



انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد - شماره ۱۳۳

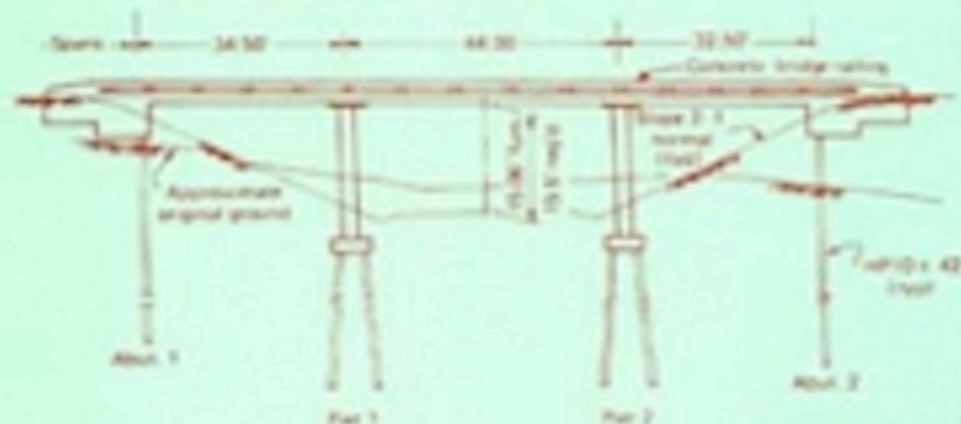
مباحث بنیادی

# پُل‌های بتنی

تألیف و ترجمه :

سید محمود حسینی

گروه سازه - بخش عمران - دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ





انتشارات دانشگاه فردوسی (مشهد) ، شماره ۱۳۳

مباحث بنیادی

# پُل‌های بُنی

تألیف و ترجمه :

سید محمود حسینی

گروه سازه - بخش عمران - دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی

فهرست‌نویس پیش از انتشار توسط کتابخانه مرکزی و مرکز اسناد .

حسینی ، محمود ، گردآورنده و مترجم

مباحث بنیادی پلهای بتونی / تالیف و ترجمه

محمود حسینی . - مشهد : دانشگاه فردوسی مشهد ، ۱۳۷۱ .

پازده ، ۳۸۵ ص . : مصور ، جدول ، نمودار . - ( انتشارات

دانشگاه فردوسی مشهد ؛ ۱۲۳ )

کتابنامه : ص . ۳۸۵ .

۱ . پلهای بتونی - طرح و ساختمان . الف . عنوان .

TG ۳۴۰

۶۲۴/۳۵

#### مشخصات :

نام کتاب : مباحث بنیادی پلهای بتنی

تألیف و ترجمه : سید محمود حسینی

ناشر : انتشارات دانشگاه فردوسی (مشهد)

تیراژ : ۳۰۰۰ نسخه

تاریخ انتشار : اردیبهشت‌ماه ۱۳۷۱

چاپ و صحافی : مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه فردوسی (مشهد)

قیمت : ۱۷۶۰ ریال

## فهرست مندرجات

صفحه	عنوان
	مقدمه مؤلف
	فصل اول - تاریخچه پلسازی
۱	۱-۱ تاریخ باستان
۱	۲-۱ قرون وسطی
۵	۳-۱ دوره رنسانس
۵	۴-۱ عصر انقلاب صنعتی
۷	۵-۱ پلهای آهنی و فولادی اولیه
۹	۶-۱ پلهای فولادی معلق
۱۵	۷-۱ بوجود آمدن بتن آرمه
۱۹	۸-۱ پلهای بتن آرمه
۲۰	۹-۱ بوجود آمدن بتن پیش تنیده
۲۱	۱۰-۱ دوره بعد از جنگ جهانی و زمان حاضر
۲۲	فصل دوم - آشنایی با انواع پلها
۲۹	۱-۲ فرمهای سازه‌ای پلها
۲۹	۲-۲ فرمهای سازه‌ای عبورگاههای بتنی
۳۹	۲-۳ روشهای ساخت و اجرای عبورگاه پل
۴۷	۲-۴ انتخاب نوع پل
۵۶	

۶۳	<b>فصل سوم - بارگذاری پلها</b>
۶۳	۱-۳ بارهای وارد بر سازه پل
۷۰	۲-۳ بارگذاری آئین‌نامه آشتو
۸۱	۳-۳ بارگذاری آئین‌نامه ایران
۸۴	۳-۴ بارگذاری آئین‌نامه بی‌اس کشور انگلستان
۹۱	<b>فصل چهارم - بارهای متحرک و خطوط تأثیر</b>
۹۱	۱-۴ مقدمه
۹۱	۲-۴ رسم خط تأثیر یک تابع در دهانه ساده
۹۲	۳-۴ طرز کاربرد خطوط تأثیر
۹۵	۴-۴ حداکثر مطلق لنگر خمشی در دهانه ساده
۹۸	۵-۴ منحنی پوش در دهانه ساده
۱۰۳	۶-۴ خطوط تأثیر آماده برای دهانه‌های یکسره
۱۱۳	۷-۴ منحنی پوش برای دهانه‌های یکسره
۱۱۷	<b>فصل پنجم - تحلیل عبورگاه پل</b>
۱۱۷	۱-۵ مقدمه
۱۲۱	۲-۵ روش ساده پخش عرضی بار
۱۳۲	۳-۵ روش کورین
۱۳۸	۴-۵ روش آئین‌نامه آشتو
۱۴۳	۵-۵ روش تشابه‌سازی عبورگاه به یک صفحه معادل (ماسونت، موریس ولتیل)
۱۹۳	۶-۵ روش تشابه‌سازی عبورگاه به یک شبکه معادل
۲۴۸	۷-۵ آشنائی باروشهای کامپیوتری
۲۶۱	<b>فصل ششم - تحلیل اثرات فانوی در عبورگاه</b>
۲۶۱	۱-۶ مقدمه
۲۶۲	۲-۶ اثرات موضعی بار چرخ بر روی عبورگاه
۲۸۸	۳-۶ اثر جابجائی تکیه‌گاهها
۲۹۸	۴-۶ اثر تغییرات درجه حرارت در سطح مقطع عبورگاه

۳۲۳	فصل هفتم - تحلیل پایه‌های کناری پل
۳۲۳	۱-۷ مقدمه
۳۲۵	۲-۷ بارهای وارد بر پایه کناری پل
۳۲۷	۳-۷ تحلیل پایه‌های کناری کنسولی
۳۳۷	ضمیمه (الف) - تئوری صفحات ارتوتروپیک
۳۴۶	ضمیمه (ب) - کاربرد روش نیرو - تغییر مکان در تحلیل سازه‌ها
۳۵۶	مسائل ضمیمه و حل آنها
۳۸۵	منابع اصلی کتاب





## مقدمه مؤلف

طبق تعریف یک پل عبارت است از سازه‌ای که عبور آسان از یک بریدگی طبیعی، چون رودخانه یا دره، را بدون بسته شدن مسیر زیرین آن امکان‌پذیر می‌سازد. از این نوع سازه معمولاً برای عبور قطار، وسایل نقلیه، افراد پیاده، انتقال آب و غیره استفاده می‌شود. از این رو نقش حیاتی پلها در بهبود امور سیاسی، نظامی، اقتصادی و اجتماعی یک کشور کاملاً آشکار است.

با توجه به اینکه اجرای یک پل از پر هزینه‌ترین قسمت یک پروژه راه آهن یا بزرگراه می‌باشد، شناخت صحیح این گونه سازه‌ها همواره ضروری به نظر می‌رسد. در دهه‌های اخیر عوامل زیادی باعث شده‌اند تا پل‌های بتنی به عنوان یکی از متداول‌ترین نوع پلها، مخصوصاً برای بزرگراهها، مورد استفاده قرار گیرند. دو عامل اصلی در رایج شدن پل‌های بتنی یکی اقتصاد و دیگری زیبایی طرح می‌باشد. شبیه بتن با مقاومت فشاری بالا، ساخت فولاد با مقاومت جاری شدن زیاد و بکارگیری روشهای اجرایی مدرن امکان استفاده از پل‌های بتنی را در دهانه‌های بلند، نسبت به سایر پلها، مقرون بصره کرده است. همچنین با توجه به شکل‌پذیری آسان و دیگر خواص بتن مزیت اینگونه پلها، از نظر زیبایی، نسبت به سایر پلها کاملاً آشکار است.

اولین کاربرد بتن آرمه در سازه پلها توسط شخصی بنام هنبیک<sup>۱</sup> صورت گرفت. یکی از پروژه‌های قابل توجه وی پلی است بتنی به دهانه ۵۵ متر که در سال ۱۹۰۵ در بلژیک ساخته شد. افراد دیگری چون رابرت میلارت<sup>۲</sup> سویسی، که پل‌های قوسی بتنی سه مفصله را رایج کرد، و نیز فرسینت<sup>۳</sup> فرانسوی، که استفاده از بتن پیش تنیده را در ساخت پلها معمول کرد، از پیش‌گامان مهندسی پلسازی مدرن محسوب می‌شوند.

---

1 . Hennebique

3 . Freyssinet

2 . Robert Maillart

امروزه در کشور ما با توجه به توسعه روز افزون راههای ارتباطی و نیاز به استفاده از وسایل حمل و نقل سنگین و سریع، ایجاد پلهای عظیم و مدرن را ضروری ساخته است. یکی از عوامل مؤثر در ایمنی پلهای ایجاد شده از یک طرف و اقتصاد آنها از طرف دیگر، تحلیل و طرح صحیح آنها می باشد که هدف اصلی این کتاب است. در میان آثار موجود به زبان فارسی در این زمینه کمتر کتابی را می توان پیدا کرد که به تحلیل اصولی پلها پرداخته باشد. لذا در این کتاب روشهای متعددی جهت تحلیل پلهای بتنی به انضمام مسائل حل شده زیادی ارائه شده است (فصلهای ۵، ۶ و ۷) که امید است مورد توجه علاقه مندان به این رشته از جمله فارغ التحصیلان رشته مهندسی عمران قرار گیرد.

این کتاب که حاصل تجربه تحصیلی اینجانب در رشته مهندسی پلسازی و نیز تجربه تدریس چندین ساله خود در دانشگاه می باشد، در هفت فصل و دو ضمیمه به قرار زیر تنظیم شده است:

فصل اول در مورد تکامل تاریخی پلها بطور کلی می باشد. در این مورد از تصاویر رنگی پلهای معروف قدیمی و مدرن به تعداد زیاد استفاده شده است.

در فصل دوم خواننده با نوع، نحوه اجرا و انتخاب پلهای بتنی مدرن آشنا می شود. با توجه به اینکه امروزه اجرای پلهای عظیم با استفاده از روشهای اجرایی سنتی مقرون به صرفه نمی باشد، کاربرد روشهای اجرایی جدید می تواند در اقتصاد پل نقش به سزایی داشته باشد. فصل سوم، که یکی از فصول پایه ای این کتاب است، مبحث بارگذاری پلهای بزرگراهها می باشد. آشنائی با بارهای متنوعی که ممکن است به یک سازه پل وارد شود و هر کدام از آنها به تنهایی، در صورت شناخته نشدن، قادر است باعث گسیختگی پل گردد، از اهمیت خاصی برخوردار است. در این فصل پس از بحث بارهای وارد بر پل، بارگذاری آئین نامه های پلسازی سه کشور آمریکا، ایران و انگلستان مورد بررسی قرار می گیرد.

فصل چهارم در مورد بارهای متحرک و خطوط تأثیر می باشد که به دلیل اهمیت خاص آن در تحلیل پلها در این کتاب آمده است. بطور خلاصه تحلیل پلها بدون استفاده از خطوط تأثیر غیر ممکن است.

در فصل پنجم روشهای تحلیل سازه فوقانی پلهای بزرگراهها برای بار مرده، بارزنده و بار ضربه تشریح می شوند که در این میان روش ماسونت و تحلیل شبکه جامع ترین آنها می باشند. در این فصل علاوه بر روشهای اصولی تحلیل سازه فوقانی پلها، روشهای مدرن کامپیوتری و نیز روش آئین نامه ای تحلیل پلها مورد بحث قرار گرفته است.

فصل ششم در حقیقت ادامه فصل پنجم بوده که در آن تحلیل اثرات ثانوی وارده به سازه فوقانی پلها مورد بررسی قرار گرفته است. اثرات بحث شده شامل اثر موضعی بارچرخ

بر روی عبورگاه ، اثر نشست و یا چرخش تکیه‌گاهها و اثر تغییرات درجه حرارت می‌باشند .  
فصل هفتم در مورد تحلیل پایه‌های کناری پلها می‌باشد .  
در ضمیمه ۱ تئوری صفحات ارتوتروپیک ، که در تحلیل عبورگاه پل به روش ماسونت  
مورد استفاده قرار می‌گیرد آمده است .  
ضمیمه ۲ شامل آشنائی با روش تحلیلی نیرو - تغییر مکان برای حل مسائل نامعین  
می‌باشد .

سید محمود حسینی  
بخش سازه گروه عمران  
دانشگاه فردوسی



# فصل اول

## تاریخچه پلسازی

### ۱ - ۱ تاریخ باستان

انسان از قدیم به ساخت پل علاقه داشته است چه سواى اهمیت نظامی و غیر نظامی آنها، پلها به عنوان نشانه‌ای از کارهای بزرگ مهندسی شناخته شده بود. اگر چه ابتدای تاریخ پلسازی قدری مبهم است ولی تکامل تاریخی انواع مختلف پلها احتمالاً به بیش از ۵۰۰۰ سال پیش برآورد می‌گردد. بطور کلی از نظر فرم سازه‌ای پلهای ساخته شده‌رامی‌توان به سه دسته مجزا تقسیم کرد. نوع تیر یا دال که در قدیم با استفاده از تنه درخت یا تخته سنگها ساخته می‌شد، نوع قوسی که با استفاده از لاشه سنگها و بالاخره نوع معلق که با استفاده طنابهای ساخته شده از الیاف گیاهی انجام می‌شد. پلهای مدرن امروزی در واقع از نظر سازه‌ای بطور کلی از سه فرم فوق تبعیت می‌کنند هرچند که از نظر مصالح بکار رفته خیلی پیشرفته‌تر از آن ایام می‌باشند.

قدیمی‌ترین پل ثبت شده دنیا در تاریخ پلی است که در حدود ۲۶۵۰ سال قبل از میلاد مسیح توسط منس<sup>۱</sup>، اولین پادشاه مصر، بر روی رودخانه نیل بنا گردید. از جزئیات این پل اطلاع دقیقی در دست نیست. پل دیگری از نوع عبورگاه چوبی با پایه‌های سنگی در حدود ۴۰۰۰ سال پیش بر روی رود فرات در باهل قدیم ساخته شد. پلهای معلق ابتدائی شامل یک طناب ساخته شده از نی هندی یا الیاف گیاهی دیگر بود که عابر بوسیله دست از طرفی به طرف دیگر عبور می‌کرد. اولین پل معلق واقعی متشکل از سه طناب موازی بود که یکی از آنها در تراز پائینتر جهت جای پای عابر و دوتای دیگر در تراز بالاتر به منظور دستگیره و حفظ تعادل شخص بکار برده می‌شد (شکل ۱-۱). قدیمی‌ترین پل معلق ساخته شده از زنجیرهای فلزی که تا کنون بجای مانده است، پلی است بر روی رودخانه چین چین<sup>۲</sup> در کشور چین. در کشور هندوستان نیز آثاری از این نوع پلها وجود دارد. با افزایش تعداد



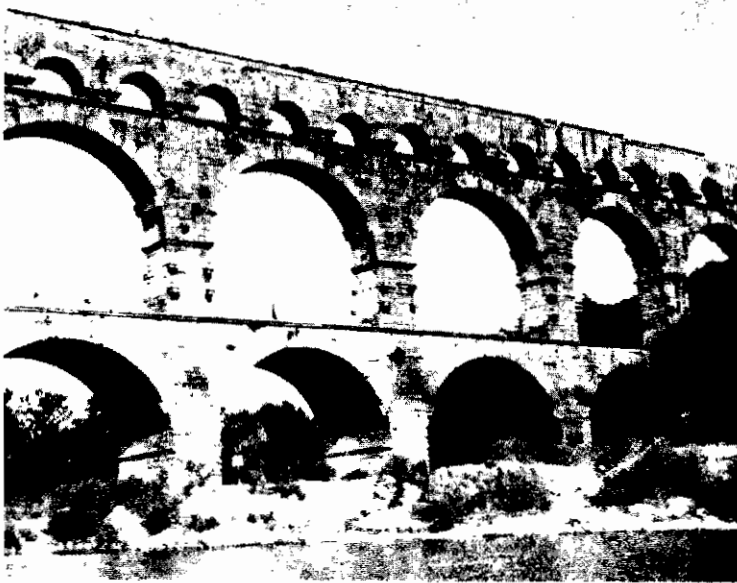
شکل (۱-۱) - پل معلق اولیه

کابل‌های طولی در پل‌های معلق این نوع سازه کامل‌تر گردید (شکل ۱-۲). نوع دیگر از پل‌هایی که در قدیم زیاد مرسوم بوده پل‌های ساخته شده از تیرهای چوبی بود که برای عبور از رودخانه بر روی فونداسیون‌های معلق در آب تکیه داشت و اساس پل‌های موقت امروزی را تشکیل می‌دهند.



شکل (۱-۲) - پل معلق تکامل یافته

تکامل فرم سازه قوسی برای بناها و پلها با استفاده از مصالح سنگ و آجر به دوره‌های کلدانیان و آشوریان برمی‌گردد. با توجه به نوع سقفهای قوسی کشف شده از مقبره‌های موجود در مصر که از حدود ۱۸۰۰ سال قبل از میلاد مسیح بجای مانده است نشان می‌دهد که احتمالاً " برای اولین بار سازه‌های قوسی در مصر بکار برده شد. یونانیان قدیم تعوری مقدماتی استاتیک را توسعه داده و ارشمیدس (۲۱۲ الی ۲۸۷ قبل از میلاد مسیح) از وضعیت تعادل اجسام آگاهی داشت هر چند که این اصول ظاهراً در ساخت سازه‌ها بکار برده نمی‌شد. رومیها در ساخت قوسها تجربه زیادی کسب کردند بطوری که بعضی از سازه‌های قوسی آنها حتی تا به امروز پا بر جاست. از جمله اینها پلی است بنام پانت دگارد<sup>۳</sup> شاهکار شخصی بنام آگریپا<sup>۴</sup> که به سال ۱۹ قبل از میلاد مسیح در جنوب فرانسه فعلی ساخته شد. این پل که شامل یک قوس سه طبقه به ارتفاع حداکثر ۴۷/۴۰ متر از سطح رودخانه و شعاع هر قوس ۲۲/۴ متر می‌باشد، حدود ۲۰۰۰ سال قدمت دارد، (شکل ۱-۳).



شکل (۱-۳) - پل پانت دگارد در فرانسه

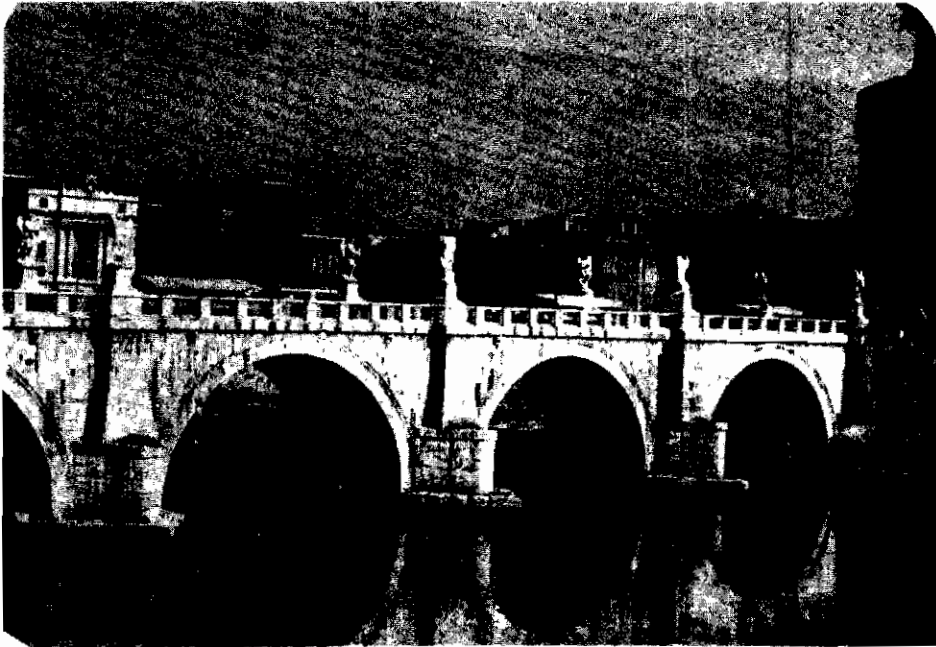


یونانیها و رومیها از مصالح چوب برای سازه‌های موقت استفاده می‌کردند و پلهای پایه خریایی چوبی مخصوصاً<sup>۵</sup> برای امور نظامی توسعه یافت. اولین پل چوبی بر روی رودخانه تیزم<sup>۵</sup> در لندن ساخته شد.

یکی از مهمترین کشف سازندگان رومی را می‌توان کشف سیمان طبیعی دانست که از یک نوع سنگ آتشفشان بدست می‌آمد و در اثر اضافه کردن آب به آن سفت می‌شد که پیشرو سیمان جدید می‌باشد.

پیشرفت کند پلسازی در قرون گذشته دلیل بر نبودن تشریک مساعی بین سازندگان و به اصطلاح فیلسوفان یا معماران آن زمان بوده است. با ایجاد جدائی بین تئوری و عمل، ساخت یک سازه مهندسی و اصولی هیچگاه میسر نبود.

از نمونه پلهای باقیمانده از قرن دوم میلاد مسیح پل زیبای آنجل<sup>۶</sup> می‌باشد که در سال ۱۳۶ پس از میلاد بر روی رودخانه‌ای در روم ساخته شد، (شکل ۱-۴).



شکل (۱ - ۴) - پل قوسی آنجل در روم

## ۱ - ۲ قرون وسطی

در طی قرون وسطی اطلاعات مهندسی سازه‌ای جمع‌آوری شده توسط رومیها ناپدید گشت بطوری‌که در این دوران هیچگونه پیشرفت و خلاقیت چشمگیری در زمینه ساخت سازه‌ها ایجاد نگردید. اما هنر ساخت بطور گسترده‌ای در اروپا رواج یافت. پلهای چوبی که در چین در حدود قرن ده میلادی ساخته شدند هنوز پا برجاستند. از پیشرفت و کاربرد اطلاعات فنی کسب شده در این دوران اطلاعی در دست نیست.

## ۱ - ۳ دوره رنسانس

با تجدید نظر افرادی چون لئونارد داوینچی<sup>۷</sup> (۱۴۵۲ الی ۱۵۱۹) در هنرها و علوم پیشرفت چشمگیری در علوم مهندسی مخصوصاً "طرح پل‌ها در دوره رنسانس بوجود آمد. وی با استفاده از تئوری و تجربه پیشینیان در ساخت سازه‌ها پیشرو پلهای مدرن محسوب می‌شود. از آن‌پس سازندگان با تجربه عملی در پلسازی اجباراً از نظرات طراحان آگاه استفاده می‌کردند. کلیه افراد مهمی که در آن دوران در فن پلسازی نقش بسزائی داشتند کسانی بودند که تجربه و تئوری را باهم بکار می‌بردند.

پلهای مهمی که با استفاده از تئوری و تجربه در این عصر ساخته شد عبارتند از پل سانتا ترینیتا<sup>۸</sup> در فلورانس، پل ریالتو<sup>۹</sup> که بر روی کانال بزرگ شهر و نیز ساخته شده، پل نتردام<sup>۱۰</sup> و پل نیوف<sup>۱۱</sup> در پاریس.

لئونارد داوینچی با محاسبه و نتایج آزمایشگاهی توانست پروفیل خط فشار را برای قوسها تحت هربار وارده تعیین نماید. وی نیز با انجام آزمایشاتی موفق شد مقاومت مصالحی چون کابلهای آهنی را تعیین کند. روش کار مجازی نیز جهت محاسبه سیستم‌های مختلف قرقه‌ها و اهرم‌ها بکار گرفته شد. او آزمایشاتی نیز بر روی تیرها و ستونها انجام داد.

گاليله<sup>۱۲</sup> (حدود سال ۱۶۰۰ بعد از میلاد) تلاش زیادی در تعیین روابطی بین ابعاد تیر و مقاومت داخلی آن تحت اثر بارهای خارجی انجام داد و به نتیجه مهم زیر نایل آمد: "برای اینکه سازه‌های عظیمی چون کشتی‌ها، قصرها و مقبره‌ها را طوری بسازیم که در مقابل بارهای وارده مقاوم باشند، باید ابعاد اعضای آنها را خیلی بزرگ انتخاب کنیم که

7. Leonardo da vinci

10. Notre Dame

8. Santa trinita

11. Neuf

9. Rialto

12. Galileo

از نظر عملی همواره میسر نیست بنابراین راه حل دیگر آنست که اعضای مربوطه را با ابعاد کوچکتر ولی ساخته شده از مصالح قوی‌تری انتخاب کنیم .  
 او بر مزیت اعضای توخالی آگاه بود و مفهوم اساسی تنش را درک کرد اما مسئله‌ای در رابطه با مقاومت داخلی تیرها حل نکرد .

آکادمی علوم در سال ۱۵۶۰ میلادی در ایتالیا شروع بکار کرد . در قرن هفدهم میلادی در کشورهای دیگری چون انگلستان ، فرانسه و آلمان نیز پیشرفتهای علمی پدید آمد .  
 دانشی که بعداً " بنام علم مقاومت مصالح شناخته شد در قرن هفدهم پیشرفت قابل - توجهی پیدا کرد و افرادی چون رابرت هوک<sup>۱۳</sup> (۱۶۳۵-۱۷۰۳) ، که کشف مهم وی قانون هوک در مقاومت مصالح می‌باشد ؛ ماریوت<sup>۱۴</sup> (۱۶۲۰-۱۶۸۴) برای مطالعاتش در رابطه با تئوری خمش ؛ جاکوب<sup>۱۵</sup> (۱۶۵۴-۱۷۰۵) و جان برنولی<sup>۱۶</sup> (۱۶۶۷-۱۷۴۸) ، دو برادر مشهوری که تئوری خمیز در تیرها را ارائه دادند و نیز اصل کار مجازی را تعیین کردند ؛ دانیال برنولی<sup>۱۷</sup> (۱۷۰۰-۱۷۸۲) ، پسر جان برنولی که مطالعاتی در رابطه با شکل منحنی ایجاد شده در اثر کمانش میله ارتجاعی تحت اثر انواع بارگذاریها انجام داد و معادلات مربوط به لرزش جانبی میله‌های با مقطع منشوری را تعیین کرد و لئونارد اولر<sup>۱۸</sup> (۱۷۰۷-۱۷۵۳) که کار دانیال برنولی را ادامه داده و فرمول مشهور بار بحرانی کمانش را برای اعضای تحت اثر بار محوری فشاری تعیین کرد ، را می‌توان به عنوان پیشگامان این علم نام برد .

در قرن ۱۸ علوم مهندسی توسعه یافته در صد سال قبل از آن ، راه خود را به کارهای عملی پیدا کرد . کتابهای زیادی در این مورد نوشته شد و از ریاضیات به عنوان یک وسیله مفید مهندسی استفاده شد .

در سال ۱۷۱۳ ، پارنت<sup>۱۹</sup> (۱۶۶۶-۱۷۱۶) دواثر مهم خود را منتشر کرد که در آن او برای اولین بار محل تار خنثی در مقطع اعضا را مشخص کرد و نیز تنشهای داخلی تیر را بدست آورد .

اولین مجتمع (دانشکده) مهندسی در دنیا در سال ۱۷۱۶ در پاریس بوجود آمد و در این زمان بود که اولین کتب در رابطه با مهندسی سازه منتشر شدند .

دانشمند مشهور کولمب<sup>۲۰</sup> (۱۷۳۶-۱۸۰۶) نیز در این عصر نقش مهمی را در پیشرفت

13. Robert Hooke

17. Daniel Bernoulli

14. Mariotte

18. Leonard Euler

15. Jacob

19. Purent

16. John Bernoulli

20. C.A. Coulomb

علوم که دامنه وسیعی داشت بازی کرد. کار عمده وی در مهندسی سازه شامل تحلیل و آزمایش در رابطه با خمش تیرها، پیچش میله‌ها، پایداری دیوارهای حائل و تئوری قوسها بوده است. در این دوران کارهای آزمایشگاهی در رابطه با خواص مکانیکی مصالح پیشرفت خوبی داشت.

#### ۱ - ۴ عصر انقلاب صنعتی

در دهه آخر قرن ۱۸ اولین آثار انقلاب صنعتی در انگلستان پدیدار گشت. اولین پل آهنی در دنیا بنام پل کلبروکدال<sup>۲۱</sup> در آنجا ساخته شد. این پل شامل یک قوس نیم-دایره به دهانه ۳۰/۵ متر بوده که بر روی رودخانه سورن<sup>۲۲</sup> توسط شخصی بنام آبراهام داری<sup>۲۳</sup> که احتمالاً بر اساس طرح توماس پریچارد<sup>۲۴</sup> و جان ویلکینسون<sup>۲۵</sup> بوده است در سال ۱۶۶۹ کامل شد. اولین پل آهنی در آمریکا ۶۰ سال پس از آن ساخته شد.

در اوایل قرن ۱۹ پیشرفت قابل توجهی در تئوری مقاومت مصالح توسط شخصی بنام ناویر<sup>۲۶</sup> (۱۷۸۵ - ۱۸۳۶) انجام گرفت، اما چند دهه بطول انجامید تا مهندسين این مطالب را بخوبی درک کرده و نتایج آنرا بکار بردند. کار وی در واقع مقدمه‌ای بر تحلیل سازه‌های مدرن به‌شمار می‌آید. ناویر اولین کسی بود که روش کلی حل سازه‌های نامعین را ابداع کرد. کار وی بعداً توسط ریاضی دانان و مهندسين ادامه یافت و بدین ترتیب اساس مهندسی سازه‌های مدرن بوجود آمد.

در دوران احداث راه آهن پل‌های مهمی ساخته شدند. یکی از آنها که در واقع به‌عنوان عجایب دنیا بحساب می‌آید پل قوسی چهارطبقه سنگی گلتزاشتال<sup>۲۷</sup> در آلمان می‌باشد که در سال ۱۸۵۱ کامل شد. دهانه کلی این پل ۵۷۸ متر و ارتفاع حداکثر آن از سطح رودخانه به ۷۸ متر می‌رسد. این پل توسط شخصی بنام شوبرت<sup>۲۸</sup> در طی شش سال ساخته شد (شکل ۱-۵). دو پل قوسی که از این دوران تا کنون پا برجاست یکی پل هیدلبرگ<sup>۲۹</sup> در آلمان می‌باشد که در سال ۱۷۸۹ ساخته شد (شکل ۱-۶) و دیگری پل معروف گلن فینان<sup>۳۰</sup> در اسکاتلند است (شکل ۱-۷).

21. Coalbrookdale

26. Navier

22. Severn

27. Goltzschtal

23. Abraham Darby

28. Schubert

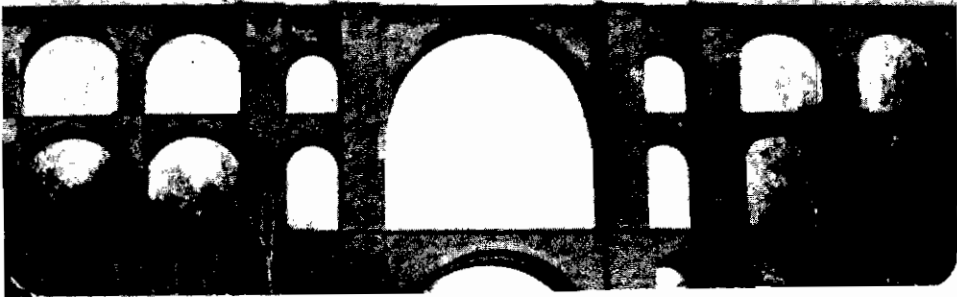
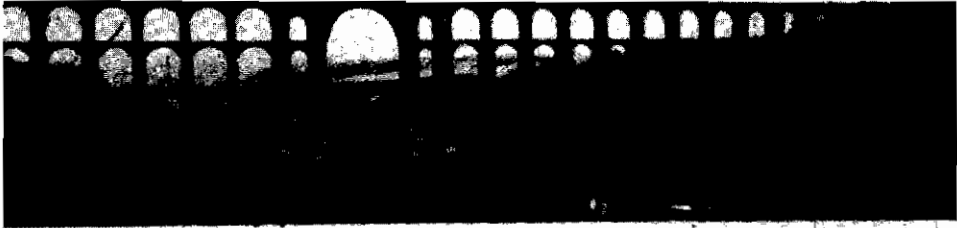
24. T.Pritchard

29. Heidelberg

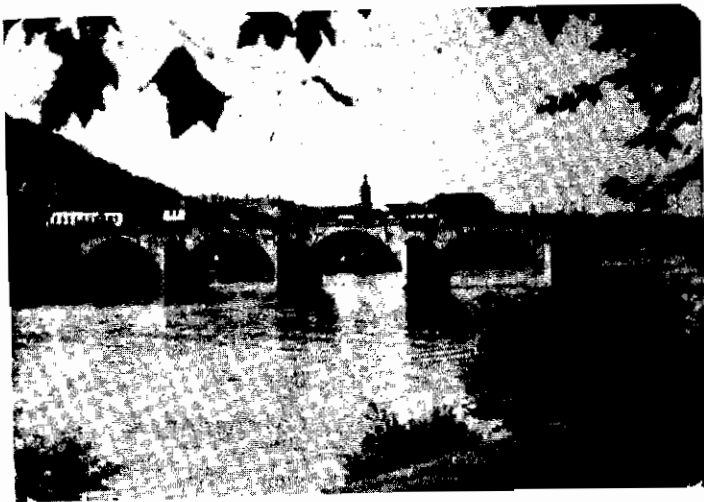
25. J.wilkinson

30. Glenfinnan

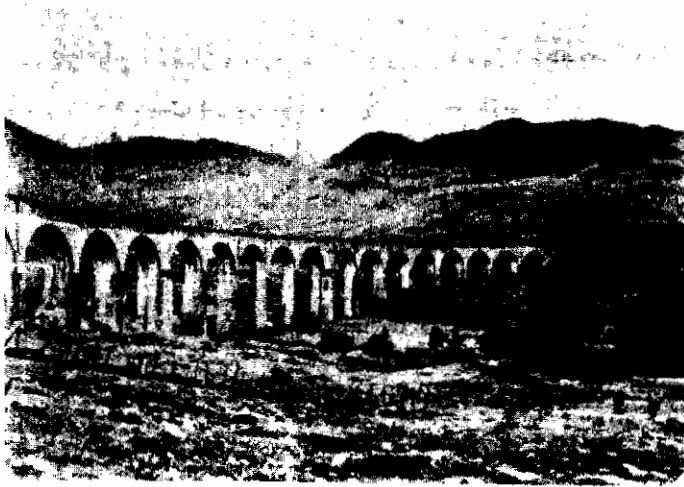
در ایران نیز پلهای قوسی ساخته شده از آجر جهت عبور قطار ساخته شدند که از آن جمله می‌توان پل قوسی نوده در گرگان و پل قوسی دیگری در راه آهن میانه را نام برد.



شکل (۱-۵) - پل گلنزا اشتال در آلمان



شکل (۱-۶) - پل هیدلبرگ در آلمان



شکل (۱ - ۷) - پل گلن فینان در اسکاتلند

## ۱ - ۵ پلهای آهنی و فولادی اولیه

قرن ۱۹ را سرآغاز رشد پلهای فلزی، مخصوصاً در انگلستان، می‌توان به حساب آورد. طرحهای اولیه که توسط افرادی چون وات<sup>۳۱</sup>، تلفورد<sup>۳۲</sup>، استفنسون<sup>۳۳</sup>، برونل<sup>۳۴</sup>، و دیگران ارائه شدند عمدتاً با استفاده از مصالح آهن بود که از نظر ظاهر جلوه جالبی نداشتند. طرح یک پل قوسی آهنی به دهانه ۱۸۳ متر توسط تلفورد در این زمان داده شد که بدلائل اشکالات اجرایی هرگز این طرح عملی نگردید. در سال ۱۸۱۴، پس از انجام آزمایشاتی که بر روی آهن چکش خوار یا نرم انجام شد، تلفورد طرحی را برای پل معلق به دهانه اصلی ۳۵۵ متر و دو دهانه کناری هر کدام ۱۵۲ متر تهیه کرد. وی این ایده را نیز برای پل مشهوری که بر روی تنگه منای<sup>۳۵</sup> با دهانه ۱۷۷ متر ساخته شد بکاربرد. این پل در سال ۱۹۳۸ توسط کابل تقویت شد. اکثر پلهای معلق که در این دوره ساخته شدند بدلائلی که بعداً ذکر می‌شود تا کنون از بین رفته‌اند.

پلهای که در این زمان ساخته می‌شدند اکثراً فقط برای تحمل بارهای حاصل از وسایط نقلیه اسب‌دار آن دوره طرح می‌شدند. بار باد و اثرات دینامیکی حاصل از حرکت

31. Watt

34. Brunel

32. Telford

35. Menai

33. Stephensons

بر روی پل از نظر طراحان تقریباً ناشناخته بود و بدین دلیل، مخصوصاً در پلهای معلق، در اثر حرکت نوسانات شدیدی در پل ایجاد می‌گردید که باعث دلهره عابری می‌شد. از این بابت خرابیهای زیادی نیز برای پلهای معلق بهار آمد، نمونه‌ای از این خرابیها مربوط به پل زنجیری برفاقتون<sup>۳۶</sup> در منچستر می‌باشد که در سال ۱۸۳۱ اتفاق افتاد. این پل در اثر عبور دسته جمعی تعدادی سرباز و ایجاد نوسانات حاصل از آن خراب شد. تعدادی نیز در اثر عواملی چون طوفان و باد شدید در انگلستان، فرانسه و آلمان خراب شدند که از جمله پل زنجیری برایتون<sup>۳۷</sup> در انگلستان به سال ۱۹۳۳ را می‌توان نام برد. اولین پل معلق که برای عبور قطار از روی آن طرح گردید در سال ۱۸۳۵ توسط آقای ساموئل براون<sup>۳۸</sup> بر روی رودخانه تیز<sup>۳۹</sup> در انگلستان ساخته شد. دهانه این پل حدود ۸۶ متر بود. اما عاقبت در اثر عبور قطارهای سنگین از روی آن تغییر شکل بیش از حد در آن ایجاد شده که نهایتاً در اثر عامل خستگی<sup>۴۰</sup> خراب شد. از این خرابیها و خرابیهای متعدد مشابه دیگر که برای پلهای معلق اتفاق افتاد سازندگان این نوع پلها ضرورت ایجاد صلبیت بیشتر در این پلها را حس کردند. مثالی از راه‌حلهای ارائه شده، طرح اولیه رابرت استنفسون<sup>۴۱</sup> برای پل معروف بریتانیا<sup>۴۲</sup> بر روی تنگه منای بود که شامل چهار دهانه ممتد به طولهای ۷۰، ۱۴۰، ۱۴۰ و ۷۰ متر می‌شد. طرح اولیه پل شامل لوله‌های بزرگ آهنی، جهت عبور قطار از میان آنها بود که توسط کابلهایی به صورت معلق نگهداری می‌شد، بر اساس روشهای تحلیلی و انجام آزمایشاتی که توسط شخصی بنام فیبربرین<sup>۴۳</sup> بر روی ماکتی از این پل صورت گرفت معلوم شد که لوله‌ها به تنهایی قادر به حمل بار قطار بوده و احتیاجی به تقویت آنها توسط کابلها نمی‌باشد. این پل در واقع سرآغاز پلهای فلزی ساخته شده از ورق بود. پل مذکور در سال ۱۸۵۰ مورد استفاده قرار گرفت اما با آتش سوزی که در سال ۱۹۷۰ در داخل آن اتفاق افتاد پل صدمه فراوان دید و نهایتاً با جایگزین کردن لوله‌ها توسط قوس فولادی این پل بازسازی و مورد استفاده قرار گرفت. وی نیز پل سلطنتی آلبرت<sup>۴۴</sup> در سال ۱۸۵۹ را در سال ۱۸۵۹ تکمیل کرد. دود دهانه اصلی این پل هر یک بطول ۱۳۹ متر بود که در سازه آن از ترکیب قوس و کابل معلق استفاده شده بود. قوس ساخته شده از نوع لوله‌های عظیم آهنی

36. Broughton

41. Robert Stephenson

37. Brighton

42. Britania

38. Sir Samuel Brown

43. Fairbrain

39. Tees

44. Albert

40. Fatigue

45. Saltash

بود. او همچنین پیل معلق کالیفتن<sup>۴۶</sup> را به دهانه ۲۱۴ متر که پس از مرگش در سال ۱۸۶۴ تکمیل شد طرح کرد.

در این دوره، بدلیل استفاده از قطار به عنوان وسیله نقلیه پلسازی رونق زیادی پیدا کرد، بطوری که به عنوان مثال در کشور انگلستان در طی ۷۰ سال بیش از ۲۵۰۰۰ پیل بدین منظور ساخته شد. با توجه به وزن سنگین قطار و اثر شدید دینامیکی آن پلهای با صلبیت بیشتر از پلهای معلق مورد نیاز بود.

در نیمه دوم قرن ۱۹ با بکارگیری مصالح فولاد بجای مصالح آهن سازه های فلزی مدرن امروزی پایه گذاری شدند. پلهای فولادی عظیمی در این دوره ساخته شدند که یکی از مشهورترین آنها پیل قوسی فولادی سنت لوئیس<sup>۴۷</sup> می باشد که بر روی رودخانه میسیسیپی در آمریکا به سال ۱۸۷۳ ساخته شد. این پیل متشکل از سه قوس می باشد که دهانه میانی آن ۱۵۸ متر است و توسط جی بی ادز<sup>۴۸</sup> طرح و بروش جدید طره ای ساخته شد. در سال ۱۸۷۹ در اثر طوفان شدید تراژدی سقوط پیل تی<sup>۴۹</sup> اتفاق افتاد. این حادثه به دلیل نداشتن پایداری کافی در مقابل بار باد بوقوع پیوست و باعث عدم اعتماد مهندسين با تجربه از طرحهای خود گشت. این نشان می دهد که در آن زمان اطلاع کافی از مقدار و نوع بار باد و عکس العمل سازه پیل در مقابل آن در دست نبود. بدین ترتیب به علت کمبود اطلاعات در این زمینه مهندسين قادر به استفاده از تجربیات قبلی خود و یا دیگران نبودند.

در این دوره علاوه بر اینکه دستیابی به مصالح قویتر امکان پذیر شده بود، روشهای تحلیل و درک رفتار سازه ها نیز پیشرفت قابل توجهی پیدا کرد. از افرادی چون ناولیر<sup>۵۰</sup>، کوشی<sup>۵۱</sup> (۱۷۸۹ - ۱۸۵۷)، پویزون<sup>۵۲</sup> (۱۷۸۱ - ۱۸۴۰)، لامه<sup>۵۳</sup> (۱۷۹۵ - ۱۸۷۰)، کلیپرون<sup>۵۴</sup> (۱۷۹۹ - ۱۸۶۴) و سنت و نان<sup>۵۵</sup> (۱۷۹۷ - ۱۸۸۶) به عنوان صاحب نظران اولیه تئوری ارتجاعی می توان نام برد. روشهای تحلیلی بکار گرفته شده توسط این افراد منجر به روشهای مدرن تحلیل سازه ها گردید که امروزه از آنها استفاده می شود. افراد دیگری چون اتون هادکینسون<sup>۵۶</sup>، ویزباخ<sup>۵۷</sup> نیز کارهای آزمایشگاهی را با اصول و نظم خاصی رونق

46. Clifton

52. Poisson

47. St. Louis

53. Lame

48. J.B. Eads

54. Clapeyron

49. Tay

55. Saint-Venant

50. Navier

56. Eaton Hodgkinson

51. Cauchy

57. Weisbach



دادند. توسعه علم تحلیل سازه‌ها توسط افراد دیگری چون کلرک ماکسول<sup>۵۸</sup> (۱۸۳۱-۱۸۷۹)، کارل کلمن<sup>۵۹</sup> (۱۸۲۱-۱۸۸۱) و بنجامین بیکر<sup>۶۰</sup> ادامه یافت. قدرت تحلیل سازه‌ها به حدی رسیده بود که در سال ۱۸۸۰ آقای بنجامین بیکر پل عظیم خرپائی فورت<sup>۶۱</sup> را با استفاده از محاسبه تنها طرح کرد. البته وی جهت آگاهی از عملکرد آن در مقابل بار باد مجبور به استفاده از روشهای آزمایشگاهی نیز شد.

پل فورت که در سال ۱۸۸۷ مورد استفاده قرار گرفت در واقع سر آغاز عصر پلهای خرپائی کنسولی با دهانه زیاد می‌باشد. این پل که توسط آقای بنجامین بیکر وبا همکاری آقای جان فاولر<sup>۶۲</sup> طرح گردید، شامل دو دهانه اصلی هر یک بطول ۵۲۱ متر می‌باشند که از دو بازوی کنسولی ۲۰۷ متری و یک دهانه ساده ۱۲۵ متری تشکیل شده بود. اعضای اصلی فشاری این خرپای فلزی از لوله‌های فولادی ساخته شده‌اند.

پس از ساخت پل فورت پلهای عظیم دیگری از نوع خرپائی فلزی ساخته شدند که از جمله پل کوئینزبرو<sup>۶۳</sup> بر روی رودخانه ایست<sup>۶۴</sup> در نیویورک با دهانه اصلی ۳۶۰ متر به سال ۱۹۰۹، پل راه آهن کیهوک<sup>۶۵</sup> با دهانه اصلی ۵۴۹ متر بر روی رودخانه سنت لورنس<sup>۶۶</sup> در کانادا به سال ۱۹۱۸ و پل کنسولی هاوار<sup>۶۷</sup> با دهانه اصلی ۴۵۷ متر بر روی رودخانه هوقلی<sup>۶۸</sup> در کلکته به سال ۱۹۴۵ (شکل ۱-۸) را می‌توان نام برد.

بعد از عملکرد موفقیت آمیز پل فولادی قوسی سنت لوپس که در سال ۱۸۷۳ ساخته شد، تعداد زیادی پل قوسی فولادی دیگر از آن پس ساخته شد. مهمترین آنها شامل پل ویکتوریا فالز<sup>۶۹</sup> بر روی رودخانه زامبزی<sup>۷۰</sup> که توسط آقای رالف فریمن<sup>۷۱</sup> و زیر نظر جی آ-آ-بسون<sup>۷۲</sup> ساخته شد، دیگری پل هل گیت<sup>۷۳</sup> بر روی رودخانه ایست در نیویورک به دهانه ۲۹۸ متر است که توسط جی ال لیندنتال<sup>۷۴</sup> و اچ آمان<sup>۷۵</sup> طرح گردید و در سال ۱۹۳۱ مورد

58. Clark-Maxwell

67. Hawrah

53. Karl culman

68. Hooghly

60. Sir Benjamin Baker

69. Victoria Falls

61. Forth

70. Zambezi

62. Sir John Fowler

71. Sir Ralph Freeman

63. Queensboro

72. G.A.Hobson

64. East

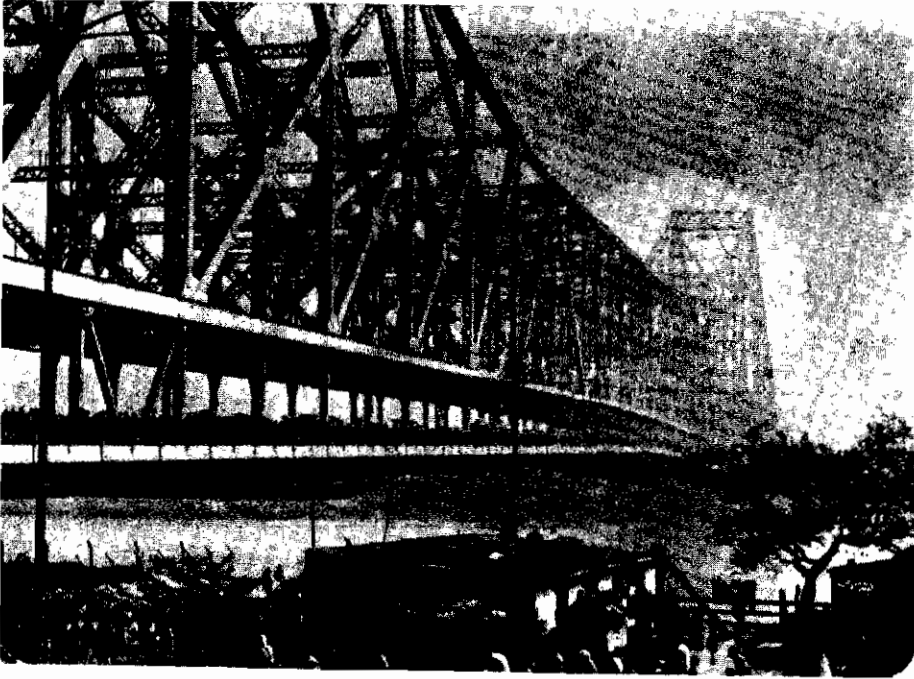
73. Hell Gate

65. Guebec

74. G.L.Lindenthal

66. St.lawrence

75. O.H.Ammann



شکل (۱-۸) - پل هاوارا در کلکته

استفاده قرار گرفت. پل بندرسیدنی<sup>۷۶</sup> در استرالیا به دهانه ۵۰۳ متر که با مطالعات دکتر براد فیلد<sup>۷۷</sup> از روی پل هل گیت و طرح و محاسبه آقای رالف فریمن در سال ۱۹۳۲ ساخته شد (شکل ۱-۹). آقای رالف فریمن پل قوسی دیگری را بنام پل بیرچنافتز<sup>۷۸</sup> به دهانه ۳۲۹ متر طرح کرد که بر روی رودخانه سابی<sup>۷۹</sup> در زمبابوئه به سال ۱۹۳۵ تکمیل شد. پل آخری از ظرافت و زیبایی خاصی برخوردار می باشد. وی برای اولین بار آزمایش تونل باد را بر روی ماکت پل جهت مطالعه اثرات ناشی از باد بر سازه واقعی انجام داد. فریمن پل دیگری از نوع معلق بنام پل اتوبیت<sup>۸۰</sup> به دهانه ۳۲۰ متر را نیز طرح کرد که در سال ۱۹۳۹ کامل گشت.

ساخت خرپاهای فولادی تا عصر حاضر ادامه داشته است. شکل (۱-۱۰) نوع دیگری

76. Sydney Harbour

79. Sabi

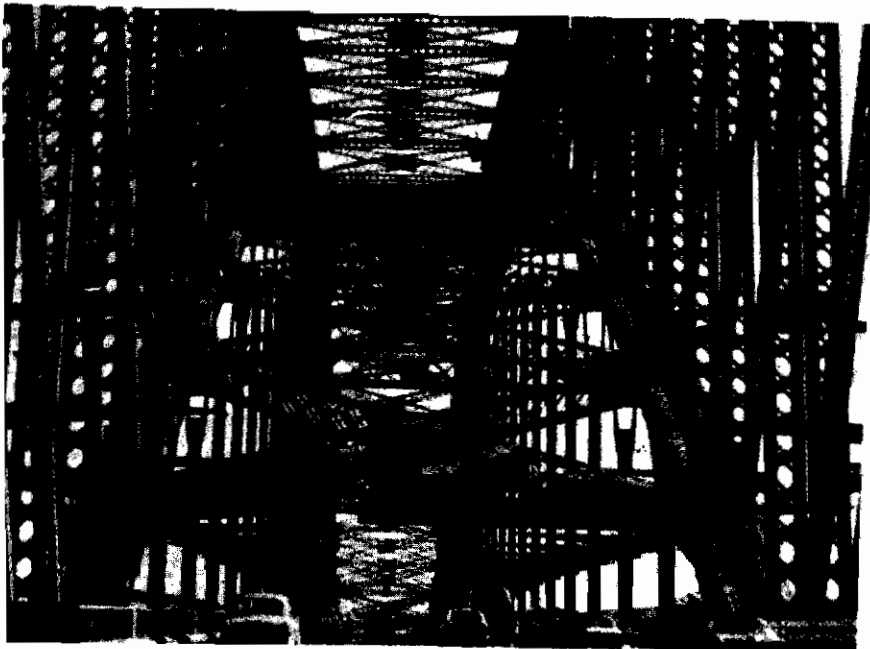
77. Dr. J. J. C. Bradfield

80. Otto Beit

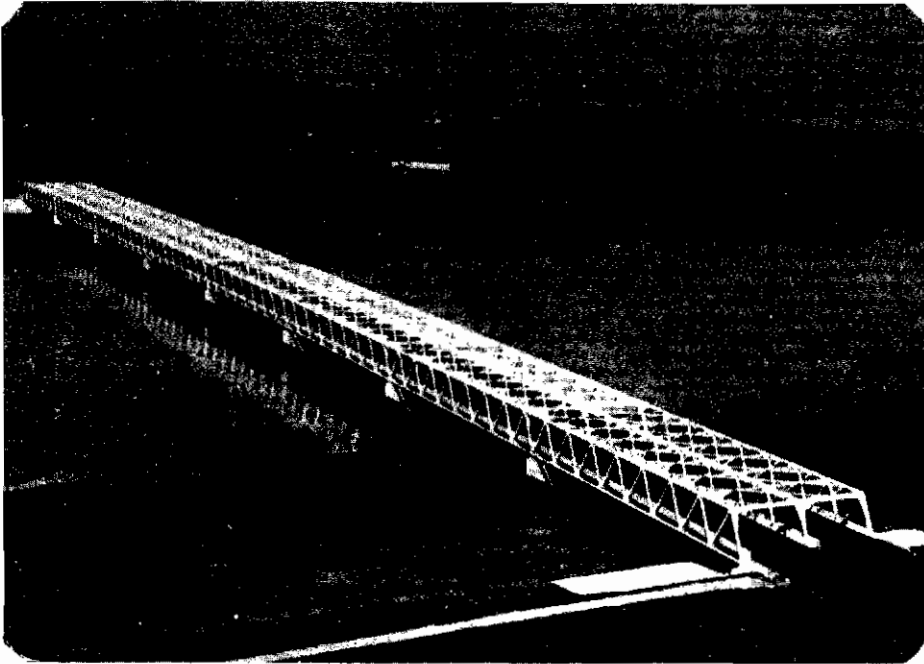
78. Birchenoughs



شکل (۱-۹) - الف - نمای پل بندرسیدنی در استرالیا



شکل (۱-۹) - ب - داخل پل بندرسیدنی



شکل (۱ - ۱۰) - پل تانگاوا در زاین

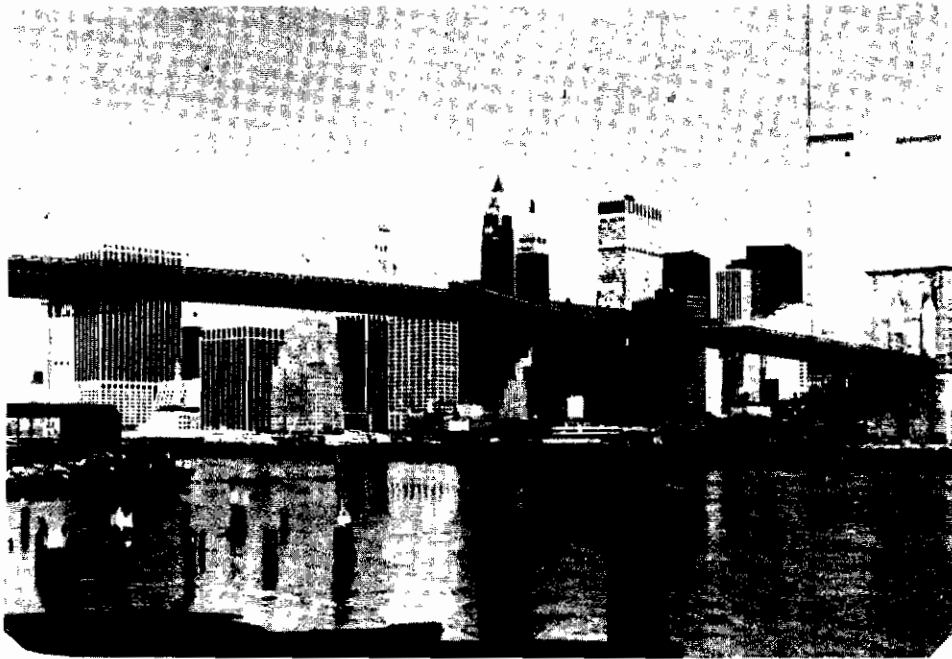
از پل خرباشی فولادی را نشان می‌دهد که در آن از خرباش تخت بجای خرباش قوسی استفاده شده است. این پل بنام پل تانگاوا<sup>۸۱</sup> می‌باشد که بر روی رودخانه تانگاوا در مسیر راه اصلی به توکیو در زاین به سال ۱۹۲۲ ساخته شد.

