. ضریبی که در جلوی عبارت e^2/r می‌آید به جزئیات مدل بستگی دارد: برای یک کره باردار یکنواخت مقدار آن $\frac{4}{5}$ می‌شود. در اینجا مقدار این ضریب مهم نیست بلکه متناسب بودن W با e^2/r مهم است. مستقیماً از روی ابعاد فیزیکی هم می‌توان دید که W به این شکل به e و r بستگی دارد. اکنون می‌توانیم جرم الکترون را به صورت $m = m_e + m_i$ بنویسیم که در آن $m_e = W/c^2$ سهم الکترومغناطیسی و m_i سهم "ذاتی" جرم است. مسئله این است که m_e چقدر است؟ آیا ممکن است که $m = m_e$ باشد، یعنی آیا ممکن است که تمام جرم منشأ الکترومغناطیسی داشته باشد؟ اگر چنین فرضی را بپذیریم می‌توانیم r را محاسبه کنیم، که نتیجه می‌شود $r = 1.7 \times 10^{-13}$ cm. شواهد تجربی زیادی وجود دارند حاکی از آنکه الکترون باید خیلی "کوچک" باشد و بنابراین به‌دست آوردن چنین مقدار کوچکی برای r نتیجه خوبی است. توجه داشته باشید که نمی‌توانیم r را خیلی کوچک‌تر از این مقدار به‌دست بیاوریم مگر اینکه احتمالاً بخواهیم m_i را منفی در نظر بگیریم.

تأکید می‌کنیم که این یک معیار تقریبی است که صرفاً می‌گوید چه موقع باید هشیار بود. اینکه متغیر کنش در یک مورد خاص کوچک باشد، ضرورتاً به این معنی نیست که نظریه کلاسیک کلاً غیرقابل استفاده است. در بسیاری موارد، نظریه کلاسیک دست‌کم بصیرتی از رفتار سیستم به دست می‌دهد، به خصوص اگر با بعضی از مفاهیم مکانیک کوانتومی درآمیخته شود.

۲۱. در اینجا باید تذکر بدهیم که ثابت پلانک "کوچک" است، به این معنی که وقتی h با یک‌هایی که برای توصیف پدیده‌های ماکروسکوپی مناسب‌اند، یعنی یک‌های MKS یا cgs، اندازه‌گیری شود، مقدار عددی آن کوچک خواهد بود. به عبارت دیگر، اگر یک کمیت کنش در جهان ماکروسکوپی را برحسب یکای h اندازه‌گیری کنیم مقدار عظیمی خواهد شد.

برای نمونه می‌توانیم آونگ یک ساعت دیواری را در نظر بگیریم. برای یافتن کمیتی که بعد کنش داشته باشد، دوره نوسان آونگ را در انرژی کل آن ضرب می‌کنیم. دوره آونگ از مرتبه ثانیه و انرژی آن مسلماً خیلی بیشتر از یک ارگ است. یعنی اینکه حاصل ضرب این دو کمیت از 10^{26} برابر h بسیار بزرگ‌تر است. برطبق معیار ما، توصیف حرکت آونگ به صورت کلاسیک می‌تواند کاملاً مناسب باشد، که در واقع چنین هم هست. به همین ترتیب جسم در حال چرخشی را در نظر بگیریم. فرض کنید لختی دورانی آن 1 gr cm^2 و سرعت زاویه‌ای آن 1 rad/sec باشد. پس، تکانه زاویه‌ای آن برابر است با $1 \text{ erg sec} > 10^{26} h$ ، که در مقایسه با h مقدار بسیار بزرگی است. حتی اگر جسم به اندازه یک دانه‌شن و دوره چرخش آن یک ساعت باشد، باز هم تکانه زاویه‌ای آن، وقتی برحسب h اندازه‌گیری شود، فوق‌العاده بزرگ خواهد بود.

دست آخر، یک نوسانگر هماهنگ کوچک ولی ماکروسکوپی که در نظر بگیریم. فرض کنید جرم آن 1 gr ، بیشینه سرعت آن 1 cm/sec و بیشینه دامنه‌اش $x = 1 \text{ cm}$ باشد. بیشینه تکانه آن $1 \text{ gr cm sec}^{-1} = p$ خواهد بود. کمیت $xp = 1 \text{ erg sec}$ یک متغیر کنش است که باز هم از $10^{26} h$ بزرگ‌تر است.

بحث بالا روشن می‌کند که چرا برای این‌گونه سیستم‌های ماکروسکوپی، بررسی‌های ما همیشه همان چیزی را می‌گویند که قبلاً می‌دانستیم؛ یعنی می‌گویند که می‌شود سیستم را به طور کلاسیک توصیف کرد.

۱. متغیر دینامیکی متغیری است که حالت سیستم را مشخص می‌کند. مثلاً هر مختصه مکانی، هر مؤلفه تکانه، هر مؤلفه تکانه زاویه‌ای، هر مؤلفه سرعت، انرژی کل و مانند آنها یک متغیر دینامیکی است.

گفتگوی بی‌ربطی است. پیشداوریهای کلاسیک ما را به پرسشهایی وامی‌دارد که هیچ جواب معقولی برای آنها نمی‌شود انتظار داشت. ولی جالب است این را هم گفته باشیم که شبیح خودانرژی بینهایت تاکنون به طور کامل از فیزیک بیرون رانده نشده و بقایای این سردرگمی هنوز در مکانیک کوانتومی وجود دارد.

حدود کاربرد نظریه کلاسیک

۲۰. در نظریه نسبیت خاص، سرعت نور نقش اساسی دارد. این سرعت، $c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$ ، بالاترین حد سرعت برای هر ذره مادی و بیشترین سرعتی است که انرژی و اطلاعات می‌توانند با آن در فضای فیزیکی منتقل شوند. وجود این سرعت، معیاری ساده و طبیعی به دست می‌دهد که از روی آن می‌توانیم بسنجیم که چه وقت باید یک پدیده فیزیکی را به صورت "غیرنسبیتی" بررسی کرد و چه وقت به صورت "نسبیتی". به طور کلی، هر وقت تمام سرعت‌های مربوط در مقایسه با سرعت نور کوچک باشند، بحث غیرنسبیتی مناسب است، یعنی به اندازه کافی درست است.

اکنون می‌پرسیم آیا معیار مشابهی وجود دارد که به ما بگوید چه موقع باید مکانیک کوانتومی را به کار برد و چه وقت نظریه کلاسیک مناسب است؟ آیا یک ثابت طبیعی "مشابه" با ثابت c وجود دارد که برحسب آن بتوان معیار مطلوب را فرمولبندی کرد؟ چنین ثابتی وجود دارد و به ثابت پلانک معروف است که با h نمایش داده می‌شود و مقدار آن برابر است با

$$h = 6.626 \times 10^{-27} \text{ erg sec} \\ = 6.626 \times 10^{-24} \text{ joule sec}$$

بعد فیزیکی این ثابت، [تکانه] \times [طول] = [زمان] \times [انرژی] = [تکانه زاویه‌ای] است. چنین کمیتی در فیزیک، کنش نامیده می‌شود، و به همین خاطر ثابت پلانک را کوانتوم (بنیادی) کنش هم می‌خوانند. این معیار به طور کلی از این قرار است: اگر برای یک سیستم فیزیکی، مقدار عددی هر متغیر دینامیکی^۱ "طبیعی" که بعد کنش دارد، قابل مقایسه با ثابت پلانک باشد، رفتار آن سیستم را باید در چارچوب مکانیک کوانتومی بررسی کرد. ولی اگر متغیری که دارای بعد کنش است در مقایسه با h مقدار بسیار بزرگی داشته باشد، در این مورد قوانین فیزیک کلاسیک با دقت کافی معتبرند.

و در یک لحظه معین زمان.

اما یک تحلیل دقیق از رفتار واقعی سیستمهای میکروفیزیکی نشان می‌دهد که در تعیین و اندازه‌گیری متغیرهایی از این نوع، یک حد بنیادی برای صحت وجود دارد. در سال ۱۹۲۷ ورنر هایزنبرگ با یک تحلیل هوشمندانه و زیبا این حد را محرز کرد. ما وجود چنین حدهایی را تحت عنوان اصل عدم قطعیت بیان می‌کنیم و رابطه کمی مربوط به این اصل در هر حالت خاص را رابطه عدم قطعیت می‌نامیم.

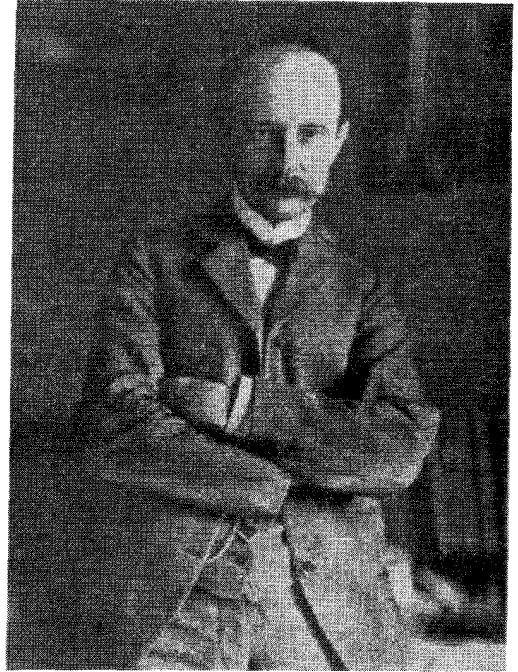
یکی از این روابط خاص عدم قطعیت، به زوج متغیر (q, p) مربوط می‌شود که q مختصه مکان یک ذره و p تکانه آن است. رابطه به این صورت است

$$\Delta q \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad (۲۲الف)$$

که در آن Δq خطای جذر میانگین مربعی در q ، و Δp خطای جذر میانگین مربعی در p است، و نابرابری بیان می‌کند که q و p را حداکثر می‌توان آن قدر دقیق تعیین کرد که حاصلضرب "عدم قطعیتها"ی دو متغیر از مرتبه ثابت پلانک باشد.

باید اشاره کنیم که به علت کوچک بودن ثابت پلانک (h)، رابطه عدم قطعیت در ماکروفیزیک هیچ اهمیتی ندارد؛ یعنی عوامل دیگر خطا در q و p ، همیشه عدم قطعیت بنیادی را که با نابرابری (۲۲الف) بیان می‌شود می‌پوشانند. بنابراین رابطه (۲۲الف) به هیچ وجه با دانش تجربی ما از ماکروفیزیک تناقض ندارد، هرچند با نظریه‌های کلاسیک درباره سیستمهای ماکروسکوپی متناقض است.

۲۳. اصل عدم قطعیت معمولاً به صورت زیر "تبیین" می‌شود. متغیرهای دینامیکی نظیر مکان، تکانه، تکانه زاویه‌ای، و غیره را باید به طور عملیاتی تعریف کرد، یعنی از روی روشهای تجربی که با آنها اندازه‌گیری می‌شوند. حال اگر روشهای تجربی واقعی در میکروفیزیک را تحلیل کنیم، معلوم می‌شود که اندازه‌گیری، همیشه سیستم را مختل می‌کند. برهم کنش اجتناب‌ناپذیری بین سیستم و ابزار اندازه‌گیری وجود دارد. اگر بخواهیم مکان یک ذره را با صحت زیاد اندازه بگیریم، آن را طوری مختل خواهیم کرد که بعد از اندازه‌گیری، قطعیت در تکانه خیلی کم می‌شود. اگر سعی کنیم که تکانه را با دقت زیاد تعیین کنیم، آن را طوری مختل خواهیم کرد که مکان آن خیلی غیردقیق می‌شود. اگر بخواهیم هم مکان و هم تکانه ذره را همزمان اندازه بگیریم، الزاماً دو اندازه‌گیری با یکدیگر تداخل می‌کنند، به طوری که دقت نتیجه نهایی از نابرابری (۲۲الف) تعیین خواهد شد. پس بحث به اینجا می‌رسد که در هر مورد خاص این اختلالها چگونه رخ می‌دهند.



ماکس کارل ارنست لودویگ پلانک، تولد ۱۸۵۸ در کیل آلمان، مرگ ۱۹۴۷. او پس از تحصیل در مونیخ و برلین، در سال ۱۸۷۹ موفق به اخذ درجه دکترا شد. رساله دکتراي او مربوط به قانون دوم ترمودینامیک است. بعد از اشتغال در دانشگاه کیل، در ۱۸۹۹ به استادی فیزیک نظری در دانشگاه برلین رسید و در ۱۹۲۸ در سن هفتاد سالگی بازنشسته شد. در ۱۹۱۹ جایزه نوبل گرفت.

پلانک جوانی خود را وقف مطالعه ترمودینامیک کرد و در سراسر عمر خود به این موضوع علاقه‌مند ماند. در برلین با آزمایشهایی که لومر، پرینگرهایم، روبنس و کرل بائوم درباره تابش گرمایی انجام می‌دادند آشنا شد، و تصمیم گرفت یک قانون نظری برای تابش جسم سیاه به دست بیاورد. کوشش موفقیت‌آمیز او سرآغاز فیزیک کوانتومی شد و آنچه که امروز ثابت پلانک نامیده می‌شود، نخستین بار در مقاله او در ۱۹۰۰ ظاهر شد. پس از این کشف پراهمیت، پلانک همچنان نقش فعالی در پیشرفت فیزیک کوانتومی داشت.

۲۲. اکنون سعی می‌کنیم درک عمیق‌تری از معنی این معیار به دست بیاوریم.

در فیزیک کلاسیک فرض می‌کنیم همه متغیرهای دینامیکی یک سیستم را می‌توان با هر دقت دلخواه، مشخص و اندازه‌گیری کرد. نه به این معنی که این کار را عملاً بتوان انجام داد، بلکه بیشتر به این معنی که علی‌الاصول برای دقت، محدودیتی قائل نیستیم. مجموعه متغیرهای دینامیکی برای یک سیستم ذرات یا یک تک‌ذره در فیزیک کلاسیک شامل متغیرهایی است نظیر مختصات مکانی، مؤلفه‌های تکانه، مؤلفه‌های تکانه زاویه‌ای، و همچنین متغیرهایی چون مؤلفه‌های بردارهای میدان الکتریکی و مغناطیسی در یک نقطه مشخص فضا

ریاضی q و p را که از بسیاری جهات متناظر با متغیرهای کلاسیک مکان و تکانه‌اند، مطرح کنیم. اما این موجودات با متغیرهای کلاسیک یکسان نیستند. رابطه (۲۲ الف) به ما می‌گوید که گر بخواهیم موجودات کوانتومی q و p را به عنوان "مکان" و "تکانه"، در نتیجه حرکت را به طور کلاسیک تعبیر کنیم، آن وقت در صحت اندازه‌گیری "مکان" و "تکانه" یک محدودیت بنیادی وجود خواهد داشت. به عبارت دیگر، اگر سعی کنیم متغیرهای کلاسیک را وارد کنیم و سعی کنیم حرکت را به طور کلاسیک تعبیر کنیم، دقتی که با آن می‌توانیم این متغیرها را معین کنیم، محدود است.

۲۶. باید به روشنی درک شده باشد که هیچ تحلیل کلاسیک محض از فرایند اندازه‌گیری هرگز نمی‌تواند به یک رابطه عدم قطعیت منتهی شود. روابط عدم قطعیت، واقعیات طبیعی را که به طور تجربی کشف شده‌اند منعکس می‌کنند. ذراتی که در طبیعت وجود دارند، نه مانند نقاط مادی کلاسیکی رفتار می‌کنند و نه مانند گویهای کوچک بیلبارد^۱: رفتار آنها کاملاً متفاوت است و به همین دلیل است که بعضی اندازه‌گیریها را نمی‌توان انجام داد، یا حتی تصور کرد.

در فصلهای بعدی خواص ذرات را در دنیای واقعی مطالعه خواهیم کرد و خواهیم دید که چگونه روابط ظاهراً عجیب عدم قطعیت با طرح کلی اشیاء جور درمی‌آیند.

کشف ثابت پلانک

۲۷. اکنون تاریخچه ثابت پلانک را مرور می‌کنیم تا ببینیم که این ثابت چگونه کشف شد و چگونه به فیزیک راه یافت. به آغاز این قرن برمی‌گردیم و چند مسئله مطرح در فیزیک آن دوره را بررسی می‌کنیم این مسائل عبارت‌اند از:

(الف) مسئله قانون تابش جسم سیاه.

(ب) مسئله اثر فوتوالکتریک.

(ج) مسئله پایداری و ابعاد اتم.

البته تنها این سه مسئله نبود که فیزیکدانهای آن زمان را به خود مشغول کرده بود، ولی چون این مسائل وضعیت بغرنج فیزیک کلاسیک را به وضوح نشان می‌دهند، آنها را انتخاب کرده‌ایم.

خواننده باید این را بداند که بحث ما به عنوان یک گزارش تاریخی،

فوق‌العاده ناقص است: نمی‌توانسته‌ایم در چند صفحه، حق مطلب را

۱. بنابه دلایلی، در کتابهای مکانیک کوانتومی گوی بیلبارد آورده شده تا نقش نمونه یک ذره کلاسیک را ایفا کند. البته نویسنده به این سنت احترام می‌گذارد. شاید بدنباشد بدانند که مؤلف هرگز بیلبارد بازی نکرده و هرگز گوی بیلبارد را در دست نگرفته است. بنابراین معلوماتش از خواصی که برای گوی بیلبارد عنوان می‌شود، معلوماتی کتابی است که از متون مکانیک کوانتومی کسب کرده است.

این نوع توصیف مفهوم اصل عدم قطعیت در متون مکانیک کوانتومی بسیار معمول است. مؤلف نمی‌خواهد این توصیف را کاملاً اشتباه قلمداد کند، ولی احساس می‌کند که گمراه‌کننده است و می‌تواند موجب بدفهمیهای خطیری شود. در این توصیف نکته اصلی فراموش شده است، یعنی این نکته که روابط عدم قطعیت آخرین حدی را بیان می‌کنند که فراتر از آن دیگر نمی‌توان مفاهیم فیزیک کلاسیک را به کار گرفت. "سیستم فیزیکی کلاسیک" که با متغیرهای دینامیکی کلاسیکی توصیف بشود که توابع معینی از زمان‌اند و علی‌الاصول با هر دقت دلخواهی بتوان آنها را تعیین کرد، خیالی است موهوم و در جهان واقعی وجود ندارد. آزمایشهایی انجام شده‌اند که مؤید همین امرند. اگر یک سیستم واقعی را مثل یک "سیستم کلاسیک" توصیف کنیم، تقریب به کار برده‌ایم، و روابط عدم قطعیت به ما می‌گویند که حداکثر تا کجا می‌توانیم پیش برویم.

۲۴. برای توضیح بیشتر این نظریه‌ها، حرکت یک بعدی ذره‌ای را در نظر می‌گیریم. در دینامیک کلاسیک، مکان لحظه‌ای ذره را با متغیر مکان $q = q(t)$ بیان می‌کنیم. اگر جرم ذره m و حرکتش به قدر کافی آهسته باشد، تکانه آن، p ، از رابطه $p = p(t) = m dq(t)/dt$ به دست می‌آید. شاید چنین تصور کنیم که رابطه عدم قطعیت فقط مبین یک خاصیت نامطلوب ابزارهای اندازه‌گیری است که مانع از آن می‌شود تا $q(0)$ و $p(0)$ را با دقت دلخواه تعیین کنیم، اگرچه می‌توانیم درباره مقادیر دقیق این متغیرها و همچنین درباره حرکت دقیق بعدی ذره بیندیشیم. به عبارت دیگر ممکن است تصور کنیم که می‌توانیم همچنان یک توصیف کلاسیک را به کار ببریم که برطبق آن هر ذره مسیر معینی را می‌پیماید، و کافی است که فقط این توصیف را با وارد کردن عدم قطعیت مربوط به اینکه ذره کدامیک از مسیرها را طی می‌کند، تصحیح کنیم، و برای این کار روابط عدم قطعیت را بر روی شرایط اولیه که مسیرها را تعیین می‌کنند، اعمال کنیم.

ولی چنین نیست. تجربه به ما می‌گوید که باید نظریه‌ایمان را به کلی از ریشه تغییر بدهیم. حرکت در یک مسیر کلاسیک را باید به فراموشی سپرد؛ پرسش یا تفکر درباره مقادیر همزمان $q(t)$ و $p(t)$ همان قدر بی‌معنی است که پرسش درباره رنگ موی پادشاه ایالات متحد.

۲۵. در اینجا ممکن است بحث ما از لحاظ منطقی متناقض به نظر برسد. ابتدا یک رابطه عدم قطعیت را بیان می‌کنیم، و بعد می‌گوییم که متغیرهای q و p که در این رابطه می‌آیند معنی ندارند. اگر این متغیرها بی‌معنی‌اند، پس خود رابطه چطور می‌تواند معنی داشته باشد؟ پاسخ از این قرار است: در توصیف کوانتومی رفتار یک ذره می‌توانیم موجودات

صرفاً کلاسیکی ماده ظاهر نمی‌شود. بنابراین ابتدا چند ثابت اساسی دیگر فیزیک را که در توصیف کلاسیکی نقشی دارند ذکر می‌کنیم.

الف) سرعت نور $c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$ ؛ این ثابت با دقت خوبی در سال ۱۹۰۰ شناخته شده بود.

ب) عدد آووگادرو، $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ ، که تعداد مولکولها در یک مول از هر گاز است. در سال ۱۹۰۰ مقدار غیردقیقی برای این ثابت براساس نظریه جنبشی گازها در دست بود.

ج) جرم اتم هیدروژن، $M_H = 1.67 \times 10^{-24}$. این عدد با دقت ۱ در ۲۰۰۰، جرم پروتون (M_p) نیز هست. از آنجا که جرم یک مول هیدروژن بسیار نزدیک به ۲ gr است، خواهیم داشت

$$N_0 M_H \cong N_0 M_p \cong 1 \text{ gr} \quad (\text{الف } 28)$$

و اگر عدد آووگادرو را بدانیم، می‌توانیم M_H را پیدا کنیم.

د) بار بنیادی، $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ coul} = 4.8 \times 10^{-10} \text{ esu}$ ؛ بار الکترون $-e$ و بار پروتون $+e$ است. مقدار بار یک مول از یونهای یکبار یونیده (یعنی بار هر یون e است)، ثابت فاراده (F) نام دارد. پس داریم

$$F = N_0 e = 96500 \text{ coul} \quad (\text{ب } 28)$$

ثابت فاراده در آزمایش الکترولیز به سهولت قابل اندازه‌گیری است. برای مثال، F مقدار باری است که باید از ظرف الکترولیز عبور کند تا یک "والانس گرم معادل" نقره (یعنی 1.0788 gr)، چون وزن اتمی نقره 107.88 است). آزاد شود.

ه) نسبت بار الکترون به جرم آن، $e/m = 1.76 \times 10^8 \text{ coul/gr}$ ؛ و نسبت بار پروتون به جرم آن، $e/M_p = 9.6 \times 10^4 \text{ coul/gr}$ ؛ این ثابتها را می‌توان در آزمایشهای انحراف باریکه‌های الکترون یا پروتون در میدانهای الکتریکی و مغناطیسی تعیین کرد. در سال ۱۸۹۷، تامسون e/m را به همین روش پیدا کرد.^۲ باید توجه داشت که

$$\frac{e}{M_p} = \frac{F}{N_0 M_p} \quad (\text{ج } 28)$$

پس این ثابت، مستقل از ثابتهایی که قبلاً ذکر شدند نیست.

1. *Annalen der Physik*

2. J. J. Thomson, "Cathode Rays," *Philosophical Magazine* 44, 293 (1897).

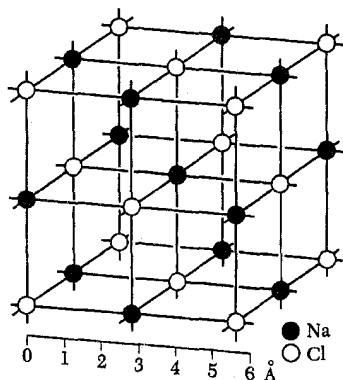


جوزف جان تامسون. تولد ۱۸۵۶ در حومه منچستر، انگلستان؛ مرگ ۱۹۴۰. تامسون سالهای متعددی در آزمایشگاه کاوندیش در دانشگاه کمبریج، و همچنین در انستیتوی سلطنتی لندن استاد فیزیک بود. از جمله کارهای بسیار و متنوع او در فیزیک، تحقیق در مورد رسانش الکتریسته در گازها، بار و جرم الکترون، و خواص پرتوهای مثبت است. او در سال ۱۸۹۷ الکترون را کشف کرد. تحقیقاتش در مورد پرتوهای مثبت، منجر به کشف ایزوتوپهای نئون شد. در سال ۱۹۰۶ جایزه نوبل گرفت.

در باره مراحل بسیار جالب تکوین فیزیک کوانتومی ادا کنیم. در این نگاه کوتاه به گذشته، وضعیت را در آغاز این قرن در نظر می‌گیریم و در این صورت به سادگی خواهیم دید که این سه مسئله مهم‌ترین مسائل بودند. ولی اگر مقالات سال ۱۹۰۰ را در آنالین در فیزیک^۱ (که یکی از معتبرترین مجلات فیزیک در آن دوره بود) مرور کنیم درمی‌یابیم که اکثریت فیزیکدانها به چیزهای دیگری توجه داشته‌اند. معدودند کسانی که بتوانند مسائل واقعاً مهم را از چیزهای بی‌اهمیت (در هر زمان) تمیز بدهند، و به همین دلیل ما بصیرت و تخیل قابل توجه پیشگامان فیزیک کوانتومی را شایسته تحسین می‌دانیم.

۲۸. برای نشان دادن وضعیت، سه مسئله فوق را به عنوان سه جنبه مختلف از "راز ثابت مفقود" در نظر خواهیم گرفت. مسلماً در سال ۱۹۰۰ هیچ فیزیکدانی مشکلاتی را که با آنها مواجه می‌شد، به این صورت فرمولبندی نمی‌کرد. اما بررسی موضوع از این دیدگاه، می‌تواند برای ما آموزنده باشد.

ثابت مفقود البته همان ثابت پلانک (h) است که در یک نظریه



شکل ۳۰ الف ساختار بلوری سدیم کلرید. شبکه این بلور مکعبی است، و اتمهای سدیم و کلر، یک در میان در رئوس مکعبها قرار دارند. مرکز کره‌های کوچک در این شکل، مکان متوسط هسته‌های سدیم و کلر را مشخص می‌کند. (اندازه این کره‌ها به هیچ وجه معیاری از اندازه هسته‌ها یا اتمها به دست نمی‌دهد.)

پیشنهاد او بود که آزمایشهای پراش پرتو x در بلورها در سال ۱۹۱۲ توسط فردریش^۳ و نیپینگ^۴ انجام گرفت.^۵ در واقع این نخستین دلیل تجربی قاطعی بود که ثابت می‌کرد پرتوهای x، امواجی با طول موج کوتاه‌اند.

۳۱. برای اینکه بتوانیم مسائل مربوط به تابش جسم سیاه را درک کنیم، باید از مفاهیم گرما و دما نیز صحبتی کرده باشیم.^۶ این مفاهیم در توصیف رفتار ماده کپه‌ای تحت شرایط تعادل گرمایی به کار می‌آیند و این مبحث هیچ ارتباطی به ساختار یا رفتار اتمها، مولکولها، و هسته‌های منزوی ندارد، اما در بسیاری از مظاهر پدیده‌های کوانتومی مهم است. دلیل این امر آن است که ما عموماً اندازه‌گیریهایمان را روی اتمها، مولکولها، و هسته‌های منزوی انجام نمی‌دهیم، بلکه این ذرات را به صورت "محاط" در توده‌ای از ماده مشاهده می‌کنیم.

انرژی گرمایی، انرژی وابسته به حرکات بی‌نظم اجزای یک جسم

1. R. A. Millikan, "The Isolation of an Ion, a Precision Measurement of Its Charge, and the Correction of Stokes's Law," *The Physical Review* **32**, 349 (1911).

2. VON LAUE 3. W. FRIEDRICH 4. P. KNIPPING
5. W. Friedrich, P. Knipping, and M. Laue, "Interferenzenerscheinungen bei Röntgenstrahlen," *Annalen der Physik* **41**, 971 (1913).

۶. در جلد پنجم دوره فیزیک برکلی، فیزیک آماری، این مباحث به طور کامل تر مورد بحث قرار گرفته‌اند. همچنین رجوع کنید به

همچنین باید اشاره کنیم که با داشتن مقادیر دقیق e/m و e/M_p حتی اگر e با دقت متناظر معلوم نباشد، مقدار دقیق

$$\frac{M_p}{m} = \frac{e/m}{e/M_p} \quad (۵۲۸)$$

به دست می‌آید، البته در اینجا فرض شده است که مقادیر عددی بار پروتون و الکترون با هم برابرند. (و جرم الکترون، $m = 9.11 \times 10^{-28}$ gr. این ثابت را می‌توان از روی e/m و e تعیین کرد.)

۲۹. عدد آووگادرو (N_0) حلقه‌ای است که میکروفیزیک را به ماکروفیزیک می‌پیوندد. مقدار فوق‌العاده بزرگ این عدد، به ما می‌گوید که اتمها و مولکولها واقعاً چقدر کوچک‌اند و چرا ساختار دانه‌دانه‌ای ماده در ماکروفیزیک آشکار نیست. همان طور که گفتیم، در اواخر قرن نوزدهم N_0 هنوز به طور دقیق معلوم نبود. ولی ثابتهای F ، e/m ، m/M_p خیلی بهتر مشخص شده بودند؛ بنابراین اندازه‌گیری مستقل N_0 یا e باعث می‌شد که ثابتهای اساسی e ، m ، M_p بهتر شناخته شوند. چنانکه خواهیم دید، یکی از خصوصیات مهم نظریه پلانک در مورد تابش جسم سیاه این بود که محاسبه مستقل و بهتری از N_0 را امکانپذیر می‌کرد. در حدود یک دهه بعد، میلیکان در آزمایش مشهور قطرات روغن، با مشاهده حرکت قطرات کوچک و باردار روغن که تحت اثر میدان گرانشی و میدان الکتریکی در هوا شناور بودند، e را مستقیماً اندازه‌گیری کرد.^۱ این نوع آزمایش، هرچند انتظار نمی‌رفت مقدار e را با دقت خیلی زیاد به دست بدهد، اما به عنوان یک اندازه‌گیری مستقل و از لحاظ مفهومی ساده، بسیار با اهمیت بود.

۳۰. فعلاً این تاریخچه را رها می‌کنیم و اشاره می‌کنیم که عدد آووگادرو (N_0) را می‌توان مستقیماً با شمارش اتمها در یک بلور اندازه‌گیری کرد. در بلور، اتمها در یک شبکه منظم، مثلاً یک شبکه مکعبی، قرار گرفته‌اند و اگر بتوانیم فاصله میان اتمهای مجاور (ثابت شبکه) را تعیین کنیم، N_0 به آسانی به دست می‌آید. این فاصله را می‌توان با آزمایشهای پراش پرتوهای x تعیین کرد، با این شرط که طول موج پرتو ایکسی هم که به کار می‌رود معلوم باشد؛ که این طول موج را می‌توان مثلاً از طریق اندازه‌گیری با یک توری "ماکروسکوپی" که به طور مکانیکی شبکه‌بندی شده است، تعیین کرد. سرانجام N_0 با همین روش تعیین شد.^۱

این اندیشه زیرکانه که طبیعت توریهای پراش را به صورت بلورها برای ما آماده کرده است، نخستین بار به فکر فون لا^۲ رسید، و براساس

یک مقیاس دما، می‌توانیم دمای ° را به نقطه ذوب یخ و دمای ° ۱۰۰ را به نقطه جوش آب نسبت بدهیم، و سپس با تقسیم فاصله میان این دو نقطه مرجع به صد قسمت مساوی، "درجات" میانی را تعیین کنیم. با این ترتیب واقعاً می‌توانیم یک مقیاس دما تعریف کنیم، اما این روش (از دیدگاه نظریه بنیادی فیزیک) بسیار ناقص است، چون مقیاس ما به خواص ماده‌ای که انتخاب می‌شود، در این مورد جیوه، بستگی دارد. اگر همین اعمال را در مورد ماده دیگری، مثلاً الکل، انجام بدهیم، خواهیم دید که ° ۳۰ در مقیاس الکل همان ° ۳۰ در مقیاس جیوه نیست.

برای مقاصد علمی، مطلوب این است که مقیاس دما مستقل از خواص مواد باشد. در جلد بعدی این دوره که به فیزیک گرما اختصاص یافته است، به تفصیل بحث خواهد شد که چنین معیاری را چگونه می‌توان تعریف کرد. مقیاسی که نتیجه می‌شود مقیاس مطلق است که در آن دما برحسب درجه کلوین اندازه‌گیری می‌شود که آن را با K نشان می‌دهند. در مقیاس مطلق، ° K پایین‌ترین دمای ممکن است: این دما تقریباً متناظر با ° C -۲۷۳ است. برای سهولت، بزرگی درجه کلوین طوری انتخاب شده است که اختلاف دما در مقیاس مطلق با اختلاف در مقیاس سلسیوس مقدار عددی یکسانی داشته باشد، یعنی طبق تعریف داریم

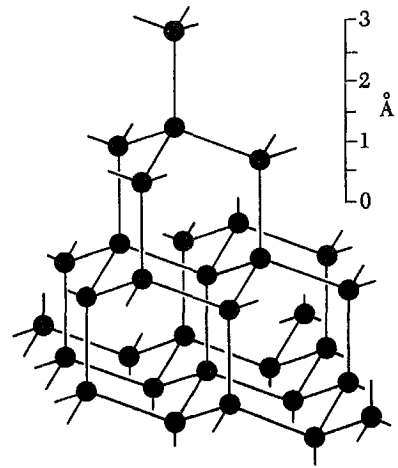
$$(دما برحسب K) = (دما برحسب °C) + ۲۷۳٫۱۵$$

۳۳. حالا سعی می‌کنیم یک تصور کیفی از "معنی" دما از دیدگاه میکروفیزیک به دست بیاوریم. مطلب اساساً از این قرار است: با افزایش دما، انرژی متوسط وابسته به حرکات کتره‌ای اجزای تشکیل دهنده جسم ماکروسکوپی افزایش می‌یابد. در دمای ° K تمام حرکات کتره‌ای متوقف می‌شوند و معنی فیزیکی پایین‌ترین دمای ممکن همین است (تأکید بر کلمه "کتره‌ای" است).

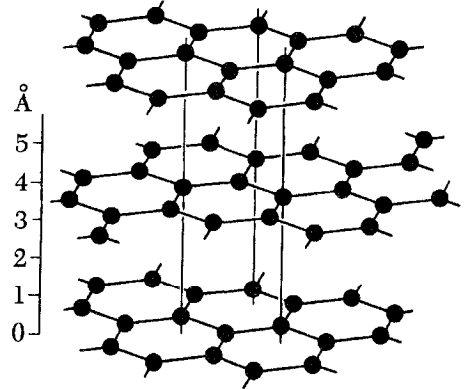
در مکانیک آماری غالباً خواص گاز حقیقی را با استفاده از یک مدل، ایده آل می‌کنیم: فرض می‌کنیم که گاز از تعداد زیادی ذره یکسان (مولکول) تشکیل شده باشد که به‌طور کتره‌ای حرکت می‌کنند و برهم‌کنش آنها با یکدیگر قابل اغماض است. این مدل توصیف خوبی از گاز حقیقی رقیق به دست می‌دهد. اگر ذرات گاز (مدل)، مولکولهای تک اتمی باشند، گاز تک اتمی ایده آل خواهیم داشت. می‌توان ثابت کرد که برای هر مول از یک گاز ایده آل رابطه زیر برقرار است

$$PV = \frac{2}{3} N_0 E_{جنبشی} \quad (۳۳الف)$$

که در آن P فشار، V حجم ظرف و جنبشی E انرژی جنبشی متوسط هر مولکول (تک اتمی) است.



شکل ۳۰ ساختار بلوری الماس. هر اتم کربن چهار همسایه نزدیک دارد که در رئوس یک چهاروجهی واقع‌اند (چهار همسایه نزدیک با خطوط پر به هم وصل شده‌اند).



شکل ۳۱ ساختار بلوری گرافیت. الماس و گرافیت هر دو از کربن تشکیل شده‌اند. اختلاف خواص فیزیکی این دو ماده از شکلهای متفاوت شبکه بلوری آنها ناشی می‌شود. شبکه گرافیت از صفحات موازی و همفاصله تشکیل شده است که در آنها انتهای کربن به صورت شش ضلعی مرتب شده‌اند. این شبکه را با شبکه الماس در شکل ۳۰ مقایسه کنید.

ماکروسکوپی است، و گرما همان انرژی گرمایی است که در حال انتقال (از جسمی به جسم دیگر) است. اما دما چیست؟

۳۲. تعریف دقیق دما در یک جمله کار راحتی نیست. به یک معنی، همه ما "می‌دانیم" که دما چیست و چگونه باید آن را با دماسنج اندازه گرفت. دماسنج جسم یا سیستمی است که هر تغییری در دما، تغییر قابل مشاهده‌ای در آن ایجاد می‌کند، مثل تغییر در طول، تغییر در حجم، تغییر در مقاومت الکتریکی و غیره. برای مثال، یک دماسنج جیوه‌ای را در نظر بگیرید. در این دماسنج دما را با مشاهده ارتفاع ستون جیوه در لوله مویینی که سطح مقطع یکنواخت دارد می‌خوانیم. برای برقرار کردن

ثابت بولتزمن، $k = R/N_0$ ، ثابت گاز به ازای یک مولکول است. مقدار ثابت k را می توان با معلوم بودن N_0 به دست آورد، که برابر است با

$$k = ۱٫۳۸ \times ۱۰^{-۱۶} \text{erg (K)}^{-۱} \quad (\text{ب} ۳۴)$$

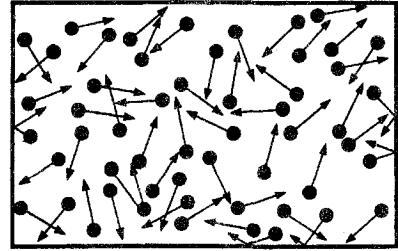
k در واقع عامل تبدیل دما به انرژی است. ولی از اینکه دما و انرژی به این شکل به یکدیگر مربوط اند نباید نتیجه گرفت که این "یک چیز"ند.

۳۵. پس از مرور ثابتهای اساسی فیزیک کلاسیک، اکنون به مسئله قانون تابش جسم سیاه می پردازیم. واقعیات تجربی از این قرارند: سطح جسمی که دمای آن خیلی زیاد باشد، نوری در همه بسامدها (یا همه طول موجها) می تاباند. اگر مقدار انرژی تابنده از واحد سطح در واحد بازه طول موج در واحد زمان را برحسب طول موج رسم کنیم، منحنی به دست می آید که به ازای طول موجهای خیلی بلند و طول موجهای خیلی کوتاه به سمت صفر می رود؛ منحنی عموماً فقط یک بیشینه در طول موج بیشینه λ خواهد داشت که به دما بستگی دارد. جای این بیشینه، و مقدار کل تابشی که گسیل می شود به طور خیلی تقریبی برای تمام سطوح مادی یکسان است. می توان به جای مطالعه تابش از یک سطح مادی، تابش خارج شده از یک سوراخ کوچک در دیواره یک سطح بسته مادی را که در دمای ثابتی نگه داشته شده است، بررسی کرد. در این نوع اندازه گیری، محفظه بسته یا "تنور"ی داریم که از ماده دیرگداز مناسبی ساخته شده است و سوراخ کوچکی در دیواره آن وجود دارد (یعنی سوراخی که در مقایسه با ابعاد خطی محفظه، کوچک است). ابزارهای اندازه گیری را در دهانه سوراخ قرار می دهیم و به وسیله آنها، انرژی تابشی خارج شده از درون محفظه را اندازه می گیریم. در این گونه اندازه گیریها معلوم شده است که

(الف) منحنی شدت تابش خارج شده از سوراخ برحسب طول موج (شکل ۳۵ الف)، منحنی همواری است که در طول موجهای بلند و نیز در طول موجهای کوتاه به سمت صفر می رود و یک بیشینه در طول موج بیشینه λ دارد که با رابطه ساده زیر به دمای دیواره (T) مربوط می شود

$$\lambda T = C_0 = ۰٫۲۸۹۸ \text{ cm K} \quad (\text{الف} ۳۵)$$

(ب) توزیع طیفی تابش گسیل شده، یعنی شکل منحنی که در (الف) ذکر شد، مستقل از شکل محفظه و جنس ماده ای است که دیواره ها از آن ساخته شده اند. پس ثابت C_0 در معادله (الف) که بیانگر قانون جابه جایی وین است، یک ثابت عمومی است و یکی از خواص جالب و عمومی محفظه ها را نشان می دهد.



شکل ۳۳ الف رابطه جنبشی $PV = \frac{2}{3} N_0 E$ را به راحتی می توان درک کرد. ظرفی به حجم V را در نظر بگیرید که در آن N_0 مولکول وجود داشته باشد. ابتدا فرض کنید همه مولکولها با سرعت v به سمت راست می روند. تعداد مولکولهایی که در واحد زمان به واحد مساحت دیواره برخورد می کنند برابر است با $v(N_0/V)$. هر یک از مولکولها تکانه ای به مقدار $2mv$ به دیواره منتقل می کند. فشار P' برابر است با تکانه کل انتقال یافته بر واحد سطح در واحد زمان، در نتیجه داریم $P' = 2mv^2(N_0/V) = 4E(N_0/V)$.

واقعیت این است که، جهت حرکت کتره ای است و بین فشار واقعی P و فشار P' که در بالا محاسبه شد رابطه $P = \frac{1}{3} P'$ برقرار است، که به معادله (الف ۳۳) منجر می شود. (برای درک ضریب $\frac{1}{3}$ ، تصور کنید که مولکولها در شش جهت استاندارد حرکت می کنند. در هر دو جهت سه محور عمود برهم. در این صورت، تنها یک ششم مولکولها در ایجاد فشار روی دیواره راست سهم اند.)

دمای مطلق طوری تعریف می شود که در این مدل می توان انرژی جنبشی متوسط را با رابطه $E = \frac{3}{2} kT$ بیان کرد که در آن ضریب تناسب k ، ثابت بولتزمن نامیده می شود. بنابراین می توانیم (الف ۳۳) را به این صورت بنویسیم

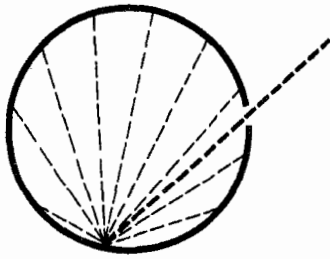
$$PV = N_0 kT = RT \quad (\text{ب} ۳۳)$$

که در آن $R = N_0 k$ ثابت عمومی گازهاست. این یک واقعیت تجربی است که این قانون برای همه گازهایی که به اندازه کافی رقیق باشند دقیقاً برقرار است: یعنی هرچه تراکم گاز حقیقی کمتر باشد، این قانون بهتر صدق می کند. می توانیم از این واقعیت برای ساختن دماسنجی که دمای مطلق را نشان بدهد استفاده کنیم.

۳۴. مقدار ثابت عمومی گازها برابر است با

$$R = N_0 k = ۸٫۳ \times ۱۰^۷ \text{ erg (K)}^{-۱} (\text{mol})^{-۱} \\ = ۱٫۹۹ \text{ cal (K)}^{-۱} (\text{mol})^{-۱} \quad (\text{الف} ۳۴)$$

این یک ثابت ماکروسکوپی است که می توان آن را براساس رابطه (ب ۳۳) به راحتی اندازه گیری کرد.



شکل ۳۶ الف برای یک ناظر خارجی، یک سوراخ کوچک بر دیوارهٔ محفظه‌ای که سطح داخلی آن (تا اندازه‌ای) جذب‌کننده است، یک سطح جسم سیاه تشکیل می‌دهد؛ این جسم تابش فرودی را تقریباً به‌طور کامل جذب می‌کند. بخشی از پرتو نوری که از سوراخ وارد محفظه می‌شود پس از برخورد با سطح داخلی جذب و بخشی از آن به اطراف بازتابیده می‌شود. بخشی از خود پرتوهای بازتابیده نیز جذب و بخشی پراکنده می‌شوند، و تنها کسر بسیار کوچکی از نور فرودی خواهد توانست از سوراخ خارج شود.

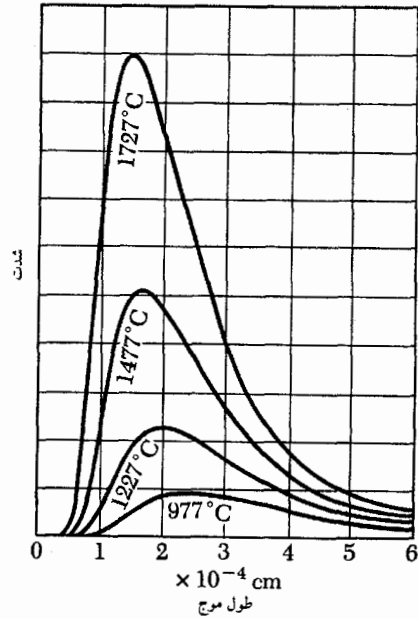
به بیان دیگر، فوتونی که وارد محفظه می‌شود، شانس بسیار کمی برای گریز از سوراخ دارد.

خواننده می‌تواند ساختن یک جسم سیاه به این طریق را امتحان کند: داخل یک جعبهٔ مقوایی کوچک را سیاه کنید و روی یک طرف آن سوراخ کوچکی ببرید. با نگاه کردن از بیرون، سوراخ به نحو قابل ملاحظه‌ای «سیاه‌تر» از هر سطح مادی «سیاه» به‌نظر می‌رسد.

ما مطالعهٔ خود را فقط به تابش جسم سیاه یعنی تابش از سوراخی در دیوارهٔ یک محفظه محدود می‌کنیم.

۳۷. تا اواخر قرن نوزدهم، اندازه‌گیری‌های دقیقی در مورد قانون تابش جسم سیاه به عمل آمده بود و به‌ویژه رابطهٔ (۳۵ الف) ثابت شده بود. مسئلهٔ نظری مهمی که باید حل می‌شد، به دست آوردن قانون تابش از روی اصول اولیه بود. خارج شدن تابش از سوراخ، به‌خودی خود تعجب‌آور نیست: می‌دانیم که اجزای تشکیل‌دهندهٔ ماده باردارند و ارتعاشات گرمایی این اجزاء در دیواره‌های محفظه، طبعاً باعث گسیل انرژی تابشی در داخل آن می‌شود. ممکن است این تابشها در دیواره‌ها جذب هم بشوند، و اگر دمای دیواره‌ها ثابت نگه‌داشته شود، نوعی تعادل میان انرژی تابشی درون محفظه و دیواره‌ها به‌وجود خواهد آمد، یعنی آهنگ تابش با آهنگ جذب برابر خواهد شد. بدین ترتیب، مسئله این است که رابطه‌ای برای انرژی تابشی داخل محفظه به‌صورت تابعی از طول موج و دما به‌دست بیاوریم. در اینجا توجه خود را به یک قسمت از این مسئله یعنی رابطهٔ (۳۵ الف) معطوف می‌کنیم و آن را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\frac{\lambda_{\text{بیشینه}}}{c} \times kT = X_1 = \frac{C_0 k}{c} \quad (۳۷ الف)$$



شکل ۳۵ الف این نمودار توان گسیل‌شده از یک تابشگر جسم سیاه، بر واحد سطح بر واحد بازهٔ طول موج، را برای چهار دمای مختلف نشان می‌دهد. توان کل گسیل‌شده متناسب است با سطح زیر منحنیها؛ و متناسب است با توان چهارم دمای مطلق. توجه کنید که محل بیشینه چگونگی به‌دما بستگی دارد؛ قانون وین رابطهٔ دقیق این دو را بیان می‌کند.

ج) در هر طول موج، شدت تابشی که از سوراخ خارج می‌شود همیشه بزرگ‌تر از شدت تابش متناظری است که از سطح جسمی که دمای آن برابر دمای دیواره‌های محفظه باشد گسیل می‌شود؛ ولی مرتبهٔ بزرگی شدتها برابر است.

۳۶. سطحی که تمام تابش فرود آمده برخورد را جذب کند، سطح جسم سیاه خوانده می‌شود. یک سوراخ کوچک در دیوارهٔ یک محفظه، برای ناظر خارجی، کم و بیش شبیه سطح یک جسم سیاه به‌نظر می‌آید، به‌خصوص اگر سطح دیواره‌های داخلی محفظه، ناهموار و سیاه باشد. دلیلش این است که هر تابشی (نوری) که از بیرون بر سوراخ بتابد، در بازتابشهای متوالی در داخل محفظه، تقریباً به‌طور کامل جذب خواهد شد، حتی اگر دیواره‌ها جذب‌کنندهٔ کامل نباشند.

به‌خاطر این خصوصیات، تابشی را که از سوراخ روی دیوارهٔ محفظه خارج می‌شود تابش جسم سیاه می‌نامیم. کیرشهوف با استفاده از ملاحظات بسیار کلی ترمودینامیکی نشان داد که برای هر طول موج، نسبت آهنگ تابش از هر سطح مادی دلخواه به آهنگ تابش از سطح یک جسم سیاه، برابر است با ضریب جذب آن ماده در طول موج مورد نظر. بنابراین جسم سیاه، تابشگر استاندارد مناسبی است و

مکرر بود که پلانک توانست به این اعتقاد نهایی برسد که نمی‌توان مسئله تابش جسم سیاه را در چارچوب فیزیک کلاسیک تبیین کرد.

۳۹. قانون تابش پلانک، با تمام جلال و جبروتش، از این فرار است

$$E(\lambda, T) = \left(\frac{8\pi hc}{\lambda^5} \right) \times \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \quad (\text{الف } ۳۹)$$

که در آن $E(\lambda, T)$ چگالی انرژی تابشی در محفظه بر واحد بازه طول موج، در طول موج λ و در دمای T است. k ثابت بولتزمن و c سرعت نور است.

شدت تابش گسیل‌شده از یک سوراخ کوچک در دیواره محفظه، متناسب با چگالی انرژی در داخل محفظه است، و به این ترتیب رابطه (الف ۳۹) بیان ریاضی روابطی است که در شکل ۳۵ الف نشان داده شده‌اند.

برای پیدا کردن جای بیشینه $E(\lambda, T)$ به صورت تابعی از λ در T ثابت، مشتق $E(\lambda, T)$ نسبت به λ را برابر با صفر قرار می‌دهیم و آن را برای λ بیشینه حل می‌کنیم و به این ترتیب رابطه (الف ۳۸) یا رابطه زیر را که با آن معادل است به دست می‌آوریم

$$\lambda_{\text{بیشینه}} T = C_0 = 0.2014 \times \frac{hc}{k} \quad (\text{ب } ۳۹)$$

چون λ و T را می‌توان به سادگی اندازه‌گیری کرد و از آنجا که c معلوم است، می‌توانیم h/k را براساس رابطه (ب ۳۹) به طور تجربی تعیین کنیم. از این گذشته، با مقایسه دقیق‌تر مقادیر تجربی $E(\lambda, T)$ با رابطه نظری (الف ۳۹)، می‌توانیم ثابت h را نیز تعیین کنیم. از اینجا می‌توان ثابت بولتزمن (k)، و بالاخره از رابطه $N_0 = R/k$ ، N_0 را محاسبه کرد. مقداری که پلانک از این طریق برای k به دست آورد، از دقیق‌ترین مقدار امروزی آن، در حدود ۲٫۵ درصد کمتر بود.

۴۰. تاریخ مشروح قانون تابش پلانک بسیار جالب است. پلانک قبل از اینکه موفق شود رابطه (الف ۳۹) را از دیدگاه "میکروسکوپی" به دست بیاورد، عملاً بستگی صحیح $E(\lambda, T)$ را به λ و T حدس زده بود. این حدس، هم براساس اندازه‌گیریهای دقیقی بود که روبنس و کربلانوتم انجام داده بودند و هم مبتنی بر بعضی ملاحظات کلی نظری. [بدیهی است رابطه‌ای که با (الف ۳۹) بیان شده است، پیچیده‌تر از آن است که صرفاً از طریق تجربی به دست بیاید.] پلانک نتایج مقدماتی خود را در ۱۹ اکتبر ۱۹۰۰ به انجمن فیزیک آلمان ارائه کرد. در این

که در آن c سرعت نور، k ثابت بولتزمن، و X_1 ثابت جدیدی است. از آنجا که طرف چپ (الف ۳۷) بعد [انرژی] \times [زمان] = [کنش] دارد، ثابت X_1 نیز کمیتی از نوع کنش است. چگونه می‌توانیم یک عبارت نظری برای X_1 به دست بیاوریم؟ چگونه می‌توانیم از روی ثابتهای موجود طبیعت، کمیتی پیدا کنیم که بعد کنش داشته باشد؟ مسلماً این مسئله بغرنجی است، چون مشکل بتوان دریافت که چگونه ثابتهای m ، M_H و e می‌توانند در عبارتی که X_1 را بیان می‌کند، وارد شوند. از لحاظ فیزیکی، وضعیت خیلی روشن به نظر می‌رسد؛ انرژی تابشی در داخل محفظه با دیواره‌ها در تعادل گرمایی است. ولی تابشی که از محفظه گسیل می‌شود، مستقل از اندازه و شکل محفظه و نیز مستقل از جنس دیواره‌هاست؛ پس چگونه ثابتهایی مانند m و e که مربوط به خواص دیواره‌ها هستند می‌توانند دخیل باشند؟ این گمان که X_1 نمی‌تواند از ثابتهای دیگر حاصل شود کاملاً موجه به نظر می‌رسد، در واقع هم رابطه (الف ۳۷) را نمی‌توان بر پایه فیزیک کلاسیک درک کرد. در سال ۱۹۰۰ قبل از کشف پلانک، چنین اوضاع مایوس‌کننده‌ای حاکم بود. با استفاده از مکانیک آماری کلاسیک، برای تابش جسم سیاه یک قانون بی‌معنی به دست آمده بود که می‌گفت شدت تابش با بسامد به صورت یکنواخت افزایش می‌یابد به طوری که کل شدتی که تابش می‌شود بینهایت است؛ یعنی تابش در هیچ دمای نمی‌تواند با ماده به تعادل گرمایی برسد!

۳۸. در ۱۴ دسامبر ۱۹۰۰، ماکس پلانک در جلسه انجمن فیزیک آلمان در برلین، روشی برای به دست آوردن قانون تابش جسم سیاه ارائه داد و این تاریخ را می‌توان روز تولد فیزیک کوانتومی دانست. او به منظور حصول به یک عبارت نظری برای شدت تابش به صورت تابعی از طول موج و دما، با یک فرض اساسی از فیزیک کلاسیک جدا شد. جوهر این فرض را به طور خلاصه می‌توان چنین بیان کرد: یک نوسانگر با بسامد طبیعی ν ، فقط می‌تواند انرژی را به صورت بسته‌هایی به مقدار $E = h\nu$ بگیرد یا از دست بدهد؛ که در آن h هم یک ثابت بنیادی (جدید) طبیعت است. به این ترتیب پلانک توانست، علاوه بر چیزهای دیگر، عبارتی برای ثابت X_1 به دست بیاورد. یعنی دریافت که

$$\frac{\lambda_{\text{بیشینه}}}{c} \times kT = \frac{C_0 k}{c} = X_1 = 0.2014 \times h \quad (\text{الف } ۳۸)$$

و چنین بود که ثابت پلانک برای نخستین بار پدیدار شد. خود پلانک میلی به پذیرفتن این انحراف از فیزیک کلاسیک نداشت و بعد از کشف بزرگش سالها سعی کرد تا راهی برای درک پدیده تابش جسم سیاه بر پایه‌ای کاملاً کلاسیک پیدا کند. با وجود بی‌ثمر بودن این کوششها، او بعدها گفت که آنها را بیهوده نمی‌داند؛ بعد از این ناکامیهای

$$E - W = E_{\text{جنبشی}} \text{ یا}$$

$$E_{\text{جنبشی}} = h\nu - W \quad (۴۲\text{الف})$$

از فلز پرتاب خواهد شد.

کمیت W که تابع کار ماده نامیده می‌شود، یک مشخصه ثابت فلز است و بستگی به بسامد ν ندارد.

معادله (۴۲ الف) همان معادله مشهور فوتوالکتریک اینشتین است. انرژی الکترونی‌های گسیل شده به‌طور خطی با بسامد افزایش می‌یابد، اما مستقل از شدت نور است. تعداد الکترونی‌های گسیل شده طبعاً با تعداد کوانتومهای فرودی و در نتیجه با شدت نور فرودی متناسب است. به این ترتیب اینشتین توانست جنبه‌های کیفی فوتوالکتریک را تا آنجا که در آن زمان برایش معلوم بود، توضیح بدهد.

۴۳. اینشتین از آنجا به چنین نظری رسید که متوجه شد بعضی از خصوصیات قانون عجیب تابش جسم سیاه پلانک را می‌توان با نسبت دادن خواص ذره‌ای به تابشهای الکترومغناطیسی داخل محفظه درک کرد؛ یعنی با این فرض که انرژی تابشی متشکل از کوانتومهایی به بزرگی $h\nu$ است. در اینجا باید اشاره کنیم که در آن زمان معنی واقعی فرض پلانک مبهم بود بنابراین اینشتین با این نگرش جدید به پدیده تابش جسم سیاه، گام مهمی به جلو برداشت. ولی مهم‌ترین جنبه این مسئله آن بود که او توانست بصیرت خود درباره پدیده تابش جسم سیاه را در مورد یک وضعیت فیزیکی جدید یعنی اثر فوتوالکتریک به‌کار بگیرد.

۴۴. معادله (۴۲ الف) یک پیشگویی نظری دقیق بود و به همین جهت می‌شد آن را از طریق اندازه‌گیریهای تجربی آزمود. به‌علاوه با فرض درست بودن نظرات اینشتین این معادله امکان جدیدی برای اندازه‌گیری ثابت پلانک به دست می‌داد. همچنانکه قبلاً گفتیم، میلیکان با اندازه‌گیریهای بسیار دقیق و جالب، این مسائل فوق العاده مهم را مطالعه کرد^۴ و نشان داد که نتایج تجربی با معادله اینشتین (۴۲ الف) کاملاً توافق دارد.

۱. برای مطالعه آزمونهای بعدی قانون پلانک، رک:

H. Rubens and G. Michel, "Prüfung der Planckschen Strahlungsformel," *Physikalische Zeitschrift* **22**, 569 (1921).

۲. رک: PSSC, *Physics*, Chap. 33.

3. A. Einstein, "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt," *Annalen der Physik* **17**, 132 (1905).

4. R. A. Millikan, "A Direct Photoelectric Determination of Planck's 'h'," *The Physical Review* **7**, 355 (1916).

روایت، فرمول او شامل دو ثابت بود که هیچ تعبیر فیزیکی نداشتند، همان ثابتهایی که اکنون ما آنها را به صورت $(h\nu/k)$ و $(\lambda\pi hc)$ می‌نویسیم. روبنس و لومر و پرینگرهایم، بار دیگر این فرمول را با نتایج تجربی سنجیدند و معلوم شد که با دقت قابل ملاحظه‌ای با واقعیات سازگار است.^۱ به این ترتیب مسئله بعدی پلانک این بود که نوعی توجیه نظری اساسی برای فرمولی که ظاهراً صحیح بود پیدا کند، که بعد از هشت هفته تلاش شدید موفق به انجام این کار شد.

اثر فوتوالکتریک

۴۱. در اوایل این قرن، به‌طور تجربی معلوم شده بود که وقتی نوری (در ناحیه مرئی یا فرابنفش) بر سطح فلزی می‌تابد، الکترونی‌های از سطح فلز کنده می‌شوند.^۲ این پدیده به‌خودی خود عجیب نیست، چون می‌دانیم که نور تابش الکترومغناطیسی است و بنابراین می‌توانیم انتظار داشته باشیم که میدان الکتریکی موج نور نیرویی بر الکترونی‌های سطح فلز وارد کند و باعث کنده شدن بعضی از آنها شود. آنچه تعجب آور است این است که انرژی جنبشی الکترونی‌هایی که بیرون می‌آیند مستقل از شدت نور است ولی به شکل ساده‌ای به بسامد نور بستگی دارد؛ یعنی به‌طور خطی با بسامد افزایش می‌یابد. اگر شدت نور را زیاد کنیم، فقط تعداد الکترونی‌های گسیل شده در واحد زمان افزایش می‌یابد و نه انرژی آنها. درک این مسئله بر پایه‌های کلاسیک بسیار دشوار است، چرا که انتظار داریم وقتی که شدت نور و در نتیجه دامنه میدان الکتریکی در موج نور زیاد می‌شود، الکترونها با سرعتهای بیشتری گسیل شوند.

این واقعیات پیش از سال ۱۹۰۵ توسط لنارد و دیگران تحقیق شده بود. تا سال ۱۹۱۶ که میلیکان رابطه بسامد با انرژی الکترونی‌های گسیل شده را به دقت مطالعه کرد، هیچ اندازه‌گیری دقیقی در این زمینه انجام نشده بود.

۴۲. در سال ۱۹۰۵ آلبرت اینشتین توضیحی برای این پدیده‌ها پیشنهاد کرد.^۳ برطبق این تبیین، انرژی یک باریکه نور تکفام به‌صورت بسته‌هایی است به بزرگی $h\nu$ ، که در آن ν بسامد نور است؛ این کوانتوم انرژی می‌تواند به‌طور کامل به یک الکترون منتقل شود. به عبارت دیگر، الکترون وقتی که هنوز داخل فلز قرار دارد، انرژی $E = h\nu$ را به دست می‌آورد. اکنون اگر فرض کنیم که باید به مقدار معین W کار انجام بگیرد تا الکترون از فلز جدا شود، الکترون با انرژی جنبشی

۴۵. رابطه (۴۴ الف) را از لحاظ عددی بررسی می‌کنیم. با استفاده از $h = ۶٫۶۳ \times ۱۰^{-۲۷} \text{ erg sec} = ۶٫۶۳ \times ۱۰^{-۳۲} \text{ joule sec}$ و $e = ۱٫۶۰ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ coul}$ به دست می‌آوریم $h/e = ۴٫۱۴ \times ۱۰^{-۱۵} \text{ volt sec}$. گستره طول موج نور مرئی از ۴۰۰۰ \AA تا ۷۰۰۰ \AA است ($۱ \text{ \AA} = ۱۰^{-۸} \text{ cm}$)، گستره طول موج نور مرئی و بسامدهای متناظر با این طول موجها در گستره $۷٫۵ \times ۱۰^{۱۴} \text{ sec}^{-۱}$ تا $۴٫۳ \times ۱۰^{۱۴} \text{ sec}^{-۱}$ قرار دارد. نور آبی بسامدی در حدود $۷ \times ۱۰^{۱۴} \text{ sec}^{-۱}$ دارد و در این مورد به دست می‌آوریم $۲٫۸ \text{ volt} \sim (h/e)\nu$. بنابراین برای نور در ناحیه مرئی یا در ناحیه فرابنفش نزدیک، پتانسیل ترمزی از مرتبه بزرگی یک ولت خواهد بود. این یک واقعیت تجربی است که ثابت مادی W/e نیز نوعاً از همین مرتبه است و این مقدار به خصوص برای فلزات قلیایی کوچک است و به همین دلیل سلولهای فوتوالکتریکی که برای نور مرئی به کار می‌روند، فوتوکاتدهایی از این مواد دارند. بدیهی است که سلول فوتوالکتریکی به تابشی که برای آن $h\nu > W$ باشد، حساسیت نشان نمی‌دهد.

۴۶. مسلماً ویژگیهای کیفی گسیل فوتونی که تا قبل از ۱۹۰۵ کشف شده بودند قابل توجه بودند، گرچه بصیرت اینشتین لازم بود تا بتوان معنای کامل این پدیده‌ها را دریافت. اگر در آن زمان نتایج کمی‌ای که بعدها میلیکان به دست آورد در دسترس می‌بودند، یقیناً به طور کلی‌تری معارض اصلی نظرات کلاسیک به حساب می‌آمدند. جوهر مطلب در این رابطه عجیب نهفته است

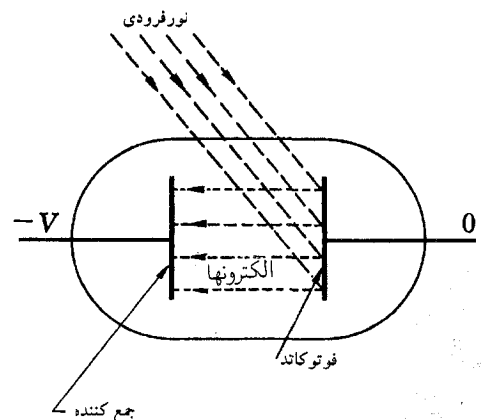
$$\frac{E}{\nu} = X_2 \quad (\text{الف } ۴۶)$$

که در آن انرژی است که می‌تواند از یک باریکه نور تکفام با بسامد ν به الکترون منتقل شود و X_2 ثابتی است مستقل از شدت نور، مستقل از بسامد نور، و مستقل از ماده‌ای که الکترونها در آن قرار دارند (در سال ۱۹۰۵ هم توضیح اینکه الکترونها با انرژی کمتر از E ظاهر می‌شوند، به همین اندازه امروز ممکن بوده است: تابع کار W ، نشان‌دهنده همان انرژی بستگی الکترونها به ماده است.) معلوم می‌شود که درک رابطه‌ای نظیر (۴۶ الف) بر پایه‌های کلاسیک و ارائه این درک به صورت فرمولی که در آن ثابت مرموز X_2 برحسب ثابتهای اساسی فیزیک کلاسیک بیان شود، امری است محال. ثابت X_2 بعد فیزیکی کنش دارد، و البته واقعاً می‌توان چنین کمیتی را از ثابتهای اساسی تشکیل داد، یعنی $(h/۸۶۰) \cong (e^2/c)$. امروز می‌دانیم که $X_2 = h$ است، و در نتیجه کمیت e^2/c مرتبه بزرگی نادرستی ۱. این یکا به افتخار J. A. Ångström، دانشمند سوئدی، چنین نامگذاری شده است.

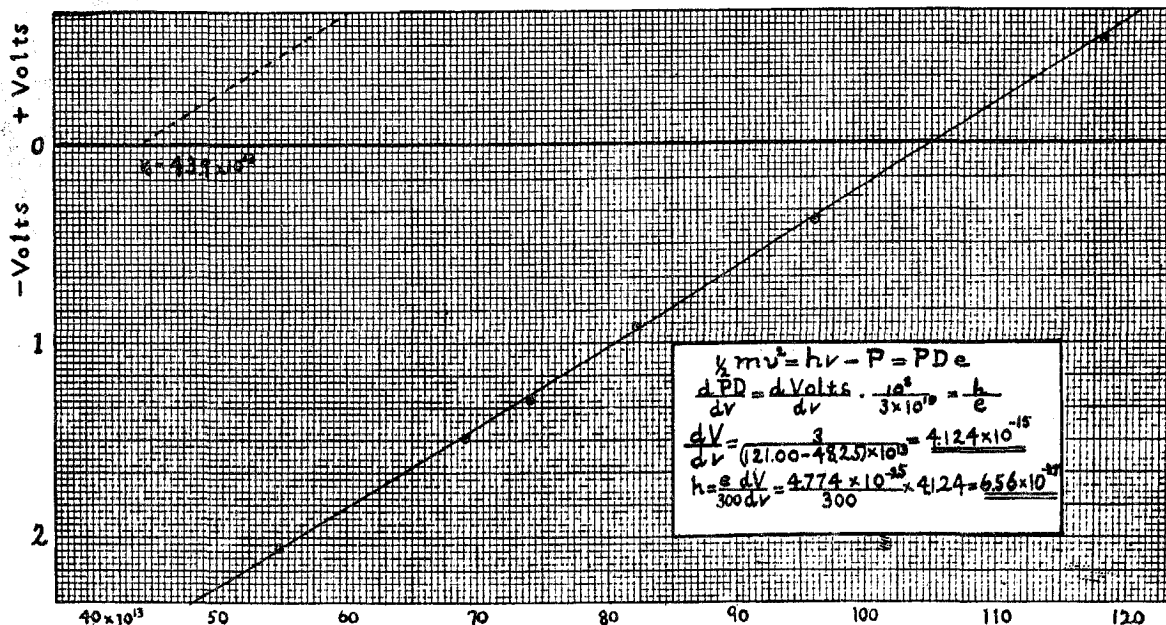
طرحی از روش میلیکان در شکل ۴۴ الف نشان داده شده است. نور تکفامی به سطح یک فلز، معمولاً یک فلز قلیایی، می‌تابد و باعث گسیل فوتوالکترونها می‌شود. یک الکتروود جمع‌کننده که می‌توان آن را نسبت به فوتوکاتد در هر پتانسیل دلخواه $-V$ نگه داشت، نزدیک سطح حساس به نور قرار می‌گیرد و شدت جریان فوتوالکترونها اندازه‌گیری می‌شود. حالا اگر، بنابه معادله (۴۲ الف)، فرض کنیم که همه الکترونها با انرژی جنبشی یکسان جنبشی E گسیل می‌شوند، واضح است که اگر جنبشی $eV > E$ باشد هیچ الکترونی نمی‌تواند به الکتروود جمع‌کننده برسد. بنابراین می‌توانیم جریان را به صورت تابعی از پتانسیل ترمزی V مشاهده کنیم. اگر V_0 پتانسیلی باشد که در آن جریان صفر می‌شود، خواهیم داشت

$$V_0 = \left(\frac{h}{e}\right)\nu - \frac{W}{e} \quad (\text{الف } ۴۴)$$

پس، همان‌طور که در شکل ۴۴ ب هم، که از مقاله میلیکان گرفته شده است می‌بینیم، منحنی پتانسیل قطع (V_0) برحسب بسامد، یک خط راست خواهد بود. از روی شیب این خط می‌توانیم h/e و از روی محل برخورد آن با محور V_0 می‌توانیم ثابت W/e فلز را به دست بیاوریم. این آزمایش از لحاظ مفهومی ساده و روشن است، ولی برای حصول به نتایج صحیح و تکرارپذیر باید خیلی دقت کرد.



شکل ۴۴ الف طرح ساده‌ای برای نشان دادن اساس آزمایش میلیکان. هنگامی که نور با بسامد ν بر فوتوکاتد فرود می‌آید، الکترونهایی با انرژی $h\nu - W$ جنبشی از آن پرتاب می‌شوند، که در آن W تابع کار مشخصه جنس فوتوکاتد است. هنگامی که پتانسیل ترمزی V بزرگ‌تر از $(h\nu - W)/e$ بشود، جریان الکترونها به جمع‌کننده متوقف می‌شود. مشاهده تغییرات پتانسیل ترمزی بحرانی $V_0 = (h\nu - W)/e$ برحسب ν ، ثابت h/e را به دست می‌دهد. (نگاه کنید به شکل ۴۴ ب).



شکل ۴۴ ب نموداری که از مقاله ۱۹۱۶ میلیکان گرفته شده است و رابطه خطی بین پتانسیل ترمزی بحرانی V_0 و بسامد نور را برای یک سطح سدیم حساس به نور نشان می‌دهد. همچنانکه می‌بینیم، میلیکان محاسبه ثابت پلانک را براساس منحنی خود، روی نمودار ارائه کرده است. (بسامد ولت).

مقدار تجربی این فاصله از مرتبه $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$ به دست آمده است. مرتبه بزرگی این فاصله با مرتبه بزرگی عدد آووگادرو به این ترتیب مربوط می‌شود: یک سانتی متر مکعب از هر مایع یا جامد به طور خیلی تقریبی یک گرم جرم دارد. یک گرم از هر ماده، باز هم به طور خیلی تقریبی شامل N_0 اتم است. بنابراین، فاصله میان اتمهای مجاور در جامد یا مایع باید از مرتبه $1 \text{ \AA} \sim (1/N_0)^{1/3} \text{ cm}$ باشد. همان طور که قبلاً گفتیم، اندازه‌گیری دقیق فاصله میان اتمهای بلور، مقدار عدد آووگادرو را به دست می‌دهد.

اکنون مسئله این است که آیا می‌توان در چارچوب فیزیک کلاسیک تبیینی برای ابعاد اتم پیدا کرد: آیا با داشتن ثابتهای اساسی فیزیک کلاسیک می‌توان "شعاع" اتم را محاسبه کرد؟

۴۸. در حدود سال ۱۹۱۰، به دنبال تحلیل معروف رادرفورد^۲ از

۱. در اینجا اشاره می‌کنیم که اینشتین در مقاله خود اصطلاح فوتون را برای کوانتومهای الکترومغناطیسی به کار نبرده است؛ این اصطلاح مدتها بعد وضع شد.
2. E. Rutherford, "The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom," *Philosophical Magazine* 21, 669 (1911).
همچنین رک. دوره فیزیک برکلی، جلد ۱، مکانیک، فصل ۱۵. و PSSC. *Physics*, فصل ۳۲.

دارد، یعنی در حدود 10^{10} بار کمتر از آن است که باید باشد، و این امیدوارکننده نیست. به هر حال این‌گونه جور کردن استدلالهای ابعادی هم نمی‌تواند ما را به جایی برساند مگر اینکه یک سازوکار کلاسیکی ارائه کنیم که بتواند به معادله (۴۶الف) بینجامد. تاکنون هیچکس نتوانسته است این کار را انجام بدهد؛ و واقعیات مربوط به اثر فوتوالکتریک، به شدت نظر اینشتین را تأیید می‌کنند که: انرژی تابشی کوانتیده است. ۱. همچنانکه بعداً خواهیم دید، رابطه (۴۶الف) یک اصل بسیار اساسی فیزیک کوانتومی را بیان می‌کند، یعنی اینکه انرژی و بسامد به طور عام با رابطه $E = h\nu$ به یکدیگر مربوط می‌شوند. چنین رابطه‌ای با فیزیک کلاسیک کاملاً بیگانه است و ثابت مرموز $X_7 (= h)$ در (۴۶الف) جلوه‌ای از اسرار طبیعت است که در آن زمان تصورش هم نمی‌رفت.

مسئله پایداری و ابعاد اتم

۴۷. اکنون به سومین مسئله، یعنی مسئله پایداری و ابعاد اتم می‌پردازیم و به ویژه مسئله اخیراً بررسی می‌کنیم. "اندازه" اتم را می‌توانیم به صورت فاصله نوعی اتمهای مجاور در یک بلور یا یک مایع تعریف کنیم.

ابعاد مدار بیرونی‌ترین الکترون را تعیین می‌کند؟ اشاره می‌کنیم که در این مدل هیچ جایی برای سرعت نور نیست. ولی در این صورت نمی‌توانیم از روی بقیه ثابتهای بنیادی کلاسیک، یعنی m, e و M_H ، کمیتی به‌دست بیاوریم که بعد طول داشته باشد و می‌توانیم حدس بزنیم که این مسئله با مکانیک کلاسیک قابل حل نیست. برای روشن شدن مطلب، بحث را به‌صورت زیر دنبال می‌کنیم.

۴۹. یک اتم را در نظر بگیرید، که از Z الکترون هر یک با بار $-e$ ، و یک هسته با بار $+Ze$ تشکیل شده است. بدون نقض کلیت مسئله، می‌توان فرض کرد این ذرات طوری حرکت می‌کنند که مرکز جرم سیستم ساکن می‌ماند. هر ذره در مداری حرکت می‌کند که با تابع $\mathbf{r}_k(t)$ مشخص می‌شود؛ این تابع بردار مکان ذره k ام را به‌صورت تابعی از t به‌دست می‌دهد. (مرکز جرم سیستم را مبدأ می‌گیریم.) توابع $\mathbf{r}_k(t)$ به‌ازای $k = 1, 2, \dots, Z + 1$ روی هم رفته یک جواب معادلات حرکت سیستم را تشکیل می‌دهند. می‌توان با مقیاس‌بندی ساده‌ی زیر از این جواب یک گروه جواب جدید به‌دست آورد. اگر q یک ثابت غیرصفر باشد، تابع $\mathbf{r}_{k'}(t)$ که به این صورت تعریف می‌شود

$$\mathbf{r}_{k'}(t) = q^2 \mathbf{r}_k(t/q^2) \quad (۴۹الف)$$

نیز در معادلات حرکت صدق می‌کند. به‌عبارت دیگر، تابع $\mathbf{r}_{k'}(t)$ مسیر k' امین ذره را در حالت جدید حرکت سیستم توصیف می‌کند. این نکته را به‌راحتی می‌توان نشان داد: نیروی \mathbf{F}_{ij} که i امین ذره بر j امین ذره وارد می‌کند، از رابطه

$$\mathbf{F}_{ij} = Q_i Q_j \frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3} \quad (۴۹ب)$$

به‌دست می‌آید که در آن Q_i بار ذره i ام و Q_j بار ذره j ام است. با ضرب کردن تمام فاصله‌ها در عامل q^2 ، جواب جدید از جواب قدیم به‌دست می‌آید، به این معنی که اگر نیرو در حالت قدیم حرکت را در عامل q^{-2} ضرب کنیم، نیرو در حالت جدید حرکت به‌دست می‌آید. یعنی تمام شتابها باید با همان عامل q^{-2} مقیاس‌بندی شوند. از آنجا که تمام مسافتهای خطی با عامل q^2 مقیاس‌بندی می‌شوند، نتیجه می‌گیریم که باید تمام سرعتها با عامل q^{-1} و تمام زمانها با عامل q^3 مقیاس‌بندی شوند. این همان چیزی است که معادله (۴۹الف) بیان می‌کند و بنابراین، همان‌طور که گفتیم، این معادله جواب جدیدی را تعریف می‌کند.



ارنست رادرفورد. تولد ۱۸۷۱ در نزدیکی نلسون، نیوزلند؛ مرگ ۱۹۴۲. او پس از رسیدن به مقام استادی در دانشگاه مک‌گیل در مونترال کانادا، در ۱۹۰۷ در دانشگاه منچستر به‌کار پرداخت. در ۱۹۱۹، جانشین جی. جی. تامسون در کرسی کاوندیش در دانشگاه کمبریج شد. در ۱۹۰۸، جایزه نوبل شیمی را دریافت کرد. رادرفورد نوآوریهای بسیار مهمی در پرتوزایی و فیزیک هسته‌ای دارد. کارهای تجربی او سرشار از مهارت، و هوشمندی، و تحلیل اواز واقعات تجربی نشان‌دهنده بصیرت فیزیکی عمیق اوست.

آزمایشهای پراکنش ذرات آلفا، که توسط گایگر^۱ و مارسدن^۲ انجام شده بود، تصویری از اتم حاصل شد که برطبق آن اتم عبارت از هسته مرکزی بسیار کوچکی است که با یک یا چند الکترون احاطه شده است. دلایل خوبی در دست بود که هم هسته و هم الکترون در مقایسه با ابعاد اتم بسیار کوچک‌اند، دست‌کم کوچک‌تر از 10^{-11} cm. به‌علاوه به‌نظر می‌رسید که بیشتر جرم اتم در هسته متمرکز باشد.

در این شرایط، طبیعی بود که بخواهند نوعی مدل شبیه منظومه شمسی برای اتم بسازند که هسته در آن نقش خورشید و الکترونها نقش سیارات را دارند. در این مدل، ذرات تحت اثر برهم‌کنشهای متقابل الکتروستاتیکی حرکت می‌کنند و قسمت عمده اتم "فضای خالی" است. ابعاد اتم به شعاع مدار خارجی‌ترین الکترون مربوط است. موقتاً این مدل را می‌پذیریم و نیز از ابتدا فرض می‌کنیم که سرعت ذرات آن قدر کم است که می‌توانیم مسئله را در چارچوب مکانیک غیرنسبیتی بررسی کنیم. پس باید به این سؤال پاسخ بدهیم: چه چیز

”رازهای ثابت مفقوده“ قبلی مرتبط است، و ثابت پلانک باید در توصیف ساختار اتم نقشی داشته باشد. این ثابت دارای بعد تکانه زاویه‌ای است و ما می‌توانیم به همین مناسبت این فرض را امتحان کنیم که فقط آن جوابهایی از معادلات حرکت در طبیعت محقق می‌شوند که برای آنها تکانه زاویه‌ای کل اتم، مضرب معینی از h باشد. با پذیرفتن این اصل، باید بحث مقیاس‌بندی را فراموش کنیم، چون در تبدیلهایی که با معادله (۴۹الف) بیان شد، تکانه زاویه‌ای با عامل q مقیاس‌بندی می‌شود، که اکنون دیگر مجاز نیست. این یعنی که بعضی جوابها مرجح‌اند، و ما به این ترتیب ضابطه‌ای برای تعیین ابعاد اتم در دست داریم.

در سال ۱۹۱۳ نیلس بور، بر همین اساس، نظریه‌ای برای اتم هیدروژن ارائه کرد.^۱ در ساده‌ترین روایت این نظریه، یک الکترون در مدار دایره‌شکلی به شعاع a_0 به دور یک پروتون می‌گردد. این مدار از معادله حرکت

$$m \left(\frac{v^2}{a_0} \right) = \frac{e^2}{a_0^2} \quad (۵۱الف)$$

و شرط کوانتومی بور

$$J = mva_0 = \frac{h}{2\pi} \quad (۵۱ب)$$

تعیین می‌شود، که در آن v سرعت الکترون و J تکانه زاویه‌ای آن است. پس بنابر شرط کوانتومی، تکانه زاویه‌ای برابر است با $h/2\pi$. اگر v را بین دو معادله بالا حذف کنیم، خواهیم داشت

$$a_0 = \frac{h^2}{(2\pi)^2 me^2} = 0.53 \times 10^{-8} \text{ cm} \quad (۵۱ج)$$

که دارای همان مرتبه بزرگی مطلوب است. به علاوه، باید اشاره کنیم که مسئله اندازه اتم ارتباط نزدیکی با مسئله انرژیهای بستگی اتمی دارد، با دانستن ابعاد اتم می‌توانیم کار لازم برای تجزیه آن به اجزای بنیادی‌اش را تخمین بزنیم.

۵۲. همان‌طور که لابد خودتان هم می‌دانید، بور توانست پا را از این فراتر بگذارد، و عملاً موفق شد طیف اتم هیدروژن را به‌طور کمی توضیح بدهد، که این موفقیت چشمگیری برای نظرات جدید بود. شرط کوانتومی بور، یقیناً با فیزیک کلاسیک بیگانه بود. به علاوه او باید فرض

علاوه‌بر اینها، خاطر نشان می‌کنیم که تمام تکانه‌های زاویه‌ای با عامل q و تمام انرژیهای پتانسیل و جنبشی و در نتیجه انرژی کل با عامل q^{-2} مقیاس‌بندی می‌شوند.

اینکه می‌توانیم با این نوع مقیاس‌بندی از یک جواب مفروض، جوابهای جدیدی به دست بیاوریم، در واقع نوعی بسط قانون سوم کپلر است. در حالت خاصی که فقط یک الکترون به دور هسته ساکنی می‌گردد، نتیجه می‌شود که برای دو مدار بیضی شکل با خروج از مرکزهای یکسان، نسبت مجذورهای دوره‌های گردش متناسب است با نسبت مکعبهای نیم‌قطرهای بزرگ.

چون می‌توانیم هر مقدار دلخواه را به q نسبت بدهیم، عملاً یک گروه کامل جواب داریم و هیچ دلیلی وجود ندارد که یکی از آنها را بر دیگری ترجیح بدهیم؛ به عبارت دیگر، هیچ ضابطه‌ای در دست نیست که طبق آن برای اتم یک ”اندازه“ مرجح وجود داشته باشد. البته ممکن است ادعا شود که اندازه واقعی یک اتم، با یک ”حادثه“ تعیین می‌شود، اما چنین ادعایی را مشکل بتوان پذیرفت. چگونه امکان دارد این ”حادثه“ برای یک نوع اتم، همیشه اندازه مدار یکسانی تعیین کند؟ چرا مثلاً برای ابعاد اتم هیدروژن توزیع پیوسته نداریم؟

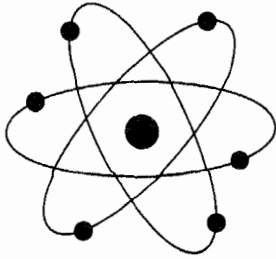
۵۵. با توجه به این مشکل، شک می‌کنیم که آیا اصلاً حق داشته‌ایم مسئله را غیرنسبیتی بررسی کنیم. توجه کنید که با وارد کردن سرعت نور، واقعاً می‌توان از روی ثابتهای کلاسیک، عبارتی با بعد طول به صورت زیر تشکیل داد

$$\frac{e^2}{mc^2} = 2.8 \times 10^{-13} \text{ cm} \quad (۵۵الف)$$

این مقدار اساساً همان ”شعاع کلاسیک الکترون“ است که در بخش ۱۸ از آن صحبت شد. در این مورد اگر نسبت نقش اساسی داشته باشد، یعنی اگر الکترون با سرعتی قابل مقایسه با سرعت نور حرکت کند، انتظار داریم که ابعاد اتم مضربی از طول e^2/mc^2 باشد. ولی این طول بیش از 10^4 بار کوچک است و ظاهراً محتمل نیست که این رهیافت به جایی برسد. درست است که در یک مدل نسبیتی، مقیاس‌بندی‌ای که در بخش قبل بحث شد به کار نخواهد آمد، اما باز هم هیچ اصلی در دست نداریم که بگوید چرا فقط مدارهای خاصی که متناظر با ابعاد مشاهده شده اتم هستند، می‌توانند وجود داشته باشند.

۵۱. می‌توانیم این معما را به‌عنوان ”راز ثابت مفقوده“ در نظر بگیریم. حالا فکر کنید جسارتش را داشته باشیم که فرض کنیم این راز با

1. N. Bohr, "On the Constitution of Atoms and Molecules," *Philosophical Magazine* 26, 1 (1913).



شکل ۵۲ الف نمادی از عصر اتم، که هیچ ربطی به ساختار اتم ندارد. شکلهایی با این صورت کلی، به‌وفور به‌عنوان آرم شرکتها، مؤسسات دولتی، یا سازمانهای دیگری که به‌نحوی با "اتم" سروکار دارند، به‌کار می‌روند. گاهی در تبلیغات، انواع جالب‌تری از این شکلهای را می‌توان دید که در آنها سرعت فوق‌العاده زیاد الکترون را با چیزی شبیه به دنباله‌های بخار مانند (از قرار معلوم دنباله‌های بخار در اثر؟) نشان داده‌اند. تا زمانی که چنین شکلهایی فقط "نماد" تلقی شوند اشکالی پیش نمی‌آید، ولی همیشه این خطر هست که کسانی به‌اشتباه بیفتند و تصور کنند که اتم واقعاً به این شکل است.



نیلس هندریک دیوید بور. تولد ۱۸۸۵ در کپنهاگ، دانمارک؛ مرگ ۱۹۶۲. بور پس از تحصیل در دانشگاه کپنهاگ به کمبریج، و چند ماه بعد، برای همکاری با رادرفورد به منچستر رفت. در ۱۹۱۳ مقاله مشهور خود را درباره ساختار اتم منتشر کرد. در ۱۹۱۶ استاد فیزیک نظری در دانشگاه کپنهاگ شد. انستیتو فیزیک نظری او (تأسیس ۱۹۲۱) یک مرکز جهانی شد که اغلب فیزیکدانان برجسته عالم مدتی در آن به سر برده‌اند. بور در سال ۱۹۲۲ موفق به دریافت جایزه نوبل شد.

بور به‌دنبال نوآوریهایش درباره اتم هیدروژن، نقش بسیار مهم و برجسته‌ای در پیشرفت فیزیک اتمی، و بعداً در پیشرفت فیزیک هسته‌ای داشت. تأثیر او به‌عنوان یک قهرمان فکری بزرگ، چه از طریق نوشته‌هایش، و چه از طریق برخوردهای شخصی‌اش با دیگر فیزیکدانها، بسیار چشمگیر بوده است.

۵۳. سه مسئله‌ای را که بررسی شد می‌توان به‌عنوان سه جنبه کشف ثابت پلانک در نظر گرفت. به‌ویژه اگر راجع به مسئله آخر فکر کنیم می‌بینیم که اضافه شدن این ثابت به فهرست ثابتهای بنیادی طبیعت، نتایج بسیار گسترده‌ای خواهد داشت. اکنون می‌توانیم امیدوار باشیم که ابعاد و انرژیهای بستگی را نه تنها برای اتمها بلکه برای مولکولها نیز درک کنیم و به‌نظر می‌رسد راه برای دستیابی به یک نظریه کمی اتمی درباره ماده کیه‌ای نیز گشوده باشد.

باید تأکید کرد که خصوصیت اصلی سه مسئله بالا این است که برای حل آنها، انحراف از قوانین ماکروسکوپی فیزیک کلاسیک ضروری است. بنابراین بررسی این سه مسئله به چیزی بسیار مهم‌تر از کشف یک ثابت جدید انجامیده است، و آن کشف قوانین جدید فیزیک است. بعد از این کشفیات اولیه، پیشرفت فیزیک بسیار سریع بود و معلوم شد که کلید توضیح بسیاری از پدیده‌های میکروفیزیک به‌دست آمده است. با انتشار دو نظریه سازگار و منسجم ریاضی درباره فیزیک کوانتومی، یعنی مکانیک ماتریسی که در سال ۱۹۲۵ توسط هایزنبرگ، و مکانیک موجی که در سال ۱۹۲۶ توسط شرودینگر پرداخته شد، کار نظری به اوج خود رسید. بعداً معلوم شد که این دو نظریه کاملاً با یکدیگر هم‌ارزند و صرفاً دو شکل مختلف از چیزی هستند که امروز مکانیک کوانتومی نامیده می‌شود و به‌عنوان نظریه بنیادی‌ای که مطالعه میکروفیزیک براساس آن صورت می‌گیرد، پذیرفته شده است.

می‌کرد که حرکت الکترون در حالت پایه اتم هیدروژن منجر به گسیل تابش الکترومغناطیسی نمی‌شود؛ در غیر این صورت، مطابق نظریه الکترومغناطیس کلاسیک، الکترون باید در یک مسیر مارپیچ، در زمان بسیار کوتاهی (از مرتبه 10^{-9} ثانیه) به هسته "سقوط" کند.

این نظریه سیاره‌ای اتم را نباید جدی گرفت چون در واقع کاملاً نادرست است. اینکه این نظریه در مورد خاص اتم هیدروژن درست کار می‌کند، یک اتفاق مساعد (یا شاید هم نامساعد) است. مساعد از این نظر که بور و دیگران را به آفرینش یک نظریه کوانتومی برای اتم تشویق کرد، و نامساعد از این لحاظ که ممکن است منجر به این عقیده شود که اتم به‌نحوی شبیه به منظومه‌های سیاره‌ای است. خود بور دچار اشتباه نشد: او نظریه خود را صرفاً یک مرحله میانی برای وصول به یک نظریه منسجم، که امروز وجود دارد، می‌دانست.

۵۴. ممکن است پرسشهایی برای خواننده مطرح شود. آیا مطمئن

۵۵. در اوایل این قرن، از دیدگاه فیزیک، اتمهای "پایدار و تقسیم‌ناپذیر" ذرات بنیادی جهان بودند. امروز اتمها این موقعیت ممتاز را از دست داده‌اند و خود آنها، از طریق نظریهٔ الکتروپوینامیک کوانتومی، برحسب چیزهای بنیادی‌تری توضیح داده می‌شوند. در مورد هسته‌ها هم به یک معنی چنین است. در این مورد نمی‌توانیم خواص هسته‌ها را به‌طور کامل از روی اصول اولیه توضیح بدهیم، با وجود این، اعتقاد راسخ داریم که هسته را به‌درستی می‌توان سیستم مرکبی دانست که اساساً از پروتونها و نوترونها ساخته شده است.

بعد از اینکه ماهیت مرکب اتمها و هسته‌ها روشن شد، تعداد ذرات بنیادی شناخته شده یکباره کاهش پیدا کرد؛ این تعداد بعد از آن به‌طور مداوم زیاد شده و امروز در همان حدودی است که در اوایل قرن بود. الکترونها، میونها، نوترونها، پروتونها، نوترونها، هیپرونها، پیونها، کائونها و بسیاری ذرات دیگر، جای اتمها را گرفته‌اند. قبلاً توضیح داده‌ایم که این ذرات به چه معنایی بنیادی‌اند.

فعلاً، یک نظریهٔ اساسی برای ذرات بنیادی وجود ندارد. اینکه نظریه‌های آینده به چه شکلی خواهند بود، هرکس حدسی می‌زند؛ اما مسلم است که برای عرض اندام این نظریه‌ها میدان وسیعی وجود دارد.

مسائل

۱. الف) نوع استدلال و انواع اندازه‌گیریهایی را که به انتساب وزنهایی معین به اتمها و مولکولها منجر شدند، بررسی کنید و به اختصار شرح بدهید.

ب) در سال ۱۸۱۵ پروت پیشنهاد کرد که ممکن است تمام عناصر ترکیباتی از هیدروژن باشند، که در این صورت هیدروژن مادهٔ اولیه‌ای است که همه چیز از آن ساخته شده است. چه چیزی ممکن است او را به این فرضیه رسانده باشد، و چرا این طرح او در قرن نوزدهم رد شد؟

۲. بسیاری از اتمها (یا در واقع هسته‌ها)، به‌طور خودبه‌خودی واپاشیده می‌شوند، و این واپاشی معمولاً از طریق گسیل یک الکترون یا یک ذرهٔ آلفا، که چیزی جز هستهٔ هلیم نیست، صورت می‌گیرد. این پدیده همان پرتو زایی است که نخستین بار آن را هنری بکرل در ۱۸۹۶ کشف کرد.^۱ آهنگ واپاشی از یک قانون آماری پیروی می‌کند، که مطابق آن از N_i اتم که در آغاز موجودند، در لحظهٔ t ، $N(t) = N_i \exp(-\lambda t)$ باقی خواهند ماند. ثابت λ که آهنگ واپاشی را بیان می‌کند، یک مشخصهٔ اتم (هسته) است. زمان T که لازم است تا نیمی از اتمهای اولیه واپاشیده شوند،

هستیم که مکانیک کوانتومی، حقیقت نهایی است؟ چه چیزی برای کشف کردن در فیزیک باقی مانده است؟

مؤلف خوشوقت است که می‌تواند خیال خواننده را در مورد این پرسشها راحت کند: هرگز نمی‌توانیم بدانیم که یک نظریه "حقیقت نهایی" است یا نه. این را هم هیچ‌وقت نمی‌دانیم که "چه چیزی برای کشف کردن باقی مانده است"؛ احتمالاً خیلی چیزها باقی مانده است چون همان‌طور که قبلاً گفته‌ایم، مسلماً هنوز نظریهٔ جامعی دربارهٔ تمام پدیده‌هایی که در طبیعت رخ می‌دهند، نداریم. بسیاری چیزها آموخته‌ایم ولی چیزهای بیشتری برای آموختن باقی است و یکی از دلایل جالب بودن علم فیزیک همین است. خواننده نباید نگران باشد که دیرتر از آن به دنیا آمده است که در فیزیک چیزی برای کشف کردن باقی مانده باشد.

سعی می‌کنیم این پرسشها را با دقت بیشتری پاسخ بدهیم. اصول کلی مکانیک کوانتومی "درست" اند، به این معنی که هیچ شاهد تجربی علیه آنها وجود ندارد، در عوض شواهد بسیار زیادی هست که می‌توان از این اصول برای پیشگوییهای موفق استفاده کرد.

این شواهد مثبت، در زمینهٔ الکتروپوینامیک کوانتومی که نظریهٔ بنیادی اتم، مولکول، تابش الکترومغناطیسی، و مادهٔ کپه‌ای (به‌صورتی که در کرهٔ زمین می‌شناسیم) است، بسیار قانع‌کننده‌اند. همان‌طور که قبلاً گفتیم در این قلمرو، هیچ نظریهٔ کلاسیکی بنیادی وجود نداشت؛ ولی حالا نظریهٔ بسیار موفقی در اختیار داریم. یعنی اینکه معتقدیم حقایق بنیادی‌ای را می‌دانیم که برحسب آنها می‌توانیم پدیده‌هایی مثل ابررسانایی و ابرشارگی را توضیح بدهیم. البته تاکنون کسی نتوانسته است این دو پدیده را واقعاً به‌صورت کمی از روی اصول اولیه توضیح بدهد. دانستن اصول اولیه یک چیز است و توضیح پدیده‌های پیچیده‌ای که شامل تعداد زیادی ذره‌اند چیز دیگر. این اصول اولیه را می‌پذیریم به این دلیل که می‌توانیم رفتار سیستمهای ساده‌ای را که از تعداد نسبتاً کمی ذره تشکیل شده‌اند (مانند اتمهای منفرد و مولکولهای ساده)، توضیح بدهیم. ولی ما از نظر ریاضی چندان مجهز نیستیم، هرچه وضعیت پیچیده‌تر باشد، پیشگویی کمی هم دشوارتر می‌شود، اگرچه می‌توانیم یک درک کیفی کلی از پدیده‌ها داشته باشیم. به جرأت می‌توان پیش‌بینی کرد که در فیزیک همواره مسائلی با این‌گونه مشکلات وجود خواهند داشت، و برای ارائهٔ نظرات هوشمندانه‌ای که بر این اشکالات فائق شوند نیز همیشه فرصت خواهد بود. از یک دیدگاه بنیادی، شاید الکتروپوینامیک موضوع تقریباً خاتمه‌یافته و "بسته"‌ای باشد، ولی مسلماً به آن معنی که تمام نتایج ممکن از نظریه استنتاج شده باشند، "بسته" نیست.

1. H. Becquerel, "Sur les radiations invisibles émises par les corps phosphorescents," *Comptes Rendus* **122**, 501 (1896).

عقل سلیم تعارضی ندارد (یعنی با تجربه شما در قلمرو پدیده‌های ماکروسکوپیک تناقضی ندارد)، تعداد فوتونهایی را که در یک ثانیه از چشمه نوری به شدت ۱ شمع گسیل می‌شوند حساب کنید. برای سهولت فرض می‌کنیم نور گسیل شده زرد و طول موج آن 5600 \AA است. چشمه‌ای که شدت آن ۱ شمع باشد انرژی نورانی را با آهنگ $10^6 \text{ وات گسیل می‌کند}$.

فرض کنید ناظری از فاصله 10^6 متری به یک چشمه نور همسانگرد با شدت ۱ شمع نگاه می‌کند. تعداد فوتونهایی را که در هر ثانیه به یک چشم او وارد می‌شوند حساب کنید؛ فرض کنید قطر مردمک ورودی چشم 4 mm باشد. به دلیل آنکه تعداد فوتونها این اندازه زیاد است، حتی اگر شار نورانی که به چشم می‌رسد برحسب استانداردهای ماکروسکوپیک کوچک باشد، "سوسوزنی" در چشمه مشاهده نمی‌شود.

۷. می‌دانیم که ستاره‌ها "چشمک" می‌زنند. برای آنکه بفهمیم این پدیده جلوه‌ای از ماهیت کوانتومی نور است یا نه، تعداد فوتونهایی را که هنگام نگاه کردن به یک ستاره قدر اول به چشم ناظر وارد می‌شوند برآورد کنید. چنین ستاره‌ای در سطح زمین شاری در حدود 10^{-6} لومن بر متر مربع ایجاد می‌کند. یک لومن در بیشینه طول موج مرئی که تقریباً 5560 \AA است، متناظر با $16 \times 10^6 \text{ وات}$ است. ستارگان قدر اول ستارگان کاملاً روشنی هستند که اگر در میان ستارگان بسیار روشن واقع نشده باشند، با چشم غیرمسلح نیز به راحتی دیده می‌شوند. ستاره دبران نمونه‌ای از ستارگان قدر اول است.

فرض کنید در هر ثانیه N فوتون به چشم ناظر وارد می‌شود. متوسط افت و خیز در این عدد چقدر است؟ پس از تعیین N ، بگویید که چه توضیحی برای چشمک زدن ممکن است؟ چرا سیارات کمتر چشمک می‌زنند و یا اصلاً نمی‌زنند؟

۸. (الف) قانون جابه‌جایی وین را در نظر بگیرید و فرض کنید یک تابشگر جسم سیاه داریم که در دمای 2500 K نگه داشته شده است. طول موجی را که به ازای آن گسیل جسم بیشینه است، از روی قانون وین، برحسب آنگستروم حساب کنید. آیا این طول موج در ناحیه مرئی واقع شده است؟

(ب) قانون جابه‌جایی وین را از فرمول پلانک، (الف) به دست بیاورید.

(ج) براساس قانون تابش پلانک (الف) نشان دهید که آهنگ کل گسیل تابش از یک تابشگر جسم سیاه (یعنی با منظور کردن همه بسامدها) متناسب است با توان چهارم دمای T .

۹. در بحث تاریخی خود از قانون تابش جسم سیاه، گفتیم که پلانک

نیم عمر نام دارد. به روشنی دیده می‌شود که $T = (1/\lambda) \ln 2$ است. (الف) نشان بدهید که اگر فرض کنیم هر اتم مستقل از اتمهای دیگر واپاشیده می‌شود، و همچنین فرض کنیم برای اتمی که تا لحظه t باقی مانده است، احتمال واپاشی در فاصله زمانی $(t, t + \Delta t)$ ، مستقل از t است، قانون فوق را می‌توان نتیجه گرفت.

(ب) در واپاشی اتم رادیم ذره آلفا گسیل می‌شود. اگر این ذره آلفا به یک صفحه سولفید روی برخورد کند، در نقطه برخورد یک درخش نور به وجود می‌آید (سوسوزنی). به این ترتیب می‌توان مستقیماً تعداد ذرات آلفا را که در یک ثانیه از یک گرم رادیم گسیل می‌شود شمرد. هس و لاسون این تعداد را 3.72×10^{10} تعیین کردند. وزن اتمی رادیم ۲۲۶ است. با استفاده از این داده‌ها نیم عمر رادیم را پیدا کنید. (برای برآورد مستقل عدد آوگادرو از اندازه‌گیری با مواد پرتوزا استفاده شده است. در این مسئله جریان معکوس است و ما می‌خواهیم نیم عمر رادیم را تعیین کنیم.)

۳. قسمتهای متحرک ساعت مچی "کوچک" اند. برآورد معقولی از بزرگی پارامترهای فیزیکی که یک ساعت مچی "نوعی" را مشخص می‌کنند، به دست بیاورید، و براساس معیار کلی که در بخش ۲ ارائه شد، نشان بدهید که مکانیک کوانتومی به هیچ وجه در ساعت‌سازی به کار نمی‌آید.

۴. مطابق مسئله پیش، یک مدار الکتریکی فشرده را در نظر بگیرید که متشکل از یک خازن به ظرفیت 100 pF ($10^0 \mu\text{F}$) و یک القای 1 mH است. فرض کنید نوسانات مدار طوری است که بیشینه ولتاژ در خازن 1 mV است. سعی کنید یک کمیت "طبیعی" فیزیکی پیدا کنید که بعد "کنش" داشته باشد، و این کمیت را برحسب واحد ثابت پلانک h حساب کنید.

۵. آنتن یک فرستنده، تابشی (امواج رادیویی) با بسامد 1 Mc/sec و با آهنگ 1 kW گسیل می‌کند. تعداد فوتونهایی که در هر ثانیه گسیل می‌شوند چقدر است؟ بزرگی این عدد نشان می‌دهد که چرا هنگام بررسی تابش از آنتنها، ماهیت کوانتومی تابش الکترومغناطیسی مستقیماً ظاهراً نمی‌شود.

این مثال و نمونه‌هایی که در مسائل ۳ و ۴ آمده‌اند، به خاطر نامعقول بودن مقادیر عددی‌شان مضحک‌اند. ما در بقیه این کتاب، مکانیک کوانتومی را در مورد مسائلی که آشکارا ماکروسکوپیک‌اند به کار نخواهیم برد. اما به هر حال بد نیست یکبار مسائلی از این نوع را حل کنید، البته تنها برای اینکه به نامعقول بودن آنها پی ببرید.

۶. برای اینکه ببینید این حکم که تابش الکترومغناطیسی به صورت بسته‌هایی است با انرژی $E = h\nu$ که در آن ν بسامد است، با

توصیه می‌شود. چنین مقالاتی احتمالاً علاقه خواننده را برمی‌انگیزند و باعث می‌شوند به مطالعه و تحقیق شخصی رو بیاورد. تا جایی که معلومات خواننده اجازه می‌دهد، باید سعی کند مقاله‌های اصیل را بخواند، ولی بهتر است در این مرحله از خواندن مطالب بسیار فنی یا از لحاظ ریاضی پیچیده خودداری کند.

۲. ممکن است خواننده علاقه‌مند باشد بخشهای خاصی از بعضی کتابهای مربوط به فیزیک کوانتومی را مطالعه کند که توضیحات آنها درباره آزمایشهای ذکر شده، کامل‌تر از این کتاب باشد. ما از بین کتابهای بسیاری که این خاصیت را دارند، چند کتاب زیر را نام می‌بریم:

(الف)

E. Grimsehl and R. Tomaschek: *A Textbook of Physics*, vol V, *Physics of the Atom* (Blackie and Son Limited, London, 1945).

(ب)

G. P. Harnwell and J. J. Livingood: *Experimental Atomic Physics* (McGraw-Hill Book Company, New York, 1933).

۳. کتابهای زیر به بررسی تاریخی پیشرفت فیزیک نوین پرداخته‌اند:

(الف)

M. Jammer: *The Conceptual Development of Quantum Mechanics* (McGraw-Hill Book Company, New York, 1966).

یک اثر عالی، که البته درک کامل آن نیاز به معلومات زیادی درباره مکانیک کوانتومی دارد. آغاز کتاب را که درباره تاریخچه مکانیک کوانتومی بحث می‌کند، می‌توان با معلوماتی در سطح متوسط مطالعه کرد. یکی از خصوصیات با ارزش این کتاب ارجاعهای بسیار آن به مقاله‌های اصیلی است که بسیار دقیق گردآوری شده‌اند.

(ب)

E. Whittaker: *A History of the Theories of Aether and Electricity*, vols. I and II (Harper Torchbooks, Harper and Brothers, New York 1960).

جلد دوم آن درباره پیشرفت مکانیک کوانتومی بحث می‌کند. در این کتابها (و همچنین کتاب یامر) از "باورهای" نادرست نیز صحبت شده است: نظریه‌هایی که زمانی جدی گرفته می‌شدند ولی امروز فراموش شده‌اند.

۴. (الف) یکی از تحلیلهای جالب و عمیق درباره تکامل مکانیک کوانتومی و همچنین نسبیت، توسط آلبرت اینشتین (به زبان آلمانی که به انگلیسی ترجمه شده است) که به صورت زندگینامه شخصی او

در به دست آوردن این قانون فرض کرد که نوسانگر هماهنگ با بسامد ν می‌تواند انرژی را به صورت بسته‌هایی به بزرگی $h\nu$ بگیرد. (توجه دارید که ما در بررسی تاریخی خود سعی نکردیم مسائل را تبیین کنیم، بنابراین، فعلاً الزامی نداریم که بدانیم پلانک چگونه به این نتیجه نهایی رسید.) جالب است ببینیم بین فرض پلانک و فرضی که بور در استنتاج خصوصیات اتم هیدروژن پذیرفت، چه ارتباطی می‌تواند وجود داشته باشد. بنابراین، نکات زیر را در نظر بگیرید: یک نوسانگر هماهنگ به جرم m و ثابت فنر K ، مطابق با فرض پلانک رفتار می‌کند. این یعنی که انرژی نوسانگر تنها می‌تواند به اندازه مضارب درست $h\nu$ تغییر کند که ν بسامد نوسانگر است. اکنون متغیرکنش $J = \pi q_0 p_0$ را معرفی می‌کنیم که q_0 بیشینه جابه‌جایی جرم نقطه‌ای نوسان‌کننده، و p_0 بیشینه تکانه است.

(الف) در یک حالت مشخص نوسان، J مقدار معینی دارد. اگر انرژی نوسانگر مطابق قاعده پلانک تغییر کند، تغییرات مجاز متناظر در متغیرکنش J چگونه خواهد بود؟ نتیجه‌گیری خود را با بحث بخش ۵۱ مقایسه کنید.

(ب) فرض کنید نموداری رسم کنیم که رفتار نوسانگر را نشان بدهد. جابه‌جایی لحظه‌ای $q(t)$ تکانه لحظه‌ای $p(t)$ را به عنوان مختصات صفحه نمودار انتخاب می‌کنیم. با گذشت زمان، نقطه $[q(t), p(t)]$ یک منحنی پیوسته رسم می‌کند. این منحنی را پیدا کنید، شکل آن را بکشید و یک تعبیر هندسی از متغیرکنش J ارائه کنید. صفحه‌ای که در آن q و p به عنوان مختصات به کار رفته‌اند، صفحه فاز نامیده می‌شود، و دو متغیر q و p ، متغیرهای مزدوج یا متغیرهای مزدوج بنیادی خوانده می‌شوند. (ج) انرژی کل E را برحسب q_0 و p_0 ، و همچنین برحسب J و ν بیان کنید.

منابع برای مطالعه بیشتر

۱. در این کتاب فرض بر این است که خواننده تا اندازه‌ای با اصول اساسی فیزیک کوانتومی، در سطحی که این موضوعات در یک کتاب دبیرستانی از قبیل *Physics*, by the Physical Science Study Committee, (D. C. Heath and Company, Boston, 1960).

(به خصوص در قسمت چهارم) بحث می‌شود آشنایی دارد. اگر این‌طور نباشد مطالعه تکمیلی لازم است. در هر کتابخانه‌ای کتابهای خوب و بد نیمه‌همگانی درباره "فیزیک اتمی" وجود دارد که می‌شود به‌هرحال از آنها به‌نحوی استفاده کرد. مقاله‌های مجلاتی نظیر *Scientific American* می‌توانند مفید باشند و خواندن آنها قویاً

نوشته شده و در

Albert Einstein, Philosopher-Scientist, vol I, edited by P. A. Schilpp, (Harper Torchbooks, Harper and Brothers, New York, 1959).

به چاپ رسیده است.

ب) توضیحات خود پلانک درباره تحول اندیشه‌های او در

M. Planck: *A survey of Physical Theory* (Dover Publications, New York, 1960)

ارائه شده است.

۵. در متن این فصل به چندین مقاله اصیل مهم ارجاع شده است. به خواننده قویاً توصیه می‌شود دست‌کم این مقالات را مطالعه کند: بعضی از آنها را می‌توان بدون مشکل زیادی خواند. مجموعه‌هایی از این مقالات و مقالات دیگر بعدها منتشر شده‌اند. ما دو منبع زیر را ذکر می‌کنیم:

(الف)

Great Experiments in Physics, edited by M. H. Shamos (Holt, Rinehart and Winston, New York, 1962).

ب)

The World of the Atom, edited by H. A. Boorse and L. Motz, vols. I. and II, (Basic Books, Inc., New York, 1966).

این کتاب مجموعه بسیار کاملی است همراه با توضیحات ویراستار که سابقه تاریخی و اطلاعاتی درباره زندگی دانشمندان را در اختیار خواننده می‌گذارد. خواندن بعضی از بخشهای این کتابها را قویاً توصیه می‌کنیم.

۶. بسیاری از کشفیات تجربی و ایده‌های نظری که در این کتاب

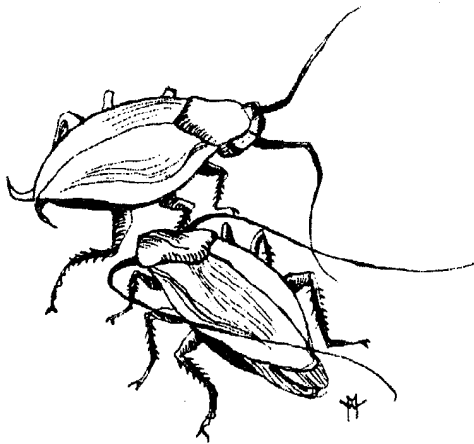
مورد بحث قرار گرفته‌اند در زمان خود به جایزه نوبل منجر شده‌اند. از دریافت کنندگان این جوایز خواسته شده که یک سخنرانی نسبتاً غیرفنی درباره آن کار در استکهلم ارائه کنند. فشرده این مقالات را همراه با شرح کوتاهی درباره کار برندگان جایزه، می‌توان در این کتاب یافت:

N. H. de V. Heathcote: *Nobel Prize Winners in Physics 1901-1950*, (Henry Schuman, New York, 1953).

مرتبه بزرگی کمیتهای فیزیکی در فیزیک کوانتومی

یکاهای و ثابتهای فیزیکی

۱. یکی از هدفهای این فصل آن است که به خواننده احساسی از مرتبه بزرگی کمیتهای گوناگون در قلمرو فیزیک کوانتومی بدهد. بسیاری از کمیتهای مهم فیزیکی مانند بار الکترون، جرم، ثابت پلانک و غیره، وقتی با یکاهای معمول ماکروسکوپیکی بیان می‌شوند، مقادیر عددی ناجور و غریبی دارند، زیرا بسیار کوچک‌اند. درک مستقیم این معنی که ثابت پلانک مقداری برابر $h = 6.6 \times 10^{-27} \text{ erg sec}$ دارد بسیار دشوار است. بنابراین، مطالعه مشروح اینکه چگونه این ثابتها در فیزیک ظاهر می‌شوند، و معنی واقعی مقادیر عددی آنها چیست، بسیار اهمیت دارد.^۱ هر حوزه فیزیک برای کمیتهای فیزیکی خود یکاهایی "طبیعی" دارد، یعنی هنگامی که کمیتهای فیزیکی برحسب این یکاهای طبیعی بیان می‌شوند مقادیر عددی آنها معقول و منطقی است، به این لحاظ که معنی آنها را به راحتی می‌توان درک کرد. ممکن است این مقادیر عددی در گستره 10^{-6} تا 10^6 تغییر کنند. اما به اعدادی نظیر 10^{-27} - 10^0 برنخواهیم خورد. یکاهای ماکروسکوپیکی متداول (در دستگاه MKS) به خصوص برای پدیده‌هایی فیزیکی که به طور روزمره با آنها سروکار داریم مناسب‌اند و بر پایه استانداردهای ماکروسکوپیکی سهل الوصول بنا شده‌اند. اشاره می‌کنیم که این یکاهای در واقع یکاهای بشری‌اند؛ بدون شک یکاهایی مثل متر، کیلوگرم، و ثانیه، به خصوصیات بشر مربوط‌اند. دستگاه یکاهای به اصطلاح "علمی" یا CGS بیشتر براننده جانوران کوچکی مانند سوسک است! ما سعی خواهیم کرد که بحثمان مستقل از استانداردهای اختیاری دستگاه بشری و دستگاه سوسکی باشد و نیز خواهیم کوشید



یکاهای طبیعی حوزه‌های گوناگون فیزیک کوانتومی را بشناسیم.

۲. مطلب را با فهرست کردن بعضی از ثابتهای فیزیکی در یک جدول آغاز می‌کنیم. این ثابتها عموماً "ثابتهای اساسی میکروفیزیک" خوانده می‌شوند اما در حقیقت هیچ چیز بنیادی در مورد اعداد جدول الف وجود ندارد، چرا که استانداردهای ماکروسکوپیکی اختیاری و "اتفاقی" اند. معنی این جمله آن نیست که این فهرست بی‌اهمیت است.

۱. در انجام این کار، گاهی بحث مشروح تری را که بعداً خواهد آمد مورد استفاده قرار خواهیم داد. در مواردی که خواننده با فرازهایی برخورد می‌کند که اکنون گنگ به نظر می‌رسند، نباید چندان اهمیتی بدهد؛ با پیشرفت در این درس، او باید بارها به این فصل مراجعه کند. امید می‌رود که اکثر خوانندگان از پیش تا اندازه‌ای با موضوعات بحث ما آشنایی داشته باشند.

جدول ۲ الف. بعضی ثابتهای فیزیکی

ثابت پلانک:	$h = 2\pi\hbar = (6.62559 \pm 0.00015) \times 10^{-27} \text{ erg sec}$
	$\hbar = h/2\pi = (1.05449 \pm 0.00003) \times 10^{-27} \text{ erg sec}$
سرعت نور:	$c = (2.997925 \pm 0.000001) \times 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}$
بار الکترون:	$e = (4.80298 \pm 0.00006) \times 10^{-10} \text{ esu}$ $= (1.60210 \pm 0.00002) \times 10^{-19} \text{ coul}$
جرم الکترون:	$m = (9.10908 \pm 0.00013) \times 10^{-28} \text{ gr}$
جرم پروتون:	$M_p = (1.67252 \pm 0.00003) \times 10^{-24} \text{ gr}$
عدد آووگادرو:	$N_0 = (6.02252 \pm 0.00009) \times 10^{23} \text{ (mol)}^{-1}$
ثابت بولتزمن:	$k = (1.38054 \pm 0.00006) \times 10^{-16} \text{ erg(K)}^{-1}$

۳. تعریف عدد آووگادرو احتیاج به بحث دارد. در گذشته هنگامی که شیمیدانها اوزان اتمی را جدول بندی می کردند، مقیاسی به کار بردند که در آن طبق تعریف، وزن اتمی اکسیژن به شکلی که در طبیعت وجود دارد، درست برابر ۱۶ می شد. به این ترتیب، مثلاً وزن اتمی هیدروژن، به صورت زیر تعریف می شد

(وزن اتمی هیدروژن)

$$(3\text{الف}) = 16 \times \frac{(\text{جرم "اتم" هیدروژن})}{(\text{جرم "اتم" اکسیژن})}$$

کلمه "اتم" به این دلیل با گیومه مشخص شده است که وزن "اتم" همواره به شکلی از عنصر اشاره دارد که در طبیعت یافت می شود. شیمیدانها وزنه های اتمی را به صورتی که در معادله (۳الف) تعریف شده است، از طریق عمل توزین دقیق تعیین می کنند؛ برای مثال آنها مقدار هیدروژنی را تعیین می کنند که با ۱۶ گرم اکسیژن، به صورتی که در طبیعت وجود دارد، ترکیب می شود تا بدون اضافه ماندن چیزی، آب به وجود بیاید. وزن اتمی هیدروژن نصف عدد حاصل خواهد بود.

وزنه های اتمی که از این طریق توسط شیمیدانها به دست می آیند، وزن اتمی در مقیاس شیمیایی خوانده می شوند. وزن اتمی بسیاری از عناصر نزدیک به عدد صحیح است اما استثناهای قابل توجهی نیز وجود دارند؛ به عنوان مثال، وزن اتمی کربن ۱۲.۰۱۱ است.

۴. همان طور که می دانید قسمت عمده جرم اتم در هسته متمرکز شده است. هسته از پروتون و نوترون ساخته شده است. مجموع تعداد پروتونها و نوترونها عدد جرمی هسته نام دارد؛ این عدد صحیح را معمولاً با A نشان می دهند. تعداد پروتونها را عدد اتمی هسته می نامند و آن را با Z نمایش می دهند. پس بار هسته eZ است و در آن e بار بنیادی است. تقریباً تمام خواص شیمیایی یک اتم منحصرأ با بار هسته تعیین می شوند و بنابراین Z یک مشخصه عنصر شیمیایی است. معلوم شده است که گروه های متعددی از هسته ها وجود دارند که بار یکسان ولی عدد جرمی مختلف دارند و این هسته های گوناگون ایزوتوپهای مختلف یک عنصر را تشکیل می دهند. فرق ایزوتوپها در تعداد نوترونهایشان است. جرم پروتون تقریباً برابر جرم نوترون است و جرم تمام هسته ها تقریباً متناسب است با عدد جرمی A . توضیح غیر صحیح بودن چشمگیر وزنه های اتمی این است که بسیاری از عناصر شیمیایی، به شکل موجود در طبیعت، مخلوطی از دو یا چند ایزوتوپ مختلف اند که در این صورت "وزن اتمی" شیمیایی عناصر، آنچنانکه شیمیدان آن را

همین که استانداردهای ماکروسکوپیکی را برگزیدیم، طبعاً می خواهیم پارامترهای اساسی فیزیک کوانتومی را به آنها مربوط کنیم، و منظور از فهرست همین است.

در اینجا خطاهای برآورده شده برای این ثابتها نیز ذکر شده اند تا خواننده تصویری از میزان دقت اندازه گیری آنها داشته باشد. در سطح این کتاب تقریباً هرگز به محاسبه ای برنخواهیم خورد که برای آن به کار بردن دقتی بیش از دقت خط کش محاسبه — در حدود ۲ درصد — در هر ضرب یا تقسیم ضروری باشد. خواننده همچنین باید یاد بگیرد که برآوردهای ساده ای به عمل بیاورد، از برآورد خود مرتبه بزرگی گرفته تا برآوردهایی با دقت ده درصد. در پشت جلد این کتاب جدولی دیده می شود که در آن مقادیر بسیار تقریبی مهم ترین ثابتها آمده است. خوب است که این مقادیر را به خاطر بسپارید. در پیوست کتاب جدولهای مفصل تری از داده های فیزیکی آمده است.

جدول ۴ الف. ایزوتوپ‌های طبیعی چند عنصر سبک

درصد فراوانی طبیعی	جرم اتمی	ایزوتوپ A	Z	عنصر
۹۹٫۹۸۵	۱٫۰۰۷۸۲۵	۱	۱	H
۰٫۰۱۵	۲٫۰۱۴۱۰	۲		
۰٫۰۰۰۱۳	۳٫۰۱۶۰۳	۳	۲	He
۱۰۰	۴٫۰۰۲۶۰	۴		
۷٫۴۲	۶٫۰۱۵۱۳	۶	۳	Li
۹۲٫۵۸	۷٫۰۱۶۰۱	۷		
۱۰۰	۹٫۰۱۲۱۹	۹	۴	Be
۱۹٫۶	۱۰٫۰۱۲۹۴	۱۰	۵	B
۸۰٫۴	۱۱٫۰۰۹۳۱	۱۱		
۹۸٫۸۹	۱۲٫۰۰۰۰۰۰	۱۲	۶	C
۱٫۱۱	۱۳٫۰۰۳۳۵	۱۳		
۹۹٫۶۳	۱۴٫۰۰۳۰۷	۱۴	۷	N
۰٫۳۷	۱۵٫۰۰۰۱۱	۱۵		
۹۹٫۷۵۹	۱۵٫۹۹۴۹۱	۱۶	۸	O
۰٫۰۳۷	۱۶٫۹۹۹۱۴	۱۷		
۰٫۲۰۴	۱۷٫۹۹۹۱۶	۱۸		
۱۰۰	۱۸٫۹۹۸۴۰	۱۹	۹	F
...
۹۵٫۰	۳۱٫۹۷۲۰۷	۳۲	۱۶	S
۰٫۷۶	۳۲٫۹۷۱۴۶	۳۳		
۴٫۲۲	۳۳٫۹۶۷۸۶	۳۴		
۰٫۰۱۴	۳۵٫۹۶۷۰۹	۳۶		
۷۵٫۵۳	۳۴٫۹۶۸۸۵	۳۵	۱۷	Cl
۲۴٫۴۷	۳۶٫۹۶۵۹۰	۳۷		
...

عنصر، به صورت زیر انجام می‌گیرد

(نماد شیمیایی) A یا (نماد شیمیایی) Z^A

اکسیژن موجود در طبیعت مخلوطی از سه ایزوتوپ پایدار ^{16}O ، ^{17}O ، و ^{18}O است که ^{16}O با فراوانی نسبی ۹۹٫۷۵۹ درصد، بخش عمده آن را تشکیل می‌دهد.

۱. اینکه یک عنصر شیمیایی می‌تواند از ایزوتوپ‌های مختلف تشکیل شده باشد، توسط ج، ج، نامسون به‌نحو قاطعی به اثبات رسیده است.

[J. J. Thomson, "Rays of Positive Electricity," *Proceedings of the Royal Society (London, Series A)* 89, 1 (1913).]

جدول ۳ الف. وزن‌های اتمی (جرم‌های اتمی) سبک‌ترین عناصر^۱

عنصر	Z	وزن اتمی
H	۱	۱٫۰۰۷۹۷
He	۲	۴٫۰۰۲۶
Li	۳	۶٫۹۳۹
Be	۴	۹٫۰۱۲۲
B	۵	۱۰٫۸۱۱
C	۶	۱۲٫۰۱۱۱۵
N	۷	۱۴٫۰۰۰۶۷
O	۸	۱۵٫۹۹۹۹۴
F	۹	۱۸٫۹۹۸۴
Ne	۱۰	۲۰٫۱۸۳
Na	۱۱	۲۲٫۹۸۹۸
Mg	۱۲	۲۴٫۳۱۲
Al	۱۳	۲۶٫۹۸۱۵
Si	۱۴	۲۸٫۰۸۶
P	۱۵	۳۰٫۹۷۳۸
S	۱۶	۳۲٫۰۶۴
Cl	۱۷	۳۵٫۴۵۳
A	۱۸	۳۹٫۹۴۸

۱. فهرست کامل عناصر را در جدول ج در پیوست ببینید.

اندازه‌گیری می‌کند، میانگین اوزان اتمی ایزوتوپ‌های مختلف است.^۱ به تجربه معلوم شده است که فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های گوناگون درآمیزه ایزوتوپی یک عنصر، در تمام نقاط کره زمین، تقریباً یکسان است. به‌علاوه، ایزوتوپ‌های مختلف در عمل خواص شیمیایی یکسانی دارند و به‌همین جهت جدا کردن آنها از یکدیگر به‌طریق "شیمیایی" تقریباً غیرممکن است. اگر چنین نبود، جدول‌هایی که شیمیدانها برای اوزان اتمی تهیه کرده‌اند ارزشی نداشتند.

۵. وقتی شیمیدان معادله‌ای برای یک واکنش شیمیایی می‌نویسد، نمادهایی نظیر H (هیدروژن)، Li (لیتیم)، Fe (آهن) و غیره را برای معرفی عناصر شیمیایی — به‌همان شکلی که در طبیعت موجودند و ممکن است مخلوطی از ایزوتوپ‌های گوناگون باشند یا نباشند — به‌کار می‌برد. اما از نظر فیزیک هسته‌ای دانه‌ها دو ایزوتوپ اکسیژن با اعداد جرمی ۱۶ و ۱۸ دو چیز کاملاً مختلف‌اند و هنگامی که آنها فرمول خود را برای یک واکنش هسته‌ای می‌نویسند مجبورند میان این دو تفاوتی قائل شوند. این کار معمولاً با نوشتن ارقامی در بالا و پایین نماد

ج) حاصلضرب N_0 در بار الکترون e ، ثابت فاراده (F) را به دست می‌دهد:

$$N_0 e = F = 96487 \text{ coul (mol)}^{-1} \quad (د۷)$$

این ثابت عبارت است از کل بار یک مول از یونهای تک‌بار.

۸. اکنون راجع به ثابت پلانک گفتگو می‌کنیم. همان‌طور که جدول ۲ الف نشان می‌دهد، این ثابت به دو صورت ظاهر می‌شود که با h و \hbar نمایش داده می‌شوند (نماد \hbar ، خوانده می‌شود: "h-بار") هر دو عدد "ثابت پلانک" نامیده می‌شوند و معمولاً هر دو مورد استفاده قرار می‌گیرند، گرچه شاید بتوان گفت که \hbar ثابت "بهتری" است. دلیل اینکه هر دو ثابت به کار می‌روند آن است که نوشتن \hbar از نوشتن مکرر عامل 2π ، که در صورت استفاده از نماد h ، در بسیاری از فرمولها ظاهر می‌شود، راحت‌تر است، یعنی به همان دلیل که "بسامد" به دو صورت نوشته می‌شود.

ما در این کتاب بسامد را که عبارت است از تعداد دفعات تکرار یک پدیده تناوبی در واحد زمان و یا تعداد دور بر واحد زمان، با حرف ν نشان می‌دهیم. برای نمایش سرعت زاویه‌ای از حرف ω استفاده می‌کنیم و آن را بر حسب رادیان بر واحد زمان، یا به‌طور ساده بر حسب ۱ بر واحد زمان اندازه می‌گیریم. مطابق رابطه زیر به هر بسامد ν یک سرعت زاویه‌ای ω وابسته می‌کنیم

$$\omega = 2\pi\nu \quad (الف۸)$$

که از آن نتیجه می‌شود

$$\hbar\omega = h\nu \quad (ب۸)$$

هر دو طرف این معادله، انرژی یک فوتون با بسامد ν را می‌دهند. باید توجه داشت که کمیت ω نیز معمولاً "بسامد" یا بسامد زاویه‌ای خوانده می‌شود.

برای طول موج نیز نمادگذاری مشابهی به کار می‌رود. طول موج واقعی که دوره یک پدیده تناوبی در بُعد مکانی است، با حرف λ مشخص می‌شود. به هر طول موج λ ، یک کمیت λ طبق رابطه زیر مربوط می‌کنیم

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (ج۸)$$

۶. امروز فیزیکدانها و شیمییدانها استاندارد تازه‌ای برای اوزان اتمی پذیرفته‌اند که مبتنی بر جرم ایزوتوپ کربن ^{12}C است. به اتم (و نه هسته) این ایزوتوپ کربن جرمی دقیقاً ۱۲ برابر واحد جرم اتمی یا به‌طور خلاصه ۱۲ amu نسبت داده می‌شود. این قرارداد که ما نیز آن را می‌پذیریم، مقیاس جدیدی برای جرم اتمی به دست می‌دهد.

$$1 \text{ amu} = \frac{1}{12} ({}^{12}\text{C} \text{ اتم}) \\ = (1.66043 \pm 0.00002) \times 10^{-24} \text{ gr (الف۶)}$$

عدد آووگادرو، N_0 ، به صورت تعداد اتمهای موجود ۱۲ گرم از ایزوتوپ خالص ^{12}C تعریف می‌شود و این همان عددی است که در جدول ۲ الف آمده است.

براساس این مقیاس جدید، وزن اتمی اکسیژن موجود در طبیعت ۱۵٫۹۹۹۴ خواهد بود. این عدد به ۱۶، یعنی به وزن اتمی اکسیژن در مقیاس شیمیایی قدیم، بسیار نزدیک است. بنابراین برای بیشتر مقاصد عملی، از اختلاف بین این مقیاس با مقیاس شیمیایی قدیم چشم‌پوشی می‌شود.

۷. عدد آووگادرو (N_0) حلقه‌ای است که میکروفیزیک را به ماکروفیزیک ارتباط می‌دهد. برای توضیح این ارتباط چند کمیت را که N_0 در آنها دخالت دارد، ذکر می‌کنیم:

الف) جرم پروتون 1.0073 amu و جرم اتم هیدروژن خنثی (ایزوتوپ ^1H) برابر 1.0078 amu است. بنابراین حاصلضرب عدد آووگادرو در جرم پروتون (M_p)، برابر است با

$$N_0 M_p = 1.0073 \text{ gr} \quad (الف۷)$$

که به ۱ gr بسیار نزدیک است. پس در محاسبات تقریبی داریم

$$\frac{1}{N_0} \text{ gr} \cong (\text{جرم اتم هیدروژن}) \cong (\text{جرم پروتون}) \quad (ب۷)$$

ب) حاصلضرب N_0 در ثابت بولتزمن (k)، ثابت عمومی گاز (R) را به دست می‌دهد:

$$N_0 k = R = 8.314 \times 10^7 \text{ erg (K)}^{-1} (\text{mol})^{-1} \\ = 1.986 \text{ cal (K)}^{-1} (\text{mol})^{-1} \quad (ج۷)$$

زیرا ثابت بولتزمن، ثابت گاز به ازای هر مولکول است.

به طور خلاصه eV است و آن مقدار انرژی است که یک ذره بنیادی با بار e در عبور از یک اختلاف پتانسیل یک ولتی به دست می‌آورد. از روی مقدار e که در جدول ۲ (الف) آمده است الکترون ولت را می‌توان برحسب ارگ بیان کرد

$$1\text{eV} = (1.60210 \pm 0.00002) \times 10^{-12} \text{ erg (الف ۱۱)}$$

علاوه بر الکترون ولت، یکاهای مشتق شده از آن نیز به کار می‌روند

$$1\text{keV} = 1000\text{eV}, \quad 1\text{MeV} = 10^6\text{eV}, \\ 1\text{GeV} = 10^9\text{MeV} = 10^9\text{eV} \quad (\text{ب ۱۱})$$

که در آن keV مخفف کیلو الکترون ولت، MeV مخفف میلیون الکترون ولت، و GeV مخفف میلیارد الکترون ولت است. الکترون ولت بیشتر برای فیزیک اتمی مناسب است، چون انرژیهای بستگی اتمی از مرتبه eV اند، در حالی که MeV در فیزیک هسته‌ای مفید است چون انرژیهای بستگی هسته‌ای از مرتبه MeV اند. GeV در مباحث مربوط به برهم‌کنشهای ذرات بنیادی در انرژیهای بسیار بالا به کار می‌رود.

۱۲. در فصل ۱ راجع به نقش اساسی ثابتهای c و \hbar گفتگو کردیم. این ثابتها در فیزیک کوانتومی نسبتی آنقدر اساسی‌اند که در این مبحث غالباً، دستگاه یکاهایی به کار گرفته می‌شود که در آن $\hbar = 1$ و $c = 1$ است؛ ثابتهای c و \hbar بدون بعد و برابر یک‌اند. ممکن است خواننده تصور کند که چنین تعریفی با مفهوم بعد فیزیکی مغایرت دارد. اما باید دانست که انتساب بعد به کمیتهای مختلف فیزیکی، امری است اختیاری و کاملاً قراردادی. به عبارت دقیق‌تر، تنها کمیتهای فیزیکی که مستقیماً قابل مقایسه‌اند، یعنی کمیتهایی که می‌توان آنها را مستقیماً نسبت به هم سنجید، "بعد فیزیکی" یکسانی دارند، سایر انتسابها بر مبنای روابطی‌اند که بین کمیات فیزیکی برقرارند و ما آنها را اساسی می‌دانیم. به دلیل سرشت بنیادی سرعت نور، در صورت تمایل می‌توانیم مسافت x ، و زمان t را با رابطه $x = ct$ به هم مربوط کنیم و به این ترتیب مسافت و زمان را برحسب یک یکان اندازه بگیریم. عملاً این همان کاری است که اخترشناسان در اندازه‌گیری فاصله‌ها برحسب سال نوری انجام می‌دهند.

قراردادن $\hbar = c = 1$ ، به فرمولهای واضح، ساده و زیبایی منجر می‌شود و ما گاهی از این امکان بهره خواهیم گرفت. مؤلف بسیار مایل بوده است که در سراسر کتاب پیوسته از روابط $\hbar = c = 1$ استفاده کند؛ که در واقع کار غلطی هم نبود، ولی، ممکن بود این کار

برای یک موج تکفام که با سرعت c منتشر می‌شود، داریم

$$\lambda\nu = \chi\omega = c \quad (\text{د ۸})$$

خواننده باید این قراردادهای پذیرفته شده را به دقت بیاموزد.

۹. طول موج یک موج غالباً برحسب معکوس آن $\tilde{\nu} = 1/\lambda$ بیان می‌شود که عدد موج نام دارد. این بیان در طیف‌نمایی نوری بسیار به کار می‌رود. یکای عدد موج cm^{-1} است. برای یک موج نوری در خلأ داریم

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} \quad (\text{الف ۹})$$

که در آن ν بسامد است. عدد موج با بسامد متناسب است اما نباید این دو را با یکدیگر اشتباه کرد. اشاره می‌کنیم که در ناحیه اپتیکی، طول موج و عدد موج را می‌توان با دقت زیاد اندازه‌گیری کرد؛ خیلی دقیق‌تر از اندازه‌گیری سرعت نور. پس در این ناحیه، عدد موج بهتر از بسامد متناظرش تعیین می‌شود. از طرف دیگر در ناحیه میکروموج بسامد را می‌توان با دقت زیاد اندازه گرفت و در این ناحیه بسامد خیلی بهتر از عدد موج یا طول موج متناظرش تعیین می‌شود.

۱۰. در فصل ۱ چند روش را ذکر کردیم که از طریق آنها می‌توان ثابتهای اساسی را اندازه‌گیری کرد؛ از لحاظ تاریخی، آنها نخستین روشهای اندازه‌گیری این ثابتها بودند. ولی امروز، بهترین مقادیر عددی این ثابتهای اساسی از طریق این اندازه‌گیریها که مفهوم واضح و ساده‌ای دارند به دست نمی‌آیند، و ما این روشهای مستقیم را تنها به این خاطر ذکر کردیم که فوراً روشن شود که این ثابتها دست‌نیافتنی نیستند. بهترین مقادیر، از اندازه‌گیری کمیتهای مشتق شده به دست می‌آیند، یعنی از روابطی که ترکیبهای مختلفی از این ثابتها (و ثابتهای دیگر) را در بر دارند و ما معتقدیم که به طور نظری آنها را به خوبی درک کرده‌ایم. از روی کمیتهای مشتق شده می‌توانیم ثابتهای اساسی را محاسبه کنیم. از آنجا که تعداد کل کمیتهای مشتق شده عملاً از تعداد ثابتهای اساسی بیشتر است، معادلات حاصل "فوق معین" خواهند بود و این امر به ما امکان می‌دهد که سازگاری درونی تمام کمیتهای اندازه‌گیری شده را که برای تعیین این ثابتها مورد نظر داشته‌ایم، ارزیابی کنیم.

انرژی

۱۱. اکنون یکاهایی را که برای توصیف انرژی در میکروفیزیک به کار می‌روند، بررسی می‌کنیم. یکی از مفیدترین این یکاها، الکترون ولت یا

کمیت ستون اول وابسته‌اند، نشان می‌دهد. ستونهای دوم و سوم انرژی E را برحسب eV و erg به دست می‌دهند. ستون هفتم جرم متناظر E/c^2 را برحسب واحد جرم اتمی، amu، ستون هشتم بسامد متناظر، E/h ، را برحسب دور بر ثانیه، و ستون نهم عدد موج، $E/(hc)$ ، را برحسب cm^{-1} می‌دهد. در ستون دهم طول موج وابسته، hc/E ، برحسب آنگستروم آمده است و این تنها کمیتهای است در این جدول که تناسب مستقیم با E ندارد.

۱۵. در شیمی معمولاً برای بیان انرژی از یکاهای کالری، یا به طور خلاصه cal، و کیلوکالری یا به طور خلاصه Cal یا kcal استفاده می‌شود. (اغلب کالری را "کالری کوچک" و کیلوکالری را "کالری بزرگ" می‌خوانند). این یکاها با روابط زیر تعریف می‌شوند

$$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal},$$

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ joule} = 4,186 \times 10^7 \text{ erg}$$

(الف ۱۵)

در اینجا بد نیست انرژی یک اتم یا مولکول منفرد (E) را به انرژی کپهای از همان جسم که شامل N_0 ذره است ($E_{\text{کپ}}$)، ارتباط بدهیم: یعنی به انرژی وابسته به یک اتم گرم یا یک مول. داریم

$$\frac{E_{\text{کپ}}}{E} = N_0 = 23050 \text{ (cal)/(eV)}$$

$$= 9,6487 \times 10^{11} \text{ (erg)/(eV)} \quad (\text{ب } 15)$$

در جدول داخل جلد در ستونهای چهارم و پنجم انرژیهای کپهای برحسب erg/mol و cal/mol آمده‌اند.

۱۶. در بخشهای ۳۱ تا ۳۴ فصل ۱ به اختصار درباره مفهوم گرما و دما بحث کردیم. اشاره کردیم که ثابت بولتزمن (k) در واقع یک عامل تبدیل دما به انرژی است. در واقع، بسیار معمول است که دما برحسب انرژی متناظرش بیان شود و برعکس، که این تناظر بدخواه چنین تعریف می‌شود

$$(\text{دما}) = k \times (\text{انرژی معادل}) \quad (\text{الف } 16)$$

برای چنین تبدیلی، مناسب‌تر است که ثابت بولتزمن به این صورت بیان شود

$$k = 8,617 \times 10^{-5} \text{ (eV)/K}, \quad \frac{1}{k} = 11605 \text{ K/(eV)}$$

(ب ۱۶)

خواننده را در خواندن سایر کتابهای مقدماتی فیزیک کوانتومی دچار مشکلاتی کند، چرا که تقریباً تمامی این کتابها براساس دستگاههای قراردادی MKS یا cgs نوشته شده‌اند. به همین دلیل ما نیز در اکثر موارد از قراردادهای دستگاه یکاهای cgs تبعیت می‌کنیم.

۱۳. اینک می‌خواهیم چند رابطه بین کمیات مختلف فیزیکی را که به سبب وجود ثابتهای متمایز c و \hbar ظاهر می‌شوند، پیدا کنیم. جرم m را در نظر می‌گیریم و به این جرم چند کمیت فیزیکی دیگر را که از m ، \hbar و c ساخته شده‌اند وابسته می‌کنیم و ابعاد قراردادی این کمیتهای را به دست می‌آوریم

$$m = [\text{جرم}] \quad \frac{mc^2}{\hbar} = [\text{زمان}]^{-1}$$

$$mc = [\text{تکانه}] \quad \frac{\hbar}{mc^2} = [\text{زمان}] \quad (\text{الف } 13)$$

$$mc^2 = [\text{انرژی}] \quad \frac{\hbar}{mc} = [\text{طول}]$$

خواننده می‌تواند (با استفاده از قراردادهای دستگاه cgs) درستی این ابعاد را امتحان کند. همه این کمیتهای از طریق ثابتهای \hbar و c "به هم مربوط می‌شوند". برپایه روابط بالا، به هر انرژی می‌توان یک جرم یا یک بسامد و یا یک معکوس طول وابسته و بزرگی آن انرژی را برحسب بزرگی این کمیتهای وابسته بیان کرد.

۱۴. به هر انرژی E ، بسامد E/h ، عدد موج E/hc و جرم E/c^2 را وابسته می‌کنیم و ضرایب تبدیل زیر را به دست می‌آوریم

$$\frac{(\text{انرژی})}{(\text{جرم})} = (9,31478 \pm 0,000005) \times 10^8 \text{ (eV)/(amu)}$$

(الف ۱۴)

$$\frac{(\text{بسامد})}{(\text{انرژی})} = (2,41804 \pm 0,000002)$$

$$\times 10^{14} \text{ (cycle/sec)/(eV)}$$

(ب ۱۴)

$$\frac{(\text{عدد موج})}{(\text{انرژی})} = (8,06573 \pm 0,000008) \times 10^3 \text{ (cm}^{-1}\text{)/(eV)}$$

(ج ۱۴)

قسمتی از جدول داخل جلد این کتاب مربوط به همین عوامل تبدیل است. هر ردیف افقی مجموعه‌ای از کمیتهای متناظر را که به

به خصوص هنگامی که نمودهای ماکروسکوپی پدیده‌های کوانتومی را مطالعه می‌کنیم، حرکت نامنظم گرمایی، عامل مهمی خواهد بود که باید آن را بررسی کنیم.

به نظر ما، خصوصیت مهم حرکت گرمایی یک سیستم، کتره‌ای بودن آن است. همچنانکه مشاهده می‌کنیم این حرکت، عنصر تصادف را در رفتار سیستم وارد می‌کند. می‌توان گفت که حرکت کتره‌ای گرمایی "صدایی ناموزون در سمفونی مکانیک کوانتومی محض" است و اضافه می‌کنیم که غالباً این صدا آنقدر بلند است که موسیقی شنیده نمی‌شود. علی‌الاصول، با نگره داشتن سیستم مورد مطالعه و محیط اطراف آن در دمای بسیار نزدیک به صفر کلون، می‌توان حرکات گرمایی را از بین برد، چون این حرکات در صفر مطلق متوقف می‌شوند. ولی عملاً این کار غیرممکن است؛ حرکت گرمایی یکی از خصوصیات لاینفک دنیایی است که در آن زندگی می‌کنیم.

بزرگیهای مشخصه فیزیک اتمی و مولکولی

۱۹. اتم را یک سیستم دینامیکی در نظر بگیرید که از یک هسته با ابعاد بسیار کوچک و ابری از الکترونها که آن را احاطه کرده تشکیل شده است. هسته و الکترونها از طریق نیروهای الکترومغناطیسی، یکدیگر را جذب می‌کنند و برهم‌کنش متقابل دارند. این اعتقاد که تنها نیروی مهم در تعیین ساختار اتمها و مولکولها نیروی الکترومغناطیسی است، بر پایه مقایسه میان نظریه و آزمایشهایی که تاکنون انجام شده، حاصل شده است. نظریه کوانتومی برهم‌کنش ذرات باردار با میدان الکترومغناطیسی، الکترویدینامیک کوانتومی نامیده می‌شود. در حال حاضر، این نظریه که اصل نسبیت خاص نیز با آن درآمیخته است، موفق‌ترین نظریه در مورد فرایندهای اساسی است که ذرات بنیادی در آنها دخالت دارند. این همان نظریه‌ای است که ما می‌خواهیم در چارچوب آن ساختار اتمها و مولکولها، و گسیل و جذب تابش الکترومغناطیسی از این اجسام را توصیف کنیم.

۲۰. مرتبه بزرگی ابعاد هسته اتم، به طور تجربی در حدود 10^{-13} cm است. به دست آمده است، در حالی که ابعاد اتم در حدود 10^{-8} cm است. بنابراین هسته در مقایسه با اتم بسیار کوچک است.

جرم هسته در مقایسه با جرم الکترون (0.0005486 amu) بسیار زیاد است. نسبت جرم الکترون به جرم پروتون برابر است با

$$\frac{m}{M_p} = \frac{1}{1836} \quad (\text{الف } 20)$$

پس منطقی است انتظار داشته باشیم که — دست‌کم در تقریب

براساس این تناظر، "دمای اتاق" ($293 \text{ K} = 20^\circ \text{C}$) معادل است با انرژی

$$k \times 293 \text{ K} \approx (1/40) \text{ eV} \quad (\text{ج } 16)$$

ستون ششم جدول داخل جلد، دماهای معادل را برحسب درجه کلون می‌دهد.

۱۷. از اینکه انرژی و دما را می‌توان برحسب یک یکا بیان کرد نباید نتیجه گرفت که این دو "یک چیز" اند. به عنوان مثال، درست نیست که انرژی گرمایی یک جسم ماکروسکوپی دلتخواه با دمای T را برابر با حاصلضرب تعداد اتمهای آن در kT بدانیم. انرژی داخلی یک جسم ماکروسکوپی که تنها به دما بلکه به پارامترهای (ماکروسکوپی) دیگری نیز وابسته است، به علاوه رابطه دقیق بین انرژی و دما، به ماهیت سیستم بستگی دارد. این نکته بسیار مهمی است و فرمول (الف ۱۶) را نباید به نحو نادرست تعبیر کرد.

با این همه می‌توانیم حکم بسیار سودمندی ارائه کنیم. در اکثر موارد (ولی نه همیشه)، اگر یک جسم ماکروسکوپی در دمای T نگه داشته شود، انرژی "نامنظم" متوسط هر اتم (یا مولکول) جسم از مرتبه kT است.

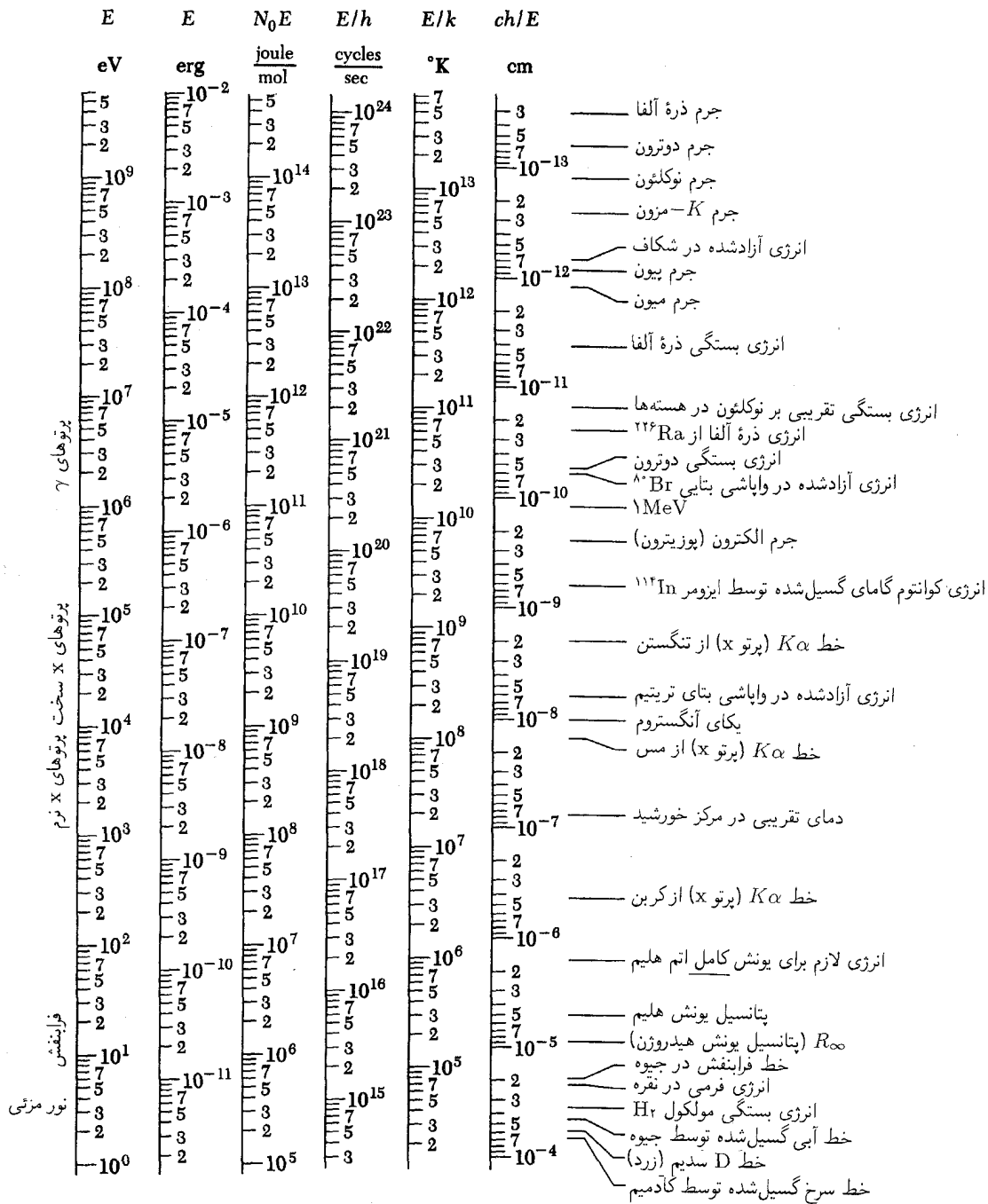
با این حکم می‌توانیم با دانستن دما، انرژی متوسط مربوط به حرکات نامنظم گرمایی یک اتم یا مولکول را برآورد کنیم. برای بسیاری از سیستمهای خاص می‌توانیم گزاره‌های دقیقی ارائه کنیم و یک نمونه مهم در این مورد، گازی از مولکولها در دمای T است. انرژی جنبشی متوسط مربوط به حرکت انتقالی یک مولکول، $E_{\text{انتقال}}$ ، از رابطه

$$E_{\text{انتقال}} = \frac{3}{2} kT \quad (\text{الف } 17)$$

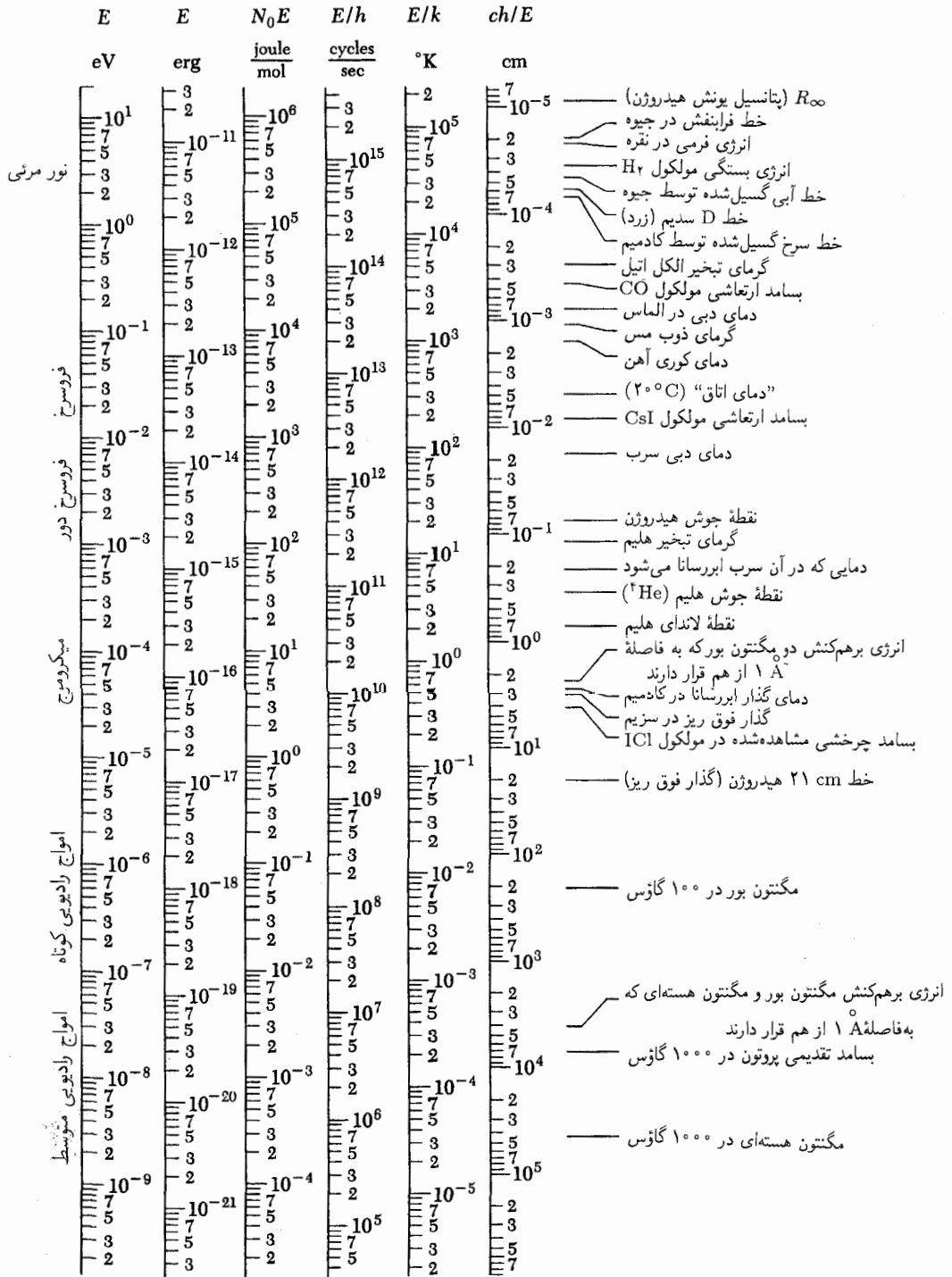
به دست می‌آید و این رابطه بدون توجه به اینکه مولکولها تک اتمی اند یا نه، برقرار است. به دست آوردن این فرمول، یک مسئله مکانیک آماری است که، آن را به جلد بعد موكول می‌کنیم، با وجود این گاهی از این نتیجه استفاده خواهیم کرد.

۱۸. همچنانکه قبلاً خاطر نشان کردیم، برای یک هسته، اتم، یا مولکول منزوی، مفاهیم گرما و دما مناسبتی ندارند: این مفاهیم برای ماده کپه‌ای به کار می‌روند. اما عموماً نمی‌توانیم اندازه‌گیریهای خود را روی ذرات منزوی انجام بدهیم: مجبوریم ذرات را در حالی که در مقادیر ماکروسکوپی ماده احاطه شده‌اند، مشاهده کنیم. بنابراین وقتی می‌خواهیم رفتار سیستمهای مکانیک کوانتومی را بشناسیم و

طیف انرژی پدیده‌های فیزیکی



انرژیهای مشخصه پدیده‌های فیزیکی. داده‌های این صفحه و صفحه بعد به این منظور ارائه شده است که یک دید کلی از انرژیهای نوعی پدیده‌های مختلف به خواننده بدهد. انرژیها برحسب چندین یکا که معمولاً به کار می‌روند بیان شده‌اند. برای توضیح بیشتر بخشهای ۱۴ تا ۱۶ را بخوانید.



جدول ۲۱ الف. چند ثابت فیزیکی دیگر

انرژی سکون الکترون:	$mc^2 = (0.511006 \pm 0.000002) \text{ MeV}$
طول موج کامپیون الکترون:	$\lambda_e = \frac{\hbar}{mc} = (3.86144 \pm 0.000003) \times 10^{-11} \text{ cm}$
اولین شعاع بور:	$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = a^{-1} \lambda_e$ $= (5.29167 \pm 0.000002) \times 10^{-9} \text{ cm}$
پتانسیل نانسیبتی یونش هیدروژن با جرم بینهایت پروتون:	$R_\infty = \frac{1}{4} \alpha^2 mc^2 = (13.6053 \pm 0.00002) \text{ eV}$
ثابت ریذبرگ به ازای جرم بینهایت پروتون:	$\bar{R}_\infty = \frac{\alpha}{4\pi a_0} = R_\infty / hc$ $= (1.0973731 \pm 0.00000001) \text{ cm}^{-1}$

دانست. این ثابت بزرگی بار بنیادی را مستقل از استانداردهای فیزیکی ماکروسکوپی و اختیاری بیان می‌کند. کوچک بودن مقدار عددی α حاکی از "ضعیف بودن" برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی است؛ انرژی الکتروستاتیکی دو الکترون که به اندازه یک واحد از هم فاصله دارند در مقایسه با انرژی سکون الکترون، کوچک است. ثابت ساختار ریز، حقیقتاً یکی از ثابتهای اساسی طبیعت است و در حال حاضر یک ثابت کاملاً تجربی است، چون ما هیچ درک نظری از بزرگی آن نداریم. این هم ممکن بود که مقدار α بزرگ "از کار در بیاید"، که در آن صورت جهان کاملاً متفاوت دیده می‌شد، متفاوت به نحوی غیرقابل تصور.

با دقت در معادله (۲۱ الف)، معلوم می‌شود که در رابطه α ، جرم الکترون وارد نشده است. نتیجتاً α یک ثابت جفت‌شدگی است که جفت‌شدگی هر ذره بنیادی حامل بار بنیادی e را به میدان الکترومغناطیسی توصیف می‌کند.

در جدول ۲۱ الف چند کمیت مهم را که می‌توان از روی \hbar ، m ، c و e تشکیل داد همراه با اسامی آنها آورده‌ایم.

۱. این نوع بیان کاملاً معمول است. ولی دقیق‌تر آن است که بگوییم ثابت جفت‌شدگی نشان می‌دهد که بارهای بنیادی با چه قدرتی با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند. هرچه باشد، میدان الکترومغناطیسی ساخته‌ای در ذهن است که به منظور گفتگو از برهم‌کنش بین بارها معرفی شده است.

۲. این رابطه برای α در دستگاه یکاهای cgs معتبر است. در دستگاه MKS داریم $\alpha = e^2 / (4\pi\epsilon_0 \hbar c)$

اول — حرکت هسته نقش چندانی نداشته باشد. با چنین تقریبی می‌توانیم هسته را "بینهایت" سنگین و نتیجتاً در فضا ساکن بدانیم. از این گذشته، چون هسته بسیار کوچک است تقریب دیگری نیز به کار می‌بریم و آن اینکه هسته یک "نقطه" است: هسته هیچ نقشی ندارد جز ایجاد یک میدان الکتروستاتیکی که با چنین پتانسیلی تعریف می‌شود

$$V(r) = \frac{eZ}{r} \quad (20b)$$

در این رابطه e بار بنیادی و Z عدد اتمی است. بنابراین، در تقریب اول، مسئله نظریه اتمی عبارت خواهد بود از مطالعه حرکت الکترونها در این میدان الکتروستاتیک، که در آن دافعه متقابل الکترونها نیز منظور می‌شود. باید به خاطر داشته باشید که وقتی از "حرکت" صحبت می‌کنیم، منظور حرکت به معنای کوانتومی آن است که بعداً درباره معنی دقیق آن توضیح خواهیم داد.

۲۱. الکترودینامیک کوانتومی، به یک معنای خاص، به برهم‌کنش بین الکترونها و میدان الکترومغناطیسی مربوط است. کمیتهای فیزیکی وابسته به این نظریه را در نظر می‌گیریم: جرم الکترون، m ، بار الکترون، $-e$ ، سرعت نور، c ؛ و ثابت پلانک، \hbar . همان‌طور که در بخش ۱۳ اشاره کردیم، می‌توان یکاهای طبیعی الکترودینامیک کوانتومی را برحسب ثابتهای m ، c و \hbar تشکیل داد: در این صورت m یکای جرم، mc^2 یکای انرژی، \hbar/mc یکای مسافت، و \hbar/mc^2 یکای زمان است. به علاوه، \hbar واحد تکانه زاویه‌ای و c یکای طبیعی سرعت خواهد بود. تا اینجا ما بار بنیادی e را در نظر نگرفته‌ایم. این ثابت نقش یک ثابت جفت‌شدگی را ایفا می‌کند و نشان می‌دهد که الکترونها با چه شدتی به میدان الکترومغناطیسی جفت شده‌اند. سعی می‌کنیم کمیت بدون بعدی پیدا کنیم که شدت این جفت‌شدگی را بسنجد. برای این کار انرژی الکتروستاتیکی دافعه دو الکترون را که در فاصله واحد از یکدیگرند، برحسب یکاهای طبیعی که در بالا معرفی شدند، در نظر می‌گیریم. این کمیت را با α نشان می‌دهیم و به دست می‌آوریم

$$\alpha = \frac{e^2 / (\hbar/mc)}{(mc^2)} = \frac{e^2}{\hbar c}$$

$$= (7.29720 \pm 0.000003) \times 10^{-2} \approx 1/137$$

(۲۱ الف)

ثابت α در فیزیک اتمی نقش بسیار مهمی دارد، و ثابت ساختار ریز نامیده می‌شود. می‌توان آن را مجذور بار بنیادی برحسب یکاهای طبیعی

یونش را دقیقاً همان مقداری به دست می‌دهد که از نظریه دقیق مکانیک کوانتومی تعیین می‌شود. بنابراین R_∞ انرژی یونش هیدروژن یا به بیان دیگر، $-R_\infty$ انرژی حالت پایه اتم هیدروژن است.

از این گذشته، دیده می‌شود که انرژی یونش (یعنی کار لازم برای خارج کردن یک الکترون از اتم) برای تمام اتمها، تقریباً از مرتبه 10 eV است؛ بعداً بار دیگر به این مسئله خواهیم پرداخت.

۲۴. ببینیم که ضعیف بودن نیروهای الکترومغناطیسی، یعنی کوچک بودن ثابت جفت‌شدگی α ، چگونه در ساختار اتم هیدروژن متجلی می‌شود. اگر ثابت جفت‌شدگی از مرتبه واحد بود، انتظار داشتیم که ابعاد اتم از مرتبه یکای طبیعی طول در الکترودینامیک کوانتومی، یعنی از مرتبه طول موج کامپتون، $\lambda_e = \hbar/mc$ ، باشد. اما این ثابت "کوچک" است ($\alpha \approx 1/137$) و بنابراین، میدان کولنی هسته نمی‌تواند الکترون را در محدوده طول موج کامپتون نگه دارد. مدار الکترون برحسب یکای طبیعی الکترودینامیک کوانتومی، بزرگ است، یعنی شعاعی برابر با $a_0 = \lambda_e/\alpha$ دارد.

با حل معادله (۲۳) برای v ، سرعت الکترون در مدار را به دست می‌آوریم

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{ma_0}} = \alpha c \quad (\text{الف } 24)$$

بنابراین سرعت الکترون 137 بار کمتر از یکای طبیعی سرعت، یعنی سرعت نور (c) است و این امر بحث غیرنسبیتی ما در مورد این مسئله را توجیه می‌کند.

انرژی جنبشی جنبشی E ، و انرژی پتانسیل، $E_{\text{پتانسیل}}$ ، با روابط زیر بیان می‌شوند

$$E_{\text{جنبشی}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\alpha c)^2 = R_\infty \quad (\text{ب } 24)$$

$$E_{\text{پتانسیل}} = -\frac{e^2}{a_0} = E - E_{\text{جنبشی}} = -2R_\infty = -2E_{\text{جنبشی}} \quad (\text{ج } 24)$$

براساس این ملاحظات می‌توان گفت که اتم هیدروژن ساختار سستی دارد. در این باره و درباره نقشه‌ای که ثابت ساختار ریز α در نظریه اتمی دارد، باید به دقت اندیشید.

۱. شاخص ∞ در R_∞ و \bar{R}_∞ به مدلی اشاره دارد که در آن پروتون بینهایت سنگین و ساکن فرض می‌شود. انرژی یونش واقعی اندکی از این مقدار کمتر است.

۲۲. در بخش ۵۱ فصل ۱، از یکی از جنبه‌های نظریه نیمه‌کلاسیکی بور درباره اتم هیدروژن، یعنی ابعاد اتم، بحث کردیم و گفتیم ثابت a_0 ، که در معادله (۵۱ج) آن فصل تعریف شد، اندازه نمونه‌وار اتم است. توجه کنید که ثابت a_0 ، معروف به نخستین شعاع بور (در اتم هیدروژن)، همان است که در جدول ۲۱ الف آمده است. در فصل ۱، a_0 را برای نشان دادن شعاع مدار دایره‌ای الکترون در مدل منظومه‌ای اتم به کار بردیم، و نامگذاری فوق از آنجا ناشی شده است. در بحث مکانیک کوانتومی اتم هیدروژن، این ثابت تعبیر دیگری دارد: $1/a_0$ ، مقدار متوسط $1/r$ است وقتی که اتم در حالت پایه باشد (r فاصله میان الکترون و پروتون است). در هر یک از دو مورد می‌توان a_0 را فاصله "نوعی" میان الکترون و پروتون دانست.

۲۳. در اینجا بار دیگر بحث نیمه‌کلاسیک فصل ۱ را دنبال می‌کنیم و می‌کوشیم انرژی بستگی الکترون در اتم هیدروژن را برآورد کنیم. برای الکترونی که با سرعت v (تکانه $p = mv$) در فاصله r از پروتون حرکت می‌کند، انرژی کل E از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{r} \quad (\text{الف } 23)$$

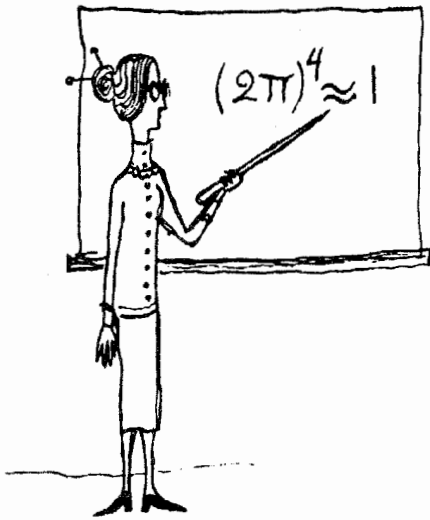
برای یک مدار دایره‌ای به شعاع $r = a_0$ ، شرط تعادل دینامیکی به این صورت است

$$\frac{mv^2}{a_0} = \frac{e^2}{a_0^2} \quad (\text{ب } 23)$$

از ترکیب این معادله با معادله (الف ۲۳) به دست می‌آوریم

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{a_0} \right) - \frac{e^2}{a_0} = -\frac{e^2}{2a_0} = -\frac{1}{2} \alpha^2 mc^2 = -R_\infty \quad (\text{ج } 23)$$

پس انرژی الکترون در این مدار برابر $-R_\infty$ یا در حدود 13.6 eV است. این انرژی را باید با انرژی کل الکترون هنگامی که در فاصله بینهایت از پروتون و در حال سکون است مقایسه کرد؛ از معادله (۲۳ الف) دیده می‌شود که انرژی اخیر برابر صفر است. بنابراین، برای خارج کردن کامل الکترون از مدار دایره‌ای، باید به اندازه R_∞ به اتم انرژی داد. این انرژی، انرژی یونش خوانده می‌شود. عدد موج معادل با انرژی یونش، ثابت ریذبرگ نام دارد و ما آن را با \bar{R}_∞ نشان می‌دهیم. در عمل دیده می‌شود (و اصولاً باید آن را یک "اتفاق" دانست)، که برآورد ساده ما براساس مدل نه چندان قانع‌کننده منظومه‌ای، انرژی



آرنولد زومرفلد. تولد ۱۸۶۸ در کونیگزبرگ آلمان (بعداً کالینینگراد در اتحاد جماهیر شوروی)؛ مرگ ۱۹۵۱. او سال‌های متمادی استاد فیزیک در دانشگاه مونیخ بود. زومرفلد سهم ارزنده‌ای در پیشرفت فیزیک کوانتومی، و به‌ویژه در نظریه اتمی (قدیمی) داشت. او نظریه بور را در دو جهت تدقیق کرد: وارد کردن مدارهای بیضوی، و منظور کردن نسبت خاص. نظریه نسبیتی اتم هیدروژن او ثابت ساختار ریز را وارد فیزیک کرد.

از روی ثابت‌های m ، \hbar و e تشکیل داد. پس می‌توان استدلال کرد که چون این ثابت‌ها، اجزای نظریه مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی‌اند (که فعلاً برای خواننده ناشناخته است)، هر طولی که در این نظریه محاسبه می‌شود باید مضربی عددی از a_0 و همچنین هر انرژی باید مضربی عددی از R_∞ باشد. (منظور از مضرب عددی در اینجا عددی است مستقل از این سه ثابت. انتظار می‌رود که در یک نظریه "معقول" این اعداد "از مرتبه واحد" باشند).

۲۶. شاید فکر کنید که این "استنتاجها" کاملاً قانون شکنانه‌اند. استدلال براساس مدل بور، که قبلاً غلط بودن آن را اعلام کرده‌ایم، چه ارزشی می‌تواند داشته باشد؟ و تا چه حد می‌توان برای "استدلال ابعادی" بخش قبل ارزش قائل شد؟ آیا واقعاً امکان ندارد که ثابت "از مرتبه واحد"، که مقدار انرژی را برحسب R_∞ می‌دهد، چیزی مثل ۴۷۱۱ یا $(2\pi)^{-4}$ باشد؟ روشن است که چنین ثابت‌هایی، برآورد ما را کاملاً دگرگون خواهند کرد.

در پاسخ باید گفت که این امکان وجود دارد. اما مؤلف به تجربه می‌داند که عملاً چنین چیزی روی نمی‌دهد؛ ثابت برابر واحد است. آدم بدگمان، درباره این نوع "استنتاجهای ساده" که به‌وفور در متون فیزیکی پیش می‌آیند، همیشه می‌تواند ادعا کند که آنها به‌ویژه در مواردی درست از آب درمی‌آیند که یا نتایج تجربی، و یا نتایج یک نظریه کامل‌تر معلوم باشند.

در دفاع از آنچه انجام داده‌ایم چنین می‌گوییم:

(الف) ما می‌خواهیم تصویری از مرتبه‌های بزرگی در فیزیک اتمی و مولکولی به‌دست بیاوریم. پس به‌جای آنکه فقط بگوییم انرژی یونش هیدروژن 13.6 eV است، باید سعی کنیم که این 13.6 eV را

۲۵. با توجه به اینکه معلوم شد در توصیف نیمه‌کلاسیک ما، سرعت الکترون کم است، می‌توان انتظار داشت که توصیف اتم در چارچوب مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی امکان‌پذیر باشد، در چنین نظریه‌ای، اگر ثابت‌های m ، \hbar و e را به‌عنوان ثابت‌های بنیادی در نظر بگیریم، سرعت نور دیگر هیچ نقشی نخواهد داشت، به‌خصوص، باید بتوان شعاع بور (a_0) و انرژی یونش (R_∞) را تنها برحسب این ثابت‌ها بیان کرد. درواقع همین‌طور هم هست و داریم

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{\alpha m e^2} = \frac{\hbar^2}{m e^2} \quad (25 \text{ الف})$$

و

$$R_\infty = \frac{1}{2} \alpha^2 m c^2 = \frac{e^2}{2 a_0} = \frac{e^2 m}{2 \hbar^2} \quad (25 \text{ ب})$$

سرعت نور در طرف راست هیچ‌یک از روابط بالا ظاهر نمی‌شود. به‌علاوه طول a_0 تنها طول، و انرژی R_∞ تنها انرژی است که می‌توان

شبهه $\hbar \sim rp$ ، که هرگز در یک نظریه کلاسیک محض وجود ندارد، پدید آمد: می‌توانیم این طور فکر کنیم که استنتاج ما براساس نظریه بور اساساً آزمودن رابطه‌ای از نوع $rp \sim \hbar$ بوده است. ما بعداً به صورت دیگری با این رابطه سروکار خواهیم داشت و از روشی برای برآورد کردن ابعاد و انرژی یونش اتم هیدروژن بر مبنای رابطه عدم قطعیت صحبت خواهیم کرد. آن وقت خواهیم توانست درک بهتری از اینکه چرا اتم هیدروژن فرو نمی‌ریزد، به دست بیاوریم.

ج) با مطالعه دقیق معادله مشخصی برای توصیف کوانتومی اتم هیدروژن، نظیر معادله معروف به معادله شرودینگر، بحث ابعادی بخش ۲۵ بسیار قانع‌کننده‌تر خواهد شد. حتی بدون حل این معادله می‌توان به سادگی نتیجه گرفت که آن ثابتها نمی‌توانند اعدادی نظیر ۴۷۱۱ یا $4\pi^2$ باشند. البته برای این نوع نتیجه‌گیری، باید تا اندازه‌ای با ماهیت پاسخهای معادلات دیفرانسیل آشنایی داشته باشیم (معادله شرودینگر یک معادله دیفرانسیل است). استدلالهای ابعادی هنگامی بهترین نتیجه را می‌دهند که با درک خوبی از خصوصیات کلی یک نظریه همراه باشند.

استدلال ابعادی ساده‌ی ما مقدمه‌ای است بر استدلالهایی از این نوع. به خواننده گفته‌ایم که یک نظریه "خوب" وجود دارد؛ از این نظریه چه چیزی می‌توان انتظار داشت؟ این سؤالی است که مطرح کردیم و به آن پاسخ دادیم.

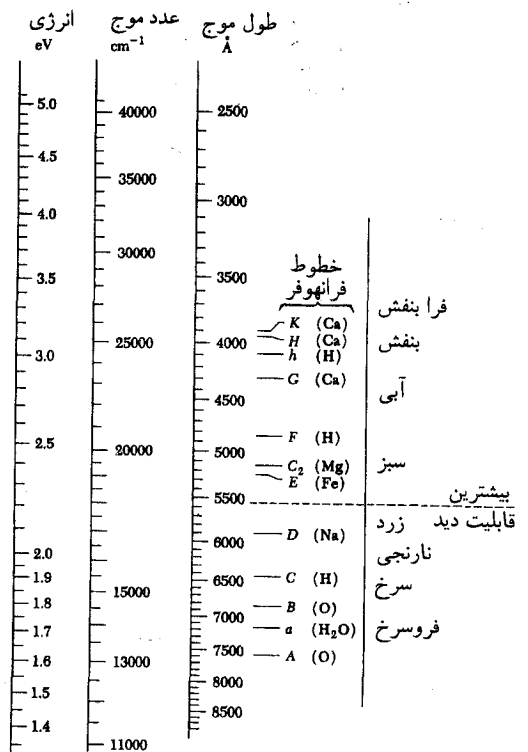
۲۷. اکنون بحث فیزیک اتمی را ادامه می‌دهیم و سعی می‌کنیم شناختی اجمالی از ساختار اتمهای سنگین یعنی مواردی که عدد اتمی Z بزرگ است، به دست بیاوریم. لابد شنیده‌اید که ابر الکترونی اطراف چنین هسته‌هایی، به یک تعبیر، دارای ساختار پوسته‌ای است و ما خواهیم کوشید بحث را براساس همین فکر دنبال کنیم. تصور کنید می‌خواهیم اتمی بسازیم، به این ترتیب که به هسته‌ای که در ابتدا برهنه است، الکترونی‌هایی را یک به یک بیفزاییم. اولین الکترون با چه استحکامی به هسته مقید خواهد شد؟

رابطه انرژی برای چنین سیستمی به این صورت است

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2 Z}{r} \quad (الف ۲۷)$$

با کمی دقت درمی‌یابیم که اگر به جای ثابت ساختار ریز αZ قرار بدهیم، بحثی که در مورد اتم هیدروژن کردیم باز هم درست است. به عبارت دیگر، اولین الکترون با انرژی

$$e_1 = -Z^2 R_\infty = -Z^2 (13.6 \text{ eV}) \quad (ب ۲۷)$$



طیف مجاور نور مرئی. عمده‌ترین خطوط جذبی (خطوط تاریک) در طیف خورشیدی، خطوط فرانیهوفند. ستون سمت چپ حروری را که در گذشته برای مشخص کردن این خطوط به کار می‌رفته‌اند، و ستون سمت راست نام شیمیایی اتم یا مولکولی را که باعث جذب شده‌اند نشان می‌دهد.

بدیهی است رنگهایی که به نواحی مختلف طیف نسبت داده شده، تقریبی‌اند، به نقطه بیشینه رؤیت در حدود 5500 \AA توجه کنید.

به رابطه‌هایی که از ثابتهای اساسی ساخته شده‌اند مربوط کنیم. دانستن اینکه 13.6 eV برابر است با $\alpha^2 mc^2 / 2$ و اینکه 53 \AA برابر است با $(1/\alpha)(\hbar/mc)$ بسیار جالب است. با بحث راجع به الکترونیستیک کوانتومی و ارتباط آن با اتم هیدروژن، دست‌کم تا اندازه‌ای درک می‌کنیم که چگونه تمامی اینها به یکدیگر وابسته‌اند. اگر این اندیشه‌ها در نظریه دقیق، همتا و متناظری نداشته‌اند، هرگز آنها را مطرح نمی‌کردیم. بنابراین، "استنتاج"های ما دست‌کم به عنوان ابزاری ذهنی مفیدند.

ب) نظریه بور مسلماً غلط است. از طرف دیگر، بی‌تردید خواننده می‌داند این نظریه در بعضی موارد موفق بوده، هرچند که در موارد دیگر به سختی شکست خورده است. پس، نظریه بور کم و بیش عناصری از واقعیت را در خود دارد. این نظریه برای نخستین بار ثابت پلانک را به فیزیک وارد کرد و در نتیجه رابطه‌ای میان مکان و تکانه، چیزی

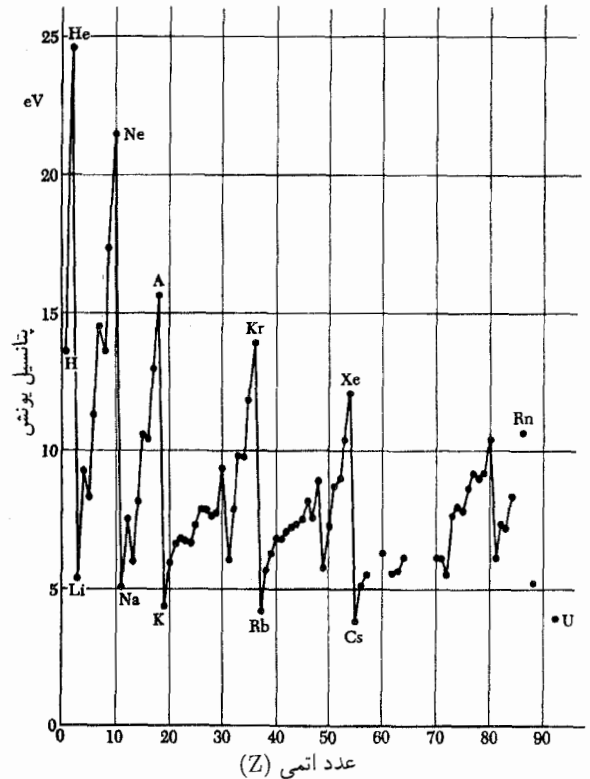
الکترون بعدی نیز محکم به آن مقید می‌شود، مگر اینکه $(Z - n)$ کوچک باشد، اما به هر حال پیوند سست‌تری از اولین الکترون خواهد داشت. به این ترتیب می‌توان تصور کرد که پیوند الکترونی بعدی، پیوسته ضعیف‌تر می‌شود و پس از اینکه $(Z - 1)$ الکترون به‌هسته افزوده شد، یون شبیه به ابری با بار e و با ابعادی نزدیک به شعاع بور (a_0) نمودار خواهد شد. از این رو انرژی بستگی آخرین الکترون اضافه شده از مرتبه R_{∞} یعنی از مرتبه 10^7 الکترون ولت و ابعاد نهایی اتم از مرتبه شعاع بور a_0 خواهد بود.

۲۸. مسلماً این تصویر خیلی تقریبی است. توجه دارید که ما نه اثبات و نه حتی توجیه کردیم که ابرالکترونی "ساختار پوسته‌ای" دارد. ولی این فکر را پایه بحث قرار دادیم و اتم را به این طریق خاص "بنا کردیم".

واقعیت آن است که برای درک ساختار واقعی اتم باید یک اصل اساسی فیزیک را در نظر داشته باشیم که تاکنون به آن اشاره نکرده‌ایم، اصلی که برای فیزیک کلاسیک کاملاً بیگانه است. بنابر این اصل، که به اصل طرد معروف است، در یک اتم، هیچ دو الکترونی نمی‌توانند در حالت حرکتی یکسانی باشند. الکترونها از یکدیگر "اجتناب می‌کنند" (این "اجتناب" هیچ ربطی به دافعه کولنی دو ذره با بارهای مشابه ندارد. درک درست مفهوم اصل طرد، نیاز به معلوماتی از مکانیک کوانتومی دارد). اصل طرد، کلید تبیین ساختار اتم است و نتایج عمیقی از آن حاصل می‌شود. اگر این اصل در طبیعت رعایت نمی‌شد، جهان به‌نحو غیرقابل تصویری متفاوت بود. اینکه چرا چنین است، در این مرحله هنوز روشن نیست.

در سال ۱۹۲۴ ولفگانگ پاولی، از طریق بررسی واقعیات تجربی فیزیک اتمی که تا آن زمان شناخته شده بودند موفق به کشف اصل طرد شد.^۱

۲۹. به این ترتیب، اگرچه بحث بسیار ناقص است، اما تصویری از ماهیت اتمهای سنگین به‌دست می‌دهد. از این تصویر نتیجه می‌شود که هر تغییری در حالت حرکت الکترونها پستیکی، یا بیرونی‌ترین الکترونها، با انرژی‌هایی از مرتبه یک الکترون ولت همراه است، که تقریباً با طول موج فوتونهای گسیل شده در ناحیه پستیکی، یعنی در گسترده انرژی 1.8 الکترون ولت تا 3×10^7 الکترون ولت یا گستره طول موج 4000 \AA تا 7000 \AA متناظرند. از طرف دیگر گذارهای مربوط به



شکل ۲۷ الف نمودار پتانسیل یونش اتمها برحسب عدد اتمی. انرژی یونش انرژی است که برای جدا کردن یک الکترون از اتم خنثی لازم است. می‌بینیم که مرتبه بزرگی این انرژی برای تمام اتمها تقریباً یکسان است، یعنی از مرتبه 10^7 eV است. خواننده‌ای که اندکی با شیمی آشنایی دارد فوراً متوجه می‌شود که رابطه محسوسی بین بزرگی پتانسیل یونش و خواص شیمیایی عنصر برقرار است. پتانسیل یونش برای گازهای بی‌اثر بزرگ و برای فلزات قلیایی کوچک است.

مقید می‌شود و "فاصله" آن از هسته

$$r_n = \frac{a_0}{Z} \quad (ج ۲۷)$$

خواهد بود.

برای Z بزرگ، این فاصله در مقایسه با شعاع بور در اتم هیدروژن، a_0 ، کوچک است. الکترون بعدی نیز در فاصله کمی مقید خواهد شد و انرژی بستگی آن در مقایسه با انرژی یونش هیدروژن زیاد خواهد بود؛ واضح است که نیروی دافعه الکتروستاتیکی میان این دو الکترون، Z بار کوچک‌تر از نیروی جاذبه میان الکترون و هسته است. یونی را که بعد از اضافه کردن چند الکترون به وجود می‌آید در نظر می‌گیریم. همه الکترونها در فاصله کمی از هسته به آن مقید شده‌اند و در صورتی که تعداد آنها n باشد، فراتر از فاصله‌ای که الکترونها در آن واقع‌اند، یون، به صورت "هسته"‌ای با بار $(Z - n)e$ ظاهر می‌شود. بنابراین

1. W. Pauli, "Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren," *Zeitschrift für Physik* 31, 765 (1925).

انرژیهای گذار مشخصه الکترونیهای ایتیکی نیز همین مرتبه بزرگی را دارند؛ این انرژیها مسلماً نمیتوانند بزرگتر باشند. گذار یک الکترون خارجی بین دو حالت شبهمانا با گسیل یا جذب فوتونی همراه است که انرژی آن برابر با اختلاف انرژی دو تراز است و بنابراین طول موج متناظر برای این فوتون از مرتبه

$$\lambda_{\text{ایتیکی}} \sim \frac{2\pi\hbar c}{\alpha^2 m c^2} = \frac{2\pi a_0}{\alpha} \approx 1000 a_0 \quad (\text{الف } 29)$$

خواهد بود که بیانکننده مرتبه بزرگی نسبت طول موج به ابعاد اتم است.

۳۰. تا اینجا درک قابل ملاحظه‌ای از مرتبه‌های بزرگی در قلمرو فیزیک اتمی به دست آورده‌ایم. کمی هم درباره مولکولها صحبت کنیم. در اینجا مسئله تعیین‌کننده، شناخت پیوند مولکولی است؛ چرا اتمها گاهی مولکولهای پایدار تشکیل می‌دهند و گاهی نمی‌دهند؟ برای درک واقعی این سؤالها، به روشهایی خیلی پیچیده‌تر از آنچه در مورد اتمها به کار رفت نیاز داریم. با وجود این سعی می‌کنیم به قسمت کوچکی از کل سؤال پاسخ بدهیم و می‌پرسیم: با پذیرفتن اینکه اتمها در بعضی حالات مولکولهای پایدار تشکیل می‌دهند، انرژی بستگی و فاصله مشخصه دو اتم در یک مولکول چقدر است؟

جدول ۳۰الف. مشخصات چند مولکول دو اتمی که به طور کتره‌ای انتخاب شده‌اند

انرژی تجزیه eV	فاصله بین هسته‌ها Å	مولکول
۲٫۵	۱٫۶۲	AgH
۴٫۷	۱٫۹۴	BaO
۱٫۹۷	۲٫۲۸	Br _۲
۵٫۹	۱٫۸۲	CaO
۴٫۵	۰٫۷۵	H _۲
۴٫۴	۱٫۲۷	HCl
۶٫۴	۰٫۹۲	HF
۰٫۳۸	۱٫۷۴	HgH
۴٫۴۲	۲٫۷۹	KCl
۹٫۷۶	۱٫۰۹	N _۲
۵٫۰۸	۱٫۲۰	O _۲

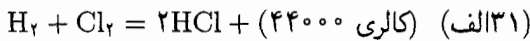


ولفگانگ پاؤلی. تولد ۱۹۰۰ در وین، اتریش، مرگ ۱۹۵۸. پاؤلی پس از به پایان رساندن دوره دکترای خود در ۱۹۲۱ مدتی را در دانشگاه گوتینگن و در انستیتو بور در کپنهاگ گذراند. در ۱۹۲۸ کرسی فیزیک نظری را در انستیتو تکنولوژی (ETH) زوریخ در سوئیس پذیرفت. در ۱۹۴۵ به دریافت جایزه نوبل نایل شد.

پاؤلی یکی از برجسته‌ترین فیزیکدانان نظری این قرن بود. او در زمینه‌های زیادی، از ساختار اتمی گرفته تا نظریه میدانهای کوانتومی و ذرات بنیادی، آثار مهمی به وجود آورد. مشخصه کارهای پاؤلی بینش فیزیکی عمیق و همچنین مهارت فوق‌العاده او در ریاضیات است. او به انتقاد بیرحمانه از تفکرات مبهم و نامفهوم شهرت داشت (و دیگران از او حساب می‌بردند). شاید معروف‌ترین دستاوردهای او، کشف اصل طرد، و رابطه بین اسپین و آمار باشد.

الکترونیهای داخلی‌تر با انرژیهای خیلی بالاتر همراه‌اند که گستره آنها تا ۷۰ keV (= ۷۰۰۰۰ eV)، متناظر با طول موجهای کمتر از ۲ Å، قرار دارند. این فوتونها در ناحیه فرابنفش دور یا پرتوهای x قرار دارند. بستگی این انرژیهای گذار به عدد اتمی Z در فرمول (۲۷ب) نشان داده شده است.

می‌بینیم که اتم با ابعاد نوعی ۱ Å، در مقایسه با طول موج فوتونهای ایتیکی کوچک است. این امر، نتیجه کوچک بودن ثابت جفت‌شدگی (α) است. برای روشن شدن مطلب، بررسی زیر را انجام می‌دهیم. انرژی بستگی یک الکترون ایتیکی از مرتبه α^۲mc^۲ است.



می بینیم که مرتبه بزرگی با برآورد ما مطابقت دارد.

۳۲. در یکاهای ماکروسکوپی یک نکته جالب توجهی هست که به توضیحش می‌ارزد. گفتیم که یکاهای cm ، g و sec بیشتر با ویژگیهای انسان مناسبت دارند و بنابراین تعجبی ندارد که در بحث از اتم، این یکاها به کار نیایند. ولی ظاهراً یک یکای ماکروسکوپی از موقعیت ویژه‌ای برخوردار است: یعنی ولت به‌عنوان یکای پتانسیل که یکای مشتق شده از آن، الکترون ولت، "برای اتم کاملاً مناسب" است. آیا این امر اتفاقی است؟

جواب آن است که خیر. در آغاز یکای ولت طوری انتخاب شده بود که نیروی الکتروموتوری سلولهای ولتایی از مرتبه یک ولت باشد. در واقع EMF سلول استاندارد کادمیم-جیوه، به یک ولت بسیار نزدیک است. می‌دانیم که عمل این‌گونه سلولها براساس یک واکنش الکتروشیمیایی است که در سلول انجام می‌شود، و به‌ازای هر الکترونی که از یک سر باتری خارج می‌شود باید یک فرایند شیمیایی بنیادی انجام گرفته باشد. به‌ازای هر یک از این فرایندهای بنیادی مقدار انرژی، فرضاً X الکترون ولت آزاد می‌شود و این انرژی در خارج از باتری می‌تواند به انرژی مکانیکی یا گرمایی تبدیل شود. اگر EMF باتری برابر U باشد، باید داشته باشیم $Ue = X$ ، و چون با انتخاب یکای ولت، U از مرتبه یک ولت خواهد بود، نتیجه می‌گیریم که انرژی نوعی واکنش الکتروشیمیایی از مرتبه یک الکترون ولت است. دلیل مناسب بودن الکترون ولت به‌عنوان یکای انرژی در فیزیک اتمی و مولکولی همین است: ولت در واقع یک "یکای اتمی" است!

بنیادی‌ترین واقعیت‌های فیزیک هسته‌ای

۳۳. واحدهای ساختاری هسته، پروتونها و نوترونها هستند. پروتون و نوترون در بسیاری از خواص مهم فیزیکی مشترک‌اند. و غالباً آنها را دو حالت بار متفاوت از ذره "واحد"ی به‌نام نوکلئون در نظر می‌گیرند. بنابراین نوکلئون به دو شکل نمودار می‌شود: شکل باردار که پروتون و شکل خنثی که نوترون است.^۱

تعداد نوکلئونها در یک هسته، A ، عدد جرمی یا عدد نوکلئونی است و تعداد پروتونها، Z ، عدد بار و یا وقتی صحبت از اتم مربوط باشد، عدد اتمی خوانده می‌شود.

۱. نوترون در ۱۹۳۲ توسط چدویک کشف شد.

J. Chadwick, "The Existence of a Neutron," *Proceedings of the Royal Society (London)*, ser. A, 136, 692 (1932).

ساده‌ترین مورد را در نظر می‌گیریم، یعنی یک مولکول هیدروژن را که حالت مقید دو پروتون و دو الکترون است. سعی می‌کنیم از طریق یک استدلال ابعادی، انرژی بستگی و فاصله میان-هسته‌ای را در این مولکول برآورد کنیم. پس بحث ما به آن موارد مطلوبی مربوط می‌شود که در آنها، همانند مولکول هیدروژن، پیوند به‌وجود می‌آید.