اکثر پلهای ساخته شده در راه شوسه کناره شمال ایران از نوع پل خرباشی تخت فولادی می‌باشند. تعدادی دیگر از این نوع پلها عبارتند از پل لشکرک، پل حسینی در لرستان، پل ماشالک در نزدیکی نوشهر در راه کناره شمال، پل سفیدرود در گیلان و پل راه شوسه دزفول.

#### ۱ - ۵ پلهای فولادی معلق

پیشرفت مهندسی پلسازی مخصوصاً در آمریکا را باید مدیون تلاش شخصی بنام جان ت. روبلینگ<sup>۸۲</sup> (۱۸۵۶ - ۱۸۶۹) دانست. وی به عنوان مخترع پلهای معلق باد هانه زیاد

شناخته شده است. پل معروف بروکلین<sup>۸۳</sup> که در سال ۱۸۸۳ با دهانه ۴۸۶ متر ساخته شد در واقع یکی از شاهکارهای عصر خود بشمار می‌آید. بدلیل فوت نابهنگام وی این پل در سال ۱۸۸۳ توسط پسرش کامل شد (شکل ۱-۱۱).



شکل (۱-۱۱) - پل بروکلین در آمریکا

بدنبال عملکرد موفقیت آمیز این پل و اعتماد به‌نفسی را که در مهندسين بوجود آورد از آن پس پل‌های معلق مشهور و عظیمی ساخته شدند. از آن جمله پل‌های معروف جرج - واشنگتن<sup>۸۴</sup>، گلدن گیت<sup>۸۵</sup>، ورازانا<sup>۸۶</sup> و هامبر<sup>۸۷</sup> را می‌توان نام برد. پل معلق جرج واشنگتن با دهانه اصلی ۱۰۶۷ متر در سال ۱۹۳۱ توسط اوایچ، آمان<sup>۸۸</sup> طرح و بر روی رودخانه هادسون<sup>۸۹</sup> در آمریکا ساخته شد (شکل ۱-۱۲).

83. Brooklyn

87. Humber

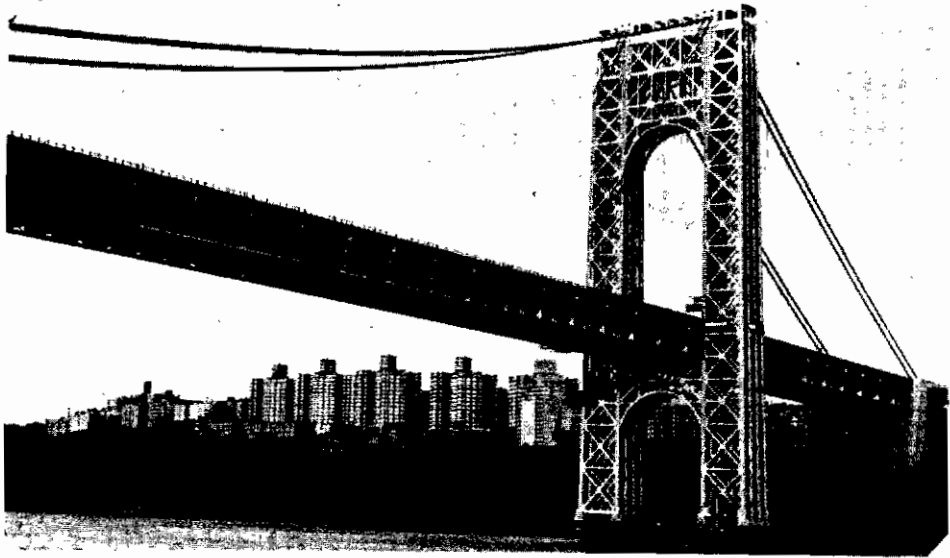
84. George washington

88. O.H. Ammann

85. Golden Gate

89. Hudson

86. Verrazano Narrows



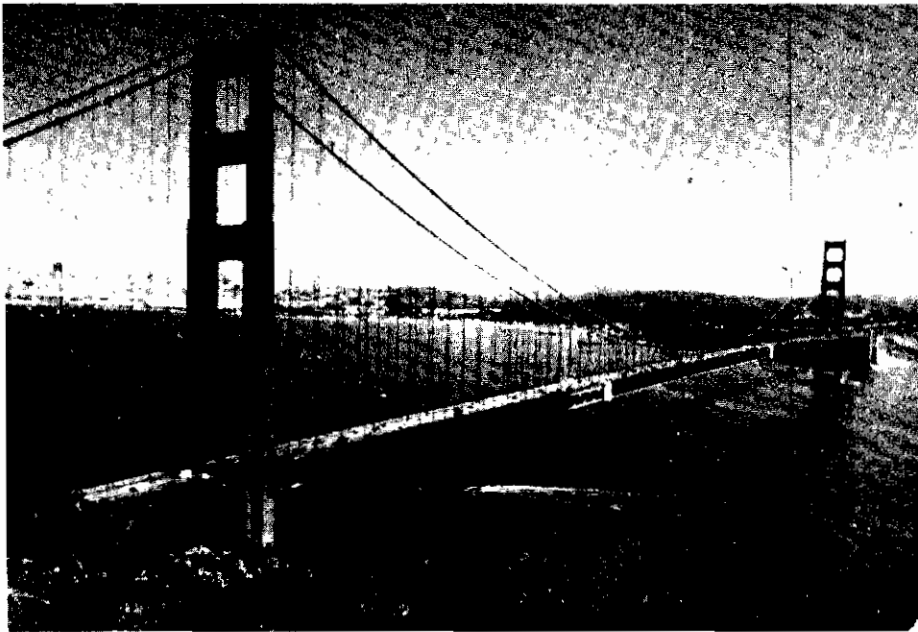
شکل (۱-۱۲) الف - نمای پل جرج واشنگتن در آمریکا



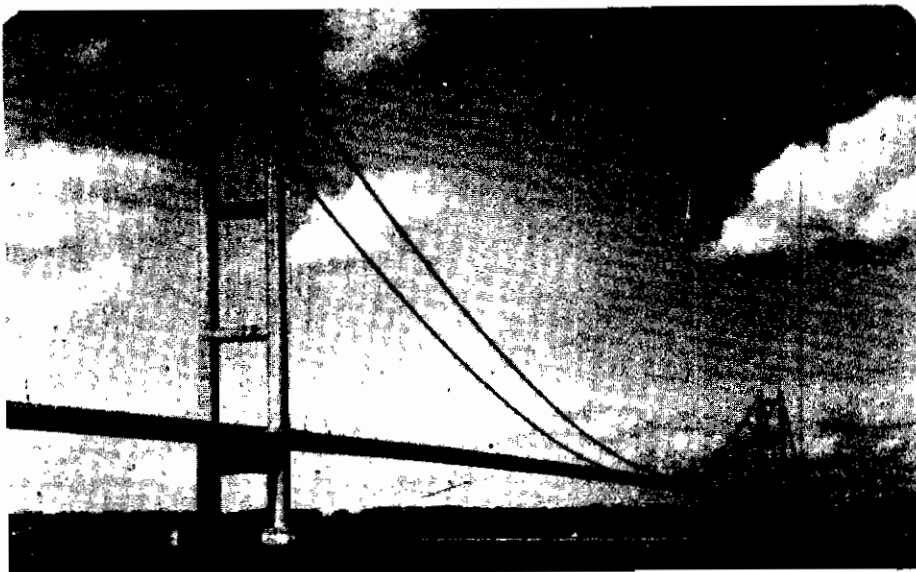
شکل (۱-۱۲) ب - داخل پل جرج واشنگتن

۱۲۸۰ متر در سال ۱۹۳۷ کامل شد (شکل ۱-۱۳) و پل معلق ورازانا با دهانه اصلی ۱۲۹۸ متر بیست و هشت سال پس از ساخت پل گلدن گیت مورد استفاده قرار گرفت. پل معلق هامبر در انگلستان با دهانه ۱۴۱۰ متر و ارتفاع حداکثر پایه‌ها ۱۵۲ متر در سال ۱۹۸۰ ساخته

شد که در زمان خود بزرگترین دهانه پل معلق در دنیا بوده است (شکل ۱-۱۴).



شکل (۱-۱۳) - پل معلق گلدن گیت در آمریکا



شکل (۱-۱۴) - پل معلق هامبر در انگلستان

## ۱ - ۷ بوجود آمدن بتن آرمه

کاربرد بتن آرمه در ساخت پلها اولین بار در اواخر قرن نوزده صورت گرفت. اگرچه استفاده از بتن به فرمهای مختلف در خرابه‌های باقی مانده از روم مشهود است اما این ایده برای قریب به هیجده قرن مسکوت مانده بود تا بالاخره در سال ۱۷۵۰ شخصی بنام اسمیتون<sup>۹۰</sup> آزمایشاتی را بر روی بتن انجام داد. لويس جوزف ویکت<sup>۹۱</sup> (۱۷۸۶ - ۱۸۶۱) نیز مطالعاتی بر روی ملات سیمان در قبل از سال ۱۸۱۸ انجام داد و جوزف آسپدین<sup>۹۲</sup> (۱۷۷۹ - ۱۸۵۵) کشف سیمان پرتلند را در سال ۱۸۲۴ به ثبت رسانید. جی. رال. لامبوت<sup>۹۳</sup> در سال ۱۸۴۸ قایقی را با استفاده از مصالح بتن و میله‌های آهنی ساخت. اگرچه در سال ۱۸۵۲ فرانکوئیس کویگنانت<sup>۹۴</sup> اولین ساختمان مرکب بتن و آهن را ساخت اما ابداع کننده سازه‌های بتن آرمه به سبک امروزی را باید مدیون زحمات شخصی بنام تادیوس هایت<sup>۹۵</sup> (۱۸۱۶ - ۱۹۰۱) دانست که با انجام آزمایشاتی در سال ۱۹۵۰ تیر بتن آرمه را ساخت. وی در سال ۱۸۷۷ کتابی در رابطه با آزمایشات خود منتشر کرد که در آن به یکسان بودن ضریب انبساطی بتن و میله‌های آهنی داخل آن اشاره شده و ضریب تعدیل را ۲۰ فرض کرده است.

توسعه سازه‌های بتن آرمه در اواخر قرن نوزده در فرانسه توسط افرادی همچون هنیبک<sup>۹۶</sup> ادماند کویگنت<sup>۹۷</sup>، ان دی تدسکو<sup>۹۸</sup> و آرماند کانزیدر<sup>۹۹</sup> فراهم آمد. افتخار اصلی به کار گیری مصالح بتن آرمه در صنعت متعلق به جوزف مونیر<sup>۱۰۰</sup> می‌باشد. ویلکینسون<sup>۱۰۱</sup> در سال ۱۸۵۴ اولین سقف بتن آرمه را در انگلستان به اجرا در آورد ولی ایده وی در آن زمان چندان مورد استقبال قرار نگرفت.

در سال ۱۸۷۰ پل هومرزفیلد<sup>۱۰۲</sup> در سافولک<sup>۱۰۳</sup> انگلستان توسط سقف بتن آرمه‌ای از نوع دال و تیر به دهانه ساده پانزده متر ساخته شد. وییز<sup>۱۰۴</sup> آلمانی اولین کسی بود که

- |                |                     |
|----------------|---------------------|
| 90. Smeaton    | 98. N.D. Tedesco    |
| 91. L.J.Wicat  | 99. A.Considere     |
| 92. J.Aspdin   | 100. J.Monier       |
| 93. J.L.Lambot | 101. W.B. Wilkinson |
| 94. F. Coignat | 102. Homersfield    |
| 95. T. Hyat    | 103. Suffolk        |
| 96. Hennebique | 104. Wayss          |
| 97. E. Coignet |                     |



محاسبات قطعات بتن آرمه را انجام داد. وی با همکاری فریتاک<sup>۱۰۵</sup> در طی ده سال ۱۸۸۱ تا ۱۸۹۱ حدود ۳۲۰ عدد پل قوسی بتنی با سدهانه ۴۰ و ۵۰،۴۰ متری را طراحی محاسبه و به اجرا درآوردند. کونن<sup>۱۰۶</sup> در سال ۱۸۸۶ رفتار و تحلیل یک تیر بتن آرمه را به چاپ رسانید. هنیبک در سال ۱۹۱۳ پل ریزورگیمنتو<sup>۱۰۷</sup> در روم را از نوع قوس بتن آرمه با دهانه صد متر که بزرگترین دهانه از نوع خود به شمار می‌آمد ساخت.

### ۱ - ۸ پلهای بتن آرمه

از آنجائیکه از مصالح فولاد برای ساخت پلهای با دهانه بزرگ استفاده می‌شد، کاربرد مصالح بتن آرمه محدود به پلهای با دهانه کوتاه شده بود. با این حال از مصالح بتن آرمه در ساخت پلها زیاد استفاده می‌شد بطوری که در سال ۱۹۰۰ هنیبک به تنهایی مسئولیت ساخت بیش از صد پل بتنی را عهده‌دار شد. در آلمان شرکت ویس و فریتاک<sup>۱۰۸</sup> اولین کتاب درسی در رابطه با جنبه‌های اساسی طرح و محاسبه قطعات بتن آرمه را که توسط پروسور-مارش<sup>۱۰۹</sup> تهیه شده بود انتشار داد. پس از سه سال از آن تاریخ یعنی در سال ۱۹۰۳ اولین آئین نامه سازه‌های بتن آرمه توسط انجمن مهندسين و معمار سويس انتشار یافت. از آن پس دیگر کشورها نیز در صدد تهیه آئین نامه‌های مربوطه برآمدند.

گسترش هرچه بیشتر استفاده از مصالح بتن آرمه بجای فولاد در ساخت پلها نتیجه تلاش افرادی چون میلارت<sup>۱۱۰</sup> (۱۸۷۲ - ۱۹۴۰) از کشور سوئیس و هنیبک از فرانسه می‌باشد. این دو با طرح و اجرای پلهای زیبا و کم‌نظیری از مصالح بتن آرمه علاقه مهندسين پلساز را به استفاده از این مصالح در ساخت پلها چند برابر کردند.

تا قبل از سال ۱۹۴۳ انواع مختلف پلهای بتن آرمه قوسی با دهانه‌های ۱۴۵ الی ۱۹۲ متر در اروپا ساخته شدند. در سال ۱۹۴۳ پل قوسی مشهور ساندو<sup>۱۱۱</sup> بر روی رودخانه آنگرم<sup>۱۱۲</sup> در سوئد با دهانه ۲۶۴ متر توسط هاگبوم<sup>۱۱۳</sup> طرح و ساخته شد (شکل ۱ - ۱۵). بیست سال پس از آن پل قوسی بتن آرمه آرابیدا<sup>۱۱۴</sup> در پرتغال با دهانه بزرگتر از پل ساندو ساخته شد و بدین ترتیب پلهای با دهانه بزرگ با استفاده از مصالح بتن آرمه توسعه یافت.

---

105. Frettag	110. R.maillart
106. M.Koenen	111. Sando
107. Risorgimento	112. Angerman
108. Wayss + Freitag	113. S. Hoggbom
109. Prof.E. Marsch	114. Arrabida



شکل (۱ - ۱۵) - پل قوسی ساندو در سوئد

## ۱ - ۹ بوجود آمدن بتن پیش تنیده

اگرچه ایده پیش تنیده کردن سازه‌های وزنی و بتنی از خیلی قبل وجود داشته‌است ولی پیشرفت آن در حقیقت زمانی میسر گردید که فولاد با مقاومت کششی زیاد ساخته شد. مهندس مشهور فرانسوی فرسینت<sup>۱۱۵</sup> (۱۸۷۹ - ۱۹۶۲) را پدر بتن پیش تنیده نامیده‌اند چه او یکی از پیشگامان در ابداع و توسعه سیستم موه‌تری که بطور وسیع برای سازه‌های بتنی بکار گرفته می‌شود می‌باشد. وی این ابتکار را اولین بار بصورت پس تنیدگی با اتصال پایه‌های یک قوس آزمایشی بدخانه ۵ متر توسط یک قطعه کششی انجام داد، اما سالها بطول انجامید تا مهندسین در خود اعتماد بنفس در رابطه با این روش ایجاد نمایند. این روش زمانی مورد قبول قرار گرفت که وی برای نجات ساختمان یک ترمینال جدید از فروریختن، در اثر نشست پایه‌ها در سال ۱۹۳۴، از روش پس تنیده کردن آن استفاده نمود. وی مهندسی کار کرده با تجربه عملی خیلی زیاد بود، در اجرای پلهای خود نظارت نزدیک داشته و از جزئیات آن آگاهی کامل داشت. پلهای ساخته شده وی همچون پلهای میلارت، عصر تازه‌ای از پلسازی را بوجود آورده که تا کنون نیز ادامه دارد. یکی از پلهای معروف وی در اورلی<sup>۱۱۶</sup>

115. E. Freyssinet

116. Orly

با دهانه ۵۳متر که در سال ۱۹۵۹ ساخته شد در حال حاضر نیز از جلوه‌های خاص برخوردار است .

افرادی که سهم بسزائی در پیشرفت تئوری و اجرای روش پیش تنبذگی داشتند عبارتند از مگنل<sup>۱۱۷</sup> از بلژیک ، فینستروالدر<sup>۱۱۸</sup> از آلمان و هویر<sup>۱۱۹</sup> از آلمان که شخص اخیر روش تولید کارخانه‌ای قطعات پیش تنبذی را توسعه داد .

### ۱ - ۱۰ دوره بعد از جنگ جهانی و زمان حاضر

بعد از جنگ جهانی دوم تلاش گسترده‌ای جهت بازسازی بناها و پل‌های آسیب دیده آغاز گردید . با توجه به بهبود وضع اقتصادی کشورهای جنگ زده ، اتوبانهای مدرن همراه با پل‌های زیادی احداث گردید که برای دهانه‌های کوتاه تا متوسط از پل‌های بتنی آرمه و بتنی - پیش تنبذی استفاده شد ، علاوه بر این ، پل‌های جدیدی از نوع خرپائی کنسولی فولادی برای دهانه ۳۰۵ الی ۵۱۸ متر ساخته شد . اولین پل از نوع قوس صلب با استفاده از مصالح سبک آلومینیوم در آرویدای<sup>۱۲۰</sup> کانادا به دهانه ۸۸ متر ساخته شد .

فرم دیگری از پل‌های معلق ، که از جایگزین کردن کابلهای آویز قائم با کابلهای آویز مثلثی شکل حاصل می‌گردد ، برای دهانه ۹۰۰ الی ۱۵۰۰ متر ، پیشرفت چشمگیری داشت . این فرم پل معلق اولین بار توسط مهندس انگلیسی بنام فریمن<sup>۱۲۱</sup> ابداع گردید و اولین بار در ساخت پل معلق سورن<sup>۱۲۲</sup> در سال ۱۹۶۶ در انگلستان بکار برده شد ( شکل ۱ - ۱۶ ) . پل‌های بسفر<sup>۱۲۳</sup> در ترکیه که به سال ۱۹۷۳ کامل شد و پل عظیم هامبر ، در انگلستان با دهانه ۱۴۱۰ متر که به سال ۱۹۸۱ تکمیل گردید . هر دو از این نوع می‌باشند .

عبورگاه ساخته شده از تیر حمل قوطی یا تیر حمل I شکل فولادی از نظر زیبایی و اقتصاد راه حل مناسبی برای پل‌های با دهانه ۸۰ الی ۳۰۰ متر بشمار می‌آید . در کشورهای اروپائی که صنعت فولاد پیشرفت کرده بود کاربرد این نوع پلها رواج یافت . در آلمان پل‌هایی که بر روی رودخانه راین<sup>۱۲۴</sup> ساخته شدند اکثراً از این نوع بودند که مهمترین آنها عبارتند از پل کوبلنت<sup>۱۲۵</sup> با دهانه ۲۳۵ متر ، پل ویز بادن شیرستین<sup>۱۲۶</sup> با دهانه ۲۰۵ متر و پل

117. G. Magnel

122. Severn

118. U. Finsterwalder

123. Bosphorus

119. E. Hoyer

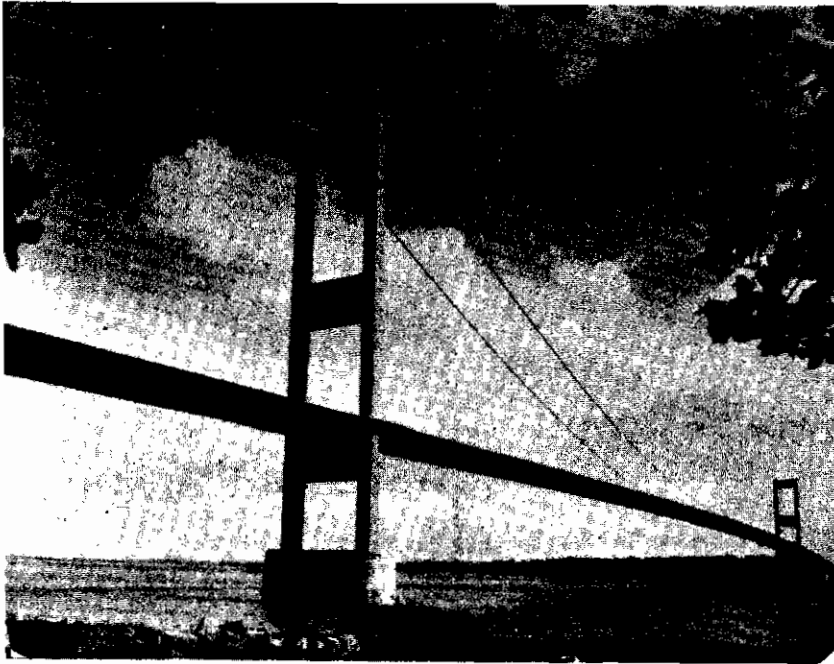
124. Rhine

120. Arvida

125. Koblent

121. Freeman

126. Wiesbaden-schierstein

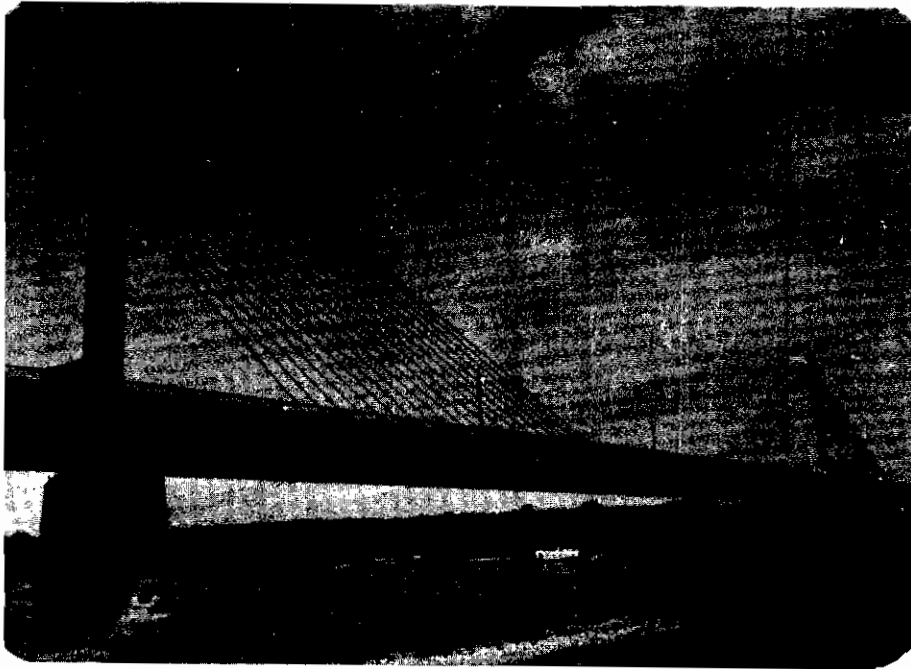


شکل (۱-۱۶) - پل سون در انگلستان

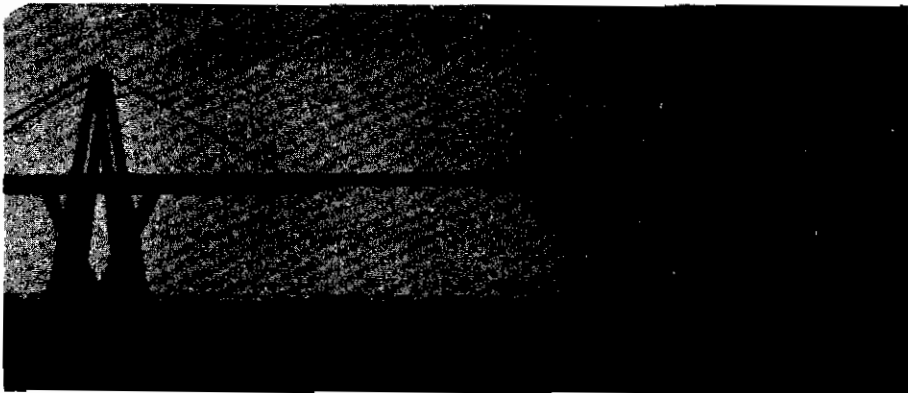
کلن دیوتز<sup>۱۲۷</sup> با دهانه ۱۸۵ متر. یکی از پلهای عظیمی از این نوع که تا کنون ساخته شده است پل نیتروی<sup>۱۲۸</sup> در برزیل می باشد. در این زمان در کشورهای پیشرفته تولید فولادهایی با مقاومت نهائی تا ۶۱۸ مگاپاسکال شروع شد که از نظر ساخت پلهای با دهانه زیاد از اهمیت زیادی برخوردار بود.

فرم دیگر استفاده از تیرهای فولادی حامل در ساخت عبورگاههای مرکب فولاد و بتن می باشد. این نوع عبورگاهها که از تیرهای حامل فولادی، اتصالات برشی فولادی و کف بتنی ساخته می شدند در این دوره توسعه یافت.

نوع دیگر از پلهای کابلی پلهای ترکیه ای می باشند که در آنها با استفاده از کابلهای آویز موازی یا منقارب و مایل نسبت به پایه های عبورگاه استفاده می شود. نمونه ای از این نوع پل رایین در آلمان است (شکل (۱-۱۷)). اشکال (۱-۱۸) و (۱-۱۹) فرمهای زیبای دیگری از همین نوع پل می باشند.

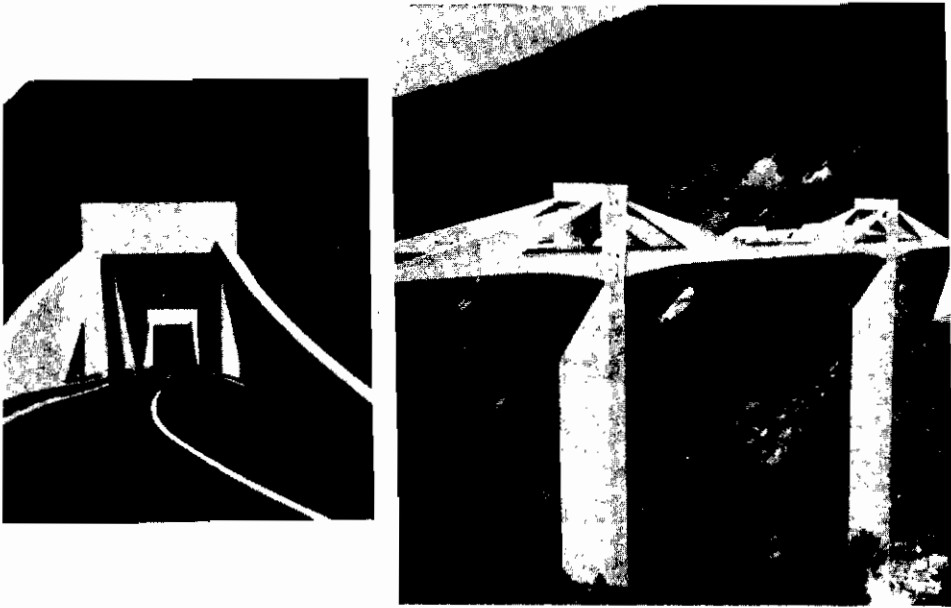


شکل (۱-۱۷) - پل راین در آلمان



شکل (۱-۱۸) پل معلق بتنی

پیشرفت عمدهٔ پلسازی در سالهای بعد از جنگ جهانی بکارگیری مصالح بتن آرمه و بتن پیش تنیده در ساخت پلها بوده است. پلهای زیادی از نوع تیرهای حامل پیش تنیده و نیز سازه‌های مرکبی متشکل از بتن آرمه و بتن پیش تنیده مورد استفاده قرار گرفتند.



شکل (۱ - ۱۹) پل معلق بتنی

روش اجرایی طره‌ای آزاد در ساخت پلهای پیش‌تنیده اولین بار در سال ۱۹۵۰ برای ساخت پل لان ریور<sup>۱۲۹</sup> در آلمان بکار گرفته شد. دو سال بعد این روش در ساخت پلی بر روی رودخانه راین در آلمان با دهانه اصلی ۱۱۴ متر مورد استفاده قرار گرفت. از آن پس بیش از صد پل پیش‌تنیده با مقاطع قوطی ساخته شدند. از جمله آنها پل مدوی<sup>۱۳۰</sup> در انگلستان با دهانه اصلی ۱۵۲ متر و پلی بر روی رودخانه راین در بندرف<sup>۱۳۱</sup> آلمان با دهانه اصلی ۲۰۸ متر را می‌توان نام برد. سازه‌های مهم دیگر از این نوع که در ژاپن ساخته شدند یکی پل یوراتو<sup>۱۳۲</sup> به سال ۱۹۷۲ و دیگری پل هامانا چاسی<sup>۱۳۳</sup> با دهانه ۲۴۰ متر که در سال ۱۹۷۷ کامل شد را می‌توان نام برد. اولین پل مهم پیش‌تنیده ساخته شده در آمریکا پل والنات لین<sup>۱۳۴</sup> با دهانه میانی ۴۹ متر در فیلادلفیا می‌باشد که توسط یک مهندس بلژیکی طرح گردید. با اجرای این پل بتن پیش‌تنیده جای پای خود را در آمریکا جهت ساخت پلها باز کرد.

129. Lahn River

132. Urato

130. Medway

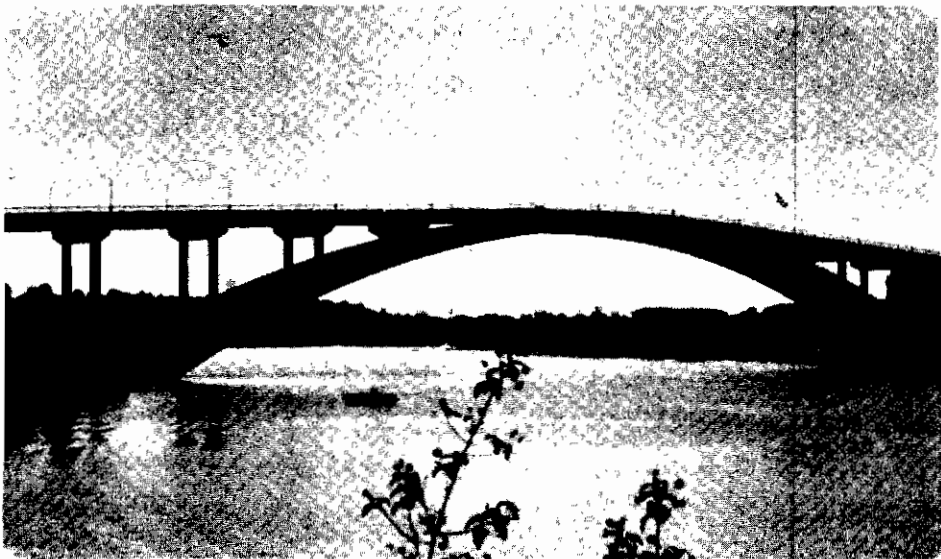
133. Hamana-chasi

131. Bendorf

134. Walnut lane

عبورگاه اکثر پلهای معلق مدرن با استفاده از مصالح بتن پیش تنیده ساخته می‌شود که دلیل این امر یکی بخاطر روشهای نوین اجرایی این نوع عبورگاهها می‌باشد که نسبت به انواع دیگر برتری دارد.

پس از ساخت پل ساندو پلهای قوسی بتن آرمه با دهانه‌های بزرگتری ساخته شدند. یکی از آنها پل قوسی به دهانه ۳۹۰ متر در یوگسلاوی می‌باشد که به روش طره‌ای آزاد ساخته شده است. دیگری پل بلوکرانز<sup>۱۳۵</sup> در آفریقای جنوبی با دهانه ۲۷۲ متر می‌باشد. روشهای جدید اجرای پلهای قوسی بار دیگر این نوع پلها را در رقابت با انواع دیگر پلها قرارداد. پل بتن آرمه قوسی گلدسویل<sup>۱۳۶</sup> با دهانه ۳۰۵ متر که در سال ۱۹۶۴ در استرالیا کامل شد نمونه‌ای دیگر از این نوع است (شکل (۱-۲۰)) خرابی پلها حتی تا زمان حاضر نیز ادامه داشته، از آن جمله خرابی ناگهانی پل معلق تاکوما نروژ<sup>۱۳۷</sup> با دهانه ۸۵۳ متر می‌باشد که در اثر ناپایداری آثرو دینامیکی ناگهان فرو ریخت. این حادثه و خرابیهای نظیر آن نشان می‌دهد که مهندسين پل از نیروهای وارد بر سازه و عکس‌العمل پل در مقابل آنها اطلاع کافی نداشته و احتیاج به کارهای آزمایشگاهی بیشتر می‌باشد.



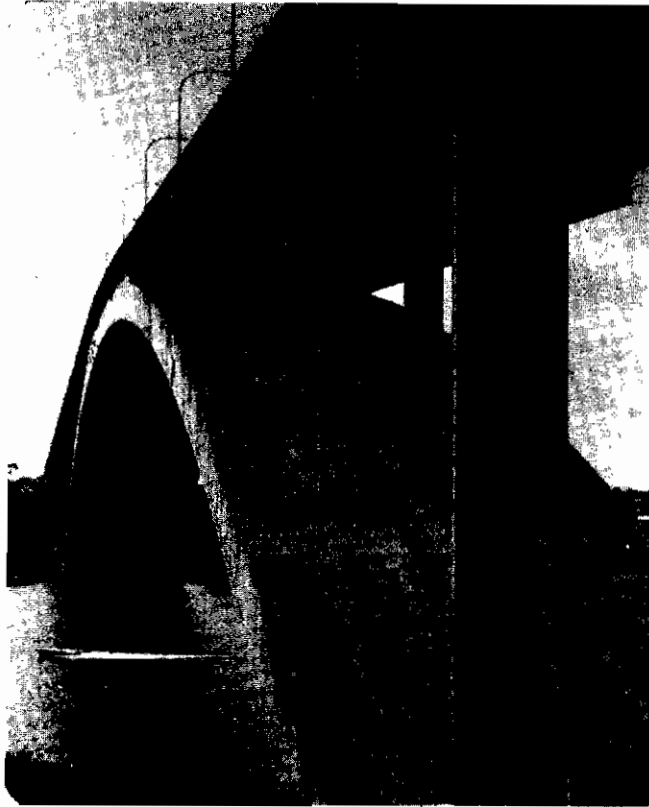
شکل (۱ - ۲۰) - الف نمای پل گلدسویل در استرالیا

135. Bloukrans

137. Tacoma Narrows

136. Gladesville

مروری بر تکامل تاریخی سازه‌ها از جمله پلها نشان می‌دهد که بوجود آمدن مصالح جدید رل اساسی در پیشرفت سیر تکاملی سازه‌ها داشته‌است . بدین منظور امروزه مهندسين در کاربرد هر مصالح چون فولاد ، بتن آرمه و بتن پيش تنیده تخصص پیدا کرده و نتیجتاً پیشرفت سریعتری را در امر مهندسی سازه‌ها بوجود می‌آورند . در این مورد البته لازم است که ارتباط بین این متخصصین همواره برقرار باشد .



شکل ( ۱ - ۲۰ ) ب - پل گلدسویل از نزدیک





# فصل دوم

## آشنائی با انواع پلها

۲ - ۱ فرم‌های سازه‌ای پلها

اگرچه انواع مختلف پلها بشمارند اما بطور کلی از نظر سیستم سازه‌ای باریز اولیه آنها را می‌توان به‌انواع اصلی زیر تقسیم کرد:

- ۱ - پلهای تخت که مقاومت داخلی آنها بصورت خمش، برش و پیچش می‌باشد.
- ۲ - پلهای خریائی با مقاومت داخلی فشار یا کشش ساده در اعضا.
- ۳ - پلهای قوسی که مقاومت داخلی آنها عمدتاً فشار ساده است.
- ۴ - پلهای کابلی معلق که تحمل نیرو به‌صورت کشش ساده می‌باشد.
- ۵ - ترکیبی از انواع بالا.

بطور کلی قسمتهای اصلی باربر یک پل

- ۱ - سازه<sup>۱</sup> رویه که به آن قسمت از پل اطلاق می‌گردد که بار زنده<sup>۱</sup> اصلی را تحمل می‌کند و بنام عبورگاه یا تابلیه یا عرشه<sup>۱</sup> پل نیز معروف است.
- ۲ - سازه<sup>۲</sup> زیرین<sup>۲</sup> که شامل پایه‌های پل می‌گردد و در پلهای صفحه‌ای عمل انتقال بار وارده را از عبورگاه به فونداسیونها انجام می‌دهند.
- ۳ - فونداسیونها<sup>۳</sup> که معمولاً در تراز زیر سطح زمین قرار داشته و بار پایه‌ها را به زمین انتقال می‌دهند.

پلهای تخت

عبورگاه این پلها معمولاً از انواع دال تخت، دال و تیر و یا تیر تنه‌ساخته می‌شود.

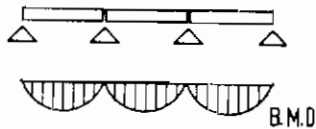
---

1 . Superstructure

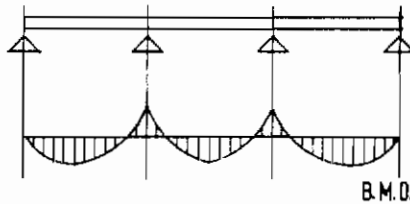
3 . Foundations

2 . Substructure

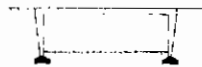
مقطع عبورگاه در طول دهانه ممکن است ثابت یا متغیر باشد. از نظر استاتیکی عبورگاه بصورت دهانه ساده یا یکسره بر روی چند دهانه و یا ممکن است در یک یا چند دهانه بصورت ساده کنسولی ساخته شود (شکل ۱-۲). این نوع پلهای برای دهانه کوتاه تا متوسط بکار برده می‌شوند.



(الف) دهانه ساده.



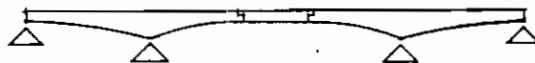
(ب) دهانه ممتد.



(ج) قاب صلب.



(د) کنسول مفصل دار.



(ه) کنسول دوبله و دهانه ساده.

شکل (۱-۲) - انواع پلهای تخت.

عبورگاه با دهانه ساده بر روی چند تکیه‌گاه احتیاج به درز انبساط داشته که اگر بدقت ساخته شود گرانقیمت خواهد بود و در غیر اینصورت به مرور زمان در اثر عبور و مرور وسایل

نقلیه بر روی پل ناهمواریهایی در سطح جاده در محل درز انبساط ایجاد می‌گردد. برای عبورگاه مشخصی با استفاده از دهانه یکسره بجای دهانه ساده می‌توان طول دهانه را افزایش داد. در دهانه‌های یکسره معمول است که طول دهانه‌های کناری حدوداً ۸۵٪ طول دهانه‌های میانی انتخاب گردد. این نوع سازه نسبت به سازه با دهانه ساده از ضریب اطمینان بالاتری در مقابل خرابی برخوردار است. سیستم عبورگاه با دهانه منند در مقابل عامل تغییرات نشست تکیه‌گاهی خیلی حساس می‌باشد و بدین منظور اثرات مربوطه باید بدقت بررسی شوند.

### پلهای خرابائی

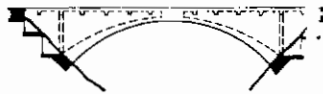
این نوع پلها را معمولاً از اعضای فولادی می‌سازند که تحمل فشار و کشش یکسانی را داشته باشند. خراباها در جهت طولی پل به تعداد معمولاً دو عدد بکار گرفته می‌شوند که در واقع عمل تیر حمل را انجام می‌دهند و بار وارد به عبورگاه را به پایه‌ها انتقال می‌دهند. مقاومت داخلی اعضای خرپا عمدتاً فشار و پا کشش ساده می‌باشد.

### پلهای قوسی

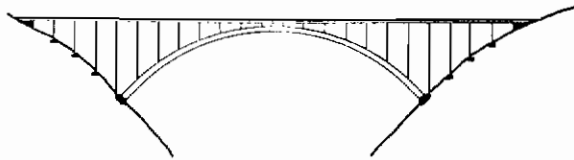
در صورت مناسب بودن شرایط فونداسیون محل احداث پل، برتری پل قوسی نسبت به سایر انواع پل از قدیم تشخیص داده شده است. با انتخاب مناسب پروفیل طولی یک قوس نیروی داخلی ایجاد شده در سازه در اثر اعمال بارهای خارجی از جمله بار مرده و وزن سازه عمدتاً فشار ساده می‌باشد. با توجه به مقاومت فشاری بالای مصالح بتن، این مصالح برای ساخت پلهای قوسی ایده‌آل می‌باشد. در صورتیکه اثرات، بار نامتقارن، تغییر درجه حرارت انقباض و خزش بتن در نظر گرفته شود علاوه بر نیروی فشاری، نیروی کششی و لنگر خمشی نیز در سازه ایجاد می‌گردد. برای مقابله با این نیروها در صورت لزوم می‌توان از مصالح بتن آرمه استفاده کرد. چون نیروی اصلی داخلی در قوسها فشاری می‌باشد بنابراین مصرف میلگردهای فولادی در این نوع سازه معمولاً کمتر از انواع دیگر سازه‌های بتن آرمه می‌باشد. عملکرد مفید یک قوس تحت اثر بار اصلی ثقلی در صورتی میسر است که امکان دور شدن دو انتهای یا دو پایه آن از هم وجود نداشته باشد. این کار با انتخاب زمین مقاوم مناسب برای ساخت سازه و یا با مهار کردن دو پایه توسط عضو کششی عملی می‌باشد. در سازه‌های قوسی نسبت طول افقی قوس به ارتفاع قائم آن از اهمیت خاصی برخوردار است بطوریکه این نسبت رفتار و نیز اقتصاد سازه را کنترل می‌نماید که برای هر محل باید بدقت بررسی شود. برای پوشش دهانه‌های کوتاه می‌توان از قوس با پروفیل طولی قسمتی از دایره، بیضی

و یا سهمی استفاده کرد. از نظر اقتصادی بهتر است که پروفیل طولی قوس متناسب با پروفیل بدست آمده از خط فشار سازه باشد در این صورت نیروی داخلی ایجاد شده در قوس فشار ساده خواهد بود، اما در عمل برای حفظ زیبایی پل معمولاً شکل ظاهر قوس را منطبق بر پروفیل خط فشار قوس انتخاب نمی‌شود، که در این صورت در محل‌های ایجاد کشش می‌توان از میلگرد استفاده کرد. قوسها بستگی به شرایط تکیه‌گاهی ممکن است بصورت قوس صلب یا قوس دو مفصله و یا سه مفصله ساخته شوند.

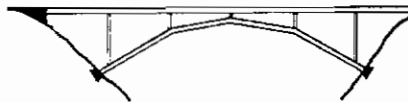
از نظر تراز قرارگیری عبورگاه نسبت به قوس عبورگاه این نوع پلها را می‌توان به سه قسم تقسیم کرد. نوع اول که بیشتر معمول است عبورگاه در بالا بوده که تمامی قوس در زیر عبورگاه واقع می‌شود. نوع دوم عبورگاه در میان و نوع سوم عبورگاه در زیر می‌باشد که در حالت اخیر قوس در قسمت بالای عبورگاه واقع است. قوسهای واقعی را می‌توان به انواع پنجگانه زیر تقسیم کرد (شکل ۲-۲).



(الف) جان پر.



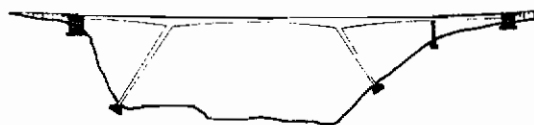
(ب) جان باز.



(ج) چند ضلعی



(د) کشدار



(ه) قاب با پایه‌های مورب

شکل (۲-۲) - انواع قوسها

۱ - قوسهای با جان پر<sup>۴</sup>.

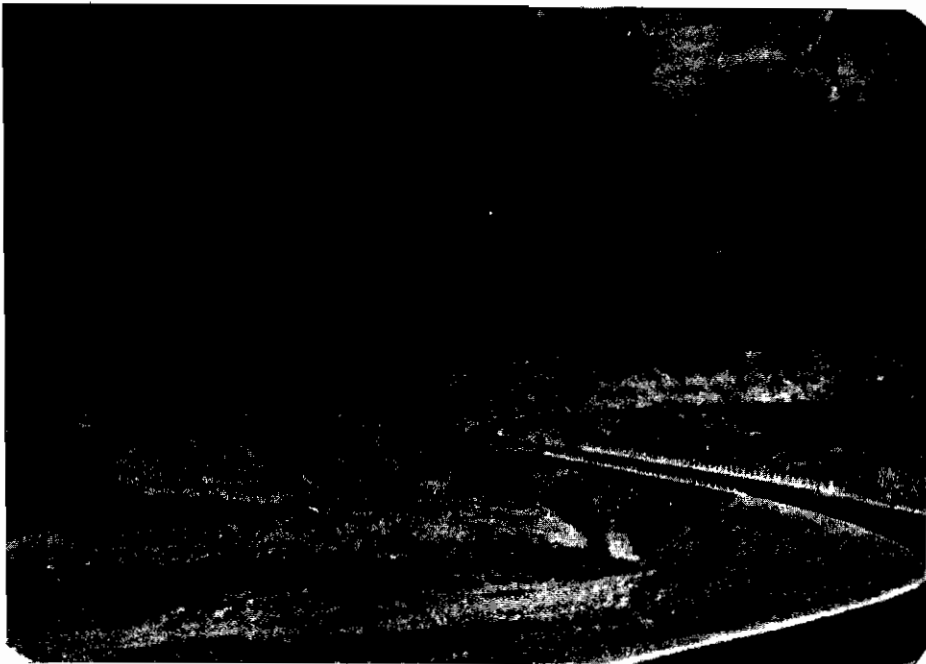
۲ - قوسهای با جان باز<sup>۵</sup>.

۳ - قوسهای کش دار<sup>۶</sup>.

۴ - چند ضلعیها<sup>۷</sup>.

۵ - قاب با پایه مورب<sup>۸</sup> که سازه نسبت داده شده به قوس می باشد .

قوسهای با جان پر امروزه بیشتر برای دهانه های کوتاه بخصوص در ابنیه فنی راهها مورد استفاده قرار میگیرد . در قدیم این نوع سازه زیاد بکار برده می شد . مزیت این نوع سازه آنست که با استفاده از مصالح بنائی نیز می توان آن را ساخت (شکل ۲-۳) .



شکل (۲ - ۳) - پل قوسی با جان پر در ایران

قوسهای با جان باز امروزه با استفاده از مصالح بتن آرمه ، بتن پیش تنیده و یا فولاد

4 . Solid spandrel

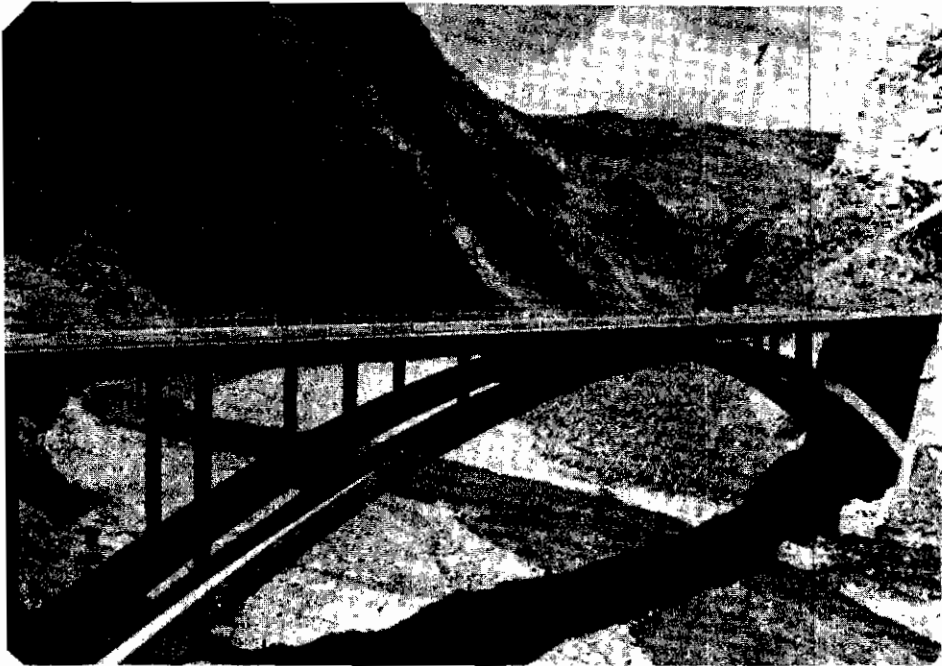
7 . Funicular

5 . Open spandrel

8 . Strut-frame

6 . Bow string

تا دهانه ۳۰۰ متر ساخته می‌شود. عبورگاه این نوع پله‌ها در قسمت بالا قرار داشته و از آن در ساخت پلهای بر روی دره‌های عمیق می‌توان استفاده کرد (شکل ۲-۴).

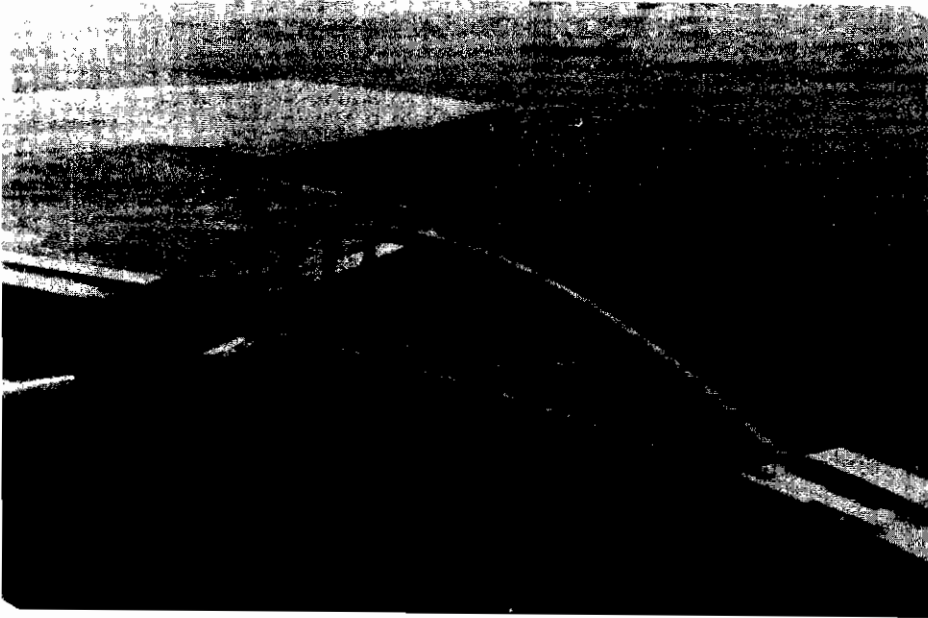


شکل (۲-۴) - پل قوسی با جان باز در ایران

قوسهای کش‌دار را در شرایطی که وضعیت فونداسیون‌ها مناسب نباشند و نیز حداکثر فضا در زیر پل مورد نیاز باشد می‌توان بکار برد. عبورگاه این نوع پله‌ها معمولاً در قسمت پائین قوس اصلی قرار داشته که از دید عابرین می‌گاهد. دهانه معمول برای این نوع پله‌ها ۱۰۰ الی ۲۰۰ متر می‌باشد. ساخت این نوع سازه با استفاده از مصالح فولاد بیشتر رایج است (شکل ۲-۵).

قوسهای متشکل از پروفیل طولی چند ضلعی کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرند و این‌ها شاید بدلیل شکل ظاهری آن باشد.

قابها با پایه‌های مایل امروزه در ساخت پلهای بر روی جاده‌های پر رفت‌وآمد و اتوبانها خیلی معمول شده است. این یکی بدلیل نداشتن پایه وسط و دیگری زیبایی ظاهری آن می‌باشد. چون پروفیل طولی این سازه قوس کامل نمی‌باشد بنابراین در عبورگاه نیروهای برشی و لنگر خمشی و لنگر پیچشی نیز ایجاد می‌گردد (شکل ۲-۶ و ۲-۷).



شکل (۲ - ۵) - پل ایزومی اتسو در ژاپن



شکل (۲ - ۶) - پل قابی با پایه‌های مورب بر روی اتوبان





شکل (۲-۷) - پل قوسی در ایران

### پل‌های بتنی کابلی معلق

انواع مختلف این پلها شامل .

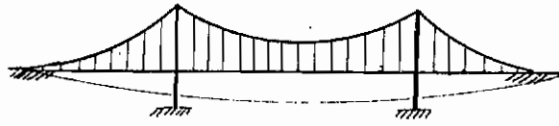
- ۱ - پل‌های معلق<sup>۱۰</sup> .
- ۲ - پل‌های ترکیبی<sup>۱۱</sup> .
- ۳ - ترکیبی از پل‌های معلق و ترکیبی

پل‌های معلق مدرن با کابل‌های آویز ثانوی قائم یا مثلثی برای دهانه‌های بیش از ۳۰۰ متر اقتصادی هستند . اگر از عبورگاه فلزی که سبکتر از نوع بتنی می‌باشد استفاده شود مقرون بصرفه‌تر خواهد بود . اخیراً<sup>۱۲</sup> طرحی برای پلی بدانه ۳۰۰۰ متر از نوع پل معلق داده شده است که قرار هست بر روی تنگه مسینا<sup>۱۲</sup> بین ایتالیا و سیسیل ساخته شود . حالت کلی این نوع سازه در شکل (۲-۸) ملاحظه می‌گردد .

10. Suspension

12. Messina

11. cable stayed

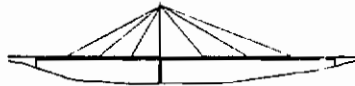


شکل (۲ - ۸) - پل معلق

پلهای ترکهای یا کابلی با عبورگاه بتنی برای دهانه‌های ۱۰۰ الی ۷۰۰ متر اقتصادی بوده و با استفاده از عبورگاه فولادی می‌توان دامنه، دهانه، اقتصادی را افزایش داد. انواع مختلف این نوع سازه‌ها در شکل (۲-۹) نشان داده شده است. پل وادی کاف در لیبی و پل



(الف) تکی .



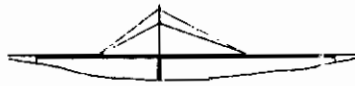
(ب) شعاعی .



(ج) متوازی .



(د) پنکهای .



(ه) ستاره‌ای .



(ی) شعاعی نامتقارن

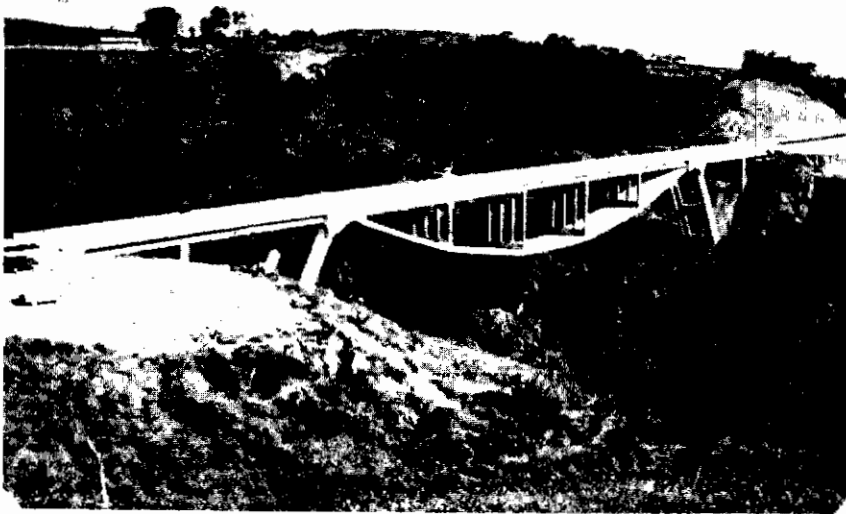
شکل (۲ - ۹) - انواع پلهای ترکهای

راین در آلمان غربی نمونه‌هایی از این نوع سازه بشمار می‌روند .

### انواع ترکیبی

این گونه پلها را با استفاده از ترکیب دو و یا چند سیستم ذکر شده در بخشهای قبلی می‌توان ساخت . نکته مهم در بکارگیری این پلها توجه به طرح ظاهری آن می‌باشد . نمونه موفق از آن پل ریوکلرادو<sup>۱۳</sup> در کاستاریکا<sup>۱۴</sup> می‌باشد که در سال ۱۹۷۲ ساخته شد ( شکل ۲-۱۰) . این پل متشکل از ترکیب سیستمهای ۳، ۱، و ۴ می‌باشد . این پل از مصالح بتن پیش تنیده ساخته شده است که بظاهر همانند یک پل معلق با عبورگاه در بالا عمل می‌کند . پایه‌های مایل اصلی پل عمل قاب با پایه‌های مایل را انجام داده و بالاخره عبورگاه که بر روی تکیه‌گاههای قائم قرار دارد به اندازه کافی صلبیت داشته و همانند یک پل صفحه‌ای مقاوم خواهد بود .

نوع دیگر ترکیبی از سیستمهای ۲ و ۳ یعنی استفاده از خرپا در قوسها می‌باشد که معمولا" با استفاده از مصالح فولاد انجام می‌گیرد .



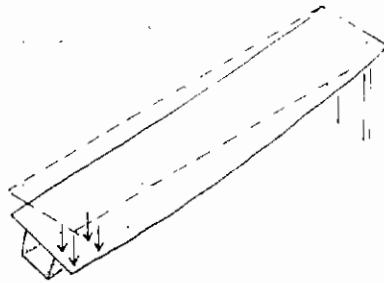
شکل (۲ - ۱۰) - پل ریوکلرادو

## ۲ - ۲ فرمهای سازه‌ای عبورگاههای بتنی

## عبورگاههای تیری

رفتار یک عبورگاه را در صورتی می‌توان همانند یک تیر فرض کرد که نسبت طول دهانه عبورگاه به عرض آن زیاد باشد بطوری‌که بارهای خمشی و پیچشی وارده به عبورگاه ایجاد تغییر شکل در سطح مقطع‌ها را نکرده بلکه فقط باعث جابجائی آنها شود .

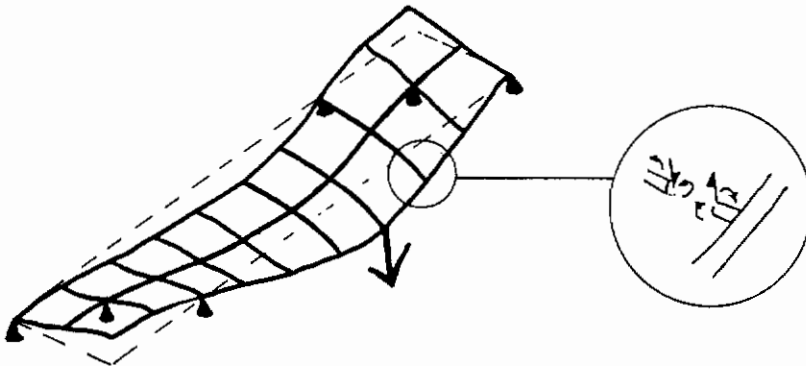
اکثر عبورگاههای پله‌های پیاده‌رو ساخته شده از مصالح فولاد ، بتن آرمه و یا بتن پیش تنیده را می‌توان از نوع تیری در نظر گرفت . این عبورگاهها معمولاً بر روی دو و یا چند پایه بصورت یکسره می‌باشند . به علاوه پله‌های فلزی با مقطع قوطی را برای تعیین توزیع لنگرهای خمشی طولی و پیچشی و نیروهای برشی می‌توان تیری فرض کرد . در پل بریتانیا و نیز پله‌های مدرن فلزی با مقطع قوطی که دارای دهانه زیاد می‌باشند بارهای اصلی وارده تقریباً بصورت متقارن نسبت به محور عبورگاه وارد شده و بنابراین تغییر شکل مقطع در اثر بارهای خارج از مرکز اثر نسبتاً ناچیزی را بر روی تنشهای اصلی خمشی دارند (شکل ۲-۱۱) .



شکل (۲ - ۱۱) - خمش و پیچش عبورگاه تیری بدون تغییر شکل سطح مقطع

## عبورگاههای شبکه‌ای

عضو سازه‌ای اصلی یک عبورگاه شبکه‌ای عبارت است از یک شبکه متشکل از دو یا چند تیر طولی و تیرهای عرضی (دیافراگم‌ها) که دال رویه بر روی آنها قرار می‌گیرد . بار وارده به عبورگاه توسط خمش و پیچش تیرهای عرضی بین تیرهای اصلی طولی پخش می‌گردد . با توجه به مشکلات اجرایی ساخت تیرهای عرضی این نوع عبورگاه کمتر معمول است و بجای آن عبورگاه دال یا دال و تیر بدون تیرها یا دیافراگم‌های عرضی مورد استفاده قرار می‌گیرد . شکل (۲-۱۲) پخش بار در این نوع عبورگاه را نشان می‌دهد .

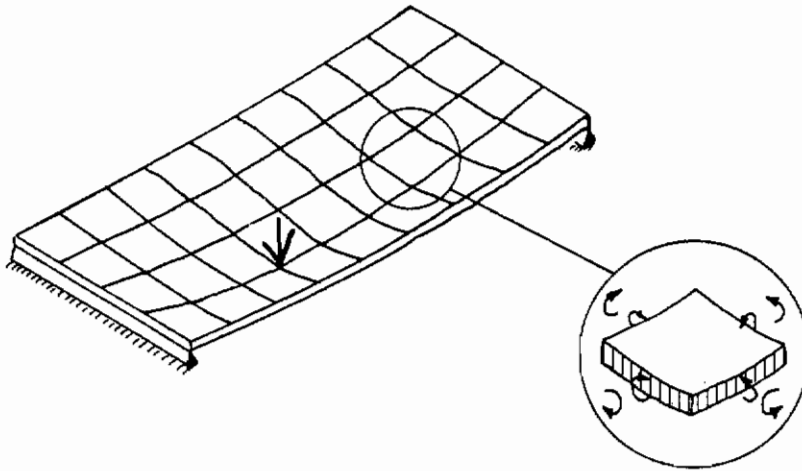


شکل (۲-۱۲) - پخش بار در عبورگاه شبکه‌ای توسط خمش و پیچش اعضای تیری

### عبورگاه‌های صفحه‌ای یا دال

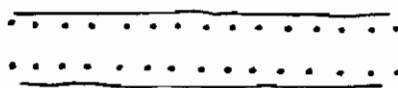
یک عبورگاه دال همانند صفحه‌ای که از نظر سازه‌ای برای انتقال نیروهای داخلی در تمام جهات واقع در سطح صفحه‌ممتد می‌باشد عمل می‌کند. وقتی که یک بار متحرک به قسمتی از دال وارد شود، دال تغییر شکل موضعی همانند یک بشقاب را در محل بار از خود نشان می‌دهد که باعث ایجاد نیروهای داخلی در آن محل و انتقال آنها به نواحی اطراف محل بار که مستقیماً تحت اثر بار وارده نمی‌باشند می‌شود. یک دال را "ایزوتروپیک" گویند اگر سختی‌های آن در تمام جهات صفحه دال یکسان باشد. دال "ارتوتروپیک" در مقایسه به دالی گفته می‌شود که سختی‌های آن در دو جهت عمود برهم در صفحه دال مساوی نباشند. عبورگاه‌های دال تخت بتنی را برای دهانه‌های کمتر از ۱۵ متر مورد استفاده قرار می‌دهند اگر عبورگاه در جا ریخته شود در عمل آنرا بصورت یک دال ایزوتروپیک می‌توان فرض کرد، حتی اگر درصد فولادها در دو جهت طولی و عرضی دال یکسان نباشد. هنگامی که بکاربردن داربست برای ساخت عبورگاه میسر نباشد در این صورت عبورگاه بصورت مرکب متشکل از قطعات پیش ساخته بتنی و یا فولادی همراه با بتن درجا ساخته می‌شود که در این صورت عبورگاه حاصله همانند یک دال ارتوتروپیک خواهد بود. در شکل (۲-۱۳) پخش بار در عبورگاه از نوع دال توسط خمش و پیچش در دو جهت نشان داده شده است.

برای دهانه‌های بزرگتر از ۱۵ متر، بار ایجاد شده در اثر وزن مصالح دال توپر بیش از حد خواهد بود که در این شرایط برای سبک کردن وزن دال حفره‌های طولی به شکل استوانه



شکل (۲ - ۱۳) - پخش بار در عبورگاه دال توسط خمش و پیچش در دو جهت

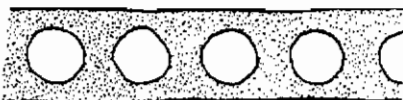
یا به مقطع مربع مستطیل در نزدیکی محور عبورگاه ایجاد می‌گردد. اگر ارتفاع و عرض مقطع حفره‌ها کمتر از ۶۰ درصد ارتفاع کلی سازه باشد، اثر آنها بر روی سختی دال ناچیز خواهد بود و عبورگاه عملاً همانند یک صفحه عمل خواهد کرد. عبورگاه‌های دال حفره‌ای معمولاً با استفاده از قالبهای دائمی و بتن درجا، یا تیرهای قوطی شکل پیش ساخته تنیده که برای پیوستگی در جهت عرضی پس تنیده می‌گردند ساخته می‌شوند. اگر اندازه حفره بیش از ۶۰ درصد ارتفاع عبورگاه باشد در اینصورت بطور کلی عبورگاه از نوع توخالی با خواص متفاوتی خواهیم داشت (شکل ۲-۱۴).



( الف ) توپر



( ب ) مرکب متشکل از تیرهای پیش ساخته و بتن درجا



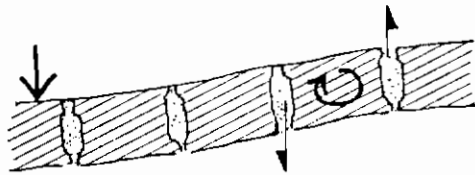
( ج ) حفره‌ای



( د ) حفره‌ای متشکل از تیرهای قوطی پیش ساخته پس تنیده بصورت عرضی.

شکل (۲ - ۱۴) - عبورگاه‌های دال

یک نوع از عبورگاه که بصورت کامل در تقسیم بندی انواع اصلی عبورگاهها قرار نمی گیرد عبورگاه با اتصال برشی می باشد. این نوع عبورگاه با استفاده از تیرهای پیش ساخته توپیر و یا توخالی که در امتداد طولشان توسط بتن درجا ریخته شده بهم متصل می گردند بصورت مرکب ساخته می شود. بدلیل اینکه عبورگاه در جهت عرضی پس تنیده نمی گردد بنابراین لنگر خمشی عرضی پیوسته نمی باشد. کاربرد اصلی این نوع عبورگاه در مواقعی است که پلی بر روی جاده و یا راه آهن پر ترافیکی مورد نیاز باشد که در اینصورت امکان جایگذاری تیرهای پیش ساخته در شب هنگام میسر بوده و سپس اتصالات را با استفاده از بتن درجا ریخته شده می توان کامل کرد بدون اینکه لطمه ای به عبور و مرور زیر پل وارد شود. اگرچه سختی خمشی عرضی این نوع عبورگاهها ناچیز است ولی سختی خمشی و پیچشی تیرهای پیش ساخته و نیز انتقال نیروی برشی از طریق زائده های برشی امکان پخش بار را در عبورگاه تا حدی مقدور می سازد. تغییر شکل این نوع عبورگاه را می توان در شکل (۲-۱۵) ملاحظه کرد.



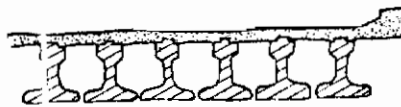
شکل (۲-۱۵) - تغییر شکل نسبی تیرهای طولی در عبورگاه با زائده برشی توسط پیچش تیرها مقاومت می شود.

### عبورگاههای دال و تیر

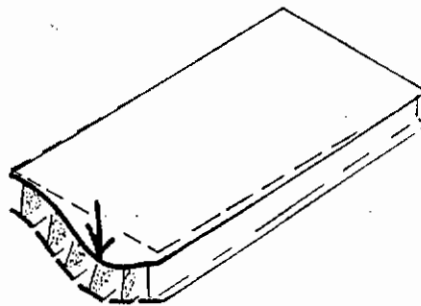
عبورگاه دال و تیر متشکل از تعدادی تیرهای اصلی طولی بوده که از قسمت بالاتوسط یک سازه دال یکسره آنها بهم متصل می شوند. در انتقال بار وارده از عبورگاه، در جهت طولی به پایه ها دال به عنوان بال بالائی تیرها عمل می کند. از طرفی بار وارده در جهت عرضی دال را تغییر شکل داده و بدین ترتیب این بار در جهت عرضی بین تیرهای طولی پخش می گردد. گاهی اوقات پخش عرضی بار توسط چند دیافراگم یا تیر عرضی کمک می شود که در این صورت عبورگاه همانند یک عبورگاه شبکه ای می باشد. اما استفاده از این دیافراگمها خیلی کم مرسوم است هم به دلیل مشکلات اجرایی و نیز بدلیل اینکه در اثر سختی زیاد دیافراگمها عمده نیروها در آنها تجمع کرده و در نتیجه مسئله تمرکز تنش را در آن محلها بوجود می آورند. عبورگاه دال و تیر برای یک دهانه خاص نسبت به عبورگاه دال سبکتر

می باشد و در نتیجه در دهانه های بزرگتر از ۱۵ متر می توان آنرا بکار برد که اکثراً به صورت پیش ساخته مورد استفاده قرار می گیرد. نرمی آن در جهت عرضی گاهی اوقات جزو مزایای این نوع عبورگاه بحساب می آید، به عنوان مثال، در پلهای اریب در اثر بار وارده به عبورگاه تیرهای طولی به راحتی تغییر شکل خمشی و برشی از خود نشان می دهند که در نتیجه تکیه گاه نزدیک به محل اعمال بار تحت فشار بیش از حد نخواهد بود و نیز تکیه گاه دورتر از محل اعمال بار از جا بلند نمی شود.

عبورگاههای دال و تیر را می توان به دو گروه اصلی تقسیم کرد: در گروه اول تیرهای طولی در تماس نزدیک یا تماس کامل با هم می باشند. و در گروه دوم تیرهای طولی عمدتاً از هم فاصله دارند. انواع مرسوم عبورگاههای گروه اول متشکل از تیرهای طولی پیش تنیده<sup>۱</sup> پیش ساخته از نوع T برعکس می باشند که توسط دال بتنی به ضخامت حدود ۲۰۰ mm بهم پیوسته می گردند. در اثر اعمال بار به عبورگاه، دال بصورت یکنواختی تغییر شکل می دهد بطوری که برای پخش بار رفتار آن را می توان همانند رفتار یک دال ارتوتروپیک همراه با سخت کننده های طولی در نظر گرفت (شکل ۲-۱۶).



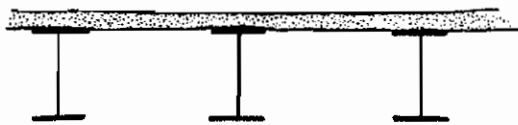
(الف) عبورگاه دال و تیر گروه تیرهای در تماس



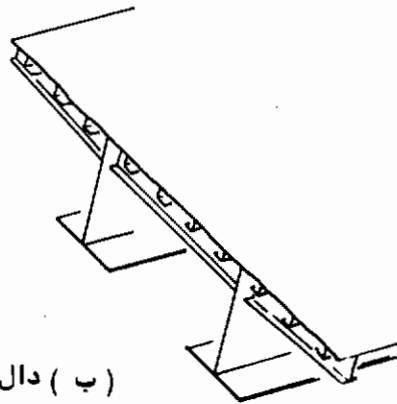
(ب) تغییر شکل یکنواخت این گروه از عبورگاه.



در عبورگاههای متشکل از تیرهای طولی فاصله‌دار تیرهای طولی معمولاً "بفاصله" عرضی مرکز تا مرکز حدود ۲ m قرار داده می‌شوند. عبورگاه با استفاده از تیرهای طولی بتنی پیش ساخته پیش تنیده و یا تیرهای طولی فولادی همراه با دال روی آنها ساخته می‌شود. دال روی تیرهای طولی ممکن است بصورت پیش ساخته بکار برده شود که حداقل بتن درجا برای اتصالات را لازم داشته باشد و یا تماماً از بتن درجا ریخته شده استفاده شود. گاهی اوقات دال روی تیرهای فولادی از صفحات تقویت شده فولادی به ضخامت ۱۲ mm ساخته می‌شود (شکل ۲-۱۷). هرگاه بار متمرکزی به دال این نوع عبورگاهها بین تیرهای طولی وارد شود تغییر شکل عرضی دال بین تیرها بصورت غیر یکنواخت متشکل از چند موج خواهد بود. این وضعیت مخصوصاً در عبورگاههایی که از تیرهای طولی با سختی پیش‌پیشی زیاد تشکیل شده، مثل تیرهای قوطی که تیرهای طولی به مقدار کمی دوران داشته و در نتیجه دال روی آنها بصورت غیر یکنواخت چند موجی تغییر شکل عرضی پیدا می‌کند وجود دارد (شکل ۲-۱۸).



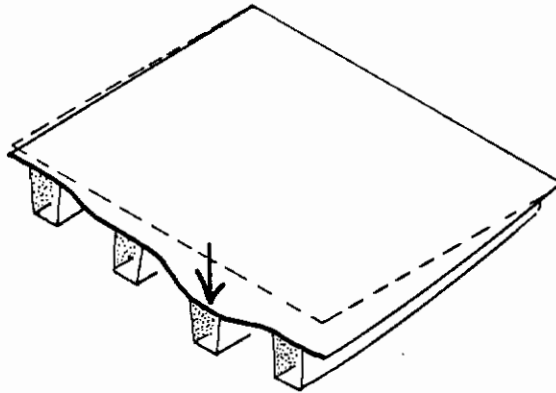
(الف) دال بتنی



(ب) دال فولادی تقویت شده.

شکل (۲ - ۱۷) - عبورگاه با تیرهای طولی فاصله‌دار.

فرم حدی عبورگاههای دال و تیرهای فاصله‌دار عبارت است از عبورگاهی که دارای دو تیر اصلی طولی بفاصله عرضی مرکز تا مرکز بیش از ۱۲ متر باشد. عبورگاه دال و تیر با عرض بیش از ۷ متر متشکل از یک تیر طولی توپر به ندرت ساخته می‌شود، اما عبورگاه دال و تیر بتنی با دو تیر طولی و یا عبورگاههای با یک تیر طولی توخالی معمول است. هرچند که



شکل (۲ - ۱۸) - تغییر شکل غیر یکنواخت چند موجی عبورگاه متشکل از تیرهای طولی فاصله دار .

عملکرد خمشی و پیچشی هر یک از تیرهای طولی توخالی باید بررسی گردد اما پخش بار بین تیرهای طولی بطور کلی همانند عبورگاههای دال و تیر می باشد .

#### عبورگاههای حفره‌ای (جعبه‌ای)

مقطع عرضی یک عبورگاه توخالی یا قوطی متشکل از تعدادی دالهای نازک و جانهای نازک یا ضخیم بوده که تعدادی حفره یا خانه را محصور می کنند . این فرم سازه‌ای پیچیده برای دهانه‌های بیش از ۳۰ متر بیشتر از عبورگاههای دال و تیر مورد استفاده قرار می گیرد زیرا علاوه بر حجم کم مصالح مصرفی، وزن کم و سختی خمشی طولی زیاد ، این عبورگاه‌ها دارای سختی پیچشی بالایی بوده که به آنها پایداری و خواص پخش بار بهتری را می دهد . در عین حال بعضی از طراحان استفاده زیاد از این نوع عبورگاهها را بدلیل عمومیت داشتن آنها می دانند. در سالهای اخیر استفاده از عبورگاههای قوطی برای دهانه‌های زیاد بسیار معمول شده است بخصوص که این نوع عبورگاه را می توان با روش طره‌ای آزاد و بدون استفاده از داربست معمولی اجرا کرد . این نوع روش اجرا برای عبورگاههای دال و تیر زیاد مرسوم نبوده زیرا خرپاهای عظیم موقت جهت تحمل عبورگاه نیمه تمام لازم است . برای شرح رفتار عبورگاههای توخالی بهتر است آنها را بدو نوع دالهای حفره‌ای و تیرهای حامل قوطی تقسیم کنیم .

دالهای حفره‌ای عبورگاههای کم عمقی با تعداد زیادی حفره یا خانه می باشند . با توجه به شکل مقطع عرضی در ساخت آنها از مصالح بتن درجا یا تیرهای قوطی پیش ساخته

متصل بهم استفاده می شود .

برای دهانه‌های تا  $36\text{ m}$ ، قسمت خالی عبورگاه بتنی از حفره‌های استوانه‌شکل بزرگی که قطر آنها از  $60\%$  در صد عمق سازه‌ای عبورگاه تجاوز می‌کند تشکیل می‌شود . اگر دهانه‌بیش از  $36\text{ m}$  باشد این نوع عبورگاه وزن زیادی را خواهد داشت که در این صورت شکل حفره‌های استوانه‌ای را می‌توان به مکعب مستطیل تبدیل کرد و در نتیجه عبورگاه عمدتاً متشکل از دو دال یکی در بالا به ضخامت  $200\text{ m m}$  و دیگری در پایین به ضخامت  $150\text{ m m}$  و نیز تعدادی دال قائم که این دو دال را بهم متصل می‌سازند می‌باشد . بار وارده به قسمتی از عبورگاه با توجه به سختی پیچشی و سختی خمشی عرضی زیاد عبورگاه در سطح زیادی پخش می‌شود . پخش بار البته بخوبی یک دال تخت توپر نمی‌باشد چه در دال حفره‌ای ، دال قسمت بالا و پایین در انتقال نیروی برشی بین جانها بطور تقریباً مستقل عمل می‌نمایند و مقطع عرضی همانند یک خرپای ویریندل تغییر شکل پیدا می‌کند . این تغییر شکل را می‌توان با اجرای دیافراگم‌های عرضی تا حدی از بین برد اما همانگونه که قبلاً توضیح داده شد استفاده از دیافراگم عرضی معمول نیست مگر در محل تکیه‌گاهها (شکل ۲-۱۹) .



شکل (۲-۱۹) - تغییر شکل حفره‌ها در عبورگاههای چند خانه‌ای (چند حفره‌ای)

عبورگاههای از نوع قوطی در سطوح مقطع عرضی دارای یک و یا چند خانه (یا حفره) بزرگ می‌باشند، خانه کناری مثلث شکل بوده بطوری که ضلع خارجی آن مورب است . معمولاً عرض دال بالایی بزرگتر از عرض قوطی بوده که در دو طرف عبورگاه بصورت کنسولهای عرضی ظاهر می‌شوند . پیچش بیش از حد وارده به عبورگاه در اثر اعمال بارهای خارج از مرکز توسط سختی پیچشی زیاد مقطع تحمل می‌شود . عبورگاههای با دهانه کوتاه تا متوسط پلهای بتنی با مقطع قوطی با استفاده از مصالح بتن بصورت درجا ریخته شده یا با استفاده از قطعات پیش ساخته به روش قطعات متوالی که بر روی داربست ثابت بهم وصل شده و سپس کل عبورگاه پس‌تنیده گشته ساخته می‌شوند . دهانه‌های بزرگ پلهای با مقطع قوطی معمولاً با روش قطعات متوالی طره‌ای آزاد با استفاده از بتن درجا و یا بتن پیش تنیده که در آخر پس تنیده می‌گردد اجرا می‌شوند . عبورگاههای با تیرهای حامل قوطی فولادی را نیز می‌توان با

استفاده از روش قطعات متوالی طره‌ای آزاد نصب کرد و یا اینکه آنها را در طول زیاد در کارگاه آماده کرده و سپس در محل نصب کرد. پس از نصب تیرهای طولی دال فولادی و یا بتنی بر روی تیرها اجرا می‌شود.

### ۲-۳ روشهای ساخت و اجرای عبورگاه پل

باید به این نکته توجه داشت که روش ساخت و اجرای پل در انتخاب نوع پل برای محل خاص مؤثر می‌باشد. بنابراین در این بخش روشهای اصلی ساخت و اجرای پلهای بتنی که بقرار زیر می‌باشند شرح داده می‌شوند.

بطور کلی سه روش اصلی برای ساخت پلهای بتنی وجود دارد که عبارتند از:

۱- ریختن بتن در محل با استفاده از قالب.

۲- روش استفاده از قطعات پیش ساخته و نصب آنها در محل.

۳- ترکیبی از روش ۱ و ۲.

### روشهای اجرای پلهای بتنی عبارتند از:

۱- با استفاده از داربست ثابتی که مستقیماً بر روی زمین نصب گردد.

۲- بکاربردن داربست متحرک.

۳- روش طره‌ای آزاد.

۴- روش هل دادن.

۵- روش استفاده از جراثقال متحرک.

### داربست ثابت

این روش با ریختن بتن در قالبهایی که توسط داربست ثابت نگهداری می‌شوند انجام گرفته و احتمالاً "قدیمی‌ترین روش ساخت سازه‌های بتنی می‌باشد. از نظر اقتصادی هرچند که دستمزد کارگر و امکانات لازم برای اجرای این روش از یک کشور تا کشور دیگر متفاوت است ولی رویهم رفته برای دهانه‌های کوتاه تا متوسط (تا دهانه ۳۰۰ متر و ارتفاع حداکثر ۱ متر) مقرون بصرفه بنظر می‌رسد (شکل ۲-۲۰). در قدیم ساخت قالبها با استفاده از تخته‌های چوبی صورت می‌گرفت اما امروزه بجای چوب از صفحات فلزی استاندارد استفاده می‌شود. مسئله مهمی که در حین اجرای بتن ریزی باید به آن توجه شود، در نظر گرفتن تکیه‌گاه مناسب برای قالبها، جهت تحمل بارهای مرده ثقلی و نیز بارهای افقی دیگر، می‌باشد. این تکیه‌گاهها باید طوری انتخاب شوند که از نشست نامتقارن آنها و نیز کمانش جانبی و یا

قائم قالبها جلوگیری شود .



شکل (۲ - ۲۵) - اجرای پل ورسک توسط داربست ثابت در ایران .

بعضی از مزایای این روش عبارتند از :

- ۱ - برپا کردن و جمع کردن داربست پس از پایان کار را می‌توان ، با نظارت ، توسط افراد غیر فنی انجام داد .
- ۲ - این نوع داربست جهت ساخت عبورگاه با اشکال پیچیده قابل اجرا می‌باشد .
- ۳ - قطعات بکار برده شده استاندارد بوده و می‌توان از آنها بار دیگر در سازه‌های بعدی استفاده کرد .

۴ - قطعات با اندازه‌های محدودی که دارند به آسانی قابل حمل و نقل می‌باشند .

معایب این سیستم عبارتند از :

۱ - برپا کردن سیستم کند انجام می‌شود و از این جهت امکان تأخیر در اجرا وجود دارد .

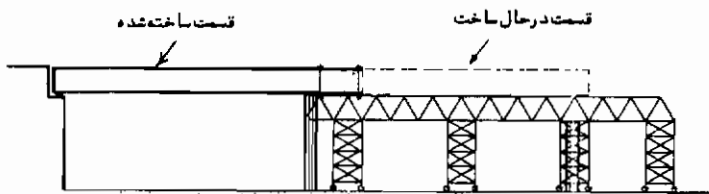
۲ - فونداسیون و با محل تکیه‌گاه سیستم باید از مقاومت فشاری خوبی برخوردار باشد و بنابراین در هر محل نمی‌توان به آسانی از آن استفاده کرد از جمله در رودخانه‌ها ، بخصوص اگر احتمال سیلاب وجود داشته باشد .

۳ - در جایی که پل مورد نظر بر روی جاده‌ای ساخته می‌شود بکاربردن این سیستم باعث اختلال در وضع ترافیک مسیر زیرین خواهد شد و همواره احتمال برخورد وسایط نقلیه با پایه‌های داربست وجود دارد . در صورت انحراف ترافیک نیز این روش ممکن است در همه جا مقرون به صرفه نباشد .

این روش را بیشتر در مواقع استفاده از بتن درجا ریخته شده بکار می‌برند ، اما برای نصب قطعات پیش ساخته نیز می‌توان از این روش استفاده کرد .

#### داربست متحرک

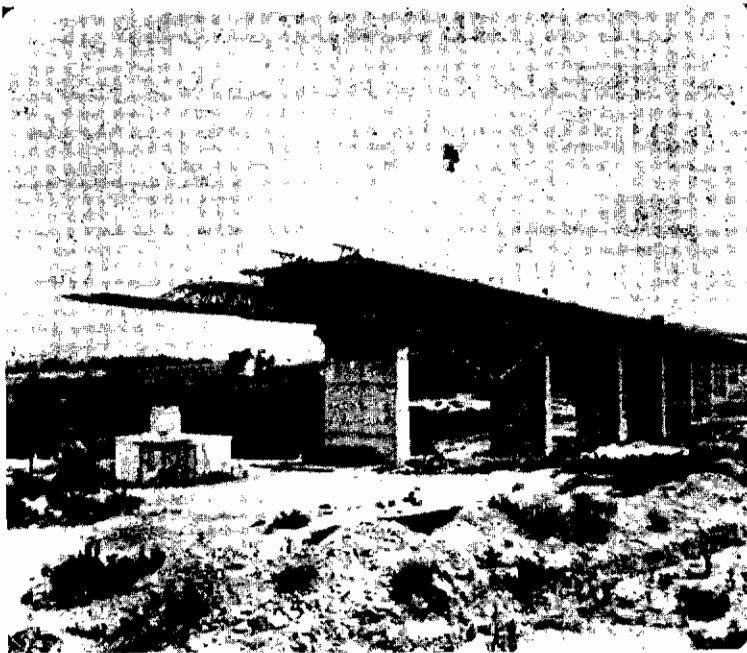
بعضی از معایبی را که در روش قبلی وجود دارد می‌توان با استفاده از روش داربست متحرک برطرف کرد (شکل ۲-۲۱) . برای اجرای این روش زمین مقاوم با سطح نسبتاً همواره لازم است .



شکل (۲ - ۲۱) . مراحل داربست متحرک

اگر وضعیت سطح زمین برای داربست مناسب نباشد یا عبورگاه از سطح زمین ارتفاع زیادی داشته باشد در اینصورت ، با بکاربردن تیر مرکبی ، که به پایه‌های ساخته شده پل و یا قسمتی از عبورگاه که ساخته شده است متصل می‌گردد ، می‌توان از این روش استفاده کرد .

این تیر مرکب را می‌توان در تراز زیر عبورگاه یا بالای عبورگاه و یا در هردو تراز بکار برد. تیر حمال نشان داده شده در شکل (۲-۲۲) برای ساخت پل بتنی ممتدی که هر دهانه آن ۴۰ متر می‌باشد بکار برده شده است. تیر مرکب بکار برده شده متشکل از چهار خرپسای فولادی بوده که دو خرپای میانی ضعیفتر از دو خرپای کناری می‌باشند. طول کلی این تیر مرکب حدود ۹۳ متر است و وزنی برای ۱۹۰ تن را دارا می‌باشد. دو خرپای کناری به پایه‌های ساخته شده بطور جانبی بصورت موقت اتصال دارد. همانگونه که ملاحظه می‌شود این تیر مرکب در زیر عبورگاه قرار دارد.



شکل (۲-۲۲) - داربست متحرک

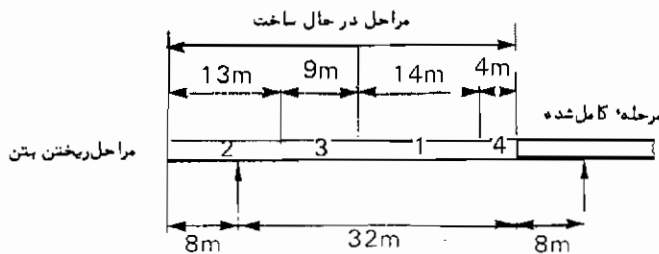
روش تیر حمال برای دهانه‌های ۳۰ الی ۶۰ متر مقرون بصره است.

مزایای این روش عبارتند از:

- ۱- ساخت عبورگاه بدون توجه به وضعیت زمین و موانع موجود در آن می‌تواند انجام گیرد.
- ۲- سرعت عمل در ساخت نسبتاً بالا می‌باشد.
- ۳- با استفاده از پوشش مناسب برای تیرهای حمال، عبورگاه را می‌توان با دقت تمام ساخت.

معایب این روش عبارتند از:

- ۱ - مخارج تهیه و ساخت تیرهای حمل نسبتاً بالا می‌باشد بخصوص اینکه تیر حمل ساخته شده برای پل خاصی را ممکن است نتوان برای پل دیگر استفاده کرد.
- ۲ - در صورت وجود انحنا در عبورگاه از این روش اجرا بسختی می‌توان استفاده کرد.
- ۳ - مسئله تغییر شکل تیرهای حمل در اثر بارهای وارده به آن و نیز تأثیر تغییرات درجه حرارت و غیره را باید با دقت بررسی کرد. مراحل اجرایی باید طوری انتخاب گردند که به بتن تازه ریخته شده صدمه‌ای وارد نگردد. یک نمونه عملی آن در شکل (۲-۲۳) نشان داده شده است.

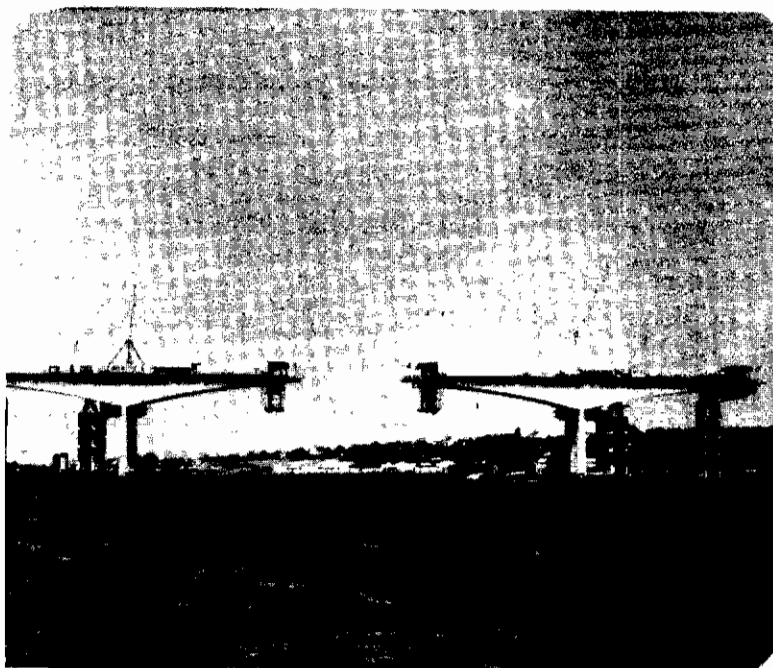


شکل (۲-۲۳) - مراحل اجرایی با استفاده از داربست متحرک

### روش طرهای آزاد جهت بتن درجا

این روش برای اولین بار در سال ۱۹۵۰ جهت ساخت پل بتن آرمه با دهانه زیاد در آلمان غربی استفاده شد. بطور کلی طرز اجرا همانند شکل (۲-۲۴) می‌باشد. ساخت عبورگاه پس از تکمیل پایه‌های پل شروع می‌شود. ابتدا قسمتی از عبورگاه متصل به پایه بطول مساوی و بصورت کنسولی همزمان در طرفین پایه ساخته می‌شود بطوری که ممان حاصل از هر کنسول توسط کنسول طرف مقابل خنثی شده و در نتیجه به پایه معانی وارد نگردد. این مرحله تا کامل شدن نصف دهانه پل ادامه می‌یابد. طول قطعاتی را که در هر بار قالببندی شده و بتن ریزی می‌گردد بستگی به عوامل اقتصادی از جمله مقدار بتن آماده برای هر بار ریختن و امکانات حمل و نقل دارد. قطعات بطول ۳ الی ۵ متر بیشتر معمول می‌باشد. پس از سخت شدن بتن هر قطعه، آن قطعه به قطعات قبلی تا پایه توسط کابل‌هایی طوری پس -



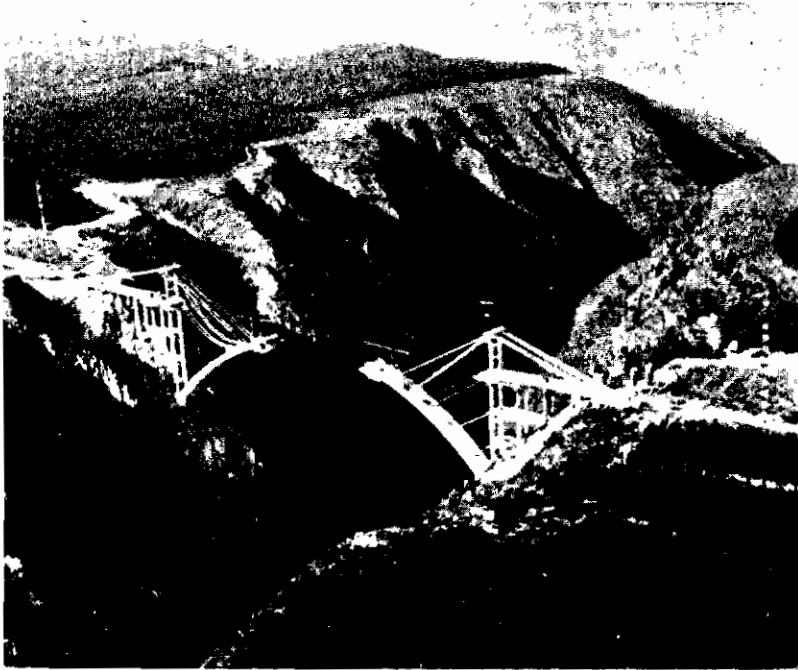


شکل (۲ - ۲۴) - روش طرهای آزاد

تنیده می‌گردد که تحمل لنگر منفی ایجاد شده از کنسول یک طرف پایه را داشته باشد. این کار برای پایه مجاور بطور همزمان و یا پس از پایان مرحله ذکر شده تکرار گشته تا اینکه دهانه پل کامل گردد. قبل از اینکه آخرین قطعه جهت اتصال دو کنسول ریخته شود، دو قسمت توسط روشهای خاصی بهم قفل می‌گردند بطوریکه صدمه‌ای به بتن سخت شده وارد نگردد. پس از تکمیل یک دهانه و سخت شدن بتن، کابلهائی جهت تحمل لنگر مثبت دهانه در عبورگاه جا داده شده و عبورگاه طی مراحل پس تنیده می‌گردد. بدین ترتیب عملیات از یک دهانه به دهانه دیگر ادامه یافته و سازه یکسره می‌گردد. مزیت عمده این روش با استفاده از بتن درجا یکسره بودن میلگردها در محل اتصال قطعات می‌باشد. این روش با موفقیت برای ساخت پلهائی تا دهانه ۲۴۰ متر بکار برده شده است، بطور مثال پل هامانا - چاسی<sup>۱۵</sup> در ژاپن را می‌توان نام برد.

در مراحل اولیه ساخت جهت پایداری کنسول عبورگاه ایجاد شده لازم است که

گیرداری کافی با پایه ایجاد گردد . اگر ارتفاع پایه مناسب باشد برای این منظور می‌توان پایه و عبورگاه را بصورت یکپارچه ساخت . در غیر اینصورت عبورگاه کنسولی را باید به پایه‌های موقت دیگر متصل کرد . راه حل دیگر برای حفظ تعادل کنسول با استفاده از تیر حمالی است که به پایه‌ها نصب می‌گردد و در آن تکیه‌گاههای موقت برای عبورگاه تعبیه می‌شود . ضمناً از تیر حمال برای حمل و نقل وسایل و عبور نیز می‌توان استفاده کرد . پلهای قوسی و یا پلهای با پایه‌های مورب را نیز می‌توان با استفاده از روش طره‌ای آزاد ساخت . در ساخت این نوع پلها از کابلهای کششی به عنوان تکیه‌گاههای موقت استفاده می‌شود . شکل (۲-۲۵) ساخت پل بتنی قوسی بلوکرانس<sup>۱۶</sup> در آفریقای جنوبی را نشان می‌دهد .



شکل (۲ - ۲۵) - اجرای روش طره‌ای آزاد

روش طره‌ای آزاد برای پلهای با قطعات پیش ساخته

این روش اولین بار در فرانسه بکار گرفته شد . نحوه اجرا شبیه روش قبلی بوده با

تفاوتهای اصلی زیر: عبورگاه به قطعاتی که امکان ساخت و حمل و نقل آن مقدور باشد تقسیم شده و هر قطعه در کارگاه بصورت پیش ساخته تهیه می شود. قطعات سپس به محل پل حمل شده و در آنجا نصب می گردند. روش نصب باید از قطعه متصل به پایه و بصورت متقارن نسبت به آن شروع شده و نصف دهانه بصورت کنسولی ساخته شود. برای اتصال قطعات به یکدیگر از یکی از دو روش زیر استفاده می شود:

۱ - اتصال توسط میلگردهای از پیش کار گذاشته شده در قطعات و بتن درجا برقرار می شود.

۲ - بدون استفاده از میلگرد اتصال، دو قطعه را توسط چسب مخصوص می توان بهم متصل کرد. معمول است که مقاومت چسب در محاسبه مقاومت نهایی عبورگاه بحساب نیاید. وظایفی که ماده چسب انجام می دهد عبارتند از:

الف - با استفاده از چسب در وهله اول دو سطح صیقلی بوجود آمده که کنار هم قرار دادن دو قطعه را ساده تر می نماید.

ب - ناهمواریهای ناخواسته در مقطع اتصال هر قطعه را که در اثر انقباض و یا خزش بتن یا عوامل دیگر ایجاد شده پر می نماید.

ج - اتصال بوجود آمده صلب و غیر قابل نفوذ می باشد.

پس از اینکه دهانه کامل شد باید از روش پس تنیدگی استفاده شود تا عبورگاه بیکسره قابل استفاده باشد. مزیت عمده این روش در سرعت عمل ساخت عبورگاه می باشد.

در هردو روش طره‌ای آزاد برای بتن درجا و یا بتن پیش ساخته، تغییر شکل حاصل از عواملی چون بارگذاری، انقباض و خزش بتن و نیز تغییرات درجه حرارت باید بدقت بررسی شوند تا از نظر سازه‌ای و یا شکل ظاهر مسئله‌ای را بوجود نیاورند.

### روش هل دادن

این روش که ابتدا توسط لئونارد<sup>۱۷</sup> و بار<sup>۱۸</sup> ابداع گردید عبارت است از ساخت عبورگاه پل بصورت مرحله‌ای و هل دادن تدریجی آن بر روی پایه‌ها. قطعات ۱۵ الی ۳۰ متری در محلی در تراز بالای پایه‌های پل ساخته شده و پس از اینکه مقاومت کافی کسب کردند برای مرحله حرکت پیش تنیده می گردند. وقتی قطعه‌ای به این ترتیب آماده گشت این قطعه بر روی پایه‌های پل به جلو رانده شده و ساخت قطعه بعدی آغاز می گردد. اگر دهانه بزرگتر از قطعه ساخته شده باشد در اینصورت می توان از پایه‌های موقت استفاده کرد. در طرح قطعات

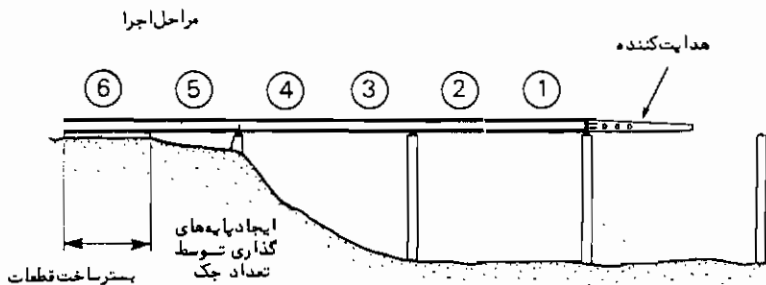
باید به این نکته مهم توجه شود که این قطعات تحت تنشهای معکوس حاصل از وزن خود قرار می‌گیرند چون با حرکت، هر قطعه از حالت کنسولی شروع شده و سپس بر روی دو تکیه‌گاه قرار گرفته و برای دهانه بعدی این مرحله تکرار می‌گردد. استفاده از این روش در صورتی مقدور است که عبورگاه انحنای نداشته باشد.

بدلیل معکوس شدن تنشها در طی حرکت عبورگاه، عبورگاههای با مقطع متقارن مثل قوطی برای اجرا با این روش مناسبترند. برای اینکه قطعات تحمل بارهای وارده افقی حاصل از حرکت را داشته باشند مقطع معمولاً بصورت محوری نیز پس تنبیده می‌گردد.

شکل (۲-۲۶) اجرای پل بتنی با روش هل دادن را نشان می‌دهد. اولین قطعه در قسمت پشت پایه‌های کناری بر روی بستری هموار و مقاوم بر روی قالب بتن ریزی می‌شود. کنترل دقیق کف عبورگاه در این روش مهم است. برای اطمینان از حرکت یکساخت عبورگاه در اثر هل دادن کف آن باید صاف و هموار باشد. در صورت زیادبودن دهانه جهت کاهش ممان ایجاد شده در کنسول بوجود آمده در اثر هل دادن، می‌توان قطعه فولادی با طول مناسب به ابتدای عبورگاه متصل کرد. با اتصال کابلهایی به این قطعه فولادی می‌توان بجای هل دادن آنرا کشید. برای ایجاد حرکت یکساخت عبورگاه بر روی پایه‌ها از سیستم تکیه‌گاهی لغزان استفاده می‌شود بطوری که در جهت افقی و عمود بر دهانه عبورگاه نتواند حرکت کند. اگر شیب طولی عبورگاه بیش از ۲٪ باشد باید از سیستم ترمز نیز استفاده گردد بطوری که از حرکت شدید ناخواسته عبورگاه بتوان جلوگیری کرد.

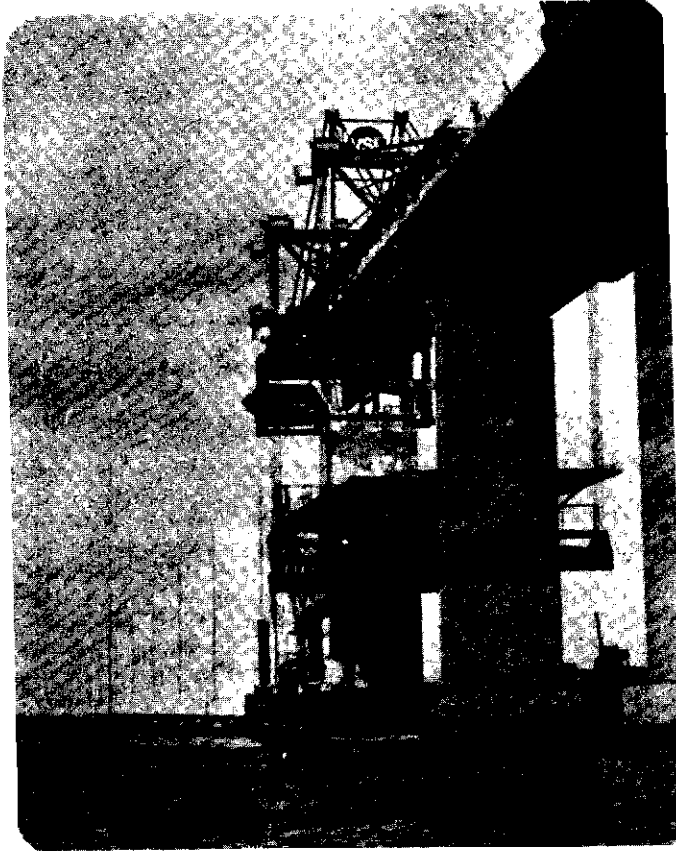
### روش بلند کردن و جابجا کردن

در این روش از جراثقالهای پایه بلند استفاده می‌شود که با آن قطعات را از سطح زمین تا ارتفاع عبورگاه بلند کرده و در محل خواسته شده قرار می‌دهند. فرم دیگری از روش



شکل (۲-۲۶) - روش هل دادن

بلندکردن در شکل (۲-۲۷) نشان داده شده که هر قطعه مربوط به یک دهانه می‌باشد و سیستم بالابر بر روی پایه نصب گردیده است. پل نشان داده شده پل سون مایل<sup>۱۹</sup> در فلوریدای آمریکا می‌باشد که در سال ۱۹۸۱ تکمیل گردید.



شکل (۲-۲۷) - روش بلندکردن اجرای پل

#### ۲-۴ انتخاب نوع پل

عوامل اصلی مؤثر در انتخاب نوع پل عبارتند از: محل پل، کاربرد آن، تعداد و مقدار دهانه‌ها، نوع مصالح مصرفی، نوع فونداسیون و تکیه‌گاهها، نوع عبورگاه، اقتصاد پل، زیبایی آن، امکانات اجرایی و نحوه ساخت و غیره . . . . .

## بررسی و انتخاب محل پل

معمولاً با توجه به طرح کلی راه شوسه، راه قطار و یا مسیر عبور آب محل تقریبی احداث پل مورد نظر مشخص می‌گردد که در این صورت باید بهترین محل را در محدوده طرح کلی راه انتخاب کرد. البته حالت عکس این هم تا کنون انجام شده است. بدین ترتیب که با تعیین محل مناسبی برای پل، طرح مسیر راه مربوطه نیز بر آن مبنا تعیین گشته است. وضعیت اخیر در رابطه با عبور از رودخانه یا دره‌ها که ممکن است فقط چند محل مناسب جهت احداث پل وجود داشته باشد معمول‌تر است. در عین حال در انتخاب و طرح پل، سازه پل باید به‌عنوان جزئی از سیستم کلی طرح راه در نظر گرفته شود. در جهت تأیید و یا رد یک محل خاص برای احداث پل باید ابتدا بررسی‌های زیر انجام شود:

## الف - کسب اطلاعات اولیه

این اطلاعات شامل موارد زیر می‌باشند:

- ۱ - نقشه‌های راه مورد طرح و راههای موجود مجاور آن.
- ۲ - نقشه‌های توپوگرافی محل شامل نقشه هوائی آن محدوده.
- ۳ - اطلاعات و نقشه‌های مربوط به جنس خاک و نوع آب و هوای اقلیمی آن منطقه، از جمله آثار سیلاب در محل.
- ۴ - موقعیت پلهای موجود بر روی رودخانه یا دره مربوطه و اطلاعات مربوط به زمان و مقدار سیلاب.
- ۵ - اطلاعات مربوط به وجود معادن متروکه و یا موجود در محدوده محل.
- ۶ - وضعیت امکانات موجود.
- ۷ - اطلاعاتی در رابطه با خاکریزها، پایداری کانال و یخبندان.
- ۸ - اطلاعات مربوط به مالکیت زمینهای اطراف محل احداث پل.

## ب: بررسی محل

مقدار بررسیهای جزئی که برای محل احداث یک پل لازم است عمدتاً بستگی به نوع پل و وضعیت طبیعی محلهاست که در اختیار می‌باشد دارد. بررسیها را می‌توان با روش حذف کردن، با استفاده از اطلاعات کسب شده، و انتخاب محلها مناسب ادامه داد. این چنین مطالعاتی احتیاج به تجربه کافی داشته که شخص بتواند از اطلاعات موجود به‌نحو احسن استفاده نماید. البته در بعضی موارد می‌توان از تخصصهای مربوطه موجود کمک گرفت.

## ج : بررسی و بازدید از محل

در این مرحله مهندس باید ایده خوبی از محل انتخاب شده و سازه‌های انتخابی خود برای آن محل داشته باشد. با توجه به این موضوع در بازدید از محل می‌توان اطلاعات مفیدی کسب کرد که در انتخاب نهایی نوع پل مؤثر خواهد بود.