از آنجا که پروتون خیلی سنگین‌تر از الکترون است، در اینجا نیز حرکت پروتونها نقش مهمی در تعیین حالت پایه مولکول هیدروژن ندارد. در اولین تقریب می‌توانیم دو پروتون را در فاصله ثابت d از یکدیگر ساکن در نظر بگیریم، که این دو پروتون بعداً با "بر"ی از دو الکترون احاطه می‌شوند. فرض می‌کنیم انرژی حالت پایه دو الکترون را به‌صورت تابعی از فاصله میان دو پروتون، d ، به‌دست آورده‌ایم. به‌ازای یک مقدار خاص d ، این انرژی کمترین مقدار را دارد، و در این انرژی یک مولکول پایدار خواهیم داشت. مسئله غیرنسبیتی است و چون پروتونها را بینهایت سنگین فرض کرده‌ایم. فقط ثابتهای m ، e و \hbar را در اختیار داریم. پس تنها انرژی "طبیعی"، R_∞ ، تنها طول "طبیعی"، شعاع بور a_0 است، و این مقادیر باید مشخصه‌های مولکول باشند. مطالعه دقیق‌تر، این انتظار ما را که با حقایق تجربی نیز سازگار است، تأیید می‌کند. در واقع، انرژی بستگی مولکول هیدروژن در حدود 4.5 eV و متوسط فاصله دو پروتون در حدود 7.5 \AA است. به‌طور کلی، اینها مقادیر نوعی انرژی بستگی و فاصله میان-هسته‌ای برای عموم مولکولها هستند؛ انرژیهای بستگی مولکولی از مرتبه ۱ تا 10 eV ، و فاصله‌های میان هسته‌ای از مرتبه یک آنگستروم، یعنی از مرتبه 10^{-8} cm اند.

همان "سازوکاری" که اجزای یک مولکول را با یکدیگر نگاه می‌دارد، در نگاه داشتن اجزای جامدات نیز برقرار است و فاصله نوعی بین دو اتم مجاور در یک جامد نیز از مرتبه 1 \AA است.

۳۱. اکنون می‌توان به کمک این برآوردها، بزرگی انرژی را که در یک واکنش شیمیایی آزاد یا جذب می‌شود، درک کرد. فرایند بنیادی در یک واکنش شیمیایی از این قرار است که دو یا چند مولکول به‌هم برخورد می‌کنند و یک یا چند مولکول جدید تشکیل می‌دهند. انرژی که با این تجدید آرایش اتمها و تبدیل آنها به مولکولهای جدید همراه است باید از مرتبه انرژی بستگی نوعی مولکولی، یعنی از مرتبه ۱ تا 10 eV به‌ازای هر فرایند بنیادی باشد. بنابراین انرژی واکنش کپه‌ای از مرتبه $N \times (1 \text{ تا } 10)$ الکترون ولت بر مولکول یا تقریباً 20000 تا 200000 cal/mol خواهد بود. به‌عنوان مثال می‌توان سوختن هیدروژن در کلر را مطابق واکنش زیر در نظر گرفت

این یک واقعیت تجربی است که انرژی بستگی به‌ازای هر نوکلئون، تقریباً برای همه هسته‌های پایدار یکسان است، یعنی

$$\frac{\Delta(A, Z)c^2}{A} \sim 8 \text{ MeV} \quad (د۳۳)$$

همان‌طور که در شکل ۳۳ الف دیده می‌شود، در بین هسته‌های خیلی سبک چند استثنای چشمگیر وجود دارد، همچنین با افزایش عدد جرمی A ، متوسط انرژی بستگی به‌طور منظم و به‌آهستگی کاهش می‌یابد.

۳۴. باید توجه داشت مقداری که در اغلب جدول‌های جرم "هسته‌ای" ذکر می‌شوند، در واقع، جرم اتمهای خنثای آن عناصرند. اگر جرم یک هسته $M(A, Z)$ و جرم اتم مربوط به آن، $\bar{M}(A, Z)$ باشد، داریم

$$\bar{M}(A, Z) = M(A, Z) + Zm - B(Z) \quad (\text{الف } ۳۴)$$

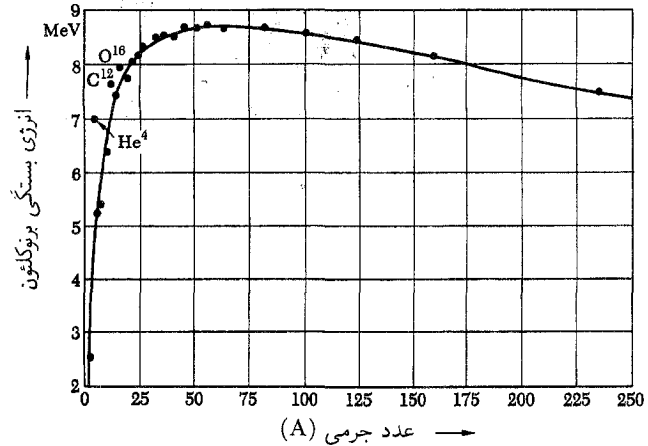
که در آن m جرم الکترون و کمیت مثبت $B(Z)$ بیانگر انرژی بستگی همه الکترون‌ها در اتم است.

وقتی موازنه انرژی را در یک واکنش هسته‌ای بررسی می‌کنیم، در اغلب موارد فرقی نمی‌کند که جرم واقعی هسته‌ها را به‌کار ببریم یا جرم اتمهای آنها را، چون در حالت اخیر، جرم الکترون‌ها حذف می‌شود. در مقایسه با انرژی بستگی هسته‌ای 8 MeV به‌ازای هر نوکلئون، انرژی بستگی $B(Z)$ بسیار ناچیز است و تقریباً همیشه می‌توان از آن صرف‌نظر کرد.

دلیل اینکه چرا به‌جای جرم هسته، جرم اتم ذکر می‌شود، آن است که اندازه‌گیری جرم اتمی راحت‌تر است. از روی آزمایش انحراف در میدانی مرکب از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی، با دستگاهی به‌نام طیف نگار جرم که به‌خصوص برای همین منظور ساخته شده است، می‌توانیم نسبت بار یونها به جرم آنها را تعیین کنیم. این کار نخستین بار توسط ج. ج. تامسون و ف. آشتون انجام شد و از این طریق مقدار دقیق جرم بسیاری از اتم‌ها به‌دست آمد.

از طیف نگار جرم می‌توان برای تعیین فراوانی ایزوتوپ‌های مختلف عناصر شیمیایی موجود در طبیعت نیز استفاده کرد. با دانستن این فراوانیها و از روی وزنهای اتمی شیمیایی، اطلاعاتی درباره جرمهای "هسته‌ای" حاصل می‌شود.

1. F. W. Aston, "Isotopes and Atomic Weights," *Nature* 105, 617 (1920). F. W. Aston, *Mass Spectra and Isotopes* (Edward Arnold and Company, London, 1942).



شکل ۳۳ الف نمودار نمایش انرژی بستگی بر نوکلئون، $\Delta(A, Z)c^2/A$ ، برحسب عدد جرم A ، هر نقطه مربوط به یک هسته خاص است که بعضی از آنها مشخص شده‌اند. این نمودار همواره بی‌نظمیهای مربوط به هسته‌های خیلی سبک را به‌خوبی نشان نمی‌دهد، اما به‌ازای $A > 25$ ، واقعیات را به‌درستی منعکس می‌کند. انرژی بستگی بر نوکلئون تقریباً برابر 8 MeV است. با افزایش عدد جرمی، انرژی بستگی بر نوکلئون به‌کندی کاهش می‌یابد. این کاهش نتیجه انرژی الکتروستاتیکی دافعه پروتون‌ها در هسته است.

جرمهای پروتون و نوترون عبارت‌اند از

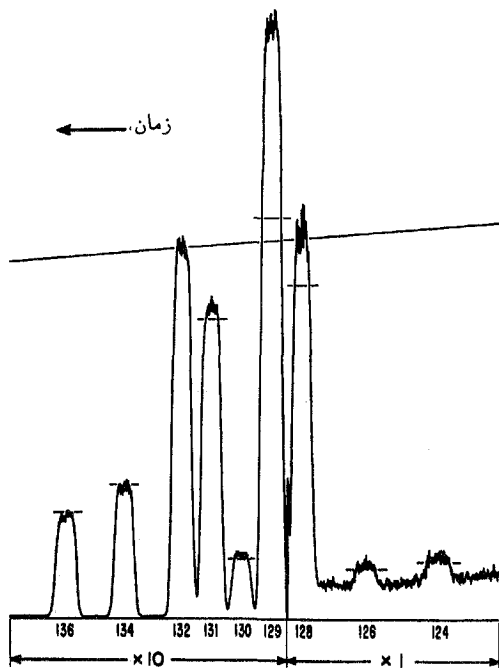
$$\begin{aligned} M_p &= (1.00727663 \pm 0.00000008) \text{ amu} \\ &= (938.256 \pm 0.005) \text{ MeV}/c^2 \end{aligned} \quad (\text{الف } ۳۳)$$

$$\begin{aligned} M_n &= (1.0086654 \pm 0.00000004) \text{ amu} \\ &= (939.550 \pm 0.005) \text{ MeV}/c^2 \end{aligned} \quad (\text{ب } ۳۳)$$

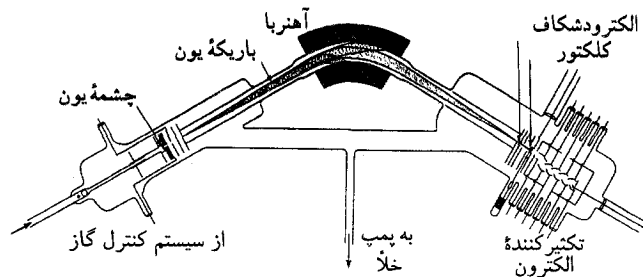
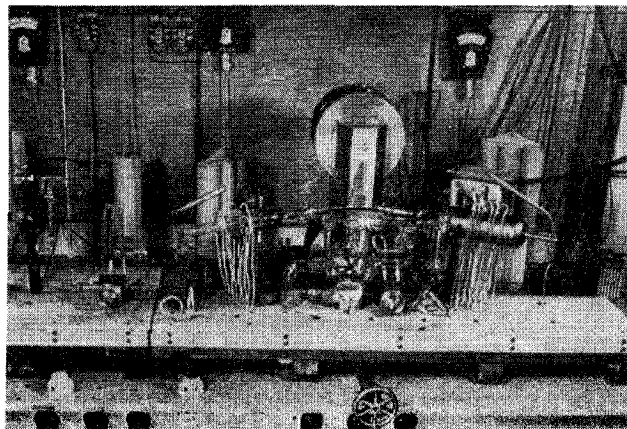
هسته‌ای با عدد جرمی A و عدد بار Z را در نظر بگیرید که جرم آن $M(A, Z)$ باشد. کمیت

$$\Delta(A, Z) = (ZM_p + (A - Z)M_n) - M(A, Z) \quad (\text{ج } ۳۳)$$

کاستی جرم هسته خوانده می‌شود و کمیتی است مثبت. این امر را می‌توان به‌راحتی تعبیر کرد: کمیت $\Delta(A, Z)c^2$ برابر است با انرژی بستگی هسته یا انرژی که باید به‌کار برد تا هسته به‌طور کامل به‌جزای تشکیل دهنده‌اش، یعنی به پروتون‌ها و نوترون‌ها تقسیم شود.



شکل ۳۴ طیف جرم که به کمک دستگاه شکل ۳۴ الف‌دب برای زنون استخراج شده از یک سنگ آسمانی ثبت شده است. همان طور که دیده می‌شود نمونه سنگ آسمانی از لحاظ ایزوتوپ ^{136}Xe غنی‌تر است. توجه داشته باشید که نمودار برحسب دو مقیاس عمودی متفاوت رسم شده است.



شکل‌های ۳۴ الف و ب یک طیف‌سنج جرمی که برای تجزیه و تحلیل نمونه‌های کوچک از گازهای بی‌اثر در سنگ‌های آسمانی طرح شده است. در اینجا اندازه‌گیری دقیق مقادیر جرم‌های اتمی مورد نظر نیست بلکه هدف تعیین فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های عنصر (زنون) در سنگ آسمانی است. اطلاعات حاصل را می‌توان برای تخمین سن سنگ آسمانی به کار برد که برای پی‌بردن به منشأ و تکامل منظومه شمسی بسیار اهمیت دارد.

عکس دستگاه در بالا آمده است، و اصول کار آن را می‌توان با توجه به شکل پایین فهمید. نمونه گاز بی‌اثر که در محفظه شیشه خلاء شده قرار می‌گیرد، توسط بمباران الکترونی در منبع یون، یونیده می‌شود. سپس یونها شتاب می‌گیرند و توسط آهنربایی که در وسط دستگاه قرار دارد منحرف می‌شوند. (قطب‌های آهنربا و پیچۀ آن در تصویر بالا دیده می‌شوند). مقدار انحراف ایزوتوپ‌های مختلف با هم فرق دارد، و با تغییر شدت میدان مغناطیسی، می‌توان برای هر ایزوتوپ، جریانی را که از شکاف جمع‌کننده طرف راست می‌گذرد اندازه‌گیری کرد. بدیهی است که فراوانی نسبی هر ایزوتوپ متناسب با این جریان است. میدان مغناطیسی به شکل گوه طرح شده تا باریکه یونها تا حدودی کانونی شوند.

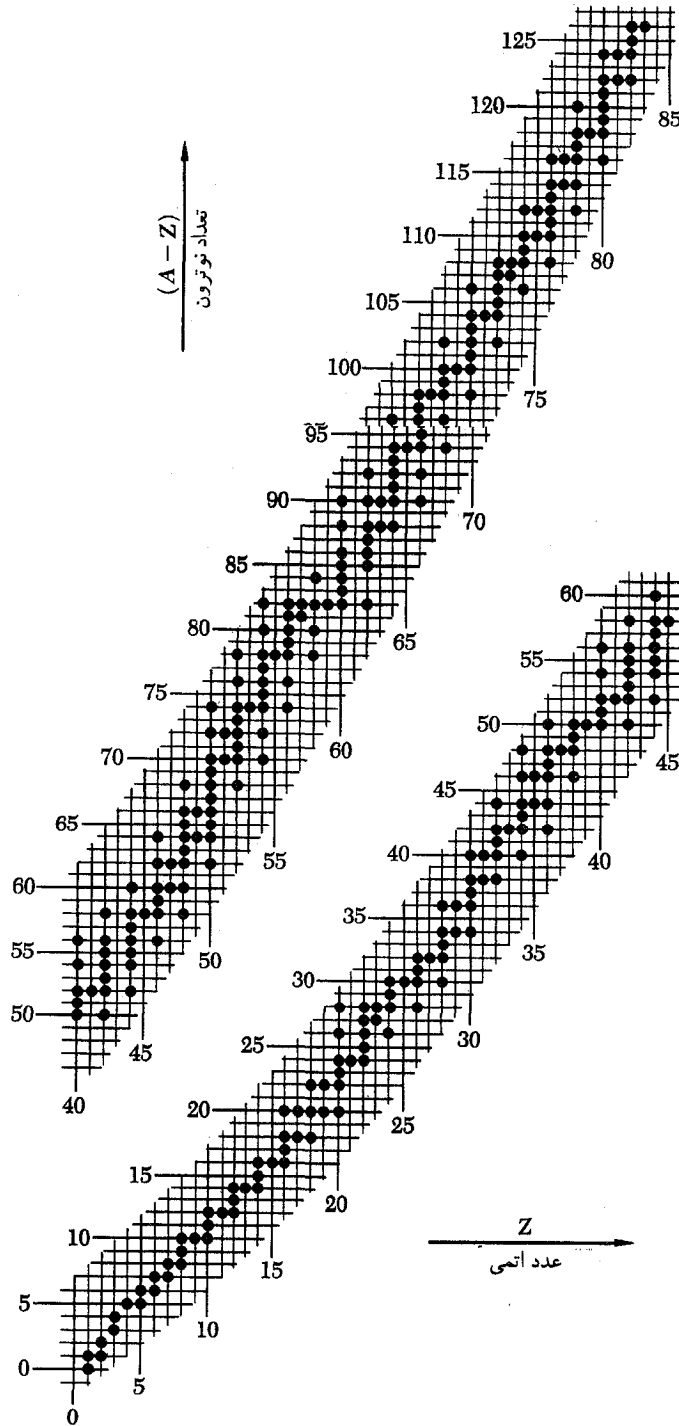
و بالاخره از مطالعه سینماتیکی واکنش‌های هسته‌ای نیز اطلاعاتی درباره جرم هسته‌ها به دست می‌آید.

۳۵. اگر Z/A ، نسبت عدد بار به عدد جرمی، به صورت تابعی از A

رسم شود، شیب منظمی را نشان می‌دهد. برای هسته‌های نه‌چندان سنگین، مثلاً برای A ی کمتر از ۵۰، این نسبت نزدیک به $1/2$ است. با افزایش بیشتر A ، این نسبت به‌کندی کاهش می‌یابد؛ برای ایزوتوپ اورانیم ^{238}U ، مقدار آن $Z/A = 0.39$ است. در مورد اعداد جرمی خیلی کوچک نیز بی‌نظمی‌هایی دیده می‌شود؛ به‌عنوان مثال سه‌ایزوتوپ هیدروژن را در نظر بگیرید: ^1H ، ^2H (دوتریم) و ^3H (تریتم).

بعضی از هسته‌ها پایدارند و بعضی دیگر — که با گسیل ذرات یا پرتوهای گاما واپاشیده می‌شوند — ناپایدار. هسته‌های موجود به صورت معمول، یا مطلقاً پایدارند و یا عمری بسیار طولانی دارند؛ در غیر این صورت، آنها در یکی از مراحل پیشین تاریخ زمین به‌کلی واپاشیده می‌شدند و امروز دیگر وجود نمی‌داشتند. هسته‌هایی که در واکنش‌های هسته‌ای تشکیل می‌شوند ممکن است عمر بسیار کوتاهی داشته باشند، یعنی از مرتبه کسر کوچکی از ثانیه. وقتی طول عمر خیلی کوتاه باشد، معمولاً آن را حالت برانگیخته یک هسته قلمداد می‌کنیم، به‌خصوص اگر واپاشی با گسیل پرتوگاما همراه باشد که در آن صورت A و Z بدون تغییر می‌مانند.

امروز در حدود 90° هسته شناخته شده‌اند که حدود 28° تا از



شکل ۳۵ الف هسته‌های پایدار و تقریباً پایدار. در این شکل تمام هسته‌های شناخته‌شده‌ای که نیم‌عمری بیشتر از 5×10^{10} سال دارند آمده‌اند. این مقدار کم و بیش دلخواه برای حد پایین نیم‌عمر، از این جهت انتخاب شده که تقریباً ده برابر سن تقریبی منظومه شمسی است، بنابراین هسته‌هایی که ذکر شده‌اند، حتی با مقیاس زمین‌شناختی زمان، عمری بسیار طولانی دارند. در این نمودار (که از دو قسمت تشکیل شده است) محور عمودی تعداد نوترونها $(A - Z)$ و محور افقی عدد اتمی Z است. با یک نگاه دیده می‌شود که هسته‌ها در نزدیکی یک منحنی هموار "خوشه" می‌شوند. برای هسته‌های سبک تعداد پروتونها تقریباً با تعداد نوترونها برابر است، اما با افزایش عدد اتمی، تعداد نوترونها با سرعت بیشتری افزایش می‌یابد.

پله‌ای شکل بودن نقش هسته‌ها از این امر ناشی می‌شود که پایداری یک هسته، به ترتیبی که در زیر می‌آید، به زوج یا فرد بودن تعداد پروتونها و تعداد نوترونها بستگی دارد. هسته‌های زوج-زوج بسیار پایدارند، هسته‌های زوج-فرد (یا فرد-زوج) کمتر، و هسته‌های فرد-فرد بسیار ناپایدارند. خواننده باید نمودار را با دقت مطالعه کند تا دریابد که این قاعده‌ها چگونه خود را نشان می‌دهند. تعداد هسته‌های فرد-فرد بسیار اندک است. به‌ازای بعضی تعداد پروتون و بعضی تعداد نوترون، "شکافها"یی وجود دارند که به نبود هسته‌های پایدار مربوط‌اند. توجه کنید که در تمام این موارد تعداد پروتونها یا نوترونها فرد است.

۳۶. به‌طور تجربی معلوم شده است که هسته ابعاد کاملاً معینی دارد و می‌توان آن را به‌صورت کره‌ای از ماده هسته‌ای به شعاع

$$r_0 = 1.2 \times 10^{-13} \text{ cm} = 1.2 \text{ fermi} \quad \text{که} \quad r \cong r_0 A^{1/3} \quad (\text{الف } 36)$$

آنها پایدارند. اگر این هسته‌ها را در صفحه (Z, A) رسم کنیم، مطابق آنچه گفتیم، مجموعه نقاط نمایش‌دهنده یک‌یک هسته‌ها، به‌صورت خوشه‌ای در طول یک منحنی هموار قرار می‌گیرند. (نگاه کنید به شکل ۳۵ الف). هرچه یک هسته از "منحنی مرکزی" دورتر باشد، ناپایدارتر است.



در نظر گرفت. (یکای فرمی = 10^{-13} cm که به افتخار انریکو فرمی نامگذاری شده است، غالباً به عنوان یکای طول در فیزیک ذرات بنیادی به کار می‌رود.)

از آنجا که حجم هسته با r^3 ، و در نتیجه بنا به فرمول (۳۶الف) با عدد نوکلئونی A متناسب است، نتیجه می‌گیریم که چگالی ماده هسته‌ای در هسته‌های مختلف، تقریباً ثابت است.

ابعاد هسته‌ها، به شکلی که در فرمول (۳۶الف) خلاصه شده است، از روی آزمایشهای گوناگونی تعیین شده‌اند. سراسرترین روش عبارت است از اندازه‌گیری سطح مقطع مؤثری که هسته در یک آزمایش پراکندگی، در معرض باریکه ذرات بسیار پرانرژی قرار می‌دهد.

۳۷. اکنون می‌خواهیم کمی درباره ماهیت نیروهایی که اجزای هسته را به صورت مجتمع نگه می‌دارند صحبت کنیم. تمام شواهد تجربی حکایت از آن دارند که

الف) نیروی هسته‌ای از نوع الکترومغناطیسی نیست. این نیروها از نیروهای الکترومغناطیسی بسیار قوی‌ترند.

ب) نیروی هسته‌ای دارای بُرد کوتاه است؛ وقتی فاصله بین دو نوکلئون از 10^{-12} cm تجاوز کند، نیروی هسته‌ای بین آن دو ناچیز می‌شود.

ج) نیروی هسته‌ای بین دو پروتون با نیروی هسته‌ای بین دو نوترون یکسان است، از این گذشته، ماهیت نیروی هسته‌ای بین دو پروتون با نیروی هسته‌ای بین یک پروتون و یک نوترون، یکسان است؛ می‌توان گفت این دو عملاً یکی هستند، گرچه این گفته نیاز به کمی اصلاح دارد. شواهد این سه حکم، از آزمایشهای پراکندگی و همچنین از مطالعه

منظم هسته‌های پایدار و پرتوزا و سیستم ترازهای انرژی آنها به دست می‌آیند. به ویژه، حکم مربوط به برد کوتاه نیروی هسته‌ای را می‌توان به ترتیب زیر تحقیق کرد: توسط پروتونهایی که در یک شتاب‌دهنده انرژی بسیار زیادی گرفته‌اند، هسته‌ای را بمباران می‌کنیم و به مطالعه پراکندگی پروتونها از هسته می‌پردازیم. هنگامی که پروتون از هسته دور است (یعنی دورتر از 10^{-11} تا 10^{-12} cm)، تنها نیروی مؤثر، نیروی دافعه کولنی است. این دافعه مانع از آن می‌شود که پروتون به اندازه کافی به هسته نزدیک شود تا نیروی هسته‌ای بتواند بر آن اثر کند، مگر اینکه انرژی پروتون بسیار زیاد باشد. اگر آنچه راجع به برد کوتاه نیروی هسته‌ای گفتیم درست باشد، انتظار داریم که پروتونها (یا ذرات آلفا در آزمایش رادرفورد)یی که انرژی خیلی زیادی ندارد طوری پراکنده شوند که گویی تنها نیروی موجود، نیروی دافعه کولنی است. به این ترتیب با تحلیل دقیق آزمایشهای پراکندگی

انریکو فرمی، تولد ۱۹۰۱، مرگ ۱۹۵۴. او در ۱۹۲۲ دکترای خود را از دانشگاهی در پیزای ایتالیا دریافت کرد. در ۱۹۲۶ استاد فیزیک نظری شد. در ۱۹۳۸ ایتالیا را ترک کرد و پس از مدتی تدریس در دانشگاه کلمبیا، در ۱۹۴۲ به دانشگاه شیکاگو رفت و تا پایان عمر در آنجا ماند. در ۱۹۳۸ به دریافت جایزه نوبل نایل شد.

آثار فرمی در زمینه فیزیک، گستره بسیار وسیعی را دربر می‌گیرد و هیچ شرح کوتاهی نمی‌تواند حق مطلب را در مورد کارهای او ادا کند. از جمله اولین کارهای او می‌توان ابداع آنچه که اصطلاحاً آمار فرمی-دیراک ذرات خوانده می‌شود (که همزمان با دیراک و مستقل از او این کار را انجام داد)، و نیز نظریه کمتی و بسیار موفق او در مورد واپاشی بتایی را نام برد. کار اصلی او در زمینه فیزیک هسته‌ای و ذرات بنیادی بود. از بین مباحث بسیاری که او مطالعه کرده است می‌توان پرتوزایی مصنوعی، نوترونهای کند، شکافت هسته‌ای و واکنشهای زنجیری را ذکر کرد. فرمی از جمله معدود فیزیکدانانی است که هم در زمینه نظری و هم تجربی کارهای برجسته‌ای کرده‌اند.

می‌توانیم حکم (ب) را بیازماییم و نتیجه همان خواهد بود که بیان کردیم. چون پروتونها بار دارند، نیروهای الکترومغناطیسی نیز می‌توانند بر آنها اثر کنند و یقیناً دو پروتون در یک هسته نیروی دافعه کولنی بر یکدیگر وارد می‌کنند. در فاصله‌های بیشتر از 10^{-12} cm، تنها نیروهایی که عملاً اثر می‌کنند، نیروهای الکترومغناطیسی‌اند؛ ولی در فواصل کمتر از این مقدار، نیروی هسته‌ای غالب می‌شود. نیروهای الکترومغناطیسی در ساختار هسته نقش دارند ولی نقششان تعیین‌کننده نیست.

در ارتباط با این بحث، باید صریحاً بگوییم که نیروهای از نوع

دافعه الکتروستاتیکی می‌خواهند ذرات باردار هسته را از هم دور کنند و نیروهای هسته‌ای می‌خواهند آنها را با هم نگهدارند، و در این میان نیروهای هسته‌ای پیروز می‌شوند؛ یعنی اینکه آنها قوی‌ترند.

۳۹. از آنجا که انرژی بستگی نوعی هسته در حدود 8 MeV به‌ازای هر نوکلئون است، می‌توان انتظار داشت که تحولات هسته‌ای با انرژی‌هایی از مرتبه تقریباً 1 MeV همراه باشند. در واقع، انرژی ذرات مادی و فوتونها (پرتوهای گاما) گسیل شده از هسته، نوعاً در گستره 100 KeV تا 10 MeV واقع‌اند.

بنابراین مرتبه بزرگی انرژی‌های مربوط به واکنش‌های هسته‌ای، به‌کلی با مرتبه بزرگی انرژی‌های مربوط به واکنش‌های شیمیایی فرق دارد و می‌توان به راحتی درک کرد که چرا فرایندهای شیمیایی هیچ تأثیری بر هسته‌ها ندارند. از دیدگاه شیمی و فیزیک اتمی، هسته‌ها کره‌های باردار هستند بسیار کوچک، سخت، پرجرم و غیرقابل تقسیم.

در بحث از اتمها نتیجه گرفتیم که طول موج یک فوتون اپتیکی در مقایسه با ابعاد اتم، بزرگ است. بدنیست اشاره کنیم که در فیزیک هسته‌ای نیز وضعیت مشابهی وجود دارد. یک پرتو گاما با انرژی 1 MeV را که انرژی نوعی گذارهای هسته‌ای است، در نظر بگیرید. طول موج وابسته به آن $1200 \text{ fermi} = 1200 \times 10^{-13} \text{ cm}$ است، که در مقایسه با ابعاد هسته بسیار بزرگ است.

نیروهای گرانشی و نیروهای الکترومغناطیسی

۴۰. اکنون باید توضیح بدهیم که چرا در بحث از اتم، مولکول و هسته، نیروهای گرانشی را به حساب نمی‌آوریم. برای این منظور، نسبت نیروی گرانشی به نیروی الکتروستاتیکی بین دو پروتون را محاسبه می‌کنیم. این نسبت مستقل از فاصله پروتونهاست، و به دست می‌آوریم

$$\frac{M_p^+ G / r^2}{e^2 / r^2} = \frac{M_p^+ G}{e^2} = 8.1 \times 10^{-37} \quad (\text{الف } 40)$$

که در آن $G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ dyne cm}^2 \text{ gr}^{-2}$ ، ثابت گرانش است.

بنابراین نسبت این دو نیرو بسیار بسیار کوچک است و در جایی که برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی حضور دارند انتظار داریم که اثر گرانش به‌طور کامل قابل اغماض باشد، نیروهای گرانشی تنها در صورتی می‌توانند نقشی داشته باشند که هیچ‌یک از نیروهای شناخته‌شده دیگر، اثر نکنند؛ یعنی فقط بین اجسامی (بزرگ) که از لحاظ الکتریکی در فصل ۹ برای این شکل تابع پتانسیل، توضیحی نظری ارائه خواهیم کرد.

هسته‌ای، ظاهراً هیچ تأثیری بر الکترونها ندارند؛ تنها نیروهای مهمی که بر الکترونها اثر می‌کنند، نیروهای الکترومغناطیسی‌اند.

۳۸. اکنون این واقعیت را که نیروی قوی هسته‌ای نیرویی با برد کوتاه است، کمی بیشتر بشکافیم. بنابر باورهای امروزی ما، سرشت کلی این نیرو که بین دو نوکلئون اثر می‌کند، به‌نحو معقولی با یک تابع پتانسیل $U(r)$ نشان داده می‌شود که شکل آن چنین است

$$U(r) \approx C \left(\frac{b}{r} \right) \exp \left(-\frac{r}{b} \right) \quad (\text{الف } 38)$$

با این شرط که فاصله r بزرگ‌تر از 10^{-13} cm باشد. b ثابت معیاری است از برد نیرو و مقدار آن برابر است با $b = 1.4 \times 10^{-13} \text{ cm}$. ثابت C شدت نیرو را بیان می‌کند. ماهیت این نیرو در فواصل کمتر از 10^{-13} cm بسیار پیچیده‌تر است و در حال حاضر معلومات چندانی از آن در دست نیست.

تأکید می‌کنیم که تابع پتانسیل $U(r)$ برهم‌کنش دو نوکلئون را به‌طور دقیق بیان نمی‌کند، اما مهم‌ترین جنبه این برهم‌کنش را نشان می‌دهد و آن اینکه پتانسیل با زیاد شدن فاصله به‌صورت نمایی کم می‌شود. ببینیم معنای واقعی این گفته چیست. در فاصله $r = b$ خواهیم داشت $U(b) = C/e$. (این ثابت تقریباً از مرتبه 10 MeV است.) در فاصله $r = 10b = 1.4 \times 10^{-12} \text{ cm}$ پتانسیل برابر است با $U(10b) = (0.1C) \times \exp(-10) \sim 5 \times 10^{-6} C$ با فاصله $r = 100b = 1.4 \times 10^{-11} \text{ cm}$ ، پتانسیل برابر است با $U(100b) = (0.01C) \times \exp(-100) \sim 10^{-45} C$ مثالهای عددی می‌توان نتیجه گرفت که وقتی فاصله دو نوکلئون از 10^{-11} cm بیشتر شود، نیروی هسته‌ای به‌طور کامل قابل چشم‌پوشی می‌شود. در فواصل بیشتر از فاصله مذکور، عملاً هیچ نیروی هسته‌ایی در کار نیست.

خواننده باید در مورد این مسئله دقیقاً بیندیشد، در نگاه اول ممکن است رابطه (الف ۳۸) شبیه به پتانسیل کولنی به‌نظر بیاید. ولی وجود عامل نمایی حاکی از یک فرق اساسی است. منظور از محاسبات عددی هم نشان دادن همین مطلب بود.

پس، در تمام موارد عملی، بین هسته‌ها در مولکولها و جامدات، نیروی هسته‌ای درکار نیست و در این موارد نیروهای الکترومغناطیسی نقش اصلی ایفا می‌کنند. در فواصل کوچک، $r \sim 10^{-13} \text{ cm}$ ، نیروی هسته‌ای به مقدار قابل ملاحظه‌ای از نیروهای الکترومغناطیسی قوی‌تر است و نیروی اخیر در درجه دوم اهمیت قرار می‌گیرد. وجود هسته خود دلیل روشن و بلاواسطه‌ای بر درستی این امر است. نیروهای

خنثی هستند و در فواصلی از هم قرار دارند که در مقایسه با فواصل نوعی اتمی بزرگ‌اند.

نظریه نسبیت عام اینشتین یک نظریه گرانش کاملاً هندسی است و از زیبایی و انسجام درونی چشمگیری برخوردار است. علی‌رغم تمام کوشش‌های اینشتین و دیگران تاکنون نتوانسته‌ایم سایر نیروهای طبیعت را به‌طور طبیعی در این نظریه وارد کنیم. بنابراین پدیده گرانش سوی تمامی برهم‌کنش‌هایی است که در مقیاس میکروسکوپی بر ساختار ماده حاکم‌اند؛ چنین به نظر می‌رسد که گرانش کلاً با میکروفیزیک بی‌ارتباط باشد؛ به همین دلیل است که در این کتاب به گرانش نپرداخته‌ایم. خواننده باید توجه داشته باشد نسبتی که با رابطه (۴۰الف) بیان شد، چیزی نیست جز نسبت ثابت گرانش برحسب یک‌های طبیعی میکروفیزیک، به ثابت ساختار ریز. در نظریه‌های امروزی فیزیک کوانتومی جایی برای اعدادی به این کوچکی وجود ندارد. شاید بتوان امیدوار بود که در آینده، حلقه ارتباطی بین این موضوعات ظاهراً بی‌ربط، یعنی میکروفیزیک و گرانش، پیدا شود ولی در حال حاضر هیچ نشانه‌ای در دست نیست که چگونه می‌توان این فاصله را از میان برداشت.

۴۱. اکنون شدت میدان الکتروستاتیکی را در فاصله شعاع بور (a_0) از یک پروتون بررسی می‌کنیم. چون a_0 از مرتبه 10^{-8} cm و انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی الکترون در اتم هیدروژن از مرتبه 10 eV است، نتیجه می‌گیریم که این میدان از مرتبه 10^{11} volts/meter است، یا به‌طور دقیق‌تر

$$E_{\text{تم}} = 5.14 \times 10^{11} \text{ volts/meter} \quad (۴۱\text{الف})$$

که در مقایسه با قوی‌ترین میدان‌های الکتروستاتیکی که به‌طور ماکروسکوپی قابل حصول باشند، یعنی در مقایسه با میدان‌هایی از مرتبه 10^7 ولت بر متر، میدانی است بسیار قوی. پیش از هر چیز نتیجه می‌گیریم که اثر میدان‌های الکتریکی خارجی که می‌توان آنها را در آزمایشگاه ایجاد کرد، بر اتمها و مولکولها بسیار ناچیز، و بر هسته کاملاً قابل چشم‌پوشی است. با این‌همه این اثرها قابل مشاهده‌اند؛ میدان الکتریکی هر خط از طیف یک اتم را به چندین خط با بسامدهای تقریباً یکسان تجزیه می‌کند. این پدیده به اثر اشتارک معروف است.

این امر که میدان الکتروستاتیکی مؤثر بر الکترون در یک اتم، بسیار قوی‌تر از میدان الکتروستاتیکی است که به‌طور ماکروسکوپی در آزمایشگاه می‌توان ایجاد کرد، از طریق زیر به راحتی قابل درک است: یکی از خصوصیات مهم میدان‌های الکتروستاتیک (همان‌طور که در معادلات ماکسول توصیف می‌شود) آن است که اگر چنین میدانی در

یک ناحیه تهی از فضا برقرار شود، شدت میدان در نقطه‌ای روی یک رسانا بیشینه خواهد بود. اما رساناها از اتمها ساخته شده‌اند و اگر شدت میدان روی رسانا با شدت میدانی که اتمها را نگه‌می‌دارد، قابل مقایسه باشد، آنگاه رسانا شروع به فروپاشیدن خواهد کرد. بنابراین برآورد (۴۱الف) ، حد بالایی مطلق برای میدان‌های الکتروستاتیکی ماکروسکوپی قابل حصول است؛ در عمل، شکست الکتریکی خیلی زودتر از رسیدن به این حد رخ می‌دهد.

۴۲. برای میدان‌های مغناطوستاتیکی ماکروسکوپی نیز ملاحظات مشابهی برقرار است. میدان‌هایی که می‌توانیم در آزمایشگاه ایجاد کنیم، الزاماً باید ضعیف باشند، به این معنی که اثر آنها بر ساختار اتمها قابل ملاحظه نباشد. میدان مغناطیسی نیز باعث تجزیه یک خط طیف به چندین مؤلفه می‌شود. این پدیده به اثر زیمن معروف است.

برای مشخص کردن حد بالایی میدان‌های مغناطیسی قابل حصول، می‌توانیم میدان مغناطیسی‌ای را تعیین کنیم که چگالی انرژی تولید شده از آن برابر چگالی انرژی حاصل از یک میدان الکتریکی از مرتبه 10^{11} V/m باشد، این میدان مغناطیسی از مرتبه 10^7 گاوس خواهد بود. در آزمایشگاه می‌توان به راحتی میدان‌های مغناطیسی پایایی تا شدت 50000 گاوس به وجود آورد. همچنین میدان‌هایی نزدیک به 10^6 گاوس را نیز می‌توان برای مدت کوتاهی ایجاد کرد. از بررسی تشعشعات وارد بر رساناهای حامل جریانی که این میدانها را ایجاد می‌کنند، و اینکه آنها نباید از حدودی که توسط نیروهای نگه‌دارنده اتمها و جامدات تعیین می‌شود تجاوز کنند، چنین برمی‌آید که نمی‌توانیم میدان‌های استاتیکی بالاتر از 10^7 گاوس ایجاد کنیم.

۴۳. اگر از دیدگاه شدتهای طبیعی میدان در الکترودینامیک کوانتومی به شدت میدان‌های ماکروسکوپی نگاه کنیم می‌توانیم نتیجه بگیریم که حتی میدان‌های الکتریکی داخل اتمها نیز بسیار ضعیف‌اند. می‌توانیم یکای طبیعی شدت میدان (الکتریکی یا مغناطیسی) را چنین تعریف کنیم: میدانی که در فضا چگالی انرژی برابر با انرژی سکون یک الکترون تقسیم بر طول موج کامپیونی الکترون به توان ۳ ایجاد کند. مقدار این یکا برای شدت میدان الکتریکی برابر $10^{17} \times 4\pi$ وات بر متر و برای شدت میدان مغناطیسی برابر $10^{13} \times 1.3$ گاوس است. نظریه الکترودینامیک کوانتومی برای میدان‌هایی با این شدت، انحراف چشمگیری از معادلات ماکسول در خلأ را پیشگویی می‌کند. به‌ویژه، اصل برهم‌نهم دیگر برقرار نیست، و در این شرایط میدان‌های الکترومغناطیسی را نمی‌توان با معادلات خطی توصیف کرد. در واقع، الکترودینامیک کوانتومی در مورد خطی بودن میدان‌های بسیار ضعیفی که در آزمایشگاه به دست می‌آیند

معلومی دارند، به ترتیب زیر دسته بندی کنیم

$$E_f = \frac{1}{16} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^4 \left(\frac{1}{4} mc^2 \right) \\ = \frac{1}{16} \alpha^2 \left(\frac{1}{4} \alpha^2 mc^2 \right) = \frac{\alpha^2}{16} R_\infty \quad (ب۴۴)$$

حال اگر به عبارت سمت راست نگاه کنیم می بینیم که بزرگی E_f کاملاً گویاست و آن عبارت است از تصحیح کوچکی با مرتبه نسبی حدود 10^{-5} روی ساختار درشت. اکنون محاسبه انرژی E_f برحسب الکترون ولت بسیار راحت است؛ کافی است که 13.6 eV را در ثابت $\alpha^2/16$ ضرب کنیم. به این ترتیب می بینیم که دسته بندی عاملها، نظیر آنچه در معادله (ب۴۴) انجام شد، به ساده کردن عملیات محاسباتی می انجامد. اما رابطه (ب۴۴) بصیرتهایی درباره ماهیت این اثر نیز به ما می دهد. در بررسی نظری اتم هیدروژن به صورت کاملاً غیرنسبیتی (با تقریب بینهایت بودن جرم پروتون)، و با صرف نظر کردن از اثرهای گشتاور مغناطیسی ذاتی الکترون، ساختار ریزی وجود نخواهد داشت. برای روشن شدن این مطلب، باید یادآور شویم که در چنین نظریه ای فقط ثابتهای e ، m و \hbar ظاهر می شوند و c به میان نمی آید. در واقع انرژی یونش R_∞ ، مستقل از c است، اما ثابت ساختار ریز که در رابطه E_f پدیدار می شود، با c نسبت عکس دارد و با تقریب غیرنسبیتی، که در آن $c = \infty$ است، به دست می آوریم $E_f = 0$. بنابراین می توانیم E_f را یک تصحیح نسبیتی برای ساختار درشت بدانیم. پس انتظار داریم که بزرگی این تصحیح از مرتبه $(v/c)^2 R_\infty$ باشد که در آن v سرعت الکترون است. قبلاً سرعت v را برآورد کردیم و دریافتیم که $\alpha \sim (v/c)$ است. به این ترتیب به عبارتی شبیه (ب۴۴) می رسم، و بنابراین ساختار ریز در هیدروژن یک اثر نسبیتی است.

۴۵. از لحاظ تاریخی، نام "ثابت ساختار ریز" برای ثابت α ، در ارتباط با کارهای زومرفلد بر روی ساختار ریز اتم هیدروژن انتخاب شده است؛ ثابت α ، به عنوان یک ثابت مهم، اولین بار در رابطه (ب۴۴) شناسایی شد. در آن زمان که بور نظریه اش را در مورد طیف هیدروژن ارائه کرد، روشن نشده بود که می توان انرژی یونش هیدروژن را، آن چنان که ما نوشتیم، به صورت

$$R_\infty = \frac{1}{4} \alpha^2 mc^2 \quad (الف۴۵)$$

نوشت، بلکه آن را به صورت

$$R_\infty = \frac{e^4 m}{4 \hbar^2 c^2} \quad (ب۴۵)$$

نیز انحرافهای بسیار اندکی را پیشگویی می کند. ولی این انحرافها آنقدر ناچیزند که در عمل، از لحاظ ماکروسکوپی هیچ اهمیتی ندارند، و در واقع تاکنون در آزمایشهای ماکروسکوپی آشکار نشده اند. کوچک بودن میدانهای ماکروسکوپی، هنگامی که برحسب یکاهای طبیعی اندازه گیری شوند، که در نهایت می توان آن را ناشی از کوچک بودن ثابت ساختار ریز α دانست، به ما درکی می دهد از این مسئله که چرا معادلات خطی ماکسول در عمل تا این اندازه دقیق اند.

در باره محاسبات عددی

۴۴. اکنون کمی درباره محاسبه عددی یک عبارت نظری که یک کمیت فیزیکی را بیان می کند، گفتگو می کنیم. خواننده ممکن است احساس کند که چنین کاری ضروری نیست؛ محاسبه عددی بلایی است ناگزیر (علی الخصوص در حل مسائلی که به عنوان تکلیف داده می شوند) و با حل تمرینهای محاسباتی چیزی از فیزیک نمی توان یاد گرفت. اما این نظر چندان درست نیست. هم محاسبات عددی "بد" وجود دارند و هم محاسبات عددی "خوب". انجام یک محاسبه "خوب" نیاز به بصیرت فیزیکی دارد. برای نشان دادن فرق میان محاسبه "خوب" و "بد" مثالی می زنیم. با مطالعه جزئیات ظریف تر طیف اتم هیدروژن، معلوم می شود که هر خط طیف که در یک اندازه گیری با تفکیک ضعیف. فقط یک خط به نظر می آید، در واقع از چندین خط بسیار نزدیک به هم تشکیل شده است. می گوئیم طیف دارای یک ساختار ریز است. در مطالعه نظری ساختار ریز به یک انرژی E_f برمی خوریم که فاصله نوعی بین دو خط نزدیک به هم را مشخص می کند، و به طور نظری مقدار آن از رابطه زیر به دست می آید

$$E_f = \frac{e^4 m}{32 \hbar^2 c^2} \quad (الف۴۴)$$

حال اگر مقادیر ثابتهای موجود در رابطه (الف۴۴) را مستقیماً از جدول (الف۲) در آن قرار بدسیم، این محاسبه قطعاً محاسبه "بد" خواهد بود. چون اولاً حساب کردن e^4 و \hbar^4 کاری است بسیار کسل کننده، ثانیاً فرمول (الف۴۴) بسیار مبهم است و قبل از انجام محاسبه نمی توانیم "بینیم" بزرگی این انرژی چقدر است و این رابطه در این شکل، چیزی از ماهیت فیزیکی اثر را نشان نمی دهد. اما فرض کنید که ابتدا ثابتهای معادله (الف۴۴) را به صورت عاملهایی که معانی

باشد، بدون توجه به اینکه تواناییهای محدود ما از لحاظ ریاضی، برای محاسبه مقدار عددی آن کافی هستند یا نه.

اصولاً دسته‌بندی پارامترهای فیزیکی به ثابتهای اساسی و ثابتهای مشتق‌شده، کاملاً اختیاری است. در عمل پارامترهایی را به عنوان ثابتهای اساسی انتخاب می‌کنیم که در معادلات ما به صورت خیلی "ساده" ای ظاهر شوند و تعبیر فیزیکی معقول و گویایی داشته باشند. واضح است که در نظر گرفتن ثابت ساختار ریز به عنوان یک ثابت اساسی و انرژی یونش هیدروژن به عنوان یک ثابت مشتق‌شده منطقی‌تر است تا عکس آن. بنابراین، مجموعه ثابتهای اساسی مستقل، مجموعه‌ای از پارامترهای

فیزیکی است که به طور مناسب انتخاب شده‌اند و به طور نظری به یکدیگر مربوط نیستند. ما هیچ درکی از بزرگی مقادیر عددی این ثابتها نداریم: یکایک آنها را باید به طور تجربی تعیین کنیم. سؤالی که طرح کردیم مربوط است به بیشترین تعداد ثابتهای مستقل، یعنی تعداد ثابتهای که قبل از محاسبه (پیشگویی) هر پارامتر فیزیکی دیگر، باید شناخت. روشن است که سؤال ما فقط در ارتباط با نظریه‌های فیزیکی موجود معنی دارد. ثابتی که امروز کاملاً تجربی قلمداد می‌شود، ممکن است فردا در چارچوب یک نظریه جدید، "تبیین‌شده" باشد.

۴۸. به منظور دریافتن وضعیت کنونی، تعدادی از ثابتهای اساسی را فهرست می‌کنیم:

الف) ثابت ساختار ریز

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \cong \frac{1}{137}$$

ب) نسبت جرم الکترون به جرم پروتون

$$\beta = \frac{m}{M_p} \cong \frac{1}{1836}$$

ج) ثابت گرانش برحسب یکاهای طبیعی اتمی

$$\gamma = \frac{(M_p^2 G)/(\hbar/M_p c)}{(M_p c^2)} = 5.902 \times 10^{-39}$$

د) ثابتی که شدت برهم‌کنشهای به اصطلاح ضعیف را مشخص می‌کند، برهم‌کنشهایی که عامل واپاشی بتایی بسیاری از هسته‌هاست. براساس اعتقادات امروزی ما، برهم‌کنشهای ضعیف هیچ ربطی به نیروهای هسته‌ای قوی، الکترومغناطیس، یا گرانش ندارند. به نظر می‌رسد تمام پدیده‌هایی که برهم‌کنشهای ضعیف در آنها دخالت دارند، تجلیاتی

۱. در اولین مطالعه می‌توان این قسمت را حذف کرد.

می‌نوشتند و به همین دلیل بود که α "ثابت ساختار درشت"، که نام مناسب‌تری است، نامیده نشد. رابطه (۴۵الف) را باید بیان "بهر"ی برای R_{∞} دانست چرا که بینش بسیار بهتری در مورد ماهیت اتم به دست می‌دهد. همان‌طور که توضیح دادیم α ثابت بنیادی جفت‌شدگی بین میدان الکترومغناطیسی و بار بنیادی است. آنها "ساختارهای سست پیوند"ی‌اند که الکترونهایشان "آهسته" حرکت می‌کنند، چون α نسبت به واحد کوچک است؛ به همین دلیل یک نظریه غیرنسبیتی به تقریب خوبی می‌انجامد. تصحیحات نسبیتی از مرتبه $(v/c)^2$ و نتیجتاً از مرتبه α^2 ‌اند.

۴۶. امیدواریم که این مثال، آن چیزی را که در محاسبات عددی می‌باید در نظر داشت تا اندازه‌ای نشان داده باشد. همیشه سعی می‌کنیم که در فرمولها، ترکیبی از ثابتها را که معنی فیزیکی دارند تشخیص بدهیم و قبل از هرگونه محاسبه عددی، آنها را به صورت چندعامل یا جمله دسته‌بندی کنیم. واضح است که این کار نیاز به بصیرت دارد: تا درکی از ماهیت پدیده نداشته باشیم، نمی‌توانیم این کار را به صورتی طبیعی و با معنی انجام بدهیم.

غرض از مسائلی که در این کتاب آورده‌ایم، صرفاً انجام تمرینهای ریاضی نیست بلکه منظور آن است که خواننده با مرتبه‌های بزرگی در فیزیک کوانتومی آشنا شود، و همچنین بیاموزد که چگونه نظرهای مورد بحث در این کتاب را در وضعیتهای مشخص فیزیکی به کار ببرد.

مبحث پیشرفته: ثابتهای اساسی طبیعت^۱

۴۷. به این سؤال جالب توجه کنید: تعداد واقعی ثابتهای اساسی و مستقل طبیعت چندتاست؟

موضوع نهفته در این سؤال از این قرار است: نظریه‌های امروزی فیزیک برقراری روابط معینی را بین پارامترهای مشخص‌کننده سیستمهای فیزیکی ایجاد می‌کنند. برای مثال، انرژی یونش هیدروژن را می‌توان به طور نظری برحسب ثابتهای m ، e ، \hbar ، یا در صورت تمایل برحسب ثابتهای m ، c و α بیان کرد. اگر ثابتهای m ، e و \hbar را از قبل بدانیم می‌توانیم پتانسیل یونش را پیشگویی کنیم و سپس با مقایسه این پیشگویی با نتایج تجربی، درستی نظریه خود را بیازماییم. بسیاری از پارامترهای فیزیکی دیگر نیز به همین معنی، "به طور نظری مفهوم"‌اند: آنها را می‌توان برحسب چند ثابت بنیادی بیان کرد.

در اینجا باید عبارت "به طور نظری مفهوم" را به معنی وسیع آن تعبیر کرد. ما یک ثابت را هنگامی به طور نظری مفهوم می‌دانیم که بتوانیم معادله معینی را بنویسیم که علی‌الاصول تعیین‌کننده آن ثابت

و ۵۲. اما در حال حاضر، سؤال راجعه به تعداد ثابتهای مشخصکننده برهمکنشهای قوی را باید کاملاً بدون جواب در نظر گرفت.

۴۹. در این فهرست یکی از مهم‌ترین ثابتهایی که به‌طور تجربی تعیین شده است، یعنی نسبت بار الکترون به بار پروتون را ننگ‌جاده‌ایم. مطابق آزمایشی که کینگ در سال ۱۹۶۰ انجام داد، این نسبت با دقت یک در 10^{20} ، برابر است با ۱- . کینگ همچنین نسبت بار هسته هلیوم به بار پروتون را اندازه گرفت و آن را با همان دقت، برابر با ۲ به دست آورد. نتایج مذکور، قویاً این نظر را تأیید می‌کنند که بار هر ذره‌ای باید مضرب درستی از بار الکترون باشد. شواهد دیگری نیز بر این امر وجود دارند، هرچند اکثر آنها فاقد استحکام اندازه‌گیریهای کینگ هستند. در واقع، از مدتها پیش فیزیکدانان به "کوانتومی بودن بار" معتقد شده‌اند. اما هیچ درک نظری از اینکه چرا باید تمام بارها مضرب درستی از بار الکترون باشند در دست نیست.

پس چرا ثابت $(10^{-20} \pm 1)$ را در فهرست وارد نکردیم؟ چون نظریه‌های ما طوری‌اند که اگر این ثابت واقعاً برابر با ۱- نباشد، اوضاع کاملاً ناجور خواهد شد. می‌توان پذیرفت که احتمالاً ثابتهایی که در این فهرست آمده‌اند با مقدار واقعی‌شان اندکی اختلاف داشته باشند؛ درست به همین لحاظ است که به آنها ثابتهای تجربی می‌گویند. اگر ثابت ساختار ریز به اندازه یک درصد بزرگ‌تر باشد، الکترودینامیک کوانتومی به هم نخواهد ریخت؛ هیچیک از نکات اساسی قوانین طبیعت، آن‌چنان که، آنها را می‌شناسیم تغییر نخواهد کرد. ولی این مسئله با کوانتومی بودن بار به‌کلی فرق می‌کند: ساختار نظریه ما وابسته به این اصل است.

۵۰. در اصل، الکترودینامیک کوانتومی به‌عنوان نظریه‌ای برای اتم، مولکول، و ماده کیهانی، تنها شامل دو ثابت اساسی تجربی است، یعنی $\alpha = m/M_p$ و β . منظور از این حرف آن است که می‌دانیم تمامی کمیت‌های این حوزه از فیزیک علی‌الاصول به این دو ثابت وابسته‌اند: خواص هسته‌های اتمهای مختلف تنها از طریق اعداد صحیح Z و A دخالت می‌کنند و سایر خصوصیات فیزیکی هسته تأثیر "ناچیز"ی بر اتم، مولکول، و ماده کیهانی دارند.

بنابراین، گفته بالا بیان ساده‌ای از وضعیت واقعی است، ولی پیگیری آن می‌تواند جالب باشد. در وهله اول ممکن است عبارت مذکور نادرست به نظر بیاید، چون تعداد "ثابت‌های اساسی" که در جدول

۱. ما در اینجا استنباط معقول خود را بیان کرده‌ایم. آنچه کینگ واقعاً انجام داد این بود که ثابت کرد مولکول هیدروژن و اتم هلیوم با دقت گفته شده، خنثی هستند.

[J. G. King, "Search for a small charge carried by molecules," *Physical Review Letters* 5, 562 (1960).]

از یک برهم‌کنش بنیادی (عام) طبیعت باشند که فقط با یک ثابت جفت‌شدگی مشخص می‌شود. شدت این برهم‌کنش در حدود 10^{-14} بار از شدت نیروی هسته‌ای کمتر است.

ها) نسبت جرم الکترون به جرم میون $m/m_\mu \sim 1/200$ میون (یا مزون مو) یک ذره بنیادی است که ظاهراً غیر از بیشتر بودن جرمش، فرق دیگری با الکترون ندارد. نقش میون در طرح اشیا تقریباً به‌طور کامل ناشناخته مانده است.

و) بالاخره به ثابت‌هایی احتیاج داریم که برهم‌کنشهای قوی را که نیروهای قوی هسته‌ای نیز جزو آنها هستند توصیف می‌کنند. اوضاع نظری در این مورد بسیار مبهم است و ما نمی‌دانیم که در این مقوله چند ثابت مستقل وجود دارد. با این‌همه، این دو ثابت را می‌توانیم در نظر بگیریم

$$s_1 = \frac{(\text{جرم مزون پی})}{(\text{جرم پروتون})} \cong 0.15$$

$$s_2 = \frac{B_D}{M_p c^2} \cong 2.35 \times 10^{-2}$$

که در آن $B_D = 2.23 \text{ MeV}$ انرژی بستگی دوترون است.

ثابت s_2 را به‌خاطر معنی فیزیکی بلاواسطه‌اش، به‌عنوان یک ثابت ممکن برای توصیف نیروی هسته‌ای، به‌دلخواه انتخاب کرده‌ایم. درباره این عدد هیچ چیز بنیادی وجود ندارد ولی می‌توانیم تصور کنیم که معیاری از شدت نیرو را به‌دست می‌دهد. به‌عبارت دیگر، معتقدیم که علی‌الاصول می‌توان تمام انرژیهای بستگی هسته‌ای دیگر را برحسب s_1 و s_2 بیان کرد. در این مورد واقعاً باید یک نظر فوق‌العاده سخاوتمندانه راجعه به "چیزهای به‌طور نظری مفهوم" داشته باشیم. ما نمی‌دانیم که در این مورد "معادله درست" چیست و ممکن است انتظار خیرخواهانه وجود چنان معادله‌ای که فقط حاوی s_1 و s_2 باشد، کاملاً بی‌اساس باشد.

حقیقت آن است که تا این زمان (هنگام نوشتن این مطالب) نمی‌توانیم نسبت جرم ذراتی مانند مزونهای K ، نوکلئونها، ذرات لاندای و غیره را محاسبه کنیم. برای این کار هیچ نظریه بنیادی در اختیار نداریم و شاید لازم باشد تمام این نسبت جرمها را به فهرست خود اضافه کنیم. از طرف دیگر ممکن است روزی نظریه‌ای پیدا شود که از طریق آن بتوانیم جرم بعضی و شاید تمام ذرات با برهم‌کنش قوی را محاسبه کنیم. به‌موجب یک نظر فوق‌العاده خوشبینانه، نظریه "درست" طوری خواهد بود که فیزیک برهم‌کنشهای قوی، ثابت‌های تجربی در خود نداشته باشد؛ همه چیز محاسبه خواهد شد، از جمله اعداد s_1

می‌دهیم، به صورت مضرب معینی از طول موج یک خط نارنجی خاص در طیف کریبتون تعریف می‌شود. برطبق توافق بین‌المللی این ضریب برابر $n_2 = 1650763.73$ است.

طول موج خط نارنجی کریبتون را علی‌الاصول می‌توانیم محاسبه کنیم (ولی نه عملاً)، و آن را به صورت

$$\lambda = c_2 \alpha^{-2} \left(\frac{\hbar}{mc} \right) \quad (الف ۵۲)$$

بنویسیم که در آن c_2 ثابتی است که به نحو ضعیفی به α و β بستگی دارد. در اولین تقریب، c_2 صرفاً یک عدد ثابت است که با آشنایی با مباحث ریاضی فیزیک اتمی، می‌توانیم آن را پیدا کنیم. بنابراین "متر اتمی" به صورت زیر نوشته می‌شود

$$(m)_a = n_2 c_2 \alpha^{-2} \left(\frac{\hbar}{mc} \right) \quad (ب ۵۲)$$

۵۳. چنین به نظر می‌رسد که در آتیه نزدیکی یک "استاندارد اتمی" برای زمان پذیرفته شود. هر چند امروز ثانیه به صورت نجومی تعریف می‌شود. در هر حال ما از تاریخ سبفت می‌گیریم و فرض می‌کنیم که چنین استانداردی پذیرفته شده است و ثانیه از روی بسامد گذار معینی در اتم سزیم که در ناحیه بسامدهای رادیویی قرار دارد تعریف می‌شود. این بسامد که می‌توان آن را بسامد حرکت تقدیمی اسپین هسته سزیم در میدان الکترونیهای مداری تعبیر کرد، با دقت زیادی اندازه‌گیری شده است و مقدار آن (برحسب ثانیه نجومی) چنین به دست آمده است

$$\frac{1}{T_0} = \nu_0 = 9192631770 \pm 10 \text{ cycles/sec} \quad (الف ۵۳)$$

دقت این عدد مشخصه دقتی است که در اندازه‌گیری بسامدهای رادیویی می‌توان به آن دست یافت. (بنا به نظریه الکترودینامیک کوانتومی) عبارت نظری این بسامد به صورت

$$\nu_0 = c_2 \alpha^4 \beta \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right) \quad (ب ۵۳)$$

است، که در آن c_2 ثابتی است عددی تقریباً مستقل از α و β ، و علی‌الاصول (نه در عمل) قابل محاسبه است به شرطی که اطلاعاتی در مورد هسته سزیم در دست باشد. بنابراین، فرض کنید ثانیه را که با $(\text{sec})_a$ ، "ثانیه اتمی" نمایش می‌دهیم، به صورت زیر تعریف کنیم

$$(\text{sec})_a = (9192631770) T_0 = n_2 c_2^{-1} \alpha^{-4} \beta^{-1} \left(\frac{\hbar}{mc^2} \right) \quad (ج ۵۳)$$

(الف ۲) آمده‌اند مطمئناً بیشتر از دوتا است. ولی باید توجه کرد که این ثابتها مبتنی بر یکاهایی کاملاً اختیاری (یکاهای بشری) اند و مقادیر عددی آنها به هیچ وجه ارزش مطلق ندارند.

بنابراین، لازمه شناخت خواص ماده کپه‌ای آن است که بین کمیتهای فیزیکی اساسی و آنهایی که به یکاهای اختیاری ما بستگی دارند فرق بگذرایم. به عنوان مثال، سرعت صوت در یک بلور را در نظر بگیرید. اینکه بپرسیم این سرعت برحسب cm/sec چقدر است یک سؤال "اساسی" نیست. چون پاسخ آن به تعریف اختیاری سانتی‌متر و ثانیه بستگی دارد، صریح‌ترین سؤال نظری این است که بپرسیم نسبت سرعت صوت (c_s) به سرعت نور چقدر است؛ بدیهی است که این کمیت از تمام استانداردهای ماکروسکوپیک مستقل است. اعتقاد راسخ داریم که این عدد، علی‌الاصول در الکترودینامیک کوانتومی قابل محاسبه است.

۵۱. برای درک صحیح معنی ثابتهایی که در جدول (الف ۲) آمده‌اند، مروری می‌کنیم بر تعاریف دستگاه یکاهای ماکروسکوپیک.

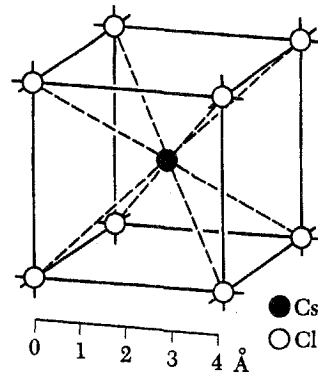
کیلوگرم براساس توافق بین‌المللی، جرم یک تکه معین از فلزی است که در پاریس نگهداری می‌شود. برای آنکه مشخص کنیم که منظور همان تکه است، این یکا را با $(\text{kg})_P$ (کیلوگرم پاریس) نشان می‌دهیم. تعریف گرم از این قرار است: $(\text{gT})_P = (\text{kg})_P / 1000$. این تکه فلز از تعداد معینی، مثلاً n_1 نوکلئون تشکیل شده است. مقدار دقیق n_1 معلوم نیست، ولی علی‌الاصول می‌توانیم آن را با شمارش تعیین کنیم. حال اگر فرض کنیم که با استفاده از نظریه برهم‌کنشهای قوی، بتوانیم نسبت جرم هر هسته به جرم پروتون را حساب کنیم، آنگاه می‌توانیم جرم تکه فلز در پاریس را به صورت

$$(\text{kg})_P = n_1 c_1 M_p = n_1 c_1 \beta^{-1} m \quad (الف ۵۱)$$

بنویسیم که در آن c_1 ثابتی است نزدیک به واحد و از طریق محاسبه تعیین می‌شود. به عبارت دقیق‌تر، این ثابت به α و β وابسته است، اما به طور ضعیف، n_1 با آنکه به طور دقیق معلوم نیست، یک ثابت عددی است که با توافق بین‌المللی انتخاب می‌شود. و برابر است با تعداد نوکلئونها در تکه فلز.

۵۲. برای متر دو استاندارد وجود دارد، یا بهتر بگوییم وجود داشته است. در استاندارد قدیمی، متر فاصله بین دو شیار روی میله فلزی خاصی است که در پاریس نگهداری می‌شود. ما این متر را با $(\text{m})_P$ "متر پاریس" نشان می‌دهیم. ماهیت استاندارد جدید، "اتم" است. متر مربوط به این استاندارد که آن را با $(\text{m})_a$ "متر اتمی" نشان

کرد، و بنابراین هیچ دلیلی ندارد که طول موجها را برحسب طول میله فلزی بیان کنیم.



یادآوری این نکته که فاصله بین اتمها در هر بلوری از مرتبه شعاع بور، a_0 است. شکل بالا ساختار بلور سزیم کلرید را نشان می دهد. این نوع شبکه ها، شبکه مکعبی مرکزدار خوانده می شوند. در توصیف این شبکه می توان گفت که اتمهای کلر یک شبکه مکعبی تشکیل می دهند و یک اتم سزیم در مرکز هر مکعب قرار دارد. توجه داشته باشید که این شبکه با شبکه سدیم کلرید که در شکل ۳۰ الف نشان داده شد فرق دارد.

فرمول شیمیایی سزیم کلرید CsCl و تعداد اتمهای سزیم و کلر در شبکه برابر است. خواننده باید برای خودش ثابت کند که این امر در شکل منظور شده است، هرچند ممکن است در نگاه اول به نظر برسد تعداد اتمهای کلر در شبکه بیشتر از تعداد اتمهای سزیم است.

که در آن T_0 دوره این نوسان اتمی است، و عدد $n_2 = 9192631770$ با توافق بین المللی تعیین شده است.

۵۴. بالاخره استاندارد قدیمی طول، متر پاریس $(m)_P$ را در نظر بگیرید که به عنوان فاصله دو شیار روی یک میله فلزی تعریف شده است. پس این متر برابر است با طول رشته معینی از اتمها. به یک معنا، n_4 یعنی تعداد اتمهای این رشته، با توافق بین المللی تعیین می شود (هرچند این عدد دقیقاً مشخص نیست). چون n_4 تعداد اتمهایی است که در فاصله میان دو شیار قرار دارند، فاصله بین دو اتم مجاور در میله فلزی، کمیتی است که علی الاصول قابل محاسبه است؛ این فاصله به صورت $c_4 a_0$ است که در آن a_0 شعاع بور و c_4 ثابتی است که بستگی خیلی ضعیفی به α و β دارد. بنابراین می توانیم متر پاریس را به صورت زیر بنویسیم

$$(m)_P = n_4 c_4 a_0^{-1} \left(\frac{\hbar}{mc} \right) \quad (الف ۵۴)$$

این استاندارد طول، بنابه دلایل فنی، کنار گذاشته شده است، فاصله میان دو شیار کمیتی است که در تعریف آن دقت کمی وجود دارد. دو طول موج اپتیکی را با دقت بسیار بیشتری می توان مقایسه

۵۵. بحث ما، ماهیت واقعی استانداردهای ماکروسکوپیکی را نشان می دهد. این استانداردها از روی "پارامترهای اتمی" که دلخواهی انتخاب شده اند و نیز از روی اعداد n_1, n_2, n_3 که گزینش آنها براساس توافق بین المللی صورت گرفته است، تعریف می شوند. (همان طور که گفتیم n_1 دقیقاً معلوم نیست و به طور ضمنی تعریف می شود). یادآور می شویم که

الف) اندازه گیری یک طول موج اپتیکی، از طریق مقایسه آن با طول موج خط نارنجی کریپتون صورت می گیرد. این عمل را می توان با دقت زیادی انجام داد و به همین دلیل طول موجهای اپتیکی کمیتهایی هستند که با دقت تعیین شده اند. ثابت ریذبرگ، R_∞ اساساً یک عدد موج اپتیکی است و به همین جهت با چنین دقتی تعیین شده است. دقیق ترین اندازه گیریهای طول، چیزی جز اندازه گیری نسبتهای طول موجهای اپتیکی نیست. اطلاعات حاصل از این اندازه گیریها اهمیت نظری بالقوه ای دارند؛ اگر روزی به آن اندازه در نظریه طیفهای اتمی متبحر شویم که بتوانیم نسبت طول موجها را هم با دقت مشابهی پیشگویی کنیم، آنگاه خواهیم توانست مقایسه معنی داری بین نظریه و تجربه به عمل بیاوریم. ولی توانایی ما در محاسبه بسیار اندک است و به همین دلیل معنای نظری اندازه گیریهای طول موج حد معینی دارد. ب) دو بسامد در ناحیه بسامدهای رادیویی را می توان با دقت خیلی زیادی مقایسه کرد. اگر خواهیم بسامد اتم یا مولکولی را در این ناحیه اندازه بگیریم، در عمل آن را با بسامد سزیم مقایسه می کنیم. ج) اندازه گیری سرعت نور، به مقایسه بسامد مربوط به خط نارنجی کریپتون با بسامد سزیم بازمی گردد. بنابراین، این عمل، اندازه گیری یک "ثابت فیزیکی اساسی" نیست، بلکه ارزیابی استاندارد اختیاری طول برحسب استاندارد اختیاری زمان است.

۵۶. روابط (الف ۵۱)، (ب ۵۲)، (ج ۵۳) و (الف ۵۴) را در نظر بگیرید، این عبارات رابطه های نظری استانداردهای ماکروسکوپیکی را برحسب کمیات زیر به دست می دهند: (الف) اعداد n_1, n_2, n_3, n_4 که با توافق بین المللی تعیین می شوند؛ (ب) استانداردهای بنیادی الکترو دینامیک کوانتومی $m, \hbar/mc$ و \hbar/mc^2 ؛ و (ج) کمیتهای c_1, c_2, c_3, c_4 که معتقدیم علی الاصول می توان آنها را محاسبه کرد.

حتی اگر در عمل نتوانیم کمیتهای c_1, c_2, c_3, c_4 را با دقت حساب کنیم، می دانیم که آنها، در اولین تقریب، صرفاً چند پارامتر عددی و مستقل از α و β هستند. اگر واقعاً می توانستیم این اعداد

چون به وسیله آن می‌توانیم درک خود را از نقش ثابت‌های α و β در جهان بسنجیم. تعمق در مورد این مسئله را به عهده خواننده می‌گذاریم تا پس از به پایان رساندن کتاب به بررسی آن بپردازیم.

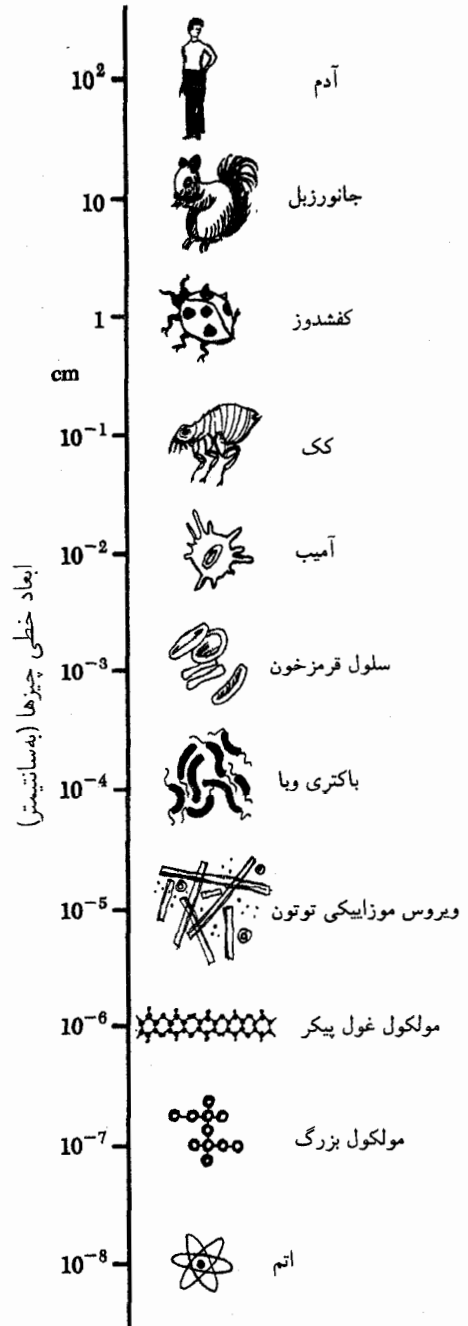
۵۷. سؤال می‌کنیم: چرا ابعاد اتم از مرتبه 10^{-10} m است: چرا اتم به این کوچکی است؟ هرچند این سؤال متافیزیکی به نظر می‌رسد، ولی در واقع چنین نیست. فرض کنید سؤال را به این شکل مطرح کنیم: چرا ابعاد خطی انسان در حدود 10^1 m است؟ این همان چیزی است که از سؤال اول حاصل می‌شود، چون متر طوری تعریف شده است که اندازه خطی بشر در حدود یک متر باشد. ما خواهیم توانست اجمالاً به این سؤال پاسخ بدهیم، مشروط بر آنکه بتوانیم تعداد اتمهای بدن انسان را برآورد کنیم و این امر علی‌الاصول خارج از دسترس فیزیک نیست. تلاش برای محاسبه دقیق این عدد، کار بیهوده‌ای است، ولی باید بتوانیم آن را برحسب ضریبی، مثلاً 10^6 ، برآورد کنیم. (اگر راجع به زیست‌شناسی و موضوعات مربوط به آن بیشتر می‌دانستیم این ضریب به دست می‌آمد.) این تفکرات "تفتنی" را به خواننده وامی‌گذاریم. منظور ما از ذکر این مسائل تنها روشن کردن این نکته بود که چگونه تمام خواص دنیای ماکروسکوپیکی که در آن زندگی می‌کنیم، در نهایت، وابسته به خواص ذرات بنیادی و برهم‌کنشهای آنهاست.

مسائل

۱. در سال ۱۹۰۳ پ. کوری و لایورد گسیل گرمایی را دیدیم را مطالعه کردند. آنها دریافتند که ۱ گرم رادیم خالص (که اکنون ما می‌دانیم ایزوتوپ $^{226}_{88}\text{Ra}$ بوده است) در حدود 100 cal/hr تابش گسیل می‌کند. به کمک این مقدار و نیمه عمر رادیم، مقدار تقریبی انرژی ذرات آلفای گسیل شده را برحسب MeV حساب کنید. در آزمایش کوری و لایورد، ذرات آلفا در چشمه و گرماسنج گیر می‌افتادند. در نتیجه انرژی جنبشی آنها به انرژی گرمایی تبدیل می‌شد. (نیمه عمر رادیم ۱۶۲۲ سال است.)

۲. (الف) کاهش جرم هسته رادیم مثبت است، با این همه رادیم ناپایدار است و واپاشیده می‌شود. این امر چگونه ممکن است؟ آیا مثبت بودن کاهش جرم شرط لازم و کافی برای پایداری نیست؟ پاسخ خود را به تفصیل توضیح بدهید.

(ب) ایزوتوپ رادیمی که در قسمت بالا به آن اشاره شد، $^{226}_{88}\text{Ra}$ است. این ایزوتوپ که توسط پیرکوری و مادام کوری کشف شد، با گسیل ذرات آلفا، که چیزی جز هسته هلیوم ^4He نیست واپاشیده می‌شود.



را محاسبه کنیم، به این معنی بود که توانسته‌ایم سرعت نور را برحسب یکای $(\text{m})_a / (\text{sec})_a$ محاسبه کنیم.

با توجه به رابطه‌های نظری برای استانداردهای ماکروسکوپیکی، می‌توانیم سؤال زیر را بررسی کنیم: اگر ثابتهای طبیعت اندکی فرق می‌کردند، دنیا به چه می‌مانست؟ یعنی اگر دو ثابت تجربی α و β کمی فرق می‌کردند، جهان چگونه می‌بود؟ این مسئله بسیار جالبی است،

ازت را در گاز ازتی که در دمای اتاق است، برآورد کنید. مولکول ازت از دو اتم ازت تشکیل شده است. (انرژی را برحسب eV تعیین کنید.) (ب) در فشار یک اتمسفر و در دمای اتاق، یک مول از گاز ازت (یا هر گاز دیگر) حجمی برابر ۲۲٫۴ لیتر را اشغال می‌کند. با فرض اینکه مولکول ازت دارای "ابعاد نوعی مولکولی" است، برآورد کنید که یک مولکول ازت در هر ثانیه چند بار (با مولکولهای دیگر) برخورد می‌کند. این بسامد برخورد را با بسامد اپتیکی نوعی مقایسه کنید.

۷. طول موج یکی از خطهای طیف هیدروژن $\text{\AA} 4861.320$ است. در سال ۱۹۳۲، ه. یوری کشف کرد که این خط با خط ضعیف دیگری همراه است که $\text{\AA} 4859.975$ واقع است. توضیح این امر آن است که هیدروژن معمولی از لحاظ ایزوتوپی خالص نیست، بلکه مخلوطی است از ایزوتوپهای H و D . نسبت فراوانی ایزوتوپ سنگین تر، دوتریم، ۱۵٪ است، و این ایزوتوپ عامل به وجود آمدن خط ضعیف است.

در مطالعه طیف هیدروژن، در تقریب اول می‌توان از حرکت هسته چشم‌پوشی کرد. اما فرض کنید ما می‌خواهیم حرکت هسته را نیز در نظر بگیریم. در این صورت، دیگر هسته ساکن نیست، بلکه مرکز جرم هسته و الکترون است که ثابت می‌ماند. بنابراین نظریه‌ای که حرکت هسته را نیز به حساب می‌آورد، پیشگویی می‌کند که خطوط طیف نسبت به پیشگوییهای نظریه‌ای که هسته را بینهایت سنگین فرض می‌کند، اندکی جابه‌جا می‌شوند؛ مقدار این جابه‌جایی طبعاً به جرم واقعی هسته (در این مورد، جرم پروتون یا دوترون) بستگی دارد.

سعی کنید نظریه ساده‌ای فرمولبندی کنید که نسبت دو طول موج داده شده در بالا را توضیح بدهد. با استفاده از این طول موجها نسبت جرم دوترون به جرم پروتون را حساب کنید، و نتیجه حاصل را با آنچه از جدول جرمهای هسته‌ای به دست می‌آید مقایسه کنید.

۸. هلیم یکبار یونیده، یعنی اتم هلیمی که یک الکترون از آن جدا شده است، همانند اتم هیدروژن، سیستمی است متشکل از یک الکترون که به دور هسته‌ای می‌گردد. بنابراین می‌توانیم انتظار داشته باشیم که خطوط طیف گسیلی هلیم یکبار یونیده، کاملاً مشابه خطوط طیف گسیلی اتم هیدروژن باشد. با این همه، دو سیستم یکسان نیستند؛ هسته هلیم دو واحد بار بنیادی دارد در حالی که هسته هیدروژن (پروتون) تنها یک واحد دارد. بنابه آنچه در این فصل گفته شد، باید بتوان تأثیراتی را که افزایش بار هسته در هلیم یکبار یونیده بر طیف آن در مقایسه با طیف هیدروژن می‌گذارد تعیین کرد، و در نتیجه، باید بتوان با دانستن طول موج خطوط هیدروژن، طول موج هر خط متناظر در طیف هلیم یکبار یونیده را نیز تعیین کرد. به عبارت دیگر، می‌توان بدون یک نظریه

می‌توان پذیرفت که تنها هسته‌های پایدار یا ایزوتوپهای با عمر طولانی در طبیعت وجود دارند، چون هر ایزوتوپی که عمر کوتاهی داشته در مدت عمر زمین واپاشیده شده است. نیمه عمر 1622 ساله رادیم در مقایسه با عمر زمین نه تنها زیاد نیست بلکه بسیار کوتاه است. پس چگونه می‌توان وجود رادیم را در طبیعت توضیح داد؟
۳. در مورد واپاشی یک هسته پرتوزا مثل ^{226}Ra نکته مهمی را یادآوری می‌کنیم، و آن اینکه طول عمر "به نحوی غیرعادی زیاد" است. سعی کنید با استفاده از ثابتهای اساسی فیزیک هسته‌ای و الکترودینامیک، یک "زمان طبیعی" تشکیل بدهید، و آن را برحسب ثانیه پیدا کنید. جالب اینجاست که شما به هر صورتی که با ثابتها بازی کنید، باید بپذیرد که عمر ^{226}Ra بسیار طولانی‌تر است. در اینجا با مسئله‌ای مواجه می‌شویم که بعداً باید آن را حل کنیم؛ توضیح این پدیده‌های مشاهده شده عملاً امکان‌پذیر است، و دلیل عمر طولانی (یا در واقع دلیل واپاشی)، اثر کوانتومی جالبی است که به اثر تونل‌زنی معروف است.

۴. خورشید با آهنگ $10^{26} \times 3.86$ از سطح خود انرژی تابش می‌کند. تا پیش از پیشرفت فیزیک هسته‌ای توضیح اینکه این مقدار عظیم انرژی از کجا می‌آید، مسئله دشواری بود. سعی می‌کنیم چند برآورد ساده انجام بدهیم.

اعتقاد بر این است که خورشید دست‌کم ۴ میلیارد سال عمر دارد. جرم خورشید $10^{30} \times 1.98$ است.

(الف) برای تأمین مقدار انرژی که از خورشید تابش می‌شود، چه کسری از جرم آن در هر سال باید به انرژی تابشی تبدیل شود؟ با تعیین این عدد در می‌باید که مقدار آن با این ایده که خورشید در مدت عمر خود، یعنی در طول ۴ میلیارد سال، تغییر چندانی نکرده، کاملاً سازگار است.

(ب) ثابت کنید که واکنشهای شیمیایی نمی‌توانند چشمه این انرژی باشند.

(ج) آیا فرایند هسته‌ای را می‌شناسید که بتواند در درون خورشید رخ بدهد و بتواند توضیح بدهد که انرژی از کجا می‌آید؟ از کتابهای مقدماتی نجوم کمک بگیرید، و با چند برآورد ساده برای خود ثابت کنید که توضیح شما موجه و قابل قبول است، یا، حداقل، تناقض آشکاری با واقعیات ندارد.

۵. گفتیم که چگالی هسته، یعنی چگالی "ماده" درون هسته تقریباً برای همه هسته‌ها برابر است. این چگالی را برحسب یکاهای ماکروسکوپی، یعنی g/cm^3 به دست بیاورید.

۶. (الف) توجه به بحث بخش ۱۷، میانگین انرژی و سرعت مولکول

مفصل در مورد ساختار اتمی، نسبت طول موجهای متناظر را پیدا کرد. طول موج یکی از خطوط مرئی هیدروژن 6562.99 \AA است. طول موج خط متناظری که هلیوم یکبار یونیده گسیل می‌کند چقدر است؟ آیا این خط در ناحیه مرئی است؟

در اینجا می‌توان هر دو هسته را بینهایت سنگین فرض کرد. این مثال به ما می‌آموزد که گاهی می‌توان با استفاده از استدلال‌های ابعادی ساده، نظیر آنچه در بخش ۲۷ ارائه شد، پیشگویی‌هایی دقیق و کمی به عمل آورد.

۹. فرض کنید یک ذره α با هسته‌ای به عدد بار Z و عدد جرم A برخورد رودرو می‌کند. انرژی (بر حسب MeV) را که ذره α باید داشته باشد تا به سطح هسته برسد، به صورت تابعی از A پیدا کنید. برای سهولت فرض می‌کنیم هسته در جریان برخورد ساکن می‌ماند؛ $A = 2Z$ ؛ و ذره α یک بار نقطه‌ای بدون بعد است. اگر ذره α به سطح هسته نرسد، نیروهای کوتاه برد هسته‌ای وارد عمل نمی‌شوند، و رویداد برخورد به نحوی صورت می‌گیرد که گویی تنها نیروهای الکتروستاتیک مؤثر بوده‌اند. بنابراین انرژی که محاسبه خواهید کرد، با تقریب زیاد، انرژی مشخصه‌ای است که بالاتر از آن، نتایج رویداد پراکندگی با آنچه که تنها از منظور کردن نیروهای الکتروستاتیکی پیشگویی می‌شود تفاوت دارد.

۱۰. در این مسئله می‌خواهیم انرژی الکتروستاتیکی دافعه در هسته را بررسی کنیم. از آنجا که چگالی ماده هسته‌ای تقریباً ثابت است، فرض می‌کنیم هسته کره‌بارداری است با توزیع یاریک‌نواخت. این مدل برای هسته‌های نه‌چندان سبک قابل قبول است.

(الف) نشان بدهید که برای هسته‌ای با عدد جرم A و عدد بار Z ، انرژی الکتروستاتیکی U_e از رابطه زیر به دست می‌آید

$$U_e \cong A^{5/3} \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \times (0.7 \text{ MeV}) \quad (\text{الف})$$

به علاوه، فرض کنیم تعداد نوترون‌ها برابر تعداد پروتون‌هاست، یعنی $A \cong 2Z$. در این صورت از رابطه (الف) رابطه‌ای برای انرژی الکتروستاتیکی بر نوکلئون به دست می‌آوریم، یعنی

$$\frac{U_e}{A} \sim A^{2/3} \times (0.17 \text{ MeV}) \quad (\text{ب})$$

این مقدار را می‌توان با میانگین انرژی پیوند نوکلئون که در حدود 8 MeV است، مقایسه کرد. می‌بینیم که به ازای A هایی که خیلی بزرگ نیستند، انرژی الکتروستاتیکی بر نوکلئون بسیار کوچک است، اما مقدار آن همراه با A افزایش می‌یابد، و این امر شیب منحنی را که در بخش ۳۳ ذکر

شد توضیح می‌دهد. ماهیت نیروهای خاص هسته‌ای طوری است که اگر به تنهایی عمل می‌کردند، اغلب هسته‌های پایدار تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های یکسانی داشتند. اما چون نیروهای الکترومغناطیسی نیز حضور دارند، اثر خالص حضور همزمان این دو نوع نیرو آن است که هسته‌هایی که تعداد نوترون‌های آنها بیشتر است نیز بتوانند پایدار باشند، و این فزونی نوترون با عدد جرمی A افزایش می‌یابد.

(ب) برای اینکه ببینیم تصویری که از هسته داریم صحیح است یا نه، آن را به این ترتیب بررسی می‌کنیم. تفاوت جرم ایزوتوپ (ناپایدار) فلور ^{19}F و ایزوتوپ اکسیژن ^{17}O برابر است با $M(17; 9) - M(17; 8) = 3.0 \times 10^{-3} \text{ amu}$. یادآوری می‌کنیم که هسته اول ۹ پروتون و ۸ نوترون دارد، در صورتی که دومی دارای ۸ پروتون و ۹ نوترون است. به عبارت دیگر می‌توانیم با تعویض نوترون‌ها و پروتون‌ها، هر یک را از دیگری به دست بیاوریم. می‌گوییم این دو یک جفت هسته آینه‌ای هستند.

در متن کتاب گفتیم که پروتون و نوترون از لحاظ فیزیکی کاملاً شبیه یکدیگرند، و اگر این امر درست باشد باید انتظار داشته باشیم که کاهش جرم برای دو هسته مذکور مساوی باشد. اما پروتون و نوترون از لحاظ بار الکتریکی متفاوت‌اند، و در مورد هسته‌های آینه‌ای نیز چنین است، با فرض اینکه دو هسته آینه‌ای، بجز بار در بقیه چیزها برابرند، باید سعی کنیم تفاوت کاهش جرم آنها را بر اساس انرژی الکتروستاتیکی دافعه توضیح بدهیم. محاسبه‌ای انجام بدهید که نشان بدهد این ایده‌ها تا چه اندازه صحیح‌اند.

۱۱. بعضی از سنگین‌ترین هسته‌های شناخته شده می‌توانند بر اثر شکافت خودبه‌خود واپاشیده شوند. در این فرایند هسته به دو قسمت تقریباً مساوی تقسیم می‌شود و انرژی در حدود 200 MeV به ازای هر شکافت آزاد می‌شود. شکافت را می‌توان از طریق بمباران توسط نوترون نیز به وجود آورد. هسته، نوترون فرودی را جذب می‌کند و به یک حالت برانگیخته می‌رود، که در پی آن به وسیله شکافت واپاشیده می‌شود. ایزوتوپ اورانیم ^{235}U یکی از هسته‌هایی است که پس از جذب نوترون به راحتی واپاشیده می‌شود. چون تعداد نوترون‌های عناصر سنگین، در مقایسه با عناصر میانی جدول تناوبی، بیش از تعداد پروتون‌های آنهاست، فرایند شکافت منجر به گسیل چند نوترون می‌شود. این امر، امکان می‌دهد که یک واکنش زنجیری صورت بگیرد: نوترون‌هایی که بر اثر شکافت گسیل می‌شوند موجب ایجاد شکافت در هسته‌های دیگر می‌شوند، و این به نوبه خود به گسیل نوترون‌های جدیدی منجر می‌شود و الی‌آخر. راکتورهای هسته‌ای و بمب‌های اتمی (شکافتی) بر همین اساس کار می‌کنند.

یکی ناشی از "حرکت مداری" الکترون، و مشابه گشتاور مغناطیسی کلاسیک و دیگری ناشی از اسپین الکترون است؛ الکترون دارای یک تکانه زاویه‌ای ذاتی نیز هست که مشابه تکانه زاویه‌ای گوی بیلارد کوچکی است که به دور محوری که از مرکز آن می‌گذرد می‌چرخد. بزرگی این تکانه زاویه‌ای اسپینی $\hbar/2$ ، و گشتاور مغناطیسی مربوط به آن به یک مگنتون بور بسیار نزدیک است.

منظور از برآورد قسمت (ج) مسئله، این است که بفهمیم آیا می‌توان امید داشت که خاصیت فرومغناطیسی را برحسب گشتاور مغناطیسی اتم تبیین کرد یا نه. نتیجه این برآورد دلگرم‌کننده است. اما باید این نکته را نیز تذکر داد که فرومغناطیسی پدیده‌ای پیچیده است و برآورد ساده‌ما آن را به‌طور کامل توضیح نمی‌دهد.

۱۴* در بخشهای ۵۱ تا ۵۶ درباره "ماهیت اتمی" برخی از استانداردهای ماکروسکوپیک اندازه‌گیری گفتگو کردیم.

فرض کنید که در حال حاضر استانداردهای ما طوری مقایسه و تنظیم شده‌اند که $(m)_p = (m)_a$ و ثابتهای اساسی اتمی m, e, M_p, c, \hbar برحسب این استانداردها دارای مقادیری هستند که در جدول ۲ (الف) آمده‌اند. همچنین فرض کنید که در ساعت ۱ بعد از ظهر روز ۱۰ خرداد ۱۳۹۷، مقدار ثابتهای α و β ناگهان به

$$\alpha' = \alpha(1 + w), \quad \beta' = \beta(1 + w)$$

تبدیل شود و از آن پس در همین مقدار ثابت بماند. فرض می‌کنیم اعداد w و u کوچک‌اند، مثلاً از مرتبه ۱ درصد؛ در غیر این صورت تغییری که در مرتبه دنیا رخ می‌دهد فوق‌العاده زیاد خواهد بود. مسلماً وقوع این حادثه در طبیعت، مورد توجه قرار خواهد گرفت، و فیزیکدانها زمانی (پس از پشت سر گذاشتن شوک اولیه) به اندازه‌گیری مجدد این ثابتها خواهند پرداخت. کمیتهای بعد از این واقعه را با پریم مشخص می‌کنیم.

(الف) $(m)_p / (m)_a$ را پیدا کنید.

(ب) مقدار جدید جرم الکترون و جرم پروتون چقدر خواهد بود؟ [برحسب $(g)_p$].

(ج) مقدار جدید سرعت نور، c' ، برحسب $(sec)_a / (m)_a$ چقدر خواهد شد؟

(د) مقدار جدید ثابت پلانک، \hbar' ، چقدر خواهد بود؟

(ه) مقدار جدید بار الکترون برحسب یکاهای الکتروستاتیکی و برحسب کولن چقدر خواهد بود؟

* این مسئله به مبحث پیشرفته مربوط می‌شود.

(الف) انرژی را که بر اثر شکافت کامل یک گرم ^{235}U آزاد می‌شود (برحسب کالری و کیلووات ساعت) برآورد کنید، و آن را با انرژی که نوعاً در یک واکنش شیمیایی از یک گرم ماده آزاد می‌شود مقایسه کنید.

(ب) یک تکه کوچک از فلز اورانیم ^{235}U به‌طور خودبه‌خودی منفجر نمی‌شود، در حالی که یک قطعه بزرگ چنین می‌شود. این امر را چگونه توضیح می‌دهید؟

(ج) برای مطالعه منشأ انرژی که در شکافت آزاد می‌شود، براساس رابطه (الف) در مسئله ۱۰، انرژی الکتروستاتیک هسته (مثلاً ^{235}U) را پیش از شکافت و انرژی الکتروستاتیک کل قطعات را در نظر بگیرید. روشن است که مقداری از انرژی الکتروستاتیک آزاد می‌شود. این انرژی را برآورد کنید و آن را با مقدار 200 MeV به‌ازای هر شکافت مقایسه کنید. ۱۲. جرم دو هسته دوتریم بیشتر از جرم ذره آلفا (= هسته ^4He) است. (نگاه کنید به جدول ۴ الف مربوط جرمهای اتمی.)

(الف) انرژی را که بر اثر همجوشی یک گرم دوتریم و تشکیل هلیوم آزاد می‌شود محاسبه کنید و آن را با انرژی که در شکافت آزاد می‌شود مقایسه کنید.

(ب) چرا ظرفی که محتوی دوتریم است خودبه‌خود منفجر نمی‌شود؟ ۱۳. فرض کنیم الکترون یک بار نقطه‌ای کلاسیک است، و نیز فرض می‌کنیم که الکترون در یک اتم در مداری عمود بر محور z حرکت می‌کند، و حرکت آن طوری است که تکانه زاویه‌ای آن ثابت و برابر \hbar است.

(الف) گشتاور مغناطیسی مؤثر الکترون چقدر است؟ این گشتاور مغناطیسی را یک مگنتون بور می‌نامیم.

(ب) اختلاف انرژی را در دو وضعیت که در یکی از آنها یک گشتاور مغناطیسی به بزرگی یک مگنتون بور هم جهت با یک میدان مغناطیسی 10000 گاوس است و در دیگری در جهت مخالف میدان است، پیدا کنید.

(ج) فرض کنید در بلور آهن، در محل هر اتم بلور یک گشتاور مغناطیسی به بزرگی ۱ مگنتون بور وجود دارد، و همچنین فرض کنید که جهت تمام این گشتاورها یکسان است. آیا مغناطیدگی حاصل، از لحاظ بزرگی، مشابه مغناطیدگی است که در یک فرومغناطیس اشباع شده دیده می‌شود؟

در اینجا می‌خواهیم بزرگی گشتاورهای مغناطیسی را که در اتم می‌توان انتظار داشت برآورد کنیم. مدل "نپخته" کلاسیک برای مغناطیس اتم چندان به‌کار نمی‌آید. اما می‌توان نشان داد که مگنتون بور در واقع یک مقدار نوعی برای اتم است. در بررسی کاملاً کوانتومی مغناطیس اتم، می‌توان دو مؤلفه را که در گشتاور مغناطیسی سهیم‌اند تشخیص داد.

(و) پس از این واقعه، چگالی مس [بحسب $(\text{cm}^3)_g / (\text{gr})_P$] چقدر خواهد بود؟

منابع برای مطالعه بیشتر

از میان جدولهای متعدد ثابتهای فیزیکی، چند جدول زیر را ذکر می‌کنیم:

1. *Handbook of Chemistry and Physics* (Chemical Rubber Publishing Co., Cleveland, Ohio).

ویرایشهای جدید سال به سال منتشر شده‌اند. در آخرین ویرایشها مقیاس تغییر یافته وزنهای اتمی (به علت انتخاب ^{12}C به عنوان استاندارد جدید) ذکر شده است.

2. *American Institute of Physics Handbook* (McGraw-Hill Book Company, New York, 1957).

۳. برای آشنایی با تاریخچه تلاش‌هایی که برای تعیین ثابتهای فیزیکی

به عمل آمده است، توصیه می‌کنیم کتاب جالب زیر را مطالعه کنید
COHEN, CROWE and DUMOND: *The Fundamental Constants of Physics* (Interscience Publishers, Inc., New York, 1957).

۴. برای یک بررسی انتقادی از ثابتهای بنیادی رجوع کنید به
E. R. COHEN and J. W. M. DUMOND: "our knowledge of the Fundamental Constants of Physics and Chemistry in 1965," *Reviews of Modern Physics* **37**, 537 (1965).

۵. با توجه به مطلبی که در بخش ۵۷ مطرح شد، مقاله زیر می‌تواند جالب باشد.

Gulliver was a bad biologist," by Florence Moog, *Scientific American*, Nov. 1948, p. 52.

ترازهای انرژی

نمودار تراز

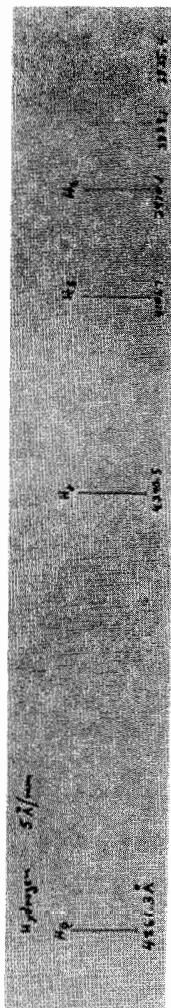
۱. یکی از جالب‌ترین خصوصیات طبیعت آن است که به هر عنصر شیمیایی یک طیف اپتیکی منحصر به فرد وابسته است: بعلاوه، این خصیصه بسیار عام است: نه تنها اتمها، بلکه مولکولها و هسته‌ها نیز طیفهای مشخصه خود را دارند. این اجسام تابش الکترومغناطیسی را با بسامدهای معینی که گستره آنها از ناحیه بسامدهای رادیویی (در مورد مولکولها) تا ناحیه طول موجهای خیلی کوتاه پرتوهای x یا پرتوهای گاما (در مورد هسته‌ها) می‌رسد، گسیل و جذب می‌کنند. طیفهای اپتیکی عناصر را نخستین بار در اواسط قرن نوزدهم کیرشهوف و بونزن کشف کردند، در حالی که طیفهای بسامدهای رادیویی مولکولها و طیفهای پرتوهای گامای هسته‌ها خیلی دیرتر، در قرن اخیر کشف شد.

ما طیفها را برحسب ترازهای انرژی اتمها، مولکولها و هسته‌ها تعبیر می‌کنیم. در جریان مطالعه طیفها، به یکی از مهم‌ترین خواص سیستمهای مرکب پی خواهیم برد، و آن اینکه: به هر سیستم مجموعه‌ای از ترازهای انرژی یا حالت‌های مانا وابسته است که مشخصه آن سیستم است. این ترازها در سیستمهای "کوچک" مثل اتمها، مولکولها و هسته‌ها دیده می‌شوند، و در این موارد، ترازها مستقیماً در طیفی که مشاهده می‌کنیم خود را نشان می‌دهند. در سیستمهای "بزرگ" مثل جامدات، مایعات و گازها نیز می‌توان وجود این ترازها را دریافت. ممکن است در وهله اول برای ما روشن نباشد که بین گسیل و جذب پرتو گاما توسط یک هسته با نوسانات بلور کوارتز در یک ابزار الکترونیکی رابطه‌ای وجود دارد، اما این دو با هم ارتباط دارند.

۲. در این فصل ترازهای انرژی سیستمهای "کوچک" را مطالعه می‌کنیم. بعضی از واقعتهای تجربی موجود در این زمینه را بررسی می‌کنیم و می‌کوشیم برخی از جنبه‌های مشاهداتمان را بر مبنای ایده‌های نظری بسیار ساده‌ای درک کنیم. در این فصل قصد نداریم توضیح بدهیم که چرا ترازهای انرژی وجود دارند، بلکه این خصیصه طبیعت را به عنوان یک واقعیت تجربی بنیادی می‌پذیریم. در فصل ۸، با مسئله تبیین ترازها روبه‌رو می‌شویم و خواهیم دید که چگونه می‌توان آنها را بر اساس مکانیک کوانتومی درک کرد.

ترتیبی که ما برای ارائه مطالب در نظر گرفته‌ایم، در واقع تا اندازه‌ای به سیر تحول تاریخی موضوع شباهت دارد، به این معنی که بسیاری از خصوصیات طیفهای اتمی که در این فصل از آنها بحث می‌شود. خیلی زودتر از پیدایش یک نظریه قابل قبول در مورد ساختار اتم (یعنی مکانیک کوانتومی) کشف شده بودند. با این همه، بررسی ما کاملاً منطبق بر تاریخ نیست. می‌خواهیم واقعیات تجربی مربوط به ترازهای انرژی را به صورت کلی‌تری مورد بحث قرار بدهیم، بنابراین از هسته نیز گفتگو خواهیم کرد، هرچند خواص هسته بسیار دیرتر شناخته شده است.

۳. در آغاز، قاعده‌مندی چشمگیری که در طیفهای اتمی وجود دارد، مورد توجه قرار گرفت. به عنوان نمونه اصل ترکیب ریبتس را می‌توان نام برد که مطابق آن عدد موج بسیاری از خطوط طیفی یک عنصر برابر تفاضل یا مجموع عدد موجهای جفت خطهای دیگر است. مثلاً در طیف یک



عنصر	طول موج	شدتها	Arc Spk., [Dis.] R	عنصر	طول موج
4742.589	Mo	-	10	4737.642	Sc I
4742.549	Er	3w	-	4737.626	U
4742.5	bh Sc	5	-	4737.561	Pt I
4742.481	Sm	3	-	4737.350	Cr
4742.392	Nd	4	-	4737.282	Ce
4742.333	U	10	3	4737.1	bh C
4742.325	Pr	7	-	4737.05	Tl II
4742.266	Th	41	2	4736.965	Zr
4742.25	Se I	-	[500]	4736.958	Sm
4742.227	Sm	2	-	4736.945	Er
4742.110	Ti I	15	1	4736.9	bh Z
4742.04	Ho	10	3	4736.79	Dy
4741.997	Er	3w	-	4736.782	Ca
4741.937	Ge II	-	50	4736.780	Fe
4741.922	Sr I	30	-	4736.688	Pr
4741.78	Cd II	-	3	4736.637	Mn
4741.775	Eu	10W	-	4736.608	Eu
4741.726	Sm II	80	-	4736.6	Rt
4741.71	O II	-	[20]	4736.491	Cl
4741.539	Dy	3	2	4736.490	Si
4741.533	Fe I	12	1	4736.30	T
4741.520	W	12	2	4736.203	r
4741.503	Pr	30	-	4736.151	i
4741.404	Yt I	2	3	4736.116	
4741.398	Er	20	-	4736.089	
4741.282	U	1	2	4736.062	
4741.269	Ru	4	-	4735.94	
4741.10	Tm	3	-	4735.93	
4741.018	Sc I	100	60 h	4735.848	
4741.005	Pr	6	-	4735.847	
4740.97	Se II	-	[600]	4735.77	
4740.928	Dy	3	2	4735.76	
4740.68	Cl I	-	[10]	4735.66	
4740.614	Cb	3	3	4735.4f	
4740.524	Eu	500	2	4735.4f	
4740.517	Th	20	15	4735.3	
4740.5	bh Zr	8	-	4735.3	
4740.40	Cl II	-	[150]	4735.2	
4740.359	Mo	5	5	4735.2	
4740.331	Ru	7	-	4735.2	

شکل الف بخش بسیار کوچکی از جدول طول موجها که در انستیتو تکنولوژی ماساچوست گردآوری شده است. در این جدول که شامل ۴۲۹ صفحه است، بیش از ۱۰۰۰۰۰ خط طیفی بین ۲۰۰۰ Å و ۱۰۰۰۰ Å آمده است. هر صفحه دارای سه ستون است و خطها به ترتیب کاهش طول موج ذکر شده‌اند. عنصر شیمیایی مربوط به هر خط مشخص شده و اطلاعاتی نیز در مورد روش برانگیختگی و شدت خطوط ارائه شده است.

در این فهرستها معمولاً طول موجهای ناحیه مرئی همان است که در هوا اندازه‌گیری می‌شود، در حالی که طول موجهای ناحیه فرابنفش مربوط به خلا است. در ناحیه مرئی به‌طور تقریبی داریم: $\lambda = 10^3 \text{ \AA}$.

عنصر ۱ این خطوط مشاهده شده‌اند: $\bar{\nu}_1 = 82258,27 \text{ cm}^{-1}$ و $\bar{\nu}_2 = 97491,28 \text{ cm}^{-1}$ داریم. $\bar{\nu}_2 - \bar{\nu}_1 = 15233,01 \text{ cm}^{-1}$ و این عدد آنقدر به $\bar{\nu}_2$ نزدیک است که مشکل می‌توان این توافق را صرفاً یک "تصادف" دانست، به‌خصوص که همین خاصیت برای خطوط دیگر این عنصر و نیز برای خطوط بسیاری دیگر از عناصر وجود دارد.

بعداً اصل کلی‌تری کشف شد. عدد موج $\bar{\nu}$ مربوط به هر خط گسیل شده از یک اتم را می‌توان با تفاضل دو جمله طیفی T'' و T''' بیان کرد: $\bar{\nu} = T' - T''$. هر اتم با مجموعه‌ای از این جمله‌ها (که

شکل ب طیف هیدروژن (طول موجها برحسب آنگستروم). شاید در نظر اول شکل ظاهری این طیف در ناحیه مرئی چیز فوق‌العاده‌ای نداشته باشد، ولی طول موجهای هیدروژن بسیار مهم‌اند. چون هیدروژن ساده‌ترین اتم ممکن است، نقش سنگ محک هر نظریه اتمی را دارد: این طیف را باید تبیین کرد. آنچه بور در توضیح این خطوط انجام داد پیشرفت چشمگیری در درک ما از طبیعت بود. مکانیک کوانتومی جدید می‌تواند آنچه را که در این تصویر دیده می‌شود، و بسیاری چیزهای دیگر را، توضیح بدهد، و تاریخچه نظریه اتم هیدروژن فصل مهمی در سرگذشت فیزیک به حساب می‌آید.

به‌صورت عدد موج بیان می‌شوند) مشخص می‌شود که به‌نام سیستم جمله اتم معروف است.

این اصل، اصل ترکیب ریتمس را نیز در بردارد: فرض کنید که سه خط طیفی به ترتیب زیر به سه جمله مربوط باشند

۱. ما در اینجا نام این عنصر را فاش نمی‌کنیم، زیرا با این کار، مسئله ۱ در پایان همین فصل دیگر لطفی نخواهد داشت.

بلافاصله باید تذکر داد که اگر این اصول موضوع را به صورت تحت‌اللفظی تفسیر کنیم، اولی غلط به نظر می‌آید. "حالت بالاتر" هرگز نمی‌تواند به طور مطلق مانا یا پایدار باشد، چون اتم خودبه‌خود از این حالت سقوط می‌کند. با یک مقیاس زمانی ماکروسکوپی، این سقوط بسیار سریع است: می‌توانیم مرتبه بزرگی این زمان را 10^{-8} sec برآورد کنیم که طول عمر نوعی حالت برانگیخته اتم را نشان می‌دهد. ولی باید گفت که در مقیاس اتمی زمان، این طول عمر نسبتاً زیاد است. بسامد فوتون اپتیکی از مرتبه 10^{14} sec⁻¹ است، پس دوره تناوب آن از طول عمر نوعی یک حالت برانگیخته بسیار کوتاه‌تر است.

اصل موضوع دوم اطلاعات چندانی به دست نمی‌دهد. معنی اینکه اتم از یک حالت به حالت دیگر "می‌جهد" کاملاً مبهم است. بعضی مؤلفان کلمه "جهیدن" را اصلاً به‌کار نمی‌برند، در عوض می‌گویند که "اتم از یک حالت به حالت دیگر گذار می‌کند." این شیوه بیان قابل فهم‌تر است ولی اصلاً آگاه‌کننده‌تر نیست. هنگامی که در اتم یک گذار انجام می‌گیرد، دقیقاً چه اتفاقی می‌افتد؟

علی‌رغم آنچه در اینجا گفته شد، نباید این دو اصل موضوع را به این عنوان که عباراتی بی‌معنی هستند رد کرد، بلکه باید آنها را تقریب اول از توصیف یک پدیده بسیار پیچیده دانست، که در این صورت خیلی به درد می‌خورند.

۶. برای بررسی همه خطوط مشاهده شده در طیف یک اتم (یا مولکول و یا هسته)، سعی می‌کنیم برای آن یک سیستم جمله یا سیستمی از ترازهای انرژی بنا کنیم که از روی آن بتوان ترازهای انرژی E_1, E_2, E_3, \dots و غیره را دریافت، به طوری که هر خط مشاهده شده طیف متناظر باشد با یک گذار بین دو تراز انرژی از سیستم جمله. سیستم تراز را که به این طریق ساخته می‌شود، معمولاً به صورت نمودار تراز نمایش می‌دهند که طرحی از آن در شکل ۶الف آمده است. خطوط افقی، نمایانگر چهار تراز انرژی سیستم‌اند و خطوط عمودی بین ترازها، گذارهای ممکن را مشخص می‌کنند. جهت پیکانها نشان می‌دهد که گذار به طرف بالاست (جذب) یا به طرف پایین (گسیل) بسامدهای شش گذار ممکن، در زیر شکل آمده‌اند معمولاً نمودار تراز را در مقابل یک خط قائم، که مقیاس خطی انرژی است، رسم می‌کنند. به این ترتیب بسامد گذارها متناسب با طول پیکانها (یا خطها)ی بین ترازها خواهد بود.

$$\tilde{\nu}_{12} = T_1 - T_2, \quad \tilde{\nu}_{13} = T_1 - T_3, \quad \tilde{\nu}_{23} = T_2 - T_3 \quad (۳الف)$$

پس خواهیم داشت

$$\tilde{\nu}_{23} = (T_1 - T_3) - (T_1 - T_2) = \tilde{\nu}_{13} - \tilde{\nu}_{12} \quad (۳ب)$$

که نمونه‌ای از اصل ترکیب است.

۴. امروز ما هر جمله طیفی را متناظر با یک تراز انرژی اتم تعبیر می‌کنیم و بنابراین تعبیر، سیستم جمله نمودی است از مجموعه ترازهای انرژی که اتم مورد بحث را مشخص می‌کند. این نظر را نخستین بار نیلس بور در مقاله‌اش راجع به اتم هیدروژن فرمولبندی کرد.^۱

اکنون موضوع را با توجه به آنچه تاکنون از ماهیت کوانتومی تابشهای الکترومغناطیسی آموخته‌ایم، بررسی می‌کنیم. یک کوانتوم نور یا یک فوتون با بسامد ν ، و در نتیجه با عدد موج $\tilde{\nu} = \nu/c$ ، حامل انرژی $E = h\nu = (hc)\tilde{\nu}$ است. اگر عدد موج برابر اختلاف دو جمله T' و T'' باشد، این انرژی برابر اختلاف دو انرژی $E' = (hc)T'$ و $E'' = (hc)T''$ خواهد بود. بنابراین جمله را می‌توان به صورت انرژی، عدد موج، یا بسامد هم بیان کرد، زیرا این کمیتها همواره توسط ثابتهای c و h به یکدیگر مربوط می‌شوند. بر این اساس می‌توان گفت که جدول جمله‌های طیف، همان جدول "ترازهای انرژی" است. همان‌طور که خواهیم دید، این شیوه بیان بیش از آنکه صرفاً یک تغییر اصطلاح باشد، دارای معنای فیزیکی است.

۵. در بعضی بررسیهای اولیه که روی طیف اتمی و ساختار اتم انجام شد این مطلب به صورت دو اصل موضوع نظری بیان شده است.

۱. "اتم فقط در حالت‌های مانای خاصی از حرکت داخلی می‌تواند وجود داشته باشد، این حالتها مجموعه گسسته‌ای تشکیل می‌دهند و هر حالت با یک انرژی کل معین، مشخص می‌شود."

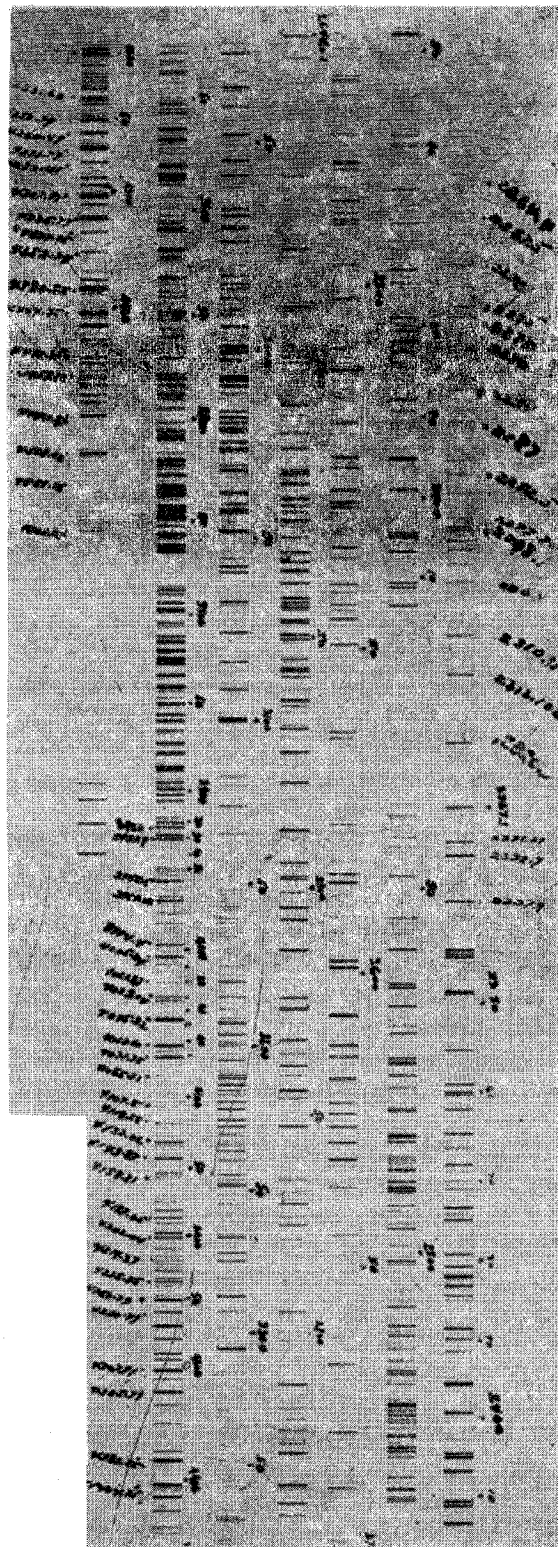
۲. "وقتی اتمی تابش الکترومغناطیسی را گسیل یا جذب می‌کند، از یک حالت مانا به حالت مانای دیگری می‌جهد. اگر جهش از حالت بالاتر با انرژی E_u به یک حالت پایین‌تر با انرژی E_l انجام شود (یعنی داشته باشیم $E_u > E_l$)، فوتونی گسیل خواهد شد که بسامد آن از رابطه زیر به دست می‌آید^۲

$$h\nu = h\omega = E_u - E_l \quad (۵الف)$$

معکوس فرایند گسیل، عبارت است از جذب یک فوتون با بسامد ω ، که در این مورد اتم از یک حالت به حالت بالاتر می‌جهد.

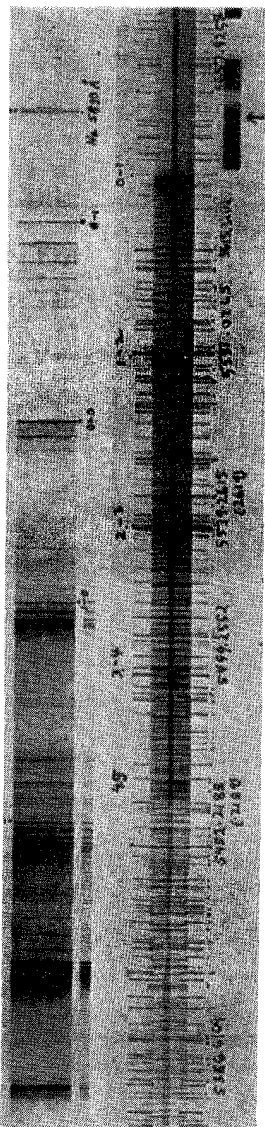
1. N. Bohr, *Philosophical Magazine* 26, 1 (1913).

۲. همان‌طور که در بخش ۸ فصل ۲ گفتیم، هم ν و هم کمیت وابسته $\omega = 2\pi\nu$ را "بسامد" می‌نامند. به همین ترتیب هم h و هم $\hbar = h/2\pi$ "ثابت پلانک" نامیده می‌شوند. مؤلف ω و \hbar را ترجیح می‌دهد و از این پس بیشتر آنها را به‌کار خواهد برد.



طیف هلیوم (خطهای بلند) که (برای مقایسه) روی طیف آهن (خطهای کوتاه) انداخته شده است. اعداد روی فیلم مربوط به بعضی از طول موجهای هلیوم برحسب آنگستروم اند. تباین پیچیدگی طیف آهن و سادگی طیف هلیوم کاملاً مشخص است.

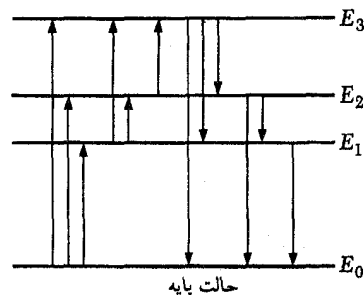
قسمتهای متعددی از طیف آهن که روی یک فیلم ضبط شده است. طول موجها برحسب آنگستروم اند. مقصود از گرفتن این عکس اندازه گیری طول موجهای آهن نیست بلکه از این طول موجهای معین برای مدرج کردن طیف نگار منشور کوارتز استفاده می شود.



شکل ۶ ب. قسمتهایی از طیف مولکول C_2 در دو پاشیدگی مختلف. طیف سمت چپ مربوط به پاشیدگی کم است و "نوار"های مشخصه طیفهای مولکولی را نشان می‌دهد. طیف سمت راست در پاشیدگی بسیار زیادتری گرفته شده است (طول موجها برحسب آنگستروم هستند). خطوطی که نوارها را تشکیل می‌دهند در اینجا کاملاً واضح دیده می‌شوند.

گاز سرد، مثلاً در دمای اتاق، باشد. در این صورت خطوط جذبی با بسامدهای ω_{10} ، ω_{20} ، ω_{30} را می‌بینیم ولی سه بسامد دیگر مشاهده نمی‌شوند. توضیح این امر بسیار راحت است: تقریباً تمام اتمهای گاز در حالت پایه هستند، بنابراین فقط گذارهایی را مشاهده می‌کنیم که از حالت پایه به یک حالت بالاتر انجام می‌گیرند.

با بالا رفتن دما، احتمال واقع شدن اتم در یکی از حالات برانگیخته



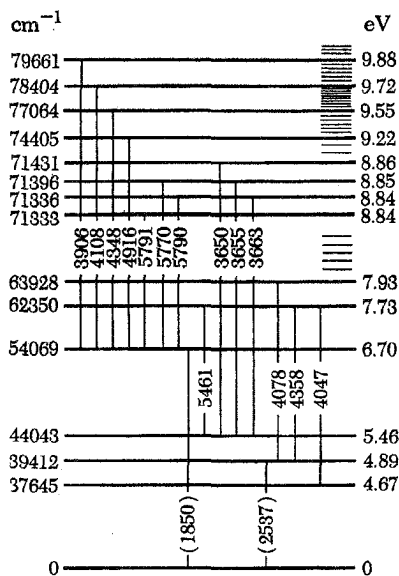
شکل ۶ الف. طرح خطوط نمایشگر چهار تراز انرژی و گذارهای میان آنها. بسامدهای گذارهای ممکن عبارت‌اند از

$$\begin{aligned} \omega_{30} &= \frac{(E_3 - E_0)}{\hbar} & \omega_{31} &= \frac{(E_3 - E_1)}{\hbar} \\ \omega_{20} &= \frac{(E_2 - E_0)}{\hbar} & \omega_{21} &= \frac{(E_2 - E_1)}{\hbar} \\ \omega_{10} &= \frac{(E_1 - E_0)}{\hbar} & \omega_{32} &= \frac{(E_3 - E_2)}{\hbar} \end{aligned}$$

همان‌طور که از شکل دیده می‌شود، تعداد کمی جمله حاکی از تعداد بسیار زیادی خط است: به ازای n تراز، $n(n-1)/2$ جفت تراز وجود دارد. البته باید خاطر نشان کنیم که در حالت کلی نمی‌توان خطوط طیفی مربوط به گذار بین هر جفت تراز را مشاهده کرد و از این نظر، شکل ۶ الف کمی گمراه‌کننده است. راجع به این نکته مهم بعداً بحث خواهیم کرد.

برای آنکه به میزان نظمی که این روش در مطالعه طیفها ایجاد می‌کند پی ببریم، کافی است به چند طیف اتمی پیچیده‌تر، و یا از آن بهتر، به طیف نواری مولکولی نگاهی بیندازیم (شکل ۶ ب و طیفهای دیگر در این فصل را نگاه کنید). در این نوع اخیر تعدادی نوار دیده می‌شود که مشخصه آن است. با تفکیک دقیق معلوم می‌شود که این نوارها از تعداد بیشماری خطهای طیفی بسیار نزدیک به هم تشکیل شده‌اند. در نظر اول یک طیف نواری مولکولی بی‌اندازه پیچیده به نظر می‌رسد. با این‌همه، معلوم شده است که امکان به‌نظم در آوردن این پیچیدگی وجود دارد: در اکثر موارد می‌توانیم نمودار تراز را بسازیم و تک تک خطوط مشاهده شده را بررسی کنیم.

۷. بار دیگر شکل ۶ الف را در نظر بگیرید و فرض کنید که این شکل نمودار تراز یک اتم باشد، که در این صورت، فاصله نوعی ترازها از مرتبه ۱ الکترون ولت است. فرض کنید که طیف جذبی اتم را مطالعه می‌کنیم. از منبعی که توزیع طیف آن پیوسته است، نوری خارج می‌شود، و پس از آنکه نور از یک لایه گاز (تک اتمی) مشتکل از اتمهای مورد نظر عبور کرد، خطوط جذبی را مشاهده می‌کنیم. به‌علاوه فرض کنید



شکل ۸ نمودار تراز بسیار ساده شده‌ای از اتم جیوه خنثی، که ترازهای گذارهای شکل ۸ الف را نشان می‌دهد. اعداد سمت چپ انرژی ترازها را به صورت عدد موج بیان می‌کند. انرژیهای متناظر برحسب eV در سمت راست نشان داده شده‌اند. باید توجه کرد که در این نمودار، مقیاس رعایت نشده است. ترازهایی که اعداد مربوط به آنها حذف شده در سمت راست نمایش داده شده‌اند. اعداد روی خطهای گذار طول موج (برحسب آنگستروم) اند. تمام گذارها به حالت پایه در ناحیه فرابنفش واقع‌اند. در این نمودار دو تا از این گذارها را نشان داده‌ایم (طول موج آنها داخل پراوتر آورده شده‌اند). این خطوط در طیفهای شکل ۸ الف قابل رؤیت نیستند. حد یونش در 84184 cm^{-1} (متناظر با 10.4 eV) واقع است.

اگر بیشتر از این مقدار باشد، برخورد ناکشسان خواهد بود که به گسیل نور می‌انجامد.

برای آزمون درستی این تصویر و در واقع برای سنجش نظرهای کلی‌ای که در دو اصل موضوع بخش ۵ نهفته‌اند، آزمایش ساده‌ای وجود دارد. انرژی الکترونیایی را که برای تحریک اتمها به کار می‌روند تغییر می‌دهیم. با افزایش انرژی، باید، خطوط گسیلی جدیدی پدیدار شوند. شکل ۸ الف نتایج حاصل از این آزمایش را برای گازی از اتمها جیوه نشان می‌دهد. چنانکه می‌بینیم، تغییر شکل طیف گسیلی به همان نحوی است که انتظار می‌رود و می‌توان این تغییرات را بر مبنای نمودار تراز شکل ۸ ب توضیح داد.

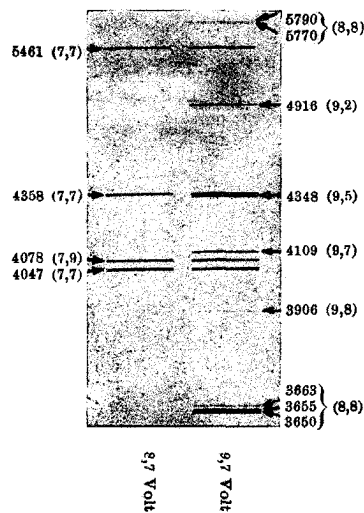
۹. منحنی شکل ۹ الف نتایج یک آزمایش مشابه را نشان می‌دهد. اتمهای گاز جیوه در فشار کم با بمباران توسط الکترونها به حالت برانگیخته درمی‌آیند. اتمهای برانگیخته با گسیل فوتونهایی به حالت پایه بازمی‌گردند. ۱. دوره فیزیک برکلی، جلد ۵، فیزیک آماری.

افزایش می‌یابد. در جلد پنجم این دوره خواهیم آموخت که درگازی با دمای T ، نسبت تعداد اتمهایی که در n مین حالت برانگیخته هستند به تعداد اتمهای حالت پایه از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{N_n}{N_0} = \exp\left(-\frac{E_n - E_0}{kT}\right) \quad (\text{الف})$$

در "دمای اتاق" که $kT \approx (1/40) \text{ eV}$ است، این نسبت یک عدد کوچک قابل چشم‌پوشی است. نتیجه می‌گیریم که یک گاز سرد نور (مرئی) گسیل نخواهد کرد مگر اینکه اتمهای آن توسط عامل (خارجی) دیگری برانگیخته شده باشند.

۸. اگر طیف گسیلی یک گاز اتمی را که مثلاً بر اثر تخلیه الکتریکی برانگیخته شده است، مطالعه کنیم، می‌توانیم تمام خطوط موجود در طیف را مشاهده کنیم. اگر یک الکترون پراثری به اتمی که در حالت پایه قرار دارد برخورد کند، ممکن است مقداری از انرژی خود را به اتم منتقل کند. این باعث می‌شود که اتم به یک تراز بالاتر بجهد و متعاقباً با گسیل نور به تراز پایین‌تری سقوط کند. بدیهی است که این فرایند صورت نمی‌گیرد مگر اینکه الکترون انرژی کافی برای بردن اتم به یک حالت برانگیخته را داشته باشد. اگر انرژی الکترون کمتر از $(E_1 - E_0)$ باشد، فقط یک برخورد کشسان با اتم انجام می‌دهد و



شکل ۸ الف طیف اتم جیوه که در برخورد با الکترونیایی با دوانرژی برانگیخته شده است. وقتی انرژی الکترونها از 8.7 eV (طیف سمت چپ) به 9.7 eV (طیف سمت راست) می‌رسد، یک رشته کامل از خطوط جدید ظاهر می‌شوند که در طیف سمت چپ اثری از آنها نیست. اعداد داخل پراوتر انرژی الکترونیایی است که به ازای آنها خطها ظاهر می‌شوند. اعداد بدون پراوتر طول موج برحسب آنگستروم‌اند.

می‌شود (اگر روش بمباران با الکترون را به‌کار برده باشیم)، اطلاعاتی را جمع‌به ترازهای انرژی که در گذارها دخالت داشته‌اند به‌دست می‌آید. با مطالعه طیف جذبی، اطلاعات بیشتری حاصل می‌شود: می‌دانیم که در این مورد، حالت پایه باید تراز پایینی باشد.

این روشها و بسیاری روشهای دیگر برای گردآوری اطلاعات بیشماری درباره طیف اتمی و ترازهای اتمی در گذشته به‌کار رفته‌اند و هنوز هم به‌کار می‌روند.

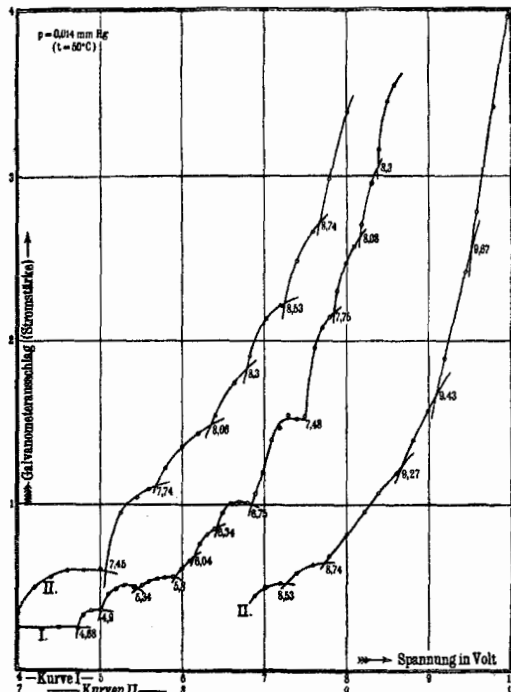
۱۰. از روی شکل ۶الف می‌توان به راحتی پدیده فلوتورسانی را درک کرد. یک فوتون با انرژی $(E_3 - E_0)$ توسط اتمی که در حالت پایه قرار دارد، جذب می‌شود، در نتیجه اتم به تراز انرژی E_3 گذار می‌کند. ولی ممکن است اتم از طریق ترازهای دیگری واپاشیده شود، در این صورت فوتونهایی با تمام بسامدهای ذکر شده در شکل ۶الف را مشاهده خواهیم کرد.

براساس این تصویر می‌توانیم مستقیماً قاعده استوکس را درک کنیم. بسامد نوری که در فلوتورسانی گسیل می‌شود نمی‌تواند از بسامد نور تحریک‌کننده بیشتر باشد. این قاعده کاملاً عمومیت دارد، اگر چه در مورد بعضی از اتمهایی که هنگام جذب نور تحریک‌کننده در حالت پایه نیستند، استثناهایی نیز به چشم می‌خورد.

اینشتین طی مقاله‌ای که در آن به بحث درباره اثر فوتوالکتریک پرداخته است، قاعده استوکس را نیز از دیدگاه تصویر فوتونی نور بررسی کرده است. در آن زمان هنوز فکر ترازهای انرژی به میان نیامده بود، اما اگر بپذیریم که انرژی کوانتوم گسیل شده از انرژی کوانتوم جذب شده تأمین می‌شود، قاعده استوکس را می‌توان درک کرد.

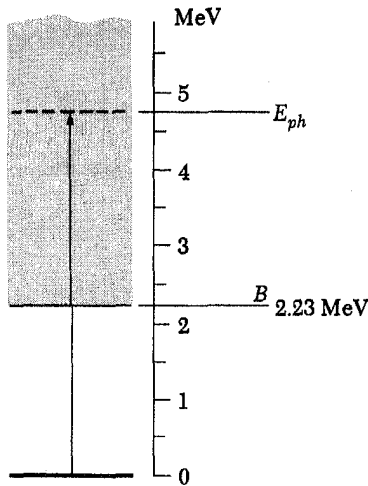
۱۱. اتم در انرژی معینی بالاتر از انرژی حالت پایه، یونیده خواهد شد. این مقدار، کمترین انرژی است که در آن الکترون و اتم یکبار یونیده می‌توانند کاملاً جدا از یکدیگر موجود باشند. در این انرژی و بالاتر از آن، "اتم" دیگر به‌عنوان اتم وجود ندارد، اما باز هم می‌توانیم سیستم را مرکب از اتم یکبار یونیده و یک الکترون بدانیم. روشن است که این سیستم می‌تواند هر انرژی بالاتر از انرژی یونش را داشته باشد. بنابراین، مجموعه انرژیهای ممکن سیستم، مجموعه‌ای است از ترازهای گسسته انرژی در پایین انرژی یونش، و یک پیوستار در بالای آن. طرحی از این وضعیت در شکل ۱۱الف نمایش داده شده است. ناحیه پرنرنگ در بالای تراز یونش E_4 ، پیوستار را نشان می‌دهد.

خط قائم طرف چپ شکل، گذار از حالت پایه به انرژی E' در پیوستار است که بر اثر جذب فوتونی با انرژی $(E' - E_0)$ صورت



شکل ۹الف برانگیختگی اتمهای جیوه در برخورد با الکترون. محور طولها انرژی الکترونها را (با دو مقیاس مختلف) نشان می‌دهد و محور عرضها معیاری است از نور گسیل شده از اتمهای جیوه. (به متن مراجعه کنید.) وقتی انرژی الکترون زیاد می‌شود ترازهای جدیدی برانگیخته می‌شوند و برای هر تراز جدید شیب منحنی به‌کندی تغییر می‌کند زیرا گذارهای جدید با فوتونهای زیادتری امکان‌پذیر می‌شوند. اتمها در فشار ۱۴ mm Hg و ۵۰°C دمای، به‌صورت گاز جیوه هستند.

و این فوتونها (به‌ویژه فوتونهای فرابنفش) در برخورد با یک الکتروند آهنی، یک جریان فوتوالکتریک ایجاد می‌کنند که از روی آن می‌توان آنها را مطالعه کرد. با افزایش انرژی الکترونها بمباران‌کننده، ترازهای برانگیخته جدیدی حاصل می‌شوند و در نتیجه امکان‌گذارهای جدیدی فراهم می‌شود. به‌ازای هر تراز جدید آهنگ افزایش تعداد فوتونهای گسیل شده ناگهان سریع می‌شود. به این ترتیب شیب منحنی در این انرژیها، ناپیوستگیهایی را نشان می‌دهد. محل این ناپیوستگیها در شکل ۹الف را باید با ترازهایی که در نمودار تراز شکل ۸ب آمده‌اند مقایسه کرد. تعیین دقیق انرژی الکترونها بمباران‌کننده دشوار است، با این‌همه، چنین اندازه‌گیری‌هایی به‌وضوح می‌توانند در مشخص کردن سیستم تراز یک اتم بسیار مفید باشند. منحنی شکل ۹الف محل تقریبی بسیاری از ترازها را نشان می‌دهد. اندازه‌گیری دقیق طول موجهای خطوط گسیلی، این اطلاعات را تکمیل می‌کند و با توجه به اینکه می‌توان مشاهده کرد که یک خط اولین بار به‌ازای کدام انرژی الکترون پدیدار

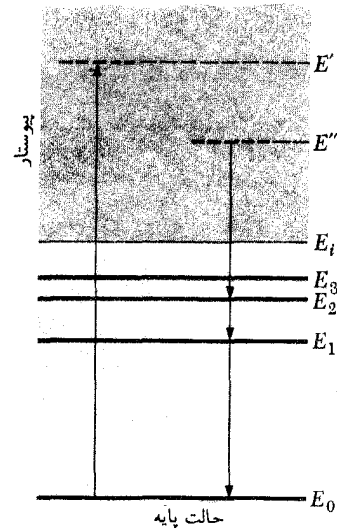


شکل ۱۲ الف نمودار تراز سیستم پروتون-نوترون که حالت پایه دوترون را نمایش می‌دهد و همچنین پیوستاری که از انرژی تجزیه 2.23 MeV بالای حالت پایه شروع می‌شود. پیکان نمایشگر تجزیه فوتونی دوترون است.

را در نظر بگیرید. تراز یونش یا تراز انفصال که بالاتر از آن، انرژیهای ممکن سیستم یک پیوستار تشکیل می‌دهند، کمترین انرژی است که سیستم در آن می‌تواند به صورت دو بخش مجزا و دور از یکدیگر وجود داشته باشد. در زیر این انرژی به تعدادی تراز گسسته بر می‌خوریم که به حالت‌های مقید سیستم مربوط اند. (اگر بخواهیم خیلی دقیق باشیم، باید این توصیف را که با دو فرض ما نیز سازگار است کمی تصحیح کنیم.) از فیزیک هسته‌ای مثالی می‌آوریم. نمودار تراز دوترون را که در شکل ۱۲ الف نشان داده شده است، در نظر می‌گیریم. دوترون حالت‌های برانگیخته گسسته ندارد. انرژی بستگی آن $B = 2.23 \text{ MeV}$ است، به این معنی که پیوستار از B در بالای حالت پایه آغاز می‌شود. در بالای این انرژی، "دوترون" دیگر دوترون نیست بلکه سیستمی است مرکب از یک نوترون و یک پروتون جدا از هم.

پیکان عمودی در شکل، فروپاشی فوتونی دوترون را نشان می‌دهد. فوتونی با انرژی $E_{ph} > B$ باعث تفکیک دوترون به پروتون و نوترون، با مجموع انرژی جنبشی $(E_{ph} - B)$ ، می‌شود. این فرایند که به تفصیل مورد مطالعه تجربی قرار گرفته است، کاملاً به فوتیونش یک اتم که در بخش قبل درباره‌اش بحث کردیم شبیه است. عکس این فرایند، گیراندازی تابشی نوترون توسط پروتون است.

۱۳. مؤلف امیدوار است که این اظهارات مقدماتی راجع به نمودار، خواننده را قانع کرده باشد که دو اصل موضوعی که ذکر کردیم، در مطالعه ساختار اتمها، مولکولها و هسته‌ها واقعاً مفیدند. به کمک نمودار



شکل ۱۱ الف نمودار تراز که ترازهای گسسته انرژی و پیوستار (به رنگ خاکستری) بالای تراز یونش را نشان می‌دهد. گذارهای میان ترازهای گسسته، و گذارهای به پیوستار و از پیوستار را با پیکانهای قائم نشان داده‌ایم. خطوط افقی خط‌چین داخل پیوستار نمایشگر ترازهای انرژی اتم نیستند بلکه دو انرژی خاص اند در گستره پیوسته‌ای از انرژیها، که در آن سیستم متشکل از الکترون و یون را می‌توان یافت.

گرفته است. این فرایند، اثر فوتوالکتریک برای یک اتم است. انرژی جنبشی الکترون آزاد شده، $(E' - E_i)$ خواهد بود.

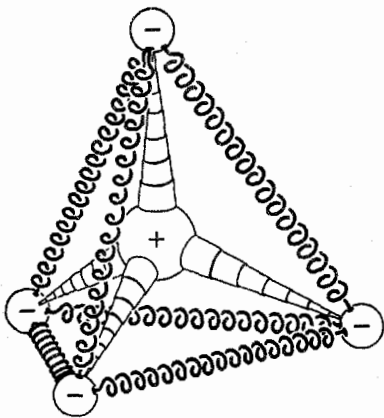
معکوس فرایند فوتو یونش (اثر فوتوالکتریک) عبارت از ترکیب مجدد تابشی الکترون و اتم یکبار یونیده این فرایند با خط قائم در طرف راست شکل ۱۱ الف نشان داده شده است. الکترونی با انرژی جنبشی $(E'' - E_i)$ ، به یون (ساکن) برخورد می‌کند و سیستم با گسیل فوتونی با انرژی $(E'' - E_1)$ به تراز انرژی E_1 "می‌جهد". پس همان‌طور که پیکانها نشان می‌دهند، اتم از طریق اولین حالت برانگیخته به حالت پایه بر می‌گردد. در هر یک از گذارهای این زنجیره، فوتونی با بسامد مناسب گسیل می‌شود.

در فیزیک اتمی غالباً به تراز یونش، انرژی صفر نسبت داده می‌شود، در نتیجه تمام حالت‌های مقید دارای انرژی منفی خواهند بود. بسته به شرایط، می‌توان قراردادهای دیگر و مناسب‌تری وضع کرد. در فیزیک هسته‌ای مقدار صفر را معمولاً به حالت پایه هسته نسبت می‌دهند. باید گفت که انتخاب نقطه صفر، امری صرفاً قراردادی است.

۱۴. تا اینجا ما تنها اتم را در پرتو دو اصل موضوعی که داشتیم بررسی کردیم. اما مفهوم ترازهای انرژی و گذارهای بین آنها کاربرد بسیار گسترده‌تری دارد و می‌توانیم مولکولها و هسته‌ها را نیز به همین ترتیب بررسی کنیم. یک سیستم اختیاری با هر تعداد و هر نوع ذره

تجربی سازگاری ندارد: در عمل بسامد نور گسیل شده، همان طور که از پایستگی انرژی (و تصویر فوتونی) انتظار داریم، برابر ω است. در بحث از این پدیده که فلوئورسانی تشدید می‌شود، اصطلاح "جهش" مناسب نیست و حتی ممکن است ما را کاملاً گمراه کند.

۱۵. واقعیات مشاهده شده را می‌توان با استفاده از یک مدل دیگر به راحتی درک کرد. اتم را مثل یک سیستم مکانیکی در نظر می‌گیریم که در آن الکترونها توسط فرهایی به هسته مقید شده‌اند. چنین سیستمی دارای چند بسامد تشدید خواهد بود که یکی از آنها ω است. در حالت پایه اتم، این سیستم در حال سکون است، اما یک موج الکترومغناطیسی فرودی، نوسانگرهای سیستم را برانگیخته خواهد کرد. در نتیجه، الکترونها در حال نوسان، یک موج الکترومغناطیسی با همان بسامد موج فرودی خواهند تاباند. هرچه به بسامد تشدید ω نزدیک‌تر شویم دامنه نوسانها بزرگ‌تر خواهد شد و هنگامی که بسامد نور فرودی برابر ω باشد، واضح است که اتم بیشترین اثر پراکندگی را خواهد داشت. از این گذشته، و مهم‌تر از همه، موج تابش شده رابطه فازی مشخصی با موج فرودی خواهد داشت، و بنابراین به شکل کاملاً معینی با موج فرودی تداخل می‌کند که "تصویر جهشی" نمی‌تواند آن



شکل ۱۵ الف یک مدل مکانیکی برای اتم، که به درک فلوئورسانی تشدید کمک می‌کند. اگر این دستگاه توسط یک فنر (مثلاً در برخورد با الکترون) برانگیخته شود نوسان خواهد کرد، و چون الکترونها باردارند تابش الکترومغناطیسی در بسامدهای تشدید سیستم گسیل خواهند شد. حرکت الزاماً میراست زیرا دستگاه از طریق تابش انرژی از دست می‌دهد.

تحت تأثیر موج الکترومغناطیسی فرودی، اتم در بسامد این موج به نوسان واداشته درمی‌آید و در نتیجه با همین بسامد تابش گسیل می‌کند. این پدیده فلوئورسانی تشدید است.

تراز می‌توانیم به آنچه از طیفها مشاهده می‌کنیم نظمی بدهیم. مهم‌ترین قسمت اصل موضوع دوم رابطه (۵الف) است. منظور از آنچه راجع به "اتم جهنده" گفته شد بیان جزئیات فرایندهای گسیل و جذب نیست، بلکه صرفاً یک بیان تصویری است از آنچه رخ می‌دهد.

در زبان فیزیک کوانتومی کلمه "جهش" به‌عنوان یک اصطلاح محاوره‌ای رایج شده است، ولی به‌نظر مؤلف این انتخاب مناسبی نیست، زیرا ممکن است باعث اشکالاتی غیرضروری در مطالعه فیزیک شود و این کلمه به‌خاطر معانی ضمنی‌اش حتی مخاطره‌آمیز هم هست: وقتی می‌گوییم "سیستم از یک حالت به حالت دیگر می‌جهد" به‌نظر می‌رسد که فرایند دارای سرعتی ناگهانی و ماهیتی ناپیوسته است، و تصویر ذهنی که به این ترتیب حاصل می‌شود ممکن است ما را به‌اشتباه بیندازد.

پهنای محدود ترازهای انرژی

۱۴. تا اینجاى مطلب، "تصویر جهشی" مشکلی برای ما ایجاد نکرده است؛ دلیل این امر در واقع این است که هنوز آن را به‌کار نبرده‌ایم: فقط رابطه (۵الف) را مورد استفاده قرار داده‌ایم. اکنون وضعیتی را بررسی می‌کنیم که اگر بخواهیم "تصویر جهشی" را به معنی لفظی‌اش به‌کار گیریم، ممکن است به دردمرستی بینیم.

فوتونی با بسامد ω به اتمی که در حالت پایه است می‌تابد. بسامد ω طوری است که انرژی فوتون درست برابر است با انرژی گذار اتم از حالت پایه به یکی از حالت‌های برانگیخته، بنابراین اتم فوتون را جذب می‌کند و جهش انجام می‌گیرد. بالاخره اتم با گسیل فوتونی با بسامد ω بار دیگر به حالت پایه می‌جهد. این فوتون ممکن است در هر جهتی گسیل شود، پس اتم نور فرودی را درست با همان بسامد ω پراکنده می‌کند. اما فرض کنید که بسامد نوری که بر اتم فرود می‌آید دقیقاً ω نباشد بلکه ω باشد که با ω اختلاف بسیار ناچیزی دارد. در این صورت آیا اتم باز هم نور را پراکنده می‌کند؟ پاسخ مثبت است. به‌طور تجربی معلوم شده است که وقتی بسامد نور فرودی بر اتم (ω) ، از مقدار خود در زیر ω تغییر می‌کند، در خاصیت پراکندگی اتم نیز تغییری حاصل می‌شود: ابتدا تا یک بیشینه تیز در $\omega = \omega$ افزایش و سپس بار دیگر کاهش می‌یابد. تجربه به ما می‌گوید که فوتون‌هایی با بسامد نادرست نیز می‌توانند به‌نحوی باعث "جهش" شوند. از این گذشته می‌توان سؤال کرد که اگر بسامد نور فرودی $\omega \neq \omega$ باشد، بسامد تابش پراکنده چقدر خواهد بود؟ "تصویر جهشی" می‌گوید که این بسامد باید یک بسامد "درست" باشد، یعنی ω ، و این با یافته‌های

نسبت به ناظر ساکن است، سروکار داریم. این پهنای ذاتی اتم است. اکنون موقتاً تمام عوامل دیگر پهن‌شدگی را کنار می‌گذاریم: راجع به این عوامل بعداً در همین فصل بحث خواهیم کرد.

معنی اینکه هر خط گسیلی پهنای محدودی دارد چیست؟ از معنی تحت‌اللفظی آن برمی‌آید که: اگر به‌کمک یک طیف‌نگار که قدرت تفکیک فوق‌العاده زیادی دارد از آن خط عکسبرداری کنیم، درمی‌یابیم که خط دارای پهنای محدودی است. بسامد نور گسیل شده دقیقاً برابر با ω نیست بلکه در همسایگی بسیار نزدیک ω نیز بسامدهایی به چشم می‌خورند.

۱۸. از آنجا که محل یک تراز انرژی از مشاهدات مربوط به خطوط جذبی و گسیلی تعیین می‌شود و نیز از آنجا که این خطوط همواره پهنای محدودی دارند، نتیجه می‌گیریم که مقدار انرژی یک حالت برانگیخته نمی‌تواند به‌طور دقیق معلوم باشد. اگر مدل فوتونی و اصل پایستگی انرژی را بپذیریم، الزاماً به نتیجه بالا می‌رسیم. بنابراین فرض اول بخش ۵، واقعاً درست نیست. ترازهای انرژی بالای حالت پایه پهنای محدودی دارند.

فرض کنید انرژی یکی از حالت‌های برانگیخته یک اتم (یا مولکول و یا هسته) را با مشاهده خط جذبی تعیین می‌کنیم که آن حالت برانگیخته را به حالت پایه ارتباط می‌دهد. در صورتی که واکنش اتم در بسامد ω بیشینه باشد، می‌توانیم به‌حالت برانگیخته، انرژی میانگین $E = E_0 + \hbar\omega$ را نسبت بدهیم که در آن E انرژی حالت پایه است. اگر پهنای خط طیف $\Delta\omega$ باشد (که به‌صورت مناسبی تعریف شده است)، می‌گوییم که پهنای تراز برانگیخته برابر است با $\Delta E = \hbar\Delta\omega$. همین‌قدر که در یافتیم ترازهای انرژی پهنای محدودی دارند، دیگر به‌کار بردن عبارت ناهنجار “انرژی میانگین” ضرورتی ندارد: برای سهولت از عبارت “انرژی” تراز استفاده می‌کنیم و در عین حال می‌دانیم که منظور همان انرژی میانگین است که به‌صورت مناسبی تعریف شده باشد.

۱۹. به‌کمک مثالی از مکانیک کلاسیک می‌توان فرض ساده‌کننده‌ای را که زیربنای فرض یکم بخش ۵ بود به‌خوبی توضیح داد. آونگی را در نظر بگیرید که به‌طور آزاد تاب می‌خورد. فرض می‌کنیم نیروهای اصطکاک (که مهم‌ترین آنها مقاومت هواست) کوچک‌اند اما صفر نیستند، به‌طوری که پیش از آنکه انرژی نوسانی آونگ به $1/e$ مقدار اولیه‌اش برسد، چندصدبار نوسان می‌کند. (زمان لازم برای این کار، “عمر متوسط حالت نوسانی” خوانده می‌شود.) فاصله زمانی بین دو تاب متوالی به‌طرف راست را یک ثانیه می‌گیریم.

را به‌خوبی توضیح بدهد. در این مورد، مهم‌ترین عیب “تصویر جهشی” آن است که فرایند پراکندگی را به‌گونه‌ای بیان می‌کند که به‌هیچ‌وجه منطبق بر واقعیت نیست: فرایند پراکندگی را باید یک فرایند همدوسی دانست، نه فرایندی مرکب از دو جهش که در دومی فوتونی گسیل می‌شود که هیچ رابطه فازی معینی با فوتون جذب شده در جهش اول ندارد.

اینکه آیا موج بازتابیده با موج فرودی همدوس است یا نه، چیزی است که می‌توان به‌طور تجربی امتحان کرد، و همه شواهد قاطعانه علیه مدل نوسانگری هستند که همدوسی را پیشگویی می‌کند.

۱۶. بحث ما راجع به فلوتورسانی تشدیدی تعبیر جدیدی از ترازهای انرژی اتم، هسته و مولکول را مطرح می‌کند: تقاضاهای ترازهای انرژی متناظرند با بسامدهایی که در آنها سیستم به‌حالت تشدید درمی‌آید. اختلاف میان ترازهای انرژی، همان تشدید است.

البته نباید هیچ مدل مکانیکی متشکل از فنرها و میله‌ها را جدی گرفت: بدیهی است که این‌کاری معنی است. با این‌همه، دلیل اینکه چنین مدل نادرستی به‌خوبی از پس توصیف پدیده‌هایی چون فلوتورسانی تشدیدی برمی‌آید، صرفاً آن است که بسیاری از جنبه‌های پدیده تشدید به جزئیات مدل بستگی ندارد: آنچه مهم است سیستم بسامدهای تشدید است (با ثابت‌های میرایی مربوط) و ماهیت جفت‌شدگی مدهای مختلف تشدید به منبع برانگیختگی خارجی.

۱۷. اکنون فرض کنید می‌خواهیم انرژی تراز در بالای حالت پایه یک اتم را با تعیین بسامد فوتونی که می‌تواند باعث گذار از حالت پایه به این حالت برانگیخته شود پیدا کنیم، به‌عبارت دیگر می‌خواهیم بسامدی را تعیین کنیم که اتم را به تشدید درمی‌آورد. اما چنین بسامدی منحصر به‌فرد نیست: اتم به یک بازه بسامدی کوچک واکنش نشان می‌دهد. البته می‌توان گفت که بسامد “درست” که انرژی تراز را مشخص می‌کند، بسامد ω است که به‌ازای آن، این واکنش بیشینه می‌شود. اما واقعیت این است که اتم به بسامدهایی در همسایگی نزدیک ω نیز پاسخ می‌دهد و بنابراین خط طیف جذبی نمی‌تواند کاملاً تیز باشد بلکه دارای پهنای محدودی است. این یک واقعیت تجربی است که: خطوط طیف جذبی دارای پهنای محدودی هستند.

حال این سؤال مطرح می‌شود که خطوط طیف گسیل شده از اتم چگونه‌اند؟ آیا آنها هم پهنای محدودی دارند؟ جواب این است که بله: پهنای هر خط گسیلی با پهنای خط جذبی متناظرش یکسان است. (در اینجا باید تذکر بدهیم که پهن‌شدگی خطوط طیف ایتیکی که در عمل مشاهده می‌شوند، ناشی از چند عامل مختلف است. ولی در اینجا ما با پهنای خطوط گسیلی و جذبی یک اتم منزوی که در آغاز

ابتدا خود اتم را درست بعد از برانگیختگی در نظر می‌گیریم. دامنه چیزی را که در داخل اتم نوسان می‌کند با $A(t)$ نشان می‌دهیم و بستگی آن را به زمان، چنین فرض می‌کنیم

$$A(t) = A \exp\left(-i\omega_0 t - \frac{t}{\tau}\right) \quad (۲۰الف)$$

که در آن A ثابت است. این معادله وابسته به زمان، نمایش مختلط دامنه یک نوسان هماهنگ میرا با بسامد متوسط ω_0 است.

چون در این پدیده نوسانی، ذرات باردار دخالت دارند، انتظار داریم که تابش الکترومغناطیسی (با بسامد متوسط ω_0) گسیل شود و معادله وابسته به زمان دامنه موج گسیل شده باید کاملاً همانند (۲۰الف) باشد. شدت تابش، $I(t)$ ، متناسب است با مجذور مطلق دامنه

$$I(t) = C|A(t)|^2 = C|A|^2 \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \quad (۲۰ب)$$

که در آن C ثابت است. بنابراین می‌توان نوشت

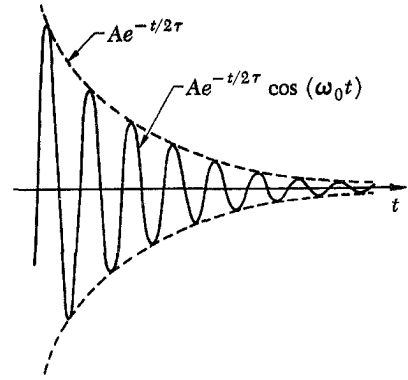
$$I(t) = T(0) \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \quad (۲۰ج)$$

برای نوشتن ضریب کاهش نمایی (۲۰الف)، شکل $\exp(-t/2\tau)$ را انتخاب کرده‌ایم. چون می‌خواستیم در رابطه شدت، ضریب $\exp(-t/\tau)$ را داشته باشیم. روشن است که چگونگی نوشتن این ضریب قراردادی است یعنی به نحوه تعریف τ بستگی دارد. طبق تعریف ما، τ زمانی است که در آن شدت یک تابش با ضریب $1/e$ کاهش می‌یابد. از آنجا که τ معیاری است از مدت فرایند، می‌توانیم آن را عمر متوسط حالت برانگیخته تعبیر کنیم. "بخش اعظم واپاشی طی زمانی از مرتبه τ صورت می‌گیرد."

۲۱. دامنه نوسان $A(t)$ که با رابطه (۲۰الف) بیان شد، در معادله دیفرانسیل مرتبه اول زیر صدق می‌کند

$$\frac{dA(t)}{dt} + \left(i\omega_0 + \frac{1}{\tau}\right) A(t) = 0 \quad (۲۱الف)$$

این معادله دیفرانسیل همگن، یک نوسانگر را در غیاب تأثیر هرگونه عامل خارجی توصیف می‌کند. اکنون فرض کنید که نور تکفامی با بسامد ω بر نوسانگر بتابد. در این صورت باید معادله دیفرانسیل (۲۱الف) را با اضافه کردن جمله‌ای که مبین نیروی محرک با تغییرات هماهنگ باشد تکمیل کرد. به این ترتیب معادله دیفرانسیل ناهمگن



شکل ۱۹الف یک فرایند نوسانی که به طور نمایی میرا می‌شود؛ دامنه به صورت تابعی از زمان است. چون این فرایند برحسب زمان دقیقاً دوره‌ای نیست نمی‌توانیم بگوییم که بسامد نوسان ω_0 است زیرا مفهوم بسامد به پدیده دوره‌ای مربوط می‌شود. اگر میرایی زیاد بزرگ نباشد، می‌توان گفت که بسامد تقریباً ω_0 است. واضح است که هرچه میرایی کمتر باشد، یعنی هرچه کاهش دامنه برای دو بیشینه متوالی کمتر باشد، بسامد را بهتر می‌توان تعریف کرد.

اکنون فرض کنید از ما بپرسند که بسامد آونگ چقدر است. بدون تعمق زیاد، پاسخ خواهیم داد که یک برثانه. بی‌تردید، این پاسخی عاقلانه است، ولی اگر دقیق‌تر باشیم، نادرست است: منظور از "بسامد" آهنگ تکرار یک پدیده تناوبی است، در صورتی که حرکت این آونگ فقط تقریباً تناوبی است، چون با گذشت زمان دامنه نوسان کم می‌شود. از بسامد یک حرکت نوسانی هماهنگ میرا تعریف دقیقی در دست نداریم، هرچند برای تمام مقاصد عملی می‌توان آن را به خوبی تعریف کرد. یک اتم در حال گسیل از بعضی جهات به آونگ میرا شباهت دارد. فرایند گسیل برای همیشه ادامه نمی‌یابد و این یعنی "نوسان درون اتم" یک نوسان میراست. بنابراین، بسامدی که دقیقاً تعریف شده باشد برای اتم وجود ندارد، چون این پدیده نوسانی کاملاً تناوبی نیست. پس، تابش الکترومغناطیسی گسیل شده توسط "آن چیزی که در درون اتم نوسان می‌کند"، تکفام نیست و خط گسیل شده دارای پهنای محدودی است.

۲۰. اگر به شکل ۱۹الف دقت کنیم، درمی‌یابیم که هرچه میرایی کمتر باشد، بسامد بهتر تعریف می‌شود و شاید حدس بزنیم که عدم قطعیت $\Delta\omega$ در بسامد، با عمر متوسط (τ) نسبت عکس دارد.

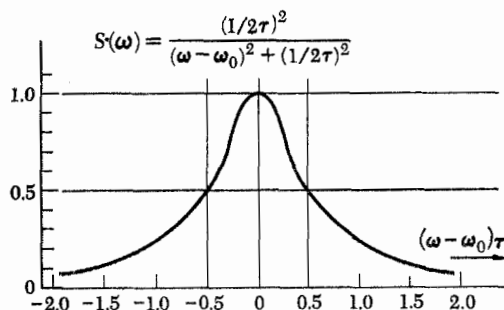
برای تحقیق این مسئله، گسیل و پراکندگی نور توسط اتم را براساس "مدل نوسانگر" بخش ۱۵ بررسی می‌کنیم. فرض می‌کنیم که فقط دو حالت مورد نظر باشند: حالت پایه و یک حالت برانگیخته با انرژی $\hbar\omega$ بالای حالت پایه.

یا

$$S(\omega) = S(\omega_0) \frac{(1/2\tau)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (1/2\tau)^2} \quad (د۲۱)$$

که در آن $S(\omega_0)$ مقدار پراکندگی "در حالت تشدید" است. یعنی وقتی $\omega = \omega_0$.

نمودار طرح وار $S(\omega)$ برحسب ω در شکل ۲۱ الف نشان داده شده است.



۲۲. تابع $S(\omega)$ ، "شدت واکنش" سیستمی را تحت اثر یک اختلال خارجی با بسامد ω نشان می‌دهد. این نوع واکنش تشدید پدیده‌ای بسیار عمومی در فیزیک کوانتومی است و به هیچ وجه منحصر به برهم‌کنش نور و اتم نیست. هنگامی که پراکندگی ذرات مادی، مثلاً پراکندگی پروتونها با انرژی کاملاً معینی توسط هسته، یا پراکندگی پیونها توسط پروتون را مطالعه می‌کنیم به همین واکنش تشدید برمی‌خوریم. به درستی می‌توان گفت که برای هر سیستم مکانیک کوانتومی، تراز انرژی شبه پایداری "وجود دارد"، دقیقاً به این معنی که سیستم در بسامد مناسب یک واکنش تشدید از خود نشان می‌دهد، مطابق آنچه در معادله (د۲۱) آمده است.

در فیزیک هسته‌ای فرمول (د۲۱) به نام فرمول تشدید یک تراز برای تداوگنر معروف است.

۲۳. اکنون به یکی از خصوصیات مهم فرمول تشدید (د۲۱) اشاره می‌کنیم. ω را بسامدی در نظر می‌گیریم که در آن پاسخ سیستم نصف پاسخ بیشینه باشد. در این صورت درمی‌یابیم که

$$\omega = \omega_0 \pm \frac{1}{2\tau} \quad (الف۲۳)$$

پهنای منحنی تشدید در نصف بیشینه (رک. شکل ۲۱ الف) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta\omega = \frac{1}{\tau} \quad (ب۲۳)$$

این رابطه با حدس ما در بخش ۲۰ درباره رابطه بین عدم قطعیت در بسامد و عمر متوسط حالت برانگیخته سازگار است.

از آنجا که پهنای تراز (برانگیخته) انرژی را می‌توان با رابطه $\Delta E = \hbar \Delta\omega$ تعریف کرد، بلافاصله از رابطه (ب۲۳) رابطه بسیار مهم زیر را نتیجه می‌گیریم

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\tau} \quad (ج۲۳)$$

شکل ۲۱ الف منحنی تشدید عمومی. این منحنی عکس‌العمل هر سیستم خطی (یا تقریباً خطی) را در برابر یک نیروی خارجی سینوسی در مجاورت بسامد تشدید، به شرطی که هیچ بسامد تشدید دیگری در آن نزدیکی وجود نداشته باشد، توصیف می‌کند.

(دو منحنی ناقوسی، یکی منحنی تشدید و دیگری منحنی گاوسی، در فیزیک اهمیت خاصی دارند: معمولاً این منحنیها را خیلی شبیه به هم رسم می‌کنند. اما باید توجه داشت که منحنی گاوسی در خارج ناحیه مرکزی بسیار سریع افت می‌کند ولی منحنی تشدید دارای "دنباله" درازی است.)

حاصل برای این نوسانگر به صورت

$$\frac{dA(t)}{dt} + \left(i\omega_0 + \frac{1}{2\tau} \right) A(t) = F \exp(-i\omega t) \quad (ب۲۱)$$

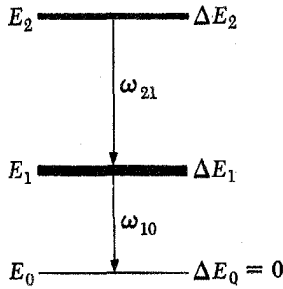
خواهد بود که در آن F مقدار ثابتی است که بزرگی نیروی محرک را بیان می‌کند.

(با چشم‌پوشی از پاسخهای گذرا) معادله (ب۲۱) یک جواب حالت پایا دارد:

$$A(t) = \frac{iF \exp(-i\omega t)}{(\omega - \omega_0) + i/2\tau} \quad (ج۲۱)$$

که مربوط است به نوسانی با دامنه ثابت و بسامد اعمال شده ω . شدت تابش گسیل شده از نوسانگر، با مجذور مطلق $A(t)$ متناسب است. مشاهده می‌شود که گسیل از نوسانگر داداشته شبیه است به تابش پراکنده و مقدار پراکندگی با شدت متناسب است. مقدار کل تابشی را که در واحد زمان، به ازای واحد دامنه تابش فرودی، پراکنده می‌شود با $S(\omega)$ نمایش می‌دهیم که در آن ω بسامد تابش فرودی است. پس با توجه به (ج۲۱) می‌توان نوشت

$$S(\omega) \text{ متناسب است با } \left| \frac{1}{(\omega - \omega_0) + i/2\tau} \right|^2$$



شکل ۲۵ الف نمودار تراز برای توضیح مطلب بخش ۲۵. پهنای خط (با بسامد متوسط ω_{21}) که در گذار از حالت برانگیخته بالاتر به حالت برانگیخته پایین تر گسیل می‌شود، بستگی به پهنای هر دو تراز دارد، و داریم $\Delta\omega_{21} = (\Delta E_2 + \Delta E_1)/\hbar$.

برانگیخته بسیار کم باشد (که حاکی از طول عمر زیاد آن حالت است). پهنای اولین تراز برانگیخته عدم قطعیتی را در چگونگی تقسیم انرژی کل موجود بین دو فوتون گسیل شده پیش می‌آورد.

بدون شک نتایج فوق که براساس پایستگی انرژی و ایده پهنای محدود ترازهای انرژی به دستشان آوردیم، کاملاً معقول هستند. بحث ما چندان محکم نیست، با این همه برای درک جنبه‌های کیفی مسئله کفایت می‌کند. نکته مهم این است که پهنای یک خط گسیل شده باید وابسته باشد به پهنای هر دو تراز که در گذار دخالت دارند.

۲۶. بار دیگر رابطه $\Delta\omega = 1/T$ را در نظر بگیرید. از آنجا که بسامد با طول موج λ نسبت عکس دارد، عدم قطعیت نسبی در طول موج برابر است با عدم قطعیت نسبی در بسامد، و داریم

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{\omega T} \quad (۲۶ الف)$$

برای گذارهای اپتیکی در اتمها، کمیت ωT همواره مقدار بزرگی دارد. بسامد $\nu = \omega/2\pi$ از مرتبه 10^{14} تا 5×10^{14} است در حالی که عمر متوسط (T) از مرتبه تقریباً 10^{-8} تا 10^{-7} ثانیه است و در نتیجه عدم قطعیت نسبی در طول موج (با بسامد) از مرتبه 10^{-7} تا 10^{-8} خواهد بود که مقدار بسیار کوچکی است. پهنای خط طیف حاصل که پهنای طبیعی خط خوانده می‌شود یک خاصیت ذاتی است برای اتم (یعنی برای ترازهایی که در گذار دخالت دارند).

بحث بیشتر درباره تراز و نمودار تراز

۲۷. اکنون نظری به چند نمودار تراز نوعی بیندازیم که برمبنای اندازه‌گیریهای واقعی ترتیب یافته‌اند و در چارچوب مکانیک کوانتومی

که عدم قطعیت ΔE در انرژی یک تراز را برحسب عمر متوسط آن، τ ، به دست می‌دهد. هرچه عمر حالت بیشتر باشد، انرژی آن مشخص تر است.

۲۴. خواننده ممکن است تردید داشته باشد که معادله دیفرانسیل ساده‌ای مثل (۲۱ب) واقعاً بتواند پدیده پیچیده‌ای نظیر برهم‌کنش نور و اتم را توصیف کند. این تردیدی بجاست، ولی نکته این است که ما نمی‌خواهیم به توصیف تمامی جنبه‌های این برهم‌کنش پردازیم، بلکه فقط پاسخ اتم را به یک نور (کم و بیش) تکفام با بسامدی در همسایگی خیلی نزدیک بسامد تشدید ω بیان می‌کنیم که به گذاری از حالت پایه به یک حالت برانگیخته مربوط می‌شود. فرمول (۲۱د) تنها یک تشدید منفرد را بیان می‌کند، اگر تعداد تشدیدها بیشتر باشد — چنانکه در مورد اتمها، مولکولها و هسته‌ها همیشه این طور است — این فرمول را باید اصلاح کرد. می‌توان گفت که در همسایگی یک خط تشدید و دور از تمام تشدیدهای دیگر. رابطه (۲۱د) با دقت خوبی برقرار است. توضیح کامل گذارهای تابشی ما را از موضوع بسیار پرت خواهد کرد و باید به همین نظریه نسبتاً مبهم اکتفا کنیم. جان کلام این است که چیزی نوسان می‌کند و این چیز باردار است و پاسخ (دامنه) آن نسبت به یک اختلال خارجی، خطی است.

۲۵. اکنون پهنای خطی را که در گذار بین دو حالت برانگیخته گسیل می‌شود بررسی می‌کنیم. طرحی از این وضعیت در شکل ۲۵ الف نشان داده شده است. ضخامت خطوط افقی (به صورتی بسیار مبالغه‌آمیز) نمایانگر پهنای ترازهای انرژی است. زنجیره‌ای از دو گذار را در نظر می‌گیریم. گذار از دومین حالت برانگیخته به اولین حالت و به دنبال آن، انتقال از اولین حالت برانگیخته به حالت پایه. پهنای خطی (با بسامد ω_{10}) که در دومین گذار گسیل می‌شود برابر است با $\Delta\omega_{10} = \Delta E_1/\hbar$.

می‌توانیم عدم قطعیت در مجموع دو بسامد یک زنجیره را که از یک اتم منفرد گسیل می‌شوند نیز بررسی کنیم. اگر مجموع این دو بسامد را با $\omega_{20} = \omega_{21} + \omega_{10}$ نشان بدهیم، خواهیم داشت $\Delta\omega_{20} = \Delta E_2/\hbar$. این نتیجه از اصل پایستگی انرژی تبعیت می‌کند: روشن است که عدم قطعیت در انرژی کل موجود، برابر عدم قطعیت در انرژی دومین تراز برانگیخته است.

به این ترتیب می‌توان حدس زد پهنای خطی که (با بسامد ω_{21}) از دومین گذار گسیل می‌شود، از رابطه $\Delta\omega_{21} = (\Delta E_2 + \Delta E_1)/\hbar$ ، در صورتی که اولین حالت برانگیخته پهن باشد، خط گسیل شده نیز پهن خواهد بود، حتی اگر پهنای دومین حالت

کشف مکانیک کوانتومی، براساس اندازه‌گیریهای طیف نمودی، ساخته شده بودند.

جدول ۴. خطوط طیفی مشاهده شده Ce

λ_{air} Å	Intensity	σ (cm^{-1})	Classification	$\sigma - c$	λ_{air} Å
4623.197	20	21624.00	101354 + -122978 ²	-0.03	4356.835
4616.233	60	21656.62	103612 + -125269 ¹	+0.01	4346.353
4613.803	60	21668.02	21849 ³ - 43517 ⁴	+0.03	4344.025
4612.528	2	21674.01	101354 + -123028 ²	-0.05	4339.205
4612.384	4	21674.69	101354 + -123029 ²	+0.03	4336.143
4610.723	30	21682.50	103612 + -125295 ¹	-0.03	4335.515
4599.803	1	21733.97			4331.168
4582.264	200	21817.16	103351 + -125168 ²	0.00	4327.503
4576.904	300	21842.71	103351 + -125193 ²	+0.01	4321.384
4575.494	3	21849.44	0 + -21849 ³	-0.03	4314.767
4570.430	2	21873.65			4309.634
4568.802	20	21881.44	103351 + -125232 ²	-0.02	4304.710
4551.460	60	21964.81	103231 + -125196 ²	+0.01	4300.977
4544.250	100	21999.64	103231 + -125230 ²	-0.01	4296.171
4536.526	1	22037.12	103231 + -125268 ²	-0.05	4289.794
4536.330	10	22038.07	103231 + -125269 ²	+0.01	4287.78
4535.726	1000	22041.01	21476 ⁴ - 43517 ⁴	+0.01	4285.50
4527.861	6	22079.29	103079 + -125158 ²	-0.01	4284.77
4526.655	4	22085.17	103079 + -125164 ²	-0.02	4282.30
4525.931	2	22088.71	103079 + -125168 ²	+0.01	4280.45
4525.330	100	22091.64	100814 + -122995 ²	+0.03	4271.2
4524.689	10	22094.77	100814 + -122998 ²	-0.04	4264.6
4521.924	1000	22108.28	100814 + -122922 ²	-0.01	4247.1
4520.709	3	22114.22	103079 + -125193 ²	-0.02	4239
4519.918	10	22118.09	100814 + -122932 ²	-0.04	423
4503.372	10	22199.36	100734 + -122933 ²	+0.02	
4502.825	100	22202.05	70433 + -92635 ²	0.00	
4494.689	2	22242.24	100734 + -122976 ²		
4491.454	100	22258.26	102897 + -122976 ²		
4490.855	4	22261.23			

۲۸. ترازهای انرزی یک سیستم مکانیک کوانتومی با چند عدد کوانتومی نام‌گذاری می‌شوند. این اعداد مقادیر عددی چند پارامتر مهم فیزیکی‌اند که در تبیین کوانتومی سیستم ظاهر می‌شوند. ما راجع به تغییر فیزیکی چند تا از این اعداد کوانتومی در ارتباط با نمودارهای تراز بحث خواهیم کرد. اما به هیچ وجه لزومی ندارد که خواننده عناوین ترازها را به تفصیل و با تمام جزئیاتش درک کند و به‌خاطر بسپارد.

شکل ۲۸ الف نمودار تراز اتم لیتیم خنثی را نشان می‌دهد. مقیاس انرزی در سمت چپ، انرژیا را هم برحسب الکترون ولت و هم برحسب عدد موجهای متناظرشان بیان می‌کند. پاره خطهای افقی ترازهای انرزی را نشان می‌دهند. خطوطی که ترازها را به هم می‌پیوندند، نمایش‌دهنده گذارهای الکترومغناطیسی مشاهده شده بین ترازها هستند و عدد روی هر یک از این خطوط، طول موج آن خط طیفی را برحسب آنگستروم به دست می‌دهد. خطوط مهم طیف، ضخیم تر رسم شده‌اند.

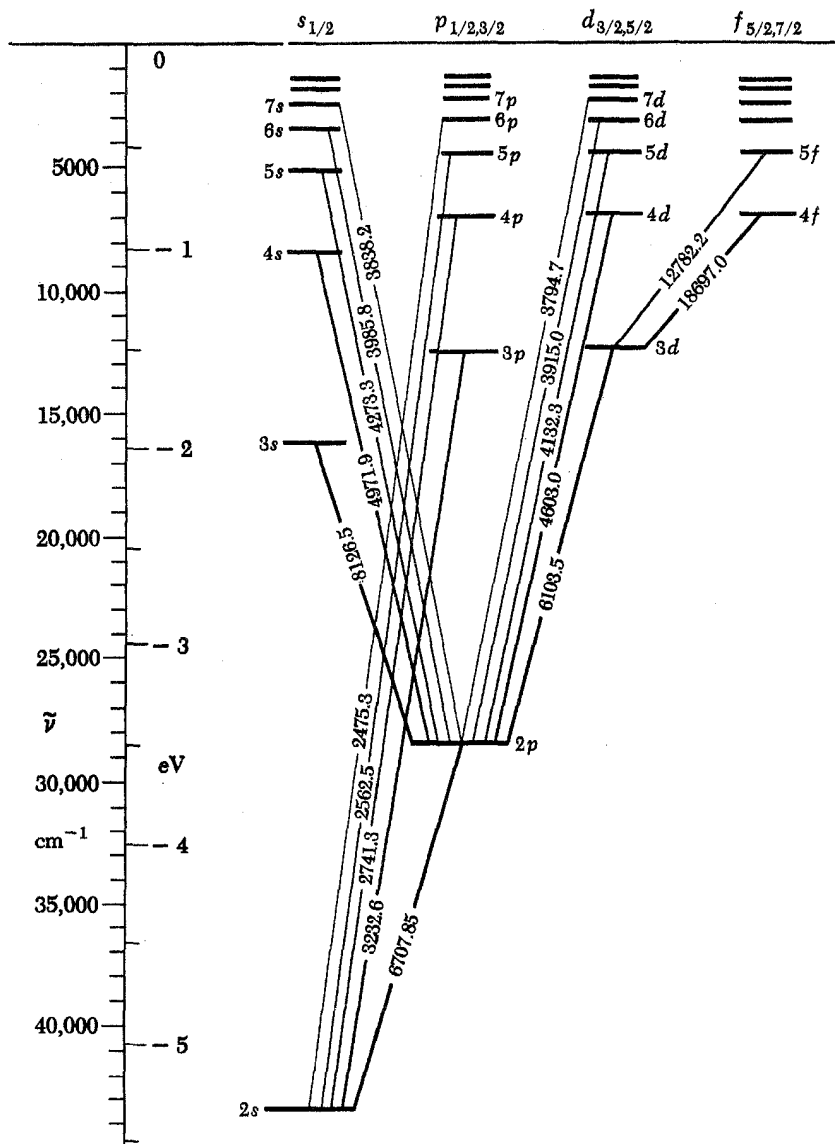
ترازهای انرزی در نمودار تراز شکل ۲۸ الف به صورت ستونهای مرتب شده‌اند و چهارتا از این ستونها که با حروف f, d, p, s نامگذاری شده‌اند در شکل دیده می‌شوند. اتم لیتیم در واقع ترازهای بیشتری دارد که باید آنها را در ستونهایی در سمت راست این چهار ستون جای داد، اما این ترازها در نزدیکی تراز یونش واقع‌اند و در طیف مرئی لیتیم مشارکت ندارند.

متوجه می‌شویم که خطوط طیفی ارائه شده در شکل ۲۸ الف از قاعده جالبی پیروی می‌کنند: گذارها بین دوتراز از ستونهای همجوار انجام می‌گیرند. گذارهایی که در این شکل آمده‌اند، در واقع کلیه گذارهای ممکن را شامل نمی‌شوند. مکانیک کوانتومی پیشگویی می‌کند که گذارهایی نیز از ستون s ، یا ستون d به تراز $3p$ ؛ از ستون p به تراز $3s$ ؛ از ستون p یا ستون f به تراز $3d$ و غیره وجود خواهند داشت. در عمل، اکثر این گذارها مشاهده شده‌اند، اما برای آنکه شکل بیش از حد شلوغ نشود آنها را رسم نکرده‌ایم. این گذارهای اضافی که در ناحیه فرسرخ قرار دارند نیز از قاعده مذکور پیروی می‌کنند، یعنی گذارها بین ترازهایی صورت می‌گیرند که در ستونهای همجوار واقع‌اند. این قاعده، نمونه جالبی از قاعده گزینش است که می‌گوید در هر گذار فقط زوج ترازهای به‌خصوصی می‌توانند شرکت کنند. اگر به خطوط مشاهده شده‌ای که در شکل ۲۸ الف آمده‌اند نگاه کنیم، تأیید تجربی این قاعده را آشکارا خواهیم دید. به‌ویژه به‌عدم وجود گذار بین ترازهای

شکل ۲۷ الف قسمتی از یک جدول که از مقاله‌ای در زمینه طیف‌نگاری گرفته شده است. ستون اول طول موج خطوط اتم دوبار یونیده سریم را که در هوا مشاهده شده‌اند نشان می‌دهد. ستون دوم شدت نسبی خط را نشان می‌دهد. ستون سوم انرزی فوتون است که به صورت عدد موج بیان شده است. ستون چهارم جملات طیفی مربوطه را با انرزی آنها به صورت عدد موج نشان می‌دهد.

تعبیر شده‌اند. باید کاملاً قدر آنها را بدانیم، چون هر نمودار و یا هر جدول طول موج وابسته به آن حاصل زحمات بسیاری بوده است.

ما نمودارها را به همان صورتی رسم کرده‌ایم که در سایر کتابهای مربوط به این زمینه به چشم می‌خورد. چند قرارداد بسیار متعارف بر رسم این نمودارها و نام‌گذاری ترازهای مختلف انرزی حاکم‌اند و ما نیز به‌خاطر واقع‌گرایی بیشتر، سعی کرده‌ایم آنها را رعایت کنیم، حتی اگر نتوانیم در اینجا تمام جزئیات این نمودارها را تشریح کنیم. ممکن است خواننده بخواهد اعتراض کند که ما نباید در این نمودارها هر چیزی را که هنوز به صورت نظری تبیین نکرده‌ایم، نشان بدهیم. چنین دیدگاهی به این نتیجه منطقی می‌انجامد که اصولاً حق نخواهیم داشت قبل از آنکه وجود ترازهای انرزی را به‌طور نظری نشان بدهیم، به بررسی نمودار تراز پردازیم. ولی هدف ما در این فصل آن است که با پذیرفتن این واقعیت تجربی که ترازهای انرزی وجود دارند، برخی از نمودهای سیستمهای فیزیکی را مورد بحث قرار بدهیم. به‌علاوه این یک حقیقت تاریخی نیز هست که نمودارهای تراز برای آنها — که یکی از آنها به‌عنوان نمونه در شکل ۲۸ الف نشان داده شده است — قبل از آنکه معنی کامل جزئیات نمودار فهمیده شود، یعنی قبل از



شکل ۲۸ الف نمودار تراز برای اتم لیتیم خنثی. خطهای مورب گذارهای دوقطبی الکتریکی مشاهده شده را نمایش می‌دهند. اعداد روی این خطها طول موج برحسب آنگسترم‌اند. برای سایر جزئیات به توضیح متن مراجعه کنید.

سعی نمی‌کنیم که مسئله را به‌طور کامل توضیح بدهیم، چون ابزارهای ریاضی مناسب را در اختیار نداریم، اما می‌کوشیم حداقل یک دید اجمالی از آنچه می‌گذرد به‌خواننده بدهیم.

به‌دلیل کوچک بودن ثابت ساختار ریز، نوع خاصی از گذار الکترومغناطیسی نقش عمده‌ای در فیزیک اتمی ایفا می‌کند، یعنی آن گذارهایی که موج الکترومغناطیسی گسیلیده از آنها دارای همان خواص تقارنی باشد که موج گسیل شده توسط یک نوسانگر دوقطبی الکتریکی کوچک داراست. این امر را در آینده عملاً نشان خواهیم داد. چنین موجی (یا فوتونی) را موج دوقطبی الکتریکی (یا فوتون

۳s و ۲s؛ بین ترازهای ۳p و ۲p، و نظایر آن اشاره می‌کنیم. چون این قاعده گزینش برطیف اتم لیتیم حاکم است، طبعاً باید ترازها را در داخل ستونها مرتب کرد؛ همان‌طور که ما کرده‌ایم.

۲۹. قاعده گزینشی که ذکر شد یکی از برجسته‌ترین خصوصیات طیف اتم لیتیم است. آیا می‌توان آن را به‌طور نظری هم تشریح کرد؟ پاسخ مثبت است؛ این پدیده را می‌توان به‌طور کامل درک کرد و این کار بر مبنای دو چیز انجام می‌شود: همسانگردی فضای فیزیکی و کوچک بودن ثابت ساختار ریز، $\alpha = e^2/\hbar c \sim 1/137$. ما در این کتاب

زاویه‌ای یک اتم (بدون در نظر گرفتن آن تکانه زاویه‌ای که ممکن است هسته داشته باشد) به صورت زیر است

$$J^2 = j(j+1)\hbar^2 \quad (۳۰الف)$$

که در آن j عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای است. مقادیر ممکن j با این قاعده محدود می‌شوند که $j = 0, 1, 2, \dots$ ، به طوری که اگر تعداد الکترونها اتم زوج باشد، j زوج است، و اگر تعداد الکترونها فرد باشد، j نیز فرد خواهد بود. معمولاً چنین گفته می‌شود که اگر حالتی با عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای j مشخص شده باشد، "تکانه زاویه‌ای آن j است".

پس در مکانیک کوانتومی می‌توان ثابت کرد که در یک گذار دوقطبی الکتریکی از یک حالت اولیه با تکانه زاویه‌ای j_i به یک حالت نهایی با تکانه زاویه‌ای j_f ، تغییرات مجاز در تکانه زاویه‌ای از قاعده زیر پیروی می‌کنند.

$$\Delta j = j_f - j_i = -1, 0, \text{ یا } +1 \quad (۳۰ب)$$

این قاعده دقیقی است که برای تمام سیستمهای کوانتومی منزوی، اعم از اتمها، مولکولها و یا هستهها برقرار است و از اصل پایستگی که در بخش قبل بحث شد نتیجه می‌شود. ما در این کتاب درباره نظریه تکانه زاویه‌ای بحث نخواهیم کرد، و علی‌رغم کنجکاوی خواننده رابطه‌های (۳۰الف) و (۳۰ب) را بدون اثبات می‌گذاریم.

۳۱. اما قضیه‌ای که بیان کردیم، تنها قاعده‌گزینشی نیست که در مورد اتم لیتیم اعمال می‌شود. در فیزیک اتمی یک قاعده‌گزینش تقریبی دیگر نیز وجود دارد که برگذارهای دوقطبی الکتیکی حاکم است و می‌توان آن را به این صورت بیان کرد: در یک گذار دوقطبی الکتیکی، تکانه زاویه‌ای مداری باید دقیقاً به اندازه یک واحد تغییر کند، یعنی

$$\Delta l = l_f - l_i = -1 \quad \text{یا} \quad +1 \quad (۳۱الف)$$

که در آن حرف l ، با شاخص مناسب، عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری الکترونها اتم را نشان می‌دهد. معنی l چیست؟ این عدد کوانتومی نیز یک تعبیر "کلاسیک" دارد: اگر به صورت کلاسیک راجع به اتم بیندیشیم، آنوقت l بزرگی تکانه زاویه‌ای وابسته به حرکت مداری

Fe III—Continued

Authors	Config.	Desig.	J	Level	Interval
s ¹ P ₁ p ¹ P ₁ p ¹ P ₀	3d ³ (a ⁴ P)4p	s ¹ P ^o	2	118687.84	-284.62
			1	119982.26	-197.69
			0	120179.95	
y ¹ F ₃ y ¹ F ₂ y ¹ F ₁ y ¹ F ₀ y ¹ F ₁	3d ³ (a ⁴ D)4p	y ¹ F ^o	1	120697.10	129.07
			2	120826.17	182.61
			3	121008.78	232.89
			2	121241.97	227.15
			5	121483.22	
s ¹ G ₂ s ¹ G ₁ s ¹ G ₀	3d ³ (a ⁴ G)4p	s ¹ G ^o	3	121919.74	21.55
			4	121941.89	8.33
			5	121949.82	
s ¹ D ₂ s ¹ D ₁ s ¹ D ₀	3d ³ (a ⁴ P)4p	s ¹ D ^o	3	122346.61	-281.73
			2	122322.34	-214.69
			1	122343.03	
y ¹ D ₂ y ¹ D ₁ y ¹ D ₀ y ¹ D ₁ y ¹ D ₀	3d ³ (a ⁴ D)4p	y ¹ D ^o	4	122944.16	114.60
			3	122929.66	-69.29
			2	122929.84	-22.53
			1	122929.84	-534.55
			0	123455.92	
y ¹ P ₁ y ¹ P ₀ y ¹ P ₀	3d ³ (a ⁴ D)4p	z ¹ P ^o	1	123552.95	144.23
			2	123997.18	53.21
			3	123760.39	
y ¹ D ₂ y ¹ D ₁ y ¹ D ₀	3d ³ (a ⁴ D)4p	y ¹ D ^o	2	124264.04	-49.88
			2	124903.22	-50.96
			1	124964.88	
y ¹ F ₃ y ¹ F ₂ y ¹ F ₁	3d ³ (a ⁴ D)4p	y ¹ F ^o	4	125442.58	-194.40
			3	125587.98	-34.85
			2	125672.63	
s ¹ S ₁	3d ³ (a ⁴ P)4p	s ¹ S ^o	1	126390.67	

شکل ۲۸ ب نمودارهای تراز برای یک دید کلی مفیدند اما برای ارائه مجموعه‌های مفصل داده‌های دقیق، جدول مناسب‌تر است. در بالا قسمتی از یک جدول مربوط به ترازهای انرژی آهن دوبار یونیده نشان داده شده است. انرژیها که نسبت به حالت پایه اندازه‌گیری شده‌اند (ستون پنجم) برحسب عدد موج (cm^{-1}) بیان شده‌اند. در ستون J تکانه زاویه‌ای حالت آورده شده است. سه ستون اول علائم مختلف مربوط به ترازها را نشان می‌دهند که در اینجا احتیاجی به توضیح آنها نیست.

دوقطبی الکتریکی) می‌نامیم. در چارچوب مکانیک کوانتومی می‌توان نشان داد که تکانه زاویه‌ای این موج (فوتون) برابر \hbar است.

همسانگرد بودن فضای فیزیکی به این معنی است که بین جهات مختلف در جهان هیچ تمایزی وجود ندارد: رفتار یک سیستم منزوی، به سمت‌گیری آن در فضا بستگی ندارد. تحت شرایط بسیار کلی، این امر حاکی از آن است که (در مکانیک کوانتومی و نیز در مکانیک کلاسیک) بردار تکانه زاویه‌ای یک سیستم منزوی پایسته است، یعنی با زمان تغییر نمی‌کند. یعنی اینکه اگر اتمی یک فوتون دوقطبی الکتریکی گسیل کند، تکانه زاویه‌ای آن قبل از گسیل باید برابر تکانه زاویه‌ای آن بعد از گسیل به‌اضافه تکانه زاویه‌ای فوتون دوقطبی باشد. این اصل پایستگی، قواعد گزینش را ایجاب می‌کند، چون هر حالت مانای اتم، با مقدار معینی از تکانه زاویه‌ای مشخص می‌شود.

۳۰. به‌موجب آنچه از مکانیک کوانتومی برمی‌آید، مجذور تکانه

دوگانه رسم کرده‌ایم، ولی ستونهای d و f را به خاطر صرفه جویی در جا (و کم کردن زحمت) همچنان یگانه باقی گذاشته‌ایم. تمامی گذارهایی که در شکل ۳۲ الف نشان داده شده‌اند گذارهای دوقطبی الکتریکی هستند. گذارهایی که نور زرد مشخصه لامپ سدیم را به وجود می‌آورند عبارت‌اند از گذار از ترازهای $3p_{3/2}$ و $3p_{1/2}$ به حالت پایه $3s_{1/2}$. در واقع "خط زرد سدیم"، یک "دوتایی" است.

خواننده باید نمودار تراز شکل ۳۲ الف را به دقت مطالعه و خود را قانع کند که l و z در گذارهای نشان داده شده، به ترتیب از قواعد گزینش (۳۰ب) و (۳۱الف) پیروی می‌کنند.

۳۳. ترازهای انرژی اتم هلیوم که در شکل ۳۳ الف دیده می‌شوند، همچنانکه باید تقریباً دو سیستم کاملاً مستقل تشکیل می‌دهند: سیستم یکتایی؛ و سیستم سه‌تایی. خطوط طیفی مشاهده شده، از گذارهایی در خود این سیستمها ناشی می‌شوند: از ترازهای یکتایی به ترازهای یکتایی و از ترازهای سه‌تایی به ترازهای سه‌تایی.

هلیوم یک اتم دو الکترونی است. در ترازهای یکتایی، اسپینهای دو الکترون دو جهت مخالف دارند در حالی که در ترازهای سه‌تایی، این اسپینها با هم موازی‌اند.

حروف S, P, D, F, \dots ، تکانه زاویه‌ای مداری کل الکترونها را مشخص می‌کنند و شاخصهای بالای ۱ تا ۳ در طرف چپ آنها معرف چندتایی بودن (یکتایی یا سه‌تایی) ترازهايند. برای ترازهای یکتایی، تکانه زاویه‌ای کل برابر است با تکانه زاویه‌ای مداری. برای ترازهای سه‌تایی تکانه زاویه‌ای کل z می‌تواند مقادیر $l+1, l, l-1$ و $z = l-1$ را بپذیرد، با این شرط که همواره داشته باشیم $z \geq 0$. در سیستم سه‌تایی، ترازهای S یکتایی و بقیه ترازها سه‌تایی‌اند. واضح است که ترازهای یکتایی، یگانه‌اند.