در بازدید از محل مطالب زیر باید لیست برداری شوند :

۱- توپوگرافی - طبیعت راه‌های ورودی و خروجی محل ، فاصله‌ای که باید با پل پوشانده شود ، موقعیت مناسب فونداسیون‌ها و پایه‌های پل و امکان دسترسی به آنها .

۲- نوع و مقدار پوشش گیاهی محل در صورت موجود بودن .

۳- خصوصیت رودخانه و سیلاب (ترازهای ثبت شده سیلابهای قبلی ، جهت جریان آب ، تمایل رودخانه به پیچ و خم و غیره . . . .) .

۴- وضعیت امواج در صورت موجود بودن .

۵- زمین‌شناسی سطحی شامل انواع صخره و خاک ، عدم اتصال طبقات صخره و در نظر گرفتن پایداری آنها ، سطح تراز آب زیر زمینی و غیره ، با حفر حداقل یک چاه در محل هر پایه .

۶- هر اطلاع مربوط به وجود زلزله در محل .

۷- موانع مصنوعی چون سازه‌ها ، لوله‌ها ، کابل‌های زیر زمینی و هوایی .

۸- وضعیت آب و هوا در رابطه با شدت و جهت باد ، باران ، برف ، یخ زدگی و درجه خورندگی جو .

۹- امکانات موجود چون برق ، آب ، ارتباطی ، راه شوسه ، راه قطار ، رسیدن به محل و موقعیت‌های مناسب برای تجهیز کارگاه و غیره . . . .

۱۰- دسترسی به مصالح مورد نیاز جهت ساخت پل .

بررسی و تعبیر نتایج زمین‌شناسی سطحی نیاز به اطلاعات جامع از مهندسی زمین‌شناسی دارد که معمولاً در این مورد از متخصصین مربوطه می‌توان کمک گرفت .

پس از پایان این مرحله مقدماتی ، مهندس احتمالاً در وضعیتی خواهد بود که بتواند بهترین محل برای احداث پل مورد نظر را انتخاب کند که در این صورت باید بررسی‌های جزئی‌تر از محل بعمل آید .

بررسی جزئیات محل باید با دقت کافی انجام گیرد تا از انجام دوباره کاری جلوگیری شود . این بررسی شامل اطلاعات حاصل از نقشه برداری ، مطالعات هیدرولوژی و هیدرولیکی و بررسی سطح زیر فونداسیون و مطالعه منابع تهیه مواد اولیه ساخت بتن که در بعضی از

موارد فوق می‌توان از متخصصین مربوطه کمک گرفت .

### کاربرد پل

نوع پل، عرض عبورگاه، ارتفاع و بارگذاری آن باید طوری انتخاب گردد که احتیاجات کاربردی پل مورد نظر را برآورده سازد. پلها ممکن است برای مصارف مختلفی ساخته شوند که از آن جمله پلهای پیاده‌رو، انتقال آب، عبور و مرور وسایط نقلیه و عبور و مرور قطار می‌باشند. علاوه براین با احداث پل نباید لطمه‌ای به عبور و مرور فعلی در صورت موجود بودن وارد آید. به‌عنوان مثال اگر پلی بر روی رودخانه‌ای ساخته می‌شود عبور کشتی در صورت موجود بودن از زیر پل باید مقدور باشد و یا اگر پلی بر روی اتوبانی ساخته می‌شود ارتفاع و دهانه پل باید جوابگوی ترافیک زیر پل نیز باشد.

### دهانه پل

در صورتیکه دهانه و ارتفاع زیر پل از جهت عبور وسایط نقلیه زیر پل تعیین کننده نباشد در اینصورت طرح پلی اقتصادی خواهد بود که مخارج سازه رویه پل با مخارج سازه زیرین آن تقریباً مطابقت داشته باشد. این بدان معنی است که اگر طول دهانه پل را زیاد انتخاب کنیم مخارج عبورگاه بالا رفته ولی با توجه به مصرف تعداد کمتر پایه‌ها مخارج سازه زیرین کمتر می‌شود و بالعکس با کاهش طول دهانه پل مخارج عبورگاه کم شده ولی در عوض مخارج پایه‌ها که بر تعدادشان افزوده می‌گردد افزایش پیدا خواهد کرد.

از نظر انتخاب تعداد دهانه باید به این نکته توجه شود که پلی با تعداد دهانه زوج مثلاً دو یا چهار دهانه، معمولاً ارزانتر از پلی با همان طول کلی ولی با تعداد فرد دهانه مثلاً یک یا سه دهانه، می‌باشد. از طرفی با معلوم بودن طول دهانه انتخاب نوع پل ساده‌تر می‌گردد. برای دهانه بیش از ۳۵۰ متر بار مرده حاصل از وزن عبورگاه قابل توجه بوده و در اینصورت پلهای کابلی معلق راه حل مناسبی خواهند بود. پلهای قوسی را تا دهانه ۴۰۰ متر می‌توان بکار گرفت و در دهانه‌های متوسط می‌توان از پلهای با تیر حمل طولی استفاده کرد و بالاخره برای دهانه‌های کوتاه تا متوسط پلهای دال مقرون به‌صرفه‌تر می‌باشند.

### نوع مصالح مصرفی

انتخاب مصالح مصرفی برای ساخت پل بیشتر بستگی به امکانات محلی موجود دارد. شرایط جوی نیز در این انتخاب مؤثرند. در محیط مرطوب مصالح بتن مناسبتر از مصالح فولاد می‌باشد. مصالح بتن درجا ریخته شده در شرایط عادی ارزانتر از بتن پیش ساخته



می‌باشد. اشکال غیر منظم را با بتن درجا براحتی می‌توان ساخت.

### نوع فونداسیون و تکیه‌گاهها

در زمینهای با مقاومت فشاری کم از سازه قوسی به‌تنهایی نمی‌توان استفاده کرد. برای یک پل با دهانه ساده، پی گسترده ارزانتر از پی با استفاده از شمعیهای فرو رفته در زمین می‌باشد.

### اقتصاد پل

از نظر اقتصادی در انتخاب نوع پل بهتر است که دو نکته زیر همواره در نظر گرفته شود:

۱ - استفاده از حداقل تعداد اعضاء

۲ - کاربرد حداقل مقدار مصالح

البته در استفاده از دو نکته فوق ضریب اطمینان کافی برای پل باید در نظر گرفته شود.

### بررسی شکل ظاهر و زیبایی پل

در دوران قدیم ساخت پلهای سنگی قوسی از نظر معماری از همان دقت ساخت بناهای مهم برخوردار بود. پلهای زیبایی که از آن دوران بجای مانده است بیانگر این موضوع می‌باشد. در یکی از آثار مایکل آنجلو<sup>۲۰</sup> آمده است که: " یک پل باید با همان دقتی ساخته شود که یک مکان مذهبی ساخته می‌شود". اهمیت این اظهار نظر با توجه به اینکه یک پل سازه برجسته و نمودار می‌باشد و از نظر شکل ظاهر حاکم بر محیط اطراف خود بوده بهتر درک می‌گردد.

آشکار است که جدائی مهندسی پلسازی از هنر معماری آن در عصر انقلاب صنعتی اثر منفی بر روی طرح پلهای آن دوره گذاشته است. بعضی از پلهای آهنی عظیم طرح شده در اواخر قرن ۱۹ که ظاهری بد منظر داشتند نمایانگر این گفته می‌باشند. حتی امروزه نیزه معماری پل در مقایسه با بناها چندان اهمیتی داده نمی‌شود. معماری پل برای افراد شناخته شده نیست. این امر شاید بدلیل جدائی رشته‌های تحصیلی معماری و مهندسی در این زمینه بوده که در نتیجه یک مهندس امکان آموزش کافی در رابطه با معماری پل را ندارد. ایمن موضوع مخصوصاً در عصر حاضر که تخصصهای زیادی در رشته پلسازی بوجود آمده و انتظار

کارفرما از یک مهندس پلساز که فقط تهیه یک طرح مهندسی اقتصادی بوده تشدید می‌گردد . زیبایی، موضوعی است که به هنر و خلاقیت فردی بستگی داشته و اصولاً "با جنبه" فنی و مهندسی مدرن سازگار نمی‌باشد . بنابراین شناخت زیبایی و اهمیت دادن به آن ممکن است به صورت طبیعی در بعضی از مهندسين وجود نداشته باشد . خوشبختانه بعضی افراد بدلیل داشتن این طبیعت و بکاربردن آن در امور مختلف می‌توانند افراد موفق‌تری بشوند .

مهندس مشهور قرن حاضر ، میلارت در طرحهای زیبایی که تا کنون اجرا کرده است از طرح افراد دیگری که تقلید نکرده است بلکه هنر شخصی خود را بکار گرفته است . در آثار وی سه اصل مهم زیر مشاهده می‌گردد : اول اینکه وی مصالح جدید بتن آرمه را در سازه‌های پل بکار برد ، اصل دوم بکاربردن سلیقه شخصی خود در طرحهایش و سومین اصل رعایت اقتصاد سازه پل بوده است .



# فصل سوم

## بارگذاری پلها

### ۳-۱ بارهای وارد بر سازه پل

در طرح سازه پل با توجه به نوع و موقعیت آن کلیه نیروهائی را که احتمال وارد آمدن بر سازه پل می‌رود باید در نظر گرفته شود. بارهای وارد بر سازه پل عبارتند از:

#### ۱- بار مرده

بار مرده یک پل شامل وزن سازه به اضافه وزن هر وسیله متصل به آن می‌باشد. بعضی از پلها جهت انتقال آب یا انتقال سرویسهای مورد نیاز عموم بکار برده می‌شوند که ممکن است وزن قابل ملاحظه‌ای را داشته باشند. در طرح اولیه لازم است که بار مرده برآورد گردد. وزن واقعی سازه پس از طرح را می‌توان محاسبه کرد و با وزن برآورد شده مقایسه کرد. معمولاً این دو وزن با یکدیگر توافق نخواهند کرد که در این صورت براساس بار مرده جدید دوره طرح تکرار می‌گردد. اگر در پایان دوره دوم طرح اندازه اعضا تغییر کند در این شرایط بار مرده باید مجدداً محاسبه گردد. اینگونه تکرار محاسبات باید آنقدر ادامه یابد تا بار مرده منظور شده در محاسبات عملاً برابر وزن سازه و متعلقات آن گردد. البته یک مهندس با تجربه ممکن است که در طی دو دوره طرح به مقدار واقعی بار مرده برسد. ضمناً اگر برنامه کامپیوتری برای این منظور مورد استفاده قرار گیرد، در این صورت در طی زمان کوتاهی یا تکرار چند مرحله طرح می‌توان به جواب نهائی رسید.

رسیدن به یک مقدار نهائی بار مرده یک قسمت از سازه قبل از اینکه قسمت تکیه‌گاهی آن طرح گردد امکان پذیر است. به عنوان مثال، سیستم سقف را می‌توان قبل از طرح تیرهای حمال اصلی یا خرپاها طرح کرد و وزن نهائی کل سازه رویه را می‌توان قبل از شروع به طرح سازه زیرین تعیین کرد. بنابراین تعیین بار مرده مقدماتی قسمتی از سازه چندان دشوار نمی‌باشد. بطور کلی مطالعه پلهای مشابه ساده‌ترین و مطمئن‌ترین روش برای تخمین بار

مردۀ مقدماتی به‌شمار می‌آید .

در صورتیکه بتن مورد استفاده در برابر فرسایش مقاوم باشد ، وسایل نقلیه می‌توانند مستقیماً از روی دال بتنی عبور نمایند . در مناطقی که از لاستیک یخ شکن یا زنجیر چرخ استفاده می‌شود پوشش جداگانه‌ای باید برای پل در نظر گرفته شود . اگر وزن روکشهایی که در آینده ( احتمالاً ) روی پل قرار خواهند گرفت در بررسی اولیه پل در نظر گرفته شوند ، لزومی به بررسی و تجدید نظر در محاسبات، هنگامیکه پوشش اضافه می‌شود، نخواهد بود .

## ۲ - بار زنده

طراحی پل‌های راه شوسه باید به‌نحوی صورت گیرد که پل برای کلیه وسایل نقلیه‌ای که احتمالاً از روی آن عبور خواهند کرد مطمئن و ایمن باشد . چون طراح دقیقاً نمی‌داند چه ماشین‌هایی در آینده از روی سازه عبور می‌کنند و همچنین عمر سرویس‌دهی نیز معلوم نیست ، از این رو برای حصول اطمینان بیشتر مقاومت سازه کمی بیشتر در نظر گرفته می‌شود . لازم به‌تذکر است که در بعضی حالات لازم است با وضع مقررات راهنمایی از عبور وسایل نقلیه بسیار سنگین از روی بعضی از پل‌ها جلوگیری شود .

بدلیل تغییرات زیادی که در وزن و فاصلهٔ محورهای وسایل نقلیه وجود دارد، آئین نامه‌های پلسازی تعدادی بار استاندارد به‌قرار زیر را برای طرح پل‌ها پیشنهاد می‌کنند :

- بار کامیون یا کامیونهای استاندارد با وزن و ابعاد معلوم .
- بار گستردهٔ هموار همراه با یک یا دو بار متمرکز که در عمل بیانگر وضعیتی است که تمام دهانهٔ پل در اثر ترافیک مملو از وسایل نقلیه معمولی گشته و احیاناً " یک یا دو محور سنگین تر در میان آنها وجود داشته باشد .
- بار تانک ارتشی استاندارد که به‌منظور احتمال عبور تانک ارتشی از روی پل در نظر گرفته می‌شود .
- بار چرخ منفرد با وزن معلوم که برای طرح موضعی قسمتهای نازک عبورگاه به‌کار برده می‌شود .

## ۳ - اثر دینامیکی چرخها (ضربه)

این موضوع کاملاً شناخته شده است که وسیلهٔ نقلیهٔ در حال حرکت تنش‌هایی بیش از همان وسیلهٔ نقلیهٔ ساکن ایجاد می‌کند . این افزایش را اثر دینامیکی می‌نامند . البته این پدیده در بین طراحان پل به " ضربه " موسوم است . این تعبیر از نظر علمی شاید صحیح نباشد زیرا مفهوم برخورد دو جسم را دارد ، که ناشی از افتادن چرخهای وسیله

نقلیه در پستی و بلندیهای پل می باشد. اما منظور از ضربه در اینجا علاوه بر مورد ذکر شده، به اثرات ناشی از اعمال بار زنده در فاصله زمانی کوتاه نیز گفته می شود.

با انجام محاسبات ساده و استفاده از تئوریهای دینامیک می توان نشان داد، باری که در زمان کوتاه به تیری وارد گردد تنشهای دو برابر بار استاتیکی با همان مقدار ایجاد می کند. البته بار زنده بر روی پلها هیچوقت لحظه ای وارد نمی شود بلکه در مدت زمان محدودی اعمال می گردد. لازم به تذکر است که اثر دینامیکی ناشی از بارهای ناگهانی برای همه اعضای سازه ای پل یکسان نیست.

علاوه بر اثرات ضربه واقعی و بارهای ناگهانی اثر سومی نیز وجود دارد که ناشی از ارتعاش وسیله نقلیه بر روی فنرهایش می باشد که در راههای ناهموار بیشتر به چشم می خورد ارتعاش وسیله نقلیه بر روی فنرهایش، سازه را نیز دچار ارتعاش می کند. اندازه تنشهای بوجود آمده به نسبت جرمهای وسیله نقلیه و پل، فرکانس طبیعی سازه و مشخصات استهلاکی پل مربوط است.

مطالعه مستقیم اثر دینامیکی یک وسیله نقلیه بخصوص بر روی یک پل معین چون احتیاج به اندازه گیریهای در مورد خواص سازه دارد کاری مشکل و حتی غیر عملی است. به این دلیل در آئین نامه های پلسازی روش معمول بر آنست که یک مقدار تقریبی برای اثر دینامیکی بار زنده منظور شده و بنام ضریب ضربه می باشد.

#### ۴ - نیروهای افقی

در هنگام ترمز گرفتن یا شتاب گرفتن وسیله نقلیه روی پل، نیروهای طولی از طریق چرخهای وسیله نقلیه به عرشه منتقل می گردند که مقدار آنها بستگی به مقدار شتاب افزاینده یا کاهنده وسیله نقلیه دارد. حداکثر نیروی طولی از ترمز ناگهانی وسیله نقلیه ایجاد می گردد. در این حالت مقدار نیرو به وزن وسیله نقلیه، سرعت وسیله نقلیه در لحظه شروع ترمز و فاصله زمانی که به ایستادن کامل منجر می گردد، بستگی دارد. مقدار این نیرو از رابطه زیر محاسبه می گردد.

$$\begin{aligned}
 \text{که } W &= \text{وزن وسیله نقلیه} \\
 g &= \text{شتاب ثقل} \\
 F &= \frac{W}{g} \left( \frac{\Delta V}{\Delta t} \right) \\
 \Delta V &= \text{تغییر سرعت در زمان } \Delta t.
 \end{aligned}$$

به عنوان مثال اگر کامیونی به وزن ۴۵ تن و سرعت ۷۰ کیلومتر در ساعت بطور ناگهانی

ترمز کند ، مقدار نیرویی که این وسیله را از آن سرعت به سرعت صفر می‌آورد در مدت زمان ۶ ثانیه به قرار زیر است :

$$F = \left( \frac{45 \times 9.81}{9.81} \right) \left( \frac{70 \times \frac{1000}{3600}}{6} \right) = 145.8 \text{ KN}$$

از آنجایی که ضریب اصطکاک لاستیک روی جاده خشک تقریباً برابر ۰/۷۵ می‌باشد این نیروی افقی تقریباً بطور کامل به پل منتقل می‌گردد . ضمناً اگر تعدادی کامیون در یک جهت حرکت کنند و بطور همزمان ترمز کنند نیروی فوق چند برابر خواهد بود .

#### ۵ - نیروی گریز از مرکز

این نیرو در پلهایی که در سطح افق انحنا دارند در اثر حرکت یک وسیله نقلیه بر روی پل بوجود می‌آید که در امتداد شعاع انحنای پل و عمود بر جهت حرکت وسیله نقلیه می‌باشد . مقدار این نیرو از رابطه زیر داده می‌شود :

$$F = \frac{W}{g} \left( \frac{V^2}{r} \right) \quad \text{که } W = \text{وزن وسیله نقلیه}$$

$$g = \text{شتاب ثقل}$$

$$V = \text{سرعت وسیله نقلیه}$$

$$r = \text{شعاع انحنای مسیر یا پل}$$

#### ۶ - نیروهای باد

محاسبه نیروهای باد بر روی سازه پل بسیار پیچیده است و این موضوع برای طراحان همیشه مطرح بوده است . نیروهای باد طبق آنچه که در آیین‌نامه آمده است ، برای هر سازه بطور تقریبی محاسبه می‌شود . مسئله باد برای یک سازه خاص بسیار پیچیده است زیرا عوامل زیادی چون شکل و اندازه پل ، زاویه وزش باد، اثرات جنس لایه‌های زمین و تغییرات سرعت باد بر حسب زمان در محاسبه نیروی باد بسیار مؤثرند . باید توجه داشت که نیروی باد یک نیروی دینامیکی است زیرا ممکن است سرعت باد در مدت کوتاهی به مقدار حداکثر خود برسد و برای مدتی هم ادامه پیدا کند یا به سرعت قطع شود (تندباد) . اگر مدت زمان به حداکثر رسیدن سرعت باد مساوی یا بزرگتر از پریود طبیعی سازه باشد نیروی باد را می‌توان به صورت یک نیروی استاتیکی به اندازه فشار حداکثر باد در نظر گرفت . این شرایط برای اکثر پلها صادق است .

فشار باد برای یک جسم صلب در معرض باد از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$P = C_D \rho \frac{V^2}{2}$$

که  $C_D$  = ضریب مکش  
 $\rho$  = چگالی هوا  
 $V$  = سرعت باد

کل نیروی باد وارد بر یک سازه برابر است با فشار ضربدر سطح مؤثر. سطح مؤثر ( $A_T$ ) سطحی است که در تصویر قائم دیده می‌شود ضربدر ضریب ( $C_A$ ) (ضریب سطح). مقدار  $C_A$  بستگی به زاویه وزش باد، نوع پل و کف سازه و فاصله بین تیرها یا تیرهای باربر بستگی دارد. عامل دیگر،  $C_{\psi}$  است که بر کل نیروی افقی اثر می‌کند و به زاویه انحراف معروف است. زاویه انحراف عبارت است از زاویه بین جهت باد با خط عمود بر صفحه بخش فوقانی پل در صفحه افق. کل نیروی افقی بصورت زیر بیان می‌گردد.

$$H = C_D C_A C_{\psi} A_T \rho \frac{V^2}{2}$$

#### ۷ - نیروی زلزله

تا چندی پیش در طرح پلها اثرات ناشی از زلزله کمتر در نظر گرفته می‌شد و با اینکه فقط اثرات آن بر روی پی‌ها مطالعه می‌گردید، تا اینکه پلهای متعددی در اثر زلزله فروریختند. مطالعات مختلف نشان داده است که علت این خرابیها یکی از دلایل زیر بوده است:

۱ - لرزش قسمت فوقانی و در نتیجه سقوط سازه.

۲ - شکست پایه‌ها.

۳ - واژگونی پایه‌ها در اثر حرکات بزرگ زمین.

۴ - کم شدن مقاومت خاک زیر پی‌ها در اثر ارتعاشات زمین.

مسئله مهم در طرح پلها پابرجا ماندن آنها بعد از بروز زلزله است تا وسایل نقلیه کمک رسانی از قبیل آمبولانس و ماشینهای آتش‌نشانی بتوانند وظایف خود را انجام دهند. اثرات ناشی از یک زلزله بر روی یک سازه بستگی به رفتار ارتجاعی آن سازه و نحوه توزیع نیروی وزن دارد. مطالعه دقیق رفتار سازه تحت نیروهای زلزله احتیاج به مطالعه رفتار دینامیکی سازه دارد که کار مشکلی است، علاوه بر آن برای تحلیل دینامیکی سازه در اثر نیروی دینامیکی زلزله لازم است که حرکات زمین در زیر پی‌ها مشخص باشد. ولی عموماً برای در نظر گرفتن اثرات نیروی زلزله خیلی ساده فرض می‌شود که نیروی زلزله به صورت نیروهای جانبی در جهات مختلف در مرکز ثقل سازه اعمال شود و مقدار آن در صدی از وزن



کل سازه، و یا قسمتی از سازه تحت مطالعه باشد. سپس این نیروهای جانبی بصورت بارهای استاتیکی به سازه اعمال می‌گردد و سرانجام تحلیل سازه بصورت استاتیکی انجام می‌شود. یکی از مسائل مهمی که در طراحی پل‌ها در رابطه با اثرات زلزله باید در نظر گرفته شود اثرات آب بر روی پایه‌های پل در اثنای زمین‌لرزه می‌باشد. مطالعاتی که بر روی برج‌های غوطه‌ور در آب انجام شده است نشان می‌دهد که برای مطالعه نیروهای زلزله باید یک جرم اضافی علاوه بر وزن پایه‌ها در نظر گرفته شود. مقدار این جرم اضافی به نسبت شعاع ستون به ارتفاع آب بستگی دارد و مقدار آن برابر جرم آب جابه‌جا شده توسط پایه‌ها می‌باشد. بطور کلی در مناطق فعال زلزله و مخصوصاً هنگامی که پایه‌ها در آب غوطه‌ور باشند باید یک مطالعه دقیق دینامیکی صورت گیرد.

#### ۸- فشار جریان آب

در مناطقی که جریان آب وجود دارد پی‌ها باید بتوانند در مقابل فشار آب مقاومت کنند. این فشار می‌تواند باعث لغزش و یا واژگونی پایه‌ها شود. علاوه بر آن جریان آب قادر است تحت شرایطی باعث شسته شدن اطراف پایه‌ها شود که بسیار مهم است و باید در نظر گرفته شود. بطور کلی برای طرح پلهایی که از زیر آنها جریان آب می‌گذرد مطالعات دقیقی در باره سرعت جریان آب بسیار ضروری است. این قبیل اطلاعات برای رودهای بزرگ در کشورهای پیشرفته تهیه شده‌اند و از روی آنها سرعت‌هایی را که رودهای مختلف می‌توانند داشته‌باشند بدست می‌آید. در صورتیکه این اطلاعات بدلیل گوناگون در دسترس نباشند، باید سعی شود که به کمک اطلاعات موجود بهترین تخمین در رابطه با سرعت جریان آب زده شود.

فشار آب وارد بر یک سطح صلب را می‌توان از رابطه زیر تعیین کرد:

$$P = KV^2$$

که  $p$  = واحد فشار

$V$  = حداکثر سرعت ممکنه آب

$K$  = ثابتی است که بستگی به وزن آب و شکل پایه دارد که توسط آئین‌نامه تعیین می‌گردد.

هر چند که فشار آب متناسب با عمق آب می‌باشد اما بصورت تقریبی می‌توان فشار را

در عمق آب ثابت فرض کرد.

## ۹ - فشار یخ شناور

در مناطق سردسیر یخهای شناور می‌توانند نیروهای زیادی را به پایه‌های پل وارد سازند. بعضی از پلها در اثر فشار یخ کاملاً فرور ریخته‌اند.

## ۱۰ - نیروی ناشی از تغییرات درجه حرارت

انبساط و انقباض حاصل از تغییرات درجه حرارت باعث ایجاد حرکات و با تنشهای قابل توجهی در سازه پل می‌گردد که باید در طرح پل مورد بررسی قرار بگیرد. نیروهای داخلی حاصل از تغییرات درجه حرارت مخصوصاً در سازه‌های نامعین از اهمیت بیشتری برخوردار می‌باشد.

## ۱۱ - نشست و یا چرخش تکیه‌گاهها

در مناطقی که زمین زیر پایه‌ها از مقاومت یکسانی برخوردار نباشد نشست نامتقارن یا چرخش تکیه‌گاهها ایجاد خواهد شد که در سازه نامعین نیروهای داخلی قابل توجهی را ایجاد خواهند کرد.

## ۱۲ - فشار خاک

اثر فشار جانبی خاک و در صورت لزوم فشار وسایط نقلیه قبل از رسیدن به پل با پس از عبور از آن بصورت رانش افقی بر پایه‌های کناری پل باید در محاسبات منظور گردد.

## ۱۳ - نیروی غوطه‌وری

هرگاه قسمتی از سازه پل در آب بحالت شناور درآید، اثر نیروی غوطه‌وری باید در طرح پل در نظر گرفته شود.

## ۱۴ - بارهای موقت

تمام نیروهای موقتی که در زمان ساخت و اجرای پل به‌اعضای سازه وارد می‌گردد در محاسبات طرح پل باید منظور گردند.

## ۱۵ - نیروهای برخورد

در صورتیکه ستونها و قطعاتی از پل در معرض برخورد وسایط نقلیه باشند، این نیروها

باید در نظر گرفته شوند .

#### ۱۶ - سایر نیروها

نیروهای دیگری را که احتمال وارد آمدن به سازه پل در طول عمر آن می رود ، از جمله اثرات انقباض و خزش بتن و غیره ، باید در طرح پل منظور گردند .

#### ۱۷ - ترکیب بارها

تمام یا قسمتی از پل ممکن است بطور همزمان تحت اثر چند بار قرار گیرد . مهندس مسئول باید انواع بارها و مقدار آنها را که ممکن است بطور همزمان به سازه یا قسمتی از آن وارد می شود تعیین نماید و از روی آن سازه را طرح کند .

در بخشهای بعدی ، بارگذاری آئین نامه آشتو<sup>۱</sup> (کشور آمریکا) ، دستور فنی شماره ۱۱<sup>۲</sup> (کشور ایران) و بی اس<sup>۳</sup> (کشور انگلستان) مورد بررسی قرار می گیرند . با توجه به اینکه بار اصلی وارده به پلهای شامل بار مرده ، بار زنده و ضربه می باشد از قید سایر بارها صرف نظر می شود و علاقه مندان برای اطلاعات بیشتر به آئین نامه های مربوطه رجوع داده می شوند .

در اجرای سربار حاصل از وسایل نقلیه (بار زنده) ، عرضی از عبورگاه پل که یک بار استاندارد اشغال می کند معمولاً ۳ متر در نظر گرفته می شود . کل عرض خالص سواره روبین جدولها به تعدادی خطوط عبور طرح تقسیم می گردد و سپس بار استاندارد در موقعیتی بر روی یک خط عبور طرح طوری قرار داده می شود تا نامساعدترین وضع را از نظر ایجاد تنشها در اجزاء پل تولید کند .

#### ۳ - ۲ بارگذاری آئین نامه آشتو

قسمتهای زیر از این آئین نامه بررسی می شوند .

- ۱ - خط عبور طرح .
- ۲ - بار زنده حاصل از وسایل نقلیه شامل بارهای استاندارد و ضربه ضربه .
- ۳ - بار زنده حاصل از عبور عابریین پیاده در قسمت پیاده رو پل ؛
- ۴ - ترکیب بارها .

1 . American Association of state Highways and Transportation officials (AASHTO).

۲ - آئین کاربردی شماره ۵۱۹

3 . British standards (BS 5400: Part:2).

## خط عبور طرح

تعداد خطوط عبور طرح طبق این آئین نامه را می‌توان از جدول (۳-۱) بدست آورد . یک سیستم بار استاندارد باید در پهنای هر خط عبور طرح طوری قرار داده شود که حداکثر تنشها را در اجزاء پل ایجاد نماید . عرض کمتر از ۱۰ متر به عنوان یک خط عبور طرح محسوب می‌شود .

عرض $W_c$ سواره رو برحسب متر			N تعداد خطوط طرح
6.10	تا	9.15	2
9.15	تا	12.81	3
12.81	تا	16.47	4
16.47	تا	20.13	5
20.13	تا	23.79	6
23.79	تا	27.45	7
27.45	تا	31.11	8
31.11	تا	34.77	9
34.77	تا	38.43	10

(جدول ۳-۱) - تعداد خطوط عبور طرح

وقتی که یک عضو به وسیله سه خط ترافیکی یا بیشتر بارگذاری می‌گردد ، مقدار بارزنده بوسیله ضریبی بنام ضریب احتمالات کاهش پیدا می‌کند که برای یک یا دو خط صد درصد، برای سه خط نود درصد و برای چهارخط یا بیشتر ۷۵ درصد در نظر گرفته می‌شود .

## بار زنده استاندارد

در این آئین نامه اثر استاتیکی بارهای زنده حاصل از وزن وسایل نقلیه که از روی پل عبور خواهند کرد توسط تعدادی بار استاندارد جانشین می‌گردد و اثر دینامیکی حاصل از حرکت وسایل نقلیه بر روی پل توسط ضریبی بنام ضریب ضربه محاسبه می‌شود . سیستمهای مختلف بارگذاری طبق آئین نامه آشتو که برای طرح پل‌های راه شوسه باید در نظر گرفته

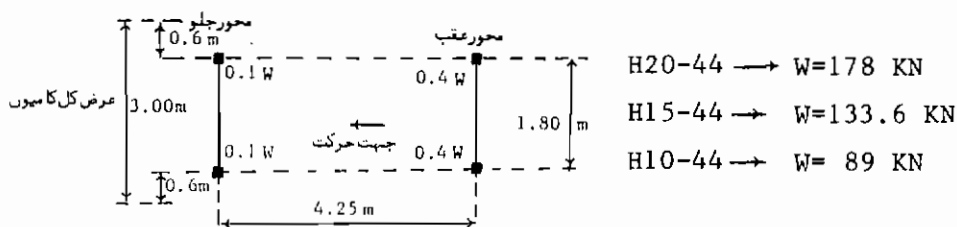
شوند بقرار زیر می‌باشند .

- ۱ - سیستم بارگذاری کامیون H (در هر خط برای تمام طول پل در محل لازم یک سیستم) .
- ۲ - سیستم بارگذاری کامیون HS ( در هر خط یکی برای تمام طول پل در محل لازم) .
- ۳ - سیستم بار اصلاحی بی . پی . آر .<sup>۴</sup> (در هر خط یکی برای تمام طول پل در محل لازم) .
- ۴ - سیستم بار خطی معادل (برای هر خط یکی در طولهای لازم) .
- ۵ - اثر ضربه .
- ۶ - بار زنده پیماده رو .

طبق این آئین نامه پهنائی که یک سیستم بارگذاری اشغال می‌کند باید برابر با سه متر در نظر گرفته شود . اینطور فرض می‌گردد که یک سیستم بارگذاری می‌تواند در هر وضعیتی از پهنای خط عبور طرح قرار داده شود بطوری که تولید حداکثر تنشها را در سازه پل بنماید

#### سیستم بارگذاری کامیون H

این سیستم شامل یک کامیون دو محوره با فاصله ۴/۲۵ متر و فاصله عرضی مراکز چرخها ۱/۸۵ متر می‌باشد (شکل ۱-۳) . همانطور که در شکل نشان داده شده است بارگذاری راهها به رده‌های متعددی تقسیم بندی شده است . عدد اول از سمت چپ که همراه حرف H آمده نشان دهنده وزن کل کامیون بر حسب تن آمریکائی می‌باشد (یک تن آمریکائی برابر ۹۰۸ کیلوگرم است) . عدد بعدی یعنی ۴۴ نشان دهنده سال بوجود آمدن این بار یعنی ۱۹۴۴ می‌باشد . از این نوع بارگذاری برای طرح پلهای درجه دو به غیر از پلهای بزرگراهها استفاده می‌شود . طبق آئین نامه مربوطه فاصله حداقل مرکز چرخ کامیون از لبه پیماده رو در عبور گاههای بتنی از نوع دال برابر ۰/۳ متر و برای عبورگاههای بتنی از نوع دیگر ۰/۶ متر باید در نظر گرفته شود . دو کامیون از نظر عرضی اگر چسبیده به هم در نظر گرفته شوند فاصله مرکز چرخهای نزدیک آنها ۱/۲ متر خواهد بود .

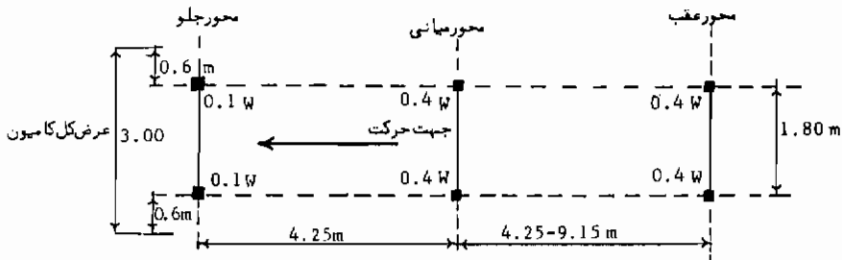


شکل (۱-۳) - انواع کامیون H

## سیستم بارگذاری کامیون HS

سیستم بارگذاری کامیون HS شامل یک کامیون سه محوره می باشد (شکل ۳-۲) که فاصله دو محور جلو و میانی از یکدیگر برابر ۴/۲۵ متر و فاصله دو محور میانی و عقب از یکدیگر متغیر از ۴/۲۵ متر تا ۹/۱۵ متر در نظر گرفته شده است. این فاصله متغیر برای محاسبه مان خمشی ماکزیمم در پلهای یکسره، که با توجه به خط تأثیر آن تعیین می گردد، بسیار مؤثر می باشد. وزن دو محور میانی و عقب با هم برابرند و وزن مجموع دو محور جلو و میانی برابر با وزن کل کامیون H معادل می باشد. نسبت وزن هر یک از محورهای جلو و میانی در کامیون HS همان نسبت محور جلو و عقب در کامیون H می باشد.

طبق این آئین نامه پلهای مهم برای بارگذاری ۴۴ - HS20 محاسبه می شوند. کمترین سربار در نظر گرفته شده برای پلهای بزرگراهها سیستم ۴۴ - HS15 می باشد.



$$\text{HS20-44} \rightarrow W=178 \text{ KN}$$

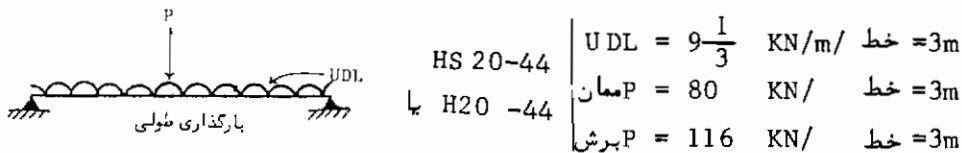
$$\text{HS 15-44} \rightarrow W=133.6 \text{ KN}$$

شکل (۳-۲) - انواع کامیون HS

## سیستم بار خطی معادل

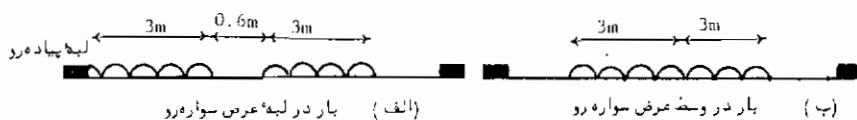
در پلهای طویل که امکان قرار گرفتن تعداد زیادی وسیله نقلیه روی پل می باشد و احتمالاً در اثر کندی ترافیک وسایل نقلیه پشت سرهم روی پل قرار می گیرند یک سربار معادل مطابق شکل (۳-۳) که شامل یک بار گسترده و یک بار متمرکز است بجای سربارهای کامیون در نظر گرفته می شود. این نوع بارگذاری معمولاً در دهانه های بزرگ حاکم بر طرح می باشد. در دهانه های یکسره جهت پیدا کردن لنگر خمشی منفی حداکثر یک بار متمرکز دیگر با همین مقدار باید در دهانه دیگر تیر یکسره قرار داده شود که محل آنرا با استفاده

از خطوط تأثیر می‌توان تعیین کرد. بار گسترده UDL در عرض ۳ متر و طولی که توسط خط تأثیر بدست می‌آید قرار می‌گیرد. بار متمرکز در حقیقت بصورت لبه‌ای در نظر گرفته می‌شود یعنی باری که در نقطه‌ای از طول تیر که توسط خط تأثیر تعیین می‌گردد اعمال شده ولی در عرض ۳ متر مثل بار گسترده پخش می‌گردد. برای محاسبه لنگر خمشی و نیروی برشی مقدار نیروی  $p$  مطابق شکل (۳-۳) متفاوت می‌باشد.



شکل (۳-۳) - مشخصات بار خطی معادل H20 یا HS20

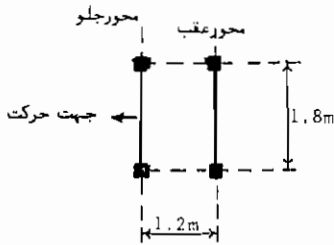
با تناسب می‌توان بار خطی معادل H15 - 44 که مساوی 44 - HS15 می‌باشد و نیز بار خطی معادل H10 - 44 که برابر 44 - HS10 است محاسبه کرد. دو وضعیت بحرانی از نظر بارگذاری عرضی برای بار خطی معادل مطابق شکل (۳-۴) می‌باشد.



شکل (۳-۴) - بارگذاری عرضی بار خطی

### سیستم بار اصلاحی بی بی آر

اداره راههای ملی آمریکا (بی.بی.آر) بار اصلاحی بجای بار کامیون 44 - HS20 معرفی نموده است. این بار اصلاح شده دو محور 11 تنی (تن بین‌المللی) می‌باشد که فاصله آنها از هم 1/20 متر است (شکل 3-5). بار اصلاح شده در دهانه‌های کوچکتر از 10 متر اندکی بر لنگر خمشی حاصل از بار 44 - HS20 می‌افزاید.



$$\text{بار هر چرخ} = 0.25 W$$

$$W = 22 \times 9.81 = 215.82 \text{ KN}$$

شکل (۳-۵) - بار اصلاح شده بی‌پی آر

### اثر ضربه

ضریب ضربه طبق آئین نامه آشتن از رابطه  $I=15/(L+38)$  محاسبه می‌شود که در آن  $L$  برحسب متر، طولی از دهانه بارگذاری شده می‌باشد که توسط خط تأثیر جهت محاسبه حداکثر لنگر خمشی یا نیروی برشی تعیین می‌گردد. با توجه به فرمول ضربه مشخص می‌گردد که اثر ضربه در دهانه‌های کوچکتر بحرانی‌تر می‌باشد. حداکثر ضریب ضربه طبق این آئین - نامه  $0/3$  می‌باشد. در طراحی سازه پل اثر ضربه برای قسمتهایی از سازه که در زیر آمده است محاسبه می‌گردد:

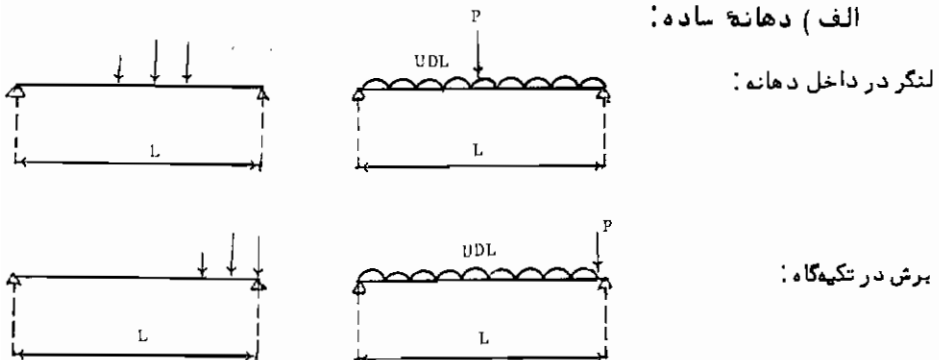
۱ - عبورگاه پل.

۲ - پایه‌های پل تاتراز شالوده.

۳ - آن قسمت از شالوده‌های شمعی که در بالای سطح زمین قرار دارند و بطور صلب به عبورگاه پل متصل شده‌اند.

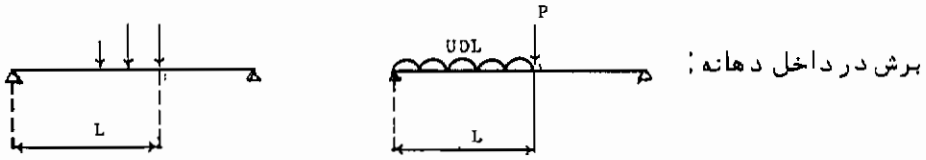
طول  $L$  از عبورگاه را که در محاسبه ضریب ضربه باید در نظر گرفته شود با توجه به محل بارگذاری کامیون یا خطی معادل مطابق اشکال زیر در نظر گرفته می‌شود (شکل ۳-۶).

الف) دهانه ساده:

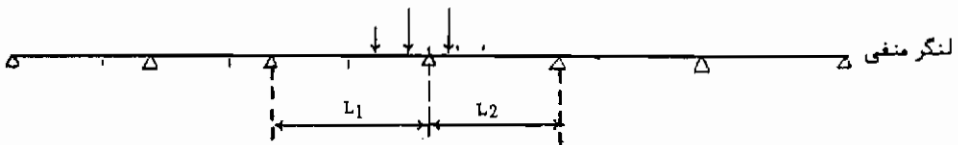
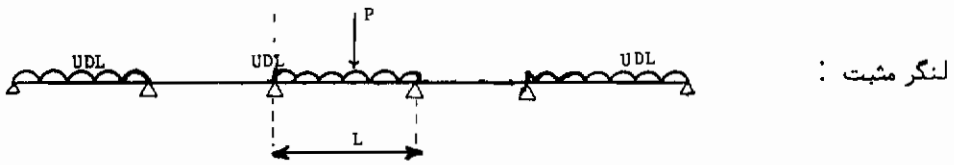
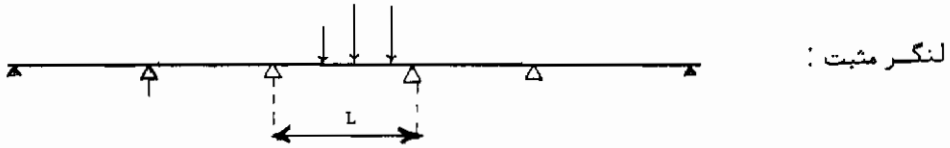


شکل (۳-۶) - تعیین طول  $L$  برای ضریب ضربه

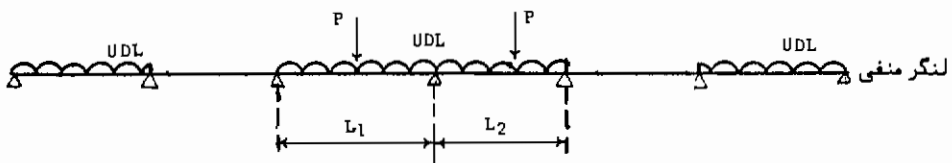




ب) دهانه ممتد؛

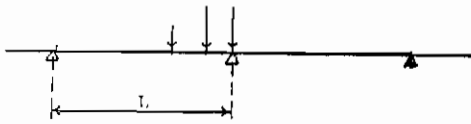


$$L = (L_1 + L_2) / 2$$

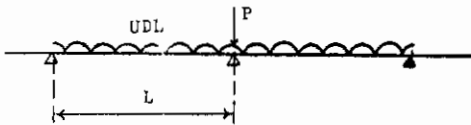


$$L = (L_1 + L_2) / 2$$

ادامه شکل (۳ - ۶) - تعیین طول L برای ضریب ضربه



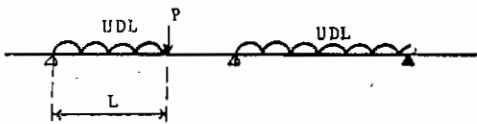
برش در تکیه‌گاه



برش در تکیه‌گاه

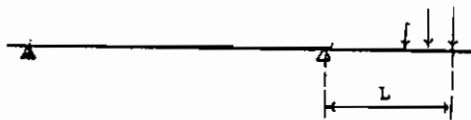


مقطعی را که در آن برش را می‌خواهیم .



مقطعی را که در آن برش را می‌خواهیم .

### ج - کنسول



لنگر در بازوهای طره‌ای .

ادامه شکل (۳ - ۶) - تعیین طول  $L$  برای ضریب ضربه

### بار زنده پیاده رو

بار زنده وارده بر پیاده روی پل ، بار گسترده همواری به شدت ۴۵۰ کیلوگرم بر متر مربع می‌باشد که در محاسبه اجزاء سازه‌ای خود پیاده روی بکار خواهد رفت . سربار منتقله از

پیاده رو در محاسبه قطعات اصلی پل (مانند شاهتیرهای طولی، پایه‌ها و غیره) ۳۰۰ کیلو گرم بر متر مربع می‌باشد.

در صورتیکه احتمال رفتن چرخ ماشین بر روی پیاده رو موجود باشد، شریار محاسبه پیاده رو عبارت خواهد بود فقط از یک بار متمرکز معادل ۵ تن، بدون در نظر گرفتن اثر ضربه و موقعیت آن طوری در نظر گرفته می‌شود که نامساعدترین وضع را از لحاظ تنشهادر ساختمان پیاده رو بوجود آورد.

### ترکیب بارها

تمام یا قسمتی از پل ممکن است تحت اثر چندین بار بصورت همزمان قرار گیرد. آئین نامه پلسازی آشتو ترکیب بارهایی را که احتمال وارد آمدن آنها بر سازه پل بطور همزمان می‌رود مشخص نموده است. برای بعضی از ترکیبات، تنشهای مجاز معمولی را می‌توان افزایش داد، که در عمل بدین معنی است که فقط درصدی از جمع حداکثر اثرها در نظر گرفته می‌شوند زیرا احتمال اینکه مقدار حداکثر این حوادث در یک زمان اتفاق بیفتند خیلی کم است؛ به عنوان مثال، وقتی بار مرده، بارهای فشار خاک، اثرات شناوری، جریان رودخانه و باد همزمان اعمال می‌گردد تنشهای مجاز می‌توانند ۱۲۵٪ تنشهای مجاز معمولی باشند. این معادل آنست که فرض کنیم فقط ۸۰٪ حداکثر مقادیر این بارها با یکدیگر عمل می‌کنند. در تجدید نظر ۱۹۷۷ آئین نامه پلسازی آشتو طرح بروش مقاومت نهائی تهیه شده است. این روش البته بجای روش تنشهای مجاز نبوده، بلکه برای تکمیل آن می‌باشد. معادله کلی ترکیب بارها بصورت زیر داده شده است.

$$N = \gamma [\beta_D \cdot D + \beta_L (L+I) + \beta_C \cdot CF + \beta_E \cdot E + \beta_B \cdot B + \beta_S \cdot SF$$

$$+ \beta_W \cdot W + \beta_{WL} \cdot WL + \beta_{LF} \cdot LF + \beta_F \cdot F + \beta_R (R+S+T)$$

$$+ \beta_{EQ} \cdot EQ + \beta_{ICE} \cdot ICE ]$$

. بار مرده = D

. بار زنده = L

. فشار زمین = E

. شناوری = B

. نیروی باد بر روی سازه = W

. بار باد بر روی بار زنده = WL

. بار افقی حاصل از بار زنده = LF

- CF = نیروی گریز از مرکز .  
 F = نیروی افقی در اثر اصطکاک سیستم تکیه‌گاهی یا برش .  
 R = کوتاهی اعضا (قوسها یا قابها) .  
 S = انقباض بتن .  
 T = نیرو در اثر تغییرات درجه حرارت .  
 EQ = زلزله .  
 SF = فشار جریان رودخانه .  
 ICE = فشار یخ .  
 N = شماره گروه بارگذاری .  
 $\gamma$  = ضریب بار .  
 $\beta$  = ضریب .

مقادیر ضریب بار ( $\gamma$ ) و ضرایب ( $\beta$ ) (جدول ۳-۳ و ۳-۳) بستگی به گروه بارگذاری و روش طرح، تنش مجاز یا مقاومت نهایی، دارد. برای طرح پلها آئین نامه نه‌گروه مختلف بارگذاری را منظور کرده است. گروههای I-III به‌سازۀ رویه و سازهٔ زیرین پل اعمال می‌گردد. گروههای IV-VI برای قوسها و قابها مناسب است. سه گروه بعدی نیز برای طرح سازهٔ زیرین می‌باشند.

جدول (۳-۲) جدول ضرایب  $\gamma$  و  $\beta$  برای طراحی به‌روش تنشهای مجاز

شماره‌ستون	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
گروه	$\gamma$	ضرایب $\beta$												
		D	L+I	CF	E	B	SF	W	WL	LF	R+S+T	EQ	ICE	%
I	1.0	1	1	1	$\beta_E$	1	1	0	0	0	0	0	0	100
II	1.0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	125
III	1.0	1	1	1	$\beta_E$	1	1	0.3	1	1	0	0	0	125
IV	1.0	1	1	1	$\beta_E$	1	1	0	0	0	1	0	0	125
V	1.0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	140
VI	1.0	1	1	1	$\beta_E$	1	1	0.3	1	1	1	0	0	140
VII	1.0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	133
VIII	1.0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	140
IX	1.0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	150
X	1.0	1	1	0	$\beta_E$	0	0	0	0	0	0	0	0	100

اصل گروههای بارگذاری براساس این است که کدام بارها ممکن است همزمان عمل کنند. در روش طرح تنشهای مجاز برای بعضی از گروههای بارگذاری یک افزایش در تنش مجاز اجازه داده شده است. هدف از این افزایش اینست که زمانی که مقادیر حداکثر همزمان اتفاق بیفتند (تعداد دفعات کمی در طول عمر سازه) ضریب اطمینان را می توان کاهش داد. در استفاده از روش طرح ضریب بار، تنش نهایی معمولاً "تنش جاری شدن فولاد می باشد و مقاومت نهایی معمولاً" درصدی از مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن است.

جدول (۳-۳) جدول ضرایب  $\gamma$  و  $\beta$  برای طراحی به روش مقاومت نهایی

شماره ستون	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
کروه	$\gamma$	$\beta$ ضرایب											%	
		D	L+I	CF	E	B	SF	W	WL	LF	R+S+T	EQ		ICE
I	1.3	$\beta_D$	1.67	1.0	$\beta_E$	1	1	0	0	0	0	0	0	0
IA	1.3		2.20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
II	1.3		0	0	$\beta_E$	1	1	1	0	0	0	0	0	0
III	1.3		1	1		1	1	0.3	1	1	0	0	0	0
IV	1.3		1	1		1	1	0	0	0	1	0	0	0
V	1.25		0	0		1	1	1	0	0	1	0	0	0
VI	1.25		1	1		1	1	0.3	1	1	1	0	0	0
VII	1.3		0	0		1	1	0	0	0	0	1	0	0
VIII	1.3		1	1		1	1	0	0	0	0	0	1	0
IX	1.20	$\beta_D$	0	0	$\beta_E$	1	1	1	0	0	0	0	1	0
X	1.50	1	1.67	0	$\beta_E$	0	0	0	0	0	0	0	0	0

قابل اجرا نمی باشد

آبرد

## برای طرح بروس تنشهای مجاز

(ستون ۱۴) = درصدی از تنش مجاز پایه.

برای اعضا یا اتصالاتی که فقط بارهای باد را تحمل می نمایند هیچگونه افزایشی در تنشهای مجاز پایه اجازه داده نمی شود.

$\beta_E = 0.70$  برای مجاری آبرو زیرزمینی جعبه ای از بتن مسلح، برای دیگر مجاری آبرو ۰/۸۳

$\beta_E = 0.50$  و  $0.10$  برای بارهای عرضی وارده به قابهای صلب (هر دو بارگذاری بایسد

کنترل می گردد).

## برای طراحی بروش مقاومت نهائی

$\beta_E = 1/3$  برای فشار جانبی خاک و  $0.5$  برای کنترل لنگرهای مثبت در قابهای صلب.

$\beta_E = 1/5$  برای فشار قائم خاک .

$\beta_D = 0.75$  وقتی اعضا برای حداقل بار محوری و حداکثر لنگر خمشی یا حداکثر خروج از

مرکز برای طرح ستون کنترل می‌گردند .

$\beta_D = 1/5$  وقتی عضوی برای حداکثر بار محوری و حداقل لنگر خمشی برای طرح ستون

کنترل می‌گردد .

$\beta_D = 1/5$  برای اعضای خمشی و کششی

$\beta_E = 1/5$  مجاری آبرو زیرزمینی صلب

$\beta_E = 1/67$  مجاری آبرو زیرزمینی شکل پذیر

## ۳-۳ بارگذاری آئین نامه ایران

قسمتهای مربوطه به خط عبور طرح ، بار زنده استاندارد ، سربار پیاده رو و ترکیب

بارها از این آئین نامه بررسی می‌شود .

## خط عبور طرح

آئین نامه راهسازی کشور ایران عرض راههای مختلف شوسه را طبق جدول ( ۳ - ۴ )

تعیین نموده است .

نوع راه	عرض جاده به متر	عرض پیاده‌رو در هر طرف	مجموع به متر
راههای درجه ۱	۷ - ۸	۲	۱۱ - ۱۲
راههای درجه ۲	۶	۲	۱۰
راههای درجه ۳	۵	۱/۵	۸

جدول ( ۳ - ۴ ) - خطوط عبور طرح

بنا به دستور فنی شماره ۳ این آئین نامه در پلهائی که طول آنها بیش از ۶ متر می‌باشد عرض کلی پل باید یک متر بیشتر از عرض سواره رو جاده باشد و پیاده‌روها مرتفع‌تر ساخته شوند . در پلهای با طول کمتر از ۶ متر عرض کلی پل و سواره‌رو را می‌توان برابر

انتخاب کرد .

### بار زنده استاندارد

بنا بدستور فنی شماره ۱۱ این آئین نامه بارزنده وارده به پل شامل موارد زیر می باشد :

۱ - بار کامیون ۴۵ تنی استاندارد .

۲ - بار خطی معادل استاندارد .

۳ - بار تانک ارتشی ۷۰ تنی استاندارد .

۴ - بار منفرد استاندارد .

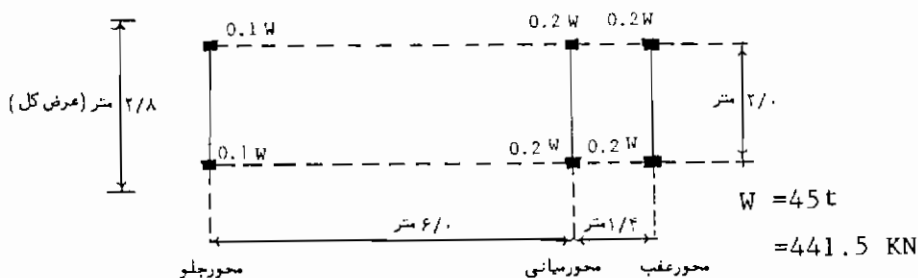
۵ - ضریب ضربه .

۶ - بار زنده پیاده رو .

طبق این آئین نامه پهنائی از پل را که یک سیستم بارگذاری از انواع بالا می تواند اشغال کند برابر با ۳ متر می باشد و سیستم بار استاندارد می تواند در هر وضعیتی در پهنای خط ترافیک طرح طوری قرار گیرد که تولید حداکثر تنشها را بنماید . اگر تعداد خطوط عبور بیش از دو خط باشد در این صورت دو خط کامل بارگذاری شده و بقیه خطوط با ۵۰٪ بار معادل بارگذاری می شود .

### کامیون ۴۵ تنی

این سیستم بار شامل یک کامیون سه محوره می باشد که وزن محور جلو ۹ تن ، وزن محور میانی و عقب مساوی هریک برابر ۱۸ تن می باشد . وزن کل کامیون ۴۵ تن است . فاصله دو محور جلو و میانی ۶ متر و فاصله دو محور میانی و عقب برابر ۱/۴ متر می باشد (شکل ۳-۷) . طبق این آئین برای هر خط در طول پل یک کامیون در محل مناسب باید در نظر گرفته شود .



شکل (۳ - ۷) - مشخصات کامیون ۴۵ تنی

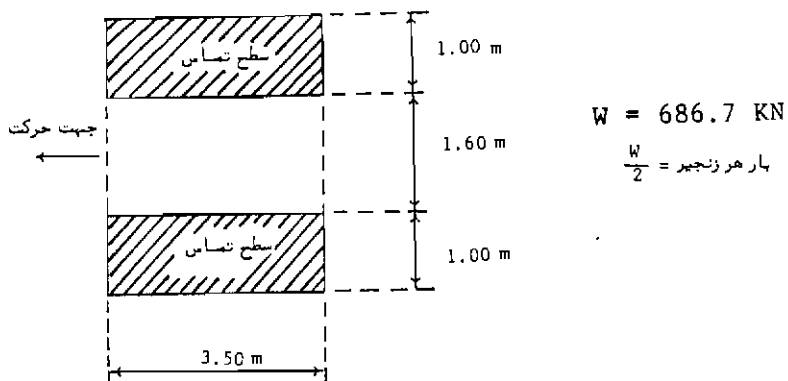
ابعاد سطح تماس چرخ جلو با عبورگاه  $0/2$  متر در جهت حرکت و  $0/25$  متر در جهت عمود بر حرکت و ابعاد سطح تماس چرخهای میانی یا عقب  $0/2$  متر در جهت حرکت و  $0/7$  متر در جهت عمود بر حرکت فرض می‌گردد. طول کل کامیون  $10$  متر و عرض آن  $2/80$  متر در نظر گرفته می‌شود. فاصله عرضی حداقل بین دو کامیون  $0/5$  متر که این فاصله از مرکز چرخهای کناری دو کامیون  $1/30$  متر خواهد شد. حداقل فاصله مرکز چرخهای کناری از لبه پیاده‌رو  $0/35$  متر فرض می‌گردد.

### بار خطی معادل

این بار مشابه با بار خطی معادل آیین نامه آشتو بوده که در دهانه‌های بزرگتر از  $21$  متر حاکم بر طرح می‌باشد. این بار شامل بار گسترده یکنواخت به شدت  $1$  تن بر متر عرض خط همراه با بار متمرکز  $27$  تن برای خمش یا  $31$  تن برای برش می‌باشد. در هر خط عبور در طول پل یک سیستم بار خطی معادل در طولهای لازم قرار داده می‌شود. در محاسبه لنگر حداکثر منفی دوبار متمرکز همراه با بار گسترده به عبورگاه اعمال می‌گردد.

### تانک ارتشی استاندارد

بار تانک ارتشی استاندارد  $70$  تنی (شکل ۳-۸) فقط به تعداد یکی در تمام طول پل در نظر گرفته می‌شود. این بار احتیاج به ضریب ضربه ندارد.



شکل (۳-۸) - مشخصات تانک ارتشی استاندارد



## بار منفرد

در هر نقطه از سطح عبورگاه پل می‌توان یک بار منفرد برابر ۹ تن را در نظر گرفت. ضریب ضربه برای این بار مقدار حداکثر ۰/۳ فرض می‌گردد که در نتیجه این بار منفرد ۱۱/۷ تن می‌گردد که باید بر روی مستطیلی به ابعاد ۲۰ سانتی متر در جهت طول پل در ۰/۲ سانتی متر در جهت عرضی پل پخش گردد.

## اثر ضربه

ضریب ضربه را می‌توان با استفاده از رابطه زیر تعیین نمود که در آن  $L$  طول دهانه برحسب متر می‌باشد. طول  $L$  را می‌توان مطابق آئین نامه آشتو انتخاب کرد و حداکثر ضریب ضربه ۰/۳ فرض می‌گردد.

$$I = \frac{6}{10+L} \leq 0.3$$

ضریب ضربه برای بار کامیون استاندارد و بار خطی معادل و بار منفرد مورد نیاز می‌باشد.

## سربار پیاده رو

پیاده‌روهای پل را باید برای بار یکنواخت معادل ۴۰۰ کیلوگرم بر متر مربع محاسبه نمود. همچنین پیاده‌رو باید بتواند چرخ‌های بوزن ۴/۵ تن (بدون ضربه) را که روی پیاده‌رو آمده و در هر جای آن ممکن است قرار گیرد تحمل کند (این بار روی سطحی به ابعاد ۲۰×۷۰ سانتی‌متر اثر می‌کند). در حالیکه سربار کامیون یا معادل آن نیز روی پل قرار داده شود باید یک بار یکنواخت به اندازه ۲۰۰ کیلوگرم بر متر مربع روی پیاده‌رو قرار گیرد. سربار پیاده‌رو احتیاجی به ضریب ضربه ندارد.

## ترکیب بارها

بارهایی را که ممکن است به پل وارد شوند مطابق آئین نامه محاسبه کرده و می‌توان آنها را طبق آئین نامه آشتو ترکیب کرد.

## ۳- بارگذاری آئین نامه بی اس کشور انگلستان

آئین نامه پلسازی کشور انگلستان بنام BS 5400 بوده که در ده قسمت تنظیم شده

است. قسمت دوم این آئین نامه در رابطه با بارگذاری پلها می باشد. بخشهای خط عبور طرح، بارزنده استاندارد، سربار پیاده رو، طرز استفاده بار زنده استاندارد و ترکیب بارها از این آئین نامه توضیح داده می شود.

### خط عبور طرح

طبق این آئین نامه تعداد خطوط عبور طرح را می توان از جدول (۳-۵) تعیین کرد. عرض کمتر از ۴/۶ متر را به عنوان یک خط عبور می توان در نظر گرفت و حداقل عرض هر خط باید ۲/۳ متر در نظر گرفته شود.

### بار زنده استاندارد

در این آئین نامه اثر ضربه بصورت جداگانه حساب نمی شود و بارهای استاندارد را بدون ضربه ضربه می توان در نظر گرفت. موارد زیر از آئین نامه بی.اس. بررسی می شوند.

عرض سواره رو عبورگاه به متر	تعداد خطوط عبور طرح
4.6 - 7.6	2
7.6 - 11.4	3
11.4 - 15.2	4
15.2 - 19.00	5
19.0 - 22.8	6

جدول (۳-۵) - تعداد خطوط عبور طرح

۱- بار عادی استاندارد HA.

۲- بار غیر عادی کامیون استاندارد HB

۳- بار تک چرخ استاندارد.

۴- بار پیاده رو.

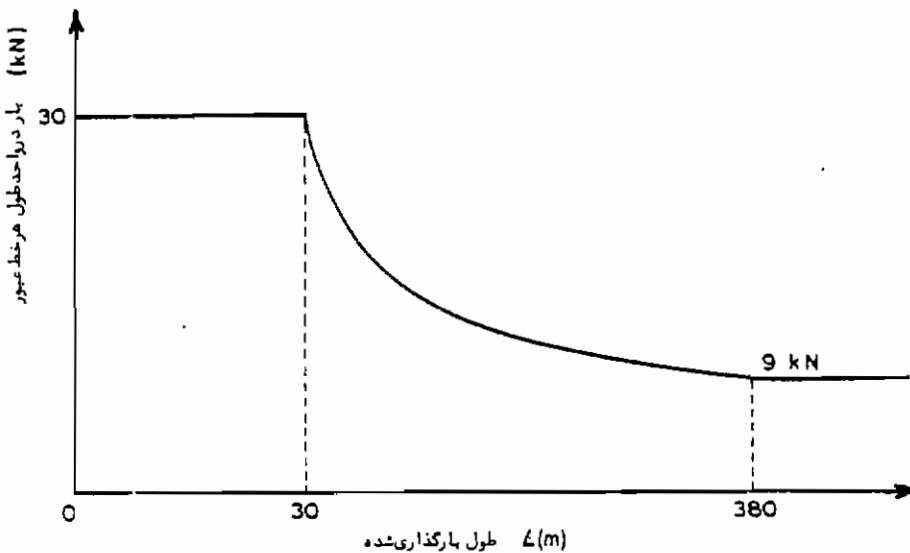
نحوه کلی طراحی پلها به این ترتیب است که ابتدا اجزاء پل برای بار عادی استاندارد

HA طرح شده و سپس برای بار غیر عادی کامیون استاندارد HB کنترل می شوند.

## بار عادی استاندارد

این سیستم بار استاندارد مشابه بار خطی معادل آئین نامه آشتو یا آئین نامه ایران می باشد که شامل یک بار گسترده یکنواخت (UDL) و یک بار متمرکز لبه ای (KEL) می باشد. این سیستم بار در دالهای تخت بدون توجه به عرض خط عبور طرح در عرض ۳ متر بارگذاری می شود ولی در عبورگاه با تیرهای حامل طولی در صورتیکه عرض خط عبور از ۳ متر بیشتر باشد بار HA در عرض واقعی خط عبور طرح بارگذاری می شود ولی اگر عرض خط عبور کوچکتر و یا مساوی ۳ متر باشد همانند دالهای تخت اجرا می شود.

مقدار بار لبه ای (KEL) که برای هر خط فقط یکی بکار برده می شود برابر ۱۲۰ KN می باشد که در عرض بارگذاری پخش می گردد. اما مقدار بار گسترده (UDL) که در طولهای لازم از یک خط قرار داده می شود متغیر بوده و بستگی به طول بارگذاری شده دارد. مقدار این بار گسترده را می توان توسط نمودار شکل (۳-۹) و یا جدول آماده (در آئین نامه) تعیین کرد. برای طول بارگذاری کوچکتر یا مساوی ۳۰ متر مقدار شدت بار UDL ثابت بوده و مساوی ۳۰ کیلو نیوتن بر متر طول بر عرض بارگذاری شده می باشد. برای طول بارگذاری شده بیش از ۳۸۰ متر مقدار بار گسترده UDL ثابت و مساوی ۹ کیلو نیوتن بر متر طول بر عرض بارگذاری شده فرض می گردد. در فرمول زیر طول بارگذاری شده  $L$  بر حسب متر می باشد.



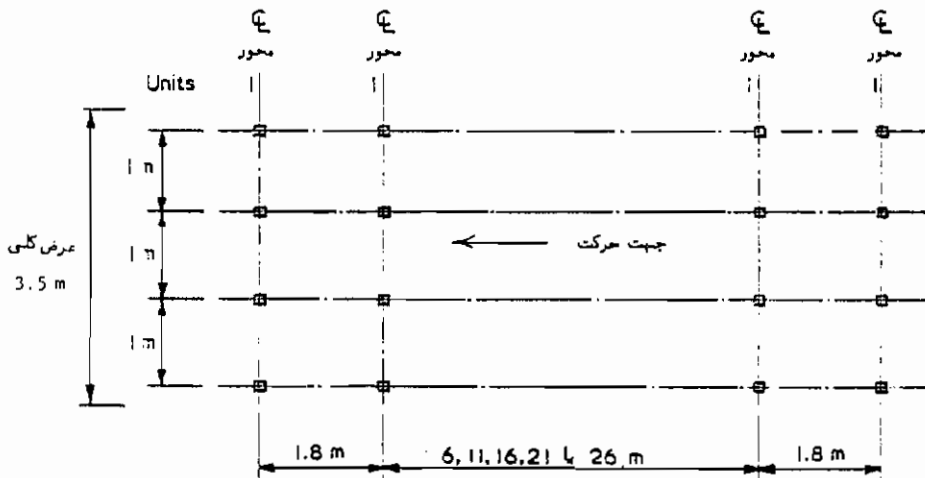
شکل (۳-۹) - نمودار بار UDL

بار گسترده یکنواخت (UDL) بار HA را می توان به صورت زیر نیز خلاصه کرد .

$$\begin{aligned}
 L \leq 30 \text{ m} & \quad \text{UDL} = 30 \text{ KN/m/} \\
 30 \text{ m} < L < 380 \text{ m} & \quad \text{UDL} = 151 \left( \frac{1}{L} \right)^{0.475} \\
 380 \text{ m} \leq L & \quad \text{UDL} = 9 \text{ KN/m/ خط}
 \end{aligned}$$

بار غیر عادی کامیون HB

ابعاد این کامیون شامل چهار محور و چهار ردیف چرخ می باشد (شکل ۳-۱۰). وزن آن بستگی به نوع پل مورد طرح متغیر بوده که بطور مساوی بین شانزده چرخ تقسیم می گردد . یک واحد HB طبق تعریف عبارت است از کامیون HB که وزن کل آن ۴۰ کیلو نیوتن یا وزن هر محور ۱۰ کیلو نیوتن باشد . حداقل تعداد واحد HB برای طرح پلهای کم اهمیت ۲۵ و حداکثر واحد HB برای طرح پلهای مهم ۴۵ فرض می گردد . فاصله دو محور میانی از ۶ متر تا ۲۶ متر قابل تغییر است . سطح تعاس هر چرخ کامیون HB با عبورگاه به شکل دایره یا مربع طوری فرض می گردد که فشار وارده از آن چرخ بر عبورگاه برابر ۱/۱ مگاپاسکال باشد . طول کل کامیون مجموع فاصله محورها به اضافه ۰/۴ متر فرض می گردد .



شکل (۳-۱۰) - مشخصات کامیون

## بار تک چرخ

هر نقطه از سطح عبورگاه را می‌توان با یک بار منفرد به مقدار ۱۰۰ کیلو نیوتن بار - گذاری کرد. سطح تماس این بار با عبورگاه طوری در نظر گرفته می‌شود که فشار ایجاد شده از آن بر سطح عبورگاه  $1/1$  مگاپاسکال باشد.

## سربار پیاده‌روها

طبق این آئین نامه تا دهانه ۳۰ متر سربار عبارت است از بار گسترده یکنواختی به شدت  $4 \text{ KN/m}^2$  و برای دهانه‌های بالاتر از رابطه مقدار شدت UDL بار HA برای طول بارگذاری شده تقسیم بر ۳۰ بدست می‌آید.

## نحوه کاربرد بار زنده استاندارد

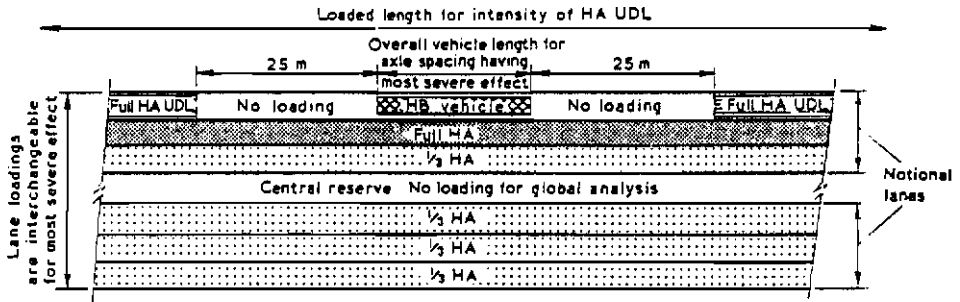
طبق این آئین نامه بار زنده استاندارد HA و HB را می‌توان به یکی از سه صورت زیر بکار برد:

- ۱ - بار HA تنها، دو خط عبور با بار کامل HA و بقیه خطوط با  $\frac{1}{3}$  HA بارگذاری می‌شود.
- ۲ - کامیون HB تنها، در جایی قرار داده می‌شود که تا مساعدترین وضعیت را ایجاد نماید.
- ۳ - بار HA همراه با کامیون HB.

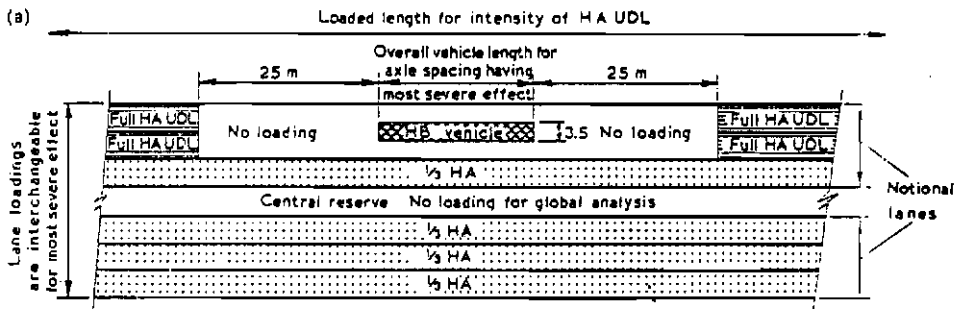
## بار HA همراه با کامیون HB

این نوع بارگذاری معمولاً برای عبورگاههای پهن مورد استفاده قرار می‌گیرد و حالات زیر را می‌توان در نظر گرفت.

- الف - کامیون HB را در یک خط قرار داده بطوری که ۲۵ متر جلو کامیون و ۲۵ متر عقب کامیون در آن خط خالی از هرگونه بار باشد و بقیه طول آن خط با بار گسترده HA یعنی UDL تنها بدون بار لبه‌ای آن یعنی KEL بارگذاری شود. خط مجاور آن تماماً با HA کامل (UDL و KEL) و خطوط دیگر با  $\frac{1}{3}$  HA بارگذاری شود (شکل ۳-۱۱).
- ب - کامیون HB در دو خط عبور قرار داده شود، جلو و عقب آن تا فاصله ۲۵ متری خالی از بار و بقیه آن دو خط با بار گسترده (UDL) HA بارگذاری می‌شود. بقیه خطوط هریک با  $\frac{1}{3}$  HA بارگذاری شوند مطابق شکل (۳-۱۲).

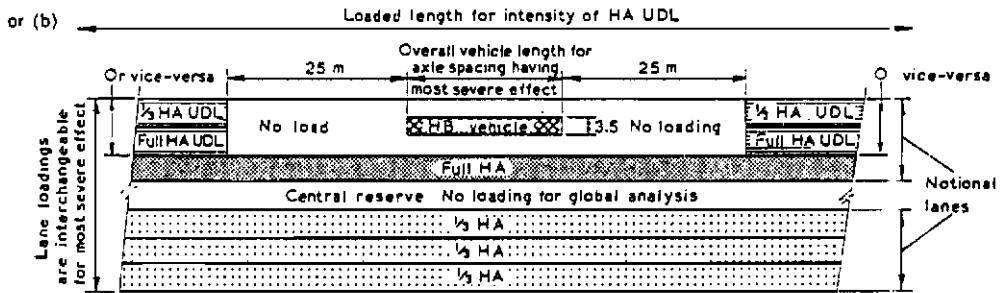


شکل (۳-۱) - نوع اول استفاده از HA و HB



شکل (۳-۱۲) - نوع دوم استفاده از HA و HB

ج - کامیون HB در دو خط عبور قرار داشته ، جلو و عقب آن تا ۲۵ متری خالی از بار و بقیه آن دو خط یکی با  $\frac{1}{4}$  HA (UDL) و دیگری با تمام HA (UDL) بارگذاری شده ، خط بعدی با تمام HA و بقیه خطوط با  $\frac{1}{4}$  HA بارگذاری می شوند مطابق شکل (۳-۱۳) .



شکل (۳-۱۳) - نوع سوم استفاده از HA و HB

## ترکیب بارها

در این آئین نامه پنج ترکیب مختلف بارگذاری را باید در طرح پلهای جاده‌ای بکار برد. در صورت استفاده از روش تنشهای مجاز ضرایب بارها برابر واحد فرض می‌گردد و در غیر این صورت باید مطابق آئین نامه مربوطه ضرایب بار اعمال گردد. پنج ترکیب بارگذاری عبارتند از:

## ترکیب ۱

این ترکیب شامل بارهای مرده، دائمی همراه با بار زنده اصلی وارده بر پل می‌شود.

## ترکیب ۲

این ترکیب مشتمل است بر بارهای ترکیب ۱، بارهای باد و بارهای موقت حاصل از نصب سازه.

## ترکیب ۳

شامل ترکیب ۱ همراه با بارهای حاصل از تغییرات درجه حرارت و نیز بارهای موقت نصب می‌باشد.

## ترکیب ۴

شامل بارهای مرده، دائمی و بار زنده ثانوی همراه با بار زنده اصلی مربوطه است.

## ترکیب ۵

شامل بارهای دائمی همراه با بارهای حاصل از اصطکاک ایجاد شده در سیستم تکیه - گاهی پل می‌باشد.

## فصل چهارم

### بارهای متحرک و خطوط تأثیر

۴ - ۱ مقدمه

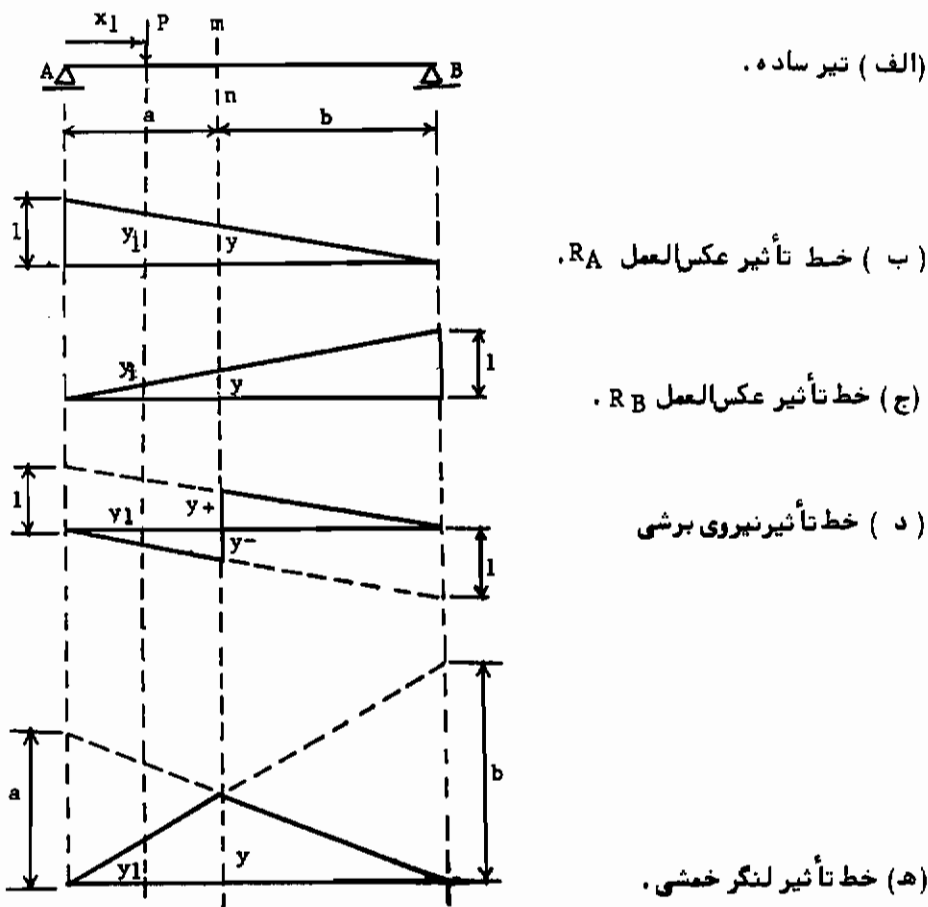
یک مسئله اصلی که معمولاً "یک مهندس پل با آن مواجه است تعیین موقعیت بارزنده بر روی عبورگاه پل برای ایجاد حداکثر لنگر خمشی، نیروی برشی، عکس‌العمل، تغییر شکل و غیره در یک مقطع می‌باشد. این کار با استفاده از خطوط تأثیر انجام می‌گیرد. اگر کامیونی بخواهد از روی پلی به دهانه ساده AB از چپ به راست عبور کند، این کامیون در حین عبور از روی پل نیروهای را به تمام موقعیتهای ممکنه عبورگاه وارد می‌نماید. به عنوان مثال قبل از اینکه کامیون وارد دهانه پل شود عکس‌العمل تکیه‌گاهی سمت چپ صفر خواهد بود، زمانی که کامیون وارد دهانه پل می‌شود این عکس‌العمل مقدار حداکثری را خواهد داشت و همچنانکه کامیون در دهانه پل از چپ به راست در حال پیشروی می‌باشد عکس‌العمل تکیه‌گاهی سمت چپ از مقدار حداکثر قبلی تا مقدار صفر کاهش می‌یابد. نیروهای داخلی تیر نیز با توجه به موقعیت کامیون نسبت به تکیه‌گاهها در حال تغییراند. علاوه بر این اگر جاده ناصاف باشد یا انحنای افقی و یا قائم داشته باشد نیروهای دینامیکی نیز به‌سازه وارد می‌شود.

۴ - ۲ رسم خط تأثیر یک تابع در دهانه ساده

بنا به تعریف خط تأثیر یک تابع مثل لنگر خمشی، نیروی برشی، عکس‌العمل، تغییر شکل و غیره عبارتست از مکان هندسی مقدار آن تابع حاصل از حرکت یک بار متحرک واحد در طول سازه. لذا ارتفاع منحنی خط تأثیر در هر نقطه از طول تیری عبارت است از مقدار آن تابع وقتی که بار واحد در آن نقطه قرار گیرد. بنا بر این برای رسم خط تأثیر یک تابع باید نیروی مؤثر واحدی را در موقعیتهای مختلفی بر روی تیر قرار داده و برای هر موقعیت مقدار آن تابع را در مقطع مورد نظر تعیین نمائیم و مقدار بدست آمده را بصورت مختصات



۷ محل تأثیر نیرو در روی نمودار محور تیر در نظر بگیریم و از وصل کردن نقاط به دست آمده خط تأثیر تابع مورد مطالعه را در مقطع مورد نظر بدست آوریم .  
خط تأثیر نیروهای عکس‌العمل تکیه‌گاهی، نیروی برشی و لنگر خمشی برای تیر ساده AB در مقطع دلخواهی مثل  $m$  را می‌توان مطابق شکل (۱-۴) در نظر گرفت .



شکل (۱-۴) - رسم خط تأثیر توابع مختلف

#### ۴-۳ طرز کاربرد خطوط تأثیر

اگر در شکل (۱-۴) بار متمرکز  $P$  در فاصله  $x_1$  از تکیه‌گاه سمت چپ قرار داشته باشد

مقدار هریک از توابع رسم شده در مقطع  $mn$  برابر خواهند بود با حاصلضرب مقدار نیروی  $P$  در مقدار ارتفاع خط تأثیر در محل تأثیر بار  $y_1$ . به عنوان مثال اگر  $P=50\text{KN}$  و  $x_1 = L/4$  فرض گردد در مقطع دلخواه  $mn$  مثلاً "وسط دهانه تیر مقدار هریک از توابع رسم شده در بالا عبارتند از:

$$\begin{aligned} R_A : x_1 &= \frac{L}{4} \rightarrow y_1 = 0.75 \rightarrow R_A = P y_1 = 50 \times 0.75 = 37.5 \text{ KN} \\ R_B : x_1 &= \frac{L}{4} \rightarrow y_1 = 0.25 \rightarrow R_B = P y_1 = 50 \times 0.25 = 12.5 \text{ KN} \\ V : x_1 &= \frac{L}{4} \rightarrow y_1 = -0.25 \rightarrow V = P y_1 = 50 \times (-0.25) = -12.5 \text{ KN} \\ M : x_1 &= \frac{L}{4} \rightarrow y_1 = 0.125 L \rightarrow M = P y_1 = 50 \times 0.125 L = 6.25 L \text{ KN.m} \end{aligned}$$

در روابط بالا  $R_A$  عکس‌العمل در تکیه‌گاه  $A$ ،  $R_B$  عکس‌العمل در تکیه‌گاه  $B$ ،  $V$  نیروی برشی و  $M$  لنگر خمشی در مقطع  $mn$  می‌باشند. برای عبارت لنگر واحد  $L$  متر انتخاب شد. برای بدست آوردن حداکثر مقدار تابعی در مقطع مورد نظر در اثر یک بار متمرکز  $P$  باید بار  $P$  را در محلی قرار داد که ارتفاع خط تأثیر آن تابع  $y_1$  در آن محل حداکثر باشد. در شکل (۴-۱) حداکثر نیروی عکس‌العمل تکیه‌گاهی سمت چپ در صورتی بدست می‌آید که بار در نقطه  $A$  قرار داده شود. حداکثر نیروی عکس‌العمل تکیه‌گاه  $B$  زمانی حاصل می‌شود که نیروی متمرکز در نقطه  $B$  قرار گیرد. حداکثر نیروی برشی مثبت زمانی است که بار در تکیه‌گاه  $A$  قرار گیرد و نیز نیروی برشی حداکثر منفی وقتی حاصل می‌شود که بار در نقطه  $B$  قرار داشته باشد اما در مقطع  $mn$  حداکثر برش مثبت وقتی اتفاق می‌افتد که بار متمرکز جزئی بسمت راست  $mn$  قرار داده شود و حداکثر برش منفی در همین مقطع برای بار  $P$  جزئی بسمت چپ  $mn$  می‌باشد و بالاخره حداکثر لنگر خمشی در مقطع  $mn$  وقتی اتفاق می‌افتد که بار متمرکز در مقطع  $mn$  قرار داده شود.

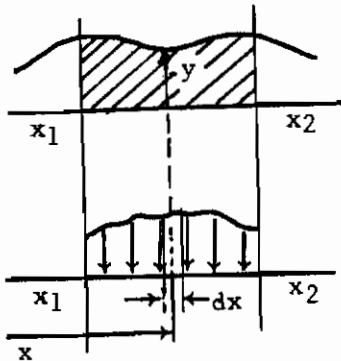
اگر بار گسترده‌ای بشدت  $\omega$  بر روی قسمتی از سازه وارد گردد، اثر آنرا با استفاده از ارتفاعات خط تأثیر در مقطع مورد نظر می‌توان حساب کرد. شکل (۴-۲) قسمتی از خط تأثیر تابعی را نشان می‌دهد. اگر بار متمرکز جزئی  $\omega \cdot dx$  را در ارتفاع خط تأثیر تابع در آن نقطه ضرب کنیم مقدار تابع در مقطع مورد مطالعه حاصل می‌گردد. فرض شود  $F$  تابع مورد نظر باشد در اینصورت خواهیم داشت.

$$dF = y \cdot \omega \cdot dx \quad \longrightarrow \quad F = \int_{x_1}^{x_2} y \cdot \omega \cdot dx$$

که در رابطه بالا فرض می‌گردد بار بین  $x_1$  و  $x_2$  قرار داشته باشد و اگر بار گسترده به شدت ثابت اعمال گردد .

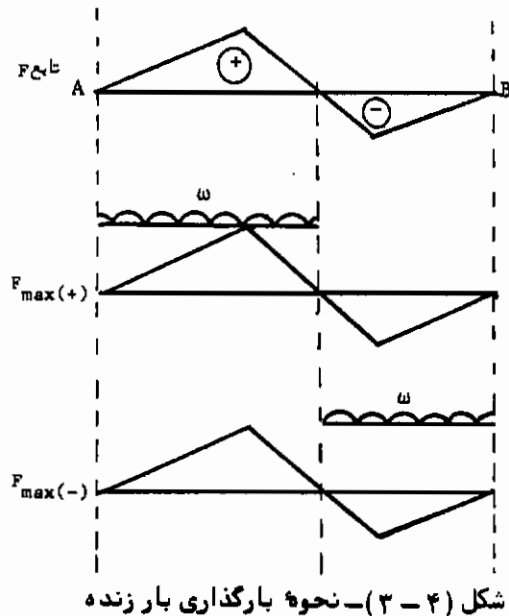
$$F = \omega \int_{x_1}^{x_2} y \cdot dx = \omega \times (x_2, x_1 \text{ بین تأثیر تابع})$$

اگر مقدار حداکثر مثبت و یا منفی یک تابع در مقطع مورد نظر در اثر بار گسترده یکنواخت با طول متغیر لازم باشد باید بار مربوطه را به ترتیب در محلهای مثبت و منفی ترسیمه خط تأثیر قرارداد یعنی برای محاسبه حداکثر مثبت تابعی باید بار گسترده را در تمام قسمتهای مثبت ترسیمه خط تأثیر قرار داد و برای حداکثر منفی تابعی باید بار گسترده را در تمام طولهایی که ترسیمه خط تأثیر منفی می‌باشد قرار داده شود . مثلاً اگر خط تأثیر تابعی همانند شکل (۳-۴) باشد برای تعیین حداکثر مثبت و منفی تابع باید تیر مربوطه مطابق شکل بارگذاری شود .



شکل (۳-۴)

خط تأثیر برای بار گسترده



شکل (۳-۴) - نحوه بارگذاری بار زنده

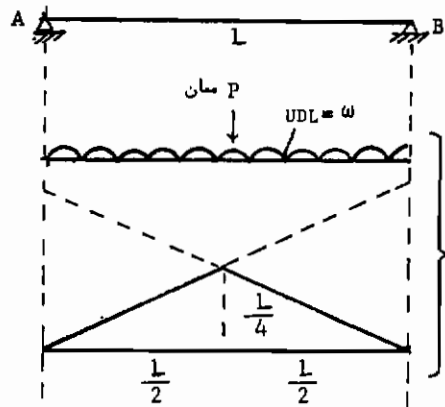
مثال :

مطلوبست محاسبه لنگر خمشی حداکثر و نیروی برشی حداکثر در عبور گاهی بدنه‌ها در اثر بار خطی معادل .

حل: با توجه به شکل (۴-۴) خواهیم داشت:

$$M_{\max.} = \omega \left( \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times L \right) + P \left( \frac{1}{4} \right)$$

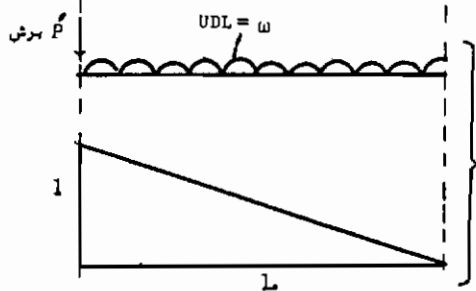
$$= 0.125 \omega L^2 + 0.25 P L$$



(الف) خط تأثیر لنگر در وسط دهانه و نحوه بارگذاری.

$$V_{\max.} = \omega \left( \frac{1}{2} \times 1 \times L \right) + P'(1)$$

$$= 0.5 \omega L + P'$$



(ب) خط تأثیر برش در تکیه‌گاه A و نحوه بارگذاری

شکل (۴-۴)

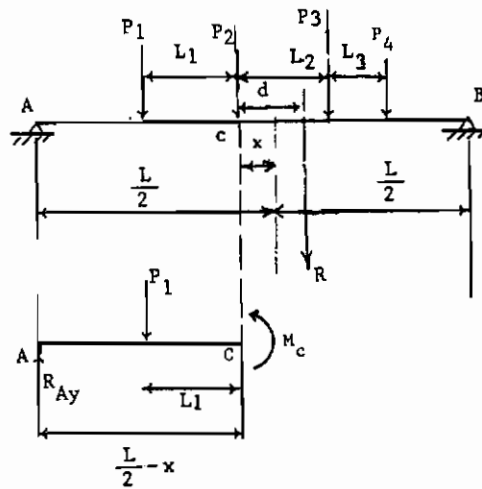
#### ۴-۴ - حداکثر مطلق لنگر خمشی در دهانه ساده

در دهانه ساده برای یک بار متمرکز متحرک لنگر خمشی زمانی ماکزیمم مطلق خواهد بود که بار متمرکز در وسط دهانه قرار گیرد. مقدار این حداکثر نیز در مقطع وسط دهانه می‌باشد. همچنین برای بار گسترده یکنواخت لنگر خمشی در وسط دهانه زمانی حداکثر خواهد بود که تمام دهانه با بار گسترده پوشیده شود.

اگر تعدادی بار متمرکز متحرک به تیری با دهانه ساده وارد شوند لنگر خمشی ایجاد شده شامل تعدادی خطوط مستقیم با شیب متفاوت بوده که در نقاط تأثیر نیروهای متمرکز مقاطع می‌باشند. لذا نتیجه می‌شود که لنگر خمشی حداکثر در نقطه اثر یکی از نیروهای

متمركز ایجاد می‌شود. برای پیدا کردن محل اثر نیرویی که لنگر خمشی در آن نقطه حداکثر باشد باید از روش آزمون و خطا استفاده کرد اما موقعیت بارهای متمركز در روی تیر را جهت ایجاد لنگر خمشی حداکثر مطلق می‌توان مطابق زیر تعیین کرد.

در شکل (۴-۵) تعداد چهار بار متمركز به تیر ساده AB وارد می‌شوند. در صورتیکه لنگر خمشی حداکثر در نقطه C محل اثر بار  $P_2$  فرض گردد و فاصله  $P_2$  از وسط تیر را  $x$  و فاصله  $P_2$  از محل برآیند چهار بار را  $d$  فرض کنیم خواهیم داشت.



شکل (۴-۵)

$$\sum M_B = 0 \longrightarrow R_{Ay} = \frac{R(\frac{L}{2} - (d-x))}{L}$$

$$R_{Ay} = \frac{R}{L}(\frac{L}{2} + x - d)$$

$$M_c = R_{Ay}(\frac{L}{2} - x) - P_1(L_1)$$

$$= \frac{R}{L}(\frac{L}{2} + x - d)(\frac{L}{2} - x) - P_1 L_1$$

$$= \frac{R}{L}(\frac{L^2}{4} - \frac{L}{2}x + \frac{L}{2}x - x^2 - \frac{L}{2}d + dx) - (P_1 L_1)$$

$$M_c = \frac{R}{L}(-x^2 + dx + \frac{L^2}{4} - \frac{L}{2}d) - P_1 L_1$$

$$\frac{dM_c}{dx} = 0 \rightarrow \frac{R}{L} (-2x + d) = 0 \quad \text{شرط حداکثر } M_c:$$

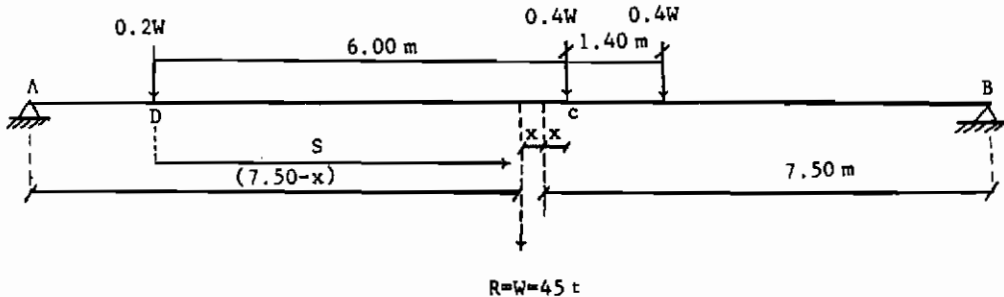
$$x = \frac{d}{2} \quad \text{پس}$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که حداکثر لنگر در نقطه اثر یکی از سری نیروهای متمرکز مؤثر بر یک تیر ساده، هنگامی رخ می‌دهد که مرکز تیر کاملاً در وسط نیروی متمرکز مورد نظر و منتجه نیروهای مؤثر بر تیر قرار گیرد.

مثال:

مطلوبست محاسبه حداکثر مطلق لنگر خمشی وارده به عبورگاهی به دهانه ساده ۱۵/۰۰ متر در اثر اعمال بار یک کامیون ۴۵ تنی ایران.

حل:



شکل (۴ - ۶) الف

با توجه به شکل (۴ - ۶) الف - خواهیم داشت:

$$\sum M_D = \text{مؤلفه‌ها} \rightarrow \text{برآیند } M_D$$

$$(s)(W) = (6)(0.4W) + (7.40)(0.4W)$$

$$S = 0.4 \times 13.40 = 5.36 \text{ m}$$

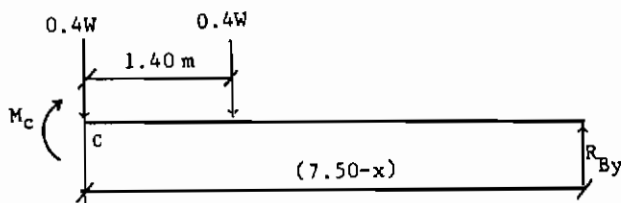
$$= 6.00 - 2x = 5.36$$

$$2x = 0.64 \text{ m} \rightarrow x = 0.32 \text{ m}$$

اما

لنگر ماکزیمم مطلق زیر محور میانی یعنی نقطه C خواهد بود که با برش زدن در مقطع C بدست می‌آید (شکل ۴-۶ ب).  
محاسبه عکس‌العمل در B:

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_{By} = \frac{W(7.5-x)}{15}$$



شکل (۴-۶) ب

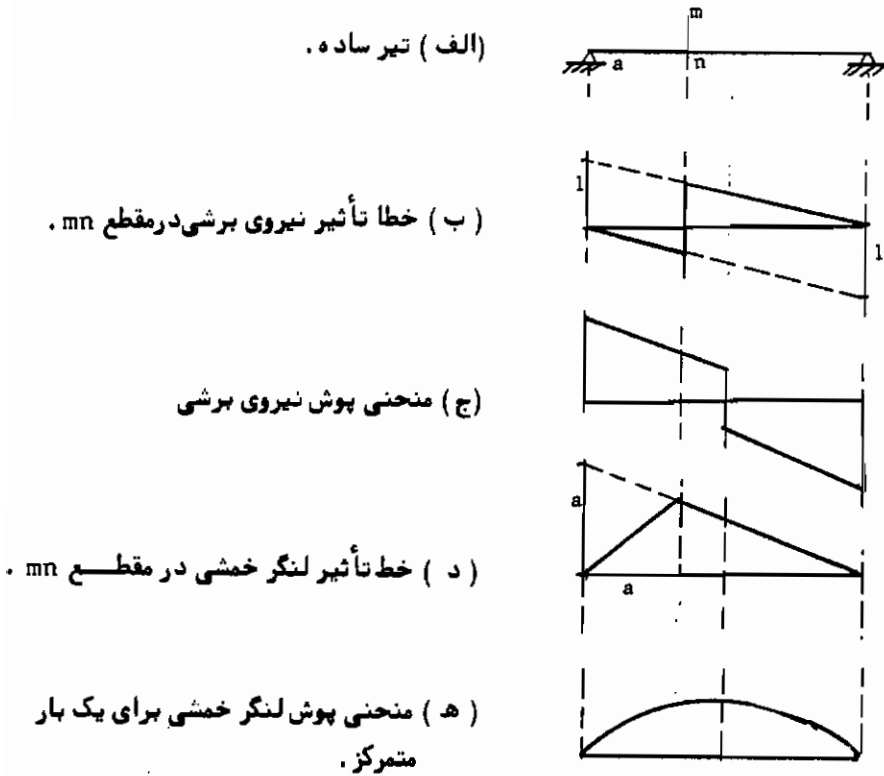
$$\begin{aligned} M_{\max.} = M_c &= (R_{By})(7.5-x) - (0.4W)(1.40) \\ &= \frac{W(7.5-x)^2}{15} - 0.56W = \left[ \frac{(7.5-0.32)^2}{15} - 0.56 \right] W \end{aligned}$$

$$M_{\max.} = 2.8768W = 129.457 \text{ تن} = 1269.975 \text{ KN}$$

#### ۴-۵ منحنی پوش در دهانه ساده

اطلاعاتی را که یک خط تأثیر در رابطه با یک یا چند بار متحرک بما می‌دهد در رابطه با یک مقطع خاص که خط تأثیر آن رسم شده است می‌باشد. بنابراین با استفاده از تنها یک خط تأثیر نمی‌توان اثرات ماکزیمم در تیر را بدست آورد مگر آنکه موقعیت‌های بحرانی در تیر قبلاً تعیین شده باشند. اما با رسم تعدادی خط تأثیر برای چند نقطه از طول تیر و انتخاب ماکزیمم‌ها برای آن مقاطع می‌توان یک منحنی پوش از ماکزیمم‌ها را بدست آورد. برای تعیین مشخصات سطح مقطع یک عضو تحت اثر بار متحرک معمولاً از این ترسیمه‌ها استفاده می‌شود.

شکل (۴-۷) منحنی پوش نیروی برشی و منحنی پوش لنگر خمشی را برای تیر ساده AB در اثر یک بار متمرکز متحرک نشان می‌دهد. از این دو منحنی می‌توان نتیجه گرفت که اثرات ماکزیمم در چه موقعیت از بار بر روی تیر ایجاد می‌گردد. برای برش حداکثر بار در تکیه‌گاه‌ها و برای لنگر حداکثر بار در وسط دهانه تیر باید قرار داده شود. پوش لنگر



شکل (۴ - ۷)

خمشی برای تیری با دهانه ساده در اثر یک بار متمرکز یک منحنی درجه دو کامل می باشد ولی برای چندبار متمرکز متحرک این منحنی در نواحی وسط تیر سهمی نبوده و حداکثر لنگر نیز در نزدیکی وسط دهانه اتفاق می افتد . اما برای کارهای عملی می توان این منحنی را نیز سهمی کامل فرض کرده و لنگر خمشی حداکثر را در وسط دهانه در نظر گرفت . بدین ترتیب با استفاده از روش محاسبه لنگر خمشی حداکثر مطلق می توان ابتدا  $M_{max}$  را حساب کرد و سپس با استفاده از معادله منحنی پوش مقدار لنگر حداکثر در هر نقطه از طول تیر را تعیین کرد .

مثال:

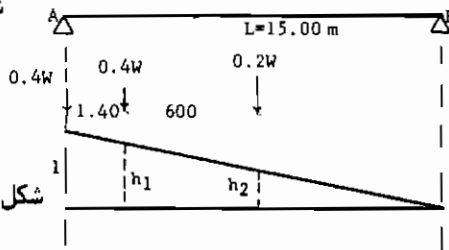
منحنی پوش نیروی برشی و لنگر خمشی مثال بخش ۴-۴ (قبلی) را بدست آورده و مقادیر آنها را در فواصل  $\frac{1}{4}$  طول دهانه برحسب  $W$  (وزن کل کامیون) تعیین نمایید .



حل:

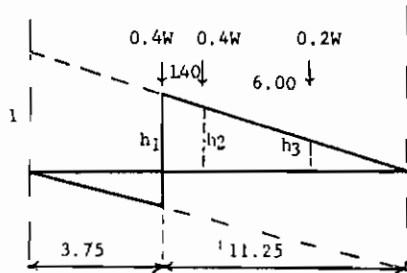
(الف) پوش نیروی برشی: ابتدا خط تأثیر در مقاطع A ،  $\frac{L}{4}$  و  $\frac{L}{2}$  رسم شده و مقادیر نیروی برشی حساب می‌گردد.

شکل (۸-۴) الف - تیر ساده



شکل (۸-۴) ب - خط تأثیر برش در تکیه‌گاه A

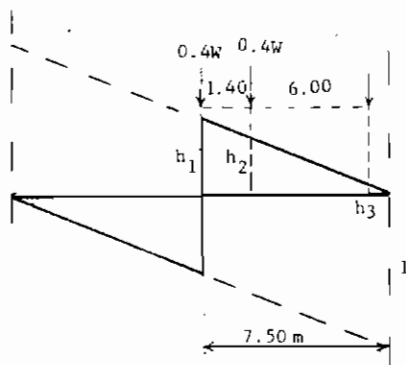
$$\begin{aligned}
 v_{+A} &= 0.4 W (1) + 0.4 W (h_1) + 0.2 W (h_2) \\
 &= 0.4 W (1) + 0.4 W \left( \frac{13.60}{15.00} \right) + 0.2 W \left( \frac{7.60}{15.00} \right) \\
 &= 0.864 W
 \end{aligned}$$



شکل (۸-۴) ج - خط تأثیر برش در  $\frac{L}{4}$

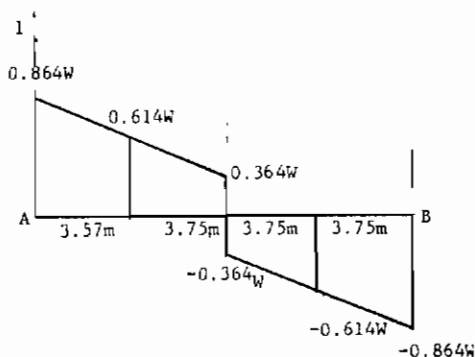
$$\begin{aligned}
 v_{+\frac{L}{4}} &= 0.4 W (h_1) + 0.4 W (h_2) + 0.2 W (h_3) \\
 &= 0.4 W \left( \frac{11.25}{15} \right) + 0.4 W \left( \frac{9.85}{15} \right) + 0.2 W \left( \frac{3.85}{15} \right) \\
 &= 0.614 W
 \end{aligned}$$

شکل (۸-۴) د - خط تأثیر برش در  $\frac{L}{2}$



$$\begin{aligned} V + \frac{L}{2} &= 0.4W(h_1) + 0.4W(h_2) + 0.2W(h_3) \\ &= 0.4W(0.5) + 0.4W\left(\frac{6.10}{15.00}\right) + 0.2W\left(\frac{0.10}{15.00}\right) \\ &= 0.364W \end{aligned}$$

شکل (۸-۴) ه - منحنی پوش برش



$$V_{-B} = -0.864W$$

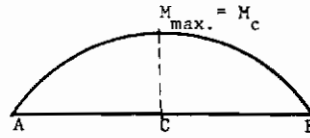
با استفاده از تقارن داریم:

$$V_{-\frac{3L}{4}} = -0.614W$$

$$V_{-\frac{L}{2}} = -0.364W$$

(ب) پوش لنگر خمشی

چون معادله پوش برای چند بار متمرکز، سهمی فرض می‌گردد، مقدار لنگر خمشی حداکثر مطلق در وسط دهانه واقع است معادله آن را می‌توان بصورت زیر نوشت (شکل ۸-۴ ی).



$$M_{\max} = ax^2 + bx + C$$

شکل (۸-۴) ی - منحنی پوش لنگر خمشی .

$$A \left| \begin{array}{l} x = 0 \\ M = 0 \end{array} \right. \longrightarrow C = 0$$

$$B \left| \begin{array}{l} x = L \\ M = 0 \end{array} \right. \longrightarrow 0 = aL^2 + bL \longrightarrow aL + b = 0 \longrightarrow b = -aL$$

$$C \left| \begin{array}{l} x = \frac{L}{2} \\ M = M_c \end{array} \right. \longrightarrow M_c = a \frac{L^2}{4} + b \frac{L}{2} = a \frac{L^2}{4} - a \frac{L^2}{2} = a \left( \frac{L^2}{4} - \frac{L^2}{2} \right)$$

$$a \left( -\frac{L^2}{4} \right) = M_c \longrightarrow a = -\frac{4M_c}{L^2} \longrightarrow b = \frac{4M_c}{L}$$

پس معادله پوش لنگر بصورت کلی زیر در می آید .

$$M_{\max} = \left( -\frac{4M_c}{L^2} \right) x^2 + \left( \frac{4M_c}{L} \right) x$$

اما  $L = 15$  و  $M_c = 2.8768W$  از مثال بخش ۴-۴ محاسبه گردید پس :

$$M_{\max} = -(0.0511 W)x^2 + (0.7671 W)x$$

$$\left| \begin{array}{l} x = \frac{L}{4} = 3.75 \text{ m} \\ M_{\max} = 2.1580W \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{3L}{4} \\ M_{\max} = 2.1580W \end{array} \right\} \text{تقارن}$$

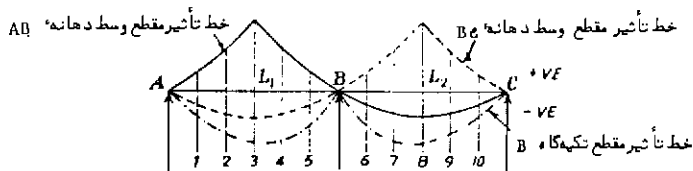
۴ - ۶ خطوط تأثیر آماده برای دهانه‌های یکسره

خطوط تأثیر برای دهانه‌های ممتد را می‌توان با روشهای تحلیلی مختلف از جمله روش بار واحد، روش پخش ممان و نیز با استفاده از اصل مولر برسلا و تعیین کرد. خطوط تأثیر استاندارد آماده برای تیرهای یکسره با ممان اینرسی ثابت نیز وجود داشته که از آنها می‌توان مستقیماً استفاده کرد.