۳۴. به یکی از جزئیات جالب در نمودار تراز اتم تالیوم شکل ۳۴ الف اشاره می‌کنیم. اتم از حالت $7^2S_{1/2}$ هم می‌تواند به حالت $6^2P_{1/2}$ واپاشیده شود و هم به حالت پایه $6^2P_{1/2}$ اتم می‌تواند یکی از این راهها را برای "جهش" انتخاب کند. نمونه‌های دیگری از این خصیصه در نمودار تراز تالیوم و نیز در نمودارهای دیگری که در این فصل آمده‌اند، وجود دارد. (خواننده باید این نمونه‌ها را پیدا کند). اگر یک حالت برانگیخته بتواند به چند طریق واپاشیده شود، هر یک از این مدها احتمال وقوع معینی خواهند داشت. این احتمال را نسبت انشعاب برای مد واپاشی مورد نظر می‌نامند. به تجربه معلوم شده است که نسبتهای انشعاب خاصیت ذاتی حالت

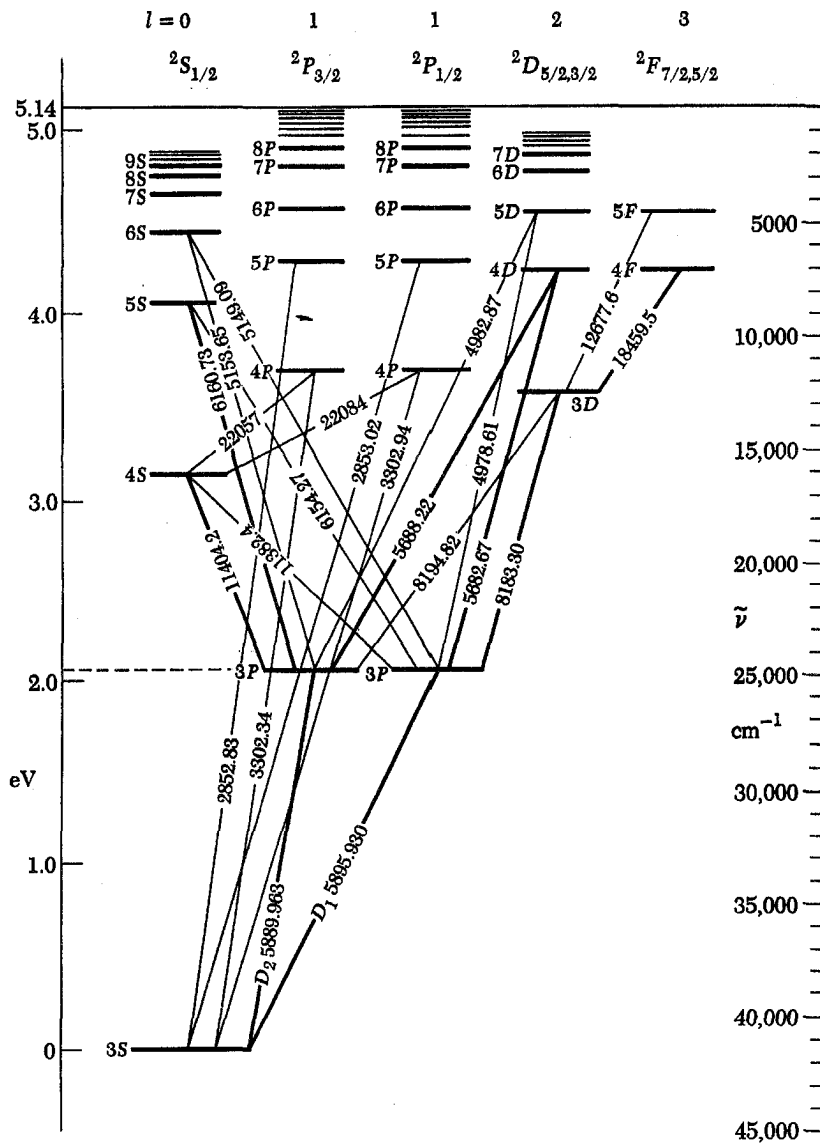
الکترونها را بیان می‌کند: واقعیت آن است که هر الکترون یک تکانه زاویه‌ای ذاتی یا اسپین نیز دارد. برای یک الکترون، عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای اسپینی مقداری برابر $\frac{1}{2}$ = اسپین z دارد و می‌گوییم که اسپین الکترون، $\frac{1}{2}$ است. تکانه زاویه‌ای کل یک الکترون در یک اتم از دو جزء تشکیل شده و برابر است با جمع برداری تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین.

به طور نظری، مقادیر ممکن l همه اعداد صحیح غیرمنفی هستند: $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$. حروف s, p, d و f که برای نامگذاری ستونهای شکل ۲۸ الف به کار رفته‌اند، در واقع حروف رمز برای تکانه زاویه‌ای مداری هستند: "s" یعنی $l = 0$ ؛ "p" یعنی $l = 1$ ؛ "d" یعنی $l = 2$ و "f" یعنی $l = 3$. قاعده گزینشی که در بخش ۲۸ گفتیم با قاعده گزینش (۳۱الف) معادل است.

نمی‌توان همیشه به یک تراز انرژی در یک اتم، عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری مشخصی نسبت داد، هرچند این کار در مورد اتمهای قلیایی، نظیر لیتیم، بدون هیچ ابهامی امکان‌پذیر است. دلیل این امر آن است که نه تکانه زاویه‌ای مداری و نه تکانه زاویه‌ای اسپینی، هیچ‌یک به تنهایی، مانند تکانه زاویه‌ای کل، یک ثابت حرکت نیستند. به عبارت دیگر، ترازها در حالت کلی، l معینی ندارند. به همین جهت است که قاعده (۳۱الف) فقط به طور تقریبی معتبر است. با این همه، همچنانکه گفتیم، این قاعده برای اتمهای قلیایی (و برای هیدروژن) قاعده خوبی است.

۳۲. بار دیگر شکل ۲۸ الف را در نظر بگیرید. در مورد z و همچنین درباره قاعده گزینش (۳۰ب) چه می‌توان گفت؟ این قاعده در شکل ۲۸ الف به طور کامل نشان داده نشده است، چون ما شکل ساده‌شده نمودار تراز را به نمایش درآورده‌ایم. در واقع باید ستونهای p, d و f را دوگانه رسم می‌کردیم. شاخصهای پایین $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ و $\frac{7}{2}$ در پایین حروف s, p, d و f تکانه زاویه‌ای کل z را مشخص می‌کنند. برای اتمهای قلیایی (و هیدروژن)، این قواعد برقرارند: اگر $l = 0$ باشد، $z = \frac{1}{2}$ خواهد بود (تمامی تکانه زاویه‌ای از اسپین الکترون ناشی می‌شود). برای تمام مقادیر دیگر l ، z می‌تواند مقادیر $l + \frac{1}{2}$ و $z = l - \frac{1}{2}$ را داشته باشد. (برای اتمهای دیگر، قواعد دیگری برقرار است). پس تراز $2p$ در واقع دوگانه است. اما اختلاف انرژی بین ترازهای این تراز دوتایی، بسیار ناچیز است و حدود دقت شکل طوری است که این دو برهم منطبق می‌شوند.

شکل ۳۲ الف نمودار تراز اتم سدیم را نشان می‌دهد. سدیم نیز یک اتم قلیایی است و روشن است که نمودار تراز آن باید از بسیاری جهات به نمودار تراز لیتیم شبیه باشد. در این مورد، ستون p را



شکل ۳۲ الف نمودار تراز برای اتم سدیم خنثی. اعداد مربوط به خطهای مورب طول موجهای گذارهای مشاهده شده برحسب آنگسترم اند.

جدول تناوبی عناصر شیمیایی را که در شکل ۳۵ ب نشان داده شده است، می توان از روی ساختار پوسته ای اتم درک کرد. در این جدول مستطیل شکل، عناصر به نحو خاصی مرتب شده اند. یعنی به ترتیب افزایش عدد اتمی Z ، و عناصری که خواص شیمیایی مشابهی دارند در یک ستون قرار گرفته اند. تعداد الکترونها یک اتم برابر Z است، و همچنانکه در این جدول در جهت افزایش Z پیش می رویم "پوسته ها" به طور با قاعده ای با الکترونها پر می شوند. خواص شیمیایی به چگونگی پر شدن پوسته ها بستگی دارد. برای مثال، گازهای نجیب هنگامی در جدول ظاهر می شوند که پوسته های معینی به طور کامل پر شده باشند. تعداد الکترونهايي که می توانند در یک پوسته جا بگیرند،

برانگیخته اند، یعنی به چگونگی رسیدن به حالت برانگیخته بستگی ندارند.

۳۵. نمودارهای تراز کاملاً مشابه سدیم و لیتیم که هر دو فلز قلیایی اند، به نحو بارزی با نمودارهای تراز هلیوم و تالیم فرق دارند. بررسی تعداد زیادی نمودار تراز، این واقعیت مهم را آشکار می کند که عناصر شیمیایی مشابه، نمودارهای تراز مشابه دارند. شکل ۳۵ الف نمونه ای از این موضوع را نشان می دهد. دلیل چنین شباهتی آن است که هم طیف ایتیکی و هم خواص شیمیایی یک عنصر را آرایش الکترونها در اتم و به خصوص آرایش الکترونهاي خارجی آن تعیین می کند.

یک فلز قلیایی) جای هیچ تردیدی باقی نمی‌گذارد که آرگون باید قبل از پتاسیم قرار بگیرد. از دیدگاه شیمی، ترتیب عناصر در جدول کاملاً روشن است و بر این اساس می‌توان به هر عنصر یک عدد اتمی Z نسبت داد.

در اینجا باید خاطر نشان کنیم که مندلیف این دوراندیشی را داشت که برای عناصری که هنوز کشف نشده بودند جاهایی را در جدول خالی بگذارد.^۱

۳۷. پی بردن به اینکه عدد اتمی در واقع بار هسته را اندازه می‌گیرد، و در نتیجه با تعداد الکترون‌ها برابر است، گام مهمی در پیشرفت نظریه اتمی بود. به‌ویژه، کارهای موزلی در حدود سال ۱۹۱۳، نقش بسزایی در این امر داشت. او به‌ترتیبی منظم طول موج پرتوهای x بسیاری از عناصر را اندازه‌گیری کرد و توانست نشان بدهد که طول موج خطوط مشابه (در عناصر مختلف) به شکل ساده‌ای به عدد اتمی بستگی دارد.^۲ اکنون این مسئله را به‌طور خلاصه بررسی می‌کنیم.

وقتی یک نوع اتم با الکترون‌های پرانرژی (که ممکن است گستره انرژی آنها به 10^6 KeV برسد) بمباران شود، تابش الکترومغناطیسی با طول موج کوتاه به‌صورت پرتوهای x گسیل خواهد شد. از این گذشته، معلوم شده است که طیف این تابش متشکل است از تعدادی خطوط تیز که بر یک زمینه پیوسته جا گرفته‌اند و مشخص‌کننده عنصر مورد نظرند. (یک منحنی تجربی را در شکل ۲۳ الف فصل ۴ آورده‌ایم). براساس بحثی که در بخش ۲۷ فصل ۲ داشتیم. فرض می‌کنیم که درگسیل این خطوط باید پای الکترون‌های داخلی‌تر در میان باشد. الکترون فرودی می‌تواند الکترونی را از پوسته داخلی (به‌نام پوسته K) جدا کند که در پی آن یکی از الکترون‌های پوسته بیرونی به این "حفره" خالی "سقوط" خواهد کرد. اختلاف انرژی بستگی این دو پوسته به‌صورت یک فوتون پرتو x ظاهر می‌شود.

در بخش ۲۷ فصل ۲ گفتیم که انرژی بستگی داخلی‌ترین الکترون تقریباً به‌صورت

$$B_K = Z^2 R_\infty \quad (۳۷الف)$$

است که در آن $R_\infty = \frac{1}{2} \alpha^2 mc^2$ ثابت ری‌دبرگ است. ما برای ۱. برای مطالعه کارهای مندلیف و تاریخچه جدول تناوبی رجوع کنید به

The World of the Atom, Vol. I, edited by H. A. Boorse and L. Motz (Basic Books, Inc., New York, 1966).

2. H. G. J. Moseley, "The High-Frequency Spectra of the Elements," *Philosophical Magazine* 26, 1024 (1913), and 27, 703 (1914).

Na I—Continued

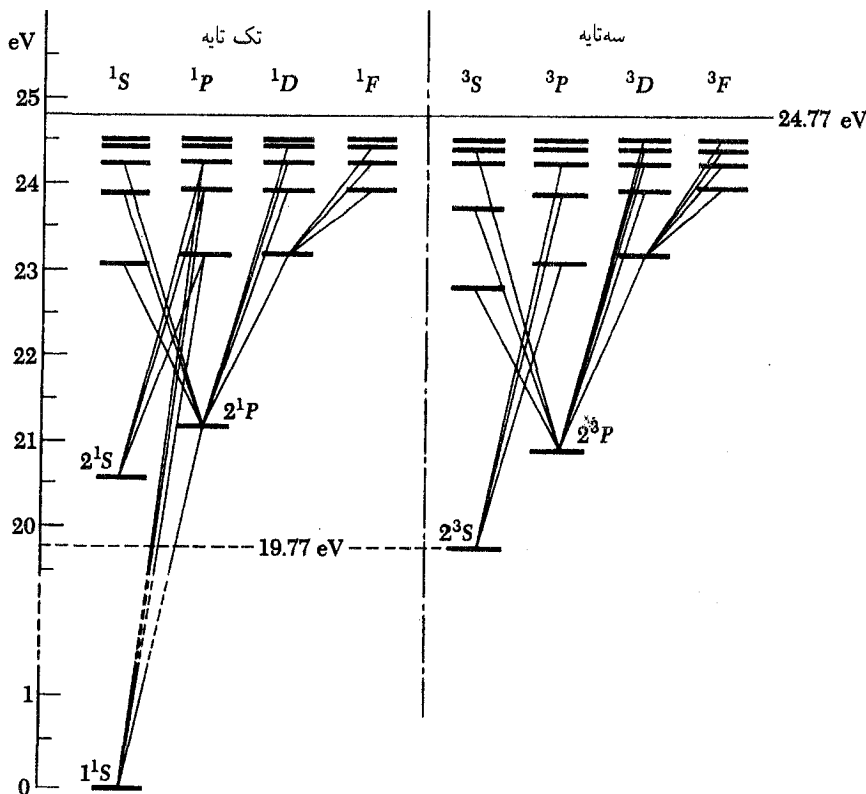
Config.	Desig.	J	Level	Interval
6f	6f $^3F^o$	$\left\{ \begin{matrix} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$	58400. 1	
6h	6h $^3H^o$	$\left\{ \begin{matrix} 4\frac{1}{2} \\ 5\frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$	58408. 4	
7p	7p $^3P^o$	$\frac{1}{2}$	58540. 40	0. 74
		$1\frac{1}{2}$	58541. 14	
8s	8s 1S	$\frac{1}{2}$	38968. 35	
7d	7d 3D	$2\frac{1}{2}$	39200. 962	-0. 001
		$1\frac{1}{2}$	39200. 963	
7f	7f $^3F^o$	$\left\{ \begin{matrix} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$	39209. 2	
8p	8p $^3P^o$	$\frac{1}{2}$	39298. 54	0. 47
		$1\frac{1}{2}$	39299. 01	
9s	9s 1S	$\frac{1}{2}$	39574. 51	
8d	8d 3D	$\left\{ \begin{matrix} 2\frac{1}{2} \\ 1\frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$	39729. 00	
8f	8f $^3F^o$	$\left\{ \begin{matrix} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$	[39754. 0]	
9p	9p $^3P^o$	$\frac{1}{2}$	39794. 58	0. 47
		$1\frac{1}{2}$	39795. 00	
10s	10s 1S	$\frac{1}{2}$	39983. 0	
9d	9d 3D	$\left\{ \begin{matrix} 2\frac{1}{2} \\ 1\frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$	40090. 57	
9f	9f $^3F^o$	$\left\{ \begin{matrix} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$	40093. 2	
10p	10p $^3P^o$	$\left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 1\frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$	40137. 28	

شکل ۳۲ ب قسمتی از جدول مربوط به ترازهای انرژی اتم سدیم خنثی. انرژیها (ستون چهارم) برحسب عدد موج‌اند، (cm^{-1}) ، و نسبت به حالت پایه اندازه‌گیری شده‌اند. ستون J تکانه زاویه‌ای حالت را نشان می‌دهد.

توسط اصل طرد پاولی تعیین می‌شود. به همین جهت این اصل در شیمی اهمیت تعیین‌کننده دارد. روشن است که این مسائل پیش از کشف بزرگ پاولی اصلاً قابل تصور نبود.

شرح جزئیات جدول تناوبی براساس نکاتی که ذکر شد، کاری است بسیار دلپذیر، ولی ما در این کتاب به آن نمی‌پردازیم. بهتر است این کار در ارتباط با مطالعه منظم طیفهای اتمی و ترازهای انرژی انجام شود، و این برای یک کتاب مقدماتی قدری زیاد خواهد بود. ولی برای برانگیختن علاقه خواننده، قسمتی از جدول آرایش الکترونی آنها را در شکل ۳۵ ج نشان داده‌ایم.

۳۶. در سال ۱۸۶۹، زمانی که برای اولین بار جدول تناوبی توسط مندلیف پیشنهاد شد، الکترون و هسته هنوز ناشناخته بودند. به همین جهت، مندلیف عناصر را نه برحسب بار Z ، بلکه برحسب افزایش وزن اتمی مرتب کرده بود. خوشبختانه، به‌استثنای موارد بسیار اندک، این ترتیب درست از آب در می‌آید. یکی از این استثناها، توالی آرگون-پتاسیم است: وزن اتمی آرگون بیشتر از وزن اتمی پتاسیم است ولی خواص شیمیایی این عناصر (آرگون یک گاز نجیب است و پتاسیم



شکل ۳۳ الف نمودار تراز اتم هلیوم خنثی. به تفاوت بارز سیستمهای یکتابی و سهتابی ترازها توجه کنید. در حالتها سهتابی اسپینهای الکترونی موازی و در حالتها ساده پاد موازی اند. تناظر واضحی بین ترازهای سهتابی و یکتابی وجود دارد، بجز در مورد حالت پایه ساده که نظری در حالتها سهتابی ندارد. این امر نتیجه اصل طرد پاولی است: دو الکترون که اسپینهای آنها در یک جهت باشند نمیتوانند پایینترین تراز را اشغال کنند. اگر اسپینها در خلاف جهت یکدیگر باشند این محدودیت وجود نخواهد داشت.

چون الکترونی که حفره را پر می کند می تواند از چندین پوسته مختلف بیاید و نیز از آنجا که حفره ممکن است در یکی از چندین پوسته به وجود آمده باشد، انتظار می رود که چندین خط مشخصه مشاهده شود؛ در عمل نیز چندین خط دیده می شوند. در شکل ۳۷ الف، منحنی را فقط برای یکی از این خطوط رسم کرده ایم که مربوط به پوسته های مشابه در تمام اتمها بوده است.

همچنان که می بینیم بار هسته را می توان با چنین اندازه گیریهای پرتو x تعیین کرد، و بنابراین، کارهای موزلی درک تازه ای از معنی جدول تناوبی به دست داد.

۳۸. اکنون راجع به بعضی از خصوصیات هسته گفتگو کنیم. نمودار تراز شکل ۳۸ الف، ترازهای انرژی هسته ای ایزوتوپ ${}^1_5\text{B}$ بور را نشان می دهد که از طریق تجربی تعیین شده اند.

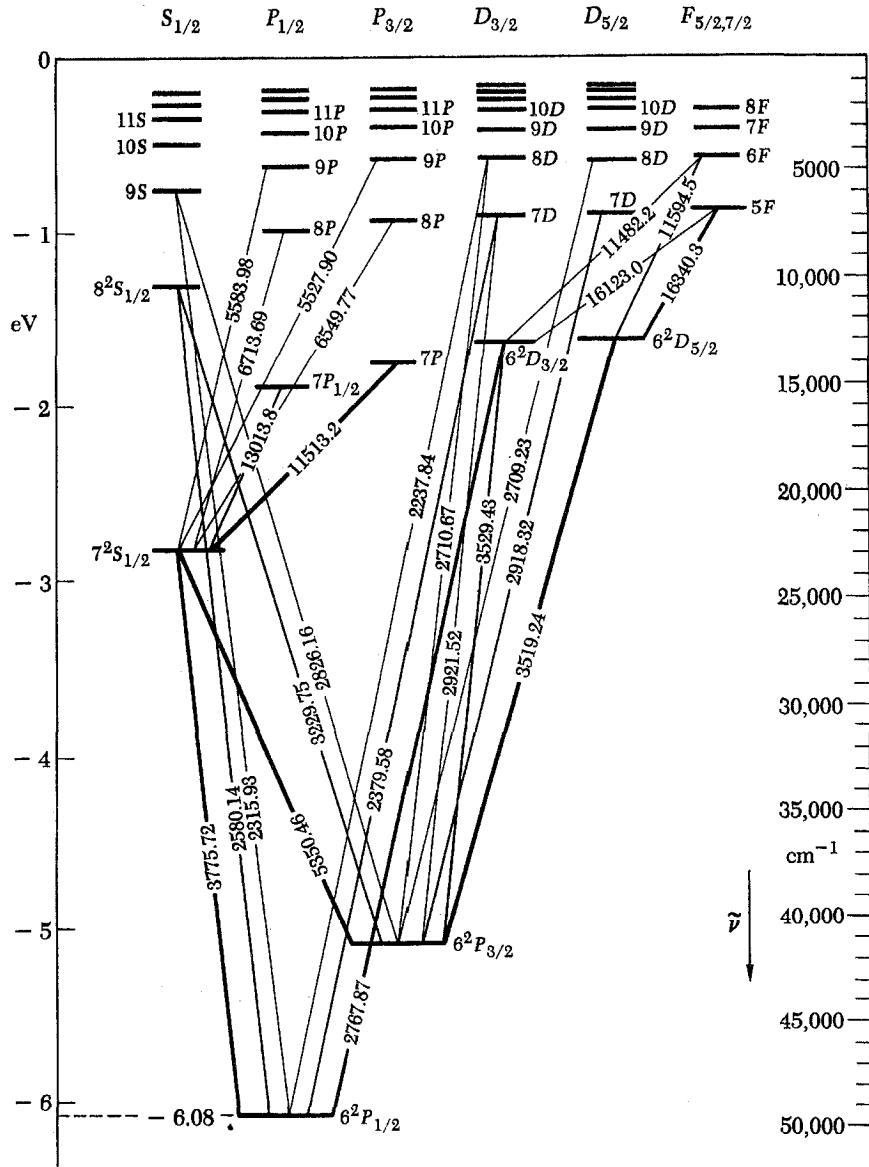
در این شکل انرژی صفر را به حالت پایه نسبت داده ایم. تکانه زاویه ای کل حالت پایه $\frac{3}{2} = J$ است.

ترازهایی که پهنای قابل ملاحظه ای دارند، به صورت هاشور خورده

تعیین انرژی بستگی پوسته بعدی هیچ نظریه ای ارائه نکرده ایم، با این همه فرض می کنیم این انرژی متناسب با B_K ولی از آن کوچک تر است. بنابراین اگر الکترونی از یک پوسته بعدی بر روی داخلی ترین پوسته سقوط کند، انتظار داریم که طول موج فوتون گسیل شده به صورت

$$\lambda = \frac{C}{Z^2 R_{\infty}} \quad (37\text{ب})$$

باشد که در آن C ثابتی است که بستگی ضعیفی به Z دارد؛ پس اگر این ایده ها درست باشند، منحنی $\ln(\lambda)$ بر حسب $\ln(Z)$ باید یک خط راست باشد. این منحنی در شکل ۳۷ الف نشان داده شده است و همان طور که می بینیم طول موجهایی که به طریق تجربی تعیین شده اند، با دقت خوبی روی یک خط راست قرار می گیرند. ثابت C تقریباً برابر $\frac{1}{4}$ است که نظریه بور آن را پیشگویی می کند.

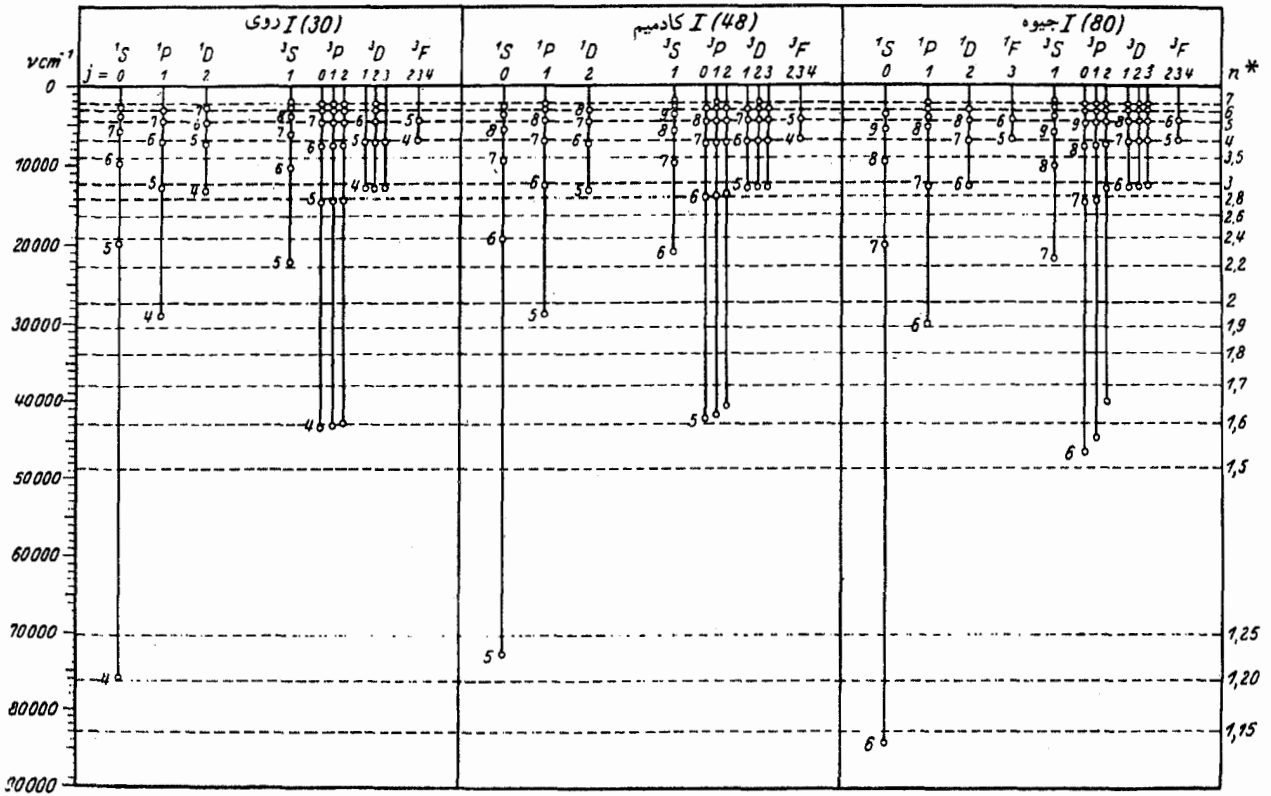


شکل ۳۴ الف نمودار تراز اتم تالیوم خنثی. اعداد مربوط به خطهای مورب طول موجهای گذارهای مشاهده شده برحسب آنگسترم اند.

ولی توجه کنید که ایزوتوپ B^{11} در بالای انرژی تجزیه 8.667 MeV نیز دارای یک سیستم تراز است. در پایین این انرژی، هسته فقط می‌تواند پرتوهای گاما گسیل کند ولی در بالای آن گسیل ذرات مادی هم ممکن می‌شود. (گذارهای مربوط به پرتوهای مشاهده شده گاما در B^{11} با خطوط عمودی نمایش داده شده‌اند.)

همان‌طور که این مثال نشان می‌دهد، باید در تغییر "پیوستار" بیشتر دقت کنیم. در بالای حد گسستگی نیز ترازهایی می‌توانند وجود داشته باشند. انرژی گسستگی صرفاً انرژی است که در آن، سیستم

رسم شده‌اند و این هاشور معیار تقریبی عریض بودن آنهاست. انرژی حد گسستگی برای این هسته، برابر است با 8.667 MeV . در بالای این انرژی، هسته می‌تواند به ذره آلفا و ایزوتوپ لیتیم ${}^7\text{Li}$ تقسیم شود. این مد تجزیه در سمت راست نمودار تراز اصلی نشان داده شده است. بالای تراز انرژی حدود 11 MeV ، هسته بور می‌تواند به دو طریق مختلف تجزیه شود: یا به نوترون و ایزوتوپ بور B^{10} ، و یا به پروتون و ایزوتوپ بریلیم ${}^9\text{Be}$. این مدهای تجزیه نیز در سمت راست نمودار ترازهای B^{11} نشان داده شده‌اند.



شکل ۳۵ الف نمودارهای تراز مربوط به روی، کادمیم، و جیوه، که کنار هم آورده شده‌اند تا نشان داده شود که عناصر شیمیایی مشابه دارای نمودارهای تراز مشابه‌اند.

نداشت آن‌گاه می‌بایست سیستم تراز برای دو هسته آینه‌ای یکسان می‌بود.

در شکل ۳۹ الف و شکل ۳۹ ب ترازهای انرژی دو جفت هسته آینه‌ای را که به‌طور تجربی به‌دست آمده‌اند نشان داده‌ایم. همان‌طور که دیده می‌شود، می‌توان بین ترازهای این جفتها، تناظری برقرار کرد. اما شکل نشان می‌دهد که انرژی ترازهای متناظر یکسان نیست. دلیلش آن است که نیروهای الکترومغناطیسی هم حضور دارند؛ و این نیروها در تبدیل پروتون-نوترون بدون تغییر نمی‌مانند.

۴۰. نمودار تراز شکل ۴۰ الف نشان می‌دهد که چرا ذرات آلفا که از یک هسته پرتوزا گسیل می‌شوند همیشه یک انرژی کاملاً معین ندارند. این شکل، واپاشی آلفایی ایزوتوپ بیسموت ^{212}Bi به ایزوتوپ تالیم ^{208}Tl را نشان می‌دهد. واپاشی از حالت پایه هسته مادر به یکی از چند حالت برانگیخته یا حالت پایه هسته دختر انجام می‌گیرد. نمودار تراز طوری رسم شده است که حالت پایه هسته مادر 6.2 MeV بالاتر از حالت پایه هسته دختر قرار بگیرد؛ این مقدار بیشترین انرژی جنبشی است که ذره آلفای گسیل شده می‌تواند داشته باشد. روشن است که

می‌تواند به دو ذره ماده تقسیم شود. در پایین این حد هم سیستم می‌تواند "تجزیه شود" اما به یک فوتون و فقط یک ذره ماده. اگر بخواهیم فوتونها را نیز همانند ذرات ماده به حساب بیاوریم، می‌توانیم نتیجه بگیریم که ترازهای انرژی در بالای حد گسستگی (که معمولاً "ترازهای مجازی" خوانده می‌شوند) علی‌الاصول هیچ فرقی با ترازهای پایین این حد ندارند: کلیه ترازهای بالای حالت پایه ناپایدارند. در واقع حتی حالت پایه هم ممکن است ناپایدار باشد: حالت پایه یک هسته پرتوزا را در نظر بگیرید. در مثال شکل ۳۸ الف، حالت پایه پایدار است: بور موجود در طبیعت، حاوی ایزوتوپ ^{10}B نیز هست.

۳۹. دو هسته را که هرکدام از تبدیل تمام پروتونهای دیگری به نوترون و نوترونهایش به پروتون به‌دست بیایند، یک جفت هسته آینه‌ای می‌نامند. همچنانکه در بخش ۳۷ فصل ۲ گفتیم برهم‌کنشهای قوی که در فیزیک هسته‌ای نقش عمده‌ای دارند، در این تبدیل ناوردا می‌مانند. نیروی بین دو پروتون برابر با نیروی بین دو نوترون است. اگر این نظر درست بود و اگر هیچ برهم‌کنش دیگری جز برهم‌کنشهای قوی وجود

1 H 1.0080																	2 He 4.008
3 Li 6.940	4 Be 9.013											5 B 10.82	6 C 12.011	7 N 14.008	8 O 16.000	9 F 19.00	10 Ne 20.183
11 Na 22.991	12 Mg 24.32											13 Al 26.98	14 Si 28.09	15 P 30.975	16 S 32.066	17 Cl 35.457	18 Ar 39.944
19 K 39.100	20 Ca 40.08	21 Sc 44.96	22 Ti 47.90	23 V 50.95	24 Cr 52.01	25 Mn 54.94	26 Fe 55.85	27 Co 58.94	28 Ni 58.71	29 Cu 63.54	30 Zn 65.38	31 Ga 69.72	32 Ge 72.60	33 As 74.91	34 Se 78.96	35 Br 79.916	36 Kr 83.80
37 Rb 85.48	38 Sr 87.63	39 Y 88.92	40 Zr 91.22	41 Nb 92.91	42 Mo 95.95	43 Tc 101.1	44 Ru 101.1	45 Rh 102.91	46 Pd 106.4	47 Ag 107.880	48 Cd 112.41	49 In 114.82	50 Sn 118.70	51 Sb 121.76	52 Te 127.61	53 I 126.91	54 Xe 131.30
55 Cs 132.91	56 Ba 137.36	57-71 La Series	72 Hf 178.50	73 Ta 180.95	74 W 183.86	75 Re 186.22	76 Os 190.2	77 Ir 192.2	78 Pt 195.09	79 Au 197.0	80 Hg 200.61	81 Tl 204.39	82 Pb 207.21	83 Bi 208.99	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra 226.03	89-103 Ac Series	(104)	(105)	(106)	(107)	(108)										

سری لانتانید

57 La 138.92	58 Ce 140.13	59 Pr 140.92	60 Nd 144.27	61 Pm	62 Sm 150.35	63 Eu 152.0	64 Gd 157.26	65 Tb 158.93	66 Dy 162.51	67 Ho 164.94	68 Er 167.27	69 Tm 168.94	70 Yb 173.04	71 Lu 174.99
89 Ac 227.04	90 Th 232.05	91 Pa 231.05	92 U 238.04	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lw

سری اکتینید

شکل ۳۵ ب جدول تناوبی عناصر. عدد اتمی Z بالای علامت شیمیایی و وزن اتمی (برای عناصر تقریباً پایدار) زیر آن آورده شده است.

به رشته لانتانیدها (خاکهای نادر) توجه کنید که شامل ۱۵ عنصر است که از لحاظ شیمیایی بسیار مشابه هم‌اند. آرایش الکترونی پوسته خارجی تمام این اتمها یکسان است. این رشته از اینجا ناشی می‌شوند که وقتی از یک اتم به اتم بعدی می‌رویم پوسته‌های داخلی که قبلاً خالی مانده بودند پرمی‌شوند. براساس این تصویر، بور پیشگویی کرد که عنصری با عدد اتمی ۷۲، یعنی هافنیم که در آن زمان کشف نشده بود، باید از لحاظ شیمیایی مشابه با زیرکونیم باشد نه خاکهای نادر، در واقع هافنیم بعداً در کانه زیرکونیم یافت شد که موفقیت عظیمی برای این نظریه بود.

عناصر موسوم به اکتینیدها رشته مشابهی را تشکیل می‌دهند.

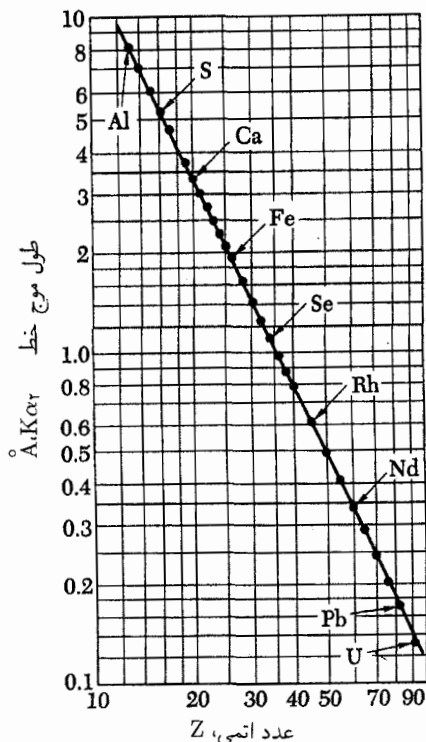
ندارد. در چنین مواردی ذرات آلفا با یک انرژی معین پرتاب می‌شوند و پروتوگاما با این واپاشی همراه نخواهد بود.

۴۱. فروپاشی بتایی فرایندی است که در آن هسته یک الکترون یا یک پوزیترون گسیل می‌کند. ساده‌ترین فرایند از این نوع عبارت است از واپاشی بتایی یک نوترون، که این پدیده از لحاظ تجربی به خوبی شناخته شده است. عمر متوسط نوترون آزاد ۱۶ دقیقه است. چون اختلاف جرم نوترون و پروتون 1.3 MeV است، $(m_n - m_p) = 1.3 \text{ MeV}$ است، می‌توانیم نمودار تراز نظیر شکل ۴۱ الف رسم کنیم. خط مورب گذار مربوط را نشان می‌دهد. اگر فقط الکترون گسیل می‌شد، درست همانند واپاشی آلفایی، همیشه یک انرژی داشت (در حدود 1.3 MeV). اما به تجربه معلوم شده است که الکترون می‌تواند هر انرژی، بین

اگر واپاشی به یک حالت برانگیخته هسته دختر منتهی شود، ذره آلفا با انرژی کمتری ظاهر خواهد شد. برای سیستم ترازهایی که در شکل نشان داده شده است، ذره آلفا می‌تواند با یکی از پنج انرژی معین گسیل شود. خطوطی که روی آنها عدد نوشته شده است، این واپاشیها را نشان می‌دهند. اعداد داخل پرانتز عبارت‌اند از نسبت انشعاب برای مدهای مختلف واپاشی.

اگر اتم دختر در یکی از حالت‌های برانگیخته قرار بگیرد، پروتوگاما گسیل خواهد کرد — که در شکل با خطوط عمودی نمایش داده شده است — و بالاخره به حالت پایه خواهد رسید.

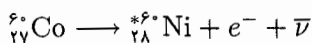
در بسیاری از هسته‌های گسیل‌کننده آلفا، واپاشی همیشه به حالت پایه هسته دختر می‌انجامد، چون هیچ حالت برانگیخته مناسبی وجود



شکل ۳۷ الف نمودار $\ln(\lambda)$ بر حسب $\ln(Z)$. در اینجا λ طول موج خط $K\alpha_X$ در طیف پرتو x مربوط به عنصری با عدد اتمی Z است. در محدوده دقت ترسیم، نقاط تجربی تماماً روی یک خط راست واقع می‌شوند. این داده‌ها برای تقریباً تمام عناصر در دست‌اند، اگرچه روی این نمودار فقط چند اتم خاص نشان داده شده‌اند. نظریه ساده‌ای درباره این نمودار در متن آمده است.

که در آن X به جای نماد شیمیایی ایزوتوپ پرتوزا آمده است؛ e^\pm نماد پوزیترون یا الکترون، ν نماد نوترینو، و $\bar{\nu}$ نماد پادنوترینو است.

۴۲. نمودار تراز شکل ۴۲ الف منشأ یک زنجیره بتا-گاما گسیل شده از ایزوتوپ ${}^{60}_{27}\text{Co}$ کبالت را نشان می‌دهد. این ایزوتوپ ابتدا با گسیل بتا به یک حالت برانگیخته ایزوتوپ نیکل ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ ، که 2.4 MeV بالاتر از حالت پایه قرار دارد، واپاشیده می‌شود. انرژی جنبشی بیشینه الکترون گسیل شده 3 MeV است. الکترون ممکن است با هر انرژی بین صفر و این بیشینه ظاهر شود. فرمول واکنش برای این قسمت از فرایند را می‌توان به صورت زیر نوشت



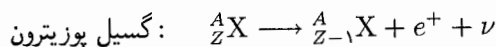
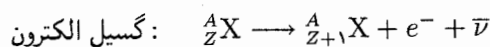
که در آن علامت ستاره حاکی از آن است که ایزوتوپ نیکل در یک

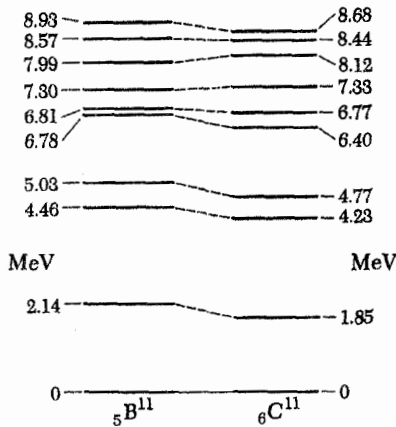
عنصر	عدد اتمی	پوسته‌ها								
		K		L		M		N		
		زیر پوسته‌ها								
		1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d
H	1	1								
He	2	2								
Li	3	2	1							
Be	4	2	2							
B	5	2	2	1						
C	6	2	2	2						
N	7	2	2	3						
O	8	2	2	4						
F	9	2	2	5						
Ne	10	2	2	6						
Na	11	2	2	6	1					
Mg	12	2	2	6	2					
Al	13	2	2	6	2	1				
Si	14	2	2	6	2	2				
P	15	2	2	6	2	3				
S	16	2	2	6	2	4				
Cl	17	2	2	6	2	5				
A	18	2	2	6	2	6				
K	19	2	2	6	2	6		1		
Ca	20	2	2	6	2	6		2		
Sc	21	2	2	6	2	6	1	2		
Ti	22	2	2	6	2	6	2	2		

شکل ۳۵ ساختار پوسته‌ای انتهای سبک. پوسته‌های اصلی که با حروف K, L, M, N, \dots ، علامت‌گذاری شده‌اند، به صورتی که نشان داده شده است به زیر پوسته‌ها تقسیم می‌شوند. دوره‌های مختلف با خطوط نازک افقی مشخص شده‌اند. آرایشهای کامل شده گازهای خنثی با رنگ خاکستری نشان داده شده‌اند. برای سه دوره اول، پوسته‌ها یکی پس از دیگری به طور منظم پر شده‌اند اما از پتاسیم به بعد پوسته خارجی قبل از پوسته داخلی کامل می‌شود. این پدیده، که بعداً نیز در جدول تناوبی روی می‌دهد، به طور نظری کاملاً توجیه شده است. یک زیر پوسته s می‌تواند ۲ الکترون، پوسته p می‌تواند ۶ الکترون و پوسته d می‌تواند ۱۰ الکترون داشته باشد.

انرژی در حال سکون 5 MeV و انرژی قابل وصول 3 MeV ، را داشته باشد.

توضیح این پدیده از این قرار است که در این مورد ذره دیگری — پادنوترینو که بدون جرم است — نیز گسیل می‌شود و انرژی موجود بین الکترون و این ذره تقسیم می‌شود. بنابراین فرمولهای واکنش برای واپاشی بتایی به صورت زیر است





شکل ۳۹ ب ایزوتوپهای بور و کربن با عدد جرمی ۱۱ نیز جفت دیگری از هسته‌های آینه‌ای را تشکیل می‌دهند.

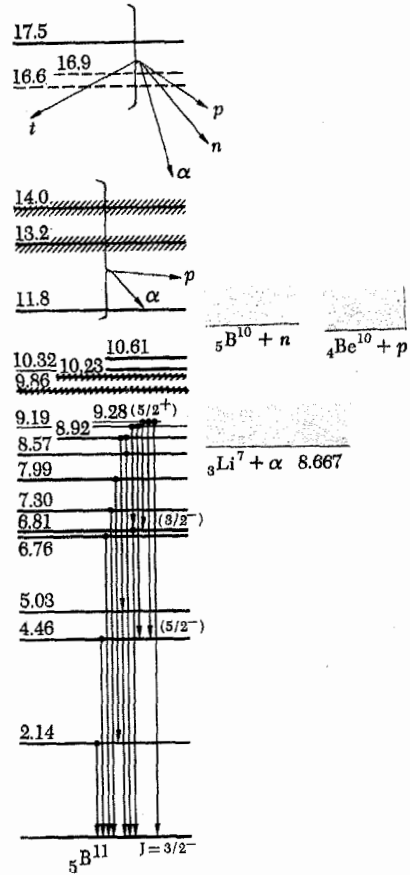
حالت برانگیخته قرار دارد. سپس این هسته (عملاً بلافاصله) با گسیل پرتوهای گاما از این حالت برانگیخته به یک حالت برانگیخته دیگر (1.3 MeV) بالاتر از حالت پایه) و از آنجا به حالت پایه واپاشیده می‌شود. بنابراین، واپاشی بتایی همیشه با دو پرتو گاما با انرژیهای 1.1 MeV و 1.3 MeV همراه است.

نیمه عمر هسته کبالت 5.3 سال است، پس این فرایند زنجیره‌ای منبع نسبتاً با دوامی برای پرتوهای گاما است.

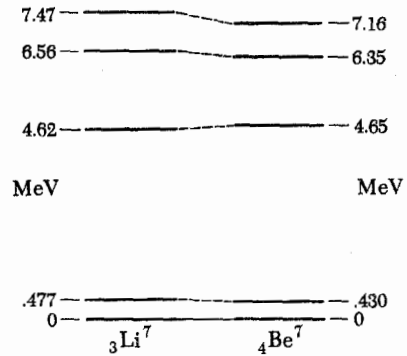
هسته‌های گسیل‌کننده بتا نیز همانند گسیل‌کننده‌های آلفا، اکثراً نیمه عمر طولانی دارند، دلیل این امر در مورد گسیل‌کننده‌های بتا، ضعف ذاتی برهم‌کنشی است که واپاشی بتایی را ایجاد می‌کند. این برهم‌کنشها که به نام برهم‌کنشهای ضعیف شناخته می‌شوند، در حدود 10^{14} بار ضعیف‌تر از برهم‌کنشهای قوی برآورد شده‌اند و بنابراین به مقدار قابل ملاحظه‌ای از برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی نیز ضعیف‌ترند. برهم‌کنشهای ضعیف عامل واپاشی (نسبتاً کند) بسیاری از ذرات بنیادی هستند که در غیاب این برهم‌کنشها ممکن بود پایدار باشند. پیوندهای باردار، نوترون، میون، مزونهای K و هیپرون لاتدا، نمونه‌هایی از این ذرات‌اند.

پهن‌شدگی دوپلر و پهن‌شدگی برخورد در خطوط طیفی

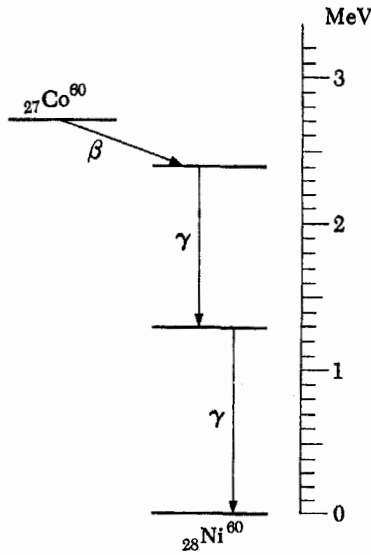
۴۳. قبلاً در همین فصل درباره رابطه بین $\Delta\omega$ ، پهنای طبیعی یک خط طیفی گسیل شده از اتم، و عمر متوسط حالتی که در گذار دخالت دارند بحث کردیم. در مورد خاصی که حالت پایینی، حالت



شکل ۳۸ الف نمودار ساده‌شده‌ای از ترازهای انرژی هسته بور $5B^{11}$.



شکل ۳۹ الف ایزوتوپهای لیتیم و بریلیم با عدد جرمی ۷ تشکیل یک جفت هسته‌های آینه‌ای می‌دهند: اگر در هسته لیتیم نوترونها به پروتون و پروتونها به نوترون تبدیل شوند، هسته بریلیم به دست می‌آید. سیستمهای تراز هسته‌های آینه‌ای مشابه هم‌اند اما یکسان نیستند، و تفاوت آنها یک اثر الکترومغناطیسی است.



شکل ۴۲ الف نمودار تراز نمایشگر بارش بتاگامای گسیل شده از ایزوتوپ کبالت $^{60}_{27}\text{Co}$. این ایزوتوپ ابتدا با واپاشی بتایی به ایزوتوپ نیکل $^{60}_{28}\text{Ni}$ در حالت برانگیخته تبدیل می‌شود و این حالت 2.4 MeV بالاتر از حالت پایه است. بیشینه انرژی جنبشی الکترون 3 MeV است. سپس حالت برانگیخته این ایزوتوپ نیکل توسط گسیل متوالی دو پروتوگاما و امی باشد.

پایه باشد، پیدا کردیم

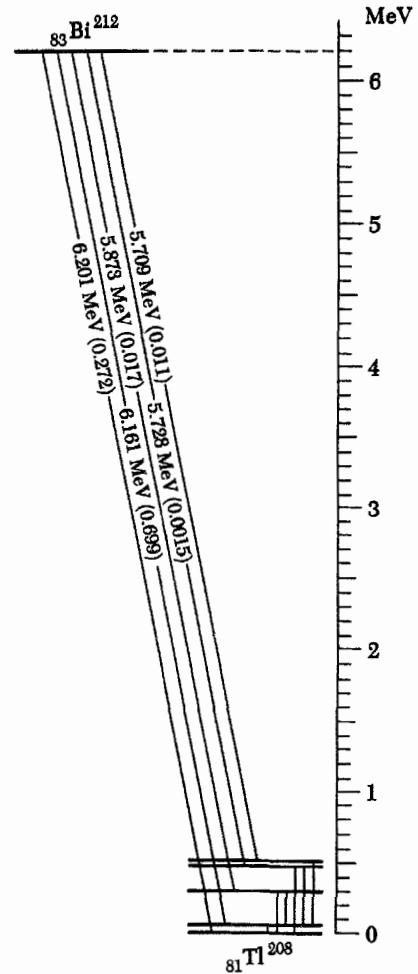
$$\Delta\omega = \frac{1}{\tau} \quad (\text{الف } 43)$$

که در آن τ عمر متوسط حالت بالایی است.

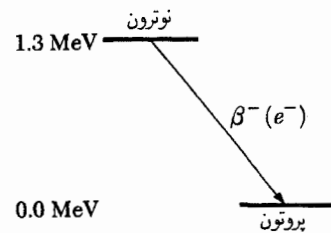
در بخش ۲۶ مقادیر نوعی τ برای اتمها را ذکر کردیم و پهنای نسبی را در حدود 10^{-7} تخمین زدیم که البته این یک برآورد بسیار تقریبی از مرتبه بزرگی است.

خطوط طیفی اتمها، به شکلی که در طبیعت مشاهده می‌شوند، به‌طور کلی خیلی پهن‌تر از این برآوردند. نظریه مطرح شده در بخشهای ۱۴ تا ۲۶ برای یک اتم منزوی که ابتدا در حال سکون باشد به‌کار می‌رود اما در عمل اتمهای مورد مطالعه نه منزوی‌اند و نه ساکن. برای بررسی علل پهنای اضافی خطوط، نوری را که از گازی از اتمها در دمای T و فشار P گسیل می‌شود مطالعه می‌کنیم. وزن اتمی را A می‌گیریم. اتمهای گاز حرکتشان کتره‌ای است و دائماً به یکدیگر برخورد می‌کنند.

۴۴. به‌دلیل حرکت گرمایی کتره‌ای، بعضی از اتمها به‌سمت ناظر می‌روند و بعضی از ناظر دور می‌شوند. در نتیجه هر خط طیفی که



شکل ۴۰ الف در واپاشی آلفایی ایزوتوپ بیسموت $^{212}_{83}\text{Bi}$ هسته دختر می‌تواند در هر یک از چهار حالت برانگیخته یا حالت پایه باشد. در نتیجه ذرات آلفا با پنج انرژی متفاوت خارج می‌شوند. هسته دختر از طریق گسیل گاما از حالت‌های برانگیخته واپاشیده می‌شود.



شکل ۴۱ الف نمودار تراز نمایشگر واپاشی بتایی نوترون. جرم نوترون برابر با 939.565 MeV و جرم پروتون 938.272 MeV است. 1.29 MeV از اختلاف 1.3 MeV به‌صورت جرم سکون الکترون و بقیه به‌صورت انرژی جنبشی الکترون، پادنوترینو و پروتون حاصل از واپاشی درمی‌آید. انرژی جنبشی پروتون بسیار کم است و بیشتر انرژی موجود بین الکترون و پادنوترینو تقسیم می‌شود.

روشن است که برای تعیین مقدار دقیق τ_c باید حرکت اتمهای دیگر را نیز به حساب آورد. در فاصله زمانی کوتاه dt این اتم مسافت $v dt$ را می‌پیماید. استوانه‌ای با شعاع $2r$ را در نظر بگیرید که محور آن مسیر این اتم باشد. در این صورت، ارتفاع استوانه برابر $v dt$ خواهد بود. اگر در این استوانه اتم دیگری وجود نداشته باشد، در فاصله زمانی dt هیچ برخوردی صورت نخواهد گرفت. احتمال برخورد در این فاصله زمانی برابر است با احتمال یافتن یک اتم دیگر در این استوانه. حجم این استوانه برابر $4\pi r^2 v dt$ است و اگر n تعداد میانگین اتمهای گاز در واحد حجم باشد تعداد میانگین اتمها در استوانه $4\pi r^2 n v dt$ خواهد بود. اگر این عدد در مقایسه با واحد کوچک باشد، آنگاه همین عدد احتمال یافتن یک اتم در استوانه و در نتیجه احتمال وقوع برخورد در زمان dt را نیز به دست می‌دهد. برای برآورد τ_c ، شرط زیر را اعمال می‌کنیم

$$4\pi r^2 n v \tau_c \sim 1 \quad \text{یا} \quad \frac{1}{\tau_c} \sim 4\pi r^2 n v \quad (45\text{ب})$$

که حاکی از آن است که تعداد متوسط اتمهای موجود در داخل استوانه‌ای به شعاع $2r$ که در زمان τ_c توسط یک اتم روییده می‌شود، از مرتبه واحد خواهد بود.

یک مول از هرگاز شامل $N_0 \cong 6 \times 10^{23}$ مولکول است (در بحث ما به جای مولکول، اتم آمده است). در دمای 273K و در فشار یک اتمسفر، یک مول، حجمی برابر 22.4 لیتر را اشغال می‌کند. به عبارت دیگر در این دما و فشار تعداد اتمها در واحد حجم برابر است با

$$n_0 = \frac{N_0}{(22.4 \text{ liters})} \cong 2.7 \times 10^{19} \text{ atoms/cm}^3 \quad (45\text{ج})$$

تعداد اتمها در واحد حجم، در هر فشار P و هر دمای T ، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$n = n_0 \left(\frac{P}{1 \text{ atm}} \right) \left(\frac{T}{273\text{K}} \right)^{-1} \quad (45\text{د})$$

(این رابطه از معادله حالت گاز نتیجه می‌شود.)

می‌توان شعاع بور $r \cong 0.5 \times 10^{-8} \text{ cm}$ را به عنوان برآورد معقولی برای r در نظر گرفت. سرعت مشخصه v از رابطه

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT \quad (45\text{ه})$$

از برهم‌نهی خطوط گسیلی تعداد بسیاری از اتمها حاصل می‌شود، به علت اثر دوپلر پهن خواهد شد. برای اتمی که با سرعت v به طرف ناظر حرکت می‌کند، جابه‌جایی دوپلر از رابطه $\delta\omega/\omega = v/c$ به دست می‌آید. برای برآورد مقدار پهن‌شدگی دوپلر یعنی $(\Delta\omega/\omega)_D$ ، سرعت متوسط اتمها در گاز (v_0) را در فرمول جابه‌جایی دوپلر قرار می‌دهیم. در واقع، v_0 سرعت متوسط در جهت مشاهده است که می‌توانیم آن را روی سه محور ببریم. در بخش ۱۷ فصل ۲ گفتیم که انرژی جنبشی متوسط اتمها و دمای T با چنین رابطه‌ای به یکدیگر مربوط می‌شوند

$$E_{\text{جنبشی}} = \frac{1}{2} M(v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + v_{0z}^2) = \frac{3}{2} kT \quad (44\text{الف})$$

که در آن $M \cong AM_p$ جرم اتم است. (M_p جرم یک پروتون است.) واضح است که سرعتهای متوسط در سه امتداد مختلف محورها برابرند و نتیجه می‌شود

$$v_0 = v_{0z} = \sqrt{\frac{kT}{AM_p}} \quad (44\text{ب})$$

بنابراین پهن‌شدگی دوپلر از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right)_D \sim \frac{1}{c} \sqrt{\frac{kT}{AM_p}} = (0.52 \times 10^{-5}) \sqrt{\frac{1}{A} \left(\frac{T}{293\text{K}} \right)} \quad (44\text{ج})$$

۴۵. برخورد اتمها نیز باعث پهن شدن خطوط طیفی می‌شود. به منظور برآورد این اثر، فرض می‌کنیم که فاصله زمانی بین دو برخورد متوالی، برای هر یک از اتمها، τ_c باشد. معکوس این زمان یعنی $1/\tau_c$ ، آهنگ برخورد در این گاز است. به علاوه فرض می‌کنیم که هر برخورد، در فرایند گسیل یک وقفه کامل ایجاد می‌کند. به این ترتیب، τ_c عمر متوسط موثر اتمهاست و مشابه با رابطه (۴۳الف)، می‌توان فرض کرد که پهن‌شدگی خطوط طیفی بر اثر برخورد، عبارت است از

$$(\Delta\omega)_c \sim \frac{1}{\tau_c} \quad (45\text{الف})$$

اکنون باید بسامد برخورد، یعنی $1/\tau_c$ را برآورد کنیم. اتمها را مانند کره‌هایی با شعاع r در نظر می‌گیریم و توجه خود را به یک اتم خاص، بلافاصله بعد از وقوع یک برخورد، معطوف می‌کنیم. سرعت این اتم را v فرض می‌کنیم. می‌خواهیم زمان متوسط τ_c را که طول می‌کشد تا برخورد بعدی برای این اتم اتفاق بیفتد پیدا کنیم. برای برآورد مرتبه بزرگی این زمان، می‌توان فرض کرد که تمام اتمهای دیگر در حال سکون‌اند.

۴۸. در پاسخ سؤال اول باید گفت: "به دلیل اینکه ثابت ساختار ریز (α) خیلی کوچک است." ببینیم معنی این حرف چیست.

قبل از هر چیز، نتیجه‌ای را که در بخشهای ۲۹ و ۳۹ فصل ۲ به دست آوردیم یادآوری می‌کنیم، و آن اینکه طول موج تابش الکترومغناطیسی گسیل شده عموماً در مقایسه با ابعاد یا هسته گسیل‌کننده آن، بزرگ است. این امر پیامدهای فیزیکی مهمی دارد، به علاوه بحث ریاضی پدیده‌های تابش را راحت‌تر می‌کند. ابتدا فرض می‌کنیم که اتم یا مولکول در یک حالت برانگیخته مانند یک نوسانگر دوقطبی الکتریکی با بسامد ω عمل می‌کند: ω ، بسامد نور گسیل شده نیز هست، ابعاد جسم را با a نشان می‌دهیم. چون چیزی که نوسان می‌کند یک یا چند بار بنیادی است، می‌توان فرض کرد که گشتاور دوقطبی الکتریکی از مرتبه ea است. کوچک بودن ابعاد این جسم در مقایسه با طول موج را با شرط زیر بیان می‌کنیم

$$\frac{a\omega}{c} \ll 1 \quad (۴۸الف)$$

در جلد سوم این دوره^۲ آموختیم که آهنگ انرژی تابشی‌ای که از چنین دوقطبی گسیل می‌شود، برابر است با

$$W = \frac{1}{3c^3} \omega^4 (ea)^2 \quad (۴۸ب)$$

این فرمول توان گسیل شده را به دست می‌دهد. با توجه به اینکه می‌دانیم این اتم (یا هسته) فقط یک فوتون گسیل خواهد کرد زمان τ را که طول می‌کشد تا جسم انرژی به مقدار $\hbar\omega$ گسیل کند، پیدا می‌کنیم. این زمان از رابطه

$$\frac{1}{\tau} = \frac{W}{\hbar\omega} = \frac{\omega}{3} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \left(\frac{a\omega}{c} \right)^2 \quad (۴۸ج)$$

یا به عنوان برابری از مرتبه بزرگی، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{1}{\tau} \sim \omega \alpha \left(\frac{a\omega}{c} \right)^2 \quad (۴۸د)$$

τ را عمر متوسط این حالت برانگیخته تعبیر می‌کنیم: این زمانی است که طول می‌کشد تا حالت برانگیخته با گسیل یک فوتون واپاشیده شود. کمیت بی بعد زیر را در نظر می‌گیریم

$$\omega\tau \sim \frac{1}{\alpha} \left(\frac{a\omega}{c} \right)^{-2} \quad (۴۸ه)$$

۱. در اولین دور مطالعه، می‌توان این قسمت را حذف کرد.

۲. دوره فیزیک برکلی، جلد ۳، امواج، فصل ۷.

به دست می‌آید که در آن $M \cong AM_p$ ، جرم اتم است. بالاخره از ترکیب تمام معادلات فوق (معادلات ۴۵) نتیجه می‌شود

$$(\Delta\omega)_c \sim \frac{1}{\tau_c} \sim (2 \times 10^9 \text{ sec}^{-1}) \times \left(\frac{P}{1 \text{ atm}} \right) \times \sqrt{\frac{1}{A} \left(\frac{273 \text{ K}}{T} \right)} \quad (۴۵و)$$

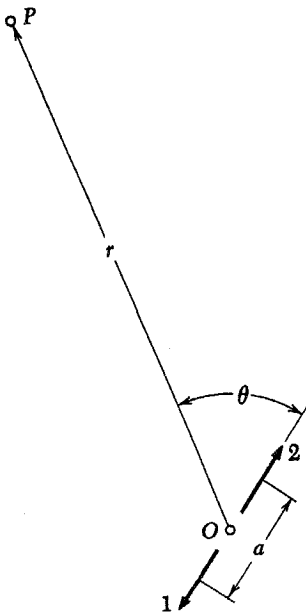
۴۶. اکنون اگر پهن شدگی حاصل از برخورد رابطه (۴۵) و پهن شدگی حاصل از اثر دوپلر رابطه (۴۴) را با پهن شدگی مربوط به طول عمر محدود حالت برانگیخته یک اتم منزوی مقایسه کنیم، متوجه می‌شویم که پهن شدگی اخیر در مقایسه با دو پهن شدگی قبلی عموماً بسیار کوچک است. پهن شدگی برخورد با کم شدن فشار کاهش می‌یابد و در فشارهای پایین، پهن شدگی دوپلر عمدتاً دلیل اصلی پهنای محدود خطوط طیفی است. پهنای طبیعی خط را فقط در اوضاع و احوال بسیار خاصی می‌توان دید.

ما بیش از این درباره پهن شدگی دوپلر و پهن شدگی برخورد بحث نخواهیم کرد. اگرچه این پدیده‌ها در عمل فوق‌العاده اهمیت دارند، ولی به مسئله اصلی گسیل و جذب نور توسط اتم، مستقیماً مربوط نمی‌شوند. ضروری دیدیم که به هر حال راجع به این پدیده‌ها در این مبحث صحبتی به میان بیاید، چون در غیر این صورت ممکن بود خواننده تصور کند که پهنای مشاهده شده خطوط طیفی همیشه همان پهنای طبیعی است.

مبحث پیشرفته: درباره نظریه گذارهای الکترومغناطیسی^۱

۴۷. در اینجا دو سؤال مهم را مطرح می‌کنیم. چرا عمر متوسط یک حالت برانگیخته (در اتم یا هسته) که در مقابل گسیل ذرات، پایدار ولی در مقابل گسیل فوتون ناپایدار است، در مقایسه با عکس بسامد فوتون گسیل شده، طولانی است؟ و چرا تابش دوقطبی الکتریکی در فیزیک اتمی عمده‌ترین نوع تابش است؟

ما سعی می‌کنیم این سؤالات را بر مبنای یک نظریه "نیمه کلاسیک" الکترومغناطیس مورد بحث قرار بدهیم، به این معنی که بخشی از جوهر استدلالهای ما کلاسیکی و بخشی دیگر کوانتومی خواهد بود. این رهیافت ساده را به خاطر نتیجه بخش بودن آن در این فصل برگزیده‌ایم: می‌توانیم برای دو سؤال فوق پاسخ معقولی بیاوریم.



شکل ۵۰ الف طرحی از یک چشمه چارقطبی الکتریکی. پیکانها دو دوقطبی الکتریکی را نشان می‌دهند که با بسامد ω نوسان می‌کنند. دوقطیبها دارای یک بزرگی اما در دو جهت مخالف هستند. گشتاور دوقطبی الکتریکی و همچنین مغناطیسی این هیئت صفر است اما گشتاور چارقطبی الکتریکی صفر نیست. اگر a در مقایسه با طول موج λ کوچک باشد، آهنگ تابش انرژی این سیستم به نسبت $(a/\lambda)^2$ از آهنگ تابش انرژی یک دوقطبی کوچک‌تر است.

واضح است که گشتاور دوقطبی الکتریکی این منبع صفر است. گشتاور مغناطیسی آن نیز همین‌طور، چون هیچ جریان گردشی در منبع وجود ندارد.

اکنون ببینیم میدان الکتریکی در یک امتداد ثابت و در فاصله بسیار دور r از منبع چگونه است. این میدان در صفحه شکل قرار دارد و بر بردار شعاع OP عمود است. فرض کنیم E_{\parallel} میدانی باشد که اگر فقط دوقطبی ۱ در مبدأ وجود می‌داشت، در نقطه P حاصل می‌شد. این میدان به صورت

$$E_{\parallel} = \frac{C(\theta)}{r} \exp \left[i \left(\frac{r}{c} - t \right) \omega \right] \quad (\text{الف } 50)$$

است. $C(\theta)$ تابعی است از θ که با گشتاور دوقطبی متناسب است و در اینجا نیازی به بیان شکل دقیق آن نیست.

اکنون اگر، همچنانکه در شکل دیده می‌شود، دوقطبی دیگر نیز حضور داشته باشد، میدانهای الکتریکی حاصل از آن دو تقریباً یکدیگر را خنثی می‌کنند، اما نه به‌طور کامل چون فاصله P تا دوقطبی ۱

این کمیت متناسب است با تعداد نوساناتی که سیستم در فاصله زمانی τ ، قبل از واپاشی انجام می‌دهد. بدیهی است که هرچه α بزرگ‌تر باشد، حالت برانگیخته پایدارتر خواهد بود. همان‌طور که می‌بینیم $\omega\tau$ به دو علت بزرگ است: با کمیت "بزرگ" $1/\alpha \cong 137$ متناسب است و با مجذور $(a\omega/c)$ نسبت عکس دارد، و قبلاً دیده‌ایم که $(a\omega/c)$ عموماً کوچک است.

۴۹. در مورد یک اتم، a را می‌توان شعاع بور $(\hbar/mc)(1/\alpha) = a_0$ در نظر گرفت: برای یک گذار اپتیکی بسامد از مرتبه بزرگی $\omega \sim \alpha^2 mc^2/\hbar$ خواهد بود. در نتیجه به دست می‌آید

$$\omega\tau \sim \alpha^{-2}, \quad \tau \sim \left(\frac{\hbar}{mc^2} \right) \alpha^{-5} \quad (\text{الف } 49)$$

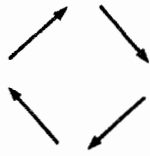
که بستگی $\omega\tau$ و τ را به ثابت ساختار ریز نشان می‌دهد. در ناحیه اپتیکی، این فرمول گستره عمر متوسط را از 10^{-7} تا 10^{-9} sec پیشگویی می‌کند که با مقادیر مشاهده شده توافق دارد.

برای به دست آوردن یک برآورد اجمالی از طول عمر یک حالت برانگیخته هسته‌ای که می‌تواند با یک گذار دوقطبی الکتریکی واپاشیده شود، a را 10^{-12} cm می‌گیریم. یک پرتو گاما با انرژی ۲۰۰ keV طول موجی در حدود 6×10^{-10} cm دارد و خواهیم داشت $\tau \sim 10^{-12}$ sec. تأکید می‌کنیم که این مقدار بسیار تقریبی است اما به عنوان برآوردی اجمالی از مرتبه بزرگی، با نتایجی که به‌طور تجربی مشاهده می‌شوند سازگار است. توجه کنید که بنابه رابطه (۴۸) طول عمر با مکعب بسامد فوتون گسیل شده، نسبت عکس دارد.

به اولین سؤالی که در بخش ۴۷ مطرح شد، پاسخ گفتیم و اکنون می‌دانیم که چرا عمر حالت‌های برانگیخته‌ای که فقط به صورت الکترومغناطیسی می‌توانند واپاشیده شوند، در مقایسه با معکوس بسامد نور گسیل شده، طولانی است.

۵۰. اینک به سؤال دوم می‌پردازیم که مربوط بود به نقش مهم گذارهای دوقطبی الکتریکی در آنها. به منظور بررسی این مسئله باید آهنگ گسیل را برای چنان آرایشی از بارهای متحرک که گشتاور دوقطبی الکتریکی آن همواره صفر است، در نظر بگیریم.

شکل ۵۰ الف منبعی را نشان می‌دهد که تابش چارقطبی الکتریکی گسیل می‌کند. هریک از دو پیکان نمایش دهنده یک دوقطبی الکتریکی است که با بسامد ω نوسان می‌کند. بزرگی این دو قطبها یکسان ولی جهت آنها مخالف یکدیگر است. این دو قطبها در فاصله a از یکدیگر و به صورت متقارن نسبت به مبدأ O ، که مرکز "اتم" است، واقع شده‌اند. تابش را در نقطه P مشاهده می‌کنیم که به فاصله زیاد r از اتم قرار دارد.



شکل ۵۲ الف آرایه‌ای از دوقطبیهای الکتریکی نوسان‌کننده که گشتاور دوقطبی الکتریکی و گشتاور چارقطبی الکتریکی آن صفر است اما گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن صفر نیست. چهار پیکان نمایشگر چهار دوقطبی الکتریکی با بزرگیهای برابرند که با یک بسامد نوسان می‌کنند.

۵۲. شکل ۵۲ الف، یک نمونه از منبعی را نشان می‌دهد که گشتاور دوقطبی الکتریکی آن صفر است اما گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن صفر نیست. در اینجا نیز هر یک از پیکانهای کوچک نشان‌دهنده یک دوقطبی الکتریکی (نوسان‌کننده) است و می‌توان تصور کرد که این دوقطبی از یک بار الکتریکی تشکیل شده است که در راستای پیکان به جلو و عقب نوسان می‌کند. این نوسانات با یک جریان متناوب در طول اضلاع یک مربع همراه است و گشتاور مغناطیسی این سیستم متناسب خواهد بود با حاصلضرب شدت جریان در مساحت مربع. بدیهی است استدلالهایی مشابه با آنچه در بخشهای ۵۰ و ۵۱ ارائه شد در اینجا نیز به‌کار می‌رود و نتیجه می‌شود

$$T_{M1} \sim \left(\frac{a\omega}{c}\right)^{-2} T_{E1} \quad \text{الف ۵۲}$$

که در آن T_{M1} عمر متوسط گذارهای دوقطبی مغناطیسی است.

۵۳. رده‌بندی تابشهای گسیل شده در دسته‌هایی نظیر دوقطبی الکتریکی، دوقطبی مغناطیسی، چارقطبی الکتریکی، چارقطبی مغناطیسی، هشت‌قطبی الکتریکی، و غیره، برطبق خواص تقارنی آنها انجام می‌شود. هر نوع تابش با شکل خاصی از توزیع شدت، به‌صورت تابعی از راستا، و نیز با نقش خاصی از قطبش، مشخص می‌شود. روشن است که نقش تقارنی تابش گسیل شده، منحصرأز روی خواص تقارنی منبع تعیین می‌شود و بنابراین می‌توانیم انواع تابشها را براساس خواص منبع دسته‌بندی کنیم. یک دوقطبی الکتریکی، تابش دوقطبی الکتریکی (به‌طور خلاصه $E1$)، یک دوقطبی مغناطیسی تابش دوقطبی مغناطیسی (به‌طور خلاصه $M1$)، و یک چارقطبی الکتریکی، تابش چارقطبی الکتریکی (به‌طور خلاصه $E2$) گسیل می‌کند، و غیره. در نمودارهای ترازهای گذارهای الکترومغناطیسی در هسته را نشان می‌دهند، غالباً به

تقریباً برابر است با $(r + \frac{a}{c} \cos \theta)$ ، در حالی که فاصله P تا دوقطبی ۲ تقریباً $(r - \frac{a}{c} \cos \theta)$ است: در نتیجه میدانهای این دو دوقطبی با یکدیگر اختلاف فاز دارند. به این ترتیب میدان الکتریکی E_2 (حاصل از چارقطبی) از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$E_2 = \left\{ \frac{C(\theta)}{r} \exp \left[i \left(\frac{r}{c} - t \right) \omega \right] \right\} \times \left[\exp \left(\frac{ia\omega \cos \theta}{2c} \right) - \exp \left(\frac{-ia\omega \cos \theta}{2c} \right) \right] \quad \text{ب ۵۰}$$

۵۱. اکنون از فرض (الف ۴۸) که $(a\omega/c)$ در مقایسه با واحد خیلی کوچک است استفاده می‌کنیم: روشن است که این فرض برای گذارهای اپتیکی در آنها معتبر است چون a نمی‌تواند از ابعاد نوعی اتم خیلی بزرگ‌تر باشد. پس می‌توانیم دو تابع نمایی داخل کره‌شبه سمت راست (ب ۵۰) را بسط بدهیم و با صرفنظر کردن از جملات بالاتر از مرتبه اول a ، به‌دست می‌آوریم

$$E_2 \cong i \left(\frac{a\omega}{c} \right) (\cos \theta) E_1 \quad \text{الف ۵۱}$$

که در آن E_1 با رابطه (الف ۵۰) بیان می‌شود. بنابراین میدان الکتریکی E_2 حاصل از چارقطبی الکتریکی شکل ۵۰ الف، در همه‌جا، حداقل با ضریب $(a\omega/c)$ ، از میدان الکتریکی E_1 که فقط توسط یکی از دوقطبیهای "سازنده چارقطبی" حاصل می‌شود کوچک‌تر است. چون آهنگ تابش با مجذور میدان الکتریکی متناسب است، می‌توان نتیجه گرفت که آهنگ نوعی تابش چارقطبی الکتریکی با ضریب $(a\omega/c)^2$ از آهنگ نوعی تابش دوقطبی الکتریکی کمتر است. پس طول عمرهای متناظر، چنین رابطه‌ای با یکدیگر دارند

$$T_{E2} \sim \left(\frac{a\omega}{c} \right)^{-2} T_{E1} \quad \text{ب ۵۱}$$

که در آن T_{E1} عمر متوسط در گذارهای دوقطبی الکتریکی و T_{E2} عمر متوسط در گذارهای چارقطبی الکتریکی است. قبلاً برآورد کردیم که $(a\omega/c)$ در یک اتم از مرتبه α است. پس نسبت طول عمرها در گستره $10^{-6} - 10^{-2}$ قرار دارد. برای هسته نیز ملاحظات مشابهی به‌کار می‌رود، که در این مورد a طول مشخصه‌ای از هسته و ω بسامد نور گسیل شده است. در این حالت نیز $(a\omega/c)$ کوچک است، مثلاً از مرتبه 10^{-3} یا کمتر.



یوجین باؤل ویگنر. متولد ۱۹۰۲ در بوداپست، مجارستان. در برلین به تحصیل پرداخت و در سال ۱۹۲۵ در مهندسی شیمی دکترا گرفت. پس از مدتی اقامت در برلین و گوتینگن، در سال ۱۹۳۰ به ایالات متحده رفت. او اکنون استاد فیزیک در دانشگاه پرینستون است. ویگنر در سال ۱۹۶۳ به دریافت جایزه نوبل نایل آمد. کارهای ویگنر در فیزیک نظری دامنه کاملاً وسیعی را در برمی گیرد. او سهم مهمی در حوزه‌های کاملاً متفاوتی مانند فیزیک اتمی، شیمی نظری، فیزیک حالت جامد، فیزیک هسته‌ای، نظریه راکتورهای هسته‌ای، نسبیت، و نظریه ذرات بنیادی دارد. به عقیده مؤلف، با ارزش‌ترین سهم او تحلیل عمیقی از نقش اصول تقارن در مکانیک کوانتومی است. نظرات او در این مبحث از سال ۱۹۳۱ تاکنون در یک رشته مقاله (و یک کتاب) ارائه شده است.

است از رابطه عام بین انواع تقارن و تکانه زاویه‌ای. نقش تابش از یک چارقطبی الکتریکی، با عدد کوانتومی تقارن دورانی $z = 2$ مشخص می‌شود، در نتیجه یک فوتون چارقطبی الکتریکی، حامل ۲ واحد تکانه زاویه‌ای است. بنابراین قواعد گزینش برای گذارهای چارقطبی الکتریکی با قواعد گزینش برای گذارهای دوقطبی الکتریکی فرق دارد: در یک گذار چارقطبی، تکانه زاویه‌ای اتم می‌تواند تا دو واحد تغییر کند.

۵۵. بنابر آنچه گفته شد، می‌توان تمام قواعد گزینش حاکم بر گذارهای الکترومغناطیسی را از اصل پایستگی خواص تقارن دورانی سیستم

نمادهایی از قبیل، E_1, M_2, E_4 ، و ... برمی‌خوریم که ماهیت تابش گسیل شده را مشخص می‌کنند.

بحث راجع به تابشهای چارقطبی الکتریکی و دوقطبی مغناطیسی را می‌توان به راحتی به چند قطبیهای بالاتر تعمیم داد. برای ایجاد یک هشت قطبی الکتریکی، دو چارقطبی الکتریکی را نزدیک به هم ولی در دو جهت مخالف یکدیگر قرار می‌دهیم به طوری که گشتاور هشت قطبی حاصل صفر شود. به راحتی می‌توان دریافت که آهنگ تابش این سیستم، با ضریب $(aw/c)^2$ از آهنگ تابش یک چارقطبی تنها، کمتر است. هر گاهی که در سلسله مراتب چندقطبیهای الکتریکی بالاتر برویم، آهنگ مشخصه تابش با ضریبی از مرتبه $(aw/c)^2$ کاهش می‌یابد (a یک بعد خطی نوعی سیستم است). این امر در مورد چندقطبیهای مغناطیسی نیز صحیح است.

به این ترتیب می‌توانیم اهمیت گذارهای دوقطبی الکتریکی در اتم را درک کنیم. اگر یک حالت برانگیخته بتواند از چند طریق واپاشیده شود که یکی از آنها تابش E_1 باشد، به احتمال بسیار زیاد واپاشی از طریق تابش E_1 انجام می‌گیرد. انواع دیگر تابش نیز ممکن است وجود داشته باشند ولی شدت خطوطی که به تابش E_1 مربوط نیستند از شدت خطوط E_1 بسیار کمتر است.

۵۴. در بخشهای ۲۹ تا ۳۱، هنگامی که در مورد قواعد گزینش برای گذارهای دوقطبی الکتریکی صحبت می‌کردیم، گفتیم که این قواعد از اصل پایستگی تکانه زاویه‌ای نتیجه می‌شوند و نیز گفتیم که منشأ این اصل، همسانگرد بودن فضای فیزیکی است. بنابراین می‌توانیم این قواعد را به شکل ظاهراً تازه‌ای بیان کنیم: قواعد گزینش از همسانگردی فضای فیزیکی نتیجه می‌شوند.

این نظر را کمی بیشتر بشکافیم. گفتیم که عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای z ، تکانه زاویه‌ای حالت یک سیستم، مثلاً یک اتم را اندازه می‌گیرد. در چارچوب مکانیک کوانتومی z را به نحو دیگری نیز می‌توان تعبیر کرد: z ، نوع تقارن دورانی حالت (مورد نظر) را بیان می‌کند. می‌توان گفت که z نمای اتم را هنگامی که از تمام جهات ممکن مشاهده شود، توصیف می‌کند. برای مثال، اگر اتم در حالتی باشد که $z = 0$ ، آنگاه اتم از تمام جهات دارای نمای یکسانی است: $z = 0$ یعنی اینکه حالت، تقارن کروی دارد. اگر $z = 1$ باشد، حالت دارای همان خواص تقارنی یک بردار است. میدان تابشی‌ای که در یک گذار دوقطبی الکتریکی گسیل می‌شود، نمونه‌ای است از این حالت فوتون: نقش کامل میدان در فضا باید تحت دوران، همان اصل تقارنی منبع را داشته باشد و منبع، یک بردار دوقطبی الکتریکی است. گفتیم که یک فوتون دوقطبی الکتریکی، یک واحد تکانه زاویه‌ای با خود حمل می‌کند و این نمونه‌ای

دقیقه باشد چون مرتبه چندقطبی بودن فوتون گسیل شده، بالاست. این حالتها، حالت‌های ایزومری خوانده می‌شوند.

مسائل

۱. در اوایل قرن بیستم، خط‌های طیفی زیر برای بعضی اتمها مشاهده شدند: این شماره‌ها عدد موج برحسب cm^{-1} هستند.

$$\begin{array}{lll} \bar{\nu}_1 = 82258,27 & \bar{\nu}_5 = 15232,97 & \bar{\nu}_8 = 5331,52 \\ \bar{\nu}_2 = 97491,28 & \bar{\nu}_6 = 20564,57 & \bar{\nu}_9 = 7799,30 \\ \bar{\nu}_3 = 102822,84 & \bar{\nu}_7 = 23032,31 & \bar{\nu}_{10} = 2469 \\ \bar{\nu}_4 = 105290,58 & & \end{array}$$

(الف) مواردی را پیدا کنید که بیانگر اصل ترکیب ریتس باشند؛ یعنی مواردی که در آنها هر عدد موجی را بتوان به صورت اختلاف دو عدد موجی دیگر بیان کرد.

(ب) نشان بدهید که تمامی این خطها را می‌توان ترکیب‌هایی از پنج تراز در نظر گرفت. سپس یک نمودار تراز رسم کنید که نشان‌دهنده ترازها و گذارهای متناظر با خط‌های بالا باشد.

(ج) آیا می‌توانید یک فرمول ساده برای این ترازها پیدا کنید؟ آیا این نمودار تراز در جاهای دیگر این کتاب نیز وجود دارد؟ (بعد از تحلیل این مسئله می‌توانید برای شناسایی اتم به یک جدول طول موج مراجعه کنید).

۲. در مطالعه فلوروسانسی تشدید، محتوای ظرف کوآرتز C در معرض نور فرابنفش به طول موج 2537\AA ، که از یک لامپ جیوه گسیل می‌شود قرار می‌گیرد (در لامپ از طریق بخار جیوه موجود در یک ظرف کوآرتز، تخلیه الکتریکی برقرار می‌شود).

در این مطالعه موارد زیر مشاهده می‌شود.

(الف) اگر ظرف C فقط حاوی بخار جیوه باشد، گاز موجود در آن نور فرودی را به شدت پراکنده خواهد کرد: اتمهای گاز به تشدید در خواهند آمد. طول موج تابش پراکنده نیز برابر 2537\AA است.

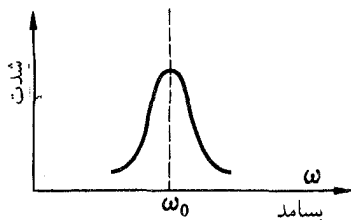
(ب) اگر ظرف فقط حاوی بخار تالیم باشد، ظرف C نسبت به تابش فرودی شفاف است، و پراکندگی اندکی در نور فرودی وجود خواهد داشت.

(ج) اگر ظرف C شامل بخار جیوه و همچنین بخار تالیم باشد، آنگاه هم خط جیوه به طول موج 2537\AA و هم تعدادی از خطوط مشخصه تالیم به طول موجهای 2768\AA ، 3230\AA ، 3539\AA ، 3776\AA ،

به دست آورد. برای روشن‌تر کردن این ایده عمیق، یکی از این قواعد گزینش را اثبات می‌کنیم: اینکه گذار $(j_1 = 0)$ به $(j_2 = 0)$ برای تمام گذارهای الکترومغناطیسی (تک فوتونی) ممنوع است. به عبارت دیگر، طبق این قاعده، اتمی که در یک حالت برانگیخته با تقارن g کروی قرار دارد (یعنی $j_1 = 0$)، نمی‌تواند با گسیل یک فوتون به حالت دیگری واپاشیده شود که آن هم دارای تقارن g است (یعنی $j_2 = 0$).

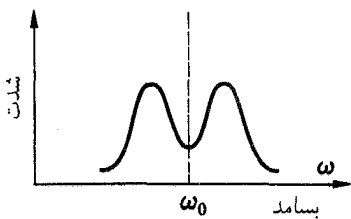
استدلال ما از این قرار است: اتم قبل از گسیل، در حالتی با تقارن g کروی است و از تمام جهات نمای یکسانی دارد. بعد از گسیل نیز، سیستم، که اینک مرکب است از اتم در حالت نهایی به اضافه موج الکترومغناطیسی گسیل شده، باید در یک حالت تقارن g کروی باشد. در آغاز هیچ امتدادی در فضا ارجح نبود، و اگر فضای فیزیکی همسانگرد باشد، بعد از گسیل نیز هیچ امتدادی نمی‌تواند برتری داشته باشد، و این همان معنایی است که ما از پایستگی خواص تقارنی دوران در نظر داریم. اکنون وضعیت بعد از گسیل را در نظر بگیرید. اگر حالت نهایی اتم تقارن g کروی داشته باشد، یعنی $j_2 = 0$ ، نتیجه می‌گیریم که موج الکترومغناطیسی گسیل شده نیز باید تقارن g کروی داشته باشد، یعنی مستقل از زاویه باشد. ولی چنین موجی وجود ندارد و نتیجه اینکه چنان‌گذاری هرگز نمی‌تواند صورت بگیرد. روشن است هیچ موج دوقطبی الکتریکی‌ای (یا مغناطیسی‌ای) نیست که تقارن g کروی داشته باشد، چون هر دوقطبی الکتریکی (یا دوقطبی مغناطیسی) امتدادی را تعریف می‌کند، هیچ موج چندقطبی دیگر نمی‌تواند تقارن g کروی داشته باشد، چون در یک لحظه معین از زمان و در یک نقطه معین در فضا، میدان الکتریکی در جهتی است عمود بر بردار شعاعی. بنابراین بردار الکتریکی در آن نقطه و در آن لحظه نمی‌تواند به دنبال دوران آرایش میدان حول بردار شعاعی، بدون تغییر بماند و در نتیجه نقش میدان نمی‌تواند تقارن g کروی داشته باشد.

۵۶. ممکن است گذاری که قاعده گزینش آن را برای دوقطبی ممنوع می‌شمارد، برای چارقطبی یا چندقطبیهایی بالاتر مجاز باشد. اگر نمودارهای تراز اتمهایی را که در این فصل آمده‌اند بررسی کنیم، می‌بینیم که تقریباً تمامی حالت‌های برانگیخته می‌توانند یا گذارهای دوقطبی الکتریکی به یک حالت پایین‌تر واپاشیده شوند. ساختار تراز هسته‌ها، در اکثر موارد کاملاً فرق دارد و ممکن است حالتی را درست در بالای حالت پایه پیدا کنیم که مقدار J برای آن چندین واحد با حالت پایه اختلاف داشته باشد. چنین حالت برانگیخته‌ای نمی‌تواند با گسیل دوقطبی واپاشیده شود و نتیجتاً بیشتر عمر می‌کند. اگر اختلاف مقادیر J خیلی زیاد و اختلاف انرژی کم باشد، طول عمر ممکن است از مرتبه



این دو شکل به مسئله ۴ مربوط می‌شوند. شکل بالا نمود کلی یک خط طیفی (با تفکیک فوق‌العاده زیاد) از یک لوله تخلیه گازی است.

تحت بعضی شرایط، همین خط، از یک لوله تخلیه گازی مشابه، ممکن است نمود شکل زیر را داشته باشد.



پایین باشد. وانگهی، ممکن است ما به‌عنوان یک قاعده مطرح کنیم که فقط خطهای ناشی از گذار به حالت پایه به‌صورتی هستند که در شکل پایین دیده می‌شود.

۵. در شرایط تجربی توصیف شده در مسئله ۳، و با استفاده از فرمول ۷ الف همین فصل، کسری از اتمهای سدیم را که در هر زمان معین در اولین حالت برانگیخته هستند تخمین بزنید. (فرض کنید $T = 2000^\circ\text{C}$)

۶. الف) با استفاده از داده‌های تجربی شکل ۳۷ الف، ثابت C در معادله ۳۷ ب را محاسبه کنید.

ب) در مطالعه گسیل پرتو x ، معلوم شده است که برای تولید یکی از خطوط مشخصه (به بسامد ω)، انرژی E الکترونهاى بمباران‌کننده باید خیلی بیشتر از $\hbar\omega$ باشد. برای خطوط $K\alpha$ ، که در شکل ۳۷ الف آمده است، شرط تولید یکی از خطوط تقریباً عبارت است از $E > \frac{4}{3}\hbar\omega$. چرا این خط در $E > \hbar\omega$ ظاهر نمی‌شود؟

۷. اگرچه مؤلف هیچگونه مسئولیتی در قبال بدآموزی احتمالی ناشی از مطالعه مدل سیاره‌ای اتم بور نمی‌پذیرد، مستقیماً خواننده را از مطالعه آن نیز منع نمی‌کند. بور فرض کرد که الکترون در یک مدار دایره‌ای حول اتم هیدروژن می‌چرخد و تکانه زاویه‌ای آن ضریب مثبت درستی از \hbar است. جالب توجه است که این مدل محل دقیق همه ترازهای انرژی را با دقت زیاد به‌دست می‌دهد. چون این مدل اهمیت تاریخی دارد، ممکن است خواننده بخواهد، به پیروی از بور، نمودار

و 5350 \AA گسیل خواهد شد. اگر یک صفحه شیشه‌ای در فاصله میان ظرف C و لامپ قرار داده شود، هیچ‌کدام از خطوط بالاگسیل نخواهد شد. (د) در شرایط توصیف شده در (ج)، معلوم می‌شود که خط 3776 \AA تالیم خیلی پهن‌تر از خط 2768 \AA آن است و خط اول، در واقع، از خطی که بر مبنای پهن‌شدگی دوپلری متناظر با دمای موجود در ظرف C انتظار می‌رود، و همچنین از همین خط وقتی از لامپ تخلیه پُر از بخار تالیم گسیل می‌شود نیز خیلی پهن‌تر است. سعی کنید تمامی این پدیده‌ها را توصیف کنید. می‌توانید به نمودار تراز تالیم در شکل ۳۴ الف این فصل مراجعه کنید. جالب توجه است که فقط چند خط تالیم در این شکل مشاهده می‌شود. به‌عنوان مثال، خطوط 2827 \AA و 5584 \AA وجود ندارند.

۳. طول عمر حالت $3p_{1/2}$ در سدیم (شکل ۳۲ الف این فصل) در حدود 10^{-8} sec است. ظرفی پر از گاز آرگون در فشار 10 mm Hg و دمای حدود 2000°C را در نظر بگیرید. داخل ظرف مقدار کمی سدیم هست که بر اثر گرما به مقدار اندکی بخار سدیم تبدیل می‌شود. در نور گسیل‌شده از رشته تنگستن که از این ظرف عبور می‌کند، خط جذب به طول موج 5896 \AA مشاهده می‌کنیم. (رشته داغ تنگستن تابش با توزیع طیفی پیوسته گسیل می‌کند.) کمیتهای زیر را تخمین بزنید.

الف) پهنای طبیعی خط؛

ب) بزرگی پهن‌شدگی دوپلری خط؛

ج) بزرگی پهن‌شدگی برخوردی خط.

نتایج را بر حسب عدد موج بیان کنید (همچنین بسامد خط مورد نظر را بر حسب عدد موج، cm^{-1} ، بنویسید). این پهنایها را با جدایی ساختار ریز خطوط D_1 و D_2 (زرد) سدیم مقایسه کنید.

د) در نمودار تراز شکل ۳۲ الف، خطی به طول موج 5688.22 \AA دیده می‌شود. آیا این خط را در آزمایش جذب توصیف شده در اینجا نیز خواهیم دید؟

گاز آرگون در ظرف، بجز تولید فشار و دمای متوسط در آن، هیچگونه تأثیر دیگری بر فرایند ندارد. وقتی می‌خواهیم اثر برخوردی بر خط جذب را بررسی کنیم، باید وجود گاز آرگون را نیز در نظر بگیریم: چون تعداد اتمهای سدیم، در مقایسه با تعداد اتمهای آرگون فوق‌العاده کم است، اتمهای سدیم عمدتاً با اتمهای آرگون برخورد می‌کنند.

۴. شکل خطهای طیفی گسیل‌شده توسط یک اتم را در نظر بگیرید. فرض کنید که اتمها در یک چشمه نورگازی قرار دارند. با یک طیف‌سنج با قدرت تفکیک زیاد، شدت را بر حسب بسامد اندازه بگیرید. در بعضی چشمه‌های نور، نمود خط ممکن است همانند شکل بالا، و در بعضی چشمه‌های دیگر، نمود همین خط ممکن است همانند شکل

این مسئله فکر کنید و فرمولی برای پیشگوییهای مبتنی بر دانش کنونی خود به دست بیاورید.

۱.۱۱. مطالعه توزیع زاویه‌ای (برحسب شدت) تابش چارقتبی الکتریکی گسیل شده توسط چشمه آمده در شکل ۵° الف و مقایسه آن با توزیع زاویه‌ای مربوط به یک دوقطبی الکتریکی جالب است. شدت با مربع میدان الکتریکی متناسب است. نشان بدهید که شدت تابش گسیل شده به صورت تابعی از جهت مشاهده برای دوقطبی الکتریکی با رابطه

$$I_{E1}(\theta) = A \sin^2(\theta)$$

و برای چارقتبی الکتریکی شکل ۵° الف با رابطه

$$I_{E2}(\theta) = B \sin^2(2\theta)$$

بیان می‌شود، که در آن A و B ثابت هستند. شدت از زاویه سمتی مستقل است. این مثال نشان می‌دهد که چگونه انواع مختلف تابش چارقتبی را می‌توان به کمک نقشهای شدت مشخصه آنها از همدیگر تشخیص داد.

منابع برای مطالعه بیشتر

۱. البته، ترازهای انرژی اتمها، مولکولها، و هسته‌ها در تعداد زیادی از کتابهای درسی بررسی شده‌اند. در اینجا به چند تا از آنها که نسبتاً مقدماتی هستند، اشاره می‌کنیم.

(الف)

G. Herzberg: *Atomic Spectra and Atomic Structure* (Dover Publications, New York, 1944).

(ب)

H. White: *Introduction to Atomic Spectra* (McGraw-Hill Book Co., New York, 1934).

(ج)

G. Herzberg: *Molecular Spectra and Molecular Structure: I, Spectra of Diatomic Molecules* (D. van Nostrand Co., New York, 1953).

(د)

D. Halliday: *Introductory Nuclear Physics* (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1950).

1. *Reviews of Modern Physics* 27 (1955), p. 107, Fig. 15.

۲. این مسئله به مباحث پیشرفته بخش ۵° مربوط می‌شود.

تراز را رسم و خطوط آمده در شکل ۱ ب را شناسایی کند. (طول موجهای یادداشت شده در صفحه عکاسی عبارت‌اند از 3.4861 \AA ، 4.340 \AA ، 4.1017 \AA ، 3.970 \AA ، 3.8891 \AA ، و 3.8354 \AA .)
۸. هسته پروتوزای ${}_{84}^{212}\text{Po}$ (که قبلاً ThC' نامیده می‌شد) ذرات آلفای با انرژیهای مختلف گسیل می‌کند. در این مورد، توضیح به صورتی نیست که در شکل ۴° الف این فصل آمده است. چه تبیینی برای این پدیده می‌توانید ارائه بدهید. نمودار ترازوی رسم کنید که گویای تبیین شما باشد. حالت‌های متناظر با دسته‌های مختلف را دقیقاً مشخص کنید.

۹. شکل ۳۸ الف طرح خلاصه شده‌ای از نموداری است که در مقاله اژنبرگ و لاورتیسن^۱ آمده است. شکل اصلی را مطالعه کنید. توجه کنید که در بالای خط ${}^2\text{Li} + \alpha$ ، یک منحنی با چند بیشینه نشان داده شده است. این بیشینه‌ها متناظر با بعضی ترازهای هسته ${}^{11}\text{B}$ هستند. این منحنی نتایج چند اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. مفهوم این منحنی را به تفصیل توضیح بدهید، در مورد اندازه‌گیری‌هایی که این منحنی مبتنی بر آنهاست بحث کنید.

وانگهی، در طرف راست شکل اصلی یک خط افقی با نشان $p - p + {}^{11}\text{B}$ و در بالای این خط یک خط افقی کوتاه با شماره ۱۵۶ دیده می‌شود. خط دوم با چند پیکان به بعضی ترازهای ${}^{11}\text{B}$ وصل شده است. این کار نتیجه چند اندازه‌گیری است. در مورد این اندازه‌گیریها بحث کنید و توضیح بدهید که پیکانها چه چیزی را نشان می‌دهند.

۱۰. آزمایشی را در نظر بگیرید که در آن یک باریکه اتم به موازات پرده‌ای حرکت می‌کند. یک شکاف عمود بر جهت حرکت باریکه در پرده وجود دارد. برای سهولت فرض کنید که سرعت تمامی اتمهای باریکه یکسان است. بعضی اتمها، قبل از اینکه از شکاف بگذرند، به یک حالت برانگیخته می‌روند. فرض کنید فاصله میان شکاف و نقطه‌ای که اتم در آن برانگیخته می‌شود x است. اتمها، با گسیل فوتونهایی به بسامد ω ، می‌توانند از حالت برانگیخته به حالت پایه واپاشند. فرض کنید τ طول عمر متوسط حالت برانگیخته است. با این مقدمه، نور خروجی از شکاف را مطالعه می‌کنیم.

(الف) چگونه شدت نور خروجی از شکاف به مسافت x بستگی پیدا می‌کند؟ سعی کنید به این پرسش پاسخ بدهید.

(ب) فرض کنید نور خروجی از شکاف به یک فوتوسل می‌تابد و همچنین فرض کنید که پتانسیل ترمزی راکه در آن فوتوسل از مثبت کردن باز می‌ماند تعیین می‌کنیم. نظریات خود را درباره وابستگی پتانسیل ترمزی به مسافت x بیان کنید، و سعی کنید در این باره بیندیشید. مهم نیست که به جواب درست برسید یا نرسید، مهم این است که درباره

۴. مطالعه مقالات زیر در مجله ساینتیفیک امریکن برای این
مبحث مناسب است:

(الف)
A. L. Bloom: "Optical Pumping," October
1960, p. 72.

(ب)
H. Lyons: "Atomic Clocks," February 1957, p.
71.

(ج)
G. E. Pake: "Magnetic Resonance," August
1958, p. 58.

(د)
J. P. Gordon: "The Maser," December 1958, p.
42.

(ه)
A. L. Schawlow: "Advances in Optical Masers,"
July 1963, p. 34.

(و)
S. de Benedetti: "The Mössbaure Effect," April
1960, p. 72.

(ه)

E. Segrè: *Nuclei and Particles* (W. A. Benjamin,
New York, 1964).

۲. الف) برای مطالعه نمودارهای تراز بسیاری از اتمها می‌توانید به
کتاب زیر مراجعه کنید:

W. Grotrian: *Graphische Darstellung der Spek-
tren von Atomen und Ionen mit Ein, Zwei und Drei
Valenzelektronen*, vol. I (Verlag von Julius Springer,
Berlin, 1928).

ب) نمودارهای تراز انرژی هسته‌های انتخابی در کتاب زیر آمده
است:

F. Ajzenberg and T. Lauritsen: "Energy levels
of light nuclei," *Rev. Mod. Phys.* **27**, 77 (1955).

۳. برای جدولهای کوتاه‌تری در مورد طیفها و ترازهای انرژی به
کتابهای زیر مراجعه کنید:

(الف)
Handbook of Chemistry and Physics (Chemical
Rubber Publishing Co.).

(ب)
American Institute of Physics Handbook (Mc-
Graw-Hill Book Co., New York, 1957).

فوتونها

فوتون به عنوان ذره

۱. در این فصل و در فصل بعد، هم جنبه ذره‌ای و هم جنبه موجی موجوداتی نظیر فوتون، الکترون، پروتون، نوترون و سایر ذرات بنیادی طبیعت را بررسی خواهیم کرد. ابتدا نگاهی می‌افکنیم به برخی واقعیات بنیادی تجربی و می‌کوشیم یک تصویر مقدماتی منسجم از آنچه مشاهده می‌شود به دست آوریم. در بسیاری از موارد، نتیجه یک آزمایش ممکن است مستلزم آزمایش تازه‌ای باشد: در این صورت سعی می‌کنیم ابتدا به پیشگویی و سپس به مطالعه مشاهدات واقعی بپردازیم. روش ما، محک زدن ایده‌هاست و باید توجه داشته باشیم که خود را به هیچ مدل خاصی بیش از حد مقید نکنیم: بینیم که خود اشیا چگونه عمل می‌کنند.

۲. بحث را با مطالعه فوتون آغاز می‌کنیم. فوتون، "کوانتوم" میدان الکترومغناطیسی است: می‌دانیم که هر تابش تقریباً تکفام با بسامد ω ، به صورت بسته‌هایی گسیل می‌شود که انرژی $E = \hbar\omega$ را حمل می‌کنند. سهل‌الوصول‌ترین شاهد بر این گفته را می‌توان از بررسی اثر فوتوالکتریک به دست آورد، ولی همچنانکه خواهیم دید، مشاهدات دیگری نیز هستند که ما را به همین نتیجه می‌رسانند. در مجموع، تمام این مشاهدات حاکی از آن‌اند که رابطه $E = \hbar\omega$ برای گستره بسیار وسیعی از بسامدها برقرار است. اینک با یک برون‌یابی (جسورانه)، می‌گوییم که این رابطه بین انرژی یک بسته و بسامد، کاملاً عمومیت دارد و برای همه فوتونها برقرار است.

۳. سؤال: فرض کنید یک بسته تابش الکترومغناطیسی با بسامد ω داریم که با سرعت نور (c) در جهتی حرکت می‌کند. آیا این بسته، تکانه نیز حمل می‌کند، و اگر چنین است مقدار آن چقدر است؟ اگر این بسته، که آن را فوتون می‌نامیم، دارای برخی خواص ذره‌ای باشد، انتظار داریم که تکانه نیز حمل کند و باید به دنبال آزمایشهایی باشیم که به کمک آنها بتوانیم این تکانه را مستقیماً اندازه بگیریم.

در جلد سوم^۱ این دوره آموختیم که برای یک موج الکترومغناطیسی تکفام که در جهت مشخصی حرکت می‌کند، انرژی E و تکانه p با رابطه $p = E/c$ به یکدیگر مربوط‌اند و تکانه در جهت انتشار است. این چیزی است که نظریه الکترومغناطیس کلاسیک پیشگویی می‌کند، و منطقی است که انتظار داشته باشیم همین رابطه برای کوانتومهای الکترومغناطیسی نیز برقرار باشد.

۴. بسیار آموزنده است که رابطه بین انرژی و تکانه را از دیدگاه دیگری به دست آوریم. فرض کنید که هنوز رابطه $p = E/c$ را نمی‌دانیم، ولی معتقد هستیم که رابطه $E = \hbar\omega$ اعتبار عام دارد، به خصوص به این معنی که این رابطه در هر چارچوب لختی برقرار است. اصل نسبیت خاص حاکی از آن است که اگر بتوانیم روابط کلی بین انرژی، تکانه، بسامد، و راستای انتشار پیدا کنیم که در یک چارچوب لخت برای همه فوتونها برقرار باشند، آنگاه همین روابط در همه چارچوبهای لخت برقرار خواهند بود. بنابراین، شرط ناوردایی نسبی، قید روابط ممکن

۱. دوره فیزیک برکلی، جلد ۳، امواج، فصل ۷.

یا

$$p = \frac{E}{c} \quad (۵۵)$$

بدیهی است که این روابط برای کلیه چارچوبهای لخت، از جمله "چارچوب پریم دار" برقرارند، چون "چارچوب بدون پریم" ما هیچ ویژگی خاصی نداشت. همان طور که گفتیم رابطه (۵۵) را می توان از نظریه الکترومغناطیس کلاسیک به دست آورد، ولی رابطه (۵۵) مختص مکانیک کوانتومی است و بنابر آن هر کوانتوم نور با بسامد ω همواره حامل تکانه ای است برابر با $\hbar\omega/c$. روشن است که این رابطه مستقیماً از (۵۵) و (۵ج) نتیجه می شود و برعکس (۵ج) از (۵۵) و (۵۵) به دست می آید.

۶. جرم سکون فوتون، m_{ph} ، صفر است. در جلد اول، یک رابطه کلی بین جرم سکون، انرژی، و تکانه به دست آوردیم که برای این مورد خاص به صورت زیر درمی آید

$$(m_{ph}c^2)^2 = E^2 - (cp)^2 \quad (۱۶الف)$$

به موجب رابطه (۵۵) طرف راست این معادله صفر است. در نتیجه

$$m_{ph} = 0$$

در نظر اول ممکن است این نتیجه کمی عجیب باشد: چون فوتون دارای بعضی خواص ذره ای است، باید وقتی در چارچوب ساکن خود مشاهده می شود جرم داشته باشد. ولی در واقع، هیچ چارچوب لختی وجود ندارد که فوتون در آن ساکن باشد؛ تابش الکترومغناطیسی در هر چارچوب لخت با سرعت c منتشر می شود. بنابراین فوتون در حال سکون، یک تصور بی معناست.

ممکن است کسی مدعی شود چیزی را که هرگز نمی تواند در حال سکون باشد، نباید "ذره" نامید. با این همه، گفتگوی "ذرات بدون جرم" که فوتون و نوترینو نمونه هایی از آنها هستند، کاملاً معمول شده است و ما نیز باید خود را با آن وفق بدهیم. سرانجام این بستگی به سلیقه ما دارد که واژه "ذره" را چگونه تعریف کنیم. به وضوح راحت تر است با فوتون و نوترینو همان طور رفتار کنیم که با ذرات جرم دار می کنیم. از سوی دیگر باید قویاً تأکید کنیم که فوتون گوی بیلیارد نیست؛ بلکه فقط در بعضی خواص با آن مشترک است.

۱. دوره فیزیک برکلی، جلد ۱، مکانیک. فرمول جابه جایی طولی دوپلر در فصل ۱۱، و قانون تبدیل برای انرژی و تکانه در فصل ۱۲ به دست آمده است.

بین کمیتهای فیزیکی مذکور را به میان خواهد آورد و مفهوم استدلال ما این است که به منظور یافتن رابطه ای برای تکانه یک فوتون، p ، این قید را مورد استفاده قرار بدهیم.

فرض می کنیم فوتون در یک چارچوب لخت در جهت مثبت محور x حرکت می کند، و آن را ذره ای با انرژی $E = \hbar\omega$ و تکانه مجهول p در نظر می گیریم. به دلیل تقارن، p باید در جهت محور x باشد. اکنون در نظر بگیرید که همین وضعیت در چارچوب لخت دیگری مشاهده شود که "چارچوب پریم دار" خوانده می شود و با سرعت v یکنواخت نسبت به "چارچوب بدون پریم" در جهت مثبت محور x حرکت می کند. ناظری که در چارچوب پریم دار قرار دارد فوتونی می بیند با بسامد ω' که حامل انرژی $E' = \hbar\omega'$ و تکانه p' است. چون $c > v$ است، فوتون در چارچوب پریم دار در جهت مثبت محور x' حرکت می کند. به علاوه، (بر مبنای تقارن) نتیجه می گیریم که در هر دو چارچوب، تکانه ها در جهت حرکت فوتون اند. بنابراین می توانیم علامت بردار را حذف کنیم و مؤلفه های تکانه ها روی محورهای x و x' را به صورت p و p' بنویسیم. مؤلفه های دیگر صفرند.

۵. در اینجا دو نتیجه حاصل از تبدیلات لورنتس را از جلد اول این دوره یادآوری می کنیم. نخست، فرمول جابه جایی طولی دوپلر، که بسامدهای ω و ω' را مطابق رابطه زیر به یکدیگر مربوط می کند

$$\omega' = \omega \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \quad (۱۵الف)$$

دوم، قانون تبدیل نسبیتی برای انرژی و تکانه یک ذره. به موجب این قانون انرژی E' از رابطه زیر به دست می آید

$$E' = \frac{E - vp}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (۱۵ب)$$

اگر برای حذف E و E' از (۱۵ب)، فرضهای

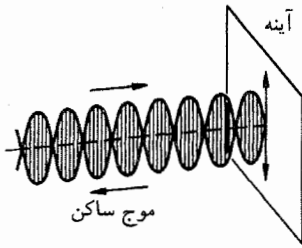
$$E = \hbar\omega \quad , \quad E' = \hbar\omega' \quad (۱۵ج)$$

را به کار ببریم و سپس از معادله حاصل، به کمک (۱۵الف)، ω' را حذف کنیم، خواهیم داشت

$$\hbar\omega \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = \frac{\hbar\omega - vp}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

این معادله را می توان مستقیماً برای p حل کرد، در نتیجه

$$p = \frac{\hbar\omega}{c} \quad (۱۵د)$$



شکل ۸ الف بازتاب نور از آینه (با یک سطح کاملاً رسانا) بر طبق تصویر موجی. یک موج ایستاده در مقابل آینه تشکیل و جریانهایی در سطح آینه القا می‌شود. تابش فرودی، از طریق برهم‌کنش میدان مغناطیسی موج با جریانهای القایی، نیرویی برآینه وارد می‌کند. فشار تابش، در حالت تابش عمودی، با رابطه $P = W$ داده می‌شود که در آن W چگالی انرژی میدان تابشی در مقابل آینه است.

فشار تابش با رابطه

$$P = \frac{2\Phi}{c} \quad (\text{ج ۸})$$

که از ترکیب (الف) و (ب) حاصل می‌شود، به یکدیگر مربوط‌اند.

۹. حال همین وضعیت را از دیدگاه تصویر فوتونی بررسی می‌کنیم. در این تصویر، شاری داریم از، فرضاً، N فوتون که در واحد زمان از واحد سطح می‌گذرند و به طرف آینه می‌روند. هر فوتون حامل انرژی $E = \hbar\omega$ و تکانه $p = \hbar\omega/c$ است. تکانه هر فوتون پس از برخورد به آینه معکوس می‌شود (چون آینه ساکن می‌ماند، آن را بینهایت سنگین در نظر بگیرد)، بنابراین هر یک از فوتونها تکانه‌ای به مقدار $2p$ به آینه منتقل می‌کند. در این تصویر، فشار تابش از بمباران آینه توسط فوتونها ناشی می‌شود. فشار تابش (P) برابر است با مقدار تکانه‌ای که در واحد زمان به

واحد سطح آینه انتقال می‌یابد، پس داریم

$$P = 2Np = \frac{2N\hbar\omega}{c} \quad (\text{الف ۹})$$

از طرف دیگر، شار انرژی Φ ، به سادگی از رابطه

$$\Phi = N\hbar\omega \quad (\text{ب ۹})$$

به دست می‌آید، و (چون هر فوتون با سرعت نور حرکت می‌کند) چگالی انرژی برابر است با

$$W = \frac{2N\hbar\omega}{c} \quad (\text{ج ۹})$$

با ترکیب فرمولهای (الف ۹) تا (ج ۹)، بار دیگر به رابطه‌های (الف ۸)

۷. اینک به چند آزمایش ذهنی می‌پردازیم تا ببینیم آیا تصویر ذره‌ای فوتون با بعضی نتایج قابل حصول از نظریه الکترومغناطیس کلاسیک سازگار است یا نه. به این ترتیب می‌توانیم با این ایده که بسته‌های تابش الکترومغناطیسی خواص ذره‌ای دارند، بیشتر آشنا شویم.

لازم است توضیح بدهیم که وقتی در اینجا از "خواص ذره‌ای" صحبت می‌کنیم، منظور ما خواصی است که انتظار می‌رود ذرات در فیزیک کلاسیک داشته باشند. امروز عملاً واژه "ذره" همچون یک نام مشترک برای اشیائی مثل فوتون، الکترون، پروتون، نوترون و غیره به کار می‌رود. بنابراین، اگر بخواهیم دقیق‌تر گفته باشیم "خواص ذره‌ای" تمام آن ویژگیهایی‌اند که در همه این اشیاء مشترک‌اند. به خصوص، این یک خاصیت ذره فیزیکی واقعی است که می‌تواند رفتاری همانند موج داشته باشد. ولی ما در این مرحله از بحث، سعی می‌کنیم خواص ذرات واقعی را پیدا کنیم و یک جنبه این بررسی آن است که ببینیم رفتار ذرات واقعی تا چه حد به رفتار "ذرات موهومی کلاسیک" شباهت دارد.

۸. یک چشمه نور مانا را در نظر بگیرید که فوتونهایی با بسامد ω گسیل می‌کند و این نور به طور عمودی بر یک آینه کامل که در چارچوب ساکن چشمه نور در حال سکون است، می‌تابد.

نظریه الکترومغناطیس کلاسیک پیشگویی می‌کند که بسامد نور بازتابیده نیز ω خواهد بود و نیز شار انرژی که به سمت آینه می‌رود، برابر است با شار انرژی که از آینه بازمی‌گردد.

به علاوه، نظریه الکترومغناطیس کلاسیک پیشگویی می‌کند که تابش فرودی، به آینه فشار وارد می‌کند (فشار تابش). اگر شدت تابش روی آینه را یکنواخت بگیریم، این فشار (P) از رابطه

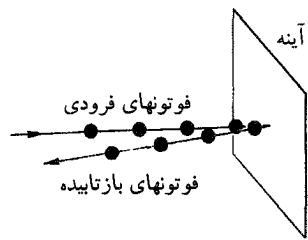
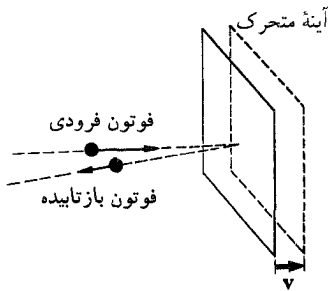
$$P = W \quad (\text{الف ۸})$$

به دست می‌آید که در آن W چگالی انرژی میدان تابشی در مجاورت بلاواسطه سطح بازتابنده است.

اکنون فرض کنید که شار تابش فرودی بر آینه Φ باشد، یعنی Φ مقدار انرژی است که در واحد زمان از واحد سطحی که عمود بر امتداد تابش است، به طرف آینه می‌رود. اگر به همین ترتیب شار تابش بازتابیده را برابر با Φ' بگیریم، باید داشته باشیم $\Phi = \Phi'$. تابش در واحد زمان مسافت c را می‌پیماید، پس چگالی انرژی W ، از رابطه

$$W = \frac{\Phi}{c} + \frac{\Phi'}{c} = \frac{2\Phi}{c} \quad (\text{ب ۸})$$

به دست می‌آید که جمله اول مربوط به چگالی انرژی تابش فرودی و جمله دوم مربوط به چگالی انرژی نور بازتابیده است. بنابراین شار و



شکل ۱۰ الف اگر آینه از چشمه نور دور شود، قوانین حاکم بر برخوردهای کشسان پیشگویی می‌کنند که انرژی E' فوتون بازتابیده از انرژی E فوتون فرودی کمتر است. از رابطه‌های $E = h\omega$ و $E' = h\omega'$ می‌توانیم جابه‌جایی دوپلری بسامد را پیدا کنیم. با فرض اینکه آینه خیلی سنگین است می‌توانیم همین نتیجه را از نظریه موجی به دست آوریم (شکل ۱۲ الف).

شکل ۹ الف بازتاب نور از آینه برطبق تصویر ذره‌ای. در این تصویر، فشار تابش بر اثر برخورد فوتونها و معکوس شدن تکانه‌های آنها (در حالت تابش عمودی) تولید می‌شود. رابطه میان فشار تابش و چگالی انرژی همان رابطه‌ای است که در نظریه موجی به دست آمد (شکل ۸ الف).

تا (۸ ج) می‌رسیم، یعنی اینکه در این مورد تصویر فوتونی با تصویر موجی سازگار است.

با حذف v' بین این دو معادله، به دست می‌آوریم

$$\hbar(\omega - \omega') = \left(\frac{v}{c}\right) \hbar(\omega + \omega') + \frac{1}{2M} \left(\frac{\hbar}{c}\right)^2 (\omega + \omega')^2 \quad (۱۰ ه)$$

در وضعیت حدی، جرم آینه را بینهایت می‌گیریم. در این صورت جمله دوم طرف راست (۱۰ ه) حذف خواهد شد و به دست می‌آوریم

$$\omega' = \omega \left(1 - \frac{v}{c}\right) / \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (۱۰ و)$$

چون فرض کرده‌ایم v/c کوچک است، می‌توانیم (۱۰ و) را برحسب توانهای v/c بسط بدهیم. اگر فقط جملات خطی را نگاه داریم، برای بسامد بازتابیده، رابطه تقریبی زیر را به دست می‌آوریم

$$\omega' \cong \omega \left(1 - \frac{2v}{c}\right) \quad (۱۰ ز)$$

۱۱. در اینجا شدت نور بازتابیده را نیز بررسی می‌کنیم. برای این منظور، فرض می‌کنیم که ناظر در صفحه ثابتی (در آزمایشگاه) قرار دارد که با آینه موازی است. شاری را که به طرف آینه می‌رود، شامل N فوتون (که در واحد زمان از واحد سطحی که ناظر در آن است می‌گذرند) و شار برگشتی را شامل N' فوتون می‌گیریم. فرض می‌کنیم که سطح چشمه نور بزرگ است و همه فوتونها نسبت به این صفحه

۱۰. اینک وضعیت زیر را در نظر بگیرد: یک منبع نور ساکن در آزمایشگاه، فوتونهایی با بسامد ω گسیل می‌کند و این فوتونها به طور عمودی بر آینه کاملی که با سرعت کم v از منبع دور می‌شود می‌تابند. فرض می‌کنیم جرم M آینه بسیار زیاد است. (v را کوچک و M را بزرگ فرض می‌کنیم تا بتوانیم مسئله را غیرنسبیتی بررسی کنیم.) ببینیم وقتی تنها یک فوتون به آینه برخورد می‌کند، از دیدگاه تصویر فوتونی چه اتفاقی می‌افتد. فوتون قبل از برخورد دارای انرژی E و تکانه $p = E/c$ است و پس از برخورد انرژی آن E' و تکانه آن $p' = E'/c$ خواهد بود. شرط پایستگی (بقای) انرژی و شرط پایستگی تکانه به این صورتهای درمی‌آیند

$$P + Mv = -p' + Mv' \quad (\text{تکانه}) \quad (۱۰ الف)$$

$$E + \frac{1}{2}Mv^2 = E' + \frac{1}{2}Mv'^2 \quad (\text{انرژی}) \quad (۱۰ ب)$$

در معادلات بالا این را هم منظور کرده‌ایم که سرعت آینه بعد از برخورد ممکن است (اندکی) تغییر کند. ولی جهت آن بدون تغییر می‌ماند. فوتون بازتابیده در جهت مخالف حرکت خواهد کرد و مناسب جمله $-p$ در (۱۰ الف) همین است.

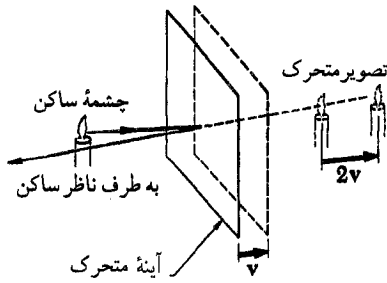
بسامد فوتون بازتابیده را $\omega' = E'/\hbar$ می‌گیریم. می‌توانیم معادلات (۱۰ الف) و (۱۰ ب) را به این صورتهای بنویسیم

$$\frac{\hbar\omega}{c} + Mv = -\frac{\hbar\omega'}{c} + Mv' \quad (\text{تکانه}) \quad (۱۰ ج)$$

$$\hbar\omega + \frac{1}{2}Mv^2 = \hbar\omega' + \frac{1}{2}Mv'^2 \quad (\text{انرژی}) \quad (۱۰ د)$$

کاملاً عمودی حرکت می‌کنند. ادعا می‌کنیم که

$$N' = N \left(1 - \frac{2v}{c} \right) \quad (الف ۱۱)$$



شکل ۱۲ الف به نظر می‌رسد که نور یک چشمه ساکن که از آینه متحرک باز می‌تابد از یک چشمه متحرک می‌آید: سرعت تصویر دو برابر سرعت آینه است. نظریه موجی نیز پیشگویی می‌کند که بسامد نور بازتابیده جابه‌جایی دوپلری پیدا کند. (برای سهولت، فرض کنید که نور شمع در این شکل تکفام است.)

برای اثبات چنین استدلال می‌کنیم: فرض کنید فوتونهای فرودی با فاصله‌های زمانی مساوی از سطح مشاهده بگذرند. پس فاصله بین عبور دو فوتون متوالی $1/N$ خواهد بود. یک فوتون معین در لحظه t بازمی‌گردد؛ ولی فوتون بعدی باید مسافت بیشتری طی کند، زیرا در این مدت آینه به اندازه v/N حرکت کرده است. پس این فوتون در لحظه $t + 1/N + 2(v/c)/N$ باز خواهد گشت. بنابراین، فاصله زمانی بین دو فوتون بازگشتی متوالی $1/N' = (1/N)(1 + 2v/c)$ است که در صورت کوچک بودن v/c به مقدار تقریبی (الف ۱۱) می‌انجامد.

کردیم. E و B را دامنه میدانهای الکتریکی و مغناطیسی موج در چارچوب ساکن چشمه می‌گیریم. میدانهای E و B بر امتداد انتشار عمودند، دامنه میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را در چارچوبی که در آن چشمه با سرعت v' از ناظر دور می‌شود با E' و B' نشان می‌دهیم. در حقیقت، برای موج تختی که به‌طور خطی قطبی شده باشد، داریم $E = B$ و $E' = B'$. برطبق قوانین تبدیل رابطه دامنه‌های پریم‌دار و بدون پریم چنین است

شدت باریکه‌های فوتون، یعنی شار انرژی بر واحد زمان و بر واحد سطح برای باریکه فرودی، از رابطه $\Phi = \hbar\omega N$ و برای باریکه بازتابیده از رابطه $\Phi' = \hbar\omega' N'$ به دست می‌آید. نتیجه اینکه شدتها با رابطه (تقریبی) زیر به یکدیگر مربوط‌اند

$$\Phi' = \Phi \left(1 - \frac{2v}{c} \right) \quad (ب ۱۱)$$

تا اینجا به دو نتیجه جالب دست یافته‌ایم: بسامد فوتون پس از بازتابش مطابق رابطه (۱۰) تغییر می‌کند و شدت باریکه بازتابیده، Φ' ، با رابطه (ب ۱۱) به شدت باریکه فرودی، Φ ، مربوط می‌شود. آیا می‌توان همین نتایج را از نظریه الکترومغناطیس کلاسیک نیز به دست آورد؟

$$E' = E \sqrt{\frac{c-v'}{c+v'}} \quad (الف ۱۳)$$

در این مورد، شدت (یعنی شار انرژی) با مجذور دامنه متناسب است، در نتیجه داریم

$$\Phi' = \Phi \left(\frac{c-v'}{c+v'} \right) \quad (ب ۱۳)$$

که در آن Φ شدت در چارچوب ساکن چشمه و Φ' شدت در چارچوبی است که در آن چشمه با سرعت v' از ناظر دور می‌شود. اکنون اگر بنویسیم $v' = 2v$ و طرف راست (ب ۱۳) را برحسب توانهای v/c بسط بدهیم و فرض کنیم که این مقدار کوچک است، رابطه (ب ۱۱) با تقریب خطی به دست می‌آید.

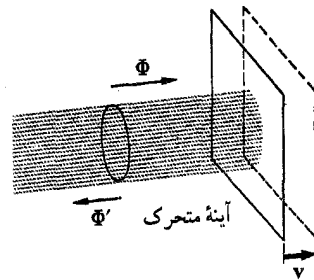
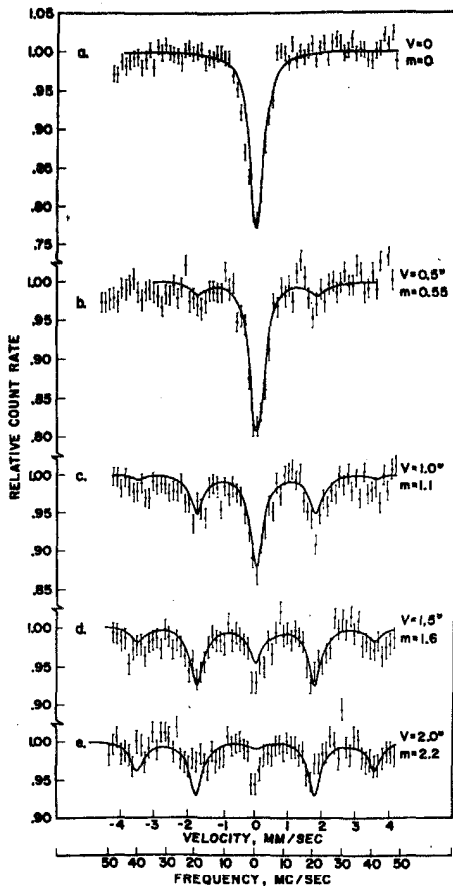
۱۲. براساس نظریه موجی، استدلال ما به این قرار است: به نظر ناظر ساکن در آزمایشگاه، چنین می‌آید که نور بازتابیده از "چشمه‌ای در پشت آینه" می‌آید، یعنی از تصویر چشمه نور در آینه. این تصویر با سرعت v نسبت به آینه و خود آینه نیز با سرعت v نسبت به ناظر ساکن حرکت می‌کند. چون v کوچک است، می‌توان قانون غیرنسبیتی جمع سرعتها را به‌کار برد و نتیجه گرفت که تصویر چشمه ظاهراً با سرعت $2v$ از ناظر دور می‌شود. پس بسامد باید جابه‌جایی دوپلری پیدا کند. در نتیجه بسامد بازتابشی ω' ، (با تقریب غیرنسبیتی) از رابطه $\omega' = \omega(1 - 2v/c)$ پیروی می‌کند که با (۱۰) سازگاری دارد.

می‌بینیم که با تصویر ذره‌ای به‌همان نتایجی می‌رسیم که از تصویر موجی یعنی از نظریه الکترومغناطیس کلاسیک حاصل می‌شود.

۱۳. اینک شدت را بررسی کنیم. در جلد دوم این دوره^۱ از قوانین تبدیل برای میدانهای الکترومغناطیسی تحت تبدیلات لورنتس، بحث

۱۴. بالاخره، می‌توانیم شار انرژی خالصی را که از "صفحه مشاهده" به سمت آینه می‌گذرد بررسی کنیم: از آنجا که شدت نور بازتابیده کمتر

۱. دوره فیزیک پرکلی، جلد ۲، الکتریسیته و مغناطیس، فصل ۶، بخش ۷.



شکل ۱۴ الف شدت، یا شار انرژی بر واحد مساحت بر واحد زمان، نور بازتابیده از آینه‌ای که از چشمه و ناظر دور می‌شود کمتر از شدت تابش فرودی است. فشار تابش روی آینه کار انجام دهد و حجم حاوی انرژی تابشی افزایش می‌یابد. هم مدل ذره‌ای و هم مدل موجی، به درستی، موازنه انرژی را توجیه می‌کنند.

از شدت تابش فرودی است، شار خالص صفر نخواهد بود. پس این انرژی کجا می‌رود؟ چون آینه حرکت می‌کند، فشار تابش روی آینه کار انجام می‌دهد: نصف شار خالص صرف این کار و نصف دیگر صرف ساختن میدان الکترومغناطیسی در فضای بین آینه و صفحه مشاهده می‌شود: از آنجا که حجم این فضا به طور یکنواخت افزایش می‌یابد ولی چگالی انرژی ثابت می‌ماند، باید به میزان ثابتی انرژی به این فضا برسد. در مدل فوتونی می‌گوییم که تعداد فوتونهایی که از فضای بین آینه و صفحه مشاهده می‌گذرند به طور یکنواخت افزایش می‌یابد، زیرا فاصله این دو زیاد می‌شود. بهتر است این محاسبات ساده را به طور کامل انجام بدهید تا قانع شوید که شار انرژی در حال موازنه است.

۱۵. حالا مثالی را مطالعه می‌کنیم که نیاز به دقت بیشتری دارد. یک باریکه نور فوق‌العاده تکفام با بسامد ω (که می‌توان با به کار بردن لیزر به عنوان چشمه نور آن را به دست آورد) به طور عمود بر آینه‌ای می‌تابد و آینه با بسامد ω_m در راستای باریکه ارتعاش می‌کند. می‌خواهیم بسامد نور بازتابیده را پیدا کنیم.

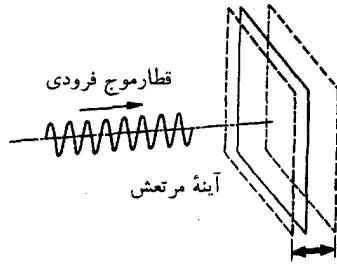
بر اساس یک مدل ساده ذره‌ای می‌توان چنین استدلال کرد: اگر در لحظه‌ای که آینه با سرعت v از چشمه دور می‌شود، فوتون به آن برخورد کند، آنگاه مطابق بحث قبلی، بسامد فوتون بازتابیده $\omega = \omega_0 (1 - 2v/c)$ خواهد بود. فوتونها به طور کثرتی به آینه می‌رسند، بنابراین در نور بازتابیده با پیوستاری از بسامد مواجه می‌شویم که از $\omega_0 (1 - 2v/c)$ تا $\omega_0 (1 + 2v/c)$ گسترده است: توزیع طیف نوری که در آغاز تقریباً تکفام بود، پهن خواهد شد. در فرمول بالا v بیشینه سرعت آینه است.

۱۶. بر اساس تصویر موجی کلاسیک به نتیجه متفاوتی می‌رسیم. نور

شکل ۱۶ الف نمودارهای طیف بسامد پرتوهای گامای گسیل شده از یک چشمه مرتعش هسته‌های برانگیخته ^{57}Fe را نشان می‌دهند. منحنیهای مختلف متناظر با دامنه‌های مختلف نوسان در بسامد ارتعاشی 20 Mc/sec هستند. فرورفتگیها خطوط طیفی گسیل شده را نشان می‌دهند. همان‌طور که دیده می‌شود، خطهای طیفی در بسامد مرکزی و در فواصل $\pm 20 \text{ Mc/sec}$ و $\pm 40 \text{ Mc/sec}$ از خط مرکزی قرار دارند.

منحنیها، در واقع آهنگ تراگسیل پرتوهای گاما از طریق یک جذب‌کننده با سرعت یکنواخت، حاوی هسته‌های در حالت پایه ^{57}Fe را بر حسب سرعت جذب‌کننده نشان می‌دهند. وقتی چشمه ساکن است، جذب شدید در سرعت صفر واقع است و وقتی چشمه نوسان می‌کند، جذب شدید در آن سرعتی واقع است که در آنها خطوط گسیلی انتقال یافته دوبری برخط شدید در ^{57}Fe منطبق‌اند.

بازتابیده حاصل دو فرایند تناوبی است، پس انتظار داریم بسامدهایی که در باریکه بازتابیده مشاهده می‌شوند بسامدهای ترکیبی متشکل از دو بسامد ω_0 و ω_m باشند. بررسی دقیق این مسئله بر پایه نظریه الکترومغناطیس کلاسیک، نشان می‌دهد که بسامدهای مورد انتظار در نور بازتابیده یک سری گسسته به صورت $\omega = \omega_0 + n\omega_m$ تشکیل می‌دهند؛ در این رابطه n یک عدد صحیح (مثبت، منفی



شکل ۱۷ الف توصیف برهم‌کنش فوتون با یک آینه مرتعش، به‌گونه‌ای که فوتون در یک لحظه مشخص با آینه برخورد کند غلط است: فوتون یک ذره نقطه‌گونه نیست. در این مورد مدل موجی مناسب‌تر است. طول قطار موج، و بنابراین دوام فرایند برخورد، به‌صورت معکوس با دقتی که با آن بسامد فوتون تعریف می‌شود متناسب است. یک فوتون مطلقاً تک‌فام بینهایت طولانی است. اگر بسامد ارتعاش آینه ω_m و بسامد نور فرودی ω_0 باشد، آنگاه بسامدهای یافت شده در نور بازتابیده به‌صورت $\omega_0 + n\omega_m$ هستند که در آن n هر عدد درستی است.

پس طول L قطار موج (در فضا) برابر است با

$$L = c\tau \cong \frac{c}{\Delta\omega_0} \quad (۱۷\text{ب})$$

و می‌بینیم که اگر بسامد خیلی دقیق تعیین شده باشد، مسلماً درست نخواهد بود که فوتون را به‌صورت یک ذره نقطه‌ای در نظر بگیریم. این موضوع را به‌صورت دیگر نیز می‌توان بیان کرد: فرض کنید $\omega_m \gg \Delta\omega_0$. در این صورت زمانی که فوتون روی آینه نوسان‌کننده "صرف می‌کند" از دوره نوسانات آینه بزرگ‌تر خواهد بود و روشن است که نمی‌توان تصور کرد فوتون در لحظه‌ای بازتابیده شود که سرعت آینه دقیقاً v است. بازتابش در یک فاصله زمانی صورت می‌گیرد که طی آن آینه می‌تواند چندین نوسان کامل انجام بدهد.

اثر کامپتون، برمشترالونگ؛ آفرینش و نابودی

زوجها

۱۸. اکنون به آزمایشی می‌پردازیم که در آن می‌توانیم انرژی و تکانه فوتون را مطالعه کنیم، یعنی آزمایش کامپتون که در آن برخورد یک فوتون با یک الکترون مورد مشاهده قرار می‌گیرد. شکل ۱۸ الف طرحی از این برخورد را نشان می‌دهد.

فوتونی با بسامد ω به الکترونی به جرم m که ابتدا در حال سکون است برخورد می‌کند. پس از برخورد فوتونی با بسامد ω' تحت زاویه θ نسبت به امتداد فرودی، پراکنده می‌شود. الکترون بر اثر این برخورد

یا صفر) است. شدتهای مربوط به این بسامدها برای یک مورد واقعی که سرعت آینه در مقایسه با c کوچک است، به‌ازای مقادیر کوچک n بزرگ‌ترین مقادیر را خواهند داشت.

مؤلف امیدوار است که نتیجه بالا برای خواننده قابل قبول و موجه باشد. ما در اینجا حالت کلی را مطالعه نمی‌کنیم، ولی می‌توانیم با بررسی یک مورد خاص، براعتبار این حکم بیفزاییم. فرض کنید ω مضرب صحیحی از ω_m باشد. در این صورت فرایند کامل باعث می‌شود که باریکه بازتابیده کاملاً تناوبی و با دوره $2\pi/\omega_m$ باشد. بعد از زمان $2\pi/\omega_m$ همه چیز از نو تکرار می‌شود. این امر دلالت دارد بر اینکه میدان الکتریکی مشاهده شده در باریکه بازتابیده هم باید تابعی تناوبی از زمان و با دوره $2\pi/\omega_m$ باشد. بنابراین بسامدهای مشاهده شده در نور بازتابیده باید مضربهای درستی از ω_m باشند که این گفته با رابطه بسامدها به‌صورت $\omega = \omega_0 + n\omega_m$ سازگار است. مسلماً قابل توجه است که شدت مربوط به بسامدهای نزدیک به ω_0 بیشتر باشد. (برای درک مطلب، در نظر بگیرید که در حد، وقتی دامنه به سمت صفر میل می‌کند. چه اتفاقی می‌افتد.) به هر حال نمی‌توان انتظار داشت که مطابق پیشگویی حاصل از تصویر ساده ذره‌ای، پیوستاری از بسامد مشاهده شود.

بسامدهایی که نظریه موجی کلاسیک پیشگویی می‌کند، با آنچه در عمل مشاهده می‌شود مطابقت دارند. آزمایشهایی از این نوع با چشمه‌ای که خود نوسان می‌کند انجام گرفته است. در یکی از این آزمایشها که توسط روبی و بولف انجام شد. "چشمه نور" عبارت بود از هسته ^{57}Fe — یک گسیل‌کننده گاما — که بر سطح یک بلور کوارتز در حال نوسان قرار گرفته بود. همان‌طور که در شکل ۱۶ الف نشان داده شده است، در این آزمایش بسیاری از بسامدهای پیشگویی شده، مشاهده شدند.

۱۷. اگر توجه داشته باشیم که نظریه ذره‌ای در این مورد بیش از حد ساده و نیخته است، می‌توانیم تناقض آشکار آن با نظریه موجی را تا اندازه‌ای تعدیل کنیم. فرض کردیم که بازتابش فوتون ناگهانی صورت می‌گیرد، به‌طوری که گویی فوتون یک ذره نقطه‌ای است، یعنی هیچ بعدی ندارد. ولی این فرض موجه نیست: قطار موج دارای طول متناهی‌ای است که با دقت تعیین بسامد، نسبت عکس دارد. به‌سادگی می‌توان طول قطار موج را براساس بحث بخش ۲۳ فصل ۳ در مورد رابطه بین عدم قطعیت در بسامد، $\Delta\omega_0$ ، و مدت زمان فرایند گسیل، τ ، برآورد کرد. به‌دست آوردیم که

$$\tau \cong \frac{1}{\Delta\omega_0} \quad (۱۷\text{الف})$$

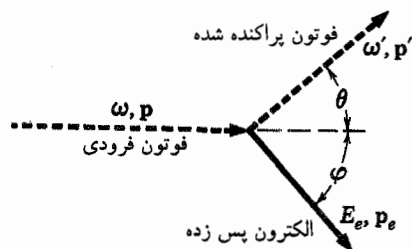
کنیم، می‌توانیم (۱۸ه) را به صورت دیگری هم بنویسیم

$$\lambda' = \lambda + 2\pi(\hbar/mc)(1 - \cos\theta) \quad (الف ۱۹)$$

کمیت $2\pi(\hbar/mc) = h/mc$ را طول موج کامپتون ذره می‌نامند؛ در این مورد طول موج کامپتون الکترون برابر است با $h/mc = 2.43 \times 10^{-10} \text{ cm} = 2.43 \times 10^{-2} \text{ \AA}$

طول موج تابش پراکنده شده از طول موج تابش فرودی بلندتر است، یا به بیان دیگر، بسامد تابش پراکنده شده از بسامد تابش فرودی کمتر است: باید هم چنین باشد زیرا مقداری از انرژی به الکترون منتقل شده است. با بررسی (۱۸ه) درمی‌یابیم که اگر کمیت بسامد بسیار کم خواهد بود: بنابراین پیش از اینکه بتوانیم اثر محسوسی ببینیم، باید به انرژیهای پرتو x سخت برویم. می‌توان همین نتیجه را از بررسی (الف ۱۹) نیز به دست آورد: تا هنگامی که طول موج کامپتون در مقایسه با طول موج فرودی کوچک باشد، تغییر نسبی در طول موج کوچک خواهد بود.

۲۰. پدیده پراکندگی که به آن اشاره کردیم در ۱۹۲۲ توسط کامپتون به طور تجربی مشاهده شد.^۱ به نظر می‌رسد که او از طریق مشاهدات قبلی که توسط بارکلا به عمل آمده بود، به این آزمایش رسیده باشد. مشاهدات بارکلا از این قرار بودند که وقتی پرتوهای x سخت به وسیله یک ماده جامد با زاویه بزرگی پراکنده می‌شوند، به نظر می‌رسد پرتوهای پراکنده شده از دو مؤلفه تشکیل شده‌اند. خواص یکی از مؤلفه‌ها با خواص تابش فرودی یکسان است ولی مؤلفه دیگر به کلی فرق می‌کند و این فرق از آنجا معلوم شد که میزان جذب این تابش در محیطهای واسط متفاوت بود. براساس تصویر موجی می‌توان وجود مؤلفه اول را به راحتی درک کرد. امواج الکترومغناطیسی فرودی، یعنی پرتوهای فرودی x، الکترونهاى متصل به اتم را با همان بسامد موج (ω) به نوسان در می‌آورند، آنگاه این الکترونهاى نوسان‌کننده تابش الکترومغناطیسی با بسامد ω و در تمام جهات گسیل می‌کنند. در این فرایند، حالت اتم تنها به طور موقت آشفته می‌شود و هیچ الکترونی رها نمی‌شود. می‌توان انتظار داشت که این نوع پراکندگی در مورد الکترونهاى صورت بگیرد که محکم به اتم مقیدند.



شکل ۱۸ الف طرحی از پراکندگی کامپتون، که در آن یک فوتون با یک الکترون در حال سکون برخورد می‌کند. قوانین پایستگی انرژی و تکانه، مستلزم بسامد یگانه ω' (و تکانه p') فوتون پراکنده به صورت تابعی از زاویه پراکندگی θ است.

پس زده می‌شود و با انرژی E_e ، تحت زاویه φ نسبت به امتداد فرودی پراکنده می‌شود.

انرژی و تکانه تنها در صورتی ثابت می‌مانند که تمام فرایند در یک صفحه رخ دهد و در این صفحه (مثلاً صفحه شکل) قوانین پایستگی را می‌توان به این صورت نوشت

$$\hbar\omega + mc^2 - \hbar\omega' = E_e \quad (\text{انرژی}) \quad (الف ۱۸)$$

$$\mathbf{p} - \mathbf{p}' = \mathbf{p}_e \quad (\text{تکانه}) \quad (ب ۱۸)$$

حال اگر معادله اول را بر c تقسیم و آن را مجذور کنیم و سپس مجذور معادله دوم را از آن تفریق کنیم، خواهیم داشت

$$\frac{1}{c^2}(\hbar\omega + mc^2 - \hbar\omega')^2 - (\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2 = \frac{E_e^2}{c^2} - p_e^2 = m^2 c^2 \quad (ج ۱۸)$$

با توجه به روابط

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}' = pp' \cos\theta \quad \text{و} \quad p' = \frac{\hbar\omega'}{c}, \quad p = \frac{\hbar\omega}{c} \quad (د ۱۸)$$

می‌توانیم (ج ۱۸) را برای ω' حل کنیم و به دست می‌آوریم

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + (\hbar\omega/mc^2)(1 - \cos\theta)} \quad (ه ۱۸)$$

۱۹. اگر طول موجهای $\lambda' = 2\pi c/\omega'$ و $\lambda = 2\pi c/\omega$ را وارد

1. A. H. Compton, "The Spectrum of Scattered x-rays," *Physical Review* 22, 409 (1923).

برای مطالعه تحلیل نظری کامپتون رک

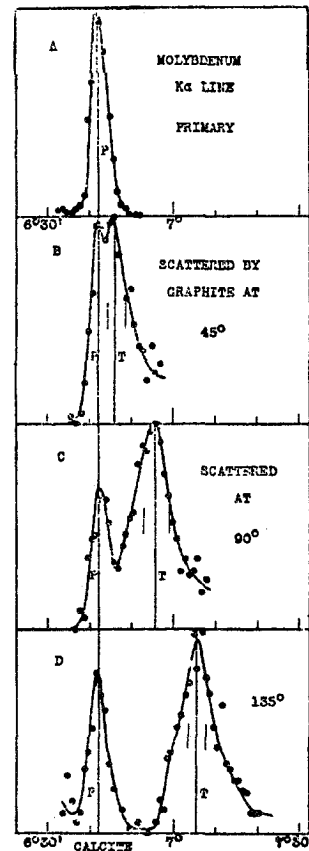
A Quantum Theory of the Scattering of x-rays by Light Elements," *The Physical Review* 21, 483(1923).

اتم مقید نیستند، انجام بگیرد، که در این صورت تحلیل بخش ۱۸ در مورد آن به کار می‌آید. در حقیقت کامپتون دریافت که طول موج تابش پراکنده شده شامل جزء دومی است با طول موج λ' که مطابق فرمول (۱۹الف) به زاویه پراکندگی بستگی دارد. (شکل ۲۰الف را ببینید). در آزمایشهای بعدی کامپتون و دیگران، الکترونها پس زده نیز آشکار شدند و معلوم شد که این الکترونها و فوتونهای پراکنده شده با یکدیگر همراه‌اند، و در این فرایند تکانه و انرژی پایسته‌اند.

۲۱. اکنون اهمیت مشاهدات مربوط به اثر کامپتون را ارزیابی می‌کنیم. پیش از هر چیز اشاره می‌کنیم که می‌توان انتظار داشت یک بسته کلاسیک تابش الکترومغناطیسی نیز از یک الکترون پراکنده شود. پس برای تبیین پدیده پراکندگی، احتیاجی به مکانیک کوانتومی نیست. ولی رابطه خاص (۱۸ه) بین بسامد تابش پراکنده شده و زاویه پراکندگی، به ثابت پلانک بستگی دارد، و از یک لحاظ تأیید محکمی است بر تصویر فوتونی. باید توجه کنیم که فرمول (۱۸ه) را با این فرض به دست آوردیم که یک فوتون کامل پراکنده می‌شود، نه یک سوم یا یک پنجم آن: اگر فقط یک پنجم یک فوتون پراکنده می‌شد، قوانین پایستگی به نتایج کاملاً متفاوتی می‌انجامید. بنابراین، اهمیت اثر کامپتون در این است که نتایج مشاهده‌ای آن، عام بودن رابطه $E = \hbar\omega$ را بیشتر تأیید می‌کنند. در آزمایش کامپتون، فوتونها نمی‌توانند "تقسیم" شوند: فوتونی با بسامد ω همیشه حامل انرژی $\hbar\omega$ و تکانه $\hbar\omega/c$ خواهد بود. در آزمایشهای اپتیکی با سلول فوتوالکتریک (در ناحیه مرئی یا فرابنفش) رابطه $E = \hbar\omega$ را تنها در گستره کوتاهی از بسامدها می‌توان امتحان کرد. مطالعه اثر کامپتون این گستره را تا ناحیه پرتوهای x سخت وسعت می‌بخشد. بدیهی است اگر به نسبت خاص اعتقاد راسخ داشته باشیم، که داریم، نتیجه می‌گیریم که رابطه مذکور، همچنانکه در آغاز این فصل هم استدلال کردیم، کاملاً عام است. با این همه، هر آزمایشی که مستقیماً این رابطه را در ناحیه جدیدی از بسامدها بیازماید ارزشمند خواهد بود؛ ما انسجام و سازگاری نظراتمان را می‌آزماییم، و از جمله نسبت خاص را می‌سنجیم.

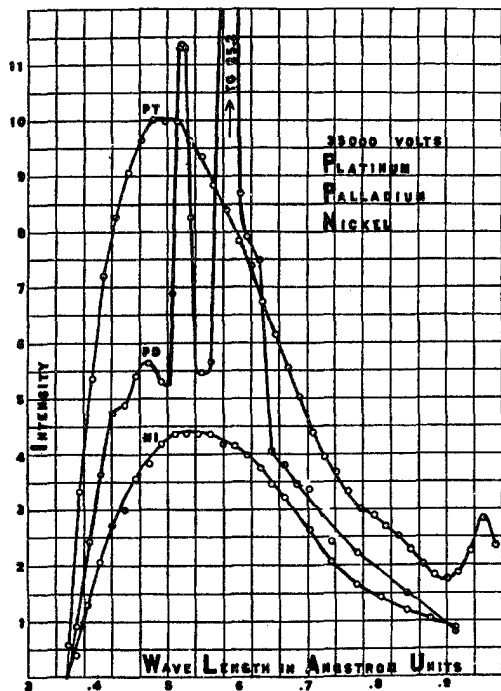
امروزه دلایل محکمی در تأیید عام بودن رابطه $E = \hbar\omega$ در دست است. می‌توان گفت که این رابطه یکی از اجزای ضروری و تفکیک‌ناپذیر فیزیک عصر ماست. برای مطالعه بیشتر در مضامین این رابطه، دو پدیده دیگر را بررسی می‌کنیم: گسیل پرتوهای x در لوله پرتو x، و نابودی زوج الکترون-پوزیترون.

۲۲. در یک لوله پرتو x، که در شکل ۲۲الف طرحی از آن را می‌بینید، الکترونهايي که از کاتد ملتهب (که به وسیله یک رشته گرم شده است)



شکل ۲۰الف این نمودار که از مقاله کامپتون گرفته شده است، طیف تابش پراکنده را در سه زاویه پراکندگی مختلف نشان می‌دهد. بالاترین نمودار خط تابش فرودی، به طول موج 0.71Å ، است. محور طولها متناسب با طول موج و محور عرضها معیاری از شدت است. قله‌های سمت چپ، در سه نمودار پایین، آن قسمت از تابش پراکنده را نشان می‌دهند که طول موج آن با طول موج تابش فرودی یکسان است. قله‌های سمت راست تابش پراکنده کامپتون در بسامد انتقال یافته را نشان می‌دهند. انتقال در بسامد، برطبق فرمول کامپتون، با زاویه پراکندگی افزایش می‌یابد.

ولی اتصال بعضی الکترونهاي یک اتم بسیار سست و انرژی بستگی آنها از مرتبه 10^1 تا 10^4 الکترون ولت است. این الکترونها می‌توانند در فرایند پراکندگی، از اتم کنده شوند. در آزمایش کامپتون، با لوله پرتو x که هدف آن مولیبدن بود و با ولتاژی در حدود 50000 ولت کار می‌کرد، پرتوهای x تحت زوایای گوناگونی از گرافیت پراکنده شدند. طول موج تابش فرودی — که اصطلاحاً تابش Mo Kی خوانده می‌شود — 0.7Å بود که متناظر با انرژی در حدود 20000 eV است. این مقدار در مقایسه با انرژی بستگی خارجی‌ترین الکترونهاي اتم کربن بسیار زیاد است: در واقع، در مقایسه با انرژی بستگی همه الکترونها نیز زیاد است. در این شرایط می‌توان انتظار داشت که فرایند پراکندگی به نحوی کاملاً مشابه با وضعیتی که در آن الکترونها اصلاً به



شکل ۲۳ الف شدت پرتوهای x گسیل شده برای سه ماده مختلف اما با ولتاژ شتاب دهنده یکسان ($V_0 = 35000 \text{ V}$) را برحسب طول موج نشان می‌دهد. تیزها متناظر با تابش مشخصه ماده هدف هستند. زمینه پیوسته ناشی از تابش ترمزی است.

به نورگسیل شده از اتمهایی هستند که دچار برخورد شده‌اند: این تابش تابش مشخصه ماده نامیده می‌شود و گسیل آن توسط اتمی صورت می‌گیرد که بر اثر برخورد با یکی از الکترونها فروری پراثری به حالت برانگیخته در آمده است. از طرف دیگر، زمینه پیوسته ناشی از گسیل توسط الکترونی است که در هدف شتاب منفی یافته است. این پدیده به نام آلمانی برمشتراونگ معروف است. این واژه اغلب به همین صورت به کار می‌رود و ترجمه تحت‌اللفظی آن "تابش ترمزی" است.

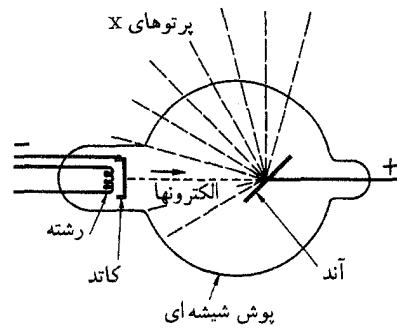
1. W. C. Röntgen, "Über eine neue Art von Strahlen," *Sitzungsberichte Med. Phys. Ges. Wurzburg*, 1895, p. 137; 1896, p. 11. این مقاله ترجمه شده‌اند:

W. C. Röntgen, "On a New Kind of Rays," *Science* 3, 227 (1896); 'A New Form of Radiation,' *Science* 3, 726 (1896).

2. C. G. Barkla, "Polarized Röntgen Radiation," *Phil. Trans. Roy. Soc.* 204, 467 (1905). C. G. Barkla, "Polarization in Secondary Röntgen Radiation," *Proc. Roy. Soc. (London)* 77, 247 (1906).

(مقاله اخیر گزارشی بود درباره آزمایشهای پراکندگی مضاعف.)

W. Friedrich, P. Knipping and M. von Laue, *Annalen der Physik* 41, 971 (1913).



شکل ۲۲ الف نمودار طرح وار لامپ پرتو x. الکترونها گسیل شده از کاتد ملتعب به سمت آند شتاب می‌گیرند. وقتی الکترونها با آند برخورد می‌کنند پرتوهای x گسیل می‌شوند. بخشی از این تابش، تابش مشخصه ماده آند، و بخشی تابش ترمزی است.

گسیل می‌شوند، در پتانسیل V_0 بین رشته و آند، شتاب می‌گیرند. وقتی الکترونها به آند — یا هدف — برخورد می‌کنند، متوقف می‌شوند، و براساس نظریه الکترومغناطیس کلاسیک انتظار داریم که این شتاب منفی با گسیل تابش الکترومغناطیسی همراه باشد. وجود این تابش نخستین بار در سال ۱۸۹۵ توسط رونتگن آشکار شد.^۱ پرتوهایی که بدینسان گسیل می‌شوند به پرتوهای x یا پرتوهای رونتگن معروف‌اند.

در ابتدا، ماهیت واقعی این پرتوها مورد اختلاف نظر بود. ولی در آغاز این قرن، بیش از پیش روشن شد که پرتوهای x در حقیقت تابش الکترومغناطیسی‌اند. در ۱۹۰۴ بارکلا از طریق آزمایش هوشمندانه‌ای (پراکندگی مضاعف)، توانست نشان بدهد که پرتوها به‌طور عرضی قطبیده‌اند. قطعی‌ترین مدرک تجربی در سال ۱۹۱۲ به دست آمد، هنگامی که فردریش و نیپینگ، در پی پیشنهاد ون‌لا، توانستند نشان بدهند که پرتوهای x در بلورها پراشیده می‌شوند. به این نکته قبلاً در فصل ۱ اشاره کرده‌ایم.^۲

۲۳. پس از پیدایش و تحول تکنیکهایی که مطالعه پرتوهای x را از طریق طیف‌نمایی ممکن می‌ساختند، شدت پرتوهای گسیل شده به صورت تابعی از طول موج و در شرایط تجربی گوناگون، اندازه‌گیری شد. در شکل ۲۳ الف، منحنی نوعی شدت برحسب طول موج برای سه ماده مختلف ولی با ولتاژ یکسان V_0 نشان داده شده است. می‌بینیم که بر یک زمینه پیوسته چند "تیزه" (یا شدت بیشینه) درآمده‌اند. معلوم شده است که محل این تیزه‌ها یکی از خصوصیات ماده هدف است. از طرف دیگر، به ازای یک پتانسیل شتاب دهنده V_0 ، زمینه پیوسته برای تمام مواد هم‌شکل است. بررسی تمام تجربیات به این نتیجه منتهی شده است که در گسیل پرتوهای x، دو سازوکار متفاوت دخالت دارند. تیزه‌ها شبیه

باشند: اگر مسئله را در سیستم مرکز جرم بررسی کنیم، این مطلب کاملاً واضح خواهد بود: بار دیگر معادلات را برای حالتی که در آن سرعت‌های نهایی الکترون و هسته برابرند، می‌نویسیم

$$\mathbf{p}_i - \mathbf{p} = \frac{(M+m)\mathbf{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (ج۲۴)$$

$$E_i + Mc^2 - cp = \frac{(M+m)c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (د۲۴)$$

معادله اول را در c ضرب می‌کنیم و سپس مجذور آن را از مجذور معادله دوم کم می‌کنیم، به دست می‌آید

$$\hbar\omega = pc = \frac{E_i - mc^2}{1 + (E_i - p_i c \cos \theta)/(Mc^2)} \quad (ه۲۴)$$

که در آن θ زاویه بین فوتون گسیل شده و الکترون فرودی است. این فرمول، بیشینه انرژی فوتون را در زاویه θ به دست می‌دهد، و می‌بینیم که این مقدار تقریباً برابر است با $(E_i - mc^2)$ ، یعنی انرژی جنبشی الکترون فرودی، که این هم به نوبه خود مساوی با eV_0 است. دومین جمله در مخرج کسر سمت راست (ه۲۴) برای لوله‌های پرتو x بسیار کوچک است، زیرا برای هسته‌ای با عدد جرمی A ، ثابت $A \text{ MeV} \sim 940 \sim Mc^2$ در مقایسه با E_i که می‌تواند در گستره ۱ تا 10^5 keV باشد، بسیار بزرگ است.

۲۵. در حد، وقتی هسته بینهایت سنگین فرض شود، برای طول موج کمینه، $\lambda_{\text{کینه}}$ ، رابطه زیر را به دست می‌آوریم

$$\lambda_{\text{کینه}} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{ch}{eV_0} \quad (الف۲۵)$$

می‌توانستیم به این نتیجه مستقیماً هم برسیم: انرژی فوتون گسیل شده نمی‌تواند از انرژی جنبشی الکترون فرودی بیشتر باشد، و برای یک هسته بینهایت سنگین، انرژی بیشینه وقتی حاصل می‌شود که الکترون پس از برخورد کاملاً ساکن شود.

طول موج کمینه $\lambda_{\text{کینه}}$ ، به حد کوانتومی معروف است. وجود این حد، جلوه‌ای است از پدیده‌های کوانتومی: نظریه کلاسیک پیشگویی می‌کند که طول موجهای هر قدر کوتاه هم می‌توانند گسیل شوند.

اندازه‌گیرهای بسیار دقیقی از حد کوانتومی، به صورت تابعی از V_0 ، انجام شده و از روی همین اندازه‌گیرها، مقادیر دقیقی برای ثابت e/ch (و e/h) به دست آمده است.

I. J. A. Bearden, F. T. Johnson and H. M. Watts, "A New Evaluation of h/e by x-rays," *The Physical Review* **81**, 70 (1951).

علاوه بر این، به طور تجربی معلوم شده است که به ازای یک پتانسیل شتاب‌دهنده معین V_0 ، تابشی نیست که طول موج آن از یک طول موج کمینه خاص ($\lambda_{\text{کینه}}$) کمتر باشد. کمینه $\lambda_{\text{کینه}}$ به پتانسیل V_0 بستگی دارد ولی از جنس ماده هدف مستقل است: این نکته در شکل ۲۳ الف به روشنی دیده می‌شود.

۲۴. اکنون ببینیم چگونه می‌توان این مطلب را به صورت نظری درک کرد.

پیش از هر چیز اشاره می‌کنیم که به موجب نظریه الکترومغناطیس کلاسیک، الکترونی که حرکت یکنواخت داشته باشد نمی‌تواند تابش گسیل کند. همین نتیجه را می‌توان از نظریه فوتونی نیز به دست آورد. چارچوب مرجع ساکن الکترون را قبل از هرگونه گسیل ممکن در نظر بگیریم: در این چارچوب انرژی کل mc^2 است. اگر یک یا چند فوتون گسیل شوند، این فوتونها حامل انرژی خواهند بود و انرژی نهایی کل بعد از گسیل بیشتر از mc^2 می‌شود که این پایستگی انرژی را نقض می‌کند. بنابراین گسیل صورت نمی‌گیرد.

اما زمانی که الکترون از میدان الکتریکی قوی یک هسته در داخل هدف می‌گذرد، وضع فرق می‌کند. در اینجا الکترون این امکان را دارد که مقداری انرژی و تکانه به هسته منتقل کند، و می‌توان معادلات پایستگی انرژی و تکانه را موازنه کرد. ببینیم این عمل چگونه صورت می‌گیرد. در آغاز، هسته با جرم M در حال سکون است (در چارچوب آزمایشگاه) و الکترون با جرم m و تکانه اولیه \mathbf{p}_i با آن برخورد می‌کند. پس از برخورد تکانه الکترون \mathbf{p}_f و تکانه هسته \mathbf{p}_n خواهد شد. به علاوه، یک فوتون با تکانه \mathbf{p} و بسامد $\omega = pc/\hbar$ نیز ظاهر می‌شود. معادلات پایستگی به این صورت در می‌آیند

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f + \mathbf{p}_n + \mathbf{p} \quad (\text{تکانه}) \quad (الف۲۴)$$

$$E_i + Mc^2 = E_f + E_n + \hbar\omega \quad (\text{انرژی}) \quad (ب۲۴)$$

که در آن E_i و E_f به ترتیب انرژی اولیه و نهایی الکترون، و E_n انرژی نهایی هسته است.

از این معادلات در مجموع چهار معادله پایستگی به دست می‌آید. ولی تعداد متغیرهایی که وضعیت نهایی را مشخص می‌کنند، نه تاسست، یعنی نه مؤلفه سه بردار \mathbf{p}_f ، \mathbf{p}_n و \mathbf{p} . بررسی مشروح گستره مجاز این بردارها قدری پیچیده است و ما به آن نخواهیم پرداخت. می‌توان نشان داد که، برای هر امتداد معین، انرژی فوتون گسیل شده می‌تواند در گستره صفر تا یک بیشینه باشد. این بیشینه عملاً مربوط به موردی است که الکترون و هسته بعد از برخورد، سرعت یکسانی، مانند v ، داشته

پوزیترونها قبل از کُند شدن، در برخورد مستقیم با یک الکترون نابود شوند. پوزیترونهایی که کُند شده‌اند در ماده پخش می‌شوند و سرانجام توسط الکترونهای اتمها گیر می‌افتند. در اوضاع و احوال مناسب ممکن است پوزیترون با یک تک الکترون عملاً یک "اتم" هیدروژن-مانند تشکیل بدهد که پوزیترونیم خوانده می‌شود. پوزیترونهای کُند شده با الکترونها برهم‌کنش می‌کنند و بالاخره فرایند نابودی صورت می‌گیرد. تا آنجا که ما می‌دانیم جرم پوزیترون برابر با جرم الکترون است.

۲۷. حالا فرایند نابودی را مطالعه کنیم. این واکنش را با فرمول زیر نمایش می‌دهیم

$$e^+ + e^- = n\gamma$$

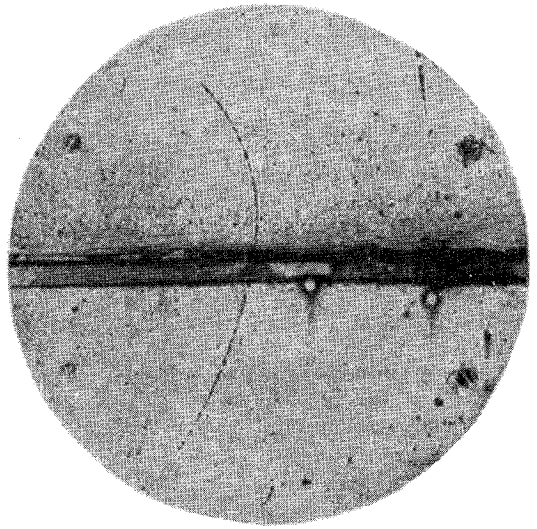
که در آن نماد γ یک فوتون (کوانتوم گاما) را نشان می‌دهد. فرض کنید در لحظه‌ای که واکنش صورت می‌گیرد الکترون و پوزیترون (در چارچوب آزمایشگاه) عملاً ساکن‌اند، و همچنین فرض کنید واکنش در فضای تهی و دور از هر ذره دیگری انجام می‌شود.

پیش از هر چیز اشاره می‌کنیم که باید دست‌کم دو پروتوگاما به وجود بیاید: $m \geq 2$ چون در غیر این صورت نمی‌توانیم پایستگی انرژی و تکانه را اعمال کنیم. (اگر در آغاز الکترون و پوزیترون ساکن باشند، تکانه اولیه برابر با صفر است: اگر فقط یک فوتون گسیل شود، تکانه نهایی صفر نخواهد بود.) پس فرض می‌کنیم که دو فوتون گسیل می‌شود. از آنجا که تکانه اولیه صفر است، باید تکانه نهایی (کل) نیز صفر باشد، در نتیجه تکانه‌های دو فوتون مساوی و در دو جهت مخالف‌اند، یعنی اینکه انرژیها و در نتیجه بسامدهای آنها نیز با یکدیگر برابرند. بسامد را با ω نشان می‌دهیم: در این صورت پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که

$$2\hbar\omega = 2mc^2 \quad \text{یا} \quad \lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{h}{mc} \quad (\text{الف } 27)$$

بنابراین، طول موج فوتونهای گسیل‌شده برابر است با طول موج کامپتون الکترون، $\lambda = 2.426 \text{ \AA}$. این طول موج متناظر است با جرم سکون الکترون، $mc^2 = 0.511 \text{ MeV}$. می‌توان پذیرفت برای پوزیترونهایی که کُند شده و در ماده گیر افتاده‌اند، پیشگوییهای فوق صادق‌اند: حضور ذرات دیگر در ماده، ممکن است اثر داشته باشد، ولی این اثر اندک است، چون انرژیهای بستگی اتمی در مقایسه با انرژی سکون الکترون بسیار کوچک‌اند.

۱. توجه کنید که کمیت $\hbar/mc = 0.002426 \text{ \AA}$ نیز اغلب طول موج کامپتون خوانده می‌شود.



شکل ۲۶ الف تصویر اتاقک ابری، که در آن کشف پوزیترون توسط آندرسون کشف شد. یک پوزیترون با انرژی 63 MeV از یک ورقه افقی سرب (به ضخامت 6 mm) می‌گذرد و با انرژی 23 MeV از آن خارج می‌شود. مسیرها، به دلیل این که اتاقک در یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه تصویر قرار دارد، خمیده هستند. کیفیت تصویر در نزدیکی کناره اتاقک ضعیف است، و بنابراین بخشهای خیلی ضعیف مسیرها در نزدیکی لبه اتاقک، که نشان می‌دهند پوزیترون از اتاقک عبور کرده است، به‌سختی دیده می‌شوند.

مسئله ۱۱ در انتهای این فصل، یک مسئله جالب درباره این تصویر است.

۲۶. دست آخر، نابودی یک زوج الکترون-پوزیترون را بررسی می‌کنیم. پوزیترونها نخستین بار در 1932 توسط آندرسون در پرتوهای کیهانی مشاهده شدند (شکل ۲۶ الف را ببینید). امروز معلوم شده است که پوزیترون در واپاشی بسیاری از ذرات ناپایدار—به عنوان مثال در واپاشی ایزوتوپ پرتوزای فسفر ^{30}P به وجود می‌آید. همچنین هنگامی که پرتوهای بسیار پرانرژی گاما از ماده‌ای عبور می‌کنند، پوزیترون مشاهده می‌شود، و همان‌طور که در فصل اول گفتیم تصویر ما از این پدیده آن است که یک پروتوگاما می‌تواند در میدان الکتریکی هسته، یک زوج الکترون-پوزیترون تولید کند. این فرایند، تولید زوج الکترومغناطیسی خوانده می‌شود.

وقتی پوزیترونی با یک الکترون برخورد، یا برهم‌کنش می‌کند، این زوج ذره ممکن است نابود شوند، به این معنی که ذرات ناپدید می‌شوند و انرژی آنها به‌طور کامل به تابش الکترومغناطیسی تبدیل می‌شود. پدیده نابودی هنگامی مشاهده می‌شود که پوزیترونها به توده‌ای از ماده برخورد کنند. به‌موجب تصویری که در حال حاضر داریم، پوزیترونی که وارد ماده می‌شود، در وهله اول قسمت عمده انرژی جنبشی خود را در برخورد با اتمهای ماده از دست می‌دهد. گرچه ممکن است بعضی

بنابراین می‌توانیم دنبال دو پرتو گاما بگردیم که در پدیده نابودی به وجود می‌آیند. آنها باید در دو جهت مخالف گسیل شوند و طول موجشان باید با طول موج کامپتون الکترون برابر باشد. به طور تجربی معلوم شده است این پیشگوییها با تمام جزئیاتشان صحیح‌اند: نابودی زوج و ایجاد دو پرتو گاما واقعاً اتفاق می‌افتد.^۱ همچنین معلوم شده است که نابودی به سه پرتو گاما نیز منجر می‌شود.

۲۸. یک نکته را باید توضیح بدهیم. ما استدلال کردیم که در فضای تهی، یک زوج الکترون-پوزیترون نمی‌توانند نابود شوند و تنها یک فوتون از آنها به وجود بیاید، چون در آن صورت انرژی و تکانه نمی‌توانند پایسته بمانند. نتیجه آنکه معکوس این فرایند، یعنی فرایندی که طی آن یک فوتون ناگهان به یک زوج الکترون-پوزیترون تبدیل شود نیز باید غیرممکن باشد. از طرف دیگر، گفتیم که زوجهای الکترون-پوزیترون هنگامی ایجاد می‌شوند که فوتونهای بسیار پرانرژی از توده ماده عبور کنند. این تناقض ظاهری به این صورت برطرف می‌شود که توجه کنیم این فرایند در میدان یک هسته می‌تواند اتفاق بیفتد و اتفاق هم می‌افتد. مقدار معینی انرژی و تکانه به هسته منتقل می‌شود؛ آنگاه موازنه معادلات پایستگی امکان‌پذیر خواهد بود.

معکوس فرایند نابودی، که از آن صحبت کردیم، فرایندی است که طی آن دو فوتون بتوانند بر اثر برخورد با یکدیگر یک زوج به وجود بیاورند. در عمل چنین فرایندی هرگز مشاهده نشده است، و دلیل آن این است که ما نمی‌توانیم باریکه‌هایی از فوتون با چنان شدت و انرژی ایجاد کنیم که این فرایند بتواند به میزان قابل مشاهده‌ای صورت بگیرد: اعتقاد راسخ داریم که اگر می‌توانستیم چنان باریکه‌هایی تولید کنیم، چنین پدیده‌ای را مشاهده می‌کردیم. معکوس فرایند آفرینش زوج در میدان هسته، فرایندی است که در آن یک زوج الکترون-پوزیترون در میدان هسته نابود می‌شوند و از آنها یک فوتون به وجود می‌آید. در این فرایند هسته، انرژی و تکانه لازم برای موازنه معادلات پایستگی را تأمین می‌کند. این فرایند اتفاق می‌افتد، ولی معلوم شده است که به طور کلی فرایند نابودی دو فوتونی محتمل‌تر است و در نتیجه خیلی بیشتر اتفاق می‌افتد.

۲۹. حالا که موضوع پوزیترون مطرح شد، می‌توانیم درباره ذرات و پاد ذرات کمی بیشتر گفتگو کنیم. فرمول‌بندی امروزی الکتروپویستیک کوانتومی، نظریه‌ای است که در آن الکترون و پوزیترون نقشهای کاملاً متقارنی را بازی می‌کنند. این یک خصیصه کلی نظریه‌های ما در مورد ذرات بنیادی است: معتقدیم که به ازای هر ذره یک پاد ذره نیز وجود دارد (بعضی ذرات مثل پیون خنثی می‌توانند پاد ذره خود باشند)، همچنین اعتقاد بر این است که جهان (از یک لحاظ) نسبت به مبادله

ذرات با پاد ذرات متقارن است.^۲ جرم پاد ذره برابر است با جرم ذره ولی بار آنها مخالف یکدیگر است. به این ترتیب، وجود پاد پروتون و پاد نوترون به طور تجربی معلوم شده است،^۳ و این از دیدگاه نظری برای ما بسیار جالب است: این امر ما را قادر می‌سازد که بر نظریه‌های تقارنی خود درباره طبیعت پافشاری کنیم.

این از خواص بنیادی ذرات و پاد ذرات است که می‌توانند یکدیگر را نابود کنند و مثلاً به صورت فوتون درآیند. ولی در اغلب موارد، از فرایند نابودی ذرات دیگری حاصل می‌شوند. برای مثال، سیستم پروتون-پادپروتون تمایل دارد پس از نابودی به مزونها تبدیل شود، چرا که این فرایند محتمل‌تر است تا نابودی و تبدیل شدن به فوتون.

۳۰. ممکن است تعجب کنید که اگر ذرات و پاد ذرات در طبیعت نقش تقریباً متقارنی بازی می‌کنند پس چرا پاد ذرات بیش از اینها آشکار نیستند. چرا با پوزیترونها "به طور متعارف و روزمره روبرو نمی‌شویم"، و چرا این ذرات زودتر از اینها کشف نشدند؟ جهان -آن‌گونه که ما می‌شناسیم به هیچ وجه در حالت تقارنی نیست: جهان ما از پروتونها، نوترونها، الکترونها، اتمهای هیدروژن و غیره تشکیل شده است، نه از پاد پروتونها، پاد نوترونها، پوزیترونها و یا اتمهای پاد هیدروژن. دلیل عدم وجود تقارن این است که حالت متقارن در برابر نابودی پایدار نیست: ماده و پاد ماده نمی‌توانند ضمن اختلاط نزدیک با یکدیگر، همزیستی داشته باشند. اگر بپذیریم که زمین وجود دارد، باید یا از ماده تشکیل شده باشد یا از پاد ماده؛ امکان ندارد مخلوطی از این دو باشد.

این سؤال جالبی است که آیا نبودن تقارن در حالت جهان، شامل کل کائنات هم می‌شود؟ این امکان هست که کیهانشناهایی متشکل از پاد ماده وجود داشته باشند؛ از آنجا که متوسط فاصله بین کیهانشناها

۱. به عنوان مثال رک

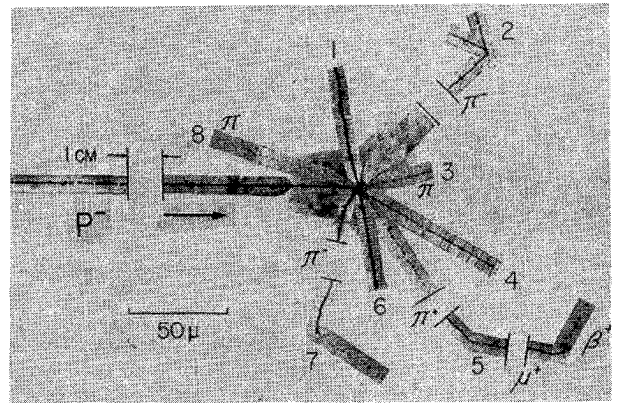
O. Klemperer, "On the Annihilation Radiation of the Positron," *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 30, 347 (1934).

۲. در این اواخر آزمایشهایی انجام شده‌اند که به نظر می‌رسد حاکی از آن باشند که برهم‌کنشهای ضعیف، تحت مبادله ذرات با پاد ذرات، ناوردا نیستند. یعنی در حالی که برهم‌کنشهای قوی و برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی ممکن است از اصل تقارن مذکور بیروی کنند، برهم‌کنشهای ضعیف چنین نیستند. از آنجا که برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی برهم‌کنشهای غالب در جهان هستند، شاید بد نباشد بگوییم اصل تقارن تقریباً (و نه کاملاً) برقرار است.

۳. برای مطالعه کشف پاد پروتون، رک

O. Chamberlain, E. Segrè, C. Wiegand and T. Ypsilantis, "Observation of Antiprotons," *The Physical Review* 100, 947 (1955).

فرایند نابودی به شکل ستاره در امولسیون عکاسی. توجه کنید که این یک تصویر مرکب است که در آن، برای اینکه رد ذرات متفاوت را بتوان دنبال کرد، بخشهای مختلف امولسیون به هم چسبانده شده‌اند. مقیاس در پایین، سمت چپ، که در آن $10^{-3} \text{ mm} = 1 \mu$ ، نشان داده شده است. برای اینکه تصویر در ابعاد معقول جا بگیرد، بخشهایی از چهار مسیر حذف شده است. رد افقی در سمت چپ، مسیر پادپروتون فرودی را نشان می‌دهد. همچنان که این پاد پروتون از امولسیون می‌گذرد انرژی از دست می‌دهد (و در نتیجه حرکت آن کند می‌شود). پاد پروتون، سرانجام توسط یک هسته در امولسیون (شاید هسته کربن) گیر می‌افتد و با یکی از نوکلئونهای داخل هسته نابود می‌شود. در این فرایند، چند پيون (مسیرهای ۲، ۳، ۵، ۷، ۸) تولید و هسته به چند پاره تقسیم می‌شود. مسیرهای ۱ و ۳ احتمالاً پروتون هستند و مسیر ۶ متعلق به یک هسته سنگین‌تر، احتمالاً هسته ^3H است. انرژی جنبشی کل ذرات (باردار) مرئی به‌اضافه انرژی سکون کل پيونها، در حدود 1.3 GeV برآورد می‌شود. مسیر ۵ یک پيون مثبت و یک میون مثبت را نشان می‌دهد که اولی به نوترینو (نامرئی) و دومی به یک پوزیترون و دو نوترینو واپاشیده می‌شود. این عکس از مقاله‌ای (۱۹۵۸) که مروری بر تحقیقات اولیه مربوط به پادنوکلئونهاست، انتخاب شده است.



که هر جزء، کسری از انرژی $h\nu$ را حمل کند، ولی بسامد هر دو قسمت باز همان ω باشد؟

می‌دانیم که نظریه الکترومغناطیس کلاسیک بسیاری از آزمایشهایی را که با نور انجام می‌شود، با دقت خوبی توصیف می‌کند. همچنین گفتیم که رابطه بین انرژی و تکانه یک "فوتون" را می‌توان از نظریه الکترومغناطیس کلاسیک به دست آورد. در این صورت، آیا مجاز نیستیم بگوییم فوتون یک بسته موج، یا یک قطار موج تابش است که قوانین الکترومغناطیس کلاسیک بر آن حاکم‌اند؟ این سؤال به روشنی از اهمیتی اساسی برخوردار است. اگر فوتونها بتواند به نحوی که در بالا گفته شد تقسیم شوند، ساختمان ایده‌هایی که سعی کرده‌ایم در این فصل بنا کنیم، متزلزل خواهد شد.

برای پاسخ دادن به سؤال بالا باید به تجربه روکنیم. برای تشخیص اینکه باید به چه نوع آزمایشهایی دست بزنیم، در اینجا یک دیدگاه کاملاً کلاسیک را اختیار می‌کنیم، سپس پیشگویی‌هایی به عمل می‌آوریم که می‌توانیم آنها را در آزمایشهای واقعی بیازماییم تا معلوم شود که آیا این تصویر کلاسیک صحیح است یا نه.

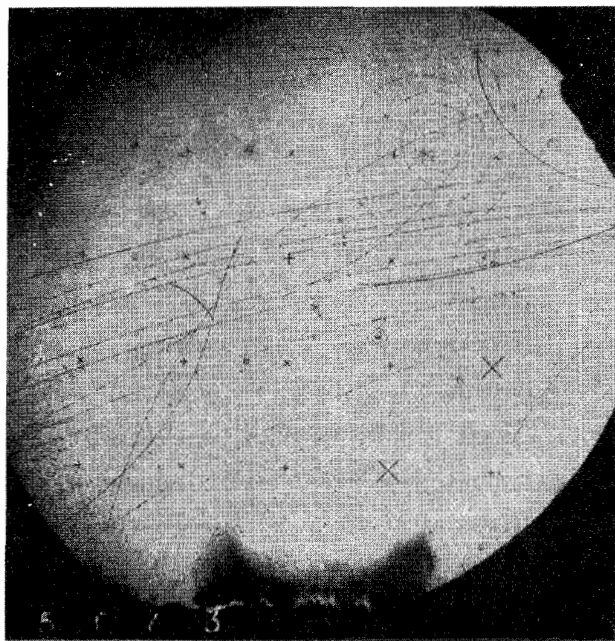
از مرتبه سه میلیون سال نوری است، نابودی نمی‌تواند به آسانی صورت بگیرد. در حال حاضر پاسخ به این سؤال ممکن نیست، هرچند می‌توان به این اعتقاد گرایش داشت که پاد کهکشان وجود ندارد. اینکه کهکشانها چگونه شکل گرفته‌اند، معلوم نیست. ولی اگر بپذیریم که شکل آنها حاصل نوعی تراکم "غبار" بوده است، آنگاه درک این مسئله مشکل خواهد شد که چگونه ماده و پاد ماده توانسته‌اند طوری از هم تفکیک شوند که بعضی کهکشانها از ماده و بعضی دیگر از پاد ماده ساخته شده باشند. اگر نظریه ضد کهکشان را رد کنیم، این ابهام باقی می‌ماند که چرا علی‌رغم این واقعیت که قوانین بنیادی فیزیک تقریباً به‌طور کامل متقارن به نظر می‌رسند، حالت جهان این چنین نامتقارن است که یک نوع از ماده نسبت به دیگری تفوق دارد.

آیا فوتون می‌تواند "بشکافد؟"

۳۱. بحث ما تا اینجا، یک سؤال جالب و بسیار اساسی را مطرح می‌کند: آیا می‌توان فوتونی با بسامد ω را به دو جزء شکافت، به‌طوری

عکسی از اتاقک حباب که پراکندگی پاد پروتون توسط پروتون همراه با تبادل بار و به دنبال آن واکنش نابودی پروتون و پاد پروتون حاصل از پراکندگی را نشان می‌دهد. برای شناسایی ردها نمودار طرح‌وار صفحه بعد را ببینید. این رویدادها در اتاقک حباب هیدروژن مایع واقع در یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه شکل به وقوع می‌پیوندند. (خواننده بهتر است جهت بردار میدان مغناطیسی را تعیین کند.) ذرات خنثی هیچگونه ردّ مرئی برجای نمی‌گذارند، اما ذرات باردار ردّی برجای می‌نهند که به دلیل وجود میدان مغناطیسی خم شده است. در عکس بالا، ذرات مثبت در جهت ساعتگرد و ذرات منفی در جهت پاد ساعتگرد منحرف می‌شوند.

در عکس بالا رویداد جالب دیگری نیز مشاهده می‌شود که عبارت است از واپاشی پيون مثبت به یک میون مثبت و یک نوترینو، و به دنبال آن واپاشی میون به یک پوزیترون، یک نوترینو، و یک پادنوترینو. نوترینوها (و پادنوترینو) خنثی هستند و هیچگونه ردّ مرئی برجای نمی‌گذارند.



۳۳. گسیل نور از یک اتم جیوه را که بر اثر برخورد برانگیخته شده است، در نظر می‌گیریم. نور گسیل شده آبی و بسامد آن ω است. درک اینکه قطار موج گسیل شده همواره باید همان بسامد ω را داشته باشد، دشوار نیست: این بسامد باید متناظر با یکی از بسامدهای طبیعی اتم باشد. اما، براساس نظریه کلاسیک، درک این مسئله مشکل است که چرا انرژی که قطار موج حمل می‌کند همیشه باید $\hbar\omega$ باشد. انتظار داریم که شدت برخوردها مختلف باشد: انرژی که صرف گسیل نور می‌شود گاهی کمتر و گاهی بیشتر است. آنچه درک آن از این هم مشکل‌تر است این است که چرا دو اتم کاملاً متفاوت — فرضاً یک اتم سدیم و یک اتم جیوه — که نورهایی با بسامدهای مختلف، ω_{Na} و ω_{Hg} ، گسیل می‌کنند، باید انرژی کل قطار موجهای گسیل شده‌شان به ترتیب $\hbar\omega_{Na}$ و $\hbar\omega_{Hg}$ باشد. از دیدگاه کلاسیک، ظاهر شدن ثابت تناسب عمومی \hbar بسیار اسرارآمیز است.

اگر راجع به کلیت تمامی حقایق تجربی که در فصل ۳ بحث شد، بیندیشیم، بسیار روشن است که این پدیده‌ها را نمی‌توان بر مبنای اصول کلاسیک درک کرد. ولی سعی می‌کنیم موقتاً تمام چیزهایی را که از قبل در مورد فرایندهای گسیل و جذب می‌دانیم به فراموشی بسپاریم و در عوض توجه خود را به مطالعه فوتونهای "منزوی" معطوف کنیم. قطار

۳۲. یک قطار موج کلاسیک از تابش الکترومغناطیسی را می‌توان به ترتیب زیر ایجاد کرد: چشمه تابش ما یک آنتن و یک فرستنده است که می‌توانیم مطابق میل خود آن را خاموش و روشن کنیم. فرستنده را که در بسامد ω کار می‌کند، برای مدت معینی روشن می‌گذاریم، پس آنتن به مدت محدودی قطار موجی را گسیل می‌کند: این قطار موج یک "فوتون" تقریباً تکفام کلاسیک است. می‌توان تصور کرد که یک اتم برانگیخته شبیه این نوع آنتن عمل می‌کند.

بار دیگر تأکید می‌کنیم که می‌خواهیم رفتار یک فوتون فیزیکی — نظیر آنچه که در آزمایشهای واقعی نمایان می‌شود — را با رفتار قطار موج کلاسیک مقایسه کنیم. در این بحث دو چیز با هم مقایسه می‌شوند، یکی چیزی که واقعاً در طبیعت وجود دارد، یعنی فوتون، و دیگری چیزی که — همچنانکه خواهیم دید — ابدأً در طبیعت وجود ندارد، یعنی یک قطار موج الکترومغناطیسی که کاملاً از قوانین الکترودینامیک کلاسیک پیروی می‌کند. بنابراین ما داریم واقعیت و پندار را با هم مقایسه می‌کنیم: برای پرهیز از درآمیختن واقعیت و خیال، چیز واقعی را فوتون و چیز موهوم را قطار موج می‌نامیم. برای آنکه خود را قانع کنیم که قطار موج یک چیز واقعی نیست، باید براساس تصویر قطار موجی، چند پیشگویی خاص به عمل آوریم که بتوانیم بعداً آنها را با تجربه بیازماییم.



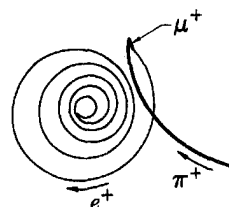
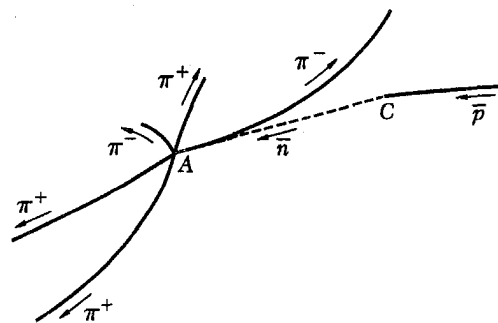
رابرت اندروز میلیکان. تولد ۱۸۶۸ در موریسون، ایلینویز؛ مرگ ۱۹۵۳. میلیکان بعد از اتمام مطالعاتش در ایالات متحده و آلمان، در دانشگاه شیکاگو و بعداً در انستیتوی تکنولوژی کالیفرنیا، باسادنا، به مقام استادی رسید. شهرت وی عمدتاً به خاطر تعیین بار الکترون و تحقیقاتش در اثر فوتوالکتریک است. میلیکان در سال ۱۹۲۳ جایزه نوبل دریافت کرد.

V_0 را طوری می گیریم که داشته باشیم

$$\hbar\omega > E_{\text{کینت}} > \frac{2}{3}\hbar\omega \quad (34\text{ب})$$

در این روابط ω بسامد نور است. ($\frac{2}{3}$ را بدلتخواه به عنوان عددی بزرگتر از $\frac{1}{3}$ و کوچکتر از ۱ انتخاب کرده ایم.) بنابراین اگر تمام انرژی قطار موج را به داخل سلول فوتوالکتریک هدایت کنیم، ثبت کننده تیک خواهد زد، ولی اگر فقط نیمی از انرژی به سلول برسد، ثبت کننده تیک نخواهد زد، چون در آن صورت انرژی که به الکترون می رسد، نمی تواند بر پتانسیل کندکننده غالب شود.

۳۵. تصویر کلاسیکی یک آزمایش بدیهی را مطرح می کند که در آن یک قطار موج به دو بخش تقسیم می شود؛ برای نمونه، طرحی از چنین آزمایشی در شکل ۳۵ الف آمده است. نور یک چشمه بسیار ضعیف بر یک شکافنده باریکه، مثلاً یک آینه نیمه نقره اندود، یا یک



این دو شکل ردهای مشاهده شده در عکس اتاقک حباب صفحه قبل را مشخص می کنند. در شکل بالا، یک پاد پروتون فرودی با یک پروتون در نقطه C برخورد می کند و یک نوترون و یک پاد نوترون تولید می شود. رد نامرئی پاد نوترون با خط چین مشخص شده است. در نقطه A، پاد پروتون در واکنش نابودی با پروتون ناپدید و در این واکنش پنج پیون باردار تولید می شود. پاد پروتون فرودی یکی از ذرات با بار منفی موجود در باریکه ذرات است که طول اتاقک را از راست به چپ طی می کند. احتمالاً تمامی این ذرات پاد پروتون هستند.

شکل پایین رد ذرات باردار حاصل از واپاشیهای متوالی یک پیون مثبت است. مسیر مارپیج متعلق به پوزیترون است. همچنان که پوزیترون در داخل هیدروژن مایع حرکت می کند، انرژی از دست می دهد و متناسب با آن شعاع انحنا مسیر کاهش می یابد. سرنوشت نهایی پوزیترون، برخورد با یک الکترون در داخل مایع و نابودی است.

موجهایی را در نظر می گیریم که از چشمه ای گسیل می شوند و آنها را در حوزه تجربی به کمک یک سلول فوتوالکتریک بررسی می کنیم.

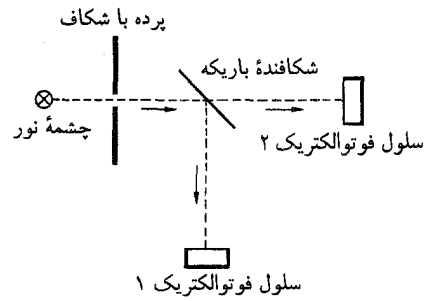
۳۴. به بیان دیگر، به مطالعه اثر فوتوالکتریک می پردازیم. پتانسیل کندکننده را در سلول، V_0 اختیار می کنیم. اگر تابع کار سطح حساس به نور، W باشد، آنگاه آشکارسازی یک قطار موج به شرطی صورت خواهد گرفت (ثبت کننده ای که به سلول فوتوالکتریک وصل شده است، "تیک" خواهد زد) که انرژی حمل شده توسط قطار موج از مقدار زیر بیشتر باشد

$$E_{\text{کینت}} = eV_0 + W \quad (34\text{الف})$$

همیشه انجام می‌شوند. می‌توانیم هر وسیلهٔ اپتیکی را که در آن سلول فوتوالکتریکی یا صفحهٔ عکاسی وجود دارد، ابزاری بدانیم که سعی می‌کنیم با آن فوتون را تقسیم کنیم ولی موفق نمی‌شویم. ساده‌ترین مشاهده از این نوع، مشاهدهٔ اثر فوتوالکتریک در فواصل مختلف λ از چشمهٔ نور است. اگر اتم شبیه یک آنتن باشد، باید نور را به صورت یک قطار موج کروی گسیل کند. شدت نور گسیل شده متناسب است با $1/\lambda^2$ و براساس تصویر کلاسیکی، انرژی که توسط یک تک قطار موج (در فاصلهٔ λ) از واحد سطح می‌گذرد، متناسب با $1/\lambda^2$ است. بنابراین چون سلول فوتوالکتریکی سطح مقطع محدودی دارد، به نظر می‌رسد که تنها، با قراردادن آن در یک فاصلهٔ به اندازهٔ کافی زیاد، می‌توان کسری از انرژی قطار موج را که ممکن است بر سلول اثر کند، به مقدار دلخواه کوچک کرد؛ و به‌ازای یک پتانسیل کندکنندهٔ معین، به محض آنکه فاصله از حد معینی تجاوز کند، دیگر سلول چیزی را ثبت نخواهد کرد. ولی مسلماً این چیزی نیست که مشاهده می‌کنیم: تنها چیزی که اتفاق می‌افتد آن است که میزان شمارش سلول فوتوالکتریک به نسبت $1/\lambda^2$ کاهش می‌یابد. شاید بارزترین مثال، مشاهدهٔ اثر فوتوالکتریک برای نور گسیل شده از یک ستارهٔ بسیار دوردست باشد. قطار موج هزاران سال پیش گسیل شده است و باید در منطقهٔ بزرگی از فضا پخش شده باشد. فقط کسر ناچیزی از انرژی حمل شده در قطار موج، باید بتواند از طریق تلسکوپ به سلول فوتوالکتریک برسد. با وجود این، معلوم می‌شود انرژی که در سلول به الکترون داده می‌شود، $h\nu$ است، درست همان‌گونه که اگر چشمه، یک لامپ بود و در نزدیکی سلول قرار داشت.

۳۷. هر کوششی برای توضیح این واقعیات، در مسیری که خواهد اثر دسته‌جمعی تعداد زیادی "فوتونهای کسری" را نشان دهد، به این صورت که هر یک از "فوتونهای کسری" کمی انرژی به الکترون سطح حساس منتقل می‌کنند و در پایان، هنگامی که انرژی انباشته شده به اندازهٔ کافی بزرگ شد، الکترون از آن سطح کنده می‌شود محکوم به شکست است. چون اگر این توضیح درست باشد، باید وقتی هم که پتانسیل کندکننده طوری اختیار می‌شود که $h\nu > E_{\text{کینه}}$ است، اثر دسته‌جمعی عمل کند، که مسلماً چنین چیزی را مشاهده نمی‌کنیم: اگر پتانسیل کندکننده خیلی بزرگ باشد، سلول فوتوالکتریک هرگز چیزی ثبت نخواهد کرد.