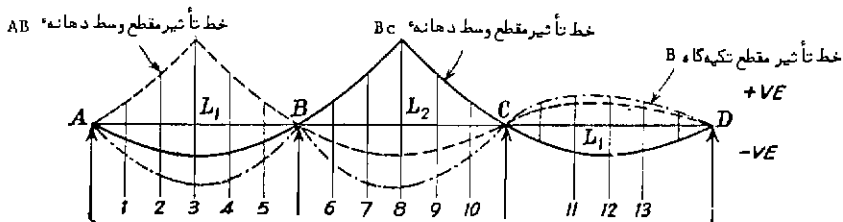
خطوط تأثیر برای لنگر خمشی در تکیه‌گاه و داخل دهانه برای تیرهای یکسره شامل دو سه و چهار دهانه با نسبت دهانه‌های متفاوت در اشکال (۴-۹) الی (۴-۱۲) و جداول (۴-۱) الی (۴-۴) نشان داده شده‌اند. مختصات قائم نقاط میانی را که در جداول نیامده است می‌توان با تناسب خطی تعیین کرد. در استفاده از خطوط تأثیر آماده باید توجه شود که ارتفاع این خطوط تأثیر بدون بعد می‌باشد و اگر  $S$  مساحت زیر منحنی خط تأثیر برش پیا پیا لنگر را بدون بعد حساب کنیم در این صورت خواهیم داشت:

$$V = \omega \cdot s \cdot L + P \cdot y$$

$$M = \omega \cdot s \cdot L^2 + P \cdot y \cdot L$$



شکل (۴-۹) - دو دهانه



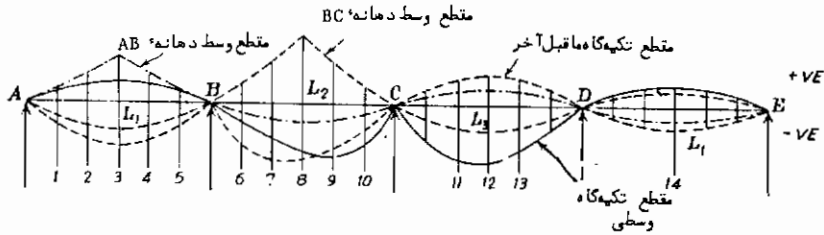
شکل (۴-۱۰) - سه دهانه

	نسبت دهانه‌ها $L_1 : L_2$	ارتفاع‌های خط تأثیر در مقاطع									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
مقطع وسط دهانه AB	1 : 1	0.063	0.130	0.203	0.191	0.052	0.032	0.046	0.047	0.037	0.020
	1 : 1½	0.067	0.137	0.213	0.130	0.058	0.058	0.083	0.084	0.067	0.037
	1 : 2	0.070	0.142	0.219	0.136	0.062	0.085	0.124	0.125	0.099	0.054
مقطع تکیه‌گاه B	1 : 1	0.041	0.074	0.094	0.093	0.064	0.064	0.093	0.094	0.074	0.041
	1 : 1½	0.032	0.059	0.075	0.074	0.051	0.115	0.167	0.169	0.133	0.073
	1 : 2	0.027	0.049	0.063	0.062	0.042	0.170	0.247	0.250	0.198	0.108
مقطع وسط دهانه BC	1 : 1	0.020	0.037	0.047	0.046	0.032	0.052	0.121	0.203	0.130	0.063
	1 : 1½	0.016	0.030	0.038	0.037	0.025	0.067	0.167	0.291	0.163	0.058
	1 : 2	0.014	0.025	0.031	0.031	0.021	0.082	0.210	0.375	0.235	0.113

جدول (۱-۴) - مربوط به شکل (۹-۴)

	نسبت دهانه‌ها $L_1 : L_2 : L_3$	ارتفاع‌های خط تأثیر در مقاطع												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
مقطع وسط دهانه AB	1 : 1 : 1	0.0۴2	0.127	0.200	0.117	0.050	0.029	0.040	0.038	0.027	0.013	0.012	0.013	0.010
	1 : 1½ : 1	0.06۸	0.134	0.209	0.126	0.058	0.051	0.070	0.065	0.046	0.021	0.012	0.012	0.010
	1 : 2 : 1	0.065	0.139	0.215	0.132	0.060	0.075	0.102	0.094	0.065	0.029	0.012	0.012	0.009
مقطع تکیه‌گاه B	1 : 1 : 1	0.043	0.079	0.100	0.090	0.068	0.067	0.079	0.075	0.054	0.026	0.025	0.025	0.020
	1 : 1½ : 1	0.03۸	0.065	0.082	0.081	0.058	0.102	0.139	0.092	0.042	0.024	0.025	0.020	
	1 : 2 : 1	0.030	0.059	0.070	0.069	0.048	0.151	0.204	0.188	0.129	0.058	0.023	0.023	0.019
مقطع وسط دهانه BC	1 : 1 : 1	0.016	0.030	0.038	0.037	0.025	0.042	0.100	0.175	0.109	0.042	0.037	0.038	0.030
	1 : 1½ : 1	0.013	0.023	0.029	0.028	0.020	0.053	0.135	0.245	0.135	0.053	0.028	0.029	0.023
	1 : 2 : 1	0.010	0.019	0.023	0.023	0.016	0.063	0.167	0.313	0.167	0.063	0.023	0.023	0.019

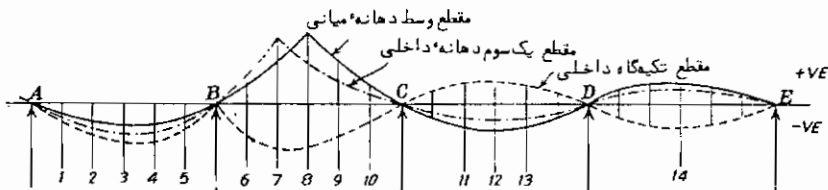
جدول (۲-۴) - مربوط به شکل (۱۰-۴)



شکل (۴-۱۱) - چهار دهانه

	نسبت‌های دهانه‌ها $L_1 : L_2 : L_3 : L_4$	ارتفاع‌های خط تأثیر در مقاطع													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
مقطع وسط دهانه AB	1 : 1 : 1 : 1	0.062	0.127	0.200	0.117	0.049	0.025	0.039	0.037	0.027	0.013	0.011	0.010	0.007	0.003
	1 : 1½ : 1½ : 1	0.066	0.135	0.209	0.126	0.056	0.028	0.071	0.067	0.048	0.023	0.019	0.017	0.012	0.003
	1 : 2 : 2 : 1	0.063	0.140	0.216	0.133	0.069	0.077	0.105	0.100	0.072	0.034	0.027	0.025	0.017	0.003
مقطع تکیه‌گاه B	1 : 1 : 1	0.043	0.079	0.100	0.099	0.068	0.057	0.078	0.071	0.063	0.025	0.021	0.020	0.015	0.007
	1 : 1½ : 1½ : 1	0.035	0.065	0.082	0.081	0.055	0.103	0.142	0.134	0.096	0.046	0.037	0.035	0.025	0.007
	1 : 2 : 2 : 1	0.030	0.054	0.069	0.068	0.047	0.155	0.213	0.200	0.143	0.068	0.055	0.050	0.035	0.006
مقطع وسط دهانه BC	1 : 1 : 1 : 1	0.015	0.029	0.037	0.026	0.025	0.041	0.090	0.173	0.098	0.040	0.038	0.030	0.022	0.010
	1 : 1½ : 1½ : 1	0.015	0.024	0.030	0.029	0.029	0.054	0.138	0.250	0.140	0.057	0.043	0.041	0.029	0.007
	1 : 2 : 2 : 1	0.011	0.020	0.023	0.025	0.017	0.066	0.175	0.326	0.180	0.073	0.054	0.050	0.035	0.006
مقطع تکیه‌گاه C	1 : 1 : 1 : 1	0.012	0.021	0.027	0.027	0.018	0.028	0.058	0.090	0.085	0.061	0.055	0.050	0.038	0.026
	1 : 1½ : 1½ : 1	0.010	0.017	0.022	0.022	0.015	0.038	0.082	0.116	0.124	0.091	0.124	0.116	0.082	0.022
	1 : 2 : 2 : 1	0.008	0.015	0.019	0.019	0.013	0.016	0.104	0.160	0.163	0.121	0.163	0.150	0.104	0.019

جدول (۴-۳) - مربوط به شکل (۴-۱۱)



شکل (۴-۱۲) - پنج یا بیشتر دهانه تقریباً مساوی

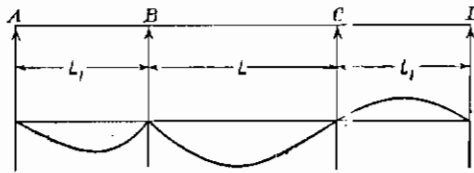
مقطع	ارتفاع های خط تأثیر													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
وسط دهانه میانی	0.010	0.021	0.029	0.031	0.022	0.039	0.096	0.171	0.096	0.039	0.031	0.029	0.021	0.008
یک سوم دهانه میانی	0.016	0.033	0.046	0.049	0.035	0.062	0.147	0.087	0.045	0.017	0.013	0.012	0.009	0.003
تکیه گاه داخلی	0.027	0.057	0.079	0.084	0.061	0.081	0.084	0.079	0.057	0.027	0.023	0.021	0.015	0.008
وسط دهانه کناری	ضرایب داده شده برای چهار دهانه مساوی را با تقریب خوب می توان بکاربرد .													
تکیه گاه ما قبل آخر														

جدول (۴-۴) - مربوط به شکل (۴-۱۲)

در صورت معلوم بودن خط تأثیر لنگر خمشی در تکیه گاه ، خط تأثیر عکس العملها را می توان مطابق زیر تعیین کرد . تیر ممتد نشان داده شده در شکل (۴-۱۳) را در نظر می گیریم . زمانی که بار واحد در دهانه BC یا CD قرار گیرد عکس العمل در تکیه گاه A توسط رابطه زیر بدست می آید .

$$R_A = \frac{M_B}{L_1}$$

که در آن MB لنگر خمشی در تکیه گاه B می باشد . بنابراین خط تأثیر برای RA برای موقعیت بار هر جا بین B و D از تقسیم خط تأثیر MB بر L1 بدست می آید .



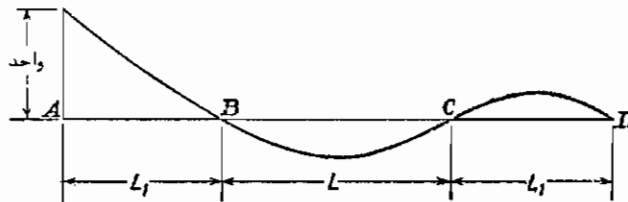
شکل (۴-۱۳)

زمانی که بار واحد در دهانه AB قرار گیرد، مثلاً در فاصله x از A،  $R_A$  برابر است

با :

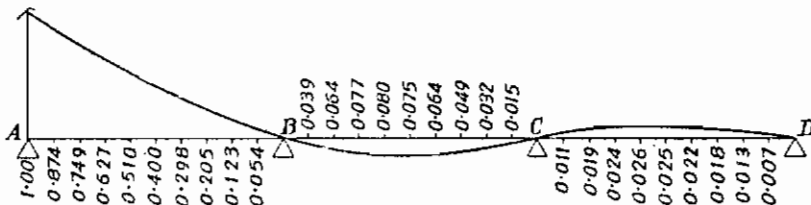
$$R_A = \frac{(L_1 - x)}{L_1} + \frac{M_B}{L_1}$$

و خط تأثیر برای  $R_A$  با استفاده از مجموع جبری خط تأثیر  $\frac{(L_1 - x)}{L_1}$  و خط تأثیر  $\frac{M_B}{L_1}$  حاصل می‌گردد. این خط تأثیر در شکل (۴-۱۴) نشان داده شده است.



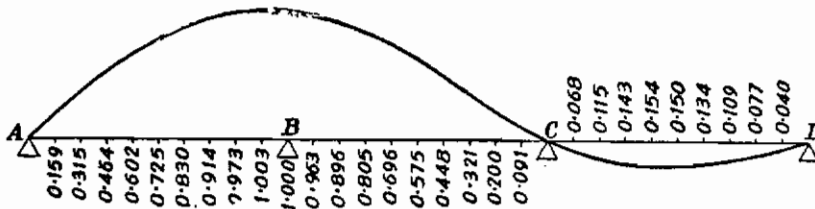
شکل (۴-۱۴)

خطوط تأثیر برای  $R_B$ ،  $R_C$  و  $R_D$  را بطور مشابه می‌توان رسم کرد. با مشخص بودن این خطوط تأثیر، خط تأثیر برای نیروی برشی در هر مقطع را می‌توان بدست آورد. در اشکال (۴-۱۵) الی (۴-۲۷) خطوط تأثیر نیروی برشی و لنگر خمشی در مقاطع مختلف تیر پیکره با سه دهانه مساوی بطول هر یک L متر رسم شده‌اند. برای پیدا کردن لنگر خمشی در اثر اعمال بار متمرکز P به این تیر باید ارتفاع خط تأثیر مربوطه در PL ضرب گردد.

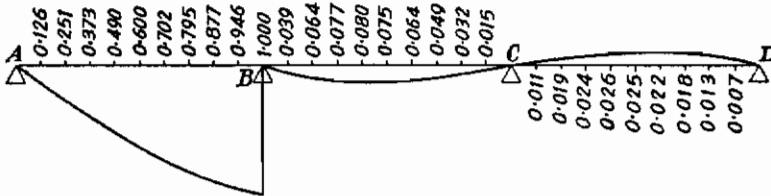


شکل (۴-۱۵) - خط تأثیر عکس‌العمل در A و نیروی برشی در A

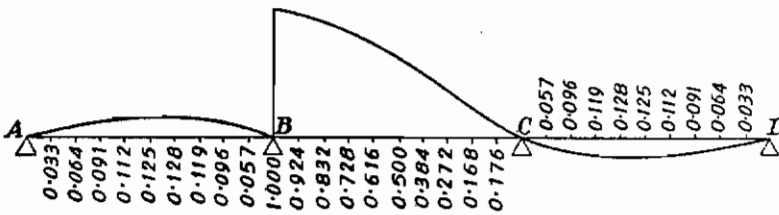




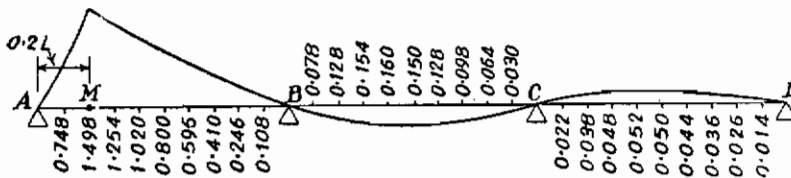
شکل (۴ - ۱۶) - خط تأثیر عکس‌العمل در B



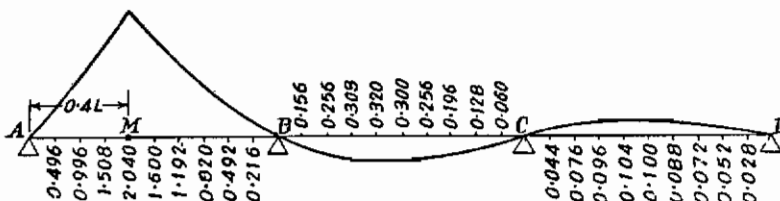
شکل (۴ - ۱۷) - خط تأثیر نیروی برشی در تکیه‌گاه B (سمت چپ مقطع)



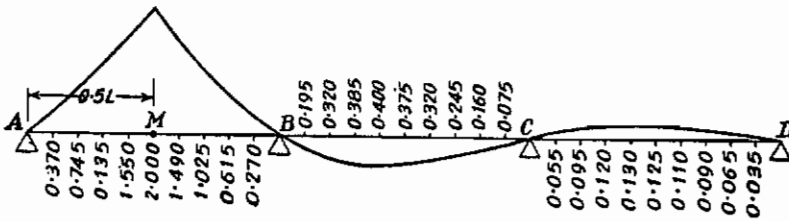
شکل (۴ - ۱۸) - خط تأثیر نیروی برشی در تکیه‌گاه B (سمت راست مقطع)



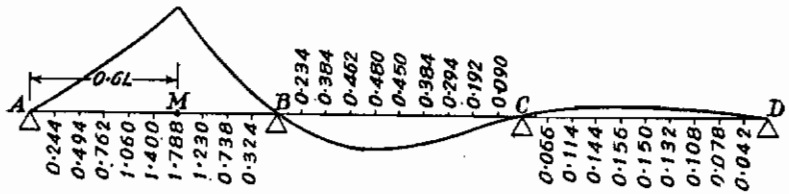
شکل (۴ - ۱۹) - خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع 0.2L



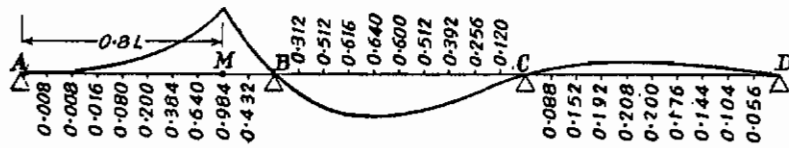
شکل (۴ - ۲۰) - خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع 0.4L



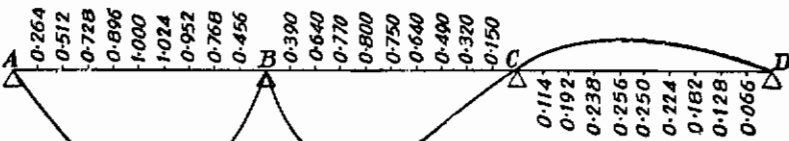
شکل (۴ - ۲۱) - خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع 0.5L



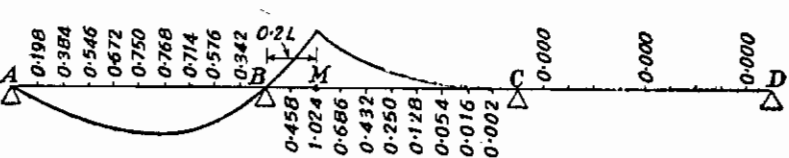
شکل (۴ - ۲۳) - خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع 0.6L



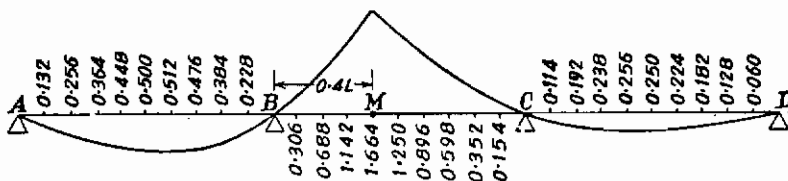
شکل (۴ - ۲۲) - خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع 0.8L



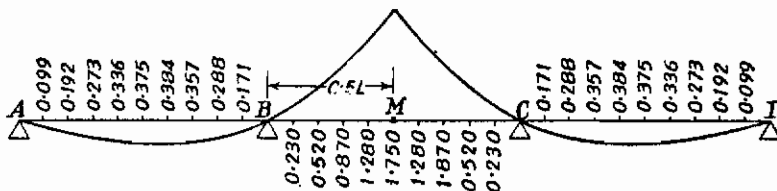
شکل (۴ - ۲۴) - خط تأثیر لنگر خمشی در تکیه‌گاه B



شکل (۴ - ۲۵) - خط تأثیر برای لنگر خمشی در دهانه وسطی 0.2L



شکل (۴-۲۶) - خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع  $0.4L$  دهانه وسطی



شکل (۴-۲۷) - خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع  $0.5L$  دهانه وسطی

مثال :

عبورگاه دو دهانه مطابق شکل (۴-۲۸) ساخته شده از دال تخت توپر مفروض است. مطلوبست محاسبه حداکثر لنگر خمشی مثبت در وسط دهانه AB و وسط دهانه BC و نیز حداکثر لنگر خمشی منفی در تکیه‌گاه B برای عرض واحد از عبورگاه در اثر اعمال بار زنده خطی معادل ایران.

حل :

ابتدا بار خطی معادل وارد بر عرض یک متر از عبورگاه را حساب کرده و سپس با استفاده از جدول (۴-۱) و با توجه به اینکه نسبت دهانه‌ها  $L_1 : L_2 = 1 : \frac{1}{2}$  می‌باشد خط تأثیر لنگر خمشی در مقاطع وسط دهانه AB و وسط دهانه BC و تکیه‌گاه B همراه با محل بارگذاری مطابق شکل (۴-۲۸) رسم می‌گردد و سپس محاسبات لازم انجام می‌شود. بار خطی معادل ایران عبارت است از :

$$\text{UDL} = 1 \text{ t/m} \quad \text{خط} = 3\text{m} \quad \text{بار گسترده یکنواخت}$$

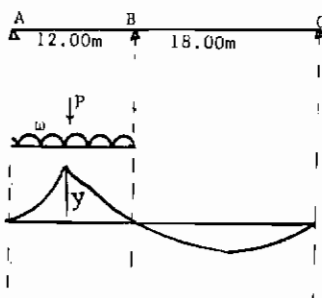
$$\text{KEL} = 27 \text{ t} \quad \text{خط} = 3\text{m} \quad \text{بار لپه‌ای (معان)}$$

بنابراین برای یک متر عرض از خط خواهیم داشت :

$$\omega = \frac{1}{3} t/m = 3.27 \quad \text{KN/m} \quad \text{بار گسترده}$$

$$P = \frac{27}{3} = 9t = 88.29 \quad \text{KN} \quad \text{بار متمرکز}$$

شکل (۴-۲۸) الف - تیر ساده



شکل (۴-۲۸) ب - خط تأثیر مقطع وسط دهانه AB و بارگذاری آن

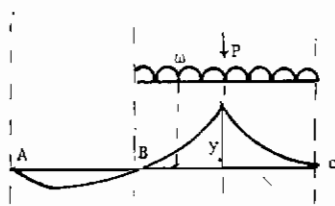
با توجه به شکل (ب) داریم :

$$y = + 0.213$$

$$S_1 = + \frac{1}{6} (0.067 + 0.137 + 0.213 + 0.130 + 0.058) = + 0.1008$$

$$S_2 = - \frac{1}{6} (0.058 + 0.083 + 0.084 + 0.067 + 0.037) = - 0.0548$$

شکل (۴-۲۸) ج - خط تأثیر مقطع وسط دهانه BC و بارگذاری آن .

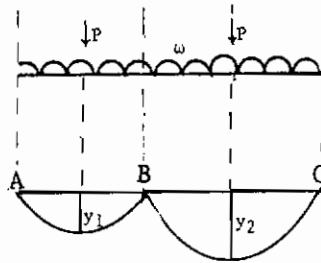


با توجه به شکل (ج) داریم :

$$y = + 0.291$$

$$S_1 = - \frac{1}{6} (0.016 + 0.030 + 0.038 + 0.037 + 0.025) = - 0.0245$$

$$S_2 = + \frac{1}{6} (0.067 + 0.167 + 0.291 + 0.183 + 0.088) = + 0.1327$$



شکل (۴-۲۸) د - خط تأثیر مقطع تکیه‌گاه B و بارگذاری آن

با توجه به شکل (د) داریم :

$$y_1 = - 0.075 \quad , \quad y_2 = - 0.169$$

$$S_1 = - \frac{1}{6} (0.032 + 0.059 + 0.075 + 0.074 + 0.051) = - 0.0485$$

$$S_2 = - \frac{1}{6} (0.115 + 0.167 + 0.169 + 0.133 + 0.073) = - 0.1095$$

لنگر خمشی با استفاده از خطوط تأثیر در اثر اعمال بار گسترده و بار متمرکز برابر

است با :

$$M = \omega SL^2 + PyL$$

که در آن L طول دهانه‌ای می‌باشد که لنگر لازم است .

$$\begin{aligned} \text{AB وسط دهانه} \quad M_{\max,+} &= 3.27(+0.1008)12^2 + 88.29(+0.213)12 \\ &= 273.134 \text{ KN.m} \end{aligned}$$

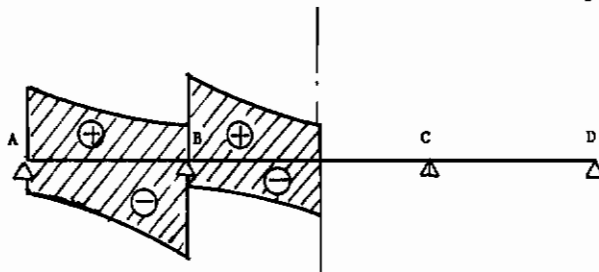
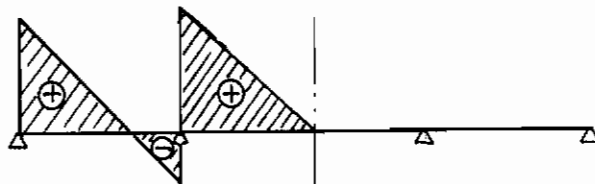
$$\begin{aligned} \text{BC وسط دهانه} \quad M_{\max,+} &= 3.27(+0.1327)18^2 + 88.29(0.291)18 \\ &= + 603.056 \text{ KN.m} \end{aligned}$$

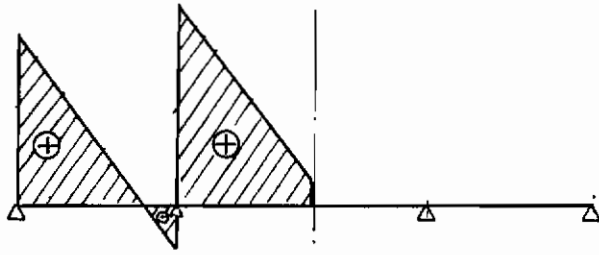
$$\begin{aligned} \text{B تکیه‌گاه} \quad M_{\max,-} &= 3.27(-0.0485)12^2 + 3.27(-0.1095)18^2 \\ &+ 88.29(-0.075)12 + 88.29(-0.169)18 \\ &= - 486.890 \text{ KN.m} \end{aligned}$$

## ۴ - ۲ منحنی پوش برای دهانه‌های یکسره

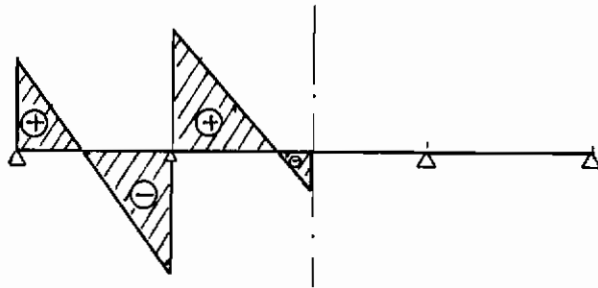
بدلیل اینکه بار عمده وارد بر عبورگاه یک پل عبارت است از بار مرده و بار زنده به اضافه اثر ضربه بنابراین منحنی پوش برش و لنگر خمشی بار مرده و بار زنده در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش (۴-۵) در رابطه با منحنی‌های پوش برش و لنگر خمشی در دهانه ساده بحثی از ترکیب بارها نشد چون در دهانه ساده علامت نیروی برشی و لنگر خمشی حاصل از بار زنده و مرده یکی می‌باشد و الزاماً برای محاسبه پوش نهائی باید مقادیر حاصل از بار مرده و بار زنده با هم جمع گردند. اما در حالت دهانه یکسره به این ترتیب نمی‌باشد. برای توجیه این مطلب فرض شود که منحنی پوش برش بار زنده برای یک پل سه دهانه مطابق شکل (۴-۲۹) الف محاسبه شده باشد و منحنی نیروی برشی حاصل از بار مرده نیز مطابق شکل (۴-۲۹) ب باشد.

در این صورت برای محاسبه منحنی پوش نهائی نیروی برشی ابتدا باید منحنی نیروی برشی مجموع بار ثابت و نیروی برشی مثبت بار زنده را تعیین کرد، شکل (۴-۳۰) الف و سپس منحنی نیروی برشی مجموع بار ثابت و نیروی برشی منفی بار زنده را بدست آورد، شکل (۴-۳۰) ب و در آخر نیروهای برشی حداکثر مثبت را از شکل (۴-۳۰) الف و حداکثر منفی را از شکل (۴-۳۰) ب بصورت جداگانه مطابق شکل (۴-۳۰) ج تعیین کرد که در این صورت شکل بدست آمده بحرانی‌ترین منحنی پوش نیروی برشی حاصل از ترکیب بار مرده و بار زنده خواهد بود.

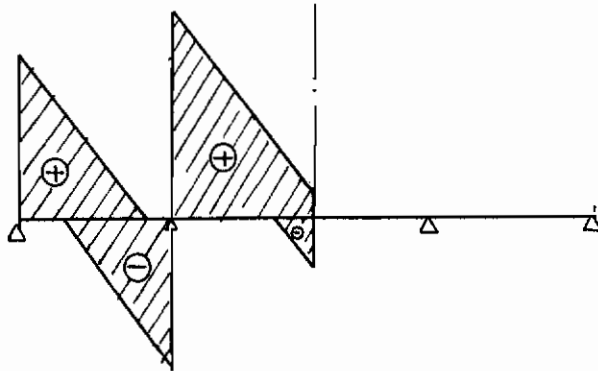
شکل (۴-۲۹) الف - پوش برش بار زنده ( $V_{+L}$  و  $V_{-L}$ )شکل (۴-۲۹) ب. منحنی نیروی برشی بار مرده ( $V_D$ )



شکل (۴-۳۰) الف  $(V_{+L} + V_D)$



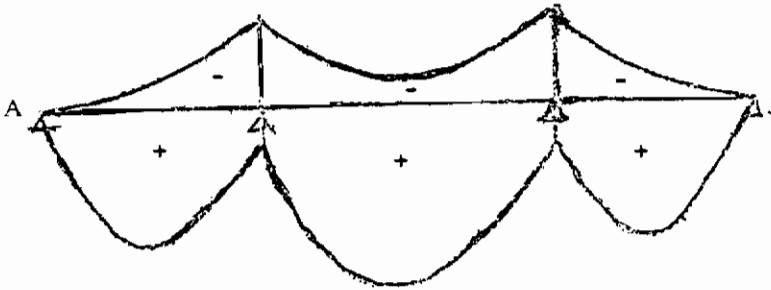
شکل (۴-۳۰) ب  $(V_{-L} + V_D)$



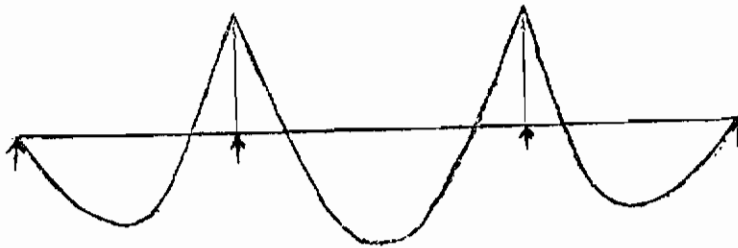
شکل (۴-۳۰) ج - پوش برش نهائی

در رابطه با تعیین پوش لنگر خمشی نهائی نیز مطابق پوش برش باید عمل شود. ابتدا پوش لنگر خمشی بار زنده برای حداکثرهای مثبت و منفی تعیین می‌گردد. شکل (۴-۳۱) الف. سپس منحنی لنگر خمشی بار مرده رسم می‌شود شکل (۴-۳۱) ب. اکنون منحنی حاصل از پوش مثبت بار زنده و لنگر خمشی بار ثابت را تعیین می‌کنیم شکل (۴-۳۲) الف. بعد منحنی حاصل از پوش منفی بار زنده و لنگر خمشی بار ثابت محاسبه می‌گردد، شکل (۴-۳۲) ب؛ و

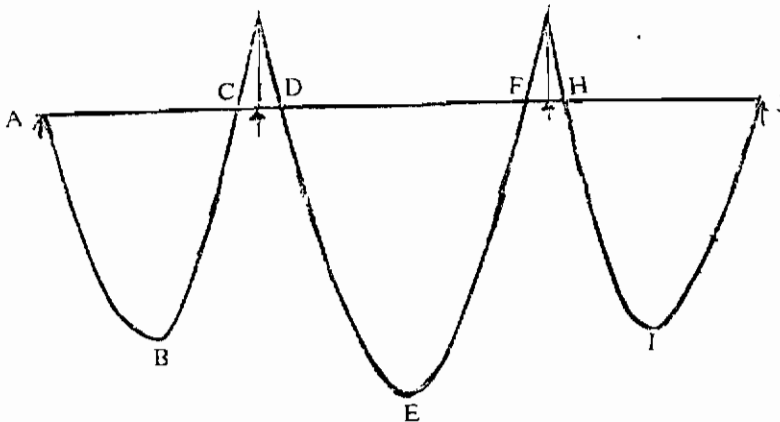
در آخر مقادیر لنگر خمشی مثبت حداکثر و منفی حداکثر در شکل اخیر بصورت جداگانه مطابق شکل (۳۲-۴) ج تعیین می‌گردد تا منحنی پوش لنگر خمشی بحرانی حاصل از ترکیب بار مرده و زنده بدست آید.



شکل (۴-۳۱) الف - پوش مثبت و منفی لنگر خمشی بار زنده ( $M_{-L}$ ,  $M_{+L}$ )

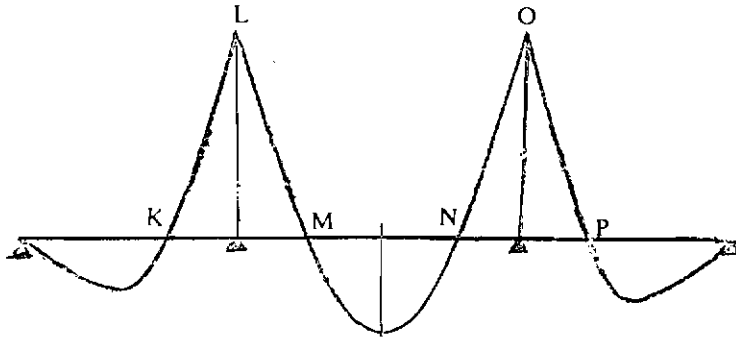


شکل (۴-۳۱) ب - لنگر خمشی بار مرده ( $M_D$ )

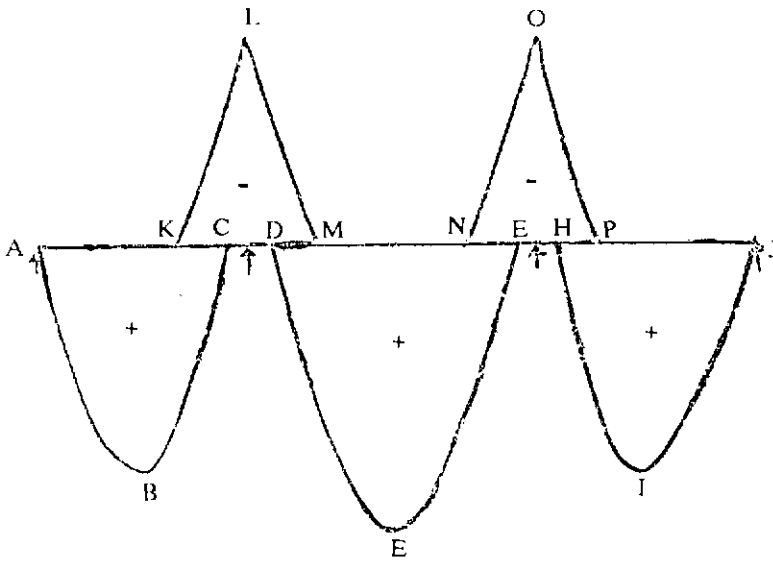


شکل (۴-۳۲) الف - ( $M_{+L} + M_D$ )





شکل (۴-۲۲) ب -  $(M_{-L} + M_{-D})$



شکل (۴-۲۲) ج - پوش نهائی لنگر خمشی بار مرده و زنده

# فصل پنجم

## تحلیل عبورگاه پل

۵ - ۱ مقدمه

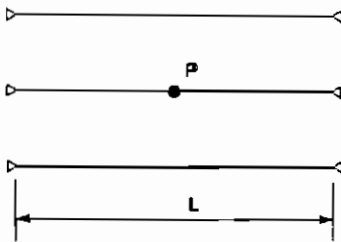
کلمه تحلیل به معنی جداسازی کل به اجزاء جهت درک بهتر رفتار سازه می باشد. در متن مهندسی سازه واژه تحلیل به معنی تحلیل نیروها بکار برده می شود، عملیاتی که در طی آن اثرات توزیع نیرو یا واکنشهایی چون تغییرشکله و لنگرهای خمشی، در اعضای مختلف سازه تعیین می گردند.

در متن مهندسی پل سازی، عبارت پخش بار معمولاً به جای کلمه تحلیل بکار برده می شود که در اینجا به بررسی معنی آن می پردازیم.

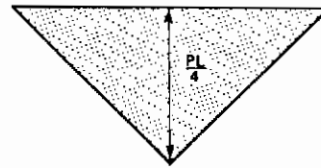
به عنوان وسیله ای برای تشریح پخش بار، سه تیر هر یک بطول  $L$  را که به موازات یکدیگر بر روی دهانه ساده قرار دارند مطابق شکل (۵-۱) در نظر می گیریم. بار متمرکز  $P$  را عمود بر صفحه سه تیر به وسط تیر میانی وارد می کنیم. اگر اتصال عرضی بین این سه تیر وجود نداشته باشد واضح است که تمامی بار  $P$  توسط تیر میانی تحمل می گردد. بنابراین ترسیمه لنگر خمشی در تیر میانی مثلاً با مقدار حداکثر  $\frac{PL}{4}$  در محل زیر بار خواهد بود و لنگر خمشی در دو تیر کناری در اثر بار  $P$  برابر صفر است.

اگر اکنون سه تیر طولی بوسیله یک تیر عرضی در وسط دهانه آنها بهم متصل شوند، در این صورت، همانطور که در شکل (۵-۲) نشان داده شده است، یک بخشی از بار  $P$  توسط تیرهای کناری تحمل می گردد. اینکه چه درصدی از بار خارجی وارده به تیر میانی وارد می شود و چه درصدی به تیرهای کناری انتقال پیدا می کند بستگی به سختی تیرها، طول دهانه و فاصله تیرهای طولی از هم دارد. اگر سختی خمشی تیر عرضی کسر کوچکی از سختی

تیرهای طولی باشد و فاصله تیرهای طولی از یکدیگر نسبتاً زیاد باشد، در این صورت به سختی باری به تیرهای کناری، که مستقیماً بارگذاری نشده‌اند، انتقال پیدا می‌کند. از طرف دیگر اگر تیر عرضی بکار برده شده صلبیت زیادی را دارا باشد تغییر شکل هر سه تیر طولی، در اثر اعمال بار  $P$  به تیر وسطی، تقریباً مساوی خواهد بود یعنی هر تیر به یک نسبت بار وارده را تحمل می‌کنند و سهم هر تیر طولی از کل بار وارده  $P$  برابر  $\frac{P}{3}$  خواهد بود.



(الف) پلان .

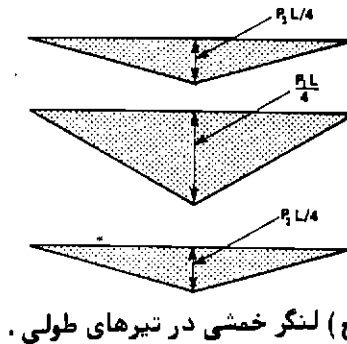
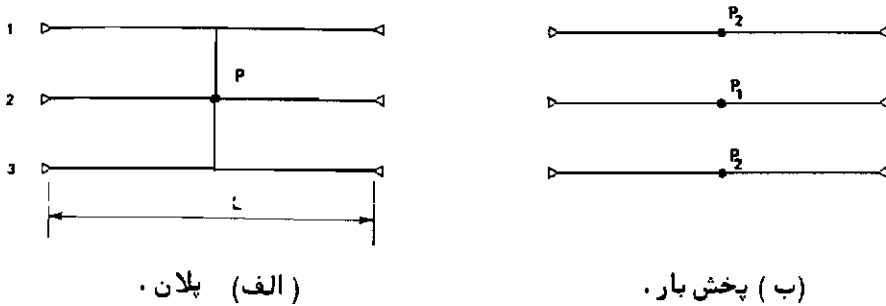


(ب) ترسیمه لنگر خمشی تیر میانی .

شکل (۵-۱) حالت تیرهای بدون اتصال به یکدیگر

اگر بار تحمل شده توسط هر یک از تیرهای طولی متقارن خارجی  $P_2$  باشد در این صورت ترسیمه‌های لنگر خمشی برای هر یک از تیرهای طولی مطابق شکل (۵-۲ ج) خواهد بود. مسلماً انتقال بار از تیر طولی که مستقیماً تحت اثر بار خارجی قرار گرفته است به تیرهای طولی دیگر به این دلیل است که آن تیر تمایل به تغییر شکل بیشتری از تیرهای طولی مجاورش از خود نشان می‌دهد و وجود تیر عرضی این تفاوت تغییر شکل در تیرهای طولی را کاهش می‌دهد، مجموعه تیرهای طولی و عرضی را می‌توان به عنوان مدل ریاضی پلهای دال و تیر در نظر گرفت که در آن تیرهای طولی بیانگر تیرهای حمال طولی واقعی و تیر عرضی بیانگر دال تخت روی تیرهای طولی می‌باشد. این عمل انتقال بار از تیر تحت اثر بار خارجی به تیرهای دیگر، که مستقیماً بار خارجی به آنها وارد نمی‌شود، را پخش بار می‌نامند. اگر در پلی تیری که به آن بار خارجی وارد می‌شود قسمت اعظم بار را خود تحمل کند و فقط بخش کوچکی از آن را به تیرهای طولی دیگر انتقال دهد آن پل

دارای خصوصیت پخش بار اندک می‌باشد. بنابراین پلهای با خصوصیت پخش بار خوب آنهاست که بار خارجی وارده به سازه را بین تمام اعضاء بخوبی پخش کنند. پخش بار باعث کاهش شدت بار وارده به عضو تحت اثر بار خارجی می‌گردد که در پلهای با دهانه کوتاه تا متوسط اهمیت زیادی برخوردار است چه در این دهانه‌ها بار زنده نسبت به بار مرده حاکم بر طرح می‌باشد.



شکل (۵-۲) پخش بار در تیرهای طولی متصل شده با یک تیر عرضی .

انواع مختلف فرمهای سازه‌ای عبورگاه پل، که در بخش (۲-۲) مورد بحث قرار گرفت، خاصیت پخش بار یکسانی را دارا نمی‌باشند. به عنوان مثال مقطع قوطی نسبت به مقطع دال بر روی تیرهای طولی I شکل فولادی از نظر پیچشی قوی‌تر می‌باشد. در این صورت اگر هر دو نوع مقطع دارای دهانه، عرض و سختی‌های خمشی یکسانی باشند پخش عرضی بار در نوع مقطع قوطی نسبت به مقطع دیگر خیلی یکنواخت‌تر خواهد بود.

شکل (۵-۳) دو نوع مقطع پل با عرض، دهانه و سختی خمشی یکسان را نشان می‌دهد. شکل (الف) با استفاده از دال تخت بر روی سه تیر طولی قوطی شکل ساخته شده ولی پل (ب)

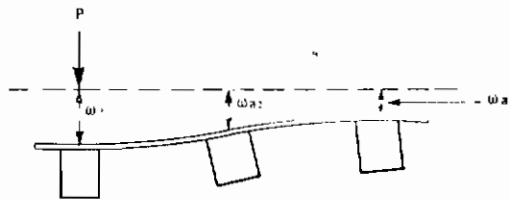
متشکل از دال تخت و سه تیر طولی I شکل فولادی می‌باشد. همچنین فرض می‌گردد که تیر کناری در هر یک از دو مقطع پل تحت اثر بار خارجی متمرکز یکسان P قرار داشته باشد. در صورت صرف‌نظر کردن از اختلاف کوچک در انحنای دو طرفه حاصل از تأثیر ضریب پواسیون، تغییر شکل کل سه تیر حمال در هر مقطع دلخواه از طول پل برای مقطع (الف) و (ب) به دلیل یکسان بودن سختی خمشی کلی دو مقطع برابر خواهند بود، یعنی:

$$\omega_{a1} + \omega_{a2} + \omega_{a3} = \omega_{b1} + \omega_{b2} + \omega_{b3}$$

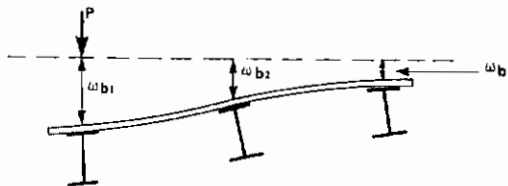
که  $\omega$  تغییر شکل، اندیس a و b به ترتیب برای نوع پل (الف) و (ب) و شماره‌ها برای شماره تیر بکار رفته است. تغییر شکل غیر یکنواخت تیرهای طولی، که مشخصه پخش عرضی بار است، باعث چرخش تیرها می‌شود. تیرهای پل (الف) بدلیل سختی پیچشی بیشتر نسبت به پل (ب) در مقابل چرخش بوجود آمده مقاومت می‌کنند که باعث یکنواخت شدن تغییر شکل تیرها در پل (الف) نسبت به پل (ب) می‌گردد، یعنی:

$$\frac{\omega_{a1}}{\omega_{a1}} < \frac{\omega_{b1}}{\omega_{b2}}$$

پس بطور کلی پل با سختی پیچشی بیشتر دارای خاصیت پخش عرضی بار یکنواخت تری خواهد بود.



(الف) پل با مقطع قوطی.



(ب) پل با مقطع دال بر روی تیرهای فولادی I شکل.

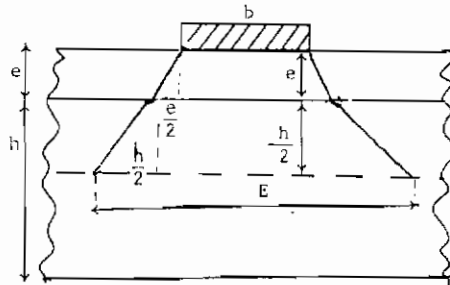
شکل (۳-۵) اثر سختی پیچشی تیرهای طولی در پخش بار.

## ۵-۲ روش ساده پخش عرضی بار

## الف) عبورگاه دال تخت

برای محاسبه بار وارد بر نواری به عرض واحد از دال می‌توان این روش را بکار برد. در اجرای این روش سطح تماس واقعی بار متمرکز (مثلاً "چرخ کامیون") با جاده در ضخامت مصالح مقطع عبورگاه پخش می‌گردد و از پخش طولی بار صرف‌نظر می‌شود. پخش عرضی بار را می‌توان به یکی از سه فرم زیر انجام داد.

۱- طبق آئین نامه بی‌اس پخش بار در مصالح غیر سازه‌ای (آسفالت رویه) با شیب ۱ افقی و ۲ قائم و در مصالح سازه‌ای (بتن) با شیب ۱ افقی و ۱ قائم تا محل تارخنثای مقطع انجام می‌گیرد. عرض حاصل از پخش عرضی بار در تراز تارخنثای مقطع را عرض مؤثر  $E$  می‌نامند. اگر بار متمرکز بر عرض مؤثر تقسیم گردد بار وارد بر عرض واحد از دال بدست می‌آید، (شکل ۴-۵).



شکل (۴-۵) پخش مستقیم بار.

$$E = b + 2\left(\frac{e}{2}\right) + 2\left(\frac{h}{2}\right) = b + e + h$$

۲- روش معمول دیگر آنست که پخش بار در مصالح غیر سازه‌ای و سازه‌ای یکسان و تحت زاویه ۴۵ درجه فرض گردد که در این صورت عرض مؤثر در تراز تارخنثی از رابطه زیر حاصل می‌گردد.

$$E = b + 2e + h$$

۳- و اگر عرض مؤثر در قسمت تحتانی دال بیان گردد در این صورت پخش بار در مصالح غیر سازه‌ای تحت شیب ۱ افقی و در مصالح سازه‌ای ۲ قائم و ۱ افقی فرض می‌شود که در این صورت عرض مؤثر برابر است با:

$$E = b + 2e + h$$

در اجرای پخش بار با این روش در اثر اعمال یک یا چند کامیون به عبورگاه باید به این نکته توجه داشت که عرض مؤثر همواره برای یک ردیف چرخ کامیون در نظر گرفته می‌شود. در بعضی موارد که ردیف چرخها بهم نزدیک باشند و ضخامت مؤثر بتن زیاد باشد در این صورت امکان تداخل شدت بارها وجود دارد و شدت بار نهائی عبارت است از حاصلجمع شدت بارها در محل تداخل آنها این روش پخش عرضی بار را نیز برای دالهای حفرةای می‌توان مطابق آنچه در بالا توضیح داده شد بکار برد به شرطی که ضخامت یا قطر حفرةها کمتر از ۶۰ درصد ضخامت دال باشد.

مثال:

عبورگاه دال تخت توپری به دهانه ساده  $L = 12 \text{ m}$  مفروض است. اگر ضخامت متوسط آسفالت  $10 \text{ cm}$  و عمق مؤثر دال بتنی  $80 \text{ cm}$  فرض گردد، در اثر اعمال بار یک کامیون  $45 \text{ تنی}$  استاندارد ایران و با استفاده از روش ساده، پخش عرضی بار برای نواری به عرض واحد از عبورگاه محاسبات زیر را انجام دهید.

( الف ) - عرضهای مؤثر بار وارد از چرخ جلو، میانی و عقب کامیون را در قسمت تحتانی دال عبورگاه (با استفاده از روش سوم) محاسبه نمایید.

( ب ) - محاسبه برش حداکثر و لنگر خمشی حداکثر مطلق در دال در اثر بار کامیون؛ آیا تعداد کامیون در محاسبات این قسمت مؤثر می‌باشد؟

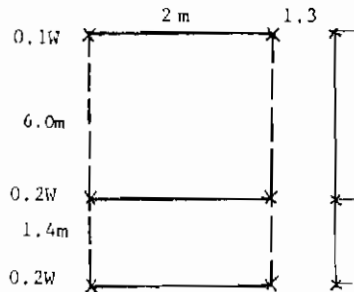
( ج ) - منحنی‌های یوش نیروی برشی و لنگر خمشی نواری به عرض واحد از دال با ذکر مقادیر در مقاطع  $0$  و  $\frac{L}{4}$ ،  $\frac{L}{2}$ ،  $\frac{3L}{4}$  و  $L$  رسم نمایید.

( د ) - اگر اثر ضربه به بار استاتیکی کامیون اضافه شود مقادیر جدید قسمت ج را محاسبه نمایید.

$$E = b + h + 2e \quad \text{حل الف -}$$

$$E = 0.25 + 0.80 + 2 \times 0.1 = 1.25 \text{ m} \quad \text{چرخ جلو}$$

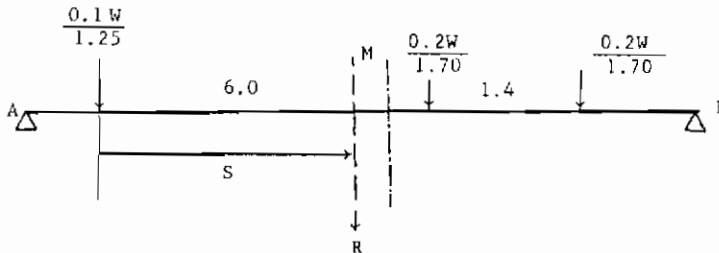
$$E = 0.70 + 0.80 + 2 \times 0.1 = 1.70 \text{ m} \quad \text{چرخ میانی یا عقب}$$



شکل (۵-۵) الف مشخصات کامیون ایران

حل ب -

برای یک کامیون:  $P = \frac{0.1 W}{1.25}$  جلو و  $P = \frac{0.2 W}{1.70}$  عقب یا میانی



شکل (۵-۵) ب - بارگذاری نواری به عرض واحد برای لنگر خمشی طولی حداکثر مطلق

$$S = 5 \text{ m}$$

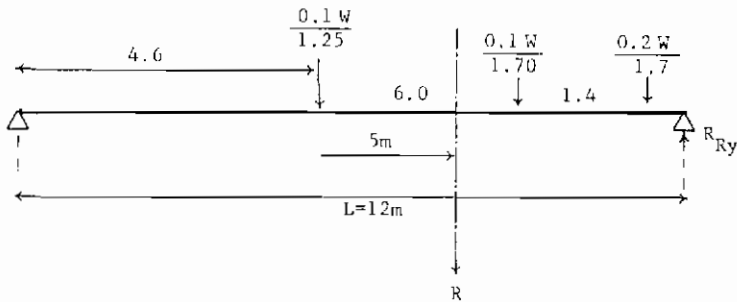
$$S + 2x = 6 \rightarrow x = 0.5 \text{ m}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_{By} = 63.793 \text{ KN/m}$$

$$M_{\max.} = M_c = 278.152 \text{ KN.m/m}$$

$$= 28.354 \text{ t m/m}$$

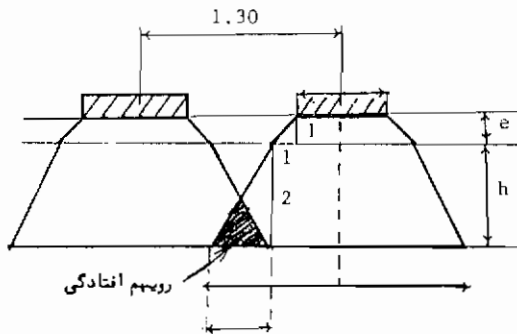




شکل (۵-۵) ج - بارگذاری طولی نواری به عرض واحد برای برش حداکثر

$$V_{\max}^{\pm} = R_{By} = \frac{R \times 9.6}{12} = 0.2522W = 11.35 \text{ t/m} \\ = 111.349 \text{ KN/m}$$

با توجه به شکل زیر برای دوکام میون خواهیم داشت :



شکل (۵-۵) د - پخش عرضی بار

فاصله بین دوکام میون  $= 1.30 < 1.70$

پس چرخهای میانی و عقب دو کام میون روی هم افتادگی دارند .

$1.30 > 1.25$

اما چون

پس چرخهای جلو روی هم افتادگی ندارند .

بنابراین برای دو کامیون داریم

$$P = \frac{0.2W}{1.70} \times 2 \quad \text{عقب یا میانی} \quad \text{جلو} \quad P = \frac{0.1W}{1.25}$$

یعنی روی هم رفته تعداد کامیون موثر می‌باشد

حل ج:

$$M = ax^2 + bx + c$$

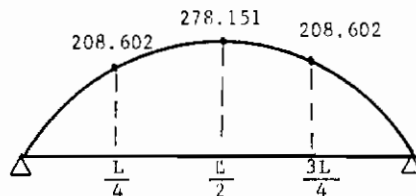
معادله پوششی لنگر خمشی

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow c = 0 \\ M = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 12m \rightarrow 0 = 144 + 12b \\ M = 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} a = -7.726 \\ b = 92.712 \end{array} \right\}$$

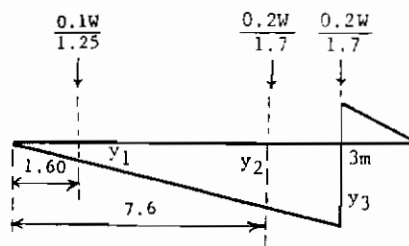
$$\left. \begin{array}{l} x = 6m \\ M = M_c = 278.152 \end{array} \right\} \rightarrow 278.152 = 36a + 6b$$

$$M = -7.726x^2 + 92.712x$$

$$x = \frac{L}{4} = 3m \quad M = 208.602 \quad \text{KNm/m} = M_x = \frac{3L}{4}$$



شکل (۵-۵) ه - پوش لنگر خمشی در اثر اعمال باریک کامیون

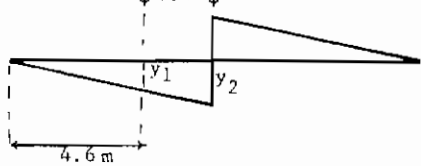


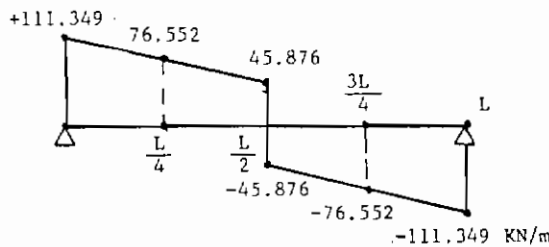
شکل (۵-۵) ی - بارگذاری طولی برای برش در  $\frac{3L}{4}$  یا  $\frac{L}{4}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_1}{1.6} &= \frac{1}{12} \rightarrow y_1 = \frac{1.6}{12} \\ \frac{y_2}{7.6} &= \frac{1}{12} \rightarrow y_2 = \frac{7.6}{12} \\ \frac{y_3}{9} &= \frac{1}{12} \rightarrow y_3 = \frac{9}{12} \end{aligned} \right\} V_{\max} = -\left(\frac{0.1}{1.25} \times \frac{1.6}{12} + \frac{0.2}{1.7} \times \frac{7.6}{12} + \frac{0.2}{1.7} \times \frac{9}{12}\right)W$$

$$= -76.552 \text{ KN/m}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_1}{4.6} &= \frac{1}{12} \rightarrow y_1 = \frac{4.6}{12} \\ y_2 &= 0.5 \\ \frac{0.2W}{1.7} & \quad \frac{0.2W}{1.7} \\ & \downarrow 1.4 \downarrow \end{aligned} \right\} V_{\max} + \downarrow - \frac{L}{2} = \frac{0.2W}{1.7} \left(\frac{4.6}{12} + \frac{6}{12}\right)$$

$$= 45.87 \text{ KN/m}$$




شکل (۵-۵) ن - پوش برش

$$I = \frac{6}{10+L}$$

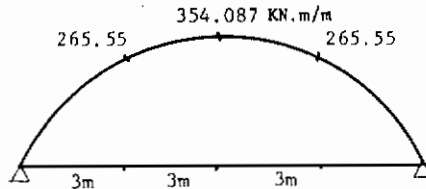
L طول بارگذاری  $\rightarrow L=12 \text{ m} \rightarrow I = \frac{6}{10+12} = 0.273$

$\frac{3L}{4}$  //  $\rightarrow \frac{3L}{4} = 9 \text{ m} \rightarrow I = \frac{6}{10+9} = 0.315 > 0.3 = 0.3$

$\frac{L}{2}, \frac{L}{4}$  //  $\rightarrow \frac{L}{2} = 6 \text{ m}, \frac{L}{4} = 3 \text{ m} \rightarrow I > 0.3 = 0.3$

$$\frac{M_L}{4} = M_{\frac{3L}{4}} = 208.602 \times 1.273 = 265.55 \text{ KN.m/m}$$

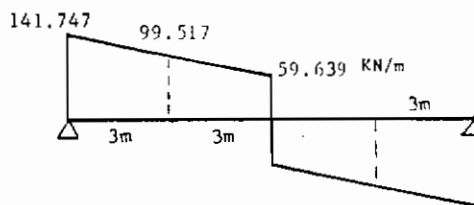
$$\frac{M_L}{2} = 278.152 \times 1.273 = 354.087 \text{ KN.m/m}$$



$$V_{0,L} = 111.349 \times 1.273 = 141.747 \text{ KN/m}$$

$$\frac{V_L}{4}, \frac{3L}{4} = 76.552 \times 1.3 = 99.517 \text{ KN/m}$$

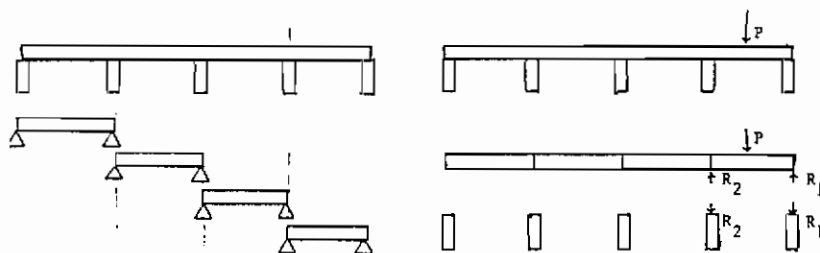
$$\frac{V_L}{2} = 45.876 \times 1.3 = 59.639 \text{ KN/m}$$



( ب ) - پل دال و تیر

در این حالت تیر عرضی بصورت دهانه ساده بر روی تیرهای طولی فرض می‌گردد شکل ( ۶ - ۵ الف ) . اگر بار متمرکز  $P$  به محل انفصال یا تکیه‌گاه تیر عرضی وارد شود با استفاده از استاتیک مشخص است که این بار باعث ایجاد عکس‌العمل فقط در همان تیر طولی خواهد شد. اما اگر بار متمرکز هر جا مابین دو تیر طولی به تیر عرضی وارد شود در اینصورت فقط دو تیر

طولی مجاور محل اعمال بار تحت تأثیر بار قرار خواهند گرفت و سهم تیرهای طولی دیگر صفر خواهد بود (شکل ۵-۶ ب). در این سیستم نیروی برشی از یک قسمت تیر عرضی مابین دو تیر طولی قادر به انتقال به قسمت‌های دیگر تیر عرضی نمی‌باشد.



شکل (۵-۶) ب - تعیین سهم تیرهای طولی شکل (۵-۶) الف - دهانه ساده

مثال:

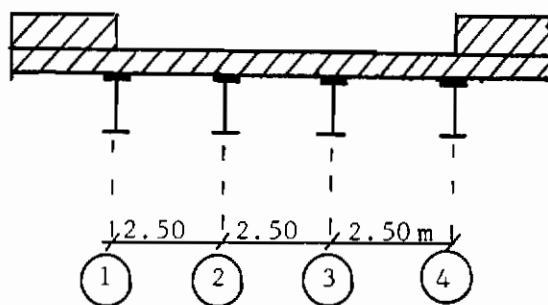
مطلوبست محاسبه لنگر خمشی حداکثر مطلق در تیر طولی شماره ۱ از عبورگاه نشان داده شده در شکل (۵-۷ الف)، با دهانه ساده ۱۵ متر تحت اثر بار:

( الف ) - یک کامیون H20

( ب ) - بار تانک ارتشی استاندارد ایران

( ج ) - بار خطی معادل ایران

تیر عرضی یا دال را بر روی تیرهای طولی با دهانه ساده فرض کنید.

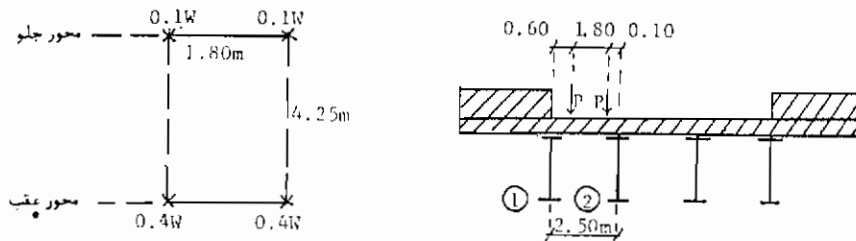


شکل (۵-۷) الف مقطع پل

حل:

( الف ) - با توجه به آیین نامه بارگذاری آشتو برای ایجاد حداکثر عکس‌العمل در تیر

کناری ۱ مقطع عرضی پل باید مطابق شکل (۵-۷ ج) بارگذاری شود.

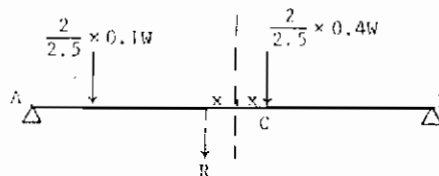


شکل (۵-۷ ج نحوه بارگذاری عرضی پل شکل (۵-۷ ب پلان کامیون HS20

برای تیر عرضی ۱-۲ با توجه به دهانه ساده آن سهم تیر شماره ۱ برابر است با:

$$R_1 = \frac{P(0.1) + P(0.1 + 1.8)}{2.5} = \frac{2}{2.5} P$$

برای ایجاد لنگر حداکثر مطلق بارگذاری طولی تیر شماره ۱ مطابق شکل (۵-۷ د) می‌باشد.



شکل (۵-۷ د بارگذاری تیر شماره ۱

با توجه به شکل (۵-۷ د) داریم.

$$x = 0.325$$

$$R_{By} = \frac{\frac{2}{2.5} \times 0.5W(7.5 - 0.325)}{15}$$

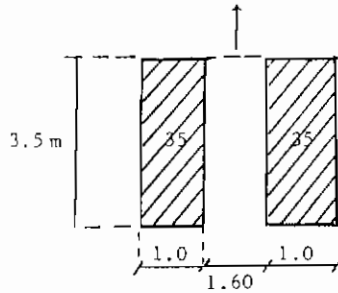
پس:

$$W = 178 \text{ KN}$$

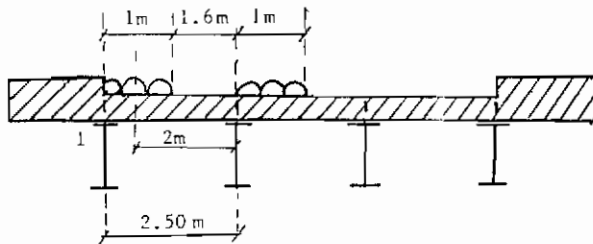
$$M_{\max. 1} = M_c = R_{By} (7.5 - 0.325)$$

$$M_{\max 1} = 244.361 \text{ KN.m / تیر}$$

ب- بارگذاری عرضی در شکل (۵-۸) نشان داده شده است.



شکل (۵-۸) الف پلان تانک ارتشی استاندارد ایران



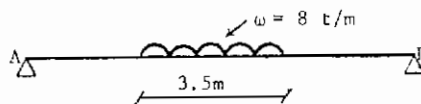
شکل (۵-۸) ب بدترین وضعیت بارگذاری مقطع برای تیر شماره ۱

بار هر زنجیر در واحد طول عبارت است از

$$\frac{35}{3.5} = 10 \text{ t/ متر طول}$$

با توجه به شکل (۵-۸) ب:

$$R_1 = \frac{10 \times 2}{2.5} = \frac{20}{2.5} = 8 \text{ t/ متر طول}$$



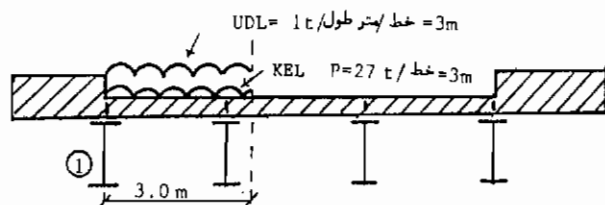
شکل (۵-۸) ج بارگذاری طولی تیر

$$\Sigma M_B = 0 \longrightarrow R_{Ay} = 14 \text{ t}$$

$$M_c = M_{\max. 1} = 92.75 \text{ t.m / تیر}$$

$$= 909.877 \text{ KN.m / تیر}$$

- ج



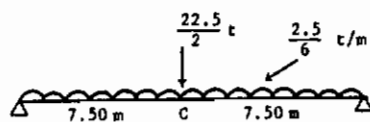
شکل (۵-۹) الف بارگذاری عرضی

عکس العمل در تیر شماره ۱ در اثر بار گسترده UDL:

$$R_{1 \text{ گسترده}} = \frac{\frac{1}{3} \times 2.5}{2} = \frac{2.5}{6} \text{ t / متر طول}$$

$$R_{1 \text{ لبهای}} = \frac{\frac{27}{3} \times 2.5}{2} = \frac{22.5}{2} \text{ t / تیر}$$

و در اثر بار لبهای:



شکل (۵-۹) ب بارگذاری طولی تیر شماره ۱

$$M_{\max.} = M_c = \frac{\omega l^2}{8} + \frac{Pl}{4}$$

$$= \frac{(\frac{2.5}{6})(15)^2}{8} + \frac{(\frac{22.5}{2})(15)}{4}$$

$$= 53.906 \text{ t.m / تیر}$$

$$= 528.820 \text{ KN.m / تیر}$$



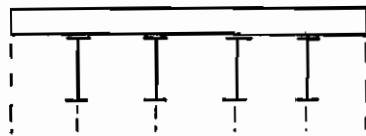
۵-۳ روش کوربن<sup>۱</sup>

## پلهای شامل تیرهای حمال طولی

در این روش تیر عرضی صلب فرض می‌گردد که از خمش آن صرف‌نظر می‌شود یعنی تحت اثر هربار متمرکز این تیر بصورت مستقیم باقی بماند اما تیرهای طولی می‌توانند تغییر شکل داشته باشند که در این صورت سیستم عبورگاه همانند تیر صلب بر روی فونداسیونهای الاستیک عمل خواهد کرد و سهم تیرهای کناری در اثر بار متمرکز وارده بر تیر عرضی همواره بیشتر از سهم تیرهای میانی خواهد بود. این وضعیت بدلیل فرم تغییر شکل تیر عرضی می‌باشد (شکل ۵-۱۰).

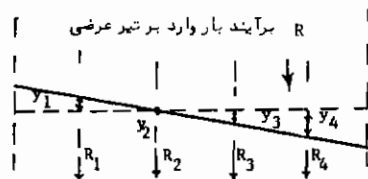
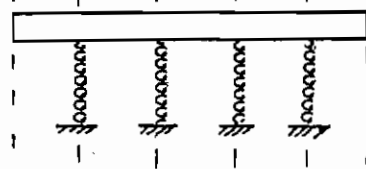
شکل (۵-۱۰) الف -

تیر صلب بر روی تیرهای طولی



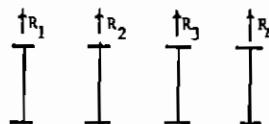
شکل (۵-۱۰) ب -

تیر صلب بر روی فونداسیونهای الاستیک



شکل (۵-۱۰) ج -

تغییر شکل و عکس‌العملهای تیرهای طولی



با استفاده از معادلات استاتیک و نیز تغییر شکل تیر عرضی می توان سهم هریک از تیرهای طولی مثلاً تیر شماره  $i$  را مطابق زیر حساب کرد. این رابطه برای زمانی است که تیرهای طولی دارای معان اینرسی یکسان باشند.

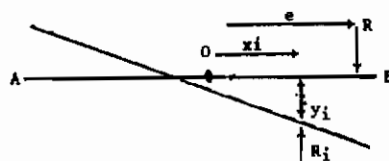
$$R_i = \frac{R}{n} \left[ 1 + \left( \frac{n \cdot e}{\sum x_i^2} \right) x_i \right]$$

که در این فرمول:  $R_i$  عکس العمل در تیر طولی شماره  $i$  می باشد  
 $n$  تعداد تیرهای طولی

$e$  فاصله افقی برآیند بارهای وارد بر عبورگاه تا مرکز تیر عرضی  
 $x_i$  فاصله افقی تیر طولی شماره  $i$  از مرکز تیر عرضی

اثبات:

تیر عرضی AB را که مرکز آن  $o$  می باشد در نظر می گیریم. اگر برآیند بار وارد بر این تیر باشد و فاصله آن از  $o$  باشد تغییر شکل قائم این تیر در محل تیر طولی  $i$  برابر  $y_i$  فرض می گردد (شکل ۵-۱۱).



شکل (۵-۱۱) - تغییر شکل خطی تیر عرضی.

اگر  $K_i$  سختی تیر طولی شماره  $i$  باشد و تیر عرضی بدون خمش باقی بماند، داریم:

$$R_i = K_i y_i$$

$$y_i = ax_i + b$$

$$R_i = K_i (ax_i + b) \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \sum R_i = R$$

$$1 \rightarrow \sum R_i = \sum K_i (ax_i + b) = R$$

$$a \sum K_i x_i + b \sum K_i = R$$

چون  $\circ$  وسط تیر عرضی می باشد و تعداد تیرهای طولی در سمت راست و چپ  $\circ$  برابرند پس

$$\sum K_i x_i = 0$$

$$b \sum K_i = R \rightarrow b = \frac{R}{\sum K_i}$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow \sum (R_i x_i) = R \cdot e$$

$$1 \rightarrow \sum [K_i (ax_i + b)x_i] = R \cdot e$$

$$a \sum K_i x_i^2 + b \sum K_i x_i = R \cdot e$$

$$a = \frac{R \cdot e}{\sum K_i x_i^2}$$

$$1 \rightarrow R_i = K_i \left[ \left( \frac{R \cdot e}{\sum K_i x_i^2} \right) x_i + \frac{R}{\sum K_i} \right]$$

$$R_i = \frac{K_i \cdot R}{\sum K_i} \left[ \left( \frac{n \cdot e}{\sum x_i^2} \right) x_i + 1 \right]$$

اما  $K_i \propto I_i$  می باشد و اگر معان اینرسی تمام تیرهای طولی مساوی باشند خواهیم داشت :

$$R_i = \frac{I_i \cdot R}{nI} \left[ \left( \frac{n \cdot e}{\sum x_i^2} \right) x_i + 1 \right]$$

$$R_i = \frac{R}{n} \left[ \left( \frac{n \cdot e}{\sum x_i^2} \right) x_i + 1 \right]$$

با توجه به فرمول بالا سهم تیر طولی مثل  $i$  زمانی حداکثر خواهد بود که محل اثر نیروی متمرکز در دورترین فاصله ممکنه از  $\circ$  قرار گیرد و نیز تیر مربوطه دورترین تیر از وسط تیر عرضی باشد (یعنی تیره های کناری عبورگاه). این روش زمانی قابل اجرا می باشد که :

الف - نسبت طول دهانه به عرض کلی عبورگاه کوچکتر از ۴ و بزرگتر از ۲ باشد .

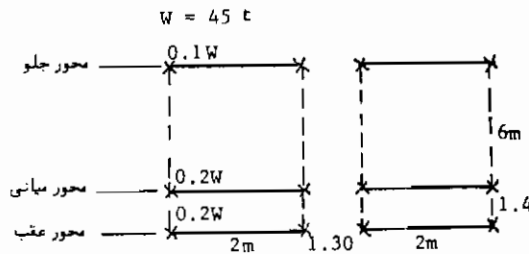
ب - تعداد تیرهای طولی  $n$  مساوی یا بزرگتر از ۵ باشد .

ج - نسبت ارتفاع تیر عرضی به ارتفاع تیر طولی بزرگتر یا مساوی  $\frac{3}{4}$  باشد .

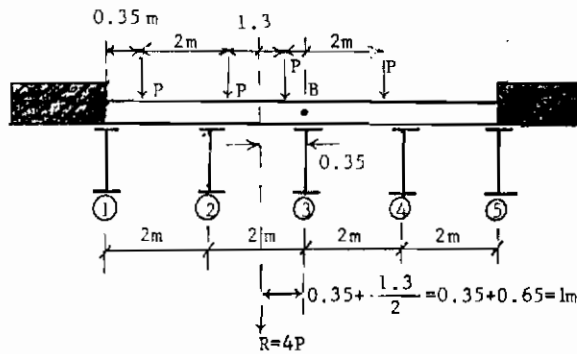
مثال ۱ :

مطلوبست محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم یکی از تیرهای کناری عبورگاه دهانه ساده بطول ۲۰ با دو خط عبور در اثر بار کامیون ۴۵ تنی ایران با استفاده از روش کورین .

حل -



شکل (۵-۱۲) الف پلان دو کامیون ۴۵ تنی



شکل (۵-۱۲) ب مقطع عرضی و بارگذاری آن

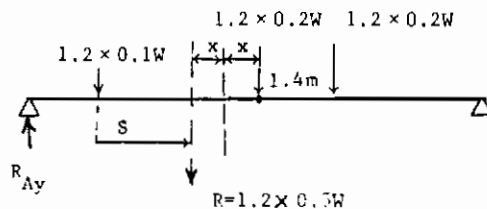
اگر  $P$  با هر چرخ جلو، میانی یا عقب فرض شود برآیند عرضی  $R$  برابر است با

$$R = 4P$$

و فاصله برآیند از مرکز عرضی پل  $e$  عبارت است از:

$$e = 0.35 + \frac{1.3}{2} = 1 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 4\text{m} = x_5 \\ x_2 = 2\text{m} = x_4 \\ x_3 = 0 \\ n = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sum x_i^2 = 2 \times 4^2 + 2 \times 2^2 + 0 = 32 + 8 = 40 \\ R_i = \frac{R}{n} \left[ \left( \frac{n \cdot e}{\sum x_i^2} \right) x_i + 1 \right] \\ R_1 = \frac{4p}{5} \left[ \left( \frac{5 \times 1}{40} \right) 4 + 1 \right] = 1.2P = R_5 \end{array}$$



شکل (۵-۱۲) ج بارگذاری طولی تیر شماره ۱ یا ۵

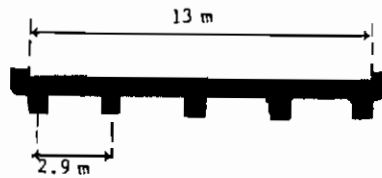
$$\begin{aligned} S &= \frac{1.2 \times 0.2W \times 6 + 1.2 \times 0.2W \times 7.4}{1.2 \times 0.5W} \\ &= \frac{1.2 + 1.48}{0.5} \\ &= 5.36 \text{ m} \\ S + 2x &= 6\text{m} \longrightarrow x = \frac{6 - 5.36}{2} = \frac{0.64}{2} = 0.32 \text{ m} \end{aligned}$$

$$R_{Ay} = \frac{1.2 \times 0.5W(10 + 0.32)}{20} = 0.3096 W$$

$$\begin{aligned} M_c = M_{\max} &= R_{Ay} (10 + 0.32) - 1.2 \times 0.1W(6) \\ &= 2.475072W = 111.378 \text{ t.m/ تیر} \\ &= 1092.6 \text{ KN.m/ تیر} \end{aligned}$$

مثال ۲:

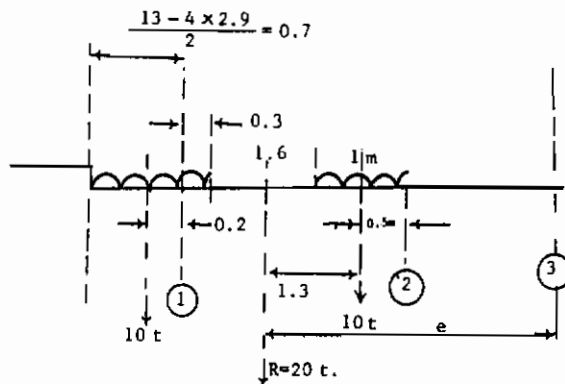
مطلوبست محاسبه لنگر خمشی حداکثر مطلق و نیروی برشی حداکثر در یکی از تیرهای طولی کناری عبورگاه بتنی با دهانه ساده ۱۲ متر نشان داده شده در شکل (۵-۱۳) الف- در اثر عبور یک تانک ارتشی ۷۵ تنی استاندارد با استفاده از روش گورین .



شکل (۵-۱۳) الف - مقطع عرضی پل .

حل :

مقطع عرضی بارگذاری شده در شکل (۵-۱۳) ب نشان داده شده است .



شکل (۵-۱۳) ب - بارگذاری عرضی .



بارگذاری طولی برای لنگر و برش حداکثر

$$R = 20 \times 9.81 = 196.2 \text{ KN/m}$$

$$n = 5$$

$$e = 1.3 + 0.5 + 2.9 = 4.7 \text{ m}$$

$$x_1 = 2 \times 2.9 = 5.8 \text{ m} , x_2 = 2.9 \text{ m} , x_3 = 0 , x_4 = 2.9 \text{ m} , x_5 = 5.8 \text{ m}$$

$$\sum x_i^2 = 2(5.8^2 + 2.9^2) = 84.1$$

$$R_1 = \frac{196.2}{5} \left[ 1 + \left( \frac{5 \times 4.7}{84.1} \right) (5.8) \right] = 102.836 \text{ KN/m / تیر}$$

$$= 10.483 \text{ t/m/ تیر}$$

$$V_{\max.} = \frac{102.836 \times 3.5 \times \left(8.5 + \frac{3.5}{2}\right)}{12} = 307.437 \text{ KN / تیر}$$

$$= 31.339 \text{ t/m}$$

$$M_{\max} = \frac{1017.872 \times 102.836}{113.491} = 922.310 \text{ KN.m / تیر}$$

$$= 94.017 \text{ t.m / تیر}$$

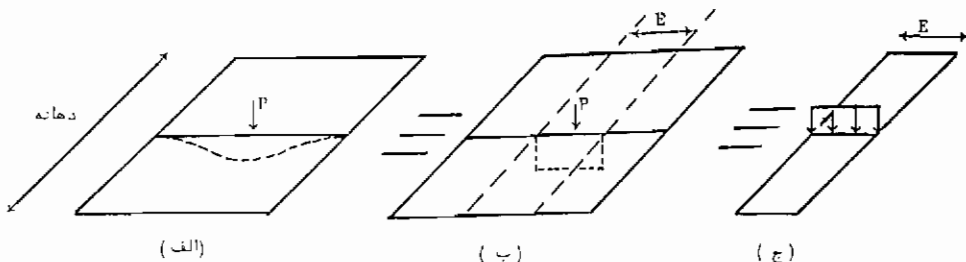
#### ۵ - ۴ روش آئین نامه آشتو

#### الف - دال تخت توپیر

در عبورگاه دال تخت زمانی که یک چرخ وسیله سنگین از روی آن عبور کند دال در محل و اطراف اعمال بار متمرکز تغییر شکل بشغاب مانند‌ی را ایجاد می‌کند. این فرورفتگی همراه با حرکت بار متمرکز در جهت طولی یا عرضی نیز جابجا می‌شود. بنابراین نوار یا نوارهای مجاور محل اعمال بار متمرکز تغییر شکل داده بدون اینکه بار مستقیماً به آن نقطه وارد شود. در آئین نامه آشتو با استفاده از عرض مؤثر  $E$  بار متمرکز پخش می‌گردد. رابطه برای دالهای بتنی که میلگردهای اصلی آنها در جهت دهانه پل می‌باشد از رابطه زیر بدست می‌آید، شکل (۵ - ۱۴) الف، ب و ج.

$$E = 1.22 + 0.06 S \leq 2.1 \text{ m}$$

که در این رابطه  $S$  طول دهانه پل برحسب متر می‌باشد.



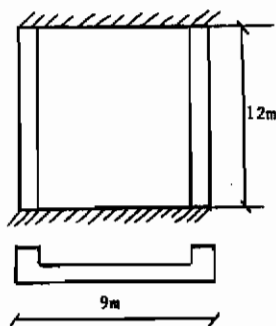
شکل (۵ - ۱۴) - (الف) تغییر شکل واقعی (ب) تغییر شکل متوسط (ج) بار

به شدت  $\frac{P}{E}$

برای محاسبه لنگر خمشی و نیروی برشی حاصل از بار کامیون بر نواری از عبورگاه به عرض یک متر باید باریک ردیف چرخ را بر  $E$  تقسیم کرد. اگر بار دو ردیف چرخ و یا کل کامیون در نظر گرفته شود باید آن بار بر  $2E$  تقسیم گردد. و اگر بار وارده بار خطی معادل باشد در این صورت نیز این بار در پهنای  $2E$  توزیع می‌گردد.

مثال:

عبورگاهی بدانه ساده ساخته شده از دال تخت توپر مطابق شکل (۵-۱۵ الف) مفروض است لنگر حداکثر مطلق را برای نواری به عرض واحد از دال در اثر باریک کامیون  $20- HS$  به روش آئین نامه آشتو حساب کنید.



شکل (۵-۱۵) الف پلان عبورگاه

حل:

ابتدا عرض مؤثر را حساب می‌کنیم.

$$E = 1.22 + 0.06 S \leq 2.1 \quad m \quad S = 12m$$

$$E = 1.22 + 0.06 \times 12 = 1.94 < 2.1 \quad O.K.$$

برای محاسبه بار پخش شده هر چرخ از یک ردیف چرخ کامیون، باید بار آن چرخ بر  $E$  تقسیم گردد.

$$P = 0.1W \quad \text{بار یک چرخ جلو}$$

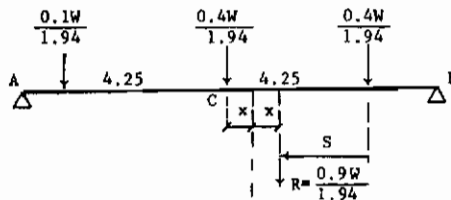
$$P' = \frac{0.1W}{E} = \frac{0.1W}{1.94} \quad \text{پس از پخش خواهیم داشت:}$$



بار یک چرخ میانی یا عقب  $p = 0.4 W$

$$p' = \frac{0.4 W}{E} = \frac{0.4 W}{1.94}$$

اکنون نواری به عرض یک متر از دال جهت ایجاد لنگر خمشی حداکثر مطلق باید مطابق شکل (۵-۱۵) بارگذاری شود.



شکل (۵-۱۵) ب بارگذاری طولی

$$\left(\frac{0.5W}{1.94}\right)(S) = \left(\frac{0.4W}{1.94}\right)(4.25) + \left(\frac{0.1W}{1.94}\right)(8.50)$$

$$0.9S = (4.25)(0.4 + 0.2)$$

$$S = 2.833 \text{ m}$$

$$S + 2x = 4.25$$

$$2x = 1.417$$

$$x = 0.708 \text{ m}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_{By} = \frac{\left(\frac{0.9W}{1.94}\right)(6+0.708)}{12} = 0.2593 W$$

$$M_c = R_{By}(6+0.708) - \left(\frac{0.4W}{1.94}\right)(4.25)$$

$$M_c = \frac{(0.9W)(6.708)^2}{1.94 \times 12} - \frac{(0.4W)(4.25)}{1.94} = 0.8633 W$$

$$M_{\max. L} = 153.667 \text{ KN.m/m}$$

ضریب ضربه بار زنده استاندارد طبق آیین نامه آشتو برابراست.

$$I = \frac{15}{L + 38} = 0.3$$

$$M_{\max(L+I)} = 1.3 \times 153.667 = 199.767 \text{ KN.m/m}$$

ب - دال و تیر:

طبق این آئین نامه سهم هریک از تیرهای اصلی طولی بصورت کسری از باریک ردیف چرخ کامیون (مطابق جدول ۵-۱) بیان شده است. هرگاه این کسر در باریک ردیف چرخ کامیون ضرب گردد نتیجه را می توان برای محاسبه نیروی برشی و لنگر خمشی بطور یکسان بکار برد. فقط باید توجه شود که اگر بار چرخ بر روی تکیه گاه و یا نزدیک آن قرار گیرد فقط برای محاسبه نیروی برشی، توزیع عرضی آن بار چرخ در نظر گرفته نمی شود.

سیستم عبورگاه	یک خط تیرهای	دو یا چند خط تیرهای
	کسری از بار ردیف چرخ که با ضرایب وارد می شود	کسری از بار ردیف چرخ که با ضرایب وارد می شود
دال بتی در روی ضایحه های بتی پیش تنیده (از هر نوع) با $I$ لژی	$\frac{S}{2/13} (S_{\max} = 2M) \circ$	$\frac{S}{1/68} (S_{\max} = 2/13M) \circ$
دال بتی در روی ضایحه های بتی T	$\frac{S}{1/18} (S_{\max} = 1/18M) \circ$	$\frac{S}{1/17} (S_{\max} = 2M) \circ$
دال بتی در روی ضایحه های چوبی بتی	$\frac{S}{2/22} (S_{\max} = 2/17M) \circ$	$\frac{S}{2/13} (S_{\max} = 2/13M) \circ$

اگر  $S > S_{\max}$  گردد در این صورت با فرض دهانه ساده باید حل گردد.

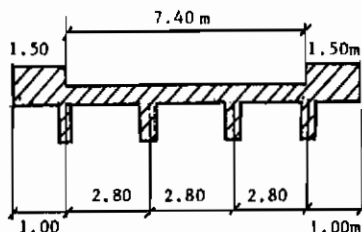
#### جدول (۵ - ۱)

سهم تیرهای اصلی طولی خارجی (کناری) را با فرض اتصال ساده بین دال و تیر طولی می توان حساب کرد. در این صورت باید توجه شود که ظرفیت باربری این تیرها نباید کمتر از تیرهای طولی اصلی داخلی باشد. برای اطلاعات بیشتر به آئین نامه آشتو مراجعه شود.

مثال ۱:

در عبورگاه شکل (۵-۱۶) الف مطلوبست نمایش ترسیمه های بارگذاری یکی از تیرهای

طولی داخلی برای محاسبه لنگر خمشی حداکثر مطلق و نیز نیروی برشی حداکثر. عبورگاه  
به دهانه ساده ۲۰ m فرض گردد و بار وارده کامیون HS 20 می باشد.



شکل (۵-۱۶ الف) مقطع عرضی عبورگاه

حل:

نتایج در شکلهای (۵-۱۶) ب و ج نشان داده شده است.

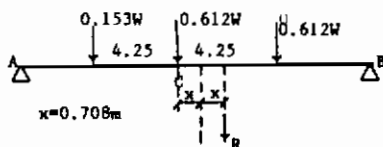
دال بر روی شاهتیرهای بتنی T:

$$S = 2.8\text{m} < S_{\text{max.}} = 3.00\text{m}$$

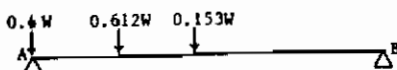
$$\text{کسر} \rightarrow \text{دو خط عبور} = \frac{S}{1.83} = \frac{2.80}{1.83} = 1.53$$

$$\text{بار وارد از چرخ جلو } P' = (0.1W) \times 1.53 = 0.153W, \quad W = 178\text{ KN}$$

$$\text{بار وارد از چرخ میانی یا عقب } P' = (0.4W) \times 1.53 = 0.612W$$



شکل (۵-۱۶) ب ترسیمه بارگذاری یک تیر طولی داخلی برای محاسبه  $M_{x\text{max.}}$



شکل (۵-۱۶) ج ترسیمه بارگذاری یک تیر طولی داخلی برای محاسبه  $V_{\text{max.}}$

توجه که در شکل آخر ترسیمه<sup>۱</sup> بارگذاری با استفاده از خط تأثیر برش حاصل گردیده است این ترسیمه<sup>۲</sup> ، برش حداکثر مثبت را که در تکیه‌گاه A می‌باشد نتیجه می‌شود. بار چرخ عقب (W/۴) که در روی تکیه‌گاه A قرار دارد بدون پخش عرضی در نظر گرفته شده است .

۵ - ۵ - روش تشابه‌سازی عبورگاه به یک صفحه<sup>۳</sup> معادل (ماسوننت<sup>۲</sup> ، موریس و لیتل<sup>۱</sup>)

این روش مبتنی بر مطالعه<sup>۴</sup> یک سیستم معادل الاستیک می‌باشد که از جانشین‌گردن سختی تعدادی تیر با یک سیستم گسترده<sup>۵</sup> بکنواخت با سختی کلی یکسان بدست می‌آید. در این روش فرض کلی بر آنست که پروفیل عرضی این دال معادل در اثر هر نوع بار متمرکز اعمال شده به هر نقطه از طول دهانه دارای شکل ثابتی باشد . این بدان معنی است که یک سری ضرایب محاسباتی برای بیان منحنی تغییر شکل یافته مقطع عرضی بکار برده می‌شود و پروفیل تغییر شکل یافته طولی و لنگر خمشی برای هر نقطه از عرض پل مشابهند .

کاربرد تئوری صفحه<sup>۶</sup> ارتوتروپیک (ضمیمه<sup>۷</sup> یک) برای تحلیل عبورگاه بتنی با دهانه<sup>۸</sup> ساده اولین بار توسط شخصی بنام موریس و لیتل ارائه گردید . منحنی‌های آماده جهت اثرات بار متمرکز بر روی عبورگاه تهیه شده که با استفاده از آنها می‌توان لنگر خمشی طولی و عرضی در عبورگاه را محاسبه کرد . برنامه‌های کامپیوتری نیز براساس این روش وجود دارد که جهت دقت و سرعت بخشیدن به محاسبات بکار برده می‌شوند .

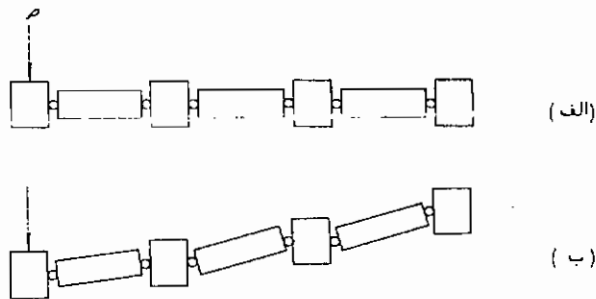
اگرچه از نظر تئوری این روش به تحلیل انواع عبورگاههای قائم و دهانه ساده شامل دال تخت توپر، دال حفره‌ای و سیستم دال و تیر با مقطع مربع مستطیل محدود می‌گردد ، اما عملاً<sup>۹</sup> با ترمیمات لازم می‌توان عبورگاه مورب با زاویه<sup>۱۰</sup> کمتر از ۲۰° و همچنین عبورگاه معتد را با این روش تحلیل کرد . حتی در مواقعی که این روش قابل اجرا نباشد استفاده از این روش جهت محاسبات مقدماتی مناسب خواهد بود .

نمودارهایی که برای ضرایب توزیع توسط موریس و لیتل تهیه شده است برای دو حالت حدی رفتار عبورگاهها بنام شبکه بدون پیچش و شبکه تمام پیچشی می‌باشد .

شبکه<sup>۱۱</sup> بدون پیچش شامل عبورگاههایی می‌شود که در آنها پخش بار به کمک مقاومت برشی بوجود آمده در اتصالات بین اجزاء تشکیل دهنده<sup>۱۲</sup> عبورگاه انجام می‌شود (شکل ۵-۱۷ الف) و (۵-۱۷ ب) ، البته پخش بار توسط برش تنها وضعیت محدودی را برای بررسی رفتار سازه<sup>۱۳</sup> پل بیان می‌کند و این رفتار را به عنوان عملکرد یک سازه<sup>۱۴</sup> واقعی بتن مسلح و یا بتن پیش تنیده که در عمل بکار برده می‌شود نمی‌توان عمومیت داد . در این گونه سازه‌ها تیرهای

طولی و عرضی خود دارای مقداری مقاومت خمشی و برشی بوده و اتصالات آنها تا حدی مقاومتهای مربوطه را دارا می‌باشند.

در جهت بهبود کیفیت پخش بار وارده به کلیه اعضای مجاور آن بار، یک حد بالا را می‌توان فرض کرد که توسط رفتار یک دال تخت توپر ایزوتروپیک بیان می‌شود. دال تخت ایزوتروپیک شکل (۵-۱۸ الف) را که تحت اثر یک بار متمرکز می‌باشد در نظر می‌گیریم. پخش بار در این نوع عبورگاه خیلی بهتر از نوع عبورگاه شبکه بدون پیچش می‌باشد. تغییر شکل این دال در اثر بار متمرکز در شکل (۵-۱۸ ب) ملاحظه می‌گردد. با مقایسه با شبکه بدون پیچش در این نوع عبورگاه تغییر شکل بطرف بالا ایجاد نخواهد شد. پخش بار در یک دال تخت توپر توسط برش و پیچش انجام می‌گیرد. با استفاده از تئوری ارتجاعی ثابت می‌شود که یک دال تخت توپر ایزوتروپیک از نظر پخش بار متمرکز حداکثر ظرفیت را دارا می‌باشد. به این نوع عبورگاه اغلب دال تمام پیچشی نیز گفته می‌شود. البته پخش بار در پلهای واقعی به خوبی یک دال تمام پیچشی نمی‌باشد و معمولاً وضعیتی بین شبکه بدون پیچش و دال تمام پیچشی را دارد.



شکل (۵-۱۷)



شکل (۵-۱۸)

## ضریب پخش بار

نمودارها و جداول طرح براساس جوابهای حاصل از معادلات دیفرانسیل برای تغییر شکل  $w$  یک صفحه ارتوتروپیک (غیر ایزوتروپیک) می‌باشند.

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = P(x, y) \quad (1)$$

که  $x$  و  $y$  محورهای مختصات می‌باشند،  $P(x, y)$  بار گسترده وارده به صفحه، و  $w$  خیز (تغییر-شکل) می‌باشد.

$D_x$  سختی خمشی طولی در واحد عرض است ( $E I_x =$ )

$D_y$  " " عرضی " " دهانه است. ( $E I_y =$ )

$2H$  سختی پیچشی کل می‌باشد که: ( $VD_x =$ )

$$2H = 2\alpha (D_x D_y)^{\frac{1}{2}}$$

و

$$\alpha = \frac{D_{xy} + D_{yx} + D_1 + D_2}{2(D_x D_y)^{\frac{1}{2}}}$$

$D_{xy}$  سختی پیچشی طولی در واحد عرض است ( $G I_{10} =$ )

$D_{yx}$  " " عرضی " " دهانه است ( $G I_{j0} =$ )

$D_1$  سختی کوپلی در واحد عرض می‌باشد ( $VD_x =$ )

$D_2$  " " دهانه " " ( $VD_y =$ )

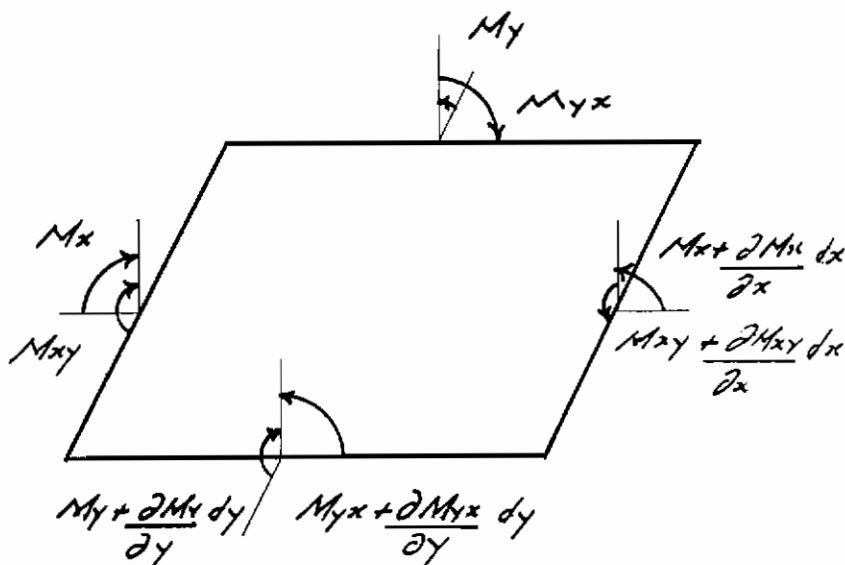
در روش ماسونت برای عبورگاه تمام پیچشی (حد بالا) مقدار  $\alpha = 1$  فرض کرده و از مقادیر  $D_1$  و  $D_2$  صرف‌نظر می‌شود.

معادله (۱) با استفاده از معادله تعادل یک جزء صفحه (معادله ۲) بدست می‌آید.

مراجعه شود به ضمیمه ۱ (شکل ۵-۱۹).

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -P \quad (2)$$

که  $P$  شدت بار می‌باشد.



شکل (۵-۱۹) تعادل یک جزء صفحه

با استفاده از یک سری ریاضی که بیانگر تغییر شکل می باشد ماسونت جوابی بصورت زیر را ارائه داد .

$$\omega = K_1 \omega_1 + K_2 \omega_2 + \dots + K_m \omega_m \quad (۳)$$

تغییر شکل متوسطه عبارت است از:  $\omega_{\text{mean}} = \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_m$

برای محاسبه تغییر شکل  $\omega$  و یا لنگر خمشی طولی  $M_x$  مقدار ضریب پخش عرضی بار  $K$  حاصل از اولین جمله سری تغییر شکل بکار برده می شود یعنی:

$$K = \frac{\omega}{\omega_{\text{mean}}} \quad (۴)$$

$$\omega_{\text{max}} = K \times \omega_{\text{mean}}$$

افزایش دلخواه ده درصد جهت اثرات ضریب پواسیون و نحوه محاسبه  $K$  برای محاسبه لنگر خمشی طولی در نظر گرفته می شود یعنی:

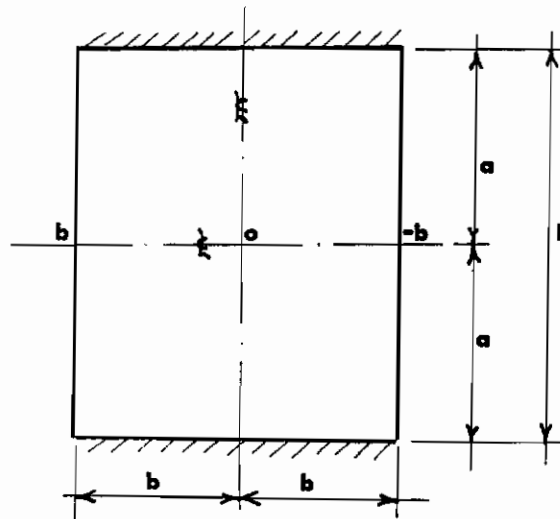
$$M_x = 1.1 K M_x(\text{mean}) \quad (۵)$$

مقادیر  $K$  بستگی به مقدار  $\alpha$  در دو حد بالا  $\alpha = 1$  و حد پائین  $\alpha = 0$  و نیز نقاطی بنام نقاط مرجع ( $y$ ) و محل اعمال بار ( $e$ ) دارد که برحسب این پارامترها بصورت نمودارها و یا جداولی وجود دارند با  $\alpha = 1 (K_1)$  و  $\alpha = 0 (K_0)$  (جدول ۲-۵). برای تعیین نقاط مرجع کل عرض عبورگاه (در دالها) به هشت قسمت مساوی تقسیم می‌شود (شکل ۲۰-۵) و نقاط عبارتند از:

$$-b, -\frac{3b}{4}, -\frac{b}{2}, -\frac{b}{4}, 0, \frac{b}{4}, \frac{b}{2}, \frac{3b}{4}, b$$

برای  $\alpha$  بین ۰ و ۱ فرمول انترپوله زیر بکار برده می‌شود.

$$K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \alpha \frac{1}{2}$$



شکل (۲۰-۵) پلان عبورگاه

مقدار  $K$  در ارتباط با دو پارامتر زیر می‌باشد.

$$\theta = \frac{b}{2a} \left[ \frac{i}{j} \right]^{\frac{1}{4}}$$

پارامتر خمشی<sup>۴</sup>

$$\alpha = \frac{G}{2E} \frac{(i_0 + j_0)}{(ij)^2}$$

و پارامتر پیچشی<sup>۵</sup>



$$G = \frac{E}{2(1+\gamma)} \approx \frac{E}{2} \quad \nu \approx 0 \quad \text{برای بتن ضریب پواسیون}$$

$$\frac{G}{2E} \approx \frac{1}{4} \quad \text{پس با تقریب داریم:}$$

$b$  = نصف عرض صفحه ارتوتروپیک معادل عبورگاه

$2a$  = طول دهانه مؤثر عبورگاه

$i$  = معان اینرسی خمشی برای عرض واحد از مقطع عرضی عبورگاه

$j$  = " " " " " طول " " طولی "

$i_o$  = معان اینرسی پیچشی برای عرض واحد از مقطع عرضی عبورگاه

$j_o$  = " " " " " طول " " طولی "

$G$  = ضریب ارتجاعی برشی مصالح عبورگاه

$L$  = مصالح عبورگاه

جدول تئوری صفحه ارتوتروپیک؛ ضرایب پخش عرضی

علائم:

$\theta$  = پارامتر خمشی

$K_1$  = ضریب پخش برای  $\alpha = 1$

$K_0$  = ضریب پخش برای  $\alpha = 0$

$e$  = خروج از مرکز بار

$y$  = ایستگاه مرجع

K

ye→	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
$\theta = 0.10 K_0$									
	Table 1/2								
0	+0.9993	+0.9997	+1.0001	+1.0004	+1.0005	+1.0004	+1.0001	+1.0001	+0.9993
b/4	+0.2495	+0.4373	+0.6250	+0.8127	+1.0004	+1.1878	+1.3751	+1.5622	+1.7493
b/2	-0.5000	-0.1250	+0.2500	+0.6250	+1.0001	+1.3751	+1.7501	+2.1249	+2.4998
3b/4	-1.2495	-0.6873	-0.1250	+0.4373	+0.9997	+1.5622	+2.1249	+2.6877	+3.2505
b	-1.9989	-1.2495	-0.5000	+0.2495	+0.9993	+1.7493	+2.4998	+3.2505	+4.0015
$K_1$									
0	+0.9993	+0.9997	+1.0001	+1.0003	+1.0005	+1.0003	+1.0001	+0.9997	+0.9993
b/4	+0.8873	+0.9906	+0.9938	+0.9971	+1.0003	+1.0034	+1.0063	+1.0090	+1.0116
b/2	+0.8758	+0.9816	+0.9877	+0.9938	+1.0000	+1.0063	+1.0124	+1.0183	+1.0241
3b/4	+0.9841	+0.9728	+0.9816	+0.9908	+0.9997	+1.0090	+1.0183	+1.0276	+1.0309
b	+0.9527	+0.9641	+0.9758	+0.9873	+0.9993	+1.0118	+1.0241	+1.0369	+1.0498
$\theta = 0.20 K_0$									
	Table 1/4								
0	+0.9884	+0.9948	+1.0009	+1.0057	+1.0078	+1.0057	+1.0009	+0.9948	+0.9884
b/4	+0.2421	+0.4336	+0.6251	+0.8160	+1.0057	+1.1929	+1.3767	+1.5583	+1.7394
b/2	-0.5008	-0.1257	+0.2495	+0.6251	+1.0009	+1.3767	+1.7514	+2.1242	+2.4861
3b/4	-1.2418	-0.6839	-0.1257	+0.4336	+0.9043	+1.5583	+2.1242	+2.8913	+3.2581
b	-1.9823	-1.2418	-0.5008	+0.2421	+0.8884	+1.7394	+2.4961	+3.2581	+4.0236
$K_1$									
0	+0.8912	+0.9860	+1.0006	+1.0044	+1.0061	+1.0044	+1.0006	+0.9860	+0.8912
b/4	+0.9488	+0.9810	+0.9755	+0.9902	+1.0044	+1.0187	+1.0257	+1.0328	+1.0392
b/2	+0.0058	+0.9281	+0.9513	+0.9755	+1.0006	+1.0257	+1.0498	+1.0708	+1.0908
3b/4	+0.8674	+0.8972	+0.9281	+0.9610	+0.9960	+1.0328	+1.0708	+1.1086	+1.1449
b	+0.8305	+0.8674	+0.9058	+0.9468	+0.9912	+1.0392	+1.0906	+1.1449	+1.2009
$\theta = 0.30 K_0$									
	Table 1/6								
0	+0.9423	+0.9742	+1.0044	+1.0283	+1.0385	+1.0283	+1.0044	+0.9742	+0.9423
b/4	+0.2108	+0.4183	+0.6252	+0.8298	+1.0283	+1.2146	+1.3833	+1.5419	+1.6975
b/2	-0.5038	-0.1284	+0.2477	+0.6252	+1.0044	+1.3833	+1.7572	+2.1201	+2.4805
3b/4	-1.2085	-0.6698	-0.1284	+0.4183	+0.9742	+1.5419	+2.1209	+2.7062	+3.2901
b	-1.9123	-1.2095	-0.5038	+0.2109	+0.9428	+1.6975	+2.4805	+3.2901	+4.1177
$\theta = 0.30 K_1$									
0	+0.9664	+0.9840	+1.0018	+1.0173	+1.0244	+1.0173	+1.0018	+0.9840	+0.9664
b/4	+0.8776	+0.9104	+0.9453	+0.9820	+1.0173	+1.0451	+1.0591	+1.0652	+1.0689
b/2	+0.8012	+0.8453	+0.8929	+0.9453	+1.0018	+1.0591	+1.1108	+1.1508	+1.1849
3b/4	+0.7345	+0.7876	+0.8453	+0.9104	+0.9840	+1.0652	+1.1508	+1.2351	+1.3126
b	+0.6733	+0.7345	+0.8012	+0.8776	+0.9664	+1.0689	+1.1849	+1.3126	+1.4474
$\theta = 0.40 K_0$									
	Table 1/8								
0	+0.8273	+0.9225	+1.0129	+1.0851	+1.1160	+1.0851	+1.0129	+0.9225	+0.8273
b/4	+0.1337	+0.3800	+0.6250	+0.8637	+1.0851	+1.2696	+1.4005	+1.5005	+1.5916
b/2	-0.5106	-0.1350	+0.2426	+0.6250	+1.0129	+1.4005	+1.7725	+2.1128	+2.4400
3b/4	-1.1286	-0.6344	-0.1350	+0.3800	+0.9225	+1.5005	+2.1128	+2.7438	+3.3702
b	-1.7381	-1.1286	-0.5106	+0.1337	+0.8273	+1.5916	+2.4400	+3.3702	+4.3560

جدول (۵ - ۲) ضرایب پخش بار

K

ye →	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
	K <sub>1</sub>				Table I/8 contd.				
0	+0.9220	+0.9613	+1.0030	+1.0414	+1.0601	+1.0414	+1.0030	+0.9613	+0.9220
b/4	+0.7862	+0.8420	+0.9043	+0.9733	+1.0414	+1.0914	+1.1051	+1.0994	+1.0893
b/2	+0.6778	+0.7429	+0.8171	+0.9043	+1.0030	+1.1051	+1.1931	+1.2489	+1.2893
3b/4	+0.5903	+0.6613	+0.7429	+0.8420	+0.9813	+1.0994	+1.2489	+1.3940	+1.5188
b	+0.5148	+0.5903	+0.6778	+0.7862	+0.9220	+1.0893	+1.2880	+1.5188	+1.7880
	ν = 0.50 K <sub>0</sub>				Table I/10				
0	+0.6203	+0.8288	+1.0273	+1.1877	+1.2575	+1.1877	+1.0273	+0.8288	+0.6203
b/4	-0.0021	+0.3111	+0.6223	+0.9226	+1.1877	+1.3721	+1.4338	+1.4250	+1.3908
b/2	-0.5198	-0.1406	+0.2317	+0.6223	+1.0273	+1.4336	+1.8038	+2.0981	+2.3613
3b/4	-0.9828	-0.5703	-0.1466	+0.3111	+0.8288	+1.4250	+2.0981	+2.8125	+3.5140
b	-1.4286	-0.9228	-0.5198	-0.0021	+0.6203	+1.3968	+2.3613	+3.5140	+4.7981
	K <sub>1</sub>				Table I/12				
0	+0.8609	+0.8276	+1.0028	+1.0767	+1.1146	+1.0767	+1.0028	+0.8276	+0.8609
b/4	+0.6834	+0.7617	+0.8547	+0.9642	+1.0767	+1.1557	+1.1603	+1.1293	+1.0937
b/2	+0.5516	+0.8026	+0.7308	+0.8547	+1.0028	+1.1603	-1.2911	+1.3544	+1.3876
3b/4	+0.4538	+0.5340	+0.6326	+0.7617	+0.9276	+1.1293	+1.3544	+1.5704	+1.7409
b	+0.3751	+0.4538	+0.5516	+0.6834	+0.8609	+1.0907	+1.3876	+1.7409	+2.1362
	ν = 0.60 K <sub>0</sub>				Table I/14				
0	+0.3347	+0.6968	+1.0447	+1.3316	+1.4594	+1.3316	+1.1447	+0.6968	+0.3347
b/4	-0.1808	+0.2154	+0.6119	+0.9977	+1.3316	+1.5237	+1.4853	+1.3177	+1.1155
b/2	-0.5241	-0.1615	+0.2117	+0.6119	+1.0447	+1.4853	+1.8575	+2.0778	+2.2358
3b/4	-0.7808	-0.4806	-0.1615	+0.2154	+0.9968	+1.3177	+2.0778	+2.9106	+3.7122
b	-1.0112	-0.7808	-0.5241	-0.1808	+0.3347	+1.1155	+2.2358	+3.7122	+5.4480
	ν = 0.60 K <sub>1</sub>				Table I/14				
0	+0.7878	+0.8839	+0.9996	+1.1215	+1.1878	+1.1215	+0.9996	+0.8839	+0.7878
b/4	+0.5792	+0.6761	+0.7992	+0.9345	+1.1215	+1.2361	+1.2207	+1.1501	+1.0792
b/2	+0.4349	+0.5243	+0.6410	+0.7992	+0.9996	+1.2207	+1.3994	+1.4582	+1.4086
3b/4	+0.3362	+0.4171	+0.5243	+0.6761	+0.8839	+1.1501	+1.4582	+1.7516	+1.9607
b	+0.2627	+0.3362	+0.4349	+0.5792	+0.7878	+1.0792	+1.4686	+1.9607	+2.5312
	ν = 0.70 K <sub>0</sub>				Table I/14				
0	+0.0218	+0.5464	+1.0580	+1.4938	+1.6055	+1.4938	+1.0580	+0.5464	+0.0218
b/4	-0.3588	+0.1095	+0.5862	+1.0670	+1.4938	+1.7118	+1.5548	+1.1934	+0.7809
b/2	-0.5114	-0.1756	+0.1798	+0.5802	+1.0500	+1.5548	+1.9392	+2.0554	+2.0618
3b/4	-0.5575	-0.3794	-0.1756	+0.1095	+0.5464	+1.1934	+2.0554	+3.0254	+3.9282
b	-0.5733	-0.5575	-0.5114	-0.3588	+0.0218	+0.7809	+2.0618	+3.9282	+6.2464
	K <sub>1</sub>				Table I/16				
0	+0.7080	+0.8319	+0.9023	+1.1737	+1.2783	+1.1737	+0.9923	+0.8319	+0.7080
b/4	+0.4808	+0.5905	+0.7407	+0.9437	+1.1737	+1.3307	+1.2824	+1.1589	+1.0461
b/2	+0.3342	+0.4253	+0.5535	+0.7407	+0.9923	+1.2824	+1.5134	+1.5539	+1.5262
3b/4	+0.2417	+0.3171	+0.4253	+0.5905	+0.8319	+1.1589	+1.5539	+1.9305	+2.1668
b	+0.1782	+0.2417	+0.3342	+0.4808	+0.7080	+1.0461	+1.5262	+2.1668	+2.9395
	ν = 0.80 K <sub>0</sub>				Table I/16				
0	-0.2595	+0.4010	+1.0595	+1.6478	+1.9348	+1.6478	+1.0595	+0.4010	-0.2595
b/4	-0.4898	+0.0123	+0.5394	+1.1076	+1.6478	+1.9191	+1.6383	+1.0694	+0.4362
b/2	-0.4719	-0.1844	+0.3348	+0.5394	+1.0595	+1.6383	+2.0526	+2.0353	+1.8428
3b/4	-0.3530	-0.2834	-0.1844	+0.0123	+0.4010	+1.0694	+2.0353	+3.1419	+4.1195
b	-0.2094	0.3530	0.4719	-0.4898	-0.2595	+0.4362	+1.8428	+4.1195	+7.1154