۳۸. حقایق تجربی مربوط به اثر فوتوالکتریک، ناگزیر به این نتیجه منجر می‌شوند که فوتونهای تقریباً تکگام نمی‌توانند به دو فوتون با همان بسامد، که هر یک فقط کسری از انرژی فوتون اولیه را حمل می‌کنند، تقسیم شوند: فوتونها از این لحاظ، شبیه قطار موج کلاسیک رفتار نمی‌کنند. نتایج تجربی مربوط به اثر کامپتون، گسیل پرتو X، آفرینش و نابودی زوج، که قبلاً



شکل ۳۵ الف نمودار طرح‌وار مربوط به بحث بخش ۳۵. باریکهٔ نور چشمه توسط باریکه‌شکن، که ممکن است یک آینهٔ نیم‌نقره‌اندود باشد، به دو قسمت تقسیم می‌شود. آیا تک تک فوتونها هم شکافته می‌شوند؟

منشور مناسب برای شکافتن باریکه می‌تابد. می‌توانیم ترتیبی بدسیم که شدت باریکهٔ عبوری با شدت باریکهٔ بازتابی برابر شود، در این صورت شدت هر یک از این باریکه‌ها نصف شدت باریکه‌ای است که از شکاف جلوی چشمه خارج شده است. به عبارت دیگر، این یک آزمایش ممکن و واقعی است و در آن متوجه می‌شویم که شدتهای باریکه‌های عبوری و بازتابی، به همان نحو هستند که گفته شد. به طور کلاسیک می‌توان این واقعیات را به راحتی فهمید: هر قطار موجی که به آینه می‌رسد به دو بخش تقسیم می‌شود.

حال ببینیم وقتی تنها یک قطار موج به آینه می‌رسد چه اتفاقی می‌افتد. براساس مدل کلاسیک انتظار داریم که این قطار موج نیز به دو بخش تقسیم شود، و این تقسیم طوری باشد که انرژی حمل شده توسط قسمت عبوری قطار موج نصف انرژی موج فرودی باشد. بنابراین سلول فوتوالکتریک ۲ هرگز تیک نخواهد زد؟

این پیشگویی که بر مبنای نظریهٔ کلاسیک به عمل آمده است، آشکارا با تجربه متناقض است. نوری که از آینه عبور می‌کند همچنان آبی و بسامد آن ω است، و تا وقتی که $h\nu > E_{\text{کینه}}$ باشد، ثبت‌کنندهٔ سلول ۲ تیک خواهد زد و این نشان می‌دهد که انرژی نور عبوری به صورت بسته‌های $h\nu$ به سلول می‌رسد. تنها چیزی که بر اثر نصب آینه اتفاق می‌افتد آن است که میزان شمارش نسبت به موقعی که آینه وجود ندارد نصف می‌شود.

۳۶. شاهدهی که بر تقسیم نشدن فوتون در آزمایش نشان داده شده در شکل ۳۵ الف، یا در هر آزمایش مشابه دیگری از این نوع، به دست می‌آید تا چه حد قانع‌کننده است؟ در پاسخ می‌گوییم که شاهد مذکور بیش از اندازه خوب است؛ در واقع، آزمایشهای تقسیم کردن فوتون

۴۰. حالا ببینیم نظریه الکترومغناطیس کلاسیک درباره توزیع شدت در طرف راست پرده چه می‌گوید. این فرض که عرض شکافها در مقایسه با طول موج کوچک است، به آن معنی است که اگر هر یک از شکافها بسته شود، توزیع زاویه‌ای تابش پراشیده تابع همواری از زاویه θ خواهد بود. A_0 را دامنه موج پراشیده برای موردی که فقط یک شکاف - بالایی یا پایینی در شکل ۳۹ الف - وجود دارد می‌گیریم. مسلماً $A_0 = A_0(r, \theta)$ تابعی از r و θ است و با استفاده از منحنی نمایش مختلط، می‌توان نوشت

$$A_0 = f(r, \theta)e^{-i\omega t} \quad (الف ۴۰)$$

که در آن $f(r, \theta)$ بستگی مکانی دامنه را بیان می‌کند.

در آزمایشی که در شکل ۳۹ الف نشان داده شده، موج پراشیده در فاصله دور از پرده، حاصل جمع دو موج است که از دو شکاف می‌آیند. دامنه‌های این دو موج برابرند ولی موج شکاف پایینی به اندازه $\sin \theta (4\pi a/\lambda)$ نسبت به موج شکاف بالایی تأخیر فاز دارد. پس دامنه موج ترکیبی عبارت است از

$$\begin{aligned} A &= f(r, \theta)e^{-i\omega t} \left[\exp\left(\frac{i\omega a}{c} \sin \theta\right) \right. \\ &\quad \left. + \exp\left(-\frac{i\omega a}{c} \sin \theta\right) \right] \\ &= 2A_0 \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta\right) \quad (ب ۴۰) \end{aligned}$$

شدت تابش پراشیده، متناسب است با مجذور مطلق دامنه، در

نتیجه داریم

$$I(r, \theta) = |A|^2 = 4I_0(r, \theta) \cos^2\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta\right) \quad (ج ۴۰)$$

که در آن

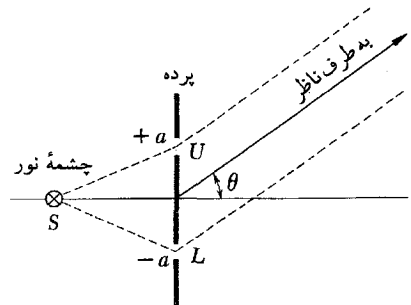
$$I_0(r, \theta) = |A_0|^2 \quad (د ۴۰)$$

شدتی است که تنها از یک شکاف حاصل می‌شود. پس شدت $I(r, \theta)$ در آزمایش دو شکاف برابر است با حاصل ضرب شدت در آزمایش یک شکاف و ضریب $\cos^2[(2\pi a/\lambda) \sin \theta]$ ، که عبارت اخیر اثر تداخل امواج گسیل شده از دو شکاف را بیان می‌کند. اشاره می‌کنیم که به دلیل همین تداخل، در صورتی که $4a/\lambda > 1$ باشد، در

در همین فصل در مورد آنها بحث کرده‌ایم نیز نتیجه فوق را تأیید می‌کنند. در تحلیل نظری این پدیده‌ها فرض کرده بودیم که رابطه $E = \hbar\omega$ همواره برقرار است. یعنی "فوتونهای کسری" وجود ندارند و در واقع بر همین اساس بود که توانستیم بسیاری از حقایق تجربی را درک کنیم. بنابراین باید در نظرات کلاسیک چیز نادرستی وجود داشته باشد و ما می‌خواهیم بدانیم آن چه چیزی است که باید تغییرش داد. باید هوشیار باشیم که در اینجا شتابزده نتیجه‌گیری نکنیم. پس، بهتر است حقایق تجربی دیگری را که به این مسئله مربوط می‌شوند بررسی کنیم؛ اینکه آیا فوتون می‌تواند "تقسیم" شود یا نه. بحث ما تا اینجا نشان داده است که به معنی خاص کلمه، فوتون نمی‌تواند تقسیم شود. ولی این امر، امکان اینکه فوتون به معنای دیگری بتواند "تقسیم" شود را نفی نمی‌کند.

۳۹. آزمایش پراش از دو شکاف را که طرح آن در شکل ۳۹ الف نشان داده شده است در نظر بگیرید. پرده کدر دارای دو شکاف U و L است که بر صفحه شکل عمودند. چشمه S نوری (فوتونهایی) با بسامد کاملاً معین ω بر این دو شکاف می‌تاباند. برای سهولت فرض می‌کنیم ابعاد شکافها یکسان، و عرضشان در مقایسه با طول موج نور کوچک است. به علاوه فرض می‌کنیم فاصله بین دو شکاف، $2a$ ، با طول موج $\lambda = 2\pi c/\omega$ قابل مقایسه است.

شدت نور پراشیده را به صورت تابعی از زاویه مشاهده θ و فاصله r از پرده، که در مقایسه با فاصله دو شکاف ($2a$) بزرگ است، اندازه می‌گیریم. برای اندازه‌گیری این شدت، می‌توان تصور کرد که یک سلول فوتوالکتریک را به کار گرفته‌ایم: در این صورت شدت متناسب است با میزان شمارش با سلول.



شکل ۳۹ الف نمودار بسیار ساده‌ای برای توضیح بحث پراش از دو شکاف. آیا برطبق تصویر قطار موج کلاسیک، فوتون فقط از یکی از دو شکاف می‌گذرد یا می‌تواند از هر دو شکاف عبور کند؟ آیا با کاهش شدت نور فرودی نقش تداخل دو شکاف تغییر می‌کند؟

است اثرات تداخلی، "پدیده‌هایی چندفوتونی" باشند. این خط فکری به آنجا منتهی می‌شود که تحقیق کنیم در حالی که پیشگویی (۴۰ج) برای چشمه‌های نسبتاً قوی صحیح است، آیا پیشگویی (۴۱الف) برای چشمه‌های فوق‌العاده ضعیف، مثلاً چشمه‌ای که در یک لحظه تنها یک فوتون عبور می‌دهد، نیز صحیح است یا نه. به عبارت دیگر: آیا با کاهش شدت چشمه، ماهیت نقش پراش از آنچه با معادله (۴۰ج) توصیف شود، به آنچه معادله (۴۱الف) بیانگر آن است، تغییر می‌یابد؟ پاسخ این سؤال منفی است: کوچک‌ترین نشانه‌ای از اینکه وقتی شدت تابش به سمت صفر میل می‌کند، نقش پراش تغییر ماهیت بدهد در دست نیست. بدون هیچ شک معقولی، انبوه تجربیات ما در مورد پراش و تداخل، همان نظرانی را تأیید می‌کنند که پیشگویی (۴۰ج) بر آنها مبتنی است.

۴۳. در سال ۱۹۰۹ تیلور^۱ آزمایشی انجام داد که مستقیماً به این مسئله مربوط می‌شد. او از نقش پراش سایه یک سوزن، که توسط یک چشمه فوق‌العاده ضعیف به آن نور تابانده شده بود، عکس گرفت. در یکی از این آزمایشها زمان باز بودن دریچه دوربین، ۲۰۰۰ ساعت، یا در حدود ۳ ماه بود. در چنین موردی، شدت به حدی کم است که در هر لحظه، عملاً تعداد بسیار کمی فوتون می‌توانسته‌اند در دستگاه موجود باشند. با این همه، نقش پراشی که به این ترتیب تهیه شد، به همان اندازه روشن و واضح بود که نقش حاصل از یک چشمه نور قوی. تحلیل نظری دقیق آزمایش تیلور کمی دشوار است (یکی از دلایل این امر آن است که توصیف او از آنچه واقعاً انجام داده، به اندازه کافی مفصل و مشروح نیست) و ما نمی‌خواهیم به آن بپردازیم، ولی می‌توانیم با اطمینان تأکید کنیم که شدت نور آنچنان کم بوده است که اگر واقعاً با کاهش تعداد فوتونهای عبوری، ماهیت نقش پراش تغییر می‌کرد، چنین اثری می‌بایست در این آزمایش آشکار می‌شد. ولی همان‌طور که گفتیم کمترین نشانه‌ای از این اثر وجود نداشت.

تأکید می‌کنیم اعتقاد ما بر اینکه نقش پراش ناشی از نوعی "برهم‌کنش" بین تعداد زیادی فوتون نیست، تنها بر آزمایش نسبتاً کم مایه تیلور مبتنی نیست، بلکه بر تعداد بسیار زیادی آزمایش تداخل متکی است که از طریق آنها دریافته‌ایم که می‌توان نقش پراش را براساس تصویر موجی و بدون توجه به شدت تابش موجود، توصیف کرد.

۴۴. اینک سعی می‌کنیم نظریه ساده‌ای را فرمولبندی کنیم که به کمک آن بتوان نتایج تجربی را که تا اینجا از آنها بحث کرده‌ایم، توضیح

امتدادهای خاصی شدت صفر مشاهده می‌شود. در برخی امتدادهای دیگر، شدت چهار برابر بزرگ‌تر از شدت در آزمایش یک شکاف خواهد بود. در اینجا به خصوص همین اثرات تداخلی، که با رابطه (۴۰ج) بیان می‌شوند، مورد نظر ما هستند. اینکه I و I_0 باید به این ترتیب به یکدیگر مربوط باشند، اساس پیشگویی کلاسیک ماست.

۴۱. ممکن است براساس آنچه تاکنون در مورد غیرممکن بودن "شکافت" فوتون آموخته‌ایم، بخواهیم این‌طور نتیجه‌گیری کنیم که پیشگویی کلاسیکی که معادله (۴۰ج) متضمن آن است، صحیح نیست. می‌توانیم به این صورت استدلال کنیم. از آنجا که فوتون نمی‌تواند تقسیم شود، هر فوتون باید از یکی از شکافها بگذرد. فرض کنید یک فوتون خاص از شکاف بالایی عبور می‌کند. در آن صورت، شکاف پایینی نمی‌تواند بر پراش این فوتون اثری داشته باشد. در نتیجه، نقش شدت تمامی فوتونهایی که از شکاف بالایی عبور می‌کنند باید به صورت $I_0(r, \theta)$ باشد؛ و برای فوتونهایی که از شکاف پایینی می‌گذرند نیز به همین ترتیب. نتیجه می‌گیریم که شدت I^* در هنگام باز بودن هر دو شکاف از این رابطه به دست می‌آید

$$I^*(r, \theta) = 2I_0(r, \theta) \quad (41الف)$$

شدت پیشگویی شده را با I^* نشان داده‌ایم تا روشن شود که با رد کردن نظرات کلاسیک، که به پیشگویی معادله (۴۰ج) منتهی شد، به این پیشگویی رسیده‌ایم. در اینجا باید توجه داشته باشید که ما نگفته‌ایم که بحث قبلی ما راجع به شکافت فوتون ما را مجبور به نتیجه‌گیری (۴۱الف) می‌کند: صرفاً خواسته‌ایم این امکان را کشف کنیم.

۴۲. شواهد تجربی با پیشگویی نظریه موجی (۴۰ج) کاملاً هماهنگی دارند. می‌توانیم آزمایش ساده دو شکاف را همچون نمونه اصلی دسته بزرگی از آزمایشهای تداخل در نظر بگیریم که در بین آنها به اندازه‌گیری با توریهای پراش، و آزمایشهای پراش پرتو x توسط بلورها اشاره می‌کنیم. بنابر معادله (۴۱الف) امواج پراشیده از دو شکاف با یکدیگر تداخل نمی‌کنند و اگر این گفته در مورد آزمایش دو شکاف صحیح باشد، باید نتیجه گرفت که با توریها و بلورها نیز نمی‌توانیم هیچگونه اثر تداخلی ببینیم. پیش از آنکه پیشگویی (۴۱الف) را به عنوان امری مطلقاً غلط رد کنیم، باید این نکته را مورد توجه قرار دهیم: آیا امکان دارد پدیده تداخلی که معادله (۴۰ج) بیان می‌کند، ناشی از نوعی "برهم‌کنش" بین چندین فوتون باشد؟ در صورتی که چشمه به اندازه کافی قوی باشد، در یک لحظه چندین فوتون عبوری خواهیم داشت، یعنی چندین فوتون همزمان از شکافها می‌گذرند، و می‌توانیم سؤال کنیم که آیا ممکن

1. G. I. Taylor, "Interference Fringes with Feeble Light," *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 15, 114 (1909).

داد. نظریه ما از این قرار است:

۴۵. اکنون دیگر از ایده‌های نظریه الکترومغناطیس کلاسیک فاصله گرفته‌ایم و با ایده جدیدی آشنا شده‌ایم و آن تعبیر احتمال تمام کمیت‌هایی است که به صورت درجه دو به دامنه‌های میدان الکترومغناطیسی بستگی دارند. ما می‌توانیم مطالعه خود را در مورد انتشار فوتونها در فضا، از روی معادلات ماکسول ادامه بدهیم، اما تعبیر تازه‌ای از چگالی انرژی و همچنین شار انرژی تابشی، که به‌طور کلاسیک محاسبه شده‌اند، در اختیار داریم. این کمیات را باید به‌عنوان متوسط کمیت‌هایی که به‌کمک تعداد زیادی فوتون مشاهده می‌شوند تعبیر کنیم. نتیجتاً، در آزمایشی که فقط این مقادیر متوسط را اندازه می‌گیریم و نمی‌خواهیم تک تک فوتونها را مشاهده کنیم، نظریه کلاسیک صحیح به‌نظر خواهد رسید. ولی اگر بخواهیم فوتونهای منفرد را، به‌وسیله سلول فوتوالکتریک، مشاهده کنیم، محدودیت‌های نظریه کلاسیک بلافاصله نمایان می‌شوند.

۴۶. حال ببینیم که چگونه می‌توان حقایقی را که در بعضی موارد مشخص مشاهده می‌شوند براساس این نظریه جدید توصیف کرد. وضعیتی را که در بخش ۳۶ از آن بحث کردیم، در نظر می‌گیریم. اثر فوتوالکتریک را در فواصل مختلف از چشمه نور پایایی که در مبدأ قرار گرفته است، مشاهده می‌کنیم. فرض کنید که چشمه تقریباً تکفام است و به‌طور متوسط در هر ثانیه N فوتون با بسامد ω گسیل می‌کند. سلول فوتوالکتریک در فاصله ثابتی از چشمه قرار دارد و ثبت‌کننده‌ای به آن متصل شده است که می‌توان با آن تعداد فوتونهای را که سلول فوتوالکتریک آشکار می‌کند، شمرد.

اکنون، یک فوتون نوعی را که از چشمه گسیل شده است در نظر بگیریم. می‌توان این فوتون را قطار موجی با مدت زمان معین دانست که در تمام جهات پخش می‌شود و انرژی کل $\hbar\omega$ را حمل می‌کند. کل شار انرژی، E_c ، را که این موج به درون سلول فوتوالکتریک حمل می‌کند به‌طور کلاسیک محاسبه می‌کنیم. این انرژی، کسر معینی، $q = E_c / \hbar\omega$ ، از انرژی کل گسیل شده است. ولی به‌موجب تعبیر جدید ما از کمیت‌هایی که به‌صورت درجه دو به دامنه موج بستگی دارند، q در واقع برابر است با احتمال وارد شدن فوتون به سلول فوتوالکتریک (برای سهولت می‌توان فرض کرد که کارایی این سلول فوتوالکتریک در شمارش، صددرصد است، که در این صورت q برابر خواهد بود با احتمال تیک زدن شمارنده، هنگامی که فوتونی از چشمه گسیل شود).

نمی‌توان پیشگویی کرد که برای هر فوتونی که از چشمه گسیل می‌شود، شمارنده عملاً تیک خواهد زد یا نه، ولی می‌توان گفت که احتمال این اتفاق، q است. اگر شمارنده تیک بزند، مقدار انرژی که

۱. تابش تقریباً تکفام با بسامد تقریبی ω را که از یک چشمه نور گسیل می‌شود، می‌توان به‌عنوان "بسته‌های تابش" مجزایی که آنها را فوتون می‌خوانیم در نظر گرفت.

۲. معادلات ماکسول در نظریه الکترومغناطیس کلاسیک، انتشار هر فوتون را در فضا به‌درستی توصیف می‌کنند. در این بیان، هر فوتون را می‌توان یک قطار موج کلاسیک دانست. که با دو بردار میدان $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ و $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ تعریف می‌شود، که این بردارها همراه با شرایط مرزی مناسبی که توسط وضعیت فیزیکی مورد نظر تعیین می‌شوند، در معادلات ماکسول صدق می‌کنند. به‌ویژه، فوتونها در برخورد به مانع پراشیده می‌شوند و این موجهای پراشیده را می‌توان با نظریه کلاسیک توصیف کرد. موجی که بر یک آینه نیمه نقره‌اندود یا بر پرده‌ای با دو شکاف می‌تابد، واقعاً به دو موج "تقسیم" می‌شود و این دو موج می‌توانند، همان‌طور که نظریه کلاسیک پیشگویی می‌کند، با یکدیگر تداخل کنند.

۳. درست نیست که مجموع مربعات دامنه‌های \mathbf{E} و \mathbf{B} را به‌عنوان نشان‌دهنده چگالی انرژی وابسته به فوتون در فضا تعبیر کنیم. این ایده کلاسیک غلط است. در عوض، هر کمیتی را که بستگی آن به دامنه موج از درجه دوم است باید چنین تعبیر کرد که با احتمال اتفاق افتادن چیزی متناسب است. به‌عنوان مثال، انتگرال روی مجموع مربعات دامنه‌های \mathbf{E} و \mathbf{B} در ناحیه معینی از فضا، با انرژی که توسط فوتون در این ناحیه حمل می‌شود برابر نیست، بلکه متناسب است با احتمال اینکه فوتون در این ناحیه پیدا می‌شود؛ اگر سعی کنیم آن را با یک سلول فوتوالکتریک "بگیریم". به‌همین ترتیب شاری از تابش را که از سوراخی در پرده عبور می‌کند و به‌طور کلاسیک محاسبه شده است، باید چنین تعبیر کرد که این مقدار متناسب است با احتمال آشکار شدن فوتون در یک سلول فوتوالکتریک که بلافاصله پشت سوراخ قرار گرفته است.

۴. اگر در هر جای فضا فوتونی (در یک سلول فوتوالکتریک) آشکار شود، انرژی که به آشکارساز می‌رسد، همیشه برابر $\hbar\omega$ است. از آنجا که احتمال آشکار شدن فوتون متناسب است با مجموع مربعات دامنه‌های \mathbf{E} و \mathbf{B} ، نتیجه می‌گیریم که انتگرال چگالی انرژی کلاسیک در یک ناحیه، برابر است با حاصلضرب انرژی حمل شده توسط یک فوتون، در احتمال یافتن آن در این ناحیه، بنابراین اگر چشمه نور برای مدت زیادی پایدار بماند، به‌طوری که تعداد زیادی فوتون گسیل شوند، آنگاه متوسط انرژی که در یک ناحیه می‌توان مشاهده کرد، واقعاً برابر انرژی خواهد بود که به‌طور کلاسیک در این ناحیه محاسبه می‌شود.

سلول آن را ثبت کند؟ بیشتر از یک سال طول خواهد کشید که انرژی "طرف دور" این پوسته به سلول برسد، در غیر این صورت، این اصل که هیچ علامتی نمی‌تواند با سرعتی بیشتر از سرعت نور منتشر شود، نقض می‌شود.

مغالطه این نحوه استدلال، اعتقاد داشتن به رابطه کلاسیک برای چگالی انرژی برحسب میدانهای الکتریکی و مغناطیسی است. باید به یاد داشته باشیم که هدف از وارد کردن مفهوم میدان الکترومغناطیسی در فیزیک، عبارت است از توصیف برهم‌کنش بین بارها. در جلد دوم این دوره آموختیم که چنین مفهومی برای این کار مناسب است و نیز آموختیم که گاهی اوقات بد نیست تصور کنیم که (در وضعیتهای ماکروسکوپی نوعی) انرژی در فضا با چگالی متناسب با مجذور دامنه میدان توزیع می‌شود. ولی در هیچ جای آن کتاب به یک واقعیت فیزیکی برخوردیم که بگوید ما باید این ایده را در همان معنای لفظی‌اش بپذیریم، و هم اکنون می‌دانیم که رابطه کلاسیک برای چگالی انرژی در واقع به چگالی انرژی متوسط که برای تعداد بسیار زیادی فوتون مشاهده می‌شود، اشاره دارد، نه به چگالی انرژی وابسته به یک فوتون. سؤال درست از این قرار است: چه قوانینی بر انتقال انرژی از یک اتم در چشمه به یک الکترون در آشکارساز، حاکم‌اند؟ این همان چیزی است که داریم مطالعه می‌کنیم و تا اینجا بعضی از خصوصیات این قوانین را یافته‌ایم.

۴۸. بار دیگر به آزمایش پراش که در بخشهای ۳۹ تا ۴۲ مورد بحث قرار گرفت باز می‌گردیم. فرض کنید به وسیله یک سلول فوتوالکتریک، فوتونها را تحت زاویه θ مشاهده می‌کنیم. با بررسی آهنگ شمارش به صورت تابعی از θ (در حالی که چشمه پایاست) می‌توان نقش پراش را مشاهده کرد. فرض کنید که شمارنده تیک بزند. سؤال: فوتون از کدام شکاف آمده است؟ جواب: از هر دو شکاف: قسمتی از طریق شکاف U و قسمتی از طریق L .

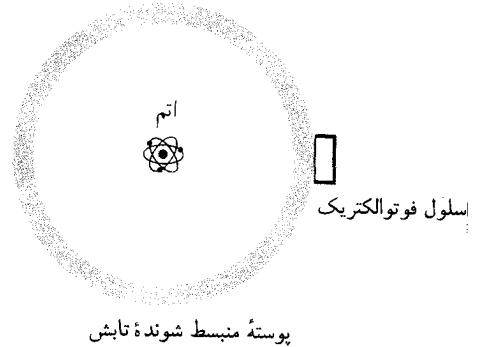
این پاسخ، مضمون نظریه ساده ما در بخش ۴۴ را در خود دارد. اگر جسم تحت مطالعه، یک گوی بیلیارد بود که از قوانین مکانیک کلاسیک پیروی می‌کرد، در آن صورت پاسخ مذکور خیل عجیب می‌نمود. ولی چون ما از فوتون صحبت می‌کنیم، این جواب شگفت‌انگیز نیست و با آنچه واقعاً اتفاق می‌افتد مطابقت دارد.

سؤال: آیا می‌توانیم ترتیبی بدهیم که بدانیم فوتون از کدام شکاف می‌آید؟ جواب: بله، خیلی هم آسان. شکاف U را می‌بندیم، آنگاه می‌دانیم تمام فوتونهای آشکار شده باید از شکاف L آمده باشند. البته اگر چنین کاری بکنیم، دیگر نقش پراش از دو شکاف نخواهیم داشت، بلکه فقط نقش حاصل از یک شکاف مشاهده خواهد شد. لابد

از چشمه به سلول فوتوالکتریک منتقل شده، $\hbar\omega$ است. نتیجه آنکه، توان متوسطی که از چشمه به سلول فوتوالکتریک انتقال می‌یابد، در شرایطی که چشمه پایا باشد، برابر است با $W_{av} = qN\hbar\omega = NE_c$. این توان متوسط با آنچه نظریه کلاسیک پیشگویی می‌کند، مطابقت دارد.

مقدار E_c که به طور کلاسیک محاسبه می‌شود، طبعاً متناسب با \sqrt{P} است، که در آن، فاصله سلول فوتوالکتریک از چشمه است. در نتیجه $q = E_c/\hbar\omega$ نیز متناسب با \sqrt{P} است، و چون آهنگ شمارش سلول فوتوالکتریک qN است، می‌بینیم که آهنگ شمارش با مجذور فاصله نسبت عکس دارد، که با آنچه در عمل مشاهده می‌شود، موافق است.

۴۷. آنچه در بالا بیان شد، نه‌نظر بسیاری آمیخته به تناقض می‌آید. استدلال آنها از این قرار است: فرض کنید فاصله r بسیار زیاد باشد، مثلاً یک سال نوری. فوتون پس از گسیل شدن، مثل یک پوسته کروی پخش می‌شود. زمانی که موج به آشکارکننده می‌رسد، انرژی حمل شده توسط موج در ناحیه بسیار بزرگی از فضا، مثلاً در داخل یک پوسته کروی با شعاع یک سال نوری پخش شده است. حال، چگونه ممکن است تمام این انرژی ناگهان در سلول فوتوالکتریک متمرکز شود تا



شکل ۴۷ الف اتمی که در مرکز نشان داده شده است، یکسال پیش نوری گسیل کرده است. شعاع پوسته تابش نیز یکسال است و از سمت راست به سلول فوتوالکتریک رسیده است. اگر سلول فوتوالکتریک انرژی موج را ثبت کند، تمامی انرژی آن ناگهان در سلول متمرکز می‌شود. چگونه چنین چیزی ممکن است؟ چگونه انرژی طرف دور پوسته می‌تواند در مدت کمتر از دو سال به سلول برسد؟

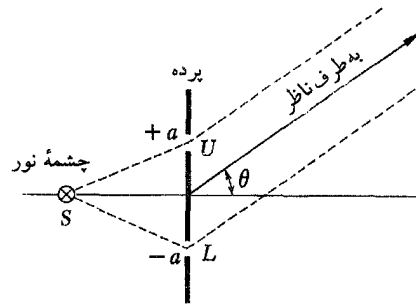
اگر ما این ایده کلاسیک را که چگالی انرژی با مربع دامنه میدان متناسب است، کنار بگذاریم این "معما" حل می‌شود. برطبق نظریه مکانیک کوانتومی، قانون احتمال بر انتقال انرژی از اتم به سلول حاکم است، و مربع دامنه میدان باید به عنوان چگالی احتمال تعبیر شود.

حقایق بنیانی مربوط به فوتونها را توصیف کنیم، که آن‌هم برآورد شد. جوهر نظریه ما از این قرار است که گرچه دامنه موج وابسته به یک فوتون را می‌توان در چارچوب نظریه الکترومغناطیس کلاسیک بررسی کرد، تمام کمیت‌هایی را که به مربع دامنه بستگی دارند باید به صورت احتمالاتی تعبیر کرد. فوتون می‌تواند "تقسیم" شود، به این معنی که موج می‌تواند توسط آینه نیمه نقره‌اندود یا وسایل دیگر، به دو یا چند جزء تقسیم شود، درست همان‌طور که در نظریه الکترومغناطیس کلاسیک می‌شود. اما یک فوتون تقریباً تکفام نمی‌تواند به این معنی "تقسیم" شود که بتوانیم به وسیله سلول فوتوالکتریک، یک "فوتون کسری" را که فقط بخشی از انرژی $\hbar\omega$ را حمل می‌کند (ω بسامد فوتون است) آشکار کنیم. این ایده‌ها اختلاف بازی با ایده‌های نظریه الکترومغناطیس کلاسیک دارند. ولی اغراق‌آمیز خواهد بود که بگوییم نظریه کلاسیک به‌طور کامل درهم ریخته شده است: ما تنها محدودیت‌های نظریه کلاسیک را پیدا کرده‌ایم.

می‌خواهیم بار دیگر تأکید کنیم که در حقایق تجربی مورد بحث، هیچ چیز تناقض‌آمیز یا مرموزی وجود ندارد. طبعاً ممکن است گاهی آنچه در طبیعت می‌یابیم، ما را سردرگم کند. دلیلش آن است که ما با پیشداوری و تعصب ذهنی به واقعیات می‌نگریم؛ از قبل درباره چگونگی رفتار اشیا اعتقاداتی داریم و هنگامی که انتظاراتمان برآورده نمی‌شود احساس ناراحتی می‌کنیم. اما باید یاد بگیریم که چیزها را آنچنان که هستند بپذیریم و بکوشیم توصیف‌های ساده و منسجمی برای پدیده‌های مشاهده شده پیدا کنیم.

خواننده باید به روشنی درک کرده باشد که ایده‌های نظری ما در این فصل، از حقایق تجربی استخراج شده‌اند. با نتایج حاصل از یک دسته آزمایش هرگز نخواهیم توانست، از یک طریق منطقی محض، به آنچه در یک دسته آزمایش دیگر باید اتفاق بیفتد، پی ببریم؛ تنها می‌توانیم به حدسیات پردازیم. هیچ دلیلی در دست نیست که چرا چیزها در جهان باید به صورتی باشند که در این فصل بیان کردیم. می‌توانسته است طوری بوده باشد که "فوتون کسری" داشته باشیم، یا با کاهش شدت نور، ماهیت نقش پراش تغییر کند.

۵۰. در پایان این فصل توصیه می‌کنیم که درباره ارزش نظری یک "مجموعه وسایل اپتیکی" که شامل چند سلول فوتوالکتریک، همراه با مدارهای شمارنده الکترونیکی، توریهای پراش، چند چشمه نور تکفام و چند وسیله اپتیکی استاندارد دیگر است، بیندیشید. به کمک این کیت می‌توان چیزهای زیادی از فیزیک بنیادی را آموخت. نسبت ارزش آموزشی مجموعه وسایل اپتیکی به قیمت آن، در بین تمام دستگاههای فیزیک تجربی، منحصر به فرد است.



می‌گویید این جواب واقعی سؤال نیست؛ ما می‌خواهیم این آزمایش را به کمک ابزاری ابتکاری و بدون بستن یکی از شکافها انجام بدهیم. به عبارت دیگر می‌خواهیم نقش پراش از دو شکاف را درست به همان شکلی که در غیاب ابزار ابتکاری وجود دارد، حفظ کنیم، و در عین حال بتوانیم بگوییم که هر یک از فوتونهای شمارش شده از کدام شکاف آمده‌اند. آیا این کار عملی است؟

فرض کنید این کار امکان‌پذیر باشد. در این صورت، ابتدا تمام شمارشهایی را که فوتونهایشان از شکاف U آمده‌اند کنار می‌گذاریم و سپس براساس بقیه شمارشها که فوتونهای آنها از شکاف L آمده‌اند، یک نقش پراش رسم می‌کردیم. این نقش به چه چیز می‌مانست؟ ناگزیر به نقش تک شکاف، چون مطمئن شده‌ایم که "چیزی از شکاف U نمی‌آید" و در این صورت، مثل آن است که شکاف U کاملاً بسته باشد. به همین ترتیب نقش حاصل از شمارشهای مربوط به فوتونهایی که از شکاف U می‌آیند نیز باید نقش تک شکاف باشد. تمام شمارشها روی هم، به نقشی که در بخش ۴۱ پیشگویی شد منجر می‌شود، یعنی که این نقش، نقشی نخواهد بود که واقعاً از دو شکاف مشاهده می‌شود. در آزمایشی که نقش دو شکاف مشاهده می‌شود، نمی‌توان گفت که هر فوتون خاص، از کدام شکاف می‌آید. این نقش تنها در صورتی به وجود می‌آید که فوتونها از هر دو شکاف بگذرند، پس این سؤال که فوتون از کدام شکاف آمده است، بی‌معنی خواهد بود.

۴۹. اینک ما چیزهای جالب بسیاری درباره رفتار فوتونها آموخته‌ایم. نظریه ساده‌ای که در بخش ۴۴ فرمول‌بندی کردیم، نخستین گام در راه تنظیم یک نظریه کوانتومی برای تابش الکترومغناطیسی است. واضح است که موضوع الکترودینامیک کوانتومی به بحث این بخش محدود نمی‌شود: چیزهای زیاد دیگری برای آموختن وجود دارد. به خصوص درباره فرایندهایی که چندین فوتون در آن شرکت دارند، بسیاری چیزها باید گفته شود. ولی به هر حال، هدف ما در این فصل عبارت بود از دستیابی به یک فرمول‌بندی مقدماتی کوانتومی که براساس آن بتوانیم

مسائل

۱. یک اتم، یا هسته، به جرم M_i با گسیل یک فوتون وامی باشد. جرم نهایی ذره (بعد از گسیل فوتون) M_f است. فوتون گسیل شده در چارچوب مرجع لختی که اتم ابتدا در آن ساکن است مشاهده می شود: بسامد فوتون را ω فرض و ω_0 را با رابطه زیر تعریف می کنیم

$$\omega_0 = (M_i - M_f)c^2/\hbar$$

(الف) نشان بدهید که

$$\omega = \frac{(M_i + M_f)}{2M_i}\omega_0 = \omega_0 \left[1 - \frac{\omega_0 \hbar}{M_i c^2} \right]$$

(ب) $(\omega_0 - \omega)/\omega$ را برای خط زرد گسیل شده توسط سدیم محاسبه کنید. همچنین $(\omega_0 - \omega)/\omega$ را برای پروتوگامای 113 keV گسیل شده توسط ایزوتوپ هافنیم ^{177}Hf به دست بیاورید.

فرمول بالا اثر-پس زنی در گسیل فوتون را توصیف می کند. همچنان که مشاهده می شود بسامد فوتون گسیل شده (در چارچوب مرجع سکون گسیلنده) همواره از بسامد ω_0 مربوط به جرم نامحدود M_i کمتر است. این اثر در فوتونهای اپتیکی گسیل شده توسط اتمها فوق العاده کوچک است.

۲. عکس فرایند بررسی شده در مسئله ۱ را در نظر بگیرید. یک اتم، یا هسته، به جرم M_f که ابتدا در حال سکون است، فوتونی با بسامد f را جذب می کند. جرم نهایی اتم (یا هسته) M_i است. باز هم فرض کنید $\omega_0 = (M_i - M_f)c^2/\hbar$. رابطه ای میان ω_0 ، M_i ، M_f و ω پیدا کنید. توجه کنید که برای تغییرات نسبتاً کم در جرم، بسامد ω خیلی نزدیک به ω_0 است.

۳. بر مبنای داده های آمده در نمودار شکل ۲۳ الف، h/e را با دقتی که نمودار امکان می دهد تعیین کنید. (سرعت نور را معلوم فرض کنید.)

۴. منحنیهای شکل ۲۰ الف را در نظر بگیرید. محور طول تقریباً با طول موج متناسب است. با استفاده از داده های نمودار سوم، بیشینه های جابه جاشده در نمودارهای دوم و چهارم را پیشگویی و با منحنیهای واقعی مقایسه کنید.

۵. نمودارهای شکل ۱۶ الف را در نظر بگیرید. در این نمودارها طول به دو طریق مختلف، بر حسب بسامد و سرعت بیان شده است. انرژی پروتوگامای گسیل شده از هسته برانگیخته ^{57}Fe برابر 14.4 keV است. با توجه به این نکته، آیا می توانید سرعت را به بسامد، در دو مقیاس نشان داده شده در شکل مربوط کنید؟

۶. اگر نمودارهای شکل ۱۶ الف را بررسی کنیم یک ویژگی قابل توجه جلب نظر می کند: اثر پس زنی بحث شده در مسئله ۲ در این نمودارها

دیده نمی شود. این پدیده را، بعد از کشف آن، اثر موسباور نامیدند. آیا می توانید این اثر را توجیه کنید؟ این اثر یک پدیده جالب است و می توانید آن را در کتابها و مقالات مربوط پیدا کنید.

۷. پروتوهای گامای با طول موج 710 \AA در یک برگه نازک آلومینیم پراکنده می شوند. تابش پراکنده شده با زاویه 60° نسبت به جهت تابش دیده می شود. چه طول موجهایی در تابش پراکنده انتظار می رود؟

۸. فرض کنید یک زوج الکترون-پوزیترون نابود می شوند و سه پروتوگاما تولید می کنند. اگر یکی از پروتوهای گاما را در چارچوب مرجع سکون زوج الکترون-پوزیترون نگاه کنیم (فرض می کنیم نابودی زمانی رخ می دهد که الکترون و پوزیترون در حال سکون اند) انرژیهای ممکن فوتون کدام اند؟

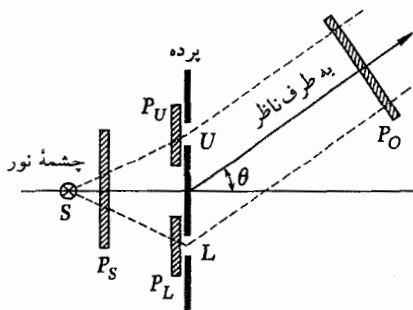
۹. فوتونها به صورت عمود بر مرز تختی که یک دی الکترونیک یکنواخت به ضریب شکست n را از خلأ جدا می کند می تابند. فرض می کنیم این فوتونها، که بسامد آنها ω است، از طرف خلأ وارد می شوند.

(الف) بسامد و انرژی فوتون در داخل دی الکترونیک چقدر است؟ (ب) آیا می توان به فوتون در داخل دی الکترونیک تکانه نسبت داد؟ اگر چنین است، رابطه ای برای تکانه به دست بیاورید. تکانه چگونه به طول موج مربوط می شود، و طول موج در داخل دی الکترونیک چقدر است؟

۱۰. ذره بارداری که در خلأ با سرعت یکنواخت در حرکت است، نمی تواند تابش الکترومغناطیسی (فوتون) گسیل کند؛ پایداری انرژی و تکانه مانع این کار می شود. تحقیق کنید که آیا ذره بارداری که در داخل دی الکترونیک با سرعت یکنواخت بزرگ تر از سرعت نور در این محیط حرکت می کند، می تواند فوتون گسیل کند یا خیر. معلوم می شود که چنین چیزی امکان پذیر است، و تابش گسیل شده را تابش چرنکوف می گویند. (در اینجا ما فقط با توازن انرژی و تکانه سروکار داریم، نه با جزئیات مربوط به "سازوکار" گسیل.) فوتونهای گسیل شده با زاویه معینی نسبت به راستای ذرات باردار خارج می شوند. با فرض اینکه ضریب شکست 1.5 ، ذره پیونی با انرژی 5 GeV ، و فوتون در گستره اپتیکی باشد، این زاویه را پیدا کنید. آشکارسازهای ذرات باردار که در آنها از پدیده تابش چرنکوف استفاده می شود، عموماً در فیزیک انرژی زیاد به کار می روند. جرم پیون 140 MeV است.

I. R. L. Mössbauer, "Kernresonanzfluoreszenz von Gammastrahlung in ^{111}Ir "

ترجمه این مقاله و تجدید چاپ سایر مقالات مربوط به این موضوع را می توان در کتاب زیر مطالعه کرد
The Mössbauer Effect, edited by H. Frauenfelder (W. A. Benjamin, Inc. New York, 1962).



نوع اصلاح شده شکل ۳۹ الف. فیلترهای قطبش به صورت زیر قرار گرفته‌اند: P_S در مقابل چشمه، P_U و P_L به ترتیب در مقابل شکاف بالا و شکاف پایین، و P_O در مقابل ناظر.

این شکل مربوط به مسئله ۱۲ است. در این آزمایش چه نوع فریزهایی برای ترکیبهای مختلف فیلترها مشاهده خواهد شد؟

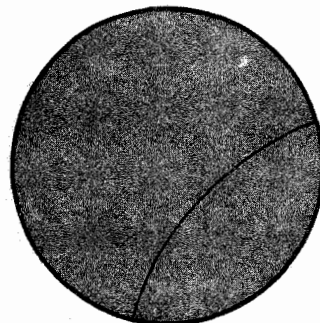
۱۲. نوع اصلاح شده آزمایش پراش از دو شکاف مربوط به بخشهای ۳۹-۴۲ را در نظر بگیرید (شکل زیر). فیلترهای قطبش را در مقابل شکافها، در مقابل چشمه نور، و در مقابل ناظر قرار می‌دهیم. در اینجا مسئله پیدا کردن روابطی، همانند رابطه (40^c) ، برای شدت در ترکیبهای مختلف فیلترهاست. فرض می‌کنیم خود چشمه، نور ناقطبیده گسیل می‌کند و شکافها به حالت قطبش حساس نیستند. موارد جدول زیر را در نظر بگیرید:

P_O	P_L	P_U	P_S
ناموجود	افقی	ناموجود	ناموجود
ناموجود	قائم	افقی	ناموجود
دایره‌ای	قائم	افقی	دایره‌ای
دایره‌ای	افقی	افقی	دایره‌ای
ناموجود	قائم	افقی	دایره‌ای

در جدول بالا، منظور از "افقی" فیلتری است که فقط به نور قطبیده در جهت افقی اجازه عبور می‌دهد و منظور از "قائم" فیلتری است که فقط نور قطبیده در جهت قائم از آن عبور می‌کند، و منظور از "دایره‌ای" فیلتری است که فقط نور با قطبش دایره‌ای چپگرد از آن رد می‌شود.

منابع برای مطالعه بیشتر

۱. انستیتوی فیزیک امریکا یک مجموعه مقاله تحت عنوان ویژگیهای کوانتومی و آماری نور تجدید چاپ کرده است. این مقاله‌ها،



تصویر اتاقک ابری که مسیر یک ذره باردار را در یک میدان مغناطیسی، که جهت آن به طرف خارج صفحه شکل است، نشان می‌دهد. (این تصویر مربوط به مسئله ۱۱ است.)

آیا این مسیر، مسیر یک پوزیترون است؟ اگر چنین است، پوزیترون در کدام جهت حرکت می‌کند؟ آیا این مسیر، مسیر الکترونی است که در جهت مخالف حرکت می‌کند؟

اندرسون از کجا می‌دانست که عکس اتاقک ابری اش (شکل ۲۶ الف) مسیر یک پوزیترون (نه یک الکترون) را نشان می‌دهد؟

۱۱. الف) وقتی ذره بارداری در یک صفحه عمود بر میدان مغناطیسی بکنواخت حرکت می‌کند، مسیر آن دایره‌ای خواهد بود. با فرض اینکه این ذره یک بار بنیادی با خود حمل کند، نشان بدهید که تکانه ذره با کمیت Br ، که در آن B بزرگی میدان و r شعاع مسیر است، متناسب است. اگر کمیت Br برحسب گاوس-سانتی‌متر داده شده باشد، ضریب تبدیلی پیدا کنید که تکانه را برحسب یکاهای MeV/c به دست بدهد. (c سرعت نور است.)

ب) اندرسون، هنگام تحلیل تصویر اتاقک ابری خود (شکل ۲۶ الف)، با معلوم بودن میدان مغناطیسی و با استفاده از انحنا مشاهده شده مسیره‌ها، انرژی پوزیترون را تعیین کرد. او تکانه‌ها را در دو بخش از مسیر به صورت $Br = 2.1 \times 10^5$ gauss-cm و $Br = 7.5 \times 10^4$ gauss-cm به دست آورد. نشان بدهید که این تکانه‌ها با انرژیهای $63 MeV$ و $23 MeV$ متناظرند.

ج) آیا از روی تصویری همانند عکس اتاقک ابری زیر، می‌توان علامت بار و جهت حرکت ذره را تعیین کرد؟ اندرسون از کجا می‌دانست که این ذره یک پوزیترون است (شکل ۲۶ الف) و الکترونی نیست که در جهت مخالف حرکت می‌کند؟

د) در شکل ۲۶ الف میدان مغناطیسی عمود بر صفحه شکل است. آیا جهت این میدان به طرف داخل صفحه است یا خارج از صفحه؟

(ب)

W. H. Jordan: "Radiation From a Reactor",
Oct. 1951, p. 54 (discusses The Cerenkov radiation).

(ج)

G. Burbidge and F. Hoyle: "Anti-Matter", April
1958, p, 34.

(د)

G. b. Collins: "Scintillation Counters", Nov.,
1953, p. 36.

همچنان که از نام آنها پیداست، به ویژگیهای مختلف فوتون می‌پردازند
و ممکن است بعضی از آنها جالب باشد.

۲. برای مطالعه مقاله‌های اولیه‌ی مربوط به موضوع این فصل، باز
هم به خواننده توصیه می‌کنیم که کتابهای زیر را مطالعه کند.

The World of the Atom, edited by H. A. Boorse
and L. Motz, Vols. I and II, (Basic Books, Inc., New
York 1966), with editorial comments.

۳. در این مرحله می‌توان مقاله‌های زیر در *Scientific*

American را مطالعه کرد:

(الف)

G. E. Henry: "Radiation Pressure", June 1957,
p. 99.

ذرات مادی

امواج دوبروی

۱. در این فصل به مطالعهٔ خواص ذرات مادی یعنی ذراتی که جرم در حال سکون آنها صفر نیست، مثل الکترونها، پروتونها، نوترونها، مزونها، مولکولها و غیره، خواهیم پرداخت.

این یک واقعیت تجربی ساده است که ذرات مادی خواص موجی دارند. امروز، نه تنها کسانی که علوم فیزیکی خوانده‌اند، بلکه بسیاری از افراد دیگر هم به این امر واقف‌اند. اما باید به یاد بیاوریم که ماهیت موجی چیزی مثل الکترون، زمانی بسیار شگفت‌انگیز می‌نمود و علتش این بود که فیزیکدانان عادت کرده بودند راجع به الکترون همانند یک ذرهٔ کلاسیک بیندیشند. نخستین آزمایشهای مربوط به الکترون، ظاهراً همگی بر چنین مدلی دلالت می‌کردند، و تا پیش از ۱۹۲۷ هیچ آزمایش صریحی انجام نشده بود که در آن الکترون ماهیت موجی خود را بروز بدهد. به احتمال زیاد شما در درسهای فیزیک دبیرستانی خود دربارهٔ آزمایشهایی که ماهیت موجی الکترون را به اثبات رساندند^۱ چیزهایی آموخته‌اید. ما در این فصل از این آزمایشها بیشتر گفتگو خواهیم کرد.

در مورد فوتون، ابتدا خواص موجی آن و بعداً خواص ذره‌ای آن کشف شد؛ برای الکترون این ترتیب برعکس بود. به دلیل همین ترتیب تاریخی وقایع^۲، باور عمومی بر آن بوده است که نوار امواج تشکیل شده و الکترون ذره است. ولی این یک تصویر ناقص است. بدون شک در آینده همه خواهند دانست که فوتونها و الکترونها، و در واقع همهٔ ذرات از این لحاظ که همهٔ آنها هم خواص ذره‌ای دارند و هم خواص موجی، مشابه‌اند.

۲. اکنون بد نیست فرایند پیشگویی و کشف امواج مادی را مرور کنیم، زیرا این مرحله، پیشرفت مهمی در دانش ما از فیزیک به شمار می‌رود. در قسمت اول این فصل به طریقی شبه‌تاریخی به موضوع می‌پردازیم، و از خواننده می‌خواهیم که موقتاً آنچه را دربارهٔ امواج مادی در مدرسه آموخته است فراموش کند. فرض می‌کنیم که در زمان به‌عقب بازگشته‌ایم، به حدود سال ۱۹۲۳، در آن زمان راجع به الکترون به‌عنوان یک ذرهٔ کلاسیک چیزهایی، هرچند بسیار اندک، می‌دانستند ولی خواص موجی آن به‌کلی ناشناخته بود. اما این را می‌دانستند که فوتون نوعی خواص ذره‌ای دارد.

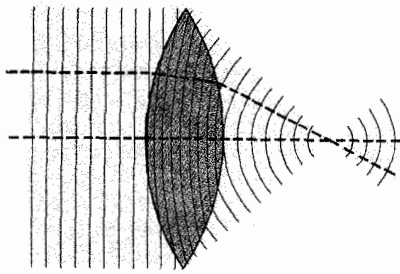
اکنون این سؤال را مطرح می‌کنیم که آیا ممکن است یک ذرهٔ مادی، مثلاً یک الکترون، نوعی خواص موجی داشته باشد؟ برای یافتن جواب باید به آزمایش بازگردیم، ولی پیش از آن نخست باید بعضی ایده‌های نظری را بررسی کنیم تا ببینیم چه انتظاری می‌توان داشت.

۳. وابسته کردن موج به یک ذره ممکن است کار بسیار بی‌دلیلی به نظر برسد، و ما مسلماً ادعا نمی‌کنیم که بتوانیم به‌طور منطقی اثبات

۱. برای مثال، رک

PSSC, "Physics" (D. C. Heath and Company, Boston, 1965), Part IV.

۲. به‌نظر مؤلف این ترتیب تاریخی در کشف این خواص را می‌توان به‌طور نظری، براساس کوچک بودن ثابت ساختار ریز (α) درک کرد.



شکل ۳ ب این شکل شبیه به شکل ۳ الف است و به منظور توضیح مطالب بخش ۳ آمده است. جبهه‌های موج رسم شده مربوط به یک موج تخت هستند که از سمت چپ به عدسی می‌تابد. دو پرتو یا دو مسیر فوتونها نیز رسم شده است. توجه کنید که این دو مسیر در کانون همدیگر را قطع می‌کنند. در اینجا نیز هر گروه از جبهه‌های موج متناظر با یک مجموعه از مسیرهاست.

بررسی دقیق شکل نشان می‌دهد که این شکل نارساییهایی دارد. این نارساییها صرفاً ناشی از بی‌دقتی در رسم شکل نیستند، بلکه گویای این واقعیت هستند که عدسی کامل وجود ندارد. این شکل فقط در ناحیهٔ بی‌محدود، یعنی ناحیهٔ مجاور محور، دقیق است.

البته، در فصل مشترکهای مختلف بازتاب وجود دارد، که در این شکل نشان داده نشده است.

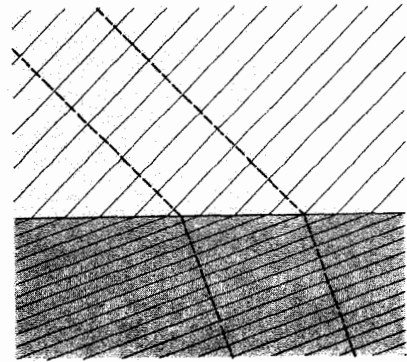
۴. اکنون گامهایی را که دوبروی برداشت دنبال می‌کنیم و به منظور آزمایش نظری، فرض می‌کنیم که به هر ذرهٔ متحرک یک موج وابسته است. ذره را در حالتی می‌گیریم که هیچ نیروی خارجی بر آن وارد نمی‌شود، که در این صورت حرکت یکنواخت است. انرژی ذره را E ، تکانهٔ آن را p ، و جرم آن را m فرض می‌کنیم.

اگر به ذره‌ای که به این ترتیب حرکت می‌کند، موجی وابسته باشد، باید انتظار داشته باشیم که این موج در همان جهت ذره حرکت کند. ما این موج را با تابع مختلط

$$\psi(x, t) = A \exp(ix \cdot k - i\omega t) \quad (۴الف)$$

نشان می‌دهیم، که در آن A دامنهٔ ثابت موج، k بردار موج و ω بسامد است. اکنون مسئله این است که رابطهٔ بین k و ω را (که موج را مشخص می‌کنند) با متغیرهای p ، E و m (که ذره را مشخص می‌کنند) حدس بزنیم.

1. L. V. de Broglie, "Ondes et quanta," *Comptes Rendus* 177, 507 (1923); "A tentative theory of light quanta," *Philosophical Magazine* 47, 446 (1924); "Recherches sur la théorie des quanta," *Annales de Physique* 3, 22 (1925).



شکل ۳ الف شکست یک موج تخت در فصل مشترک تخت دو محیط همگن با ضریب شکستهای مختلف. در اینجا جبهه‌های موج، یعنی سطح با فاز ثابت، تخت‌اند و در شکل با خطوط نازک نشان داده شده‌اند. پرتوها، که بر جبهه‌های موج عمودند، با خط چین مشخص شده‌اند. می‌توانیم این پرتوها را مسیر فوتونها در نظر بگیریم. هر مجموعهٔ مسیر، که دو تا از آنها در شکل رسم شده است، متناظر با یک گروه معین از جبهه‌های موج است. در واقع، موج تا حدودی بازتابیده هم می‌شود، اگرچه در شکل نشان داده نشده است.

کنیم که چنین موجی باید وجود داشته باشد. ولی مشابهت‌هایی با اپتیک وجود دارد که می‌توان به آنها اشاره کرد. یک ابزار اپتیکی، و مسیر نور را در آن در نظر بگیرید. می‌دانیم که علی‌الاصول می‌شود این وسیله را با حل معادلات ماکسول همراه با شرایط مرزی مناسب توصیف و با انجام این کار می‌توان انتشار موج را از چشمهٔ نور تا تصویر چشمه بیان کرد. اما روش ساده‌تری هم برای بررسی وسایل نوری هست، یعنی روش اپتیک هندسی. اگر مبنای بحث را بر معادلات دقیق موجی بگذاریم، می‌توانیم نشان بدهیم که روش هندسی باید به یک حل تقریبی بیانجامد. ما مسیر یک پرتو نور را در وسیله دنبال می‌کنیم؛ این پرتو را می‌توان مسیر یک فوتون دانست. این پرتو چگونه به امواج مربوط می‌شود؟ در هر نقطه پرتو نور بر جبههٔ موج عمود است؛ در هر ناحیهٔ کوچک از فضا، موج تقریباً به صورت یک موج تخت پدیدار می‌شود و پرتویی که از این ناحیه می‌گذرد بر صفحه‌هایی که فاز در آنها ثابت است عمود است. در اینجا یک وابستگی بین یک "ذره" و یک موج دیده می‌شود و این همان مشابهت اپتیکی است که می‌خواهیم از آن برای فرمولبندی یک نظریهٔ موجی برای ذرات مادی استفاده کنیم.

نخستین بار در حدود ۱۹۲۳، لویی ویکتور دوبروی نظراتی از این نوع را ارائه کرد؛^۱ بی‌گمان جسارت فکری او در طرح یک چنین نظریهٔ جدیدی شایستهٔ تحسین است.



لویی ویکتور دوبروی. تولد ۱۸۹۲ در دی‌پ، فرانسه. دوبروی ابتدا به مطالعه تاریخ پرداخت، اما بعداً فیزیک را انتخاب کرد. در سال ۱۹۲۴ در دانشگاه پاریس دکترای گرفت. از آن زمان به بعد در سوربن، در انستیتوی پوانکاره، و در دانشگاه پاریس مسئولیتهایی داشت. در سال ۱۹۲۹ جایزه نوبل گرفت. عنوان رساله دکتری دوبروی، که حاوی جوهر ایده او درباره امواج مادی بود عبارت بود از "پژوهش در نظریه کوانتوم".

۶. برای به دست آوردن رابطه $\hbar k = p$ فرض (غیرمطمئن) کردیم که در طرف چپ معادله (۵ب) بیان شد. اکنون این سؤال مطرح است که آیا نمی‌توان با فرضی که کمتر از این قاطع باشد و با شرط ناوردایی نسبیته تکمیل شود، به همین نتیجه رسید؟ در اینجا این امکان را بررسی می‌کنیم و در عین حال خود را قانع می‌کنیم که معادلات (۵ب) و (۵د) با نظریه نسبیت خاص سازگارند.

پیش از هر چیز باید پیدا کنیم که k و ω تحت تبدیلات لورنتس چگونه تبدیل می‌شوند. فرض کنید که موج در چارچوب بدون پریم و به همان شکلی که در معادله (۴الف) آمده است، با تابع موج $\psi(x, t)$ بیان شده باشد. همین موج در چارچوب پریم دار که با سرعت v نسبت به چارچوب بدون پریم حرکت می‌کند، با تابع موج

$$\psi'(x', t') = A' \exp(ix' \cdot k' - i\omega' t') \quad (۶الف)$$

۱. دوره فیزیک برکلی، جلد ۳، امواج، فصل ۶.

موجی که با تابع موج $\psi(x, t)$ بیان شده، یک موج تخت است: سطوح فاز ثابت از رابطه، ثابت $(x \cdot k - \omega t) = \text{ثابت}$ به دست می‌آیند. این سطوح، و در نتیجه موج، با سرعت فاز منتشر می‌شوند

$$v_f = \frac{\omega k}{k^2} \quad (۴ب)$$

ممکن است در وهله اول وسوسه شویم که سرعت فاز v_f را با سرعت ذره، $v = pc^2/E$ مساوی بگیریم، اما پس از کمی تأمل درمی‌یابیم که این سرعت گروه است که باید با سرعت ذره برابر باشد. سرعت گروه سرعتی است که با آن یک علامت یا یک مقدار انرژی می‌تواند در فضا منتقل شود، و ما به خوبی می‌توانیم ذره را همچون "بسته" ای از انرژی فرض کنیم.

۵. در جلد سوم این دوره^۱ رابطه‌ای برای سرعت گروه v یک بسته موج به دست آوردیم، یعنی

$$\frac{1}{v} = \frac{dk}{d\omega} \quad \text{یا} \quad v = \frac{d\omega}{dv} \frac{dv}{dk} \quad (۵الف)$$

گفتیم که سرعت گروه باید سرعت ذره باشد. حال بایستی حدس بزنیم که بسامد چگونه به p و E بستگی دارد. تصور کنیم که رابطه $E = \hbar\omega$ که برای فوتون برقرار است، برای ذرات مادی نیز برقرار باشد. در آن صورت خواهیم داشت

$$\hbar\omega = E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (۵ب)$$

با وارد کردن رابطه فوق در دومین معادله (۵الف) و مرتب کردن آن، به دست می‌آید

$$\frac{dk}{dv} = \frac{1}{v} \frac{d\omega}{dv} = \left(\frac{m}{\hbar}\right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} \quad (۵ج)$$

با این شرط که به ازای $v = 0$ ، $k = 0$ باشد، با انتگرال‌گیری از معادله بالا به دست می‌آوریم

$$\hbar k = \frac{mv}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = p \quad (۵د)$$

یا به صورت برداری

$$\hbar \mathbf{k} = \mathbf{p} \quad (۵ه)$$

و این رابطه‌ای بود که دوبروی پیشنهاد کرد.

چون این رابطه باید به‌ازای هر x و هر t برقرار باشد، نتیجه می‌گیریم

$$\omega = \frac{(mc^2/\hbar)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (د۷)$$

$$k = \frac{(mv/\hbar)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (ه۷)$$

از طرف دیگر، سرعت ذره در چارچوب بدون پریم درست برابر با v است، چون فرض کردیم ذره در چارچوب پریم‌دار ساکن است. بنابراین انرژی E و تکانه p ذره در چارچوب بدون پریم از رابطه زیر به‌دست می‌آیند

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (و۷)$$

با ترکیب معادلات (د۷) تا (و۷) نتیجه می‌شود

$$E = \hbar\omega, \quad p = \hbar k \quad (ز۷)$$

به این ترتیب نتیجه (ه۵) را به‌دست می‌آوریم، از این گذشته می‌بینیم معادله (ب۵)، که در بخش ۵ برای حالت خاصی معرفی شده بود، در واقع اگر در چارچوب ساکن برقرار باشد، به‌طور کلی صحیح است. به این ترتیب، این نحوه استدلالت نشان می‌دهد که روابط (ز۷) با نسبیت خاص سازگارند: در واقع اکنون این روابط را بر مبنای ناوردایی نسبیتی به‌دست آورده‌ایم.

۸. پس ما در تعقیب کارهای دوبروی به این فرضیه رسیدیم که به هر ذره متحرک می‌تواند موجی وابسته شود و این موج با یک بردار موج k مشخص می‌شود که با رابطه $p = \hbar k$ به تکانه ذره مربوط می‌شود. به بیان دیگر، طول موج λ ی موج مادی از رابطه

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi}{k} \quad (الف۸)$$

به‌دست می‌آید که به معادله دوبروی معروف است و طول موج λ طول موج دوبروی خوانده می‌شود. توجه داشته باشید که این رابطه برای فوتونها نیز برقرار است.

برای اینکه ببینیم طول موج دوبروی چگونه به پارامترهای یک ذره متحرک بستگی دارد رابطه (الف۸) را به چند صورت مختلف می‌نویسیم. شکل

$$\lambda = \left(\frac{h}{mc}\right) \frac{\sqrt{1 - (v/c)^2}}{(v/c)} \quad (ب۸)$$

۱. دوره فیزیک برکلی، جلد ۱، مکانیک، فصل ۱۱.

بیان می‌شود که در آن A' دامنه ثابتی است که می‌تواند با A برابر باشد یا با آن نابرابر باشد.

فرض کنید چارچوب پریم‌دار چارچوب ساکن ذره باشد. در این چارچوب داریم $k' = 0$ ، $p' = 0$ ، و $E = mc^2$. به‌علاوه فرض کنید رابطه (ب۵) در چارچوب ساکن نیز برقرار باشد (ولی شاید در هیچ چارچوب دیگری برقرار نباشد): با این فرض داریم $\omega' mc^2 / \hbar$

۷. فاز موج در هر چارچوبی با عبارت $(x \cdot k - \omega t)$ بیان می‌شود، و فرض می‌کنیم که این کمیت ناوردا باشد: اگر فاز در نقطه x' و در لحظه t' در چارچوب پریم‌دار، مقدار مشخصی داشته باشد، در چارچوب بدون پریم در نقطه متناظر x و در لحظه متناظر t نیز باید همان مقدار را داشته باشد. در دفاع از این فرض به ماهیت تناوبی موج اشاره می‌کنیم. اگر در یک چارچوب مرجع، فازهای دو رویداد در فضا-زمان به اندازه مضرب صحیحی از 2π باهم اختلاف داشته باشند، فازهای موج در هر چارچوب مرجع دیگری نیز باید با همان مضرب صحیح با یکدیگر فرق کنند. از اینجا نتیجه می‌شود که در چارچوبهای پریم‌دار و بدون پریم فازهای موج حداکثر می‌توانند به‌اندازه یک ثابت اختلاف داشته باشند، و این ثابت را می‌توان در نسبت A/A' جا داد، که در این صورت، همچنانکه فرض کردیم، فاز یک ناوردا خواهد بود. با این فرض و با انتخاب دستگاه پریم‌دار به‌عنوان چارچوب ساکن ذره، داریم

$$x \cdot k - \omega t = -\omega' t' = -\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right) t' \quad (الف۷)$$

کمیت t' را می‌توان برحسب x و t و $-v$ بیان کرد که در آن $-v$ سرعت حرکت چارچوب بدون پریم نسبت به چارچوب پریم‌دار است، و رابطه بین این کمیتها با تبدیلات لورنتس، که در جلد اول این دوره بحث شد،^۱ بیان می‌شود، یعنی

$$t' = \frac{t - (x \cdot v)/c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (ب۷)$$

و اگر این رابطه را در (الف۷) قرار دهیم، به‌دست می‌آید

$$x \cdot k - \omega t = \frac{(mc^2/\hbar)((x \cdot v)/c^2 - t)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (ج۷)$$

۱۰. اکنون می‌خواهیم ببینیم که فرضیه دوبروی درباره امواج مادی با تجربه توافق دارد یا نه. در وهله اول باید خود را قانع کنیم که ایده موج مادی با درک متعارف از فیزیک ماکروسکوپیک تناقضی ندارد. ذره‌ای را در نظر بگیرید که از دیدگاه ماکروسکوپیک کوچک

محسوب شود. به‌عنوان مثال فرض کنید که جرم m ذره 10^{-5} gr یا 10^{-8} میکروگرم باشد و با سرعت $v = 1$ cm/sec حرکت کند. با به‌کار بردن رابطه غیرنسبیتی (۹هـ) برای طول موج دوبروی، در این مورد به‌دست می‌آوریم 10^{-22} cm که $\lambda \cong 6.6 \times 10^{-22}$ cm که فوق‌العاده کوچک است. کوچکی این طول موج نشان می‌دهد که چرا امواج مادی، اگر وجود داشته باشند، در فیزیک ماکروسکوپیک نمایان‌تر نیستند: این طول موجها کوچک‌تر از آن‌اند که به مشاهده درآیند. برای درک روشن‌تر این نکته به مشابه اپتیکی آن اشاره می‌کنیم، هرچه طول موج نور در مقایسه با کلیه ابعاد مربوط در وسایل اپتیکی کوچک‌تر باشد، روش نور هندسی درست‌تر خواهد بود. برای دیدن خواص موجی نور در یک آزمایش اپتیکی، باید ترتیبی بدهیم که بعضی از پارامترهای هندسی دستگاه با طول موج نور قابل مقایسه باشند: تنها در این صورت است که انحراف از نور هندسی را به شکل اثرات تداخلی و پراشی مشاهده خواهیم کرد. به همین ترتیب، برای آشکار شدن وجود امواج مادی، باید ترتیبی بدهیم که طول موج با بعضی پارامترهای هندسی دستگاه قابل مقایسه باشد. به‌خصوص باید توری‌ای پیدا کنیم که با آن بتوان اثرات پراشی را مشاهده کرد.

۱۱. بررسی فرمول (۸ب) نشان می‌دهد که اگر بخواهیم یک طول موج بلند داشته باشیم باید سعی کنیم آزمایش را با ذره‌ای انجام بدهیم که کمترین جرم ممکن را داشته باشد، یعنی با الکترون، و به‌علاوه سرعت آن را باید حتی‌الامکان کم نگه داریم. چون می‌خواهیم حالتی را در نظر بگیریم که در آن سرعت بسیار کم است، می‌توانیم از رابطه تقریبی غیرنسبیتی (۹هـ) برای طول موج دوبروی استفاده کنیم. اگر این رابطه را مشخصاً برای الکترون، به جرم m و انرژی جنبشی T بنویسیم، به‌دست می‌آوریم

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mT}} = \sqrt{\frac{150.4 \text{ eV}}{T}} \text{ \AA} \quad (\text{الف } 11)$$

بنابراین، اگر انرژی جنبشی الکترون 150.4 eV باشد، طول موج برابر یک آنگستروم یا 10^{-8} cm خواهد بود. مرتبه بزرگی این طول موج با مرتبه بزرگی ثابت شبکه در بلورها برابر است و مانند مورد پرتوهای x، می‌توانیم یک شبکه بلوری را به‌عنوان توری به‌کار ببریم.

نشان می‌دهد که با افزایش سرعت v ، طول موج λ کم می‌شود. به‌ازای یک سرعت ثابت طول موج λ با m نسبت عکس دارد.

۹. اگر، مثل سابق، انرژی کل ذره را با E مشخص کنیم، می‌توان نوشت

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - m^2c^4}} = \frac{(hc/E)}{\sqrt{1 - (mc^2/E)^2}} \quad (\text{الف } 9)$$

که نشان می‌دهد به‌ازای جرم ثابت m ، با افزایش E ، طول موج λ کم می‌شود و به‌ازای یک انرژی کل ثابت، با افزایش جرم m طول موج λ زیاد می‌شود. یک ذره بدون جرم (به‌ازای یک انرژی معین) کمترین طول موج دوبروی را دارد، که از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\lambda = \frac{hc}{E} \quad (\text{ب } 9)$$

چون این رابطه با قرار دادن $(mc^2)/E = 0$ در (الف ۹) به‌دست می‌آید، درمی‌یابیم که در منتهای حد نسبیتی نیز، وقتی سرعت v به c خیلی نزدیک است، به‌عبارت دیگر وقتی انرژی کل در مقایسه با انرژی سکون خیلی زیاد است، همین رابطه با تقریب برقرار است. اگر انرژی جنبشی ذره را با T نشان بدهیم، خواهیم داشت

$$E = T + mc^2 \quad (\text{ج } 9)$$

این رابطه E را در (الف ۹) قرار می‌دهیم و به‌دست می‌آوریم

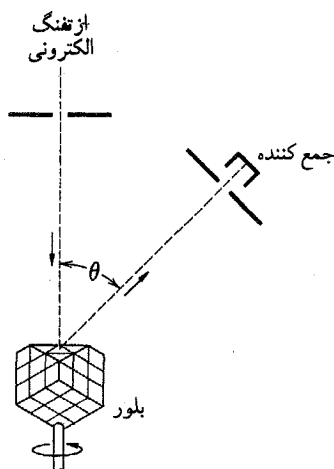
$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T+2mc^2)}} = \frac{h}{\sqrt{2mT}} \frac{1}{\sqrt{1+T/(2mc^2)}} \quad (\text{د } 9)$$

به‌ازای جرم ثابت سکون m ، با افزایش انرژی جنبشی T طول موج λ کم می‌شود. به همین ترتیب به‌ازای انرژی جنبشی ثابت T ، با افزایش جرم m طول موج λ کاهش می‌یابد.

در حالت حدی، هنگامی که سرعت ذره در مقایسه با c بسیار کوچک است، نسبت T/mc^2 بسیار کوچک می‌شود. با مساوی صفر قرار دادن این نسبت در معادله (د ۹) رابطه زیر برای طول موج λ در تقریب غیرنسبیتی به‌دست می‌آید

$$\lambda \cong \frac{h}{\sqrt{2mT}} \cong \frac{h}{mv} \quad (\text{ه } 9)$$

که البته می‌توانستیم آن را مستقیماً از (الف ۸) به‌دست بیاوریم.



شکل ۱۳ الف نمودار طرح وار پراش الکترونها از سطح یک تک بلور. شدت باریکه پراکنده کشسان، به ازای انرژی ثابت الکترونها فرودی، به صورت تابعی از زاویه θ مشاهده می شود.

کشسان توسط بلوری که جهت آن از پیش تعیین شده است افزایش یافت. آغاز این مرحله از کار، سال ۱۹۲۵ بود، [یعنی] سال بعد از انتشار فرضیه دوبروی و سال قبل از نخستین پیشرفتهای عظیم در مکانیک موجی. به این ترتیب، تجربه نیویورک در سرآغاز خود، آزمونی از نظریه موجی نبود، و تازه در تابستان ۱۹۲۶، پس از آنکه من این تحقیقات را در انگلستان با ریچاردسون، بورن، فرانک و دیگران مورد بحث قرار دادم، چنین خصوصیتی به خود گرفت.

پژوهش درباره باریکه‌های پراش در پاییز ۱۹۲۶ شروع شد ولی تا اوایل سال بعد چیزی پیدا نشد. از آن به بعد ابتدا یکی و سپس پشت سرهم بیست تای دیگر پیدا شدند. نوزده‌تای آنها را می‌شد برای امتحان کردن رابطه بین طول موج تکانه به‌کار برد، و در هر مورد صحت رابطه دوبروی، $\lambda = h/p$ ، در محدوده دقت اندازه‌گیریها تأیید شد.

من به اختصار طرح آزمایش را یادآوری می‌کنم. همان‌طور که در شکل ۱۲ الف نشان داده شده است، باریکه‌ای از الکترونها

نخستین بار آزمایشهایی از این دست توسط دیویسون^۱ با همکاری گرم^۲، و مستقلاً توسط تامسون^۳، در ۱۹۲۷ انجام شد.^۴ در آزمایشهای دیویسون و گرم بازتابش الکترونها از روی بلور مورد مطالعه قرار گرفت، در حالی که تامسون در آزمایشهای خود، عبور الکترونها از یک ورقه نازک بلوری را بررسی کرد.

۱۲. در اینجا به ذکر برخی جزئیات آزمایش دیویسون-گرم می‌پردازیم. طرح‌واره آزمایش در شکل ۱۲ الف نشان داده شده است.

تاریخچه این آزمایش را از زبان خود دیویسون می‌شنویم. نقل قولی که در زیر می‌آید از سخنرانی او هنگام دریافت جایزه نوبل، انتخاب شده است. (دیویسون و تامسون به خاطر کشفیاتشان مشترکاً به دریافت جایزه نوبل سال ۱۹۳۷ نایل شدند.) این نقل قول از این لحاظ جالب است که نشان می‌دهد مسئله تجربه در سال ۱۹۲۷، آن اندازه که در این بازنگری به نظر می‌رسد، صریح و روشن نبوده است. دیویسون به دنبال یک بحث مقدماتی درباره فرضیه دوبروی، چنین ادامه می‌دهد:

نظریه به‌طور ضمنی حاکی از آن بود که باریکه‌های الکترون همانند باریکه‌های نوری می‌توانند خواص موجی از خود بروز دهند، و با پراکنده شدن توسط یک توری مناسب می‌توانند پراشیده شوند، با این همه هیچ‌یک از نظریه‌پردازان برجسته اشاره‌ای به این نکته جالب نکرده بود. نخستین کسی که به این موضوع توجه کرد الساسر^۵ بود که در ۱۹۲۵ خاطر نشان کرد پدیدار شدن پراش وجود فیزیکی امواج الکترون را ثابت خواهد کرد. اکنون مقدمات امر برای کشف پراش الکترون آماده بود.

جای خوشوقتی است به شما بگویم که به محض ابراز نظرات الساسر، آزمایشهایی در نیویورک آغاز شد که به آشکار شدن پراش الکترون انجامید، از این جالب‌تر اینکه این کار یک روز بعد از رسیدن نسخه‌هایی از فرضیه دوبروی به امریکا، شروع شد. در ماجرای واقعی کمتر فراست و بیشتر تصادف دخالت داشت. کار عملاً در ۱۹۱۹ با این کشف اتفاقی آغاز شد که طیف انرژی گسیل الکترون ثانویه، به‌عنوان بالاترین حد خود، انرژی الکترونها اولیه را داراست، حتی هنگامی که الکترونها اولیه در صدها ولت شتاب گرفته باشند؛ یعنی در حقیقت الکترونها توسط فلزات به‌طور کشسان پراکنده می‌شوند.

در پی این کشف، تحقیق راجع به توزیع زاویه‌ای این الکترونها که به‌طور کشسان پراکنده می‌شوند، روبه افزایش گذاشت، و سپس بار دیگر تصادف پا به میان نهاد؛ به‌نحوی کاملاً اتفاقی کشف شد که شدت الکترونها پراکنده شده همراه با جهت‌گیری بلور پراکنده تغییر می‌کند. طبعاً به دنبال آن، تحقیق روی پراکندگی

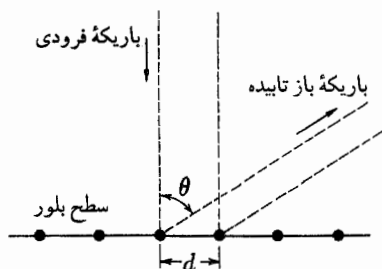
1. C. J. DAVISSON 2. L. H. GERMER

3. G. P. THOMSON

4. C. J. Davisson and L. H. Germer, "Diffraction of electrons by a crystal of nickel," *Physical Review* **30**, 705 (1927).

G. P. Thomson, "Experiments on the diffraction of cathode rays," *Proceedings of the Royal Society (London)* **117A**, 600 (1928), and "The diffraction of cathode rays by thin films of platinum," *Nature* **120**, 802 (1927).

5. ELSASSER



شکل ۱۳ الف که آرایه خطی اتمهای هم فاصله را نشان می دهد مربوط به مطالب بخش ۱۳ است. می توانیم هر نقطه را خطی از اتمها در نظر بگیریم که بر صفحه شکل عمود است. بیشینه های پراش در جهتهایی دیده می شود که در آنها $d \sin \theta$ مضرب درستی از طول موج است.

مشاهده شد. به ازای $n = 1$ ، مقدار تجربی θ طول موج 1.65 \AA را به دست می دهد، در حالی که طول موجی که از معادله (۱۱ الف) محاسبه می شود 1.67 \AA است، و این دو توافق رضایتبخشی دارند. دیویسون بیشینه های مرتبه بالاتر مربوط به $n > 1$ را نیز مشاهده کرد؛ همه آنها با پیشگوییهای نظری مطابقت داشتند.

۱۴. روش تامسون شباهت به روش معروف به دبای-شیرا در کارهای پراش پرتوهای x دارد. یک باریکه تک امتدادی و تکفام از پرتوهای x یا الکترونها توسط نمونه ای متشکل از تعداد بسیار زیادی میکروبلورهای که به طور کتره ای توزیع شده اند، پراکنده می شود. نظریه پیشگویی می کند که امواج پراشیده در امتداد سطوح جانبی مخروطهای مدوری که مرکز آنها در حدود امتداد باریکه فرودی واقع شده است گسیل می شوند (شکل ۱۴ الف). اگر تابش پراکنده شده را از طریق عکس برداری روی صفحه ای عمود بر امتداد فرودی ثبت کنیم، یک دسته دایره های هم مرکز به دست می آوریم. نقش دایره ها به ساختار مشخصه هر بلور بستگی دارد و اگر طول موج معلوم باشد می توان شبکه بلور را از لحاظ هندسی به طور کامل تعیین کرد.

شکلهای ۱۴ ب و ۱۴ ج عکسهایی هستند که با این روش به دست آمده اند، اولی با الکترون و دومی با پرتو x. در هر دو مورد نمونه به کار رفته توده ای از بلورهای ریز قلع سفید بوده است. شباهت نقش دایره ها بسیار جالب توجه است. حتی اگر راجع به نظریه تفصیلی پراش امواج در شبکه ها چیزی ندانیم، با یک نگاه به این دو عکس قانع می شویم که پرتوهای x و الکترونها به یک نحو پراشیده می شوند.

۱۵. آزمایشهای دیویسون و گمر و آزمایشهای تامسون در این زمینه، نشان دادند که بدون هیچ تردید معقولی، امواج مادی وجود دارند

با سرعت از پیش تعیین شده، بر یک وجه (۱۱۱) بلوری از نیکل تابانده شد. یک جمع کننده طوری طرح شده بود که بتواند فقط الکترونها پراکنده شده به طور کشسان و الکترونها نزدیک به آنها را بپذیرد، و نیز می توانست روی کماتی در اطراف بلور حرکت داده شود. خود بلور می توانست حول محور باریکه فرودی بگردد. به این ترتیب اندازه گیری پراکندگی کشسان در هر امتدادی در مقابل وجه بلور، به استثنای امتدادهایی که در فاصله 10° تا 15° درجه از باریکه اولیه قرار می گرفتند، ممکن شد.

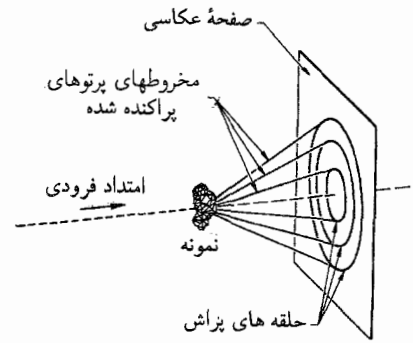
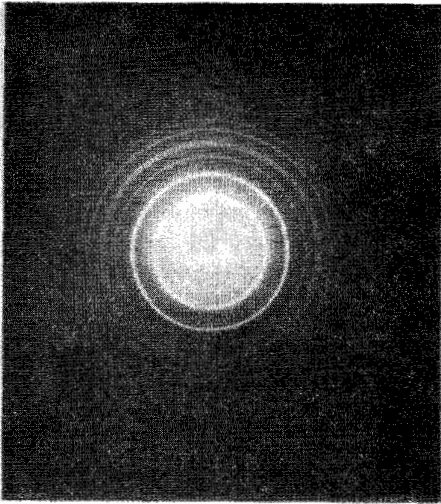
۱۳. در آزمایش، باریکه الکترونی در یک تفنگ الکترونی ایجاد شده بود که در آن الکترونها تا انرژی مورد نظر، از مرتبه 50 eV شتاب می گرفتند. بلور در خلأ قرار می گرفت. الکترونها به طور عمودی بر صفحه خاصی از بلور، که در اصطلاح فنی صفحه (۱۱۱) نامیده می شود، تابانده می شدند. می توان تصور کرد که در این صفحه، شبکه منظمی از اتمها در سطح بلور قرار گرفته اند. برای درک اصلی که در اینجا به کار گرفته شده است ابتدا یک مدل یک بعدی را که نمودار طرح وار آن در شکل ۱۳ الف نشان داده شده است، در نظر می گیریم (نظریه کلی را کمی بعد بررسی می کنیم). موج فرودی توسط هر یک از اتمهای این ردیف پراشیده می شود. در امتدادهای معینی (در صفحه شکل) امواج پراشیده از تمام اتمها یکدیگر را تقویت می کنند، در حالی که در دیگر امتدادها تمایل به خنثی کردن هم دارند. شرط تداخل سازنده (یعنی تقویت متقابل امواج پراشیده) آن است که اختلاف فاصله اتمهای مختلف از نقطه مشاهده مضرب درستی از طول موج باشد. اگر فرض کنیم نقطه مشاهده خیلی دور باشد، با بررسی شکل ۱۳ الف به آسانی درمی یابیم که شرط تداخل سازنده عبارت خواهد بود از

$$d \sin \theta = n \lambda \quad (13 \text{ الف})$$

که در آن n یک عدد صحیح است. رابطه بالا بیان می کند که اختلاف راه از دو اتم مجاور تا نقطه مشاهده مضرب درستی از طول موج است. پس انتظار داریم بیشینه های پراش در امتدادهایی باشند که برای آنها زاویه θ در شرط ۱۳ الف صدق می کند. فاصله شبکه ای (d) را دانسته فرض می کنیم: می توان از راههای دیگر، مثلاً از طریق اندازه گیریهای پراش پرتوهای x، آن را تعیین کرد.

بدیهی است اگر تصور کنیم که هر یک از نقاط شکل ۱۳ الف یک ردیف اتم را در امتداد عمود بر صفحه شکل نشان می دهد، این نظریه ساده را در مورد شبکه دوبعدی نیز می توان به کار برد.

در یک آزمایش نوعی، داده ها از این قرار بودند: $E = 54 \text{ eV}$ و بیشینه در $\theta = 50^\circ$ $d = 2.15 \times 10^{-8} \text{ cm}$



شکل ۱۴ الف پراش پرتوهای x یا الکترونها توسط نمونه‌ای متشکل از تعداد زیادی ریزبلور که به طور کتره‌ای توزیع شده‌اند. پرتوهای پراشیده در امتداد سطوح جانبی مخروطهای مدوری قرار می‌گیرند که نقش آنها به ساختار بلور و به طول موجهای فرودی بستگی دارد.

عکسهای ۱۴ ب-ج، ۲۲ الف، و ۲۲ ج با این روش تهیه شده‌اند. در آزمایش پراش الکترون، نمونه باید داخل قسمت خلأ دستگاه پراش قرار بگیرد، زیرا الکترونها توسط هوا یا هر "دریچه" واقع بر سر راهی در لامپ، به شدت پراکنده می‌شوند. پرتوهای x کمتر پراکنده می‌شوند و نمونه را می‌توان در هوا، خارج از لامپ پرتو x، قرار داد.

شکل ۱۴ ب عکس پراش الکترون از قلع سفید با استفاده از روش نشان داده شده در شکل ۱۴ الف. توده‌ای از بلورهای ریز قلع سفید (به ابعاد حدود 300 \AA) بر روی فیلم نازکی از منوکسید سیلیسیم نشاندن می‌شود. فیلم به عنوان نمونه در یک میکروسکوپ الکترونی، که در اینجا به جای دستگاه پراش الکترون به کار می‌رود، قرار می‌گیرد. الکترونها با انرژی 10 keV (متناظر با طول موج حدود 0.4 \AA) به نمونه تابانده می‌شود. حلقه‌های پراش، که در عکس دیده می‌شوند، متناظر با محل تقاطع مخروطها در شکل ۱۴ الف با صفحه عکاسی هستند.

هدف از این آزمایش پراش، بررسی ساختار ریزبلورهای قلع بود که در فرایند تبخیر تشکیل شده بودند.

از تکرار یک سلول واحد ساخته شده است (شکلهای ۱۶ الف تا ج). سلول واحد برای شبکه یک بعدی یک پاره خط است؛ برای شبکه دو بعدی یک متوازی الاضلاع و برای شبکه سه بعدی یک متوازی السطوح. برای سهولت فرض می‌کنیم که در هر گوشه سلول واحد یک اتم (از نوع معین) قرار دارد. در این صورت موقعیت تمام اتمها در یک شبکه خطی از رابطه

$$x = n_1 e_1 \quad (16 \text{ الف})$$

در شبکه مسطح از رابطه

$$x = n_1 e_1 + n_2 e_2 \quad (16 \text{ ب})$$

1. I. Estermann and O. Stern, "Beugung von Molekularstrahlen," *Zeitschrift für Physik* **61**, 95 (1930).

2. D. P. Mitchell and P. N. Powers, "Bragg reflection of slow neutrons," *The Physical Review* **50**, 486 (1936). See also E. O. Wollan and C. G. Shull, "Neutron diffraction and associated studies," *Nucleonics* **3**, 8 (1948)

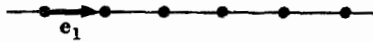
۳. در اولین دور مطالعه می‌توان بخشهای ۱۶ تا ۲۲ را حذف کرد، ولی شکلهای بخش ۲۲ را حتماً نگاه کنید.

و طول موج آنها (دستکم برای الکترون) از رابطه دو بر روی به دست می‌آید. در سال ۱۹۲۹ اشترمان و اشترن^۱ نشان دادند که اتمهای هلیوم و مولکولهای هیدروژن نیز مطابق با نظریه دو بر روی پراشیده می‌شوند. آزمایشهای آنان اعتقاد ما را مبنی بر عام بودن امواج ماده بسیار قوت می‌بخشد، چرا که این آزمایشها مربوط به دو ذره جدیدند که با الکترون کاملاً فرق دارند. به غیر از جرم، فرق اتم هلیوم و مولکول هیدروژن با الکترون در این است که آن دو آشکارا سیستمهای مرکبی هستند، در حالی که الکترون (احتمالاً) یک ذره بنیادی است. به این ترتیب تجربه نشان می‌دهد که کل اتم و کل مولکول هم موج‌اند، و شاید اکنون بدمان نیاید باور کنیم که در شرایط تجربی مناسب، یک پیانوی مجلل نیز مانند موج رفتار می‌کند.

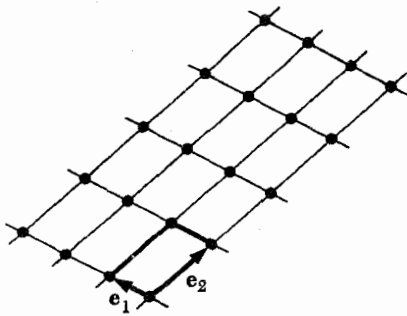
بعدها نشان داده شد که پراش نوترونها خیلی کند هم در شبکه‌های بلور صورت می‌گیرد، و در پی این مشاهدات تکنیکهایی توسعه پیدا کرده‌اند که امروز به صورت رایج برای تحقیق در ساختار بلورها و مولکولها به عنوان مکمل روش پراش پرتوهای x و الکترونها به کار می‌روند.^۲

نظریه پراش در یک ساختار تناوبی^۳

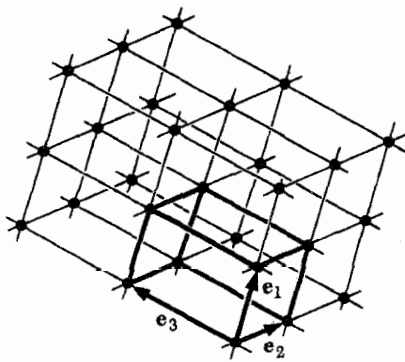
۱۶. اکنون پراش توسط شبکه یک، دو، یا سه بعدی را به تفصیل بررسی می‌کنیم. شبکه عبارت است از یک ساختار تناوبی که می‌توان تصور کرد



شکل ۱۶ الف آرایهٔ خطی اتمهای هم فاصله.



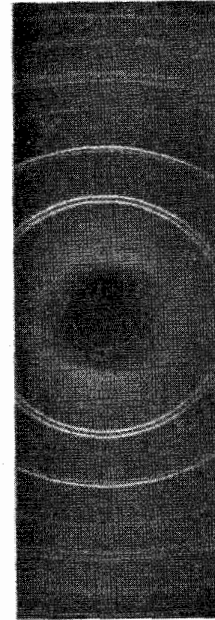
شکل ۱۶ ب شبکهٔ دوبعدی. سلول واحد با دو بردار e_1 و e_2 تعریف شده است. اضلاع این سلول در شکل پر رنگ است. کل شبکه از تکرار این سلول واحد درست شده است.



شکل ۱۶ ج شبکهٔ سه بعدی. در این شکل نیز اضلاع سلول واحد پررنگ‌اند. بردار مکان هر نقطهٔ شبکه یک ترکیب خطی با ضرایب درست از بردارهای e_1 ، e_2 ، و e_3 است. (این بردارها لزوماً برهم عمود نیستند.)

شده است در نظر می‌گیریم. از چشمه‌ای که در نقطهٔ x_i قرار دارد موجی گسیل می‌شود. این موج توسط آرایه‌ای از اتمهای یکسان پراشیده می‌شود و موج پراشیده یا پراکنده شده در نقطهٔ x_o مورد مشاهده قرار می‌گیرد. نقطهٔ وسط آرایه را (که توسط یکی از اتمها اشغال شده است) مبدأ می‌گیریم و فرض می‌کنیم فواصل $x_i = |x_i|$ و $x_o = |x_o|$. در مقایسه با ابعاد خطی شبکه خیلی بزرگ باشند. ابتدا یک آرایهٔ یک بعدی را در نظر می‌گیریم. در مورد آرایه‌های پراکندهٔ دو و سه بعدی نیز ملاحظات کاملاً مشابهی به کار می‌رود.

طول مسیر بین چشمه و ناظر، که از مبدأ می‌گذرد، برابر است با $x_o = x_i + s_o$. طول مسیر از چشمه تا ناظر را از طریق اتمی که



شکل ۱۴ ج عکس پراش پرتو x از قلع سفید و با استفاده از روش نشان داده شده در شکل ۱۴ الف. (این صفحهٔ عکاسی در واقع یک فیلم تخت نیست، بلکه یک نوار فیلم است که در زمان پرتودهی به صورت یک قوس مدور خم شده است. این عمل هیچگونه تغییری در ماهیت آزمایش ایجاد نمی‌کند.) نمونه مقدار کمی از قلع کاملاً پودر شده، با ابعاد متوسط بلوری حدود یک میکرون، و طول موج به کار رفته حدود 1.5 \AA بوده است.

این تصویر را با دقت با شکل ۱۴ ب مقایسه کنید. شباهت میان این دو تصویر قابل توجه است و بی‌هیچ تردیدی می‌توان گفت که الکترونها و پرتوهای x به نحو یکسانی از بلورهای قلع پراشیده می‌شوند.

و در شبکهٔ سه بعدی از رابطه

$$x = n_1 e_1 + n_2 e_2 + n_3 e_3 \quad (16 \text{ ج})$$

به دست می‌آید. در این روابط اعداد n_1 ، n_2 ، و n_3 اعداد صحیح‌اند و بردارهای e_1 ، e_2 ، و e_3 همان‌طور که در شکل‌های ۱۶ الف تا ج نشان داده شده، سلول واحد را تعریف می‌کنند.

از این پس فرض خواهیم کرد که شبکه شامل تعداد محدود ولی بسیار زیادی از اتمهاست. برای جلوگیری از تعبیرهای نادرست، در همین جا تصریح می‌کنیم که ما آرایه‌های یک، دو، و سه بعدی واقع در فضای سه بعدی را در نظر می‌گیریم، و نه، مثلاً یک شبکهٔ دوبعدی را در یک جهان دوبعدی.

۱۷. وضعیتی را که نمودار طرح‌وار آن در شکل ۱۷ الف نشان داده

هر اتم، یعنی به ازای هر عدد صحیح n_1 ، اختلاف راه $s(n_1) - s_0$ مضرب درستی از طول موج λ باشد.

چون فرض کردیم که ابعاد آرایه در مقایسه با فاصله آن از چشمه و از ناظر بسیار کوچک است، بردار $n_1 e_1$ نیز در مقایسه با x_i و x_0 بسیار کوچک خواهد بود. پس می‌توانیم برای دو فاصله‌ای که در طرف راست معادله (۱۷الف) آمده‌اند یک رابطه تقریبی بنویسیم. یعنی

$$|x_i - n_1 e_1| \cong x_i - n_1 \frac{(x_i \cdot e_1)}{x_i} \quad (۱۷ ب)$$

$$|x_0 - n_1 e_1| \cong x_0 - n_1 \frac{(x_0 \cdot e_1)}{x_0} \quad (۱۷ ج)$$

معنای هندسی این تقریب را می‌توان بلافاصله از شکل ۱۷ ب دریافت.

در این صورت، برای اختلاف راه داریم

$$s(n_1) - s_0 \cong -n_1 e_1 \cdot \left(\frac{x_i}{x_i} + \frac{x_0}{x_0} \right) \quad (۱۷ د)$$

۱۸. برداریکه در امتداد باریکه فرودی را با u_i و برداریکه در جهت باریکه پراشیده را با u_0 نشان می‌دهیم. پس داریم

$$u_i = -\frac{x_i}{x_i}, \quad u_0 = \frac{x_0}{x_0} \quad (۱۸ الف)$$

اکنون اگر در (۱۷ د)، x_i و x_0 به سمت بینهایت میل کنند، به‌دست می‌آوریم

$$s(n_1) - s_0 = n_1 e_1 \cdot (u_i - u_0) \quad (۱۸ ب)$$

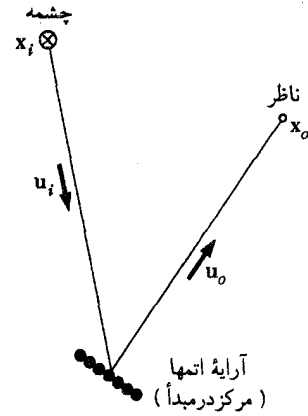
و شرط بیشینه شدن پراش به صورت

$$\frac{n_1 e_1 \cdot (u_i - u_0)}{\lambda} = n_1, \quad (۱۸ ج)$$

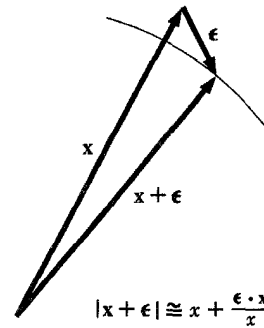
درمی‌آید که در آن به‌ازای هر عدد صحیح n_1 ، باید یک عدد صحیح باشد. روشن است که اگر فقط اگر

$$\frac{e_1 \cdot (u_i - u_0)}{\lambda} = m_1 \quad (۱۸ د)$$

باشد، شرط مذکور برقرار می‌شود. در رابطه بالا m_1 یک عدد صحیح است. می‌شد این نتیجه را مستقیماً هم به‌دست آورد. امواج هر زوج از



شکل ۱۷ الف پراش توسط یک آرایه خطی. (مربوط به بحث بخش ۱۷ ب). در متن کتاب فرض شده است که فاصله‌ها از آرایه تا ناظر و تا چشمه در مقایسه با ابعاد آرایه بزرگ است. خود آرایه متشکل است از یک تعداد متناهی اما خیلی زیاد از اتمها. بردار u_i در جهت باریکه تابشی و بردار u_0 در جهت باریکه پراکنده است.



شکل ۱۷ ب این شکل مربوط به تقریب مهمی است که در خیلی از مباحث فیزیک به‌کار می‌رود. اگر طول بردار ϵ در مقایسه با بردار x خیلی کوچک باشد، بردار x تقریباً با بردار $x + \epsilon$ موازی است. طول بردار $x + \epsilon$ تقریباً برابر است با طول بردار x به‌اضافه تصویر بردار ϵ بر راستای بردار x .

جای آن مطابق فرمول (۱۶ الف) با عدد n_2 بیان می‌شود، $s(n_1)$ می‌گیریم. پس داریم

$$s(n_1) = |x_i - n_1 e_1| + |x_0 - n_1 e_1| \quad (۱۷ الف)$$

امواجی که از اتمهای مختلف به ناظر می‌رسند با یکدیگر تداخل می‌کنند و دامنه موج حاصل، مجموع دامنه امواجی است که از هر اتم می‌رسد. برای داشتن یک بیشینه پراش، باید تمام امواج به‌صورت همفاز برسند، در غیر این صورت موجهای مربوط به اتمهای مختلف یکدیگر را خنثی می‌کنند. شرط همفاز بودن این امواج آن است که برای

معادله‌ها به‌ازای هر عدد صحیح m_1 ، یک مخروط را تعریف می‌کنند. البته این اعداد از قید

$$|m_1| \leq 2|e_1| |p_i| / h \quad (ج ۱۹)$$

تبعیت می‌کنند، زیرا تکانه منتقل شده نمی‌تواند از دو برابر تکانه فرودی تجاوز کند.

۲۰. به‌سادگی می‌توانیم شرایط مربوط به بیشینه پراش را برای یک آرایه دوبعدی پیدا کنیم. شرط (الف ۱۹) باید در هر امتداد شبکه، یعنی برای هر خطی که بیش از یک اتم را شامل می‌شود، برقرار باشد. به‌ویژه باید برای لبه‌های سلول واحد برقرار باشد. پس این شرایط را خواهیم داشت

$$e_{10}(p_i - p_0) = m_1 h, \quad e_{20}(p_i - p_0) = m_2 h \quad (الف ۲۰)$$

$$|p_i| = |p_0| \quad (ب ۲۰)$$

که در آن m_1 و m_2 اعداد صحیح‌اند. بار دیگر می‌توان گفت که انتقال تکانه در صفحه شبکه "کوانتیده" است. برای روشن‌تر کردن این نکته، دو بردار q_1 و q_2 را در صفحه (e_1, e_2) با شرایط زیر تعریف می‌کنیم

$$e_{10}q_1 = h, \quad e_{20}q_1 = 0 \quad (ج ۲۰)$$

$$e_{10}q_2 = 0, \quad e_{20}q_2 = h$$

این معادلات همواره یک جواب منحصر به فرد دارند. توجه داشته باشید که بردارهای q_1 و q_2 در حالت کلی هم‌جهت با e_1 و e_2 نیستند، مگر اینکه شبکه مستطیل شکل باشد.

پس شرایط (الف ۲۰) به‌صورت زیر درمی‌آیند

$$q = p_i - p_0 = m_1 q_1 + m_2 q_2 + q^* \quad (د ۲۰)$$

که در آن m_1 و m_2 اعداد صحیح‌اند و q^* یک بردار دلخواه عمود بر صفحه شبکه است. تکانه منتقل شده در صفحه شبکه کوانتیده است، ولی مؤلفه متعامدش چنین نیست. بزرگی این بردار توسط شرط (ب ۲۰) تعیین می‌شود که حاکی از کشسان بودن پراکندگی است. بنابراین می‌توان برای معادلات (الف ۲۰) و (ب ۲۰) چندین جواب پیدا کرد مشروط بر آنکه تکانه فرودی خیلی کوچک نباشد (یعنی به شرطی که طول موج خیلی زیاد نباشد). در این مورد، پروهای پراشیده در

اتهما هم‌فاز با هم می‌رسند اگر و فقط اگر امواج دو اتم مجاور به‌صورت هم‌فاز برسند؛ و این درست همان چیزی است که شرط (د ۱۸) بیان می‌کند.

با استفاده از رابطه دو بر روی، می‌توانیم (د ۱۸) را به شکل زیر بنویسیم که از لحاظ فیزیکی جالب باشد. p_i را تکانه فرودی و p_0 را تکانه باریکه پراکنده شده می‌گیریم. پس داریم

$$\frac{u_i}{\lambda} = \frac{p_i}{h}, \quad \frac{u_0}{\lambda} = \frac{p_0}{h} \quad (ه ۱۸)$$

و شرط (د ۱۸) را می‌توان به‌صورت

$$e_{10}(p_i - p_0) = e_{10}q = m_1 h \quad (و ۱۸)$$

نوشت که در آن $q = p_i - p_0$ تکانه‌ای است که به آرایه منتقل می‌شود. به این ترتیب، شرط یک بیشینه پراش، برای یک آرایه یک بعدی، این است که حاصلضرب زده‌ای q (تکانه منتقل شده به آرایه) در e_1 باید مضرب درستی از h باشد: تکانه انتقال یافته در راستای آرایه "کوانتیده" است.

۱۹. در بحث ما به‌طور ضمنی فرض شده بود که فرایند پراکندگی کشسان است، یعنی انرژی (یا بسامد) ذرات پراکنده شده، همان انرژی (یا بسامد) ذرات فرودی است. این فرض شرط دیگری را برقرار می‌کند: بزرگی تکانه فرودی برابر است با بزرگی تکانه پراکنده شده، بنابراین جای بیشینه‌های پراش با دو شرط تعیین می‌شود

$$e_{10}(p_i - p_0) = e_{10}q = m_1 h \quad (الف ۱۹)$$

و

$$|p_i| = |p_0| \quad (ب ۱۹)$$

که در آن m_1 یک عدد صحیح است.

برای یک آرایه نامتناهی، تکانه پراکنده شده باید دقیقاً شرایط (الف ۱۹) و (ب ۱۹) را برآورده کند. برای آرایه‌های متناهی، خارج از امتدادهایی که با شرطهای فوق‌الذکر تعیین می‌شوند نیز پراکندگیهای دیگری مشاهده می‌شود. تیزی بیشینه‌های پراش (به‌صورت توابعی از زاویه) به تعداد اتمهای آرایه بستگی دارد. فرض می‌کنیم که این تعداد زیاد باشد، و در نتیجه ذرات پراکنده شده در امتدادهای کاملاً مشخصی ظاهر شوند که توسط معادلات (الف ۱۹) و (ب ۱۹) بیان می‌شوند. این

$$\begin{aligned} e_{10}(p_i - p_o) &= m_1 h, \\ e_{20}(p_i - p_o) &= m_2 h, & (الف ۲۱) \\ e_{30}(p_i - p_o) &= m_3 h \\ |p_i| &= |p_o| & (ب ۲۱) \end{aligned}$$

که در آن m_1, m_2, m_3 اعداد صحیح‌اند. در قیاس با آنچه در بخش قبل انجام دادیم، سه بردار q_1, q_2, q_3 را با شرایط زیر تعریف می‌کنیم

$$\begin{aligned} e_{10}q_1 &= h, & e_{20}q_1 &= 0, & e_{30}q_1 &= 0 \\ e_{10}q_2 &= 0, & e_{20}q_2 &= h, & e_{30}q_2 &= 0 & (ج ۲۱) \\ e_{10}q_3 &= 0, & e_{20}q_3 &= 0, & e_{30}q_3 &= h \end{aligned}$$

این معادلات همواره یک جواب منحصر به فرد دارند. پس می‌توانیم شرایط (الف ۲۱) را به صورت زیر بنویسیم

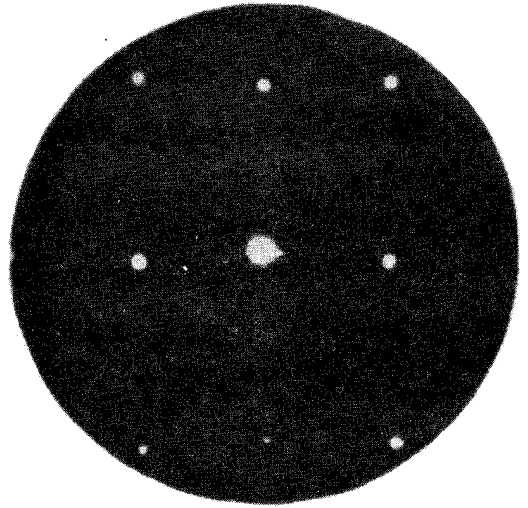
$$q = p_i - p_o = m_1 q_1 + m_2 q_2 + m_3 q_3 \quad (د ۲۱)$$

تکانه منتقل شده q "کوانتیده" است به گونه‌ای که یک ترکیب خطی از سه بردار q_1, q_2, q_3 باشد، با ضرایب درستی که از روی ساختار هندسی شبکه تعیین می‌شوند. با دقت در معادله (د ۲۱) درمی‌یابیم که مقادیر ممکن تکانه منتقل شده، در فضای تکانه، یک شبکه را تشکیل می‌دهند. این شبکه، شبکه معکوس بلور خوانده می‌شود.

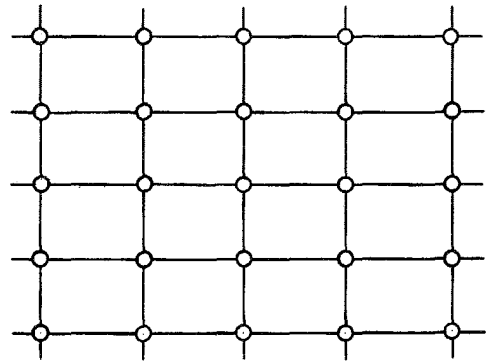
به ازای یک تکانه فرودی دلخواه، در حالت کلی، برقرار بودن هردو معادله (د ۲۱) و (ب ۲۱) ممکن نیست. معادلات (الف ۲۱) و (ب ۲۱) روی هم رفته چهار معادله برای تعیین سه مؤلفه نهایی p_o تشکیل می‌دهند. تنها در صورتی جوابی وجود خواهد داشت که بلور در جهت درستی قرار گرفته باشد.

۲۲. اکنون فرض کنید با نمونه‌ای متشکل از تعداد بسیار زیادی میکروبلور که در جهات کتره‌ای قرار گرفته‌اند، یک آزمایش پراش انجام می‌دهیم، در این صورت، همواره چند میکروبلور وجود خواهند داشت که جهت‌گیری آنها طوری باشد که شرایط (الف ۲۱) و (ب ۲۱) را (دست‌کم به طور تقریبی) برآورده کنند. در مورد چنین نمونه‌ای، دو شرط برای پراش بیشینه وجود دارد، یعنی

$$\begin{aligned} |p_i - p_o| &= |m_1 q_1 + m_2 q_2 + m_3 q_3| & (الف ۲۲) \\ |p_i| &= |p_o| & (ب ۲۲) \end{aligned}$$



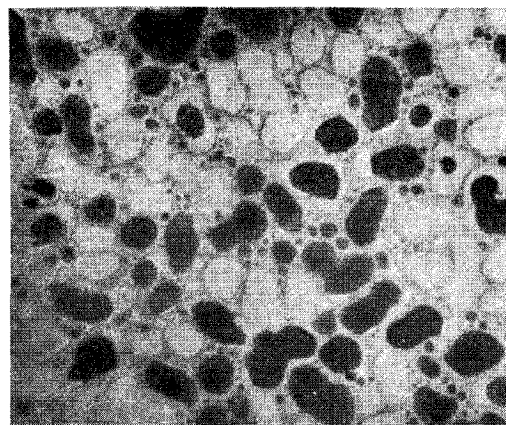
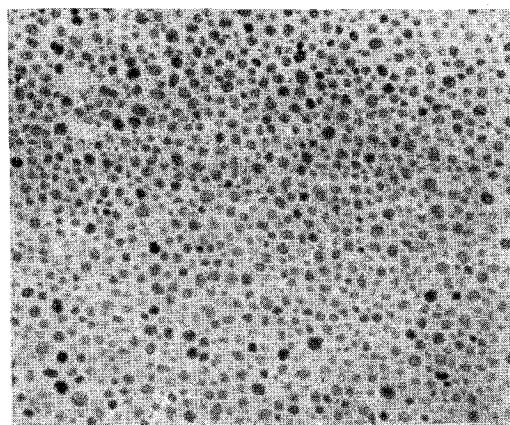
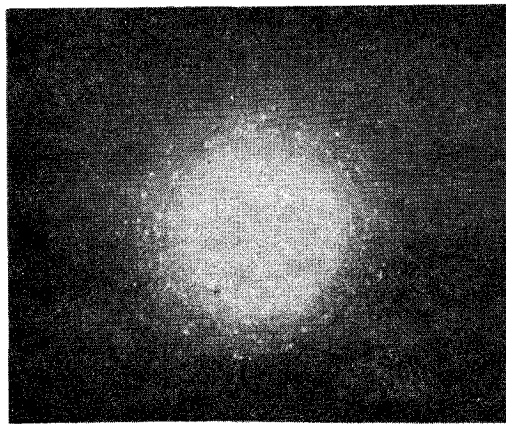
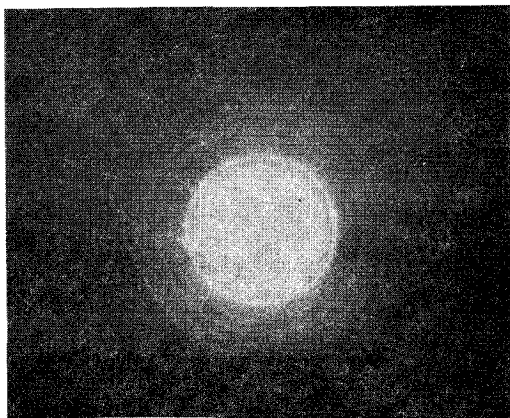
شکل ۲۰ الف نقش پراش الکترونیهای پراکنده شده به طرف عقب توسط یک وجه از بلور نیکل. الکترونها به طور عمودی بر سطح بلور فرود می‌آیند و انرژی آنها برابر ۷۶ eV است. این نقش یک مورد نوعی از مواردی است که نظریه پراش توسط یک شبکه دوبعدی در مورد آنها به کار می‌رود.



شکل ۲۰ ب تقارن صفحه‌ای وجهی از بلور که در شکل ۲۰ الف مطرح شده است. می‌توانیم فرض کنیم که دایره‌های کوچک نشان‌دهنده اتمهای نیکل در این لایه سطحی هستند. نقش پراش در شکل ۲۰ الف تقارن مستطیلی مشابهی را نشان می‌دهد. اکنون به سؤال زیر پاسخ بدهید. آیا سنگگیری دو شکل نسبت به همدیگر دقیقاً یکسان است، یا این شکل نسبت به نقش پراش ۹۰° چرخیده است؟

چند امتداد کاملاً مشخص و منفصل تابیده می‌شوند و نه آن طور که در مورد آرایه یک بعدی دیدیم، در امتداد مخروطها. در آزمایش دیویسون و گرمر، الکترونها کم انرژی نفوذ چندانی در بلور نمی‌کنند. پراش توسط اتمهای لایه سطح صورت می‌گیرد، و در این نظریه مربوط به شبکه دوبعدی به کار می‌رود.

۲۱. برای یک آرایه سه بعدی داریم



شکل ۲۲ ج و د این دو عکس با همان روش عکسهای ۲۲ الف و ب تهیه شده‌اند. در اینجا نمونه متشکل است از بلورهای کوچکتر (با ابعاد متوسط در حدود 200 \AA) و تعداد بلورهایی که در نقش پراش شرکت داشته‌اند خیلی بیشتر است. حلقه‌های پراش بهتر ظاهر شده‌اند، هرچند نقطه‌های منفردی در عکس دیده می‌شوند. عکسهای ۲۲ الف و ۲۲ ج را با عکس ۱۴ ب که در آن نقاط منفرد دیده نمی‌شوند، مقایسه کنید. این عکس با یک باریکه الکترونی که از بخش خیلی بزرگی از فیلم عبور کرده، گرفته شده است. پس انتظار می‌رود که نقش حلقه‌های پراش خوب ظاهر شوند زیرا تمامی سمتگیریهای بلور در این نمونه کاملاً نمایانده شده‌اند. انرژی الکترون برای تصویرهای ۱۴ ب، ۲۲ الف، و ۲۲ ج، 100 keV است، که متناظر است با طول موج حدود 0.37 \AA .

شکل ۲۲ الف و ب عکس بالا حلقه‌های پراش الکترون را که با روش شکل ۱۴ الف تهیه شده است، نشان می‌دهد. نمونه، همانند عکس ۱۴ ب، متشکل است از بلورهای سفید قلع که بر فیلم نازکی از مونوکسید سیلیسیم نشانده شده‌اند. عکس پایین نمای نمونه در میکروسکوپ الکترونی است (۸ میلی‌متر متناظر است با 1000 \AA). لکه‌های تاریک تصاویر بلورهاست (میزان تیرگی لکه‌ها وابسته به سمتگیری آنهاست). لکه‌های روشن حفره‌هایی در SiO_2 است که زمانی توسط بلورها اشغال و بعداً هنگام تهیه نمونه محو شده‌اند. ابعاد متوسط بلورها در حدود 600 \AA است.

هنگام تهیه عکس پراش، باریکه الکترون در ناحیه نسبتاً کوچکی از نمونه متمرکز می‌شود. با توجه به نظریه مطرح‌شده در بخش ۲۲، انتظار می‌رود همان‌طور که در واقع عکس نشان می‌دهد، به جای حلقه‌های کاملاً مشخص، نقطه‌های منفردی مشاهده شود.

را براساس نظریه بالا نشان می‌دهد. در کار با پرتو x ، معمولاً مقدار کمی از یک گردنم را که از تعداد بسیار زیادی میکروبلور تشکیل یافته است، به عنوان نمونه اختیار می‌کنند. شکل ۱۴ ج عکسی است که به همین طریق به دست آمده است. خطوطی که روی فیلم مشاهده می‌شوند محل تقاطع مخروطها [که با شرایط (۲۲ الف) و (۲۲ ب) تعریف شده‌اند] با فیلم‌اند.

که در آنها m_1 ، m_2 ، و m_3 اعداد صحیح‌اند و q_1 ، q_2 ، و q_3 بردارهایی‌اند که در بخش قبل برای چند جهت‌گیری خاص شبکه بلور مورد بحث قرار گرفتند. معادلات بالا جواب دارند و درمی‌یابیم که پرتوهای پراشیده در روی یک دسته مخروطهایی که محور آنها همان امتداد فرودی است ظاهر می‌شوند.

به راحتی می‌توان فهمید که اگر نمونه خیلی کوچک باشد، به این معنی که تعداد بلورها به اندازه کافی زیاد نباشد، آنگاه ممکن است توزیع

شکل ۱۴ الف به طور طرح‌وار چگونگی انجام یک آزمایش پراش

که در آن، E انرژی، \mathbf{p} تکانه، ω بسامد، \mathbf{k} بردار موج، و \hbar ثابتی است که با رابطه

$$E_0 = mc^2 = \hbar\omega. \quad (\text{ب} ۲۴)$$

برحسب انرژی E_0 و "بسامد سکون" ω_0 تعریف می‌شود. چطور نتیجه گرفتیم که ثابت \hbar واقعاً همان ثابت پلانک است؟ با حدس. رابطه $E = \hbar\omega$ برای فوتونها برقرار است، و این ما را وسوسه می‌کند که حدس بزنییم این رابطه برای ذرات مادی نیز برقرار است. ولی نکته بسیار مهم درست همین جاست: آیا اولین رابطه (۲۴الف) واقعاً برای تمام ذرات مادی برقرار است؟

درواقع آنچه در بخشهای ۳ تا ۵ به دست آوردیم این بود که ارتباط میان انرژی، تکانه، بسامد، و بردار موج به این صورت است:

$$E = C\omega, \quad \mathbf{p} = C\mathbf{k} \quad (\text{ج} ۲۴)$$

که در آن C ثابتی است مشخصه ذره و، مثلاً با رابطه زیر تعریف می‌شود

$$C = \frac{E_0}{\omega_0} \quad (\text{د} ۲۴)$$

ولی هیچ دلیلی در دست نیست که چرا C باید برای تمام ذرات یکسان باشد. امکان داشت جهان ما طور دیگری باشد و شاید به تجربه درمی‌یافتیم که برای فوتونها $C = \hbar$ ، برای الکترونها $C = \gamma\hbar$ ، و برای پروتونها $C = 17\hbar$ است، و جالب‌تر از همه اینکه می‌فهمیدیم در عین حال که به الکترونها و پروتونها امواج دوبروی وابسته‌اند، هیچ موج مادّی به نوترونها وابسته نیست!

۲۵. خوشبختانه به‌نظر می‌رسد که اطلاعات تجربی موجود، این امکان وحشتناک را که "ثابت‌های C از نوع پلانک" برای ذرات مختلف فرق داشته باشند رد می‌کند. می‌گوییم "خوشبختانه"، زیرا اساس فرمولبندی امروزی ما از مکانیک کوانتومی، که از لحاظ زیبایی‌شناسی بسیار دلپذیر است، بر این فرض متکی است که $C = \hbar$ یک ثابت عمومی و مستقل از نوع ذره است. در غیر این صورت، نظریه ذرات بنیادی و برهم‌کنش‌های آنها بسیار متفاوت می‌بود.

این فرض که C برای هر نوع ذره‌ای برابر \hbar است تا چه حد معقول است؟ آزمایش‌های مستقیم، شبیه به آزمایش‌های دیویسون و گرمر یا تامسون، تنها برای چند نوع ذره انجام شده است. این آزمایش‌ها را به راحتی می‌توان به‌عنوان تعبیرهایی از رابطه $h = \lambda p$ در نظر گرفت، ولی دقت آنها طبیعتاً محدود است. آنها اعتقاد ما را مبنی بر عام بودن

پرتوهای پراشیده در امتداد مخروطها بسیار غیریکنواخت باشد. در این صورت بروی صفحه عکاسی دایره‌های پیوسته را خواهیم دید، بلکه نقش حاصل بیشتر به شکل نقاط منفرد خواهد بود. عکسهای زیبایی از این اثر در شکل‌های ۱۲الف و ۲۲ج می‌بینیم. این تصاویر که می‌توان آنها را با شکل ۱۴ب مقایسه کرد، پراش الکترونها 100 keV را توسط بلور قلع نشان می‌دهند. در این مورد امواج الکترون به‌طور کامل در بلورهای کوچک نفوذ می‌کنند. یک میکروسکوپ الکترونی به‌عنوان ابزار پراش مورد استفاده قرار گرفته است. عکسهای ۲۲ب و ۲۲د که با همان میکروسکوپ گرفته شده‌اند، شکل ظاهری نمونه را نشان می‌دهند.

تنها یک ثابت پلانک وجود دارد

۲۳. عنوان بالا ممکن است خواننده را متعجب کند. البته که، طبق تعریف، تنها یک ثابت پلانک وجود دارد. از این حقیقت بدیهی نویسنده می‌خواهد چه نتیجه عمیقی بگیرد؟

نکته کاملاً غیربدیهی آن است که ما در فیزیک به بیش از یک "ثابت از نوع پلانک" احتیاج نداریم. رابطه دوبروی را در نظر بگیرید

$$h = \lambda p \quad (\text{الف} ۲۳)$$

که در آن p تکانه ذره و λ طول موج دوبروی آن است. هم p و هم λ کمیت‌هایی هستند که به‌طور مستقل قابل اندازه‌گیری‌اند، و ما با اندازه‌گیری یک زوج متناظر از متغیرهای (p, λ) می‌توانیم ثابت پلانک را تعیین کنیم. واقعیت تجربی قابل توجه آن است که صرف‌نظر از نوع ذره‌ای که بررسی می‌شود همواره مقدار یکسانی برای h به دست می‌آید، و این چیزی نیست که کم اهمیت باشد.

شاید خواننده هنوز اهمیت مسئله را درنیافته باشد. به‌ترتیب، می‌شد این رابطه را براساس ایده‌های بسیار ساده‌ای استنتاج کرد. اما بگذارید ابتدا مقدمات این استنتاج را بررسی کنیم.

۲۴. در بحث بخشهای ۳ تا ۵، فرض کردیم که به‌هر ذره مادی موجی وابسته است، به‌گونه‌ای که سرعت گروه موج برابر با سرعت ذره است. به‌علاوه فرض کردیم که توصیف ذره‌ای-موجی با اصل نسبیت خاص سازگار است، یعنی اینکه رابطه بین بردار موج و بسامد موج و تکانه و انرژی ذره باید در هر چارچوب لخت یکسان باشد. بر این اساس نتیجه گرفتیم

$$E = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k} \quad (\text{الف} ۲۴)$$



روابط (۲۴الف) تأیید می‌کنند، اما پایه واقعی اطمینان ما به صحت این رابطه‌ها موفقیت کلی مکانیک کوانتومی است، شواهد تجربی بسیار زیادی وجود دارند که به‌طور غیرمستقیم روابط (۲۴الف) را تأیید می‌کنند. البته تعبیر این شواهد همیشه مانند پراش الکترون در بلور روشن و گویا نیست ولی در کلیت خود بسیار قانع‌کننده است. این باور که روابط (۲۴الف) دقیقاً درست‌اند، شبیه این عقیده است که رابطه $E_0 = mc^2$ دقیقاً برقرار است. شاهد مستقیم برصحت رابطه اخیر بسیار قوی است، ولی آنچه واقعاً ما را قانع می‌کند، کلیت شواهد غیرمستقیم در ارتباط با اعتبار عام ایده‌های نسبیت خاص است. در اطلاعات تجربی ما کوچک‌ترین نشانه‌ای مبنی بر اینکه روابط (۲۴الف) یا رابطه $E_0 = mc^2$ ممکن است فقط به‌طور تقریبی درست باشند، وجود ندارد. ما این روابط را کاملاً صحیح فرض می‌کنیم و آنها را سنگ بنای نظریه فیزیکی می‌شماریم.

ممکن است این سؤال برای خواننده مطرح شود که آیا امواج صوتی نیز از روابط (۲۴الف) پیروی می‌کنند یا نه. پاسخ مثبت است، و "ذرات" امواج صوتی را فونون می‌نامند. انرژی هر موج صوتی، مثلاً در جامد، به‌صورت بسته‌هایی است به بزرگی $\hbar \omega$ که در آن ω بسامد است.

فونونها را ذره بنیادی در نظر نمی‌گیریم، زیرا می‌توان آنها را به‌طور کامل برحسب ذرات "واقعی" در جامد توصیف کرد. امواج کشسان ذرات جمعی الکترونها و هسته‌هاست. اما غالباً بهتر است فونونها را همانند سایر ذرات در نظر بگیریم و برعکس گاهی بهتر است ذرات "واقعی" را همچون "امواج صوتی در اتر" تصور کنیم.

بار دیگر بحث بخش ۱۲ از فصل ۲ را یادآوری می‌کنیم. در آنجا بحث کردیم که به‌علت نقش اساسی ثابتهای c و \hbar در فیزیک کوانتومی نسبیتی، می‌توان دستگاه یک‌گانه‌ای را انتخاب کرد که در آن $\hbar = c = 1$ باشد. واضح است که اگر ثابت از نوع پلانک C برای هر ذره فرق می‌کرد، چنین دستگاه یک‌گانه‌ای معنی درستی نداشت. از آنجا که معتقدیم تنها یک ثابت از این نوع وجود دارد، این دستگاه به‌معنی آن است که، مثلاً جرم، انرژی و بسامد همواره به یک شکل به هم مربوط می‌شوند و ما می‌توانیم کلمات "جرم"، "انرژی" و "بسامد" را نامهای مختلف یک چیز در نظر بگیریم.^۱

اگر به‌مدت کافی صبر کنیم ذراتی که در رویداد برخورد دخالت دارند بار دیگر متفرق می‌شوند، و برهم‌کنش میان آنها به‌همین دلیل ساده که دیگر به‌هم نزدیک نیستند متوقف می‌شود. پس از مدتی هر ذره طوری حرکت می‌کند که گویی ذرات دیگر حضور ندارند. فرض کنید تکانه ذرات بعد از رویداد برخورد $\mathbf{P}'_1, \mathbf{P}'_2, \dots, \mathbf{P}'_j$ و انرژی آنها E'_1, E'_2, \dots, E'_j باشد.

در این صورت قوانین پایستگی به این شکل نوشته می‌شوند

$$\sum_{r=1}^i E'_r = \sum_{s=1}^j E''_s, \quad \sum_{r=1}^i \mathbf{p}'_r = \sum_{s=1}^j \mathbf{p}''_s \quad (24\text{الف})$$

انرژی اولیه کل برابر انرژی نهایی کل و تکانه اولیه کل برابر تکانه

۱. مؤلف ترجیح می‌دهد که اصطلاح "جرم" را تنها برای نشان دادن "جرم سکون" یک سیستم منزوی (یعنی انرژی سکون تقسیم بر c^2) به‌کار ببرد. در این صورت "جرم یک ذره"، چه حرکت کند و چه ساکن باشد، به‌معنی جرم سکون ذره خواهد بود. مؤلفان دیگر اغلب "جرم" ذره را به معنی انرژی کل تقسیم بر c^2 به‌کار می‌برند.

۲۶. بنابه روابط (۲۴الف) می‌توان قوانین پایستگی انرژی و تکانه را طوری بیان کرد که برای فرایند برخورد برقرار باشند.

در یک معنای کلی، می‌توان رویداد برخورد را به‌صورت زیرتوصیف کرد. در یک زمان چند ذره وجود دارند و طوری حرکت می‌کنند که کاملاً از یکدیگر فاصله دارند. تکانه آنها را $\mathbf{P}'_1, \mathbf{P}'_2, \dots, \mathbf{P}'_j$ و انرژی آنها را E'_1, E'_2, \dots, E'_j فرض کنید. وقتی می‌گوییم ذرات در آغاز از یکدیگر "کاملاً جدا" هستند. منظور این است که ذرات در آغاز طوری حرکت می‌کنند که در آن زمان هیچ برهم‌کنش مؤثری بین آنها وجود ندارد. این ایده وقتی معنا دارد که فرض کنیم نیروهای میان-ذره‌ای با افزایش فاصله آنها به‌سرعت به‌سمت صفر میل می‌کنند. بنابراین در آغاز هر ذره طوری حرکت می‌کند که گویی ذرات دیگر وجود ندارند. با گذشت زمان ذرات در "ناحیه برخورد" به‌هم نزدیک می‌شوند و نیروهای میان-ذره‌ای به‌صحنه می‌آیند. برهم‌کنشی صورت می‌گیرد و طی این فرایند ذرات منحرف می‌شوند. به‌علاوه ممکن است بعضی از ذرات نابود شوند و ممکن است ذرات تازه‌ای به‌وجود بیایند.

در اینجا به طور مشخص الکترونها را بررسی می‌کنیم، اما نتایجی که به دست می‌آوریم کاملاً عام‌اند و به همان نحو شامل حال هر ذره دیگر نیز می‌شوند.

در فصل قبل نتیجه گرفتیم که یک فوتون تکفام با بسامد ω ، به این معنی که بتوانیم یک "فوتون کسری" که فقط کسری از انرژی $\hbar\omega$ را حمل می‌کند با سلول فوتوالکتریک آشکار کنیم، نمی‌تواند تقسیم شود. به همین معنی، الکترون هم نمی‌تواند تقسیم شود، زیرا تاکنون کسی "الکترون کسری" آشکار نکرده است.

۲۹. یک آزمایش پراش الکترون را که طرح آن در شکل ۲۹ الف نشان داده شده است در نظر می‌گیریم. باریکه الکترونی که بر سطح بلور فرود می‌آید تکانه کاملاً معینی دارد. الکترونها با زتابنده با چهار شمارنده C_1 تا C_4 آشکار می‌شوند، و فرض می‌کنیم شمارنده‌های C_1 و C_2 در بیشینه‌های پراش و C_3 و C_4 در کمینه‌های پراش قرار گرفته‌اند.

نخستین چیزی که باید توجه کرد این است که به طور تجربی، تا وقتی که شار فرودی به سمت صفر میل می‌کند، میزان شمارش هر شمارنده متناسب با این شار باقی می‌ماند. این امر، هرگونه تبیینی را مبنی بر اینکه پدیده‌های مشاهده‌شده پراش اثرهای جمعی تعداد زیادی الکترون هستند رد می‌کند: در واقع تک‌تک الکترونها هستند که رفتار موجی از خود نشان می‌دهند. برای روشن‌تر کردن موضوع، می‌توانیم فرض کنیم که آهنگ شمارش در شمارنده‌های C_1 و C_2 برابر است و آهنگ شمارش در شمارنده‌های C_3 و C_4 صفر است.

اکنون فرض کنید الکترون را یک بسته موج کلاسیک در نظر بگیریم. در این صورت انتظار داریم این موج در بازتاب از بلور "تقسیم" شود: قسمتی از موج در جهت شمارنده C_1 و قسمتی در جهت شمارنده C_2 منعکس می‌شود، ولی چیزی به سوی شمارنده‌های C_3 و C_4 باز نمی‌تابد. چون بسته موج فرودی اولیه به این ترتیب "تقسیم" می‌شود، انتظار خواهیم داشت که این "تقسیم" به نحوی خود را بنماید. مثلاً انرژی حمل شده توسط "قسمت" بازتابیده به سمت شمارنده C_1 ، کسری از انرژی الکترون فرودی باشد. ولی این چیزی نیست که در

نهایی کل است. این شرط که ذرات در "اول" و "آخر" رویداد برهم‌کنش مؤثری نداشته باشند یک شرط ضروری است، چون در غیر این صورت انرژی کل برابر مجموع انرژیهای تک‌تک ذرات نخواهد بود. اگر ذرات با یکدیگر برهم‌کنش کنند باید در رابطه انرژی کل یک "انرژی برهم‌کنش" نیز بگنجانیم.

توجه داشته باشید که لزومی بر بنیادی بودن ذرات نیست؛ آنها می‌توانند ذرات مرکب از قبیل اتم یا هسته نیز باشند. هنگامی که از رویدادهای برخورد صحبت می‌کنیم، منظورمان از "ذره" هر چیزی است که به نحو معقولی پایدار باشد که بتوان، به محض آنکه از چیزهای مشابه دیگر فاصله گرفت، به آن یک تکانه، یک انرژی، و یک جرم (سکون) نسبت داد. به عنوان مثال می‌توانیم برخورد یک اتم هلیم خنثی و یک الکترون را در نظر بگیریم. فرض کنید اتم هلیم بر اثر برخورد یونیده شود. در این صورت دو ذره اولیه وجود دارد، یعنی الکترون و اتم هلیم خنثی، و ذرات نهایی سه‌تا هستند، یعنی دو الکترون و یک یون هلیم با بار واحد (البته حاصل برخورد منحصر به این حالت نمی‌شود. اتم هلیم در این رویداد ممکن است هر دو الکترون خود را از دست بدهد، و ممکن است هیچیک را از دست ندهد. این امکان نیز وجود دارد که رویداد باعث گسیل یک یا چند فوتون بشود).

۲۷. اکنون اگر به خاطر بیاوریم که به موجب روابط (۲۴ الف) به هر یک از ذرات اولیه و نهایی، یک بسامد و یک بردار موج وابسته است، می‌توانیم قوانین پایستگی (۲۶ الف) را به صورت زیر بنویسیم

$$\sum_{r=1}^i \omega'_r = \sum_{s=1}^j \omega''_s, \quad \sum_{r=1}^i \mathbf{k}'_r = \sum_{s=1}^j \mathbf{k}''_s \quad (\text{الف } 27)$$

مجموع بسامدهای اولیه برابر مجموع بسامدهای نهایی و مجموع بردار موجهای اولیه برابر مجموع بردار موجهای نهایی است. این قوانین پایستگی از هر لحاظ معادل قوانین پایستگی (۲۶ الف) اند. هر دسته از قوانین، دسته دیگر را ایجاب می‌کند. علتش آن است که تنها یک ثابت پلانک وجود دارد.^۱

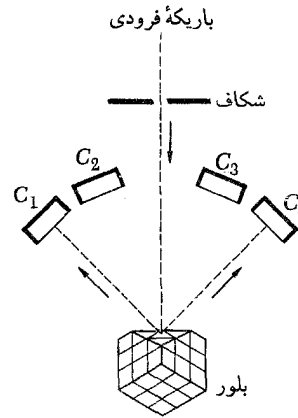
آیا موج مادی می‌تواند تقسیم شود؟

۲۸. در فصل قبل بحث کردیم که فوتون به چه معنا می‌تواند و به چه معنا نمی‌تواند "تقسیم" شود. اکنون باید بررسی مشابهی را در مورد امواج مادی به عمل بیاوریم. این کار را به اختصار انجام می‌دهیم، زیرا رفتار امواج مادی کاملاً شبیه به رفتار فوتونهاست. طبیعت از این لحاظ ساده است.

۱. برای خواننده‌ای که معلومات پیشرفته‌ای در مکانیک کوانتومی دارد: به نظر می‌رسد که می‌توان روابط (۲۷ الف) را مستقلاً براساس همگنی فضای فیزیکی، به دست آورد. چنین کاری را واقعاً می‌توان انجام داد، مشروط به اینکه بعضی ایده‌هایی را که مشخصه مکانیک کوانتومی‌اند بپذیریم. از طرف دیگر، روشن است که هیچ استدلال منطقی نمی‌تواند به ما بگوید به فرض اینکه الکترون خواص موجی داشته باشد، به پروتون نیز یک موج دوبروی وابسته است. همچنین منطقی محض نمی‌تواند بگوید که ثابت C برای تمام ذرات باید یکسان باشد. تکانه و بردار موج تعاریف عملیاتی مستقلی دارند و نیازی نیست که الزاماً آنها را با رابطه دوبروی به هم مرتبط کنیم.

تنها یا به وسیله شمارنده C_1 آشکار می شود یا به وسیله شمارنده C_4 :
باریک الکترون منفرد "تقسیم" نمی شود:

بر اساس مکانیک کوانتومی، ماوقع را به صورت زیر بیان می کنیم.
موج الکترون فرودی توسط بلور به دو قسمت تقسیم می شود. یک قسمت از موج به سوی شمارنده C_1 و قسمت دیگر در جهت شمارنده C_4 منتشر می شود. شدت موج در یک جهت خاص، متناسب با مجذور مطلق دامنه موج است. در مکانیک کوانتومی شدت یک تعبیر احتمالاتی دارد: کمیتی که به مجذور دامنه بستگی دارد همیشه احتمال وقوع چیزی را نشان می دهد. شار وارد به یک شمارنده که به طور کلاسیک محاسبه شده باشد متناسب است با احتمال تیک زدن آن شمارنده.



شکل ۲۹ الف نمودار طرح وار (مربوط به بحث بخش ۲۹) برای مشاهده پراش الکترون در جهتهای مختلف از سطح یک بلور. از آنجا که موج فرودی توسط بلور "تقسیم" می شود، آیا ما فقط نصف یک الکترون را در شمارنده C_1 خواهیم یافت؟

این تعبیر احتمالاتی شدتها یکی از وجوه متمایزکننده مکانیک کوانتومی است و آشکارا با جوهر نظریه موجی کلاسیک مغایرت دارد.

۳۱. در قیاس با بحث بخش ۴۷ فصل ۴، باید یک آزمایش خیالی را که ترتیب آن در شکل ۲۹ الف نشان داده شده است، در نظر بگیرید، با این تفاوت که شمارندهها در فاصله بسیار دوری، مثلاً یک سال نوری، از بلور قرار دارند. فرض کنید شمارنده C_1 الکترونی را آشکار کند. در اینجا نیز براساس نظریه موجی کلاسیک، مشکل می توان درک کرد که چگونه کمیتهای فیزیکی، مثل بار، انرژی و جرم، که توسط موج حمل می شوند می توانند بعد از آنکه در ناحیه بزرگی از فضا پخش شدند، ناگهان در شمارنده C_1 متمرکز شوند. به کمک تعبیر احتمالاتی مکانیک کوانتومی، این مشکل برطرف می شود: آنچه را که رخ می دهد می توان به صورتی سازگار بیان کرد.

تجربه مشاهده می شود، همان طور که از گفته خود دیویسون برمی آید: الکترونهای بازتابی تمام انرژی الکترونهای فرودی را حمل می کنند. اگر الکترونی توسط یک شمارنده آشکار شود، حتماً یک الکترون کامل است که آشکار می شود، با بار کامل و جرم کامل یک الکترون. همچنانکه گفتیم هیچکس تاکنون "ثلث الکترون" ندیده است. الکترونها خواص موجی دارند ولی مسلماً امواج کلاسیک نیستند: بسته موج الکترون نمی تواند مثل یک بسته موج کلاسیک تقسیم شود.

۳۲. گفتیم که در آزمایش پراش که در شکل ۲۹ الف نشان داده شد، موج به دو (یا چند) "قسمت" تقسیم می شود. ممکن است بپرسید: آیا موجی که به سمت شمارنده C_1 حرکت می کند می تواند با موجی که به طرف C_4 می رود تداخل کند؟ اگر یک موج الکترومغناطیسی توسط یک آینه نیمه نقره اندود تقسیم شود، آنگاه مسلماً دو "قسمت" می توانند با یکدیگر تداخل کنند و همین رفتار را از امواج دوربری نیز انتظار داریم. به عبارت دیگر، اگر موجی را که در جهت C_4 حرکت می کند به طریقی منحرف کنیم و آن را با موجی که به سمت C_1 می رود "مخلوط" کنیم آیا اثرهای تداخلی را خواهیم دید؟

۳۵. ممکن است خواننده عقیده خاصی درباره خواص یک "موج کلاسیک" نداشته باشد، پس این سخن که الکترون یک موج کلاسیک نیست شاید کمی بی معنی به نظر برسد. آنچه در اینجا مورد نظر ماست این است که برای یک موج کلاسیک، مجذور مطلق دامنه موج در یک لحظه معین و در یک نقطه معین فضا، یک کمیت فیزیکی نظیر چگالی بار یا چگالی انرژی را نمایش می دهد. این گفته مثل ایده مشابهی در نظریه الکترومغناطیس کلاسیک است که به موجب آن مجذورهای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی چگالیهای انرژی را نشان می دهند. برای مثال، فرض کنید مجذور دامنه موج متناسب با چگالی بار است. در این صورت، می توانیم شار بار را در یکی از شمارندهها محاسبه کنیم، و چون موج بین شمارندههای C_1 و C_4 "تقسیم شده" است، انتظار داریم که فقط نصف بار الکترون را در شمارنده C_1 بیابیم. این امر فقط به صورت متوسط می تواند درست باشد، اگر آزمایش پراش را با تعداد بسیار زیادی الکترون انجام بدهیم، جریان بار در شمارنده C_1 می تواند واقعاً نصف بار کل فرودی باشد^۱. ولی هر یک الکترون

جواب این است که ما مطمئناً انتظار دیدن اثرهای تداخلی را داریم. ولی از سوی دیگر باید پذیرفت که انجام این آزمایش با الکترونها عیناً به همان صورتی که بیان شد بسیار دشوار است. خوشبختانه مجبور نیستیم چنین چیزی اتفاق نمی افتد، ولی محض استدلال، می توانیم فرض کنیم که هر الکترون فرودی یا به داخل شمارنده C_1 می رود یا به داخل شمارنده C_4 .

آزمایشهایی کاملاً مشابه با این آزمایش خیالی بسیار ساده انجام شده است که از نتایج آنها می‌توان استنباط کرد که پیشگویی معادله (۳۳الف) صحیح است.^۱

۳۴. اگر قرار باشد اثر تداخلی را ببینیم، هر دو شکاف باید باز باشند، و در نتیجه هر الکترون باید از هر دو شکاف عبور کند. اگر بخواهیم مطمئن شویم که الکترون تنها از یکی از شکافها عبور می‌کند، باید شکاف دیگر را ببندیم، ولی در آن صورت طبعاً نقش تداخلی دو شکاف را نخواهیم دید. اگر سعی کنیم شکافی را که الکترون از آن گذشته است به این ترتیب تعیین کنیم که شمارنده‌ها را بلافاصله پشت شکافها قرار بدهیم، باز هم نقش تداخلی را از بین خواهیم برد. آهنگ شمارشی که در شمارنده‌ها مشاهده می‌شود یکسان خواهد بود. به‌ازای هر الکترونی که بر پرده فرود می‌آید یکی، و فقط یکی از شمارنده‌ها تیک می‌زند و الکترونی که به این ترتیب آشکار شود تمام بار و تمام انرژی الکترون فرودی را با خود حمل می‌کند. از پیش نمی‌توان گفت که کدام یک از شمارنده‌ها تیک خواهد زد، اما می‌توان با تعیین شدت موجی که از شکاف می‌گذرد، احتمال ثبت شدن آن را محاسبه و پیشگویی کرد.

باید به بحث بخش ۴۸ فصل ۴ مراجعه کنید که در آن ثابت کردیم نقش حاصل از دو شکاف با دانستن اینکه فوتون از کدام شکاف عبور کرده است، سازگاری ندارد. همین استدلال برای الکترون نیز درست است. هیچ آرایش مناسبی وجود ندارد که با آن بتوان بدون مغشوش کردن نقش دو شکاف، تعیین کرد که الکترون از کدام شکاف عبور کرده است.

۳۵. در اینجا بیان خود را کمی دقیق‌تر می‌کنیم. هنگامی که از کشف امواج دوبروی بحث می‌کردیم راجع به "امواج وابسته به ماده" صحبت کردیم. این بیان خوبی نیست، زیرا چنین به نظر می‌رسد که یک ذره کلاسیک داریم که به نحوی همراه با یک موج حرکت می‌کند. بعضیها دوست دارند امواج دوبروی را "امواج راهنما" یا "امواج خلبان" بنامند ولی این اصطلاحات هم تعریفی ندارند. امواج دوبروی امواجی نیستند که همراه با ذره کلاسیک حرکت و آن را "هدایت" کنند. موج دوبروی و ذره یک چیزند: چیز دیگری وجود ندارد. ذره واقعی موجود در طبیعت خواص موجی دارد و این یک واقعیت است. اگر بخواهیم

1. G. Möllenstedt and H. Düker, "Beobachtungen und Messungen an Biprisma-Interferenzen mit Elektronenwellen," *Zeitschrift für Physik* 145, 377 (1956).

R. G. Chambers, "Shift of an electron interference pattern by enclosed magnetic flux," *Physical Review Letters* 5, 3 (1960).

این مقاله اخیر از یک اثر بسیار جالب گفتگو می‌کند که ما در این کتاب به آن نمی‌پردازیم. خواننده علاقه‌مند می‌تواند خود مقاله را مطالعه کند.

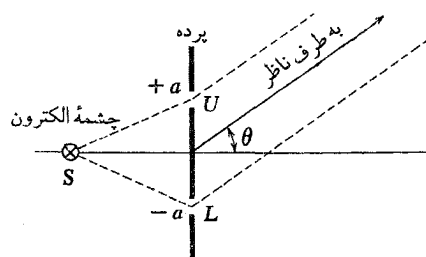
نیستیم این آزمایش را انجام بدهیم، زیرا خود این امر که می‌توانیم به‌طور کلی پراش الکترون را توسط بلور مشاهده کنیم، دلیل قاطعی بر واقعیت داشتن اثرهای تداخلی است. هر اتم سطح بلور، هنگامی که توسط موج فرودی "روشن شود" یک موج پراشیده ایجاد می‌کند و تمام این امواج پراشیده ترکیب می‌شوند تا روی هم‌رفته نقش تداخلی را که به‌وسیله بلور مشاهده می‌شود ایجاد کنند. اینکه امواج پراشیده از تک تک اتمها "ترکیب می‌شوند" به چه معنی است؟ این "ترکیب" را چگونه توصیف می‌کنیم؟ آن را با جمع کردن دامنه تمام موجهای مجزا برای به‌دست آوردن دامنه کل موجی که از بلور صادر می‌شود توصیف می‌کنیم. مجذور این دامنه برآیند، یک متغیر شدت است، به معنای مکانیک کوانتومی‌اش که پاسخ آشکارساز را توصیف می‌کند.

۳۳. در بخشهای ۳۹ تا ۴۲ فصل ۴ درباره یک آزمایش پراش فوتونها از دو شکاف گفتگو کردیم. فرض کنید که همین آزمایش را با الکترونها انجام بدهیم. طرحی از آرایه آزمایش در شکل ۳۳الف نشان داده شده است. این شکل بجز در نوشته‌ها، با شکل ۳۹الف فصل ۴ یکسان است. تحلیل آزمایش نیز به‌همان صورت است و شدت $I(r, \theta)$ که در فاصله زیادی در مقایسه با فاصله شکافها مشاهده می‌شود از رابطه

$$I(r, \theta) = 4I_0(r, \theta) \cos^2 \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta \right) \quad (33\text{الف})$$

به‌دست می‌آید که در آن $I_0(r, \theta)$ شدتی است که به‌ازای باز بودن فقط یک شکاف، مشاهده می‌شود.

چگونگی بستگی شدت به زاویه θ را می‌توان توسط شمارنده‌ها تعیین کرد، در این صورت شدت متناسب با آهنگ شمارش خواهد بود.



شکل ۳۳الف یک آزمایش ذهنی درباره پراش الکترونها از دو شکاف. این شکل همان شکل ۳۹الف در فصل ۴ است، با این تفاوت که به‌جای چشمه S در سمت راست، چشمه الکترون گذاشته شده است.

به دست بیاوریم. در اینجا، این عمل را تا حد یک اصل کلی فیزیک ارتقا می دهیم.

۳۷. اکنون به پیدا کردن معادله دیفرانسیلی می پردازیم که همه امواج مادی توصیف کننده ذره‌ای به جرم m در آن صدق کنند. نحوه عمل از این قرار است: ابتدا معادله دیفرانسیلی را پیدا می کنیم که همه امواج تخت به صورت

$$\psi(\mathbf{x}, t; \mathbf{p}) = \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} - i\omega t) \quad (الف ۳۷)$$

در آن صدق کنند. یکاها را طوری به کار می گیریم که $\hbar = c = 1$ باشد. تکانه (= بردار موج) را با \mathbf{p} ، و انرژی (= بسامد) را با ω نشان می دهیم. هر یک از این موجهای تخت را (بجز در یک ضریب ثابت که دامنه موج را مشخص می کند) تکانه \mathbf{p} تعیین می کند. سعی می کنیم یک معادله دیفرانسیل خطی بنویسیم که در آن \mathbf{p} به طور صریح وجود نداشته باشد و هر موج تختی در آن صدق کند. از آنجا که این معادله دیفرانسیل، خطی است، هر ترکیب خطی از امواج تخت، و بنابراین (همچنانکه ثابت خواهیم کرد) هر موج دوبروی که ذره‌ای به جرم m را توصیف می کند نیز آن را برآورده می کند.

انرژی ω و تکانه \mathbf{p} با رابطه

$$\omega^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 \quad (ب ۳۷)$$

به یکدیگر مربوط می شوند، چون جرم ذره برابر m است. اگر از تابع موج ψ ، دوبرار نسبت به زمان t مشتق بگیریم به دست می آوریم

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(\mathbf{x}, t; \mathbf{p}) = -\omega^2 \psi(\mathbf{x}, t; \mathbf{p}) \quad (ج ۳۷)$$

اگر از تابع موج نسبت به مختصات x_1 دوبرار مشتق بگیریم به دست می آوریم

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \psi(\mathbf{x}, t; \mathbf{p}) = -p_1^2 \psi(\mathbf{x}, t; \mathbf{p}) \quad (د ۳۷)$$

و برای مشتقات دوم نسبت به دو مختصه فضایی x_2 و x_3 نیز نتایج مشابهی به دست می آید.

پس، با منظور کردن رابطه (ب ۳۷) خواهیم داشت

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(\mathbf{x}, t; \mathbf{p}) - \nabla^2 \psi(\mathbf{x}, t; \mathbf{p}) = -m^2 \psi(\mathbf{x}, t; \mathbf{p}) \quad (ه ۳۷)$$

بر این واقعیت تأکید کنیم باید بگوییم "موج دوبروی الکترون"، ولی این عبارت در واقع مترادف "الکترون" است. توجیه ما برای بیان نامناسب قبلی آن است که بحث ما در درجه اول آزمایشی و همچنین تاریخی بود، و از این رو عبارت ملاحظه کارانه "موج وابسته به یک ذره" موجه می نمود. اکنون زمان آن رسیده است که دقیق تر و مشخص تر صحبت کنیم، و اصطلاحاتی را که ممکن است باعث گمراهی ذهن شوند کنار بگذاریم.

بار دیگر آزمایش دو شکاف را در نظر بگیرید. در این آزمایش هیچ چیزی حاکی از وجود ذره کلاسیکی که از یکی از شکافها عبور کند و توسط موجی که از هر دو شکاف می گذرد "هدایت" شود، نیست. به عبارت بهتر: اگر سعی کنیم این ایده را وارد کنیم، توصیف آنچه اتفاق می افتد به هیچ وجه بهتر نمی شود. کافی است تنها از موج صحبت کنیم، و شدتها را به تعبیر کوانتومی به عنوان احتمالها در نظر بگیریم. هرگونه سخن از ذره "پنهان" متافیزیکی است، مگر آنکه فرض وجود ذره، نتایج تجربی خاصی را در پی داشته باشد که بشود آنها را تنها براساس نظریه موجی مکانیک کوانتومی پیشگویی کرد. چنین چیزهایی هرگز به صورت تجربی شناخته نشده اند، و به همین جهت باید هرگونه تصویر ذهنی از ذراتی را که توسط امواج هدایت می شوند کنار بگذاریم.

معادله موج و اصل برهم نهش

۳۶. اکنون می خواهیم در تأیید یک معادله دیفرانسیل به نام معادله کلاین-گوردون، دلایلی بیاوریم، معادله‌ای که توسط آن می توانیم انتشار امواج مادی را در فضا تهی بیان کنیم.

مهم ترین فرض ما این است که معادله موجی که یک تک ذره به جرم m را بیان می کند یک معادله دیفرانسیل خطی است. یعنی اینکه جوابهای این معادله اصل برهم نهش را برآورده می کنند: هر ترکیب خطی از دو جواب معادله نیز یک جواب معادله است. به علاوه فرض می کنیم هر جواب معادله که چند شرط سبک را برآورده کند، دست کم در اصول، یک وضعیت ممکن فیزیکی را نشان می دهد. مفاهیم مستتر در این فرضها بسیار گسترده اند. دامنه امواج مادی را می توان درست همانند دامنه امواج الکترومغناطیسی با هم جمع کرد. (معادلات ماکسول نیز معادلات دیفرانسیل خطی اند).

باید توجه داشته باشید که ما در بحث از پراش امواج مادی توسط اتمهای سطح یک بلور یا توسط دو شکاف، به طور ضمنی خطی بودن را مفروض داشته ایم. به همین جهت بود که مثلاً دامنه امواجی را که از دو شکاف خارج می شدند با هم جمع می کردیم تا دامنه برابند را

که در آن ∇^2 نشانه عملگر لاپلاسی است که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \quad (۳۷)$$

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \int_{(\infty)} d^3(\mathbf{p}) A(\mathbf{p}) \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} - i\omega t) \quad (ج۳۹)$$

در اینجا $A(\mathbf{p})$ تابعی است از بردار \mathbf{p} با مقادیر مختلط، و انتگرال روی تمام فضای سه بعدی \mathbf{p} گرفته می‌شود. کمیت ω تابعی است از \mathbf{p} به طوری که $\omega > 0$ است و معادله (۳۷) برقرار می‌ماند. به عبارت دیگر

$$\omega = \omega(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} \quad (د۳۹)$$

تابع موج $\psi(\mathbf{x}, t)$ که در معادله (ج۳۹) به صورت انتگرال تعریف شد، در معادله دیفرانسیل (ب۳۹) نیز صدق می‌کند. این موج، یک موج دوبروی بسیار کلی، و در واقع کلی‌ترین شکل این موج است. البته فرض می‌کنیم تابع $A(\mathbf{p})$ تابع به اندازه کافی خوش رفتاری از \mathbf{p} است تا انتگرال در معادله (ج۳۹) معنای درستی داشته باشد.

۴۰. در نظریه انتگرال فوریه، می‌توان قضیه زیر را اثبات کرد: اگر $\psi(\mathbf{x}, 0)$ تابع به قدر کافی خوش رفتاری از \mathbf{x} باشد و اگر تابع $A(\mathbf{p})$ را با انتگرال

$$A(\mathbf{p}) = (\pi)^{-3} \int_{(\infty)} d^3(\mathbf{x}) \psi(\mathbf{x}, 0) \exp(-i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}) \quad (الف۴۰)$$

تعریف کنیم، نتیجه می‌شود

$$\psi(\mathbf{x}, 0) = \int_{(\infty)} d^3(\mathbf{p}) A(\mathbf{p}) \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}) \quad (ب۴۰)$$

این صورت قضیه است؛ گزاره دقیق و اثبات آن به تعریف مناسب از "تابع به اندازه کافی خوش رفتار" بستگی دارد. در اینجا این قضیه را اثبات نمی‌کنیم و بحث ما در این کتاب به نظریه انتگرال فوریه بستگی پیدا نمی‌کند. بیان دقیق این قضیه و اثبات آن در درس حساب دیفرانسیل و انتگرال می‌آید. هدف ما در اینجا گفتگو از مضامین فیزیکی این قضیه است، تا شما یک انگیزه "فیزیکی" برای آموختن انتگرال فوریه که در فیزیک اهمیت زیادی دارد پیدا کنید.

۴۱. اکنون ببینیم از این قضیه چه چیزی عاید می‌شود. فرض کنید $\psi(\mathbf{x}, 0)$ یک موج دوبروی در لحظه $t = 0$ است. پس می‌توانیم از طریق انتگرال (الف۴۰) به این تابع موج یک دامنه $A(\mathbf{p})$ در فضای

معادله (۳۷) همان معادله موج مورد نظر است. همچنانکه دیده می‌شود هر موج تخت به صورت (الف۳۷)، یعنی هر تکانه \mathbf{p} ، در این معادله صدق می‌کند، در نتیجه هر موج دوبروی که برهم نهشی از امواج تخت باشد نیز در آن صادق است.

۳۸. معادله موج (۳۷) به معادله کلاین گوردون معروف است. از یک لحاظ، این ساده‌ترین معادله دیفرانسیلی است که امواج دوبروی در آن صدق می‌کنند. توجه کنید که امواج الکترومغناطیسی در فضای تهی نیز به ازای جرم فوتون $m = 0$ در آن صدق می‌کنند. به راحتی می‌توان خود را قانع کرد که هیچ معادله دیفرانسیل مرتبه اول، یعنی معادله‌ای که تنها شامل مشتقات اول نسبت به متغیرهای مستقل است، وجود ندارد که تمام امواج دوبروی در آن صادق باشند. چنین معادله‌ای حداقل باید از مرتبه دوم باشد، زیرا رابطه (ب۳۷) میان انرژی و تکانه، یک رابطه جبری درجه دوم است.

بار دیگر تکرار می‌کنیم — و این نکته مهمی است — که معادله (۳۷) می‌تواند انتشار ذره را تنها در ناحیه تهی در فضا-زمان توصیف کند، یعنی دور از تمام ذرات دیگر. به همین ترتیب، معادلات همگن ماکسول (یعنی وقتی چگالی جریان و چگالی بار هر دو صفر باشند) انتشار امواج الکترومغناطیسی را فقط در نواحی بدون جریان و بار، یعنی در نواحی آزاد از ذرات دیگر، بیان می‌کنند.

۳۹. در معادله دیفرانسیل (۳۷)، برهم نهشی از دو موج تخت، یعنی موجی به صورت

$$\psi(\mathbf{x}, t) = A' \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}' - i\omega' t) + A'' \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}'' - i\omega'' t) \quad (الف۳۹)$$

که در آن A' و A'' دو ثابت مختلط دلخواه هستند نیز صدق می‌کند. به عبارت دیگر

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(\mathbf{x}, t) - \nabla^2 \psi(\mathbf{x}, t) = -m^2 \psi(\mathbf{x}, t) \quad (ب۳۹)$$

حالت کلی‌تر (و پیوسته‌ای) از برهم نهش امواج تخت را به صورت

این شرط می‌توان ثابت کرد که هر جواب مجاز برای معادله (۳۹ب) با مقادیرش در $t = 0$ به‌طور یکتا تعیین می‌شود، و این به سؤال ما پاسخ می‌دهد. اثبات این قضیه را در اینجا نمی‌آوریم.

۴۳. ایده مهمی که از بحث ما حاصل می‌شود این است که هر تابع موج دوبروی $\psi(x, t)$ را که از لحاظ فیزیکی قابل قبول باشد می‌توان به‌صورت (۴۱الف) نشان داد که در آن $A(p)$ از طریق معادله (۴۰الف)، توسط تابع موج در یک لحظه خاص، مثلاً لحظه $t = 0$ ، به‌طور یکتا تعیین می‌شود. بنابراین هر موج مادی را می‌توان برهم‌نهی از امواج مادی تخت دانست. اگر بخواهیم می‌توانیم این نکته را فرض بنیادی در نظر بگیریم، و به این ترتیب از درجه اهمیت معادله کلاین-گوردون بکاهیم. این معادله صرفاً معادله دیفرانسیل خوبی است که تابع-موجهای قابل قبول فیزیکی در آن صدق می‌کنند.

۴۴. با انتخاب مناسب دامنه فضای تکانه $A(p)$ در انتگرال فوریه (۳۹ج) یا (۴۱الف)، می‌توانیم بسته موجهایی بسازیم که در یک لحظه مفروض در ناحیه‌ای از فضا تقریباً جایگزیده باشند. خاصیت چنین موجی این است که فقط در ناحیه محدودی از فضا قابل توجه است، ولی وقتی $|x|$ به‌سمت بینهایت می‌رود، موج به‌سرعت به سمت صفر میل می‌کند. این نوع بسته موج، ذره‌ای را نشان می‌دهد که در ناحیه محدودی از فضا تقریباً محصور است. روشن است که تمام ذراتی را که به‌طور تجربی مطالعه می‌شوند باید با چنین تابع-موجهایی توصیف کرد. بدیهی است ما فرض می‌کنیم احتمال یافتن ذره (هنگامی که به‌وسیله یک شمارنده آن را جستجو می‌کنیم) در ناحیه‌هایی از فضا بیشتر است که در آنجا تابع موج بزرگ باشد. و این با تعبیر مکانیک-کوانتومی ما از مجذور مطلق دامنه سازگار است: به احتمال وقوع چیزی مربوط می‌شود. فعلاً کافی است فرض کنیم "احتمال یافتن ذره در ناحیه‌هایی از فضا که در آنجا تابع موج بزرگ است، بیشتر است". بعداً نوع خاصی از تابع موج را بررسی خواهیم کرد و دستورالعمل دقیقی برای محاسبه احتمال یافتن ذره در هر ناحیه به‌دست خواهیم داد.

می‌توان نتیجه گرفت که در یک آزمایش واقعی، یک موج تخت منفرد نمی‌تواند نمایش‌دهنده یک ذره باشد. برای چنین موجی، مجذور مطلق دامنه، ثابتی است مستقل از x (و t) و احتمال یافتن ذره در هر ناحیه با حجم واحد، مستقل از محل آن ناحیه است. از آنجا که فضا را می‌توان با تعداد نامحدودی از این نواحی ساخت، نتیجه می‌شود که احتمال یافتن ذره در هر یک از آنها باید برابر صفر باشد. پس احتمال یافتن ذره در هر ناحیه محدود نیز برابر صفر می‌شود، که این از لحاظ فیزیکی بی‌معنی است.

تکانه وابسته کنیم. از روی این دامنه $A(p)$ در فضای تکانه می‌توان تابع موج جدیدی به‌صورت زیر تعریف کرد

$$\psi_1(x, t) = \int_{(-\infty)}^{\infty} d^3(p) A(p) \exp(ix \cdot p - i\omega t) \quad (41 \text{ الف})$$

اگر در رابطه بالا t را برابر صفر قرار بدهیم و رابطه را با فرمول (۴۰ب) مقایسه کنیم، می‌بینیم که $\psi_1(x, 0) = \psi(x, 0)$ است. بنابراین، تابع موج جدید که معادله کلاین-گوردون (۳۹ب) را برآورده می‌کند، با تابع موج $\psi(x, 0)$ در "زمان اولیه" $t = 0$ یکسان است. این یعنی که ما روشی برای حل معادله کلاین-گوردون داریم، با این شرط اولیه که جواب معادله با یک تابع مشخص (از x) در لحظه $t = 0$ سازگار باشد.

۴۲. اکنون به بررسی مسئله منحصر به‌فرد بودن جواب معادله کلاین-گوردون که به این ترتیب پیدا کرده‌ایم، می‌پردازیم. واقعیت این است که روش ما، که برطبق آن توابع $A(p)$ و $\psi_1(x, t)$ را از یک تابع مفروض $\psi(x, 0)$ به‌دست آوردیم، روش خاصی است که به یک تابع یگانه $\psi_1(x, t)$ منجر می‌شود که در معادله (۳۹ب) صدق می‌کند. سؤال این است که آیا امکان ندارد جوابهای دیگری برای معادله دیفرانسیل (۳۹ب) وجود داشته باشند که در لحظه $t = 0$ با $\psi(x, 0)$ سازگار باشند؟ پاسخ این سؤال مثبت است. تابع موجهایی به‌صورت

$$\psi'(x, t) = \exp(ix \cdot p + i\omega t), \quad \omega = \sqrt{p^2 + m^2}$$

نیز در معادله دیفرانسیل (۳۹ب) صدق می‌کنند. در مقابل "جوابهای بسامد مثبت" به‌صورت (۳۷الف)، این جوابهای اخیر را "جوابهای بسامد منفی" می‌نامیم.

به دلایل فیزیکی، جوابهای بسامد منفی را کنار می‌گذاریم، زیرا آنها ذراتی با انرژی مثبت (= بسامد مثبت) را نمایش نمی‌دهند. اکنون روشن است که به‌ازای هر جواب بسامد مثبت برای معادله (۳۹ب)، یک جواب بسامد منفی با همان تکانه p وجود دارد، و بنابراین معادله کلاین-گوردون دو برابر تعدادی که می‌خواهیم جواب دارد. دلیل این امر آن است که معادله (۳۷ب) به‌ازای هر p دو جواب ω دارد؛ یک جواب مثبت و یک جواب منفی. تنها جوابهای مثبت از لحاظ فیزیکی با معنی‌اند: انرژی ذره یک کمیت مثبت است.

بنابراین تمامی ماجرای امواج دوبروی در معادله کلاین-گوردون (۳۹ب) خلاصه نمی‌شود. باید این شرط را هم اضافه کنیم که تمام جوابهای بسامد منفی (= انرژی منفی) کنار گذاشته شوند. به‌کمک

بحث نمی‌کنیم. این توصیف تا اندازه‌ای به توصیف قطبش یک موج الکترومغناطیسی شبیه است.

۴۶. در پایان این قسمت، معادله موج (۳۹ب) را برای مواردی که دستگاه یکاهای cgs (یا MKS) را به کار می‌بریم، بیان می‌کنیم. ثابتهای \hbar و c به آسانی به معادله بازمی‌گردند و خواهیم داشت

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} - \nabla^2 \psi(\mathbf{x}, t) = - \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \psi(\mathbf{x}, t) \quad (۴۶الف)$$

لازم است با یک بحث ابعادی، برای خودتان ثابت کنید که این معادله صحیح است. توجه کنید که ابعاد هر جمله عبارت است از (تابع موج) تقسیم بر $(\text{طول})^2$. ثابتهای \hbar و c را تنها به همین نحو می‌شود به معادله بازگرداند.

مبحث پیشرفته: فضای برداری حالت‌های فیزیکی^۱

۴۷. در اینجا به اختصار اصل برهم‌نهی را که فرض می‌کنیم برای امواج مادی برقرار است، بیان می‌کنیم.

فرض کنید \mathcal{H} مجموعه تمام تابع-موج‌هایی (ψ) باشد که به طور همانند صفر نمی‌شوند و حالت‌های فیزیکی ممکن ذره‌ای به جرم m را نمایش می‌دهند. تابع موج دیگری را که در تمام فضا و در تمام زمانها به طور یکسان صفر است به این مجموعه اضافه می‌کنیم. مجموعه حاصل را با \mathcal{H} نشان می‌دهیم. این مجموعه دارای خواص زیر است

(الف) اگر ψ_1 و ψ_2 دو تابع موج در مجموعه \mathcal{H} باشند، جمع $(\psi_1 + \psi_2)$ نیز در \mathcal{H} است.

(ب) اگر ψ در \mathcal{H} و c یک عدد مختلط باشد، تابع $c\psi$ نیز در \mathcal{H} است.

بنابر اصل برهم‌نهی تابع-موجها اگر ψ_1 و ψ_2 دو تابع موج با معنی فیزیکی، و اگر c_1 و c_2 دو عدد مختلط باشند، آنگاه تابع

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2 \quad (۴۷الف)$$

نیز تابع موجی است که معنی فیزیکی دارد، مشروط بر آنکه این ترکیب صفر نباشد.

بنابراین، موج تخت دقیقاً تکفام وجود ندارد. ولی این امکان هست که یک موج تخت در ناحیه (بدلخواه) بزرگی از فضا، شبیه یک موج تخت با دامنه ثابت باشد، هرچند در خارج از این ناحیه، دامنه آن به سمت صفر میل می‌کند. اگر این ناحیه شامل ناحیه‌ای باشد که پدیده فیزیکی مورد مطالعه در آن روی می‌دهد، می‌توانیم موج را یک موج تخت ایده‌آل تصور کنیم. در فیزیک صحبت از موج تخت کاملاً معقول است، و منظور از آن موجی است تقریباً تخت؛ موجی که در ناحیه بسیار بزرگی از فضا شبیه موج تخت است.

۴۵. هر تابع موجی که حالت (حرکت) ذره‌ای به جرم m را بیان می‌کند، در معادله کلاین-گوردون (۳۹ب) صدق خواهد کرد. اگر m را مساوی صفر قرار بدهیم، معادله‌ای به دست می‌آید که هم میدان برداری الکتریکی و هم میدان برداری مغناطیسی نظریه الکترومغناطیس در آن صدق می‌کنند. اما معادله کلاین-گوردون با معادلات ماکسول یکی نیست، و این امر ممکن است برای شما سؤال برانگیز باشد. آیا امکان دارد معادلات ماکسول چیزهایی بیشتر از معادله کلاین-گوردون بیان کنند؟ جواب مثبت است. معادلات ماکسول قطبش فوتون را نیز بیان می‌کنند. حالت حرکت فوتون تنها با دانستن تکانه و انرژی به طور کامل مشخص نمی‌شود؛ باید قطبش آن نیز معلوم باشد. به ازای هر تکانه، دو حالت قطبش خطی مستقل وجود دارد؛ مثلاً حالت قطبش چپگرد و حالت قطبش راستگرد.

در اینجا سؤالی مطرح می‌شود: آیا ذرات مادی نیز می‌توانند حالت‌های مختلف قطبش از خود نشان بدهند؟ جواب این است که بعضی از آنها می‌توانند و بعضی دیگر نه. پيون و ذره آلفا از ذراتی هستند که قطبیده نمی‌شوند. الکترون، پروتون و نوترون از جمله ذراتی هستند که می‌توانند قطبیده شوند. ذرات اخیر همگی یک تکانه زاویه‌ای ذاتی، یا اسپین، دارند و سمتگیریهای مختلف اسپین آنها به حالت‌های مختلف قطبش مربوط‌اند. ولی پيون و ذره آلفا اسپین ندارند: در چارچوب ساکن این ذرات هیچ چیزی وجود ندارد که راستایی را مشخص کند. این ذرات تقارن کروی دارند.

برای بیان حالت قطبش ذراتی که اسپین (غیرصفر) دارند، باید علاوه بر متغیرهای x و t متغیر دیگری را هم معرفی کنیم که اسپین را بیان کند. بنابراین، معادله موجی که تمام خصوصیات الکترون، پروتون، و نوترون را بیان می‌کند پیچیده‌تر از معادله کلاین-گوردون (۳۹ب) است، با این همه، تابع موج، معادله کلاین-گوردون را نیز برآورده می‌کند. می‌توان گفت این معادله رفتار ذره را در فضا-زمان بدون در نظر گرفتن اسپین توصیف می‌کند. در اینجا راجع به توصیف کوانتومی قطبش

۱. در نخستین دور مطالعه، این قسمت را می‌توان حذف کرد.

است؛ فرضهای ۲ب و ۲ج قانون توزیعی برای ضرب نرده‌ای اند. بنابر فرض ۲د، یک ضرب در هر بردار برابر با خود بردار است. با استفاده از این فرضها واقعیات تقریباً بدیهی زیادی را می‌توان اثبات کرد، از جمله

$$c\psi = -(c\psi), \quad (-1)\psi + \psi = 0, \quad 0\psi = 0$$

در اینجا همه قضیه‌های بدیهی را نمی‌آوریم، چون به درک شهودی شما از آنها مطمئن هستیم.

معرفی مفهوم فضای برداری مختلط انتزاعی چه لطفی دارد؟ جواب این است که ما در جریان مطالعه نظریه‌های ریاضی، بارها و بارها به مجموعه‌هایی از عناصر برمی‌خوریم که علاوه بر خواص دیگر، این خاصیت را نیز دارند که تمام اصول موضوع یک فضای برداری مختلط انتزاعی را برآورده می‌کنند. وقتی به چنین مجموعه‌ای برمی‌خوریم لزومی ندارد خواص یک فضای برداری انتزاعی را مجدداً فهرست کنیم، بلکه کافی است بگوییم که این مجموعه یک فضای برداری مختلط است، در این صورت هر کس که با اصول متعارف فضای برداری آشنا باشد، بلافاصله چیزهایی دربارهٔ مجموعه دستگیرش می‌شود.

۵۰. اکنون می‌توان گفت مجموعه \mathcal{H} از همه تابع‌موجهای قابل قبول، همراه با تابع موج متحد با صفر که به آن افزوده شده، یک فضای برداری مختلط است. این فضا، یک فضای برداری مختلط عینی است، زیرا بردارهای آن عملاً توابع مختلط "قابل لمسی" از فضا و زمان اند. اگر فرضهایی را که در بخش ۴۸ گفته شدند با خواص مجموعه تمام تابع موجها که در بخش ۴۷ صریحاً بیان کردیم مقایسه کنیم، در می‌یابیم که فهرست بخش ۴۸ طولانی‌تر است. ولی بسیاری از فرضهای لازم برای یک فضای برداری انتزاعی به‌طور عادی توسط مجموعه تابع موجهای مشخص برآورده می‌شوند و نیازی به ذکر صریح تمامی جزئیات پیش‌یا افتاده نبوده است.

۵۱. اشاره می‌کنیم که در تعریف فضای برداری مختلط انتزاعی هیچ ذکری از ابعاد فضای برداری نشده است: ابعاد فضا می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. این مسئله را کمی بیشتر می‌شکافیم.

مجموعه N بردار $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N$ در یک فضای برداری مختلط \mathcal{H} را مستقل خطی می‌نامند اگر معادله

$$\sum_{n=1}^N c_n \psi_n = 0 \quad (الف ۵۱)$$

۴۸. خواص مجموعه \mathcal{H} همان خواص مشخصه یک موجود انتزاعی ریاضی، یعنی فضای برداری مختلط انتزاعی است. اصولی را که این موجود از روی آنها تعریف می‌شود در اینجا بیان می‌کنیم.

یک فضای برداری خطی مختلط \mathcal{H} مجموعه‌ای از عناصری است که بردار نامیده می‌شوند، به طوری که

۱. به‌ازای هر دو بردار ψ_1 و ψ_2 در \mathcal{H} ، یک بردار منحصر به فرد ψ در \mathcal{H} ، به نام جمع ψ_1 و ψ_2 ، وجود دارد که به صورت $\psi = \psi_1 + \psi_2$ نشان داده می‌شود. عمل تشکیل جمع دو بردار شرایط زیر را برآورده می‌کند

(الف) به‌ازای هر دو بردار ψ_1 و ψ_2 در \mathcal{H} : $\psi_1 + \psi_2 = \psi_2 + \psi_1$.

(ب) به‌ازای هر سه بردار ψ_1, ψ_2, ψ_3 در \mathcal{H} :

$$\psi_1 + (\psi_2 + \psi_3) = (\psi_1 + \psi_2) + \psi_3$$

(ج) یک بردار یکتای 0 به نام بردار صفر در \mathcal{H} وجود دارد،

$$\psi + 0 = \psi \text{ در } \mathcal{H}$$

۲. به‌ازای هر بردار ψ در \mathcal{H} و هر عدد مختلط c ، یک بردار یکتا در \mathcal{H} وجود دارد، و با $c\psi$ نشان داده می‌شود، که حاصل ضرب بردار ψ در نرده‌ای (اسکالر) c خوانده می‌شود. عمل ضرب یک بردار در یک نرده‌ای (= یک عدد مختلط) شرایط زیر را برآورده می‌کند

(الف) به‌ازای هر بردار ψ و هر دو نرده‌ای c_1 و c_2 :

$$(c_1 c_2) \psi = c_1 (c_2 \psi)$$

(ب) به‌ازای هر بردار ψ و هر دو نرده‌ای c_1 و c_2 :

$$(c_1 + c_2) \psi = c_1 \psi + c_2 \psi$$

(ج) به‌ازای هر دو بردار ψ_1 و ψ_2 و هر نرده‌ای c :

$$c(\psi_1 + \psi_2) = c\psi_1 + c\psi_2$$

(د) به‌ازای نرده‌ای خاص 1 : $1\psi = \psi$.

اینها فرضهایی اند که فضای برداری انتزاعی خطی را روی میدان اعداد مختلط تعریف می‌کنند. منظور از عبارت اخیر این است که نرده‌ایهایی که بردارها می‌توانند در آنها ضرب شوند اعداد مختلط اند. اگر نرده‌ایها منحصر به اعداد حقیقی باشند، از یک فضای برداری خطی روی میدان اعداد حقیقی صحبت می‌کنیم. برای رعایت اختصار، این فضاها را به ترتیب "فضای برداری مختلط" و "فضای برداری حقیقی" می‌خوانیم. نمونه‌ای از فضای برداری حقیقی که زیاد با آن مواجه بوده‌اید، "فضای فیزیکی" سه بعدی اقلیدسی است.

۴۹. فرض ۱الف، قانون جابه‌جایی برای جمع است؛ فرض ۱ب قانون انجمنی برای جمع است؛ فرض ۱ج به وجود بردار صفر و یکتا بودن آن مربوط می‌شود. فرض ۲الف قانون انجمنی برای ضرب نرده‌ای

۵۲. ما به دنبال جوابهای معادله کلاین-گوردون بودیم، ولی اکنون می‌توانیم نتیجه بگیریم که اگر کلیت پاسخهای هر معادله دیفرانسیل خطی را در نظر بگیریم، این مجموعه همواره یک فضای برداری (مختلط) خواهد بود. در مکانیک کوانتومی انواع و اقسام معادلات دیفرانسیل خطی برای توصیف ذرات موجود در طبیعت پیشنهاد شده‌اند. مجموعه‌هایی که از تمام جوابهای قابل قبول فیزیکی این معادلات ساخته می‌شوند، همیشه فضاهای برداری تشکیل می‌دهند. این مطلب را می‌توان به این صورت بیان کرد: برای توصیف یک نوع ذره خاص، می‌توان یک فضای برداری مختلط معرفی کرد و هر بردار این فضا را به هر حالت (حرکت) ممکن ذره نسبت داد.

این ایده که جوهر نظریه ریاضی فیزیک کوانتومی را تشکیل می‌دهد، ایده بسیار مهمی است. شاید در وهله اول چنین به نظر نیاید؛ ممکن است این سخن که حالت (حرکت) یک ذره توسط برداری از یک فضای برداری مختلط توصیف می‌شود چیزی بیش از بیان مجدد اصل برهم‌نهی که جوابهای معادله موج در آن صدق می‌کنند به نظر نرسد؛ و شاید این بیان مجدد ارزش چندانی نداشته باشد. ولی با پیشرفت بیشتر در فیزیک کوانتومی، ارزش عظیم این ایده را درمی‌یابیم. مثلاً: با توجه به اینکه تابع موجها تشکیل یک فضای برداری می‌دهند، عملاً می‌توانیم در بسیاری از مسائل محاسباتی به سهولت قابل ملاحظه‌ای برسیم. فنون محاسباتی که به کار فضاهای برداری می‌آیند، به یک معنی، سرشت جبری دارند، در نتیجه باید خصوصیات جبری جوابهای معادلات دیفرانسیل را مورد توجه قرار بدهیم. معلوم شده است که در بسیاری مسائل، به‌ویژه مسائلی که با نوعی تقارن خاص مشخص می‌شوند، روشهای جبری (از لحاظ صرفه‌جویی در محاسبات) نسبت به حل مستقیم معادلات دیفرانسیل مزایایی دارند. در این کتاب نمی‌توانیم چگونگی این ساده‌سازی را نشان بدهیم. با این همه اشاره به این امر را بی‌فایده نمی‌دانیم: نظریه ظاهراً انتزاعی فضاهای برداری سهولت زیادی در حل مسائل عملی به وجود می‌آورد. یک جنبه فرعی این ساده‌سازی، آسان کردن نمادگذاری است (البته مسئله نمادگذاری همیشه کم اهمیت نیست: نمادگذاری بد پیشرفت را کند می‌کند، در حالی که نمادنگاری خوب به آن سرعت می‌بخشد).

۵۳. مکانیک ماتریسی هایزنبرگ یک فرمولبندی خاص از مکانیک کوانتومی است که در آن بر جنبه فضای برداری نظریه تأکید می‌شود، در حالی که معادلات موج در درجه دوم اهمیت قرار می‌گیرند. نظریه هایزنبرگ در وهله اول بسیار متفاوت با نظریه‌های موجی، مثلاً مکانیک موجی شرودینگر، به نظر می‌رسد، ولی در واقع انواع گوناگون این نظریه‌ها کاملاً با یکدیگر هم‌ارزند و به پیشگوییهای فیزیکی یکسانی



پل آدرین دیراک. متولد ۱۹۰۲ در بریستول، انگلستان. دیراک ابتدا مهندسی برق خواند اما بعداً تغییر رشته داد و فیزیک نظری را انتخاب کرد. در سال ۱۹۳۲ به استادی ریاضیات در دانشگاه کمبریج منصوب شد و در سال ۱۹۳۳ جایزه نوبل گرفت.

دیراک سهم عمده‌ای در تکامل مکانیک کوانتومی و الکترودینامیک کوانتومی ایفا کرد. نظریه معروف نسبیتی اتم هیدروژن دیراک، او را به نظریه پاد ذره رهنمون شد که با کشف پوزیترون توسط آندرسون کاملاً به تأیید رسید. در اوایل تکوین نظریه مکانیک کوانتومی، دیراک برای دادن رهیافت جبری به این نظریه خیلی تلاش کرد. نظریه‌های او در کتابش تحت عنوان اصول مکانیک کوانتومی، ویرایش چهارم (انتشارات دانشگاه اکسفورد، ۱۹۵۸) آمده است.

ایجاب کند $c_1 = c_2 = \dots = c_N = 0$ در غیر این صورت می‌گویند این بردارها به طور خطی وابسته‌اند.

بعد یک فضای برداری مختلط برابر N است اگر یافتن مجموعه‌ای از N بردار مستقل خطی در این فضا ممکن، اما یافتن بیش از N بردار مستقل خطی ناممکن باشد. بعد فضای برداری نامتناهی است اگر بتوان به ازای هر عدد صحیح N در این فضا N بردار مستقل خطی پیدا کرد.

روشن است که بعد فضای برداری \mathcal{H} شامل تمام تابع موجهای دوبروی که معنای فیزیکی دارند، نامتناهی است؛ بینهایت تابع موج مستقل خطی در آن وجود دارد.

۵۴. باید توجه کنید که از لحاظ تاریخی ابداع و پیشرفت مکانیک ماتریسی، پیش از ابداع مکانیک موجی شرودینگر صورت گرفت. گفتیم که در نظر گرفتن مجموعه تمام جوابهای یک معادله دیفرانسیل خطی به عنوان یک فضای برداری و در نتیجه توجه به جنبه‌های جبری معادله، یک ایده طبیعی است. شکی نیست که اگر مکانیک موجی شرودینگر زودتر ابداع می‌شد، مکانیک ماتریسی به فاصله کمی پس از آن، به عنوان فرمولبندی دیگری از نظریه موجی، کشف می‌شد. با این‌همه، آنچه عملاً اتفاق افتاد این نبود، به نظر مؤلف توالی تاریخی رویدادها باور نکردنی است، و ابداع مکانیک ماتریسی را باید یکی از شگفت‌آورترین وقایع در فیزیک نظری دانست.

این را که مکانیک ماتریسی و مکانیک موجی از نظر فیزیکی هم‌ارزند، در سال ۱۹۲۶ شرودینگر اثبات کرد.^۲

مسائل

۱. قدرت تفکیک هر میکروسکوپ عبارت است از حد توان رؤیت جزئیات ریز در اجسام تحت مطالعه به کمک میکروسکوپ. می‌توانیم قدرت تفکیک را به صورت کمترین فاصله میان دو نقطه در جسم تعریف کنیم که در آن هر دو نقطه به وضوح متمایز از هم دیده شوند. در یک میکروسکوپ اپتیکی، بیشینه قدرت تفکیک ممکن محدود به طول موج متناهی نور به کار رفته است: نمی‌توانیم انتظار داشته باشیم که ویژگی‌هایی از جسم را که خیلی کوچک‌تر از این طول موج هستند ببینیم. برای غلبه بر این محدودیت، میکروسکوپیهای الکترونی ساخته شده‌اند. در این میکروسکوپیها، به جای عدسیهای شیشه‌ای از میدانهای مغناطیسی و الکتریکی در شکل مناسب استفاده می‌شود. یک میکروسکوپ الکترونی نوعی را در نظر بگیرید که در آن چشمه روشنائی یک چشمه الکترون به انرژی 50 keV است. بیشینه قدرت تفکیک ممکن این میکروسکوپ را با بیشینه قدرت تفکیک ممکن

1. W. Heisenberg, "Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen," *Zeitschrift für Physik* **33**, 879 (1925).

2. M. Born and P. Jordan, "Zur Quantenmechanik," *Zeitschrift für Physik* **34**, 858 (1925).

اصول مکانیک کوانتومی توسط این نویسندگان و توسط هایزنبرگ در مقاله زیر تکامل بیشتری یافت:

M. Born, W. Heisenberg, and P. Jordan, "Zur Quantenmechanik II," *Zeitschrift für Physik* **35**, 557 (1926).

3. E. Schrödinger, "Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen," *Annalen der Physik* **79**, 734 (1926).



ورنر کارل هایزنبرگ، متولد ۱۹۰۱ در وورزبرگ، آلمان. هایزنبرگ در دانشگاه مونیخ شاگرد زومرفلد بود و در سال ۱۹۲۳ دکترا گرفت. بعد از یک دورهٔ پر بار به عنوان دستیار در دانشگاه گوتینگن، سه سال در موسسه بور در کپنهاگ فعالیت کرد. بعداً در دانشگاه لایپزیگ و در موسسه فیزیک ماکس پلانک در برلین مسئولیتهایی به عهده گرفت. از سال ۱۹۴۶ مدیر موسسه فیزیک ماکس پلانک در گوتینگن شد و در سال ۱۹۳۲ جایزه نوبل گرفت.

در میان کارهای مهم هایزنبرگ در فیزیک نظری، کشف مکانیک ماتریسی، به عنوان یک دستاورد نظری برجسته، جای خاصی دارد.

منجر می‌شوند. آنها دارای اسکلت انتزاعی مشترکی اند و این اسکلت، نظریه فضای برداری انتزاعی است. چون نمی‌توان فرض کرد که تاکنون در دروس ریاضی خود ماتریس خوانده باشید، مجبوریم در این کتاب از بحث در مورد نظریه هایزنبرگ خودداری کنیم. این نظریه دشواری خاصی ندارد، ولی چون بسیاری چیزهای دیگر برای یادگرفتن دارید، نمی‌خواهیم با ارائه نظریه ماتریسها بحث را سنگین‌تر کنیم.

اولین مقاله ورنر هایزنبرگ در این باره در سال ۱۹۲۵ منتشر شد.^۱ در این مقاله صریحاً ذکری از نظریه ماتریسی نشده بود، زیرا هایزنبرگ نمی‌دانست که عملیات ریاضی او تعبیری ماتریسی دارد. ارتباط میان این محاسبات با نظریه ماتریسها پس از مدت کوتاهی در مقاله مهمی از ماکس بورن و پاسکال ژوردن روشن شد.^۲

میکروسکوپ اپتیکی مقایسه کنید.

لازم به ذکر است که قدرت تفکیک واقعی هر میکروسکوپ (اعم از اپتیکی یا الکترونی) به بعضی مشخصه‌های طراحی میکروسکوپ هم بستگی دارد و این مشخصه‌ها نیز وابسته به بزرگی زاویه‌ای هستند که تحت آن "نور" از جسم توسط میکروسکوپ پذیرفته می‌شود. به دلایل فنی، این زاویه در میکروسکوپ الکترونی خیلی کوچک‌تر از زاویه نظیر در میکروسکوپ اپتیکی است، و در نتیجه قدرت تفکیک واقعی میکروسکوپ الکترونی از پیشینه قدرت تفکیک نظری آن به‌طور قابل توجهی کوچک‌تر است. با وجود این، قدرت تفکیک میکروسکوپ الکترونی از قدرت تفکیک میکروسکوپ اپتیکی خیلی بهتر است.

۲. گاز هلیوم را در دمای اتاق در نظر بگیرید. این گاز تک اتمی است. انرژی متوسط اتم هلیوم در گازی به دمای T با رابطه $\frac{3}{2}kT = E_{\text{جینی}}$ بیان می‌شود و از این رابطه می‌توانیم سرعت (و تکانه) متوسط اتمهای هلیوم را پیدا کنیم.

(الف) سرعت متوسط (برحسب cm/sec) اتمهای هلیوم را پیدا کنید.

(ب) طول موج دوبروی متناظر با این سرعت متوسط را برحسب سانتی‌متر محاسبه و این طول موج را با فاصله میانگین میان اتمها مقایسه کنید. فرض کنید که فشار برابر یک جو است، در این صورت فاصله میانگین را می‌توان با معلوم بودن چگالی پیدا کرد.

ممکن است این تصور پیش بیاید که در صورت بزرگ‌تر بودن طول موج دوبروی از فاصله میانگین میان اتمها، اثرهای کوانتومی بتوانند نقشی ایفا کنند، در صورتی که وقتی این طول موج خیلی کوچک‌تر از فاصله میانگین است توصیف کلاسیک باید کافی باشد. در تصویر کلاسیک، گاز مجموعه‌ای از گویهای بیلارد است که مدام با هم برخورد می‌کنند، در حالی که در تصویر کوانتومی، گاز مجموعه‌ای امواج برهم‌کنش‌کننده است. مقایسه بالا در مورد هر گاز واقعی جالب توجه است.

(ج) چگالی هلیوم مایع در حدود 15 gr cm^{-3} است. در فشار جو و در پایین‌ترین دمای قابل حصول، این ماده مایع باقی می‌ماند. همانند مورد (ب) طول موج دوبروی را در دمای خیلی پایین 1 K در فاصله میانگین میان اتمها مقایسه کنید.

۳. طول موج دوبروی را با فاصله میانگین میان الکترونها در یک "گاز" الکترونی در یک قطعه مس مقایسه کنید. مدلهایی از فلز وجود دارد که در آنها الکترونها، همانند اتمهای هلیوم در یک ظرف، "گاز" تشکیل می‌دهند. فرض کنید که برای هر اتم مس در شبکه، یک الکترون وجود دارد که می‌تواند آزادانه حرکت کند. در این صورت، فاصله میان اتمها، فاصله متوسط میان الکترونهاست.

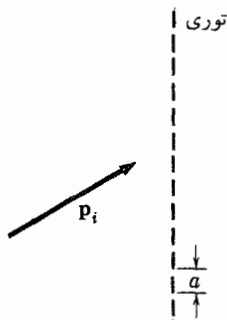
۴. یک مسئله سه‌بعدی را در نظر بگیرید که در آن ذره‌ای به صورت مایل با صفحه فصل مشترک میان دو ناحیه R_1 و R_2 برخورد می‌کند. فرض کنید انرژی پتانسیل ذره در بیشتر ناحیه R_1 مقدار ثابت V_1 و در بیشتر ناحیه R_2 مقدار ثابت V_2 است، و فقط در نواحی بلافاصله مجاور فصل مشترک از V_1 به V_2 تغییر می‌کند. بنابراین، در داخل نواحی R_1 و R_2 هیچ نیرویی بر ذره وارد نمی‌شود و فقط در مجاورت فصل مشترک، یک نیروی قوی در جهت عمود بر سطح بر آن اثر می‌کند. فرض کنید انرژی کل ذره E است و $E > V_1$ و $E > V_2$. در این صورت، ذره از فصل مشترک بازمی‌تابد و ما می‌خواهیم شکست را، هم از لحاظ کلاسیک و هم از لحاظ کوانتومی بررسی کنیم.

(الف) قانون شکست را بر مبنای مکانیک کلاسیک استخراج کنید. در این حالت، هنگامی که ذره از فصل مشترک عبور می‌کند مؤلفه عمودی تکانه آن تغییر می‌کند اما مؤلفه جانبی تکانه تغییر نمی‌کند. اگر تکانه در ناحیه R_1 معلوم باشد، طبق اصل پایستگی انرژی، تکانه در ناحیه R_2 به دست می‌آید و می‌توان قانون شکست را استخراج کرد.

(ب) قانون شکست را بر مبنای مکانیک موجی استخراج کنید و نشان بدهید که می‌توان به همان نتیجه مکانیک کلاسیک (مورد الف) رسید. هنگام بررسی این مسئله در مکانیک موجی، باز هم باید رابطه میان انرژی E ، تکانه p ، بسامد ω ، و بردار موج k ذره را مطالعه کنیم. بحث قبلی ما در مورد ناحیه‌ای به کار می‌رود که در آن پتانسیل صفر است، و بنابراین در این حالت صادق نیست. سعی کنید نظر خود را در مورد چگونگی پرداخت این نظریه بیان کنید. پرسشهایی که باید درباره آنها خوب فکر کنید عبارت‌اند از: آیا بسامد در هر دو طرف فصل مشترک یکی است؟ آیا باید مؤلفه ماسی بردار موج در فصل مشترک پیوسته باشد؟ آیا رابطه $p = \hbar k$ همواره صادق است؟ رابطه $E = \hbar \omega$ چطور؟

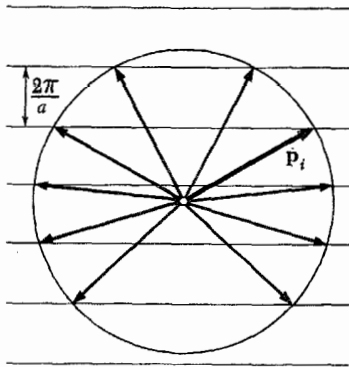
در این مسئله خاص شما در واقع پاسخ را می‌دانید: قانون شکست باید با استفاده از بحث کلاسیک قسمت (الف) به درستی به دست بیاید. این امر به شما کمک می‌کند که در مورد چگونگی پرداخت نظریه بهتر اظهار نظر کنید: می‌دانید که نظریه کوانتومی باید در این مورد یک نتیجه معلوم به دست بدهد.

(ج) بنابر دینامیک کلاسیک، ذره در فصل مشترک بازمی‌تابد بلکه فقط می‌شکند. نوری که بر فصل مشترک میان دو دی‌الکتریک مختلف فرود می‌آید هم بازمی‌تابد و هم می‌شکند. نظر خود را درباره وضعیتی که باید در مورد یک ذره کوانتومی (ذره واقعی) برقرار باشد بیان کنید.



شکل بالا که مربوط به مسئله ۵ است، نمودار طرح وار توری پراش است. تکانه ورودی P_i با بردار نشان داده شده است. فاصله میان خطوط مجاور را ثابت توری، a ، می‌گویند.

شکل پایین نشان می‌دهد که چگونه می‌توان جهت‌های پرتوهای پراشیده را با رسم هندسی ساده به دست آورد. از محل تقاطع یک دایره، متناظر با تکانه‌ای با بزرگی ثابت، و یک مجموعه خطوط موازی، متناظر با مقادیر مجاز مؤلفه قائم تکانه‌ای که به توری منتقل می‌شود، می‌توان تکانه‌های نهایی را به دست آورد. در شکل، ده تکانه نهایی ممکن، شامل تکانه فرودی P_i ، با بردار مشخص شده است.



خود چنین نوشت: ”با فلز A نقش پراش با تقارن سه‌تایی، با فلز B تقارن چهارتایی، با فلز C تقارن پنج‌تایی، و با فلز D تقارن شش‌تایی را مشاهده کردم.“ (اگر نقش پراش تحت دوران به اندازه زاویه $2\pi/n$ ناوردا باقی بماند تقارن را n -تایی می‌گویند). گزارش این فیزیکدان را به تفصیل ارزیابی کنید.

۹. نوترونهای حاصل از یک رآکتور را از ستونی از برلیوم (بسیلورین) می‌گذرانند. انتخاب این ماده به این دلیل است که جذب نوترونها توسط آن قابل توجه نیست. معلوم می‌شود که نوترونهایی که از طرف دیگر خارج می‌شوند ”سرد“ هستند، یعنی انرژی جنبشی آنها متناظر با دمای زیر $5^\circ K$ است. نوترونهای ”گرمتر“، با انرژی جنبشی متناظر با دمای اتاق، به شدت توسط برلیوم پراکنده می‌شوند. آیا می‌توانید این پدیده‌ها را تبیین کنید؟

۵. اکنون پراش را با یک توری خط‌کشی شده، که به طور طرح وار در شکل نشان داده شده است، بررسی می‌کنیم. این توری متشکل است از تعداد زیادی خراش خیلی ظریف موازی به فاصله یکسان که بر روی یک سطح تخت (از جنس شیشه، فلز، یا پلاستیک) ایجاد شده است. برای سهولت، مسئله را دوبعدی در نظر می‌گیریم، که در صورتی که فرض کنیم موج فرودی در جهتی واقع در یک صفحه عمود بر خطوط منتشر می‌شود، مجاز است. به این ترتیب راستای تابش در صفحه شکل قرار دارد.

فرض کنید موج فرودی یک موج تخت با بسامد (انرژی) ω و بردار موج (تکانه) P_i است. جهت‌های ممکن امواج پراشیده را پیدا کنید و نشان بدهید که می‌توان آنها را به صورت زیر توصیف کرد. ذره‌ای با تکانه P_i با توری برخورد می‌کند و بعد از برخورد با تکانه P_o خارج می‌شود. در این برخورد انرژی ذره تغییر نمی‌کند، اما مقدار $q = P_i - P_o$ از تکانه آن به توری منتقل می‌شود. نشان بدهید که جهت‌های ممکن امواج پراشیده با قاعده ساده زیر تعیین می‌شود: مؤلفه انتقال تکانه q در امتداد توری، یعنی مؤلفه قائم در شکل، باید مضرب درستی از $2\pi/a$ باشد که در آن a فاصله میان خطوط است. مؤلفه قائم انتقال تکانه ”کوانتیده“ است.

۶. الف) پراش نور مرئی را در یک توری همانند توری مسئله قبل در نظر بگیرید. فرض کنید ثابت توری، a ، دو برابر طول موج نور و زاویه تابش 45° است. تمامی زاویه‌های ممکن برای خروج پرتوهای پراشیده را با رسم شکل پیدا کنید.

ب) فرض کنید توری میان یک صفحه از شیشه کراون (به ضریب شکست ۱٫۵۱) و یک صفحه از شیشه فلینت (به ضریب شکست ۱٫۷۴) ساندویچ شده است. ضخامت هر دو شیشه یکنواخت و برابر ۵ mm و صفحه شیشه کراون به طرفی است که نور از آن می‌تابد. مقادیر طول موج، ثابت شبکه، و زاویه تابش برابر مقادیر نظیر در قسمت الف) همین مسئله است. جهت‌هایی را که پرتوهای پراشیده می‌توانند از این آرایش دوگانه خارج شوند پیدا کنید و با نتیجه قسمت اول این مسئله مقایسه کنید.

۷. در آزمایشی از نوع آزمایش دیویسون-گرم، الکترونهای $88 eV$ به طور عمود بر سطح یک بلور فلزی که در آن آنها در یک شبکه مکعبی به ضلع $a = 29 \text{ \AA}$ آرایش یافته‌اند می‌تابند. با رسم شکل، نقاط تقاطع پرتوهای پراشیده را با یک صفحه موازی با سطح بلور و به فاصله ۵ سانتی‌متر از آن نشان بدهید. این شکل را با مقیاس دقیق رسم کنید و تمامی پرتوهای پراشیده را در آن بگنجانید.

۸. زمانی یک فیزیکدان با تعدادی فلز مختلف آزمایش‌هایی همانند آزمایش توصیف شده در بالا را انجام می‌داد. او در گزارش نتایج آزمایش

۱۵. فرض کنید تابع موج $\psi(\mathbf{x}, t)$ یک جواب مثبت-بسامد معادله کلاین-گوردون (با جرم m) باشد. همچنین فرض کنید که این تابع موج نمایش یک ذره (بسته موج) است که در فضا به طور معقولی متراکم است و در جهت کم و بیش مشخصی حرکت می‌کند. تابع $\psi_R(\mathbf{x}, t)$ که با رابطه زیر تعریف می‌شود را در نظر بگیرید

$$\psi_R(\mathbf{x}, t) = \psi(-\mathbf{x}, t)$$

(الف) نشان بدهید که $\psi_R(\mathbf{x}, t)$ نیز یک جواب مثبت-بسامد معادله کلاین-گوردون است.

(ب) بنابراین، تابع موج $\psi_R(\mathbf{x}, t)$ نیز نشان‌دهنده حالت دیگری از حرکت ذره است. از لحاظ فیزیکی توضیح بدهید که حالت حرکت توصیف شده با $\psi_R(\mathbf{x}, t)$ چگونه به حالت حرکت توصیف شده با $\psi(\mathbf{x}, t)$ مربوط می‌شود. (یک بیان خوب و ساده برای این سؤال می‌توان پیدا کرد. راهنمایی: ابتدا مسیرهای "متوسط" در هر دو حالت را در نظر بگیرید.)

۱۱. این مسئله شبیه به مسئله قبل است، با این تفاوت که احتمالاً کمی مشکل‌تر است. تابع $\psi_T(\mathbf{x}, t)$ را که با رابطه زیر تعریف می‌شود در نظر بگیرید

$$\psi_T(\mathbf{x}, t) = \psi^*(\mathbf{x}, -t)$$

که در آن ستاره نشان‌دهنده همیوگ مختلط است.

(الف) نشان بدهید که $\psi_T(\mathbf{x}, t)$ نیز یک جواب مثبت-بسامد معادله کلاین-گوردون است.

(ب) از لحاظ فیزیکی توضیح بدهید که چگونه حالت حرکت توصیف شده با $\psi_T(\mathbf{x}, t)$ به حالت حرکت توصیف شده با $\psi(\mathbf{x}, t)$ مربوط می‌شود.

منابع برای مطالعه بیشتر

۱. برای تاریخچه مطالب بحث شده در این فصل، بازهم خواننده را به منابع فصل ۱ (شماره‌های ۳ و ۵) ارجاع می‌دهیم.

۲. مطالب زیادی درباره نظریه ریاضی معادلات دیفرانسیل جزئی خطی وجود دارد. در این مرحله مؤلف انتظار ندارد که خواننده عمیقاً وارد این مطلب بشود، اما مایل است مطالعه مقاله زیر را که نقش مهمی در فیزیک داشته است توصیه کند:

R. Courant and D. Hilbert: *Methoden der mathematischen Physik*, vols. I and II (Verlag von Julius Springer, Berlin, 1931 and 1937.)

این اثر با عنوان زیر ترجمه شده است.

Methods of Mathematical Physics, vols. I and II (Interscience Publishers, Inc. New York, 1953 and 1962).

در جلد دوم، معادلات دیفرانسیل جزئی بررسی می‌شود. جلد اول شامل مطالب متنوعی از فیزیک مانند تحلیل فوریه، نظریه ماتریسها و فضاها برداری، حساب وردشها، و نظریه مربوط به بعضی معادلات دیفرانسیل خطی معمولی است که در بسیاری از مسائل فیزیکی به کار می‌رود.

از قضا، تقریباً مقارن با کشف مکانیک کوانتومی، تحولات مهمی در ریاضیات اتفاق افتاد که بعدها معلوم شد "درخور" مکانیک کوانتومی هستند. دیوید هیلبرت، در دانشگاه گوتینگن، نقش مهمی در این تحولات ایفا کرد و به همین دلیل فضای برداری بینهایت بعدی را که مکانیک کوانتومی برحسب آن فرمولبندی می‌شود، فضای هیلبرت می‌نامند. هیلبرت در اصل نظریه فضاها خطی خود را به خاطر کاربرد آنها در فیزیک ابداع نکرد، اما کشف مکانیک کوانتومی، به طور طبیعی، بررسی ریاضی مسائل مطرح شده در فیزیک را موجب شد. در این دوره تأثیرات متقابل جالب توجهی میان فیزیکدانان و ریاضیدانان وجود داشت.

نظریه مکانیک کوانتومی از دیدگاه ریاضی در کتاب زیر مطرح شده است:

J. von Neumann: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. (Verleg von Julius Springer, Berlin, 1932. Reprinted by Dover Publications, New York, 1943.)

ترجمه انگلیسی این کتاب با عنوان زیر منتشر شده است:

Mathematical Foundations of Quantum Mechanics (Princeton University Press, 1955).

۳. مکانیک ماتریسی در بیشتر کتابهای درسی پیشرفته مکانیک کوانتومی مطرح می‌شود. برای آشنایی با یک بررسی مقدماتی از فیزیک کوانتومی، که در آن رهیافت جبری به کار می‌رود، به کتاب زیر مراجعه کنید.

R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands: *The Feynman Lectures on Physics*, vol. III (Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 1965).

این کتاب آخرین جلد یک مجموعه سه جلدی درباره مبانی فیزیک است. نحوه ارائه این کتابها بسیار عالی است و به خواننده قویاً توصیه می‌شود آنها را مطالعه کند.

(ب)
K. K. Darrow: "Davisson and Germer" May
1948. p. 50.

(ج)
E. Schrödinger: "What is matter?" Sept. 1953,
p. 52.

(د)
P. and E. Morrison: "The neutron," Oct. 1951,
p. 44.

(ه)
G. Gamow: "The principle of uncertainty" Jan.
1958, p. 51.

۴. در این جلد ما خیلی کم درباره فیزیک حالت جامد صحبت
کردیم. از میان کتابهای مقدماتی مربوط به این مبحث مطالعه کتاب
زیر را توصیه می‌کنیم.

در این کتاب علاوه بر موضوعهای دیگر درباره ساختار بلور، نظریه
پراش، و نظریه فوتونها بحث شده است.

C. Kittel: *Introduction to Solid State Physics*
3rd ed. (John Wiley and Sons, Inc., New York,
1966).

۵. مقاله‌های زیر در سایتتفیک امریکن نیز ممکن است برای
خواننده جالب باشند.

(الف)

K. K. Darrow: "The quantum theory" March
1952, p. 47.

اصل عدم قطعیت و نظریه اندازه‌گیری

روابط عدم قطعیت هایزنبرگ

۱. در دو فصل قبل آموختیم که ذرات موجود در طبیعت خواص موجی دارند. یک ذره متحرک با تکانه معین p می‌تواند مثل موجی با طول موج $\lambda = h/p$ رفتار کند، و این رابطه میان طول موج و تکانه، رابطه‌ای است عام، یعنی برای تمام ذرات واقعی معتبر است. تأکید کردیم که نباید درباره این خواص موجی برحسب "موج راهنما" که گاهی به ذره کلاسیک وابسته می‌شود، فکر کرد. یک ذره واقعی فیزیکی، موجود تحول‌ناپذیر منفردی است، و خواص موجی و ذره‌ای آن تجلی جنبه‌های مختلف ماهیت ذاتی آن هستند.

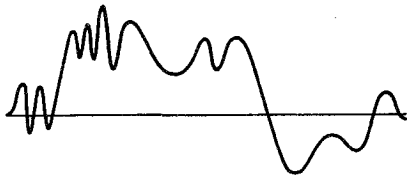
۲. یاد گرفتیم که حالت حرکت یک ذره را می‌توان با یک تابع موج مختلط $\psi(x, t)$ بیان کرد. برای یک ذره منزوی، این تابع موج در معادله کلاین-گوردون صدق می‌کند، با این شرط اضافی که تنها بسامدهای مثبت در تحلیل فوریه تابع موج ظاهر می‌شوند. همان‌طور که توضیح دادیم، اگر تابع موج اولیه $\psi(x, 0)$ در لحظه $t = 0$ (یا در هر لحظه معین دیگر) در دست باشد، می‌توان معادله کلاین-گوردون را همراه با این شرط حل کرد. تابع موج اولیه کاملاً اختیاری است، بنابراین می‌توانیم امواج بسیار متنوعی داشته باشیم که به حالت‌های مختلف حرکت ذره مربوط می‌شوند. درک این نکته مهم است که در مکانیک کوانتومی لزومی ندارد که موج شبیه موج سینوسی باشد: موج سینوسی یک حالت خیلی خاص است. معادله کلاین-گوردون وابستگی زمانی تابع موج را تعیین می‌کند ولی برای "شکل ظاهری" موج در یک لحظه منفرد از

زمان هیچ محدودیتی قائل نمی‌شود، اما شکل ظاهری موج در دو زمان مختلف را مقید می‌کند. تابع موج $\psi(x, t_1)$ در لحظه $t = t_1$ ، تابع موج را در زمانهای دیگر، و در نتیجه حالت ذره را به‌طور منحصر به فرد تعیین می‌کند. به این معنی، مکانیک کوانتومی یک نظریه جبری است.

۳. اکنون حالتی از حرکت ذره‌ای را در نظر بگیرید که با تابع موج اولیه $\psi(x, 0)$ توصیف می‌شود. درباره مکان و تکانه ذره در $t = 0$ چه می‌توان گفت؟

گفتیم که دامنه موج را باید تعبیر احتمالاتی کرد. بیشترین احتمال یافتن ذره در ناحیه‌هایی از فضا است که در آنها دامنه بزرگ است. به عبارت دقیق‌تر، اگر به کمک یک آشکارساز (کوچک) در حوالی نقطه‌ای از فضا به دنبال ذره بگردیم، مجذور مطلق دامنه موج در آن نقطه معیاری است از احتمال آشکار شدن ذره. اگر تابع موج اولیه طوری باشد که دامنه در همه جا بجز یک ناحیه خیلی کوچک صفر باشد، آنگاه می‌توان گفت (در لحظه $t = 0$) ذره در این ناحیه است: مکان آن با دقت معلوم است. از سوی دیگر، اگر پخش شدگی تابع موج خیلی زیاد باشد، طوری که دامنه آن در یک ناحیه بزرگ تقریباً ثابت باشد، دیگر نمی‌توانیم یک مکان دقیق به ذره نسبت بدهیم: مکان در لحظه $t = 0$ دارای عدم قطعیت بزرگی است.

این ایده که در حالت کلی نمی‌توان به یک ذره (در یک لحظه معین) مکان دقیقی نسبت داد، همان‌طور که دیدیم، نتیجه طبیعی



شکل ۴ الف مثالی از یک قطار موج که برای آن مفهوم طول موج چندان معنایی ندارد. برای این موج تعریف تکانه بسیار ضعیف است. شکل ۲ الف را نیز ببینید: در اینجا برای تمام امواج بجز موج وسطی به سختی می‌توان تکانه تعریف کرد.

با آن تعریف می‌شود به حالت حرکت ذره بستگی دارد، یعنی تکانه می‌تواند خیلی دقیق تعریف شود یا بسیار غیردقیق.

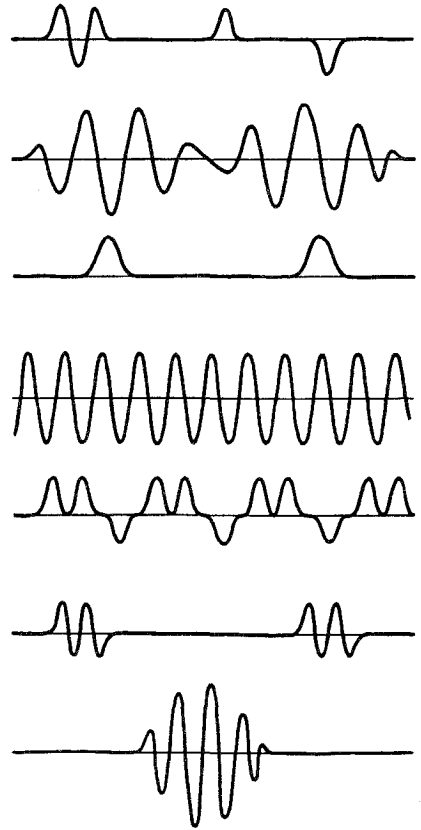
هایزنبرگ دریافت با اینکه هیچ محدودیتی در میزان دقتی که در تعریف تکانه یا مکان می‌توان داشت وجود ندارد، برای دقت در تعریف همزمان مکان و تکانه (یعنی برای یک تابع موج) یک حد بنیادی وجود دارد. این بینش با روابط عدم قطعیت، که در سال ۱۹۲۷ توسط هایزنبرگ فرمولبندی شد، بیان می‌شود. اکنون این روابط را از طریق استدلالهای شهودی ساده، به دست می‌آوریم.

۵. ابتدا امواج دوبروی را در جهان یک بعدی در نظر می‌گیریم. برای سهولت یک‌گانه‌ها را به کار می‌بریم که $\hbar = 1$ باشد. در این صورت طول موج و تکانه با رابطه $\lambda = 2\pi/p$ به یکدیگر مربوط‌اند و مجبور نیستیم بین بردار موج و تکانه تمایزی قائل شویم.

بحث خود را از روی نمایش تصویری امواج پیش می‌بریم و برای این منظور چهار قطار موج با طول محدود را در شکل‌های ۵ الف، ب، ج و د رسم کرده‌ایم (مختصه x در این شکلها محور افقی است). اکنون باید توجه کنید که تابع موج $\psi(x, 0)$ عموماً یک تابع مختلط است و این امر هنگامی که می‌خواهیم تابع موج را به صورت نمودار نمایش بدهیم ایجاد اشکال می‌کند. با این همه می‌توانیم قسمت حقیقی و قسمت موهومی تابع را جداگانه رسم کنیم، و شما می‌توانید شکل‌های ۵ الف)، ب)، ج) و د) را نمایش قسمت حقیقی، یا قسمت موهومی $\psi(x, 0)$ تعبیر کنید.

این نمودارها "امواج سینوسی گسیخته" ای را نشان می‌دهند که با تابع $\sin(px)$ در ناحیه‌ای که تابع موج در آن صفر نیست بیان می‌شوند. البته این موج واقعاً یک موج سینوسی خالص نیست زیرا در هر دو سر "قطع" می‌شود. به همین دلیل طول موج (و تکانه) دقیقاً

I. W. Heisenberg. "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik," *Zeitschrift für Physik* 43, 172 (1927).



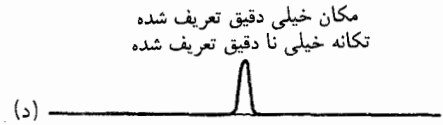
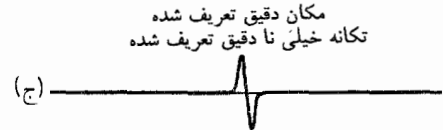
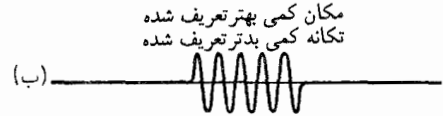
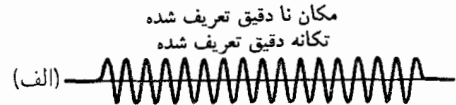
شکل ۲ الف نمونه‌هایی از امواج، برای بیان این مطلب که در مکانیک کوانتومی یک موج (در یک لحظه معین) الزاماً موج سینوسی نیست. یک موج دلخواه می‌تواند تابع تقریباً دلخواهی از مکان باشد، و احتیاجی نیست که نمودار آن مانند امواج بالا تا این حد شکل باشد. در اینجا قسمت حقیقی تابع موج (عموماً مختلط را رسم کرده‌ایم.

تصویر موجی است. دقتی که مکان ذره با آن تعیین می‌شود به حالت حرکت ذره بستگی دارد. هیچ چیز مانع از آن نیست که برای یک تابع موج (یک حالت حرکت) مکان با دقت فوق‌العاده تعیین شود، و نیز هیچ چیز تابع موج دیگری را که برای آن مکان با دقتی بیشتر از یک سال نوری تعیین می‌شود، ممنوع نمی‌کند.

۴. برای متغیر تکانه نیز ملاحظات مشابهی به کار می‌رود. از آنجا که تکانه و طول موج با معادله دوبروی به یکدیگر مربوط‌اند، از پیش واضح است که تکانه را نمی‌توان دقیقاً تعریف کرد مگر آنکه طول موج دقیقاً تعریف شده باشد. برای اینکه طول موج به طور دقیق تعریف شود، لازم است که تابع موج نقشی تناوبی از خود نشان بدهد. یک موج سینوسی بلند، طول موج مشخصی دارد ولی برای یک منحنی نامنظم دلخواه، مفهوم طول موج معنای دقیقی ندارد. بنابراین می‌فهمیم دقتی که تکانه



شکل ۶ الف برای موج بالا مکان همان قدر ضعیف تعریف می‌شود که در شکل ۵ الف، اما تکانه نیز خیلی ضعیف تعریف می‌شود، و مسلماً خیلی کم دقت‌تر از شکل ۵ الف، رابطه عدم قطعیت صحیح باید یک نامساوی باشد: می‌توان قطار موجهایی را در نظر گرفت که برای آنها عدم قطعیت‌های مکان و تکانه هر قدر بخواهیم بزرگ باشند.



شکل‌های ۵ الف، ب، ج، د مثالی از بحث مربوط به رابطه عدم قطعیت مکان-تکانه. مکان دقیق مستلزم یک قطار موج کوتاه است. تکانه دقیق مستلزم تعدادی چرخه‌های سینوسی دقیق است. این دو شرط با هم تعارض دارند.

از عدم قطعیت کسری در طول موج بگیریم (چون $\lambda = 2\pi/p$ است، نتیجه می‌شود $\Delta\lambda/\lambda = \Delta p/p$). با ترکیب (۵ الف) و (۵ ب) رابطه مرتبه بزرگی زیر را به دست می‌آوریم

$$\Delta x \Delta p \sim 1 \quad (ج)$$

در اینجا ضریب 2π را حذف کردیم زیرا فقط می‌خواستیم مرتبه بزرگی را برآورد کنیم. تعریف‌های ما از Δx و Δp نادقیق و صرفاً کیفی‌اند، پس نتیجه‌ای که به دست آوردیم نیز تنها یک نتیجه کیفی است.

۶. رابطه (۵ ج) صورت رابطه عدم قطعیت برای انواع خاصی از موجهاست که در شکل‌های ۵ الف، ب، ج و د نشان داده شده‌اند. رابطه کلی عدم قطعیت که برای تمام امواج برقرار باشد به صورت یک نابرابری است. برای آنکه در این باره متقاعد شوید، نوع دیگری از امواج را در شکل ۶ الف نشان می‌دهیم. روشن است که برای این موج، عدم قطعیت در مکان در همان حدودی است که در شکل ۵ الف وجود دارد، ولی عدم قطعیت در تکانه (یا طول موج) برای موج شکل ۶ الف باید خیلی بیشتر باشد تا برای موج ۵ الف. بنابراین، رابطه صحیح عدم قطعیت برای مکان-تکانه باید به صورت زیر باشد

$$\Delta x \Delta p \gtrsim 1 \quad (الف)$$

لا بد به یاد می‌آوردید که این همان رابطه عدم قطعیتی است که در فصل ۱ به اختصار توصیف کردیم.

۷. اکنون موجی را در فضای سه بعدی در نظر می‌گیریم. پیش از هر چیز اشاره می‌کنیم که بحث ما در مورد موج یک بعدی، برای هر یک از سه مختصه به طور جداگانه درست است. بنابراین اگر x_α

تعریف نشده‌اند: این کمیتها را فقط برای موج سینوسی خالص می‌توان به طور دقیق تعریف کرد.

با بررسی شکل‌های ۵ الف، ب، ج و د به روشنی درمی‌یابیم که هرچه مکان بهتر تعریف شده باشد، دقت تعریف تکانه کمتر است. عدم قطعیت در مکان x را با Δx نشان می‌دهیم. طول قطار موج می‌تواند معیار تقریبی عدم قطعیت در مکان باشد: اگر قطار موج از n موج کامل تشکیل شده باشد، داریم

$$\Delta x \sim n\lambda = \frac{2\pi n}{p} \quad (الف)$$

که در آن λ طول موج است. حالا روشن است که هرچه تعداد نوسانهای کامل در قطار موج بیشتر باشد، طول موج بهتر تعریف می‌شود. می‌توانیم کمیت

$$\frac{1}{n} \sim \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta p}{p} \quad (ب)$$

را که در آن Δp عدم قطعیت در تکانه است، به عنوان یک معیار تقریبی

p_α ($\alpha = 1, 2, 3$) مکان و تکانه دکارتی ذره باشند، داریم

$$\Delta x_\alpha \Delta p_\alpha \gtrsim 1, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (\text{الف } \text{V})$$

از طرف دیگر، این امکان وجود دارد که موج به خوبی در فضا، مثلاً در امتداد x_1 ، جایگزیده باشد، و در عین حال تکانه موج می تواند در امتداد ۲ کاملاً دقیق تعریف شده باشد. برای درک این مطلب، بسته موجی را تصور کنید که در ناحیه بسیار کوچکی در اطراف محور ۲ محصور است ولی در امتداد این محور بسیار گسترده است. در این صورت مختصه x_1 ذره (= بسته موج) کاملاً معین است. ولی در امتداد محور x_2 می توانیم روی یک مسافت زیاد موجی دقیقاً تناوبی داشته باشیم، و این یعنی که تکانه p_2 را می توان به خوبی تعریف کرد. بنابراین دقتی که مختصه x_1 ذره با آن تعیین می شود هیچ محدودیتی در دقت تعیین مؤلفه p_2 تکانه ایجاد نمی کند، و روابط کلی زیر را داریم

$$\Delta x_\alpha \Delta p_\beta \geq 0, \quad \alpha \neq \beta \quad (\text{ب } \text{V})$$

نابرابریهای (الف) و (ب) روابط عدم قطعیت برای موج (= ذره) در فضای سه بعدی اند.

۸. برای اینکه دید عمیق تری داشته باشیم، بار دیگر نمایش یک موج دلبخواه را به صورت برهم نهش امواج تخت در نظر می گیریم

$$\psi(\mathbf{x}, 0) = \int_{(\infty)} d^3(\mathbf{p}) A(\mathbf{p}) \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}) \quad (\text{الف } \text{VI})$$

که در آن

$$A(\mathbf{p}) = (2\pi)^{-3} \int_{(\infty)} d^3(\mathbf{x}) \psi(\mathbf{x}, 0) \exp(-i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}) \quad (\text{ب } \text{VI})$$

ما در بخشهای ۳۹ تا ۴۴ در فصل ۵ در مورد این طرز نمایش بحث کردیم و در آنجا گفتیم که هر یک از این معادلات، دیگری را ایجاب می کند.

اکنون فرض کنید تابع $A(\mathbf{p})$ در فضای تکانه به خوبی جایگزیده باشد. منظور آن است که $A(\mathbf{p})$ فقط در همسایگی بلافاصله نقطه ای مانند $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$ بزرگ و در جاهای دیگر کوچک است. برای سهولت فرض می کنیم $A(\mathbf{p})$ در خارج از همسایگی بسیار کوچک \mathbf{p}_0 صفر باشد. با بررسی انتگرالی که $\psi(\mathbf{x}, 0)$ را تعریف می کند، مستقیماً درمی یابیم که تابع موج $\psi(\mathbf{x}, 0)$ به خوبی جایگزیده نیست. تابع موج $\psi(\mathbf{x}, 0)$ تقریباً شبیه یک موج تخت با تکانه \mathbf{p}_0 به نظر می آید. برای

درک بهتر مطلب، یک حالت حدی را در نظر بگیرید که ناحیه ای که در آن $A(\mathbf{p})$ مخالف صفر است، فشرده می شود و به صورت یک نقطه درمی آید (واضح است که برای رسیدن به این حد، باید دامنه $A(\mathbf{p})$ را در همان زمان افزایش بدهیم، در غیر این صورت انتگرالی که $\psi(\mathbf{x}, 0)$ را به دست می دهد به صفر میل خواهد کرد).

مؤلف امیدوار است که خواننده بتواند این نکته را که هر چه تابع $A(\mathbf{p})$ متمرکزتر باشد، تابع موج $\psi(\mathbf{x}, 0)$ پخشیده تر است " ببینید". با این همه، تقارن قابل توجهی میان معادلات (الف) و (ب) وجود دارد، و می توانیم این را هم نتیجه بگیریم که هر چه تابع $\psi(\mathbf{x}, 0)$ متمرکزتر باشد، تابع $A(\mathbf{p})$ پخشیده تر است. اگر تابع $\psi(\mathbf{x}, 0)$ خیلی متمرکز باشد، یعنی تنها در ناحیه کوچکی در اطراف نقطه \mathbf{x}_0 بزرگ باشد، معنی اش این خواهد بود که مکان ذره به خوبی تعریف شده است. ولی در آن صورت تعریف تکانه دقیق نیست، چون در بسط (الف) گستره بزرگی از تکانه ها وجود خواهد داشت.

۹. این ایده ها را می شود به صورت دقیقی درآورد، و می توان تمرکز تابع $A(\mathbf{p})$ را به تمرکز تابع $\psi(\mathbf{x}, 0)$ مربوط ساخت. نتیجه، یک رابطه عدم قطعیت است: دقتی که مکان با آن تعریف می شود با دقتی که تکانه با آن تعریف می شود رابطه معکوس دارد. چون قول دادیم نظریه انتگرال فوریه را در این کتاب وارد نکنیم، نمی توانیم چگونگی به دست آوردن روابط عدم قطعیت را به طور دقیق بیان کنیم. آنچه برای ما اهمیت دارد، درک کیفی نحوه شکل گیری این روابط است. همان طور که دیدیم، ایده این موضوع فوق العاده ساده است. اگر قرار باشد مکان ذره به طور دقیق تعریف شود، قطار موج باید بسیار کوتاه باشد. اما این شرط با شرط دقیق شدن تکانه — یعنی سینوسی بودن قطار موج در گستره ای معادل با تعداد زیادی طول موج — ناسازگار است. اگر بیان موجی ذرات را بپذیریم، به این نتیجه می رسیم که مکان و تکانه ذره را نمی توان به طور همزمان با دقت نامحدود تعیین کرد.

بار دیگر آنچه را در بخشهای ۲۰ تا ۲۶ فصل ۱ درباره معنی فیزیکی روابط عدم قطعیت گفتیم یادآوری می کنیم. اکنون باید کاملاً روشن شده باشد که این روابط صرفاً یک " اختلال" نامطلوب و اجتناب ناپذیر ابزارهای اندازه گیری بر حرکت منظم و کلاسیک ذرات کلاسیک را بیان نمی کنند، بلکه بیانگر حدی اند که فراتر از آن دیگر مفاهیم کلاسیک به کار نمی آیند. برای ذره (= بسته موج) کوانتومی، صحبت از مکان دقیق و تکانه دقیق به طور همزمان، به کلی به معنی است.

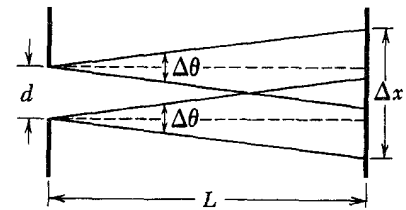
۱. برای مطالعه استخراج این روابط مرجع زیر را مطالعه کنید.

۱۰. چه شرایطی باید برقرار باشد تا بتوانیم الکترون را یک ذره کلاسیک، همانند یک "گوی بیلیارد باردار" بدانیم؟ این شرایط با شرایط لازم برای معتبر بودن نورهندسی قابل قیاس است. ابعاد خطی ابزاری که ذره از آن می‌گذرد باید در مقایسه با طول موج بزرگ باشد، در غیر این صورت اثرهای پراش را که مشخصه امواج است خواهیم دید. فرض کنید d یکی از اندازه‌های خطی دستگاه، مثلاً قطر عدسی یا پهنای یک شکاف باشد؛ طول موج دوبروی را λ می‌گیریم. برای آنکه توصیف ذره کلاسیکی به اندازه کافی درست باشد، باید داشته باشیم $d \gg \lambda$ و چون $\lambda = 2\pi/p$ است می‌توانیم این معیار را به صورت زیر بنویسیم

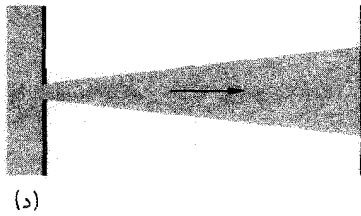
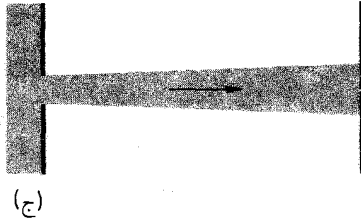
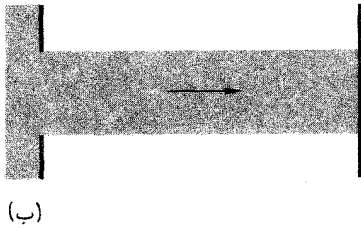
$$dp \gg 1 \quad (الف ۱۰)$$

در دستگاه یکاهای cgs رابطه بالا به صورت $dp \gg \hbar$ در می‌آید، و این همان معیاری است که در بخشهای ۲۰ تا ۲۶ فصل ۱ از آن گفتگو کردیم.

۱۱. برای روشن کردن معانی ضمنی رابطه‌های عدم قطعیت، بیایید ببینیم که در یک حالت خاص با چه دقتی می‌توان یک مسیر کلاسیک به الکترون نسبت داد. این وضعیت در شکل‌های الف ۱۱، ب ۱۱، ج ۱۱ و د ۱۱ نشان داده شده است. یک باریکه از الکترون‌ها که هر کدام با یک موج تخت توصیف می‌شوند، از سمت چپ به پرده سمت چپ فرود می‌آید. این پرده شکافی به پهنای d دارد. می‌خواهیم d را طوری انتخاب کنیم که لکه‌ای که با عبور باریکه از شکاف در طرف راست ایجاد می‌شود تا حد امکان کوچک باشد. فاصله میان دو پرده L است.



شکل الف ۱۱ سعی می‌کنیم با محدود کردن یک باریکه پهن، که از طرف چپ می‌تابد، توسط شکاف پرده طرف چپ، یک پرتو باریک از الکترون‌ها به وجود بیاوریم. این باریکه در شکاف پراشیده می‌شود، و عدم قطعیت $\Delta\theta$ در زاویه‌ای که تحت آن الکترون‌ها از شکاف دور می‌شوند به طور معکوس متناسب با پهنای d شکاف است. اندازه لکه روی پرده طرف راست از $\Delta x \sim d + L\Delta\theta$ به دست می‌آید.



شکل‌های ۱۱، ب، ج، د این شکل‌ها با طرح‌های بسیار ساده نشان می‌دهند که چگونه پهنای باریکه بستگی به پهنای d شکاف دارد. (توجه کنید طول موج الکترون‌ها در شکل بالا کوتاه‌تر از طول موج در شکل الف ۱۱ است). در ب اندازه لکه روی پرده طرف راست بزرگ است زیرا شکاف بزرگ است. اگر پهنای شکاف را خیلی کم کنیم، مثل شکاف در د، لکه روی پرده به علت اثرات پراش بزرگ خواهد بود. کوچک‌ترین لکه را با انتخاب $d \sim \sqrt{\lambda L}$ به دست می‌آوریم، که در این مورد اندازه لکه از همان مرتبه بزرگی است. شکل ج برای نمایش دادن این انتخاب بهینه است.

فرض کنید تکانه فرودی همه الکترون‌ها p باشد. اگر الکترونی از پرده سمت چپ بگذرد عدم قطعیت در وضعیت عرضی اش d خواهد بود، و عدم قطعیت Δp در تکانه عرضی آن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta p \sim \frac{1}{d} \quad (الف ۱۱)$$

اگر Δp را در مقایسه با p کوچک فرض کنیم، می‌توانیم (الف ۱۱) را برحسب عدم قطعیت $\Delta\theta$ در زاویه θ (نسبت به امتداد فرودی) که الکترون‌ها تحت آن زاویه حرکت می‌کنند بنویسیم، و داریم

$$\Delta\theta \sim \frac{\Delta p}{p} \sim \frac{1}{pd} \quad (ب ۱۱)$$

یکاهای \hbar برابر یک است. مسئله واقعی این است که نشان بدهیم چگونه سیستمی که از قوانین مکانیک کوانتومی پیروی می‌کند — همچنانکه کلیه سیستمهای فیزیکی می‌کنند — به نظر می‌رسد که از قوانین فیزیک کلاسیک پیروی می‌کند، یعنی با صحت قابل ملاحظه‌ای از این قوانین تبعیت می‌کند. در مطالعه این موضوع خوب است همانند مثال، یکاهای را طوری انتخاب کنیم که $\hbar = 1$ باشد، چون در آن صورت مجبوریم با یک مسئله واقعی روبه‌رو شویم.

این مسئله که حد کلاسیک چگونه حاصل می‌شود جنبه‌های گوناگونی دارد و امکان ندارد که بتوان با یک حکم، تبیین کاملی از آن به دست داد. اگر منظور از "حد کلاسیک"، نظریه کلاسیک دینامیک ذره باشد یکی از شرایط این است که ترتیب آزمایش به گونه‌ای باشد که اثرهای پراش به سهولت قابل مشاهده نباشند. در بخش قبل از این نکته صحبت کردیم. اگر قرار باشد که بسته موج کاملاً جایگزیده بماند و مسیر کاملاً مشخصی داشته باشد که بتوان آن را به عنوان مسیر یک ذره تعبیر کرد، باید ابعاد خطی شکافهایی که مسیر را تعریف می‌کنند در مقایسه با طول موج دوپروی بزرگ باشند. ولی "حد کلاسیک" تنها دینامیک کلاسیک نیست. یافتن شرایطی که در آن نظریه الکترومغناطیس کلاسیک ظاهراً معتبر باشد نیز جالب است. در این مورد شرط این نیست که اثرهای پراش نباید مشاهده شوند، بلکه این است که تک تک فوتونها نباید به صورت ذره نمودار شوند.

ما مسئله حد کلاسیک را بیش از این دنبال نمی‌کنیم. فعلاً همین مقدار درک کیفی از این حد کافی است. خواننده خود باید درباره این مسائل تعمق کند. همان‌طور که از بحث ما برمی‌آید، آنچه که از "حد کلاسیک" مستفاد می‌شود، به سیستم مورد نظر بستگی دارد، و این نکته مهمی است که باید به خوبی آن را درک کرد.

۱۳. در اینجا درباره نمونه دیگری از مواردی که رابطه عدم قطعیت در آنها دخالت دارد صحبت می‌کنیم و همچنانکه در بخش ۲۶ فصل ۲ وعده دادیم، می‌کشیم انرژی بستگی اتم هیدروژن را براساس این رابطه برآورد کنیم. در این بحث دستگاه یکاهای cgs را به کار می‌بریم. در این دستگاه رابطه عدم قطعیت (۱۶الف) به این شکل در می‌آید

$$\Delta x \Delta p \gtrsim \hbar \quad (۱۳الف)$$

برای این برآورد فرض می‌کنیم که رابطه کلاسیک

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \quad (۱۳ب)$$

اندازه لکه ایجاد شده روی پرده سمت راست را Δx می‌گیریم. بزرگی Δx با دو چیز تعیین می‌شود: اندازه شکاف در پرده سمت چپ و گستردگی موج بر اثر پراش در شکاف (نگاه کنید به شکل ۱۱الف). بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$\Delta x \sim d + L\Delta\theta \sim d + \frac{L}{pd} \quad (۱۱ج)$$

چون طول موج از رابطه $\lambda = 2\pi/p$ به دست می‌آید، می‌توانیم (۱۱ج) را به صورت

$$\Delta x \sim d + \frac{\lambda L}{d} \quad (۱۱د)$$

بنویسیم که در آن ضریب 2π را در آخرین جمله حذف کرده‌ایم. در اینجا فقط می‌خواهیم برآوردی از مرتبه بزرگی داشته باشیم و چون بدون ضریب 2π نتیجه نهایی جمع و جورتر می‌شود، 2π را کنار می‌گذاریم. می‌بینیم که اگر d را خیلی کوچک کنیم جمله دوم در (۱۱د) به دلیل اثرهای پراش بزرگ خواهد شد، درحالی‌که جمله اول با بزرگ شدن پهنای شکاف (d) بزرگ می‌شود. این یک مسئله آسان در حساب دیفرانسیل و انتگرال است که برای d مقدار بهینه d_0 را طوری پیدا کنیم که برآورد (۱۱د) برای Δx کمترین مقدار (یعنی Δx) را داشته باشد و داریم

$$\Delta x_{d_0} = \sqrt{\lambda L}, \quad \text{که} \quad = 2d_0 = 2\sqrt{\lambda L} \quad (۱۱ه)$$

در حالت بهینه، لکه روی پرده سمت راست دو برابر شکاف پرده سمت چپ است. (ضریب 2π را نباید خیلی جدی گرفت زیرا ما فقط مرتبه بزرگی را برآورد می‌کنیم، به همین جهت قرار دادیم $1 \sim 2\pi$). فرض کنید $L = 1 \text{ m}$ و انرژی الکترونها 150 eV باشد. در این صورت طول موج الکترونها 1 \AA می‌شود و مطابق برآورد (۱۱ه)، لکه روی پرده سمت راست علی‌الاصول می‌تواند به کوچکی 2 mm در 90° باشد. به این ترتیب "رد"های الکترونها بین دو پرده باریک است و از دیدگاه ماکروسکوپی شکل دقیقی دارد.

۱۲. بررسی مفصل شرایطی که در آن یک سیستم فیزیکی ظاهراً از قوانین فیزیک کلاسیک پیروی می‌کند مسئله جالبی است اما بدیهی نیست. بعضیها معتقدند که در این مورد باید این‌طور عمل کرد: ابتدا مسئله را به صورت کوانتومی حل کنید، سپس برای به دست آوردن حد کلاسیکی \hbar را برابر با صفر بگیرید. ولی این نظر درست نیست. ما نمی‌توانیم \hbar را صفر بگیریم، زیرا می‌دانیم که درواقع (با انتخاب درست

تعیین می‌شود، یعنی

$$\left(\frac{\partial E}{\partial p}\right)_{p=p_0} = \frac{p_0}{m} - \frac{e^2}{\hbar} = 0 \quad (۵۱۴)$$

با حل این معادله برای p_0 و تعریف $r_0 = \hbar/p_0$ ، به دست می‌آوریم

$$p_0 = \frac{e^2 m}{\hbar}, \quad r_0 = \frac{\hbar^2}{e^2 m} \quad (۵۱۴)$$

و

$$E = \frac{p_0^2}{2m} - \frac{e^2 p_0}{\hbar} = -\frac{e^2 m}{2\hbar^2} = -R_\infty \quad (۵۱۴)$$

با مقایسه این نتایج با نتایجی که در بخش ۲۳ فصل ۲ به دست آمد، درمی‌یابیم که انرژی E که با معادله (۵۱۴) بیان شده، کاملاً درست است. "شعاع" r_0 که از معادله (۵۱۴) تعیین می‌شود نیز "درست" است، و عبارت است از شعاع بور، $r_0 = a_0 = 0.53 \times 10^{-8}$ cm.

۱۵. مسلماً این یک "تصادف" است که استدلال غیردقیق ما انرژی بستگی صحیح را به دست می‌دهد. اما چندان مهم نیست که مقدار دقیق انرژی را به دست بیاوریم یا نه. مهم آن است که مرتبه بزرگی را، هم برای انرژی و هم برای ابعاد اتم، پیدا کنیم. و نیز اینکه می‌توانیم براساس نظریه موجی درک کنیم که چرا اتم نمی‌رمبد. ساختار اتم نتیجه یک جور مصالحه است. انرژی حالت پایه، کمترین انرژی ممکن است که اتم با آن می‌تواند وجود داشته باشد، و این انرژی مجموع دو جمله با علامتهای مخالف است. اگر سعی کنیم که با محدود کردن امواج الکترون در یک ناحیه بسیار کوچک در اطراف هسته جمله منفی، یعنی انرژی پتانسیل را بزرگ کنیم، آنگاه جمله انرژی جنبشی بزرگ می‌شود، زیرا موج تکانه بزرگی را حمل خواهد کرد. از سوی دیگر، نباید امواج را زیاد پخش کنیم، چون جمله انرژی پتانسیل ناچیز می‌شود. حالت پایه متناظر با "بهترین" مصالحه ممکن است. در شکل‌های ۱۵الف و ب این نکات به طور طرح‌وار نشان داده شده‌اند.

بحث ما این نکته را نیز نشان می‌دهد که فکر مدارهای کلاسیک در یک اتم با تصویر موجی به‌کلی ناسازگار است. در بخش قبل دریافتیم که در اتم هیدروژن عدم قطعیت در مکان الکترون باید از مرتبه شعاع بور (a_0) باشد. واضح است که این برآورد در مورد مختصه مکان در هر امتدادی به‌کار می‌آید، و در چنین احوالی صحبت از مدار دایره‌ای با شعاع a_0 بی‌معناست.

برای انرژی کل یک الکترون در میدان الکترواستاتیک پروتون، در مکانیک کوانتومی نیز معنا دارد. در این صورت متغیر p ، تکانه موج الکترون و متغیر r نوعی "مختصه مکانی" موج است.

دیده می‌شود که اولین جمله عبارت E مثبت است در حالی که جمله دوم منفی است. انرژی حالت پایه، کمترین انرژی ممکن برای سیستم است، و می‌دانیم که این انرژی باید منفی باشد، زیرا در غیر این صورت، پیوندی وجود نخواهد داشت. از لحاظ کلاسیک، می‌توانیم با انتخاب مداری برای الکترون که شعاع آن بسیار کوچک است، انرژی بستگی را هر قدر بخواهیم بزرگ بگیریم. در چنین حالتی از حرکت، عدم قطعیت در مکان کوچک خواهد بود، و چنانچه بخواهیم ملاحظات کوانتومی را نیز وارد کنیم، از رابطه عدم قطعیت نتیجه می‌گیریم که عدم قطعیت در تکانه باید بزرگ باشد، یعنی کمیت $p^2/2m$ باید بزرگ باشد. به عبارت دیگر، اگر بخواهیم با کوچک گرفتن r ، انرژی پتانسیل زیاد (و منفی) داشته باشیم، انرژی جنبشی بزرگ خواهد بود، تا آنجا که اگر بخش انرژی جنبشی "فائق شود"، این امر به یک انرژی کل زیاد می‌انجامد. از طرف دیگر، اگر سعی کنیم با کوچک کردن p انرژی جنبشی را کم کنیم، r باید بزرگ بشود، که در آن صورت انرژی پتانسیل منفی، کوچک خواهد بود. کاملاً قابل تصور است که شعاع بهینه‌ای وجود داشته باشد که به‌ازای آن انرژی کل کمترین مقدار را اختیار کند.

۱۴. برای اینکه بینیم این "توازن" میان انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل چگونه باعث پیوند می‌شود، تقریب خام زیر را اختیار می‌کنیم. r را به‌جای عدم قطعیت در مکان و p را به‌جای عدم قطعیت در تکانه قرار می‌دهیم و رابطه عدم قطعیت را به‌صورت زیر می‌نویسیم

$$rp \sim \hbar \quad (۱۴الف)$$

یا برای مشخص‌تر شدن، فرض می‌کنیم که

$$rp = \hbar \quad (۱۴ب)$$

اکنون با استفاده از رابطه (۱۴ب) r را از معادله (۱۳ب) حذف می‌کنیم. نتیجه می‌شود

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2 p}{\hbar} \quad (۱۴ج)$$

انرژی کل (E) به‌صورت تابعی از p ، در نقطه $p = p_0$ کمینه‌ای خواهد داشت که با مساوی صفر قرار دادن مشتق E نسبت به p

۱۷. خاطر نشان می‌کنیم که همین نوع استدلال را می‌توان برای رد این نظر که هسته متشکل از پروتونها و الکترونها است، به‌کار برد. با توجه به معادله (۱۶الف) درمی‌یابیم که انرژی جنبشی با جرم ذره نسبت عکس دارد، و به این ترتیب نتیجه می‌گیریم که میانگین انرژی پتانسیل یک الکترون باید 2000 برابر بزرگ‌تر از برآوردی باشد که از معادله (۱۶ب) به‌دست آورده‌ایم، و این با شواهد تجربی ما مبنی بر اینکه ماهیت برهم‌کنشهای الکترون عمدتاً الکترومغناطیسی است، به‌کلی مغایرت دارد.

۱۸. می‌توانیم یک رابطه عدم قطعیت زمان-بسامد عنوان کنیم که کاملاً شبیه به رابطه عدم قطعیت مکان-تکانه باشد. فرض کنید $f(t)$ دامنه (مختلط) برای یک فرایند فیزیکی باشد. مثلاً، $f(t)$ می‌تواند دامنه یک موج الکترومغناطیسی، به‌صورت تابعی از زمان در یک نقطه ثابت فضا باشد. اگر موج از یک اتم گسیل شده باشد، طول قطار موج محدود خواهد بود و هنگامی که t به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل کند، دامنه به‌سمت صفر خواهد رفت. این موج را می‌توان برهم‌نهمش امواج تکفام در نظر گرفت، و تجزیه موج به مؤلفه‌های تکفام آن توسط انتگرال فوریه بیان می‌شود

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega g(\omega) e^{-i\omega t} \quad (الف ۱۸)$$

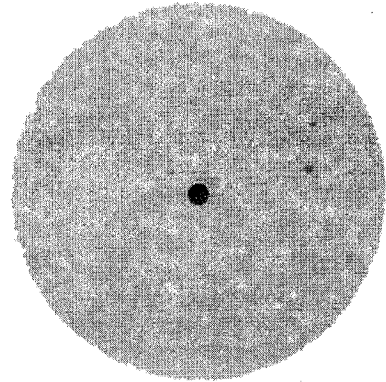
که در آن تابع $g(\omega)$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$g(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dt f(t) e^{i\omega t} \quad (ب ۱۸)$$

همان‌طور که در فصل ۵ گفتیم، قضیه‌ای هست که طبق آن، برای رده بزرگی از توابع "خوشرفتار" $f(t)$ یا $g(\omega)$ ، هر یک از این انتگرالها دیگری را ایجاب می‌کند. این قضیه به ما امکان می‌دهد که یک فرایند وابسته به زمان دلخواه را برحسب مؤلفه‌های هماهنگ آن تحلیل کنیم. اگر تابع $g(\omega)$ در (۱۸الف) تنها در همسایگی بلافاصله نقطه $\omega = \omega_0$ بزرگ باشد، می‌توان گفت بسامد خیلی خوب تعریف شده است: دامنه $f(t)$ یک فرایند تقریباً تکفام را نشان می‌دهد. برای یک فاصله زمانی طولانی، دامنه $f(t)$ تقریباً به‌صورت $f(t) = Ae^{-i\omega_0 t}$ خواهد بود. از طرف دیگر، اگر دامنه $f(t)$ فقط در فاصله زمانی کوتاهی در نزدیکی $t = t_0$ بزرگ باشد، و این مربوط به حالتی است که $f(t)$ یک تپ تیز را نشان می‌دهد، آنگاه بسامد بسیار بد تعریف شده است. تابع $g(\omega)$ که از (۱۸ب) به‌دست می‌آید، در بازه بسامدی بزرگی قابل توجه خواهد بود. نمی‌توان هم بسامد مربوط به فرایند، و هم زمان



شکل ۱۵الف اگر الکترون به یک ناحیه بسیار کوچک حول هسته محدود باشد، عدم قطعیت در مکان آن کوچک خواهد بود. پس باید عدم قطعیت در تکانه آن بزرگ باشد که معنایش این است که انرژی جنبشی الکترون نیز باید زیاد باشد. بدیهی است که انرژی پتانسیل الکترون منفی و از لحاظ مقدار بزرگ است.



شکل ۱۵ب اگر بخواهیم انرژی جنبشی خیلی کم باشد، باید به‌اندازه کافی فضا برای الکترون در نظر بگیریم؛ یعنی عدم قطعیت در مکان باید بزرگ باشد. در این صورت فاصله متوسط الکترون از هسته زیاد و بزرگی انرژی پتانسیل آن کم خواهد بود.

حالت پایه نتیجه مصالحه‌ای است که در آن انرژی کل کمترین مقدار ممکن سازگار با اصل عدم قطعیت را دارد.

۱۶. اکنون رابطه عدم قطعیت را برای به‌دست آوردن یک برآورد تقریبی از شدت نیروی هسته‌ای به‌کار می‌گیریم: نوکلئونی را در نظر می‌گیریم که در هسته‌ای کروی با شعاع تقریبی $r_0 = 1.2 \times 10^{-12}$ cm محصور شده است. بنا بر رابطه عدم قطعیت، تکانه باید حداقل از مرتبه $p \sim \hbar/r_0$ و در نتیجه انرژی جنبشی باید از مرتبه

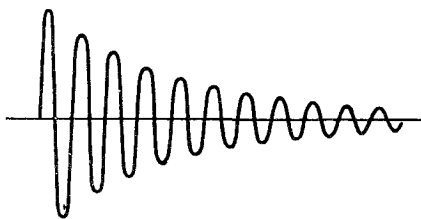
$$E_{\text{جنبشی}} \sim \frac{1}{2M_p} \left(\frac{\hbar}{r_0} \right)^2 \sim 10 \text{ MeV} \quad (الف ۱۶)$$

باشد. از آنجا که نوکلئون به هسته مقید است، متوسط انرژی پتانسیل آن، که با $\langle U \rangle$ نشان داده می‌شود، باید منفی و مقدار آن از انرژی جنبشی بزرگ‌تر باشد، و می‌توانیم نتیجه بگیریم که

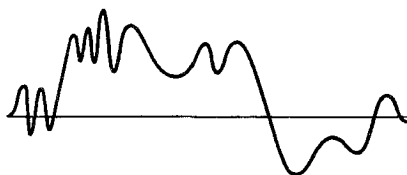
$$-\langle U \rangle \gtrsim 10 \text{ MeV} \quad (ب ۱۶)$$

این برآورد بسیار تقریبی است، و با این همه راجع به مرتبه بزرگی کمیت‌های مربوط ایده‌هایی به‌دست می‌دهد.

(الف)



شکلهای ۱۹ الف و ب در بالا نوسان هماهنگ میرای نمایی نشان داده شده است. بدیهی است که برای این فرایند بسامد خیلی بهتر تعریف می‌شود تا برای فرایند "نامنظمی" که توسط منحنی شکل ۱۹ ب (پایین) نشان داده شده است. برای منحنی بالا می‌توان حدس زد که ناسامی در رابطه عمومی عدم قطعیت یک تساوی تقریبی است.



(ب)

از مرتبه τ خواهد بود. بنا به رابطه (۱۸ ج) می‌توانیم بنویسیم

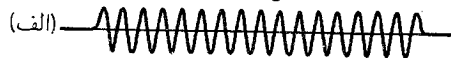
$$\tau \Delta \omega \sim 1 \quad \text{یا} \quad \tau \Delta E \sim \hbar \quad (\text{الف } 19)$$

ما به جای یک نابرابری، یک تساوی تقریبی نوشته‌ایم. در اینجا با یک نوسانگر هماهنگ میرا که طرح آن در شکل ۱۹ الف آمده است سروکار داریم. برای این فرایند، دامنه بیشتر به دامنه نشان داده شده در شکل ۱۸ الف — که حاصل ضرب عدم قطعیت برای آن دارای کمترین حد است — شباهت دارد تا به دامنه نشان داده شده در شکل ۱۸ ب که برای آن زمان و بسامد هر دو بسیار غیردقیق تعریف شده‌اند. روابط (الف ۱۹) درست همان روابطی هستند که در بخشهای ۲۰ تا ۲۳ فصل ۳ با نحوه استدلال ظاهراً متفاوتی به دست آوردیم. با تفکر بیشتر درباره مسئله، متوجه خواهید شد که ایده‌های اساسی در این دو استنتاج در واقع آنقدرها فرقی ندارند. بحث فصل ۳ را می‌توان "تحلیل فوریه در لباس مبدل" دانست.

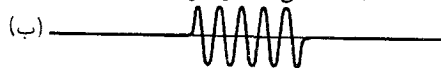
اندازه‌گیری و هنگردهای آماری

۲۰. در بقیه این فصل درباره فرایند اندازه‌گیری در فیزیک گفتگو خواهیم کرد. برای این کار چند وضعیت ساده فیزیکی را برحسب آنچه تاکنون می‌دانیم تحلیل می‌کنیم. هدف ما در اینجا بیشتر یافتن الگوهای تفکر کوانتومی است تا فرمولبندی یک نوع نظریه کامل اندازه‌گیری.

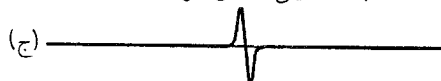
زمان نا دقیق تعریف شده
بسامد خیلی دقیق تعریف شده



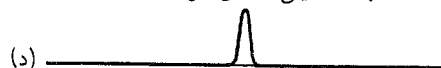
زمان کمی دقیق تعریف شده
بسامد کمی نا دقیق تعریف شده



زمان دقیق تعریف شده
بسامد خیلی نا دقیق تعریف شده



زمان خیلی دقیق تعریف شده
بسامد خیلی نا دقیق تعریف شده



شکلهای ۱۸ الف، ب، ج، د تمثیلی از رابطه عدم قطعیت زمان-بسامد. این شکلهای جز در مورد اسامی کمیتها با شکلهای ۱۵ الف-ب-ج یکی هستند.

وقوع فرایند را با دقت دلخواه تعیین کرد. عدم قطعیت در بسامد $\Delta \omega$ و عدم قطعیت در زمان وقوع فرایند Δt از رابطه زیر پیروی می‌کنند

$$\Delta \omega \Delta t \gtrsim 1 \quad (\text{ج } 18)$$

استدلالی که به این رابطه عدم قطعیت می‌انجامد، کاملاً شبیه به استدلالی است که به رابطه عدم قطعیت مکان-تکانه منجر می‌شود. این مفاهیم را در شکلهای ۱۸ الف، ب، ج، و د توضیح داده‌ایم.

۱۹. به خاطر می‌آورید که ما در بخشهای ۲۰ تا ۲۳ فصل ۳ راجع به رابطه بین عمر یک حالت برانگیخته (τ) و پهنای محدود تراز انرژی مربوط به آن (ΔE) بحث کردیم. در آنجا نتیجه گرفتیم که این پهنای با عمر متوسط نسبت عکس دارد. اکنون این رابطه را در پرتو رابطه عدم قطعیت زمان-بسامد بررسی می‌کنیم.

فرض کنید سیستم با گسیل یک فوتون از حالت برانگیخته به حالت پایه واپاشیده می‌شود. در این صورت عدم قطعیت در بسامد فوتون عبارت خواهد بود از $\Delta \omega = \Delta E / \hbar$ ، که در آن ΔE پهنای تراز برانگیخته است. مدت فرایند گسیل از مرتبه عمر متوسط (τ) است، پس عدم قطعیت در زمانی که گسیل طی آن صورت می‌گیرد

”لامپ“ همراه با سیستمی از عدسیها، قطبنده‌ها، منشورها، شکافها و غیره باشد. اندازه‌گیریها در ناحیه‌ای انجام می‌شوند که از لحاظ فیزیکی از چشمه جداست؛ ابزار اندازه‌گیری ممکن است یک لولهٔ افزونگر فوتون همراه با دیگر وسایل اپتیکی باشد.

۲۲. یک وجه مشخصهٔ اندازه‌گیریها در میکروفیزیک این است که اندازه‌گیری را بارها تکرار می‌کنیم، در حالی که همواره تدارک سیستم به یک صورت است. بیان نتایج نوعاً سرشتی آماری دارد: می‌گوییم از N فوتون فرودی به‌طور متوسط N' فوتون توسط افزونگر فوتون خاص ثبت می‌شوند. یک تک آزمایش یا تک اندازه‌گیری، تنها یک فوتون را دربردارد، ولی گزارش نهایی ما شامل تعداد بسیار زیادی از تک آزمایشهای یکسان است.

روشن است که دو تک آزمایش اصولاً با هم یکسان نیستند، چون در دو زمان مختلف انجام شده‌اند، ولی ما معتقدیم که قوانین طبیعت نسبت به گذشت زمان ناوردا هستند، یعنی زمانی که آزمایش در آن صورت می‌گیرد اهمیتی ندارد. به این دلیل یک رشته از تک آزمایشهای مکرر را می‌توان مجموعه‌ای از آزمایشهای یکسان دانست، به این معنا که تدارک سیستم در همهٔ آزمایشهای بنیادی مشابه بوده است.

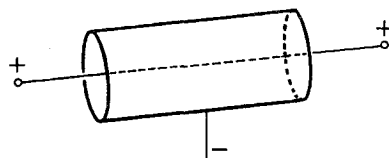
۲۳. هر باریکه از تعداد بسیار زیادی ذره تشکیل شده است، اما اگر شدت باریکه به اندازهٔ کافی کم باشد، در هر رویداد پراکندگی تنها یک ذره دخالت خواهد داشت. این وضعیت در همهٔ آزمایشهای پراکندگی که با ذرات مادی صورت می‌گیرند، و نیز در اغلب آزمایشهایی که با باریکه‌های فوتون انجام می‌شوند، دیده می‌شود. می‌توانیم بگوییم که باریکه، یک باریکهٔ تک ذره‌ای است. انجام آزمایش با یک باریکه عبارت است از راه عملی برای تکرار یک تک آزمایش بنیادی (که در یک لحظه تنها یک ذره در آن دخالت دارد) به دفعات بسیار زیاد. در آزمایش پراکندگی، هدف می‌تواند یک ورقه یا یک برگهٔ نازک از مادهٔ جامد و یا ظرفی پر از یک گاز یا یک مایع باشد. اگر شدت باریکه نسبتاً زیاد باشد، ممکن است در یک زمان دو یا چند برهم‌کنش در هدف اتفاق بیفتند. اما این موارد، توصیفی را که ما از باریکهٔ یک ذره‌ای کردیم بی‌اعتبار نمی‌کند، زیرا دو (یا چند) رویدادی که همزمان در هدف اتفاق می‌افتند کاملاً از یکدیگر مستقل‌اند؛ آنها به دو آزمایش بنیادی مربوط می‌شوند که اتفاقاً در یک زمان رخ داده‌اند.

علی‌الاصول، می‌توانیم اندازه‌گیریها را با باریکه‌ای انجام بدهیم که شدت آن بسیار کم، مثلاً یک ذره در دقیقه، است. در آن صورت می‌توانیم مطمئن باشیم که در تمام هدف، در هر لحظه تنها یک ذره

اندازه‌گیریهای فیزیکی ماهیتی بسیار متنوع دارند، و هیچ بحث کوتاهی نمی‌تواند این تنوع را منعکس کند. هنگامی که می‌خواهیم مضامین یک نظریه را درک کنیم، طبیعی است که وضعیتهای تجربی کاملاً آیده‌آلی را بررسی کنیم که در آن جنبه‌های خاص مورد نظر ما تا حد امکان برجسته و متمایز باشند. موقتاً تمام مشکلات فنی تجربی را که در جهان واقعی با آنها مواجه می‌شویم ندیده می‌گیریم. بنابراین بحث نظری ما دربارهٔ اندازه‌گیری، با آنچه عملاً در آزمایشگاه روی می‌دهد، مطابق نیست.

۲۱. اغلب وقتها مناسب است فکر کنیم که فرایند اندازه‌گیری از دو مرحله تشکیل شده است: تدارک سیستم تحت مطالعه، و به‌دنبال آن اندازه‌گیری عملی. مسلماً این توصیفی است طرح‌وار، زیرا غالباً هیچ مرز مشخصی میان تدارک و اندازه‌گیری وجود ندارد: قسمتی از فرایند اندازه‌گیری را بی‌هیچ اشکالی می‌توان بخشی از تدارک دانست و برعکس.

تحلیل فرایند به‌صورت دو مرحله‌ای، به‌خصوص در بررسی آزمایشهای پراکندگی مناسب است. برهم‌کنش ذره‌ای از باریکه با ذره‌ای از هدف را مطالعه می‌کنیم. مرحلهٔ تدارک شامل نصب هدف و ایجاد باریکه در یک شتاب‌دهنده است. مرحلهٔ اندازه‌گیری شامل مشاهدهٔ ذراتی است که از ناحیهٔ وقوع برهم‌کنش حادث می‌شوند. آزمایشهایی که با باریکهٔ نور انجام می‌شوند به این رده تعلق دارند. تدارک فوتونها در چشمه انجام می‌گیرد، که ممکن است نوعی



طرحی از یک شمارندهٔ گایگر-مولر. این اسباب از دو الکتروود در داخل محفظه‌ای محتوی یک گاز مناسب، تشکیل شده است. در این شکل الکتروود منفی یک استوانه و الکتروود مثبت یک سیم نازک در مرکز استوانه است. الکتروودها در اختلاف پتانسیلی حدود 1000 V نگه‌داشته شده‌اند. ذرهٔ باردار سریعی که از بین دو الکتروود می‌گذرد مولکولهای گاز را در مسیر خود یونیده می‌کند. یونها و الکترونهای حاصل به‌طرف الکتروودها شتاب می‌گیرند و اگر اختلاف پتانسیل به اندازهٔ کافی زیاد باشد یونش ثانوی روی می‌دهد، به‌طوری که بهمنی از الکترون ایجاد می‌شود. تیش جریان حاصل را می‌توان تقویت و ثبت کرد، و به این ترتیب این اسباب می‌تواند ذرات باردار منفرد را شمارش کند. بدیهی است که باید آن را طوری ساخت که بعد از هر تیش تخلیه ”قطع“ شود. این کار را می‌توان یا توسط یک مدار کمکی که پس از هر تیش اختلاف پتانسیل را موقتاً کم می‌کند انجام داد یا با استفاده از یک گاز پرکننده به‌طوری که تخلیه خودش قطع شود. لوله‌های نوع دوم را خود-فرونشاننده می‌نامند.

عمداً محدود نمی‌کنیم، بلکه برعکس، معمولاً سعی می‌کنیم با بیشترین شدتی که می‌توانیم به دست بیاوریم کار کنیم.

۲۴. برای روشن شدن این مطالب، آزمایشی را با باریکه نور در نظر می‌گیریم. به تحلیل تک آزمایش، یعنی رشته رویدادهایی که با ورود یک فوتون از چشمه رخ می‌دهد می‌پردازیم. فرض کنید سیستم آشکارساز، یک وسیله اپتیکی باشد که چند شمارنده فوتون (فرضاً افزونگر فوتون) در آن تعبیه شده است. بعد از وارد شدن فوتون، می‌بینیم که بعضی از شمارنده‌ها "تیک" می‌زنند. و بعضی‌ها نه: در گزارش آزمایش، شمارنده‌هایی را که تیک زده‌اند یادداشت می‌کنیم. فرض می‌کنیم که تمام آشکارسازها پیش از ورود فوتون بعدی به حالت اولیه خود برمی‌گردند. با ورود این فوتون دوم باز هم چند شمارنده تیک می‌زنند، و اینها ضرورتاً همانهایی نیستند که در اندازه‌گیری قبلی تیک زده بودند. بار دیگر آنها را یادداشت می‌کنیم، و منتظر فوتون بعدی می‌شویم. به همین ترتیب ادامه می‌دهیم تا اندازه‌گیری بنیادی را به دفعات بسیار زیاد، مثلاً با N فوتون، تکرار کرده باشیم.

بنابراین یک تک اندازه‌گیری روی سیستم، مشاهده تمام شمارنده‌ها را شامل می‌شود، و داده‌های یادداشت شده عبارت‌اند از اینکه یک شمارنده خاص تیک زده است یا نه. پس از N تک اندازه‌گیری می‌توان گفت:

(الف) شمارنده ۱ به‌طور متوسط p_1 بار به‌ازای مجموع فوتونهای فرودی تیک زده است. از لحاظ تجربی این میانگین با رابطه

$$p_1 = \frac{N_1}{N} \quad (۲۴الف)$$

تعریف می‌شود که در آن N_1 تعداد دفعاتی است که شمارنده ۱ در مجموع N تک آزمایش تیک زده است.

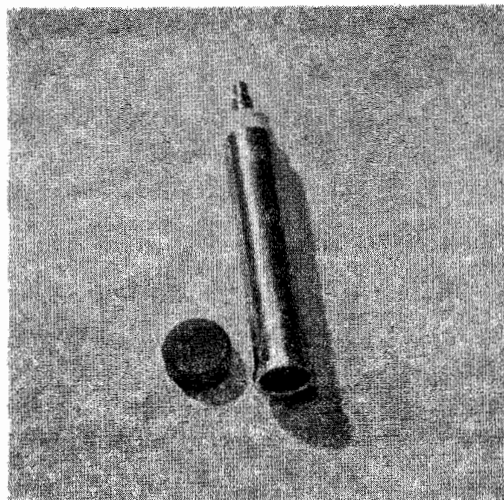
(ب) این رویداد که شمارنده‌های ۱ و ۲ در یک تک آزمایش هردو تیک زده باشند، به‌طور متوسط p_{12} بار اتفاق افتاده است. این میانگین به‌طور تجربی با رابطه

$$p_{12} = \frac{N_{12}}{N} \quad (۲۴ب)$$

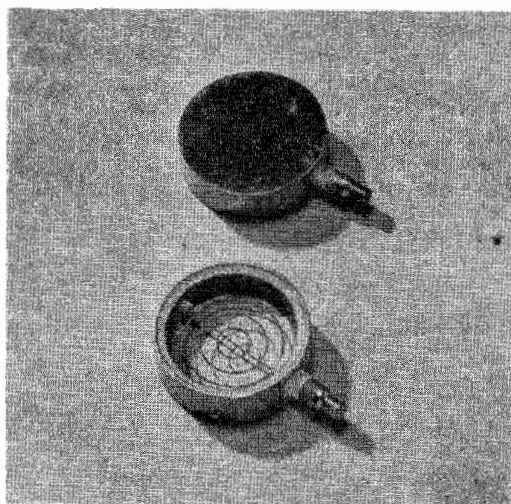
تعریف می‌شود، که در آن N_{12} تعداد آزمایشهای بنیادی است که در آنها هردو شمارنده ۱ و ۲ تیک کرده‌اند.

(ج) شمارنده ۱ به‌طور متوسط $p(1; 2)$ بار به‌ازای هر تیک شمارنده ۲ تیک کرده است. این عدد با رابطه

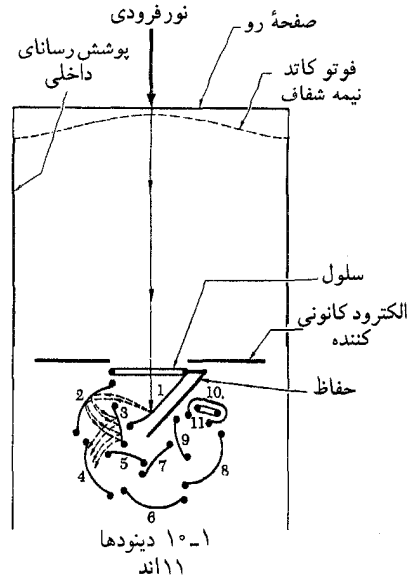
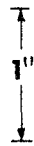
$$p(1; 2) = \frac{N_{12}}{N_2} \quad (۲۴ج)$$



دو نمونه از شمارنده‌های گایگر-مولر تجاری. در طرح این اسباب یکی از ملاحظات مهم تأمین محل ورود ذرات به‌داخل فضای فعال شمارنده است. برای این منظور، دو شمارنده که در شکل نشان داده شده‌اند به دریچه‌هایی از میکای بسیار نازک مجهزند. شمارنده بالایی از نوع خود-فرونشاننده است که برای شمارش ذرات آلفا، ذرات بتا و کوانتومهای گاما مناسب است. طول آن حدود ۱۲ cm و قطرش حدود ۲ cm است. دریچه میکا را می‌توان در پایین شکل دید. کارایی آشکارسازی برای ذرات بتای بسیار سریع حدود ۸۵ درصد است. شمارنده پایینی طوری طراحی شده است که دریچه ورودی آن تا آنجا که ممکن است بزرگ‌تر باشد (با قطری حدود ۴.۵ cm). پوشش فلزی یکی از الکترودهاست و الکتروود دیگر را می‌توان از پشت دریچه میکا مشاهده کرد.



برهم‌کنش می‌کند. چون اندیشیدن راجع به آزمایشهای باریکه به‌صورت رشته‌ای از آزمایشهای یک ذره‌ای، از لحاظ مفهومی ساده‌تر است، از این پس فرض خواهیم کرد که شدت باریکه‌های ما آنقدر کم است که در یک لحظه فقط یک ذره در گذر است. در عمل شدت باریکه را



شکل ۲۴ ب نمونه‌ای تجاری از یک لامپ افزونگر فوتون. آرایش دینودها، که می‌توان آنها را در وسط لامپ مشاهده کرد، تقریباً به صورتی است که در شکل ۲۴ نشان داده شده است. کاتد حساس به نور زیر قاعده بالایی لامپ قرار دارد. این نوع خاص لامپ برای استفاده با شمارنده‌های سوسوزن طراحی شده است، و مشخصه‌اش کارایی کوانتومی بسیار زیاد آن است.

(۱ ; ۲) p است.

روشن است که اگر نتایج را به این ترتیب بیان کنیم، فرضی را پذیرفته‌ایم، و آن فرض این است که چنانچه آزمایش را به طور نامحدود ادامه بدهیم، اعداد N_1/N ، N_{12}/N و N_{12}/N_{12} به سمت حدهای معینی میل می‌کنند. این حدود فرضی همان چیزی است که ما می‌خواهیم آن را تعیین کنیم: این حدود را با احتمالهای p_1 ، p_{12} و $p(1; 2)$ نشان می‌دهیم. از آنجا که در هر رشته آزمایش واقعی، N ضرورتاً محدود است، این فرض که این حدها وجود دارند و می‌توان آنها را با هر دقت دلخواه و با هر درجه دلخواهی از اطمینان تعیین کرد مشروط بر اینکه N را به اندازه کافی بزرگ اختیار کنیم، انتظاری است مشروع. ماهیت این توقع، خود موجب ابراز نظرات فلسفی بسیاری شده است. ما این را یک واقعیت تجربی می‌دانیم که طبیعت دارای چنین نظامی باشد.

به این ترتیب، نتایج یک رشته از N تک آزمایش را می‌توان برحسب احتمالات بیان کرد، احتمالاتی که اعداد p_1 ، p_{12} و $p(1; 2)$ چند مثال خاص از آنها هستند. عدد p_1 احتمال آن است که شمارنده ۱ تیک بزند، احتمال وقوع دو رویداد به طور همزمان است، و

شکل ۲۴ الف لامپ افزونگر فوتون به عنوان آشکارساز فوتون کاربرد زیادی دارد. این شکل طراحی از این لامپ را نشان می‌دهد. فوتونها از قاعده شیشه‌ای لامپ وارد می‌شوند و فوتوالکترونها را از پوسته بسیار نازکی از فلز قلیایی که در زیر قاعده شیشه‌ای تعبیه شده است جدا می‌کنند. این الکترونها شتاب می‌گیرند و به طرف اولین دینود (که در شکل با عدد ۱ نشان داده شده است) می‌روند. هر الکترونی که به این دینود برخورد باعث به وجود آمدن چندین الکترون ثانوی می‌شود که شتاب می‌گیرند و به طرف دینود دوم حرکت می‌کنند و در آنجا الکترونها ثانوی بیشتری را ایجاد می‌کنند. این الکترونها شتاب می‌گیرند و به طرف دینود بعدی می‌روند، و به همین ترتیب. به ازای هر فوتون آشکارسازی شده بهمنی از الکترونها به آند، که به یک تقویت‌کننده خارجی جفت شده است، می‌رسد. بدین ترتیب، این اسباب در واقع یک سلول فوتوالکترونیک با یک تقویت‌کننده است که هر دو در یک محفظه شیشه‌ای قرار دارند. تقویت جریانی از مرتبه 10^8 را می‌توان به راحتی به دست آورد.

تعریف می‌شود که در آن N_2 تعداد دفعات تیک کردن شمارنده ۲ و N_{12} تعداد دفعات تیک کردن هر دو شمارنده ۱ و ۲ است.

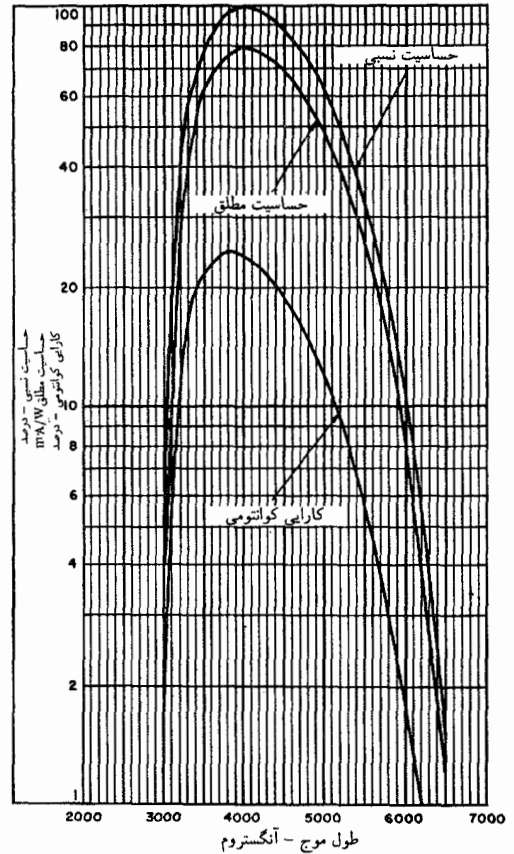
۲۵. اگر نتایجی را که به دست می‌آوریم به صورت بالا بیان کنیم، صرفاً آنچه را مستقیماً مشاهده می‌شود بیان کرده‌ایم: اعداد فوق داده‌های اولیه‌اند. ولی ما می‌توانیم چکیده نتایج اندازه‌گیریها را به صورت زیر گزارش کنیم:

- (الف) احتمال اینکه در شرایط آزمایش ما شمارنده ۱ تیک بزند، p_1 است.
- (ب) احتمال اینکه هر دو شمارنده ۱ و ۲ (در یک تک آزمایش) تیک بزنند p_{12} است.
- (ج) احتمال اینکه شمارنده ۱ با تیک زدن شمارنده ۲، تیک بزند

متغیرهای مشخص‌کننده فوتون است که می‌توان در آزمایش تعیین کرد. فرض کنید ما این کار را برای یک رشته طولانی از فوتونها انجام بدهیم. در این صورت می‌توانیم گزارش کنیم که احتمال اینکه در هر آزمایش خاص فوتون آبی باشد p_1 و احتمال اینکه زرد باشد p_2 است. فرض می‌کنیم شدت دو لامپ ثابت است به طوری که می‌شود این احتمالات را دوباره به دست آورد: اگر آزمایشهای مکرر با تعداد زیادی فوتون را چندین بار انجام بدهیم، در هر دور همیشه به همان احتمالات p_1 و p_2 می‌رسیم. آیا می‌خواهیم بگوییم که در این شرایط همه فوتونها در چشمه "به یک طریق" تدارک شده‌اند؟ اینکه آیا این نحوه بیان مناسبی است یا نه، مستقیماً معلوم نیست. ممکن است کسی بگوید که این طرز آزمایش با دو لامپ، یک عنصر "تصادف" در روند تدارک وارد می‌کند که اگر مشاهده را تنها با یک لامپ انجام بدهیم، می‌توانیم به سادگی از آن اجتناب کنیم. شاید نتوانیم بگوییم همه فوتونها به یک طریق تدارک شده‌اند مگر آنکه مطمئن باشیم، از یک لحاظ، تا بالاترین درجه ممکن یکسان‌اند؟ ولی با قبول چنین موضعی، این مشکل پیش می‌آید که باید برای هر نوع آزمایش حکم کنیم که آیا ذرات "تا بالاترین درجه ممکن به طور یکسان تدارک شده‌اند" یا نه، و واضح است که این مسئله پیش‌پاافتاده‌ای نیست. از این گذشته، آزمایش دو لامپ نیز به اندازه آزمایش یک لامپ قابل توجه است، به این لحاظ که احتمالات p_1 و p_2 ، مثل هر احتمال دیگری که پاسخ آشکارسازها را بیان می‌کند، پایدار و قابل بازآفرینی هستند. بدیهی است که این یک شرط اساسی برای هر آزمایشی است که طی آن میزان شمارش و احتمالات را اندازه می‌گیریم، و جز در صورتی که چشمه به این معنی پایدار باشد، بحث بخش ۲۵ بی‌ربط و بی‌معنی خواهد بود. بنابراین در شرایطی که بتوان چشمه را طوری ثابت نگه داشت که تمام احتمالات مربوط پایدار و قابل بازآفرینی باشند، عملی‌تر آن است که فرض کنیم همه فوتونها به یک طریق تدارک شده‌اند. این همان موضعی است که از این پس آن را می‌پذیریم.

۲۷. آزمایش دو لامپ به یک معنا از آزمایش یک لامپ واقعی‌تر است. به طور ایده‌آل، شاید ترجیح بدهیم که آزمایش تنها با لامپ زرد انجام بگیرد ولی در آزمایشگاه، طبیعت طوری ترتیب می‌دهد که لامپ آبی نیز روشن باشد (هر چند شدت آن ممکن است بسیار کم باشد). برای روشن کردن منظور خود دو مثال می‌آوریم.

شکل ۲۷ الف یک آزمایش نیمه‌واقعی پراش الکترون را نشان می‌دهد که در آن هدف، مشاهده نقش پراش حاصل از دو شکاف در پرده S_1 است. الکترونها توسط رشته F گسیل می‌شوند و به طرف پرده S_2 که یک شکاف دارد شتاب می‌گیرند. فرض کنید الکترونها با تکانه p از این شکاف عبور کنند. نقش پراش از دو شکاف را به

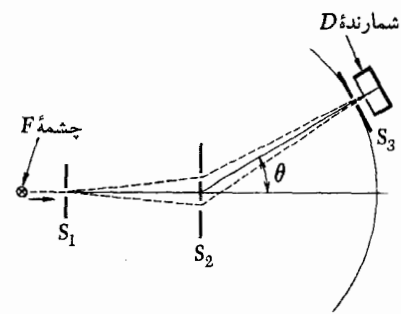


شکل ۲۴ ج نمودارهای ناپیشر کارایی آشکارسازی لامپ افزونگر فوتون شکل ۲۴ ب. به منحنی‌ای که با "کارایی کوانتومی" علامت‌گذاری شده است توجه کنید. این منحنی احتمال آشکارسازی یک فوتون را به صورت تابعی از طول موج نمایش می‌دهد. احتمال بیشینه حدود ۲۵ درصد است، که یک کارایی بسیار زیاد برای این نوع لامپ است.

(۱؛ ۲) p یک احتمال شرطی برای وقوع یک رویداد به فرض وقوع رویداد دیگر است. می‌توانیم بسیاری احتمالات دیگر را با ماهیتی مشابه در نظر بگیریم، مثلاً احتمال آنکه شمارنده ۱ تیک بزند با فرض آنکه شمارنده‌های ۲ و ۳ تیک زده باشند ولی بقیه شمارنده‌ها نه.

۲۶. می‌توانیم اندازه‌گیرهای خود را به عنوان یک رشته آزمایشهایی در نظر بگیریم که روی تعداد بسیار زیادی از فوتونهای انجام گرفته‌اند که همه در چشمه به یک طریق تدارک شده‌اند. اما در اینجا درباره معنای تدارک یک مجموعه فوتون "به یک طریق"، کمی بیشتر فکر کنیم. فرض کنید در چشمه دو لامپ مستقل وجود دارد، مثلاً یک لامپ سدیم که فوتونهای زرد و یک لامپ جیوه که فوتونهای آبی گسیل می‌کند. بنابراین در یک تک آزمایش خاص، فوتون یا زرد است یا آبی، و رنگ یکی از

بنابراین در گستردهٔ تکانه‌های p که بررسی می‌شوند، شدت $I_0(\theta)$ مستقل از p است. از طرف دیگر فرض می‌کنیم که فاصلهٔ شکافها (۲ا) در مقایسه با طول موج بسیار بزرگ است. به‌طور مشخص، فرض کنیم به‌ازای تکانهٔ متوسط باریکه (p_0) داریم $ap_0 = \pi \times 10^5$. در این صورت، برای این تکانهٔ متوسط، توزیع زاویه‌ای به این شکل خواهد بود



$$I(\theta, p_0) = 4I_0(\theta) \cos^2[(\pi \times 10^5) \sin \theta]$$

$$= 2I_0(\theta) \{1 + \cos[(2\pi \times 10^5) \sin \theta]\}$$

(۲۸الف)

اکنون اگر رابطهٔ شدت را بررسی کنیم، متوجه می‌شویم تابع سریعی از زاویهٔ θ است (یعنی به‌سرعت با آن تغییر می‌کند). فاصلهٔ تقریبی میان دو بیشینهٔ متوالی از رابطهٔ $\delta \cong 10^{-5} / \cos \theta$ به‌دست می‌آید. بنابراین اگر بخواهیم نقش پراش را به‌وضوح ببینیم لازم است که قدرت تفکیک زاویه‌ای وسایل آشکارسازی، بسیار خوب باشد. هنگامی که شکاف ورودی آشکارساز D از مرکز S_2 مشاهده می‌شود، باید قطر ظاهری آن خیلی کوچک‌تر از δ ، یعنی خیلی کوچک‌تر از 10^{-5} باشد. فرض می‌کنیم که همین‌طور هم باشد. در غیر این صورت، یعنی اگر تفکیک زاویه‌ای ضعیف‌تر از 10^{-5} باشد، میانگین دومین جملهٔ آخرین عبارت سمت راست رابطهٔ (۲۸الف) عملاً صفر می‌شود و شدتی که مشاهده خواهیم کرد دو برابر شدت حاصل از یک تک شکاف است.

۲۹. اکنون فرض کنید قدرت تفکیک آشکارساز بسیار خوب باشد، به‌طوری که بتوانیم نقش دو شکاف را برای باریکه‌ای از الکترونها که همگی دارای تکانهٔ p_0 هستند به‌وضوح ببینیم. ولی چنین باریکه‌ای واقعیت ندارد، همهٔ الکترونها با انرژی یکسان از رشتهٔ F گسیل نمی‌شوند، در نتیجه با یک تکانه از شکاف S_1 نمی‌گذرند. دلیل این امر حرکت‌های گرمایی الکترونها در رشته است. قبلاً گفتیم که حرکات کتره‌ای گرمایی "سروصدای مزاحمی در سمفونی مکانیک کوانتومی ناب" است و اینک خواهیم دید که این صدا چگونه مانع شنیدن موسیقی می‌شود. در یک آزمایش واقعی، پخش شدگی محدودی در تکانهٔ الکترونهايي که ظاهر می‌شوند دیده می‌شود. برای سهولت فرض می‌کنیم که همهٔ تکانه‌های واقع در گسترهٔ $(p_0 + q)$ و $(p_0 - q)$ به یک اندازه محتمل باشند. کمیت q توصیف‌کنندهٔ پخش شدگی در تکانه است. برای آنکه مقدار مشخصی را تعیین کرده باشیم، فرض می‌کنیم $q = 10^{-2} p_0$: تکانه با دقت یک درصد تعریف شده است.

۱. در این بحث یکاها را طوری بکار می‌بریم که $\hbar = c = 1$ شود.

شکل ۲۷الف برای توضیح بحث مربوط به بخشهای ۲۷ تا ۳۰ دربارهٔ آزمایش پراش الکترون از دو شکاف. آهنگ شمارش به‌صورت تابعی از زاویهٔ θ وقتی که شمارنده و شکاف ورودی S_2 روی کمان دایره جابه‌جا می‌شوند، به‌دست می‌آید. اگر فاصلهٔ بین شکافهای S_2 در مقایسه با طول موج زیاد باشد و اگر چشمه الکترونها تک انرژی تولید کند، آهنگ شمارش تابعی از θ خواهد بود که فوق‌العاده سریع تغییر می‌کند. نقش پراش در صورتی قابل مشاهده است که تفکیک زاویه‌ای تعیین شده توسط آرایش شمارنده-شکاف بسیار خوب باشد. اگر الکترونها تک انرژی نباشند، مثلاً وقتی که چشمه یک رشتهٔ ساده است، نقشهای مربوط به انرژیهای مختلف روی هم می‌افتند و بیشینه‌های پراش ممکن است پوشانده شوند تا حدی که دیگر نتوان آنها را دید.

کمک شمارندهٔ D که در فاصلهٔ بسیار زیادی از مرکز پردهٔ دوم S_2 قرار دارد مشاهده می‌کنیم. این شمارنده می‌تواند روی کمانی از دایره که در شکل نشان داده شده است حرکت کند. برای سهولت، فرض می‌کنیم فاصلهٔ شمارنده از شکافها آنقدر زیاد است که می‌توانیم پرتوهایی را که شکاف ورودی شمارنده را به دو شکاف S_2 وصل می‌کنند موازی بگیریم. (شکل به این صورت رسم نشده است، چون در آن صورت نشان دادن شکافها روی S_2 مشکل می‌شد. اما به‌هر حال، چه این پرتوها موازی باشند چه نباشند، اساس بحث ما فرقی نمی‌کند.) فاصلهٔ بین دو شکاف S_2 را $2a$ می‌گیریم. همان‌طور که در بخش ۴۰ فصل ۴ پیدا کردیم، $I(\theta, p)$ ، یعنی توزیع زاویه‌ای تابشی را که توسط D آشکار می‌شود، می‌توان به‌صورت

$$I(\theta, p) = 4I_0(\theta) \cos^2(ap \sin \theta) \quad (۲۷الف)$$

نوشت که در آن $I_0(\theta)$ توزیع زاویه‌ایی است که با یک تک شکاف مشاهده می‌شود.^۱

۲۸. شدت را به‌صورت $I(\theta, p)$ نوشتیم تا تأکید کنیم که توزیع زاویه‌ای تابعی است از p . فرض می‌کنیم که پهناهای دو شکاف روی پردهٔ S_2 با هم برابر و در مقایسه با طول موج الکترونهايي فرودی بسیار کوچک‌اند،

در این مدل تداخل وجود ندارد و گفتیم که این پیشگویی نادرست است: با تجربه سازگاری ندارد. با این همه اگر آن را با پیشگویی که در رابطه (۲۹ج) آمده است مقایسه کنیم، درمی‌یابیم که پیشگویی (۳۰الف) ممکن است گاهی درست به نظر بیاید. اگر به‌دلیلی اثرهای تداخلی کوانتومی "محو شوند" به همان نتایج مشاهداتی که به‌طور کلاسیک پیشگویی شده‌اند می‌رسیم.

بحث ما نمایش بسیار جالبی است از یکی از نمودهای "گذار به حد کلاسیک". فرض کنید انرژی الکترونها در آزمایش مورد نظر 10 eV باشد. پس فاصله شکافها یعنی $2a$ برابر 4 mm است که می‌توانیم آن را یک کمیت ماکروسکوپیک در نظر بگیریم. با وجود این، مسلماً اثرهای تداخلی کوانتومی وجود دارند، ولی برای دیدن آنها باید در انجام آزمایش کنترل فوق‌العاده دقیقی روی چشمه الکترونها داشته باشیم تا پخش شدگی q در تکانه بسیار کم باشد. در غیر این صورت، موسیقی مکانیک کوانتومی در میان سروصدا محو خواهد شد.

۳۱. به‌عنوان مثال دیگری برای ناپدید شدن اثرهای تداخلی، مشاهده فریزهای تداخلی توسط یک تداخل‌سنج مایکلسون را که به‌طور طرح‌وار در شکل ۳۱الف نشان داده شده است در نظر بگیرید. نوری که از لامپ سدیم می‌آید به‌وسیله یک آینه نیمه‌نقره‌اندود "تقسیم" می‌شود، و اساس آزمایش مشاهده تداخل میان دوباریکه‌ای است که از آینه‌های ۱ و ۲ برمی‌گردند. ما دو "بازو"ی تداخل‌سنج (L_1 و L_2) را نابرابر رسم کرده‌ایم. اختلاف راه دوباریکه $d = 2(L_2 - L_1)$ است. سؤال: آیا به‌ازای هر مقدار d که به‌اندازه دلخواه بزرگ باشد می‌توان فریزهای تداخلی را مشاهده کرد؟

جواب: به‌طور نظری بله، ولی در عمل خیر. دقتی که طول موج نور با آن تعریف می‌شود، اختلاف راه d را که به‌ازای آن فریزها را می‌توان دید، محدود می‌کند، و در عمل هرگز طول موج را نمی‌توان با دقت کامل تعریف کرد.

فوتونی را در نظر بگیرید که با بسامد ω از چشمه پرتاب می‌شود. قسمتی از فوتون که از آینه ۲ برمی‌گردد نسبت به قسمتی که از آینه ۱ برمی‌گردد، تأخیر فازی به‌اندازه $\delta(\omega)$ دارد که از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\delta(\omega) = \omega d = 2\pi \left(\frac{d}{\lambda} \right) \quad (31\text{الف})$$

که در آن λ طول موج است. حال دو بسامد مختلف ω' و ω'' را در نظر بگیرید. تفاضل تأخیر فاز برای این بسامدها عبارت است از

$$\delta(\omega') - \delta(\omega'') = (\omega' - \omega'')d \quad (31\text{ب})$$

اکنون اگر نقش پراش حاصل از چنین باریکه‌ای را مشاهده کنیم، دیگر توزیع $I(\theta, p_0)$ را نمی‌بینیم، بلکه میانگینی از $I(\theta, p)$ روی گستره تکانه‌های موجود در باریکه را خواهیم دید. این شدت میانگین که آن را با $\bar{I}(\theta)$ نشان می‌دهیم از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} \bar{I}(\theta) &= \left(\frac{1}{2q} \right) \int_{p_0 - q}^{p_0 + q} dp I(\theta, p) \\ &= 2I_0(\theta) \left(1 + \frac{\cos(2ap_0 \sin \theta) \sin(2aq \sin \theta)}{2aq \sin \theta} \right) \end{aligned} \quad (29\text{الف})$$

توجه کنید که اگر در رابطه (۲۹الف)، q به‌سمت صفر میل کند، به‌همان رابطه (۲۸الف) می‌رسیم.

مطابق فرضهای خاصی که کردیم، $ap_0 = \pi \times 10^5$ و $p_0 = 10^{-2}$ از (۲۹الف) نتیجه می‌گیریم که

$$\left| \bar{I}(\theta) - 2I_0(\theta) \right| \leq 2I_0(\theta) \left| \frac{\sin[(2\pi \times 10^3) \sin \theta]}{(2\pi \times 10^3) \sin \theta} \right| \quad (29\text{ب})$$

در جهت کاملاً روبه‌رو، یعنی به‌ازای $\theta = 0$ ، از (۲۹الف) دیده می‌شود که $\bar{I}(\theta) = 4I_0(\theta)$. در این امتداد خاص تکانه p هرچه باشد، همیشه تداخل سازنده خواهیم داشت. اما فرض کنید که این مشاهده در جایی غیر از این امتداد خاص، مثلاً در زاویه θ که در شرط $0.16 \text{ rad} \cong \pi^{-1} \times 10^{-1} > |\sin \theta|$ صدق می‌کند، انجام بگیرد. در این صورت از نابرابری (۲۹ب) خواهیم داشت

$$|\bar{I}(\theta) - 2I_0(\theta)| < 10^{-2} \times 2I_0(\theta) \quad (29\text{ج})$$

بنابراین، در این زاویه‌ها مشاهده نقش دو شکاف دشوار است، زیرا توزیع شدت، با یک درصد دقت، با نقش یک تک شکاف مطابقت دارد.

۳۰. برای یک نظریه کلاسیک گوی بیلیارد، که در بخش ۴۱ از فصل ۴ در مورد فوتونها از آن بحث شد، شدت را در آزمایش دو شکاف برابر با $I^*(\theta)$ پیشگویی می‌کنیم که از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$I^*(\theta) = 2I_0(\theta) \quad (30\text{الف})$$

دوپلر ناشی از حرکت آنها در چشمه است. چشمه نور مجموعه‌ای از "لامپها"ی مشابه است، ولی بسامد این لامپها در چارچوب آزمایشگاه یکسان نیست، زیرا لامپها در چشمه حرکت کتره‌ای دارند.

محدودیتی را که پهن‌شدگی دوپلر در d ایجاد می‌کند بررسی می‌کنیم. شرط آنکه فریزها را به‌طور واضح مشاهده کنیم این است

$$d < \frac{\pi}{\Delta\omega} = \left(\frac{\omega}{\Delta\omega}\right) \left(\frac{\lambda}{2}\right) \quad (۳۲الف)$$

در بخش ۴۴ فصل ۳ رابطه‌ای برای پهن‌شدگی نسبی دوپلر به‌دست آوریم

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_D \sim (0.52 \times 10^{-5}) \sqrt{\frac{1}{A} \left(\frac{T}{293K}\right)} \quad (۳۲ب)$$

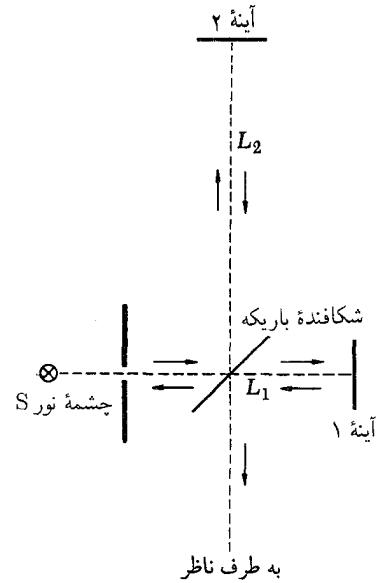
که در آن T دمای مؤثر در چشمه و A وزن مولکولی اتمهای گسیل‌کننده است که آنها را به‌صورت گاز فرض می‌کنیم. از ترکیب (۳۲الف) و (۳۲ب) به‌دست می‌آوریم

$$d \lesssim \sqrt{\frac{A}{(T/293K)}} \times 10^5 \quad (۳۲ج)$$

به‌ازای $T = 293K$ (دمای اتاق) و به‌ازای $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ (نور مرئی) و به‌ازای $A = 10^5$ به‌دست می‌آوریم $d \lesssim 5 \text{ cm}$. این برآورد با مشاهدات تجربی سازگاری دارد. بیشترین اختلاف راهی که به‌ازای آن فریزهای تداخلی دیده می‌شوند، برای چشمه‌های "معمولی" نور مثل لوله‌های تخلیه‌گازی (غیر از لیزرها)، از مرتبه ۱ متر است.

۳۳. دو مثالی که بررسی کردیم نشان می‌دهند که چگونه عوامل طبیعت دست به یکی می‌کنند تا "دولامپ روشن بماند". نوبه‌گرمایی زمینه در اطراف ما، مسلماً نوعی کترگی در تدارک سیستم قبل از اندازه‌گیری وارد می‌کند.

نواقص فنی ابزارهای ما نیز در کتره‌ای بودن فرایند تدارک سهیم‌اند. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم باریکه‌ای از الکترونها را پراثری با تکانه کاملاً معین تولید کنیم. برای این کار باید بتوانیم تمام پتانسیلهای شتاب‌دهنده را دقیقاً کنترل کنیم و نحوه کانونی کردن باریکه باید تقریباً کامل باشد. به‌علاوه باید بتوانیم خلأ بسیار بالایی ایجاد کنیم، چون الکترونها باریکه در برخورد با باقیمانده مولکولهای گاز موجود در دستگاه خلأ، می‌توانند انرژی از دست بدهند و جهت حرکتشان تغییر کند. در جهان هیچ چیز کامل نیست و روشن است که هرگز نمی‌توانیم مرحله تدارک را تحت کنترل کامل درآوریم. از این رو بد نیست ببینیم که چگونه می‌توان یک فرایند "ناکامل" تدارک را به‌طور نظری توصیف کرد.



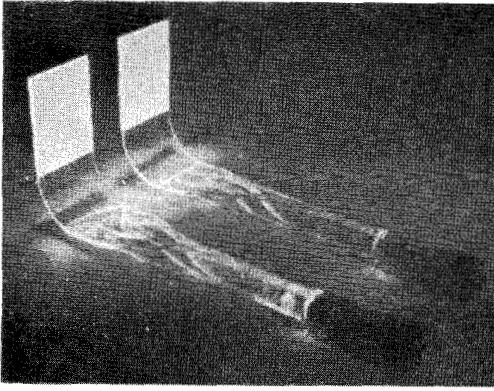
شکل ۳۱الف نمودار طرح واریک تداخل سنج مایکلسون که در آن طول بازوها یکی نیست. (این طولها، که همان فواصل آینه‌ها تا تقسیم‌کننده نور یا آینه نیم‌نقره‌اندود هستند، در شکل بالا L_1 و L_2 نشان داده شده‌اند). اختلاف راه بیشینه $2(L_2 - L_1)$ که به‌ازای آن تداخل را می‌توان مشاهده کرد، بستگی به پهنای خط طیفی چشمه نور تقریباً تکفام دارد.

اگر مقدار عددی این تفاضل خیلی کوچک باشد، یعنی داشته باشیم $|\delta(\omega') - \delta(\omega'')| \ll \pi$ ؛ آنگاه فریزهای تداخلی برای هر دو بسامد با دقت خوبی یکسان دیده خواهند شد. ولی اگر این تفاضل برابر π باشد، یعنی $|\delta(\omega') - \delta(\omega'')| = \pi$ ؛ آنگاه تداخل سازنده برای بسامد ω' متناظر با تداخل ویرانگر برای بسامد ω'' می‌شود، و برعکس. سیستم فریزها برای این دو بسامد مکمل یکدیگر خواهند بود و اگر آن دو با شدتهای مساوی روی هم بیفتند، هیچ فریزی مشاهده نخواهد شد. از اینجا معیار ساده‌ای برای تشخیص قابل مشاهده بودن فریزها به‌دست می‌آید: برای اینکه فریزها به‌راحتی قابل مشاهده باشند، پخش شدگی بسامد $\Delta\omega$ در چشمه باید طوری باشد که

$$d \Delta\omega \lesssim \pi \quad (۳۱ج)$$

برای یک چشمه معین، یعنی به‌ازای یک $\Delta\omega$ معین، معیار (۳۱ج) کرانه بالایی d را که مورد نظر است به‌دست می‌دهد.

۳۲. برای یک چشمه نور تقریباً تکفام (با بسامد ω)، کمیت $\Delta\omega$ پهنای خط نورگسیل شده است. همچنانکه در فصل ۳ توضیح دادیم، اثرهای فیزیکی مختلفی در پهنای خط سهیم‌اند. یکی از آنها اثر



یک جفت شمارنده سوسوزن. وقتی ذرات باردار به صفحه سفید قائم (در طرف چپ) می‌خورند در ماده سوسوزنی به وجود می‌آید. نور این سوسوزن‌ها توسط "لوله‌کشی" به لامپهای افزونگر (در طرف راست) حمل می‌شود. هنگام کار، شمارنده و لوله نور را در یک ورقه آلومینیومی می‌پیچند و آنها را از نورهای محیط اطراف کاملاً جدا می‌کنند.

می‌کنیم. مقدار میانگین تکانه در یک رشته طولانی از اندازه‌گیرها را با

$$Av(p; \rho)$$

نشان می‌دهیم که در آن حرف ρ نمادی است برای یک هنگرد آماری خاص، یعنی یک باریکه خاص. کمیت $Av(p; \rho)$ را میانگین هنگرد p می‌نامیم. میانگین مجذور مقادیر تکانه را با $Av(p^2; \rho)$ نشان می‌دهیم: این کمیت، میانگین هنگرد مجذور تکانه است. در حالت کلی $Av(p^2; \rho)$ با $[Av(p; \rho)]^2$ فرق دارد. این نکته را بررسی کنیم. تکانه‌هایی را که در اندازه‌گیرهای منفرد به دست می‌آیند با p_1, p_2, \dots, p_N نشان می‌دهیم. دو میانگین به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$Av(p; \rho) = \frac{1}{N} \sum_k p_k, \quad Av(p^2; \rho) = \frac{1}{N} \sum_k p_k^2 \quad (35\text{الف})$$

به سادگی ثابت می‌شود که می‌توانیم اتحاد زیر را بنویسیم

$$Av(p^2; \rho) - [Av(p; \rho)]^2 = \frac{1}{N} \sum_k [p_k - Av(p; \rho)]^2 \quad (35\text{ب})$$

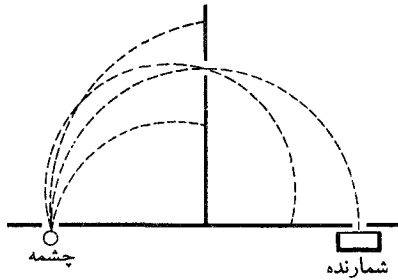
طرف راست (35ب) مجموع دو جمله غیرمنفی است و می‌توان نتیجه

۳۴. فرض کنید برای تدارک یک سیستم در یک رشته اندازه‌گیرهای مکرر، ترتیبی داده‌ایم که "سیستم همواره به یک نحو تدارک شود." همان‌طور که قبلاً پذیرفتیم، این یعنی که احتمالها و میانگینهایی که در دراز مدت اندازه می‌گیریم، پایدار و قابل بازآفرینی هستند. فرض کنید میانگین تمام متغیرهای فیزیکی ممکن را اندازه‌گیری کرده‌ایم. می‌گوییم که کلیت این میانگینها یک هنگرد آماری سیستم را تعریف می‌کنند، و می‌گوییم هر یک سیستم تدارک‌شده خاص، آنچنانکه در یک تک اندازه‌گیری به آن برمی‌خوریم، یک عنصر هنگرد است.

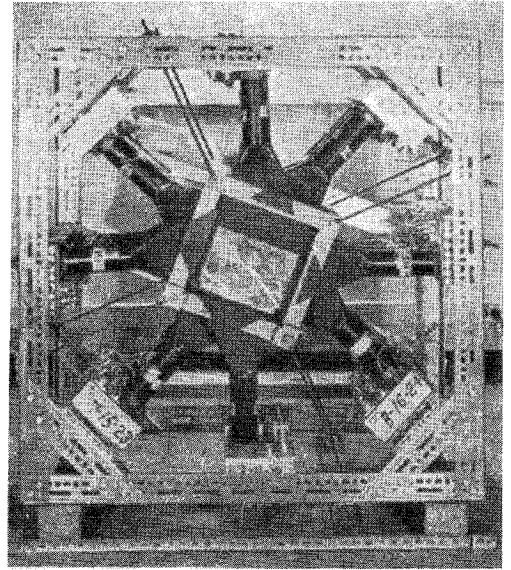
یک روش خاص تدارک، چه "کامل" باشد و چه "ناکامل"، منجر به یک هنگرد آماری خاص می‌شود. از دیدگاه ریاضی، یک هنگرد آماری انتزاعی معادل مجموعه‌ای از احتمالات و میانگینهای متغیرهای فیزیکی است. هنگامی که می‌خواهیم تجسم فیزیکی مشخص این مفهوم انتزاعی را در نظر بگیریم، می‌توانیم هنگرد را مجموعه‌ای از تعداد بسیار زیادی سیستمهای تدارک‌شده (عناصر) بدانیم. به این ترتیب، یک باریکه نور را به عنوان هنگردی آماری از فوتونها توصیف می‌کنیم که عناصر آن را یکایک فوتونها تشکیل می‌دهند.

یک کاربرد مهم دیگر برای مفهوم هنگرد آماری، عبارت است از توصیف مقدار گاز موجود در یک ظرف به عنوان یک هنگرد آماری از مولکولها. این توصیف هنگامی مناسب است که بخواهیم رفتار میانگین تک تک مولکولهای گاز را مطالعه کنیم. هر زمان که فرضاً، سرعت یک مولکول را اندازه بگیریم آزمایشی روی یکی از عناصر هنگرد انجام می‌دهیم. نتایج تعداد زیادی اندازه‌گیری سرعت، سرعت میانگین را به دست می‌دهد که یکی از میانگینهای مشخص‌کننده هنگرد است. در این مورد، شرایطی که گاز تحت آنها در ظرف نگهداری می‌شود، روند تدارک را تعریف می‌کنند. اگر دما و فشار ثابت بمانند، میانگین سرعت نیز ثابت خواهد ماند. می‌توان گفت که همه مولکولها به یک طریق تدارک شده‌اند، زیرا همه آنها تحت شرایط خارجی‌ای قرار دارند که از لحاظ ماکروسکوپی یکسان‌اند. البته معنی‌اش این نیست که در دو اندازه‌گیری خاص روی دو مولکول منفرد، سرعتهای یکسانی پیدا می‌کنیم. از دیدگاه ما، سرعت یک مولکول (در یک لحظه از زمان) یک متغیر کتره‌ای است: مقادیری که با آنها مواجه می‌شویم پخش‌شدگی آماری از خود نشان می‌دهند.

۳۵. یک هنگرد آماری را در نظر بگیرید. برای آنکه نمونه مشخصی در اختیار داشته باشیم، می‌توانیم باریکه‌ای از الکترونها را در نظر بگیریم که از شتاب‌دهنده‌ای پرتاب می‌شوند که تا آنجا که امکانات فنی ما اجازه می‌دهد، در شرایط ثابت و پایدار کار می‌کند. یک متغیر فیزیکی خاص، مثلاً تکانه p در راستای باریکه را به طور مکرر اندازه‌گیری



شکل ۳۶ الف اساس طیف‌نگار بتای نیم‌دایره‌ای. این وسیله برای تعیین توزیع الکترونها گسیل‌شده در واپاشی هسته‌های بتا با برحسب تکانه (یا انرژی) به‌کار می‌رود. الکترونها از چشمه پرتوزا (در طرف چپ) گسیل می‌شوند و مقید به حرکت در صفحه‌ی شکل یا نزدیک به آن هستند. این وسیله در یک میدان مغناطیسی یکنواخت عمود بر صفحه‌ی شکل قرار داده می‌شود، و بنابراین مسیر الکترونها کمانهایی از دایره‌هایی هستند که شعاع آنها بستگی به تکانه الکترونها دارد. این دستگاه تعدادی شکاف دارد که طوری تعبیه شده‌اند که الکترونها نمی‌توانند به شمارنده (در طرف راست) برسند مگر اینکه شعاع مسیر آنها در یک گستره محدود واقع شود. با شمارش تعداد الکترونها که در واحد زمان به‌ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی به شمارنده می‌رسند می‌توانیم توزیع تکانه الکترونها گسیل‌شده، یعنی تعداد نسبی الکترونها گسیل‌شده را در بازه‌های مختلف تکانه تعیین کنیم.



اختلاف بسیار زیادی بین "شمارنده‌های نظری جمع‌وجور" که در نمودارهای طرح‌وار این فصل آمده‌اند و شمارنده‌های واقعی که در آزمایشگاه به‌کار می‌روند وجود دارد. عکس بالا تعداد ۲۴ شمارنده سوسون را نشان می‌دهد که برای آزمایشی در فیزیک ذرات بنیادی گردهم آورده شده‌اند. طول جانبی این مجموعه حدود ۱ متر است. سوسونهای پلاستیکی در وسط شکل قرار دارند و لامپهای افزونگر به‌طور متقارن در اطراف تعبیه شده‌اند. راستای باریکه ذرات عمود بر صفحه شکل است.

که مقدار D در یک آزمایش خاص، اگر شمارنده تیک بزند $+1$ ، و اگر تیک نزند، صفر است. در این صورت، $Av(D; \rho)$ احتمال تیک زدن شمارنده است هنگامی که با یک تک عنصر از هنگرد آماری ρ آزمایشی انجام می‌دهیم.

در نظر اول ممکن است تصور شود که متغیر شمارنده (D) از نوع متغیر تکانه (p) نیست. ممکن است احساس کنیم که p به سیستم، یعنی به ذره و D به ابزار اندازه‌گیری مربوط می‌شود. ولی باید بدانیم که تمام اطلاعات ما راجع به خواص سیستم از مشاهده پاسخ ابزارهای اندازه‌گیری به‌دست می‌آیند؛ خواص ذاتی سیستم، اموری انتزاعی‌اند. اگر احتمال تیک زدن یک شمارنده خاص را که در موقعیت مشخصی قرار گرفته است بدانیم، مثل آن است که در مورد ماهیت هنگرد آماری، یعنی در مورد ذرات باریکه چیزهایی می‌دانیم. در واقع، تکانه ذرات باریکه اغلب توسط شمارنده‌ها تعیین می‌شود، همچنانکه شکل ۳۶ الف نشان می‌دهد.

۳۷. درباره وضعیتی که در بخش ۲۶ گفتیم و در آن دو لامپ زرد و آبی در چشمه نور وجود داشت، کمی بیشتر بحث کنیم. ابتدا آزمایشی را در نظر می‌گیریم که در آن فقط لامپ سدید کار می‌کند، در نتیجه باریکه از "فوتونهای زرد" تشکیل شده است. چشمه، یک هنگرد آماری ρ_1 از فوتونها را نتیجه می‌دهد، و برای این هنگرد، مقدار میانگین

گرفت

$$Av(p^2; \rho) - [Av(p; \rho)]^2 \geq 0 \quad (35ج)$$

که در آن علامت تساوی در صورتی و فقط در صورتی به‌کار می‌رود که تمام اعداد $p_k = 1, 2, \dots, N$ مساوی باشند، که در آن صورت مقدار مشترک برابر $Av(p; \rho)$ خواهد بود. در این حالت خاص، کلیه ذرات باریکه دقیقاً تکانه یکسانی دارند.

کمیت سمت چپ (۳۵ج) پخش‌شدگی آماری در متغیر p را اندازه‌گیری می‌کند. در حالت کلی، این مقدار بزرگ‌تر از صفر است، که می‌توان آن را به این صورت بیان کرد که برای آن هنگرد خاص، عدم قطعیتی در تکانه وجود دارد.

۳۶. آنچه در مورد تکانه گفته شد را می‌توانیم درباره سایر متغیرهای فیزیکی نیز بگوییم. برای یک هنگرد (باریکه) خاص، میانگینها و پاشیدگیهای آنها را تعیین می‌کنیم. منظور از پاشیدگی، پخش‌شدگی آماری است که شبیه به عبارت سمت چپ (۳۵ج) تعریف می‌شود. ساده‌ترین نوع متغیر، متغیری است که پاسخ یک شمارنده را بیان می‌کند. این متغیر را با D نشان می‌دهیم و این قرارداد را می‌پذیریم

در حالی که احتمال یافتن یک فوتون "آبی" برابر است با

$$\theta_2 = \frac{n_2}{(n_1 + n_2)} \quad (۳۷هـ)$$

در نتیجه تعریفهای (۳۷د) و (۳۷هـ)، اعداد θ_1 و θ_2 در شرایط زیر صدق می‌کنند

$$1 \geq \theta_1 \geq 0, \quad 1 \geq \theta_2 \geq 0, \quad \theta_1 + \theta_2 = 1 \quad (۳۷و)$$

شرایط (۳۷و) مشخصه احتمالاتی دو رویداد مانع‌الجمع هستند، که یکی از آنها باید صورت بگیرد.

۳۸. اکنون یک تک آزمایش را در نظر بگیرید، یعنی رویدادی که تنها یک فوتون در آن دخالت دارد. درباره احتمال $d = Av(D; \rho)$ ، یعنی احتمال تیک زدن شمارنده‌ای که با متغیر D مشخص می‌شود، چه می‌توان گفت؟ فوتون مورد نظر یا زرد است یا آبی. احتمال زرد بودن آن θ_1 است؛ اگر زرد باشد، احتمال تیک زدن شمارنده D برابر d_1 است. احتمال آبی بودن فوتون θ_2 است و اگر آبی باشد احتمال تیک زدن شمارنده D برابر d_2 است. از آنجا که دو حالت زرد-آبی مانع‌الجمع هستند نتیجه می‌گیریم که d ، یعنی احتمال تیک زدن شمارنده D باید برابر باشد با

$$d = \theta_1 d_1 + \theta_2 d_2 \quad (۳۸الف)$$

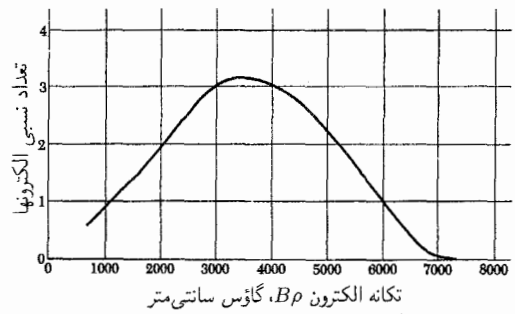
یا

$$Av(D; \rho) = \theta_1 Av(D; \rho_1) + \theta_2 Av(D; \rho_2) \quad (۳۸ب)$$

به این ترتیب میانگین D در هنگرد ρ برحسب میانگینهای D در هنگردهای ρ_1 و ρ_2 و برحسب احتمالاتی θ_1 و θ_2 به دست می‌آید. این احتمالاتی اخیر بیان می‌کنند که چگونه هنگرد "ترکیب‌شده" ρ از هنگردهای ρ_1 و ρ_2 تشکیل می‌شود و بنابراین ρ_1 و ρ_2 کمیتی هستند که چشمه "مرکب" را مشخص می‌کنند: آنها از متغیر D که یک شمارنده خاص را در ناحیه مشاهده توصیف می‌کند، مستقل‌اند. بنابراین فرمول (۳۸ب) برای هر متغیر شمارنده D برقرار است.

به‌طور کلی‌تر، فرمول (۳۸ب) برای میانگینهای هر متغیر فیزیکی دلخواه برقرار است. اگر چنین متغیری را با Q نشان بدهیم، باید داشته باشیم

$$Av(Q; \rho) = \theta_1 Av(Q; \rho_1) + \theta_2 Av(Q; \rho_2) \quad (۳۸ج)$$



شکل ۳۶ پتیف بتایی ^{32}P . این نمودار تعداد نسبی الکترونها گسیل‌شده را به صورت تابعی از تکانه نشان می‌دهد. تکانه برحسب $B\rho$ (با یکای گاوس سانتی‌متر) بیان شده است که در آن ρ شعاع انحنا در میدان B است. تکانه بیشینه در 7200 gauss cm متناظر است با انرژی جنبشی بیشینه 1.7 MeV . الکترونها با انرژی که از صفر تا حد بالایی تغییر می‌کند خارج می‌شوند، زیرا انرژی (جنبشی) کل آزادشده در واپاشی بین الکترون، دخترهسته، و پاد نوترینو (به‌طریقی کترهای) تقسیم می‌شود.

d_1 را برای یک متغیر شمارنده (D) پیدا می‌کنیم

$$Av(D; \rho_1) = d_1 \quad (۳۷الف)$$

سیس آزمایشی را در نظر می‌گیریم که فقط لامپ جیوه کار می‌کند. این آزمایش یک هنگرد آماری ρ_2 را تعریف می‌کند و برای میانگین هنگردی همان متغیر شمارنده (D) خواهیم داشت

$$Av(D; \rho_2) = d_2 \quad (۳۷ب)$$

و بالاخره حالتی را در نظر می‌گیریم که هر دو لامپ به‌طور هم‌زمان کار کنند. مجموعه دو لامپ منجر به هنگرد آماری ρ می‌شوند و میانگین D در این حالت برابر می‌شود با

$$Av(D; \rho) = d \quad (۳۷ج)$$

اکنون فرض کنید که لامپ ۱ شاری از n_1 فوتون در واحد زمان در باریکه و لامپ ۲ شاری از n_2 فوتون در واحد زمان تولید کند. پس شار کل در باریکه برابر است با $(n_1 + n_2)$ فوتون بر واحد زمان. در هر تک آزمایش، بسته به اینکه فوتون از لامپ ۱ آمده باشد یا از لامپ ۲، یا "زرد" است یا "آبی"، و احتمال اینکه در هر تک آزمایش یک فوتون "زرد" پیدا کنیم برابر است با

$$\theta_1 = \frac{n_1}{(n_1 + n_2)} \quad (۳۷د)$$

۴۰. توجه کنید که ما قبلاً در بحث بخشهای ۲۷ تا ۲۹، برهم‌نهی ناهمدوس تعداد محدودی هنگرد آماری متمایز را در نظر گرفتیم. فرض کنید $D(\theta)$ متغیری باشد که شمارنده D در شکل ۲۷ الف را به‌ازای یک زاویه معین θ مشخص می‌کند، و ρ نشان‌دهنده یک هنگرد آماری است که یک چشمه معین، در سمت چپ پرده S_1 آن را ایجاد کرده است. فرض می‌کنیم شدت چشمه‌هایی که در نظر خواهیم گرفت همواره طوری است که در هر ثانیه یک الکترون از شکاف S_1 عبور می‌کند. اگر شدت $I(\theta)$ را که به‌وسیله شمارنده D مشاهده می‌شود، برحسب تعداد الکترونها بر ثانیه بیان کنیم، داریم

$$\text{Av}[D(\theta); \rho] = I(\theta) \quad (\text{الف } 40)$$

در بحث بخش ۲۷، ابتدا شدت $I(\theta, p)$ را برای یک چشمه فرضی که الکترونها با تکانه کاملاً معین p ایجاد می‌کند، در نظر گرفتیم. هنگرد آماری را که توسط چنین چشمه‌ای تعریف می‌شود با $\rho(p)$ نشان می‌دهیم. در این صورت داریم

$$\text{Av}[D(\theta); \rho(p)] = I(\theta, p) \quad (\text{ب } 40)$$

خاطر نشان کردیم که اگر چشمه رشته ملتهبی با یک الکترون شتاب‌دهنده باشد، آنگاه الکترونها با تکانه کاملاً معین از S_1 عبور خواهند کرد. [البته هیچ چیز مانع از آن نخواهد شد که یک چشمه بسیار دقیق و با "صافیهای تکانه" طرح کنیم تا تکانه الکترونها که ظاهر می‌شوند فوق‌العاده معین و دقیق باشد. چنین چشمه‌ای با $\rho(p)$ توصیف می‌شود.] هنگرد آماری را که ناشی از یک رشته ساده به‌عنوان چشمه است، با $\bar{\rho}$ نشان می‌دهیم. پس بنابه بحث بخش ۲۹ داریم

$$\text{Av}[D(\theta); \bar{\rho}] = \bar{I}(\theta) = \left(\frac{1}{2q}\right) \int_{p_0-q}^{p_0+q} dp \text{Av}[D(\theta); \rho(p)] \quad (\text{ج } 40)$$

این رابطه را باید با معادله (ج ۳۹) مقایسه کرد. روشن است که استدلال بخش ۲۹ را می‌توان برای این منظور به‌کار برد که هنگرد آماری $\bar{\rho}$ را که به چشمه "واقعی" یعنی رشته داغ مربوط است، برهم‌نهی ناهمدوسی از چشمه‌های ایده‌آل و مربوط به هنگردهای آماری $\rho(p)$ دانست. به‌عبارت دیگر، در قیاس با معادله (ج ۳۹)، داریم

$$\bar{\rho} = \left(\frac{1}{2q}\right) \int_{p_0-q}^{p_0+q} dp \rho(p) \quad (\text{د } 40)$$

می‌گوییم هنگرد آماری ρ یک برهم‌نهی ناهمدوس از دو هنگرد ρ_1 و ρ_2 با احتمالهای θ_1 و θ_2 است. این گزاره را به‌صورت نمادی زیر می‌نویسیم

$$\rho = \theta_1 \rho_1 + \theta_2 \rho_2 \quad (\text{د } 38)$$

علت افزودن صفت "ناهمدوس" آن است که ما باید این نوع برهم‌نهی را دقیقاً از برهم‌نهی امواج که در بخشهای ۳۶ تا ۴۶ فصل ۵ بحث کردیم، متمایز کنیم. درباره این تمایز بعداً بیشتر گفتگو خواهیم کرد.

۳۹. روشن است که می‌توان مفهوم برهم‌نهی دو هنگرد را به برهم‌نهی ناهمدوس هر تعداد از هنگردها تعمیم داد. هنگردهای آماری $\rho_k, k=1, 2, 3, \dots, n$ را در نظر بگیرید. به هر یک از این هنگردها یک احتمال θ_k نسبت می‌دهیم به طوری که اعداد θ_k در شرایط زیر صدق کنند

$$1 \geq \theta_k \geq 0, \quad \sum_{k=1}^n \theta_k = 1 \quad (\text{الف } 39)$$

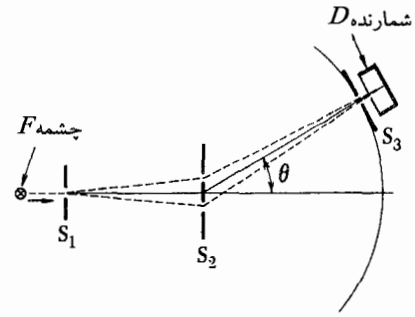
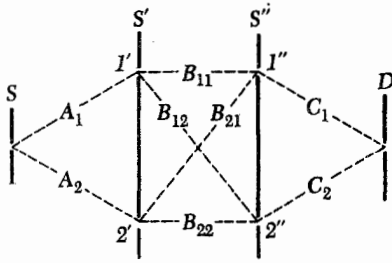
فرض کنید ρ برهم‌نهی ناهمدوس این هنگردها با احتمالهای θ_k باشد، که این را به صورت نمادی زیر نشان می‌دهیم

$$\rho = \sum_{k=1}^n \theta_k \rho_k \quad (\text{ب } 39)$$

این یعنی که میانگین هر متغیر فیزیکی Q برای هر هنگرد ρ از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\text{Av}(Q; \rho) = \sum_{k=1}^n \theta_k \text{Av}(Q; \rho_k) \quad (\text{ج } 39)$$

می‌توان فرض کرد که اگر $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_n$ یک مجموعه از هنگردهای آماری ممکن باشد، آنگاه برهم‌نهی ناهمدوس این هنگردها نیز یک هنگرد ممکن است. این فرض بیشتر ریاضی است تا فیزیکی، و ما آن را می‌پذیریم زیرا می‌خواهیم مجموعه تمام هنگردهای آماری این خاصیت را داشته باشد که تحت برهم‌نهی ناهمدوس، بسته باشد؛ به این معنی که اگر مجموعه شامل تعداد محدودی هنگرد است، تمام برهم‌نهیهای ناهمدوس ممکن این هنگردها را نیز در برمی‌گیرد.



شکل ۴۱ الف برای توضیح بحث مربوط به بخشهای ۴۱ تا ۴۳ درباره آزمایش دو شکاف مضاعف نسبتاً ایده‌آل. ذرات (فوتونها) از شکاف S وارد می‌شوند. می‌خواهیم احتمالات عبور ذرات از سایر شکافها، و مخصوصاً از شکاف D ، را به دست بیاوریم. بدیهی است که در هر شکاف باید دامنه‌های موجهایی که از شکافهای قبلی وارد می‌شوند (و نه شدت آنها) را با هم جمع کنیم. اعداد مختلط A_m و B_{mn} و C_m دامنه‌های انتقالی بین شکافها هستند. تمام احتمالات را می‌توان برحسب دامنه‌های انتقالی بیان کرد.

دامنه‌ها و شدتها

۴۱. فرق برهم‌نهی هم‌دوس و ناهم‌دوس را می‌توان به صورت زیر بیان کرد: در برهم‌نهی هم‌دوس دامنه‌ها را با هم جمع می‌کنیم ولی در برهم‌نهی ناهم‌دوس شدتها را.

نقطه‌چین در شکل ۴۱ الف این انتشار را به صورت نمادی نشان می‌دهد. همان‌طور که توضیح دادیم هر دامنه انتقال متناظر با یکی از این خطوط است.

برای آنکه تمرینی کرده باشیم، دامنه‌ها و شدتها را، با ذکر مثال، در مکانیک کوانتومی مطالعه می‌کنیم. شکل ۴۱ الف یک آزمایش دو شکاف مضاعف نیمه‌واقعی را نشان می‌دهد. ذرات با تکانه کاملاً معین با آهنگ فرضاً یک ذره در ثانیه از شکاف پرده S وارد می‌شوند. شار ذرات عبوری از پنج شکاف دیگر را "مشاهده" می‌کنیم، به این ترتیب که شمارنده‌ای را هر بار مستقیماً پشت یکی از شکافها می‌گذاریم. اگر آهنگ شمارش مشاهده‌شده برای یک شکاف خاص P ذره بر ثانیه باشد، می‌توان گفت P برابر است با احتمال آنکه ذره‌ای که از شکاف پرده S وارد شده است از شکاف مورد نظر عبور خواهد کرد. فرض کنید طول موج ذره در مقایسه با پهنای شکافها بزرگ باشد، و نیز فرض کنید پهنای تمام شکافها برابر باشد. در این صورت می‌توانیم راجع به دامنه (مختلط) موج در یک شکاف صحبت کنیم.

دامنه‌های انتقال اعداد مختلط‌اند، و مجذور مطلق آنها احتمالهای انتقال را به این صورت تعریف می‌کند: $P'_1 = |A_1|^2$ برابر است با احتمال اینکه ذره‌ای که از شکاف پرده S گذشته است بلافاصله پشت شکاف $1'$ آشکار شود. $P'_2 = |A_2|^2$ برابر است با احتمال اینکه ذره‌ای که از شکاف پرده S گذشته است، از شکاف $2'$ نیز عبور کند. $P_{12} = |B_{12}|^2$ برابر است با احتمال اینکه ذره‌ای که از شکاف $1'$ گذشته است از شکاف $2''$ نیز بگذرد. در این حالت شکاف $2'$ باید بسته باشد تا مسلم شود که ذره واقعاً از $1'$ عبور کرده است. در قدم‌مطلق سایر دامنه‌های انتقال نیز به همین ترتیب تعبیر می‌شود. در اینجا احتمالهای انتقال مربوط به هشت دامنه را فهرست می‌کنیم

۴۲. دامنه موج در شکاف $1'$ را هنگامی که دامنه در شکاف S برابر واحد باشد، A_1 می‌گیریم. به همین ترتیب، دامنه موج در شکاف $2'$ را هنگامی که دامنه در شکاف S برابر واحد باشد با A_2 نشان می‌دهیم. دامنه موج در شکاف $1''$ را زمانی که دامنه در شکاف $1'$ برابر واحد، ولی دامنه در شکاف $2'$ صفر باشد، B_{11} می‌گیریم. به همین ترتیب، دامنه موج در شکاف $1''$ را هنگامی که دامنه در شکاف $1'$ صفر و در شکاف $2'$ برابر واحد باشد، B_{21} می‌گیریم. C_1 دامنه موج در شکاف پرده D است هنگامی که دامنه در شکاف $1''$ برابر واحد و در شکاف $2''$ برابر صفر باشد. بقیه دامنه‌ها نیز به همین ترتیب تعریف می‌شوند. می‌توان این دامنه‌ها را دامنه‌های انتقال نامید. چون آنها انتشار موج را بین شکافها از چپ به راست توصیف می‌کنند. خطوط

$$\begin{aligned}
 P'_1 &= |A_1|^2 & P'_2 &= |A_2|^2 \\
 P_{11} &= |B_{11}|^2 & P_{12} &= |B_{12}|^2 & (41\text{الف}) \\
 P_{21} &= |B_{21}|^2 & P_{22} &= |B_{22}|^2 \\
 P''_1 &= |C_1|^2 & P''_2 &= |C_2|^2
 \end{aligned}$$

خواننده باید در این باره که چگونه با بستن برخی از شکافها به هنگام لزوم، می‌توان این احتمالهای انتقال را اندازه‌گیری کرد، به دقت فکر کند.

از شکاف S از شکاف $۱''$ برابر $(P_1'P_{11} + P_1'P_{21})$ نخواهد بود. امواجی که از شکافهای $۱'$ و $۲'$ به شکاف $۱''$ می‌رسند همدوس‌اند و باید دامنه‌های آنها را با هم جمع کنیم، نه شدتهای آنها را.

۴۵. در شکل ۴۵ الف، آرایه‌ای را که اندکی تصحیح شده است در نظر بگیرید. در مسیر موجی که از شکاف پرده S ، به شکاف $۱'$ می‌رود یک عامل تأخیر فاز R را قرار می‌دهیم. بقیه آزمایش هیچ فرقی با شکل ۴۱ الف ندارد. تنها اثر عامل تأخیر فاز این است که دامنه $A_1 e^{i\theta}$ جایگزین دامنه A_1 می‌شود: عامل تأخیر فاز، فاز را به اندازه θ به تأخیر می‌اندازد، ولی هیچ اثری بر دامنه موج ندارد. اگر داریم آزمایش را با نور انجام می‌دهیم، می‌توانیم از ورقه‌های شیشه‌ای به‌عنوان عامل تأخیر فاز استفاده کنیم.

این احتمال را که ذره‌ای که از شکاف پرده S وارد می‌شود از شکاف پرده D بگذرد (در حالی که همه شکافهای دیگر بازند) $P(\theta)$ می‌گیریم. برطبق معادله (۴۳ ب) داریم

$$P(\theta) = |A_1 e^{i\theta} (B_{11}C_1 + B_{12}C_2) + A_2 (B_{21}C_1 + B_{22}C_2)|^2 \\ = |A_1 (B_{11}C_1 + B_{12}C_2)|^2 + |A_2 (B_{21}C_1 + B_{22}C_2)|^2 \\ + U \cos \theta + V \sin \theta \quad (\text{الف } 45)$$

که در آن

$$U = A_1 (B_{11}C_1 + B_{12}C_2) A_2^* (B_{21}^* C_1^* + B_{22}^* C_2^*) \\ + A_1^* (B_{11}^* C_1^* + B_{12}^* C_2^*) A_2 (B_{21}C_1 + B_{22}C_2) \quad (\text{ب } 45)$$

و

$$V = i[A_1 (B_{11}C_1 + B_{12}C_2) A_2^* (B_{21}^* C_1^* + B_{22}^* C_2^*) \\ - A_1^* (B_{11}^* C_1^* + B_{12}^* C_2^*) A_2 (B_{21}C_1 + B_{22}C_2)] \quad (\text{ج } 45)$$

که خواننده خود باید آنها را اثبات کند.

در صورت تمایل، می‌توانیم رابطه $P(\theta)$ را به صورت

$$P(\theta) = \frac{1}{4}[P(0) + P(\pi)] + \frac{1}{4}[P(0) - P(\pi)] \cos \theta \\ + \frac{1}{4}[2P(\pi/2) - P(0) - P(\pi)] \sin \theta \quad (\text{د } 45)$$

۴۳. اکنون این سؤال مطرح می‌شود که در صورت باز بودن تمام شکافها، احتمال P برای آنکه ذره‌ای که از شکاف پرده S وارد می‌شود از شکاف پرده D بگذرد چقدر است؟

ابتدا بدون تعمق به این سؤال پاسخ می‌دهیم: از آنجا که تمام احتمالهای انتقال بین شکافها را می‌دانیم، می‌توانیم با ترکیب این احتمالها، P را مطابق قواعد نظریه احتمال پیدا کنیم. احتمال عبور ذره از شکاف $۱''$ باید برابر باشد با جمع احتمال عبور آن از $۱''$ از طریق شکاف $۱'$ و احتمال عبور آن از $۱''$ از طریق شکاف $۲'$ ، به عبارت دیگر، برابر باشد با $(P_1'P_{11} + P_1'P_{21})$. این نوع استدلال به یک نتیجه نهایی غلط منجر می‌شود

$$P = (P_1'P_{11} + P_1'P_{21})P_{11}'' + (P_1'P_{21} + P_1'P_{22})P_{21}'' \quad \text{غلط!} \\ (\text{الف } 43)$$

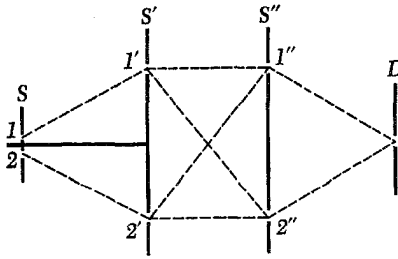
پاسخ درست کدام است؟ این پاسخ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$P = |(A_1 B_{11} + A_2 B_{21})C_1 + A_1 B_{12} + A_2 B_{22})C_2|^2 \quad (\text{ب } 43)$$

و این با عبارت غلط در معادله (الف ۴۳) برابر نیست. در هر شکاف باید دامنه‌های امواجی را که به آن شکاف می‌رسند جمع کنیم، چون موجها می‌توانند تداخل کنند. معادله (ب ۴۳) پاسخ درست را که با مکانیک کوانتومی سازگار است به دست می‌دهد، در حالی که می‌توانیم عبارت معادله (الف ۴۳) را پیشگویی براساس نظریه کلاسیک گوی بیلارد، تلقی کنیم.

۴۴. اگر تنها احتمالهای انتقال را داشته باشیم ولی دامنه‌های انتقال معلوم نباشند چگونه می‌توانیم P را پیدا کنیم؟ جواب: هرگز نمی‌توانیم P را پیدا کنیم. برای یافتن P باید هم فاز و هم قدمطلق دامنه‌های مختلط انتقال را بدانیم، ولی احتمالهای انتقال تنها قدمطلق آنها را به ما می‌دهد.

در اینجا راجع به مغالطه "ترکیب احتمالها" که به پیشگویی نادرست (الف ۴۳) منتهی شد کمی بیشتر گفتگو می‌کنیم. کمیت $P_1'P_{11}$ را در نظر بگیرید. این کمیت چه چیزی را نشان می‌دهد؟ این احتمال را نشان می‌دهد که ذره‌ای که از شکاف پرده S وارد شده است، زمانی که شکاف $۲'$ بسته است، از شکاف $۱''$ عبور کند، به همین ترتیب $P_1'P_{21}$ این احتمال را نشان می‌دهد که ذره‌ای که از شکاف پرده S وارد می‌شود، هنگامی که شکاف $۱'$ بسته است، از شکاف $۱''$ عبور کند. اگر هر دو شکاف $۱'$ و $۲'$ باز باشند احتمال عبور ذره وارد شده



شکل ۴۶ الف صورت تغییر یافته‌ای از آزمایش شکل ۴۱ الف که در آن شکافهای ۱' و ۲' توسط دو چشمه مستقل با شدتهای مساوی روشن می‌شوند. موجهای مربوط به دو چشمه ناهمدوس اند، و شدت در هر یک از شکافها در حالی که هر دو چشمه در کار باشند برابر است با مجموع شدتها وقتی که هر بار فقط یکی از چشمه‌ها دخالت داشته باشد.

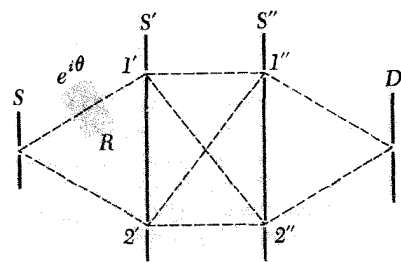
رابطه جالبی بین آزمایش بالا و آزمایش شکل ۴۵ الف وجود دارد. هر شدت اندازه‌گیری شده در این آزمایش عبارت است از میانگین روی زاویه فاز θ شدت متناظر اندازه‌گیری شده در آزمایش شکل ۴۵ الف. این مطلب را غالباً این طور بیان می‌کنند که چشمه‌های ناهمدوس موجهایی با فاز نسبی کتره‌ای گسیل می‌کنند.

۴۷. اکنون در ارتباط با شکلهای ۴۵ الف و ۴۶ الف، سؤالهای دیگری را مطرح می‌کنیم. پرده S' و آنچه را که در طرف چپ آن قرار دارد به‌عنوان چشمه در نظر می‌گیریم. در این صورت شکلهای ۴۵ الف و ۴۶ الف همان آزمایشی را نشان می‌دهند که با دو چشمه مختلف انجام گرفت. اکنون این سؤال مطرح است که در وضعیتی که در شکل ۴۵ الف نشان داده شده است، احتمال $P'(\theta)$ برای اینکه ذره‌ای که از پرده S' عبور کرده است از شکاف پرده D نیز بگذرد چقدر است؟ چون هر ذره‌ای که از شکاف پرده D می‌گذرد باید از پرده S' عبور کرده باشد، نتیجه می‌گیریم که $P'(\theta)$ باید برابر باشد با نسبت احتمال $P(\theta)$ که با معادله (الف ۴۵) بیان شد و این احتمال که ذره‌ای که از شکاف پرده S عبور کرده است از S' نیز عبور کند. احتمال اخیر برابر است با $[|A_1|^2 + |A_2|^2]$ ، و به‌دست می‌آوریم

$$P'(\theta) = [|A_1(B_{11}C_1 + B_{12}C_2)|^2 + |A_2(B_{21}C_1 + B_{22}C_2)|^2 + U \cos \theta + V \sin \theta] [|A_1|^2 + |A_2|^2]^{-1} \quad (\text{الف } 47)$$

که می‌توان آن را به‌صورت زیر نوشت

$$P'(\theta) = \frac{1}{2} [P'(\circ) + P'(\pi)] + \frac{1}{2} [P'(\circ) - P'(\pi)] \cos \theta + \frac{1}{2} [2P'(\pi/2) - P'(\circ) - P'(\pi)] \sin \theta \quad (\text{ب } 47)$$



شکل ۴۵ الف این شکل آزمایش دو شکاف مضاعف شکل ۴۱ الف را با تغییراتی نشان می‌دهد. تأخیرانداز فاز (R) که در جلوی شکاف ۱' نصب شده است، دامنه مختلط موج عبورکننده از خود را به نسبت $e^{i\theta}$ تغییر می‌دهد. نظریه آزمایش شکل ۴۱ الف را می‌توانیم به‌کار ببریم به‌شرطی که کمیت $A_1 e^{i\theta}$ را به‌جای دامنه انتقالی A_1 قرار بدهیم.

بنویسیم، و این یعنی که $P(\theta)$ را به‌صورت تابعی از θ ، می‌توان از روی مقادیرش به‌ازای سه زاویه $\theta = 0, \pi/2, \pi$ ، به‌طور یکتا تعیین کرد.

۴۶. اکنون آرایشی را که در شکل ۴۶ الف نشان داده شده است در نظر بگیرید. در اینجا دو چشمه مجزای ۱ و ۲ داریم که شکافهای ۱' و ۲' را "روشن می‌کنند". بجز این، سایر موارد مشابه شکل ۴۱ الف است. شدت دو چشمه را برابر می‌گیریم.

احتمال P_i برای اینکه ذره‌ای که از پرده S عبور کرده از شکاف پرده D نیز بگذرد چقدر است؟ این مقدار از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$P_i = \frac{1}{4} |A_1(B_{11}C_1 + B_{12}C_2)|^2 + \frac{1}{4} |A_2(B_{21}C_1 + B_{22}C_2)|^2 \quad (\text{الف } 46)$$

در اینجا باید شدتهایی را که هر یک از دو چشمه جداگانه در شکاف پرده D ایجاد می‌کنند با هم جمع کنیم تا شدتی را که از کارکردن هر دو چشمه حاصل می‌شود پیدا کنیم. عبارت $|A_1(B_{11}C_1 + B_{12}C_2)|^2$ برابر است با احتمال اینکه یک ذره گسیل شده از چشمه ۱ از شکاف پرده D بگذرد و عبارت $|A_2(B_{21}C_1 + B_{22}C_2)|^2$ برابر است با احتمال اینکه یک ذره از چشمه ۲ از شکاف پرده D بگذرد. ضرایب $\frac{1}{4}$ در رابطه (الف ۴۶) به این دلیل آمده‌اند که هر ذره‌ای که از شکاف پرده D می‌گذرد، به احتمال مساوی، یا از چشمه ۱ آمده است یا از چشمه ۲.

نمی توان آنها را چنین برهم نهشی در نظر گرفت. هنگردهای آماری که نمی توان آنها را برهم نهش ناهمدوسی از هنگردهای دیگر در نظر گرفت، هنگردهای خالص یا حالت‌های خالص خوانده می شوند؛ نوع دیگر هنگردها، هنگردهای مخلوط یا آمیزه‌های آماری نامیده می شوند.

اکنون یک هنگرد مخلوط را در نظر بگیرید. می دانیم که چنین هنگردی باید برهم نهش ناهمدوسی از هنگردهای دیگر باشد. آیا می توان هنگرد آمیخته را هم برهم نهش ناهمدوس هنگردهای خالص دانست؟ این سؤال در واقع سؤالی است راجع به ماهیت مجموعه تمام هنگردهای آماری که از لحاظ فیزیکی تحقق پذیرند. مسلماً این امکان هست که در مجموعه تمام هنگردهایی که از لحاظ فیزیکی قابل تحقق اند، هیچ حالت خالصی وجود نداشته باشد، که در این صورت پاسخ سؤال منفی است. ولی از طرف دیگر می توانیم هنگردهای خالص را حالت‌های حدی هنگردهای مخلوط در نظر بگیریم، و در این صورت می توانیم مجموعه هنگردهای آماری را بزرگتر کنیم تا نه فقط شامل تمام هنگردهایی که از لحاظ فیزیکی قابل تحقق اند بشود، بلکه تمام حالت‌های حدی این هنگردها را نیز در بر بگیرد. اگر این انتزاع صرفاً ریاضی را اختیار کنیم، همچنانکه این کار را خواهیم کرد، به طور شهودی انتظار خواهیم داشت که مجموعه بزرگ شده هنگردها این خاصیت را داشته باشند که هر هنگرد آماری یا یک هنگرد خالص باشد یا برهم نهش ناهمدوسی از هنگردهای خالص.

ما از این پس این فرض منطقی را می پذیریم. این فرض به عنوان یک فرض فیزیکی، یک جور ایده آل سازی است: فرض کنید تحقق تمام هنگردهای خالص امکان پذیر است. در عمل ممکن است نتوانیم هنگرد خالص ایده آل را تحقق ببخشیم، ولی هیچ دلیلی در دست نیست که نتوانیم تا حد دلخواه به این ایده آل نزدیک بشویم.

آیا علی الاصول می توان نتیجه هر اندازه گیری را پیشگویی کرد؟

۵۰. به طور شهودی معلوم است که ما درباره عناصر یک هنگرد خالص چیزهای بیشتری می دانیم تا در مورد عناصر یک هنگرد مخلوط. برای نمونه، مثال چشمه نور با دو لامپ را در نظر بگیرید. واضح است که ما راجع به خواص تک تک فوتون‌هایی که از چشمه پرتاب می شوند، هنگامی که هر دو لامپ کار می کنند چیزهای کمتری می دانیم تا زمانی که فقط یک لامپ کار می کند؛ به طور مشخص درباره رنگ فوتونها کمتر می دانیم.

به همین ترتیب، می توان پرسید: برای وضعیتی که در شکل ۴۶ الف نشان داده شده است احتمال P'_i برای اینکه ذره‌ای که از پرده S' عبور کرده است از شکاف پرده D نیز بگذرد چقدر است؟ به راحتی پیدا می کنیم که

$$P'_i = \frac{|A_1(B_{11}C_1 + B_{12}C_2)|^2 + |A_2(B_{21}C_1 + B_{22}C_2)|^2}{|A_1|^2 + |A_2|^2} \quad (۴۷)$$

با مقایسه رابطه (۴۷ ج) با (۴۷ الف) نکته جالبی را درمی یابیم: اگر از $P'(\theta)$ روی تمام زاویه‌های θ بین 0° و 2π میانگین بگیریم P'_i را به دست می آوریم، یعنی

$$P'_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta P'(\theta) \quad (۴۷ د)$$

عملاً لازم نیست میانگین گیری روی تمام زاویه‌ها باشد. داریم

$$P'_i = \frac{1}{\pi} [P'(\pi) - P'(0)] \quad (۴۷ ه)$$

بنابراین، می توانیم هنگرد آماری را که توسط چشمه شکل ۴۶ الف (پرده S' و آنچه در طرف چپ S' واقع می شود، چشمه است) تعریف می شود. برهم نهش ناهمدوسی از دو یا بینهایت هنگرد آماری بدانیم که توسط چشمه‌های شکل ۴۵ الف تعریف می شوند. θ را پارامتر متغیر محسوب می کنیم. (مقادیر مختلف θ به چشمه‌های مختلف مربوط می شوند.)

۴۸. نتیجه (۴۷ د) یک اصل کلی مربوط به برهم نهش ناهمدوس را نشان می دهد. اگر دو چشمه ناهمدوس داشته باشیم، ابتدا آنها را همدوس در نظر می گیریم و دامنه امواج آنها را با هم جمع می کنیم، ولی با عامل فاز نسبی متغیر $e^{i\theta}$. هر "شدت" مورد نظر $I(\theta)$ را به صورت تابعی از θ محاسبه می کنیم و سرانجام از $I(\theta)$ روی تمام زاویه‌های θ از 0° تا 2π میانگین می گیریم، میانگین حاصل (\bar{I}) همان میانگین مطلوب است هنگامی که دو چشمه ناهمدوس باشند. دو چشمه با فاز نسبی کتره‌ای، ناهمدوس اند.

۴۹. بعد از این تمرینها روی مسئله دامنه‌ها، شدتها و احتمالاها، به بحث سیستماتیک خود درباره هنگردهای آماری ادامه می دهیم. واضح است که مجموعه تمام هنگردهای آماری از دو زیر مجموعه تشکیل شده است: هنگردهایی که می توان آنها را برهم نهش ناهمدوس دو یا چند هنگرد آماری متمایز از هم دانست و هنگردهایی که

برای تهیه یک هنگرد خالص لازم است مرحله تدارک را به طور کامل تحت کنترل داشته باشیم: باید بتوانیم از تمام چشمه‌های افت و خیزهای آماری که علی‌الاصول قابل پیشگیری هستند، جلوگیری کنیم.

اکنون باید روشن شده باشد که هنگام انجام اندازه‌گیریها، بهتر آن است سعی کنیم مرحله تدارک را طوری ترتیب بدهیم که تا آنجا که امکانات فنی اجازه می‌دهند، هنگرد حاصل خالص باشد. با این کار، پخش‌شدگی آماری در داده‌های ما به حداقل می‌رسد، به این معنی که درستی نتایج افزایش می‌یابد. از این گذشته می‌توان گفت تعبیر نظری نتایج تجربی برای یک هنگرد خالص ساده‌تر و روشن‌تر است تا برای یک هنگرد مخلوط. برای یک هنگرد خالص، می‌توان رفتار یک سیستم را در بهترین شرایط ممکن و بدون مزاحمت "توفه" قابل اجتناب، مطالعه کرد.

۵۱. در اینجا یک سؤال اساسی مطرح می‌شود: آیا حالتهای خالص با نبود کامل پخش‌شدگی آماری در تمام متغیرهای فیزیکی مشخص می‌شوند؟ به عبارت دیگر، آیا حالتهای خالص آنچنان‌اند که نتیجه همه اندازه‌گیریها به درستی قابل پیشگویی باشد؟

به روشنی درمی‌یابیم که این سؤال سؤالی است درباره ماهیت جهان ما، که فقط بر مبنای مطالعات تجربی می‌توان به آن پاسخ داد. منطقی به‌تنهایی درباره پاسخ این سؤال چیزی به ما نمی‌گوید.

نظریه‌های فیزیک کلاسیک بر پایه این فرض بنا شده‌اند که جواب مثبت است. مکانیک کوانتومی نظریه‌ای است که بر فرض منفی بودن پاسخ این سؤال استوار است. (برای جلوگیری از بدفهمی، در همین جا باید بگوییم که مکانیک کوانتومی صرفاً یکی از نظریه‌های متصور است که به این سؤال پاسخ منفی می‌دهند.) با پذیرش مکانیک کوانتومی به‌عنوان یک نظریه، عدم تعینی را در توصیف طبیعت وارد کرده‌ایم، دقیقاً به این معنا که بدون توجه به چگونگی تدارک هنگرد خالص، همواره اندازه‌گیری وجود خواهد داشت که نتیجه آن در هیچ مورد خاص قابل پیشگویی نباشد. (اندازه‌گیری که قابل پیشگویی نیست به هنگرد بستگی دارد.) معنی‌اش این نیست که مکانیک کوانتومی "آشفته و مبهم" است. این نظریه، نظریه‌ای است بسیار مشخص که در آن می‌توانیم احکام کمی دقیقی درباره احتمالات، یا درباره مقادیر میانگین متغیرهای فیزیکی بیان کنیم.

۵۲. در ذات سؤالی که مطرح کرده‌ایم این نکته هست که هیچ تک مجموعه از آزمایشها نیست که بتواند با قاطعیت جواب آن را مشخص کند. هر زمان که به پدیده‌ای برمی‌خوریم که ما را وامی‌دارد به سؤال

پاسخ منفی بدهیم، می‌کوشیم با این استدلال که اگر اندازه‌گیریها به "روش بهتر"ی انجام می‌شدند نتیجه فرق می‌کرد، خود را از مخصه نجات بدهیم. به عبارت دیگر، همیشه می‌توان مدعی شد که عدم تعین تنها از آنجا ناشی می‌شود که آزمایش به بهترین نحو ممکن صورت نگرفته است. این نوع استدلال را به طور مطلق نمی‌توان رد کرد. ولی بد نیست از کسی که علیه نظریه تعینی طبیعت، به معنای کلاسیک، استدلال می‌کند بخواهیم صریحاً نشان بدهد که آزمایشها را چگونه باید انجام داد تا عدم تعین ماهوی مکانیک کوانتومی از بین برود.

شواهدی که در تأیید جواب منفی وجود دارند، بر دو دسته‌اند، اولاً، به نظر می‌رسد که تحلیل مشروح انواع آزمایشها، که در آنها خواص مشاهده شده ذرات را بررسی می‌کنیم همواره به این نتیجه منجر می‌شود که پاسخ باید منفی باشد. ثانیاً این واقعیت که تمام پیشگوییهای نظریه مکانیک کوانتومی، که پاسخ منفی یک سنگ بنای آن را تشکیل می‌دهد، ظاهراً به بهترین نحو با واقعیات مشاهده شده توافق دارند: به نظر می‌رسد پذیرفتن نه به‌عنوان پاسخ سؤال، هیچ تناقضی با تجربه ندارد.

۵۳. قبلاً در فصلهای ۴ و ۵ شواهد قانع‌کننده‌ای ارائه کردیم که پاسخ باید منفی باشد. ذرات واقعی موجود در طبیعت همانند امواج در فضا پخش می‌شوند. امواج توسط آینه‌های نیمه‌نقره‌اندود و توسط دو شکاف تقسیم می‌شوند و به‌طور کلی توسط هر مانعی پراشیده می‌شوند. از طرف دیگر، اگر توسط یک سلول فوتوالکتریک یا یک آشکارساز دیگر در پی یافتن ذره باشیم، هرگز "فوتونهای کسری" یا "الکترونهای کسری" نخواهیم یافت. برای آنکه بتوانیم همه این پدیده‌ها را به طور منطقی توصیف کنیم، مجبوریم شدت موج را به صورت احتمالی تعبیر کنیم: کمتهایی که با مجذور مطلق تابع موج متناسب‌اند باید نمایانگر احتمالات باشند. ما فقط می‌توانیم احتمال تیک زدن یک شمارنده را بیان کنیم. ولی هرگز نمی‌توانیم ترتیبی بدهیم که پاسخ هر شمارنده را در هر تک آزمایش به‌طور مسلم بدانیم.

به‌عنوان مثال آزمایش دو شکاف را در نظر بگیرید. اگر بخواهیم تکانه باریکه فرودی را به‌طور قطعی بدانیم باید ترتیبی بدهیم که تکانه ذرات فوق‌العاده معین باشد. وقتی چنین باریکه‌ای بر پرده‌ای با دو شکاف فرود بیاید، نقش مشخصه پراش از دو شکاف را مشاهده خواهیم کرد. این نقش تنها هنگامی می‌تواند تولید شود که هر دو شکاف باز باشند، یعنی تنها هنگامی که ذره از هر دو شکاف بگذرد. اما اگر سعی کنیم به کمک شمارنده‌ای که در پشت یکی از شکافها قرار می‌دهیم ذره را بگیریم، نه یک نیمه ذره بلکه یک ذره کامل آشکار خواهد شد.

پیش می‌آید که این کنترل به کمال نرسد. اختلاف قاطع میان توصیف کلاسیک و مکانیک کوانتومی در ماهیت حالت خالص است. به موجب نظرات کلاسیک، حالت خالص این خاصیت را دارد که نتیجه هر تک اندازه‌گیری دقیقاً قابل پیشگویی است. اگر یک شمارنده خاص در یک تک آزمایش تیک بزند در تمام آزمایشهای بعدی نیز تیک خواهد زد. هرگاه آزمایشی تکرار شود، همان چیزهایی اتفاق می‌افتند که قبلاً اتفاق افتاده بودند. برای یک حالت خالص هیچ پخش‌شدگی آماری در هیچیک از متغیرهای فیزیکی وجود ندارد.

مدتها پیش از تکامل مکانیک کوانتومی فیزیکدانها می‌دانستند که وقایع جهان ماکروسکوپی را در عمل نمی‌توان با نهایت دقت پیشگویی کرد. نوفه گرمایی و انواع بسیار دیگری از "اختلالها"ی غیرقابل کنترل همواره حضور دارند و در وضعیتهای ماکروسکوپی، اینها باعث عدم قطعیتی در مقادیر متغیرهای فیزیکی می‌شوند که به کلی عدم قطعیت خاص مکانیک کوانتومی را تحت الشعاع قرار می‌دهد. اعتقاد فیزیکدانان کلاسیک مبنی بر اینکه حالت‌های خالص با نبود کامل پخش‌شدگی آماری در متغیرهای فیزیکی مشخص می‌شوند، در واقع هرگز در وضعیتهای ماکروسکوپی مورد آزمون نقادانه قرار نگرفته است، و همین امر توضیح می‌دهد که چرا این عقیده توانست مدتهای طولانی دوام بیاورد.

۵۶. شناخت سرشت احتمالاتی تمام پیشگوییها، حتی در مورد یک هنگرد خالص، گام مهمی در پیشرفت نظریه فیزیکی بود. هنگامی که تاریخ گذشته فیزیک کوانتومی را مرور می‌کنیم به دشواریهای مفهومی که فیزیکدانها قبل از پیدایش توصیف احتمالی با آنها روبه‌رو بودند، پی می‌بریم. اینکه نور هم خواص موجی و هم خواص ذره‌ای از خود بروز می‌دهد کشف حیرت‌آوری بود. این "دوگانگی" (نامی که بعداً روی آن گذاشته شد) را اکنون می‌توان به‌سادگی براساس نکاتی که در فصل ۴ از آنها بحث شد درک کرد، ولی در اولین مراحل پیدایش فیزیک کوانتومی وضع فرق می‌کرد. در آن دوره به ذهن کسی خطور نمی‌کرد که مجذور دامنه موج را به صورت احتمالی تعبیر کنند، و بدون این ایده، که از ریشه با نظرات کلاسیک فرق می‌کند، "دوگانگی" نور قابل درک نیست.

اینکه در توانایی ما در پیشگویی رویدادهای آینده، علی‌الاصول محدودیتی وجود دارد یا نه، توسط عده زیادی، به‌ویژه فلاسفه غیر فیزیکدان، ایده‌ای عمیق و انقلابی تلقی شده است. ناچار مطالب بی‌معنی زیادی درباره این موضوع (و درباره رابطه عدم قطعیت) نوشته شده و نویسندگان انواع و اقسام نتیجه‌گیریهای دور از ذهن

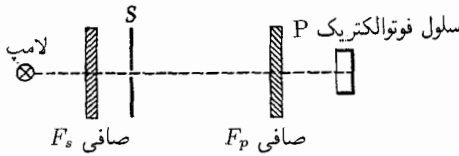
در هر آزمایش ممکن است شمارنده تیک بزند یا نزند، و ما از پیش با قطعیت نمی‌دانیم که چه پیش خواهد آمد: فقط می‌توانیم احتمال تیک زدن شمارنده را بیان کنیم. ممکن است بگویید این فقط به آن دلیل است که هنگرد خالص نیست. ولی برای خالص‌تر کردن آن چه پیشنهادی دارید؟

۵۴. لب مطلب این سؤال این است که آیا امکان دارد ذره را از طریق دیگری، مشروح‌تر از آنچه نظریه موجی بیان می‌کند، توصیف کرد. اگر بیان موجی درست باشد و علاوه بر آن ذرات خاصیت تقسیم‌ناپذیری داشته باشند به طوری که هرگز نتوانیم "ذرات کسری" آشکار کنیم، آنگاه به نظر می‌رسد چاره‌ای جز تعبیر احتمالی شدتها وجود نداشته باشد. بحثی را که در آغاز این فصل درباره روابط عدم قطعیت داشتیم به یاد بیاوریم. اگر قرار باشد تکانه ذره به‌طور دقیق معلوم باشد، باید توسط موجی بیان شود که در فضا پخش شده است، ولی در آن صورت مکان نمی‌تواند به دقت معلوم باشد. کوچک بودن پخش‌شدگی آماری در اندازه‌گیریهای تکانه، مستلزم یک پخش‌شدگی آماری بزرگ در اندازه‌گیریهای مکان است، و تا زمانی که ما توصیف موجی را همراه با تعبیر احتمالی شدتها بپذیریم، هیچ راهی برای سرباز زدن از رابطه عدم قطعیت وجود ندارد. از طرف دیگر هیچ مورد تجربی حاکی از آنکه ذره را می‌توان مشروح‌تر از آنچه توصیف موجی اجازه می‌دهد، توصیف کرد وجود ندارد: مطلقاً هیچ مدرکی دال بر وجود "متغیرهای پنهان" در دست نیست.

این ملاحظات منجر به فرضهای اساسی زیر در مکانیک کوانتومی شده‌اند: حالت‌های خالص یک ذره توسط امواج توصیف می‌شوند. هنگرد یک ذره، خالص است اگر و فقط اگر همه عناصر هنگرد با یک تابع موج بیان شوند. امکان بیان تابع موجی که تمام ذرات یک هنگرد را توصیف کند، به معنای آن است که بیشترین کنترل ممکن را روی چشمه داریم. هیچ چیز نمی‌تواند خالص‌تر از یک موج معین باشد.

۵۵. مقایسه برخی جنبه‌های جهان فانتزی کلاسیک با جهان واقعی جالب خواهد بود. همه مفاهیم هنگردهای آماری، آمیزه‌های آماری و حالت‌های خالص، برای فیزیک کلاسیک بیگانه نیستند. در واقع ایده هنگردهای آماری، مدتها پیش از کشف مکانیک کوانتومی در مکانیک آماری کلاسیک وارد شده بود. بخش عمده‌ای از بحث ما درباره فرایند اندازه‌گیری، در چارچوب توصیف کلاسیکی نیز درست است. با این ترتیب، یک حالت خالص وقتی پدیدار می‌شود که کنترل کاملی روی مرحله تدارک داشته باشیم، در حالی که یک آمیزه آماری وقتی

را درباره معانی مکانیک کوانتومی برای کلیه امور انسانی استنتاج کرده‌اند.



شکل ۵۷ الف نمودار طرح واریک آزمایش با نور قطبیده. فرض می‌شود که صافیهای F_p و F_s صافیهای قطبشی ایده‌آل‌اند. (نوری که از یک صافی قطبشی ایده‌آل عبور می‌کند در یک حالت خالص قطبشی معین خارج می‌شود، و صافی برای این نور کاملاً شفاف است.)

پاسخ شمارنده P در برابر یک فوتون منفرد دقیقاً قابل پیشگویی نیست مگر اینکه صافیهای F_p و F_s مربوط به یک حالت (خالص) قطبشی باشند.

به آن می‌رسند بشمارد. آهنگ شمارش را n فوتون در واحد زمان می‌گیریم.

چندین صافی (F_p) مختلف را در نظر می‌گیریم و با هر ترکیب صافی-شمارنده یک متغیر شمارنده D متناظر است. میانگین D به صورت n'/n تعریف می‌شود که در آن n' آهنگ شمارش در حضور صافی است. اگر F_p صافی باشد که فقط نور چپ‌گرد-قطبیده را عبور بدهد، متغیر شمارش مربوط به آن را با D_L نشان می‌دهیم؛ اگر فقط نور راست‌گرد قطبیده را عبور بدهد متغیر شمارش را با D_R نمایش می‌دهیم؛ اگر فقط نور خطی قطبیده در جهت x را عبور بدهد متغیر شمارش را با D_x نشان می‌دهیم؛ اگر نور خطی قطبیده در جهت y را عبور بدهد متغیر را با D_y نشان می‌دهیم. بالاخره صافیهایی که نور عبوری از آنها در امتداد خط نیمساز ربع محصور توسط محورهای x و y مثبت، به‌طور خطی قطبیده است (متغیر شمارش D_{45})، و صافیهایی که نور قطبیده خطی عمود بر این نیمساز را عبور می‌دهند (متغیر شمارش D_{135}) در نظر می‌گیریم.

برای هنگرد ρ_L میانگینهای زیر را پیدا می‌کنیم

$$Av(D_L; \rho_L) = 1, \quad Av(D_R; \rho_L) = 0 \quad (الف ۵۸)$$

$$Av(D_x; \rho_L) = Av(D_y; \rho_L) = Av(D_{45}; \rho_L) =$$

$$Av(D_{135}; \rho_L) = \frac{1}{2} \quad (ب ۵۸)$$

برای این هنگرد دو متغیر D_L و D_R دقیقاً معلوم هستند، در صورتی که در مورد چهار متغیر باقیمانده کمترین اطلاعات را در اختیار داریم. آیا هنگرد ρ_L خالص است؟ معنای واقعی این سؤال آن است

مؤلف انکار نمی‌کند که مسئله قابل پیشگویی بودن در مقابل غیرقابل پیشگویی بودن مسئله جالب و مهمی است، و به‌حق موضوعی برای تفکرات فلسفی است. ولی می‌خواهد متذکر شود که فیزیکدانان حرفه‌ای امروزه توجه چندانی به این مسئله نشان نمی‌دهند. مؤلف هیچ بحث سر میز نهاری را به‌یاد نمی‌آورد که در آن به این موضوع اشاره شده باشد. (به غیر این موضوع بحثهای سر میز نهاری تمام مسائلی را که ذهن فیزیکدانها را به خود مشغول می‌دارند، در بر می‌گیرد.) در حقیقت باید گفت که فیزیکدانها درباره نظریه اندازه‌گیری در مکانیک کوانتومی بسیار کم می‌اندیشند، مگر زمانی که دارند یک درس مقدماتی درباره این موضوع را تدریس می‌کنند.

نور قطبیده و نور ناقطبیده

۵۷. مطالعه قطبش نور می‌تواند تفاوت میان یک حالت خالص و یک آمیزه آماری در مکانیک کوانتومی را به‌خوبی روشن کند. آرایشی را که در شکل ۵۷ الف نشان داده شده است در نظر بگیرید. فوتونهای تقریباً تکفام با بسامد ω از صافی قطبشی F_s عبور می‌کنند و از چشمه شکاف پرده S پرتاب می‌شوند. به این ترتیب تدارک هنگرد آماری در طرف چپ S صورت می‌گیرد. فوتونهای گسیل شده توسط سلول فوتوالکتریک P که به یک صافی قطبشی F_p مجهز است مطالعه می‌شوند و مجموعه این صافی و سلول فوتوالکتریک وسیله واحدی تلقی می‌شود که متغیر شمارنده D آن را توصیف می‌کند.

می‌توان صافیهای قطبشی ساخت که فوق‌العاده کامل باشند و در نتیجه این خاصیت را داشته باشند که امواجی را که در یک حالت قطبشی خاص هستند بدون ممانعت از خود عبور بدهند ولی امواجی را که در حالت قطبشی مخالف هستند تماماً جذب کنند. ما فرض خواهیم کرد که صافیهای F_p و F_s صافیهای قطبشی کاملی هستند که خواص آنها را می‌توانیم مطابق میل خود انتخاب کنیم.

۵۸. اکنون فرض کنید صافی F_s صافی باشد که فقط امواج چپ‌گرد-قطبیده را عبور می‌دهد؛ فوتونهای گسیل شده عناصر هنگرد آماری ρ_L هستند. ابتدا آهنگ شمارش را بدون صافی F_p تعیین می‌کنیم؛ این آهنگ، تعداد فوتونهایی را که در واحد زمان گسیل می‌شوند معلوم می‌کند و برای بهنجار کردن داده‌ها به‌کار می‌آید. فرض می‌کنیم کارایی شمارنده P صددرصد باشد به‌طوری که همه فوتونهایی را که

از لحاظ درجه آزادی قطبیدگی، آشفته‌ترین هنگرد است، و بی‌توجه به جنس صافی قطبشی ایدال F_p ، آهنگ شمارش با صافی، نصف آهنگ شمارش بدون آن خواهد بود. پس میانگینهایی که مشاهده می‌کنیم از این قرارند

$$Av(D_L; \rho_o) = Av(D_R; \rho_o) = \frac{1}{4} \quad (۶۰الف)$$

$$Av(D_x; \rho_o) = Av(D_y; \rho_o) = Av(D_{۴۵^\circ}; \rho_o) = Av(D_{۱۳۵^\circ}; \rho_o) = \frac{1}{4} \quad (۶۰ب)$$

توجه کنید که میانگینهای (۶۰ب) با میانگینهای (۵۸ب) توافق دارند، و بنابراین میزان ناآگاهی ما از چهار متغیر $D_x, D_y, D_{۴۵^\circ}$ و $D_{۱۳۵^\circ}$ برای هنگردهای ρ_L و ρ_o یکسان است. فرق دو هنگرد در مقدار اطلاعاتی است از دو متغیر D_L و D_R داریم؛ برای ρ_L ما درباره این متغیرها آگاهی کامل داریم در حالی که برای هنگرد ρ_o اطلاعات ما در مورد آنها کمترین مقدار ممکن است.

بنابراین انتظار داریم که ρ_o یک آینده آماری باشد. برای اینکه این نکته را به صراحت ببینیم ابتدا آزمایشی را در نظر می‌گیریم که در آن صافی F_s فقط امواج راست‌گرد-قطبیده را عبور می‌دهد. هنگرد مربوط به این وضعیت را ρ_R می‌نامیم. میانگینهای هنگرد با رابطه‌های زیر بیان می‌شوند

$$Av(D_L; \rho_R) = 0 \quad Av(D_R; \rho_R) = 1 \quad (۶۰ج)$$

$$Av(D_x; \rho_R) = Av(D_y; \rho_R) = Av(D_{۴۵^\circ}; \rho_R) = Av(D_{۱۳۵^\circ}; \rho_R) = \frac{1}{4} \quad (۶۰د)$$

همان‌طور که خواننده خود به‌طور مشروح امتحان خواهد کرد، میانگینهای هنگرد برای ρ_o, ρ_L و ρ_R طوری هستند که می‌توان نوشت

$$\rho_o = \frac{1}{4}\rho_L + \frac{1}{4}\rho_R \quad (۶۰ه)$$

که با بحث بخش ۳۸ سازگاری دارد. بنابراین می‌توانیم هنگرد آشفته ρ_o را یک برهم‌نهی ناهمدوس از دو هنگرد خالص ρ_L و ρ_R بدانیم.

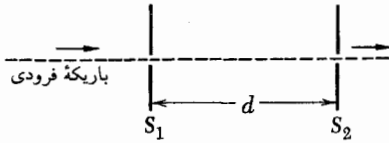
۶۱. این را هم بگوییم که مؤلف در نوجوانی در مورد فرق میان نور ناقطبیده و نور با قطبش دایره‌ای دچار اشکال بود. در کتابها نوشته بود که نور ناقطبیده آمیزه‌ای از نور قطبیده در دو امتداد عمود برهم است،

که آیا می‌توانیم آن را خالص‌تر کنیم؟ جواب منفی است. اگر شرط کنیم که متغیرهای D_L و D_R دقیقاً معلوم‌اند و مقادیر داده شده در معادله (۵۸الف) را داشته باشیم، می‌دانیم فوتونهایی که از چشمه پرتاب می‌شوند باید دقیقاً چپگرد-قطبیده باشند. اما هر موج چپگرد-قطبیده‌ای را می‌توان به دو موج قطبیده خطی با دامنه‌های مساوی که به‌صورت عمود بر یکدیگر قطبیده‌اند تجزیه کرد. اگر صافی را قرار دهیم که یکی از مؤلفه‌های قطبیده خطی را حذف می‌کند، آنگاه شدت موج عبوری نصف شدت موج فرودی خواهد شد. بنابراین میانگین متغیرهای $D_x, D_y, D_{۴۵^\circ}$ و $D_{۱۳۵^\circ}$ لزوماً باید همان‌طور باشد که در معادله (۳۵ب) بیان شده است. حال اگر این نتیجه تجربی مربوط به میانگینها را با این نتیجه تجربی که ("انرژی") فوتون نمی‌تواند به‌وسیله صافی قطبشی تقسیم شود، تلفیق کنیم، ناچار به این نتیجه می‌رسیم که هیچکدام از چهار متغیر $D_x, D_y, D_{۴۵^\circ}$ و $D_{۱۳۵^\circ}$ در یک تک آزمایش قابل پیشگویی نیستند. درواقع، علی‌رغم این واقعیت که این هنگرد را باید خالص‌ترین هنگرد ممکن از فوتونهای چپگرد-قطبیده دانست، عدم قطعیت درباره این متغیرها بیشترین مقداری است که می‌تواند باشد.

۵۹. باید دقیقاً توجه داشته باشید که اگر فوتونها از هر لحاظ شبیه قطار موجهای کلاسیک رفتار می‌کردند، نتیجه به‌کلی فرق می‌کرد. در آن صورت میانگین متغیر D_x به حساسیت آشکارساز بستگی می‌داشت. اگر حساسیت طوری می‌بود که انرژی حمل‌شده توسط نیمی از قطار موج ثبت می‌شد، آهنگ شمارش D_x به اندازه همان آهنگ شمارش D_L بود، یعنی $Av(D_x; \rho_L) = 1$ ، در حالی که اگر حساسیت طوری بود که انرژی حمل‌شده توسط نصف قطار موج برای تحریک شمارنده کافی نبود، مقدار میانگین صفر می‌شد. فوتونهای واقعی شبیه قطار موجهای کلاسیک رفتار نمی‌کنند: بدون توجه به اینکه چه صافی در مقابل شمارنده قرار دارد، همواره می‌بینیم هر فوتونی که شمارنده ثبت می‌کند، حامل انرژی $\hbar\omega$ است.

بنابراین، پاسخ شمارنده‌های $D_x, D_y, D_{۴۵^\circ}$ و $D_{۱۳۵^\circ}$ در هر تک آزمایش روی هنگرد خالص ρ_L غیرقابل پیشگویی است: و این مدرک محکمی است در تأیید نتایج کلی که در بخشهای ۵۱ تا ۵۴ بیان کردیم.

۶۰. اگر صافی F_s را برداریم چه اتفاقی می‌افتد؟ اگر فرض کنیم که "لامپ" شبیهی است با تقارن کروی، در آن صورت هیچ امتدادی مرجح نخواهد بود و هر حالت قطبیدگی کاملاً مشابه با حالت دیگر قطبیدگی است. می‌گوییم لامپ ناقطبیده است. هنگرد مربوطه، ρ_o .



شکل مربوط به مسئله ۱. در این مسئله مؤلف به صورت سفسطه‌آمیز استدلال می‌کند که اگر روزنه‌ها را تنگ‌تر و فاصله d را بزرگ‌تر بگیریم می‌توانیم اصل عدم قطعیت را نقض کنیم. در این صورت، به نظر می‌رسد می‌توانیم حاصلضرب عدم قطعیت در تکانه جانبی و عدم قطعیت در مکان جانبی را در لحظه‌ای که ذره از شکاف دوم می‌گذرد هر مقدار که بخواهیم کوچک کنیم. چرا این ایده غلط است؟

قبول است، نه این استدلال و نه هیچ استدلال دیگری هیچ خطری برای رابطه عدم قطعیت ایجاد نمی‌کند، زیرا رابطه عدم قطعیت به کمک همین مقدمات اثبات شده است. می‌توان «استدلای مخالف» مکانیک موجی را به دو دسته تقسیم کرد:

(الف) استدلالهایی که ایده‌های مکانیک موجی را جداً رد کرده‌اند، اگرچه این موضوع را همیشه به صراحت بیان نکرده‌اند.

(ب) استدلالهایی که «فروقاطی‌اند» اما مبتنی بر بعضی ایده‌های مکانیک موجی هستند.

با یک تحلیل مفهومی دقیق می‌توان ماهیت «استدلای مخالف» را روشن کرد. البته انکار مستقیم اصول مکانیک موجی را نمی‌توان با اتکا به استدلالهای منطقی رد کرد، ولی همیشه می‌توان به واقعیات تجربی متوسل شد، زیرا اگر این «انکار» را به نتیجه منطقی برسانیم ممکن است یکی از این واقعیات را نقض کند. استدلالهای دسته (ب) همه ناقص هستند.

۲. (الف) یک آزمایش ایده‌آل را در نظر بگیرید که در آن نور تقریباً تکفام کامل به طول موج 6000 \AA از طریق یک بست‌آور (شاتر) فوق‌العاده سریع عبور می‌کند. فرض کنید بست‌آور به صورت متناوب طوری باز و بسته می‌شود که در هر باز و بسته شدن مدت 10^{-10} sec باز می‌ماند و در مدت 1 sec بسته می‌شود. در این صورت دیگر نور عبوری از طریق بست‌آور، تکفام نیست، بلکه طول موج آن مقداری پاشیدگی پیدا می‌کند. بزرگی عدم قطعیت در طول موج را برحسب آنگستروم برآورد کنید.

(ب) نور خروجی از بست‌آور را از یک لوله بلند پر از کربن دی‌سولفید عبور می‌دهیم. این محیط پاشنده است، و برای طول موج مورد نظر، تغییر در ضریب شکست n با طول موج با رابطه زیر داده می‌شود

و نیز نوشته بود که نور با قطبش دایره‌ای برهم‌نهشی است از نوری که در دو امتداد عمود برهم قطبیده است. سرانجام فهمید که برای نور با قطبش دایره‌ای دامنه‌های دو مؤلفه قطبیده خطی با هم جمع می‌شوند. ولی برای نور ناقطبیده شدتها را با هم جمع می‌کنند. نور با قطبش دایره‌ای آمیزه همدوسی از نوری است که در دو امتداد عمود برهم قطبیده است، در حالی که نور ناقطبیده یک آمیزه ناهمدوس است.

مسائل

۱. این مسئله یکی از آن استدلالهایی است که می‌توان از آن برای رد اصل عدم قطعیت استفاده کرد. (شکل را ببینید). یک باریکه تک انرژی الکترون، با تکانه p ، از سمت چپ به صورت عمود بر پرده S_1 می‌تابد. این پرده یک روزنه دایره‌ای به قطر a دارد. در فاصله d از این پرده پرده S_2 واقع است که آن هم روزنه‌ای دایره‌ای به قطر a دارد. فرض می‌کنیم دو روزنه درست در امتداد باریکه فرودی قرار دارند. بعضی از الکترونهايي که از روزنه اول می‌گذرند، ممکن است منحرف شوند، اما بعضی دیگر مستقیماً از روزنه دوم خواهند گذشت. الکترونی را که از روزنه دوم گذشته است در نظر بگیرید. عدم قطعیت در مکان جانبی این الکترون از مرتبه $\Delta x \cong a$ است. بزرگی تکانه الکترون برابر تکانه باریکه فرودی، یعنی برابر p است، زیرا این الکترونها در این آزمایش نه انرژی می‌گیرند و نه انرژی از دست می‌دهند. چون می‌دانیم که الکترون از هر دو روزنه گذشته است، عدم قطعیت در جهت تکانه باید کمتر از یا مساوی با $\Delta \theta = a/d$ باشد. در نتیجه، عدم قطعیت در مؤلفه جانبی تکانه الکترون از مرتبه $\Delta p \cong (a/d)p$ است. پس حاصلضرب عدم قطعیت‌های مکان جانبی و تکانه جانبی برابر است با

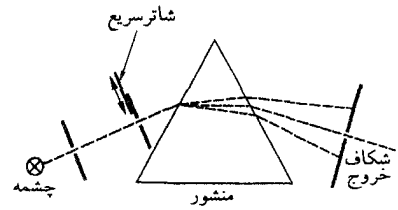
$$\Delta x \Delta p \cong \left(\frac{a}{d}\right) ap$$

با کوچک کردن a و بزرگ کردن d می‌توانیم این حاصلضرب را تا آنجا که می‌خواهیم کوچک، و بنابراین اصل عدم قطعیت را، که یکی از پایه‌های مکانیک کوانتومی است نقض کنیم.

آیا می‌توانید این استدلال را رد کنید؟ سعی کنید تمامی استدلالهای مخالف را، تا آنجا که ممکن است، در نظر بگیرید.

استدلال بالا یکی از استدلالهایی است که از طریق رابطه عدم قطعیت علیه مکانیک کوانتومی مطرح شده است. اکنون شما باید به‌وضوح نشان بدهید که، تا زمانی که مقدمات مکانیک موجی قابل

۴. با توجه به بحث بخش ۲۹، فرض کنید دمای رشته 1000°C ، و پتانسیل شتاب دهنده 10^6 ولت است. دقت نسبی در تکانه الکترونیهای خروجی، یعنی q/p_0 را برآورد کنید. یک برآورد تقریبی کافی است. نظر خود را توضیح بدهید.



۵. اگر بتوانیم باریکه‌های الکترونی خیلی کم انرژی تولید کنیم، انجام آزمایشهای "ماکروسکوپیکی" پراش الکترون امکان‌پذیر می‌شود. فرض کنید می‌خواهیم یک باریکه با تکانه کاملاً مشخص، و با انرژی متوسط 1 eV تولید کنیم. مشکلات عملی انجام این کار را بررسی کنید. بدیهی است که یک رشته داغ با یک تک الکتروند شتاب‌دهنده مناسب نیست، اما شاید شما بتوانید روشهای دیگری پیدا کنید. در صورت موفقیت، این روشها و امکان عملی بودن آنها را از لحاظ فنی توضیح دهید.

۶. توری شکل مسئله ۵ فصل ۵ را در نظر بگیرید. فرض کنید که این توری بینهایت طولیل نیست، و فقط N سوراخ دارد. در این صورت توری دقیقاً تناوبی نیست، و در نتیجه باریکه‌های پراشیده پاشیدگی زاویه‌ای دارند. می‌توانیم این موضوع را به صورت زیر توضیح بدهیم: تکانه مشخصه کمینه‌ای که به توری منتقل می‌شود دیگر دقیقاً $2\pi/a$ نیست، بلکه فقط در محدوده عدم قطعیت Δq تعیین می‌شود. سعی کنید رابطه‌ای میان N و Δq پیدا کنید. شکل را 90° بچرخانید و آن را با شکلهای ۵ الف ب ج د همین فصل مقایسه کنید: ممکن است این مقایسه ایده‌ای به شما بدهد. با استفاده از این نتیجه رابطه‌ای برای عدم قطعیت در زوایایی که در آنها پرتوهای پراشیده مختلف ظاهر می‌شوند استخراج کنید.

۷. یک باریکه تقریباً تکفام نور را که از یک چشمه پایا خارج می‌شود در نظر بگیرید. حالت مجهول قطبش این باریکه را از طریق اندازه‌گیریهایی که با شرایط زیر انجام می‌دهید تعیین کنید.

(الف) فرض کنید یک افزونگر فوتونی و چند صافی ایده‌آل قطبش در اختیار دارید. کمترین تعداد اندازه‌گیریهایی شدنی که شما برای تعیین حالت قطبش این باریکه باید انجام دهید چندتا است؟

(ب) فرض کنید یک افزونگر فوتونی، دو فیلم مشابه پولاروید، و یک صفحه ربع‌موج در اختیار دارید. تنها به کمک این تجهیزات، چگونه می‌توانید حالت قطبش باریکه را تعیین کنید؟ در این مورد، نباید فرض کنید که پولاروید یک صافی قطبش ایده‌آل است.

۸. شکل مقابل طرح‌واره آزمایش دو شکاف مضاعف را که در بخشهای ۴۱ تا ۴۳ بررسی شد نشان می‌دهد. صافیهای ایده‌آل قطبش در مقابل شکافها، چشمه، و آشکارساز قرار دارند (یا ندارند). فرض می‌کنیم

شکل مربوط به مسئله ۴. در این مسئله مؤلف می‌کوشد باز هم اصل عدم قطعیت را نقض کند. منشور، نماد یک طیف‌سنج با قدرت تفکیک خیلی زیاد است که برای انتخاب یک گستره بسامد فوق‌العاده باریک از نور عبوری به کار رفته است. نور فرودی با یک بست‌آور سریع کنترل می‌شود. مؤلف معتقد است که تب نور خارج شده از شکاف خروجی را می‌توان هم از لحاظ بسامد و هم از لحاظ زمان به‌طور دلخواه معین کرد. کجای این استدلال غلط است؟

$$\frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} = -0.75^{\circ}$$

سرعت تب نور عبور کرده از بست‌آور را می‌توان با بست‌آور دیگری که در فاصله معینی از اولی قرار دارد و با اندکی تأخیر باز می‌شود اندازه گرفت.

۳. در اینجا مؤلف ایده جدیدی را برای نقض اصل عدم قطعیت بسامد-زمان مطرح می‌کند. دستگاه لازم به صورت خیلی طرح‌وار در شکل نشان داده شده است. نور تقریباً تکفام از طریق شکاف سمت چپ که مجهز به یک بست‌آور فوق‌العاده سریع است وارد می‌شود. در اینجا به مشکلات صرفاً فنی مربوط کاری نداریم و فرض می‌کنیم که می‌توانیم بست‌آور را برای یک مدت زمان فوق‌العاده کوتاه باز کنیم تا یک تب نوری کاملاً مشخص به طیف‌سنج که در شکل به صورت نمادی با منشور نشان داده شده است بتابد. البته این نور دیگر تکفام نیست بلکه، همان‌طور که در مسئله ۲ بحث شد، بسامد آن مقداری پاشیدگی پیدا می‌کند. اما ما می‌توانیم طیف‌سنج را به یک شکاف خروجی باریک مناسب، که در سمت راست شکل دیده می‌شود، مجهز کنیم و از این طریق قسمتی از نور را انتخاب کنیم که طول موج آن در یک گستره فوق‌العاده باریک قرار بگیرد. بنابراین، نور خارج شده از شکاف خروجی را می‌توانیم تا آنجا که بخواهیم تکفام کنیم؛ در این صورت عدم قطعیت در بسامد نیز به همین نسبت کوچک می‌شود. از طرف دیگر زمان دوام تب را می‌توانیم به‌کمک بست‌آور هرچقدر که می‌خواهیم کوتاه کنیم. بنابراین، برعکس اصل عدم قطعیت، زمان دوام تب فوق‌العاده کوتاه و بسامد آن فوق‌العاده دقیق است. آیا شما می‌توانید سفسطه این استدلال را پیدا کنید؟

در آن شمارنده دو رویداد را به صورت دو رویداد مجزا ثبت می‌کند، زمان تفکیک شمارنده می‌نامیم. زمان تفکیک را می‌توانیم به صورت زیر تعیین کنیم. دو چشمه پرتوهای ۱ و ۲ را در فاصله‌ای از شمارنده قرار می‌دهیم که آهنگ شمارش تقریباً یکسانی در شمارنده تولید کنند. فرض کنید N_0 آهنگ شمارش در نبود هر دو چشمه، N_1 آهنگ شمارش با حضور چشمه ۱ و N_2 آهنگ شمارش با حضور چشمه ۲، و N_{12} آهنگ شمارش با حضور هر دو چشمه باشد. ترتیبی می‌دهیم که N_{12} خیلی کوچک‌تر از $1/t$ باشد، اگرچه در مقایسه با آن قابل چشم‌پوشی نباشد. وانگهی فرض می‌کنیم که N_0 از N_1 یا N_2 یا N_{12} کوچک‌تر است. نشان بدهید که می‌توان t را از روی اندازه‌های این چهار آهنگ تعیین و رابطه‌ای برای آن برحسب N_0 ، N_1 ، N_2 ، و N_{12} به دست آورد.

توجه کنید که در یک شمارنده ایده‌آل، و در حالی که آهنگ شمارش زمینه وجود ندارد، داریم $N_{12} = N_1 + N_2$.

منابع برای مطالعه بیشتر

۱. بهتر است خواننده مطالب نظری این بخش را با کار کردن با شمارنده‌های واقعی و تجهیزات وابسته تکمیل کند.
الف) فصل ۵، د. هالیدی: فیزیک هسته‌ای مقدماتی، (John Wiley and Sons, Inc., 1950)، به آشکارسازی ذرات باردار و فوتونها اختصاص دارد. در این فصل، انواع مختلف شمارنده‌ها، و تجهیزات الکترونیکی وابسته، بررسی شده است.
ب) در مرجع (الف) تحلیل آماری داده‌های شمارنده آمده است. این موضوع به صورتی ساده و روشن در مرجع زیر نیز بررسی شده است:

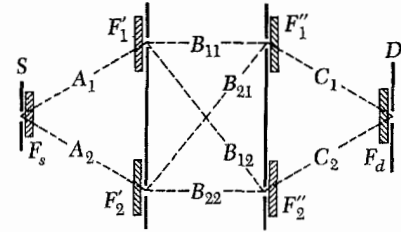
L. J. Rainwater and C. S. Wu: "Applications of Probability Theory to Nuclear Particle Detection," *Nucleonics* vol. 1, no. 2, 60, (1947).

ج)

G. D. Rochester and J. G. Wilson: *Cloud Chamber Photographs of the Cosmic Radiation* (Academic Press, Inc., New York, 1952).

مطالعه این کتاب و تصویرهای بسیار جالب آن واقعاً مفید است. (د) در فصل سوم کتاب زیر، یک بحث مقدماتی در مورد آشکارسازی ذرات آمده است.

D. H. Frisch and A. M. Thorndike: *Elementary Particles* (D. van Nostrand Company, Inc., 1964).



شکل مربوط به مسئله ۸. این شکل طرح‌واره آزمایش دو شکاف مضاعف شکل ۴۱ الف را نشان می‌دهد. صافیهای ایده‌آل قطبش می‌توانند شکافهای مختلف را بیوشانند. مسئله عبارت است از تعیین این احتمال که، با ترکیبات مختلف صافیها، فوتونی که از طریق شکاف در S وارد می‌شود از طریق شکاف در D خارج شود. اعداد C_m ، B_{mn} ، A_m دامنه‌های انتقال در نبود صافیها هستند. فرض می‌کنیم که دامنه‌های انتقال به حالت قطبش بستگی ندارند.

دامنه‌های انتقالی بحث‌شده در بخشهای ۴۱ تا ۴۳ از حالت قطبش مستقل هستند و چشمه، نور ناقطبیده گسیل می‌کند. با استفاده از ترکیبات مختلف صافیهای قطبش جدول زیر، روابطی شبیه به رابطه (۴۳ ب) برای احتمال اینکه فوتونی که در S از طریق شکاف وارد می‌شود در D از طریق شکاف خارج شود استخراج کنید.

F_s	F_1'	F_2'	F_1''	F_2''	F_d
abs	H	V	abs	abs	abs
LC	H	V	abs	abs	abs
LC	H	V	abs	abs	RC
LC	H	V	RC	LC	H
abs	H	abs	abs	H	abs

در این جدول "abs" به این معنی است که صافی وجود ندارد، H به معنی قطبی کن افقی، V به معنی قطبی کن قائم، LC به معنی قطبی کن دایره‌ای چپ، و RC به معنی قطبی کن دایره‌ای راست است.

۹. در اینجا تفاوت میان یک شمارنده ایده‌آل و یک شمارنده معمولی را بررسی می‌کنیم. متأسفانه شمارنده‌های معمولی حتی زمانی که رویداد تحت مطالعه به وقوع نمی‌پیوندد نیز کار می‌کنند و گاهی هم در مواقع لازم هیچ شمارشی را ثبت نمی‌کنند. آهنگ شمارش شمارنده وقتی چشمه خاموش است را آهنگ زمینه می‌گویند. یک چشمه شمارشهای زمینه تابش کیهانی است که همیشه حضور دارد. وانگهی، وقتی دو رویداد با فاصله زمانی خیلی کوتاهی به وقوع می‌پیوندند، شمارنده معمولی آنها را فقط به صورت یک رویداد ثبت می‌کند. کمترین زمان t_0 را که

(ج)
G. K. O'Neill, "The Spark Chamber," Aug. 1962, p. 36.

(د)
H. Yagoda, "The Tracks of Nuclear Particles," May 1956, p. 40.

(ه)
D. A. Glaser, "The Bubble Chamber," Feb. 1955, p. 46.

(و)
D. E. Yount, "The Streamer Chamber," Oct. 1967, p. 38.

(ه) برای یک مجموعه تصویر برجسته‌نما از اتاقک حباب، مرجع زیر را ملاحظه کنید:

Introduction to the Detection of Nuclear Particles in a Bubble Chamber, University of California. Berkeley, Ealing Press, 1964.

۲. مقالات چاپ‌شده در ساینتیفیک امریکن:

(الف)
O. M. Bilaniuk, "Semiconductor Particle-Detectors," Oct. 1962, p. 78.

(ب)
G. B. Collins, "Scintillation Counters," Nov. 1953, p. 36.



مکانیک موجی شرودینگر

معادله موج غیرنسبیتی شرودینگر

۱. اکنون توجه خود را به یک نظریه پدیده شناختی معطوف می‌کنیم که نقش فوق‌العاده مهمی در پیشرفت فیزیک کوانتومی ایفا کرده است. این نظریه همان معادله شرودینگر است که نخستین بار در سال ۱۹۲۶ توسط اروین شرودینگر^۱ بعد از ابداع مکانیک ماتریسی هایزنبرگ، ساخته و پرداخته شد. این دو نظریه اولین صورتبندیهای کمی برخی از اصول مکانیک کوانتومی بودند.

ما در این کتاب نظریه شرودینگر را مورد بحث قرار می‌دهیم، چون می‌خواهیم ببینیم که یک نظریه موجی در عمل چگونه به‌کار می‌رود و با چنین نظریه‌ای، کمیتها را به چه نحو می‌توان محاسبه کرد. به این منظور، نظریه غیرنسبیتی شرودینگر را به‌عنوان نمونه‌ای برای نظریه موجی انتخاب کرده‌ایم، چون این نظریه از بسیاری جهات خیلی ساده‌تر است.

۲. نظریه معادله شرودینگر (به‌معنی اخص آن) مبتنی بر چند تقریب است که ما به دوتای آنها اشاره می‌کنیم:

۱. از پدیده‌های آفرینش و نابودی صرف نظر می‌شود، و در هر وضعیت معین فیزیکی فرض می‌شود که تعداد هر یک از انواع ذرات، در مدتی که فرایند صورت می‌گیرد، ثابت می‌ماند.

۲. فرض می‌شود سرعتها آنقدر کم‌اند که تقریب غیرنسبیتی را بتوان به‌کار برد؛ سراسر این مبحث غیرنسبیتی است.

ما این دو فرض را تقریبهای "شدید" می‌دانیم، زیرا (به لحاظ

تجربی) معلوم است که پدیده‌های آفرینش و نابودی در طبیعت رخ می‌دهند و همچنین می‌دانیم که در یک نظریه بنیادی باید واقعیتهای نسبیت خاص را نیز به حساب آورد.

دو فرض فوق، بی‌ارتباط با یکدیگر نیستند. به‌عنوان نمونه یک فرایند برخورد را در نظر بگیرید که در آن دو ذره با جرمهای مساوی به یکدیگر برخورد می‌کنند و سرعت هر ذره در سیستم مرکز جرم، نزدیک به سرعت نور است. در این شرایط ممکن است انرژی جنبشی موجود، برای ایجاد ذرات جدیدی با همان جرم یا شاید با جرمهای دیگر کافی باشد. از طرف دیگر، اگر سرعتها کوچک و در نتیجه انرژی جنبشی موجود کم باشد، وقوع پدیده آفرینش ذرات ممکن نخواهد بود: قانون پایستگی انرژی وقوع این پدیده را ممنوع می‌کند. تنها یک استثنای مهم بر این گفته وجود دارد. چون جرم سکون فوتون صفر است، فوتونها همیشه می‌توانند ایجاد یا نابود شوند (یعنی نور می‌تواند بتابد یا جذب شود)، حتی اگر همه ذرات دیگر که جرم سکونشان صفر نیست، با سرعتهای غیرنسبیتی حرکت کنند. در صورتی که نظریه شرودینگر را در معنای کلی‌تری فهمیده باشیم، توصیف پدیده‌های جذب و تابش نور را هم در آن وارد می‌کنیم. در آن صورت باید فرضهای فوق‌الذکر را به صورت زیر اصلاح کنیم:

1. E. Schrödinger, "Quantisierung als Eigenwertproblem," *Annalen der Physik* **79**, 361 (1926); **79**, 489 (1926); **80**, 437 (1920); **81**, 109 (1926).

می‌بریم، منظور ما شکل غیرنسبیتی آن است که مبتنی بر فرضهای مذکور است.

۳. در نخستین بخش این فصل، از نظریه شرودینگر به‌عنوان یک نظریه پدیده شناختی یاد کردیم. در توضیح این نکته می‌گوییم که به‌خوبی معلوم شده است که نظریه شرودینگر نمی‌تواند یک نظریه بنیادی باشد، و تعدادی از دلایل آن را ذکر کرده‌ایم. مایلم که خواننده این مسئله را به‌روشنی درک کند. نظریه معادله شرودینگر با نظریه کلی مکانیک کوانتومی یکی نیست.

با این حال، صریحاً می‌گوییم که ثابت شد وقتی نظریه شرودینگر در مورد اتمها و مولکولها به‌کار برود، بسیار موفق است، و آنچه را گفته شد نباید حاکی از کم ارزش بودن نظریه شرودینگر، به‌عنوان یک تقریب مفید، تلقی کرد.

۴. پیش از آنکه به خود معادله شرودینگر بپردازیم، سعی می‌کنیم دریابیم که چرا نظریه شرودینگر، که مبتنی بر دو فرض پیش گفته است، تا این اندازه برای اتمها، و مولکولها نتیجه‌بخش است. دلیل بنیادی این امر، "کوچک" بودن مقدار ثابت ساختار ریز ($\alpha \sim 1/137$) است. در فصل ۲ نتیجه گرفتیم که چون α خیلی کوچک‌تر از واحد است، اتمها و مولکولها ساختارهای سست پیوندی از ذرات کم سرعت‌اند. دانستیم که اگر بتوان از چیزی به اسم سرعت الکترون در اتم هیدروژن گفتگو کرد، این سرعت از مرتبه $c/137$ خواهد بود، که این مقدار مشخصه خارجی‌ترین الکترون دیگر اتمها نیز هست. سرعت هسته در مولکولها، از این هم کمتر است، بنابراین دومین فرضی که نظریه شرودینگر بر آن مبتنی است، به‌نحو قابل قبولی در حوزه اتمها و مولکولها صدق می‌کند.

۵. در مورد فرض اول، اشاره می‌کنیم به بحث کیفی فصل ۲ درباره انرژیهای گذار در فیزیک اتم و مولکول. انرژیهای مشخصه پیوند مولکولی و گذارهای نوری، نوعاً از مرتبه 1 eV تا 10 eV هستند. بالاترین انرژی مربوط به ساختار اتمی، انرژی پرتوهای x است که از عناصر سنگین گسیل می‌شود، و مقدار این انرژیها از 10^4 keV تجاوز نمی‌کند.

این انرژی را می‌توان با انرژی سکون الکترون، که برابر 0.5 MeV است، مقایسه کرد. هیچ ذره‌ای سبک‌تر از الکترون نیست (بجز فوتون که پذیرفتیم باید به شکل متفاوتی بررسی شود)، و الکترون نمی‌تواند به‌تنهایی در یک فرایند الکترومغناطیسی ایجاد شود، بلکه فقط همراه با پوزیترون به‌وجود می‌آید. ولی ایجاد یک زوج، احتیاج به انرژی 1 MeV دارد که از انرژیهای نوعی اتمی و مولکولی بسیار زیادتر



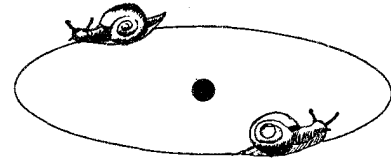
اروین شرودینگر. تولد ۱۸۸۷ در وین؛ درگذشت ۱۹۶۱. شرودینگر فیزیک را در دانشگاه وین خواند و در ۱۹۱۰ تحصیلاتش به پایان رسید. بعد از یک اقامت کوتاه در اشتراگارت و برسلاو، در زوریخ به مقام اسنادی فیزیک رسید. در ۱۹۲۷ در دانشگاه برلین جانشین پلانک شد. در ۱۹۳۳ آلمان را ترک کرد و بالاخره در انستیتو مطالعات پیشرفته در دوبلین مدیریت مدرسه فیزیک نظری را پذیرفت. در ۱۹۳۳ به دریافت جایزه نوبل نایل شد.

چهار مقاله شرودینگر که در آغاز این فصل به آنها اشاره شد، سهمی جاودانی در نظریه فیزیک دارند. در مدت بسیار کوتاهی بعد از کشف مکانیک موجی، پیشرفتهای عظیمی در فیزیک اتمی حاصل شد. خود شرودینگر در این تحولات نقش بسیار فعالی داشت.

۱*. فرض می‌شود که آفرینش و نابودی ذرات مادی اتفاق نمی‌افتد، در حالیکه فوتونها می‌توانند گسیل یا جذب شوند.

۲*. فرض می‌شود که تمام ذرات مادی با سرعتهای کم حرکت می‌کنند و بنابراین می‌توان آنها را به‌طور غیرنسبیتی توصیف کرد. فوتون، که هرگز نمی‌توان آن را به‌طور غیرنسبیتی توصیف کرد، به شکل خاصی بررسی می‌شود.

لازم به ذکر است که نظریه‌هایی وجود دارند که در آنها معادلات موج "نسبیتی" است و در نتیجه فرض دوم ما دیگر موگد نخواهد بود. معادله مشهور دیراک نمونه‌ای از چنین معادلاتی است. به‌علاوه خود معادله شرودینگر هم در شکل "نسبیتی" اش وجود دارد. ما در اینجا از این نظریه‌ها بحثی به میان نمی‌آوریم. وقتی از معادله شرودینگر نام



هرگونه کوششی برای نمایش تصویری اتم محکوم به شکست است. چنین تصویری چیزی را تداعی می‌کند که می‌توانیم عملاً با چشم ببینیم. اما رفتار اتم با هر چیز ماکروسکوپی یک معمولی آنچنان فرق دارد که نشان دادن آن مستقیماً ممکن نیست. با این همه، این مانع از آن نمی‌شود که ما بعضی از جنبه‌های اتم را با تصویر نشان بدهیم. یک تصویر طرح‌وار از این نوع، شباهت به نمایش اعمال پیچیده انسان به کمک کارتون دارد. اگر قراردادهایی که این تصویر بر آنها مبتنی است، به‌طور کلی درک شوند، تصویر می‌تواند حاوی پیامی نیز باشد.

نمایش اتم هلیوم به‌صورت بالا، چندان هم بی‌محتوا نیست. در اینجا به خواننده خاطر نشان می‌شود که در اتم‌های (سبک) الکترون‌ها به‌آهستگی حرکت می‌کنند و به همین خاطر است که نظریه غیرنسبیتی شرودینگر قابل استفاده است. در این شکل منظور دیگری نیز نهفته است. هر وقت خواننده تصویری را می‌بیند که به قصد نمایش یک اتم، هسته، یا مولکول رسم شده است، باید مدل ویچمن و این گفته‌ها را جمع به نمایشهای تصویری را به‌یاد بیاورد.

است. (ممکن است خواننده اعتراض کند که نوترینو با جرم سکون صفر، در واقع از الکترون سبک‌تر است. ولی برهم‌کنش نوترینو با دیگر ذرات بسیار ضعیف است و برهم‌کنشهای نوترینو در مقایسه با برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی قابل چشم‌پوشی است. در فیزیک اتمی و مولکولی می‌توانیم نوترینو را ندیده بگیریم.)

۶. الکترودینامیک کوانتومی، به‌عنوان نمونه‌ای از نظریه میدان کوانتومی، می‌تواند نظریه "صحیح" اتم و مولکول باشد. نظریه شرودینگر را که در این قلمرو به‌کار می‌رود، می‌توان اولین تقریب این نظریه "صحیح" تلقی کرد. اگر پیشگوییهای الکترودینامیک کوانتومی را با پیشگوییهای نظریه شرودینگر مقایسه کنیم می‌توانیم مستقیماً درستی نظریه اخیر را بررسی کنیم. نتیجه کلی این مطالعات، آن است که نظریه شرودینگر، اصلی‌ترین جنبه‌های ساختار اتمی و مولکولی را به‌صورت صحیحی توضیح می‌دهد. بیان ریاضی این مطلب چنین است: بسیاری از رابطه‌های نظری برای کمیت‌های اتمی و مولکولی، مثل انرژی حالت‌های مانا، طول موج خطوط تابش شده، طول عمر حالت‌های برانگیخته، پارامترهای هندسی مولکولها و غیره را می‌توان برحسب توانهای ثابت ساختار ریز (α) بسط داد. نظریه شرودینگر جمله اصلی این بسطها را به‌درستی به‌دست می‌دهد. جملات مرتبه بالاتر را می‌توان "تصحیح نسبیتی" دانست. این تصحیحات، به‌دلیل کوچک بودن α ، عموماً کوچک‌اند.

۷. اکنون سعی می‌کنیم نظریه شرودینگر را برای یک وضعیت فیزیکی بسیار ساده، یعنی حرکت یک ذره، مثلاً یک الکترون، در میدان یک نیروی خارجی فرمولبندی کنیم. البته باید اطمینان داشت که نظریه شرودینگر بسیار کلی‌تر است، و می‌توان آن را برای توصیف حرکت هر تعداد ذره که متقابلاً با یکدیگر برهم‌کنش دارند، به‌کار برد. ولی برای درک خصوصیات کلی این نظریه باید از ساده‌ترین موارد آغاز کنیم. ابتدا وضعیتی را در نظر می‌گیریم که حتی از این هم ساده‌تر باشد،

یعنی یک ذره تنها که در غیاب هرگونه نیروی خارجی حرکت می‌کند: در این مورد، از ذره آزاد صحبت می‌کنیم. نظریه شرودینگر به یک معادله موج به‌نام معادله شرودینگر، مربوط است که امواج دوبروی وابسته به ذرات را توصیف می‌کند. چنین معادله‌ای را در بخش ۳۷ از فصل ۵ به‌دست آوردیم: همان معادله کلاین-گوردون. این معادله از لحاظ نسبیتی تغییرناپذیر است: صرف نظر از اینکه ذره آهسته حرکت کند یا سریع، این معادله صدق می‌کند و در تمام چارچوبهای مرجع لخت یکسان است. ما در اینجا می‌خواهیم آن معادله را براساس اصولی که نظریه شرودینگر روی آنها بنا شده است، اصلاح کنیم: به این معنی که می‌خواهیم یک تقریب غیرنسبیتی به‌کار بگیریم. به‌علاوه، تعبیر فیزیکی مشخصی از تابع موج $\psi(x, t)$ که موج دوبروی را توصیف می‌کند، به‌دست خواهیم داد.

۸. در فصل ۵، یک تعبیر نه‌چندان دقیق از تابع موج ارائه کردیم: "امکان یافته شدن ذره در ناحیه‌هایی بیشتر است که در آنجا دامنه $\psi(x, t)$ بزرگ باشد". در اینجا فرض خاصی را مطرح می‌کنیم تا این نظر دقیق‌تر شود.

تابع موج شرودینگر $\psi(x, t)$ ، یعنی دامنه موج دوبروی در نظریه شرودینگر، توزیع احتمال ذره در فضا و زمان را به‌صورت زیر بیان می‌کند. اگر سعی کنیم از طریق اندازه‌گیری موقعیت ذره، محل آن را در لحظه معینی از زمان پیدا کنیم، احتمال یافتن ذره در ناحیه کوچکی با حجم $d^3(x)$ در نقطه x را در برمی‌گیرد، متناسب است با $|\psi(x, t)|^2 d^3(x)$. در نتیجه چگالی احتمال متناسب است با مجذور مطلق تابع موج.

این فرض، مشخصه نظریه شرودینگر است و در آن نقش اساسی دارد. اگر بخواهیم محاسبات ما دقیق باشد طبعاً باید تعبیری از تابع موج ارائه بدهیم و تعبیر احتمالی که در بالا آن را فرمولبندی کردیم هم مناسب و هم از لحاظ فیزیکی روشن و گویاست. این نظر عمیق و مهم، نخستین بار توسط ماکس بورن مطرح شد.^۱

1. M. Born, "Quantenmechanik der Stossvorgänge," *Zeitschrift für Physik* 38, 803 (1926).



ماکس بورن. متولد ۱۸۸۲ در برسلو در آلمان (لهستان کنونی). بورن ابتدا به تحصیل ریاضیات در برسلو؛ هایدلبرگ، زوریخ، و گوتینگن پرداخت ولی بعداً رشته تحصیلی خود را به فیزیک تغییر داد. در ۱۹۲۱ به مقام استادی فیزیک نظری در دانشگاه گوتینگن منصوب شد. در سال ۱۹۳۳ آلمان را ترک کرد و بعد از سه سال اقامت در کمبریج به مقام استادی فلسفه طبیعی در دانشگاه ادینبورگ رسید. در سال ۱۹۵۳ بعد از کناره‌گیری. به آلمان بازگشت. در ۱۹۵۴ برنده جایزه نوبل شد.

بورن علاوه بر زمینه‌های دیگر فیزیک، سهم مهمی در پیشرفت مکانیک ماتریسی و نیز مکانیک موجی داشت. تعبیر احتمالی او از مکانیک کوانتومی بسیار حائز اهمیت و قابل ذکر است. این تعبیر یک گام اساسی بود که می‌بایست قبل از آنکه تعبیر فیزیکی سازگار و منسجمی از نظریه ارائه شود برداشته می‌شد.

عامل اول را با $\psi_S(\mathbf{x}, t)$ نشان می‌دهیم

$$\psi_S(\mathbf{x}, t) = \exp\left(\frac{i\mathbf{x}\cdot\mathbf{p}}{\hbar} - \frac{itp^2}{2m\hbar}\right) \quad (۱۰)$$

پس داریم

$$\psi_B(\mathbf{x}, t) = \psi_S(\mathbf{x}, t) \exp\left(-\frac{itmc^2}{\hbar}\right) \quad (۱۰)$$

و از آنجا

$$|\psi_B(\mathbf{x}, t)|^2 = |\psi_S(\mathbf{x}, t)|^2 \quad (۱۰)$$

همان‌طور که از معادله (۱۰) دیده می‌شود، تفاوت دو تابع موج ψ_B و ψ_S تنها در یک ضریب مختلط با مدول واحد است و این

۱. ما در این فصل یکاهای MKS یا cgs را به کار می‌بریم.

۹. تابع موج شرودینگر، تابعی است مختلط از مکان و زمان، که در معادله (خطی) شرودینگر که به زودی آن را خواهیم نوشت، صدق می‌کند. هر تابع موج مشخص، به یک حالت حرکت مشخص ذره مربوط می‌شود. در اینجا باید اشاره کنیم که اگر $\psi(\mathbf{x}, t)$ یک تابع موج ممکن باشد، تابع $e^{i\theta}\psi(\mathbf{x}, t) = \psi_1(\mathbf{x}, t)$ نیز یک تابع ممکن است، که در آن θ یک ثابت حقیقی است. از این گذشته و مهم‌تر، توزیعهای احتمالی که با ψ و ψ_1 تعریف می‌شوند، یکسان‌اند؛ یعنی اینکه دو تابع موج ψ و ψ_1 ، هر دو یک حالت حرکت ذره را بیان می‌کنند. این مطلب را می‌توان به این صورت گفت: به هر تابع موج یک حالت منحصر به فرد از حرکت ذره مربوط می‌شود. عکس این امر درست نیست، یک حالت معین از حرکت ذره، یک تابع موج شرودینگر را تنها با ضریب ثابت مختلطی که مدول آن برابر واحد است (یعنی قدر مطلق آن ۱ است) مشخص می‌کند دو تابع موج که فقط در چنین ضریبی با یکدیگر فرق دارند به یک حالت فیزیکی مربوط می‌شوند.

۱۰. فرض می‌کنیم جرم ذره m باشد. موج تختی با تکانه \mathbf{p} را در نظر می‌گیریم. انرژی ذره از رابطه زیر به دست می‌آید^۱

$$E = \sqrt{m^2 c^2 + c^2 p^2} \quad (۱۰ الف)$$

اکنون تقریب غیرنسبیتی را به کار می‌گیریم و فرض می‌کنیم سرعت ذره خیلی کمتر از سرعت نور است. معنی این تقریب آن است که در معادله (۱۰ الف) جمله $(cp)^2$ از جمله $(mc^2)^2$ خیلی کوچک‌تر است. بنابراین می‌توانیم رادیکال رابطه (۱۰ الف) را بسط بدهیم و فقط دو جمله اول را نگاه داریم

$$E \cong mc^2 + \frac{p^2}{2m} \quad (۱۰ ب)$$

جمله اول (۱۰ ب) انرژی سکون ذره و جمله دوم بیان غیرنسبیتی برای انرژی جنبشی آن است.

تابع موج دو بروی متناظر که آن را با $\psi_B(\mathbf{x}, t)$ نشان می‌دهیم، به‌طور تقریبی چنین است

$$\psi_B(\mathbf{x}, t) = \exp\left(\frac{i\mathbf{x}\cdot\mathbf{p}}{\hbar} - \frac{itp^2}{2m\hbar}\right) \exp\left(-\frac{itmc^2}{\hbar}\right) \quad (۱۰ ج)$$

در اینجا ما تابع موج را به صورت حاصل ضرب دو عامل نوشته‌ایم.

غیرنسبیتی) در رابطه (۱۰ج) آمده، عبارت است از

$$v_f \cong \frac{mc^2}{p} + \frac{p}{2m} \quad (۱۲ب)$$

ممکن است به فکر بیفتید که چرا دو سرعت فاز v_f و $v_{f'}$ مساوی نیستند، در صورتی که فرض می‌شود دو نوع موج ψ_S و ψ_B هر دو یک وضعیت فیزیکی را بیان می‌کنند. ولی جای نگرانی نیست: سرعت فاز همان سرعت ذره نیست و در واقع به هیچ چیزی که مستقیماً قابل مشاهده باشد مربوط نمی‌شود. سرعت گروه v برای موج شرودینگر از رابطه

$$\frac{1}{v} = \frac{dk}{d\omega} = \frac{m}{p} \quad (۱۲ج)$$

به دست می‌آید و در حقیقت سرعت ذره این مقدار است. ما قبلاً در فصل ۵ نشان دادیم که سرعت گروه برای یک موج دوبروی نیز برابر سرعت ذره است، بنابراین دو نوع موج با سرعت‌های گروه برابر، منتشر می‌شوند.

۱۳. اکنون یک گام جلوتر می‌رویم و حرکت ذره را در یک میدان نیروی خارجی مشتق از پتانسیل بررسی می‌کنیم. انرژی پتانسیل ذره را با $V(x)$ نمایش می‌دهیم: پتانسیل تابع مکان است ولی تابع زمان نیست.

خواننده ممکن است تردید کند که آیا می‌توان در مکانیک کوانتومی برای توصیف نیروهایی که بر ذره اثر می‌کنند، یک پتانسیل معرفی کرد. البته نیروی وارد بر ذره مربوط به حضور ذرات دیگر است و به اقتضای سازگاری، این ذرات دیگر نیز باید به صورت کوانتومی توصیف شوند. در یک وضعیت فیزیکی معین، تمام ذرات باید به صورت امواج توصیف شوند، یعنی یک نظریه بنیادی برای برهم‌کنش ذرات باید نظریه‌ای باشد که برهم‌کنش میان امواج دوبروی ذرات را بیان کند. در نظریه میدان کوانتومی سعی بر آن است که به چنین توصیف بنیادی پرداخته شود. به موجب این نظریه، موج دوبروی یک الکترون با میدان الکترومغناطیسی کوانتیده برهم‌کنش می‌کند و این میدان نیز به نوبت خود می‌تواند با موج دوبروی یک پروتون برهم‌کنش کند. به این ترتیب برهم‌کنش الکترومغناطیسی یک الکترون و یک پروتون غیرمستقیم انجام می‌شود؛ میدان الکترومغناطیسی کوانتیده، واسطه این برهم‌کنش می‌شود، و ما برای بیان این مطلب می‌گوییم که برهم‌کنش از مبادله فوتونها ناشی می‌شود (این شکل بیان مناسبی برای این منظور است). ولی در این فصل در چارچوب تقریب‌هایی که مشخصه نظریه شرودینگرند عمل می‌کنیم: ما نه با یک نظریه بنیادی، بلکه با یک

ضریب مستقل از حالت حرکت ذره، یعنی مستقل از p است. مجذور مطلق دو تابع موج در همه جا و در همه زمانها یکسان است. برای توصیف توزیع احتمال ذره، می‌توانیم تابع موج ψ_S را به کار ببریم، درست همان طور که می‌توانیم از تابع موج "صحیح" دوبروی (ψ_B) استفاده کنیم. این دقیقاً همان کاری است که در نظریه شرودینگر انجام می‌شود، و ψ_S که با رابطه (۱۰د) داده شده، تابع موج شرودینگری است که یک ذره آزاد با تکانه کوچک p را توصیف می‌کند. این قرارداد تنها به خاطر سهولت است: چرا باید ضریب $\exp(-itmc^2/\hbar)$ را در محاسبات دخالت بدهیم، وقتی که در نهایت "هیچ اثر فیزیکی ندارد؟

۱۱. یک موج شرودینگر دلبخواه را می‌توان از برهم‌نهی امواج شرودینگر تخت از نوع (۱۰د) به دست آورد. برای یافتن معادله موجی که همه موجهای شرودینگر در آن صدق کنند، نظیر بخش ۳۷ فصل ۵ عمل می‌کنیم. به عبارت دیگر، ساده‌ترین معادله موج خطی را پیدا می‌کنیم که همه توابع موج تخت در آن صدق کنند. به دست آوردن این معادله، کاملاً شبیه بحث فصل ۵ است و نتیجه می‌گیریم که

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, t) \quad (۱۱الف)$$

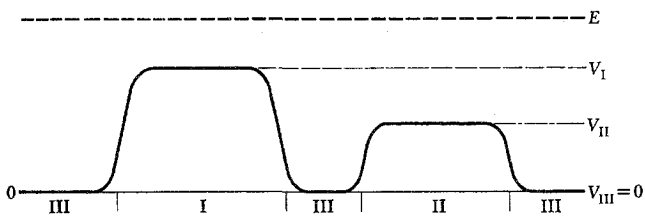
که در آن شاخص S را از تابع موج حذف کرده‌ایم: از این پس فقط با تابع موج شرودینگر به صورت $\psi_S(x, t) = \psi(x, t)$ سروکار خواهیم داشت.

معادله (۱۱الف) معادله موج شرودینگر برای ذره آزاد است و حرکت چنین ذره‌ای را با تقریب غیرنسبیتی توصیف می‌کند. از مقایسه (۱۱الف) با معادله نسبیتی (۳۷ه) در فصل ۵ درمی‌یابیم که معادله (۱۱الف) تنها مشتق اول نسبت به زمان را دربر دارد. همچنین سرعت نور در این معادله دیده نمی‌شود که این امر با سرعت غیرنسبیتی نظریه شرودینگر سازگار است.

۱۲. موج تخت (۱۰د) را که پاسخ معادله شرودینگر (۱۱الف) است، در نظر بگیرید. سرعت فاز این موج ($v_{f'}$) چنین است

$$\omega = \frac{p^2}{2m\hbar}, \quad k = \frac{p}{\hbar} \quad \text{که در آن} \quad v_{f'} = \frac{\omega}{k} = \frac{p}{2m} \quad (۱۲الف)$$

از طرف دیگر سرعت فاز موج دوبروی، v_f ، که (با تقریب



شکل ۱۵ الف روش ما برای "استنتاج" معادله شرودینگر آن است که ابتدا معادلاتی را بنویسیم که یک موج در ناحیه‌های I, II و III منطقاً باید از آنها تبعیت کند. (در این نواحی پتانسیل ثابت است.) به آسانی می‌بینیم که معادلات (۱۶ ج)، (۱۶ ه) و (۱۶ و) باید برقرار باشند، سپس با "چشم‌بندی" آنها را در یک معادله واحد (۱۷ الف) که همان معادله شرودینگر است، ادغام می‌کنیم.

در این شکل، پتانسیل با خط‌پر نشان داده شده است. فرض شده است که انرژی E از پتانسیل هر سه ناحیه بزرگ‌تر است. مقدار انرژی با خط‌چین کلفت نشان داده شده است که در بالای منحنی پتانسیل قرار دارد.

$V_{III} = 0$ است. طرحی از این وضعیت در شکل ۱۵ الف نشان داده شده است که در آن خط‌پر، پتانسیل را به صورت تابعی از مکان نشان می‌دهد.

حال ذره‌ای را تصور کنید که با انرژی کل غیرنسبیتی E در این میدان پتانسیل نیرو حرکت می‌کند. چون بحث ما غیرنسبیتی است، E مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی ذره است؛ انرژی سکون mc^2 در این مورد دخالتی ندارد. مطابق مکانیک کلاسیک، انرژی جنبشی ذره در ناحیه III، E ، در ناحیه I، $(E - V_I)$ و در ناحیه II، $(E - V_{II})$ است. رابطه میان انرژی جنبشی (جنبشی E) و تکانه (p) به صورت زیر است

$$E_{\text{جنبشی}} = \frac{p^2}{2m} \quad (\text{الف } 15)$$

در شکل ۱۵ الف، انرژی کل با خط‌چین نشان داده شده است. فعلاً فرض می‌کنیم انرژی کل در همه جا از انرژی پتانسیل بیشتر است.

۱۶. اکنون رفتار یک موج شرودینگر وابسته به یک ذره را بررسی می‌کنیم. بسامد موج (ω) با رابطه $E = \hbar\omega$ به انرژی مربوط می‌شود. بنابراین تابع موج منحصراً با ضریب $\exp(-itE/\hbar)$ به زمان t بستگی دارد. در نتیجه، موج شرودینگری که وابسته به یک ذره در حال حرکت با انرژی E است، در رابطه زیر صدق می‌کند

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{x}, t) = E\psi(\mathbf{x}, t) \quad (\text{الف } 16)$$

نظریه پدیده‌شناختی سروکار داریم. فقط می‌خواهیم حرکت یک ذره منفرد را بررسی کنیم پس منطقی است که اثر تمام ذرات دیگر را با یک پتانسیل مؤثر $V(\mathbf{x})$ نشان بدهیم، به علاوه، منطقی است که در انتخاب این پتانسیل، از قرائن کلاسیک کمک بگیریم.

اگر حرکت ذره بارداری را در یک میدان الکتریکی ماکروسکوپی که توسط چند رسانای متصل به باتری ایجاد شده است، در نظر بگیریم، وارد کردن تابع پتانسیل به سادگی قابل توجه خواهد بود. می‌دانیم که در این مورد می‌توانیم حرکت الکترون را با دقت بسیار خوبی توسط نظریه کلاسیک تشریح کنیم، و نوع مسیرها را پتانسیل الکتروستاتیکی‌ای که از روی سیستم رساناها تعریف می‌شود، تعیین می‌کند. به زبان نظریه میدان کوانتومی، الکترون با تمام ذرات باردار رساناها مبادله فوتون می‌کند. باید روشن باشد که اثر خالص این "مبادلات فوتونی" را می‌توان برحسب یک پتانسیل الکتروستاتیکی که الکترون در فضا با آن "مواجه می‌شود" توصیف کرد.

۱۴. وارد کردن تابع پتانسیل مؤثر در نظریه شرودینگر، از بسیاری جهات، شبیه به وارد کردن ضریب شکست در اپتیک کلاسیک است. می‌دانیم که در مقیاس میکروسکوپی، شیشه ماده همگنی نیست بلکه از اتمها ساخته شده است. چنانچه بخواهیم انتشار موج نور (یک فوتون) را در شیشه به طریقی بنیادی توصیف کنیم، باید برهم‌کنش آن را با تک‌تک اتمهای موجود در آن شیشه در نظر بگیریم. از طرف دیگر، اگر به یک توصیف پدیده‌شناختی از چگونگی انتشار نور در شیشه (که ممکن است قسمتی از یک سیستم اپتیکی باشد) اکتفا کنیم، می‌توانیم اثر تمامی برهم‌کنشهای بنیادی را به کمک یک ضریب شکست مؤثر بیان کنیم. همان‌طور که گفتیم میان این ضریب شکست و پتانسیل در نظریه شرودینگر شباهتی وجود دارد که به خاطر سپردن آن به درک نظریه شرودینگر کمک خواهد کرد. یادآوری می‌کنیم که بیان خواص الکترومغناطیسی جامدات از طریق ضریب شکست نیز محدودیتهای خود را دارد. نظیر این، وضعیتهای فیزیکی هستند که در آنها برهم‌کنش میان ذرات بنیادی را به هیچ وجه نمی‌توان توسط یک تابع پتانسیل بیان کرد؛ تابع پتانسیل تنها در وضعیتهایی معنی دارد که دو فرض مقدماتی نظریه شرودینگر درست باشند.

۱۵. ناحیه مسدودی در فضا (ناحیه I) را در نظر بگیرید که در داخل آن انرژی پتانسیل ذره V_I است. فرض کنید ناحیه مسدود دیگری (ناحیه II) در فضا باشد که انرژی پتانسیل در آن V_{II} است. همچنین فرض کنید که در مرزهای این ناحیه‌ها پتانسیل سریعاً به صفر سقوط می‌کند. خارج از این دو ناحیه را ناحیه III می‌نامیم و فرض می‌کنیم

بگنجانیم، که در آن $V(x)$ تابع پتانسیلی است که در سه ناحیه مقادیر V_I ، V_{II} و $V_{III} = 0$ را اختیار می‌کند. ولی باید توجه داشت که تاکنون در مورد شکل معادله دیفرانسیل "صحیح" برای مرز این ناحیه‌ها، که پتانسیل در آنها به سرعت تغییر می‌کند استدلالی نکرده‌ایم، و به همین جهت معلوم نیست که معادله (۱۷الف) در همه جا برقرار باشد. در حقیقت، مؤلف می‌خواهد اعتراف کند که استدلال را طوری ترتیب

داده است که به این معادلات برسد، و شکل ۱۵الف را طوری رسم کرده است که خواننده باور کند که مثلاً معادله (۱۶ه) باید درست باشد. ولی در واقع در استدلال ما نقصی هست. وقتی ناحیه II، و در مقایسه با طول موج دوبروی در این ناحیه، خیلی بزرگ باشد، می‌توانیم نتیجه (۱۶ه) را کاملاً موجه بدانیم. رفتار موضعی موج در هر ناحیه نباید به پتانسیل جاهای دیگر بستگی داشته باشد، و رابطه میان طول موج و انرژی باید با فرضهای ما سازگار باشد. اما، اگر ناحیه II در مقایسه با طول موج کوچک باشد. یعنی اگر پتانسیل $V(x)$ در یک طول موج تغییر قابل ملاحظه‌ای داشته باشد، وضع فرق خواهد کرد. در این حالت، دیگر چگونگی بستگی مکانی موج به خوبی روشن نیست، چون "طول موج" در نقطه x ، آنچنانکه توسط رابطه دوبروی برحسب انرژی جنبشی $[E - V(x)]$ تعریف می‌شود، تابع مکان است.

بنابراین معلوم نیست که معادله (۱۷الف) در هر جای فضا و برای هر تابع پتانسیل $V(x)$ ، معادله صحیحی باشد. با این همه، ما نیز به تبع شرودینگر فرض می‌کنیم که این معادله صحیح است، و به عنوان معادله‌ای که رفتار موج شرودینگر را بیان می‌کند، حداقل معادله‌ای است معقول، و باید آن را به طور مناسب بررسی کرد. به هر حال می‌خواستیم روشن کنیم که بحث ما اثبات درستی معادله (۱۷الف) نیست، بلکه بیشتر توجیه آن است. عملاً می‌توان این کار را به صورت بهتری نیز انجام داد. یک روش آن است که مسئله را از الکتروینامیک کوانتومی آغاز کنیم، که در این مورد می‌توان نشان داد معادله (۱۷الف)، همان طور که برای مسائل غیرنسبیتی اتم و مولکول به کار می‌رود، به عنوان تقریبی از فرمولبندی نظریه میدان مطرح می‌شود. روش دیگر، مطالعه منظم معادلات موج ممکن است که امکان یک تعبیر فیزیکی با معنی، از جمله تعبیر احتمالی بخش ۸ را فراهم می‌کنند. ما می‌خواهیم همین تعبیر تابع موج را در حالتی که ذره تحت اثر نیرو است به کار ببریم. می‌توان نشان داد که معادله (۱۷الف)، از یک لحاظ ساده‌ترین معادله موج برای مسئله کوانتومی "متناظر" با مسئله کلاسیک ذره متحرک در پتانسیل میدان نیروی $V(x)$ است. بررسی جزئیات این بحث ما را از مطلب بسیار دور خواهد کرد، از این رو براساس بحثی که کردیم. معادله (۱۷الف) را به عنوان یک فرضیه عملی می‌پذیریم.

بستگی مکانی موج را تکانه ذره تعیین می‌کند: تکانه و طول موج با معادله دوبروی، $\lambda = h/p$ ، به یکدیگر مربوط‌اند. موجی با انرژی E را در ناحیه III در نظر بگیرد. فرض می‌کنیم این موج را به امواج تخت تجزیه کرده‌ایم که از برهم‌نهی آنها موج اصلی حاصل می‌شود. بستگی مکانی این امواج تخت با ضریب نمایی $\exp(ix \cdot p/\hbar)$ بیان می‌شود که در آن مقدار p از این رابطه به دست می‌آید

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad (۱۶ب)$$

در نتیجه، هر یک از این امواج تخت در معادله دیفرانسیل زیر صدق می‌کنند

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, t) = E \psi(x, t) \quad (۱۶ج)$$

بنابراین موج شرودینگر وابسته به یک ذره با انرژی E ، باید در سراسر ناحیه III در معادله دیفرانسیل (۱۶ج) صدق کند.

اکنون موج را در ناحیه I در نظر بگیرد. اگر در این ناحیه موج را به امواج تختی به شکل $\exp(ix \cdot p/\hbar)$ تجزیه کنیم، مقدار تکانه p مطابق رابطه (۱۵الف)، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{p^2}{2m} = E_{\text{جنبشی}} = E - V_I \quad (۱۶د)$$

نتیجه می‌گیریم که موج شرودینگر در ناحیه I باید در معادله زیر صدق کند

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, t) = (E - V_I) \psi(x, t) \quad (۱۶ه)$$

به همین ترتیب، نتیجه می‌گیریم که در ناحیه II موج شرودینگر باید در معادله دیفرانسیل زیر صدق کند

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, t) = (E - V_{II}) \psi(x, t) \quad (۱۶و)$$

۱۷. استدلالی که ارائه کردیم، به یافتن سه معادله (۱۶ج)، (۱۶ه) و (۱۶و) که تابع موج در ناحیه‌های I، II و III در آنها صدق می‌کند منجر شد، مسلماً استدلالی قابل قبول است. حالا ممکن است خیلی جالب به نظر برسد که سه معادله مذکور را در یک معادله واحد

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, t) = [E - V(x)] \psi(x, t) \quad (۱۷الف)$$

بر اساس مکانیک کلاسیک، ذره نمی‌تواند در چنین وضعیتی قرار بگیرد، ولی خواهیم دید که در مکانیک کوانتومی وضع فرق می‌کند.

برای سهولت، بحث را به یک بعد محدود می‌کنیم: ذره می‌تواند در راستای یک خط حرکت کند و موقعیت آن با مختصه x داده می‌شود. مزیت مدل یک بعدی این است که معادله مستقل از زمان شرودینگر، به جای آنکه یک معادله دیفرانسیل جزئی باشد، یک معادله دیفرانسیل عادی می‌شود، در نتیجه بحث ریاضی مسئله یک درجه ساده‌تر خواهد بود. اما خصوصیات اصلی، همچنان در این مدل ساده حفظ می‌شوند.

۲۰. معادله شرودینگر را برای حالتی که انرژی $E > 0$ است در نظر می‌گیریم. پس متناظر یک بعدی معادله (۱۷الف) چنین خواهد بود

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x, t) = [E - V(x)] \psi(x, t) \quad (۲۰الف)$$

بستگی زمانی $\psi(x, t)$ با ضریب $\exp(-itE/\hbar)$ بیان می‌شود که می‌توانیم آن را به این شکل بنویسیم

$$\psi(x, t) = \varphi(x) \exp\left(-\frac{itE}{\hbar}\right) \quad (۲۰ب)$$

که در این صورت، ضریب مستقل از زمان $\varphi(x)$ در همان معادله (۲۰الف) صدق می‌کند، یعنی

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \varphi(x) = [E - V(x)] \varphi(x) \quad (۲۰ج)$$

که یک معادله دیفرانسیل عادی است. اگر بتوانیم این معادله را برای $\varphi(x)$ حل کنیم، تابع موج شرودینگر $\psi(x, t)$ را از (۲۰ب) به دست می‌آوریم.

۲۱. اکنون وضعیتی را که در شکل ۲۱الف نشان داده شده است در نظر بگیرید. در این شکل، خط چین انرژی کل E و خط پررنگ تابع پتانسیل $V(x)$ را نمایش می‌دهد. فرض می‌کنیم وقتی به طرف چپ شکل می‌رویم، پتانسیل به سمت مقدار ثابت صفر و وقتی به سمت راست می‌رویم، پتانسیل به مقدار ثابت $E > V_0$ میل می‌کند. نقطه x_0 که در آن انرژی جنبشی صفر است، نقطه برگشت خوانده می‌شود. بنابر مکانیک کلاسیک، ذره‌ای که از طرف چپ فرود می‌آید، در این نقطه متوقف می‌شود و برمی‌گردد. ناحیه طرف راست x_0 برای ذره کلاسیک دست نیافتنی است.

اکنون باید معادله (۲۰ج) را برای پتانسیل شکل ۲۱الف حل کنیم. پاسخ $\varphi(x)$ ، تابعی است از x که هم خودش و هم مشتق اولش

۱۸. معادله (۱۷الف) به موجی با انرژی معین E اشاره دارد. برای چنین موجی رابطه (۱۶الف) برقرار است، بنابراین می‌توانیم (۱۷الف) را به این شکل بنویسیم

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{x}, t) + V(\mathbf{x}) \psi(\mathbf{x}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{x}, t) \quad (۱۸الف)$$

در این معادله دیگر E وجود ندارد، از این رو (۱۸الف) برای هر E ، و در نتیجه برای هر موج شرودینگر برقرار است.

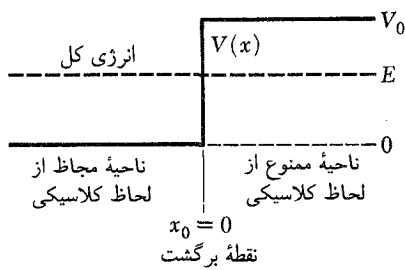
معادلات (۱۷الف) و (۱۸الف)، معادله‌های معروف شرودینگرند. معادله (۱۸الف) معادله وابسته به زمان شرودینگر و معادله (۱۷الف) معادله مستقل از زمان شرودینگر نامیده می‌شود. باید به خاطر داشته باشیم که (۱۸الف) معادله‌ای است که برای همه موجهای شرودینگر برقرار است. در صورتی که (۱۷الف) (به‌ازای یک مقدار معین E) فقط برای موجهای شرودینگری برقرار است که ذره‌ای با انرژی کل E را توصیف می‌کنند.

بهترین توجیه برای معادلات (۱۷الف) و (۱۸الف)، از مقایسه پیشگوییهای این معادلات با واقعیات تجربی حاصل می‌شود. در طی مدت کوتاهی پس از کشف بزرگ شرودینگر، این معادله در مورد بسیاری از مسائل فیزیک اتمی و مولکولی با موفقیت تمام به‌کار رفت، و در این شاخه‌های فیزیک پیشرفتهای چشمگیری به‌بار آمد. خود شرودینگر نقش فعالی در این پیشرفتها داشت. در فصل بعد خواهیم دید که او چگونه توانست حالت‌های شبه پایدار اتم را بررسی کند. ما از هر جهت که فکر کنیم می‌توانیم شرودینگر را به خاطر بصیرتش در یافتن معادله (۱۸الف)، که معلوم شده در وضعیتهای مورد نظر معادله صحیحی است، تحسین کنیم.

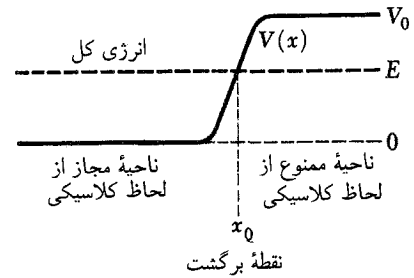
قصد نداریم در این مرحله درباره نظریه کلی حل معادله (۱۸الف) بحث کنیم: این کار باید در دوره پیشرفته‌تری انجام شود. ما صرفاً می‌خواهیم چند کاربرد خیلی ساده نظریه شرودینگر را بررسی کنیم تا ببینیم این نظریه چگونه به‌کار می‌رود.

چند "مسئله سد" ساده

۱۹. فرض کردیم که معادلات شرودینگر (۱۷الف) و (۱۸الف) برای هر تابع پتانسیل دلخواه $V(x)$ معتبرند. اما در "استنتاج" معادله (۱۷الف) فقط حالتی را در نظر گرفتیم که پتانسیل $V(x)$ در همه جا از انرژی کل E کمتر است. حالا می‌خواهیم ببینیم در مواردی که در ناحیه‌ای از فضا انرژی پتانسیل بزرگ‌تر از E باشد، چه اتفاقی می‌افتد.



شکل ۲۱ الف برای توضیح بیشتر بحث بخش ۲۱. خط پُررنگ پتانسیل و خط چین کلفت مقدار انرژی کل E را نشان می‌دهد. نقطه x_0 که در آن پتانسیل برابر E است، نقطه برگشت کلاسیک خوانده می‌شود. به موجب مکانیک کوانتومی احتمال معینی وجود دارد که ذره در ناحیه‌ای که از لحاظ کلاسیکی ممنوع است، پیدا شود.



شکل ۲۲ الف برای توضیح بیشتر بحث بخش ۲۱. خط پُررنگ پتانسیل و خط چین کلفت مقدار انرژی کل E را نشان می‌دهد. نقطه x_0 که در آن پتانسیل برابر E است، نقطه برگشت کلاسیک خوانده می‌شود. به موجب مکانیک کوانتومی احتمال معینی وجود دارد که ذره در ناحیه‌ای که از لحاظ کلاسیکی ممنوع است، پیدا شود.

تردیدی نخواهیم داشت که تابع موج فیزیکی باید در شرایط پیوستگی مذکور صدق کند.

۲۳. معادله موج را در ناحیه $x > 0$ در نظر می‌گیریم. شکل معادله در این ناحیه چنین می‌شود

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \varphi(x) = (E - V_0) \varphi(x) \quad (\text{الف } 23)$$

و می‌توانیم فوراً دو پاسخ مستقل خطی برای آن بیابیم، یعنی

$$\exp(-xq), \quad \exp(+xq), \quad q = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \quad \text{که} \quad (\text{ب } 23)$$

با افزایش x ، جواب $\exp(+xq)$ و همچنین مجذور مطلق آن به‌طور نمایی افزایش می‌یابند. براساس تعبیر احتمالی تابع موج، این یعنی اینکه چگالی احتمال برای یافتن ذره، بدون هیچ محدودیتی با افزایش x افزایش می‌یابد. چنین جوابی از نظر فیزیکی قابل قبول نیست. در اینجا به نمونه دیگری از شرایط مرزی برمی‌خوریم که جوابهای با معنی معادله موج باید در آن صدق کنند: جوابی را که در بینهایت، به‌طور نامحدود افزایش می‌یابد، باید از لحاظ فیزیکی مردود دانست. پس فقط $\exp(-xq)$ به‌عنوان تنها جواب ممکن باقی می‌ماند. اگر تابع موج را در ناحیه $x > 0$ با $\varphi_R(x)$ نشان بدهیم، خواهیم داشت

$$\varphi_R(x) = \exp(-xq) \quad (\text{ج } 23)$$

۲۴. حال ناحیه $x < 0$ را در نظر می‌گیریم. در این ناحیه معادله شرودینگر به‌صورت زیر در می‌آید

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \varphi(x) = E \varphi(x) \quad (\text{الف } 24)$$

پیوسته‌اند. بدون حل معادله نیز می‌توان حدس زد که تابع موج $\varphi(x)$ در سمت راست x_0 صفر نمی‌شود، و این مطابق تعبیر احتمالی تابع موج به این معنی است که احتمال غیرصفر معینی وجود دارد که ذره را در طرف راست x_0 پیدا کنیم. بنابراین مکانیک کوانتومی پیشگویی می‌کند که ذره می‌تواند در ناحیه‌ای نفوذ کند که به‌موجب مکانیک کلاسیک ورود در آن ممنوع است.

۲۲. اکنون می‌خواهیم این پدیده را بیشتر توضیح بدهیم. برای این منظور، مسئله را ساده‌تر می‌کنیم و به‌جای پتانسیل شکل (الف ۲۱)، که به‌آرامی افزایش می‌یابد، پتانسیل پله‌ای شکل ۲۲ الف را قرار می‌دهیم. برای سهولت بیشتر نقطه برگشت را روی مبدأ محور x می‌گیریم، یعنی $x_0 = 0$ پس داریم

$$V(x) = 0 : x < 0 \quad \text{و} \quad V(x) = V_0 : x > 0 \quad \text{و} \quad E > V_0 \quad (\text{الف } 22)$$

پتانسیل شکل ۲۲ الف را می‌توان حد پتانسیلهایی از نوع (الف ۲۱) دانست. شیب پتانسیل بیشتر و بیشتر می‌شود تا به وضعیت ایده‌آلی که در شکل ۲۲ الف نشان داده شده برسد. تا وقتی پتانسیل تابعی پیوسته است، تابع موج و مشتق اول آن پیوسته خواهند بود و این خاصیت در یک پتانسیل پله‌ای نیز، که حالت حدی است، برقرار است. البته در مورد اخیر، معمولاً مشتق دوم تابع موج "جهشی" نشان می‌دهد. تکرار می‌دهیم که این گزاره‌ها، احکام ریاضی درباره معادلات دیفرانسیلی‌اند که در نظریه شرودینگر پیش می‌آیند. ما در فیزیک همیشه باید پتانسیل پله‌ای را حالت ایده‌آل پتانسیل واقعی بدانیم، و در این صورت هیچ

دو جواب مستقل خطی این معادله عبارت‌اند از

$$\exp(ikx), \quad \exp(-ikx), \quad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad \text{که} \quad (۲۴)$$

این دو جواب، جوابهای نوسانی‌اند؛ یعنی وقتی x به $-\infty$ میل می‌کند، آنها به‌طور نامحدود افزایش نمی‌یابند. هر دو جواب از لحاظ فیزیکی قابل قبول‌اند،^۱ و اگر تابع موج در ناحیه $x < 0$ را با $\varphi_L(x)$ نشان بدهیم، نتیجه می‌گیریم که این تابع موج باید به‌صورت

$$\varphi_L(x) = A \exp(ikx) + B \exp(-ikx) \quad (ج ۲۴)$$

باشد، که در آن A و B مقادیر ثابت‌اند.

ثابتهای A و B را چگونه تعیین کنیم؟ گفتیم که هم تابع موج و هم مشتق اول آن باید پیوسته باشند. یعنی اینکه دو تابع $\varphi_R(x)$ و $\varphi_L(x)$ باید در مبدأ با یکدیگر جفت شوند به‌طوری که

$$\varphi_R(0) = \varphi_L(0), \quad \varphi_R'(0) = \varphi_L'(0) \quad (د ۲۴)$$

چون هر دو یک تابع موج را نشان می‌دهند، اما در دو ناحیهٔ مختلف که در نقطهٔ برگشت $x_0 = 0$ به هم می‌رسند. دو شرط (د ۲۴)، دو معادله به‌دست می‌دهند، یعنی

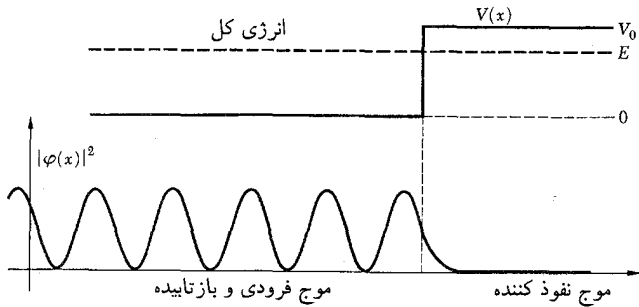
$$A + B = 1 \quad ik(A - B) = -q \quad (ه ۲۴)$$

و ثابتهای A و B از این دو معادله تعیین می‌شوند. جوابها عبارت‌اند از

$$A = \frac{(1 + iq/k)}{2}, \quad B = \frac{(1 - iq/k)}{2} \quad (و ۲۴)$$

۲۵. برای تعبیر پاسخ، بهتر است تابع موج را (در همه‌جا) در ثابت $1/A$ ضرب کنیم. چون معادلهٔ شرودینگر یک معادلهٔ خطی است، این کار را می‌توانیم انجام بدهیم. آنگاه می‌توانیم پاسخ را به صورت صریح

$$\varphi(x) = e^{ikx} + \frac{(1 - i\sqrt{V_0/E - 1})}{(1 + i\sqrt{V_0/E - 1})} e^{-ikx}, \quad \text{به‌ازای } x < 0 \quad (الف ۲۵)$$



شکل ۲۵ الف قسمت بالایی شکل پتانسیل $V(x)$ را نشان می‌دهد که انرژی کل E با خط چین کلفت رسم شده است. قسمت پایینی شکل، مجذور مطلق تابع موج $\varphi(x)$ را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌بینیم، موج در ناحیه‌ای که به‌طور کلاسیک ممنوع است نفوذ می‌کند. در سمت چپ سد یک الگوی موج ساکن داریم که به دلیل تداخل موج تابیده با موج بازتابیده به‌وجود می‌آید. توجه کنید که تابع موج و مشتق آن در نقطهٔ برگشت پیوسته‌اند.

و

$$\varphi(x) = \frac{2e^{-xq}}{1 + i\sqrt{V_0/E - 1}}, \quad x > 0 \quad \text{به‌ازای} \quad (ب ۲۵)$$

بنویسیم که در آنها

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}, \quad q = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \quad (ج ۲۵)$$

اکنون تابع موج را در ناحیهٔ $x < 0$ که در (الف ۲۵) آمده است، در نظر بگیرید. این تابع از برهم‌نهی دو تابع حاصل شده است. جملهٔ اول آن، موجی را نشان می‌دهد که به طرف راست حرکت می‌کند. جملهٔ دوم، که مضربی است از $\exp(-ikx)$ ، موجی را نشان می‌دهد که به سمت چپ می‌رود. مدول ضریب جملهٔ دوم برابر واحد است

$$\left| \frac{1 - i\sqrt{V_0/E - 1}}{1 + i\sqrt{V_0/E - 1}} \right| = 1 \quad (د ۲۵)$$

بنابراین دامنه‌های دو موج برابرند. مجذور مطلق دامنهٔ یک موج باید به‌نحوی با "شار" ذره متناسب باشد، و می‌توان نتیجه گرفت از تابع موج (الف ۲۵) وضعیتی را بیان می‌کند که یک ذره که از طرف چپ می‌آید، اگر خواننده در این مورد تردید دارد، می‌تواند به بخش ۵۱ همین فصل مراجعه کند.

نتیجه اینکه اگر سد پتانسیل بینهایت بلند باشد، تابع موج روی سد، یعنی به ازای $x = 0$ و در طرف راست سد، یعنی به ازای $x > 0$ ، باید صفر شود.

شکل ۲۶ الف رفتار مجذور مطلق تابع موج، یعنی چگالی احتمال برای ذره را نشان می‌دهد. توجه کنید که چگالی احتمال در طرف راست سد یک رفتار نوسانی از خود نشان می‌دهد. این یک اثر تداخلی کوانتومی است که در مکانیک کلاسیک متناظری ندارد. این خصوصیت را در شکل ۲۵ الف نیز می‌توان دید.

۲۷. ما پله پتانسیل را به این خاطر به تفصیل بررسی کردیم که به خواننده اطمینان بدهیم که معادله شرودینگر قابل حل است و پاسخ آن را می‌توان تعبیر فیزیکی کرد. برای هر پتانسیل پیوسته، یا پله‌ای پیوسته، می‌توانیم مطمئن باشیم که جواب وجود دارد، هرچند یافتن شکل صریح این جواب غالباً آسان نیست، ولی ماهیت این پیچیدگیها فقط تکنیکی-ریاضی است. حتی بدون دانستن جواب دقیق و صریح، اغلب می‌توانیم چیزهای زیادی در مورد ماهیت آن بگوئیم، و از روی آنها احکام کلی راجع به رفتار سیستم فیزیکی پیدا کنیم. تا اینجا براساس مطالعات خود به این نتیجه رسیدیم که یکی از خصوصیات کلی مکانیک کوانتومی آن است که موج شرودینگر می‌تواند به ناحیه‌هایی نفوذ کند که در مکانیک کلاسیک ورود ذره به آنها ممنوع است.

۲۸. برای آنکه خواننده درک بهتری از معادله شرودینگر داشته باشد، مورد زیر را در نظر می‌گیریم. شکل ۲۸ الف یک "پله پتانسیل" را نشان می‌دهد. می‌خواهیم حرکت یک ذره با انرژی $E > V_0$ را در این پتانسیل بررسی کنیم. (بررسی تفصیلی این مسئله را به عنوان تمرین به عهده خواننده می‌گذاریم: مسئله ۱ در پایان همین فصل).

خواننده توجه دارد که می‌توانیم برای معادله موج (۲۰ ج) دو جواب قابل قبول در ناحیه چپ پله، و همچنین دو جواب قابل قبول در ناحیه راست آن پیدا کنیم. حالا از این جوابها کدامها را انتخاب کنیم؟ این امر به وضعیت فیزیکی مورد مطالعه بستگی دارد. فرض کنید می‌خواهیم حالتی را در نظر بگیریم که یک ذره از طرف چپ به پله می‌تابد. احتمالاً قسمتی از موج از پله بازتابیده می‌شود ولی قسمت دیگر موج با عبور از پله، حرکت خود را به سمت راست ادامه می‌دهد؛ یعنی اینکه تابع موج صحیح برای این مسئله باید طوری باشد که ذره‌ای را نشان بدهد که در ناحیه راست پله به سمت راست حرکت می‌کند: این تابع باید برای $x > 0$ ، به صورت $\exp(ikx)$ باشد. تابع موج در ناحیه چپ پله می‌تواند به شکل $[A \exp(ikx) + B \exp(-ikx)]$ باشد که جمله اول موج در حال حرکت به سمت راست و جمله دوم

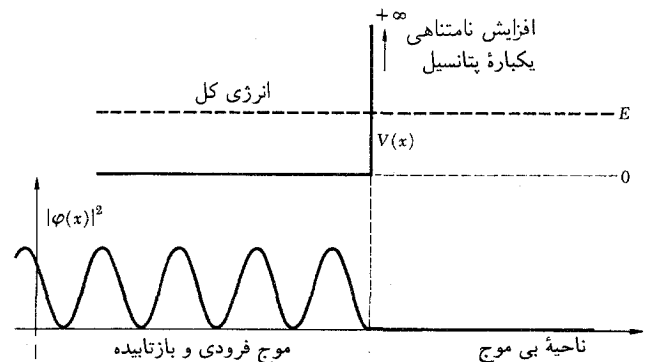
می‌آید، توسط یک "تپه" پتانسیل به طرف چپ باز می‌تابد. این تعبیر با تصویر کلاسیکی که از این واقعه داریم مطابقت می‌کند.

تابع موج در ناحیه $x > 0$ ، که با رابطه (۲۵ ب) داده شده است، توصیف‌کننده نفوذ موج شرودینگر به ناحیه‌ای است که برای ذره کلاسیک ممنوع است. هرچه بیشتر در ناحیه ممنوعه جلو برویم، دامنه موج نفوذکننده به صورت نمایی کاهش می‌یابد، و در فاصله زیاد از سد، برای تمام کاربردهای عملی، این دامنه صفر می‌شود، که با تصویر کلاسیک هماهنگ است. این خصوصیات در شکل ۲۵ الف نشان داده شده است.

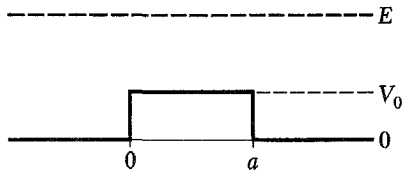
۲۶. در اینجا بدنیت حالت حدی را در نظر بگیریم: وقتی ارتفاع سد پتانسیل به بینهایت میل می‌کند، یعنی $V_0 \rightarrow +\infty$ (انرژی E ثابت فرض می‌شود). با توجه به (۲۵ ج) می‌بینیم که وقتی V_0 به بینهایت می‌رود، q نیز به سمت بینهایت می‌رود، به این معنی که آهنگ کاهش تابع موج با فاصله (از نقطه بازگشت)، به سمت بینهایت می‌رود. نفوذ تابع موج به ناحیه ممنوع کمتر و کمتر می‌شود. با دقت در (۲۵ ب) در می‌یابیم که وقتی V_0 به بینهایت میل می‌کند، دامنه موج نفوذکننده به سمت صفر می‌رود. در حالت حدی یک "تپه" پتانسیل با ارتفاع بینهایت، به دست می‌آوریم

$$\varphi(x) = e^{ixk} - e^{-ixk} \quad x < 0 \quad (\text{الف } 26)$$

$$\varphi(x) = 0 \quad x > 0 \quad (\text{ب } 26)$$



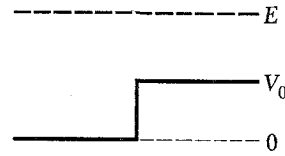
شکل ۲۶ الف این شکل صفت حدی یک پله پتانسیل بینهایت بلند را نشان می‌دهد. (مقایسه کنید با شکل ۲۵ الف) قسمت بالایی شکل پتانسیل را نشان می‌دهد. خط چین کلفت انرژی کل E است. قسمت پایینی، مجذور مطلق تابع موج $\varphi(x)$ را نشان می‌دهد. تابع موج، و نه مشتق آن، در نقطه برگشت صفر می‌شود، البته مشتق مجذور تابع موج نیز در این نقطه صفر می‌شود.



شکل ۲۹ الف برای توضیح بیشتر بحث بخش ۲۹. این مسئله را می‌توان به این صورت حل کرد که تمام عبورها و بازتابشهای جزئی و مکرری را که در دو ناپیوستگی $x = 0$ و $x = a$ صورت می‌گیرند به حساب آورد. ولی بسیار آسان‌تر است که مستقیماً یک پاسخ کلی برای معادلهٔ شرودینگر پیدا کنیم: تمام بازتابهای متعدد یکجا به حساب آورده می‌شوند.

$x = 0$ بازتابیده می‌شود و همچنین قسمتی را که عبور می‌کند پیدا می‌کنیم. موج عبوری به دومین ناپیوستگی در $x = a$ می‌رسد و بخشی از آن بازمی‌تابد و بخشی عبور می‌کند. بخش بازتابیده، به ناپیوستگی در $x = 0$ بازمی‌گردد و این بار هم قسمتی بازمی‌تابد و قسمتی عبور می‌کند. پس برای یافتن موجی که از سد گذشته و به طرف راست می‌رود باید تعداد بیشماری بازتابش بین دو ناپیوستگی را در نظر بگیریم و آن وقت دامنهٔ تمام این موجهای جزئی را که از نقطهٔ $x = a$ به سمت راست گذر کرده‌اند با هم جمع کنیم. آیا واقعاً می‌شود این مسئله را حل کرد؟ جواب این است که بله واقعاً می‌توانیم مسئله را به این ترتیب حل کنیم، ولی راه بسیار آسان‌تری هم برای یافتن جواب هست. کاری که باید بکنیم این است که باید چنان جوابی برای معادلهٔ شرودینگر (۲۰ج) پیدا کنیم که هم خود آن و هم مشتق اولش همه‌جا پیوسته باشند و به‌ازای $x > a$ به شکل $\exp(ikx)$ باشد. شرط اخیر به این معنی است که آن بخش از موج تابیده که می‌تواند در سد نفوذ کند باید در ناحیهٔ $x > a$ به سمت راست برود؛ و این مطابق با همان وضعیت فیزیکی است که می‌خواهیم بررسی کنیم.

برای $x > a$ تابع موج به شکل $\exp(ikx)$ و به‌ازای $0 < x < a$ ، به شکل $[A \exp(ikx) + B \exp(-ikx)]$ است، و برای یافتن A و B این شرایط را که تابع موج و مشتق اول آن باید در $x = a$ پیوسته باشند اعمال می‌کنیم. در ناحیهٔ $x > 0$ تابع موج به صورت $[A' \exp(ikx) + B' \exp(-ikx)]$ است و می‌توانیم A' و B' را با تحمیل این شرطها که تابع موج و مشتق اول آن باید در $x = 0$ پیوسته باشند، پیدا کنیم. به این ترتیب جواب کلی معادلهٔ شرودینگر (۲۰ج) را که مربوط به مسئلهٔ فیزیکی مورد نظر است پیدا می‌کنیم. این جواب منحصر به فرد است (بجز اختلاف در یک ضریب ثابت). با تلاش کافی می‌توانیم این مسئله را به خوبی حل کنیم.



شکل ۲۸ الف برای توضیح بیشتر بحث بخش ۲۸. در اینجا انرژی E ذره از ارتفاع سد پتانسیل بیشتر است. مطابق نظریهٔ کلاسیک، ذره توسط این سد بازمی‌تابد. ولی به‌موجب مکانیک کوانتومی قسمتی از موج تابیده عبور می‌کند و قسمتی بازمی‌تابد.

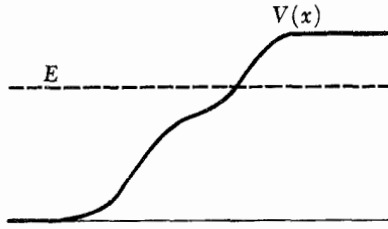
موج در حال حرکت به سمت چپ را توصیف می‌کند. جملهٔ دوم موج بازتابیده و جملهٔ اول موج تابیده را نشان می‌دهد. A و B را چگونه پیدا کنیم؟ تعیین A و B به کمک این دو شرط که تابع موج و مشتق اول آن باید در همه‌جا و به‌خصوص در محل پله پیوسته باشند انجام می‌گیرد. دو شرط مذکور، دو معادله با مجهولهای A و B به دست می‌دهند که با حل آنها و پیدا کردن دامنه‌ها می‌توانیم شدتهای امواج تابیده و بازتابیده و عبوری، و از آنجا ضریب بازتابش را برای این نوع "سد" پیدا کنیم.

حال فرض کنید می‌خواهیم حالتی را بررسی کنیم که ذره از طرف راست می‌تابد. می‌دانیم که در این مورد تابع موج در طرف چپ سد باید به شکل $\exp(-ikx)$ باشد، چون در این ناحیه فقط یک موج داریم که به سمت چپ می‌رود. در طرف راست سد تابع موج به صورت $[A' \exp(ikx) + B' \exp(-ikx)]$ است. در اینجا هم A' و B' را با اعمال این شرایط که تابع موج و مشتق اول آن باید در محل پله پیوسته باشند، پیدا می‌کنیم. پس انتخاب تابع موج بستگی دارد به مسئلهٔ فیزیکی خاصی که می‌خواهیم آن را مطالعه کنیم.

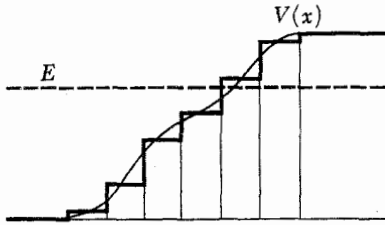
آنچه باید از بررسی رفتار یک ذرهٔ متحرک در پتانسیلی از نوع شکل ۲۸ الف آموخت این است که به‌طور کلی قسمتی از ذره توسط هر ناپیوستگی پتانسیل بازتابیده می‌شود و قسمتی نیز می‌تواند از ناحیهٔ ورای ناپیوستگی نفوذ کند.

۲۹. وضعیتی را که در شکل ۲۹ الف نشان داده شده است و در آن پتانسیل در دو نقطهٔ $x = 0$ و $x = a$ ناپیوسته است در نظر بگیرید. مطابق آنچه در بخش قبل آموختیم، در هر دو ناپیوستگی قسمتی از موج بازتابیده می‌شود و قسمتی عبور می‌کند.

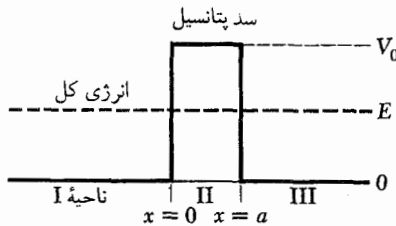
فرض کنید می‌خواهیم حالتی را مطالعه کنیم که ذره از طرف چپ به این سد می‌تابد. ممکن است شما تصور کنید این مسئلهٔ دشواری است که باید آن را به ترتیب زیر حل کرد. موجی را که از طرف چپ می‌تابد در نظر می‌گیریم و قسمتی از آن را در اولین ناپیوستگی در



شکل ۳۰ الف ذره (موج) توسط این سد بازتابیده می‌شود، زیرا انرژی E از مقدار حدی پتانسیل در طرف راست کمتر است. (انرژی کل با خط چین و پتانسیل با خط پُر نشان داده شده است.) بازتابش در کجا صورت می‌گیرد؟ پاسخ آن است که در سراسر ناحیه‌ای که پتانسیل تغییر می‌کند.



شکل ۳۰ ب پتانسیلی که در شکل ۳۰ الف نشان داده شده، با پتانسیلی که به صورت پله‌ای تغییر می‌کند تقریب شده است. در هر نایبستگی قسمتی از موج باز می‌تابد و قسمتی عبور می‌کند. پاسخ معادله شرودینگر تمام "بازتابهای متعدد" را به حساب می‌آورد.



شکل ۳۱ الف خط پُر پتانسیل و خط چین کلفت انرژی کل را نشان می‌دهد. بنابر نظریه کلاسیک ذره‌ای که از طرف چپ تابیده می‌شود نمی‌تواند از این سد عبور کنند. به موجب مکانیک کوانتومی احتمال معینی وجود دارد که ذره "رخنه کند". این پدیده اثر تونل نامیده می‌شود.

آن تا اندازه‌ای دشوار است. خوشبختانه ما می‌توانیم جنبه‌های اصلی این مسئله را بدون حل کامل معادله شرودینگر درک کنیم، و بنابراین می‌توانیم حل مفصل آن را به درس بعدی مکانیک کوانتومی موکول کنیم. (یا به عنوان تکلیف، مسئله ۲ را حل کنید.)

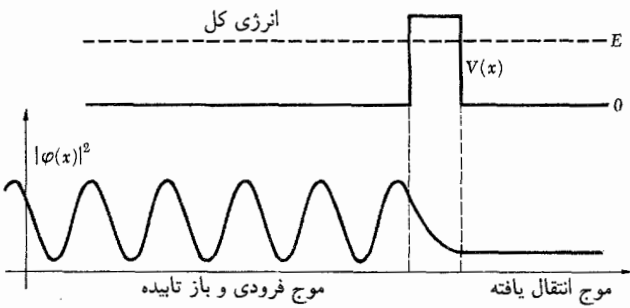
۳۲. اکنون حل معادله شرودینگر را در یک مورد خاص بررسی می‌کنیم: ذره‌ای از طرف چپ فرود می‌آید قسمتی از آن سد باز می‌تابد

۳۰. مهم است بدانیم که حل یک مسئله سد از این نوع، در واقع عبارت از پیدا کردن جوابی برای معادله شرودینگر (۲۰ ج) است که در همه جا معتبر باشد و از شرایط مرزی مختص مسئله فیزیکی مورد بررسی، یعنی از شرایطی نظیر اینکه در طرف راست سد، موج باید به صورت $\exp(ikx)$ باشد، پیروی کند. این شیوه خودبه‌خود تمام "بازتابهای متعدد"ی را که براساس درک شهودی از فیزیک به فکرمان می‌رسد به حساب می‌آورد. غلط نیست اگر سعی کنیم با در نظر گرفتن بازتابهای متعدد مسئله را حل کنیم، ولی خیلی آسان‌تر است که جواب کلی معادله شرودینگر را مستقیماً به دست بیاوریم.

سد پتانسیلی را که در شکل ۳۰ الف نشان داده شده است در نظر بگیرید. ذره در کجا باز می‌تابد؟ جواب این است که در سراسر ناحیه‌ای که پتانسیل تغییر می‌کند. اگر بخواهیم می‌توانیم تابع پتانسیل پیوسته $V(x)$ را با تابعی که به صورت تعداد زیادی پله بسیار کوچک افزایش می‌یابد تقریب کنیم. همان‌طور که در شکل ۳۰ ب نشان داده شده است، در هر پله بخشی از موج عبور می‌کند و بخشی بازتابیده می‌شود و ما می‌توانیم بار دیگر مسئله را مثل یک "مسئله بازتابهای متعدد" بدانیم. معادله شرودینگر (۲۰ ج) تمام این بازتابها را به‌طور خلاصه توصیف می‌کند و اگر بخواهیم می‌توانیم معادله را به این ترتیب تعبیر کنیم. اگر جواب کلی معادله (۲۰ ج) را پیدا کنیم. در واقع تمام این بینهایت بازتابش و عبور موضعی را یکجا به حساب آورده‌ایم.

۳۱. اکنون مسئله دیگری را که بلافاصله مطرح می‌شود، در نظر می‌گیریم. اگر در پتانسیلی از نوع آنچه در شکل ۳۱ الف نشان داده شده است. ارتفاع V_0 از E بیشتر باشد چه اتفاقی می‌افتد؟

جواب را به آسانی می‌توان حدس زد: موجی که از طرف چپ می‌تابد، قسمتی توسط سد باز می‌تابد و قسمتی می‌تواند در سد نفوذ کند و به ناحیه III برسد. از لحاظ کلاسیک ذره‌ای که در آغاز در ناحیه I باشد، در نقطه $x = 0$ بازتابیده می‌شود و نمی‌تواند در ناحیه‌های II و III نفوذ کند. این امر که ذره می‌تواند در یک سد پتانسیل که از لحاظ کلاسیک مطلقاً کدر و غیرقابل عبور است "رخنه" کند، یکی از خصوصیات برجسته مکانیک کوانتومی است. این پدیده به اثر تونل معروف است. برای حل معادله شرودینگر برای حالتی که در شکل ۳۱ الف نشان داده شده است می‌توانیم به همان ترتیبی عمل کنیم که در بخشهای ۲۸ تا ۳۰ شرح دادیم. جواب عمومی را در هر یک از سه ناحیه I، II و III پیدا می‌کنیم و سپس این شرط را که تابع موج و همچنین مشتق اول آن باید در همه جا و به‌ویژه در دو نقطه برگشت $x = 0$ و $x = a$ پیوسته باشند، اعمال می‌کنیم. بنابراین مسئله سد شکل ۳۱ الف علی‌الاصول مشکل نیست ولی پیدا کردن جواب تفصیلی



شکل ۳۳ الف نمایش طرح وار اثر تونل. قسمت بالایی شکل پتانسیل را نشان می‌دهد. (خط چین انرژی کل است.) قسمت پایینی مجذور مطلق تابع موج را نشان می‌دهد. به موج عبور کرده و کاهش نمایی تابع موج در داخل سد توجه کنید. در طرف چپ سد یک نقش موج ساکن نا کامل داریم. دامنهٔ موج بازتابیده از دامنهٔ موج تابیده کمتر است، بنابراین دامنهٔ موج ترکیبی در هیچ جا صفر نیست.

یا از روی دومین عبارت (۳۲) ب

$$T \sim \exp \left\{ -2a \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \right\} \quad (33)$$

کمیت T ضریب عبور سد نامیده می‌شود. همان‌طور که دیدیم استنتاج تقریبی رابطهٔ (۳۳) برای این کمیت مبتنی بر این واقعیت بسیار ساده بود که وقتی در داخل سد به طرف راست می‌رویم دامنهٔ موج تقریباً به‌طور نمایی کاهش می‌یابد. ابتدا حالتی را که aq بزرگ، یعنی T خیلی کوچک است بررسی می‌کنیم. البته می‌توانستیم عبارت کاملی برای T پیدا کنیم که در آن صورت در رابطهٔ (۳۳) عامل دیگری نیز پیدا می‌شد. ولی عامل نمایی که در بالا گفته شد، عامل تعیین‌کننده است و عبارت تقریبی (۳۳) برای منظور ما کاملاً کافی است.

شکل ۳۳ الف اثر سد را به‌طور طرح وار نشان می‌دهد. قسمت بالایی شکل، پتانسیل و قسمت پایینی آن مجذور مطلق تابع موج را نشان می‌دهد. تنها موج عبوری موجی است مختلط که به سمت راست حرکت می‌کند. بنابراین، همچنانکه در شکل هم دیده می‌شود، مدول آن ثابت است.

۳۴. پیش از بررسی کاربرد فیزیکی نظریهٔ کوانتومی اثر تونل، اشاره‌ای می‌کنیم به مشابه این اثر در نظریهٔ الکترومغناطیس کلاسیک، که عبارت از بازتابش یک موج الکترومغناطیسی تخت روی سطح مشترک دو ناحیه با ضریب شکستهای مختلف است.

و قسمتی در سد نفوذ می‌کند. یعنی اینکه می‌خواهیم جوابی برای معادلهٔ شرودینگر پیدا کنیم که تابع موج آن در ناحیهٔ III به شکل $\exp(ixk)$ باشد؛ این تابع ذره‌ای را نشان می‌دهد که در این ناحیه به سمت راست حرکت می‌کند. در ناحیهٔ I الزاماً دو موج داریم: یکی به طرف راست و دیگری به طرف چپ منتشر می‌شود؛ اولی موج بازتابیده و دومی موج فرودی را نشان می‌دهد. بنابراین در ناحیهٔ I تابع موج به صورت

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad \text{که} \quad \varphi(x) = e^{ixk} + Ae^{-ixk} \quad (32 \text{ الف})$$

است. A ثابتی است که دامنهٔ موج بازتابیده را توصیف می‌کند. قدر مطلق این کمیت از ۱ کمتر است زیرا قسمتی از موج در سد نفوذ می‌کند.

در داخل سد، تابع موج اصولاً تابعی است نمایی و به شکل

$$q = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}, \quad \varphi(x) \cong B \exp(-xq) \quad (32 \text{ ب})$$

که در آن B یک ثابت است. این تابع موج تابعی است تقریبی، ولی اگر سد پتانسیل خیلی کوتاه نباشد تقریب خوبی است.

فرض کنیم aq در مقایسه با واحد بزرگ باشد. در این صورت نسبت $\varphi(a)/\varphi(0) \cong \exp(-aq)$ برای تابع موجی که در (۳۲) آمده است، عدد کوچکی خواهد بود. اگر به‌خاطر بیاوریم که در بحث بخش ۲۴ چگونه دو جواب را در نقطهٔ برگشت باهم جفت کردیم، می‌توانیم نتیجه بگیریم که قدر مطلق نسبت دامنهٔ موج در ناحیهٔ III به دامنهٔ موجی که در ناحیهٔ I به طرف راست حرکت می‌کند به‌طور تقریبی از نسبت $\varphi(a)/\varphi(0) \cong \exp(-aq)$ مسلماً نسبت مورد نظر یک عامل نمایی ساده نیست، ولی مهم آن است که در وضعیتی که aq در مقایسه با واحد بزرگ باشد، یعنی وقتی سد بلند و عریض است، این عامل نقش عمده را دارد.

۳۳. ما دامنهٔ موج فرودی را برابر واحد فرض کردیم. دامنهٔ موجی که در ناحیهٔ III نفوذ می‌کند کمتر است. مقدار آن یا به عبارت صحیح‌تر مرتبهٔ مقدار آن تقریباً برابر $\exp(-aq)$ است. مجذور (مطلق) این دامنه، T ، تعبیر فیزیکی ساده‌ای دارد: برابر است با احتمال اینکه ذره‌ای که به سد برخورد می‌کند از آن بگذرد. پس این احتمال از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

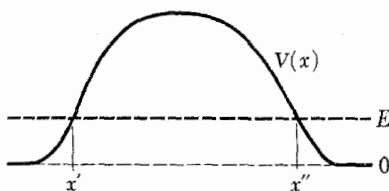
$$T = |\varphi(a)|^2 \sim \exp(-2aq) \quad (33 \text{ الف})$$

حالت، قسمتی از موجی که از طرف راست به سطح مرزی می‌تابد بازتابیده می‌شود. قسمتی از موج می‌تواند به "ناحیه ممنوع" نفوذ کند، که بعداً در محیط غلیظ طرف چپ منتشر خواهد شد. این وضعیت با مسئله کوانتومی نفوذ در سد مشابه است. توجه کنید که ما در ناحیه ممنوع "پرتو" را رسم نکرده‌ایم. دلیلش آن بود که "اپتیک هندسی" در این ناحیه قابل استفاده نیست: بردار موج برداری است مختلط.

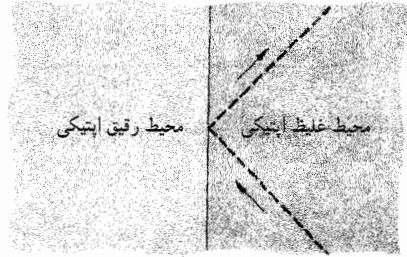
نظریه الکترومغناطیس کلاسیک می‌تواند پدیده‌ای را که توصیف شد به‌طور کامل توضیح بدهد. اگر ضخامت ورقه با ماده رقیق، در مقایسه با طول موج تابش فرودی بزرگ باشد، ضریب عبور (برای وضعیت شکل ۳۴ ب) بسیار کوچک خواهد بود. با کاهش ضخامت، ضریب عبور افزایش می‌یابد و وقتی ضخامت به صفر رسید، مقدار این ضریب برابر یک می‌شود.

۳۵. حالا بحث اثر کوانتومی تونل را تعمیم می‌دهیم. به جای سد پتانسیل مستطیلی شکل ۳۱ الف سدی با شکل اختیاری ۳۵ الف را در نظر می‌گیریم. فرض کنید موجی با انرژی E از طرف چپ می‌تابد. بخشی از این موج بازمی‌تابد و بخشی عبور می‌کند. در وهله اول می‌خواهیم ضریب عبور کلی T را برای سد پیدا کنیم و برای این کار باید معادله شرودینگر را برای پتانسیل $V(x)$ حل کنیم. اما می‌توانیم با روش دیگری که مبتنی بر بحث بخشهای ۲۲ تا ۳۳ است، یک توصیف تقریبی برای T پیدا کنیم. هرچه طول موج در مقایسه با پهنای سد کمتر باشد، این تقریب بهتر خواهد بود.

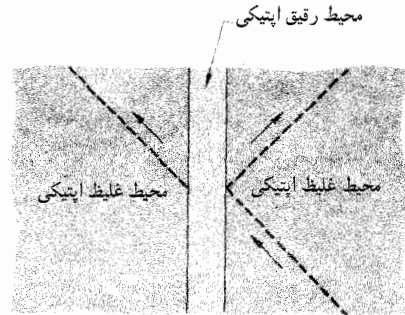
برای به دست آوردن یک رابطه تقریبی برای ضریب عبور T ، فرض می‌کنیم ناحیه سد پتانسیل به چندین ناحیه کوچکتر تقسیم شده است؛ چنانکه در شکل ۳۵ ب دیده می‌شود. در هر یک از این ناحیه‌ها، به جای پتانسیل واقعی، مطابق شکل یک پتانسیل ثابت قرار می‌دهیم. قبلاً ضریب عبور را برای یک سد مستطیل شکل پیدا کردیم. ضرایب عبور را برای ۵ سد مستطیل شکل که در شکل ۳۵ ب نشان داده شده‌اند، T_1, T_2, \dots, T_5 می‌گیریم. پس ضریب عبور کلی T



شکل ۳۵ الف خطی پتانسیل و خط چین کلفت انرژی کل E را نشان می‌دهد. چگونه می‌توانیم فرمولی برای ضریب عبور این سد پیدا کنیم؟



شکل ۳۴ الف بازتاب کامل یک موج تخت الکترومغناطیسی بر روی سطح مرزی دو محیط با دو ضریب شکست مختلف. خط مقطع بازتاب پرتو را نشان می‌دهد.

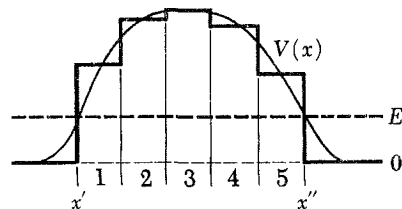


شکل ۳۴ ب عبور از مانع. نظریه الکترومغناطیس کلاسیک پیشگویی می‌کند که از موجی که تحت زاویه‌ای بزرگتر از زاویه بازتابش کلی بر یک لایه نازک می‌تابد، قسمتی عبور می‌کند و قسمتی بازتابیده می‌شود. این پدیده مشابه با اثر تونل در مکانیک کوانتومی است. پرتوهای عبوری و بازتابی با خط چین نشان داده شده‌اند.

فرض کنید یک موج تخت در محیطی (که در شکل ۳۴ الف) به صورت نواحی تیره نشان داده شده است) حرکت می‌کند و به مرز مسطح بین دو محیط که یکی نسبت به نور رقیق و دیگری غلیظ است می‌تابد (ضریب شکست در محیط غلیظ بیشتر از محیط رقیق است). همچنین فرض کنید زاویه تابش بزرگتر از زاویه بازتابش کلی است و محیط رقیق در طرف چپ سطح مرزی تا بینهایت ادامه دارد. پس تمام موج بازتابیده خواهد شد. این امر در شکل ۳۴ الف به‌طور طرح‌وار نشان داده شده است، که در آن خط نقطه‌چین یک "پرتو"، یعنی خط عمود بر جبهه موج در آن محل را نشان می‌دهد. درست است که موج نمی‌تواند در محیط رقیق منتشر شود اما میدان الکتریکی در همسایگی سطح مرزی صفر نیست: میدان به محیط رقیق نفوذ می‌کند. هرچه از سطح به طرف چپ برویم، دامنه میدان الکتریکی به صورت نمایی کاهش می‌یابد. این وضعیت کاملاً مشابه مسئله کوانتومی است که در بخشهای ۲۲ تا ۲۵ بررسی شد.

اکنون وضعیتی را که در شکل ۳۴ ب نشان داده شده است در نظر بگیرید. در اینجا محیط رقیق فقط یک ورقه نازک است. در این

نحوه بستگی ضریب عبور را به پارامترهایی که در عبارت (۳۶) آمده‌اند باید به دقت مورد توجه قرار داد. با ثابت بودن پارامترهای دیگر، ضریب عبور با افزایش جرم ذره کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش انرژی E ضریب عبور افزایش می‌یابد، و این به دو دلیل است. یکی اینکه عبارت زیر انتگرال که همواره مثبت است کوچک‌تر می‌شود، و دیگر اینکه با نزدیک شدن دو نقطه برگشت به یکدیگر، حوزه انتگرال‌گیری کوچک‌تر می‌شود. طبعاً ضریب عبور با کاهش پهنای سد زیاد می‌شود.



شکل ۳۵ نمایش نحوه به دست آوردن یک رابطه تقریبی برای ضریب عبور در مورد سد پتانسیل شکل ۳۵ الف. به جای پتانسیل پیوسته، یک سری سد مستطیل شکل را در نظر می‌گیریم. ضریب عبور کلی عبارت است از حاصل ضرب ضرایب عبور این سدها. توجه داشته باشید که این روش تنها به طور تقریبی درست است؛ بازتابهای مکرر در نظر گرفته نشده‌اند.

نظریه پرتوزایی آلفایی

۳۷. در اینجا سعی می‌کنیم نظریه نفوذ در سد را در مورد یک وضعیت واقعی فیزیکی به کار ببریم.

در مسئله ۳ در پایان فصل ۲ اشاره کردیم که نیم عمر هسته رادیم (${}^{226}\text{Ra}$) را که گسیلنده ذره α است، باید "به طور غیرطبیعی طولانی" دانست. این نیم عمر ۱۶۲۲ سال است که در مقیاس زمانهای هسته‌ای بیش از حد طولانی به نظر می‌رسد. زمان مشخصه برای فرایندهای هسته‌ای را می‌توانیم زمانی انتخاب کنیم که طی آن نور از یک هسته عبور کند، و این زمان از مرتبه 10^{-23} ثانیه است. اما نیم عمر رادیم $10^{10} \times 5$ ثانیه یا چیزی شبیه 10^{23} برابر "یکای طبیعی هسته‌ای زمان" است. پس ما با این مسئله مواجهیم که عدد بزرگ 10^{23} را توجیه کنیم. درست است که "یکای طبیعی هسته‌ای زمان" چندان دقیق نیست، اما حتی اگر یکای هسته‌ای زمان را 10^{10} برابر هم بزرگ‌تر بگیریم مشکل ما حل نخواهد شد.

واقعیت تجربی دیگری نیز هست که باید به آن توجه کرد: بسیاری از هسته‌های آلفاها طول عمر خیلی کوتاه‌تری دارند. مثلاً نیم عمر ایزوتوپ آلفاها ${}^{212}\text{Po}$ فقط 3×10^{-7} ثانیه است. از سوی دیگر در حد دیگر، به ایزوتوپ ${}^{238}\text{U}$ اورانیم اشاره می‌کنیم که یک گسیلنده آلفاست: نیم عمر آن 4.5×10^9 سال است. پس مسئله واقعی عبارت است از گستره فوق‌العاده وسیع نیم‌عمرهای گسیلنده‌های آلفا.

انرژی ذرات آلفایی که گسیل می‌شوند نوعاً در گستره ۴-۱۰ MeV قرار دارد. هر ایزوتوپ آلفاها به طور کلی با یک انرژی معین برای ذره آلفای گسیلیده مشخص می‌شود، هرچند مواردی هم هستند که هسته می‌تواند چندین ذره آلفا با انرژیهای مختلف و منفصل گسیل کند. ما در اینجا این موارد اخیر را که در بخش ۴۰ فصل ۳ به اختصار بررسی کردیم، کنار می‌گذاریم. به تجربه معلوم شده است که بین طول عمر هسته و انرژی ذره آلفای گسیلیده رابطه نزدیکی وجود دارد: هر قدر انرژی زیادتر باشد طول عمر هسته کمتر است.

باید تقریباً برابر حاصل ضرب ضرایب عبور این نواحی کوچک‌تر باشد، و داریم

$$T \cong T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 \quad (\text{الف } 35)$$

یا

$$\ln T \cong \ln T_1 + \ln T_2 + \ln T_3 + \ln T_4 + \ln T_5 \quad (\text{ب } 35)$$

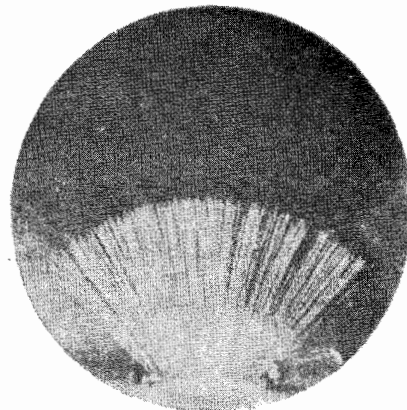
۳۶. اکنون معادله (۳۳) را در نظر بگیرید. اگر dx_n ضخامت و $V(x_n)$ ارتفاع یکی از پنج سد مستطیل شکل باشد، آنگاه ضریب عبور T_n برای این سد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\ln T_n \cong -2 \int \sqrt{2m[V(x_n) - E]} dx_n \quad (\text{الف } 36)$$

بنابر رابطه (۳۵)، لگاریتم ضریب عبور کلی از جمع تمام لگاریتمهای ضرایب عبور این نواحی کوچک‌تر به دست می‌آید، و اکنون اگر در حد، ناحیه سد را به بینهایت ناحیه جزئی تقسیم کنیم، می‌توانیم به جای جمع کردن انتگرال بگیریم، و خواهیم داشت

$$\ln T \cong -2 \int_{x'}^{x''} dx \sqrt{2m[V(x) - E]} \quad (\text{ب } 36)$$

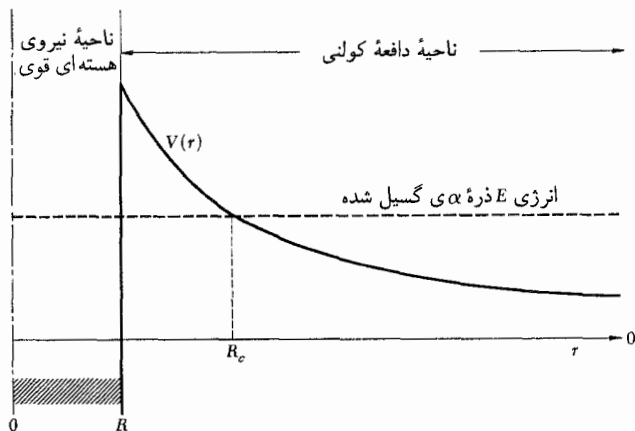
بار دیگر یادآوری می‌کنیم که این فرمول یک رابطه تقریبی برای ضریب عبور است. با این همه بسیار سودمند است زیرا یک تصویر کمی خوب از پدیده نفوذ در سد ارائه می‌کند. توجه داشته باشید که انتگرال بین دو نقطه بازگشت کلاسیک x' و x'' محاسبه می‌شود.



شکل ۳۷ الف عکسی از یک اتاقک ابر که رد ذرات آلفای تابش شده از یک ماده را نشان می‌دهد.

یک ذره آلفا با انرژی معین، بُرد کاملاً مشخصی در توده ماده دارد. ذره با یونیده کردن اتمهای ماده انرژی از دست می‌دهد. رد ذره وقتی تمام می‌شود که تمام انرژی جنبشی خود را از دست بدهد. در هوا و در شرایط استاندارد فشار و دما، بُرد R برحسب سانتی‌متر به‌طور تقریبی از رابطه $R = 0.32 \times E^{3/2}$ به دست می‌آید که در آن E انرژی برحسب MeV است.

چشمه پروتوزایی که در پایین شکل واقع است، ذرات آلفایی با دو انرژی مختلف تابش می‌کند. برد ذرات پُرانرژی به‌روشنی دیده می‌شود. ذرات کندتر در نیمه راه برد ذرات سریع متوقف می‌شوند.



شکل ۳۸ الف نمایش طرح‌وار پتانسیلی (با خط‌پُر) که در مجاورت یک هسته ذره آلفا با آن مواجه می‌شود. در خارج از هسته، یعنی فراتر از فاصله R ، پتانسیل کولنی است. در داخل هسته نیروهای قوی عمل می‌کنند و شکل دقیق پتانسیل مشخص نیست، اما نیروی جاذبه با سقوط ناگهانی پتانسیل در نقطه R نشان داده شده است. خط‌چین انرژی کل ذره آلفا را نشان می‌دهد. بنابر مکانیک کوانتومی، ذره آلفا می‌تواند در سد پتانسیل نفوذ کند و این پدیده در واپاشی آلفایی هسته‌های سنگین به‌وقوع می‌پیوندد.

می‌کند، به این معنی که پتانسیل سریعاً افت می‌کند. در شکل ۳۸ الف با این فرض که عملاً یک پله پتانسیل داریم، وضعیت را ایده‌آل گرفته‌ایم. منحنی پتانسیل را در داخل هسته رسم نکرده‌ایم زیرا به درستی شناخته شده نیست: در حقیقت به‌خوبی "تعریف شده" نیست، چون ممکن است ذره آلفا در میدان قوی هسته‌ای فردیت خود را به‌عنوان یک ذره از دست بدهد.

خط‌چین، انرژی کل ذره آلفا را نشان می‌دهد. این انرژی E نیز انرژی است که ذره آلفا در آخر کار، در فاصله دوری از هسته که در آنجا انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی مؤثر صفر است، دارا خواهد بود.

۳۹. شکل ۳۸ الف طوری رسم شده است که نشان بدهد ذره آلفا قبل از گسیل شدن باید در سد پتانسیلی در ناحیه بین R تا R_c نفوذ کند. بهتر است قبل از هر چیز امتحان کنیم که آیا چنین تصویری درست

۱. توجیه کوشش برای توضیح این مسئله بر پایه نظریه شرودینگر این است که، همچنانکه خواننده خود می‌تواند برآورد کند، سرعت ذره آلفا در خارج از سطح هسته "غیرنسبیتی" است. به یاد داشته باشید که انرژی ذره آلفا از 10 MeV تجاوز نمی‌کند.

۳۸. اکنون ببینیم آیا می‌توانیم واقعیت‌های مشاهده‌شده را توضیح بدهیم.^۱ تا زمانی که ذره آلفا در داخل هسته است، نیروهای هسته‌ای قوی بر آن اثر می‌کنند. چنانکه شرح دادیم، این نیروها برد کوتاهی دارند و می‌توانیم تصور کنیم که در خارج از سطح هسته، به شعاع R ، بی‌اثرند. در بیرون از این سطح، نیروی عمده، نیروی دافعه الکتروستاتیکی است که بین ذره آلفا که حامل بار $+2e$ است و هسته دختر که محصول واپاشی است عمل می‌کند. اگر عدد اتمی هسته دختر Z' باشد، بار این هسته $+Z'e$ خواهد بود. هسته اولیه، یعنی هسته مادر، بار $+Ze$ داشته است که $Z = (Z' + 2)$ عدد اتمی آن است. طرحی از این وضعیت را در شکل ۳۸ الف نشان داده‌ایم. هرچه به طرف راست برویم فاصله از مرکز هسته بیشتر می‌شود. منحنی با خط‌پُر، انرژی پتانسیل ذره آلفا را در حضور هسته دختر نشان می‌دهد. این پتانسیل در خارج از سطح هسته، یعنی به ازای $r > R$ ، پتانسیل کولنی است:

$$V(r) = \frac{2e^2 Z'}{r} \quad \text{الف ۳۸} \quad \text{به‌ازای } r > R$$

وقتی به سطح هسته می‌رسیم نیروی عظیم جاذبه هسته‌ای عمل

به دست می آید که در آن بنابر رابطه (۳۹الف) عبارت زیر انتگرال در حد بالایی R_c صفر می شود. برای بحث در مورد این انتگرال، متغیر انتگرال گیری جدیدی را به صورت $x = r/R_c$ تعریف می کنیم. هنگامی که r از R_c تا R تغییر می کند، متغیر x از $x_c = R/R_c$ تا 1 تغییر می کند. با در نظر گرفتن رابطه (۳۹الف) می توانیم انتگرال (۴۰الف) را به این شکل بنویسیم

$$\ln T \cong -\frac{4e^2 Z'}{\hbar} \sqrt{\frac{2m_\alpha}{E}} \int_{x_c}^1 dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} \quad (40b)$$

می توان انتگرالی را که در (۴۰ب) دیده می شود در شکل بسته به راحتی محاسبه کرد. ولی از آنجا که معمولاً کمیت $x_c = R/R_c$ "کوچک" است، برای منظور ما کافی است محاسبه را تقریبی انجام بدهیم و فقط دو جمله اول بسط در x_c را نگه داریم. طرز عمل به صورت زیر است

$$\begin{aligned} \int_{x_c}^1 dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} &= \int_0^1 dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} - \int_0^{x_c} dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} \\ &\cong \int_0^1 dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} - \int_0^{x_c} dx \sqrt{\frac{1}{x}} = \int_0^1 dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} - 2\sqrt{x_c} \end{aligned} \quad (40c)$$

با قرار دادن $x = \sin^2 \theta$ می توان اولین جمله در آخرین عبارت سمت راست (۴۰ج) را محاسبه کرد، که به دست می آید

$$\int_0^1 dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} = 2 \int_0^{\pi/2} d\theta \cos^2 \theta = \frac{\pi}{2} \quad (40d)$$

بنابراین انتگرالی که در (۴۰ب) آمده است به طور تقریبی از رابطه زیر به دست می آید

$$\int_{x_c}^1 dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} \cong \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R}{R_c}} \quad (40e)$$

با قرار دادن این عبارت در (۴۰ب) و با در نظر گرفتن (۳۹الف) نتیجه می گیریم

$$\ln T \cong -\frac{2\pi e^2 Z'}{\hbar} \sqrt{\frac{2m_\alpha}{E}} + \left(\frac{\Lambda}{\hbar}\right) \sqrt{e^2 Z' R m_\alpha} \quad (40f)$$

است یا نه. اگر این تصویر درست باشد، باید نقطه برگشت کلاسیک R_c که از رابطه زیر تعیین می شود در شرط $R_c > R$ صدق کند

$$R_c = \frac{2e^2 Z'}{E} \quad (39الف)$$

با قرار دادن مقادیر عددی مربوط به ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ که عبارتند از $Z' = 86$, $Z = 88$ (عدد اتمی گازی اثر را دون) $E = 478 \text{ MeV}$ ، به دست می آوریم $R_c \cong 50 \times 10^{-13} \text{ cm} = 50 \text{ fermi}$. (برای ساده کردن محاسبات عددی می توان نوشت

$$\begin{aligned} R_c &= (e^2/m_e c^2) \times (2Z') \times (m_e c^2/E) \cong (2.8 \times 10^{-13} \text{ cm}) \\ &\times (172) \times (0.5 \text{ MeV}/478 \text{ MeV}) \cong 50 \text{ fermi} \end{aligned}$$

که در آن me جرم الکترون است.) در بخش ۳۶ فصل ۲ گفتیم که شعاع R هسته ای با عدد جرمی A از رابطه

$$R \cong r_0 A^{1/3} \quad r_0 = 1.2 \times 10^{-13} \text{ cm} \quad (39b)$$

تعیین می شود و برای ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ که $A = 226$ است به دست می آوریم $R \cong 7.3 \text{ fermi}$

پس تصویری که ارائه کردیم از لحاظ کیفی درست است. ذره آلفا واقعاً باید در یک سد پتانسیل نفوذ کند. اما از لحاظ کمی درست نیست: سد باید خیلی عریض تر رسم می شد. ما خواسته ایم شکل را جمع و جور رسم کنیم، با این همه خصوصیات مهم کیفی این وضعیت را در آن منظور کرده ایم.

نابرابری $R_c > R$ عموماً برای تمام هسته های آلفاها برقرار است. این عناصر پرتوزا همگی سنگین اند و عدد اتمی (Z) آنها بزرگ است، ایزوتوپ ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ را می توان یک گسیلنده نوعی آلفا دانست. پس سد پتانسیلی که ذره آلفا باید در آن نفوذ کند یکی از خصوصیات مهم واپاشی آلفایی است و می توانیم امیدوار باشیم که از روی نظریه ساده اثر تونل، تنوع غیرعادی طول عمرها را به صورت تابعی از انرژی درک کنیم.

۴۰. در اینجا ضریب عبور T را برای سد پتانسیلی که در شکل ۳۸الف نشان داده شده محاسبه می کنیم. برطبق رابطه (۳۶ب)، T از

$$\ln T \cong -2 \int_R^{R_c} dr \sqrt{\frac{2m_\alpha (2e^2 Z'/r - E)}{\hbar^2}} \quad (40الف)$$

برای برآورد τ_0 ، بر مبنای همین مدل ساده، می‌توانیم فرض کنیم که ذره α در داخل هسته همان سرعت v را دارد که بعد از تابش خواهد داشت. پس داریم

$$\tau_0 = \frac{2R}{v}, \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m_\alpha}} \quad (42ج)$$

با به‌کار بردن این روابط در مورد ایزوتوپ ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ که از آن به‌عنوان یک گسیلنده α "استاندارد" استفاده می‌کنیم، به‌دست می‌آوریم $\tau_0 \cong 10^{-21} \text{ sec}$.

همچنانکه در (42ج) نیز دیده می‌شود زمان τ_0 به انرژی E و همین‌طور به شعاع هسته R بستگی دارد. ولی کمیت τ_0 به‌صورت آرگومان لگاریتم در (42ب) ظاهر می‌شود و تغییرات جمله اول با E ، در مقایسه با تغییرات جمله دوم با E بسیار کوچک است. برای آنکه این نکته را به‌روشنی نشان بدهیم، بررسی می‌کنیم که وقتی E از 4 MeV تا 9 MeV تغییر می‌کند چه اتفاقی می‌افتد. افزایش جمله (42ب) برابر $0.18 \cong \text{Log}(3/2)$ می‌شود. افزایش دومین جمله خیلی بیشتر است، یعنی $25 \cong (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) \times 148$ بنابراین می‌توانیم با خیال راحت فرض کنیم که مقدار $\tau_0 = 10^{-21} \text{ sec}$ تقریباً برای تمام گسیلنده‌های α معتبر است و این فرض را خواهیم کرد. مطلب را می‌توان به این ترتیب بیان کرد: عامل عمده در گسیل α پدیده نفوذ در سد است. ما به‌خوبی نمی‌دانیم که قبل از گسیل در داخل هسته چه می‌گذرد ولی می‌توانیم بگوییم فرایند داخلی یک زمان τ_0 را تعریف و تعیین می‌کند که می‌توان آن را به‌عنوان فاصله زمانی بین دو تلاش متوالی ذره برای نفوذ در سد تعبیر کرد. این زمان مسلماً به هسته مادر مورد نظر بستگی دارد ولی می‌توان پذیرفت که مرتبه مقدار آن برای تمام گسیلنده‌های α یکی است. به‌هر حال می‌توان انتظار داشت که تغییرات جمله اول (42ب) برای هر مدل معقول در مقایسه با جمله دوم کوچک باشد و به‌همین دلیل مدل ساده‌ما که لااقل مرتبه بزرگی درستی برای τ_0 به‌دست می‌دهد، به آن اندازه که در وهله اول به‌نظر می‌رسد مدل بدی نیست، به‌عبارت درست‌تر: ممکن است بد باشد ولی این بد بودن چندان مهم نیست.

به این ترتیب ما به هدف نهایی خود رسیده‌ایم، یعنی یک رابطه کلی بین طول عمر τ و انرژی گسیلنده α پیدا کرده‌ایم:

$$\text{Log}(\tau/\text{sec}) \cong \frac{148}{\sqrt{E/\text{MeV}}} - 53.5 \quad (42د)$$

41. برای به‌دست آوردن یک رابطه مفید و گویا تقریبهای بیشتری را به‌کار می‌گیریم. Z' را برابر 86 و R را 7.3 fermi قرار می‌دهیم؛ این مقادیر مربوط به موردی است که در آن ایزوتوپ ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ هسته مادر باشد. بنابراین ما این اعداد را مقادیر "نوعی" Z' و R برای تمام هسته‌های α قرار می‌گیریم. همه گسیلنده‌های α هسته‌های سنگین‌اند، تنوعی که در Z' برای این دسته از هسته‌ها به‌چشم می‌خورد چندان زیاد نیست. مهم‌ترین پارامتر در (40) انرژی E است که همچنانکه گفتیم از 4 MeV تا 10 MeV تغییر می‌کند. بنابراین تقریبی که در نظر گرفته‌ایم معقول و موجه است، به‌خصوص از لحاظ تقریبهای دیگری که به‌کار برده‌ایم.

با قرار دادن مقادیر عددی مربوطه به ثابتهای فیزیکی در (40) و قرار دادن $Z' = 86$ و $R = 7.3 \text{ fermi}$ به‌دست می‌آوریم

$$\text{Log}T \cong -\frac{148}{\sqrt{E/\text{MeV}}} + 32.5 \quad (41الف)$$

توجه داشته باشید که (41الف) لگاریتم معمولی T را (در مبنای 10) به‌دست می‌دهد. برای آنکه از لگاریتم طبیعی به لگاریتم معمولی برسیم از رابطه $\text{Log}x = (\text{Log}e)(\ln x) \cong 0.434 \ln x$ استفاده می‌کنیم.

رابطه کلی (41الف) را برای ضریب عبور T به‌صورت تابعی از E برای سد پتانسیلی که ذره α باید به‌هنگام گسیل در آن نفوذ کند استنتاج کرده‌ایم. حالا باید ببینیم که چگونه می‌توانیم از این نتیجه برای پیدا کردن طول عمر گسیل‌کننده α استفاده کنیم.

42. برای این منظور مدل بسیار ساده‌ای از این فرایند را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم ذره α قبل از گسیل در داخل هسته در امتداد یک قطر به این طرف و آن طرف می‌جهد. زمان بین دو برخورد متوالی با "دیواره"ها را τ_0 می‌گیریم. در هر برخورد شانس معینی وجود دارد که ذره در سد پتانسیل نشت کند و در حقیقت احتمال تابش در هر یک از برخوردها درست برابر است با ضریب عبور T . در نتیجه تعداد برخوردهای ذره α قبل از خارج شدن باید از مرتبه $1/T$ باشد و می‌توانیم طول عمر τ را به‌صورت زیر بنویسیم

$$\tau = \frac{\tau_0}{T} \quad (42الف)$$

$$\text{Log}\tau = \text{Log}\tau_0 + \frac{148}{\sqrt{E/\text{MeV}}} - 32.5 \quad (42ب)$$

۴۳. در شکل ۴۳ الف نیم عمر یک تابش کننده آلفا را برحسب انرژی E رسم کرده ایم: خط چین، معادله (۴۲) را نمایش می دهد. در این نمودار محور طول $1/\sqrt{E/MeV} - \log(\tau/sec)$ و محور عرض $\log(\tau/sec)$ است، در نتیجه رابطه (۴۲) با یک خط راست نشان داده شده است. در همین شکل، نقاط مربوط به تعداد زیادی از گسیلنده های شناخته شده آلفا را برای مقایسه نظریه با واقعیت های تجربی رسم کرده ایم. اشاره می کنیم که به هیچ وجه همه نقاط تجربی روی منحنی نظری قرار نمی گیرند، ولی این نکته نیز آشکار است که این منحنی روند کلی اطلاعات حاصل از مشاهده را نشان می دهد. می توان این را یک کامیابی چشمگیر برای مکانیک کوانتومی دانست که چنان نظریه ساده ای ما را به این درجه از شناخت پدیده آلفازایی برساند. پدیده ای که در وهله اول بسیار پیچیده به نظر می آید.

نظریه کوانتومی نفوذ در سد نخستین بار در ۱۹۲۸ توسط گاموف و مستقل از او توسط کوندون و ژرنی ارائه شد. از آن زمان به بعد طبعاً اصلاحات بسیاری در نظریه واپاشی آلفایی به عمل آمده، و به کمک آنها بررسی تفصیلی تر نتایج تجربی امکان پذیر شده است.

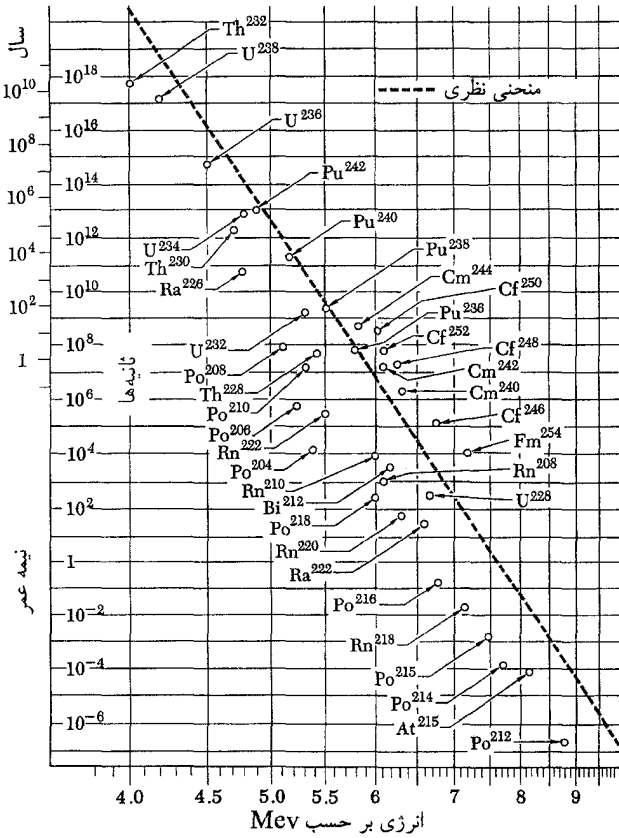
۴۴. "طول عمر"ی که در شکل ۴۳ الف آمده، نیم عمر هسته های پرتوزاست. بدون شک خواننده می داند که یک قانون نمایی به واپاشی پرتوزایی حاکم است، به طوری که اگر در لحظه $t = 0$ تعداد موجود از یک نوع هسته پرتوزا N_0 باشد، تعداد آن در لحظه t از رابطه زیر به دست می آید

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t) \quad (الف ۴۴)$$

ثابت λ ، ثابت واپاشی یا آهنگ واپاشی خوانده می شود. معکوس این عدد یعنی $1/\lambda$ را طول عمر متوسط هسته می نامند. نیم عمر، طبق تعریف، عبارت است از مدت زمانی که طی آن $N(t) = N_0/2$ می شود: در این مدت به طور متوسط، نیمی از هسته هایی که در آغاز وجود داشته اند واپاشیده می شوند. اگر عمر متوسط را با T_m و نیم عمر را با $\tau_{1/2}$ نشان بدهیم، خواهیم داشت

$$\tau_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \ln 2 = T_m \ln 2 \quad (ب ۴۴)$$

شاید بخواهیم مطمئن شویم که آیا رابطه (۴۲) عمر متوسط را به دست می دهد یا نیم عمر را، یا احتمالاً یک جور "عمر" دیگر را. با استدلالی که کردیم عملاً عمر متوسط به دست می آید ولی در حد دقت بحث ما ابداً فرقی نمی کند که از عمر متوسط صحبت کنیم یا از



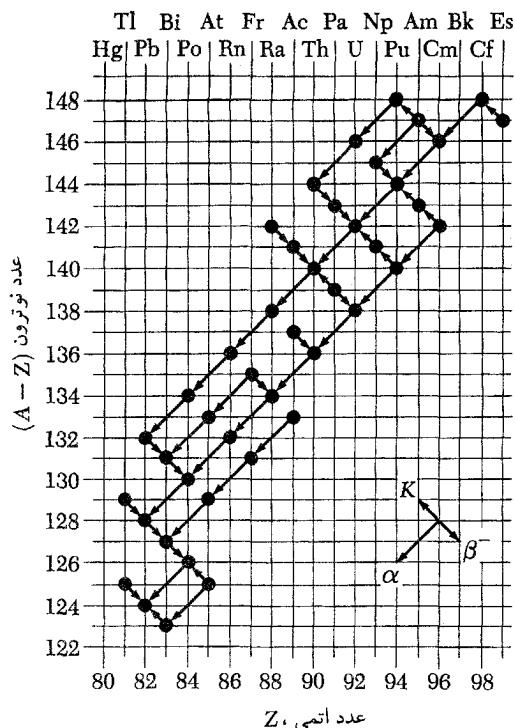
شکل ۴۳ الف نیم عمر تابش کننده های آلفا برحسب انرژی. دایره های کوچک در این نمودار بعضی از هسته های آلفا را نشان می دهند. محور عرض، لگاریتم نیم عمر و محور طول کمیت $1/\sqrt{E}$ است (E انرژی جنبشی ذرات آلفای تابش شده است). نظریه ساده ما پیشگویی می کند که نقطه ها باید روی یک خط مستقیم که به صورت نقطه چین در شکل نشان داده شده واقع شوند. همان طور که می بینیم این توافق در جزئیات خود چندان کامل نیست، ولی به طور کلی تغییرات نیم عمر برحسب انرژی با منحنی نظری هماهنگی دارد. این نمودار، روی هم رفته، تأیید محکمی بر صحت نظریه مکانیک کوانتومی است.

نیم عمر. همان طور که در شکل ۴۴ الف می توانیم ببینیم، نتایج ما تنها با یک ضریب 10^0 یا 10^{00} صحیح است.

۴۵. بار دیگر شکل ۳۸ الف را در نظر بگیرید. این شکل به فرایند

I. G. Gamow, "Zur Quantentheorie des Atomkernes," *Zeitschrift für Physik* **51**, 204 (1928).

R. W. Gurney and E. U. Condon, "Wave mechanics and radioactive disintegration," *Nature* **122**, 439 (1928).



شکل ۴۶ الف هسته‌های پرتوزای سنگین، که عدد جرمی آنها به صورت $A = (4n + 2)$ است. پیکانها تجزیه پرتوزا را نشان می‌دهند. در سمت راست پایین شکل نوع واپاشی با جهت پیکانها نشان داده شده است. نماد α ، واپاشی آلفایی، نماد β^- ، واپاشی بتایی (از طریق تابش یک الکترون و یک پاد نوترینو) و نماد K ربایش K را نشان می‌دهد.

توجه کنید که بعضی از هسته‌ها به دو صورت واپاشیده می‌شوند. همچنین توجه کنید که محصول پایانی تمام زنجیره‌های واپاشی در بالا، ایزوتوپ پایدار سرب ^{206}Pb است.

در واپاشی آلفایی، واپاشی بتایی و ربایش K ، عدد جرمی A یا 4 واحد تغییر می‌کند یا اصلاً تغییر نمی‌کند. پس هسته‌های پرتوزا را می‌توان در 4 گروه دسته‌بندی کرد و عدد جرمی هر دسته را به صورت $A = (4n + r)$ نوشت که در آن n متغیر است ولی r ثابت. چهار رشته هسته‌ها به چهار مقدار مختلف $3, 2, 1, 0$ یا $r = 0$ مربوط اند. یکی از این رشته‌های پرتوزا، به ازای $r = 2$ در شکلهای الف ۴۶ نشان داده شده است.

هر عنصر پرتوزای موجود در طبیعت، چه عمر آن بسیار طولانی باشد و چه نباشد، عضوی از یک زنجیره واپاشی است که از عنصری با عمر طولانی آغاز می‌شود. در میان هسته‌های سنگین با طول عمر زیاد، اشاره می‌کنیم به ^{238}U با نیم عمر 4.5×10^9 سال، ^{232}Th با نیم عمر 1.4×10^{10} سال و ^{235}U با نیم عمر 7.1×10^8 سال. پایدارترین

”معکوس“ که در آن ذره بارداری با انرژی E ، کمتر از ارتفاع سد، به یک هسته برخورد می‌کند، نیز مربوط می‌شود. ذره مورد نظر می‌تواند ذره آلفا، یا پروتون و یا دوترون باشد. اگر ذره بتواند وارد سد شود، یعنی داخل ناحیه‌ای که در آن نیروهای قوی هسته‌ای عمل می‌کنند، در حالت کلی یک واکنش هسته‌ای به وقوع می‌پیوندد. به موجب مکانیک کلاسیک ذره نمی‌تواند در سد نفوذ کند اما می‌دانیم که در مکانیک کوانتومی وضع فرق می‌کند. اگر انرژی E خیلی کم باشد، ضریب عبور T نیز کوچک خواهد بود و امکان ندارد که در هر برخوردی واکنش هسته‌ای صورت بگیرد. با بالا رفتن انرژی ذره، شفافیت سد نیز افزایش می‌یابد و به همین ترتیب شانس وقوع واکنش هسته‌ای نیز زیادتر می‌شود. این افزایش را به صورتی نه چندان دقیق، می‌توان با یک تابع نمایی از انرژی نشان داد. پس پدیده نفوذ در سد یکی از خصوصیات مهم واکنشهای هسته‌ای است که در آنها ذرات بارداری دخالت دارند که انرژیشان خیلی زیاد نیست. اگر ذره فرودی نوترون باشد. وضع به کلی فرق می‌کند. در این حالت سد پتانسیل کولنی وجود ندارد و نوترون هر قدر هم انرژی اش کم باشد می‌تواند آزادانه به هسته داخل شود. در حقیقت واکنشهای هسته‌ای زیادی صورت می‌گیرند که محصول آنها نوترونهای گرمایی است و می‌توانیم به وسیله آنها نوترونهایی را که انرژیشان متناظر با دمای اتاق یعنی در حدود $1/40 \text{ MeV}$ است، بشناسیم.

۴۶. هسته‌های پرتوزا سنگین را می‌توان در چهار گروه مربوط به 4 رشته پرتوزا یا زنجیر واپاشی مختلف دسته‌بندی کرد. در گسیل آلفا، عدد جرمی هسته (A) به مقدار $4 -$ واحد و عدد بار (Z) $2 -$ واحد تغییر می‌کند. در واپاشی بتایی که در آن یک الکترون (یا پوزیترون) و یک پاد نوترینو (یا نوترینو) گسیل می‌شوند، عدد جرمی تغییر نمی‌کند ولی عدد بار $1 +$ (یا $1 -$) واحد تغییر می‌کند. بعضی از هسته‌های سنگین با گسیل آلفا و بعضی با گسیل بتا واپاشیده می‌شوند. امکان دیگری هم هست: هسته می‌تواند از ابر الکترونی که آن را احاطه کرده است یک الکترون برباید و در همان زمان یک نوترینو گسیل کند. این فرایند به نام ربایش K خوانده می‌شود و با واپاشی بتایی رابطه نزدیکی دارد. برهم‌کنش اساسی‌ای که عامل ربایش K و واپاشی بتایی است، همان برهم‌کنش ضعیف عام است که قبلاً ذکر کردیم. در برهم‌کنشهای قوی، که ”نیروی هسته‌ای“ نمونه‌ای از آن است، الکترون، پوزیترون و نوترینو شرکت ندارند، در حالی که ذره آلفا شرکت دارد. دلیل طول عمرهای طولانی که در بتا واپاشی یا ربایش K با آن مواجه می‌شویم نفوذ در سد نیست بلکه ضعف ذاتی برهم‌کنشهای ضعیف است.

عضو خانواده $(4n + 1)$ یکی از ایزوتوپهای نیتونیم، ^{237}Np ، است با نیم عمر $10^6 \times 2.2$ سال. این زمان در مقیاس زمانی زمین شناختی زمان کوتاهی است، بنابراین خانواده $(4n + 1)$ به طور طبیعی وجود ندارد.

چندتا از هسته های سبک که در طبیعت وجود دارند نیز پرتوزا هستند. هسته های بتازای ^4K با نیم عمر $10^9 \times 1.3$ سال و ^{87}Rb با نیم عمر $10^{10} \times 4.7$ سال از آن جمله اند.

۴۷. پدیده پرتوزایی طبیعی این امکان را می دهد که سن سنگها را تعیین کنیم، یعنی مدت زمانی را که از آخرین تحول شیمیایی در سنگها گذشته است. اصول این کار بسیار ساده است؛ مقدار نسبی ایزوتوپ پرتوزا با عمر طولانی و همچنین محصول نهایی پایدار زنجیر واپاشی را در نمونه مورد نظر تعیین می کنیم. مثلاً زنجیر واپاشی اورانیم-رادیم را که از ^{238}U شروع و به ایزوتوپ پایدار سرب ^{206}Pb ختم می شود در نظر بگیریم. فرض کنید در یک نمونه معین مقدار ^{206}Pb مربوط به N_{Pb} اتم و مقدار ^{238}U مربوط به N_{U} اتم را پیدا کرده باشیم. اگر فرض کنیم که تمام اتمهای ^{206}Pb از واپاشی اورانیم به دست آمده اند، می توانیم بنویسیم

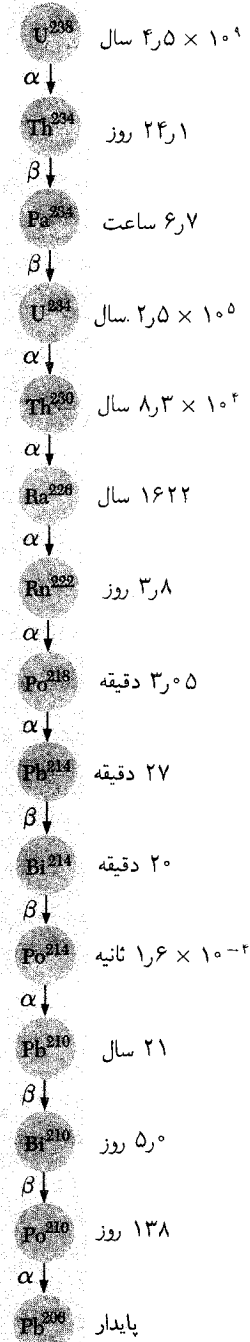
$$N_{\text{U}} = N_0 e^{-\lambda T}, \quad N_{\text{Pb}} = N_0 (1 - e^{-\lambda T}) \quad (\text{الف } 47)$$

که در آن N_0 تعداد اتمهای ^{238}U است که در آغاز وجود داشته اند، λ آهنگ واپاشی اورانیم و T سن نمونه است. از آنجا که $N_0 = N_{\text{U}} + N_{\text{Pb}}$ است، داریم

$$e^{\lambda T} = \frac{(N_{\text{Pb}} + N_{\text{U}})}{N_{\text{U}}} \quad (\text{ب } 47)$$

و با توجه به معلوم بودن λ می توانیم T را پیدا کنیم. این روش فقط حد بالایی T را به دست می دهد، چون بعضی از اتمهای ^{206}Pb که هم اکنون وجود دارند، ممکن است در زمانی که جسم معدنی تشکیل می شد نیز وجود داشته بوده باشند. پس لازم است روش پیچیده تر و ظریف تری اتخاذ شود، و باید ترکیب ایزوتوپی سرب در یک جسم معدنی فاقد اورانیم را با ترکیب موجود در جسم معدنی محتوی اورانیم مقایسه کنیم. بنابراین مثال بالا بیش از اندازه ساده سازی شده است ولی به هر حال اصل مسئله را روشن می کند.

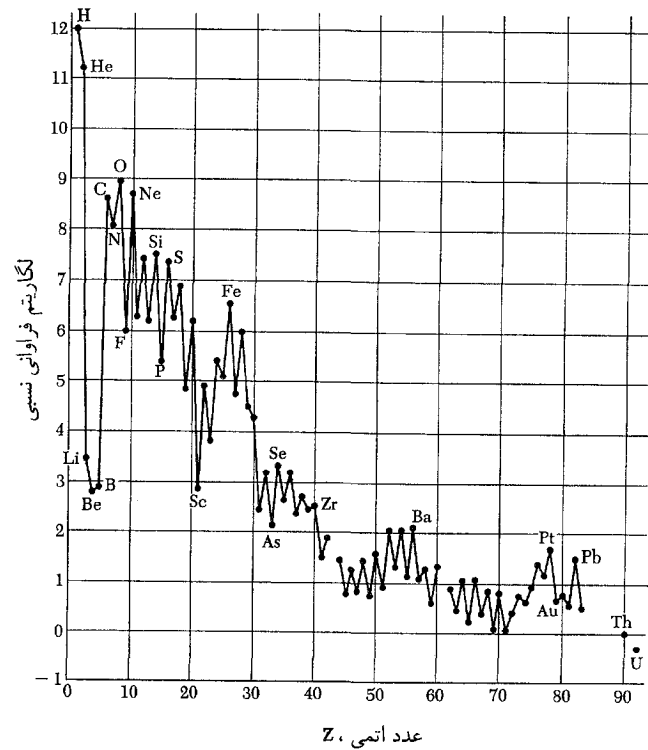
در روش دیگر، هلیوم موجود در یک سنگ با اورانیم موجود در آن مقایسه می شود. در هر واپاشی آلفایی در زنجیر واپاشی، یک هسته هلیوم تولید می شود. و اگر مطمئن شویم که هلیوم از داخل سنگ



شکل ۴۶ ب زنجیر پرتوزای اورانیم-رادیم-سرب. مدهای تجزیه در سمت چپ و نیم عمرها در طرف راست نشان داده شده اند. این ایزوتوپها چون از ایزوتوپ 238 که عمر طولانی دارد تولید می شوند، در طبیعت (در سنگهای معدنی اورانیم) وجود دارند؛ نیم عمر هیچ یک از عناصر بالاتر از اورانیم که به این سری تعلق دارند (با عدد جرمی به صورت $4n + 2$) در مقیاس زمانی زمین شناسی قابل توجه نیست.

نمی‌گریزد، می‌توانیم تعداد اتمهای اورانیومی را که از زمان تشکیل شدن سنگ فروپاشیده است پیدا کنیم.^۱
 به‌کمک این روشها معلوم شده است که کهن‌ترین سنگهای پوسته زمین در حدود 3×10^9 سال سن دارند، قطعاً این مقدار حد پایینی

سن زمین است چون قبل از این هم پوسته زمین دچار تحولات شیمیایی بسیاری بوده است. سنگهای آسمانی نیز مطالعه شده‌اند و معلوم شده است که سن آنها در حدود $10^9 \times 4.6$ سال است. هنوز در مورد چگونگی تشکیل سنگهای آسمانی یقین نداریم، ولی شواهد خوبی در دست است که آنها همزمان با دیگر اجسام جامد در منظومه شمسی تشکیل (متبلور) شده‌اند. بنابراین سن زمین هم به‌عنوان یک جسم باید در حدود $10^9 \times 4.6$ سال باشد. از این گذشته، با استفاده از "ساعتها"ی پرتوزا می‌توان زمانی را که بین آخرین تشکیل عناصر شیمیایی در سنگ آسمانی و متبلور شدن آن گذشته است برآورد کرد. به‌موجب یکی از این برآوردها^۲ معلوم شده است که این زمان در حدود $10^9 \times 3.5$ سال است. این عدد نشان می‌دهد که آخرین مرحله تشکیل عناصر شیمیایی موجود در سیارات و سنگهای آسمانی حدود ۵ میلیارد سال قبل بوده است. پس این همان سنی است که برای منظومه شمسی تخمین زده می‌شود.



۴۸. اکنون طبیعی است بپرسیم که سن عالم چقدر است؟ عناصر شیمیایی چگونه تشکیل یافته‌اند؟ ما در اینجا نمی‌توانیم نظریه‌ای را که سن جهان را برآورد می‌کند تشریح کنیم. امروز پذیرفته شده است که سن جهان باید چیزی در حدود 10^9 میلیارد سال، یعنی تقریباً از همان مرتبه مقدار سن منظومه شمسی باشد.

عقیده بر آن است که عناصر شیمیایی در واکنشهای هسته‌ای در ستارگان از هیدروژن تشکیل شده‌اند. شکل الف ۴۸ فراوانی نسبی برآوردشده برای عناصر شیمیایی را در منظومه شمسی نشان می‌دهد. نقاطی که یکایک عناصر شیمیایی را نشان می‌دهند نقاط تجربی نیستند، به این لحاظ که همگی آنها را اندازه‌گیری روی یک "نمونه استاندارد" به‌دست می‌آیند. این نقاط برآوردهایی را نشان می‌دهند

شکل الف ۴۸ نمودار فراوانی نسبی عناصر در منظومه شمسی.

محور عرضی، لگاریتم در مبنای ده فراوانی نسبی، یعنی تعداد نسبی اتمهاست. به‌خاطر سهولت در خواندن، نقاط نشان‌دهنده عناصر مجاور، به یکدیگر وصل شده‌اند. چنین نموداری بر انواع بسیار مختلف و متنوعی از اندازه‌گیریها، و همچنین بر آرای نظری مبتنی است. اطلاعات مربوط به عناصر سبک، اغلب از مطالعات طیف نمایی خورشید به‌دست می‌آیند، در حالی که برآوردهای مربوط به عناصر سنگین‌تر از بررسی ترکیبات سنگهای آسمانی حاصل می‌شوند. این نمودار، معلومات کنونی ما را به‌طرز معقولی خلاصه می‌کند، ولی باید دانست که بعضی از اطلاعاتی که ارائه شده‌اند کاملاً نامطمئن و آزمایشی هستند.

۱. رادرفورد نخستین برآورد سن زمین را براساس پرتوزایی به‌عمل آورد. رجوع کنید به E. Rutherford, "The Mass and Velocity of the α particles expelled from Radium and Actinium," *Philosophical Magazine* 12, 348 (1906).

صفحات ۳۶۹-۳۶۸ را ببینید که در آن رادرفورد به برآورد 400 میلیون سال برای اجسام معدنی که مطالعه می‌کرده دست یافته است.

2. J. H. Reynolds, "Determination of the age of the elements," *Physical Review Letters* 4, 8 (1960).

همچنین به

C. M. Hohenberg, F. A. Podeseck, and J. H. Reynolds, "Xenon-Iodine Dating: Sharp Isochronism in Chondrites," *Science* 156, 202 (1967),

که برخی نتایج آن نشان می‌دهند که زمان مزبور می‌تواند به مقدار قابل ملاحظه‌ای کوتاه‌تر باشد.

عقیده بر آن است که فراوانی نسبی عناصر در کل کائنات (قابل رؤیت) کم و بیش شبیه به فراوانی در منظومه شمسی است. فراوانیهایی که ما در محیط بلاواسطه خود می‌یابیم، به میزان قابل ملاحظه‌ای با فراوانیهای "کیهانی" فرق دارند. (جدول ۴۸ ب را ببینید.)

تعداد اتمها (درصد)	عنصر
۶۲٫۶	اکسیژن
۲۱٫۲	سیلیسیم
۶٫۵	آلومینیم
۲٫۶۴	سدیم
۱٫۹۴	کلسیم
۱٫۹۲	آهن
۱٫۸۴	منیزیم
۱٫۴۲	پتاسیم

مبحث پیشرفته: بهنجار کردن تابع موج^۱

۴۹. بار دیگر تابع موج شرودینگر را در نظر می‌گیریم و برای سهولت، بحث را منحصر می‌کنیم به حالت یک بعدی که در آن تابع موج $\psi(x, t)$ فقط تابعی است از x و t . گفتیم که مجذور مطلق تابع موج متناسب با چگالی احتمال است. این یعنی که احتمال یافتن ذره در زمان t در فاصله $x_1 < x < x_2$ به صورت زیر است

$$P(x_1, x_2) = N \int_{x_1}^{x_2} dx |\psi(x, t)|^2 \quad (۴۹الف)$$

که در آن N ثابتی است مستقل از x . چگونه می‌توانیم این ثابت را پیدا کنیم؟ با یک شرط ساده: احتمال آنکه ذره بالاخره در یک جایی پیدا شود باید برابر واحد باشد، یعنی باید داشته باشیم

$$1 = N \int_{-\infty}^{+\infty} dx |\psi(x, t)|^2 \quad (۴۹ب)$$

ممکن است حالتی پیش بیاید که انتگرال (۴۹ب) همگرا نباشد. در این صورت باید ثابت N صفر شود، و از معادله (۴۹الف) نتیجه می‌شود که احتمال یافتن ذره در هر فاصله مکانی محدود باید صفر شود. و این از لحاظ فیزیکی بی‌معنی است. پس ما این نتیجه مهم را استخراج می‌کنیم که تابع موج شرودینگر $\psi(x, t)$ باید به‌ازای تمام مقادیر t یک تابع مربعاً انتگرال‌پذیر از x باشد (مجذور ψ انتگرال‌پذیر باشد). شرط "مربعاً انتگرال‌پذیر" حاکی از آن است که انتگرال (۴۹ب) همگراست.

پس اگر واقعاً تابع موج $\psi(x, t)$ مربعاً انتگرال‌پذیر باشد می‌توانیم یک تابع موج جدید $\psi_n(x, t)$ را به صورت

$$\psi_n(x, t) = \sqrt{N} \psi(x, t) \quad (۴۹ج)$$

تعریف کنیم که N از معادله (۴۹ب) به دست می‌آید. این تابع موج دارای خاصیت جالبی است

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx |\psi_n(x, t)|^2 = 1, \quad P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} dx |\psi_n(x, t)|^2 \quad (۴۹د)$$

و چگالی احتمال برای آن برابر مجذور مطلق تابع موج است.

۱. در دور اول مطالعه می‌توان این مبحث را حذف کرد.

این جدول نسبت برآورده شده عناصر را در محدوده ده مایل از قسمت بیرونی پوسته زمین همراه با اقیانوسها و جو را نشان می‌دهد. این هشت عنصر نزدیک به ۹۹ درصد جرم این منطقه را تشکیل می‌دهند. میدان گرانشی ضعیف زمین نمی‌تواند عناصر سبکی مانند هیدروژن و هلیوم را نگه دارد، و این دلیل فراوانی ناچیز آنها در مقایسه با داده‌های "کیهانی" است. می‌توان انتظار داشت که فراوانی عناصر سنگین در زمین، مشابه با فراوانی آنها در کیهان باشد، ولی فرایندهای زمین‌شناختی در روی زمین منجر به تفکیک شیمیایی عناصر شده است و اطلاعات مربوط به پوسته، نماینده تمام زمین نیست.

که براساس انواع مختلف اندازه‌گیرها به دست آمده‌اند، نظیر فراوانی نسبی عناصر در جو خورشیدی به روش طیف‌نمایی، اندازه‌گیری فراوانی نسبی در سنگهای آسمانی و برآورد ترکیبات شیمیایی پوسته زمین. توجه کنید هیدروژن به مراتب از دیگر عناصر فراوان تر است. همچنین توجه کنید که قله‌های منحنی فراوانی، مربوط به عناصر پایدارند. در این منحنی نظمی به چشم می‌خورد که عناصر با عدد اتمی زوج فراوان تر از عناصر مجاورند که عدد اتمی شان فرد است، و این امر گویای آن است که هسته‌هایی که تعداد پروتون و تعداد نوترون آنها زوج است از دیگر هسته‌ها پایدارترند.

توصیف جزئیات این منحنی و یافتن ردپای تاریخ گذشته منظومه شمسی مسئله بسیار جالبی است. امروز عقیده بر آن است که جنبه‌های اصلی منحنی فراوانی به خوبی شناخته شده‌اند.

مؤلف این کتاب در مورد این مسئله که خود هیدروژن در اصل از کجا آمده است، مطلقاً چیزی برای گفتن ندارد.

در مسئله "متناظر" کلاسیک مطابقت داشته باشد. حقیقی بودن پتانسیل برای استدلال ما جنبه اساسی دارد، و این چیزی است که همواره در نظریه شرودینگر فرض می‌شود.

حالا با استفاده از (۵۰الف) و (۵۰د)، مشتقات زمانی را در (۵۰ج) حذف می‌کنیم و به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} |\psi(x, t)|^2 &= \frac{i\hbar}{2m} \left(\psi^* \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \psi \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} \right) \\ &= \frac{i\hbar}{2m} \frac{\partial}{\partial x} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) \quad (۵۰ه) \end{aligned}$$

بنابراین نتیجه می‌شود

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} dx |\psi(x, t)|^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\partial}{\partial t} |\psi(x, t)|^2 = \\ &= \frac{i\hbar}{2m} \left[\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right]_{-\infty}^{+\infty} \quad (۵۰و) \end{aligned}$$

ولی اگر مشتق تابع موج (نسبت به x) محدود بماند، عبارت طرف راست (۵۰و) صفر خواهد شد، چون فرض کرده‌ایم که تابع موج در بینهایت صفر می‌شود. پس رابطه (۵۰ب) برقرار است و به راحتی از (۴۹ب) نتیجه می‌گیریم که N واقعاً ثابتی است مستقل از t . بنابراین، تابع $\psi_n(x, t)$ نیز یک تابع موج واقعی است، یعنی جوابی است برای معادله شرودینگر (۵۰الف). همیشه می‌توانیم از یک تابع موج فیزیکی، تابع موج بهنجار شده‌ای تشکیل بدهیم، و اگر بخواهیم می‌توانیم یکسره با تابع موج بهنجار شده به واحد کار کنیم.

این نتایج مهم برای حالت سه بعدی نیز معتبرند. ما در اینجا اثبات آن را نمی‌آوریم اما فقط اشاره می‌کنیم که اثبات کاملاً مشابه با حالت یک بعدی است.

۵۱. در اینجا شاید خواننده به فکر فرورفته باشد، زیرا استنتاج قطعی ما مبنی بر آنکه هر تابع موجی که از لحاظ فیزیکی با معنی است باید مربعاً انتگرال‌پذیر باشد، ظاهراً در بحثی که قبلاً در همین فصل راجع به امواج تخت تکفام داشتیم تردید ایجاد می‌کند. روشن است که تابع موجی به شکل $\exp(ixp/\hbar - itp^2/2m\hbar)$ مربعاً انتگرال‌پذیر نیست و در نتیجه بهنجار کردن آن به واحد امکان ندارد. اجباراً به این نتیجه می‌رسیم که یک تابع موج با تکانه دقیقاً تعیین شده، که تنها از طریق عامل $\exp(ixp/\hbar)$ به مختصات x بستگی دارد، نمی‌تواند

به تابع موجی که در نخستین شرط (۴۹د) صدق کند تابع موج بهنجار شده و یا گاهی هم بهنجار شده به واحد می‌گویند. آشکار است که کار کردن با چنین تابعی بر توابع دیگر ارجح است، زیرا مجذور مطلق آن برابر چگالی احتمال است.

۵۰. حالا باید به سؤال مهمی پاسخ بدهیم: آیا ثابت N به شکلی که در (۴۹ب) تعریف شده است، به زمان t بستگی دارد؟ ما فرض کردیم که $\psi(x, t)$ یک جواب واقعی معادله شرودینگر

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x, t) + V(x)\psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) \quad (۵۰الف)$$

است، پس تابع موج جدید $\psi_n(x, t)$ نیز جوابی برای این معادله است مشروط بر آنکه ثابت N مستقل از زمان باشد.

ما این قضیه را اثبات خواهیم کرد: اگر $\psi(x, t)$ در معادله (۵۰الف) صدق کند و اگر هنگامی که x به $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند $\psi(x, t)$ "با سرعت کافی" به سمت صفر میل کند، آنگاه خواهیم داشت

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} dx |\psi(x, t)|^2 = 0 \quad (۵۰ب)$$

در اینجا عبارت "با سرعت کافی" علاوه بر معانی دیگر به این معناست که $\psi(x, t)$ مربعاً انتگرال‌پذیر است. برای اثبات قضیه فوق از عبارت داخل علامت انتگرال مشتق می‌گیریم

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} |\psi(x, t)|^2 &= \frac{\partial}{\partial t} \psi^*(x, t)\psi(x, t) \\ &= \psi^*(x, t) \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \psi^*(x, t)}{\partial t} \psi(x, t) \quad (۵۰ج) \end{aligned}$$

معادله (۵۰الف) رابطه‌ای برای مشتق $\psi(x, t)$ نسبت به زمان به دست می‌دهد. برای پیدا کردن رابطه مشابهی برای مزدوج مختلط تابع موج، $\psi^*(x, t)$ ، مزدوج مختلط (۵۰الف) را تشکیل می‌دهیم، که به دست می‌آید

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi^*(x, t) = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi^*(x, t) - V(x)\psi^*(x, t) \quad (۵۰د)$$

در اینجا فرض کرده‌ایم که $V(x)$ یک تابع حقیقی است که این فرض با نظریه شرودینگر سازگار است، زیرا این پتانسیل باید با پتانسیل

و ضریب عبور $T' = (1 - R')$ به دست بیاورید. توجه کنید که یک ذره کلاسیک هرگز از پله باز نمی‌تابد.

۲. یک رابطه کامل برای ضریب عبور T سد پتانسیل شکل ۳۱ الف به دست بیاورید و نتیجه کامل خود را با فرمول تقریبی (۳۳ ب) مقایسه کنید. با لگاریتم گرفتن از هر دو رابطه T ، این مقایسه بهتر انجام می‌شود. نتیجه تقریبی ما از حالت حدی سد "بلند و نازک" ناشی می‌شود.

۳. بسیار جالب خواهد بود که یک نمونه مشخص از پدیده نفوذ اپتیکی در سد را که در شکل ۳۴ ب نشان داده شده است، بررسی کنیم. ضریب شکست شیشه فلینت برای طول موج 6000 \AA (در هوا) 1.75 است. فرض کنید محیط غلیظ در شکل ۳۴ ب شیشه فلینت و محیط رقیق هوا باشد. زاویه تابش را 45° ، و فاصله بین صفحات را 1 mm و 0.1 می‌گیریم. کسری از نور را که می‌تواند از سد عبور کند برآورد کنید. (لازم نیست محاسبه دقیق انجام بدهید؛ برآوردی که با جوهر بحث ما سازگار باشد کافی است.)

توجه کنید که با افزایش ضخامت لایه هوای بین دو منشور شیشه‌ای، شدت نور عبوری به‌طور نمایی کاهش می‌یابد. در اینجا کمیت مهم نسبت ضخامت به طول موج است. توجه کنید که مؤلفه بردار موج که موازی با سطح مشترک هوا و شیشه است، در هوا و در شیشه یکی است. (چرا؟)

۴. در مورد یکی از جزئیات و سواس بیشتری به خرج بدهید: آیا شکل ۳۴ ب درست رسم شده است؟ رابطه بین پرتو عبوری و پرتو تابیده شده را در نظر بگیرید. شاید پرتو عبوری می‌بایست در امتداد پرتو تابشی رسم می‌شد و نه آن‌چنان که در شکل آمده است؟ برای آنکه دریاپییم که این شکل واقعاً چگونه باید رسم شود می‌توانیم آزمایشهایی انجام بدهیم. فرض کنید ضخامت محیط رقیق از مرتبه طول موج نور مورد استفاده باشد. با ترتیب و ترکیبی از شکافها، یک شعاع فوق‌العاده باریک نور را به عنوان باریکه تابش انتخاب می‌کنیم؛ این شعاع با خط نقطه چین در سمت راست پایین شکل نشان داده شده است. سپس می‌توانیم شعاع عبور کرده نور را بررسی کنیم و ببینیم که آیا همان مسیری را طی می‌کند که در طرف چپ و قسمت بالای شکل رسم شده است یا نه. لازم نیست که شما این آزمایش را در آزمایشگاه انجام بدهید؛ می‌توانید آن را در ذهن خود انجام بدهید، زیرا در این آزمایش هیچ چیزی وجود ندارد که در چارچوب نظریه الکترومغناطیس قابل پیشگویی نباشد.

بعد از تعمق در این آزمایش، نظر خود را در این مورد که آیا شکل ۳۴ ب صحیح رسم شده است یا نه اظهار کنید.

به یک حالت واقعاً فیزیکی از حرکت ذره مربوط باشد. از طرف دیگر برای ما مانعی وجود ندارد که موجی را در نظر بگیریم که در یک فاصله بزرگ روی محور x ، از طریق عامل $\exp(ixp/\hbar)$ به x بستگی داشته باشد، مشروط بر آنکه وقتی x به $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، این تابع موج به سمت صفر میل کند. بنابراین، می‌توانیم مشکل را با این قرار و توافق حل کنیم که وقتی از "امواج با تکانه دقیقاً تعیین شده" صحبت می‌کنیم، منظور واقعی ما این نیست که موج در همه جا به صورت $\exp(ixp/\hbar)$ است. تصدیق می‌کنیم که تابع موج در بینهایت باید به صفر میل کند ولی می‌پذیریم که تابع موج در یک فاصله بسیار بزرگ روی محور x به این شکل است، و این فاصله شامل ناحیه‌ای که بدو مورد نظر ما بود نیز هست. به این ترتیب "امواج تکفام" را باید "امواج تقریباً تکفام" دانست. بنابراین، اشکالی نخواهد داشت که همچنان از امواجی که از طریق عامل $\exp(ixp/\hbar)$ یا $\exp(ix \cdot \mathbf{p} / \hbar)$ به مختصات مکانی بستگی دارند صحبت کنیم، همچنانکه در اغلب متون و نوشته‌های مکانیک کوانتومی صحبت می‌شود. می‌توانیم امواج بهنجارش ناپذیر را حالت‌های حدی امواج بهنجارش‌پذیر بدانیم، و اگر بخواهیم می‌توانیم آنها را توابع موج ناکامل بنامیم. این اصطلاح نظر ریاضیدانها را هم تأمین می‌کند، چون آنها از بی‌دقتی مکرر فیزیکدانها در این مورد دل‌خوشی ندارند و معترض‌اند که فیزیکدانها طوری از "امواج تخت" صحبت می‌کنند که گویی تمام و کمال تابع موجهای شرودینگرند.

مسائل

۱. سد پتانسیل شکل ۲۸ الف را در حالتی که $E > V_0$ است در نظر بگیرید.

(الف) ابتدا حالتی را در نظر بگیرید که ذره از سمت چپ می‌تابد. قسمتی از آن، یعنی بسته موج، بازمی‌تابد و قسمتی از پله عبور می‌کند. برای بحث در مورد این وضعیت، ما پاسخی را می‌خواهیم که در ناحیه طرف راست پله موجی را توصیف کند که به سمت راست می‌رود. این پاسخ را برای همه‌جا پیدا کنید و فرمولی برای ضریب بازتاب R ، یعنی احتمال بازتابش ذره به دست بیاورید، آنگاه ضریب عبور T ، یعنی احتمال آنکه ذره از سد بگذرد برابر $(1 - R)$ خواهد بود.

(ب) حالتی را در نظر بگیرید که ذره از طرف راست می‌تابد. در این حال به دنبال پاسخی برای معادله شرودینگر هستیم که در ناحیه سمت چپ موجی را نشان بدهد که به سمت چپ حرکت می‌کند. این پاسخ را برای همه‌جا پیدا کنید و فرمولی برای ضریب بازتاب R'

قضیه: ضریب عبور، هنگامی که ذره از طرف چپ می‌تابد، برابر است با ضریب عبور هنگامی که ذره از طرف راست می‌تابد، مشروط بر آنکه در هر دو حال انرژیها مساوی باشند.

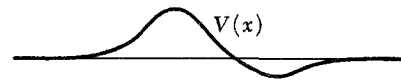
این قضیه را اثبات کنید. راهنمایی: توجه کنید که اگر $\varphi(x)$ جواب معادله شرودینگر باشد، همچنانکه در مسئله قبل دیدیم، $\varphi^*(x)$ و هر ترکیب خطی از $\varphi(x)$ و $\varphi^*(x)$ نیز پاسخ معادله شرودینگر است. یک ترکیب خطی مناسب از $\varphi(x)$ و $\varphi^*(x)$ انتخاب کنید.

۷. بسیاری از هسته‌های ناپایدار با تابش پوزیترون و نوترینو واپاشیده می‌شوند. گستره انرژی پوزیترونهای تابیده از 10 KeV تا چند MeV است. چنانکه قبلاً گفتیم، این نوع واپاشی نتیجه برهم‌کنشهای ضعیف است. این را نیز گفتیم که عمر طولانی که گاهی برای هسته‌های بتازا مشاهده می‌شود، به دلیل ضعف ذاتی این برهم‌کنشهاست. این مانع از آن نمی‌شود که احتمالاً پدیده نفوذ در سد نقش مهمی ایفا نکند. این نکته را با کمک چند مثال عددی صریح تحقیق کنید، یعنی ضریب عبور را برای سد پتانسیل "نوعی" ای که پوزیترون باید از آن بگذرد، برآورد کنید و خود را قانع کنید که پدیده نفوذ در سد در تعیین طول عمر عامل عمده نیست.

۸. زمانی، مایتر و اورثمن از طریق کالری‌سنجی، انرژی آزاد شده در واپاشی بتایی RaE را اندازه‌گیری کردند. (RaE نام قدیمی هسته ^{210}Bi است.) در این آزمایش نمونه RaE را در یک کالری‌سنج مناسب قرار دادند و میزان گرمایی را که در کالری‌سنج‌ها می‌شود اندازه گرفتند. با دانستن طول عمر RaE (5.0 روز) و اندازه‌های نمونه، آنها توانستند تعداد واپاشی در هر ثانیه، و از روی آن مقدار گرمای حاصل به‌ازای هر واپاشی را پیدا کنند. این مقدار، برابر با $(0.337 \pm 0.2) \text{ MeV}$ به‌ازای هر واپاشی به‌دست آمد.

از طرف دیگر معلوم شده بود که بیشینه انرژی که الکترون می‌تواند با آن تابش شود 1.170 MeV است. پس در اینجا ناهمخوانی بین انرژی بیشینه معلوم و انرژی که از طریق کالری‌سنجی تعیین شده است مشاهده شد. و تعجبی ندارد که فیزیکدانها در آن زمان کاملاً نگران شده بودند. چون ما عقیده داریم واپاشی بین دو تراز معین انرژی صورت می‌گیرد، باید بپذیریم که 1.170 MeV انرژی جنبشی آزاد شده به‌ازای هر واپاشی است. و آنگاه مسئله‌ای که پیش می‌آید این است که چرا بخشی از این انرژی در کالری‌سنج "ناپدید" می‌شود. در حقیقت نگرانی فیزیکدانها از آن بود که بعضیها، از جمله بور، به این فکر افتاده بودند که احتمالاً پایستگی انرژی در میکروفیزیک برقرار نیست.

در پرتو آنچه از واپاشی بتایی می‌دانید، به تفصیل وضعیت فوق‌الذکر



شکل مربوط به مسئله ۵. آیا برای یک سد دلخواه از این نوع، می‌توانید ثابت کنید که مجموع ضرایب بازتاب و عبور، که برحسب دامنه‌های امواجی که به طرف راست و چپ می‌روند تعریف شده‌اند، در واقع برابر واحد است؟

۵. حرکت یک ذره را در یک پتانسیل "دلخواه"، مثل پتانسیلی که در شکل مقابل رسم شده است، در نظر بگیرید. وقتی x به $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تابع پتانسیل $V(x)$ به سمت صفر می‌رود.

فرض کنید ذره‌ای با انرژی E از طرف چپ تابانده می‌شود. پس تابع موج $\varphi(x)$ باید برای هر مقدار منفی و بزرگ x به شکل $\varphi(x) = [e^{ixk} + Ae^{-ixk}]$ ، و برای همه مقادیر بزرگ و مثبت x به صورت $\varphi(x) = Be^{ixk}$ باشد. برای پیدا کردن ثابتهای A و B ، باید معادله شرودینگر را برای پتانسیل $V(x)$ حل کنیم.

ما به اینجا رسیدیم که $|A|^2$ را ضریب بازتاب سد و $|B|^2$ را ضریب عبور تعبیر کنیم. اگر این تعبیر درست باشد باید داشته باشیم

$$|A|^2 + |B|^2 = 1 \quad (\text{الف})$$

سؤال اساسی جالبی مطرح می‌شود: آیا واقعاً این رابطه برای تمام توابع پتانسیل $V(x)$ برقرار است؟ رابطه فوق را در حالت کلی ثابت کنید. راهنمایی: تابع زیر را در نظر بگیرید

$$F(x) = \varphi^*(x) \frac{d\varphi(x)}{dx} - \varphi(x) \frac{d\varphi^*(x)}{dx}$$

و نشان بدهید که اگر $\varphi(x)$ در معادله شرودینگر صدق کند، $dF(x)/dx = 0$ است.

این مسئله، نشان می‌دهد که گاهی می‌شود یک حکم کلی را درباره ماهیت پاسخها ثابت کرد بدون آنکه خود پاسخها را به‌طور صریح به‌دست بیاوریم. در این مورد خاص روشن است که ما یک خاصیت کلی مهم را برای معادله شرودینگر و پاسخهای آن کشف کرده‌ایم. اگر نظریه برقرار است صحیح باشد، معادله (الف) باید برقرار باشد و این دلگرم‌کننده است که می‌توانیم موضوع را اثبات کنیم.

۶. درباره وضعیتی که شکل مربوط به مسئله قبل نشان می‌دهد، سؤالات جالب دیگری نیز می‌توان مطرح کرد. برای مثال، آیا شفافیت سد در هر دو جهت برابر است؟

(ج)

L. I. Schiff: *Quantum Mechanics*, 3rd. edition (McGraw-Hill Book Company, New York, 1968).

مرجع سوم از دو مرجع اول پیشرفته است، و هر سه مرجع از کتاب ما پیشرفته‌ترند. مؤلف فقط به این دلیل این مراجع را پیشنهاد می‌کند که ممکن است بعضی خوانندگان علاقه‌مند باشند بحث کامل بعضی مباحث خاص را مطالعه کنند. در دو مرجع اول مسائل ساده مربوط به سد پتانسیل به تفصیل بررسی شده است.

۳. در تمامی کتابهای فیزیک هسته‌ای، پرتوزایی و واکنشهای هسته‌ای بررسی شده است. از میان این کتابها، کتابهای زیر را پیشنهاد می‌کنم:

(الف)

D. Halliday: *Introductory Nuclear Physics* (John Wiley and Sons, New York, 1955).

(ب)

E. Segre: *Nuclei and Particles* (W. A. Benjamin, New York, 1964).

۴. برای مطالعه نحوه تشکیل عناصر شیمیایی و عمر منظومه شمسی و عالم، مراجع زیر را پیشنهاد می‌کنم:

(الف)

E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler, and F. Hoyle: "Synthesis of the Elements in Stars," *Reviews of Modern Physics* **29**, 547 (1957).

(ب)

W. A. Fowler and F. Hoyle: "Nuclear Cosmochronology," *Annals of Physics*, **10**, 280 (1960).

(ج)

J. H. Reynolds: "The Age of the Elements in the Solar System," *Scientific American*, Nov. 1960, page 171.

(از جمله نگرانیهای فیزیکدانان آن زمان) را توضیح بدهید.

۹. در اورانیم موجود در طبیعت، فراوانی ایزوتوپ ^{235}U ، ۰٫۷۱ درصد و فراوانی ایزوتوپ ^{238}U ، ۹۹٫۲۸ درصد است. نیم‌عمر ^{235}U برابر با $10^8 \times 7.1$ سال و نیم‌عمر ^{238}U $10^9 \times 4.5$ سال است.

(الف) فراوانیهای که ذکر شد برای تمام نمونه‌های خاکی و نیز برای سنگهای آسمانی حاوی اورانیم صادق‌اند. از این امر چه نتیجه‌ای می‌توانید بگیرید؟

(ب) اگر برای سهولت فرض کنید که مقدار اولیه دوایزوتوپ اورانیم در منظومه شمسی برابر بوده است، سن منظومه را چقدر برآورد می‌کنید؟
۱۰. (الف) انتظار دارید در مقداری سنگ معدن که محتوی ۱ تن اورانیم است، چه مقدار رادیم پیدا شود؟ آیا فرق می‌کند که عمر سنگ معدن ۱ میلیون سال باشد یا ۵۰۰ میلیون سال؟

(ب) اگر سنگ معدن ۵۰۰ میلیون ساله باشد چه مقدار سرب در آن یافت می‌شود؟

منابع برای مطالعه بیشتر

۱. ترجمه انگلیسی مقاله‌های اصلی شرودینگر:

E. Schrödinger: *Collected Papers on Wave Mechanics* (Blackie and Son, Ltd., Glasgow, 1928).

برای آشنایی با تاریخ این موضوع به کتابهای ذکر شده در پایان فصل ۱ (شماره‌های ۳ و ۵) نیز مراجعه کنید.

۲. بعضی خوانندگان ممکن است مایل باشند مطالب بیشتری درباره معادله شرودینگر فرابگیرند. اینان می‌توانند به کتابهای زیر مراجعه کنند

(الف)

R. M. Eisberg: *Fundamentals of Modern Physics* (John Wiley and Sons, New York, 1961).

(ب)

E. Merzbacher: *Quantum Mechanics* (John Wiley and Sons, New York, 1961).



نظریه حالت‌های مانا

کوانتس به‌عنوان یک مسئله ویژه مقدار

۱. سرفصل بالا ترجمه عنوان مشترک چهار مقاله معروف شرودینگر درباره مکانیک موجی است که طی آنها نشان داده است چگونه می‌توان وجود ترازهای منفصل انرژی را در اتم از روی تصویر موجی و به‌خصوص از روی معادله شرودینگر درک کرد.

پیش از نظریه شرودینگر، در سال ۱۹۱۳ بور نظریه نیمه کلاسیکی برای اتم فرمولبندی کرده بود. می‌گوییم نیمه کلاسیکی، زیرا او یک مدل منظومه‌ای را پذیرفته بود که می‌بایست با قوانین مکانیک کلاسیک توصیف می‌شد، با این فرض اضافی که همه مدارهایی که از نظر کلاسیک مجاز بودند، عملاً وجود ندارند. مدارهای واقعی را چند شرط کوانتومی که ماهیتی آشکارا غیرکلاسیک دارند، محدود می‌کنند. به‌عنوان مثال، این قانون را ذکر می‌کنیم که تکانه زاویه‌ای کل مربوط به حرکت مداری ذرات در اتم باید مضرب صحیحی از \hbar باشد. در بسیاری موارد (ولی نه همیشه) مقادیر انرژی کل وابسته به مدارهایی که از لحاظ کوانتومی مجازند، یک رشته منفصل تشکیل می‌دهند. به این ترتیب، بور نظریه ترازهای منفصل انرژی در اتم را مطرح کرد. عمل او را می‌توان کوانتس حرکت در اتم نامید. و این سرآغاز تاریخی اصطلاح "کوانتس" است.

۲. شرایط کوانتومی بور سرشت ویژه‌ای داشت و مشکل می‌شد آن را قابل قبول دانست. تا پیش از زمان انتشار مقالات شرودینگر معلوم شده بود که هر چند نظریه بور بعضی واقعیتهای مشاهده‌شده را توضیح می‌دهد، اما نارساییها و نقایصی نیز دارد. بنابراین، وقت طرح نظریات تازه فرارسیده بود.

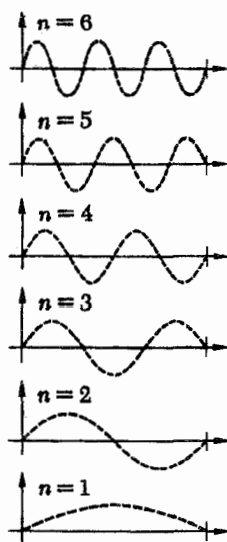
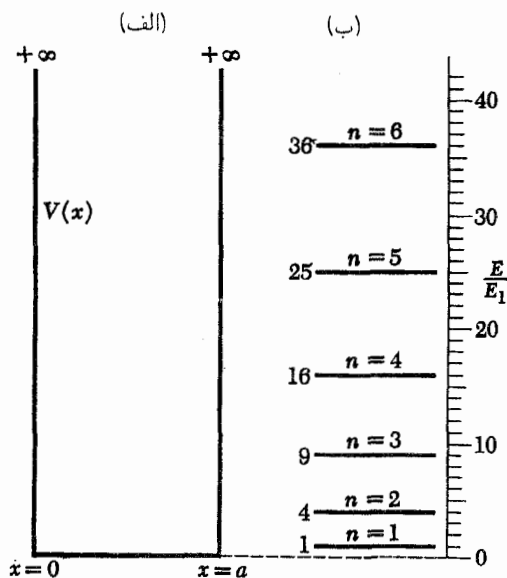
شرودینگر با کار بزرگ خود نشان داد که چنانچه تصویر موجی ماده جدی گرفته شود، آنگاه شیوه‌ای سیستماتیک و طبیعی برای "کوانتس" در دست خواهد بود. وی خاطر نشان می‌کرد که معادله موجش، در شرایط مناسب، جوابهایی دارد که امواج ساکن را توصیف می‌کنند، و این جوابها را به حالت‌های مانای اتم نسبت می‌داد. همه جوابهای موج ساکن با یک جمله وابسته به زمان به صورت $\exp(-i\omega t)$ مشخص می‌شوند که در آن بسامدهای ممکن یک رشته منفصل، مثلاً $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ را تشکیل می‌دهند و انرژی m امین حالت مانا از رابطه $E_m = \hbar\omega_m$ به دست می‌آید. ما در این فصل، پا به پای شرودینگر پیش می‌رویم و در این نظریه کندوکاو می‌کنیم.

۳. در فصل ۷ از طریق چند استدلال موجه به معادله شرودینگر رسیدیم^۱

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{x},t) + V(\mathbf{x})\psi(\mathbf{x},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{x},t) \quad (\text{الف } ۳)$$

این معادله یک ذره به جرم m را توصیف می‌کند که در یک میدان نیروی مشتق از تابع پتانسیل $V(\mathbf{x})$ در حرکت است. در جریان "استنتاج" خود دریافتیم که این معادله آشکارا معادله‌ای است تقریبی: حرکت ذره به‌طور غیرنسبیتی بررسی می‌شود و از تمام پدیده‌های آفرینش و نابودی صرفنظر شده است. دلیل آوردیم که چرا این معادله در فیزیک اتمی و

۱. ما در این فصل یکاهای cgs یا MKS را به‌کار می‌بریم.



$$E_n = n^2 E_1$$

$$E_1 = \frac{\pi^2 (\hbar)^2}{2m(a)^2}$$

(ج)

شکلهای ۴ الف، ب، ج این وضعیت نسبتاً غیرفیزیکی ذره محبوس در یک جعبه یک بعدی توضیح بسیار ساده‌ای از جوهر نظریه حالت‌های مانای شرودینگر به دست می‌دهد. (الف) نمایشگر پتانسیلی است که در نقاط $x = a$ و $x = 0$ بینهایت می‌شود. تابع موج متناظر با یک حالت مانا باید در این نقاط صفر شود. این تنها در صورتی امکان‌پذیر است که انرژی (کل) یکی از مقادیر نشان داده شده در نمودار تراز (ب) را دارا باشد (فقط شش تراز اول رسم شده است). (ج) تابعهای موج متناظر (ویژه تابعها) را برای شش حالت مانای اول نشان می‌دهد.

در بخش ۲۶ از فصل ۷، نتیجه گرفتیم که تابع موج باید در ناحیه‌ای که پتانسیل بینهایت است و همچنین در مرز چنین ناحیه‌ای صفر شود. در مسئله فعلی، تابع موج باید در نقاط $x = a$ ، $x = 0$ و نیز در خارج از فاصله $(0, a)$ صفر شود.

مولکولی و در بعضی وضعیتهای فیزیک هسته‌ای بسیار قابل استفاده است. در این زمینه اخیر، توانستیم براساس اثرکوانتومی تونل، بستگی طول عمر گسیلنده‌های آلفا به انرژی ذره گسیلنده را به خوبی توضیح بدهیم. آموزنده خواهد بود که، همانند بحث فصل ۷، نوع ساده نظریه شرودینگر را که مسائل یک بعدی را توصیف می‌کند در نظر بگیریم. برای چنین مسائلی معادله شرودینگر به صورت زیر است

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x, t) + V(x)\psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) \quad (ب۳)$$

بحث در مورد معادله (ب۳)، از نظر ریاضی، بسیار آسان‌تر از معادله سه بعدی (۳ الف) است. چون اصلی‌ترین جنبه‌های پدیده‌های مورد نظر ما در هر دو معادله به یک نحو نشان داده می‌شوند، از طریق مطالعه معادله ساده‌تر (ب۳) نیز می‌توان فهمید که نظریه شرودینگر چگونه کار می‌کند. به علاوه، این نکته را نیز باید افزود که این معادله آنقدرها هم که ابتدا به نظر می‌آید، غیرفیزیکی نیست: بسیاری از مسائلی را که در آنها حرکت در سه بعد مطرح است، می‌توان به مسئله یک بعدی معادل تقلیل داد.

۴. از یک مسئله بسیار ساده شروع می‌کنیم. ذره‌ای در داخل یک "جعبه" به طول a و با دیواره‌های بینهایت بلند محصور شده است. منحنی خط‌پر در شکل ۴ الف پتانسیل $V(x)$ را برای این مسئله نشان می‌دهد. پتانسیل $V(x)$ به ازای x در فاصله $(0, a)$ صفر و در خارج از این فاصله $+\infty$ است.

در بخش ۲۶ از فصل ۷، موردی را در نظر گرفتیم که تنها یک دیواره پتانسیل بینهایت بلند وجود داشت. در آن حالت جوابهای موج ساکن تکفامی را پیدا کردیم که بازتابش ذره با هر انرژی مثبت E را توسط دیواره توصیف می‌کرد. فرق وضعیت فعلی این است که ذره بین دو دیواره بینهایت بلند پتانسیل محصور شده است.

حالا سعی می‌کنیم معادله شرودینگر (ب۳) را حل کنیم، با این فرض که تابع موج $\psi(x, t)$ با ضریبی به صورت یک تابع نمایی ساده به زمان بستگی دارد، یعنی

$$\psi(x, t) = \varphi(x) \exp\left(-\frac{itE}{\hbar}\right) \quad (الف۴)$$

با قرار دادن تابع موجی به این شکل در (ب۳)، معادله شرودینگر مستقل از زمان به دست می‌آید

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \varphi(x) = [E - V(x)]\varphi(x) \quad (ب۴)$$

در داخل جعبه، جواب کلی معادلهٔ (۴) به صورت زیر است

$$\varphi(x) = A \exp(ikx) + B \exp(-ikx) \quad (ج۴)$$

که در آن

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad (د۴)$$

و A و B ثابت‌اند. اکنون اگر این شرط را که تابع موج باید در $x = 0$ صفر شود اعمال کنیم، درمی‌یابیم که جواب قابل قبول از لحاظ فیزیکی، باید به شکل

$$\varphi(x) = C \sin(xk) \quad (ه۴)$$

باشد که در آن C یک ثابت غیرصفر است. تابع موج در $x = a$ نیز باید صفر شود و از اینجا شرط دیگری به دست می‌آید

$$C \sin(ak) = 0 \quad \text{یا} \quad ak = n\pi \quad (و۴)$$

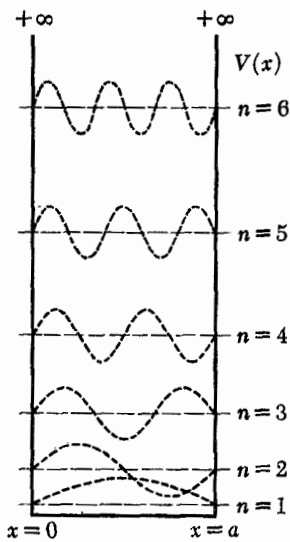
و این شرطی است روی k و در نتیجه روی انرژی E . با توجه به رابطهٔ E و k که در (د۴) آمده است داریم

$$E = \frac{n^2 \pi^2 (\hbar/a)^2}{2m} \quad (ز۴)$$

که در آن n یک عدد صحیح و مثبت است: مسئلهٔ ما جواب قابل قبولی از نظر فیزیکی نخواهد داشت مگر اینکه E به صورت فوق باشد. حالت $n = 0$ کنار گذاشته می‌شود زیرا با یک تابع موج صفر که از نظر فیزیکی قابل قبول نیست متناظر است. چون فرض کردیم k غیرمنفی است، نتیجه می‌گیریم که n مثبت است.

۵. پس فهمیدیم که برای ذرهٔ داخل جعبه معادلهٔ شرودینگر (۳) جواب‌های مانایی با یک ضریب سادهٔ نمایی وابسته به زمان دارد، یعنی جواب‌هایی به شکل $\psi(x, t) = \varphi(x) \exp(-itE/\hbar)$ ، به شرطی که انرژی E یکی از مقادیر منفصل $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n, \dots$ را بپذیرد که با رابطهٔ زیر داده می‌شوند

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 (\hbar/a)^2}{2m} \quad (الف۵)$$



شکل ۵ الف در کتابهای درسی مکانیک کوانتومی نشان دادن شکل‌هایی مانند شکل بالا کار متداولی است. سه شکل ۴ الف ب ج در یک شکل ادغام شده‌اند. شاید این کار خوبی نباشد، اما چون مؤلف هیچ وقت با این شکل‌ها همراه نشده فرض کرده است که خواننده نیز گمراه نخواهد شد.

ترازهای انرژی با خط چین نازک نشان داده شده‌اند. هر یک از این خطها، در عین حال، محور x برای شکل برهم‌نهادی هستند که تابع موج متناظر را نشان می‌دهد.

در این رابطه n یک عدد صحیح مثبت است. تابع موج بهنجار شده^۱ $\psi_n(x, t)$ ، مربوط به n مین انرژی ممکن E_n ، در داخل فاصلهٔ $(0, a)$ به صورت زیر

$$\psi_n(x, t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp\left(-\frac{itE_n}{\hbar}\right) \quad (ب۵)$$

و در خارج از این فاصله صفر خواهد بود. (برای آنکه ببینیم این تابع موج درست بهنجار به واحد شده است، در فاصلهٔ 0 تا a از $|\psi_n(x, t)|^2 = (2/a) \sin^2(n\pi x/a)$ انتگرال می‌گیریم: حاصل باید ۱ باشد.)

ما انرژیهای E_n را برای این سیستم به صورت نمودار تراز در شکل ۴ ب نمایش داده‌ایم که در آن ۶ تراز نخست انرژی را نشان می‌دهد. در شکل ۴ ج تابع موجهای $\varphi_n(x)$ مربوط به آنها رسم شده‌اند. البته این توابع عبارت‌اند از توابع $\psi_n(x, t)$ در لحظهٔ $t = 0$. شکل ۵ الف را هم که ترکیب دو شکل مذکور است نگاه کنید.

۱. برای بحث در مورد بهنجار کردن تابع موج شرودینگر، به بخش ۴۹ از فصل ۷ مراجعه کنید.

همچنانکه می بینیم چگالی احتمال $P(x, t)$ مستقل از زمان نیست: جمله آخر رابطه (۶ج) یک رفتار نوسانی را نشان می دهد و بسامد این نوسان از رابطه زیر به دست می آید

$$\omega_{n'n''} = \frac{(E_{n'} - E_{n''})}{\hbar} \quad (۶د)$$

۷. با لحظه ای تأمل در می یابیم که این رفتار باید در همه برهم نهی های جوابهای مانا (۵ب) دیده شود، تا زمانی که دست کم دو جواب مانای مختلف در برهم نهی وجود داشته باشد. (برهم نهی می تواند شامل هر تعداد، حتی بینهایت جواب مانا باشد.) از این گذشته، به راحتی می بینیم که اگر جوابهای مانای $\psi_{n'}$ و $\psi_{n''}$ در برهم نهی داخل شوند، آنگاه در چگالی احتمال باید جمله ای باشد که با بسامد $\omega_{n'n''}$ که در معادله (۶د) آمده است نوسان کند. این جمله از "جملات درهم" $\psi_{n'}^* \psi_{n''}$ و $\psi_{n''}^* \psi_{n'}$ ناشی می شود که در بسط مجذور مطلق تابع موج

$$\psi(x, t) = \sum_n c_n \psi_n(x, t) \quad (۷الف)$$

پدیدار می شوند (c_n ها ثابت اند).

اکنون می توان عملاً قضیه ای را اثبات کرد: هر جواب معادله شرودینگر برای مسئله ذره داخل جعبه را که از لحاظ فیزیکی قابل قبول باشد، می توان به صورت منحصر به فرد، به شکل بسطی نظیر آنچه در (۷الف) آمده است، برحسب جوابهای مانای (۵ب) مسئله نوشت. ما در اینجا به اثبات این قضیه نمی پردازیم ولی آن را به عنوان قضیه ای کاملاً موجه می پذیریم: از لحاظ ریاضی این قضیه ای است مربوط به سری فوریه. با پذیرفتن این قضیه، می توانیم نتیجه بگیریم که تنها آن جوابهای معادله شرودینگر مانا هستند که با یک چگالی احتمال مستقل از زمان متناظر می شوند.

۸. حالا دیگر جوهر نظریه شرودینگر را در مورد حالت های مانا و ترازهای انرژی یک سیستم کوانتومی آموخته ایم. حالت های مانا مربوط به جوابهای مانای معادله شرودینگرند و برای این حالت ها چگالی احتمال مستقل از زمان است. برای حالت های غیرمانا چگالی احتمال یک بستگی نوسانی به زمان را نشان می دهد و بسامدهایی که در این نوسان می توانند نمودار شوند در معادله (۶د) برحسب اختلاف انرژی ترازهای مانای مختلف آمده اند. روشن است که این بسامدها مشخصه سیستم اند و ما انتظار داریم که گسیل و جذب تابش با این بسامدها صورت بگیرد: اینها بسامدهایی هستند که در آنها سیستم به تشدید درمی آید. بسامدهای گذار $\omega_{n'n''}$ به نوبت خود جای ترازهای انرژی را

۶. حالا فرق جوابهای مانا و غیرمانای معادله شرودینگر (۳ب) را مطالعه کنیم.

ابتدا n امین جواب مانا را که با رابطه (۵ب) بیان شده است در نظر بگیرید. از آنجا که جواب بهنجار شده به واحد است، مجذور مطلق تابع موج، چگالی احتمال یافتن ذره، در هر جای محور x یعنی $P_n(x)$ را به دست می دهد. پیدا می کنیم

$$P_n(x) = |\psi_n(x, t)|^2 = \left(\frac{2}{a}\right) \sin^2 \left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (۶الف)$$

در داخل فاصله $(0, a)$ ، و $P_n(x) = 0$ در خارج از این فاصله. همان طور که دیده می شود برای یک پاسخ مانا، چگالی احتمال به زمان بستگی ندارد.

حالا یک جواب غیرمانا را در نظر بگیرید. چون معادله شرودینگر (۳ب) یک معادله دیفرانسیل خطی است، از ترکیب خطی هر دو جواب یک جواب جدید به دست می آید. این جواب جدید در همان شرایط مرزی $\psi(0, t) = \psi(a, t) = 0$ صدق خواهد کرد، مشروط بر آنکه دو جواب اولیه در این شرایط صدق کنند. می توان نتیجه گرفت که به موجب اصل برهم نهی، هر ترکیب خطی از جوابهای مانا (۵ب) جواب تازه و قابل قبولی از لحاظ فیزیکی به دست می دهد. برای اینکه ببینیم با برهم نهی دو جواب چه اتفاقی می افتد، این ترکیب خطی خاص را در نظر می گیریم

$$\psi(x, t) = \sqrt{\frac{1}{2}} [\psi_{n'}(x, t) + \psi_{n''}(x, t)] \quad (۶ب)$$

که در آن فرض کرده ایم $n' \neq n''$. ما ادعا می کنیم که این جواب جدید معادله شرودینگر بهنجار شده به واحد است (برای تمام زمانهای t). چگالی احتمال $P(x, t)$ مربوط به جواب (۶ب) از رابطه زیر به دست می آید

$$\begin{aligned} P(x, t) &= |\psi(x, t)|^2 \\ &= \left(\frac{1}{a}\right) \left\{ \sin^2 \left(\frac{n'\pi x}{a}\right) + \sin^2 \left(\frac{n''\pi x}{a}\right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \sin \left(\frac{n'\pi x}{a}\right) \sin \left(\frac{n''\pi x}{a}\right) \cos \left[\frac{t(E_{n'} - E_{n''})}{\hbar}\right] \right\} \quad (۶ج) \end{aligned}$$

شما باید بتوانید فوراً با انتگرال گیری از این رابطه برای $P(x, t)$ بین 0 و a تحقیق کنید که تابع موج (۶ب) واقعاً بهنجار شده به واحد است.

که در آن H به جای عملگر دیفرانسیلی زیر آمده است

$$H \equiv -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \quad (10\text{ب})$$

ما می‌خواهیم جوابهای $\varphi(x)$ را برای معادلهٔ دیفرانسیل (۱۰الف) پیدا کنیم. این معادله به‌ازای هر مقدار E همواره جواب دارد ولی تمام این جوابها از لحاظ فیزیکی قابل قبول نخواهند بود. بنابراین باید شرایطی را که تابع را از لحاظ فیزیکی قابل قبول می‌کند، منظور کنیم، یعنی اینکه، به‌عنوان یک بخش اساسی مسئله، باید این شرط را اعمال کنیم که تابع موج مربعاً-انتگرال‌پذیر^۱ باشد. با انجام این کار در می‌یابیم که E نمی‌تواند دلخواه باشد. آن مقادیری از E که به‌ازای آنها معادلهٔ (۱۰الف) جوابهای قابل قبول فیزیکی خواهد داشت ویژه مقادیرهای عملگر دیفرانسیلی H نامیده می‌شوند. به‌تابع موجهای مربوط به این مقادیر، ویژه تابعهای این عملگر می‌گویند.^۲

حالا می‌توانیم بفهمیم که چرا شرودینگر مقالاتش را تحت عنوان “کوانتش به‌عنوان یک مسئلهٔ ویژه مقدار^۳” نوشته است.

۱۱. مسئلهٔ ذره‌ای که در چاه پتانسیلی با دیواره‌های بینهایت بلند محصور است، چندان واقعی نیست. در اینجا مسئلهٔ ویژهٔ مقدار یک بعدی را در حالت کلی‌تری در نظر می‌گیریم. فرض کنیم که پتانسیل $V(x)$ در هیچ‌جا بینهایت نباشد، بلکه به‌صورتی باشد که در شکل ۱۱الف نشان داده شده است. فرض می‌کنیم تابع پتانسیل به‌ازای $x \rightarrow +\infty$ به‌سمت مقدار ثابت V_+ و به‌ازای $x \rightarrow -\infty$ به‌مقدار ثابت V_- میل می‌کند. کمینهٔ پتانسیل را با V_0 نشان می‌دهیم. البته چنین پتانسیلی یک حالت خاص است ولی بررسی همین حالت خاص بسیار آموزنده خواهد بود. فرض می‌کنیم $V_+ \geq V_-$.
ما ماهیت جوابهای معادلهٔ شرودینگر مستقل از زمان (۴ب) را برای این پتانسیل $V(x)$ ارزیابی خواهیم کرد. این معادلهٔ دیفرانسیل را به‌صورت زیر می‌نویسیم

$$\frac{d^2}{dx^2} \varphi(x) = -\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right) [E - V(x)] \varphi(x) \quad (11\text{الف})$$

۱. در مورد “چاه پتانسیل” با دیواره‌های بینهایت بلند، این شرط به شرط دیگری منجر می‌شود و آن اینکه تابع موج در خارج از چاه و نیز بر روی مرز صفر می‌شود، همان‌طور که در بخش ۲۶ از فصل ۷ پیدا کردیم.
۲. عبارتهای “ویژه مقدار” و “ویژه تابع” به‌جای دو واژهٔ “eigenvalue” و “eigenfunction” آمده‌اند که این دو خود واژه‌های ترکیبی آلمانی-انگلیسی‌اند و امروزه در فیزیک به‌خوبی جا افتاده‌اند. اصطلاح آلمانی این دو عبارت است از “Eigenwert” و “Eigenfunktion”.

3. Quantisierung als Eigenwertproblem.

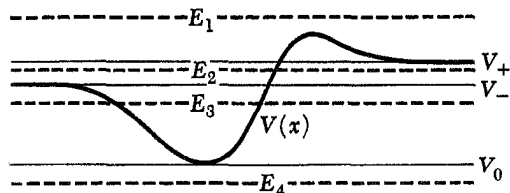
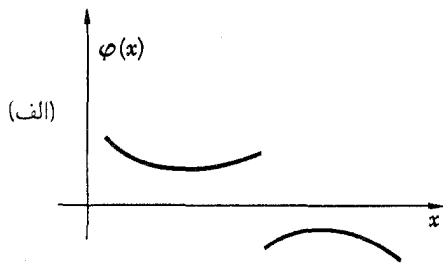
معین می‌کنند، البته با اختلاف یک ثابت مشترک اضافی، که می‌توانیم با نسبت دادن یک انرژی مناسب به حالت پایه آن را تثبیت کنیم. (ما در مثال خود “ته چاه” را نقطهٔ صفر گرفتیم.)

حالا می‌توانیم برنامهٔ بلند پروازانه‌ای پیشنهاد کنیم که عبارت است از حل معادلهٔ شرودینگر (که برای سیستمهای چند ذره‌ای کاملاً تعمیم یافته است) برای تمام مواردی که از لحاظ فیزیکی جالب‌اند و در آنها انتظار می‌رود که نظریهٔ شرودینگر تقریب خوبی باشد. به‌خصوص باید در پی یافتن جوابهای مانا باشیم که بهنجارش پذیرند: این جوابها حالت‌های مانا و ترازهای مربوط به آنها را به ما می‌دهند. لازم به‌گفتن نیست که این برنامهٔ عریض و طویل هنوز تا مرحلهٔ کمال راه زیادی پیش رو دارد: تواناییهای ریاضیات ما در حل کامل معادلهٔ شرودینگر برای یک سیستم پیچیده بسیار اندک است، گرچه می‌توانیم به‌خوبی از پس سیستمهای ساده برآیم.

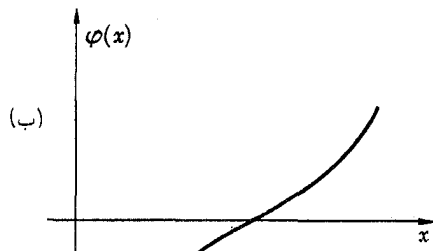
۹. با بررسی برنامهٔ فوق‌الذکر، می‌توان سؤال کرد که آیا واقعاً این همان چیزی است که ما می‌خواهیم؟ همان‌طور که در فصل ۳ به‌دقت بحث کردیم، حالت‌های “مانا”، اگر بخواهیم دقیق‌تر صحبت کنیم، اصلاً مانا نیستند. از طرف دیگر نظریهٔ ما در مورد ذرهٔ درون جعبه حالت‌های دقیقاً مانا را به‌دست می‌دهد. برنامه‌ای که رئوس مطالب آن را ذکر کردیم نیز، علی‌رغم واقعیت‌های مشاهده شده، حالت‌های دقیقاً مانا را به‌دست می‌دهد. در اینجا با نارسایی واضحی در نظریهٔ شرودینگر مواجه می‌شویم: این نظریه گذارهای تابشی را توصیف نمی‌کند. بنابراین، معادلهٔ شرودینگر تمام داستان نیست: یک چیزی کم دارد. نظریهٔ شرودینگر از این لحاظ به یک نظریهٔ کلاسیکی شباهت دارد که در آن تمام برهم‌کنشهای الکتروستاتیک بین الکترون‌ها و هسته منظور شده‌اند، ولی از تابش امواج الکترومغناطیسی از ذرات در حال حرکت خبری نیست. با این همه می‌توانیم امیدوار باشیم که نظریهٔ شرودینگر در فیزیک اتمی و مولکولی تقریب خوبی است، و در نتیجه می‌توانیم انتظار داشته باشیم که حالت مانایی که معادلهٔ شرودینگر پیشگویی می‌کند، متناظر با حالت تقریباً مانا در نظریهٔ “درست” باشد و “انرژی متوسط” این حالت اخیر به انرژی دقیقی که معادلهٔ شرودینگر پیشگویی می‌کند بسیار نزدیک باشد.

۱۰. پیش از ادامهٔ بحث چند اصطلاح رایج را توضیح می‌دهیم. معادلهٔ شرودینگر مستقل از زمان (۴ب) شکل متعارف معادلاتی است که به‌هنگام پیدا کردن ترازهای انرژی یک سیستم باید آنها را بررسی کرد. این معادله را به‌صورت نمادی زیر می‌نویسیم

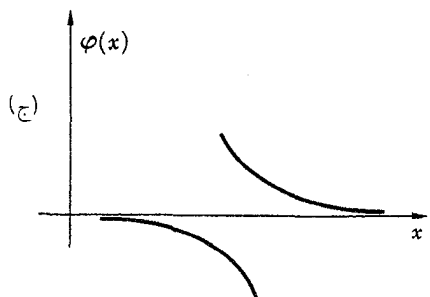
$$H\varphi(x) = E\varphi(x) \quad (10\text{الف})$$



شکل ۱۱ الف نوع خاصی تابع پتانسیل که وقتی x به $+\infty$ یا $-\infty$ میل کند به مقادیر ثابت V_+ و V_- میل می‌کند. ما نوع جوابهای معادله شرودینگر را به ازای مقادیر مختلف انرژی کل E مطالعه خواهیم کرد. خط چینهای افقی، چهار انرژی نماینده مواردی هستند که می‌توانند اتفاق بیفتند.



و آن را به ازای چند مقدار مختلف پارامتر انرژی E بررسی می‌کنیم: یعنی به ازای $E \leq V_0$; به ازای $V_- \geq E > V_0$; به ازای $V_+ \geq E > V_-$ و به ازای $E > V_+$. باید دانست که معادله دیفرانسیل (الف ۱۱) به ازای تمام مقادیر E دارای جواب است، ولی در حالت کلی تمام این جوابها از لحاظ فیزیکی قابل قبول نیستند. نمایش ترسیمی تابع موج (در حالت کلی) مختلط چند مسئله را نشان می‌دهد. یک امکان این است که مقدار مطلق تابع موج رسم شود. امکان دیگر، رسم پاسخهای حقیقی معادله (الف ۱۱) است؛ اشاره می‌کنیم که اگر $\varphi(x)$ یک جواب (مختلط) برای (الف ۱۱) باشد، $\varphi^*(x)$ نیز یک جواب است، چون E و $V(x)$ حقیقی اند. بخش حقیقی $[\varphi(x) + \varphi^*(x)]/2$ و بخش موهومی $i[\varphi(x) - \varphi^*(x)]/2$ از جواب $\varphi(x)$ نیز جوابهای معادله‌اند و می‌توانیم فرض کنیم که این توابع حقیقی را رسم کرده‌ایم.



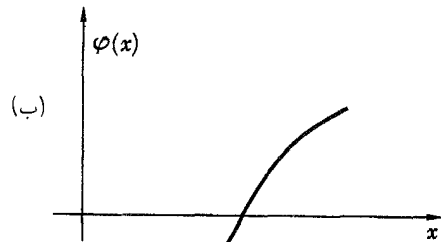
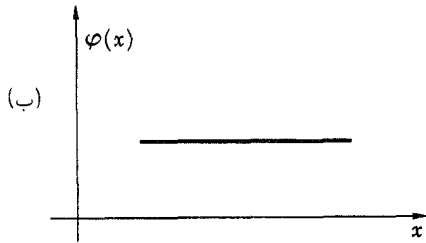
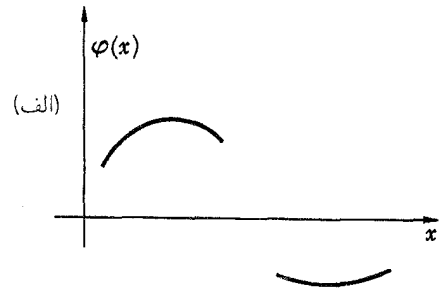
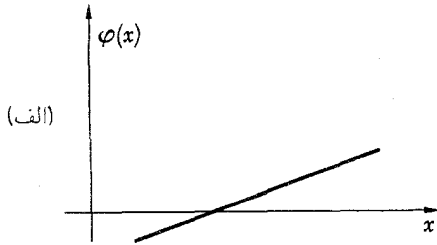
شکلهای ۱۲ الف، ب، ج قطعاتی که در شکلهای بالا نشان داده شده‌اند رفتار محلی تابع موج (حقیقی) را در ناحیه‌ای که در همه‌جای آن $E < V(x)$ باشد نمایش می‌دهند. در چنین ناحیه‌ای مشتق دوم دارای همان علامت تابع موج است.

۱۲. ابتدا رفتار موضعی جوابهای حقیقی را در ناحیه‌ای که در سراسر آن $0 < [E - V(x)]$ است، بررسی می‌کنیم. دقت دو معادله شرودینگر (الف ۱۱) نشان می‌دهد که در چنین ناحیه‌ای مشتق دوم تابع موج همان علامت تابع موج را دارد. در نتیجه اگر تابع موج در فاصله‌ای صفر نشود، "به طرف محور x تحذب پیدا می‌کند"، همچنانکه در شکل ۱۲ الف) با دو قطعه منحنی نشان داده شده است. اگر تابع موج محور را قطع کند، در طرفین صفر از محور "دور می‌شود"، همچنانکه در شکل ۱۲ ب) دیده می‌شود. ممکن است تابع موج یا از طرف چپ یا از طرف راست به صورت مجانب به محور نزدیک شود. همان‌طور که دو قطعه منحنی در شکل ۱۲ ج) نشان می‌دهند.

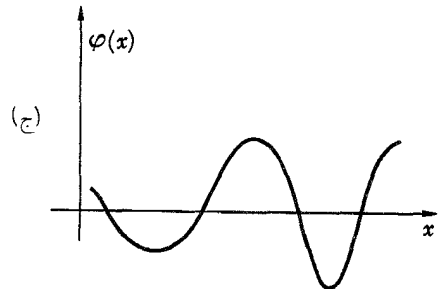
طرف، بدون هیچ محدودیتی زیاد می‌شود. با مراجعه به شکل ۱۱ الف معلوم می‌شود که انرژی E سیستم فیزیکی نمی‌تواند از V_0 کمتر باشد.

۱۳. حالا رفتار تابع موج را در ناحیه‌ای که در سراسر آن $0 > [E - V(x)]$ باشد بررسی می‌کنیم. در این مورد، مشتق دوم تابع موج و خود تابع علامتهای مخالف خواهند داشت. در نتیجه، در ناحیه‌ای که تابع موج صفر نمی‌شود باید "گودی‌اش به سمت محور x باشد"، همان‌طور که دو قطعه منحنی در شکل ۱۳ الف نشان

نتیجه می‌گیریم که اگر به ازای تمام مقادیر x ، $V(x) > E$ باشد، آنگاه جوابهای (الف ۱۱) نمی‌توانند از لحاظ فیزیکی قابل قبول باشند، زیرا مقدار مطلق تابع موج از طرف راست یا چپ و یا احتمالاً از هر دو



شکلهای ۱۴ الف، ب قطعاتی که در شکلهای بالا نشان داده شده‌اند رفتار محلی تابع موج (حقیقی) را در ناحیه‌ای که در همه‌جای آن $E = V(x)$ است نمایش می‌دهند. این یک مورد کاملاً خاص است که فقط در صورتی اتفاق می‌افتد که پتانسیل $V(x)$ در این ناحیه ثابت باشد. مشتق دوم تابع موج صفر است و تابع موج با خط راست نمایش داده می‌شود.



۱۴. بالاخره حالتی را در نظر می‌گیریم که در سراسر یک ناحیه $[E - V(x)] = 0$ باشد (این حالت خاص وقتی پیش می‌آید که تابع پتانسیل $V(x)$ در سراسر ناحیه ثابت باشد). بایستی مشتق دوم تابع موج صفر و در نتیجه مشتق اول آن ثابت باشد. منحنی نمایش‌دهندهٔ تابع موج یک خط راست است، همچنانکه با پاره‌خطهایی در شکلهای ۱۴ الف و ۱۴ ب نشان داده شده است.

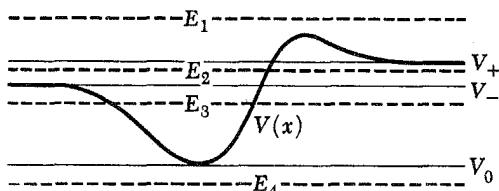
شکلهای ۱۳ الف، ب، ج قطعاتی که در شکلهای بالا نشان داده شده‌اند رفتار کلی تابع موج (حقیقی) را در ناحیه‌ای که در همه‌جای آن $E > V(x)$ است نمایش می‌دهند. در چنین ناحیه‌ای مشتق دوم و تابع موج دارای علامت مخالف هستند. خواننده باید شکلهای بالا را با شکلهای ۱۲ الف ب ج به دقت مقایسه کند.

در اینجا یادآوری می‌کنیم که برای پتانسیلی از نوع آنچه در شکل ۱۱ الف آمده است، یک تابع موج با معنی و مشتق اول آن هر دو نمی‌توانند در یک نقطه صفر شوند، چون در این صورت تابع موج باید در همه‌جا صفر شود. این حکم، قضیه‌ای است در نظریهٔ معادلات دیفرانسیل معمولی. به این دلیل قطعه‌های منحنی که در شکلهای ۱۲ الف، ۱۲ ب، ۱۲ ج و ۱۳ الف، ۱۳ ب، ۱۳ ج و ۱۴ الف، ۱۴ ب نشان داده شده‌اند، هیچگاه بر محور x مماس نمی‌شوند، هرچند می‌توانند آن را قطع کنند یا به صورت مجانب به محور نزدیک شوند.

می‌دهد. اگر تابع موج محور را قطع کند، همچنانکه از خط مماس بر منحنی در نقطهٔ صفر دور می‌شود، در هر دو طرف فصل مشترک به طرف محور برمی‌گردد. این رفتار در شکل ۱۳ ب نشان داده شده است که می‌توان آن را با شکل ۱۲ ب مقایسه کرد.

۱۵. اکنون دانسته‌هایمان را در مورد رفتار موضعی تابع موج برای مطالعهٔ رفتار کلی آن، به‌ازای تمام مقادیر x ، هنگامی که تابع پتانسیل

قطعهٔ درازتر منحنی نشان می‌دهد که تابع موج ممکن است چندین بار محور را قطع کند، و در این صورت تابع رفتار "نوسانی" خواهد داشت که در شکل ۱۳ ج نشان داده شده است.



برای سهولت شکل ۱۱ الف را یکبار دیگر می‌آوریم. وقتی x به $+\infty$ یا $-\infty$ میل کند تابع پتانسیل به مقادیر ثابت V_+ و V_- میل می‌کند. خط‌چینه‌های افقی چهار انرژی نماینده مواردی هستند که می‌توانند اتفاق بیفتند.

از ”کوهان“ پتانسیل را توصیف می‌کند، درست همانند مسئله‌ای که در فصل ۷ بررسی شد.

۱۷. اکنون حالتی را در نظر بگیریم که $V_- > E > V_0$ است. انرژی E_3 که در شکل ۱۱ الف با خط‌چین مشخص شده، نمونه‌ای از این انرژی است. در این حالت ناحیه‌ای در طرف چپ و ناحیه‌ای در طرف راست داریم که در آنها $[E - V(x)] < 0$ ، و یک ناحیه در بین این دو که در آن $[E - V(x)] > 0$ است. دو نقطه مرزی که این نواحی را از هم جدا می‌کنند، نقاط برگشت کلاسیک‌اند: آنها را با x_1 و x_2 نشان می‌دهیم.

در طرف چپ x_1 تابع موج باید به صورت مجانب به محور x نزدیک شود و رفتارش باید همانند قطعه منحنی سمت چپ در شکل ۱۲ باشد (بجز در علامت تابع موج که اهمیتی ندارد). چنانچه رفتار تابع موج به این صورت نباشد، با میل کردن x به سمت $-\infty$ تابع افزایش می‌یابد و تابع موجی که مرتباً زیاد شود نمی‌تواند از لحاظ فیزیکی قابل قبول باشد. در طرف راست x_2 رفتار تابع موج باید شبیه قطعه منحنی سمت راست در شکل ۱۲ باشد. در ناحیه میانی بین x_1 و x_2 تابع موج یک رفتار نوسانی از خود نشان می‌دهد و در این ناحیه دو جواب مستقل خطی و از لحاظ فیزیکی قابل قبول داریم. حالا مسئله این است که این چند نوع مختلف جوابها را با هم ”جور“ کنیم، به طوری که تابع موج حاصل از نظر فیزیکی قابل قبول باشد و خود تابع و مشتق اول آن همه‌جا پیوسته باشند.^۱ این کار به‌ازای هر مقدار دلخواه E امکان‌پذیر نیست: تنها به‌ازای مقادیر منفصل خاصی از انرژی E می‌توان جواب فیزیکی قابل قبولی را (که مربعاً انتگرال‌پذیر است) پیدا کرد. با هر یک از این انرژیها یک حالت مقید مانای سیستم متناظر است.

۱۸. به‌کمک شکل‌های ۱۸ الف، ب و ج می‌توان به‌سادگی این پدیده ۱. بدیهی است اگر یک جواب کلی معادله موج را پیدا کنیم، عمل ”جور کردن“ خودبه‌خود انجام می‌شود.

به‌صورت شکل ۱۱ الف است به‌کار می‌بریم. در این صورت باید شرایطی را به جوابهای معادله دیفرانسیل (۱۱ الف) اعمال کنیم که تابع موجهای با معنی فیزیکی باید در آنها صدق کند.

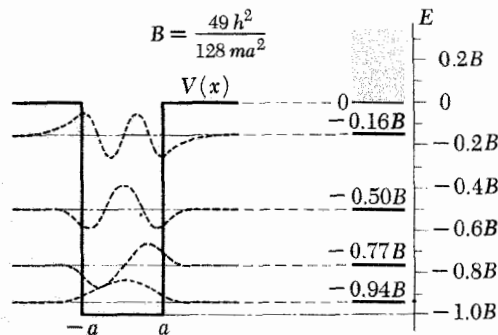
با مراجعه به شکل ۱۱ الف، ابتدا حالتی را در نظر می‌گیریم که انرژی E در شرط $E > V_+$ صدق می‌کند. روی شکل، این انرژی با خط‌چین E_1 مشخص شده است. این مورد عملاً یک مورد خاص است زیرا به‌ازای تمام x ها داریم $[E - V(x)] > 0$. جوابها در همه‌جا و به‌خصوص در $+\infty$ و $-\infty$ نوسانی‌اند. همچنین در حالتی که انرژی E پایین‌تر از بیشینه پتانسیل $V(x)$ است نیز در $+\infty$ و $-\infty$ نوسانی‌اند. به شرطی که $E > V_+$ باشد. در این حالت مسئله نفوذ در سد خواهیم داشت. بنابراین می‌توانیم به‌ازای هر $E > V_+$ ، دو جواب مستقل خطی نوسانی در بینهایت پیدا کنیم و این جوابها ذرات (یا امواج) متحرک را توصیف می‌کنند. ما قبلاً درباره این‌گونه جوابها و تعبیر فیزیکی آنها در فصل ۷ صحبت کرده‌ایم. جواب برای یک E ثابت بهنجار شده به واحد نیست، ولی می‌توانیم جوابهای بهنجارش‌پذیر را به صورت برهم‌نهی (پیوسته‌ای) از جوابهای موج در حال حرکت بسازیم. در بخش ۵۱ از فصل ۷ پذیرفتیم که جوابهای مربوط به یک انرژی معین را تابع موجهای غیرکامل بنامیم. بنابراین به‌ازای هر $E > V_+$ دو تابع موج غیرکامل مستقل خطی خواهیم داشت. این تابع موجها یا بهتر بگوییم بسته موجهای بهنجار شده‌ای که می‌توان از آنها به‌دست آورد، برای نمونه، ذره‌ای را توصیف می‌کنند که از طرف چپ به ”سد“ می‌تابد. بخشی از این ذره به طرف چپ باز می‌تابد و بخشی به طرف راست از سد عبور می‌کند. به‌همین ترتیب، ممکن است ذره‌ای از طرف راست بتابد.

۱۶. حالا فرض کنید که $V_+ > E > V_-$ باشد. در این حالت ناحیه‌ای در سمت راست داریم که در آن $[E - V(x)] < 0$ و ناحیه‌ای در سمت چپ که در آن $[E - V(x)] > 0$ است. این از نوع همان مسئله‌ای است که در بخشهای ۲۱ تا ۲۵ فصل ۷ بررسی کردیم. در این مورد، تنها یکی از دو جواب مستقل خطی در ناحیه سمت راست، از لحاظ فیزیکی قابل قبول است، یعنی جوابی که با میل کردن x به $+\infty$ ، به سمت صفر میل می‌کند (متناظر است با قطعه سمت راست در شکل ۱۲ ج). این جواب هنگامی که به سمت چپ ادامه می‌یابد، در ناحیه‌ای که $[E - V(x)] > 0$ است، رفتار نوسانی خواهد داشت (تابع موج و مشتق اول آن در همه‌جا پیوسته‌اند، در غیر این صورت تابع موج به جواب کلی معادله شرودینگر مربوط نمی‌شود). پس به‌ازای هر E که $V_+ > E > V_-$ باشد، یک تابع موج (غیرکامل) داریم و این تابع موج بازتابش یک ذره تابیده از طرف چپ

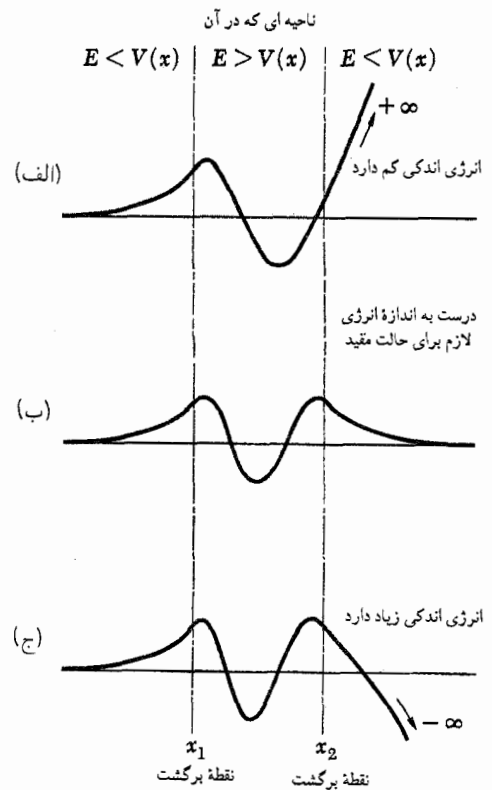
که در این صورت جواب کلی از لحاظ فیزیکی قابل قبول نخواهد بود. شرایط لازم برای آنکه تابع موج در طرف چپ و همچنین در طرف راست، افزایش نیابد، در حالت کلی برقرار نیستند، مگر آنکه E یکی از مقادیر یک رشتهٔ منفصل باشد. این مقادیر باید از V_0 بزرگ‌تر باشند. ما قبلاً این نتیجه را به دست آورده بودیم که به ازای $E < V_0$ هیچ جواب فیزیکی قابل قبولی نمی‌تواند وجود داشته باشد.

برای مسئلهٔ پتانسیلی که در شکل ۱۱ الف نشان داده شده است، نمودار تراز از یک مجموعهٔ (احتمالاً تهی) ترازهای منفصل بین V_0 و V_- و یک منطقهٔ پیوسته در بالای انرژی V_- تشکیل می‌شود.

۱۹. در شکل ۱۹ الف یک مسئلهٔ یک بعدی از نوعی که بحث شد نشان داده شده است که از لحاظ قابلیت تحلیل نسبتاً ساده است. در این حالت داریم $V_+ = V_-$ و تابع پتانسیل $V(x)$ تکه‌ای-ثابت است. نمودار تراز در طرف راست نمایش داده شده است و می‌بینیم که در پایین منطقهٔ پیوسته چهار حالت مقید وجود دارند. تابع موجهای مربوط به این حالت‌های مقید در قسمت چپ شکل نشان داده شده‌اند. توجه کنید که اولین تابع موج یک فرین (بیشینه یا کمینه) دارد (و بدون گره)، دومین تابع موج دو فرین (ویک گره)، و چهارمین تابع موج مربوط به بالاترین تراز انرژی منفصل، چهار فرین (و سه گره) دارد. برای یک چاه پتانسیل عمیق‌تر، تعداد حالت‌های مقید بیشتر است و در حالت نهایی که عمق چاه بینهایت است (همان مسئله‌ای که در بخش ۴ بحث شد) بینهایت حالت مقید خواهیم داشت. نمودارهای تراز شکل‌های ۴ ب و ۱۹ الف را می‌توان مقایسه کرد: موقعیت مکانی چهار تراز اول حالت‌های مقید در این دو شکل مشابه‌اند، هرچند یکسان نیستند.

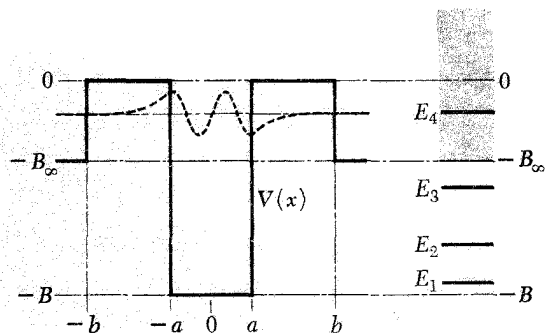


شکل ۱۹ الف موردی از یک ذره در چاه پتانسیلی به عمق B . چاه پتانسیل در طرف چپ و نمودار تراز در طرف راست نشان داده شده است. چهار حالت مقید (چهار تراز انرژی گسسته) وجود دارد. ویژه تابعهای متناظر در طرف چپ، روی نمودار تابع پتانسیل نشان داده شده‌اند. پیوستار، که در نمودار تراز به رنگ خاکستری نشان داده شده است، از بالای چاه شروع می‌شود.



شکل‌های ۱۸ الف، ب، ج نموداری از رفتار جوابهای معادلهٔ شرودینگر، که وقتی x به $-\infty$ میل کند به طور مجانبی به صفر میل می‌کنند. این سه منحنی نشان‌دهندهٔ جوابهای مربوط به سد انرژی مختلف هستند. وقتی x به $+\infty$ میل کند جواب به $+\infty$ یا $-\infty$ واگرا می‌شود، مگر اینکه مقدار انرژی "درست به اندازه" باشد. جوابهای ناکراندار معادلهٔ دیفرانسیل از لحاظ فیزیکی قابل قبول نیستند: این جوابها جوابهای مسئلهٔ شرودینگر نیستند. برای منحنی (ب) انرژی "درست به اندازه" است: تابع موج وقتی x به $+\infty$ میل کند به طور مجانبی به صفر میل می‌کند. این منحنی نشان‌دهندهٔ تابع موج یک حالت مقید است.

را درک کرد. فرض کنید یک مقدار دلخواه E انتخاب کرده‌ایم به طوری که $V_0 > E > V_-$ است. با گزینش جوابی که با میل کردن x به $-\infty$ به صورت مجانب به محور x نزدیک می‌شود، شرایط "سمت چپ" را برمی‌آوریم. در نقطهٔ برگشت x_1 این جواب باید با جواب نوسانی بین x_1 و x_2 "جور" شود. از آنجا که هم تابع موج و هم مشتق اول آن باید پیوسته باشند، برای این ناحیه جواب یکتایی پیدا می‌شود. خود این جواب باید با جواب طرف راست x_2 "جور" شود و بار دیگر جواب یکتایی برای طرف راست x_2 به دست می‌آوریم. جز در صورتی که انرژی E مقدار درستی داشته باشد، این جواب رفتار قطعه منحنی سمت راست شکل ۱۲ ج را نخواهد داشت، بلکه از محور دور می‌شود،



شکل ۲۰ الف این شکل، تغییراتی را در وضعیت مربوط به شکل ۱۹ الف نشان می‌دهد. دربارهٔ $(-b, +b)$ توابع پتانسیل در دو شکل یکسان‌اند، اما در این شکل، خارج از بازه $(-b, +b)$ پتانسیل مقدار ثابت $-B_\infty < 0$ را دارد. بنابراین پیوستار در این مورد، از $-B_\infty$ شروع می‌شود و تنها سه حالت دقیقاً مانا وجود دارد. ولی اگر b خیلی بزرگ باشد، که متناظر با یک "سد" خیلی پهن است، آنگاه یک حالت تقریباً مانای چهارم نیز وجود خواهد داشت. این تراز مجازی با E_4 مشخص شده است که متناظر است با چهارمین تراز مانا در شکل ۱۹ الف.

۲۱. رفتار یک تابع موج شرودینگر $\psi(x, t)$ خاص با زمان را در دو حالت مقایسه می‌کنیم. فرض کنید در لحظه $t = 0$ تابع موج با چهارمین ویژه تابع در شکل ۱۹ الف، مربوط به چهارمین تراز انرژی $E_4 \cong 0.16B$ یکسان باشد. به بیان دیگر داشته باشیم

$$\psi(x, 0) = \varphi_4(x) \quad (\text{الف } 21)$$

که در آن $\varphi_4(x)$ همان تابع موجی است که در شکل ۱۹ الف به صورت خط نقطه‌چین بر روی تراز E_4 نشان داده شده است. این تابع موج در شکل ۲۰ الف نیز با خط نقطه‌چین نمایش داده شده است. توجه کنید که این تابع در خارج از چاه به سرعت به سمت صفر میل می‌کند. برای مسئله شکل ۱۹ الف محل معادله شرودینگر وابسته به زمان (۳ب) تحت شرط اولیه‌ای که با رابطه (۲۱ الف) داده شده، بسیار آسان است. از آنجا که $\varphi_4(x)$ یک ویژه تابع عامل دیفرانسیلی شرودینگر است داریم

$$\psi(x, t) = \varphi_4(x) \exp\left(-\frac{itE_4}{\hbar}\right) \quad (\text{ب } 21)$$

که ماهیت مانای $\psi(x, t)$ را بیان می‌کند. اکنون می‌توانیم $P(t)$ یعنی احتمال یافتن ذره در داخل چاه را پیدا کنیم

$$P(t) = \int_{-a}^a dx |\psi(x, t)|^2 = P(0) \quad (\text{ج } 21)$$

شاید علاقه‌مند باشید که مسئله یافتن حالت‌های مقید را برای وضعیتی که در شکل ۱۹ الف نشان داده شده است حل کنید: این کار چندان دشوار نیست.

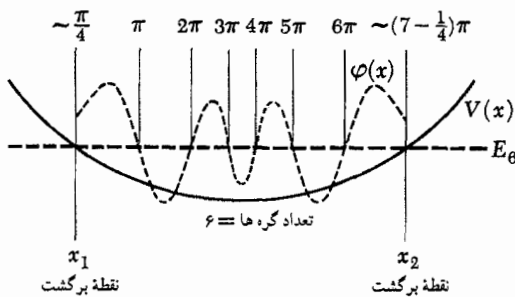
اکنون آموخته‌ایم که می‌توانیم براساس نظریه شرودینگر بفهمیم که چرا سیستم‌های کوانتومی حالت‌های مقید دارند، و چرا به طور کلی، از حد معینی به بالا یک پیوستار (منطقه پیوسته) از انرژی‌های ممکن وجود دارد. واضح است که این پیوستار از انرژی شروع می‌شود که در بالای آن سیستم می‌تواند از هم بگسلد و این در مثال‌های ساده‌ای یعنی ذره می‌تواند همچون بسته موج منتشر شونده‌ای دور از "ناحیه مرکزی" رفتار کند.

۲۰. در اینجا توضیح می‌دهیم که چگونه می‌توان پدیده وجود ترازهای انرژی در بالای محل شروع پیوستار را، که در بخش ۳۸ فصل ۳ به آن برمی‌خوریم، درک کرد. (نمودار تراز شکل ۳۸ الف در فصل ۳ را ببینید.) مسئله پتانسیل یک بعدی را که در شکل ۲۰ الف نشان داده شده است در نظر می‌گیریم. فرق این مسئله با مسئله شکل ۱۹ الف آن است که پتانسیل در خارج از چاه ثابت نمی‌ماند بلکه در فاصله‌ای از چاه، به صورت پله‌ای کاهش می‌یابد و به مقدار $-B_\infty$ می‌رسد. فرض می‌کنیم که بیرون از این پله‌ها پتانسیل در همان $-B_\infty$ ثابت می‌ماند. مطابق نظریه ما، پیوستار در این مورد از انرژی $-B_\infty$ شروع می‌شود، همچنانکه در نمودار تراز طرف راست شکل ۲۰ الف مشخص شده است. به ازای مقادیر نه چندان کوچک b سه حالت مقید وجود خواهد داشت. هرگاه ثابت b بزرگ باشد، یعنی وقتی دو سد پتانسیل در شکل ۲۰ الف خیلی پهن باشد، انرژی این سه حالت مقید، E_4, E_1, E_2 و E_3 بسیار نزدیک به سه تراز اول انرژی در نمودار تراز شکل ۱۹ الف است. بررسی خود را به حالتی که b خیلی بزرگ است محدود می‌کنیم. اگر b بینهایت بود، مسئله شکل ۲۰ الف با مسئله شکل ۱۹ الف یکی می‌شد: پیوستار از انرژی 0 شروع و چهارمین حالت مقید در انرژی E_4 ظاهر می‌شد. ولی برای یک b معین، هر قدر می‌خواهد باشد، تنها سه حالت دقیقاً مانا داریم و پیوستار از $-B_\infty$ شروع می‌شود. اما فرض کنید که پهنای چاه از مرتبه ابعاد اتم و عمق آن از مرتبه 10 eV و ذره یک الکترون و b بیشتر از یک کیلومتر باشد، در این شرایط مشکل بتوان اختلاف واقعی بین وضعیت شکل ۲۰ الف و وضعیت شکل ۱۹ الف را تشخیص داد. عقل سلیم به ما می‌گوید که رفتار ذره در مجاورت چاه در دو حالت باید بسیار شبیه به هم باشد. بنابراین انتظار داریم چهارمین حالت مقید که در نمودار تراز شکل ۱۹ الف دیده می‌شود در مسئله شکل ۲۰ الف نیز به نحوی خود را نشان بدهد. بررسی دقیق ریاضی این وضعیت، که ما نمی‌توانیم در اینجا به آن بپردازیم، مؤید این امر خواهد بود. با این همه سعی می‌کنیم راهی برای تحلیل مسئله نشان بدهیم.

داخل چاه به این سو آن سو بجهد و ذره تقریباً چنان رفتار می‌کند که گویی در یک حالت ماناست.

۲۳. در تمام مواردی که تاکنون بحث کردیم، مسئلهٔ یافتن حالت‌های مانا را می‌توان به عنوان مسئلهٔ جور کردن یک تابع موج نوسانی بین دو نقطهٔ برگشت کلاسیک در نظر گرفت. برای حالت پایه، تابع موج دارای یک بیشینه است و گره ندارد. برای حالت بعدی، دو فرین (بیشینه یا کمینه) و یک گره دارد. به‌طور کلی تابع موج مربوط به m امین حالت m فرین و $(m-1)$ گره خواهد داشت. برای طبقه‌بندی حالت‌های مانا، از عدد کوانتومی n استفاده می‌کنیم که همان تعداد گره‌ها (صفرها)ی تابع موج است. به این ترتیب به حالت پایه عدد کوانتومی $n = 0$ و به m امین حالت برانگیخته عدد کوانتومی n نسبت داده می‌شود. تابع موجی که به عدد کوانتومی n مربوط است، $(n+1)$ فرین دارد.

اکنون سعی می‌کنیم، روشی برای تعیین تقریبی ترازهای انرژی ذره‌ای در یک ذرهٔ پتانسیل پیدا کنیم. برای این منظور شکل ۲۳ الف را در نظر می‌گیریم که پتانسیل را برای مسائلی از این نوع نشان می‌دهد. خط‌پر نشان‌دهندهٔ پتانسیل است. خط‌چین انرژی ششمین حالت برانگیخته، E_6 ، و خط نقطه‌چین نوسانی تابع موج مربوط را نشان می‌دهد. تابع موج فقط در فاصلهٔ بین دو نقطهٔ برگشت x_1 و x_2 [که با رابطهٔ $V(x_1) = V(x_2) = E_6$ تعریف می‌شوند] رسم شده است. در خارج از این فاصله تابع موج به‌صورت مجانبی به طرف محور میل می‌کند.



شکل ۲۳ الف تصویری برای توضیح بحث مربوط به روش تقریب WKB برای یافتن حالت‌های مانا. برای یافتن $(n+1)$ امین حالت پایدار، یعنی m امین حالت برانگیخته، سعی می‌کنیم انرژی E را طوری انتخاب کنیم که بتوانیم $(n + \frac{1}{2})$ "نیم-موج" را بین نقاط برگشت کلاسیک جا بدهیم.

منحنی خط‌پر تابع پتانسیل و منحنی خط‌چین تابع موج (بین نقاط برگشت) را برای ششمین حالت برانگیخته نمایش می‌دهد، مقادیر فاز $f(x)$ در بالای نقاط برگشت و گره‌ها نشان داده شده‌اند. در این مورد خاص، تغییر کل در فاز (بین نقاط برگشت) از رابطهٔ $\Delta f \cong (n + \frac{1}{2})\pi = (6 + \frac{1}{2})\pi$ پیروی می‌کنند.

همان‌طور که می‌بینیم، این احتمال مستقل از زمان t است که باز هم حاکی از ماهیت مانای تابع موج $\psi(x, t)$ است. توجه داشته باشید که در رابطهٔ (۲۱ ج) انتگرال فقط روی چاه، از $-a$ تا a ، گرفته می‌شود.

۲۲. اکنون اگر بخواهیم همین مسئله را برای وضعیتی که در شکل ۲۰ الف نشان داده شده است، یعنی با همان شرط اولیهٔ (۲۱ الف)، حل کنیم، جواب به‌صورت (۲۱ ب) نخواهد بود، هرچند می‌توان گفت که تقریباً به این صورت است. اگر ما عملاً تابع موج وابسته به زمان $\psi(x, t)$ را برای مسئلهٔ شکل ۲۰ الف پیدا کنیم و سپس احتمال $P(t)$ برای یافتن ذره را در چاه محاسبه کنیم، می‌توانیم نشان بدهیم که به جای (۲۱ ج) یک رابطهٔ تقریبی به‌صورت

$$P(t) = \int_{-a}^a dx |\psi(x, t)|^2 \cong P(0) \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \quad (22 \text{ الف})$$

خواهیم داشت، که در آن T یک ثابت مثبت است. تاکید می‌کنیم که رابطهٔ (۲۲ الف) رابطه‌ای است تقریبی؛ فقط برای زمانهایی معتبر است که "خیلی بزرگ" نباشند. اثبات تفصیلی این نتیجه ما را از موضوع دور می‌کند، با این‌همه سعی خواهیم کرد آن را توجیه کنیم.

تعبیر نتیجهٔ (۲۲ الف) این است که در لحظهٔ $t = 0$ ذره با انرژی تقریباً برابر E_6 "در چاه" قرار دارد و پس از مدتی به بیرون چاه رخنه می‌کند. اگر T بزرگ باشد، و این در صورتی است که b بزرگ باشد، زمان درازی طول می‌کشد تا ذره از چاه بیرون بیاید و ما یک حالت تقریباً مانا داریم. زمان T عمر متوسط حالت است. اگر b به سمت بینهایت میل کند، T نیز به سمت بینهایت می‌رود و مثل مسئلهٔ شکل ۱۹ الف یک حالت دقیقاً مانا خواهیم داشت. اگر بگذاریم b به سمت a میل کند، T کوچک‌تر می‌شود و در حد $b = a$ ، حالت انرژی E_6 معنی خود را به‌عنوان یک حالت شبه مانا از دست می‌دهد.

با توجه به این نتیجه، ما حق داشتیم در نمودار تراز شکل ۲۰ الف، چهارمین تراز انرژی E_4 را در داخل پیوستار رسم کنیم؛ این تراز مربوط به یک حالت تقریباً ماناست. چنین ترازهایی اغلب ترازهای مجازی انرژی خوانده می‌شوند.

به‌طور کیفی نتیجهٔ (۲۲ الف) را می‌توان یکی از نتایج پدیدهٔ نفوذ در سد، نظیر آنچه در فصل ۷ بحث کردیم، دانست. در مکانیک کلاسیک، ذره‌ای با انرژی E_6 که در چاهی محصور است، برای همیشه در داخل آن می‌ماند. ولی در چارچوب مکانیک کوانتومی چنین نیست: ذره می‌تواند در هر دو سوی چاه در سد رخنه کند. هرچه سد پهن‌تر باشد این کار زمان بیشتری طول خواهد کشید و ثابت T بزرگ‌تر خواهد بود. به‌ازای یک مقدار خیلی بزرگ T ، ذره باید به دفعات بیشتری در

است. با مقایسه (۲۵الف) با (۲۴الف) درمی یابیم که

$$f(x) = (x - x_0) \left(\frac{p}{\hbar} \right) \quad (\text{ج } 25)$$

اگر به اندازه dx به طرف راست برویم، تغییر در فاز (df) عبارت خواهد بود از

$$df = \left(\frac{p}{\hbar} \right) dx = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - V)} dx \quad (\text{د } 25)$$

حالا (۲۵د) را به عنوان یک رابطه تقریبی برای تغییر در فاز با x ، در حالتی که $V(x)$ ثابت نیست به کار می بریم. هرچه تغییرات پتانسیل $V(x)$ با مکان کندتر باشد این تقریب موجه تر است. با این تقریب، تغییر کل در فاز بین دو نقطه برگشت x_1 و x_2 از رابطه زیر به دست می آید

$$\Delta f = \int_{x_1}^{x_2} \frac{df}{dx} dx \cong \frac{1}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{2m[E - V(x)]} \quad (\text{ه } 25)$$

این رابطه را در مورد $(n+1)$ امین حالت مانا با انرژی $E = E_n$ به کار می بریم. تغییر کل در فاز به طور تقریبی از رابطه (۲۴ج) نیز به دست می آید، و اگر این دو رابطه برای تغییر در فاز را مساوی قرار بدهیم نتیجه می گیریم

$$\int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{2m[E_n - V(x)]} \cong \left(n + \frac{1}{4} \right) \pi \hbar \quad (\text{و } 25)$$

۲۶. معادله (۲۵و) معادله ای است که به کمک آن می توانیم انرژی $(n+1)$ امین حالت مانا را تعیین کنیم. برای این کار ابتدا با حل معادلات

$$V(x_1) = V(x_2) = E \quad x_2 > x_1 \quad (\text{الف } 26)$$

نقاط برگشت x_1 و x_2 را به صورت توابعی از پارامتر انرژی E پیدا می کنیم. جوابها را با $x_1(E)$ و $x_2(E)$ نشان می دهیم، سپس انتگرال

$$g(E) = \int_{x_1(E)}^{x_2(E)} dx \sqrt{2m[E - V(x)]} \quad (\text{ب } 26)$$

را حساب می کنیم که تابع $g(E)$ را به دست می دهد. بالاخره انرژیهای E_n به صورت جوابهای معادله

$$g(E) = \left(n + \frac{1}{4} \right) \pi \hbar \quad (\text{ج } 26)$$

۲۴. فرض کنید می خواستیم یک تابع موج از نوع آنچه در شکل ۲۳ الف آمده است را با عبارتی به صورت

$$\varphi(x) = A(x) \sin[f(x)] \quad (\text{الف } 24)$$

نشان بدهیم که در آن $A(x)$ یک دامنه مثبت، و $f(x)$ تابع فازی است که هماهنگ با x افزایش می یابد. هر بار که تابع فاز مقدار $k\pi$ بگیرد (k عدد صحیح است) تابع موج یک گره خواهد داشت. تغییر تابع فاز (Δf) را بین دو نقطه برگشت در نظر می گیریم

$$\Delta f = f(x_2) - f(x_1) \quad (\text{ب } 24)$$

با توجه به شکل ۲۳ الف می بینیم که برای این تابع موج، مقدار تغییر در فاز در حدود $\pi \left(n + \frac{1}{4} \right)$ است. با الهام از این تصویر گویا فرض می کنیم که تابع موج برای n امین حالت برانگیخته به گونه ای است که تابع فاز $f(x)$ بین نقاط برگشت به اندازه

$$\Delta f_n \cong \left(n + \frac{1}{4} \right) \pi \quad (\text{ج } 24)$$

تغییر می کند.

ما فرض (۲۴ج) را به دلیل سهولت پذیرفتیم تا یک فرمول مشخص در دست داشته باشیم. اگر بخواهیم دقیق تر باشیم، حداکثر می توانیم یک نامساوی بنویسیم، یعنی

$$(n+1)\pi \geq \Delta f_n > n\pi \quad (\text{د } 24)$$

که خواننده می تواند به آسانی آن را برای خود توجیه کند. با نگاهی به شکل ۴ ج درمی یابیم که در این مورد، حد بالایی (۲۴د) پذیرفته می شود، در حالی که برای سومین حالت برانگیخته در شکل ۱۹ الف به حد پایینی نزدیک تریم. بنابراین فرمول (۲۴ج) یک حد وسط را نشان می دهد.

۲۵. اکنون سعی می کنیم یک بیان تقریبی برای تغییر در فاز تابع موج، به صورت تابعی از انرژی E به دست بیاوریم. ابتدا ناحیه ای را در نظر بگیرد که در آن پتانسیل ثابت و برابر با V باشد. در این ناحیه و به ازای $E > V$ ، تابع موج به صورت

$$\varphi(x) = A \sin \left[(x - x_0) \frac{p}{\hbar} \right] \quad (\text{الف } 25)$$

خواهد بود که در آن A و x_0 ثابت و

$$p = \sqrt{2m(E - V)} \quad (\text{ب } 25)$$

به دست می‌آیند، که در آن $n = 0, 1, 2, \dots$ است.

روش تقریبی که برای تعیین ترازهای انرژی ذره در یک "دره پتانسیل" نظیر شکل ۲۳ الف پیدا کردیم. به روش WKB معروف است.^۱ این روش در خیلی از موارد نتایج بسیار درستی می‌دهد، و همیشه وقتی می‌خواهیم اطلاعات کلی از جای ترازها به دست بیاوریم مفید است. ماهیت این تقریب شباهت زیادی به ماهیت تقریبی دارد که در به دست آوردن فرمول (۳۶ ب) از فصل ۷ برای ضریب عبور یک سد پتانسیل به عمل آوردیم: در حقیقت، در هر دو مورد یک نوع انتگرال ظاهر می‌شود.

نکته جالب آنکه معادله (۲۵) که ما آن را در چارچوب مکانیک موجی به دست آوردیم، با شرط کوانتومی بور-زومرفلد در نظریه قدیمی بور یکسان است. به این ترتیب کم و بیش درک می‌کنیم که چرا گاهی اوقات نظریه بور خیلی خوب کار می‌کند و گاهی خیلی ناموفق است: معادله (۲۵) دقیقاً درست نیست، بلکه فقط یک رابطه تقریبی است.

نوسانگر هارمونیک: برانگیختگی ارتعاشی و چرخشی مولکولها

۲۷. در اینجا روش تقریبی مان را برای یکی از مهم‌ترین مسائل ویژه مقدار به کار می‌بریم: یافتن ترازهای انرژی یک نوسانگر هارمونیک. پتانسیل $V(x)$ برای این مسئله با رابطه

$$V(x) = \frac{K}{\gamma} x^2 \quad (الف ۲۷)$$

بیان می‌شود که در آن K "ثابت فنر" است. اگر جرم ذره m باشد، بسامد (زاویه‌ای) نوسان (ω_0) در مکانیک کلاسیک، به این صورت است

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (ب ۲۷)$$

برای کوانتش به طریقی که در بخش ۲۶ گفته شد، باید ابتدا نقاط برگشت را پیدا کنیم. این نقاط نسبت به مبدأ قرینه‌اند و می‌توان نوشت $x_1 = -x_0$ ، $x_2 = x_0$ ، که به موجب (۲۶ الف) داریم

$$x_0(E) = \sqrt{\frac{2E}{K}}, \quad E = \frac{K}{\gamma} x_0^2 \quad (ج ۲۷)$$

سپس تابع $g(E)$ را همان‌طور که در (۲۶ ب) تعریف شد پیدا

می‌کنیم

$$g(E) = \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{2m[E - V(x)]} = \int_{-x_0}^{x_0} dx \sqrt{Km(x_0^2 - x^2)} \quad (د ۲۷)$$

با وارد کردن متغیر جدید θ ، توسط رابطه $x = x_0 \sin \theta$ ، به دست

می‌آوریم

$$g(E) = 2\sqrt{Km}x_0 \int_0^{\pi/2} d\theta \cos^2 \theta = \pi E \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (ه ۲۷)$$

که در آن با استفاده از (۲۷ ج)، x_0 را حذف کرده‌ایم، با قرار دادن این رابطه $g(E)$ در (۲۶ ج)، برای انرژی $(n+1)$ امین حالت مانا نوسانگر هارمونیک (E_n) نتیجه بسیار ساده

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_0 \quad (و ۲۷)$$

حاصل می‌شود که در آن $n = 0, 1, 2, \dots$ یک عدد صحیح غیرمنفی است.

۲۸. اتفاقاً، حل دقیق معادله شرودینگر (۴ ب) برای نوسانگر هارمونیک، یعنی برای تابع پتانسیلی به صورت (۲۷ الف)، دقیقاً همان نتیجه (۲۷ و) را می‌دهد.

در این کتاب منظورمان حل معادله شرودینگر برای حالت‌های خاص نیست و سعی نخواهیم کرد مسئله نوسانگر هارمونیک را با دقت و به تفصیل حل کنیم. برحسب تصادف، روش تقریبی ما عملاً نتیجه‌ای به دست می‌دهد که بیش از آنچه می‌توانیم انتظار داشته باشیم صحیح است.

در (طرف چپ) شکل ۲۸ الف نمودار تراز و (در طرف راست) تابع پتانسیل برای یک نوسانگر هارمونیک رسم شده‌اند. به فاصله‌های مساوی بین ترازها توجه کنید. در این شکل نقطه صفر انرژی را ته‌چاه پتانسیل انتخاب کرده‌ایم: البته این قراردادی است اختیاری.

اگر نوسانگر هارمونیک حامل بار باشد، انتظار داریم بین ترازهای انرژی گذارهای تابشی پدیدار شوند، و این ترازها، به هنگامی که فرایندهای تابشی به حساب آورده شوند، به ازای $n > 0$ ، دیگر ابتدا مانا نیستند.

۱. به نام L. Brillouin و H. A. Kramers, G. Wentzel، است. رجوع کنید به

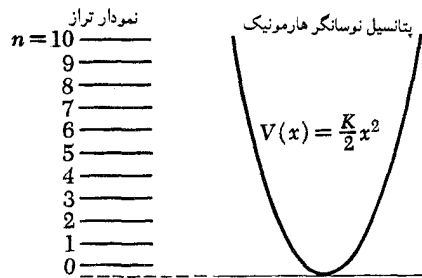
H. A. Kramers, "Wellenmechanik und halbzahlige Quantisierung," *Zeitschrift für Physik* **39**, 828 (1926).

۳۰. شکل ۳۰ الف ماهیت تقریباً هارمونیک یک نوسانگر خطی مولکولی واقعی، یعنی مولکول هیدروژن را نشان می‌دهد. این مولکول دارای مدهای برانگیخته‌ای است که در آنها دو پروتون در مقابل یکدیگر نوسان می‌کنند. از روی یک پتانسیل مؤثر بین هسته‌ای، که در سمت راست شکل ۳۰ الف نشان داده شده است. می‌توان این مدها را درک کرد. منحنی، انرژی پتانسیل (برحسب eV) را به صورت تابعی از فاصله بین هسته‌ای نشان می‌دهد. از لحاظ نظری می‌توان به خوبی وجود این پتانسیل مؤثر و بستگی آن را به فاصله بین هسته‌ای درک کرد. راجع به این پتانسیل در بخش بعد گفتگو خواهیم کرد. برای مطالعه حالت‌های ارتعاشی این مولکول، یا هر مولکول دو اتمی دیگر، می‌توانیم ابتدا پتانسیل مؤثر را پیدا کنیم، سپس با این پتانسیل معادله یک بعدی شرودینگر را حل کنیم تا ترازهای انرژی مربوط به حالت‌های ارتعاشی به دست بیایند.

در اینجا نیز مثل شکل ۲۸ الف، ته چاه پتانسیل را نقطه صفر انرژی انتخاب کرده‌ایم، می‌توانیم بپذیریم که با میل کردن فاصله بین هسته‌ای (r) به سمت صفر، پتانسیل به سمت بینهایت می‌رود. ولی هنگامی که r به سمت بینهایت میل می‌کند، پتانسیل به یک مقدار ثابت (در شکل 4.78 eV) میل می‌کند. در این انرژی مولکول تجزیه می‌شود و همان‌طور که نمودار تراز در سمت چپ شکل نشان می‌دهد، پیوستار آغاز می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل در اینجا با انرژی پتانسیل یک نوسانگر هارمونیک یکسان نیست، ولی اگر از ته چاه پتانسیل خیلی بالا برویم، منحنی تقریباً شکل یک سهمی را دارد. در حقیقت هر منحنی همواره یک کمینه داشته باشد، و مشتق دوم آن در کمینه صفر نباشد، در همسایگی کمینه "تقریباً سهمی شکل" است. پس می‌توان انتظار داشت که سیستم به ازای برانگیختگی‌های نه‌چندان بالا، تقریباً مثل نوسانگر هارمونیک رفتار کند. با مقایسه شکل‌های ۲۸ الف و ۳۰ الف می‌توانیم فرق بین یک نوسانگر هارمونیک حقیقی و یک نوسانگر تقریباً هارمونیک را ببینیم. دو نمودار تراز شکل ۳۰ الف، فاصله ترازها مساوی نیست و فقط برای برانگیختگی‌های کوچک ترازها تقریباً هم فاصله‌اند.

از این گذشته تعداد حالت‌های ارتعاشی برای یک مولکول محدود است. انرژی تجزیه مولکول انرژی است که باید به مولکول در حالت پایه داد تا آن را به مرحله گسستگی برساند. از روی شکل ۳۰ الف در می‌یابیم که انرژی تجزیه برای مولکول هیدروژن در حدود 4.75 eV است: این مقدار عبارت است از اختلاف انرژی بین حد پایینی پیوستار و حالت پایه.

هنگامی که مولکول در حالت پایه است، فاصله متوسط بین هسته‌ها (پروتونها) در حدود 75 \AA است: تابع موج حالت پایه در حوالی مقدار r مربوط به کمینه پتانسیل متمرکز است.



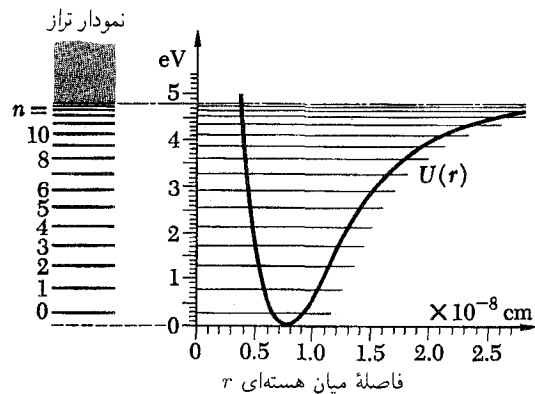
شکل ۲۸ الف پتانسیل (در سمت راست) و نمودار تراز (در سمت چپ) یک نوسانگر هارمونیک. انرژی $(n + 1/2)\hbar\omega$ امین تراز، چنانچه نسبت به ته "چاه" پتانسیل اندازه‌گیری شود، از رابطه $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ به دست می‌آید که در آن ω بسامد کلاسیک نوسانگر است. روش WKB همان نتیجه‌ای را می‌دهد که از نظریه دقیق حاصل می‌شود.

می‌توان نشان داد که قاعده گزینش برای گذارهای دوقطبی الکتریکی آن است که n به مقدار یک واحد تغییر می‌کند. پس، برای هر انتقالی از این نوع، بسامد کوانتوم گسیل شده باید همان بسامد کلاسیک ω باشد. این همان چیزی است که براساس نظریه کلاسیک نیز می‌توانیم پیشگویی کنیم.

۲۹. نظریه نوسانگر هارمونیک از این جهت در فیزیک اهمیت دارد که معادلات حرکت بسیاری از سیستم‌هایی که در ظاهر هیچ ربطی به نوسانگرها ندارند، به طور صوری با معادلات حرکت برای سیستمی از نوسانگرهای هارمونیک که با یکدیگر برهم‌کنش بسیار ضعیفی دارند، هم‌ارزند. در تقریب اول که از برهم‌کنش بین نوسانگرها صرف‌نظر می‌شود، نظریه کوانتومی این سیستمها، از لحاظ ریاضی، معادل خواهد شد با نظریه بسیار ساده (از لحاظ تحلیلی) سیستمی از نوسانگرهای هارمونیک کاملاً مستقل. مطالعه سیستمی از نوع دوم بسیار آسان است، چون هر نوسانگر طوری نوسان می‌کند که گویی بقیه نوسانگرها وجود ندارند، و روشن است که اگر بتوانیم یکی از این نوسانگرها را توصیف کنیم، هر تعداد دیگری از آنها را نیز خواهیم توانست.

به‌عنوان نمونه‌هایی از این نوع سیستم، می‌توان میدان الکترومغناطیسی جامدی که به طور کشسان ارتعاش می‌کند، و بسیاری از میدانهای کوانتومی را ذکر کرد. از اینها گذشته، همه مولکولها مدهای ارتعاشی دارند که می‌توان آنها را با تقریب خوبی برحسب نظریه نوسانگر هارمونیک توصیف کرد. به طور کلی می‌توانیم بگوییم نظریه نوسانگر هارمونیک برای سیستم‌هایی به کار می‌رود که در معادلات خطی یا تقریباً خطی حرکت صدق می‌کنند.

میل می‌کند. به‌ازای r خیلی بزرگ، $U(r)$ به یک مقدار ثابت U_∞ میل می‌کند که انرژی حالت پایه دو اتم هیدروژن است در حالتی که در فاصله بینهایت از یکدیگر به سر می‌برند. همچنانکه شکل ۳۰الف نشان می‌دهد، گستره‌ای از مقادیر r نیز وجود دارد که به‌ازای آنها $U(r) < U_\infty$ است. تابع پتانسیل در نقطه $r_0 = 0.75 \text{ \AA}$ یک کمینه دارد. پس با این فرض که پروتون‌ها حرکت نمی‌کنند، پایین‌ترین انرژی ممکن برای مولکول $U(r_0)$ است و در این نخستین مرحله در تقریب بورن-اوپنهایمر، این انرژی، انرژی حالت پایه مولکول است.



شکل ۳۰الف قسمت سمت راست شکل، پتانسیل بین هسته‌های مؤثر $U(r)$ در اتم هیدروژن و قسمت سمت چپ نمودار خطوط متناظر را نشان می‌دهد. برای پایین‌ترین حالت‌های برانگیخته، این مولکول مانند نوسانگر هماهنگ رفتار می‌کند. منحنی پتانسیل در نزدیکی کمینه تقریباً به شکل سهمی است، و ترازهای پایین تقریباً همان مکان‌های مربوط به نوسانگر هماهنگ را دارند. (شکل ۲۸الف را ببینید.) همچنانکه فاصله بین هسته‌های زیاد می‌شود، پتانسیل به یک مقدار ثابت میل می‌کند. پیوستار در نمودار خطوط از این تراز شروع می‌شود، که متناظر با تجزیه مولکول است.

پتانسیل $U(r)$ توصیف‌کننده نوع "جدیدی" از نیرو نیست؛ این نیرو نیروی الکترومغناطیسی است ولی در لباس مبدل.

۳۲. ولی پروتون‌ها حرکت می‌کنند و در مرحله بعدی در تقریب بورن-اوپنهایمر این حرکت به حساب آورده می‌شود. برای انجام این کار فرض می‌شود که پروتون‌ها در حول و حوش "فاصله تعادلی" r_0 نسبت به یکدیگر نوسان می‌کنند. در این حرکت (کند) نوسانی (که البته باید آن را به صورت کوانتومی توصیف کرد) انرژی پتانسیل مؤثر با تابع $U(r)$ ، که در اولین مرحله تقریب به دست آمد، بیان می‌شود.

با این ترتیب، تابع $U(r)$ انرژی پتانسیل مؤثر در مرحله دوم تقریب بورن-اوپنهایمر است که در آن نوسان دو پروتون در مقابل یکدیگر به حساب آورده می‌شود. پس برهم‌کنش اساسی که می‌خواهیم ساختار مولکولی را برحسب آن درک کنیم، عبارت خواهد بود از برهم‌کنش الکتروستاتیکی بین چهار ذره باردار در مولکول هیدروژن. پتانسیل مؤثر $U(r)$ حاصل این برهم‌کنش اساسی است؛ بنابراین، نوع جدیدی از نیرو را توصیف نمی‌کند، و می‌توان گفت که این نیرو همان نیروی الکتروستاتیکی است در لباس مبدل. درک این نکته بسیار اهمیت دارد.

۳۱. اکنون درباره مفهوم پتانسیل مؤثر بین هسته‌های که در قسمت راست شکل ۳۰الف نشان داده شد، صحبت می‌کنیم. ما این پتانسیل را از طریق یک الگوی تقریبی برای مطالعه ساختار مولکولی به دست آورده‌ایم، که به تقریب بورن-اوپنهایمر معروف است و طرح کلی آن از این قرار است: چون هسته‌ها (پروتون‌ها) از الکترون‌ها بسیار سنگین‌ترند، سرعت حرکتشان در مولکول در مقایسه با سرعت الکترون‌ها بسیار اندک است، در تقریب اول می‌توان فرض کرد که هسته‌ها اصلاً حرکت نمی‌کنند و در فاصله ثابت r_0 از یکدیگر باقی می‌مانند، ما در اینجا مولکول هیدروژن را بررسی خواهیم کرد ولی در مورد دیگر مولکول‌ها نیز ملاحظات مشابهی به‌کار می‌رود. پس، با این اولین تقریب، مسئله‌ای که باید حل کرد یافتن حالت پایه دو الکترون در میدان الکتروستاتیک دو پروتون است. فرض کنید که این مسئله را برای هر فاصله اختیاری بین هسته‌های r حل می‌کنیم. که در این صورت انرژی حالت پایه $U(r)$ را برای سیستم پیدا می‌کنیم، یعنی $U(r)$ شامل انرژی الکتروستاتیک دافعه بین دو پروتون (به صورت تابعی از r) هم می‌شود. به‌ازای یک r کوچک، انرژی $U(r)$ بزرگ و مثبت است، چون با میل کردن فاصله r به سمت صفر انرژی الکتروستاتیکی دافعه بین پروتون‌ها به سمت $+\infty$

۳۳. مسئله چگونگی یافتن $U(r)$ به‌طور صریح، از حوزه کار این کتاب خارج است. با این‌همه ما سعی می‌کنیم، به صورت کیفی، بفهمیم که چگونه $U(r)$ می‌تواند یک کمینه داشته باشد. برای این منظور، باید خود را قانع کنیم که برای ذرات مولکول آرایش‌هایی وجود دارند که در آنها انرژی الکتروستاتیک کمتر (یعنی منفی‌تر) است تا برای دو اتم هیدروژن بینهایت دور، با اینکه فاصله‌های الکترون-پروتون مولکول از آنچه در اتم است، کمتر نیستند. بدون شک، این یک شرط لازم برای تشکیل پیوند مولکولی است، گرچه کافی نیست.

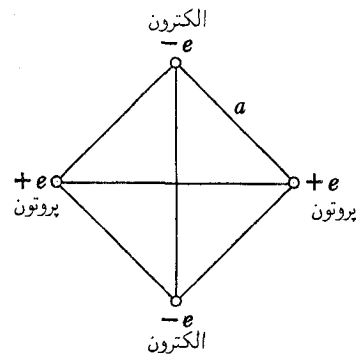
آریشی را که در شکل ۳۳الف نشان داده شده است در نظر بگیرید، که در آن دو الکترون و دو پروتون در رئوس مربعی به ضلع a قرار گرفته‌اند. خطوط شکل نشانه شش برهم‌کنش الکتروستاتیک میان این ذرات‌اند. برای این آرایش خاص، انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی

۳۴. انرژی کل یک مولکول مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی آن است. اگر بحث بخش ۱۴ فصل ۶ را درباره مفاهیم رابطه عدم قطعیت در مورد ساختار اتم هیدروژن به خاطر بیاوریم، در خواهیم یافت که الکترونها در مولکول هیدروژن باید "فضای کافی" داشته باشند. چون در غیر این صورت، رابطه عدم قطعیت ایجاب می‌کند که تکانه و بنابراین انرژی جنبشی آنها بزرگ باشد. در بحث از اتم هیدروژن نتیجه گرفتیم که اگر عدم قطعیت در وضعیت الکترون از مرتبه a_0 باشد، به این معنی که ناحیه‌ای با ابعاد خطی a_0 را "اشغال کند"، آنگاه انرژی جنبشی آن باید از مرتبه R_∞ باشد. همین ملاحظات در مورد مولکول هیدروژن نیز به کار می‌آیند: اگر قرار است انرژی جنبشی از همین مرتبه بزرگی باشد، باید بگذاریم الکترون ناحیه‌ای با ابعاد a_0 را اشغال کند.

در ادامه کار باید نواحی مختلف محدودیت الکترونها را امتحان کنیم و برای هر یک انرژی پتانسیل و جنبشی را با منظور کردن الزامات اصل عدم قطعیت محاسبه کنیم. این کار پردرد سری است و ما در اینجا به آن نخواهیم پرداخت. بهترین روش برای رویارویی با این مسئله، ابداع تابع موجهای مناسبی است که هر دو الکترون را توصیف کنند و سپس محاسبه کردن انرژی کل برای این توابع موج بر طبق نظریه شرودینگر. از آنجا که ما درباره تابع موجهای دو ذره‌ای صحبتی نکرده‌ایم، مقدمات لازم را در اختیار نداریم که این هدف را دنبال کنیم.^۱ براساس آنچه گفته شد، شاید خواننده آمادگی آن را پیدا کرده باشد که باور کند برای انرژی کل $U(r)$ به صورت تابعی از فاصله بین هسته‌ای r ، کمینه‌ای وجود دارد. درست مثل آنچه در مورد اتم هیدروژن گفتیم، انرژی کمینه از یک نوع "مصلحه" نتیجه می‌شود: باید گذاشت الکترونها فضای کافی داشته باشند تا انرژی جنبشی کوچک بماند، در عین حال باید الکترونها در ناحیه به اندازه کافی کوچکی محصور باشند تا انرژی پتانسیل محسوس باشد. به بیان غیردقیق، انرژی پتانسیل کل منفی است و با "ابعاد" مولکول نسبت عکس دارد، در حالی که انرژی جنبشی کل مثبت است و با مجذور ابعاد نسبت عکس دارد. به ازای بعضی اندازه‌های بهینه مولکول مجموع این دو انرژی کمینه خواهد داشت.

۳۵. اکنون سعی می‌کنیم بسامدهای ارتعاشی "نوعی" را در یک مولکول (دو اتمی) برآورد کنیم. منحنی پتانسیل در مجاورت کمینه (در $r = r_0$) تقریباً سهمی شکل است و برای امتحان می‌توانیم تابع

۱. نخستین نظریه قابل قبول در مورد پیوند مولکولی در مرجع زیر آمده است: W. Heitler and F. London, "Wechselwirkung neutraler Atome und homöopolare Bindung nach der Quantenmechanik", *Zeitschrift für Physik*, **44**, 455 (1927).



شکل ۳۳ الف در پیکربندی بالا اگر $a = a_0$ باشد، انرژی پتانسیل کمتر از انرژی پتانسیل کل دو اتم هیدروژن دور از هم است. پس فواصل الکترون-پروتون برای "مولکول" بالا یکسان هستند. این مثال نشان می‌دهد که نیروی بین دو اتم هیدروژن ممکن است جاذبه باشد، اما این به هیچ نحو اثبات نمی‌کند که یک مولکول پایدار می‌تواند واقعاً وجود داشته باشد.

کل، پتانسیل E' ، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E'_{\text{پتانسیل}} = +2 \frac{e^2}{a\sqrt{2}} - 4 \frac{e^2}{a} = \frac{e^2}{a} (\sqrt{2} - 4) \quad (\text{الف } 33)$$

این انرژی پتانسیل را باید با انرژی پتانسیل کل دو اتم هیدروژن که در فاصله بسیار زیادی از یکدیگر قرار دارند، پتانسیل E'' ، مقایسه کرد. انرژی اخیر با رابطه

$$E''_{\text{پتانسیل}} = -2 \frac{e^2}{a_0} \quad (\text{ب } 33)$$

بیان می‌شود که در آن a_0 شعاع بور است. در این مورد خاص که ما خواسته‌ایم $a = a_0$ باشد، اختلاف بین دو مقدار پتانسیل E' و پتانسیل E'' منفی است، یعنی

$$\Delta E'_{\text{پتانسیل}} = E'_{\text{پتانسیل}} - E''_{\text{پتانسیل}} = \frac{e^2}{a_0} (\sqrt{2} - 2) \cong -1.2 R_\infty \quad (\text{ج } 33)$$

که در آن R_∞ ثابت ریذبرگ است: $13.6 \text{ eV} = e^2/(2a_0)$. به این ترتیب، ما آرایش خاصی را یافته‌ایم که برای آن پتانسیل ΔE منفی است. ولی بدیهی است که آرایشهای "همسایه" ای نیز هستند که برای آنها هم پتانسیل ΔE منفی باشد: لازم نیست ذرات در رئوس یک مربع قرار داشته باشند.

جدول ۳۵ الف. بسامدهای نوسانی چند مولکول دواتمی

عدد موج cm^{-1}	بسامد دور برثانیه	مولکول
۱۶۴۱,۳۵	$۴,۹۲۱ \times ۱۰^{۱۲}$	C_2
۲۳۵۹,۶۱	$۷,۰۷۴ \times ۱۰^{۱۲}$	N_2
۱۵۸۰,۳۶	$۴,۳۷۴ \times ۱۰^{۱۲}$	O_2
۱۹۰۴,۰۳	$۵,۷۰۸ \times ۱۰^{۱۲}$	NO
۲۱۷۰,۲۱	$۶,۵۰۶ \times ۱۰^{۱۲}$	CO
۲۶۸,۴	$۰,۸۰۵ \times ۱۰^{۱۲}$	IBr
۷۲۵,۶۸	$۲,۱۷۶ \times ۱۰^{۱۲}$	Sr

در بحث فصل ۲ راجع به مقادیر مشخصه در فیزیک اتمی، نتیجه گرفتیم که می‌توانیم کمیت

$$\omega_e = \alpha^2 \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right) \quad (د۳۵)$$

را بسامد "نوعی" وابسته به یک گذار نوری در اتم یا مولکول در نظر بگیریم، یعنی گذارهایی که در آنها آرایش الکترونی تغییر می‌کند. پس می‌توانیم (ج۳۵) را به صورت زیر بنویسیم

$$\omega_v \sim \omega_e \sqrt{\frac{m}{M}} \quad (ه۳۵)$$

کمیت M برای تمام مولکولها از مرتبهٔ جرم هسته است، در حالی که m جرم الکترون است. بسامدهای "نوعی" الکترونها، ω_e ، در ناحیهٔ مرئی طیف الکترومغناطیسی قرار دارند و همان طور که می‌بینیم، بسامدهای ارتعاشی "نوعی" مولکولها، ω_v ، با ضریب $\sqrt{m/M}$ از آن کوچک‌ترند. بنابراین، می‌توان آنها را در ناحیهٔ فرسرخ نزدیک پیدا کرد، و این پیشگویی با مشاهدات تطبیق می‌کند.

۳۶. در اینجا می‌خواهیم جرم مؤثر M را برای یک مولکول دو اتمی که در آن جرم هسته‌ها M_1 و M_2 است، پیدا کنیم. این دو هسته در مقابل یکدیگر نوسان می‌کنند، به طوری که مرکز جرم روی خط واصل آنها باقی می‌ماند. مطابق شکل ۳۶ الف، فاصلهٔ بین هسته‌ها را با r و فاصلهٔ هسته‌ها از مرکز جرم را با r_1 و r_2 نشان می‌دهیم. انرژی جنبشی این سیستم با رابطهٔ

$$T = \frac{1}{2} M_1 \dot{r}_1^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{r}_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right) \dot{r}^2 \quad (\text{الف } ۳۶)$$

بیان می‌شود که در آن نقطه نشانهٔ مشتق نسبت به زمان است. انرژی پتانسیل نوسانگر با رابطهٔ (الف ۳۵) به صورت تابعی از r ، و انرژی جنبشی آن با رابطهٔ (الف ۳۶) به صورت تابعی از \dot{r} بیان شده است. پس جرم مؤثر M این نوسانگر برابر است با ضریب $\dot{r}^2/2$ ، یعنی

$$M = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \quad (\text{ب } ۳۶)$$

و همین عبارت است که باید در (ج۳۵) وارد شود. کمیت M ، جرم کاهش‌یافتهٔ سیستم دو جسمی خوانده می‌شود.

پتانسیل $U(r)$ را به صورت زیر حدس بزنیم

$$U(r) \sim \left(\frac{r - r_0}{a_0} \right)^2 R_\infty + U(r_0) \quad (\text{الف } ۳۵)$$

این حدسی است معقول و منطقی. به ازای $r = r_0$ طرف راست مقدار درست $U(r_0)$ را اختیار می‌کند و به ازای $|r - r_0| = a_0$ پتانسیل به مقدار R_∞ از $U(r_0)$ بیشتر است. از آنجا که ابعاد مولکول از مرتبهٔ a_0 ، و انرژی بستگی از مرتبهٔ R_∞ است، انتظار داریم که پتانسیل تقریباً به همین ترتیب رفتار کند. طرف راست (الف ۳۵) پتانسیل یک نوسانگر هارمونیک است. "ثابت فنر" K برای این نوسانگر از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$K \sim \frac{2R_\infty}{a_0^2} = \frac{\alpha^2 mc^2}{a_0^2} \quad (\text{ب } ۳۵)$$

فرض کنید که جرم مؤثر نوسانگر M باشد. در این صورت، بسامد ارتعاشی مولکول از رابطهٔ

$$\omega_v = \sqrt{\frac{K}{M}} \sim \alpha^2 \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right) \sqrt{\frac{m}{M}} \quad (\text{ج } ۳۵)$$

به دست می‌آید که در آن شعاع بور را به صورت $a_0 = \alpha^{-1}(\hbar/mc)$ وارد کرده‌ایم. تأکید می‌کنیم که (ج۳۵) تنها یک برآورد خام از مرتبهٔ بزرگی است.

مرتبه بزرگی اختلاف انرژیهای مربوط به این برانگیختگیهای چرخشی را برآورد کنیم.

برای سهولت، یک مولکول دو اتمی را، نظیر آنچه در شکل ۳۶ الف آمده است، در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که در یک حالت چرخشی خاص، مولکول با سرعت زاویه‌ای ω_a حول محوری که از مرکز جرم مولکول می‌گذرد و بر محور تقارن آن، یعنی خط واصل دو هسته، عمود است می‌چرخد. برای لحظه‌ای از حرکت ارتعاشی مولکول چشم‌پوشی می‌کنیم و آن را یک "دمبل" صلب در نظر می‌گیریم. با نمادگذاری شکل ۳۶ الف، اندازه سرعت هسته ۱ برابر $\omega_a r_1$ و اندازه سرعت هسته ۲ برابر $\omega_a r_2$ خواهد بود. پس انرژی جنبشی حرکت چرخشی، T_r ، از این رابطه به دست می‌آید

$$T_r = \frac{1}{2} M_1 (\omega_a r_1)^2 + \frac{1}{2} M_2 (\omega_a r_2)^2 \quad (\text{الف } 36)$$

اگر r_1 و r_2 را برحسب جرمهای M_1 و M_2 و برحسب فاصله بین هسته‌های r (همانند شکل ۳۶ الف) قرار بدهیم به دست می‌آوریم

$$T_r = \frac{1}{2} \left(\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right) (\omega_a r)^2 = \frac{1}{2} M (\omega_a r)^2 \quad (\text{ب } 36)$$

که در آن M ، همان‌طور که در معادله (۳۶ ب) تعریف شد، جرم کاهش‌یافته مولکول است.

گشتاور لختی مولکول نسبت به محور چرخش، I ، با این رابطه بیان می‌شود

$$I = M_1 r_1^2 + M_2 r_2^2 = M r^2 \quad (\text{ج } 36)$$

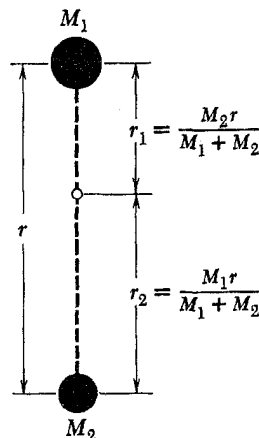
تکانه زاویه‌ای مولکول نسبت به محور چرخش، J ، را نیز پیدا می‌کنیم

$$J = M_1 r_1^2 \omega_a + M_2 r_2^2 \omega_a = M r^2 \omega_a = I \omega_a \quad (\text{د } 36)$$

حالا می‌توانیم انرژی جنبشی مولکول را به صورت

$$T_r = \frac{J^2}{2I} \quad (\text{ه } 36)$$

بنویسیم که در آن، استفاده از رابطه (۳۸ د)، ω_a را در فرمول (۳۸ ب) حذف کرده‌ایم.



شکل ۳۶ الف نمایش نموداری یک مولکول دو اتمی. جرمهای هسته‌ها M_1 و M_2 هستند. دایره سفید کوچک روی خط واصل هسته‌ها مرکز جرم سیستم را نشان می‌دهد. در متن برانگیختگیهای نوسانی را در نظر گرفته‌ایم که در آنها هسته‌ها مقابل هم نوسان می‌کنند.

۳۷. چون نمی‌توانیم رابطه دقیقی برای "ثابت فنر" K ، که در بخش ۳۵ برآورد کردیم، به دست بیاوریم، نمی‌توانیم بسامد ارتعاشی دقیق مولکول دو اتمی را پیدا کنیم. با این همه می‌توانیم در ارتباط با اثر ایزوتوپ پیشگوییهای دقیقی ارائه کنیم. ابتدا مولکولی را در نظر بگیرید که جرم هسته‌های آن M_1' و M_2' و بسامد ارتعاشی آن ω_v' باشد. سپس یک مولکول مشابه دیگر را در نظر بگیرید که از لحاظ شیمیایی با اولی یکسان است ولی هسته‌های تشکیل‌دهنده آن ایزوتوپهای هسته‌های اولی‌اند با جرمهای M_1'' و M_2'' . بسامد ارتعاشی این مولکول را ω_v'' می‌گیریم. (در محدوده تقریب بورن-اوپنهایمر) ثابت فنر K برای هر دو مولکول یکی است، زیرا ما پتانسیل مؤثر $U(r)$ را با چشم‌پوشی از حرکت هسته‌ای پیدا کرده‌ایم. در نتیجه بسامدهای ω_v' و ω_v'' باید با رابطه زیر به هم مربوط باشند

$$\frac{\omega_v'}{\omega_v''} = \sqrt{\frac{M_1'' M_2'' (M_1' + M_2')}{M_1' M_2' (M_1'' + M_2'')}} \quad (\text{الف } 37)$$

معلوم شده است که این پیشگویی با دقت بسیار خوبی با مشاهده سازگاری دارد و بنابراین اطمینان ما نسبت به درستی نظرات ساده‌ای که ارائه کردیم زیاد می‌شود.

۳۸. اکنون برانگیختگی چرخشی مولکول را بررسی می‌کنیم. به هر مولکول سیستمی از حالت‌های منفصل چرخشی مولکول وابسته است که در آن حالتها کل مولکول به دور محوری می‌چرخد. سعی می‌کنیم

جدول ۳۹ ب. ثابت چرخشی B_e برای چند مولکول دوقطبی.

r (Å)	B_e (Mc/sec)	مولکول
۱٫۷۶	۱۰۷۰۰	BrF
۲٫۷۹	۳۸۰۰	KCl
۲٫۹۴	۲۴۰۰	KBr
۱٫۱۳	۵۷۹۰۰	$^{12}\text{C } ^{16}\text{O}$
۰٫۹۷	۵۶۶۰۰۰	OH
۱٫۱۵	۵۱۱۰۰	NO

ثابت B (شکل ۳۹ الف را ببینید) در اینجا برحسب بسامد متناظر $B_e = B/h = h/(8\pi^2 I)$ برحسب مگادور بر ثانیه، بیان شده است. ستون سوم فاصلهٔ بین هسته‌های r را نشان می‌دهد.

نظریهٔ کاملاً کوانتومی برای مولکول دمبلی به فرمول بسیار ساده‌ای برای ترازهای انرژی منتهی می‌شود. هر حالت چرخشی با یک عدد صحیح غیرمنفی برای عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای j مشخص می‌شود و انرژی آن حالت از رابطهٔ

$$E_j = \frac{j(j+1)\hbar^2}{2I} \quad (\text{ج } 39)$$

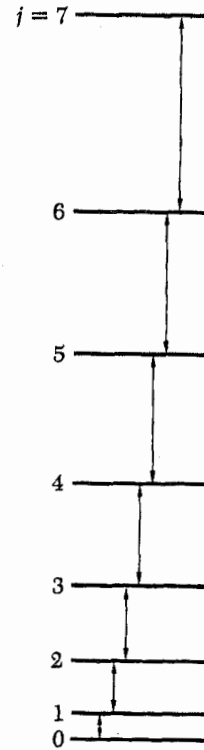
به دست می‌آید که در آن $j = 0, 1, 2, 3, \dots$ است. البته این فرمول را در اینجا به دست نمی‌آوریم، اما مؤلف فکر کرده است که ذکر آن بی‌فایده نخواهد بود.

۴۰. فاصلهٔ بین هسته‌ها در هر مولکولی از مرتبهٔ شعاع بور، a_0 ، است. پس گشتاور لختی را به صورت $I \sim Ma_0^2$ برآورد می‌کنیم، که اگر این رابطه را در (ج ۳۹) وارد کنیم، به دست می‌آوریم

$$\omega_r \sim \frac{\hbar}{2Ma_0^2} \quad (\text{الف } 40)$$

آموخته خواهد بود که این برآورد را برحسب بسامد مشخصهٔ الکترونی، $\omega_e = \alpha^2(mc^2/\hbar)$ ، بنویسیم. چون شعاع بور با رابطهٔ $a_0 = \alpha^{-1}(\hbar/mc)$ بیان می‌شود، می‌توانیم به عنوان برآوردی از مرتبهٔ بزرگی، (الف ۴۰) را به صورت

$$\omega_r \sim \omega_e \left(\frac{m}{M} \right) \quad (\text{ب } 40)$$



شکل ۳۹ الف نمودار خطوط نشان‌دهندهٔ هشت تراز اول انرژی چرخشی یک مولکول دو اتمی (با در نظر گرفتن مولکول به صورت یک دمبل صلب). بنابر معادله (ج ۳۹) انرژی E_j حالت تکانهٔ زاویه‌ای j از $E_j = B_j(j+1)$ به دست می‌آید که در آن $B = \hbar^2/(2I)$ ثابت چرخشی مولکول است. پیکانهای قائم گذارهای دوقطبی الکتریکی را که در آنها j به اندازهٔ یک واحد تغییر می‌کند، نشان می‌دهند.

۳۹. می‌توان حدس زد که تکانه‌های زاویه‌ای که نوعاً در مولکول با آنها سروکار داریم از مرتبهٔ \hbar اند. در نتیجه مرتبهٔ بزرگی انرژی جنبشی نوعی مربوط به برانگیختگیهای چرخشی عبارت خواهد بود از

$$T_r \sim \frac{\hbar^2}{2I} \quad (\text{الف } 39)$$

اگر بسامد مربوطه را با ω_r نشان بدهیم می‌توانیم بنویسیم

$$\omega_r = \frac{T_r}{\hbar} \sim \frac{\hbar}{2I} \quad (\text{ب } 39)$$

برطبق (د ۳۸) تکانهٔ زاویه‌ای از رابطهٔ $J = I\omega_e$ به دست می‌آید، و چون فرض کردیم $J \sim \hbar$ است، نتیجه می‌شود که $\omega_e \sim \hbar/I$ خواهد بود. پس سرعت زاویه‌ای ω_e و بسامد مشخصهٔ چرخشی ω_r که با (ج ۳۹) تعریف شده است، از مرتبهٔ بزرگی یکسانی هستند، همچنانکه براساس مدل کلاسیک انتظار داشتیم.

ω_e مشخص می‌شود، برانگیختگی ارتعاشی که با بسامد ω_v مشخص می‌شود، و برانگیختگی چرخشی که با بسامد ω_r مشخص می‌شود. اگر وضعیت را فوق‌العاده ساده کنیم، می‌توانیم تصور کنیم که سه سیستم انرژی وابسته به سه نوع برانگیختگی مختلف داریم. در نتیجه، انرژی یک حالت پایدار مولکول مجموع سه جمله است: یک جمله الکترونی، یک جمله ارتعاشی، و یک جمله چرخشی. در گذارهایی که بین ترازهای گوناگون ممکن انرژی صورت می‌گیرند، مولکول فوتونهایی را جذب یا تابش می‌کند. در یک گذار نوری حالت الکترونی (آرایش) مولکول تغییر می‌کند، و به‌طور کلی، در همان زمان حالت‌های ارتعاشی و چرخشی مولکول نیز تغییر می‌کنند. بنابراین تعداد بسامدهای گذار ممکن بسیار زیاد خواهد بود، و طیف مولکول، نواری را نشان می‌دهد که از خطوط فوق‌العاده نزدیک به هم تشکیل شده است (به‌عنوان مثال، شکل ۶ب از فصل ۳ را ببینید). می‌توان طیف ارتعاشی و چرخشی را جداگانه مطالعه کرد؛ یعنی می‌توان گذارهایی را بررسی کرد که در آنها حالت الکترونی مولکول تغییر نمی‌کند. بعد از جنگ جهانی دوم روشهای تازه‌ای برای این مطالعات پیدا شد و طیف‌نمایی میکروموج به‌عنوان شاخه‌ای از طیف‌نمایی و مکمل شاخه قدیمی طیف‌نمایی نوری ابداع شد.

سیستمهای هیدروژن-گونه

۴۲. اکنون به یک مسئله سه‌بعدی می‌پردازیم؛ مسئله یافتن ترازهای انرژی اتم هیدروژن. در واقع ما این مسئله را در همین کتاب حل نخواهیم کرد، ولی بررسی بعضی جنبه‌های آن بسیار روشن‌گر خواهد بود. بهتر است مسئله کلی‌تری را در نظر بگیریم. ذره‌ای به جرم m و بار $-e$ در یک پتانسیل الکتروستاتیک مربوط به هسته‌ای با بار $+eZ$ حرکت می‌کند. فرض می‌کنیم که هسته حرکت نمی‌کند و در مبدأ مختصات ساکن است. هسته عملاً فقط وقتی ساکن می‌ماند که بینهایت سنگین باشد، ولی اگر M/m ، یعنی نسبت جرم هسته، M ، به جرم "الکترون"، m ، خیلی بزرگ باشد، می‌توانیم در نخستین تقریب هسته را بینهایت سنگین فرض کنیم.

معادله شرودینگر مستقل از زمان برای این مسئله به صورت

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \varphi(x) - \frac{e^2 Z}{x} \varphi(x) = E \varphi(x) \quad (\text{الف } 42)$$

خواهد بود که در آن $x = |x|$ است.

۴۳. متغیر مستقل جدید y را با رابطه

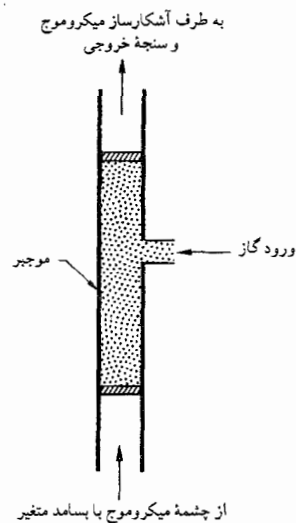
$$x = \frac{\hbar}{m\alpha Z} y \quad (\text{الف } 43) \quad \text{که در آن } \alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$$

بنویسیم. (واضح است که در چنین برابری ضرایب دو اهمیتی ندارند.) بد نیست بسامدهای مشخصه چرخشی را با بسامدهای نوعی ارتعاشی که در بخش ۳۵ برآورد کردیم، مقایسه کنیم. با ترکیب برآوردهای (۳۵ه) و (۴۰ب) می‌توانیم بنویسیم

$$\omega_e : \omega_v : \omega_r \sim 1 : \sqrt{m/M} : (m/M) \quad (\text{ج } 40)$$

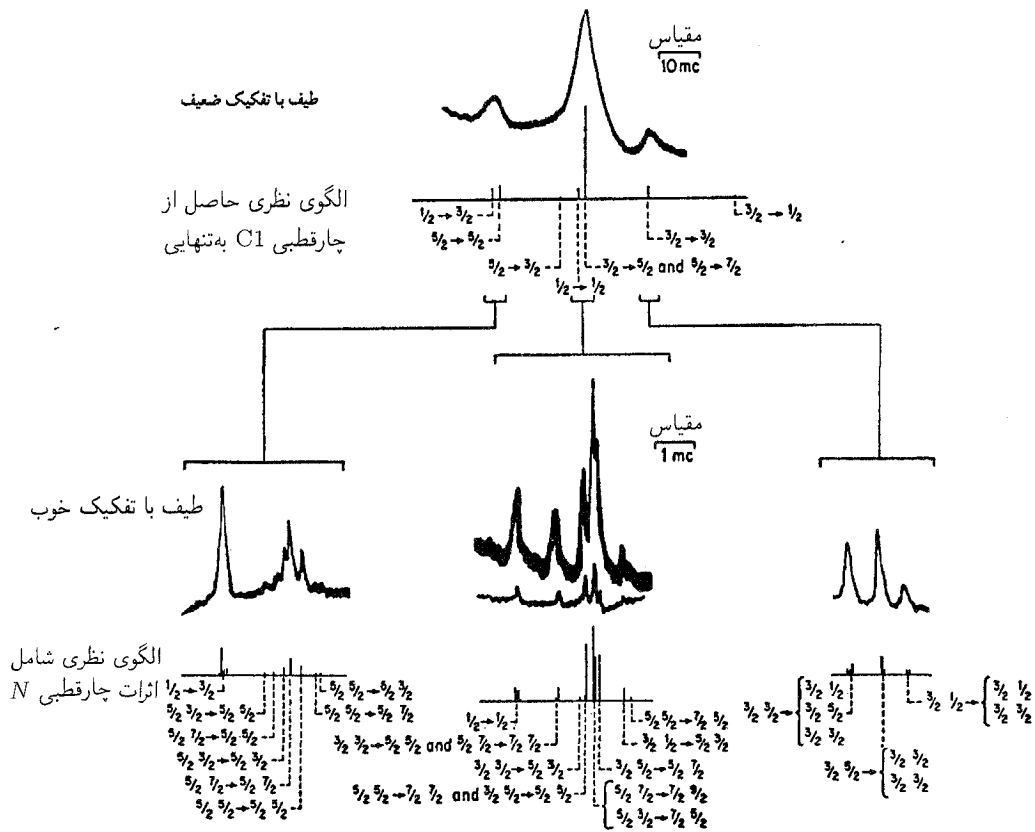
در اینجا ω_e بسامد "نوعی" گذارهای الکترونی، ω_v بسامد "نوعی" گذارهای ارتعاشی و ω_r بسامد "نوعی" گذارهای چرخشی است. همان‌طور که دیده می‌شود، بسامد گذار چرخشی خیلی کوچک‌تر از بسامدهای الکترونی و ارتعاشی است، و این بسامدها در ناحیه فرسرخ دور (میکرو موج) قرار می‌گیرند.

۴۱. کلید تشریح کامل طیف نواری ایتیکی بسیار پیچیده‌ای که توسط مولکولها تابش می‌شود، این مفهوم است که هر مولکول سه نوع برانگیختگی مختلف دارد: برانگیختگی الکترونی که با بسامد الکترونی



شکل ۴۱الف طرح بسیار ساده‌ای از آرایش که می‌توان از آن در طیف‌نمایی میکروموج استفاده کرد. مولکولهایی که باید مورد مطالعه قرار گیرند به‌صورت گازی هستند که قسمتی از یک موجبر را پر کرده است. تابش (در ناحیه میکروموج) از موجبر عبور می‌کند و مقدار عبور کرده توسط آشکارساز و خروجی‌سنج اندازه‌گیری می‌شود. در بسامدهای تشدید مولکول، گاز تابش میکروموجی را جذب می‌کند، و با اندازه‌گیری جذب به‌صورت تابعی از بسامد، محل بسامدهای تشدید را می‌توان تعیین کرد.

منظور از "ناحیه میکروموج" ناحیه طول موج با حدود تقریبی 1mm و 1m است.



شکل ۴۱ ب طیفهای میکروموجی تحت تفکیک کم و تحت تفکیک زیاد که گذار $J = ۱$ به $J = ۲$ را در مولکول سه اتمی ^{14}N ^{12}C ^{35}Cl نشان می‌دهد. چنانکه می‌بینیم، این "خط" گذار میکروموجی نمایش‌دهنده یک ساختار ریز است: خطی که از چند مؤلفه نزدیک به هم تشکیل شده است. بسامد تله مرکزی ۲۳۸۸۳۳۰ مگادور بر ثانیه است. منحنیهای دندان-دندانه چیزی را که عملاً اندازه‌گیری می‌شود نشان می‌دهند: جذب توان میکروموج به صورت تابعی از بسامد. طیف پایین تصویری گویا از دقت زیادی است که می‌توان در طیف‌نمایی میکروموجی به دست آورد. همچنین توجه کنید که چقدر خوب می‌توان همه چیز را به طور نظری توضیح داد.

معادله (۴۳) "شکل بی‌بعد" معادله شرودینگر (۴۲ الف) است. بی‌بعد به این معنی که ثابتهای فیزیکی m, e, \hbar, c و Z دیگر در آن دیده نمی‌شوند. اگر بتوانیم (۴۳ د) را حل کنیم، آنگاه می‌توانیم با استفاده از معادلات (۴۳ الف) تا (۴۳ ج) بار دیگر متغیرهای قدیمی را وارد کنیم و دو معادله (۴۳ د) و (۴۲ الف) به وضوح با یکدیگر معادل‌اند.

۴۴. به این ترتیب با یک مسئله صرفاً ریاضی مواجه می‌شویم، یعنی حل معادله (۴۳ د). ما این مسئله را حل نخواهیم کرد و تنها نتایج آن را به‌قرار زیر بیان می‌کنیم.^۱

۱. معادله شرودینگر (۴۳ د) تنها در صورتی پاسخهای

۱. حل این مسئله را در هر کتاب مکانیک کوانتومی در سطح عالی یا متوسط می‌توان یافت. نخستین بار شرودینگر در اولین مقاله‌اش در مورد مکانیک موجی آن را ارائه کرد:

"Quantisierung als Eigenwertproblem", *Annalen der Physik* 79, 361 (1926).

و "پارامتر انرژی" λ را با رابطه

$$E = (\alpha Z)^2 mc^2 \lambda \quad (۴۳ ب)$$

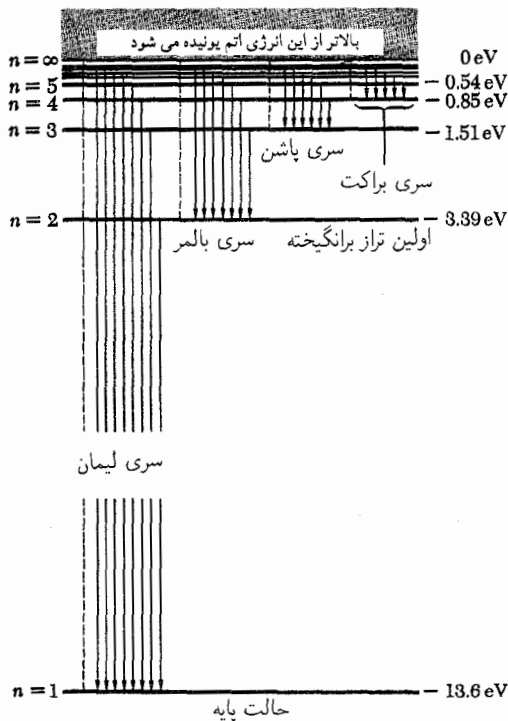
معرفی می‌کنیم و همچنین تابع موج $f(y)$ را که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\varphi(x) = f(y) \quad (۴۳ ج)$$

چنانچه معادله دیفرانسیل (۴۲ الف) را برحسب این متغیرها و پارامترهای جدید بنویسیم، به دست می‌آوریم

$$-\frac{1}{y} \nabla_y^2 f(y) = \frac{1}{y} f(y) = \lambda f(y) \quad (۴۳ د)$$

که در آن ∇_y^2 عبارت است از عملگر دیفرانسیلی لاپلاس نسبت به متغیر y .



شکل ۴۵ الف نمودار تراز اتم هیدروژن. انرژی E_n تراز با عدد کوانتومی اصلی با تقریب بسیار خوب از $E_n = -R_H/n^2$ به دست می آید که در آن $R_H = (1 + m/M_p)^{-1} R_\infty = 13,5976 \text{ eV}$. خطوط قائم گذارهای دوقطبی الکتریکی ممکن را نشان می دهند. این گذارها در چهارسری، که نام اولین کسانی که در طیف نمایی کار کرده اند روی آنها گذاشته شده است، مرتب شده اند. خطوط لیمان همگی در ناحیه فرابنفش قرار دارند. سری بالمر در ناحیه مرئی واقع است. برای مشاهده نمود طیف مرئی هیدروژن، و طول موجهای بعضی از خطوط بالمر، به شکل ۱ ب در فصل ۳ رجوع کنید.

۴۶. بحث ما تا اینجا بر این فرض مبتنی بود که هسته در مبدأ ساکن است. به آسانی می توانیم بحث را به حالتی که هسته نیز حرکت می کند تعمیم بدهیم. جرم هسته را M و جرم الکترون را m می گیریم. پس، مطابق بحث بخش ۳۶، جرم کاهش یافته سیستم الکترون هسته، μ ، از این رابطه به دست می آید

$$\mu = \frac{mM}{m+M} = m \left(1 + \frac{m}{M}\right)^{-1} \quad (\text{الف } 46)$$

مسئله بررسی حرکت دو ذره، تحت تأثیر نیرویی که با پتانسیلی که فقط به فاصله آن دو بستگی دارد توصیف می شود، در دستگاه مرکز جرمشان، کاملاً معادل است با مسئله بررسی حرکت یک ذره (فرضی) منفرد که دارای جرم کاهش یافته سیستم باشد. این ذره اخیر در یک مقایسه کنید با بحث بخشهای ۳۰-۳۱ و ۴۵ از فصل ۳.

مجذور انتگرال پذیر دارد که پارامتر λ به صورت زیر باشد

$$\lambda_n = -\frac{1}{2n^2} \quad (\text{الف } 44)$$

که در آن n یک عدد صحیح مثبت است. این عدد، عدد کوانتومی اصلی اتم هیدروژن-گونه خوانده می شود. (این عدد را نباید با عدد کوانتومی n که در بحث از نوسانگر مکانیک-کوانتومی معرفی شد، اشتباه کرد).

۲. پیوستار از $\lambda = \infty$ شروع می شود. نتیجه آنکه، به موجب (۴۳ ب)، اتم در بالای انرژی $E = \infty$ یونیده می شود.

۳. به ازای هر مقدار معین n و $\lambda = \lambda_n$ ، معادله دیفرانسیل (۴۳ د)، دارای n^2 جواب مستقل خطی است. این جوابها را می توان با کمک عدد کوانتومی l که بیانگر خواص تقارن فضایی تابع موج است دسته بندی کرد. به عنوان مثال، تمام جوابهایی که برای آنها $l = 0$ است تقارن کروی دارند. عدد کوانتومی l در فاصله 0 تا $(n-1)$ قرار دارد و به ازای هر زوج (n, l) ، معادله $(2l+1)$ جواب مستقل خطی دارد که به سمتگیرهای مختلف اتم مربوط می شوند. عدد کوانتومی l را می توان از لحاظ فیزیکی به این تعبیر کرد. که این عدد تکانه زاویه ای اتم را اندازه می گیرد، و به همین جهت است که عدد کوانتومی تکانه زاویه ای مداری نامیده می شود.

۴۵. اکنون از روی این واقعتهای ریاضی می توان نتیجه گرفت که ترازهای ممکن انرژی اتم (در حالت های غیر یونیده) از رابطه زیر به دست می آیند

$$E_n = -\frac{1}{4}(\alpha Z)^2 mc^2 \left(\frac{1}{n^2}\right) \quad (\text{الف } 45)$$

برای ارضای حس کنجکاو خواننده، یک جواب صریح معادله شرودینگر (۴۲ الف)، یعنی تابع موج حالت پایه را ذکر می کنیم. در این مورد داریم $n=1$ ، در نتیجه $l=0$ ، یعنی اینکه تابع موج تقارن کروی دارد. شکل صریح تابع موج چنین است

$$\phi_{10}(x) = \sqrt{\frac{Z^3}{\pi a_0^3}} \exp\left(-\frac{xZ}{a_0}\right) \quad (\text{ب } 45)$$

که در آن $a_0 = \hbar/(m\alpha)$ است. خواننده خود می تواند تحقیق کند که تابع موج $\phi_{10}(x)$ در معادله موج (۴۲ الف) صدق می کند و همچنین این تابع بهنجار شده به واحد است، یعنی که انتگرال مجذور آن روی تمام فضا برابر واحد است.

رابطه فوق را می‌توانیم به صورت

$$E_n = - \left(\frac{\mu}{m} \right) Z^2 R_\infty \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad (ج۴۶)$$

نیز بنویسیم که در آن R_∞ ثابت ریذبرگ است

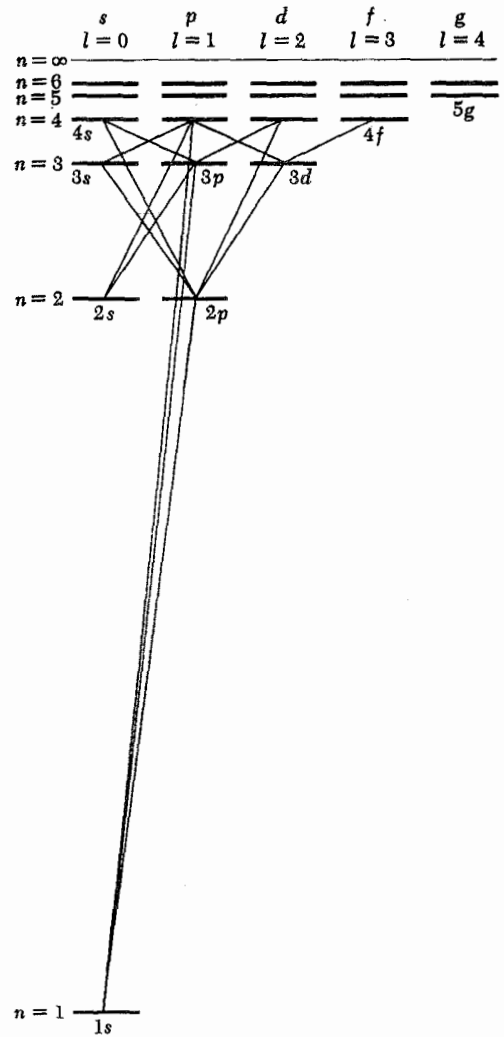
$$R_\infty = \frac{1}{4} \alpha^2 m c^2 \cong 13.6 \text{ eV} \quad (د۴۶)$$

باید فوراً به این نکته اشاره کرد که در مورد اتم هیدروژن (که برای آن $m/M \cong 1/1836$ است) جرم کاهش یافته بسیار نزدیک به جرم الکترون است. همان‌طور که از معادله (۴۶) دیده می‌شود، اختلاف این دو مقدار در حدود $1/2000$ است.

این نکته را نیز یادآوری می‌کنیم که جرم کاهش یافته برای اتم دوتریم با جرم کاهش یافته برای اتم هیدروژن یکی نیست. به همین دلیل طیف دوتریم با طیف هیدروژن اندکی تفاوت دارد (مسئله ۷ فصل ۲ را ببینید). و این اختلاف به راحتی در طیف نمایی قابل مشاهده است.

۴۷. فرمول (ج۴۶) به طور کلی ترازهای انرژی "سیستم‌های هیدروژن-گونه" را توصیف می‌کند، یعنی سیستم‌های مقیدی متشکل از دو ذره، با بارهای مخالف، مشروط بر آنکه این پیوند فقط ناشی از جاذبه کولنی بین ذرات باشد. با قرار دادن $Z = 2$ در (ج۴۶)، ترازهای انرژی هلیوم یکبار یونیده، و با قرار دادن $Z = 3$ ترازهای انرژی لیتیم دوبار یونیده را به دست می‌آوریم. جرم کاهش یافته صحیح که به جرم الکترون بسیار نزدیک است از معادله (۴۶) تعیین می‌شود که در آن M جرم هسته هلیوم یا هسته لیتیم است.

"اتم‌ها"یی که در آنها به جای الکترون، میون (مزون مو) نشسته باشد، اتم‌های میونی خوانده می‌شوند. چنین اتم‌هایی هنگامی تشکیل می‌شوند که یک میون منفی، موقع گذشتن در توده ماده، در میدان کولنی هسته گیر بیفتد. ابتدا اشاره می‌کنیم که شعاع بور یک "اتم" با جرم الکترون نسبت عکس دارد، به این معنی که یک اتم میونی باید 200 بار کوچک‌تر از اتم معمولی باشد زیرا جرم میون حدود 200 برابر جرم الکترون است. حالا فرض کنید که یک میون توسط، فرضاً یک اتم آلومینیم گیر بیفتد. با گسیل یک تابش الکترومغناطیسی، سیستم به سرعت به حالتی می‌رود که میون در فاصله بسیار نزدیکی از هسته قرار بگیرد؛ یعنی بسته موج میون در اطراف هسته بسیار متمرکزتر است تا بسته موج الکترون. پس این میون و هسته آلومینیم یک اتم میونی کوچک در داخل "ابر" الکترونی تشکیل می‌دهند و این اتم میونی یک سیستم هیدروژن-گونه است.



شکل ۴۵ نمودار تراز اتم هیدروژن گونه. ترازها در ستون‌هایی متناظر با مقادیر مختلف عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای l مرتب شده‌اند. تمام گذارهای دوقطبی الکتریکی بین ترازهای مربوط به عدد کوانتومی اصلی ۴ یا کمتر نشان داده شده‌اند. در این گذارها l باید به اندازه یک واحد تغییر کند. توجه کنید که حالت $2s$ با یک گذار دوقطبی الکتریکی واپاشیده نمی‌شود؛ این تراز شبه پایدار است. این نمودار تراز را باید با نمودارهای تراز قلیایی در شکل‌های ۲۸ الف و ۳۲ الف مقایسه کرد. شباهت‌های زیادی میان آنها وجود دارد.

میدان پتانسیل ثابت نیرو حرکت می‌کند که با پتانسیل اولیه به صورت تابعی از فاصله ذرات توصیف می‌شود. پس برای منظور کردن حرکت هسته، باید به جای جرم m در تمام فرمول‌ها، جرم کاهش یافته μ را قرار بدهیم. ترازهای انرژی سیستم از رابطه زیر به دست می‌آیند

$$E_n = - \frac{1}{4} (\alpha Z)^2 \mu c^2 \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad (ب۴۶)$$

فرض کنید $\psi(x, t)$ یک تابع موج شرودینگر است که به واحد بهنجار شده است. در این بخش و بخشهای بعدی این تابع موج را در یک لحظه ثابت از زمان t بررسی می‌کنیم. بنابراین می‌توانیم متغیر زمان را ندیده بگیریم و به اختصار بنویسیم $\psi(x)$.

از آنجا که $|\psi(x)|^2$ چگالی احتمال است و توزیع احتمال را در کمیت مشاهده شدنی فیزیکی x تعریف می‌کند، متوسطهای x و x^2 باید از روابط زیر به دست بیایند

$$Av(x) = \bar{x} = \langle \psi | x | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx x |\psi(x)|^2 \quad (الف ۴۹)$$

$$Av(x^2) = \langle \psi | x^2 | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 |\psi(x)|^2 \quad (ب ۴۹)$$

نمادگذاری $\langle \psi | x | \psi \rangle$ ، که خوانده می‌شود "ارزش انتظاری x برای حالت ψ "، در مکانیک کوانتومی بسیار به کار می‌رود. حال اگر متوسط x را با \bar{x} نشان بدهیم، عدم قطعیت در x ، یا انحراف ریشه میانگین مربعی x را با این رابطه تعریف می‌کنیم

$$\Delta x = \sqrt{Av\left((x - \bar{x})^2\right)} \quad (ج ۴۹)$$

یا

$$\begin{aligned} (\Delta x)^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} dx (x - \bar{x})^2 |\psi(x)|^2 \\ &= Av(x^2) - 2\bar{x} Av(x) + \bar{x}^2 \quad (د ۴۹) \end{aligned}$$

که از آن نتیجه می‌شود

$$(\Delta x)^2 = Av\left((x - \bar{x})^2\right) = Av(x^2) - [Av(x)]^2 \quad (ه ۴۹)$$

توجه کنید که هرچه تابع موج $\psi(x)$ در اطراف وضعیت میانگین (\bar{x}) بیشتر متمرکز باشد، Δx کوچک‌تر خواهد بود. حالتی که برای آن وضعیت دقیقاً معلوم باشد، یعنی $\Delta x = 0$ باشد، از لحاظ فیزیکی نمی‌تواند موجودیت داشته باشد.

متوسط هر تابع دیگر از x نیز مشابه فرمولهای (الف ۴۹) و (ب ۴۹) که متوسطهای x و x^2 را به دست می‌دهند، محاسبه می‌شود. مثلاً،

I. V. L. Fitch and J. Rainwater, "Studies of x-rays from Mu-Mesonic Atoms," *The Physical Review* **92**, 789 (1953).

۲. در نخستین دور مطالعه می‌توان این قسمت را حذف کرد.

به طور تجربی و از طریق مشاهده تابشهای الکترومغناطیسی گسیل شده از "اتمها" ثابت شده است که اتمهای میونی واقعاً به همان ترتیبی که توصیف شد تشکیل می‌شوند.^۱ این تابشها همیشه در ناحیه پرتوهای x قرار می‌گیرند، همان‌طور که از بررسی (ب ۴۶) دیده می‌شود: جرم کاهش یافته در این موارد به جرم میون نزدیک است.

یکی از عنوانهای فصل ۵ از این قرار بود: "تنها یک ثابت پلانک وجود دارد." در اینجا متوجه می‌شویم که تأیید تجربی بر پیشگویی نظری ترازهای انرژی اتمهای میونی، مدرک بسیار خوبی برای عام بودن رابطه دو بروی است.

۴۸. بحث را در مورد "اتمها"ی هیدروژن-گونه به این صورت خلاصه می‌کنیم. سیستم مرکب از دو ذره است. یکی با بار $-e$ و دیگری با بار $+eZ$. بدون حل مستقیم معادله شرودینگر دو ذره‌ای که این سیستم را توصیف می‌کند (و ما حتی به نوشتن آن هم نمی‌پردازیم)، می‌توان نتیجه گرفت که ترازهای منفصل انرژی سیستم از رابطه

$$E_n = (\alpha Z)^2 (\mu c^2) \lambda_n \quad (الف ۴۸)$$

به دست می‌آیند، که در آن μ جرم کاهش یافته، α ثابت ساختار ریز و اعداد بی بعد λ_n ویژه مقادیرهایی‌اند که توسط معادله بی بعد یک ذره‌ای شرودینگر (د ۴۳) تعریف می‌شوند. یافتن اعداد λ_n یک مسئله صرفاً ریاضی است که ما آن را به درس بعدی موکول می‌کنیم، هرچند گفته‌ایم که این اعداد از رابطه $\lambda_n = -1/(2n^2)$ به دست می‌آیند. به عبارت دیگر؛ اگر طیف هیدروژن را بشناسیم، طیف دوتریم، هلیک یکبار یونیده و لیتیم دوبار یونیده و تمام اتمهای میونی را نیز که در آنها یک میون به میدان الکتروستاتیک هسته مقید است می‌شناسیم. دلیلش این است که ما توانستیم پیدا کنیم که چگونه ترازهای انرژی باید به پارامترهای فیزیکی مربوط، نظیر عدد بار Z ، و جرم دو ذره بستگی داشته باشند. بحث ما توانایی استدلالهای ساده ابعادی را نشان می‌دهد.

مبحث پیشرفته: متغیرهای مکان و تکانه در نظریه شرودینگر^۲

۴۹. اکنون سعی می‌کنیم، در چارچوب نظریه ساده شرودینگر، موجودات ریاضی‌ای را که در مکانیک کوانتومی نقش متغیرهای کلاسیک مکان و تکانه را ایفا می‌کنند پیدا کنیم.

متوسط انرژی پتانسیل عبارت است از

$$\begin{aligned} \text{Av}(E_{\text{پتانسیل}}) &= \text{Av}(V(x)) = \langle \psi | V(x) | \psi \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dx V(x) |\psi(x)|^2 \end{aligned} \quad (۴۹)$$

۵۰. با دقت فکر کنیم که معنای واقعی مطالب فوق چیست. تعبیر احتمالی تابع موج شرودینگر ما را وادار می‌کند که متوسط متغیر مکان x را به صورت معادلهٔ (۴۹الف) تعریف کنیم. انتگرال طرف راست این معادله به ما امکان می‌دهد که، با داشتن تابع موجی که هر حالت خاص ذره را بیان می‌کند، مقدار عددی متوسط متغیر مکان در مکانیک کوانتومی (x) را پیدا کنیم. ولی مقدار عددی "خود متغیر کوانتومی x " چقدر است؟ در پاسخ باید گفت که متغیر کوانتومی مقدار عددی ندارد؛ به ترتیبی تعریف می‌شود که طبق آن برای هر تابع موج مفروض می‌توان تنها مقدار متوسط آن را محاسبه کرد.

متغیر مکان x در نظریهٔ شرودینگر متغیر ساده‌ای است و برای آن، مضمون کامل این اصل بنیادی که متغیرهای مکانیک-کوانتومی (برای تمام حالتها) از طریق متوسطهای آنها تعریف می‌شوند، در وهلهٔ اول روشن نیست. نماد x در تابع موج به صورت یک متغیر مستقل ظاهر می‌شود، بنابراین ممکن است تعریف (۴۹الف) تعریف درست و کاملی جلوه نکند. ولی متغیر کوانتومی تکانه را (که با p نشان داده می‌شود) در نظر بگیرید. نماد p در تابع موج "ظاهر" نمی‌شود. به این جهت ممکن است ابتدا به این فکر بیفتیم که آیا اصولاً متغیر تکانه "وجود دارد" یا نه. برای پاسخ به این سؤال متغیر کوانتومی p را به وسیلهٔ دستورالعمل معینی تعریف می‌کنیم که از طریق آن برای هر حالت خاص می‌توان متوسط p را محاسبه کرد. بنابراین مسئلهٔ واقعی این است که آیا می‌توانیم تکانهٔ متوسط را به صورتی که از لحاظ فیزیکی منطقی باشد تعریف کنیم یا نه.

۵۱. برای آنکه مطلب را بهتر درک کنیم، تابع موج بهنجارشده به واحدی را در نظر می‌گیریم که در محدودهٔ یک فاصلهٔ بسیار بزرگ به صورت $\psi(x) = C \exp(ix\bar{p}'/\hbar)$ باشد و در خارج از آن فاصله به صفر میل کند. برای چنین تابع موجی، تکانهٔ متوسط باید به \bar{p}' نزدیک باشد و می‌توانیم بنویسیم $\text{Av}(p) \cong \bar{p}'$. در محدودهٔ این فاصله داریم

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi(x) = \bar{p}' \psi(x) \quad (۵۱الف)$$

و چون تابع موج به واحد بهنجارشده است، داریم

$$\bar{p}' \cong \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi^*(x) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi(x) \quad (۵۱ب)$$

در اینجا پذیرفته‌ایم که بیشترین سهم برای انتگرال از ناحیه‌ای می‌آید که در آن (۵۱الف) برقرار است. برای تابع موج به شکل خاصی که در نظر گرفتیم، می‌توانیم متوسط تکانه را با محاسبهٔ انتگرال (۵۱ب) پیدا کنیم. اکنون فرض می‌کنیم که این انتگرال تکانهٔ متوسط را به طور درست برای همهٔ تابع موجهای (بهنجارشده) به دست بدهد. پس فرض می‌کنیم برای هر تابع موج بهنجارشدهٔ شرودینگر $\psi(x)$

$$\text{Av}(p) = \langle \psi | p | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi^*(x) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi(x) \quad (۵۱ج)$$

این یعنی که در نظریهٔ شرودینگر، متغیر تکانه p ، توسط یک عملگر دیفرانسیلی نمایش داده می‌شود که روی تابع موج طرف راست انتگرال در تساوی (۵۱ج) عمل می‌کند. به عبارت دیگر

$$p = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad (۵۱د)$$

۵۲. پس مجذور متغیر تکانه با عملگر دیفرانسیلی

$$p^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (۵۲الف)$$

نمایش داده می‌شود و متوسط مجذور تکانه از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\text{Av}(p^2) = \langle \psi | p^2 | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi^*(x) \left(-\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \psi(x) \quad (۵۲ب)$$

عدم قطعیت Δp در p را، کاملاً شبیه به فرمولهای (۴۹ج) و (۴۹ه)، با معادلات

$$\Delta p = \sqrt{\text{Av} \left((p - \bar{p})^2 \right)} \quad (۵۲ج)$$

$$(\Delta p)^2 = \text{Av} \left((p - \bar{p})^2 \right) = \text{Av}(p^2) - [\text{Av}(p)]^2 \quad (۵۲د)$$

تعریف می‌کنیم، که در آن $\bar{p} = \text{Av}(p)$ است.

شرویدینگر تعریف کنیم و این دقیقاً همان کاری است که ما در مورد روابط (۵۱ج) و (۵۱د) انجام داده‌ایم.

شاید بپرسید که آیا امکان داشت تکانه را به صورت دیگری تعریف کنیم. بررسی دقیق این مسئله نشان می‌دهد که تعریف ما اساساً منحصر به فرد است از این جهت که این شرط را برمی‌آورد که متغیر انتخابی ما برای تکانه باید تعبیر فیزیکی معنی‌داری داشته باشد که با مفهوم تکانه در فیزیک کلاسیک سازگار است.

۵۶. قضیه زیر که به اِهرنِفست منسوب است، تأیید محکمی است در موجه بودن تعریف (۵۱ج) در مورد تکانه متوسط. ما در اینجا تنها به بیان این قضیه اکتفا می‌کنیم و به اثبات آن نمی‌پردازیم.^۱ متوسطهای متغیرهای کوانتومی در همان معادلات حرکتی صدق می‌کنند که متغیرهای کلاسیک متناظر آنها در توصیفهای کلاسیک متناظر. به خصوص، بنابراین قضیه

$$\frac{d}{dt} \text{Av}(x) = \frac{1}{m} \text{Av}(p) \quad (\text{الف } ۵۶)$$

$$\frac{d}{dt} \text{Av}(p) = -\text{Av} \left(\frac{dV(x)}{dx} \right) \quad (\text{ب } ۵۶)$$

مشروط بر آنکه تابع موج شرویدینگر $\psi(x, t)$ ، که متوسطهای فوق‌الذکر نسبت به آن محاسبه می‌شوند، در معادله شرویدینگر

$$H\psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \quad (\text{ج } ۵۶)$$

صدق کنند، که در آن H عملگر دیفرانسیلی است که با معادله (۵۴ب) بیان شده است.

تابع موج شرویدینگر $\psi(x, t)$ به t بستگی دارد و این بستگی به زمان با معادله شرویدینگر (۵۶ج) بیان می‌شود. در نتیجه متوسطهای x و p نیز به زمان بستگی خواهند داشت و می‌توان نشان داد که معادلات (الف) و (ب) باید برقرار باشند. اثبات این امر چندان دشوار نیست. از عبارت داخل انتگرال که معرف متوسط مورد نظر است نسبت به زمان مشتق می‌گیریم. سپس با استفاده از معادله شرویدینگر (۵۶ج) و مزدوج مختلط آن مشتقات ψ و ψ^* نسبت به زمان را حذف می‌کنیم. با مرتب کردن جملات از طریق انتگرال‌گیری، جزء به جزء، به نتایجی که در معادلات (الف) و (ب) بیان شد می‌رسیم. خواننده علاقه‌مند می‌تواند این مطلب را به تفصیل اثبات

^۱ I. P. Ehrenfest, "Bemerkung über die angenäherte Gültigkeit der kalssischen Mechanik innerhalb der Quantenmechanik," *Zeitschrift für Physik* 45, 455 (1927).

توجه کنید که همان استدلالی که ما را به تعریف تکانه متوسط به صورت معادله (۵۱ج) رهنمون شد، برای تعریف متوسط p^2 به صورت معادله (۵۲ب) نیز به کار می‌رود.

۵۳. اکنون اگر به روابطه (الف)، (ب)، (۴۹)، (۴۹و)، (۵۱ج) و (۵۲ب) توجه کنیم، در تمام آنها عنصر مشترکی می‌بینیم: مقدار متوسط یک متغیر کوانتومی Q از رابطه‌ای به صورت

$$\text{Av}(Q) = \langle \psi | Q | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi^*(x) Q \psi(x) \quad (\text{الف } ۵۳)$$

به دست می‌آید، که در آن Q یا یک عملگر دیفرانسیلی است که بر تابع موج طرف راست اثر می‌کند و یا چیزی است مثل x یا x^2 یا تابع دیگری از x . در واقع، این همان طرح کلی است که متغیرهای مکانیک کوانتومی (در نظریه شرویدینگر) براساس آن تعریف می‌شوند: متوسط متغیر Q از عبارتی نظیر طرف راست معادله (الف) به دست می‌آید که در آن Q عملگر خطی مناسبی است که روی تابع موج طرف راست عمل می‌کند. (برای متغیر وضعیت، عملگر خطی همان "ضرب کردن در x " است.) به علاوه، متوسط Q^2 با نشان دادن Q^2 به جای Q در انتگرال به دست می‌آید، که در آن $Q^2 \psi(x)$ چیزی است که با دو بار عمل کردن Q روی $\psi(x)$ حاصل می‌شود.

۵۴. این نظریات را با مثالهای دیگری بیشتر توضیح می‌دهیم. ذره‌ای به جرم m را در نظر می‌گیریم. انرژی جنبشی این ذره، جنبشی E ، با عملگر دیفرانسیلی زیر بیان می‌شود

$$E_{\text{جنبشی}} = \frac{p^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (\text{الف } ۵۴)$$

انرژی کل ذره با عملگر H توصیف می‌شود که عبارت است از مجموع عملگرهایی که انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل را توصیف می‌کنند. پس در نظریه شرویدینگر عملگر انرژی H یک عملگر دیفرانسیلی است

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \quad (\text{ب } ۵۴)$$

که با بحثی که در بخش ۱۰ همین فصل داشتیم مطابقت می‌کند.

۵۵. باید توجه کنید که تا بخش ۵۱، این نکته که در نظریه شرویدینگر تکانه به چه معناست مبهم مانده است. وقتی با موجی به شکل $\exp(ipx/\hbar)$ سروکار داریم، واضح است که p در نما همان تکانه است. ولی باید تکانه را به طور کلی، برای همه تابع موجهای (پهن‌جاری شده)

این مفهوم، می‌توانیم بگوییم که متغیر انرژی H برای هر حالت پایدار دقیقاً معلوم است: مقدار آن E است و E انرژی آن حالت است. برای یک حالت غیر پایدار $\Delta H > 0$ است.

به‌طور کلی، رابطهٔ عدم قطعیت محدودیتی است در دقتی که می‌توان با آن، دو متغیر مختلف را به‌طور همزمان معلوم کرد: این رابطه شکل یک نابرابری را به‌خود می‌گیرد که شامل $\Delta Q'$ و $\Delta Q''$ برای متغیرهای Q' و Q'' است. اکنون ما تعریف دقیقی از Δx ، آنچنانکه در معادلهٔ (۵۴۲) بیان شده است، در اختیار داریم. به‌آسانی می‌توانیم رابطهٔ دقیق عدم قطعیت

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{4} \quad (58)$$

را اثبات کنیم، یعنی ثابت کنیم که نابرابری (۵۸) برای همهٔ تابع موجی برقرار است و همچنین اینکه تابع موجهایی وجود دارند که برای آنها (۵۸) در شکل تساوی برقرار است. ما در اینجا به این کار نمی‌پردازیم، چون قبلاً درک کیفی خوبی به‌دست آورده‌ایم که چرا رابطه‌ای مثل (۵۸) باید برقرار باشد و همین اندازه برای این درس کافی است.

مسائل

۱. الف) ذره‌ای را که در چاه پتانسیلی با دیواره‌های بینهایت بلند محصور شده است (شکل ۴الف) در نظر بگیرید. تابع موجی را که با رابطهٔ (۶) بیان شده است، به‌ازای $n' = 17$ و $n'' = 18$ مطالعه می‌کنیم. نمودار چگالی احتمال را که با معادلهٔ (۶) داده می‌شود، برای زمانهای زیر رسم کنید: $t = 0, t = t_0/4, t = t_0/2, t = 3t_0/4$ و $t = t_0$ که در آنها $(4\pi^2 m^2 \hbar^2) / (35\pi \hbar)$ است. این نمودارها حرکت تناوبی ذره را به‌جولو و عقب در بین دیواره‌ها، به شما نشان می‌دهند. زمان تناوب این حرکت t_0 است.

ب) حرکت یک ذرهٔ کلاسیک به جرم m و انرژی $E_c = \frac{1}{4}(E_{17} + E_{18})$ را همان چاه پتانسیل بررسی و دورهٔ تناوب آن را با t_0 قسمت بالا مقایسه کنید.

ج) بسته موج قسمت الف) این مسئله کاملاً خوش تعریف نیست و بر روی حدود نصف ابعاد چاه پخش شده است. برای تولید یک بسته موج خوش تعریف، که شباهت بیشتری به ذرهٔ کلاسیک

۱. خواننده برای اثبات مفصل‌تر می‌تواند به مرجع زیر مراجعه کند:

E. Merzbacher, *Quantum Mechanics* (John Wiley and Sons, New York, 1961), p. 41, and L. I. Schiff, *Quantum Mechanics*, 3rd ed. (McGraw-Hill Book Co., New York, 1968), p. 28.

کند: ما در اینجا به اثبات مشروح نمی‌پردازیم چون قدری خسته‌کننده خواهد بود.^۱

۵۷. قضیه‌ای که بیان کردیم و می‌توان بی‌هیچ اشکالی آن را به موارد سه بعدی نیز تعمیم داد، برای درک مفهومی مکانیک کوانتومی اهمیت بسیار دارد. این قضیه توضیح می‌دهد که چرا در جایی که بتوان از عدم قطعیت در متغیرها، یعنی از پخش‌شدگی آماری متغیرهای نوعی در مکانیک کوانتومی چشم‌پوشی کرد، مکانیک کلاسیک را می‌توان حالت حدی مکانیک کوانتومی دانست. البته ما خود می‌خواهیم که چنین تناظری بین مکانیک کلاسیک و مکانیک کوانتومی داشته باشیم و این امر که قضیهٔ اهرنفسست را می‌توان برای متغیر تکانه اثبات کرد، قویاً نشان می‌دهد که انتخاب ما صحیح بوده است.

اینکه مکانیک کلاسیک بایستی به‌صورت حالت حدی مکانیک کوانتومی نمودار شود، جوهر به‌اصطلاح اصل تطابق بور است. این اصل بسیار اهمیت دارد، چون اگر قرار است مکانیک کوانتومی توصیف جامعی باشد، باید بتواند کلیهٔ پدیده‌های فیزیکی، از جمله پدیده‌هایی را که به‌طور کلاسیک هم توصیف می‌شوند، توضیح بدهد. از لحاظ تاریخی، در مراحل اولیهٔ پیشرفت مکانیک کوانتومی، اصل تطابق نقش راهنما داشته است. می‌توان گفت که این اصل، نظریه‌های ممکن جدید را مقید و محدود می‌کند، ولی نباید تصور کرد که آنها را به‌طور یکتا تعیین می‌کند. هیچ قاعده‌ای برای "کوانتیدن" نمی‌تواند وجود داشته باشد، یعنی در این مورد که چگونه می‌توان از یک توصیف کلاسیک به یک توصیف کوانتومی رسید، هیچ دستورالعملی نمی‌توان در اختیار داشت. بدیهی است که چنین گفته‌ای بی‌معنی خواهد بود: "برای یافتن معادلات صحیح (مکانیک کوانتومی) لازم است ابتدا معادلات نادرست (کلاسیک) را بیان کرد، سپس با برخی عملیات سحرآمیز، از معادلات نادرست به معادلات درست رسید". معادلات صحیح فیزیکی، بیشتر از طریق حدسهای هوشمندانه که مبتنی بر واقعیت‌های تجربی‌اند، پیدا می‌شوند، سپس این حدسها خود نیز در معرض آزمایشهای تجربی دیگری قرار می‌گیرند.

۵۸. برای هر متغیر کوانتومی Q ، کمیت

$$\Delta Q = \sqrt{\text{Av}(Q^2) - [\text{Av}(Q)]^2} \quad (58\text{الف})$$

را که برای یک تابع موج معین محاسبه می‌شود، می‌توان معیاری از دقت در معلوم کردن Q ، برای حالتی که این تابع موج بیانگر آن است، دانست. متغیر Q یک مقدار دقیق در یک حالت خواهد داشت اگر و فقط اگر برای این حالت $\Delta Q = 0$ باشد. به‌عنوان نمونه‌ای برای

تفکر درباره حرکت مکانیک کوانتومی یک ذره است و بصیرتی واقعی از آنچه که می‌گذرد به ما می‌دهد، مشروط بر آنکه آن را به مفهوم تقریبی‌اش درک کنیم.

اکنون بر عهده خواننده است که این نظریات را به کلی رد کند؛ هم اظهارت خام اولیه و هم شکل اصلاح شده آن را. برای این کار خواننده باید بحث سرآغاز این فصل، و نیز بحث آزمایشهای دو شکاف در فصلهای ۴ و ۵ را در نظر بگیرد.

۳. انتگرال معادله (۲۲ الف) از $-a$ تا $+a$ گرفته می‌شود. فرض کنید که ما به جای این حدود از $-\infty$ تا $+\infty$ انتگرال بگیریم. این انتگرال چگونه به زمان بستگی دارد و مقدار آن در $t = 0$ چقدر است؟

۴. ما باید خود را قانع کنیم که یک پتانسیل جاذب لزوماً به یک حالت مقید منجر نمی‌شود. برای این کار مثالی را که در کنار مسئله ۵ آمده است در نظر می‌گیریم. فرض کنید B عمق چاه و a پهنای آن و m جرم ذره است. نشان بدهید که اگر کمیت $G = a^2 B m / \hbar^2$ از عدد معین G_0 کوچک‌تر باشد، حالت مقید وجود نخواهد داشت، در صورتی که اگر $G > G_0$ باشد، لااقل یک حالت مقید وجود دارد. ثابت G_0 را پیدا کنید. توجه داشته باشد که این نکات در شکل ۱۹ الف نشان داده شده است. چاه هر قدر هم که کم عمق باشد حداقل یک حالت مقید وجود خواهد داشت.

با استفاده از مثال فوق، دلایلی بیاورید که چرا هر یک از شرایط زیر برای پیدایش حالت مقید، مطلوب است: (الف) جرم بزرگ m . (ب) چاه عمیق. (ج) چاه پهن. برای استدلالهای خود، که باید مربوط به چاه پتانسیلی کلی‌تر از آنچه در شکل ۱۹ الف آمده است باشد، نمودارهای مناسبی رسم کنید.

بر پایه این مثال می‌توانیم بفهمیم که چرا دو اتم همیشه یک مولکول پایدار تشکیل نمی‌دهند، هرچند که نیروهای بین اتمها به‌ازای فاصله معینی، جاذبه باشد. (اگر نیرو در همه جا دافعه باشد، چنانچه در مواردی چنین است، طبعاً هیچ حالت مقیدی نمی‌تواند وجود داشته باشد.) می‌توان پتانسیلی را که در شکل این مسئله آمده است حالت ایده‌آلی از پتانسیل مولکولی واقعی‌تر در شکل ۳۰ الف دانست.

۵. به‌عنوان مدل یک بعدی ساده‌ای برای دوترون (که حالت مقید یک نوترون و یک پروتون است) فرض می‌کنیم پتانسیل نوترون-پروتون همانند شکل مجاور است که در آن 1.85×10^{-13} cm و $B = 41.6$ MeV است. انرژی پیوند را در این مدل پیدا و آن را با مقدار تجربی 2.21 MeV مقایسه کنید. البته، سازگاری خوب این دو مقدار نشانه کامیابی نظری نیست، زیرا از خود مقدار مشاهده شده انرژی بستگی، و دیگر داده‌های مشاهده‌ای، برای یافتن مقادیر معقول

داشته باشد، احتیاج به برهم‌نهی تعداد بسیاری ویژه تابع داریم. اگر بخواهیم مکان خوش تعریف باشد، تکانه و در نتیجه انرژی، دیگر خوش تعریف نخواهند بود. در اینجا توجه کنید که انرژی m امین تراز متناسب با n^2 است؛ در حالی که فاصله بین دو تراز مجاور تقریباً متناسب است با n . بنابراین، برای بسته موجی با انرژی میانگین زیاد، این امکان وجود دارد که برهم‌نهی تعداد زیادی ویژه تابع داشته باشیم، به طوری که مکان لحظه‌ای ذره به‌طور معقولی خوش-تعریف و پراکندگی نسبی در انرژی نیز کوچک باشد. در اینجا با نمونه دیگری از گذار به حد کلاسیک برمی‌خوریم. یک بسته موج در چاه پتانسیل می‌تواند همچون یک ذره کلاسیک رفتار کند، مشروط بر آنکه انرژی میانگین آن در مقایسه با انرژی حالت پایه زیاد باشد.

ما در اینجا نمی‌توانیم گذار به حد کلاسیک را به تفصیل بررسی کنیم، ولی تنها یکی از جنبه‌های مسئله را مطالعه می‌کنیم. فرض کنید $n' = n$ و $n'' = n + 1$ باشد. تناوب حرکت بسته موج را که با برهم‌نهی (۶ب) نشان داده شده است پیدا کنید، و آن را با دوره تناوب ذره کلاسیکی که با انرژی E حرکت می‌کند، به‌گونه‌ای که $E_{n+1} \geq E \geq E_n$ مقایسه کنید. در حالت خاص، این حد را وقتی $n \rightarrow \infty$ میل می‌کند، بررسی کنید.

۲. مؤلف به‌منظور استدلال (و با الهام از کوششهایی که برای "تبیین" مکانیک کوانتومی در برخی نوشته‌های "عامه‌خوان" به عمل می‌آید) مطالب زیر را مطرح می‌کند. چگالی احتمال $P(x) = |\psi(x, t)|^2$ را برای حالت پایداری که با تابع موج $\psi(x, t)$ بیان می‌شود، می‌توان به‌عنوان نمایشی از متوسط زمانی چگالی احتمال برای ذره‌ای با انرژی حالت پایدار در نظر گرفت که به‌طور کلاسیک در آن پتانسیل حرکت می‌کند. ولی اگر میانگین این حرکت را طی زمانی که در مقایسه با دوره تناوب طبیعی حرکت طولانی است در نظر بگیریم، آنگاه به چگالی احتمال $P(x)$ می‌رسیم. برای ذره‌ای که در سه بعد حرکت می‌کند، مثلاً الکترون در اتم هیدروژن، نیز می‌توانیم در مورد مجذور مطلق تابع موج نمایش دهنده یک حالت پایدار، تعبیر مشابهی به عمل آوریم. ذره به‌طور کلاسیک حرکت می‌کند ولی به‌علت نارسایی ابزارهای اندازه‌گیری، نمی‌توانیم جزئیات حرکت را دنبال کنیم، پس یک توزیع احتمال الکترون را در اتم مشاهده می‌کنیم و این را می‌توان ناشی از میانگین‌گیری حرکت کلاسیک روی یک زمان طولانی دانست.

خواننده توجه خواهد کرد که این اظهارت را، چنانچه به‌طور صوری تفسیر شود، می‌توان بلافاصله رد کرد. به همین سبب نویسنده کمی عقب‌نشینی می‌کند و اظهار می‌دارد که در عین حال که چنین تعبیری از مربع تابع موج دقیقاً صحیح نیست، اما شیوه بسیار مفیدی برای

گونه ایزوتوپی	$J=1-0, v=0$ بسامدهای دورانی (Mc/sec)	B_v (Mc)
$C^{12}O^{16}$	$115\ 271.204 \pm 0.005$	57 89
$C^{13}O^{16}$	$110\ 201.370 \pm 0.008$	55 3
$C^{12}O^{18}$	$109\ 782.182 \pm 0.008$	55
$C^{14}O^{16}$	$105\ 871.110 \pm 0.004$	53
$C^{13}O^{18}$	$104\ 711.416 \pm 0.008$	5
$C^{12}O^{17}$	$112\ 359.276 \pm 0.060^b$	

بسامدهای چرخشی مولکولهای مونواکسیدکربن با ترکیبات ایزوتوپی مختلف که به‌طور تجربی اندازه‌گیری شده‌اند.

خواننده‌ای که مسئله ۷ را حل کرده است شاید بخواهد نتایج خود را توسط داده‌های جدول بالا امتحان کند. توافق خوب اما کامل نخواهد بود. نظریه ما، که در آن مولکول دو اتمی را صلب گرفته‌ایم، فوق‌العاده ساده شده است. برای توضیح اعداد تجربی با دقتی که با آن این اعداد معلوم شده‌اند، به رهیافت نظری پیچیده‌تری احتیاج داریم.

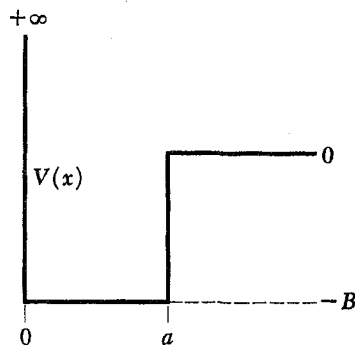
پایینی را توضیح دهید؟

(ب) اگر نمونه به‌کار رفته در اندازه‌گیری از کلر موجود در طبیعت تهیه شده باشد، هر چهار بسامد به‌طور طبیعی نمودار می‌شوند. آیا می‌توانید نسبت شدت خطوط سطر بالا را به شدت خطوط متناظر در سطر پایین پیشگویی کنید؟

(ج) اثر ایزوتوپی را در حالت کلی برای ترازهای چرخشی یک مولکول دو اتمی بررسی کنید. فرض کنید ω'_p بسامد انتقال چرخشی برای مولکولی باشد که جرم هسته‌ها در آن M'_1 و M'_2 و ω''_p بسامد متناظر برای مولکولی باشد که از لحاظ شیمیایی با اولی یکسان است ولی از ایزوتوپهای دیگری ساخته شده و جرم هسته‌ها در آن M''_1 و M''_2 است. بدون ورود به جزئیات نظریه مولکولی، می‌توانیم ω'_p را به ω''_p مربوط کنیم. نشان بدهید که نسبت این دو بسامد به‌صورت

$$\frac{\omega'_p}{\omega''_p} = \left(\frac{M''_1 M''_2 (M'_1 + M'_2)}{M'_1 M'_2 (M''_1 + M''_2)} \right)^k$$

است، و مقدار صحیح توان k را پیدا کنید. رابطه را به‌دقت با رابطه (۳۷الف) که اثر یک ایزوتوپ را بر طیف ارتعاشی نشان می‌دهد، مقایسه کنید. بستگی به جرم ایزوتوپها در دو مورد باهم فرق می‌کنند. ۸. یک بلور "نوعی" را در نظر بگیرید که از اتمهایی با وزن اتمی A ساخته شده است. فرض کنید بلور مکعبی به ضلع L باشد. برآوردی از مرتبه مقدار: (الف) پایین‌ترین بسامد تشدید (ارتعاشی) بلور؛ (ب) بالاترین بسامد تشدید بلور را به‌دست بیاورید. نتایجی را که به‌دست می‌آورید طوری بنویسید که بستگی بسامدها را به ثابتهای بنیادی α



این شکل به مسائل ۴ و ۵ مربوط است. در مسئله ۵، منحنی پرننگ انرژی پتانسیل دستگاه نوترون-پروتون را نمایش می‌دهد که مبتنی است بر یک مدل بسیار ساده که برای درک بعضی خواص دوترون و خصوصیتی از پراکندگی نوترون-پروتون کم انرژی به‌کار می‌آید. محور طولها فاصله بین نوترون و پروتون است.

a و B استفاده شده است. پتانسیلی که ما ملاحظه می‌کنیم چندان واقعی نیست، گرچه برخی از خصوصیات برهم‌کنش نوترون-پروتون را به‌درستی نشان می‌دهد. مسئله یافتن پتانسیل مؤثر از روی "اصول اولیه" هنوز حل نشده است. راهنمایی: جرم m ، جرم کاهش‌یافته سیستم پروتون-نوترون است: $m = M_p/2$.

۶. معلوم شده است که در طیف ارتعاشی هیدروژن کلرید، HCl، خطوط طیفی عملاً خطوط دوتایی نزدیک به‌هم هستند. شدت خط با طول موج کمتر در این دوتاییها، تقریباً سه‌برابر شدت خط با طول موج بلندتر است. برای خطوطی که در همسایگی 5600 cm^{-1} (عدد موجها) ظاهر می‌شوند، فاصله بین دو مؤلفه در حدود 4 cm^{-1} اندازه‌گیری می‌شود. این پدیده را توضیح بدهید و از لحاظ نظری فاصله بین دو مؤلفه را به‌دست آورید. همچنین شدتهای نسبی هر عضو از دوتایی را تبیین کنید.

۷. هنگام مطالعه بسامدهای متناظر با گذارهای چرخشی در مولکول دید کلرید بسامدهای زیر (برحسب مگاسیکل در ثانیه) اندازه‌گیری شده‌اند

^{25}ICl	6980 mc	$27, 336\text{ mc}$
^{37}ICl	6684 mc	$26, 181\text{ mc}$

سطر بالا مربوط است به مولکولی که دارای ایزوتوپ ^{35}Cl است و سطر پایین به مولکول محتوی ایزوتوپ ^{37}Cl مربوط می‌شود. هسته ید در هر دو مولکول ایزوتوپ ^{127}I است.

(الف) آیا با داشتن بسامدهای سطر بالا می‌توانید بسامدهای سطر

یکدیگرند، اما با یک مقیاس‌بندی ساده از یکدیگر به دست نمی‌آیند. به روشنی توضیح بدهید که چرا استدلال مقیاس‌بندی ساده در مورد سیستمهای یک الکترونی صادق است ولی در مورد سیستمهای دو الکترونی صادق نیست.

۱۲. عمر متوسط حالت $2p$ در هیدروژن $10^{-8} \times 16$ sec است.

عمر متوسط حالت $2p$ در هلیم یکبار یونیده چقدر است؟

۱۳. با مراجعه به مسئله قبل، عمر متوسط حالت $2p$ در اتم میونی چقدر است؟ این اتم هنگامی تشکیل می‌شود که میونهای منفی در آلومینیم گیر می‌افتند.

۱۴. طول موج فوتونی را حساب کنید که هنگام گذار یک اتم میونی آلومینیم از حالت $3s$ به حالت $2p$ گسیل می‌شود.

۱۵. "شعاع بور" (الف) یک اتم میونی آلومینیم (ب) یک اتم میونی سرب را پیدا و آنها را با شعاع هسته آنها مقایسه کنید. این مقایسه بسیار جالب خواهد بود، زیرا اگر معلوم شود که "شعاع بور" قابل مقایسه با شعاع هسته است. آنگاه، می‌توانیم هسته را یک نقطه باردار و بدون بعد در نظر بگیریم، به این معنی که ترازهای انرژی اتم میونی را نمی‌توان دقیقاً با فرمولی نظیر (۴۶) به دست داد. به طور تجربی معلوم شده است که سیستم ترازهای اتمهای میونی سنگین به مقدار قابل توجهی از پیشگویی (۴۶) انحراف دارد. از طریق مشاهدات تقارنی این انحرافها، بعضی نتایج قطعی درباره توزیع بار در هسته و درباره ابعاد هسته به دست آمده است.

۱۶. سعی کنید قضیه اهرنرفست را که در بخش ۵۶ ذکر شد، با توجه به نکاتی که در همین بخش آمده است اثبات کنید. از بخش ۵۰ فصل ۷ نیز می‌توانید الهام بگیرید.

۱۷. (الف) قضیه اهرنرفست را در مورد نوسانگر هماهنگ که تابع پتانسیل آن با $V(x) = (K/2)x^2$ بیان می‌شود به کار ببرید و دو معادله دیفرانسیل به دست بیاورید که $Av[x(t)]$ و $Av[p(t)]$ در آنها صدق کنند. این معادلات را حل و $Av[x(t)]$ را برحسب $Av[x(0)]$ و $Av[p(0)]$ بیان کنید. پاسخ را با پاسخ متناظر مسئله کلاسیک مقایسه کنید.

(ب) برای یک حالت پایدار، $Av[x(t)] = 0$ است، ولی برای یک حالت ناپایدار $Av[x(t)]$ ، در حالت کلی، یک تابع نوسانی غیرصفر از زمان است. با یادآوری بحث بخش ۲۷، برمیانی نتایجی که در قسمت (الف) این مسئله به دست آوردید، دلائلی ارائه بدهید که ترازهای انرژی نوسانگر هماهنگ باید هم‌فاصله باشند و این فاصله برابر باشد با $\hbar\sqrt{K/m}$. توجه داشته باشید که بحث بخش ۲۷ ما تنها می‌گوید * این مسئله‌ها به مبحث پیشرفته مربوط می‌شود.

$\beta = m/M_p$ و \hbar/mc^2 و نیز به ثابتهای A و $N \sim L/a_0$ (که در آنها a_0 شعاع بور M_p جرم پروتون است) به روشنی نشان بدهد؛ (ج) چند مثال عددی خاص بیاورید که در آنها بسامدها برحسب مگاسیکل بر ثانیه باشند.

۹. در بخش ۵۰ از فصل ۲ گفتیم که به طور نظری، امکان استنتاج یک رابطه برای نسبت سرعت صوت، c_s ، در یک بلور به سرعت نور، c ، وجود دارد، به طوری که c_s/c تنها برحسب چهار ثابت زیر بیان شود: ثابت ساختمان ریز $1/137$ $\alpha \cong$ نسبت جرم الکترون-پروتون $\beta = m/M_p$ ، وزن اتمی A و عدد اتمی Z اتمهای بلور. یافتن رابطه دقیق برای c_s/c ، کار فوق‌العاده دشواری است، ولی می‌توانیم به آسانی مرتبه مقداری را برآورد کنیم که شکل عمده بستگی c_s/c را به α ، β و A را نشان می‌دهد. چنین رابطه‌ای را برای مرتبه بزرگی به دست بیاورید و فرمول خود را در مورد مس بسنجید ($A = 636$ ، $c_s = 4700$ m/sec).

۱۰. (الف) در مورد پتانسیل $U(r)$ شکل ۳۰ الف خاطر نشان می‌کنیم که فاصله بین ترازهای مجاور با افزایش عدد کوانتومی n ، کاهش می‌یابد. به صورت کیفی توضیح بدهید که چرا چنین است.

(ب) یک سهمی رسم کنید که نشان‌دهنده پتانسیل برای یک نوسانگر کاملاً هماهنگ باشد. بروی همان نمودار، دو منحنی پتانسیل دیگر رسم کنید که نسبت به مبدأ متقارن باشند و پتانسیلهای دو نوسانگر "تقریباً هماهنگ" را نمایش بدهند، و این منحنیها را طوری رسم کنید که شعاع انحنای هر سه در مبدأ مختصات (= کمینه پتانسیل) برابر باشد. این دو منحنی اخیر باید طوری رسم شوند که با افزایش عدد کوانتومی n فاصله ترازهای مجاور برای اولی افزایش و برای دومی کاهش پیدا کند. لازم نیست ترازها را دقیقاً پیدا کنید ولی باید توضیح بدهید که چرا این دو منحنی خواصی را که ذکر شد دارا هستند.

۱۱. همچنانکه در بخش ۴۷ شرح دادیم، ترازهای انرژی لیتیم دوبار یونیده با یک مقیاس‌بندی ساده از ترازهای انرژی هلیم یکبار یونیده به دست می‌آیند، که ضریب مقیاس‌بندی نزدیک به ۹٫۴ است. هر دو یون سیستمهای هیدروژن-گونه تک الکترونی هستند. به منظور استدلال، مؤلف در اینجا می‌خواهد ادعا کند که ترازهای انرژی هلیم یکبار یونیده را باید بتوان با مقیاس‌بندی مشابهی از روی ترازهای انرژی هلیم خنثی به دست آورد، زیرا هر دو سیستمهای دو الکترونی هستند و تنها در مقدار بار هسته با یکدیگر اختلاف دارند. به عبارت دیگر، نسبت طول موجهای خطوط طیفی متناظر باید ثابت باشد، درست همان‌طور که در مورد لیتیم دوبار یونیده و هلیم یکبار یونیده چنین بود. ولی در تجربه چنین نیست. نمودار نرم هلیم خنثی و لیتیم یکبار یونیده کاملاً شبیه

منابع برای مطالعه بیشتر

۱. برای آشنایی بیشتر با مسائل ساده در نظریه شرودینگر به کتابهای پایان فصل ۷ (شماره ۲) مراجعه کنید.

۲. کتاب زیر به‌عنوان مقدمه‌ای بر ساختار طیفهای مولکولی قابل مطالعه است:

G. M. Barrow: *The Structure of Molecules* (W. A. Benjamin, Inc., New York, 1963).

مطالب این کتاب مقدماتی است و با معلومات "خودمان" می‌توان به راحتی آن را مطالعه کرد.

۳. کتاب زیر، همچنانکه از نام آن پیداست، به یک بررسی عمومی از ساختار ماده (از دیدگاه مکانیک کوانتومی) اختصاص دارد:

F. O. Rice and E. Teller: *The Structure of Matter* (Science Editions, Inc., 1961).

مطالب کتاب بالا مقدماتی است و با معلومات حاصل از کتاب خودمان می‌توان آن را به راحتی مطالعه کرد. خواننده می‌تواند بحث ما را با خواندن بعضی بخشهای این کتاب تکمیل کند.

که فاصله ترازها باید تقریباً مساوی باشند، گرچه گاهی فاصله‌ها دقیقاً ثابت و برابر $\hbar\sqrt{K/m}$ اند.

۱۸. یک مولکول دو اتمی "دمبلی" را در نظر بگیرید. برانگیختگیهای چرخشی چنین مولکولی را در بخشهای ۳۸-۴۰ مورد بحث قرار دادیم. فرض کنید مرکز بار مولکول بر مرکز جرم آن منطبق نیست. در این صورت، مولکول یک گشتاور دوقطبی الکتریکی حمل می‌کند و ما، به‌طور کلاسیک، انتظار داریم که هنگام چرخش آن، تابش الکترومغناطیسی با بسامدی برابر با سرعت زاویه‌ای کلاسیکی ω_e گسیل شود.

بنابر مکانیک کوانتومی، ترازهای انرژی مولکول از معادله (۳۹ ج) به دست می‌آیند. این فرض قابل قبول است که اگر مولکول تابش دوقطبی الکتریکی تابش یا جذب کند، عدد کوانتومی J به مقدار یک واحد تغییر می‌کند. بسامد تابش گسیل شده را برحسب عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای، J ، در حالت اولیه مولکول بیان کنید و نتیجه را با فرمولی که به‌طور کلاسیک به دست می‌آید مقایسه کنید. به‌ازای مقادیر بزرگ J باید به "حد کلاسیک" نزدیک شویم. آیا واقعاً چنین می‌شود؟

ذرات بنیادی و برهم‌کنشهای آنها

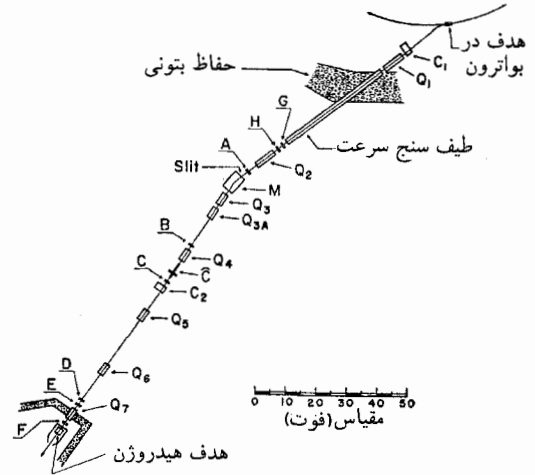
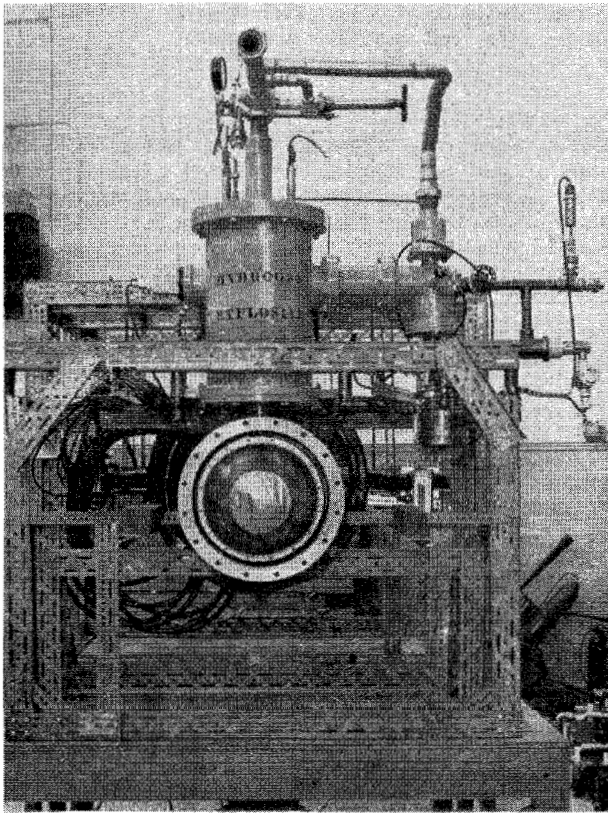
فرایندهای برخورد و تصویر موجی

می‌کند که مشخصه اصول زیربنایی نظریه‌های ما (آنچنانکه امروزه درکشان می‌کنیم) نوعی سادگی مفهومی است که بسیار جالب توجه است. همان‌طور که قبلاً اشاره کردیم، فعلاً نظریه "ساده" جامعی برای ذرات بنیادی وجود ندارد. در این فصل سعی خواهیم کرد خواننده را با راه‌ها و روشهایی که تاکنون به آنها پرداخته شده است و همچنین با مباحث و مسائلی که در این قلمرو فیزیک پیش می‌آیند آشنا کنیم.

۲. قسمت عمده دانسته‌های ما درباره ذرات بنیادی از آزمایشهای برخورد به دست آمده است. بنابراین لازم است که قدری در مورد تعبیر این آزمایشها صحبت کنیم. در یک آزمایش پراکنش، باریکه‌ای از ذرات A که از یک شتاب‌دهنده خارج می‌شوند، به هدفی از ذرات B (به صورت جامد، مایع، یا گاز) برخورد می‌کند. به مشاهده ذراتی که پس از هر یک از برخوردهای ذرات A با ذرات B حاصل می‌شوند می‌پردازیم. اگر پس از برخورد ذره جدیدی ظاهر نشود، می‌گوییم برخورد کشسان است؛ در این صورت فقط ذره A توسط ذره B پراکنده می‌شود. اگر ذرات دیگری پدیدار شوند، فرایند را ناکشسان می‌نامیم.

نتایج مشاهداتی را عموماً برحسب سطح مقطعهای مختلف بیان می‌کنند. ابتدا ساده‌ترین آنها، یعنی سطح مقطع کل را در نظر می‌گیریم. این کمیت را با σ_T نشان می‌دهیم. برای تعریف σ_T به صورت عملیاتی، فرض می‌کنیم که ذرات هدف (B) در یک لایه بسیار نازک تخت

۱. در آخرین فصل کتاب می‌خواهیم بعضی جنبه‌های اساسی‌ترین و اصلی‌ترین مسائل امروزی فیزیک را، که با ذرات بنیادی و برهم‌کنشهای آنها ارتباط پیدا می‌کنند، بررسی کنیم. در این زمینه به مسائل زیادی برمی‌خوریم که فعلاً پاسخی برای آنها نداریم. می‌خواهیم نظریه‌ای داشته باشیم که براساس آن بتوانیم "بفهمیم" که چرا ذرات بنیادی گوناگون وجود دارند و چرا چنین رفتاری می‌کنند. به عبارت دیگر، امیدواریم امکان بیان چند اصل بسیار اساسی وجود داشته باشد که از روی آنها بتوانیم پدیده‌ها و خواص بسیار زیادی را که مشاهده می‌شوند توضیح بدهیم. آیا این امید بجاست؟ اگر بخواهیم منطقی باشیم مسلماً خیر. شاید تقدیر این باشد که با نظریه‌های پدیده‌شناختی‌ای زندگی کنیم که واقعیتهای تجربی را کمی جمع و جورتر و خلاصه‌تر از مجموعه‌ای از جدولها و نمودارها ارائه می‌کنند، بدون آنکه جامعیت و سادگی مفهومی و زیبایی‌ای را که از یک نظریه بنیادی انتظار می‌رود داشته باشند. مؤلف با پرداختن به چنین امکانی مخالف است، و ترجیح می‌دهد اعتقاد داشته باشد که اشیا، به یک معنی، نهایتاً ساده‌اند؛ و بررسی عمیق تحولات تاریخی فیزیک هم مؤید همین نظر است. فیزیک به عنوان شاخه‌ای از دانش با آهنگ سریعی گسترش یافته و حجم اطلاعاتی که فعلاً در مورد جزئیات پدیده‌ها در اختیار داریم، حیرت‌انگیز است. اما شگفت‌آورتر اینکه می‌توانیم این جزئیات را اغلب براساس نظریه‌های نسبتاً ساده توضیح بدهیم؛ البته مؤلف قصد ندارد بگوید که فیزیک نظری موضوع بدیهی و کم‌اهمیتی است، بلکه احساس



شکل ۲ الف طرح کلی یک آزمایش برای اندازه‌گیری مقاطعهای مختلف برای پراکنندگی کشسان و ناکشسان پادپروتون-پروتون. پادپروتونها از هدف در شتاب‌دهنده (سمت راست بالا) خارج می‌شوند و پس از منحرف شدن روی هدف هیدروژن مایع (سمت چپ پایین) کانونی می‌شوند. C_1 ، C_2 ، M و آهنرباهای منحنی‌کننده، Q_1 تا Q_7 آهنرباهای کانونی‌کننده، و A تا H شمارنده‌های سوسوزن‌اند. C شمارنده چرنکوف است. رویدادهایی که در هدف هیدروژن مایع به وقوع می‌پیوندند توسط شمارنده‌هایی که هدف را احاطه کرده‌اند مشاهده می‌شوند. (این شمارنده‌ها در شکل نشان داده نشده‌اند) هدف از این آرایش نسبتاً پیچیده شمارنده‌ها و آهنرباها محدود کردن باریکه پادپروتون و متمایز کردن رویدادهای ناشی از ذراتی غیر از پادپروتون در هدف است. اندازه‌گیریها برای انرژیهای پادپروتون با اندازه ۱، ۲۵، ۱۰ و ۲۰ GeV به عمل آمده‌اند. (به شکل ۲ الف این فصل هم نگاه کنید.)

شکل ۲ ب عکسی از هدف هیدروژن مایع که در آزمایش مربوط به شکل ۲ الف به کار برده شده است. هیدروژن در ظرف واقع در مرکز دستگاه قرار دارد. پادپروتونها عمود بر صفحه تصویر فرود می‌آیند.

به‌طور کتره‌ای توزیع شده‌اند. چگالی (به‌طور متوسط) یکتواخت ذرات این لایه را n ذره در واحد سطح می‌گیریم. سطح مقطع کل، طبق تعریف عبارت است از

$$\sigma_T = \frac{P}{n} \quad (\text{الف } 2)$$

که در آن P این احتمال است که ذره A که به‌طور عمود بر لایه می‌تابد، با یکی از ذرات B یک نوع برهم‌کنش انجام بدهد به‌طوری که از باریکه فرودی حذف شود. در این تعریف، ضرورت دارد لایه آنقدر نازک باشد که احتمالی که مشاهده می‌شود (P) در مقایسه با واحد کوچک باشد (در بخش ۴ این نکته را بیشتر توضیح خواهیم داد).

آن را از باریکه حذف می‌کنند، ولی اگر ذره A به قرصی اصابت نکند. هیچ تأثیری بر آن ندارند. باز هم لایه نازک هدف را با n ذره در واحد سطح در نظر بگیریم. کل سطحی که قرصهای موجود در ناحیه‌ای به مساحت F می‌پوشانند برابر است با $nF\sigma_T$. این یعنی کسر $n\sigma_T$ از سطح لایه "کدر" و کسر $(1 - n\sigma_T)$ از آن "شفاف" است. بنابراین، احتمال اینکه یک ذره A از باریکه نور فرودی حذف شود $P = n\sigma_T$ است. پس رابطه (الف ۲) را می‌توان به این صورت تعبیر کرد، ولی خواننده باید بداند که قرصهای کدر تنها در تخیل ما وجود دارند. سطح مقطع معیار بسیار مناسبی از تمایل ذرات A و B به برهم‌کنشها با یکدیگر است، ولی نباید آن را به خواص هندسی این یا آن ذره مربوط کرد.

۳. می‌توانیم راجع به سطح مقطع کل براساس مدل زیر فکر کنیم: به هر ذره B یک قرص مدور با مساحت σ_T نسبت داده می‌شود. قرصها به‌صورت عمود بر باریکه ذرات A قرار گرفته‌اند، و فرض می‌کنیم چنین خاصیتی دارند که هر ذره A که به یکی از آنها برخورد کند

که در آن C یک ثابت حقیقی است. پس داریم

$$P(n) = 1 - \exp(-Cn) \quad (۴ج)$$

اکنون توجه کنید که

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P(n)}{n} = C \quad (۴د)$$

است، و اگر این رابطه را با رابطه (۲الف) (که فرض کردیم به ازای n بسیار کوچک برقرار است) مقایسه کنیم نتیجه می‌گیریم که $C = \sigma_T$ است. پس داریم

$$P(n) = 1 - \exp(-n\sigma_T), \quad T(n) = \exp(-n\sigma_T) \quad (۴ه)$$

همان‌طور که می‌بینیم شدت باریکه عبوری به‌طور نمایی با ضخامت هدف کاهش می‌یابد. در عمل هدفها ممکن است به شکل ورقه‌های نازکی با ضخامتهای مختلف باشند. برای اندازه‌گیری سطح مقطع کل، یک اندازه‌گیری ساده تضعیف انجام می‌دهیم: یعنی کاهش کسری شدت باریکه عبوری را (به‌وسیله شمارنده) به‌صورت تابعی از ضخامت ورقه تعیین می‌کنیم. در این صورت، سطح مقطع به کمک رابطه (۴ه) محاسبه می‌شود.

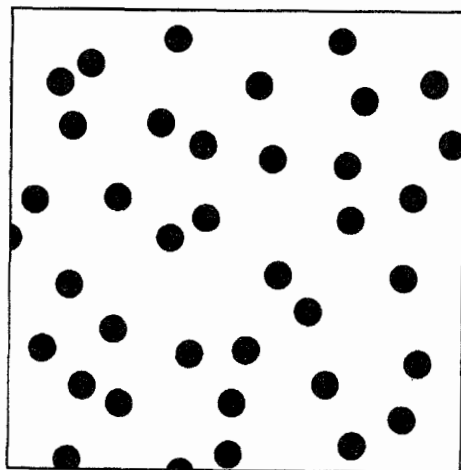
۵. انواع دیگر سطح مقطع را نیز به‌همین ترتیب تعریف می‌کنیم. برای نمونه، می‌توانیم تصور کنیم که ذره A با ذره B برهم‌کنش می‌کند و یک ذره C و یک ذره D تولید می‌شود



سطح مقطع واکنش $\sigma_{AB \rightarrow CD}$ برای این فرایند چنین تعریف می‌شود

$$\sigma_{AB \rightarrow CD} = \sigma_T P_{AB \rightarrow CD} \quad (۵ب)$$

که در آن $P_{AB \rightarrow CD}$ احتمال وقوع واکنش (۵الف) است وقتی ذره A از طریق برهم‌کنش با ذره B در هدف، از باریکه حذف می‌شود. فرض کنید (۵الف) تنها واکنش باشد، یعنی تنها فرایند ناکشسان باشد که می‌تواند صورت بگیرد. اما هر ذره می‌تواند بر اثر یک پراکندگی کشسان



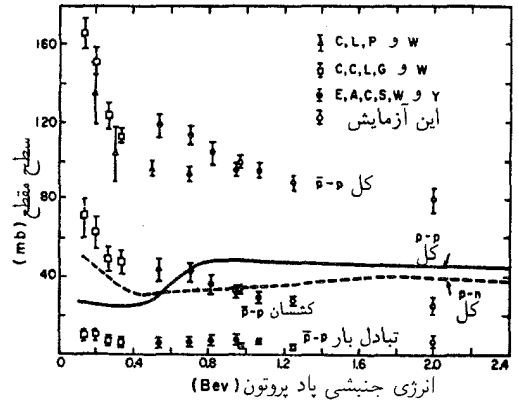
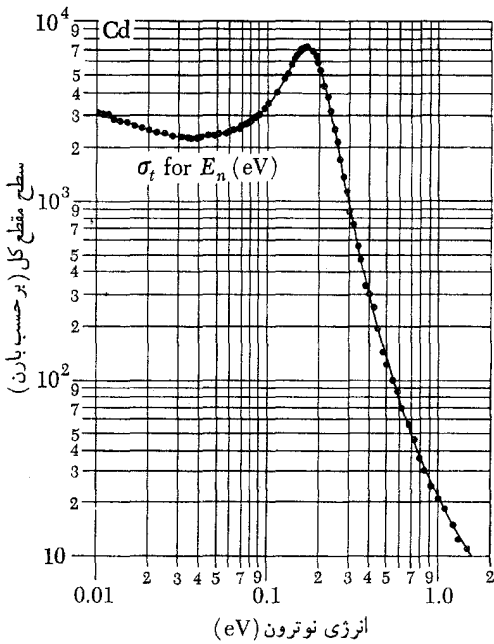
شکل ۳ الف می‌توانیم میزان تأثیری که مطابق آن ذرات B (در هدف)، ذرات A از باریکه فرودی را با مقطع کل σ_T حذف می‌کنند بیان کنیم. به هر ذره B یک قرص دایره‌ای به مساحت σ_T وابسته است به‌طوری که یک ذره A (که نقطه فرض می‌شود) فقط در صورتی با ذره B برهم‌کنش می‌کند که ذره A با آن قرص برخورد کند. شکل بالا این قرصهای فرضی را برای یک لایه بسیار نازک از ذرات B نشان می‌دهد. اگر n ذره B در واحد سطح وجود داشته باشد، مساحت کل برخورد در یک سطح واحد $n\sigma_T$ خواهد بود. در نتیجه، احتمال اینکه یک ذره A از چنین لایه‌ای عبور کند برابر است با $(1 - n\sigma_T)$. بدیهی است که شکل بالا را نباید حقیقی در نظر گرفت. ذرات B در واقع قرص پاره‌های کوچک نیستند.

۴. حالا شکل کلی رابطه (۲الف) را برای حالتی که ورقه الزاماً نازک نیست بررسی می‌کنیم. این احتمال را که ذره A ضمن برخورد با لایه‌ای از ذرات B ، که به‌طور یکنواخت توزیع شده‌اند و چگالی سطحی تصویرشده آنها n است، از باریکه حذف شود، $P(n)$ می‌گیریم. پس کمیت $T(n) = 1 - P(n)$ احتمال عبور از ورقه است. فرض کنید لایه‌ای با چگالی سطحی تصویرشده n_1 را در پشت لایه دیگری با چگالی سطحی تصویرشده n_2 قرار بدهیم. چگالی سطحی لایه متشکل از این دو لایه برابر $(n_1 + n_2)$ خواهد بود. احتمال اینکه ذره‌ای از هر دو ورقه عبور کند، از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$T(n_1 + n_2) = T(n_1)T(n_2) \quad (۴الف)$$

این تساوی باید برای تمام اعداد مثبت حقیقی n_1 و n_2 برقرار باشد. جواب عمومی آن عبارت است از

$$T(n) = \exp(-Cn) \quad (۴ب)$$



شکل ۵ الف نمودار نشان‌دهندهٔ سطح مقطع‌های پادپروتون-پروتون به صورت توابعی از انرژی جنبشی پادپروتون. سه نقطهٔ تجربی که با دایره‌های توخالی نشان داده شده‌اند در آزمایشی که در شکل ۲ الف توصیف شده است به دست آمده‌اند. سطح مقطع مربوط به پروتون-پروتون برای مقایسه در همین نمودار نشان داده شده است. توجه کنید که سطح مقطع کل پادپروتون-پروتون تقریباً دو برابر سطح مقطع کل پروتون-پروتون است.

شکل ۶ الف منحنی نشان‌دهندهٔ سطح مقطع نوترون-کادمیم به صورت تابعی از انرژی نوترون. توجه کنید که این منحنی مربوط به کادمیمی است که به صورت طبیعی وجود دارد. یعنی این سطح مقطع میانگینی از مقطع‌های ایزوتوپهای مختلف است. این نوع سطح مقطع از لحاظ نظریهٔ اصلی که به سطح مقطع‌های مربوط به ایزوتوپهای منفرد می‌پردازد چندان مورد توجه نیست. اما سطح مقطع متوسط، یک مفهوم مفید در کاربردهای مهندسی است. کادمیم به خاطر سطح مقطع بزرگی که برای نوترونهای کم انرژی دارد عموماً برای کنترل آهنگ واکنش در راکتورهای هسته‌ای به کار می‌رود.

نیز، که در آن ذرات A و B پس از برخورد باقی می‌مانند، از باریکه حذف شود. سطح مقطع کشسان σ_e را با رابطه

$$\sigma_e = \sigma_T P_e \quad (ج)$$

تعریف می‌کنیم که در آن P_e احتمال آن است که برخوردی که یک ذره را از باریکه حذف می‌کند، کشسان باشد. به این ترتیب، سه سطح مقطع مذکور با رابطه

$$\sigma_T = \sigma_e + \sigma_{AB \rightarrow CD} \quad (د)$$

به یکدیگر مربوط می‌شوند، زیرا واضح است که $P_e + P_{AB \rightarrow CD} = 1$.
۶. در فیزیک هسته‌ای و ذرات بنیادی برای بیان سطح مقطع از یکاهای بارن (b) و میلی‌بارن (mb) استفاده می‌شود

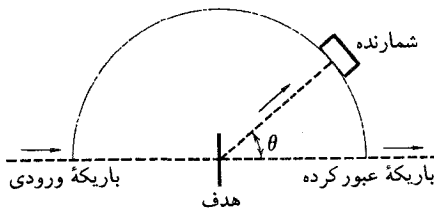
$$(الف) \quad 1 \text{ بارن} = 10^{-28} \text{ cm}^2 \quad 1 \text{ میلی بارن} = 10^{-31} \text{ cm}^2$$

با یک نگاه به این نمودارها فوراً معلوم می‌شود که سطح مقطع کل هیچ ربطی به خصوصیات هندسی هسته‌ها ندارد. برای مثال، به بستگی شدید سطح مقطع به انرژی توجه کنید. در کادمیم سطح مقطع از قله‌ای به بلندی 720° بارن در انرژی نوترون 176 eV ، به 2° بارن در 1 eV سقوط می‌کند. منحنی سطح مقطع برای نقره هم، با یک قلهٔ تشدید کاملاً مشخص، در انرژی حدود 52 eV به بستگی شدید به انرژی را نشان می‌دهد.
حالا بزرگی سطح مقطعه‌ها را در نظر بگیرید. اندازهٔ هسته‌های نقره کادمیم، براساس فرمول زیر، تقریباً برابر است.

$$r \cong A^{1/3} \times (1.2 \times 10^{-13} \text{ cm}) \quad (ع)$$

که این فرمول شعاع هسته را برحسب عدد جرمی A به دست می‌دهد. شعاعها را تقریباً 5.8 فرمی برآورد می‌کنیم (چون $A \sim 110$ است). سطح مقطع هندسی مربوط به این هسته‌ها (πr^2) در حدود 10

شکل ۶ الف سطح مقطع کل نوترون را برای کادمیم به صورت تابعی از انرژی جنبشی نوترون و شکل ۶ ب نمودار مشابهی را برای برخورد نوترون با نقره نشان می‌دهد. توجه داشته باشید که این منحنیها مربوط به عناصر شیمیایی اند، و بنابراین متوسط سطح مقطعه‌ها را برای ایزوتوپهای مختلف موجود در طبیعت نشان می‌دهند.



شکل ۷ الف نمایش بسیار ساده‌ای از یک آزمایش پراکنش. باریکه ذرات از یک شتاب‌دهنده به هدف اصابت می‌کند. تعداد نسبی ذرات پراکنده در راستاهای مختلف توسط یک شمارنده تعیین می‌شود. شکل بالا آشکارسازی ذرات را تحت زاویه پراکندگی θ نشان می‌دهد. در این نوع آزمایشها می‌توانیم سطح مقطع دیفرانسیلی فرایند پراکنش را تعیین کنیم.

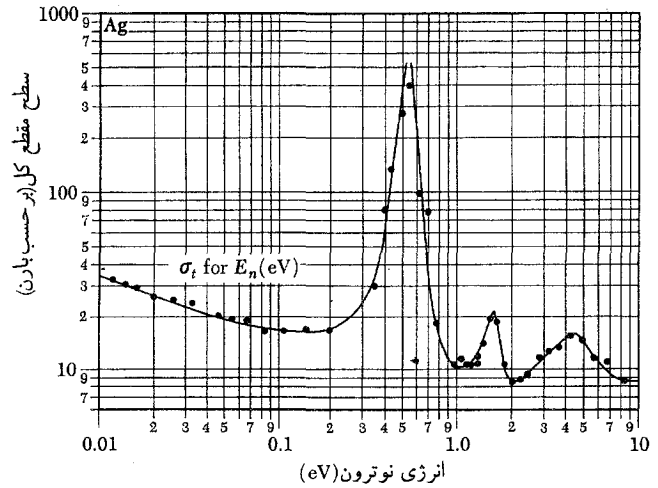
بیان می‌کنیم. این کمیت تابعی است از زوایای قطبی مناسب θ و φ که برای مشخص کردن راستای مشاهده به‌کار می‌روند، و همچنین، همان‌طور که صریحاً نشان داده‌ایم، تابعی از انرژی نیز هست. سطح مقطع دیفرانسیلی طوری تعریف می‌شود که $\sigma_e(E; \theta, \varphi) d\Omega$ برابر این احتمال باشد که ذره فرودی A که بر هدفی از ذرات B با چگالی سطحی واحد فرود می‌آید، در یک زاویه فضایی $d\Omega$ حول محوری که با زوایای θ و φ مشخص می‌شود، پراکنده شود. اگر شمارنده در فاصله ثابتی از هدف ولی هر بار در راستاهای مختلفی قرار داده شود، میزان شمارش با سطح مقطع دیفرانسیلی نسبت مستقیم خواهد داشت.

عملاً در اکثر وضعیتهای پراکندگی، سطح مقطع دیفرانسیلی فقط به انرژی فرودی و زاویه میان این باریکه و امتداد ذره پراکنده A بستگی دارد. اگر این زاویه را با θ نشان بدهیم، می‌توانیم سطح مقطع دیفرانسیلی را به صورت $\sigma_e(E; \theta)$ بنویسیم، زیرا به زاویه قطبی دیگر بستگی ندارد.^۱

سطح مقطع کشتان کل با انتگرال‌گیری از سطح مقطع دیفرانسیلی روی تمام جهات به‌دست می‌آید. اگر مثل آنچه در بالا گفتیم، سطح مقطع دیفرانسیلی مستقل از زاویه φ باشد، خواهیم داشت

$$\sigma_e(E) = \int_{\Omega} d\Omega \sigma_e(E; \theta) = 2\pi \int_0^\pi d\theta \sin \theta \sigma_e(E; \theta) \quad (۷ الف)$$

۱. نمادگذاری ما، که کم و بیش استاندارد است، چندان هم رضایت‌بخش نیست، زیرا برای سطح مقطع دیفرانسیلی و برای سطح مقطع "کل" که قبلاً بحث شد، نماد یکسانی به‌کار رفته است. این دو نوع سطح مقطع با حضور صریح یا عدم حضور متغیرهای زاویه‌ای در نمادشان از یکدیگر متمایز می‌شوند.



شکل ۶ ب منحنی نشان‌دهنده سطح مقطع کل نوترون-نقره طبیعی به صورت تابعی از انرژی نوترون. به قله بلند تشدید توجه کنید. نگاهی به این شکل و مشابه آن در شکل ۶ الف نشان می‌دهد که سطح مقطع رابطه خاصی با اندازه هسته ندارد. منحنیهای مربوط به نقره و کادمیم بسیار متفاوت‌اند و هر دو تغییر سریعی نسبت به انرژی نشان می‌دهند. نظریه موجی برخورد‌ها ماهیت کلی منحنیهای مشاهده‌شده سطح مقطع را به خوبی توضیح می‌دهد.

بارن است، و این مقدار ۷۰۰۰ بار کمتر از قله سطح مقطع در شکل ۶ الف است.

لازم است به شکلهای ۲۴ الف و ۲۴ ب در همین فصل هم نگاه کنید. شکل ۲۴ ب سطح مقطع کشتان را برای پراکندگی پیوندهای مثبت و منفی توسط پروتون نشان می‌دهد. شکل ۲۴ الف سطح مقطع را برای واکنش $^{27}\text{Al} + p \rightarrow ^{28}\text{Si} + \gamma$ نشان می‌دهد. به قله‌های تشدید بسیار تیز توجه کنید.

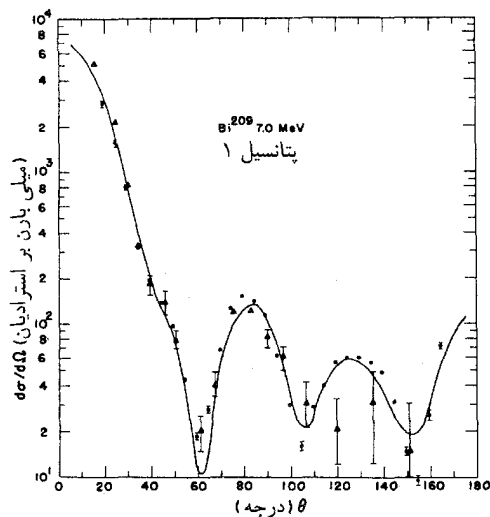
۷. سطح مقطعهایی که درباره آنها صحبت کردیم (و به صورت توابعی از انرژی اندازه‌گیری می‌شوند) اطلاعاتی درباره برهم‌کنشهای میان ذرات در فرایند برخورد به‌دست می‌دهند. اگر توزیع زاویه‌ای ذراتی را که از ناحیه برخورد بیرون می‌آیند نیز اندازه بگیریم اطلاعات بسیار بیشتری به‌دست خواهیم آورد. برای سهولت، پراکندگی کشتان ذرات A در باریکه توسط ذرات B در هدف را بررسی می‌کنیم. به‌کمک شمارنده‌ای که در وضعیتهای مختلف ولی در فاصله ثابتی از هدف قرار می‌گیرد، شدت ذرات پراکنده A را در جهت‌های مختلف اندازه می‌گیریم. طی این اندازه‌گیریها شدت باریکه فرودی ثابت نگه‌داشته می‌شود. نتایج حاصل را برحسب یک سطح مقطع دیفرانسیلی $\sigma_e(E; \theta, \varphi)$

در واقع این همان بحثی است که در فصل ۵ راجع به پراش الکترون کردیم. توضیح ما برای پدیده‌های مشاهده‌شده این بود که موج الکترون فرودی توسط تمام اتمهای بلور پراکنده می‌شود. در راستاهای خاصی امواج پراشیده می‌توانند تداخل سازنده کنند و اینها همان جهتهایی‌اند که در آنها بیشینه‌های شدت مشاهده می‌شوند. به این ترتیب، پراکنش جلوه‌ای است از پراش امواج دو بروی توسط مانعها، یعنی اتمهای بلور. در اینجا توجه خواهید کرد که توصیف ما از پراش الکترون یک جنبه "نامتقارن" قابل اعتراض دارد. می‌گوییم امواج الکترون فرودی توسط "مانعها" پراشیده می‌شوند. ولی خود "موانع" نیز ذرات فیزیکی‌اند، و می‌دانیم که همه ذرات فیزیکی موج هستند. مسلماً از لحاظ منطقی درست نیست که بدخواه بعضی ذرات را موج و بعضی دیگر را "موانع" کلاسیک قلمداد کنیم. آنچه در آزمایش پراش الکترون می‌بینیم. برهم‌کنش بین امواج فرودی الکترون و بسته موجهایی است که نماینده اتمهای بلورند: برای سازگاری منطقی، باید بگوییم پراکنندگی در نتیجه برهم‌کنش امواج با امواج ایجاد می‌شود.

بعداً در همین فصل این نظر را بیشتر توضیح خواهیم داد. خاطرنشان می‌کنیم که این دیدگاه جدید به هیچ وجه از اعتبار بحثی که درباره پراش الکترون داشتیم کم نمی‌کند. مهم این است که موج فرودی با چیزی مواجه می‌شود و برهم‌کنش آن با این چیز است که به پراش موج منجر می‌شود. تا وقتی که توجه خود را فقط به ذره فرودی معطوف کنیم، اصلاً مهم نیست که این ذره با چه چیزی مواجه می‌شود، چه با یک "مانع کلاسیک" باشد، چه با یک بسته موج متمرکز.

۱۰. اکنون سعی می‌کنیم رئوس مطالب نظریه موجی پراکنش را به طور فشرده بیان کنیم. ساده‌ترین حالت ممکن را در نظر می‌گیریم که در آن موجی که نماینده ذره A است در یک میدان نیروی ثابت با تقارن مرکزی به طور کُشسان پراکنده (پراشیده) می‌شود. می‌توان فرض کرد که میدان نیرو مشتق از پتانسیلی است که با افزایش فاصله از مرکز میدان به سرعت به صفر میل می‌کند. این مسئله تا اندازه‌ای به مسائل سد که در فصل ۷ درباره آنها بحث کردیم شباهت دارد. ذره A در ناحیه‌ای واقع می‌شود که تابع پتانسیل با مکان تغییر می‌کند و در نتیجه، موج تخت فرودی توسط این پتانسیل پراشیده می‌شود.

مطابق مدلی که در نظر می‌گیریم، ذره B در هدف را با یک پتانسیل با تقارن کروی نشان می‌دهیم، هر چند می‌دانیم که ذره B را نیز باید مثل یک موج توصیف کرد. ولی واقعیت این است که توصیف کوانتومی صحیح از پراکنندگی دو ذره، از لحاظ ریاضی با مدل ما هم‌ارز است. بنابراین مدل ما به هیچ وجه بد نیست. اگر درباره آنچه انجام می‌دهیم به دقت فکر کنیم، درمی‌یابیم که قبلاً هم کارهایی شبیه



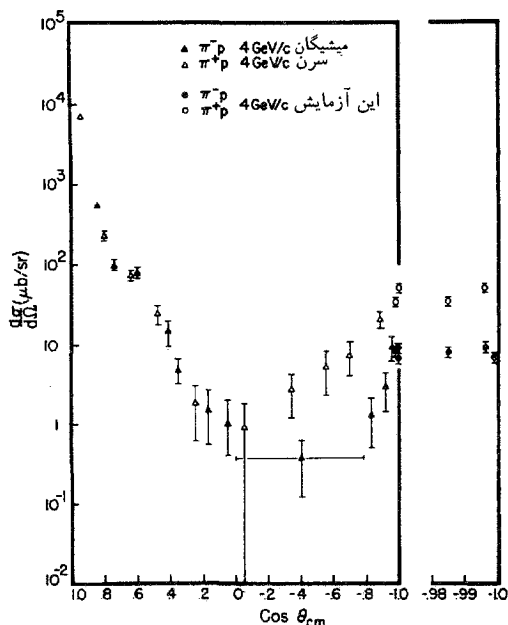
سطح مقطع دیفرانسیلی پراکنندگی کُشسان نوترون از ایزوتوپ بیسموت ^{209}Bi . این نمودار نقاط تجربی را همراه با یک منحنی نظری مبتنی بر یک مدل خاص نشان می‌دهد. محور طولها زاویه پراکنندگی و محور عرضها سطح مقطع جزئی برحسب میلی بارن بر زاویه فضایی است. انرژی جنبشی نوترونها ۷ MeV بوده است.

به طریقی مشابه می‌توانیم برای فرایند ناکشسان نیز یک سطح مقطع دیفرانسیلی تعریف کنیم.

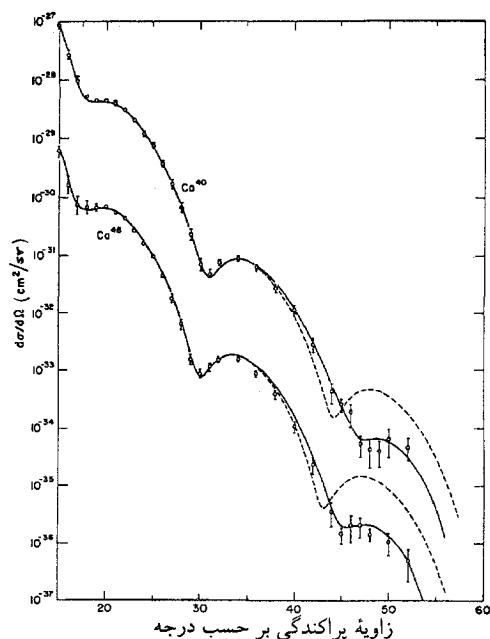
۸. سطح مقطعیهای مختلف به صورت توابعی از انرژی، نخستین اطلاعاتی‌اند که از آزمایشهای پراکنندگی به دست می‌آیند. مسئله بعدی آن است که از این اطلاعات چیزهایی درباره ماهیت احتمالاً ناشناخته برهم‌کنشها استنباط کنیم. یا ممکن است از قبل نظریه‌ای داشته باشیم، که در این صورت سطح مقطعیهای مورد انتظار را از طریق این نظریه محاسبه می‌کنیم، و سپس پیشگوییهایمان را با نتایج تجربی مقایسه می‌کنیم.

همان طور که قبلاً گفتیم، بیشتر اطلاعات ما راجع به ذرات بنیادی از تحلیل آزمایشهای پراکنندگی به دست می‌آیند. برای این تحلیل، روشهای ریاضی خاصی ابداع شده‌اند که گفتگو از آنها ما را از مطلب دور می‌کند. احتیاجی به گفتن ندارد که مسئله پیدا کردن "نیرو" از روی سطح مقطع اگرچه (به یک معنی) به طور نظری ساده است، ولی در عمل ابداً آسان نیست.

۹. اگر بخواهیم رویداد پراکنندگی را به طور کلاسیک تعبیر کنیم، باید بگوییم که ذره فرودی در میدان نیروی ذره هدف منحرف می‌شود. از نظر مکانیک کوانتومی پراکنندگی را جلوه‌ای از پراش امواج می‌دانیم.



ترسیمی از سطح مقطع‌های دیفرانسیلی کشتان پيون-پروتون برای پيوني با تکانه ۴ GeV/c. محور طولها کسينوس زاویه پراکندگی در دستگاه مرکز جرم است. محور عرضها سطح مقطع دیفرانسیلی برحسب میکرو بارن بر زاویه فضایی است. سطح مقطع در نزدیکی جهت عکس (یعنی به‌ازای $\cos \theta_{cm} \simeq -1$) در طرف راست با یک مقیاس افقی بزرگ‌شده نشان داده شده است. توجه کنید که داده‌های مربوط به پیوندهای مثبت و منفی هر دو ارائه شده‌اند: علامت شناسایی نقاط تجربی مختلف را در قسمت بالای نمودار مشاهده می‌کنید.



نمودارهای نشان‌دهنده سطح مقطع‌های دیفرانسیلی پراکندگی کشتان الکترون از دو ایزوتوپ مختلف کلسیم. محور عرضها سطح مقطع دیفرانسیلی برحسب cm^2 بر زاویه فضایی است به شرطی که داده‌های مربوط به ^{48}Ca در ده ضرب و داده‌های مربوط به ^{60}Ca بر ده تقسیم شود. (این نمودارها بسیار شبیه به هم هستند، و به‌همین دلیل با استفاده از دو مقیاس از هم تفکیک شده‌اند). انرژی الکترونها ۷۵۰ MeV است.

برهم‌کنش الکترومغناطیسی بین الکترون و هسته باعث این پراکنش است، و هدف از این اندازه‌گیری بررسی توزیع بار در هسته است. به تغییر فوق‌العاده زیاد (به نسبت 10^9) سطح مقطع دیفرانسیلی برحسب زاویه فضایی توجه کنید.

به آن کرده‌ایم. در بحث پرتوزایی آلفایی در فصل ۷، مسئله را برحسب یک ذره آلفای "کوانتومی" در پتانسیل یک میدان نیرو توصیف کردیم. در بحث از ارتعاشات مولکولی، حرکت یک ذره منفرد را تحت اثر پتانسیل مولکولی تقریباً هماهنگ بررسی کردیم. در هر یک از این موارد، به‌جای مسئله واقعی، که همیشه حرکت دستکم دو ذره در آن دخالت دارد، از مدلی استفاده کردیم که در آن یک ذره منفرد در پتانسیلی که توصیف‌کننده برهم‌کنشهای آن با تمام ذرات دیگر است، حرکت می‌کند.

۱۱. فرض کنید موج تختی به‌صورت

$$\psi_i(\mathbf{x}, t) = C \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}_i - i\omega t) \quad (\text{الف } 11)$$

نمایش‌دهنده یک ذره A باشد که بر یک ذره منفرد B (واقع در مبدأ $x = 0$) فرود می‌آید، در اینجا \mathbf{p}_i تکانه موج، ω انرژی، و C ثابت بهنجارش است. این موج توسط ذره B پراشیده خواهد شد. سعی می‌کنیم شکل تابع موجی را که موج پراشیده را در فاصله بسیار دور از مبدأ نشان می‌دهد حدس بزنیم. ادعا می‌کنیم که تابع

$$\psi_s(\mathbf{x}, t) \simeq C f(\theta) \frac{1}{x} \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} - i\omega t) \quad (\text{ب } 11)$$

انتخاب معقولی است. در اینجا فاصله از مبدأ را با x و بزرگی تکانه فرودی را با p نشان داده‌ایم، یعنی $x = |\mathbf{x}|$ و $p = |\mathbf{p}_i|$. تابع $f(\theta)$ تابعی است از زاویه θ بین راستای تکانه فرودی \mathbf{p}_i و راستای بردار مکان \mathbf{x} (از مبدأ به "نقطه مشاهده").

اکنون خصوصیات مختلف تابع موج ψ_s را مطالعه می‌کنیم تا ببینیم آیا می‌تواند نمایش‌دهنده موج پراکنده باشد یا نه. دامنه موج پراکنده متناسب با دامنه C موج فرودی است، و بنابراین، حدس ما

۱. یک‌گانه‌ی را به‌کار می‌بریم که $\hbar = 1$ باشد.

تکانه فرودی \mathbf{p}_i و به مرکز مبدأ در نظر می‌گیریم. احتمال اینکه ذره فرودی از این قرص بگذرد، باید برابر

$$P_i = k|\psi_i|^2 = k|C|^2 \quad (۱۲ج)$$

باشد، که در آن k همان ثابتی است که در (۱۲الف) و (۱۲ب) ظاهر می‌شود.

با توجه به رابطه‌های (۱۲ب) و (۱۲ج) می‌توان گفت: در یک رشته آزمایش مکرر پراکندگی (که در تمام آنها تکانه اولیه ذرات A همیشه \mathbf{p}_i است) نسبت تعداد ذراتی که در داخل مخروطی با زاویه فضایی $d\Omega$ پراکنده می‌شوند، به تعداد ذراتی که روی قرص واحد فرود می‌آیند برابر است با

$$\frac{dP}{P_i} = |f(\theta)|^2 d\Omega \quad (۱۲د)$$

حالا اگر مطالب بخش ۷ را در مورد سطح مقطع دیفرانسیلی $\sigma_e(\theta)$ به یاد بیاوریم، درمی‌یابیم که نسبت dP/P_i درست برابر حاصل ضرب سطح مقطع دیفرانسیلی در $d\Omega$ است. در نتیجه رابطه مهم زیر را به دست می‌آوریم

$$\sigma_e(\theta) = |f(\theta)|^2 \quad (۱۲ه)$$

که بنابراین سطح مقطع دیفرانسیلی همان مجذور مطلق دامنه پراکندگی است.

۱۳. اگر بخواهیم یک بیان نظری برای دامنه پراکندگی $f(\theta)$ پیدا کنیم، روشن است که باید مسئله پراش را به طور صریح حل کنیم. یعنی باید برای معادله شرودینگر، یا احتمالاً یک معادله دیگر، جوابی پیدا کنیم که شامل مسئله مورد نظر باشد. در مدلی که داریم، باید برای معادله شرودینگر جوابی تحت پتانسیلی که ذره A به دلیل وجود ذره B با آن مواجه می‌شود پیدا کنیم. معادلات موج در مکانیک کوانتومی بینهایت جواب دارند، و لازم است که ما آن جواب درستی را بیابیم که بتوان آن را به عنوان بیانگر وضعیت پراکندگی تعبیر کرد. شرطی که ما باید اعمال کنیم این است که برای فواصل دور از مبدأ، تابع موج باید به صورت زیر باشد

$$\psi(\mathbf{x}, t) \cong C \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}_i - i\omega t) + Cf(\theta) \frac{1}{x} \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} - i\omega t) \quad (۱۳الف)$$

به این فرض معقول منتهی می‌شود که پاسخ خطی است. بسامد موج پراکنده (ω) با بسامد موج فرودی یکسان است، یعنی اینکه انرژی ذره A تغییر نمی‌کند؛ و باید هم چنین باشد، زیرا ما می‌خواستیم پراکندگی کسشان در میدان ثابت نیروی مربوط به ذره B را بررسی کنیم.

عامل $\exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} - i\omega t)$ ، به روشنی یک موج کروی را بیان می‌کند که به سمت بیرون منتشر می‌شود. سرعت فاز در هر نقطه در امتداد بردار شعاعی از مبدأ دور می‌شود. موجی که ذره پراکنده را نشان می‌دهد، باید دارای این خصوصیت باشد. عامل $1/x$ در رابطه (۱۱ب) حاکی از آن است که دامنه موج پراکنده با افزایش فاصله کاهش می‌یابد. شدت موج با مجذور مطلق تابع موج متناسب است. شدت موج پراکنده، شار احتمال دورشونده (یا به عبارتی، شار ذره در یک رشته اندازه‌گیریهای متوالی) را اندازه می‌گیرد و این کمیت باید به صورت $1/x^2$ با افزایش فاصله کاهش پیدا کند. بنابراین، همان‌طور که ما فرض کردیم، دامنه باید به صورت $1/x$ کم شود.

۱۲. چنانکه می‌بینیم، ملاحظات ساده فیزیکی ایجاب می‌کند که تابع موجی که موج پراکنده را توصیف می‌کند، به شکل ۱۱ب باشد. تابع $f(\theta)$ دامنه پراکندگی خوانده می‌شود. این تابع توزیع زاویه‌ای ذرات پراکنده شده را توصیف می‌کند. حالا ببینیم چگونه می‌توانیم دامنه پراکندگی را به سطح مقطع دیفرانسیلی ارتباط بدهیم. روی سطح کره‌ای به مرکز مبدأ، که از x می‌گذرد، جزء سطح کوچکی را در نظر بگیرید که نقطه x در آن واقع است. مساحت این سطح کوچک را dF می‌گیریم. احتمال dP برای اینکه ذره پراکنده از این سطح بگذرد باید متناسب با حاصل ضرب dF در مجذور مطلق تابع موج $\psi_s(\mathbf{x}, t)$ باشد. پس می‌توان نوشت

$$dP = k|\psi_s(\mathbf{x}, t)|^2 dF = k|C|^2 |f(\theta)|^2 \left(\frac{dF}{x^2}\right) \quad (۱۲الف)$$

که در آن k ثابت تناسب است. از آنجا که $dF/x^2 = d\Omega$ بزرگی زاویه فضایی‌ای است که جزء سطح مذکور، نسبت به مبدأ، روبه‌روی آن واقع می‌شود، می‌توانیم بنویسیم

$$dP = k|C|^2 |f(\theta)|^2 d\Omega \quad (۱۲ب)$$

اشاره می‌کنیم که dP احتمال آن است که ذره پراکنده در داخل مخروط کوچک با زاویه فضایی $d\Omega$ واقع شود.

حالا موج فرودی را که با رابطه (۱۱الف) بیان شده است، در نظر بگیرید. یک قرص (دایره‌ای) به مساحت واحد را به صورت عمود بر

تکانه فرودی است، و این همان چیزی است که چنانچه شیء پراکنده در مقایسه با طول موج خیلی کوچک باشد، انتظارش را داریم. فرض کنید به جای موج تختی که در ۱۱ الف آمده است، متوسط (یکنواخت) آن روی تمام جهات \mathbf{p}_i را قرار بدهیم. به گفته دیگر، مسئله پراکندگی جدیدی را در نظر می‌گیریم که در آن موج فرودی به شکل زیر است

$$\psi_{i_0}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} d\Omega_p C \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}_i - i\omega t) \quad (15 \text{ ب})$$

اگر زاویه θ بین \mathbf{x} و \mathbf{p}_i را یکی از زوایای قطبی \mathbf{p}_i انتخاب کنیم، محاسبه انتگرال بالا روی تمام جهات بسیار آسان خواهد بود. در نتیجه داریم

$$\begin{aligned} \psi_{i_0}(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin \theta C \exp \\ &\quad (ixp \cos \theta - i\omega t) \\ &= \frac{C}{4\pi xp} \left(\exp(ixp) - \exp(-ixp) \right) \exp(-i\omega t) \end{aligned} \quad (15 \text{ ج})$$

اگر موج پراکنده به راستای تکانه فرودی بستگی نداشته باشد، هر موج فرودی‌ای به شکل ψ_{i_0} همان موج پراکنده‌ای را ایجاد خواهد کرد که موج تخت (۱۱ الف) ایجاد می‌کند. می‌توانیم موج ψ_{i_0} را بخش متقارن کروی موج تخت فرودی تصور کنیم. تنها همین قسمت از موج فرودی است که به موج کروی-متقارن ψ_0 که در (۱۵ الف) آمده است می‌انجامد.

۱۶. ψ_{i_0} ، بخش کروی-متقارن موج تخت فرودی، شکل جالبی دارد. با نگاهی به رابطه (۱۵ ج) متوجه می‌شویم که این موج عبارت است از مجموع یک موج کروی دورشونده و یک موج کروی نزدیک‌شونده. یک موج تخت "شامل" این دو نوع موج است. زیرا هم حرکت به طرف مبدأ را بیان می‌کند و هم حرکت به طرف خارج از مبدأ را. بزرگی دامنه این دو موج یکسان است، و باید هم چنین باشد، چون در غیر این صورت شار ورودی با شار خروجی فرق خواهد داشت. از آنجا که پراکندگی را کشسان فرض کرده‌ایم (که در آن ذرات A تغییر نمی‌کنند) شار ورودی و خروجی (ذرات A) باید یکسان باشد.

حالا متوسط کروی رابطه (۱۳ الف) را در مورد ثابت $f(\theta) = f =$

این یعنی که در فواصل دور از مرکز پراکندگی، "موج فرودی" تخت و موج پراکنده دورشونده با هم وجود دارند. در اینجا نمی‌خواهیم به حل این مسئله بپردازیم. می‌توان ثابت کرد که، در شرایط بسیار کلی، به‌ازای هر انتخابی برای تکانه فرودی \mathbf{p}_i یک جواب منحصر به فرد برای معادله موج وجود دارد که دارای شکل مجانبی (۱۳ الف) است. بنابراین، به‌ازای یک تکانه فرودی مشخص و به‌ازای یک برهم‌کنش (پتانسیل) مشخص، دامنه پراکندگی به‌طور یکتا تعیین می‌شود. در حالت کلی، دامنه پراکندگی به بزرگی تکانه فرودی (p) بستگی دارد، و برای تاکید بر این نکته می‌توان آن را به صورت $f(p; \theta)$ نوشت. با تعیین دامنه پراکندگی، می‌توانیم به کمک (۱۲ هـ)، سطح مقطع دیفرانسیلی را پیدا کنیم.

۱۴. مورد خاص مهم و ساده‌ای را در نظر بگیرید که در آن دامنه پراکندگی مستقل از زاویه پراکندگی (θ) است، یعنی: ثابت $f(\theta) = f =$ پس سطح مقطع دیفرانسیلی از رابطه ثابت $\sigma_e(\theta) = |f|^2 =$ به دست می‌آید و توزیع زاویه‌ای تقارن کروی دارد. این وضعیت معمولاً در پراکنش کم انرژی رخ می‌دهد؛ دلیل آن را به‌طور کیفی می‌توان به‌آسانی فهمید. توزیع زاویه‌ای متمایل به پیچیدگی است، یعنی هنگامی که طول موج فرودی در مقایسه با اندازه "شیء" پراکنده موج کوچک باشد، توزیع زاویه‌ای به‌صورت تابعی از θ به سرعت تغییر می‌کند. می‌توان چنین تصور کرد که پراش روی تمام شیء صورت می‌گیرد، به طوری که هر "قسمت" از آن یک موج پراشیده بیرون می‌دهد. در یک راستای معین این امواج، بسته به فاز نسبی آنها، می‌توانند به‌طور سازنده یا به‌طور ویرانگر با هم تداخل کنند. اگر طول موج در مقایسه با شیء کوچک باشد، یک تغییر اندک در راستای مشاهده می‌تواند تأثیر محسوسی بر فاز نسبی بگذارد، در نتیجه سطح مقطع دیفرانسیلی می‌تواند به سرعت با زاویه θ تغییر کند. ولی اگر طول موج در مقایسه با شیء بزرگ باشد، این اثرهای تداخلی "هندسی" پدیدار نمی‌شوند و دامنه پراکندگی تابع کندی از جهت خواهد بود. در حد انرژی فوق‌العاده کم، که در آن طول موج در مقایسه با اندازه‌های جسم پراکنده خیلی بلند است، دامنه پراکندگی مستقل از زاویه است و پراکندگی تقارن کروی دارد.

۱۵. در حالتی که ثابت $f(\theta) = f =$ است، موج پراکنده

$$\psi_s(\mathbf{x}, t) = \frac{Cf}{x} \exp(ixp - i\omega t) \quad (15 \text{ الف})$$

تنها از طریق پارامتر C ، که دامنه موج فرودی را در مبدأ بیان می‌کند، به موج فرودی بستگی دارد. بخصوص، موج پراکنده مستقل از جهت

در نظر می‌گیریم. این متوسط از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \psi_0(\mathbf{x}, t) &= \psi_{i_0}(\mathbf{x}, t) + \psi_s(\mathbf{x}, t) \\ &= \frac{C}{\sqrt{ixp}} \left([1 + \sqrt{ipf}] \exp(ixp) \right. \\ &\quad \left. - \exp(-ixp) \right) \exp(-i\omega t) \end{aligned} \quad (۱۶ الف)$$

می‌توان این رابطه را به عنوان شکل مجانبی تابع موجی تعبیر کرد که توصیف‌کننده وضعیت پراکندگی‌ای است که در آن موج کروی ψ_{i_0} نقش موج فرودی را ایفا می‌کند. بررسی (۱۶ الف) نشان می‌دهد که موج $\psi_0(\mathbf{x}, t)$ نیز دارای بخشهای دورشونده و نزدیک‌شونده است. اگر فرایند پراکندگی کشسان باشد، قدر مطلقهای دامنه‌های این دو موج باید برابر باشند، و این به شرط مهم زیر برای دامنه پراکندگی f می‌انجامد

$$|1 + \sqrt{ipf}| = 1 \quad (۱۶ ب)$$

بهرتر است جواب عمومی معادله (۱۶ ب) را به صورت

$$f = \frac{1}{\sqrt{ip}} (e^{2i\delta} - 1) \quad (۱۶ ج)$$

بنویسیم، که در آن δ یک عدد حقیقی است. کمیت δ جابه‌جایی فاز (موج s) نامیده می‌شود، و در حالت کلی تابعی از بزرگی تکانه (p) است.

۱۷. حالا می‌خواهیم ببینیم که سطح مقطع کشسان در حالت پراکندگی با تقارن کروی به چه بزرگی می‌تواند باشد. سطح مقطع دیفرانسیلی برابر است با $|f|^2$ و سطح مقطع کل، σ_e ، با انتگرال‌گیری از سطح مقطع دیفرانسیلی روی تمام جهات به دست می‌آید. بنابراین، [با منظور کردن (۱۶ ج)] داریم

$$\sigma_e = \frac{\pi}{p^2} |e^{2i\delta} - 1|^2 \quad (۱۷ الف)$$

به‌ازای یک p معین، کمیت فوق بیشینه خواهد بود اگر δ به صورت $\delta = (n + \frac{1}{4})\pi$ باشد، که در آن n یک عدد صحیح است. مقدار بیشینه برابر است با

$$(\sigma_e)_{\text{بیشینه}} = \frac{4\pi}{p^2} \quad (۱۷ ب)$$

فرمول بالا در دستگاهی است که در آن $\hbar = 1$ است. "برگرداندن" \hbar کار آسانی است. چون سطح مقطع از لحاظ ابعادی مثل سطح است، \hbar باید به صورت مجذور در صورت کسر نمایان شود. در دستگاه یکاهای cgs یا MKS داریم

$$(\sigma_e)_{\text{بیشینه}} = 4\pi \left(\frac{\hbar}{p} \right)^2 \quad (۱۷ ج)$$

به این ترتیب، سطح مقطع بیشینه برای پراکندگی متقارن کروی برابر با $(1/\pi)$ ضرب در مجذور طول موج دوربری ذره فرودی (\hbar/p) است. برای تکانه‌های کوچک، این سطح مقطع بسیار بزرگ است. پس براساس مدل موجی پراکندگی می‌توانیم به آسانی سطح مقطعهای بزرگی را که در بخش ۶ به آنها اشاره شد، و شاید هم خواننده را قدری نگران کرده بوده باشد، درک کنیم.

۱۸. همان‌طور که گفتیم، جابه‌جایی فاز δ تابعی از بزرگی تکانه فرودی p است. از آنجا که انرژی فرودی ω یک تابع یکنوا از p است، می‌توانیم به همان ترتیب δ را هم تابعی از انرژی بدانیم. بنابراین برای تاکید بر اینکه δ تابعی است از انرژی، آن را به صورت $\delta(\omega)$ می‌نویسیم.

هر وقت که جابه‌جایی فاز، به صورت تابعی از انرژی، یکی از مقادیر $\pi (n + \frac{1}{4})$ را اختیار کند. سطح مقطع به مقدار بیشینه‌ای می‌رسد که در (۱۷ ب) بیان شده است. می‌گوییم در این نقاط پراکندگی شدید می‌شود. اکنون رفتار دامنه پراکندگی و سطح مقطع را در همسایگی بلاواسطه شدید مطالعه می‌کنیم. انرژی شدید را با ω نشان می‌دهیم، پس داریم $\delta(\omega_0) = (n_0 + \frac{1}{4})\pi$ که n_0 عدد صحیح است.

با استفاده از روابط تعریف‌کننده زیر برای کتانژانت

$$\cot(\delta) = \frac{\cos(\delta)}{\sin(\delta)} = \frac{i(e^{i\delta} + e^{-i\delta})}{(e^{i\delta} - e^{-i\delta})} \quad (۱۸ الف)$$

می‌توانیم رابطه (۱۶ ج) را مجدداً به صورت زیر بنویسیم (خواننده باید بتواند فوراً خود را قانع کند که می‌توانیم)

$$f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{ip}} (e^{2i\delta(\omega)} - 1) = \frac{(1/p)}{\cot[\delta(\omega)] - i} \quad (۱۸ ب)$$

در نقطه $\omega = \omega_0$ داریم $\cot[\delta(\omega_0)] = 0$. پس می‌توانیم $\cot[\delta(\omega)]$ را برحسب توانهای $(\omega - \omega_0)$ در مجاورت $\omega = \omega_0$ بسط بدهیم. چنانچه فقط جملات خطی را نگه داریم. خواهیم داشت

$$\cot[\delta(\omega)] \cong -\frac{2}{\Gamma} (\omega - \omega_0) \quad (۱۸ ج)$$

همین طور است، و اگر اینها را هم اضافه کنیم (که باید بکنیم) مجموعه ما به طرز تأسف باری بزرگ می‌شود. از طرف دیگر، باید شیئی مثل هستهٔ آلفازای رادیم ${}^{226}\text{Ra}$ را به‌خاطر آنکه پایدار نیست، کنار بگذاریم و این قانع‌کننده نیست، زیرا باید بپذیریم که این هسته تقریباً پایدار است (با نیمه عمر ۱۶۲۲ سال)، و از دیدگاه یک شیمیدان، اتم رادیم همان قدر شایستهٔ توجه است که اتم باریوم. از این هم بدتر، باید نوترون را هم کنار بگذاریم. نوترون برادر دوقلوی پروتون است و ما آن را یکی از واحدهای ساختار هسته می‌دانیم. در داخل یک هستهٔ پایدار، نوترون به اندازهٔ پروتون پایدار است، گرچه زمانی که در فضا تنها باشد، تجزیه می‌شود. البته عمر میانگین نوترون ۱۷ دقیقه است که در مقیاس هسته‌ای یا اتمی زمان، بسیار طولانی است (یعنی در مقایسه با 10^{-24} یا 10^{-8} ثانیه). در هر آزمایشی که پدیدهٔ تحت مطالعه در زمان بسیار کوتاهی نسبت به ۱۷ دقیقه رخ بدهد، نوترون کاملاً مثل یک ذرهٔ پایدار رفتار می‌کند. به‌عنوان مثال، می‌توانیم آزمایشهای پراش را با تاباندن نوترون روی یک بلور انجام بدهیم.

و بالاخره، علی‌رغم رویه‌ای که برای پذیرش در پیش گرفته‌ایم می‌توان گفت این امکان هست که بعضی از هسته‌های "پایدار" که آنها را به‌عنوان ذره پذیرفته‌ایم، در واقع ناپایدار باشند، حتی اگر طول عمر آنها آنقدر زیاد باشد که هنوز نتوانسته باشیم به ناپایداری آنها پی ببریم. این نکته ممکن است بعداً به کنار گذاشتن اجسامی منجر بشود که قبلاً آنها را با رضایت خاطر پذیرفته‌ایم.

۲۱. با توجه به مطالب بالا می‌بینیم که، به‌عنوان انسانهای فهمیده، ناچاریم معیارهای پذیرشمان را اصلاح کنیم. اکنون اجسامی را می‌پذیریم که "فقط اندکی ناپایدار" باشند و طبق این قواعد جدید، مقدم نوترون و هستهٔ رادیم را نیز گرامی می‌داریم. این یعنی که ما از شرط مشخص بودن جرم ذره نیز دست برمی‌داریم، زیرا همچنانکه در فصل ۳ دیدیم، اگر سیستمی دارای طول عمر معین τ باشد، انرژی (در این مورد، انرژی سکون) ذره را فقط می‌توان با عدم قطعیتی از مرتبهٔ \hbar/τ تعریف کرد. به عبارت دیگر، اگر عمر متوسط ذره τ باشد، عدم قطعیت در جرم سکونش باید از مرتبهٔ

$$\Delta m \sim \frac{\hbar}{\tau c^2} \quad (21\text{الف})$$

باشد. برای نوترون این عدم قطعیت فوق‌العاده کوچک است؛ کمتر از 10^{-27} amu.

۲۲. وقتی شرط پایداری مطلق را کنار بگذاریم، درمی‌یابیم که تصمیم‌گیری در اینکه ذره تا چه حد می‌تواند ناپایدار باشد، بسیار دشوار

که در آن، برطبق رسم رایج، مشتق $\cot[\delta(\omega)]$ در ω_0 را به‌صورت $2/\Gamma$ - نوشته‌ایم.

فرض می‌کنیم که جابه‌جایی فاز در همسایگی تشدید، با انرژی افزایش می‌یابد. این یعنی که $\cot[\delta(\omega)]$ با افزایش انرژی کاهش می‌یابد و پارامتر Γ که آن را در (۱۸ ج) وارد کردیم، مثبت است. اگر عبارت تقریبی (۱۸ ج) را (که تنها در نزدیکی تشدید اعتبار دارد) در (۱۸ ب) وارد کنیم به‌دست می‌آوریم

$$f(\omega) \cong -\frac{1}{p} \left(\frac{\Gamma/2}{(\omega - \omega_0) + i\Gamma/2} \right) \quad (18\text{د})$$

و

$$\sigma_e(\omega) \cong \frac{\pi}{p^2} \left(\frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \right) \quad (18\text{ه})$$

لا بد تشخیص می‌دهید که فرمول (۱۸ ه) همان فرمول تشدید بریت-ویگن (۲۱ د) است که آن را در فصل ۳ با استدلال دیگری به‌دست آوردیم. کمیت Γ پهنای تشدید است. در فصل ۳ ترازهای برانگیخته را به تشدید وابسته کردیم. و در اینجا نیز به همین مطلب متوسل می‌شویم. پس، کمیت $1/\Gamma = \tau$ عبارت است از عمر متوسط تراز برانگیخته که به‌صورت تشدید متجلی می‌شود.

منظور از ذره چیست؟

۱۹. پیش از آنکه دوباره به مسئلهٔ برهم‌کنشها برگردیم، لازم است تصوراتی را که از ذره داریم بررسی کنیم. فرض کنید می‌خواهیم شرایط معقولی برای عضویت در "مجمع ذرات" فرمولبندی کنیم.

ذره، به یک معنی، شیئی منسجم "منفرد"ی است که هويت معینی دارد و می‌تواند در زمان معینی، در ناحیهٔ محدودی از فضا قرار بگیرد. ذره با صفات فیزیکی معینی مشخص می‌شود، و ما می‌توانیم فعلاً به‌طور آزمایشی فرض کنیم که ذره دارای جرم معین، بار معین، و تکانهٔ زاویه‌ای ذاتی معین و غیره است، و باید هنگامی که در فضا تنهاست مطلقاً پایدار باشد.

۲۰. برطبق این قواعد، پروتون، الکترون، پوزیترون، نوترینوها، فوتون، و هسته‌های پایدار را به‌عنوان ذره می‌پذیریم. ولی این نحوهٔ پذیرش بلافاصله مسائلی را پیش می‌آورد. اتمهای خنثی و همهٔ یونها نیز در حالت پایه با ضوابط ما جور در می‌آیند، و بنابراین باید پذیرفته شوند. در مورد تمام مولکولها و یونهای مولکولی در حالت پایه نیز وضع

خواهد بود. نیمه عمر میون در حدود 10^{-6} ثانیه است که در مقیاس ماکروسکوپی کوچک است ولی در مقیاس زمانهای هسته‌ای بسیار طولانی است. همین امر در مورد پیوندهای باردار که طول عمری در حدود 10^{-8} ثانیه دارند نیز درست است. پس این ذرات را نیز باید پذیرفت. پیون خنثی عمر متوسطی از مرتبه 10^{-16} ثانیه دارد. این مقدار در مقایسه با 10^{-24} ثانیه هنوز بزرگ است. به‌علاوه، روشن است که پیون خنثی با پیوندهای باردار ارتباط دارد. براین اساس، پیون خنثی را نیز همراه با ذراتی مثل مزونهای K و هیپرونها می‌پذیریم. عمر متوسط K -مزونها و هیپرونها عموماً از مرتبه 10^{-10} ثانیه است. توجه کنید که عدم قطعیت‌های مربوط به جرم سکون این ذرات، آنچنانکه از معادله (۲۱ الف) برمی‌آید، هنوز در مقایسه با خود این جرمها بسیار کوچک است.

۲۳. حالا باید تصمیم بگیریم که آیا تمام حالت‌های برانگیخته آنها، مولکولها، و هسته‌ها را بپذیریم یا نه. در تأیید پذیرش آنها می‌توان استدلال کرد که عمر بسیاری از حالت‌های برانگیخته در مقایسه با عمر پیون خنثی، یا در واقع در مقایسه با عمر نوترون، بسیار طولانی است. بعضی از حالت‌های برانگیخته از طریق گسیل ذرات مادی، و بعضی از طریق گسیل فوتونها واپاشیده می‌شوند. در حالی که ما "حالت پایه" ^{226}Ra را که با گسیل یک ذره واپاشیده می‌شود می‌پذیریم، آیا درست است که حالت‌های برانگیخته را مستثنی کنیم؟ از این گذشته، شاید بعضی از هیپرونها را باید "حالت‌های برانگیخته" نوکلئون در نظر گرفت؟ همه هیپرونها به ذرات دیگری وامی‌باشند که یکی، و فقط یکی از آنها نوکلئون است. مقاومت در برابر این "فشار"ها بسیار دشوار است، در نتیجه "حالت‌های برانگیخته" را نیز می‌پذیریم.

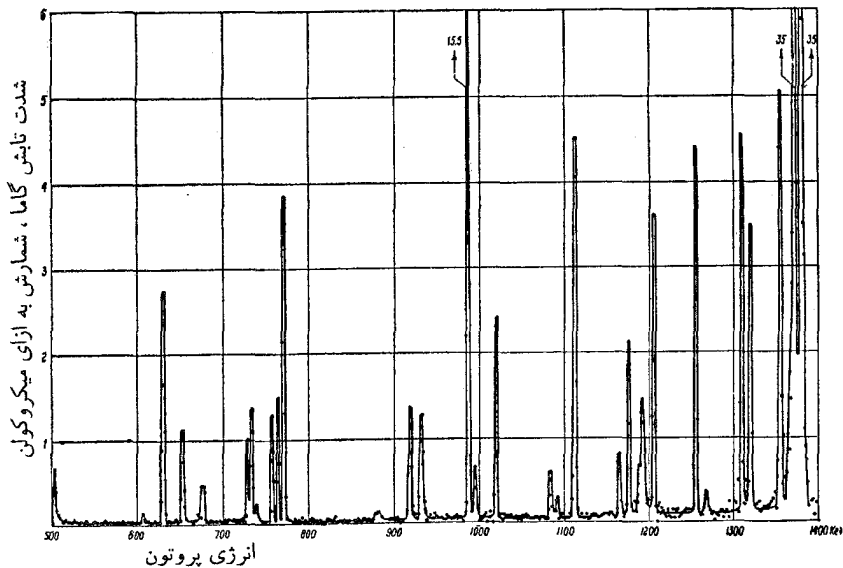
۲۴. در اینجا می‌بینیم که تعداد اعضای این مجموعه سر به میلیون می‌زند که این چیز مقبولی نیست. اگر در آغاز قصد داشته‌ایم که مجموعه نسبتاً جمع‌وجوری از ذرات "مهم" تشکیل بدهیم، اکنون می‌بینیم که این منظور برآورده نشده است. از این گذشته، آخرین عضو گیریهایی که کرده‌ایم، یعنی پذیرفتن "حالت‌های برانگیخته"، بعضی اصول خط‌مشی پذیرش را زیر سؤال می‌برد. برای روشن شدن مطلب، نحوه تعیین تجربی یک حالت برانگیخته (یعنی یک تراز انرژی در بالای حالت پایه سیستم) را در نظر بگیرید. در فصل ۳ توضیح دادیم که حالت‌های برانگیخته چگونه خود را به‌صورت تشدید در فرایندهای پراکندگی نشان می‌دهند. پراکنش تشدیدی نور توسط یک اتم، نمونه‌ای از این رویداد است. اگر میزان پراکنش نور از یک اتم را به‌صورت تابعی از بسامد نور اندازه بگیریم، در بسامدهایی که متناظر با اختلاف انرژی میان

حالت‌های برانگیخته و حالت پایه‌اند، بیشینه‌های تیزی پیدا می‌کنیم. این پدیده منحصر به پراکنش نور نیست؛ در پراکنش ذرات مادی نیز به آن برمی‌خوریم. یک نمونه را در شکل ۲۴ الف می‌بینید. محور عرضها معیاری برای سطح مقطع است و منحنی، به این ترتیب، سطح مقطع جذب پروتون توسط آلومینیم را که به‌طور تجربی اندازه‌گیری شده است به‌صورت تابعی از انرژی نشان می‌دهد. قله‌های تیز در سطح مقطع، محل حالت‌های برانگیخته را در هسته سیلیسیم که در واکنش ایجاد می‌شود مشخص می‌کنند.

T ، یا پهنای هر قله تشدید، عدم قطعیت در انرژی حالت برانگیخته متناظر را اندازه می‌گیرد. وقتی تشدیدها خیلی تیزند، تعبیر آنها به تجلی حالت‌های برانگیخته مشخص‌تر و روشن‌تر است. توافق کردیم که این حالت‌های برانگیخته نیز "ذره" باشند. حالا به شکل ۲۴ ب نگاه کنید که سطح مقطع را برای پراکندگی پیوندهای مثبت از پروتون، به‌صورت تابعی از انرژی نشان می‌دهد. سطح مقطع برای پیوندهای مثبت یک قله خیلی مشخص و نیز یک "برآمدگی" آرام در انرژی بالاتر را نشان می‌دهد. سطح مقطع برای پیوندهای منفی سه قله نسبتاً مشخص را نشان می‌دهد. آیا تمام این قله‌ها متناظر با ذرات‌اند؟ امروزه بسیاری از فیزیکدانها تمایل دارند که به این سؤال پاسخ مثبت بدهند. جرم این "ذرات" (؟) همان طول بیشینه‌هاست.

۲۵. مشکلی که با آن روبه‌رو هستیم این است که خط فاصل را کجا بکشیم. مسلماً نمی‌خواهیم بگوییم که هر "برآمدگی" کوچک در منحنی‌ای که سطح مقطع را به‌صورت تابعی از انرژی نشان می‌دهد متناظر با یک ذره است، ولی از طرف دیگر، هر قاعده‌ای که به‌موجب آن تشدید باید "به‌اندازه کافی" باریک باشد تا آن را به‌عنوان معرف یک ذره بپذیریم، تاحدودی اختیاری است. به عبارت دیگر: اگر قرار باشد شیئی در مجموعه ذرات پذیرفته شود، طول عمر آن نمی‌تواند خیلی کوچک باشد، ولی چقدر کوچک؟

بگذارید یک بار دیگر هدف خودمان را بررسی کنیم. شاید از تلاش برای اینکه تعریف کنیم دقیقاً منظورمان از ذره چیست به‌طور کلی چیزهای عایدمان نشود. تا اینجا کار دسته‌ای از اشیا با میلیونها عضو گرد آورده‌ایم که علاوه بر ذرات دیگر، شامل چیزهایی است مثل پیونها و مولکولهای پروتئین، که از لحاظ کیفیت خیلی با هم فرق دارند. در زبان رایج به هر حال می‌توان همه این چیزها را ذره خواند، ولی اگر سعی کنیم در نظریه اساسی مان پیون و مولکول پروتئین را به یک نحو بررسی کنیم، مشکل بتوان انتظار داشت که چیز مهم و عمیقی درباره برهم‌کنشهای بنیادی یاد بگیریم. بعضی از ذرات آشکارا سیستمهای مرکبی هستند و ما هم باید آنها را در نظریه خودمان به‌همین صورت



شکل ۲۴ الف منحنی حاصل از واکنش $^{28}\text{Si} + p \rightarrow ^{27}\text{Al} + \gamma$. محور عرضها معیاری از سطح مقطع این واکنش است. محور طولها انرژی جنبشی پروتونهاى فرودى برحسب KeV در چارچوب مرجع آزمایشگاه است. قله‌هاى تیز تشدیدها هستند و وجود حالتهاى برانگیخته در هسته سیلیسیم حاصل از واکنش را نشان مى‌دهند.

یادپروتون، پاد نوترون، هیپرونهای درازعمر و پاد ذرات آنها؛ پیونها، K -مزونها، میونها، نوترینوها، الکترون، پوزیترون، و فوتون را می‌پذیریم. به جز پروتون، پاد پروتون، الکترون، پوزیترون، فوتون، و نوترینوها، تمامی ذرات مذکور ناپایدارند ولی با توجه به بحث قبلی، پایداری مطلق را شرطی برای پذیرش در نظر نمی‌گیریم.

ذرات بنیادی به چهار رده تقسیم می‌شوند. فوتون تنها عضو رده اول است. رده‌های دیگر عبارت‌اند از پیونها، مزونها و باریونها (شامل پاد باریونها). جدولهای ۲۶ و ۲۷ ج بعضی خواص لپتونها و مهم‌ترین مزونها و باریونها را نشان می‌دهند.^۱ (جدول بی پیوست را نیز ببینید).

۲۷. در شکلهای ۲۷ الف و ۲۷ ب مزونها و باریونایی که در جدولهای ۲۶ ب و ۲۶ ج آمده‌اند، به صورت نمودارهایی نشان داده شده‌اند که شباهت زیادی به ترازهای انرژی فصل ۳ دارند. هر ذره با یک خط افقی کوتاه بر روی نموداری نمایش داده شده است که محور عرض آن جرم سکون (برحسب MeV) و محور طول آن بار الکتریکی را مشخص می‌کند (بار ذره در وسط پاره خط مشخص شده است).

۱. ظاهراً نامگذاری ذرات بنیادی طوری ابداع شده است که موضوع تاحدودی رنگ و بوی یونانی کهن پیدا کند. اگرچه معلومات مؤلف در زبانهای کلاسیک فوق‌العاده محدود است، با این‌همه احساس می‌کند که دلایل خوبی در دست دارد تا گمان برد که اصول زبانشناختی‌ای که این اصطلاحات "یونانی" -آهنگ براساس آنها ساخته شده‌اند، صددرصد صحیح نیستند.

توصیف کنیم: باید آنها را برحسب برهم‌کنشهای اجزایی بنیادی‌ترشان "تبیین" کنیم.

از یک دیدگاه عملی، می‌توانیم سلسله مراتبی را برای ذرات تصور کنیم که در آن درجه بنیادی بودن ذرات به مراتب افزایش می‌یابد. بسته به نوع پدیده فیزیکی‌ای که می‌خواهیم مطالعه کنیم، مفهوم "اجزای بنیادی یک" سیستم مرکب، تغییر می‌کند. در زبان رایج، می‌توانیم بگوییم مولکول حالت مقیدی از اتمهاست، و اتم حالت مقیدی از یک هسته و چند الکترون است، و هسته حالت مقیدی از پروتونها و نوترینوهاست. ولی پروتون، الکترون، و نوترون به هیچ‌وجه حالتهاى مقیدی از هیچ چیز دیگری نیستند: آنها را می‌توان جزء ذرات بنیادی نهایی دانست. به همین خاطر است که این اشیا در نظریه اساسی مورد توجه خاص واقع می‌شوند.

۲۶. حالا می‌خواهیم از میان تمام این ذرات، زیرمجموعه ذرات (واقعاً؟) بنیادی را در نظر بگیریم. نخستین اصل ما این خواهد بود که هیچیک از اشیایی را که "آشکارا مرکب" باشند در این مجموعه کوچک و اختصاصی راه نمی‌دهیم. در فصل ۱ از چند ملاک تجربی برای تشخیص ماهیت مرکب یا بنیادی یک ذره گفتگو کردیم. همه اتمها، همه مولکولها و همه هسته‌های سنگین‌تر از پروتون مرکب‌اند، بنابراین، از مجموعه جدید خارج می‌شوند. با این کار در حدود یکصد ذره که "آشکارا مرکب نیستند" بریمان باقی می‌ماند. ما پروتون، نوترون،

جدول ۲۶ الف. لیتونها

جرم MeV	بار	ذره
۰٫۵۱۱	-e	الکترون e^-
۰٫۵۱۱	+e	پوزیترون e^+
۱۰۵٫۷	-e	μ^-
۱۰۵٫۷	+e	μ^+
۰	۰	نوترینو ν_e
۰	۰	پاد نوترینو $\bar{\nu}_e$
۰	۰	نوترینو ν_μ
۰	۰	پاد نوترینو $\bar{\nu}_\mu$

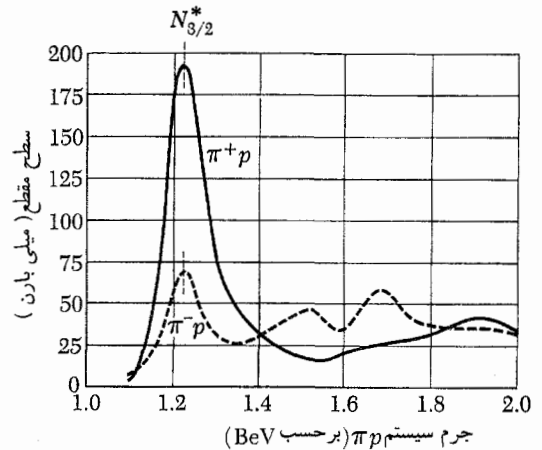
میونها ناپایدارند و مطابق رابطه $\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \bar{\nu} + \nu$ و امی باشند. فرض شده است یکی از نوترونها μ -نوترینو و دیگری e -نوترینو است (عمر متوسط میونها $10^{-6} \times 2.2$ sec است). ذرات دیگر پایدارند. تمام لیتونها تکانه زاویه‌ای اسپینی $\frac{1}{2}$ دارند.

ولی امروز اغلب فیزیکدانان مایلند که آنها را جزو ذرات بنیادی بپذیرند.

۲۸. رده‌بندی برهم‌کنشهایی که در طبیعت رخ می‌دهند عبارت است از برهم‌کنشهای قوی (که "نیروهای هسته‌ای" به این رده تعلق دارند)، برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی، برهم‌کنشهای ضعیف، و برهم‌کنشهای گرانشی. مزونها، باریونها و پاد باریونها با یکدیگر برهم‌کنش قوی دارند. فوتونها و لیتونها تحت اثر برهم‌کنشهای قوی قرار نمی‌گیرند: رفتار آنها را برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و ضعیف تعیین می‌کند. ذراتی که برهم‌کنش قوی دارند (و امروز غالباً هادرون خوانده می‌شوند) در برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و ضعیف نیز شرکت می‌کنند. از این میان، بسیاری از ذرات ناپایدار "از طریق" برهم‌کنشهای ضعیف و امی باشند و بنابراین عمرشان در مقیاس هسته‌ای زمان، بسیار طولانی است.

چند قانون مهم پایستگی و چند اصل تقارن بر برهم‌کنشهای ذرات بنیادی حکمفرما هستند. بنابر یکی از این قوانین پایستگی، در تمام برهم‌کنشها بار الکتریکی ثابت می‌ماند. قانون پایستگی مشابهی نیز برای عدد باریونی وجود دارد. اگر به فوتون، لیتونها و مزونها عدد باریونی صفر، به باریونهای جدول ۲۶ ج عدد باریونی

۱. پایستگی باریک اصل اساسی نظریه الکترومغناطیس است. رجوع کنید به دوره فیزیک برکلی، جلد ۲، الکتریسته و مغناطیس، میحت ۴.



شکل ۲۴ این دو منحنی سطح مقطع مشاهده شده در پراکنش بیونهای مثبت و منفی توسط پروتون را نشان می‌دهند. محور عرضها سطح مقطع کل بر حسب میلی بارن است، و محور طولها انرژی کل بیون و پروتون در چارچوب مرجع مرکز جرم است. این روش مناسب برای بیان انرژی است زیرا جای یک قله برجسته مستقیماً با جرم "ذره" یا حالت تشدید متناظر است.

به قله‌های بزرگ در انرژی تقریباً ۱٫۲۳۸ GeV توجه کنید. این انرژی متناظر است با انرژی جنبشی بیون به مقدار تقریباً ۱۹۵ MeV در دستگاه مرجع آزمایشگاهی که در آن بیون فرودی با پروتون ساکن برخورد می‌کند.

ما این تشدیدها را با نماد $N_{3/2}^*$ نشان داده‌ایم. نمادگذاری $\Delta(1238)$ نیز غالباً به‌کار می‌رود.

به‌موجب نظرات رایج، نمودارهای ذرات را باید کاملاً مشابه ترازهای انرژی برای اتمها دانست. هر نمودار متناظر است با یک "چندتایی" از ذراتی که با هم ارتباط نزدیک دارند و از یک لحاظ می‌توان آنها را حالت‌های مختلف یک ذره "عام" آن چندتایی دانست.

شکل ۲۷ ج چندتایی پادباریون را با هشت ذره که پاد ذره‌های هشت باریون شکل ۲۷ ب هستند نشان می‌دهد. پاد ذره‌های مزون‌هایی که در شکل ۲۷ الف نشان داده شده‌اند نیز در همان نمودارها آمده‌اند: می‌گوییم هشت‌تایی مزون، خود-مزدوج است. پس پیون منفی پاد ذره پیون مثبت، و K^- -مزون منفی پاد ذره K^+ -مزون مثبت است. ذراتی که با K_0 و \bar{K}_0 مشخص شده‌اند، یک جفت ذره-پاد ذره تشکیل می‌دهند. پیون خنثی و اتا-مزون هرکدام پاد ذره خود هستند.

شکل ۲۷ د یک چندتایی از ده باریون را نشان می‌دهد که شامل تشدیدی است که در شکل ۲۴ ب با $N_{3/2}^*$ مشخص شده است. جایگاه این ذرات (تشدیدی) شاید هنوز مورد تردید باشد،

جدول ۲۶. ب. هشت تایی مزون اصلی

مُد های اصلی واپاشی	طول عمر sec	جرم MeV	ذره
$\mu^+ \nu_\mu$	$2,61 \times 10^{-8}$	۱۳۹,۶۰	π^+
$\mu^- \bar{\nu}_\mu$			پیونهای باردار
$\gamma\gamma$	$0,89 \times 10^{-16}$	۱۳۴,۹۸	π^0
$\gamma e^+ e^-$			پیون خنثی
$\mu^\pm \nu$ $\pi^\pm \pi^0$ $\pi^\pm \pi^+ \pi^-$	$1,23 \times 10^{-8}$	۴۹۳,۸	K^+ - مزونهای باردار K^-
$\pi^+ \pi^-$ $\pi^0 \pi^0$			$0,87 \times 10^{-10}$ K_1 } - مزونهای خنثی K_2 } K^0 \bar{K}^0
$\pi^0 \pi^0 \pi^0$ $\pi^+ \pi^- \pi^0$ $\pi \mu \nu$ $\pi e \nu$	$5,68 \times 10^{-8}$	۴۹۷,۹	
$\gamma\gamma$ $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ $\pi^0 \gamma\gamma$ $\pi^+ \pi^- \pi^0$ $\pi^+ \pi^- \gamma$			؟ $< 7 \times 10^{-20}$ $> 7 \times 10^{-21}$

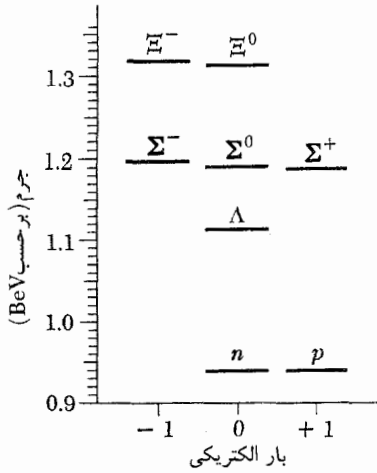
تکانه زاویه‌ای اسپینی مزونهای بالا صفر و عدد باریونی آنها هم صفر است. دو K^- -مزون خنثای K^0 و \bar{K}^0 در واپاشی خود طوری رفتار می‌کنند که گویی "مخلوطی" از دو ذره K_1 و K_2 هستند که طول عمر آنها متفاوت و اختلاف جرم آنها بسیار کم است.

۲۹. عقیده بر آن است که دو قانون پایستگی‌ای که ذکر کردیم، برای تمامی برهم‌کنشها برقرارند. قوانین پایستگی دیگری هم داریم که مشخصه انواع مختلف برهم‌کنشها هستند. مثلاً، می‌توان از پایستگی چیزی که فوق‌بار خوانده می‌شود در برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی یاد کرد. می‌توانیم به هر ذره با برهم‌کنش قوی، یک عدد کوانتومی فوق‌بار (که عدد صحیح است) نسبت بدهیم به طوری که فوق‌بار کل در تمام

۱+، و به پاد باریونهای مربوط به آنها عدد باریونی ۱- نسبت بدهیم، آنگاه می‌توانیم بگوییم که عدد باریونی کل در تمام برهم‌کنشها پایسته می‌ماند. این اصل از یک لحاظ پایداری پروتون را "توضیح" می‌دهد. از آنجا که پروتون در میان باریونها از همه سبک‌تر است نمی‌تواند به ذرات دیگر واپاشد مگر آنکه این اصل پایستگی را نقض کند.

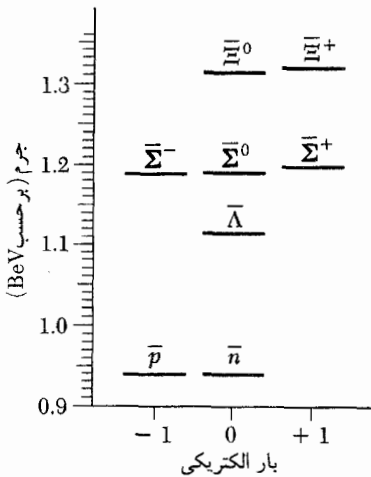
جدول ۲۶ ج. هشت تایی باریون اصلی

مُد های اصلی واپاشی	طول عمر sec	جرم MeV	ذره
-	پایدار	۹۳۸,۲۵۶	p پروتون
$pe^{-}\bar{\nu}$	$1.0^3 \times 10^{-10}$	۹۳۹,۵۵۰	n نوترون
$p\pi^{-}$ $n\pi^{0}$	2.51×10^{-10}	۱۱۱۵,۵۸	Λ هیپرون لاتدا
$p\pi^{0}$ $n\pi^{+}$	0.81×10^{-10}	۱۱۸۹,۴۷	Σ^{+} هیپرونهای سیگما
$\Lambda\gamma$	$< 10^{-14}$	۱۱۹۲,۵۶	Σ^{0}
$n\pi^{-}$	1.65×10^{-10}	۱۱۹۷,۴۴	Σ^{-}
$\Lambda\pi^{0}$	3.0×10^{-10}	۱۳۱۴,۷	Ξ^{0} ذرات آبشاری
$\Lambda\pi^{-}$	1.7×10^{-10}	۱۳۲۱,۲	Ξ^{-}

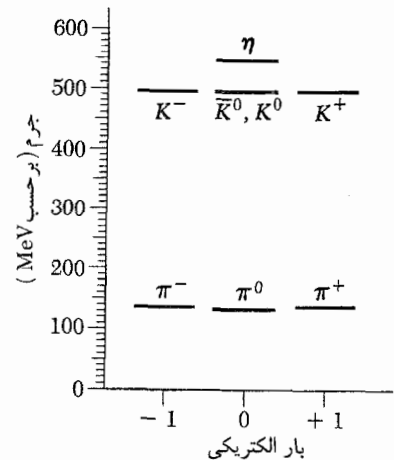


شکل ۲۷ ب طیف جرمی هشت تایی باریون که پروتون (p) و نوترون (n) به آن تعلق دارند. این ذرات همگی عدد باریونی $+1$ و تکانه زاویه‌ای اسپینی $\frac{1}{2}$ دارند. این نمودار را می‌توان به عنوان نمودار تراز انرژی تعبیر کرد که هشت حالت مختلف "ذره عمومی" وابسته به این چند تایی را نشان می‌دهد.

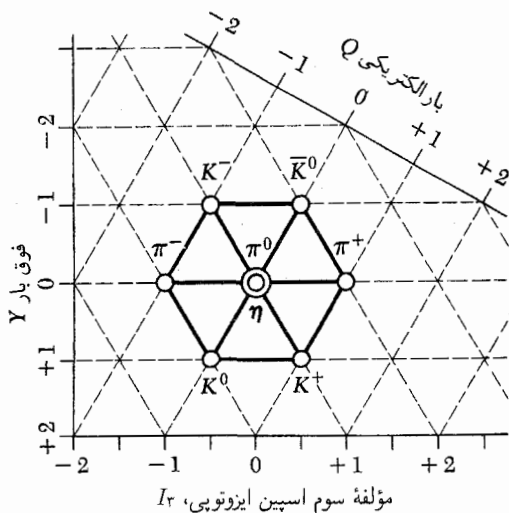
این ذرات همگی تکانه زاویه‌ای اسپینی $\frac{1}{2}$ و عدد باریونی $+1$ دارند. مجموعه‌ای هشت تایی از یاد باریونها شامل یاد ذره‌های بالا وجود دارد. این یاد ذره‌ها دارای همان جرم، اسپین، و عمر متوسط اند اما بار و عدد باریونی مخالف دارند.



شکل ۲۷ ج طیف جرمی هشت تایی یاد باریون متشکل از یاد ذره‌های ذرات شکل ۲۷. ذرات این چند تایی همگی دارای عدد باریونی -1 و تکانه زاویه‌ای اسپینی $\frac{1}{2}$ هستند. اگر تصویر آینه‌ای نمودار باریونها را نسبت به خط قائم مربوط به بار صفر تعیین کنیم نمودار یاد باریونها را به دست می‌آوریم، و برعکس.



شکل ۲۷ الف طیف جرمی هشت تایی مزون که بیونها و K -مزونها به آن تعلق دارند. این ذرات همگی دارای عدد باریونی صفر و تکانه زاویه‌ای اسپینی صفرند. دو K -مزون خنثی K^0 و \bar{K}^0 که در نمودار تراز انرژی با دو خط موازی نشان داده شده‌اند، در حد دقت این ترسیم دارای جرم مساوی هستند. زوجهای ذره-یاد ذره نسبت به خط قائم مربوط به بار صفر به طور متقارن قرار می‌گیرند. ذرات π^0 و η یاد ذره خودشان هستند. K^0 یاد ذره K^0 است.



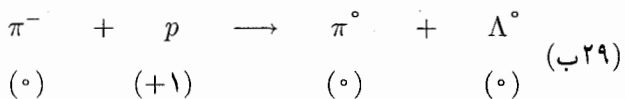
شکل ۲۹ الف نمودار نشان‌دهنده بار و فوق‌بار ذرات هشت‌تایی مزون که طیف جرمی آن در شکل ۲۷ الف آمده است. فوق بار کل در برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی پایسته است. بار کل در تمام برکنشها پایسته است.

اگر ذرات روی یک شبکه مختصاتی شش وجهی ترسیم شوند، مانند شکل بالا، نقش حاصل خیلی جالب توجه می‌شود. این نقش با پیش‌بینی نظریه راه هشتگانه تقارن سازگار است. بخصوص این نظریه وجود دو ذره در مرکز نمودار (در این مورد ذرات π^0 و η) را پیشگویی می‌کند.

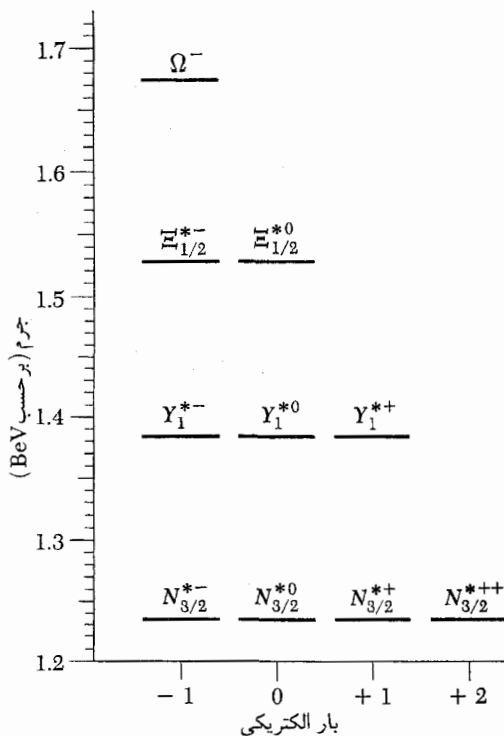
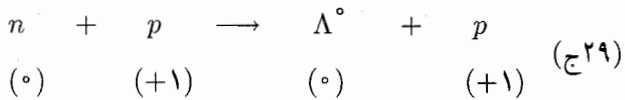
محور طولها عدد کوانتومی رایج دیگری را نشان می‌دهد که مؤلفه سوم ایزو اسپین نامیده می‌شود. این کمیت (که با I_3 نشان داده می‌شود) نیز در برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی پایسته است.

ذرات این نمودار همگی دارای عدد باریونی صفر و تکانه اسپینی صفر هستند.

مجاز است، و معلوم شده است که هر وقت پیوندهای منفی با انرژی کافی به پروتونها برخورد کنند این واکنش به راحتی صورت می‌گیرد. (اعداد زیر نمادهای ذرات، فوق‌بار آنها را نشان می‌دهد.) اصل پایستگی فوق‌بار، واکنش



را ممنوع می‌کند. و این بخصوص به این معنی است که ذره لاتدا نمی‌تواند در یک برخورد پيون-پروتون ایجاد شود، مگر اینکه انرژی کافی برای ایجاد K^- -مزون مطابق واکنش (۲۹ الف) وجود داشته باشد. تاکنون هیچ نمونه‌ای از واکنش (ب ۲۹) مشاهده نشده است. واکنش

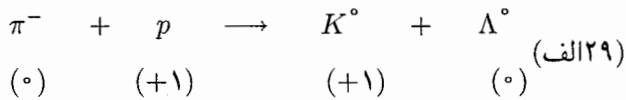


شکل ۲۷ د تراز انرژی نشان‌دهنده یک چندتایی از ده باریون شامل غالب‌ترین تشدیدها در پراکنش پيون-نوکلئون. (در شکل ۲۴ ب سطح مقطع‌های پيون-نوکلئون آمده است.) در نمودار، تشدیدها با $N_{3/2}^*$ نشان داده شده‌اند. (نماد Δ را نیز برای این ذرات به کار می‌برند.) تمام ذرات این نمودار عدد باریونی +۱ و تکانه زاویه‌ای اسپینی $\frac{3}{2}$ دارند.

نظمهای موجود در نقش ذرات بالا بسیار چشمگیر است. تاکنون این جزئیات به خوبی درک نشده‌اند. این را که تشدیدهای پيون-نوکلئون باید در یک چندتایی از ده ذره گنجانده شوند می‌توان براساس اصل تقارنی که به راه هشتگانه معروف است درک کرد. در واقع ذره امگای منفی قبل از مشاهده تجربی به طور نظری پیش‌بینی شده بود. عمر متوسط این ذره $10^{-10} \times 1.5$ sec است. سایر ذرات این نمودار عمرهای فوق‌العاده کوتاهی دارند.

فرایندهای الکترومغناطیسی و قوی پایسته بماند. ولی در برهم‌کنشهای ضعیف، فوق‌بار پایسته نیست. نمودارهای شکل‌های ۲۹ (الف-د)، اعداد کوانتومی فوق‌بار را که به چند ذره با برهم‌کنش قوی نسبت داده شده‌اند، نشان می‌دهند.

حالا به چند مثال توجه می‌کنیم که کاربردهای پایستگی فوق‌بار را نشان می‌دهند. طبق این اصل، واکنش



را کوارک نامیده است. این پیشنهاد، بیخودی و غریب نیست: گلמן دریافت کرده بود که چنانچه کوارکها (و پاد کوارکها) واقعاً وجود داشته باشند، برخی از خواص مزونها و باریونها، و بخصوص اصول تقارنی حاکم بر برهمکنشهای آنها، را می توان به شیوه ای زیبا و رضایتبخش تبیین کرد. به موجب نظرات گلמן، این ذرات حامل بار $\pm e/3$ و $\pm 2e/3$ اند، که در آن e بار پروتون است، و از این لحاظ با همه ذرات شناخته شده تفاوت بارزی دارند. در شکل ۳۱ الف نمودار تقارن برای کوارک نشان داده شده است.

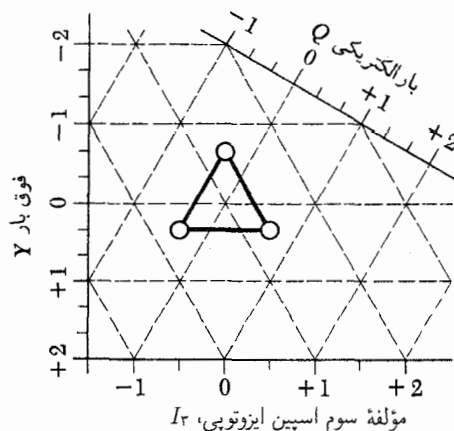
جستجو برای کوارکها ادامه دارد، ولی تا امروز چیزی پیدا نشده است. کوارکها باید در مقایسه با نوکلئونها خیلی سنگین باشند: در غیر این صورت می بایست در آزمایشهای شتاب دهنده ها "دیده" شده باشند. از اینجا می توان نتیجه گرفت که اگر یک نوکلئون واقعاً حالت مقیدی از (سه) کوارک باشد، باید انرژی بستگی در مقایسه با جرم نوکلئون بسیار زیاد باشد. به همین جهت نوکلئون سیستمی است که به شدت مقید است و از این لحاظ با سیستمهای مقیدی که با آنها آشنا هستیم، یعنی اتمها، مولکولها و هسته ها، تفاوت اساسی دارد. (انرژی بستگی یک اتم، مولکول، یا هسته در مقایسه با جرم سیستم، اندک است). بنابراین می توان گفت اگرچه ممکن است روزی معلوم شود که نوکلئونها مرکب اند، ولی مسلماً به همان معنی مرکب نخواهند بود که مثلاً دوترون مرکب است.

مفاهیم اساسی نظریه میدان کوانتومی

۳۲. حالا بعضی تلاشها و کارهای نظری را که برای درک برهمکنشهای ذرات انجام گرفته است بررسی می کنیم. همان نظری را که در بخش ۹ به آن رسیدیم، مبنی بر اینکه پدیده پراکندگی را باید جلوه ای از برهمکنش امواج با امواج دانست، دنبال خواهیم کرد. متناظر این مفهوم کلاسیک که دو ذره بر یکدیگر نیرو وارد می کنند، در مکانیک کوانتومی آن است که امواج دوبروی ذرات برهمکنش می کنند. معنی این گفته چیست؟ معنی اش این است که حضور موج دوبروی یک ذره بر انتشار موج دوبروی ذره دیگر تأثیر می گذارد. البته این تنها در صورتی اتفاق می افتد که محیطی که امواج دوبروی در آن منتشر می شوند، غیرخطی باشد. یعنی محیط به صورت غیرخطی "پاسخ بدهد." در یک محیط خطی،

بسیار محدود است. با این همه، برای نمودارهای تقارنی شکلهای ۲۹ (الف-د) یک نظریه پدیده شناختی (به نام روش هشت تایی) در دست است که براساس آن می توان همه نمودارهای تقارنی ممکن را پیدا کرد و می توان چیزهای زیادی درباره ذرات وابسته به این نمودارها گفت. مهم ترین تأیید این نظریه وقتی حاصل شد که پیشگویی گلמן^۱ مبنی بر وجود ذره ای که در شکلهای ۲۷ د و ۲۹ د با Ω^- مشخص شده است، به طور تجربی به اثبات رسید.^۲

۳۱. ذرات بنیادی که نام بردیم (به اضافه چندتای دیگر) ظاهراً همگی "به یک اندازه بنیادی" اند: به نظر نمی رسد که هیچ یک از آنها "مرکب" باشد. با این حال، بعضیها فکر می کنند که ممکن است اشیای بنیادی تری نیز وجود داشته باشند. به این ترتیب گلמן این نظر را مطرح کرده است که مزونها و باریونها ممکن است سیستمهایی باشند مرکب از ذراتی که تاکنون ناشناخته مانده اند؛ خود او این ذرات



شکل ۳۱ الف اگر کوارکها واقعاً وجود داشته باشند باید نمودار تقارن راه هشتگانه ای مانند آنچه در بالا نشان داده شده است باشند. ذرات این سه تایی باید همگی دارای عدد باریونی $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ ، و تکانه زاویه ای اسپینی $\frac{1}{2}$ باشند. توجه کنید که دو تا از این ذرات حامل بار الکتریکی $\frac{1}{3}$ هستند در حالی که ذره سوم بار الکتریکی $\frac{2}{3}$ دارد. سه تایی متناظر پاد کوارکها نمودار تقارنی دارد که از بازتاب نمودار بالا نسبت به خط مربوط به بار الکتریکی صفر به دست می آید. پاد کوارکها باید عدد باریونی $\frac{1}{3}$ داشته باشند. مزونها هشت تایی در شکل ۲۹ الف را می توان حالتی مقید از یک کوارک و یک پاد کوارک در نظر گرفت. باریونها هشت تایی شکل ۲۹ ب را می توان حالتی مقید از سه کوارک در نظر گرفت.

اگر نظریه کوارک به هر صورت رابطهای با واقعیت داشته باشد، باید دست کم یک ذره ناپایدار با بار کسری وجود داشته باشد. چنین ذره ای تاکنون آشکارسازی نشده است، و کاملاً محتمل است که ذرات با بار کسری وجود نداشته باشند. فعلاً ایده کوارک در مرحله اندیشه محض است.

1. Murray GellMann

2. V. E. Barnes et al., "Observation of a Hyperon with Strangeness Minus Three," *Physical Review Letters* **12**, 204 (1964).

(قابل ذکر است که در فهرست مؤلفان این مقاله نام ۳۳ نفر آمده است!)

که انتشار امواج در آن با یک معادله دیفرانسیل خطی بیان می‌شود، هر برهم‌نهم خطی از دو موج، موج ممکن دیگری را به دست می‌دهد و حضور یک موج بر رفتار موج دیگر تأثیری ندارد.

۳۳. حالا می‌خواهیم راجع به ماهیت خلأ یا فضای تهی گفتگو کنیم. وقتی نظریه الکترومغناطیسی در قرن نوزدهم تکمیل شد، خلأ به اسم دیگری، یعنی به "اتر"، معروف بود. وقتی از موج صحبت می‌شود، طبعاً این سؤال پیش می‌آید که چه چیزی "نوسان می‌کند"، فیزیکدانهای قرن گذشته می‌گفتند که این اتر است که نوسان می‌کند و رفتار امواج الکترومغناطیسی در اتر را معادلات ماکسول توصیف می‌کنند. برای فیزیکدانهای آن دوره طبیعی به نظر می‌رسید که سعی کنند الکترومغناطیس را از روی مدل‌های مکانیکی بفهمند و امواج الکترومغناطیسی را چیزی مشابه با امواج کشسان در جامدات بدانند. تلاش زیادی صرف پرداختن به چنین تعبیراتی شد. البته با قطعیت معلوم شد که خواص مکانیکی اتر هیچ شباهتی به خواص جامد یا شاره واقعی ندارد، اما این امر را به خودی خود نباید علیه نظریه به‌کار گرفت.

ولی می‌توان ایرادهای معرفت‌شناختی مهمی به نظریه مکانیکی اتر وارد کرد: در نظر گرفتن خواص مکانیکی اتر کاری است غیر ضروری که هیچ چیزی به درک ما از الکترومغناطیس اضافه نمی‌کند. معادلات ماکسول به خودی خود و بدون هیچ‌گونه تعبیر مکانیکی، همه آنچه را که در نظریه کلاسیک الکترومغناطیس دارای اهمیت تجربی است بیان می‌کنند. مثلاً، اگر بخواهیم انتشار امواج رادیویی را از یک آنتن به آنتن دیگر توصیف کنیم کافی است معادلات ماکسول را با شرایط مرزی مناسب حل کنیم، و هیچ اهمیتی نخواهد داشت که یک مدل مکانیکی برای انتشار موج داشته باشیم یا نه. فیزیکدانها به تدریج دریافتند که آنچه در مطالعه الکترومغناطیس اهمیت دارد، معادلات ماکسول است؛ در نتیجه دست از تلاش برای بنا کردن مدل‌های مکانیکی برداشتند، و به این نتیجه رسیدند که این سؤال که "واقعاً چه چیزی نوسان می‌کند"، عملاً بی‌معنی است.

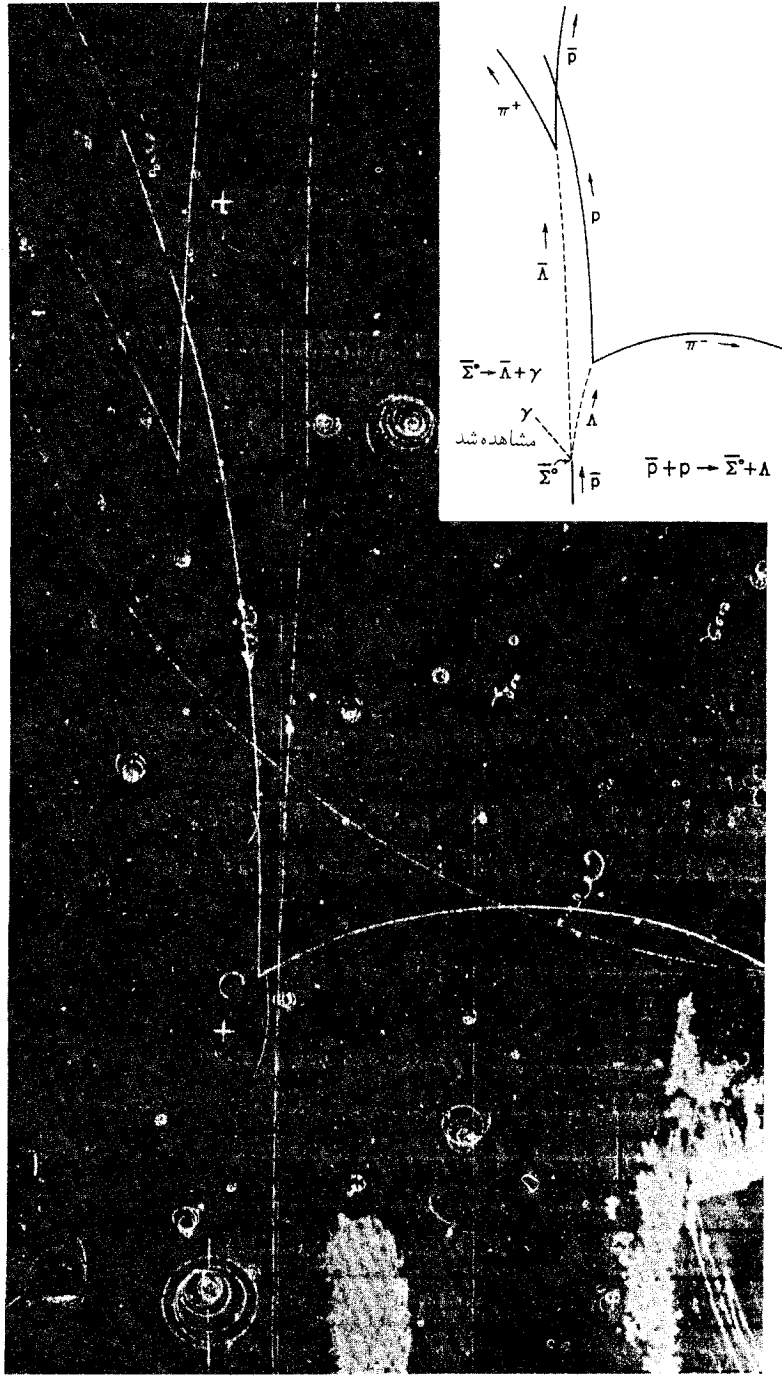
۳۴. پیدایش نظریه نسبیت خاص، طرد نظریه مکانیکی اتر را تسریع کرد. دلایل این امر را مرور می‌کنیم. اگر اتر خواصی شبیه به خواص یک جامد یا شاره معمولی داشته باشد، آن وقت مسلماً انتظار داریم چارچوب لختی وجود داشته باشد که اتر نسبت به آن، دست‌کم به طور موضعی، ساکن باشد. از طرف دیگر، ظاهراً همه تجارب مربوط نشان می‌دهند که هیچ راهی برای تعیین یک حالت حرکت مطلق نسبت به اتر وجود ندارد؛ همه چارچوبهای لخت با یکدیگر کاملاً هم‌ارزند.

این نکته اخیر یکی از ارکان نظریه نسبیت خاص است. اگر این حکم درست باشد (که ما قویاً به آن معتقدیم) معنی‌اش این است که اتر در حال حرکت همان خصوصیات فیزیکی را دارد که اتر در حال سکون، و مسلماً این خاصیتی است که یک جامد یا شاره معمولی با آن بیگانه است. با توجه به این خاصیت "غیر مکانیکی" و بنیادی اتر، بی‌معنی به نظر می‌رسد که خواص مکانیکی دیگری را هم به آن نسبت بدهیم.

۳۵. امروز اتر مکانیکی از جهان فیزیک رخت بر بسته است، و همچنین خود واژه "اتر"، به دلیل مفهوم ضمنی "بد"ش، کمتر در متون فیزیکی به چشم می‌خورد. در عوض طوری با جرأت از "خلأ" صحبت می‌کنیم که در واقع بی‌علاقگی خود را نسبت به محیطی که موج در آن منتشر می‌شود (اتر) نشان می‌دهیم. از این به بعد وقتی امواج الکترومغناطیسی یا امواج دوربری را مطالعه می‌کنیم نمی‌پرسیم که چه چیزی "واقعاً نوسان می‌کند". تنها چیزی که می‌خواهیم آن است که معادلات موج را برای این امواج فرمولبندی کنیم تا از این طریق بتوانیم پدیده‌هایی را که به‌طور تجربی مشاهده می‌شوند پیش‌گویی کنیم. همان‌طور که قبلاً گفتیم، این معادلات اگر قرار است ذرات برهم‌کنش کننده را توصیف کنند، باید غیرخطی باشند. فرمولبندی این گونه معادلات موج و استخراج پیشگوییهای تجربی از آنها موضوعات و هدفهای نظریه میدان کوانتومی‌اند، که قرار است نظریه اساسی ذرات بنیادی باشد. در این نظریه امواج توسط میدانهای کوانتومی توصیف می‌شوند و به یک معنی، این نظریه تعمیم نظریه کلاسیک امواج به نوع کوانتومی آن است.

فکر توصیف ذرات برهم‌کنش کننده برحسب میدانهای کوانتومی، از بسیاری جهات جالب است، و ما چنانکه باید سعی خواهیم کرد جنبه‌های کلی این نظریه را درک کنیم. بحث کامل در این زمینه نیاز به ابزارهای پیچیده ریاضی دارد که فعلاً آنها را در اختیار نداریم. بنابراین باید از جزئیات صرف‌نظر کنیم.

۳۶. اکنون مسئله توصیف یک برهم‌کنش بین دو (یا چند) ذره را به صورت خیلی کلی بررسی می‌کنیم. به منظور آشنایی بیشتر با مسئله، ابتدا در چارچوب فیزیک کلاسیک به مطالعه آن می‌پردازیم. در یک نظریه غیرنسبیتی می‌توانیم نیروهای وابسته به مکان را که بین ذرات عمل می‌کنند وارد کنیم. نیرویی که به یک ذره وارد می‌شود به مکان آن ذره، و همچنین به مکان ذرات دیگر در همان زمان، بستگی دارد. در این مورد، تأثیر نیرو لحظه‌ای است: اگر مکان یک ذره ناگهان تغییر کند، ذرات دیگر تغییر متناظر در نیرو را در همان لحظه "احساس" می‌کنند.



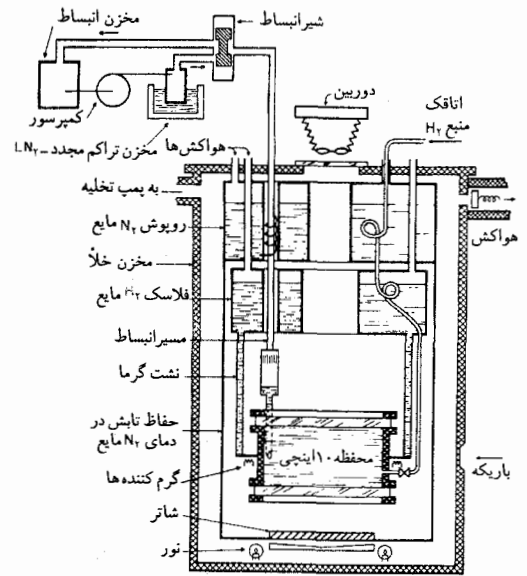
تصویر اتاقک حباب که تولید و واپاشی یک ذره پادسیگمای صفر را نشان می‌دهد. قسمت ضمیمه شده، واکنشها و هویت مسیرهای مختلف را نشان می‌دهد. بدیهی است که ذرات خنثی (که در طرح ضمیمه با خط چین نمایش داده شده‌اند) رد مرئی ندارند. رد ذرات باردار خمیده است زیرا اتاقک در یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه تصویر قرار دارد.

این واکنش تولید، که در آن ذره پادسیگمای صفر و یک ذره لاندایا در برخورد پادپروتون با پروتون به دست می‌آید، یک برهم‌کنش قوی است. ذره پادسیگما-صفر توسط یک برهم‌کنش الکترومغناطیسی به یک ذره پادلاندایا و یک پرتوگاما واپاشیده می‌شود. سایر فرایندهای واپاشی که در تصویر دیده می‌شوند همگی تجلیهای برهم‌کنشهای ضعیف‌اند.

اینجا می‌رسیم که هم ذرات و هم میدانها را در نظر بگیریم. برهم‌کنش ذرات باردار از طریق واسطه میدان الکترومغناطیسی مثال خوبی برای چنین نظریه‌ای است: بارها منابع میدان الکترومغناطیسی اند و میدان الکترومغناطیسی به نوبت خود بر حرکت ذرات باردار تأثیر دارد.

۳۸. مسئله برهم‌کنشهای ذرات را از زاویه دیگری بررسی کنیم. در نظریه غیرنسبیتی کلاسیک، که در آن برهم‌کنش را با نیرویی که به‌طور لحظه‌ای اثر می‌کند توصیف می‌کنیم، اگر مکانها و سرعتهای تمامی ذراتی که یک سیستم منزوی را تشکیل می‌دهند، در یک لحظه از زمان مشخص باشند، رفتار آینده سیستم به‌طور یگانه تعیین خواهد شد. به بیان دیگر، اگر N ذره حضور داشته باشند حالت حرکت سیستم توسط $6N$ پارامتر تعیین می‌شود: درجات آزادی سیستم محدود است. از طرف دیگر، در یک نظریه نسبیتی که در آن برهم‌کنش به‌وسیله میدان توصیف می‌شود، مشخص بودن مکان و سرعت تمام ذرات در یک لحظه از زمان به‌تهایی کافی نیست. لازم است که حالت میدان را هم مشخص کنیم. نظریه الکترومغناطیس کلاسیک این مطلب را به‌وضوح نشان می‌دهد. مکان و سرعت تمام ذرات باردار در یک لحظه معین از زمان به‌هیچ‌وجه میدان الکترومغناطیسی را به‌طور یگانه تعیین نمی‌کند. باید در میان شرایط اولیه، مشخصات میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در همه‌جای فضا را نیز وارد کنیم. ولی برای توصیف حالت میدان الکترومغناطیسی به تعداد نامحدودی پارامتر احتیاج داریم و سیستم ما دیگر سیستمی نخواهد بود که درجات آزادی آن محدود باشد؛ و این وجه تمایز بارزی است که بین نظریه‌های نسبیتی و غیرنسبیتی وجود دارد.

۳۹. یک خصوصیت دیگر هم در نظریه نسبیتی (کلاسیک) هست که باید به آن توجه کنیم، در هر لحظه از زمان، بخشی از انرژی کل سیستم در میدان مستقر می‌شود. این امر الزاماً در نظریه‌ای درست است که در آن برهم‌کنش با میانجی‌گری یک میدان انجام می‌گیرد. به عنوان مثال، دو ذره A و B را که با هم برهم‌کنش می‌کنند در نظر بگیرید. فرض کنید ذره A ناگهان با ذره سوم C ، که مستقیماً با ذره B برهم‌کنش نمی‌کند، برخورد می‌کند. پس حالت حرکت A تغییر خواهد کرد و این تغییر در مدت مقتضی در تغییر میدان مربوط به ذره A در محل ذره B متجلی خواهد شد. سرانجام حالت حرکت ذره B ، و به‌خصوص انرژی جنبشی آن تغییر خواهد کرد. به این ترتیب یک مبادله انرژی بین ذرات A و B با واسطگی میدان صورت می‌گیرد. اگر بخواهیم نظریه‌ای داشته باشیم که در آن صحبت از انرژی کل در یک لحظه از زمان معنی داشته باشد، و اگر بخواهیم این اصل را که انرژی

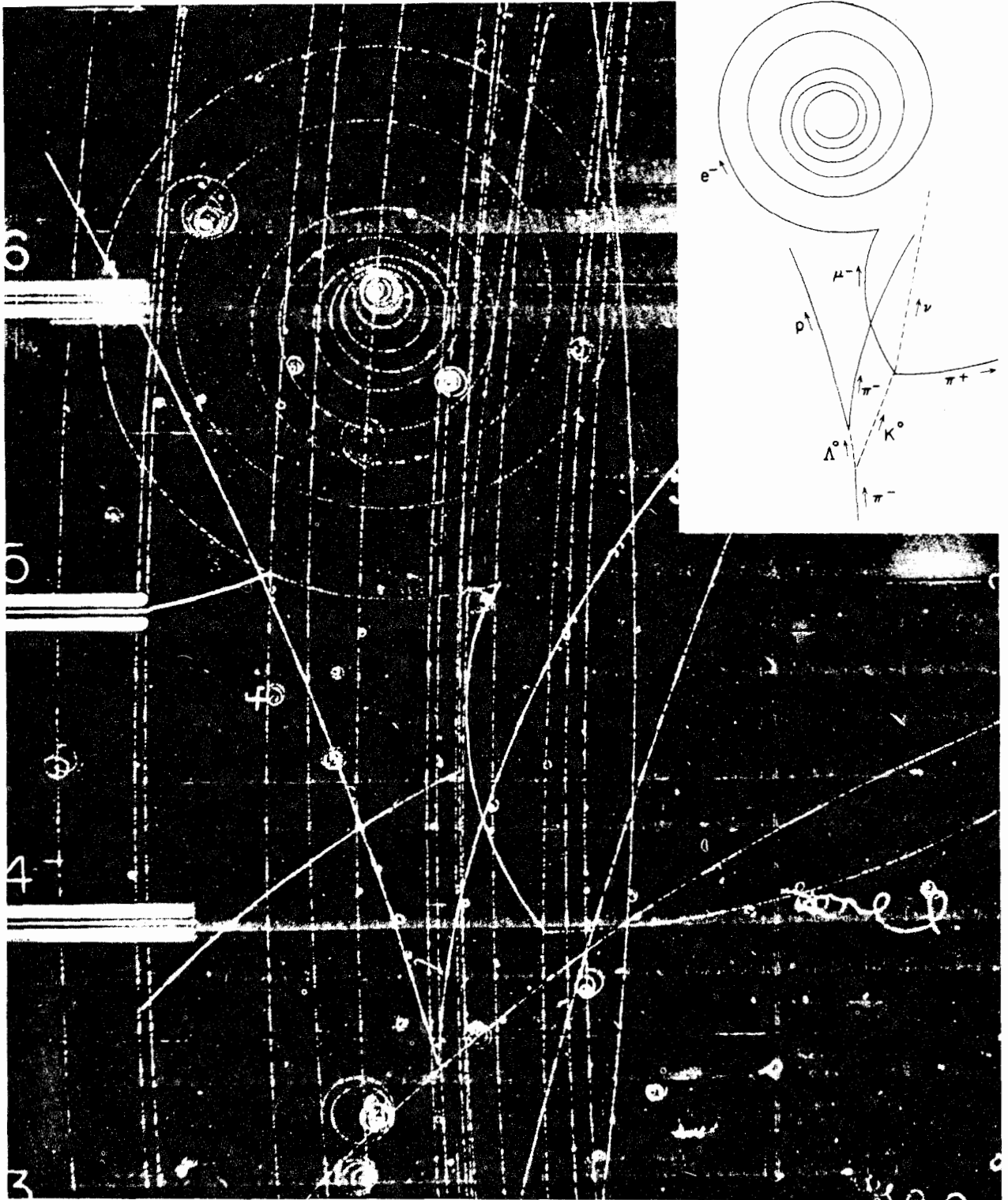


طرحی از یک اتاقک حباب هیدروژن مایع. اتاقک با کاهش ناگهانی فشار هیدروژن مایع فعال می‌شود. دمای این مایع بالای نقطه جوش در فشار کاهش یافته است، اما عمل جوشیدن بلافاصله شروع نمی‌شود: مایع برای مدت کوتاهی در مرحله فوق داغ می‌ماند. عبور یک ذره باردار از این مایع منجر به تخریب موضعی در امتداد مسیر می‌شود. یک رد مرئی متشکل از حبابهای گازی بسیار کوچک ایجاد می‌شود و توسط دوربینی واقع در بالای اتاقک از آن عکس گرفته می‌شود. فشار دوباره بالا برده می‌شود و تمام ردها ناپدید می‌شوند. حالا اتاقک برای رویداد بعدی آماده است.

ما معتقدیم که هر نظریه بنیادی طبیعت باید با اصول نسبیت خاص سازگار باشد. خاطرنشان می‌کنیم که برهم‌کنشی از نوع آنچه در بالا گفته شد، با این اصول تناقض آشکار دارد. هیچ علامتی نمی‌تواند با سرعتی بیش از c منتشر شود، و نتیجه می‌شود که اثر نیرو نمی‌تواند لحظه‌ای باشد. اگر مکان یا حالت حرکت یک ذره ناگهان تغییر کند، باید مدتی طول بکشد تا ذرات دیگر این تغییر را دریافت کنند، و این مدت دست‌کم باید برابر با زمانی باشد که طول می‌کشد تا یک علامت نوری فاصله میان دو ذره را ببیند.

فرمولبندی یک نظریه "ناوردا از لحاظ نسبیتی" برای ذرات کلاسیک برهم‌کنش کننده به هیچ‌وجه بدیهی و آسان نیست و به یک تغییر اساسی در این نظر غیرنسبیتی، یعنی تأثیر لحظه‌ای از دور دست، احتیاج داریم.

۳۷. یک راه برای رفع این مشکل، وارد کردن یک میدان کلاسیک است. هر ذره، چشمه یک میدان است که می‌تواند در فضا منتشر شود، ولی نه با سرعتی بیش از c ، و این میدان بر حرکت ذرات دیگر تأثیر می‌گذارد. پس در یک نظریه نسبیتی کلاسیک از این نوع، به



تصویر اتاقک حباب که تولید و واپاشی ذره لاتدای (خشی) و K -مزون خشی را نشان می‌دهد. ردهای مختلف در کنار تصویر تعیین هویت شده‌اند. فقط ذرات باردار از خود ردّ مرئی می‌گذارند و این ردها به صورت منحنی هستند، زیرا اتاقک در یک میدان مغناطیسی قرار دارد. واکنش قوی عبارت است از: $p + \pi^- = \Lambda^0 + K^0$. برهم‌کنشهای واپاشی همگی ضعیف‌اند. میون منفی، که در واپاشی K^0 گسیل شده است، به یک الکترون، یک نوترینو، و یک پاد نوترینو واپاشیده می‌شود. دو ذره آخر خشی هستند و نمی‌توان آنها را دید.

کل یک سیستم منزوی یک ثابت حرکت است حفظ کنیم، می‌توانیم این سؤال را مطرح کنیم که در فاصله زمانی بین لحظه برخورد ذره A با C و لحظه‌ای که برای نخستین بار تغییر حاصل در حالت حرکت A در محل B احساس می‌شود، انرژی را که سرانجام به B می‌رسد در کجا باید پیدا کرد؟ مجبوریم نتیجه بگیریم که این انرژی باید در میدان مستقر شده باشد.

۴۰. این نحوه استدلال به یک نتیجه جالب دیگر منتهی می‌شود. فرض کنید همان وضعیت برقرار است، با این تفاوت که ذره B وجود ندارد. در لحظه‌ای که A با C برخورد می‌کند، میدان مربوط به A تغییر می‌کند: مقدار معینی انرژی به میدان انتقال می‌یابد. مقدار این انرژی باید همان باشد که با حضور ذره B وجود می‌داشت، زیرا ذره A نمی‌تواند به خوبی "بداند" که ذره B اصلاً حضور ندارد تا انرژی را دریافت کند. حال که B حضور ندارد انرژی که به میدان منتقل شده است کجا می‌رود؟ این انرژی باید یک جایی برود و یک امکان این است که به صورت تابش درمی‌آید. در واقع اوضاع در نظریه الکترومغناطیس همین است: اگر ذره باردار A با ذره دیگر C (که می‌توانیم فرض کنیم باردار نیست) برخورد کند، ذره A یک موج الکترومغناطیسی گسیل خواهد کرد و چنانچه ذره دیگری در کار نباشد تا بخشی از این انرژی را جذب کند، این موج انرژی را "به‌بنهایت" خواهد برد.

بنابراین کلاً باید انتظار داشته باشیم که اگر برهم‌کنش بین ذرات با واسطگی یک میدان صورت بگیرد، این میدان هم بتواند خود را به صورت امواج حامل انرژی که آزادانه منتشر می‌شوند متجلی کند.

۴۱. اکنون می‌خواهیم مسئله برهم‌کنش ذرات را از دیدگاه مکانیک کوانتومی بررسی کنیم. مطالب فصلهای قبلی ما را مقید کرده است که معتقد باشیم به هر ذره یک موج وابسته است و برعکس هر موجی دارای بعضی جنبه‌های ذره‌ای است. می‌توانیم بگوییم موج کوانتومی در واقع همان ذره کوانتومی است: شیء واحدی است که نه به‌طور کامل یک ذره کلاسیک است و نه به‌طور کامل یک بسته موج کلاسیک. اکنون این نکته، مفاهیم ما را به‌نحو بسیار باری و وحدت می‌بخشد. در فیزیک کلاسیک دو نوع متمایز از اشیا را معرفی می‌کنیم، یعنی از یک طرف ذرات را و از طرف دیگر میدانها را که واسطه برهم‌کنش میان ذرات اند. در فیزیک کوانتومی می‌توانیم با بررسی "ذرات" و میدانها به‌طور یکسان، از این دوگانگی نامطلوب اجتناب کنیم. ما نظریه میدانی را فرمولبندی می‌کنیم که انتشار موج-میدانها را، که امواج دوبروی ذرات اند، توصیف می‌کند. نظریه میدان در همان حال برهم‌کنش بین امواج، و از آن طریق به یک معنی نیروهای مؤثر بین ذرات را توصیف می‌کند.

این ایده بسیار جالب توجه است، و همین نظر پایه نظریه میدان کوانتومی را تشکیل می‌دهد. در نظریه شرودینگر نیروهای بین ذرات را باید به‌طور مشخص و برای این منظور خاص معرفی کرد، که با داشتن این نیروها می‌توانیم حرکت ذرات را پیشگویی کنیم. ولی نظریه شرودینگر "تبیین" نمی‌کند که چرا این نیروها این‌گونه هستند. اما در نظریه میدان کوانتومی وجود و ماهیت نیروها ارتباط تنگاتنگی با وجود ذرات دارد: ما یک بیان وحدت‌آمیز از ذرات، امواج، و نیروها داریم. الکترودینامیک کوانتومی که مثالی از نظریه میدان است، تصویری از این خصوصیات را به‌دست می‌دهد. این نظریه نیروهای بین الکترونها (و پوزیترونها) را با واسطگی میدان الکترومغناطیسی، و نیز کوانتومهای الکترومغناطیسی (فوتونها) را که می‌توانند از الکترونها برهم‌کنش کننده گسیل شوند، به‌خوبی بیان می‌کند.

۴۲. خصوصیات اصلی نظریه میدان کوانتومی را مرور می‌کنیم. برای بیان ذرات و برهم‌کنشهای آنها، میدانهای کوانتومی را معرفی می‌کنیم. میدانها توابعی از زمان و مکان هستند و می‌توان گفت که حالت موضعی خلاً را بیان می‌کنند. خصوصیات موجی ماده از همان آغاز در نظریه داخل شده است: پاسخهای معادلات نظریه میدان کوانتومی، امواج هستند. امواج نیز جنبه‌های ذره‌ای دارند. یک ذره کاملاً جایگزیده با یک بسته موج متمرکز شده متناظر است. ذره احتمالاً بیشتر در ناحیه‌هایی از زمان-مکان یافت می‌شود که دامنه میدان بزرگ است.

معادلات میدان، معادلاتی غیرخطی اند و بنابراین می‌توانند برهم‌کنشهای بسته موجها (ذرات) را بیان کنند. غیرخطی بودن فقط وقتی که دامنه میدانها بزرگ است خود را بروز می‌دهد: اگر دامنه‌ها کوچک باشند امواج تقریباً طوری منتشر می‌شوند که در یک نظریه خطی می‌شدند. اگر دو بسته موج مربوط به دو ذره در ناحیه‌ای از فضا در یک لحظه روی هم بیفتند غیرخطی بودن پدیدار می‌شود و دو موج بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند. در تصویر کلاسیک، این امر مربوط به برهم‌کنش بین دو ذره می‌شود. از طرف دیگر اگر امواج به اندازه قابل توجهی روی هم نیفتند چندان برهم‌کنشی نخواهند داشت و این امر، متناظر با این تصویر کلاسیک است که اگر فاصله بین ذرات زیاد باشد، برهم‌کنش آنها بسیار ضعیف خواهد بود.

۱. میدانها در واقع توابع مختلط "معمولی" از مکان و زمان نیستند، بلکه موجودات ریاضی‌ای هستند که "توزیعهای با مقادیر عملگری" خوانده می‌شوند. اما، ما برای منظوره‌های خود می‌توانیم آنها را توابع معمولی در نظر بگیریم (که "امواج صوتی در اثر غیرخطی" را نمایش می‌دهند).

می‌توان بر نظریه میدان کوانتومی، ایرادهای جدی بیشتری، با ویژگی معرفت‌شناختی، وارد کرد. می‌توان گفت این نظریه از این جهت که بسیاری از مفاهیم مقدماتی آن معنای عملیاتی مستقیمی ندارند، قابل اعتراض است. روشن نیست که خود میدان را چگونه باید اندازه‌گیری کرد: این مسئله تنها در بعضی موارد خاص پاسخ دارد، آن‌هم پاسخی که چندان قانع‌کننده نیست. میدان در یک ناحیه بسیار کوچک، که ابعاد خطی آن، فرضاً، 10^{-10} cm است، به چه معناست؟ چگونه و با چه وسایلی می‌خواهیم میدان را در یک چنین ناحیه‌ای اندازه بگیریم؟ چه کسی واقعاً فواصل کوچک‌تر از 10^{-13} cm را اندازه گرفته است؟

این ایرادات مسلماً جدی هستند. ولی در مقابل می‌توان گفت که لزومی ندارد هر مفهومی در نظریه واقعاً معنای عملیاتی مستقیمی داشته باشد. حتی اگر تصور اینکه چگونه می‌توان فواصل 10^{-10} cm را "اندازه‌گیری کرد" مشکل باشد، هنوز این امکان هست که مختصات زمانی-مکانی را به عنوان بیان‌کننده "عرصه" ای که رویدادهای فیزیکی در آن اتفاق می‌افتند، به‌کار ببریم. از طرف دیگر، ممکن است لازم باشد نظریه رضایتبخش آینده در مورد برهم‌کنشهای ذرات بنیادی، بر پایه کنار گذاشتن برخی از دریافت‌های ما از زمان و مکان بنا شود. نظریه‌های میدان کوانتومی، جزئیات آنچه را که در هر نقطه از فضا و در هر لحظه از زمان روی می‌دهد، بیان می‌کنند، و این احتمالاً خیلی زیاد است: ممکن است اصولاً بیرون از حوزه معرفت ما باشد.

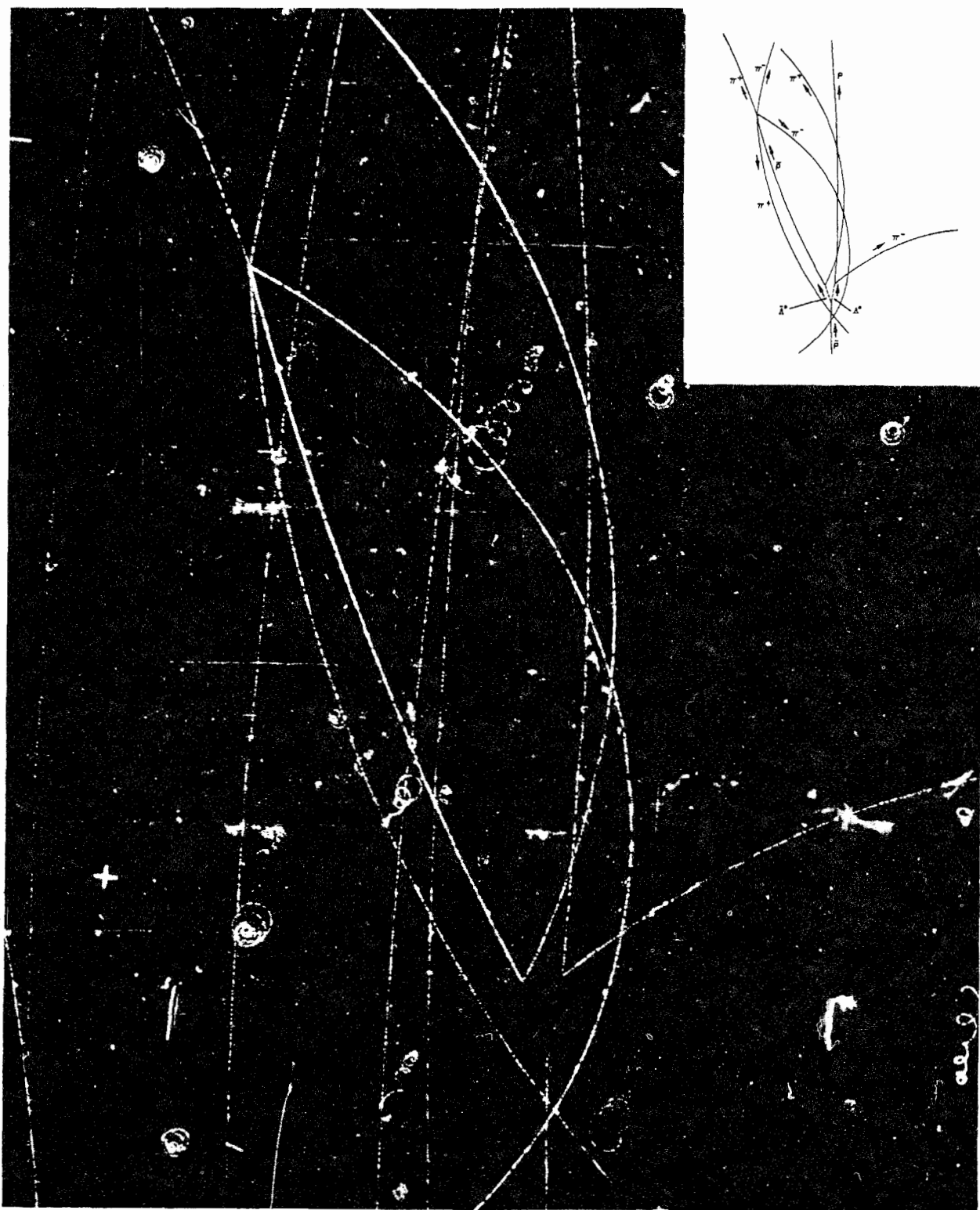
۴۶. ملاحظاتی از این نوع، ورنه‌زاینبرگ را بر آن داشت تا در سال ۱۹۴۳ نظریه معروف به ماتریس S را برای برهم‌کنشهای ذرات بنیادی تدوین کند. او در این نظریه، که ما در اینجا وارد بحث آن نخواهیم شد، کوشید فقط مفاهیمی را وارد کند که معنی عملیاتی روشنی داشته باشند، و به این ترتیب همان اصولی را که در ۱۹۲۵ او را به فرمولبندی مکانیک ماتریسی رهنمون شدند، دنبال کرد. می‌توان گفت که این نظریه تنها با نتایج فرایندهای برخورد سروکار دارد نه با جزئیات رشته رویدادهایی که در حین فرایند اتفاق می‌افتند. تاکنون این کوششها به نظریه قانع‌کننده‌ای منجر نشده است.

در حال حاضر هیچ نظریه بنیادی برای برهم‌کنشهای قوی وجود ندارد. علی‌رغم تلاشهای زیادی که به عمل آمده، هنوز نتیجه رضایتبخشی در دست نیست. بهبوده است که بخواهیم حدس بزیم آیا نظریه نهایی یک نظریه میدان خواهد بود یا نظریه ماتریس S و یا احتمالاً نوع کاملاً جدیدی که یکی از خوانندگان این کتاب خلق خواهد کرد.

۴۳. نظریه میدان کوانتومی در اصل یک نظریه چند ذره‌ای است: صورتبندی وحدت‌آمیز یگانگه‌ای داریم که از طریق آن می‌توانیم حالت‌های جهانی را که در آن هر تعداد از یک نوع ذره مفروض وجود دارد، بیان کنیم. پدیده ایجاد و انهدام ذرات یک وجه طبیعی نظریه میدان کوانتومی است و از ماهیت غیرخطی معادلات میدان ناشی می‌شود. دو بسته موج (مربوط به دو ذره) می‌توانند بر روی هم بیفتند و برهم‌کنش کنند و باعث ایجاد بسته موجهای جدیدی (مربوط به ذرات جدید) بشوند. برای مثال اگر دو الکترون به هم برخورد کنند (یعنی به یکدیگر نزدیک شوند) ممکن است یک موج الکترومغناطیسی تابش شود، و می‌گوییم یک فوتون ایجاد شده است.

۴۴. مطابق این مفاهیم، چندین نظریه میدان کوانتومی، هر یک با درجه‌ای از جامعیت، تدوین شده است. نظریه الکترودینامیک کوانتومی یکی از آنهاست. این نظریه موفقیت‌های درخشانی در بیان برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی ذرات باردار، به‌ویژه در فیزیک اتمی به دست آورده است. پیشنهاد‌های خاص برای سایر نظریه‌های میدان، که به‌منظور بیان برهم‌کنشهای ضعیف و قوی طرح شده‌اند، از موفقیت کمتری برخوردار بوده‌اند. این نظریه‌ها از بعضی خواص بسیار کلی ذرات بنیادی درکی به ما می‌دهند، ولی فراتر از آن به‌هیچ پیشگویی تجربی مفیدی نمی‌رسند. در مورد برهم‌کنشهای قوی، معلوم شده است که طرح تقریب‌های متوالی که پیشگوییهای الکترودینامیک کوانتومی بر آن مبتنی است، کارایی ندارد. بدون شک، دلیل موفقیت الکترودینامیک کوچک بودن ثابت ساختار ریز، یعنی ضعیف بودن برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی است. برهم‌کنشهای قوی به‌نحو اساسی قوی‌ترند. بنابراین معلوم نیست که آیا می‌توان معادلات میدانی را که طرح شده‌اند حل کرد، و نمی‌توان گفت که آیا این معادلات واقعاً صحیح‌اند یا نه. به احتمال زیاد این معادلات صحیح نیستند. عملاً در گزینش معادلات هیچ محدودیتی وجود ندارد، و تنها اصل راهنمای ما در گذشته "اصل سادگی" بوده است. ولی در الکترودینامیک کوانتومی، به‌کمک مشابه کلاسیک یعنی گلوله‌های باردار بیلارد که با میدان الکترومغناطیسی برهم‌کنش می‌کنند، رهنمودهای بیشتر و قطعی‌تری در اختیار داشته‌ایم.

۴۵. اینکه نمی‌توانیم بر اشکالات ریاضی قابل توجهی که در نظریه پیش می‌آیند فائق شویم و عملاً نمی‌توانیم معادلات خاص میدان را که برای بیان برهم‌کنشهای قوی طرح شده‌اند حل کنیم، طبعاً باعث شده است که این گونه نظریه‌ها تا اندازه‌ای از سکه بیفتند و اینجا و آنجا اظهاراتی می‌شود که اصرار به کنار گذاشتن تمام تلاشها در این زمینه دارند.



عکس اتاقک حباب که تولید و (متعاقباً) واپاشی یک زوج لاتدا - پادلاندا را نشان می‌دهد. در نمودار گوشه سمت راست بالا، ردهای ذرات مختلف مشخص شده‌اند. یک پاد پروتون فرودی با یک پروتون برخورد می‌کند و زوج لاتدا - پادلاندا تولید می‌شود. این دو ذره ردهای مرئی تولید نمی‌کنند زیرا خنثی هستند. لاتدا به یک پیون منفی و یک پروتون (از طریق برهم‌کنش ضعیف) واپاشیده می‌شود و پاد لاتدا به یک پیون مثبت و یک پاد پروتون وامی‌باشد. سپس پاد پروتون با یک پروتون برخورد می‌کند و با نابودی این دو پیونهایی تولید می‌شوند که چهارتای آنها دارای بار هستند و ردّ مرئی دارند.

این عکس را در میانه بحث درباره میدانهای کوانتومی نشان داده‌ایم تا به خواننده یادآوری کنیم که یکی از اهداف نظریه میدان کوانتومی توضیح نظری رویدادهایی است نظیر آنچه در این عکس دیده می‌شود.



هیدکی یوکاوا، متولد ۱۹۰۷ در توکیو. یوکاوا فیزیک را در دانشگاه کیوتو خواند و در ۱۹۲۹ فارغ‌التحصیل شد. پس از تدریس در دانشگاه‌های کیوتو و اوزاکا در سال ۱۹۳۹ به مقام استادی فیزیک نظری در دانشگاه کیوتو رسید. پس از جنگ جهانی دوم در مقام عضو مؤسسه مطالعات عالی در پرینستون و استاد فیزیک در دانشگاه کلمبیا، مدتی در ایالات متحد آمریکا به سر برد. در سال ۱۹۵۵ به ژاپن بازگشت و مدیر مؤسسه تحقیقاتی تازه تأسیس فیزیک بنیادی در توکیو شد، و مجدداً استاد دانشگاه کیوتو شد. یوکاوا در ۱۹۴۹ به‌خاطر کارهایش دربارهٔ مزونها و نظریهٔ میدان جایزه نوبل گرفت.

جرم الکترون در تابش کیهانی کشف شدند که طبعاً تصور می‌شد همان کوانتومهای یوکاوا باشند. ولی تحقیقات بعدی نشان داد که این ذرات که اکنون مزون یا موزون خوانده می‌شوند، با ماده (یعنی با هسته) برهم‌کنش بسیار ضعیفی دارند و در نتیجه نمی‌توانند ذراتی باشند که موجب نیروهای قوی هسته‌ای هستند. سرانجام، این راز زمانی گشوده شد که پاول و همکارانش در جریان تحقیقات خود، در ۱۹۴۷، موفق به کشف نوع دیگری ذره در تابش کیهانی شدند.^۱ این ذره پیون بود و جرمی در حدود 280° برابر جرم الکترون داشت؛ این ذره با هسته به‌شدت برهم‌کنش می‌کرد، و بدون تردید همان کوانتوم یوکاوا بود.

پیونها و نیروهای هسته‌ای

۴۷. برای ما مقدور نیست که نظریهٔ میدان کوانتومی را در این کتاب به تفصیل مورد بحث قرار بدهیم؛ این کار به ابزارهای ریاضی پیشرفته‌ای نیاز دارد. ولی از طرف دیگر، دیدیم که ایده‌های اساسی این نظریه ابتداً بغرنج نیستند. پیش از آنکه این موضوع را به پایان ببریم، مسئله‌ای را بررسی می‌کنیم که نخستین بار هیدکی یوکاوا با موفقیت آن را حل کرد. مسئله به سؤال زیر مربوط می‌شود: آیا به نیروی هسته‌ای، ذره وابسته است؛ یعنی آیا کوانتوم میدان نیروی هسته‌ای وجود دارد؟ اگر چنین است، خواص این ذره چیست؟ آیا می‌توانیم این ذره را به‌طور تجربی بیابیم؟

می‌دانیم به نیروهای الکترومغناطیسی که بین ذرات باردار عمل می‌کنند، ذره‌ای به نام فوتون وابسته است. همچنین می‌دانیم نیروهایی که هسته را نگه می‌دارند، در اصل نمی‌توانند الکترومغناطیسی باشند. این نیروها از نیروهای الکترومغناطیسی بسیار قوی‌ترند و به‌علاوه، با برد کوتاه‌شان مشخص می‌شوند. در فاصله‌های بیشتر از، فرضاً، 10^{-12} cm این نیروها به سرعت به سمت صفر میل می‌کنند، و برای تمام مقاصد عملی، در فاصله‌های بیشتر از 10^{-11} cm دیگر وجود ندارند. حالا اگر مفاهیم نظریهٔ میدان کوانتومی را بپذیریم باید انتظار داشته باشیم که میدان نیروی هسته‌ای نیز بتواند خود را به صورت امواجی که آزادانه منتشر می‌شوند بروز بدهد، و ما بتوانیم به جستجوی ذرات مربوطه پردازیم. درست همان‌طور که فوتون هنگام برخورد دو ذره باردار تابش می‌شود، می‌توانیم انتظار داشته باشیم که کوانتومهای میدان نیروی هسته‌ای نیز، هنگام برخورد به‌اندازهٔ کافی شدید، به‌صورت دو نوکلئون تابش شوند.

۴۸. احتمالاً خواننده شنیده است که این ذرات وجود دارند و چیزی جز پیونها نیستند. ولی زمانی که یوکاوا در این زمینه کار می‌کرد مزونها هنوز شناخته نشده بودند و پیشنهاد او مبنی بر اینکه چنین ذراتی وجود دارند، حقیقتاً یک پیشگویی بود. او دو خاصیت برجستهٔ نیروهای هسته‌ای، یعنی شدت و برد کوتاه را می‌شناخت و همان سؤالاتی را که ما مطرح کردیم، از خود می‌کرد. بر پایهٔ معلوماتی که او از نیروهای هسته‌ای داشت توانست وجود کوانتومها و نیز این را که جرم آنها باید تقریباً 200° برابر جرم الکترون باشد پیشگویی کند. بدون شک، شباهت با برهم‌کنش الکترومغناطیسی او را در این مطالعه راهنمایی می‌کرده است.

در جریان کشف تجربی مزونهای یوکاوا یک پیچ انحرافی جالب وجود دارد. در حدود سال ۱۹۳۷ ذراتی با جرمی در حدود 200° برابر

1. C. M. C. Lattes, H. Muirhead, G. P. S. Occhialini, and C. F. Powell, "Processes involving charged mesons," *Nature* **159**, 694 (1947). Also, C. M. G. Lattes, G. P. S. Occhialini, and C. F. Powell, "Observations on the tracks of slow mesons in photographic emulsions," *Nature* **160**, 453 (1947).

در ۱۹۴۸، پیشرفت در زمینه شتاب‌دهنده‌های ذرات به مرحله‌ای رسید که تولید پیون به مقدار زیاد در برخوردهای پراثری نوکلئون-نوکلئون امکانپذیر شد. خواص پیون به‌طور گسترده‌ای مورد مطالعه تجربی قرار گرفته و امروز معلوم شده است که این ذرات در پدیده‌هایی که برهم‌کنشهای قوی در آنها دخالت دارند، نقش اساسی ایفا می‌کنند.

۴۹. در اینجا سعی می‌کنیم شاهکار یوکاوا را "تکرار" کنیم. نیروی بین دو نوکلئون پایدار را مشابه نیروی الکتروستاتیکی بین دو ذره باردار پایدار در نظر می‌گیریم، و سعی می‌کنیم که مسئله را براساس این تشابه مفروض حل کنیم. باید پذیرفت که این قیاس ناقص است، با این همه این خط استدلال ما را به یافتن ارتباط اساسی صحیح بین جرم پیون و ماهیت نیروی بین دو نوکلئون می‌رساند.

استدلال از این قرار است: معادلات ماکسول امواج الکترومغناطیسی را که در غیاب هرگونه منبعی آزادانه منتشر می‌شوند، بیان می‌کنند. همین معادلات میدان الکتروستاتیک یک بار نقطه‌ای پایدار، و از آنجا انرژی پتانسیل برهم‌کنش دو بار نقطه‌ای پایدار را بیان می‌کنند. در واقع، پتانسیل الکتروستاتیکی ناشی از یکی از بارهای ساکن، بیرون از بار در همه‌جا در معادله موج صدق می‌کند، و این پاسخ معادله موج این خواص ویژه را دارد که متقارن کروی و ایستا، یعنی مستقل از زمان است. بنابراین فرض کنید معادله موجی را بررسی می‌کنیم که مزونهایی که آزادانه منتشر می‌شوند، در آن صدق می‌کنند، و به دنبال پاسخی برای این معادله هستیم که متقارن کروی و ایستا باشد. امیدواریم که این کار، پتانسیل میدان نیروی هسته‌ای مربوط به یک نوکلئون منفرد را که در مبدأ واقع است به‌دست بدهد. این پتانسیل را با $V(r)$ نشان می‌دهیم. در این صورت، انرژی برهم‌کنش دو نوکلئون پایدار که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، متناسب با $V(r)$ خواهد بود، که در آن ثابت تناسب، شدت جفت شدن نوکلئون به میدان پیون را بیان می‌کند.

۵۰. معادله موجی که تابع موج دوبروی پیون، $\psi(\mathbf{x}, t)$ ، در آن صدق می‌کند همان معادله کلاین‌گوردون است که ما قبلاً در فصل ۵ آن را به‌دست آوردیم و مورد بحث قرار دادیم. اگر جرم پیون را با m_π نشان بدهیم و یک‌گاهی را به‌کار ببریم که $\hbar = c = 1$ باشد، معادله موج به‌صورت

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(\mathbf{x}, t) - \nabla^2 \psi(\mathbf{x}, t) = -m_\pi^2 \psi(\mathbf{x}, t) \quad (\text{الف } 50)$$

درمی‌آید که در آن عملگر لاپلاس است

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \quad (\text{ب } 50)$$

معادله موج (الف ۵۰) رفتار تابع موج مزونها را در غیاب دیگر منابع بیان می‌کند. حالا طبق برنامه‌ای که داشتیم، سعی می‌کنیم یک جواب ایستا و با تقارن کروی برای این معادله پیدا کنیم که بتواند میدان مزون را در خارج از نوکلئونی که در مبدأ قرار دارد بیان کند. در این حالت منبع یک منبع نقطه‌ای است، یعنی نوکلئونی که در مبدأ واقع است، و لزومی ندارد که معادله موج (الف ۵۰) در مبدأ برقرار باشد ولی در خارج از مبدأ باید برقرار باشد. جواب را به‌صورت یک تابع پتانسیل در نظر می‌گیریم و آن را با $V(r)$ نشان می‌دهیم. پس این پاسخ مستقل از زمان است، و در نتیجه می‌توان در معادله (الف ۵۰) جمله‌ای را که شامل مشتق دوم نسبت به زمان است حذف کرد و معادله به صورت زیر درمی‌آید

$$\nabla^2 V(r) = m_\pi^2 V(r) \quad (\text{ج } 50)$$

۵۱. تابع $V(r)$ تنها تابع $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = r^2$ است، و اکنون باید اثر عملگر دیفرانسیلی لاپلاس را بر روی این تابع پیدا کنیم. نخست اشاره می‌کنیم که

$$\frac{\partial r}{\partial x_1} = \frac{x_1}{r} \quad (\text{الف } 51)$$

با استفاده از قاعده زنجیری در دیفرانسیل‌گیری، داریم

$$\frac{\partial V(r)}{\partial x_1} = \frac{dV(r)}{dr} \frac{\partial r}{\partial x_1} = \left(\frac{x_1}{r}\right) \frac{dV(r)}{dr} \quad (\text{ب } 51)$$

یکبار دیگر نسبت به x_1 دیفرانسیل می‌گیریم و به‌دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V(r)}{\partial x_1^2} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{x_1}{r} \frac{dV(r)}{dr} \right) \\ &= \frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} + \frac{x_1^2}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} \right) \end{aligned} \quad (\text{ج } 51)$$

که به‌دست می‌دهد

$$\nabla^2 V(r) = \frac{3}{r} \frac{dV(r)}{dr} + r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} \right) \quad (\text{د } 51)$$

۱. البته این تکرار جایزه نوبل را نصیب ما نمی‌کند. انجام دادن کاری که می‌دانیم شدنی است و قبلاً هم انجام شده است خیلی راحت است، مهم این است که کار برای اولین بار انجام بشود. نظریه یوکاوا اولین بار در مقاله زیر منتشر شد:

"On the Interaction of Elementary Particles," *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan*, 17, 48 (1935).

به دست می‌آید که در آن $\chi_\pi = 1/m_\pi$ و C ثابتی است که شدت جفت‌شدگی را بیان می‌کند.

به خاطر وجود عامل نمایی، پتانسیل $U(r)$ با افزایش r به سرعت کاهش می‌یابد. اجمالاً می‌توان گفت که بُرد پتانسیل χ_π است: چنانچه از این فاصله دورتر برویم بالاخره پتانسیل به کلی قابل چشم‌پوشی خواهد شد. ما قبلاً در بخش ۳۸ از فصل ۲ این نکته را با چند مثال عددی امتحان کردیم.

امروز می‌دانیم که جرم پیون 140 MeV است. کمیت $\chi_\pi = 1/m_\pi$ چیزی نیست جز طول موج کامپتون پیون. (در دستگاه یکاهای cgs داریم $\chi_\pi = \hbar/m_\pi c$). از لحاظ عددی $\chi_\pi = 1.4 \times 10^{-13} \text{ cm}$ است. و توانست پیشگویی کند که جرم مزون فرضی باید در حدود 100 MeV باشد که تقریباً 200 برابر جرم الکترون است.

در اینجا باید خاطر نشان کنیم که برد با جرم ذره، در این مورد پیون، نسبت عکس دارد. یک ذره بدون جرم، مثل فوتون، واسطه نیرویی با "برد نامحدود" است: در این صورت، پتانسیل $U(r)$ که با معادله (۵۳الف) بیان شده است پتانسیلی کولنی می‌شود. البته این پتانسیل هم با افزایش فاصله کاهش می‌یابد ولی نه به صورت نمایی. به این ترتیب می‌توانیم به درستی ادعا کنیم که درکی از ارتباط پیون و خواص میدان نیروی هسته‌ای به دست آورده‌ایم.

۵۴. از این فرصت برای تشریح یک اصطلاح رایج استفاده می‌کنیم. بسیاری از فیزیکدانها می‌گویند که برهم‌کنش بین دو نوکلئون از طریق مبادله یک پیون صورت می‌گیرد. همچنین می‌گویند برهم‌کنش کولنی دو ذره باردار از طریق مبادله یک فوتون انجام می‌شود. معنی این عبارتها آن است که برهم‌کنش بین دو نوکلئون را درست آن طور می‌توان دریافت که ما دریافتیم، یعنی همان معادله موجی که انتشار پیونها (یا فوتونها)ی آزاد را بیان می‌کند، نیروهایی را که پیونها (یا فوتونها) واسطه آنها هستند نیز بیان می‌کند. هنگامی که خواننده این عبارات را می‌شنود، احتیاجی نیست تصور کند که گلوله‌های بلیاردی بین دو نوکلئون مبادله می‌شوند: این صرفاً یک شکل بیان است. با درک این مطلب، دیگر صحبت از "مبادله ذرات" هیچ اشکالی نخواهد داشت و این کار، عادی خواهد شد. اگر مطابق معمول عمل کنیم، می‌توانیم یافته‌های خود را به این صورت بیان کنیم. در مورد دو ذره که می‌توانند از طریق برهم‌کنش با ذره سومی با یکدیگر

که با اندکی مرتب کردن طرف راست، می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم

$$\nabla^2 V(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV(r)}{dr} \right) \quad (51\text{هـ})$$

این معادله مهم اثر عملگر دیفرانسیلی لاپلاس را بر روی تابع $V(r)$ که تنها تابعی از r است بیان می‌کند.

۵۲. بنابراین معادله دیفرانسیل ما که اکنون یک معادله دیفرانسیل عادی خطی درجه دوم است به صورت زیر است

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV(r)}{dr} \right) = m_\pi^2 V(r) \quad (52\text{الف})$$

از قضا این معادله را می‌توان در شکل بسته برحسب توابع مقدماتی حل کرد، و همچنانکه خواننده خود با حل این معادله تحقیق خواهد کرد، دو پاسخ مستقل خطی آن عبارت‌اند از

$$\frac{1}{r} \exp(-rm_\pi), \quad \frac{1}{r} \exp(+rm_\pi) \quad (52\text{ب})$$

پاسخ عمومی معادله از ترکیب خطی دو پاسخ خصوصی فوق به دست می‌آید. اکنون باید توجه کنیم که پاسخ دوم مربوط به پتانسیلی است که با افزایش r بدون محدودیت افزایش می‌یابد و نیروی بین نوکلئونی را که با فاصله افزایش می‌یابد بیان می‌کند. روشن است که این پاسخ از لحاظ فیزیکی قابل قبول نیست. نتیجه می‌گیریم که پتانسیل باید متناسب با پاسخ اول (۵۲ب) باشد، و داریم

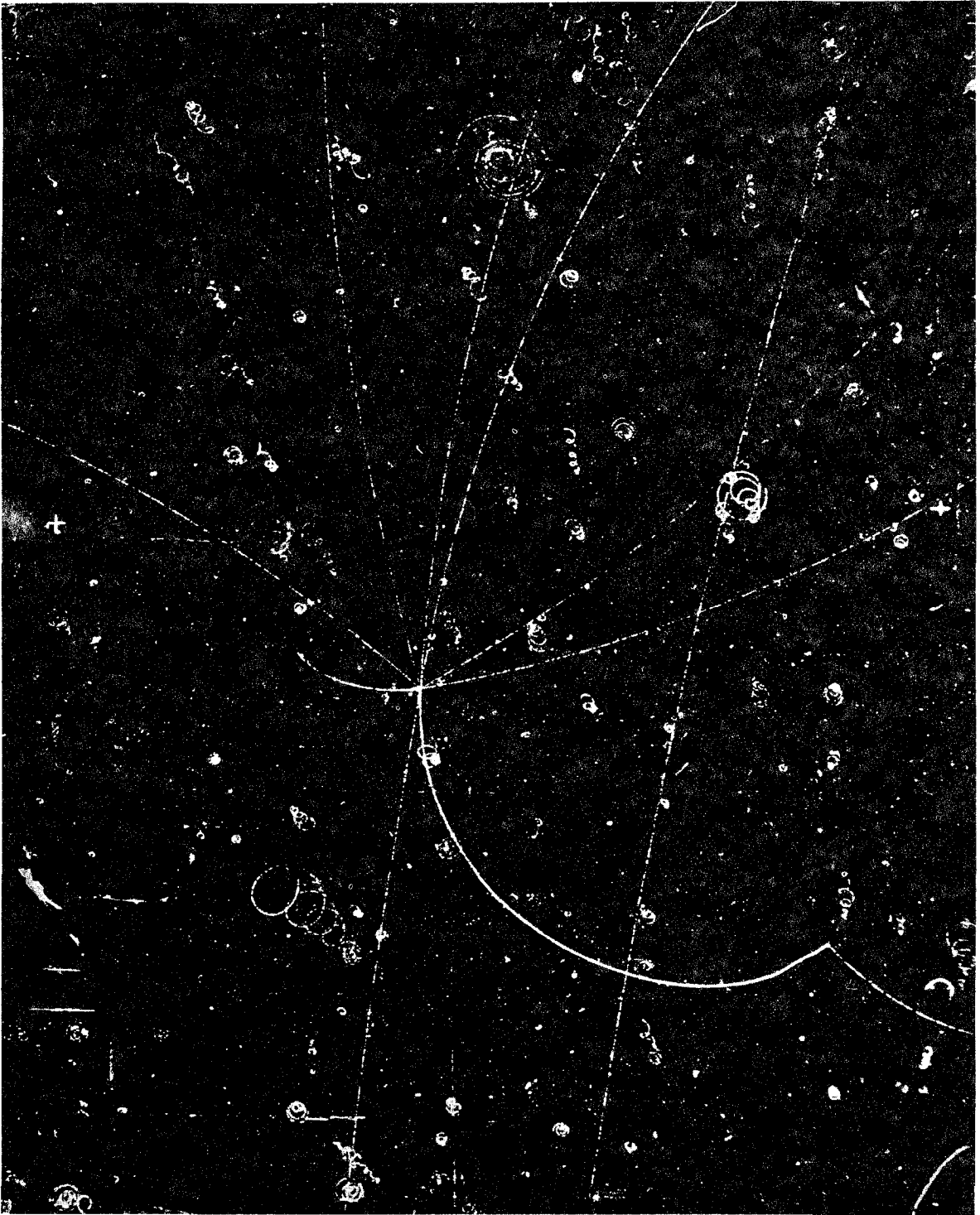
$$V(r) = C' \frac{1}{r} \exp(-rm_\pi) \quad (52\text{ج})$$

که در آن C' ثابت است.

رد پاسخ دوم بار دیگر اصل مهمی را که قبلاً هم به آن برخورد کرده بودیم، نشان می‌دهد: در مکانیک کوانتومی همه پاسخهای معادلات موج دارای معنای فیزیکی نیستند. توابع موجی که از لحاظ فیزیکی با معنی‌اند، نه تنها باید در معادله موج، بلکه باید در چندین شرط مرزی نیز صدق کنند، که یکی از آنها این است که پاسخ نباید در بینهایت به طور نامعین افزایش یابد.

۵۳. اکنون به هدف خود رسیده‌ایم: انرژی پتانسیل $U(r)$ دو نوکلئون پایدار که به فاصله r از یکدیگر قرار دارند، از رابطه

$$U(r) = \frac{C}{r} \exp\left(-\frac{r}{\chi_\pi}\right) \quad (53\text{الف})$$



عکس اتاقک حباب که نابودی یک پروتون و یک پادپروتون و تولید پیونها را نشان می‌دهد. رویداد اصلی در وسط میدان دید به‌وقوع پیوسته است. پاد پروتون از پایین می‌تابد و مسیر آن توسط ردّ "خط-نقطه‌ای" تقریباً مستقیمی ظاهر شده است. در این نابودی هشت پیون باردار تولید می‌شود. یکی از آنها، که ردّ آن ابتدا در امتداد مخالف با امتداد پاد پروتون فرودی است، به یک میون و یک نوترینو واپاشیده می‌شود. این میون سپس به یک پوزیترون و دو نوترینو و امی باشد. ردّ این میون را به‌سختی می‌توان از ردّ پیون تشخیص داد، اما ابتدای مسیر پوزیترون به‌خوبی دیده می‌شود.

اتاقک در یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه تصویر قرار دارد. ردّ ذرات منفی در جهت ساعتگرد و ردّ ذرات مثبت در خلاف آن خمیده است. ذرات کم سرعت ردّهای چگالی از خود به‌جا می‌گذارند، در حالیکه ردّ ذرات بسیار سریع به‌صورت "خط-نقطه‌ای" ظاهر می‌شود.

ولی به هر حال این کتاب شروع خوبی بود. ما درباره ماهیت موجی تمام ذرات فیزیکی چیزهایی آموختیم. دیدیم که چگونه بسیاری از پدیده‌های فیزیکی را که نمی‌توان بر مبنای فیزیک کلاسیک درک کرد، می‌توان بر اساس تصویر موجی فهمید، و نیز تا اندازه‌ای دانستیم که چگونه قوانین کلاسیک فیزیک را می‌توان به عنوان "حالت‌های حدی" قوانین مکانیک کوانتومی به دست آورد. درباره ترازهای انرژی که به هر سیستم فیزیکی وابسته می‌شوند چیزهایی آموختیم و فهمیدیم که چگونه می‌توان وجود این ترازها را چارچوب مکانیک کوانتومی درک کرد. در جریان مطالعاتمان تا حدودی با دنیای (در نظر اول) عجیب میکروسکوپی آشنا شدیم. چیزهایی را که به مرتبه بزرگی کمیت‌های فیزیکی آموختیم و یاد گرفتیم که چگونه بر اساس مدل‌های ساده، برآوردهای ساده‌ای به عمل بیاریم.

خواننده‌ای که کتاب را تا پایان فصل آخر دنبال کرده باشد، یک دید اجمالی نسبت به مهم‌ترین مسائل فیزیک نوین پیدا کرده است. او آموخته است که فیزیک موضوع پایان یافته‌ای نیست: مسائل اساسی زیادی هست که در حال حاضر پاسخی برای آنها در دست نیست.

مسائل

۱. (الف) احتمال گذار نوترونهاي 1 eV را که به طور عمود بر یک برگ کادمیم به ضخامت 1 mm فرود می‌آیند محاسبه کنید. چگالی کادمیم 7 gr/cm^3 است. سطح مقطع نوترون را از شکل ۶الف پیدا کنید.

(ب) به طریق مشابه، احتمال گذار نوترونهاي 1 eV را که به طور عمود بر یک ورق کادمیم به ضخامت 1 cm فرود می‌آیند محاسبه کنید.

۲. سطح مقطع کل برهم‌کنش K^+ -مزون با یک پروتون، وقتی انرژی جنبشی K -مزون (که بر پروتون در حال سکونی فرود می‌آید) 400 MeV باشد در حدود 15 mb است. تعداد متوسط برهم‌کنش بر سانتی‌متر مسیر K -مزونی با این انرژی در هیدروژن مایع (در یک اتاقک حباب) چقدر است؟ چگالی هیدروژن مایع 71 gr/cm^3 است.

۳. سطح مقطع تولید یک زوج الکترون-پوزیترون هنگامی که یک کوانتوم گاما با انرژی 10 MeV با یک اتم سرب برخورد می‌کند در حدود 14 بارن است. هنگامی که یک پرتو گاما با این انرژی به طور عمود بر یک صفحه سرب به ضخامت 2.5 mm فرود می‌آید احتمال

برهم‌کنش کند، می‌توان گفت که نیروهای بین آن دو از مبادله ذره سوم ناشی می‌شود. برد نیروی حاصل با جرم ذره مبادله شده نسبت عکس دارد.

۵۵. یک نکته دیگر را نیز باید روشن کنیم، چون ممکن است خواننده را دچار اشکال کند. قبلاً در همین فصل بارها از سرشت غیر خطی معادلات نظریه میدان کوانتومی صحبت کردیم. با وجود این، پتانسیل یوکاوا را که با رابطه (۵۳الف) بیان شد، با حل یک معادله موج خطی پیدا کردیم. پس ممکن است خواننده تردید کند که آیا درست عمل کرده‌ایم یا نه؟ این تردید تا حد معینی به جاست. باید نظریه خطی شده‌ای را که ما مطالعه کردیم به صورت یک تقریب در نظر گرفت، که در مواردی که میدان مزون یا پتانسیل $V(r)$ خیلی بزرگ نیست اعتبار دارد. بنابراین پتانسیل یوکاوا در فواصل زیاد، یعنی در خارج از محدوده طول موج کامپتون پیون صحیح است، ولی در فواصل خیلی کوچک می‌تواند غلط باشد. حقیقت این است که در حال حاضر نمی‌دانیم که در فواصل بسیار نزدیک برهم‌کنش چگونه است، ولی هیچ دلیلی هم در دست نیست که تردید کنیم که در فاصله‌های بزرگ‌تر از، مثلاً 10^{-13} سانتی‌متر نیروی مؤثر به همان شکل کلی که با پتانسیل یوکاوا بیان می‌شود نباشد. بنابراین، به کار گرفتن تقریب خطی، این نتیجه اصلی را که برد نیرو با جرم ذره مبادله شده نسبت عکس دارد، بی اعتبار نمی‌کند.

کلام آخر

۵۶. در فصل‌های قبل آموختیم که چگونه راجع به بسیاری از پدیده‌های فیزیکی بر حسب مکانیک کوانتومی فکر کنیم. مسلماً بحث ما بسیار ناقص بود، ولی نباید تعجب کرد، چون در نظر بود که این کتاب یک کتاب مقدماتی باشد. بسیاری اصول کلی مهم هست که ابداً از آن صحبتی نکردیم، و بحث‌های ما درباره کاربرد نظام یافته اصولی که آموختیم نیز نه از لحاظ وسعت و نه از لحاظ عمق، کافی نبودند. ولی یادآوری می‌کنیم که فیزیک کوانتومی موضوعی است که در 40 - 50 سال اخیر به طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار داشته و دانش عظیمی در این زمینه گردآوری شده است. هیچ کتاب مقدماتی نمی‌تواند سراسر این قلمرو پهناور را ببیند، و بنابراین بسیاری مطالب را باید از طریق شنیدن گفتارها و خواندن کتابها آموخت. هیچ‌یک از خوانندگان نباید از این گفته احساس دل‌سردی یا رنجش کند: این بیان ساده حقیقت است.

تولید زوج چقدر است؟ چگالی سرب 11.3 gr/cm^3 است.

۴. سطح مقطع پراکندگی کامپتون در انرژی پرتو گامای 100 KeV در یک آزمایش 49° بارن اندازه‌گیری شده است. در این انرژی، که به‌طور قابل توجهی کوچک‌تر از انرژی سکون الکترون است، هر محاسبه ساده کلاسیکی غیرنسبیتی به مقدار واقعی نزدیک می‌شود. سعی کنید این محاسبه را انجام بدهید. در پراکندگی کامپتون هر پرتو گاما را الکترون "آزاد" می‌کند که ابتدا در حالت سکون است پراکنده می‌کند. (در فصل ۴ پراکندگی کامپتون را بررسی کردیم، اما به سطح مقطع پراکندگی نپرداختیم.) فرض کنید موج تختی با دامنه A و بسامد ω روی الکترونی که در حالت سکون است فرود می‌آید. الکترون در راستای بردار الکتریکی موج به نوسان در می‌آید. فرض کنید دامنه این نوسان x باشد. واضح است که مقدار x با دامنه A موج متناسب است، و علاوه بر آن به بسامد ω و جرم و بار الکترون نیز بستگی دارد. الکترون در حال نوسان همانند یک دو قطبی الکتریکی با گشتاور دو قطبی $e x$ رفتار می‌کند. این دو قطبی تابش الکترومغناطیسی‌ای با آهنگ کل W گسیل می‌کند. (فرمول آهنگ گسیل را در بخش ۴۸ فصل ۳ ببینید.) پس باید بتوانید کسری از انرژی تابشی از طریق واحد مساحت (شامل الکترون) را که الکترون پراکنده می‌کند محاسبه و نتیجه حاصل را بر حسب سطح مقطع پراکندگی (سطح مقطع کامپتون) بیان کنید. سطح مقطع کامپتون هر اتم برابر است با حاصلضرب سطح مقطع یک الکترون در تعداد الکترونها موجود در اتم.

۵. (الف) در بخش ۱۷ یک نظریه ساده برای سطح مقطع پیشینه در حالتی که پراکندگی تقارن کروی داشت بیان کردیم. در اینجا می‌خواهیم این نظریه را با سطح مقطع اندازه‌گیری شده تجربی $p-p^+$ شکل ۲۴ ب مقایسه کنیم. با فرض اینکه پروتون یک جسم بینهایت سنگین است، مسئله را ساده می‌کنیم. در این صورت انرژی مربوط عبارت است از انرژی جنبشی پیون مثبت که در محل تشدید غالب، $N^*_{1/2}$ ، (در چارچوب مرجع آزمایشگاه) در حدود 195 MeV است. اگر این مقایسه را انجام بدهید متوجه خواهید شد که مرتبه بزرگیها درست است، اما سطح مقطع تجربی با "ضریب واحد" با سطح مقطع نظری فرق می‌کند. این اختلاف را به این دلیل که پراکندگی تقارن کروی ندارد به راحتی می‌توان تبیین کرد. بنابراین نظریه ساده ما باید اصلاح شود تا سایر توزیعهای زاویه‌ای ممکن را دربر بگیرد. در این صورت معلوم می‌شود که سطح مقطع تجربی در پیشینه با پیشگویی نظری سازگاری خوبی دارد.

(ب) از روی منحنی شکل ۲۴ طول عمر میانگین "ذره" N^* .

را تخمین بزنید.

۶. با استفاده از نظریه ساده پراکندگی تشدید در بخشهای ۱۷-۱۸ سطح مقطع جذب تشدید پرتوهای گامای با انرژی 14.4 KeV توسط هسته ^{57}Fe را تخمین بزنید. (این تخمین مربوط است به نتایج تجربی آمده در شکل ۱۶ الف بخش ۴.) با فرض اینکه هسته‌های آهن جذب‌کننده در برکه‌ای به ضخامت یک میلی‌متر قرار دارند، احتمال عبور پرتوهای گاما را از برکه محاسبه کنید. توجه کنید که این نظریه ساده در واقع در مورد فوتونها به‌کار نمی‌رود، زیرا تکانه زاویه‌ای اسپین فوتونها برابر ۱ است. بنابراین، نمی‌توانید مقدار عددی درست سطح مقطع را به‌دست بیاورید. اما در این نظریه بستگی سطح مقطع پیشینه به طول موج به‌درستی داده شده است، و بنابراین تخمین شما به‌عنوان یک مرتبه بزرگی قابل استفاده است.

۷. سطح مقطع پیشینه پراکندگی تشدید نور توسط یک اتم، به دلیل بلند بودن طول موج نور مرئی، می‌تواند خیلی بزرگ باشد. پراکندگی تشدید نور زرد به طول موج 5896 \AA توسط اتمهای سدیم را در نظر می‌گیریم،

(الف) با توجه به مسئله قبل سطح مقطع پیشینه در تشدید را تخمین بزنید.

(ب) در یک آزمایش واقعی ممکن است از بخار سدیم در یک ظرف شیشه‌ای به‌عنوان "هدف" در آزمایش پراکندگی استفاده کنیم. (برای مثال، استدلالهای تجربی مسئله ۳ فصل ۳ را ببینید.) چون همه اتمهای سدیم سرعت یکسان ندارند، انتقال دوپلر خط جذبی را پهن خواهد کرد. طول عمر میانگین سدیم در حالت $3p_{1/2}$ در حدود 10^{-8} ثانیه است. از این نکته می‌توانید برای محاسبه پهنای خط یک اتم منزوی در حال سکون سدیم استفاده کنید. فرض کنید پهنای خط نور فرودی برابر این مقدار محاسبه شده باشد. همچنین فرض کنید که اتمها در ظرف شیشه‌ای جذب‌کننده، سرعت کتره‌ای متوسطی متناظر با دمای 200°C دارند. سطح مقطع موثر پراکندگی هر اتم در داخل ظرف شیشه‌ای در مقابل فوتونهای باریکه فرودی را تخمین بزنید.

(ج) با استفاده از مقدار تخمینی سطح مقطع موثر در قسمت (ب)، تعداد اتمهای سدیم (بر سانتی‌متر مکعب) را که باید در ظرف شیشه‌ای موجود باشند تا شدت نور فرودی پس از عبور از یک لایه گاز به ضخامت 1 cm با ضریب ۲ کاهش یابد پیدا کنید. البته این گاز باید در برابر طول موجهای غیر از طول موج تشدید نیز کاملاً شفاف باشد.

۸. ذرات تشکیل‌دهنده هشت‌تایی باریون را که طیف جرمی آنها

۱۲. (الف) در بخش ۱۱ حدس زدیم که هر موج پراکنده، در فواصل زیاد نسبت به مرکز پراکندگی، باید به صورت زیر باشد

$$\psi_s(x, t) = C f(\theta) \frac{1}{x} \exp(ixp - i\omega t) \quad (\text{الف})$$

نشان بدهید که در حالت خاص پراکندگی با تقارن کروی، که در آن $f(\theta) = f$ از زاویه پراکندگی θ مستقل است، تابع موج (الف) در واقع یک جواب معادله کلاین گوردون در فضای تهی است (به استثنای نقطه $x = 0$). برای این کار نگاهی به بحث بخشهای ۵۱-۵۲ مفید خواهد بود.

(ب) نشان بدهید که به ازای مقدار دلخواهی از $f(\theta)$ ، تابع موج رابطه (الف) یک جواب تقریبی معادله کلاین گوردون است. برای این کار باید ثابت کنید که با قرار دادن این مقدار در معادله کلاین گوردون، این معادله به استثنای یک جمله خطا، برقرار می ماند؛ جمله خطا، وقتی x به بینهایت میل می کند، به صورت $1/x^2$ به سمت صفر می رود.

منابع برای مطالعه بیشتر

D. H. Frish and A. M. Thorndike: *Elementary Particles* (D. van Nostrand Co., Inc., 1964).

این کتاب کوچک (۱۴۸ صفحه ای) یک توضیح ساده و روزآمد از موضوع ارائه می دهد و به همین دلیل مطالعه آن توصیه می شود. در این کتاب تکنیکهای تجربی مربوط به این رشته به خوبی توصیف شده اند.

۲. مقالات زیر از ساینیتفیک امریکن:

(الف)

F. J. Dyson: "Field Theory", April 1953 p. 57.

(ب)

G. F. Chew, M. Gell-Mann and A. H. Rosenfeld: "Strongly Interacting Particles," February 1964, p. 74.

(ج)

M. Gell-Mann and E. P. Rosenbaum: "Elementary Particles," July 1957, p. 72.

(د)

G. Feinberg and M. Goldhaber: "The Conservation Laws of Physics," Oct. 1963, p. 36.

در شکل ۲۷ ب و نمودار تقارن هشت تایی آنها در شکل ۲۹ ب آمده است در نظر بگیرید. از میان این ذرات یک ذره پایدار است. از بقیه ذرات ناپایدار یکی (که طول عمر آن خیلی کوتاه تر از سایر ذرات است) از طریق برهم کنش الکترومغناطیسی، و بقیه از طریق برهم کنش ضعیف و پاشیده می شوند. آیا می توانید این خصوصیات هشت تایی را بر حسب قوانین پایستگی عدد باریونی، بار، و فوق بار توضیح بدهید؟ برای این کار باید تمام واپاشیهای ممکن میان ذراتی را که در این کتاب آمده است با در نظر گرفتن جرمهای "تجربی" این ذرات بررسی کنید. مثلاً باید ببینید آیا ذره Σ^+ به ذره K^+ مزون و یک چیز دیگر واپاشیده می شود یا نه. به زودی متوجه خواهید شد که تعداد واپاشیهای ممکن به شدت محدود است و موارد زیادی برای بررسی وجود ندارد.

پس، مسئله برمی گردد به اینکه به تفصیل نشان بدهید که طبق قوانین پایستگی که ما در مورد آنها بحث کردیم هیچ کدام از این ذرات از طریق برهم کنش قوی واپاشیده نمی شوند، و فقط یکی از آنها از طریق برهم کنش الکترومغناطیسی و امی باشد.

۹. نمودارهای تقارن شکلهای ۲۹ الف-د، مقادیر مربوط به ذرات مختلف کمیته به نام مؤلفه سوم اسپین ایزوتوپی (با نماد I_3) را نشان می دهند. قبلاً گفتیم که این کمیته در تمامی برهم کنشهای قوی و الکترومغناطیسی نیز پایسته است.

آیا این قانون پایستگی چیزی غیر از قوانین پایستگی بار، فوق بار، و عدد باریونی را، که در مورد آنها بحث کردیم، می رساند؟
۱۰. در نوشته های مربوط به ذرات بنیادی برای مشخص کردن ذرات قویاً برهم کنش کننده اغلب از اصطلاحی به نام "شگفتی" استفاده می کنند. به هر کدام از این ذرات می توان یک عدد کوانتومی شگفتی، S ، که با رابطه $S = Y - B$ تعریف می شود، نسبت داد؛ در این رابطه Y عدد فوق بار و B عدد باریونی است. مطابق این قاعده، شگفتی پیونها و نوکلئونها صفر است؛ زیرا شگفت نیستند، بلکه ذراتی "عادی" هستند.

(الف) در چه برهم کنشهایی شگفتی کل پایسته می ماند؟

(ب) میان شگفتی S ، بار الکتریکی Q ، عدد باریونی B ، و مؤلفه سوم اسپین ایزوتوپی I_3 یک رابطه خطی ساده وجود دارد. این رابطه را (آن طور که در نمودارهای تقارن شکلهای ۲۹ الف-د دیده می شود) پیدا کنید.

۱۱. می خواهیم در برخورد های پروتون-پروتون ذرات لاندای تولید کنیم. کمترین انرژی که پروتون فرودی باید داشته باشد تا هنگام برخورد آن با پروتون در حال سکون ذره لاندای تولید شود چقدر است؟

G. W. Gray: "The Ultimate Particles," June 1948, p. 26.

(ه)

F. J. Dyson: "Mathematics in the Physical Sciences," September 1964, p. 128.

(ط)

H. A. Bethe: "What holds the Nucleus Together?" Sept. 1953, p. 58.

(و)

W. B. Fowler and N. P. Samios: "The Omega-Minus Experiment," October 1964, p. 36.

(ی)

R. E. Marshak: "the Nuclear Force," March 1960, p. 98.

(ز)

K. W. Ford: "Magnetic Monopoles," December 1963, p. 122.

(ک)

S. Penman: "The Muon," July 1961, p. 46.

(ح)

پیوست

جدول الف. ثابتهای جهانی فیزیک^۱

$h = 2\pi\hbar = (6.62559 \pm 0.00015) \times 10^{-27} \text{ erg sec}$	ثابت پلانک
$\hbar = \frac{h}{2\pi} = (1.05449 \pm 0.00003) \times 10^{-27} \text{ erg sec}$	
$c = (2.997925 \pm 0.000001) \times 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}$	سرعت نور
$e = (4.80298 \pm 0.000006) \times 10^{-10} \text{ esu}$	بار الکترون
$= (1.60210 \pm 0.000002) \times 10^{-19} \text{ coul}$	
$G = (6.670 \pm 0.005) \times 10^{-8} \text{ dyne cm}^2 \text{ gr}^{-2}$	ثابت گرانشی
$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = (7.29720 \pm 0.00003) \times 10^{-2}$	ثابت ساختار ریز
$\frac{1}{\alpha} = 137.0359 \pm 0.0006$	
$N_0 = (6.02252 \pm 0.00009) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	عدد آووگادرو
$k = (1.38054 \pm 0.000006) \times 10^{-16} \text{ erg(K)}^{-1}$	ثابت بولتزمن
$N_0 e = (96487.0 \pm 0.5) \text{ coul mol}^{-1}$	ثابت فاراده
$R = N_0 k = 8.314 \times 10^7 \text{ erg(K)}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	ثابت عمومی گاز
$= 1.986 \text{ cal(K)}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	
$m = (9.10908 \pm 0.00013) \times 10^{-28} \text{ gr}$	جرم الکترون
$= (5.148597 \pm 0.000003) \times 10^{-2} \text{ amu}$	
$= (0.511006 \pm 0.0000002) \text{ MeV}/c^2$	
$(\text{amu}) = (1.66043 \pm 0.000002) \times 10^{-24} \text{ gr}$	یکای جرم اتمی
$= (931.478 \pm 0.005) \text{ MeV}/c^2$	
$M_p = (1.67252 \pm 0.000003) \times 10^{-24} \text{ gr}$	جرم پروتون
$= (1.00727663 \pm 0.00000008) \text{ amu}$	
$= (938.256 \pm 0.005) \text{ MeV}/c^2$	

۱. بیشتر داده‌های این جدول از مقاله زیر گرفته شده است.

جدول الف. (ادامه)

$M_n = (1,00086654 \pm 0,0000004) \text{ amu}$ $= (939,550 \pm 0,005) \text{ MeV}/c^2$	جرم نوترون
$\lambda_e = \frac{h}{mc} = (2,42621 \pm 0,00002) \times 10^{-10} \text{ cm}$	طول موج کامپتون الکترون
$\chi_e = \frac{\hbar}{mc} = (3,86144 \pm 0,00003) \times 10^{-11} \text{ cm}$	
$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = \alpha^{-1} \chi_e$ $= (5,29167 \pm 0,00002) \times 10^{-9} \text{ cm}$	شعاع اول بور
$\frac{e^2}{mc^2} = \alpha \chi_e = (2,81777 \pm 0,00004) \times 10^{-13} \text{ cm}$	"شعاع کلاسیک" الکترون
$R_\infty = \frac{1}{2} \alpha^2 mc^2 = (13,60535 \pm 0,00013) \text{ eV}$	پتانسیل یونش نانسیتی هیدروژن، وقتی جرم پروتون بینهایت فرض شود
$\tilde{R}_\infty = \frac{\alpha}{4\pi a_0} = \frac{R_\infty}{hc} = (109737,31 \pm 0,1) \text{ cm}^{-1}$	ثابت ریذبرگ برای جرم بینهایت پروتون
$\tilde{R}_H = (109677,576 \pm 0,12) \text{ cm}^{-1}$	ثابت ریذبرگ هیدروژن
$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$ $= (9,27314 \pm 0,00021) \times 10^{-21} \text{ erg gauaa}^{-1}$	مگنتون بور
$= (2,41804 \pm 0,00002) \times 10^{14} \text{ cycle/sec}$	بسامد وابسته به 1 eV
$= (8065,73 \pm 0,8) \text{ cm}^{-1}$	عدد موج وابسته به 1 eV
$= (11604,9 \pm 0,5) \text{ K}$	دمای وابسته به 1 eV

جدول ب. پایدارترین ذرات بنیادی^۱

واباشیهای مهم ^۲			طول عمر sec	جرم MeV	اسپین	ذره
Q MeV	کسر انشعاب	مد پارهای				
		پایدار	پایدار	۰	۱	γ فوتون
		پایدار	پایدار	$0 < \nu_e < 0.2 \text{ keV}$ $0 < \nu_\mu < 2 \text{ MeV}$	$\frac{1}{2}$	لپتونها ν_e -نوترینو ν_μ -نوترینو
		پایدار	پایدار	0.511006	$\frac{1}{2}$	e^+ الکترون-پوزیترون
۱۰۵	۱۰۰٪	$e\nu\nu$	2.20×10^{-6}	۱۰۵٫۶۵۹	$\frac{1}{2}$	μ^\pm میونها
		پایدار	پایدار	۹۳۸٫۲۵۶	$\frac{1}{2}$	باریونها ^۳ p پروتون n نوترون
۰٫۷۸	۱۰۰٪	$p e^- \nu$	1.01×10^3	۹۳۹٫۵۵۰	$\frac{1}{2}$	Λ لانداه-هیبرون
۳۰	۶۶٪	$p\pi^-$	2.51×10^{-10}	۱۱۱۵٫۵۸	$\frac{1}{2}$	Σ^+ سیگما هیبرونها Σ^0 Σ^-
۴۱	۳۴٪	$n\pi^0$	1.65×10^{-10}	۱۱۹۷٫۴۴	$\frac{1}{2}$	
۷۲	1.4×10^{-2}	$p\mu\nu$				
۱۷۷	0.88×10^{-2}	$p e \nu$				
۱۱۶	۵۳٪	$p\pi^0$				
۱۱۰	۴۷٪	$n\pi^+$				
۲۵۱	1.9×10^{-2}	$p\gamma$	$< 1.0 \times 10^{-14}$	۱۱۹۲٫۵۶	$\frac{1}{2}$	Ξ^0
۷۷	۱۰۰٪	$\Lambda\gamma$	1.65×10^{-10}	۱۱۹۷٫۴۴	$\frac{1}{2}$	Ξ^-
۱۱۸	۱۰۰٪	$n\pi^-$	3.0×10^{-10}	۱۳۱۴٫۷	$\frac{1}{2}$	ذرات آبخاری Ξ^0 Ξ^-
۲۵۷	1.3×10^{-2}	$n e^- \nu$				
۱۵۲	0.6×10^{-2}	$n \mu^- \nu$				
۸۱	0.6×10^{-2}	$\Lambda e^- \nu$				
۷	۱۰۰٪	$\Lambda\pi^0$	1.74×10^{-10}	۱۳۲۱٫۲	$\frac{1}{2}$	Ω^- امگا منفی
۵	۱۰۰٪	$\Lambda\pi^-$	1.5×10^{-10}	۱۶۷۴	$\frac{3}{2}$	
۲۰۵	3.0×10^{-2}	$\Lambda e^- \nu$				
۲۲۱	$\sim 50\%$	$\Xi\pi$	1.5×10^{-10}	۱۶۷۴	$\frac{3}{2}$	
۶۶	$\sim 50\%$	$\Lambda\bar{K}$				

جدول ب. (ادامه)

واباشیهای مهم ^۲			طول عمر sec	جرم MeV	اسپین	ذره
Q MeV	کسر انشعاب	مد پارهای				
۳۴	۱۰۰٪	$\mu\nu$	2.608×10^{-8}	۱۳۹٫۵۸	۰	مزونها π^\pm بیونهای باردار
۱۳۹	1.24×10^{-2}	$e\nu$				
۳۴	1.24×10^{-2}	$\mu\nu\gamma$				
۴٫۰۸	1.0×10^{-8}	$\pi^0 e\nu$				
۱۳۵	۹۸٫۸٪	$\gamma\gamma$	0.89×10^{-16}	۱۳۴٫۹۸	۰	π^0 بیون خنثی
۱۳۴	۱٫۲٪	$\gamma e^+ e^-$				
۳۸۸	۶۳٫۴٪	$\mu\nu$	1.235×10^{-8}	۴۹۳٫۸	۰	K^\pm کائونهای باردار (K-مزون)
۲۱۹	۲۱٫۰٪	$\pi^\pm \pi^0$				
۷۵	۵٫۶٪	$\pi^\pm \pi^- \pi^+$				
۸۴	۱٫۷٪	$\pi^\pm \pi^0 \pi^0$				
۲۳۵	۳٫۴٪	$\pi^\pm \pi^0 \nu$				
۳۵۸	۴٫۸٪	$e^\pm \pi^0 \nu$				
			۴۹۷٫۹	۰	۰	K^0 کائونهای خنثی K_1 K_2
۲۱۹	۶۹٫۳٪	$\pi^+ \pi^-$				
۲۲۸	۳۰٫۷٪	$\pi^0 \pi^0$				
۹۳	۲۳٫۵٪	$\pi^0 \pi^0 \pi^0$				
۸۴	۱٫۵٪	$\pi^+ \pi^- \pi^0$				
۲۵۳	۲۷٫۵٪	$\pi \mu \nu$				
۳۵۸	۳۷٫۴٪	$\pi e \nu$				
۲۱۹	۰٫۱۵٪	$\pi^+ \pi^-$				
۲۲۸	۰٫۳۶٪	$\pi^0 \pi^0$				
۵۴۹	۳۱٫۴٪	$\gamma\gamma$	$< 7 \times 10^{-20}$ $> 0.7 \times 10^{-20}$	۵۴۸٫۶	۰	η اتا-مزون
۱۴۴	۲۱٫۰٪	$\pi^0 \pi^0 \pi^0$				
۴۱۴	۲۰٫۵٪	$\pi^0 \gamma\gamma$				
۲۶۹	۴٫۶٪	$\pi^+ \pi^- \gamma$				

۱. داده‌های این جدول از مقاله زیر گرفته شده است.

A. H. Rosenfeld et al., "Data on particles and Resonant states," *Reviews of Modern Physics* **39**, 1 (1967).

در این مقاله داده‌های مربوط به ذرات دیگر و همچنین اطلاعاتی درباره ذرات خیلی پایدار نیز آمده است. در این جدول بعضی مدهای واباشی نادرتر نیامده است.

۲. Q نشان‌دهنده انرژی جنبشی آزاد شده در واباشی است.

۳. بهر باریون یک پاد باریون وابسته است.

جدول ج. عناصر شیمیایی

عناصر	نماد	عدد اتمی	جرم اتمی ^۱	عناصر	نماد	عدد اتمی	جرم اتمی ^۱
اکتینیم	Ac	۸۹	(۲۲۷)	اربیوم	Er	۶۸	۱۶۷٫۲۶
آلومینیم	Al	۱۳	۲۶٫۹۸۱۵	اروپیم	Eu	۶۳	۱۵۱٫۹۶
آمریکم	Am	۹۵	(۲۴۳)	فرمیوم	Fm	۱۰۰	(۲۵۳)
آنتیموان	Sb	۵۱	۱۲۱٫۷۵	فلوئور	F	۹	۱۸٫۹۹۸۴
آرگون	Ar	۱۸	۳۹٫۹۴۸	فرانسیم	Fr	۸۷	(۲۲۳)
ارسنیک	As	۳۳	۷۴٫۹۲۱۶	گادولینیم	Gd	۶۴	۱۵۷٫۲۵
استاتین	At	۸۵	(۲۱۰)	گالیم	Ga	۳۱	۶۹٫۷۲
باریم	Ba	۵۶	۱۳۷٫۳۴	ژرمانیم	Ge	۳۲	۷۲٫۵۹
برکلیم	Bk	۹۷	(۲۴۷)	طلا	Au	۷۹	۱۹۶٫۹۶۷
بریلیوم	Be	۴	۹٫۰۱۲۲	هافنیم	Hf	۷۲	۱۷۸٫۴۹
بیسموت	Bi	۸۳	۲۰۸٫۹۸۰	هلیوم	He	۲	۴٫۰۰۲۶
بور	B	۵	۱۰٫۸۱۱	هولمیوم	Ho	۶۷	۱۶۴٫۹۳۰
برم	Br	۳۵	۷۹٫۹۰۹	هیدروژن	H	۱	۱٫۰۰۷۹۷
کادمیم	Cd	۴۸	۱۱۲٫۴۰	ایتدیم	In	۴۹	۱۱۴٫۸۲
کلسیم	Ca	۲۰	۴۰٫۰۸	ید	I	۵۳	۱۲۶٫۹۰۴۴
کالیفرنیم	Cf	۹۸	(۲۵۱)	اریدیم	Ir	۷۷	۱۹۲٫۲
کربن	C	۶	۱۲٫۰۱۱۱۵	آهن	Fe	۲۶	۵۵٫۸۴۷
سریوم	Ce	۵۸	۱۴۰٫۱۲	کریبتون	Kr	۳۶	۸۳٫۸۰
سزیم	Cs	۵۵	۱۳۲٫۹۰۵	لاتتان	La	۵۷	۱۳۸٫۹۱
کلر	Cl	۱۷	۳۵٫۴۵۳	لورنسیم	Lw	۱۰۳	(۲۵۷)
کروم	Cr	۲۴	۵۱٫۹۹۶	سرب	Pb	۸۲	۲۰۷٫۱۹
کیالت	Co	۲۷	۵۸٫۹۳۳۲	لیتیم	Li	۳	۶٫۹۳۹
مس	Cu	۲۹	۶۳٫۵۴	لوتسیم	Lu	۷۱	۱۷۴٫۹۷
کوریم	Cm	۹۶	(۲۴۷)	منیزیم	Mg	۱۲	۲۴٫۳۱۲
دیسپروزیوم	Dy	۶۶	۱۶۲٫۵۰	منگنز	Mn	۲۵	۵۴٫۹۳۸۰
اینشتینم	Es	۹۹	(۲۵۴)	مندلویوم	Md	۱۰۱	(۲۵۶)

۱. اعداد داخل پرانتز در ستون جرم اتمی عددهای جرمی پایداریترین ایزوتوپ عناصر پرتوزا هستند.

جدول ج. (ادامه)

جرم اتمی ^۱	عدد اتمی	نماد	عنصر	جرم اتمی ^۱	عدد اتمی	نماد	عنصر
amu				amu			
۱۵۰٫۳۵	۶۲	Sm	ساماریوم	۲۰۰٫۵۹	۸۰	Hg	جیوه
۴۴٫۹۵۶	۲۱	Sc	اسکاندیم	۹۵٫۹۴	۴۲	Mo	مولیبدن
۷۸٫۹۶	۳۴	Se	سلیسیم	۱۴۴٫۲۴	۶۰	Nd	نئودیمیم
۲۸٫۰۸۶	۱۴	Si	سیلیسیم	۲۰٫۱۸۳	۱۰	Ne	نئون
۱۰۷٫۸۷۰	۴۷	Ag	نقره	(۲۳۷)	۹۳	Np	نپونیم
۲۲٫۹۸۹۸	۱۱	Na	سدیم	۵۸٫۷۱	۲۸	Ni	نیکل
۸۷٫۶۲	۳۸	Sr	استرونیم	۹۲٫۹۰۶	۴۱	Nb	نئوبیم
۳۲٫۰۶۴	۱۶	S	گوگرد	۱۴٫۰۰۶۷	۷	N	نیترژن
۱۸۰٫۹۴۸	۷۳	Ta	تانتال	(۲۵۵)	۱۰۲	No	نوبلیوم
(۹۸)	۴۳	Tc	تکنسیم	۱۹۰٫۲	۷۶	Os	اسمیم
۱۲۷٫۶۰	۵۲	Te	تلور	۱۵۰٫۹۹۹۴	۸	O	اکسیژن
۱۵۸٫۹۲۴	۶۵	Tb	تربیم	۱۰۶٫۴	۴۶	Pd	پالادیم
۲۰۴٫۳۷	۸۱	Tl	تالیم	۳۰٫۹۷۳۸	۱۵	P	فسفر
۲۳۲٫۰۳۸	۹۰	Th	توریم	۱۹۵٫۰۹	۷۸	Pt	پلاتین
۱۶۸٫۹۳۴	۶۹	Tm	تولیم	(۲۴۴)	۹۴	Pu	پلاتونیم
۱۱۸٫۶۹	۵۰	Sn	قلع	(۲۰۹)	۸۴	Po	پولونیم
۴۷٫۹۰	۲۲	Ti	تیتان (یا تیتانیم)	۳۹٫۱۰۲	۱۹	K	پتاسیم
۱۸۳٫۸۵	۷۴	W	تنگستن (یا ولفرام)	۱۴۰٫۹۰۷	۵۹	Pr	پرازئودیمیم
۲۳۸٫۰۳	۹۲	U	اورانیم	(۱۴۵)	۶۱	Pm	پرومتیم
۵۰٫۹۴۲	۲۳	V	وانادیم	(۲۳۱)	۹۱	Pa	پروتاکتینیم
۱۳۱٫۳۰	۵۴	Xe	زنون	۲۲۶٫۰۲۵۴	۸۸	Ra	رادیوم
۱۷۳٫۰۴	۷۰	Yb	ایتربیم	(۲۲۲)	۸۶	Rn	رادون
۸۸٫۹۰۵	۳۹	Y	ایتربیم	۱۸۶٫۲	۷۵	Re	رنیم
۶۵٫۳۷	۳۰	Zn	روی	۱۰۲٫۹۰۵	۴۵	Rh	رودیم
۹۱٫۲۲	۴۰	Zr	زیرکونیم	۸۵٫۴۷	۳۷	Rb	روبییدیم
				۱۰۱٫۰۷	۴۴	Ru	روتنیم

۱. اعداد داخل پرانتز در ستون جرم اتمی عددهای جرمی پایدارترین ایزوتوپ عناصر پرتوزا هستند.

فهرست راهنما

نظریه ~ ۱۰۸-۱۰۹	~ سزیم	آرایش الکترونی اتمها ۸۵
~ موسباور ۱۲۴	بخشی از طیف ~ ۸۰	آزمایش
احتمال شمارش ۱۶۷	~ قلیایی ۸۳، ۸۴	~ برخورد ۲۴۷، ۲۵۱
ارزش انتظاری ۲۳۹، ۲۴۱	~ کادمیم	~ دیوسون-گرم ۱۳۲
اسپین	ترازهای انرژی ~ ۸۸	~ گایگر و مارسدن ۲۸
~ الکترون ۸۳	~ موثونی ۲۳۸-۲۳۹	~ هس و لاسون ۳۲
~ ایزوتوبی ۲۵۹-۲۶۳	~ هیدروژن گونه ۲۳۵	آشکارساز
استانداردهای اتمی اندازه گیری ۶۰	~ هیدروژن، نظریه بور ۳۰، ۴۵، ۹۹-۱۰۰	~ دوتریم ۶۳
استقلال نیروهای هسته ای از بار ۵۴، ۸۸	تابع موج حالت پایه ~ ۲۳۸	~ ذرات، شمارنده گایگر-مولر ۱۶۵-۱۶۶
اصل	ثابت ریبرگ ~ ۲۳۸، ۲۳۸، ۲۸۲	~ ، شمارنده های سوسوزن ۱۷۲
~ برهم نهش ۱۴۵	~ در نظریه شرودینگر ۲۳۵	~ ، زمان تفکیک ۱۸۶
~ در مکانیک کوانتومی ۱۴۵	طیف ~ ۶۷، ۹۹-۱۰۰	آفرینش و نابودی زوج ۱۲، ۱۱۳، ۲۷۲، ۲۷۶
~ ترکیب ۶۷	نمواد تراز ~ ۲۳۷-۲۳۸	آنالیز فوریه ۱۴۶
~ ریتس ۶۷-۶۹	~ یک الکترونی ۲۳۵	آنگستروم ۲۶
~ تطابق ۲۴۲	اعداد کوانتومی ~ ۲۳۷	یکای طول ~ ۲۶
~ طرد ۴۸-۴۹	نمواد تراز ~ ۲۳۷-۲۳۸	اتم(ها)(ی)
~ و جدول تناوبی ۸۵		ابعاد و پایداری ~ ۲۸، ۴۵، ۱۶۲
~ عدم قطعیت ۱۷، ۱۵۶	~ اشتراک ۵۶	~ اتم گریان یونان ۹-۱۰
تلاش برای رد ~ ۱۸۴-۱۸۶	~ ایزوتوبی، در چرخش مولکولی ۲۴۴	ترازهای انرژی ~ ۲۴
~ و انرژی بستگی هیدروژن ۱۶۱	~ ارتعاش مولکولها ۲۳۳	~ چندالکترونی ۴۷-۴۸
~ و پراش ۱۶۱	~ پس زنی در گسیل و جذب فوتون ۱۲۴	ساختار لایه ای ~ ۴۷-۴۸، ۸۹
~ و تبدیل فوریه ۱۵۹	~ تونل زنی (نفوذ در سد را هم ببینید) ۲۰۰	~ روی
~ و جرم سکون ذرات ناپایدار	~ زوج-فرد در هسته ها ۵۳	ترازهای انرژی ~ ۸۸
۲۵۷-۲۵۸	~ زیمان ۵۶	~ سدیم
~ و ساختار اتم ۱۶۲	~ فوتوالکتریک، آزمایشهای اولیه ۲۵، ۲۶	جدول ترازهای انرژی ~ ۸۵
~ و ساختار هسته ۱۶۳	نظریه کوانتومی ~ ۲۵	دوتایی خط زرد ~ ۸۳، ۸۵، ۹۹
اعداد کوانتومی ۸۰	~ کامپتون	نمواد تراز ~ ۸۴، ۸۵
اکتینیدها ۸۹	آزمایشهای ~ ۱۰۸-۱۰۹	

اثر

- الکتروستاتیک، الکترون ۴۱ و ۴۴ ۱۸۹
 ~ و قانون کولن ۲۷۶-۲۷۵، ۲۷۷
 الکترون، بار، جرم ۱۹، ۴۴، ۲۸۱
 پراش ~ ۱۳۲
 سطح مقطع پراش ~ از کلسیم ۲۵۳
 شعاع کلاسیکی ~ ۱۵، ۲۹
 طول موج کامپتون ~ ۱۰۹
 الکترون ولت (eV) ۳۹
 الکترونیهای فعال از لحاظ اپتیکی ۴۸-۴۹
 امواج
 ~ تخت، نظریه ۲۱۲
 ~ خلبان ۱۴۴
 ~ راهنما ۱۴۴
 ~ ساکن و کوانتش ۲۱۶
 ~ مادی ۱۲۷
 انتقال
 ~ تکانه در پراش ۱۳۷
 ~ دوپلری بسامد ۱۰۳
 انتگرال فوریه و روابط عدم قطعیت ۱۵۹
 انرژی
 ~ الکتروستاتیکی، الکترون ۱۵
 ~ هسته ۶۴
 ~ انتقالی مولکولها ۴۱
 ~ بستگی، اتمها ۴۵ و ۴۷-۴۸، ۷۳-۷۴، ۸۵-۸۶، ۱۶۲
 ~ دوترون ۷۴، ۲۴۳
 ~ مولکولها ۴۹-۵۰، ۲۲۹
 ~ نمودار ~ ۵۱-۵۰
 ~ هستهها ۵۱-۵۰، ۷۳-۷۴، ۱۶۳
 ~ پتانسیل، در اتمها ۴۵
 ~ مولکولی ۲۲۹-۲۳۰
 ~ دافعه کولنی در هستهها ۶۴
 ~ گسیختن مولکولها ۵۰، ۲۲۹
 ~، مقادیر مشخصه ۴۲
 یکاهای ~ ۳۹
 ~ یونش هیدروژن ۴۵
 ~ و اصل عدم قطعیت ۱۶۱
 اورانیم، در زمین ۲۰۹
 شکافت ~ ۶۴
- اهرنفست، پاؤل ۲۴۱
 نظریه ~ ۲۴۱
 اینشتین، آلبرت ۸، ۲۵، ۷۳
 زندگینامه ~ ۸
 نسبییت عام ~ ۵۶
 نظریه فوتوالکتریک ~ ۲۵
 ایزوتوپها(ی) ۳۷، ۵۳، ۲۳۲-۲۳۳، ۲۴۴
 جدول ~ ۳۷
 طیف جرمی ~ زنون ۵۲
 فراوانی نسبی ~ اکسیژن ۳۷
 فراوانی نسبی ~ هیدروژن ۶۳
 نمودار ~ ۵۳
 بار
 ~ الکترون ۱۹، ۲۰، ۳۶، ۴۴، ۲۸۸
 ~ هستهها ۵۰-۵۱، ۸۵
 ~ جزیی ۲۶۵
 ~ ذرات بنیادی ۲۵۹-۲۶۵
 ~ بنیادی ۱۹
 ~ هسته‌ای ۲۸۷
 تعیین ~ ۸۶
 بارش آشناری ۱۲
 ~ در واپاشی گامایی ۹۲
 بارن ۲۵۰
 باریونها ۲۵۹-۲۶۵
 بازتابش
 ~ داخلی کلی ۲۰۲
 ~ فوتونها ۱۰۴
 بازترکیب تابشی ۷۴
 بحث ابعادی ۴۶
 برانگیختگی
 ~ اتمها در اثر برخورد ۷۲
 ~ ارتعاشی مولکولها ۲۳۱
 ~، اثر ایزوتوپ ۲۳۳
 ~ هیدروژن ۲۲۹
 ~ چرخشی در مولکولها ۲۳۳
 اثر ایزوتوبی برای ~ ۲۴۴
 برانگیزش اتمها
 ~ با نور ۶۹، ۷۵
- ~ در اثر برخورد، و افزایش دما ۷۱-۷۲
 برد
 ~ ذرات آلفا ۲۰۴
 ~ نیروهای هسته‌ای ۵۴، ۲۷۳
 برمشترالونگ ۱۴-۱۱۱
 برهم‌کنشها(ی) ۲۶۶، ۲۶۸
 ~ الکترومغناطیسی قوی، (نگاه کنید به میدان
 الکترومغناطیسی) ۵۳-۵۴، ۵۸-۵۹
 ~ ذره در نظریه میدان ۲۷۰
 رده‌بندی ~ ۲۵۹-۲۶۳
 ~ ضعیف ۵۸-۵۹، ۹۱-۹۰، ۲۵۹-۲۶۳
 برهم‌نهنش
 ~ توابع موج ۱۴۶، ۲۱۹
 ~ همدوس، ناهمدوس، چشمه‌های نور ۱۷۹،
 ۱۸۴
 ~ همدوس، هنگردها ۱۷۶
 ~ ناهمدوس ۱۷۵-۱۷۶
 بریلوئن ۲۲۸
 بسامد ۳۸-۳۹
 ~ زاویه‌ای ۳۸-۳۹
 بستگی مولکولی ۴۹-۵۰، ۲۳۰
 بکرل، هانری ۳۱-۳۴
 بلور(ها) ۹
 ~ به‌عنوان توری پراش ۲۰، ۱۳۲-۱۳۴
 ~ سدیم کلرید ۲۰
 ~ و عدد آووگادرو ۲۰
 بورن، ماکس ۱۵۱، ۱۹۰
 زندگینامه ~ ۱۹۱
 بور، نیلس ۳۰، ۶۹
 اصل تطابق ~ ۲۴۲
 زندگینامه ~ ۳۰
 ~ و نظریه اتمی ۲۷، ۴۵
 ~ و نظریه گسیل و جذب نور ۶۹
 ~ و پیشگویی در مورد هافنیم ۸۹
 بولتزمن، لودویگ ۱۰
 پاتولی، ولفگانگ ۴۸-۴۹
 اصل طرد ~ ۴۸-۴۹، ۸۵
 یاد

- ~ از حالت‌های برانگیخته نیکل
۹۱-۹۰
- پرشهای کوانتومی ۶۹، ۷۵
پروتون ۵۰-۵۱
- سطح مقطع ~ در آلومینیم ۲۵۸
نابودی ~ پاد پروتون ۱۱۵
پلانک، ماکس ۲۴، ۳۱-۳۴
زندگینامه ~ ۱۷
فرض کوانتیدگی ~ ۲۴
پوزیترونها
- خواص ~ ۲۵۹-۲۶۲
~ در بارش ۱۲
~ در واپاشی بتایی ۹۰-۹۱
کشف ~ ۱۱۳
نابودی ~ ۱۱۳
پوسته‌های K، L، و M ۹۰
پهنای
- ~ ترازهای انرژی ۷۵
~ و اصل عدم قطعیت ۱۶۴
~ و طول عمر ۷۹
~ خطوط طیفی ۹۲
~ و اصل عدم قطعیت ۱۶۴
پهن‌شدگی خطوط طیفی ۹۱، ۱۲۸
ارتباط ~ با فشار ۹۳-۹۴
~ در اثر برخورد ۹۳
~ دوپلر ۹۱، ۱۷۱
پیشگویی در مکانیک کوانتومی ۱۷۹
پیوستار ترازهای انرژی ۷۳
تابش
- ~ الکترومغناطیسی
توصیف ~ ۱۲۰
~ در پدیده نابودی ۱۱۳
پراکندگی کامپتون ~ ۱۰۹
~ جسم سیاه ۲۲
~ از لامپ پرتو ایکس ۱۱۱
چگالی انرژی ~، شار ~ ۱۰۴
۱۲۱
خواص ذره‌ای ~ ۱۰۴
- ~ توسط نمونه پودری ۱۳۳، ۱۳۴
~ در بلورها ۲۰
~ در بلور نیکل ۱۳۸
~ در بلورها ۲۰، ۱۳۲-۱۳۴، ۱۳۸-۱۴۰، ۱۴۲
~ در ساختارهای تناوبی ۱۳۴
~ در قلع ۱۴۰
- پراکندگی
آزمایشهای ~ ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۵۱
~ پاد پروتونها توسط پروتونها ۲۴۸
تشدید ~ ۲۵۶
تعبیر کوانتومی ~ ۲۵۲
دامنه ~ ۲۵۴
~ کشسان ۲۴۸
~ ناکشسان ۲۴۸
~ بسته موجها ۲۷۱
نظریه ~ ۲۵۲-۲۵۳
~ موج S ۲۵۵
~ همراه با تبادل بار ۱۱۶
پرتو زایی ۳۱-۳۴، ۸۹، ۲۰۸
~ آلفایی ۲۰۳
ساختار ریز در ~ بیسموت ۸۹
طول عمر ~ بر حسب انرژی ۲۰۶
گسیلنده‌های معمولی ~ ۲۰۷
نفوذ در سد در ~ ۲۰۵
~ واپاشی ردایم ۳۲، ۶۲-۶۳
~ خانواده $2n + 2$ ۲۰۹
~ در زمین‌شناسی ۲۱۰
~ زنجیر اورانیم-رادیم-سرب ۲۰۹
قانون نمایی واپاشی ~ ۳۱-۳۴، ۲۰۷
~ گسیلنده‌های آلفا ۲۰۷
- پرتوهای
~ ایکس
اندازه‌گیری طول موج ~ توسط
موزلی ۸۵
پراکندگی ~ ۱۰۹
~ کیهانی، کشف پیونها و موئونها ۲۷۳-۲۷۴
~ گاما
مدولاسیون آکوستیکی ~ ۱۰۸
- ~ باریونها ۱۱۴، ۲۵۹-۲۶۲، ۲۶۴
~ پروتون ۱۱۴-۱۱۵، ۲۴۷-۲۴۸
۲۵۹-۲۶۳، ۲۷۲، ۲۷۵، ۲۷۷
~ ذره ۱۱۴، ۲۵۹-۲۶۲
~ لاند ۲۵۹-۲۶۲، ۲۶۵
~ نوترون ۱۱۶، ۲۵۹-۲۶۲
~ نوترینو ۹۰، ۲۵۹-۲۶۲
- پایداری
~ اتمها ۱۶۲
~ هسته‌ها ۵۲-۵۳
- پایستگی
~ انرژی در واپاشی بتایی ۲۱۴
~ انرژی و تکانه ۱۴۱
~ بار ۵۹، ۲۵۹-۲۶۳
~ تکانه زاویه‌ای ۸۲
~ عدد باریونی، فوق بار ۲۵۹-۲۶۳
- پتانسیل
~ بحرانی ۷۲-۷۳
~ برانگیزش ۷۲-۷۳
~ پله‌ای در نظریه شرودینگر ۱۹۶
~ چاه مربعی ۲۱۶-۲۱۷، ۲۳۵
~ در نظریه شرودینگر ۱۹۲
~ یوکاوا ۲۷۵
~ مولکولی ۲۳۰
~ یونش اتمها ۴۷-۴۸
- پدیده
~ آفرینش ۱۱۴، ۲۶۷-۲۶۸، ۲۷۰-۲۷۱
~ و نظریه میدان ۲۷۱
~ ویرانی ۲۷۱
- پراش
~ اتمها و مولکولها ۱۳۴
اثر ابعاد بلور بر ~ ۱۴۰
~ از شکاف ۱۱۹، ۱۲۲، ۱۲۴، ۱۴۴
۱۶۰-۱۶۱، ۱۶۹، ۱۷۶-۱۷۹
~ الکترونها
کشف ~ ۱۳۲
اثر افت و خیزهای گرمایی بر ~
۱۶۹
~ پرتوهای x ۲۰

- ~ میدان مزون، برهم‌کنشهای قوی
۲۷۱، ۵۹-۵۸، ۵۶-۵۵
- ~ واپاشی بتایی برهم‌کنشهای
ضعیف ۹۱-۹۰
- ~ ریدبرگ ۲۸۲، ۴۵
- ~ ساختار ریز ۵۸-۵۷، ۴۴
- ~ والکترو دینامیک کوانتومی ۱۸۹
- ~ طبیعت ۲۸۲-۲۸۱، ۵۸
- ~ عمومی گازها ۲۸۱، ۳۸، ۲۲
- ~ فاراده ۲۸۱، ۳۸، ۱۹
- ~ فیزیکی، مربوط به الکترونها ۴۵
- جدول ~ ۳۶
- در باره ماهیت ~ ۵۸
- ~ واپاشی ۲۰۷، ۳۴-۳۱
- ثانیه ۶۰
- جابجایی فاز در پراکندگی ۲۵۶
- جدول تناوبی عناصر ۸۹
- جذب و گسیل نور ۲۷۸، ۶۹
- قانون کیرشهوف برای ~ ۲۳
- جرم
- ~ اتمی، وزن اتمی ۳۶
- جدولهای ~ ۲۸۵، ۳۷-۳۶
- ~ الکترومغناطیسی الکترون ۱۵
- ~ الکترون ۲۸۱، ۱۹
- ~ ذرات بنیادی ۲۸۴-۲۸۳
- ~ کاهش یافته، در مولکولهای دو اتمی ۲۳۲
- ~ در انتهای هیدروژن گونه ۲۳۸
- ~ مکانیکی الکترون ۱۵
- ترازهای طیفی (به نمودارهای تراز هم نگاه کنید)
۶۹-۶۷
- جوابهای بسامد-منفی ۱۴۷
- جیوه
- طیف ~ ۷۲
- نمودار تراز ~ ۸۳، ۷۲
- چدویک ۵۱-۵۰
- چرخنده صلب، ترازهای انرژی ۲۳۴
- چشمک زنی ستاره‌ها ۳۳-۳۲
- چگالی احتمال ۱۹۰
- ~ و حالتهای مانا و نامانا ۲۱۹
- چندتایی
- ~ ترازهای انرژی ۸۳
- ~ در طیف نمایی اتمی ۸۳
- ~ در نظریه ذرات بنیادی ۲۶۲-۲۵۹
- حالت(های)
- ~ برانگیخته ۶۹، ۷۱-۷۲ (به ترازهای انرژی،
و نمودارهای تراز هم نگاه کنید)
- طول عمر ~ ۷۹
- ~ و پهنای ترازهای انرژی ۷۹
- ~ پایه ۷۲-۷۱
- ~ شبه مانا ۲۲۶
- ~ کوانتومی ۲۱۶، ۶۹
- ~ مانا ۶۹
- ~ در نظریه شرودینگر ۲۱۶
- حد
- ~ کوانتومی ۱۱۳
- ~ یونش ۷۳
- حرکت
- ~ کترهای ۲۲، ۴۱، ۱۶۹
- ~ گرمایی ۴۱
- ~ مطلق ۲۶۶
- خاکهای نادر ۸۹
- خط طیفی ۶۷
- دامنه(ها)
- ~ احتمال ۱۷۶
- ~ موج در فضای تکانه ۱۴۶ (تابع موج را
هم ببینید)
- ~ و شدت ۱۷۶
- درجه کلوین ۴۰-۴۱، ۲۱
- دما ۴۰-۴۱، ۲۱
- دمای مطلق ۴۰-۴۱، ۲۱
- دو بروی، لویی ویکتور
- زندگی نامه ~ ۱۲۹
- طول موج ~ ۱۳۰-۱۳۲
- نظریه امواج مادی ~ ۱۲۸
- دوترون، انرژی بستگی ۷۴، ۵۹-۵۸
- نمودار تراز ~ ۷۴
- حالت ~ ۷۴
- حالت پایه ~ ۲۴۳
- دیراک، پل. آدرین. موریس ۱۵۰
- معادله ~ ۱۸۹
- ذرات
- ~ آلفا، عکس اتاقت ابری ۲۰۴
- برد ~ در هوا ۲۰۴
- پراکنش ~ توسط هسته‌ها ۲۸، ۶۴
- شمارش ~ ۳۲
- ~ با بارکسری ۲۶۵
- ~ بنیادی ۱۰، ۲۵۷
- جدولهای ~ ۲۶۲-۲۵۹،
۲۸۴-۲۸۳
- چندتایی‌های ~ ۲۶۵-۲۵۹
- رده بندی برهم‌کنشهای ~
۲۶۳-۲۵۹
- تعریف ~ ۲۵۷
- ~ ناپایدار ۲۵۷
- ذره
- ~ آمگای منفی (Ω^-) ۲۶۵، ۲۶۳-۲۵۹
- ~ بتا، پرتوهای بتا، طیف نمایی بتا ۱۷۳-۱۷۴
- (به الکترون و واپاشی الکترون هم نگاه
کنید)
- رابطه عدم قطعیت ۱۷، ۱۵۶، ۱۶۴
- ~ برای مکان-تکانه ۱۵۸
- ~ برای زمان-بسامد ۱۶۳
- رادرفورد، ارنست ۱۱، ۲۸، ۲۱۰
- زندگی نامه ~ ۲۸
- ~ و نظریه پراکنش ذرات آلفا ۲۸
- ~ و کشف واکنشهای هسته‌ای ۱۱
- رادیم ۶۲، ۲۰۵، ۲۰۹
- تحول گرمایی ~ ۶۲
- راکتور هسته‌ای ۶۴
- روبی ۱۰۸
- روش
- ~ یودری ۱۳۳، ۱۴۰
- ~ دبی-شرر ۱۳۳
- ~ در قلع ۱۳۴

- ~ میدان تأخیری ۲۵
 رونتگن ۱۱۱
 رینولدز ۵۱، ۵۳-۵۴، ۲۱۰، ۲۱۵
 زمان تفکیک آشکارسازهای ذره ۱۸۶
 زمین، سن ۲۱۰
 ترکیب پوسته ~ ۲۱۰
 زنجیر اورانیم-رادیم-سرب ۲۰۹
 زومرفلد، آرنولد ۴۵
 زیرپوسته‌ها در اتمهای چندالکترونی ۹۰
- ساختار
 ~ اتم، نظریه بور ۲۸، ۴۵، ۹۹-۱۰۰
 ~ ، نظریه شرودینگر ۲۱۶-۲۱۷، ۲۳۵
 ~ و رابطه عدم قطعیت ۱۶۲
 ~ بلوری سزیم کلرید ۶۰-۶۱
 ~ پوسته‌ای اتم ۸۴
 ~ ریز ۵۷
 ~ در اتمهای قلیایی ۸۳
- سد
 ~ پتانسیل ۱۹۵
 ~ کولنی در واکنشهای هسته‌ای ۶۴، ۲۰۵
 سرب، در مبحث پرتوزایی ۲۰۹
 سرعت
 ~ فاز امواج مادی ۱۲۹
 ~ گروه امواج مادی ۱۲۹
 ~ نور ۱۶، ۶۱، ۲۸۱
- سری
 ~ بالمر ۲۳۷
 ~ براکت ۲۳۷
 ~ پاشن ۲۳۷
 ~ طیف هیدروژن ۲۳۷
 ~ لیمان ۲۳۷
 سطح مقطع ۲۴۷
 ~ آلومینیم برای پروتونها ۲۵۸
 ~ برایت-واگنر ۷۸، ۲۵۶
 ~ برحسب جایجایی فاز ۲۵۶
 ~ برخورد ۲۴۸
 تعبیر هندسی ~ ۲۴۸
- ~ دیفرانسیلی ۲۵۱
 ~ کشسان ۲۵۰
 ~ ناکشسان ۲۴۹، ۲۵۰
 ~ کل ۲۴۷
 ~ واکنش ۲۴۹
 ~ هندسی ۲۵۰
 سلول ولتایی ۵۰
 سن زمین ۲۱۰
 سوسوزنی ۳۲، ۱۷۲
 سه‌تایی ترازهای انرژی در هلیم ۸۳
 سیستمهای هیدروژن‌گونه ۲۳۵
- شار تابش ۱۰۴
 شبکه
 ~ بلور ۲۰، ۱۱۱، ۱۳۴ (بلورها را هم ببینید)
 ~ الماس، گرافیت ۲۱
 ~ سدیم کلرید ۲۰
 ~ سزیم کلرید ۶۰-۶۱
- شرایط
 ~ کواتومی بور ۳۰
 ~ - زومرفلد ۲۲۸
 ~ مرزی برای توابع موج ۱۹۷-۱۹۹، ۲۱۱، ۲۱۸-۲۱۷
 شرودینگر، اروین ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۸۹، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۳۶
 زندگینامه ~ ۱۸۹
- شعاع
 ~ اتمها ۲۸، ۳۰، ۴۵، ۴۷-۴۸، ۱۶۲
 ~ بور ۲۹، ۴۵، ۲۸۲
 ~ کلاسیکی الکترون ۱۵، ۲۹، ۲۸۲
 ~ هسته‌ها ۵۳-۵۴، ۶۴
 ~ و پراکنش ذرات آلفا ۲۸
 ~ و هسته‌های آینه‌ای ۶۴
- شکافت
 ~ خود به خودی ۶۴
 ~ هسته‌ای ۶۴
 شکست نور ۱۲۸
 شگفتی ۲۷۹
 شمارنده
- ~ چرنکوف ۱۲۴، ۲۴۸
 ~ سوسوزن ۱۷۲
 ~ گایگر-مولر ۱۶۵-۱۶۶
 ~ ثابتهای جفت‌شدگی ۵۸-۵۹ (به آشکارسازهای ذره هم نگاه کنید)
 صفحه فاز نوسانگر ۳۳
 صفر مطلق ۲۱، ۴۱
 ضریب عبور، در نفوذ در سد ۲۰۲، ۲۰۳
 طرح اتاقک حباب ۲۶۸
 طول
 ~ عمر حالت‌های برانگیخته ۷۹، ۹۵
 ~ موج ۳۸-۳۹
 ~ کامپتون ۱۰۹
 ~ کمینه پوتو ایکس ۱۱۲، ۱۱۳
 طیف(های)
 ~ اتمی
 ~ پرتوهای ایکس مشخصه ۱۱۲
 بخشی از جدول خطوط ~ ۶۷
 ~ گسیلی و جذبی ۶۹، ۷۱-۷۲
 ~ مولکولها ۷۱-۷۲
 ~ جذبی ۷۱-۷۲
 ~ گسیلی اتمها ۷۲
 ~ جرمی، بار یونها ۲۵۹-۲۶۳
 ~ ، مزونها ۲۵۹-۲۶۳
 ~ زون ۵۳-۵۴
 ~ مولکول کربن ۷۱-۷۲
 ~ جیوه ۷۱-۷۲
 ~ میکروموج، مولکول ۲۳۵
 ~ هیدروژن ۶۷-۶۹
 ~ هلیم ۶۹، ۷۱
 طیف‌نگار جرم ۵۱
 طیف‌نمایی میکروموج ۲۳۵
- عدد
 ~ آووگادرو ۱۰، ۱۹، ۳۸، ۲۸۱
 تعیین ~ ۲۰، ۲۱، ۲۴، ۳۲
 ~ اتمی ۳۷، ۵۰-۵۱، ۸۳-۸۵، ۲۸۵
 ~ باریونی ۲۵۹-۲۶۳

- کوری
- ~ کوانتومی اصلی ۲۳۷
- ~ موج ۳۸-۳۹
- ~ نوکلئونی ۵۰-۵۱
- ~ عمر متوسط ۲۰۷، ۲۰۷
- عملگر(های)
- ~ دیفرانسیلی ۱۴۶، ۲۲۰، ۲۴۱
- ~ انرژی ۲۴۱
- ~ تکانه ۲۴۰
- ویژه مقدارهای ~ ۲۲۰
- ~ لاپلاسی ۱۴۶، ۲۷۴
- ~ مکان ۲۳۹
- عناصر شیمیایی ۳۷
- جدول تناوبی ~ ۸۹
- ساختار پوسته‌ای ~ ۸۴، ۸۵
- منشأ ~ ۲۱۰
- فاینمن، ریچارد، فیلیس ۱۵۴-۱۵۵
- فراوانی عناصر، کیهانی ۲۱۰
- ~ زمینی ۲۱۰
- فرایندهای برخورد (به پراکندگی هم نگاه کنید)
- قوانین پایستگی در ~ ۲۴۱
- ~ و نفوذ در سد ۲۰۷
- فرضیه پروت ۳۱-۳۴
- فرمول
- ~ برای ت-واگنر ۷۸-۲۵۶
- ~ رشته $K\alpha$ ۸۵
- فرمی، انریکو ۵۴
- یکای طول ~ ۵۳-۵۴
- فضای برداری ۱۴۸
- ابعاد ~ ۱۴۹
- ~ حالت‌های فیزیکی ۱۴۸
- فلوئورسانی ۷۳
- ~ تشدید ۷۵
- فوتون ۲۵، ۷۳
- اثر پس‌زنی در گسیل و جذب ~ ۱۲۴
- جرم سکون ~ ۱۰۳
- خواص ذره‌ای ~ ۱۰۲
- گسیل ~ از چشمه متحرک ۱۰۸
- نظریه کوانتومی ~ ۱۲۰
- فوق ۲۵۹-۲۶۳
- فیزیک کلاسیک ۶
- ~ و حد فیزیک کوانتومی ۱۶۱، ۲۴۲
- قاعده استوکس ۷۳
- قانون
- ~ جابجایی وین ۲۲، ۳۲-۳۳
- ~ کپلر ۲۹
- ~ کولن و تبادل فوتونها ۲۷۵، ۲۷۷
- ~ کیرشهوف ۲۳
- ~ نمایی واپاشی هسته‌ها ۳۱-۳۴، ۲۰۷
- قطار موج نور، تصویر کلاسیکی ۱۱۶
- قطبش ۱۸۲
- ~ پرتوهای ایکس ۱۱۱
- ~ ذرات مادی ۱۴۸
- قواعد گزینش
- ~ برای تکانه زاویه‌ای ۸۲
- ~ برای طیف مواد قلیایی ۸۱
- ~ گذارهای دوقطبی ۹۸
- قوانین نسبیتی تبدیل معادله موج ۱۴۶، ۱۹۰
- (به تبدیل لورنتس هم نگاه کنید)
- کارایی کوانتومی ۱۶۸
- کالری ۴۰-۴۱
- کامپتون ۱۰۹-۱۱۰
- کرامرز ۲۲۸
- کشف پیون و موئون در پرتوهای کیهانی، عکس
- بارش ۱۳
- کنش ۱۶
- ~ از دور ۲۶۸
- کوارکها ۲۶۵
- کوانتس ۲۱۶
- ~ انتقال تکانه در پراش ۱۳۷
- ~ و امواج ۲۱۶
- کوانتوم
- ~ انرژی نوسانگر ۲۴
- ~ کنش ۱۶
- کوانتیدگی
- ~ بار ۵۹
- ~ تکانه زاویه‌ای ۳۰، ۸۱-۸۲
- ~ بی‌بی ۶۲
- ~ ماری ۶۲
- کیتل، چارلز ۱۵۴-۱۵۵
- کیلوگرم ۵۹-۶۰
- گاز ایده‌ال ۲۱
- گازهای نجیب ۸۵
- گاموف، ژرز ۱۵۴-۱۵۵، ۲۰۷
- گذار(های)
- اصل موضوع‌های کوانتومی ~ ۶۹
- ~ چارقطبی الکتریکی ۹۶
- ~ دوقطبی مغناطیسی ۹۶
- ~ مجاز ۸۰، ۹۸
- ~ ممنوع ۹۸
- گرانش ۵۵
- گرما ۲۱، ۴۱
- گره‌های توابع موج ۲۲۶
- گسیل نور ۶۹
- قواعد گزینش در ~ ۸۰
- گشتاور دوقطبی
- ~ در اتمها ۹۴
- ~ مغناطیسی در اتمها ۶۵، ۹۶
- گلمان، موری
- نظریه راه هشتگانه ~ ۲۶۵
- گیراندازی
- ~ الکترون ۲۰۸
- ~ K ۲۰۸
- لامپ
- ~ افزونگر فوتون ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸
- ~ پرتو ایکس ۱۱۰
- کارایی کوانتومی ~ ۱۶۸
- لاتانیدها ۸۹
- لپتونها ۲۵۹-۲۶۳
- لنارد ۲۵
- لندن ۲۳۱
- لوشمیت ۱۱
- ماتریس

- ~ آماری ۱۷۴-۱۷۵
 ~ ۲۷۱ S
 مایتنر، لیزه ۲۰۴، ۲۱۴
 مارسدن ۲۸
 ماکسول، جیمز کلرک ۱۰
 متر ۶۰
 متغیر
 ~ دینامیکی ۱۶
 عملگر دیفرانسیلی وابسته به ~
 ۲۴۰
 ~ کتره‌ای ۱۷۲
 ~ همیوگ ۳۳
 مدولاسیون آکوستیکی پرتوهای گاما ۱۰۸
 مدهای واپاشی، بار یونها و مزونها ۲۵۹-۲۶۲،
 ۲۸۴-۲۸۳
 مزون (ها)
 ~ اتا ۲۵۹-۲۶۳، ۲۸۴
 ~ ۲۵۹-۲۶۳ K
 کشف ~ ۲۷۳
 جدول ~ ۲۵۹-۲۶۲، ۲۸۴
 ~ و نیروهای هسته‌ای ۲۷۳
 ~ پی، ییونها ۱۱، ۲۰۵
 واپاشی ~ ۱۱۶، ۲۶۹
 ~ و نیروهای هسته‌ای ۲۷۳، ۲۷۵
 معادله
 ~ ماکسول ۱۴۸، ۲۶۵-۲۶۶، ۲۷۴
 ~ موج ۱۸۹
 داده‌های اولیه ~ ۱۴۷
 ~ دیراک ۱۸۹
 ~ کلاین-گوردون ۱۴۶
 ~ میدان غیرخطی ۲۷۰
 ~ شرودینگر
 فرضهای اساسی ~ ۱۸۸
 استنتاج ~ ۱۹۳
 ~ ، تقریب WKB ۲۲۸
 صورت وابسته به زمان ~ ۱۹۲،
 ۱۹۵
 ~ ، مسائل سد یک بعدی ۱۹۵
 ~ کلاین-گوردون ۱۴۶، ۱۹۰
- ~ برای مزونها ۲۷۴
 ~ مستقل از زمان شرودینگر ۱۹۴
 مکانیک
 ~ کوانتومی ۶
 ~ ماتریسی ۱۵۰
 مگنتون بور ۶۵
 مندلیف ۸۵
 منشأ عناصر ۲۱۰
 موئون ۲۳۸
 واپاشی ~ ۱۱۶، ۲۶۹
 موزلی ۸۵
 مورسون، فیلیپ ۱۵۴-۱۵۵
 مدل ۱۰، ۳۸
 مولکول (های)
 ~ و اثر ایزوتوپ ۲۳۳، ۲۴۴
 برانگیختگی الکترونی ~ ۲۳۵
 برانگیختگی چرخشی ~ ۲۳۳-۲۳۴
 برانگیختگیهای ارتعاشی ~ ۲۳۲
 خواص مشخصه ~ ۵۰
 فاصله‌های بین ~ ۵۰
 ~ دوامتی ۲۳۲-۲۳۳
 سطح مقطع دیفرانسیلی ~ ۲۵۱
 ~ دمبلی ۲۳۳
 ~ هیدروژن، حالت‌های ارتعاشی ۲۲۹
 میانگین متغیرها ۱۷۲
 ~ ی فیزیکی ۱۶۶، ۱۷۲
 میدان ۲۶۶، ۲۶۸، ۲۷۰
 ~ الکترومغناطیسی ۲۶۵-۲۶۶، ۲۶۸،
 ۲۷۰-۲۷۱، ۲۷۴
 ~ برهم‌کنش ذرات باردار ۲۶۸،
 ۲۷۴
 تبدیل لورنتس ~ ۱۰۶
 تعبیر کوانتومی ~ ۱۲۱
 ~ ، شدت بیشینه میدانهای ماکروسکوپی
 ۵۶
 ~ ایستای مزون ۲۷۴
 ~ کوانتومی ۲۷۰
 ~ مزونی ۲۷۴
 نظریه ~ ۲۶۵-۲۶۶
- ~ و توصیف ذرات ۲۷۰
 میکروسکوپ الکترونی
 قدرت تفکیک ~ ۱۵۱
 میلی بارن ۲۵۰
 میلیکان ۲۰، ۲۶، ۲۷
 اندازه‌گیری بار الکترون توسط ~ ۲۰
 اندازه‌گیری ثابت پلانک توسط ~ ۲۵
 زندگینامه ~ ۱۱۷
 نابودی ۱۱۳، ۲۷۷
 ~ پاد پروتون و پروتون ۲۷۲، ۲۷۶
 ~ پاد نوترون و پروتون ۱۱۵
 ~ ستاره در امولسیون عکاسی ۱۱۵
 نسبت
 ~ انشعاب ۸۳، ۸۸-۸۹
 ~ جرمی الکترون-پروتون ۱۹
 نسبیت
 ~ خاص ۱۶، ۱۰۲، ۱۱۰، ۱۲۹، ۲۶۸
 ~ عام ۵۶
 نظریه
 ~ اندازه‌گیری ۱۶۴
 ~ جنبشی گازها ۲۱
 ~ حالت‌های مانا ۲۱۶، ۲۱۹
 ~ راه هشتگانه ۲۶۵
 ~ کوانتومی گذارها ۶۹
 ~ مکانیک کوانتومی شرودینگر ۲۲۰
 متغیرهای مکان و تکانه در ~ ۲۳۹
 ~ میدان کوانتومی ۲۶۵-۲۶۶ (به خود میدان
 هم نگاه کنید)
 ~ نسبت ۱۶، ۱۰۳-۱۱۰، ۱۲۹، ۲۶۸
 نفوذ در سد ۲۰۰
 ضریب عبور در ~ ۲۰۲، ۲۰۳
 مشابه ایتیکی مسئله ~ ۲۰۲
 ~ و پرتوهای آلفایی ۲۷۱
 کاستی جرم هسته‌ها ۵۰-۵۱
 نقطه برگشت ۱۹۵، ۲۲۶
 نمودار تراز ۶۹، ۷۱-۷۲، ۷۳-۷۴
 ~ اتم
 ~ تالیم ۸۷

- ~ آینه‌ای ۶۴، ۸۸
 ~ پایدار، نمودار ۵۳
 ~ بور
 ترازهای انرژی ~ ۹۱
 ~ دختر ۸۸
 ~ مادر ۸۸
 هلیوم، طیف ۶۹-۷۱
 نمودار تراز ~ ۸۳، ۸۶
 همجوشی هسته‌ها ۶۵
 هنگرد(ها)(ی) ۱۶۴
 ~ آماری ۱۷۲
 برهم‌نهی هم‌دوس ~ ۱۷۶
 برهم‌نهی ناهم‌دوس ~ ۱۷۵، ۱۷۶
 ~ و توابع موج ۱۸۱
 خالص و مخلوط ۱۷۹
 هوک، رابرت ۹
 هوینگنس، کریستین ۹
 هویل، فرد ۱۲۶، ۲۱۵
 هیپرون ۱۲، ۲۵۹-۲۶۲
 ~ سیگما ۲۵۹-۲۶۲
 ~ لاند ۲۵۹-۲۶۲
 تولید و واپاشی ~ ۲۶۹
 هیتلر ۳۱
 هیدروژن
 ~ سنگین ۶۳
 ~ مایع، اتا‌کک حباب ۲۶۸
 هدف ~ ۲۴۸
 هیلبرت ۱۵۴-۱۵۵
 یامر، ماکس ۳۳
 یکای جرم اتمی ۳۸، ۲۸۱
 معادل انرژیایی ~ ۴۰، ۲۸۱
 یکاهای اندازه‌گیری، ماکروسکوپی ۳۵، ۵۹-۶۰
 یکاهای طبیعی در فیزیک کوانتومی ۳۹
 یوکاوا، هیدکی
 پتانسیل ~ ۲۷۵
 زندگی‌نامه ~ ۲۷۳
 نظریهٔ مزونی نیروهای هسته‌ای ~ ۲۷۳
 بوری ۶۳
- یاسخ ~ به موج الکترومغناطیسی
 ۷۷
 نوکلئون ۵۰-۵۱
 نیپینگ ۲۰، ۱۱۱
 نیروهای هسته‌ای ۵۳-۵۴
 بُرد و شدت ~ ۵۴، ۱۶۲
 ~ و نظریهٔ مزون ۲۷۳
 واپاشی بتایی ۸۹، ۲۰۸
 ~ کبالت ۹۲
 واکنش(های)
 ~ زنجیری ۶۴
 ~ شیمیایی ۱۰
 ~ هسته‌ای، سد کولنی ۲۰۸
 کشف ~ ۱۱
 وزن اتمی ۳۶ (به جرم اتمی هم نگاه کنید)
 ولت ۵۰
 وینزل ۲۲۸
 ویتاکو ۳۳
 ویژه تابعها ۲۲۰
 ~ ی پتانسیلهای چاه مربعی ۲۱۶-۲۱۷،
 ۲۲۵
 ترکیبهای خطی ~ ۲۱۹
 ~ ی حالت پایهٔ هیدروژن ۲۳۸
 ویژه حالتها ۲۲۰ (به حالت‌های مانا و ترازهای انرژی
 هم نگاه کنید)
 ویژه مقادیرها ۲۲۰ (به ترازهای انرژی هم نگاه
 کنید)
 ویگنر، یوجین پاؤل ۹۷
 هادرونها ۲۵۹-۲۶۳
 هافنیم
 پیشگویی بور در مورد ~ ۸۹
 هایزنبرگ، ورنر ۱۵۰، ۱۵۶
 اصل عدم قطعیت ~ ۱۷ (به اصل عدم
 قطعیت هم نگاه کنید)
 زندگی‌نامه ~ ۱۵۱
 مکانیک ماتریسی ~ ۱۵۰
 نظریهٔ ماتریس S ~ ۲۷۱
 هسته(های)
- ~ جیوه ۷۲
 ~ روی، کادمیم، جیوه ۸۸
 ~ سدیم ۸۳
 ~ لیتیم ۸۱
 ~ هیدروژن ۲۳۷، ۲۳۸
 ~ هلیوم ۸۶
 ~ انرژی ۶۷-۶۹
 ~ ایزوتوپهای بور و کربن
 ~ ایزوتوپهای لیتیم و بریلیم ۹۱
 ~ دوتریون ۷۴
 ~ هستهٔ بور ۹۱
 ~ واپاشی
 ~ آلفایی بیسموت ۹۲
 ~ بتایی نوترون ۹۲
 ~ کبالت ۹۲
 نمودار سطح مقطع
 ~ بیون-پروتون ۲۵۳
 ~ نقره برای نوترون ۲۵۱
 ~ کادمیم برای نوترون ۲۵۰
 ~ کلسیم برای الکترون ۲۵۰
 ~ بیسموت برای نوترون
 نوترون
 واپاشی بتایی ~ ۹۲
 جرم ~ ۵۰-۵۱، ۲۸۲
 کشف ~ ۵۰-۵۱
 نوترینو
 ~ در واپاشی بتایی ۹۰
 ~ در واپاشی مزونی ۲۵۹-۲۶۲
 نور
 گسیل قطبیده و ناقطبیده ~ ۱۸۲
 ~ ، ناحیهٔ مرئی ۴۶-۴۷
 ~ ناهم‌دوس ۱۸۳-۱۸۴
 نوسانگر
 ~ پلانک ۲۴، ۳۲-۳۳
 ~ در مکانیک موجی ۲۲۸
 ~ میرا ۷۶
 ~ واداشته ۷۸
 ~ هماهنگ ۲۲۸