K

ye→ ↓	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
	Table 1/16 contd.								
	K <sub>1</sub>								
0	+0.8250	+0.7738	+0.9802	+1.2308	+1.3841	+1.2308	+0.9802	+0.7738	+0.6259
b/4	+0.3923	+0.5089	+0.8812	+0.9313	+1.2308	+1.4371	+1.3426	+1.1547	+0.9871
b/2	+0.2516	+0.3389	+0.4720	+0.8812	+0.9602	+1.3426	+1.8305	+1.8381	+1.5588
3b/4	+0.1695	+0.2358	+0.3389	+0.5089	+0.7738	+1.1547	+1.6381	+2.1023	+2.3534
b	+0.1177	+0.1695	+0.2516	+0.3923	+0.6259	+0.9971	+1.5588	+2.3534	+3.3539
	Table 1/18								
	θ = 0.90 K <sub>0</sub>								
0	-0.4715	+0.2749	+1.0436	+1.7771	+2.1592	+1.7771	+1.0436	+0.2749	-0.4715
b/4	-0.5493	-0.0646	+0.4700	+1.1070	+1.7771	+2.1334	+1.7309	+0.9565	+0.1129
b/2	-0.4042	-0.1851	+0.0792	+0.4700	+1.0436	+1.7309	+2.1980	+2.0203	+1.5843
3b/4	-0.1919	-0.2028	-0.1851	-0.0646	+0.2749	+0.9565	+2.0203	+3.2519	+4.2579
b	+0.0299	-0.1919	-0.4042	-0.5493	-0.4715	+0.1129	+1.5843	+4.2579	+8.0034
	Table 1/20								
	θ = 0.90 K <sub>1</sub>								
0	+0.5452	+0.7119	+0.8631	+1.2903	+1.5028	+1.2903	+0.8631	+0.7119	+0.5452
b/4	+0.3155	+0.4335	+0.6224	+0.9184	+1.2903	+1.5534	+1.3996	+1.1380	+0.9359
b/2	+0.1884	+0.2683	+0.3987	+0.6224	+0.9631	+1.3996	+1.7493	+1.7094	+1.5677
3b/4	+0.1166	+0.1722	+0.2683	+0.4335	+0.7119	+1.1380	+1.7094	+2.2658	+2.5180
b	+0.0762	+0.1166	+0.1864	+0.3155	+0.5452	+0.9359	+1.5677	+2.5180	+3.7710
	Table 1/21								
	θ = 1.00 K <sub>0</sub>								
0	-0.6044	+0.1715	+1.0080	+1.8775	+2.3663	+1.8775	+1.0080	+0.1715	-0.6044
b/4	-0.5391	-0.1183	+0.3824	+1.0658	+1.8775	+2.3492	+1.8265	+0.8567	-0.1726
b/2	-0.3161	-0.1774	+0.0184	+0.3824	+1.0080	+1.8265	+2.3729	+2.0116	+1.2940
3b/4	-0.0796	-0.1402	-0.1774	-0.1183	+0.1715	+0.8567	+2.0116	+3.3546	+4.3335
b	+0.1460	-0.0796	-0.3161	-0.5391	-0.6044	-0.1726	+1.2940	+4.3335	+8.8915
	K <sub>1</sub>								
0	+0.4688	+0.6482	+0.9410	+1.3499	+1.6320	+1.3499	+0.9410	+0.6482	+0.4688
b/4	+0.2506	+0.3657	+0.5852	+0.8985	+1.3499	+1.6081	+1.4523	+1.1105	+0.8667
b/2	+0.1363	+0.2070	+0.3342	+0.5652	+0.8985	+1.4523	+1.8696	+1.7879	+1.5557
3b/4	+0.0789	+0.1240	+0.2070	+0.3656	+0.6482	+1.1105	+1.7879	+2.4213	+2.6805
b	+0.0484	+0.0789	+0.1363	+0.2506	+0.4688	+0.8667	+1.5557	+2.6805	+4.1892
	Table 1/22								
	θ = 1.10 K <sub>0</sub>								
0	-0.8652	+0.0880	+0.9531	+1.9518	+2.5621	+1.9518	+0.9531	+0.0880	-0.8652
b/4	-0.4770	-0.1515	+0.2842	+0.9925	+1.9518	+2.5643	+1.9180	+0.7675	-0.4129
b/2	-0.2209	-0.1626	-0.0403	+0.2842	+0.9531	+1.9180	+2.5717	+2.0089	+0.9824
3b/4	-0.0097	-0.0936	-0.1626	-0.1515	+0.0880	+0.7875	+2.0089	+3.4539	+4.3474
b	+0.1709	-0.0097	-0.2209	-0.4770	-0.8652	-0.4129	+0.9824	+4.3474	+9.7780
	K <sub>1</sub>								
0	+0.3985	+0.5846	+0.9142	+0.4075	+1.7891	+1.4075	+0.9142	+0.5846	+0.3985
b/4	+0.1989	+0.3055	+0.5103	+0.8771	+1.4075	+1.8095	+1.5003	+1.0740	+0.7931
b/2	+0.0985	+0.1593	+0.2783	+0.5103	+0.9142	+1.5003	+1.9915	+1.8145	+1.5263
3b/4	+0.0527	+0.0882	+0.1593	+0.3055	+0.5846	+1.0740	+1.8145	+2.5695	+2.7813
b	+0.0303	+0.0527	+0.0985	+0.1989	+0.3985	+0.7831	+1.5283	+2.7813	+4.6078

ادامه جدول (۵ - ۲) قسمت سوم

y <sub>e</sub> →	X								
	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
$\nu = 1.20 K_0$									Table I/22
0	-0.6877	+0.0199	+0.8805	+2.0050	+2.7541	+2.0050	+0.8805	+0.0199	-0.6877
b/4	-0.3856	-0.1685	+0.1841	+0.8977	+2.0050	+2.7777	+1.9987	+0.6851	-0.6038
b/2	-0.1417	-0.1424	-0.0900	+0.1841	+0.8805	+1.9987	+2.7878	+2.0114	+0.6820
3b/4	+0.0279	-0.0594	-0.1424	-0.1685	+0.0199	+0.6851	+2.0114	+3.5547	+4.3049
b	+0.1439	+0.0279	-0.1317	-0.3856	-0.6877	-0.6038	+0.6820	+4.3049	+10.6646
	$K_1$								
0	+0.3352	+0.5233	+0.8834	+1.4614	+1.9124	+1.4614	+0.8834	+0.5233	+0.3352
b/4	+0.1533	+0.2534	+0.4582	+0.8520	+1.4614	+1.9468	+1.5432	+1.0306	+0.7182
b/2	+0.0706	+0.1217	+0.2304	+0.458	+0.8834	+1.5432	+2.1156	+1.8501	+1.4827
3b/4	+0.0348	+0.0621	+0.1217	+0.2534	+0.5233	+1.0306	+1.8501	+2.7114	+2.8817
b	+0.0188	+0.0348	+0.0706	+0.1533	+0.3352	+0.7182	+1.4827	+2.8817	+5.0266

## ادامه جدول (۵-۲) قسمت چهارم

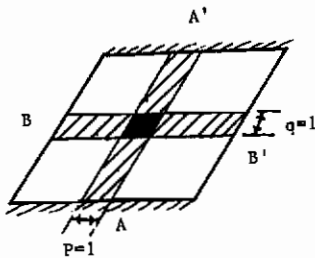
محاسبه  $\theta$  و  $\alpha$ محاسبه ضرایب خمشی  $\theta$  و پیچشی  $\alpha$  برای مقاطع عرضی متفاوت عبورگاههای بتنی

بقرار زیر است:

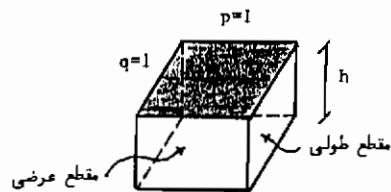
عبورگاه دال تخت توپیر

قطعه‌ای از دال تختی را مطابق شکل (۵-۲۱) با استفاده از تقاطع دو نوار هریک به

عرض واحد یکی نوار طولی AA' و دیگری نوار عرضی BB' در نظر می‌گیریم:



الف



ب

شکل (۵-۲۱)

$$i = \frac{I}{p} = \frac{1 \times h^3}{12} = \frac{h^3}{12}$$

برای مقطع عرضی

$$j = \frac{J}{q} = \frac{\frac{l \times h^3}{12}}{1} = \frac{h^3}{12}$$

و برای مقطع طولی

برای قسمتهایی از سازه که در جهت طولی و عرضی مشترک می‌باشند لازم است که تأثیر سختی پیچشی در هر جهت نصف گردد، در غیر این صورت قسمت مشترک در محاسبه سختی پیچشی مرکب  $G(i_o + j_o)$  دوبار بحساب آمده است.

برای یک مقطع به شکل مربع مستطیل به ابعاد  $x$  و  $y$ ، بطوریکه همواره  $x \geq y$  باشد، همان اینرسی پیچشی توسط رابطه  $\beta xy^3$  محاسبه می‌شود که مقدار  $\beta$  از جدول (۵-۳) زیر بدست می‌آید.

$\frac{x}{y}$	1.0	1.2	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	3.0	4.0	5.0	10.0	$\infty$
$\beta$	0.141	0.166	0.196	0.213	0.229	0.240	0.249	0.263	0.281	0.291	0.312	0.33

جدول (۵-۳)

اکنون برای شکل (۵-۲۱) ب برای مقاطع عرضی و طولی با فرض  $\beta = \frac{1}{3}$  خواهیم داشت:

$$i_o = \frac{I_o}{p} = \frac{\frac{\beta \times l \times h^3}{2}}{1} = \frac{h^3}{6}$$

مقطع عرضی

$$j_o = \frac{J_o}{q} = \frac{\frac{\beta \times l \times h^3}{2}}{1} = \frac{h^3}{6}$$

مقطع طولی

بنابراین برای یک دال تخت پارامتر خمشی و پیچشی بصورت زیر ساده می‌شوند:

$$\theta = \frac{b}{2a} \left[ \left( \frac{h^3}{12} \right) / \left( \frac{h^3}{12} \right) \right]^{\frac{1}{4}} = \frac{b}{2a}$$

$$\alpha = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{h^3}{6} + \frac{h^3}{6} \right) / \left( \frac{h^3}{12} \times \frac{h^3}{12} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = 1$$

## عبورگاه دال و تیر

برای یک عبورگاه دال و تیر بدون دیافراگم‌های میانی (تیرهای عرضی) مقدار  $\alpha$  به سمت صفر میل می‌کند و بنابراین ضرایب  $K_0$  بکار برده می‌شوند. در غیر اینصورت مقدار  $\alpha$  باید محاسبه گردد. برای مقطع مربع مستطیل ممان اینرسی پیچشی از رابطه  $\beta xy^3$  داده می‌شود، و برای مقاطع I یا T شکل ممان اینرسی مستطیل‌های تشکیل دهنده مقطع را جداگانه حساب کرده و نتیجه را باهم جمع می‌کنیم. بنابراین ممان اینرسی پیچشی این مقاطع از رابطه  $\Sigma \beta xy^3$  حاصل می‌گردد. در مقطع بسته مثلاً "قوطی یک خانه ممان اینرسی پیچشی از رابطه  $(4A^2/f \frac{ds}{t})$  محاسبه می‌گردد که A عبارت است از سطح مقطع بین محیط متوسط مقطع، ds جزئی از طول محیط و t ضخامت مقطع می‌باشند. بالاخره برای مقاطع قوطی چند خانه (شکل ۵-۲۲) ممان اینرسی پیچشی از رابطه  $(4A^2/f \frac{ds}{t} + \Sigma \beta xy^3)$  حاصل می‌گردد.



شکل (۵-۲۲)

در شکل (۵-۲۲) به‌عنوان مثال خواهیم داشت:

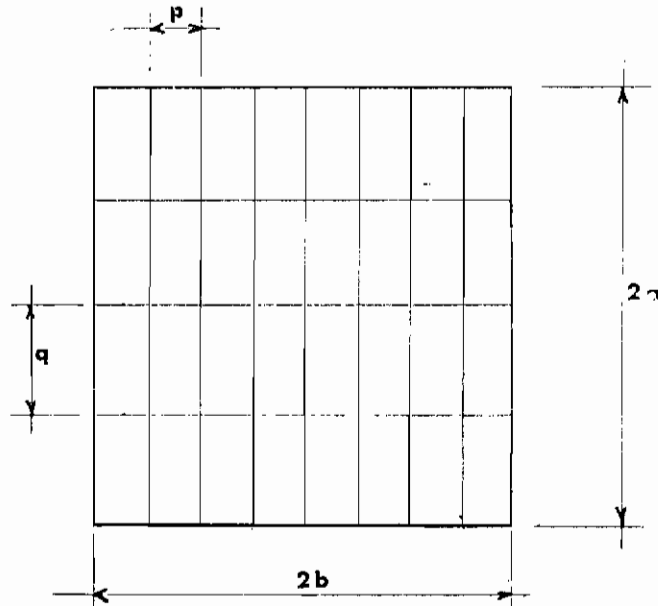
$$I_0 = (4A^2/f \frac{ds}{t}) + 2(\beta xy^3)$$

برای عبورگاهی متشکل از تیرهای طولی و عرضی با فواصل  $p$  و  $q$  مطابق شکل (۵-۲۳) سختیهای خمشی واحد عبارتند از:

$$i = \frac{I}{p} \quad , \quad i = \frac{J}{q}$$

$$i_0 = \frac{I_0}{p} \quad , \quad i_0 = \frac{J_0}{q}$$

و سختیهای پیچشی واحد برابرند با:



شکل (۵-۲۳)

سپس مقدار  $\theta$  و  $\alpha$  از روابط  $\theta = \frac{b}{2a} \left[ \frac{i}{j} \right]^{\frac{1}{4}}$  و  $\alpha = \frac{G}{2E} \left[ (i_o + j_o) / (ij)^{\frac{1}{2}} \right]$  حاصل می‌گردد.

در محاسبه  $\theta$  برای عبورگاه دال و تیر باید به‌این نکته توجه شود که کمیت  $b$  بنام نصف عرض مؤثر خوانده می‌شود که ممکن است با نصف عرض واقعی عبورگاه برابر نباشد. محاسبه  $2b$  مؤثر و در نتیجه  $b$  مؤثر را می‌توان از رابطه زیر تعیین کرد:

$$2b = n \cdot p \quad \text{فرمول تقریبی}$$

$$2b = (n-2)p + 2p \left( \frac{\text{ممان اینرسی تیر طولی کناری}}{\text{ممان اینرسی تیر طولی داخلی}} \right) \quad \text{فرمول دقیقتر}$$

که در رابطه بالا  $n$  تعدادی تیرهای طولی و  $p$  فاصله مرکز تا مرکز تیرهای طولی می‌باشند. محاسبه ضرایب پخش برای مقادیر  $\alpha \neq 0$  و  $\alpha \neq 1$  باید از طریق فرمول زیر انجام می‌پذیرد.

$$k_{\alpha} = K_o + (K_1 - K_o) \alpha^{\frac{1}{2}}$$



در بخش‌های بعدی محاسبه کمیتهای زیر، با استفاده از روش ماسونت، مورد بررسی قرار خواهد گرفت:

الف - محاسبه لنگر خمشی طولی  $M_x$

ب - محاسبه خیز  $w$

ج - محاسبه لنگر خمشی عرضی  $M_y$

د - محاسبه لنگر پیچشی  $M_{xy}$

ه - محاسبه نیروی برشی  $V_x$  و  $V_y$  و نیز عکس‌العملهای تکیه‌گاهی.

الف - محاسبه لنگر خمشی طولی حداکثر

لنگر خمشی طولی در عبورگاه دال تخت

مراحل تعیین  $M_{xmax}$  به ترتیب زیر می‌باشد:

- لنگر خمشی متوسط را  $M_{xmean}$ ، که عبارت است از لنگر خمشی ماکزیمم مطلق تمام بارها تقسیم بر عرض مؤثر عبورگاه، محاسبه گردد.

- مقدار  $\alpha = 1$  فرض کرده و مقدار  $\theta$  را از رابطه  $\theta = \frac{b}{2a}$  محاسبه می‌کنیم.

- با توجه به مقدار  $\alpha$  و  $\theta$  جدول خاص ضرایب پخش بار را از جدول کلی (۵-۲)

تعیین می‌کنیم. مثلاً اگر  $\theta = 0.5$  باشد باید از جدول  $\theta = 0.5k$  استفاده شود.

- عرض کل عبورگاه را به هشت قسمت مساوی تقسیم کرده و آنها را توسط سه نقطه استاندارد که نقطه سمت چپ  $b$  - و نقطه وسط  $o$  و نقطه سمت راست  $b$  نشان می‌دهیم.

- بارگذاری در نیمه عرضی سمت راست عبورگاه انجام می‌شود. باید توجه داشت که

هر چند بار به لبه عبورگاه نزدیکتر باشد لنگر خمشی طولی ایجاد شده بیشتر خواهد بود.

در این مرحله دو روش برای تعیین لنگر خمشی طولی حداکثر در دالهای تخت به‌قرار زیر پیشنهاد شده است:

روش ۱:

- محل برآیند بارهای عرضی را تعیین کرده و فرض می‌شود که این برآیند به‌نزدیکترین

نقطه استاندارد اعمال می‌شود و در این صورت محل بار که محل همان برآیند می‌باشد

معلوم است و با استفاده از جدول مربوطه مقدار  $K_{max}$  یادداشت می‌شود. سپس با رابطه زیر

مقدار لنگر خمشی ماکزیمم طولی محاسبه می‌شود.

$$M_{xmax} = 1.1 \times K_{max} \times M_{xmean}$$

باید توجه داشت که این  $M_{xmax}$  برای حالت خاص بارگذاری شده می باشد و حالات دیگر بارگذاری را نیز می توان بررسی کرد. ضمناً "لنگر بدست آمده بستگی دارد به اینکه  $M_{xmean}$  در چه مقطعی از طول دهانه تعیین شده باشد و لنگر خمشی حداکثر طولی بدست آمده در همان مقطع خواهد بود.

روش ۲ :

ادامه مراحل تعیین  $M_{xmax}$  در این روش به قرار زیر است :

- بارهای چرخ را که هر یک بار واحد فرض می گردد در مقطع عرضی عبورگاه با فرض دهانه ساده به نقاط استاندارد انتقال می دهیم یعنی سهم نقاط استاندارد را از بارهای واحد وارد بر عبورگاه حساب می کنیم. این ضرایب را ضرایب بار معادل نامند - ضرایب بار معادل  $\lambda$  برای هر نقطه از محل بار (نقاط استاندارد که سهم دارند) در ضرایب توزیع بار  $K_1$  همان نقاط استاندارد ضرب می شوند و مجموع آنها را برای هر نقطه مرجع بنام  $\sum \lambda K_1$  در جدول ثبت می کنیم. این کار را برای تمام نقاط مرجع تکرار کرده و نهایتاً "ستونی از  $\sum \lambda K_1$  بدست می آید. اکنون اگر مقدار ماکزیمم  $\sum \lambda K_1$  را که مربوط به یک نقطه مرجع خاصی خواهد بود در نظر بگیریم با تقسیم آن بر تعداد ردیف چرخ وارد به عبورگاه ضریب توزیع دقیقتری از روش بدست می آید که همانند آن روش می توان  $M_{xmax}$  را حساب کرد.

$$M_{xmax} = 1.1 \times \frac{(\sum \lambda K_1)_{max}}{\text{تعداد ردیف چرخ}} \times M_{xmean} \quad \text{بنابراین:}$$

در این روش دو کنترل را می توان بکار برد. اول اینکه مجموع ضرایب معادل بار در نقاط استاندارد باید برابر مجموع ردیف چرخها گردد، مثلاً برای دو کامیون ایران باید رابطه  $\sum \lambda = 4$  برقرار باشد. کنترل دوم در ستون  $\sum \lambda K_1$  می باشد بدین ترتیب که اگر مجموع این ستون برای تمام نقاط مرجع از  $b - ta + b$  حساب گردد این مجموع باید برابر با تعداد ردیف چرخ ضرب در تعداد نقاط استاندارد گردد، مثلاً برای دو کامیون ایران این مجموعه باید برابر با:

$$(\sum \lambda K_1) = 4 \times 9 = 36$$

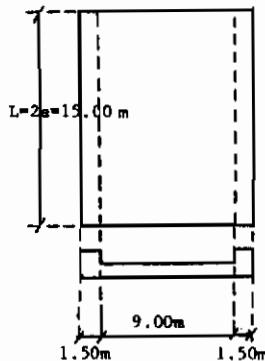
باشد.

لازم به یادآوری است که با توجه به جدول ضرایب عرضی پخش بار  $K$  (جدول ۵ - ۲) ملاحظه می گردد که اگر  $\alpha = 1$  باشد یعنی عبورگاه از نوع دال توپر باشد، در دهانه ساده هیچگونه لنگر منفی در دال ایجاد نخواهد گردید. اما برای عبورگاه دال و تیر که  $\alpha \neq 1$

می‌باشد امکان وجود اعداد  $K$  منفی و در نتیجه لنگر خمشی طولی منفی (حتی در دهانه ساده) در نقاطی از عبورگاه غیرممکن نمی‌باشد که از نظر طرح حائز اهمیت است. حداکثر لنگر خمشی طولی منفی را در هر مقطع می‌توان بصورت تقریبی برابر با ده درصد حداکثر لنگر خمشی طولی مثبت در آن مقطع فرض کرد.

مثال:

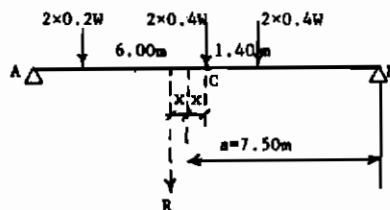
عبورگاهی ساخته شده از دال تخت توپر با دهانه ساده ۱۵ متر مطابق شکل (۵-۲۴) الف مفروض است مطلوبست محاسبه لنگر خمشی حداکثر مطلق در نواری به عرض یک متر از دال در اثر دو کامیون ۴۵ تنی ایران.



شکل (۵-۲۴) الف پلان و مقطع عرضی عبورگاه

حل:

روش ۱ - ابتدا با توجه به شکل (۵-۲۴) ب لنگر خمشی متوسط ( $M_{xmean}$ ) محاسبه می‌گردد.



شکل (۵-۲۴) ب - بارگذاری طولی عبورگاه با دو کامیون

$$x = 0.32 \text{ m}$$

$$\sum M_A = 0 \longrightarrow R_{By} = \frac{2w(a-x)}{2a}$$

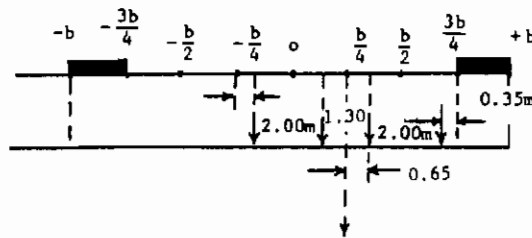
$$\frac{M_c}{2b} = M_{x_{\text{mean}}} = \frac{(R_{By})(a-x) - (2 \times 0.4W)(1.4)}{2b} = 0.4795 W$$

پارامترهای خمشی و پیچشی مقطع :

$$\theta = \frac{b}{2a} = \frac{6}{15} = 0.4$$

$$\alpha = 1$$

$$\frac{b}{4} = 1.5 \text{ m}$$



شکل (۵-۲۴) ج بارگذاری عرضی عبورگاه

توجه که فاصله حداقل اولین چرخ از لبه پهناده رو برابر با  $0.35$  متر طبق آیین نامه ایران فرض شده است .

با توجه به شکل (۵-۲۴) ج برآیند بارهای عرضی دقیقاً از نقطه استاندارد  $\frac{b}{4}$  عبور می کند. اکنون با مراجعه به جدول (۵-۲) قسمت  $K_1 = 0.4$  با توجه به معلوم بودن محل بار که  $e = +\frac{b}{4}$  می باشد می توان ضریب توزیع ماکزیمم را پیدا کرد. در این جدول برای نقطه مرجع  $y = +\frac{b}{2}$  مقدار  $K$  ماکزیمم است. یعنی لنگر خمشی زیر نقطه  $+\frac{b}{2}$  حداکثر خواهد بوده

$$\left| \begin{array}{l} e = +\frac{b}{4} \\ y = +\frac{b}{2} \end{array} \right. \rightarrow K_{\text{max.}} = +1.1051$$

پس داریم :

$$M_{x\max.} = 1.1 \times 1.1051 \times 0.4795 W$$

که در این فرمول  $W = 45 t$  و یا  $45 \times 9.81 \text{ KN}$  می باشد:

$$M_{x\max.} = 257.314 \quad \text{KN.m/ عرض m} \quad (\text{با روش تقریبی ۱})$$

حل با روش ۲:

با توجه به شکل (۴-۵) ج ضرایب معادل بار در نقاط استاندارد با فرض دهانه ساده دال بین نقاط استاندارد بقرار زیر تعیین می گردند. آنها که حساب نشده اند صفر می باشند.

$$\lambda + \frac{3b}{4} = \frac{(1.5 - 0.35)}{1.5} = 0.7667 = \lambda - \frac{b}{4}$$

$$\lambda + \frac{b}{2} = \frac{0.35}{1.5} + \frac{0.65}{1.5} = 0.6667 = \lambda_0$$

$$\lambda + \frac{b}{4} = \frac{(1.5 - 0.65)}{1.5} + \frac{(1.5 - 0.65)}{1.5} = 1.1333$$

کنترل ۱:

$$\Sigma \lambda = 2 \times 0.7667 + 2 \times 0.6667 + 1.1333 = 4.0001 \approx 4 \quad \text{o.k.}$$

اکنون جدول  $K_1 = 0.4$   $\theta$  مطابق جدول (۴-۵) زیر کامل می شود:

کنترل ۲:

$$\Sigma \lambda K_1 = 35.8485 \approx 4 \times 9 = 36 \quad \text{o.k.}$$

اکنون با توجه به جدول (۴-۵) مقدار حداکثر  $\Sigma \lambda K_1$  در نقطه مرجع  $b$  واقع است پس

داریم.

محل بار (e)	-b	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b	$\Sigma \lambda K_1$
ضریب معادل بار $\gamma$	0	0	0	0.7667	0.6667	1.1333	0.6667	0.7667	0	
تیر مختار (y)	-b			1.0893	0.9220	0.7862	0.6778	0.5903		3.2453
	$-\frac{3b}{4}$			1.0994	0.9613	0.8420	0.7429	0.6613		3.4403
	$-\frac{b}{2}$			1.1051	1.0030	0.9043	0.8171	0.6429		3.655
	$-\frac{b}{4}$			1.0914	1.0414	0.9733	0.9043	0.8420		3.8825
				1.0414	1.0601	1.0414	1.003	0.9613		4.0911
	$\frac{b}{4}$			0.9733	1.0414	1.0914	1.1051	1.0994		4.2571
	$\frac{b}{2}$			0.9093	1.0030	1.1051	1.1931	1.2489		4.3674
	$\frac{3b}{4}$			0.8420	0.9613	1.0994	1.2489	1.3940		4.4338
	b			0.7862	0.9220	1.0893	1.2893	1.5188		4.4760

جدول (۴-۵)

$$(\Sigma \lambda K_1)_{\max.} = 4.4760$$

$$M_{x\max.} = 1.1 \times \frac{(\Sigma \lambda K_1)_{\max.}}{4} \times M_{x\text{mean}}$$

$$= 1.1 \times \frac{4.4760}{4} \times (0.4795 \times 45 \times 9.81 = 260.551 \text{ KN.m/m})$$

محاسبه لنگر خمشی طولی حداکثر مطلق در عبورگاه دال و تیر

روش حل مشابه با روش ۲ عبورگاه دال تخت بوده با تفاوت‌های زیر:

- پارامتر خمشی  $\theta$  از رابطه کامل باید حساب شود.
- پارامتر پیچشی  $\alpha \neq 1$  خواهد بود و باید تعیین گردد.
- $\Sigma \lambda K$  هر تیر طولی باید حساب شود.
- با استفاده از رابطه زیر می‌توان لنگر حداکثر هر یک از تیرهای طولی را حساب کرد.

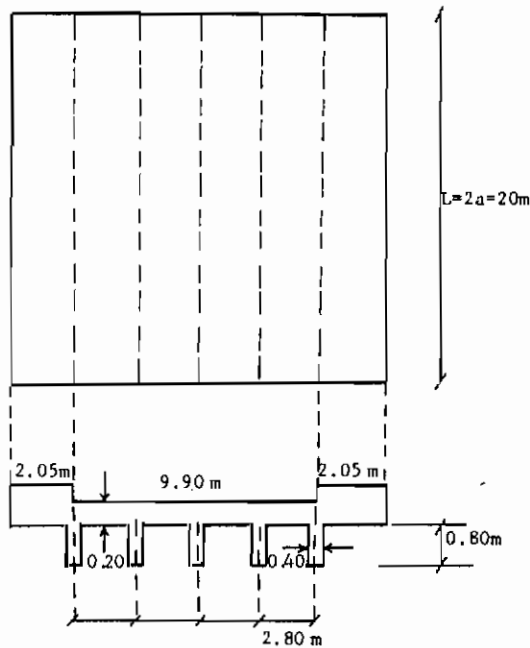
$$M_{x\max.} \text{ هر تیر} = 1.1 \times \frac{(\Sigma \lambda K) \text{ همان تیر}}{\text{تعداد ردیف چرخ}} \times M_{x\text{mean}} \times P$$

که در رابطه بالا  $p$  فاصله مرکز تا مرکز تیرهای طولی می باشد .  
یا ابتدا سهم هر یک از تیرهای طولی حساب شده و سپس همانند آیین نامه آشتو  
معان حداکثر طولی محاسبه می گردد .

$$\text{همان تیر} (\Sigma k\lambda) = 1.1 \times \frac{\text{تعداد تیرهای طولی}}{\text{سهم هر تیر}}$$

مثال ۶:

برای عبورگاه بتنی نشان داده شده در شکل (۵-۲۵) الف با دهانه ساده ۲۰ متر  
و بدون دیافراگم عرضی مطلوبست محاسبه  $M_{x\max}$  برای بار دو کامیون ۴۵ تنی ایران .

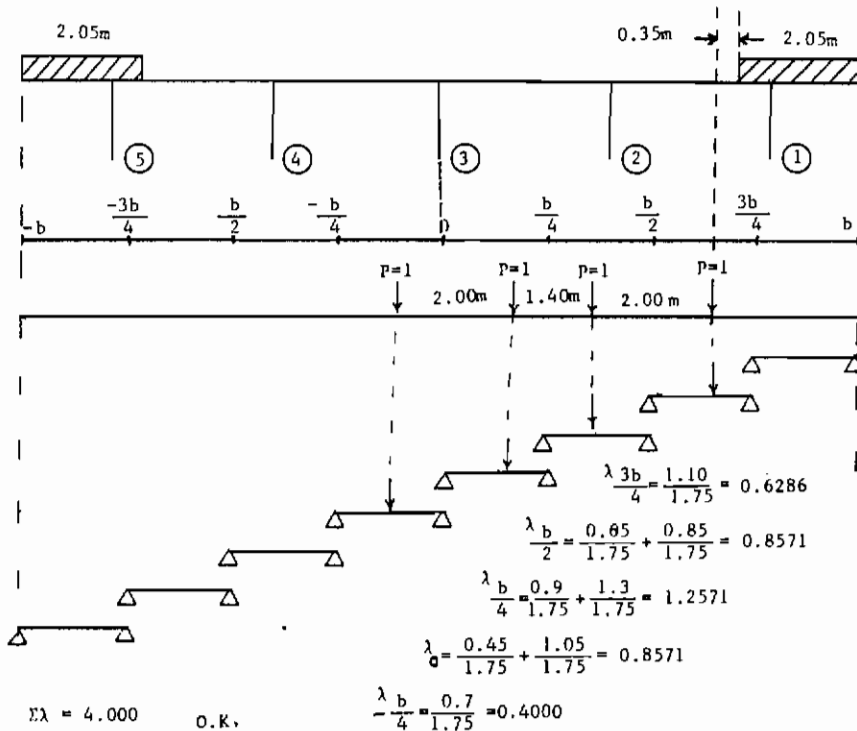


شکل (۵-۲۵) الف) پلان و مقطع عرضی پل

حل:

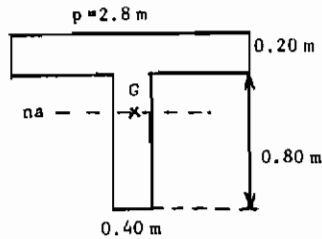
ابتدا با استفاده از شکل (۵-۲۵) ب ضرایب بار معادل حساب می شوند .

سپس با استفاده از اشکال (۵-۲۵) ج و د پارامتر خمشی  $\theta$  محاسبه می گردد . پارامتر  
پهچشی مقطع برابر صفر است .



شکل (۵-۲۵) ب .

مؤثر  $2b = np = 5 \times 2.80 = 14.00m \rightarrow \frac{b}{4} = 1.75 m$



شکل (۵-۲۵) ج

از تار پائین  $\bar{y} = \frac{2.8 \times 0.2 \times 0.90 + 0.4 \times 0.8 \times 0.4}{2.8 \times 0.2 + 0.4 \times 0.8} = 0.718 m$

از تار بالا  $\bar{y} = 1 - 0.718 = 0.282 m$

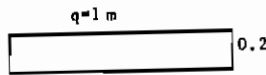


$$I = \frac{2.8 \times 0.20^3}{12} + (2.8 \times 0.2)(0.282 - 0.1)^2$$

$$+ \frac{0.4 \times 0.8^3}{12} + (0.4 \times 0.8)(0.718 - 0.4)^2$$

$$= 0.069842453 \text{ m}^4$$

$$i = \frac{I}{p} = 0.024943733 \text{ m}^4/\text{m}$$



شکل (۵-۲۵) د

$$j = \frac{1 \times 0.2^3}{12} = 0.000666 \text{ m}^4/\text{m}$$

$$\theta = \frac{b}{2a} \left[ \frac{i}{j} \right] \frac{1}{4} = \frac{7}{20} \times 2.473 = 0.8656 \approx 0.86$$

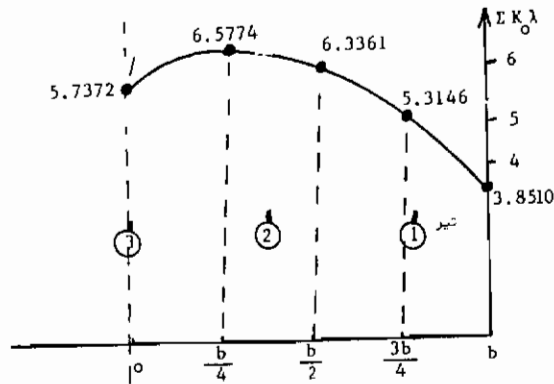
$$\alpha \approx 0 \text{ بدون دیافراگم} \rightarrow k_o \rightarrow \theta = \begin{matrix} 0.8 k_o \\ 0.9 k_o \end{matrix}$$

اکنون جدول (۵-۵) زیر کامل می‌شود.

e		-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	$\Sigma k_o \lambda$
$\lambda$		0.4000	0.8571	1.2571	0.8571	0.6286	
y	0	1.7254	2.0694	1.7254	1.0499	0.3253	5.7372
	b/4	1.1072	1.7254	2.0477	1.6939	1.0017	6.5774
	b/2	0.4977	1.0499	1.6939	2.1398	2.0263	6.3361
	3b/4	0.0584	0.3253	1.0017	2.0263	3.2079	5.3146
	b	-0.5255	-0.3867	0.2422	1.6877	4.2025	3.8510

جدول (۵-۵)

با استفاده از جدول (۵-۵) ترسیمه یا نمودار  $\Sigma k_o \lambda$  مطابق شکل (۵-۲۵) هر رسم شده که از آنجا  $\Sigma k_o$  هر تیر طولی قابل محاسبه است.



شکل (۵-۲۵) ه

با استفاده از شکل (۵-۲۵) ه داریم:

$$\Sigma K_o \lambda_1 \rightarrow \frac{5.3146 - 3.8510}{1.75} = \frac{h_1}{0.35} \rightarrow h_1 = 0.2927$$

$$\Sigma K_o \lambda_1 = 5.3146 - 0.2927 = 5.0219$$

$$\Sigma K_o \lambda_2 \rightarrow \frac{6.5774 - 6.3361}{1.75} = \frac{h_2}{1.05} \rightarrow h_2 = 0.1448$$

$$\Sigma K_o \lambda_2 = 6.5774 - 0.1448 = 6.4326$$

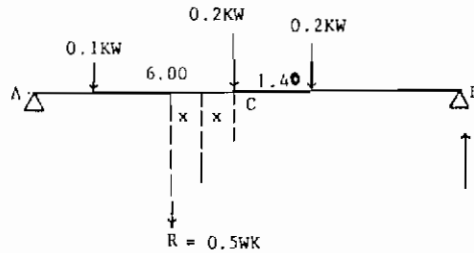
$$\Sigma K_o \lambda_3 = 5.7372$$

و بالاخره لنگر خمشی حداکثر که در تیر طولی شماره ۲ اتفاق می افتد را با استفاده از شکل (۵-۲۵) ی با یکی از روشهای گفته شده می توان محاسبه کرد.

$$\text{سهم 1} = \frac{\Sigma K_o \lambda_1}{n} \times 1.1 = \frac{5.0219 \times 1.1}{5} =$$

$$\text{سهم 2} = \frac{\Sigma K_o \lambda_2}{n} \times 1.1 = \frac{6.4326 \times 1.1}{5} = \text{حداکثر} = 1.4152 = K$$

$$\text{سهم 3} = \frac{\Sigma K_o \lambda_3}{n} \times 1.1 = \frac{5.7372 \times 1.1}{5} =$$



شکل (۵- ۲۵) ی

$$x=0.32 \text{ m}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{By} = \frac{0.5 \text{ WK}(a-x)}{2a} = \text{WK} \frac{0.5(10-0.32)}{20} = \frac{0.5 \times 9.68}{20}$$

$$M_{x\max.} = M_{\max.} = M_c = R_{By}(a-x) - 0.2 \text{ WK}(1.4) = 2.0625 \text{ WK}$$

$$M_{x\max(L)} = 2.06256 \text{ KW} = 2.06256 \times 1.4152 \times 45 \times 9.81$$

$$= 1288.564 \text{ KN}\cdot\text{m} / \text{تیر}$$

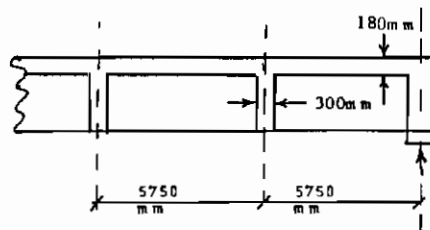
$$I = \frac{6}{10+L} = \frac{6}{10+20} = \frac{6}{30} = 0.2 < 0.3 \quad \text{O.K.}$$

$$M_{x\max(L+I)} = 1288.564 \times 1.2 = 1546.3 \text{ KN}\cdot\text{m} / \text{تیر}$$

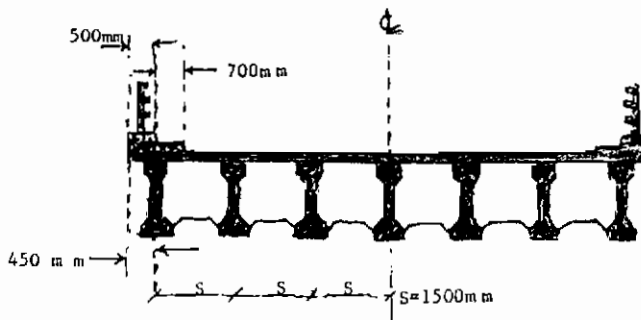
$$= 157.625 \text{ t}\cdot\text{m} / \text{تیر}$$

مثال ۲:

برای عبورگاه بتنی با تیرهای حمال بتن پیش تنیده از نوع مقطع I (شکل (۵- ۲۶) الف با دهانه ساده ۲۳ متر مطلوبست محاسبه  $M_{x\max.}$  برای محاسبه  $2b$  مؤثر از رابطه دقیق استفاده شود. مقادیر معان اینرسی خمشی و پیچشی معلوم فرض گردند و  $\frac{G}{E} = 0.435$  در نظر گرفته شود.



مقطع طولی عبورگاه



شکل (۵-۲۶) الف

$$\text{تیرکناری با دال روی آن} \quad I = 315.57 \times 10^9 \text{ m m}^4$$

$$\text{تیر طولی داخلی با دال روی آن} \quad \begin{cases} I = 210.38 \times 10^9 \text{ m m}^4 \\ I_0 = 7.323 \times 10^9 \text{ m m}^4 \end{cases}$$

$$\text{تیر عرضی} \quad \begin{cases} J = 90.182 \times 10^9 \text{ m m}^4 \\ J_0 = 10.005 \times 10^9 \text{ m m}^4 \end{cases}$$

$$\text{مؤثر} \quad 2b = (n-2)p + 2p \left( \frac{I_{\text{کناری}}}{I_{\text{داخلی}}} \right)$$

$$2b = (7-2)(1.5) + 2 \times 1.5 \left( \frac{315.57 \times 10^9}{210.38 \times 10^9} \right) = 12.00 \text{ m}$$

$$\text{واقعی} \quad 2b = 6 \times 1.5 + 2 \times 0.45 = 9.90 \text{ m}$$

در این مثال ملاحظه می‌گردد که 2b مؤثر با 2b واقعی به اندازه 1/۵ متر تفاوت دارد.

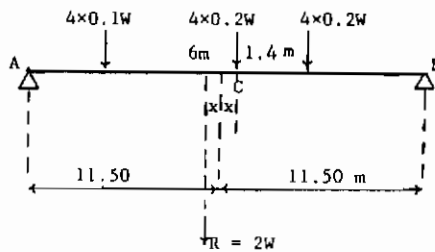
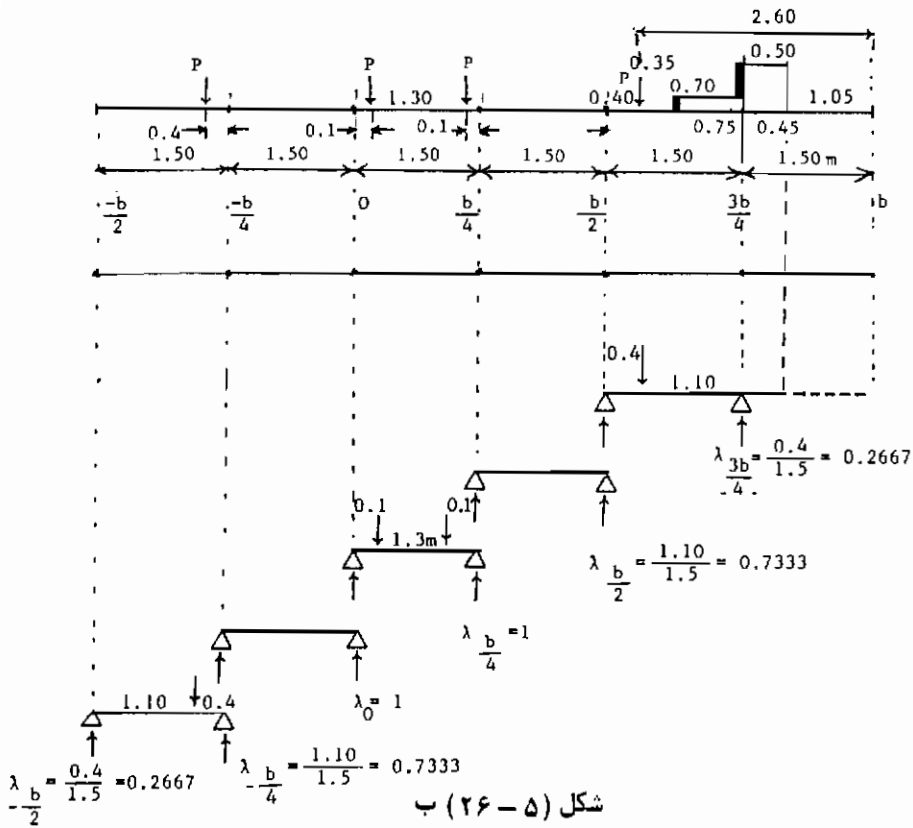
$$i = \frac{I}{p} = \frac{210.38 \times 10^9}{1500} = 140253333.3 \text{ mm}^4/\text{mm}$$

$$j = \frac{J}{q} = \frac{90.182 \times 10^9}{5750} = 15683826.09 \text{ mm}^4/\text{mm}$$

$$\theta = \frac{6.00}{23.00} \left( \frac{i}{j} \right)^4 = 0.451$$

$$i_o = \frac{7.323 \times 10^9}{1500} = 4882000 \quad j_o = \frac{10.005 \times 10^9}{5750} = 1740000$$

$$\alpha = \frac{0.435}{2} \left[ \frac{4882000 + 1740000}{(140253333.3 \times 15683826.09)^{0.5}} \right] = 0.031$$



شکل (۲۶-۵) ج

$$s = \frac{0.2 \times 6 + 0.2 \times 7.4}{0.5} = 5.36$$

$$2x = 6 - 5.36 \longrightarrow x = 0.32 \text{ m}$$

$$\Sigma M_A = 0 \longrightarrow R_{By} = \frac{2W \times (11.5 - 0.32)}{23} = 0.972W$$

$$\begin{aligned} M_{x \text{ mean}} &= \frac{M_c}{2b} = \frac{(R_{By})(11.5 - 0.32) - 4 \times 0.2W(1.4)}{2b} \\ &= \frac{9.749W}{2b} = 36.558 \text{ t.m/m} = 358.638 \times \text{KN.m/m} \end{aligned}$$

$$\theta = 0.451 \approx 0.45$$

$$\alpha = 0.031 \approx 0.03$$

— جدول  $\theta = 0.4 K_0$  و  $\theta = 0.5 K_0$  استفاده شده و جدول  $\theta = 0.45 K_0$  را محاسبه می‌نمائیم .

— جدول  $\theta = 0.4 K_1$  و  $\theta = 0.5 K_1$  " " " " " " " " " " " " بدست می‌آید .

— فرمول  $K = K_0 + (K_1 - K_0)\alpha \frac{1}{2}$  را بکار برده و جدول  $\theta = 0.45 K_\alpha$  را محاسبه می‌نمائیم و از آن در محاسبه  $M_{x \text{ max}}$  استفاده می‌کنیم .  
در عمل چون مقدار  $\alpha$  خیلی کوچک است می‌توان از مقدار آن صرف‌نظر کرد یعنی  $\alpha \approx 0$  فرض می‌شود ، اکنون جدول (۵-۶) کامل می‌گردد .

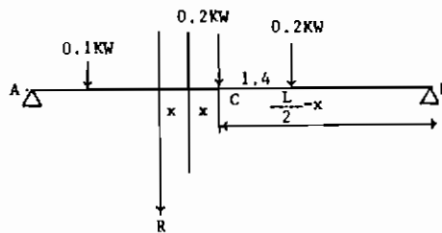
$$\theta = 0.45 K_0$$

محل سوار (e)	ضریب معادل (λ)	-b/2	-b/4	0	+b/4	+b/2	+3b/4	ΣλK <sub>0</sub>
		0	1.0201	1.1364	1.1867	1.1364	1.0201	
نقطه ارتفاع (د)	+b/4	0.6236	0.8931	1.1364	1.3208	1.4170	1.4627	4.7076
	+b/2	0.2371	0.6236	1.0201	1.4170	1.7881	2.1054	4.8303
	+3b/4	-0.1408	0.3455	0.8756	1.4627	2.1054	2.7781	4.8389
	+b	-0.5152	0.0658	0.7238	1.4942	2.4006	3.4421	4.8072

جدول (۵-۶)

$$(\sum K_O \lambda) + \frac{3b}{4} = (\sum K_O \lambda) = (\sum K_O \lambda)_{\max.} = 4.8389 \quad \text{تیر بحرانی ۱}$$

$$\text{سهام تیر ۱} = \frac{1.1 \times 4.8389}{7 = \text{تعداد تیرهای طولی}} = 0.7604 = K$$



شکل (۵-۲۶) د -

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 \longrightarrow R_{By} &= \frac{0.5KW(\frac{L}{2} - x)}{L} \\ M_C &= \frac{0.5KW(\frac{L}{2} - x)^2}{L} - 0.2KW(1.4) = 2.437226 \text{ KW} \end{aligned}$$

$$M_{\max.1} = 2.437226 \times 0.7604 \times 45 = 83.396 \text{ t.m/تیر}$$

$$= 818.124 \text{ KN.m/تیر}$$

ب - محاسبه تغییرشکل  $\omega$  در اثر  $M_x$   
 رابطه تغییرشکل خمشی حداکثر بصورت زیر است .

$$\omega_{\max.} = K \alpha_{\max.} \omega_{\text{mean}}$$

که  $\omega_{\text{mean}}$  تغییرشکل در اثر کل بار تقسیم بر کل عرض عبورگاه بوده و  $K \alpha_{\max.}$  ضریب پخش عرضی بار بوده که از جدول (۵-۲) بدست می‌آید . چون محاسبه  $\omega_{\max.}$  دقیقاً مشابه با محاسبه  $M_{x\max.}$  می‌باشد بنابراین در این مورد مسئله‌ای حل نمی‌شود و خواننده به بخش قبلی رجوع داده می‌شود .

ج - محاسبه لنکر خمشی عرضی

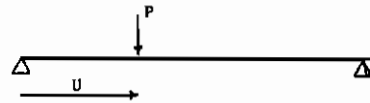
رابطه لنکر خمشی عرضی را می‌توان بصورت زیر در نظر گرفت (ضمیمه ۱):

$$M_y = \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{n\theta} \cdot H_n \cdot b \cdot \sin \frac{n \pi x}{2a}$$

که در آن  $\mu_{n\theta}$  ضریبی مشابه با ضریب توزیع بار  $K$  در معادله  $M_x$  با  $\omega$  می‌باشد،  $H_n$  بنام جمله بار بوده که مطابق شکل (۵-۲۷) الف تا ه تعیین می‌گردد،  $2a$  دهانه عبورگاه،  $b$  نصف عرض مؤثر عبورگاه و  $x$  مقطعی از طول دهانه که در آنجا  $M_y$  مورد نیاز می‌باشد.

- یک بار متمرکز:

$$H_n = \frac{P}{a} \sin \frac{n \pi u}{2a}$$

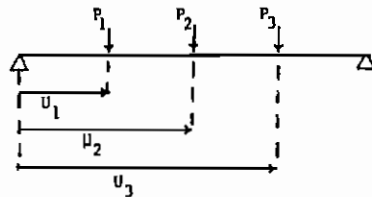


شکل (۵-۲۷) الف

- چند بار متمرکز:

$$H_n = \frac{P_1}{a} \sin \frac{n \pi u_1}{2a} + \frac{P_2}{a}$$

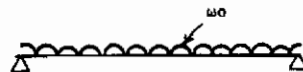
$$\sin \frac{n \pi u_2}{2a} + \frac{P_3}{a} \sin \frac{n \pi u_3}{2a}$$



شکل (۵-۲۷) ب

- بار گسترده در تمام دهانه:

$$H_n = \frac{4 \omega_0}{n \pi} \sin^2 \frac{n \pi}{2a}$$

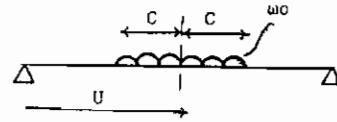


شکل (۵-۲۷) ج



— یک بار گسترده در قسمتی از دهانه:

$$H_n = \frac{4 \omega_0}{n \pi} \sin \frac{n \pi u}{2a} \sin \frac{n \pi c}{2a}$$

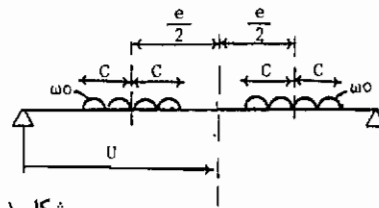


شکل (۲۷-۵) د

— دوبار گسترده در قسمتی از دهانه:

$$H_n = \frac{8 \omega_0}{n \pi} \sin \frac{n \pi u}{2a}$$

$$\sin \frac{n \pi c}{2a} \cos \frac{n \pi e}{2a}$$



شکل (۲۷-۵) ه

بنابراین برای یک بار متمرکز داریم:

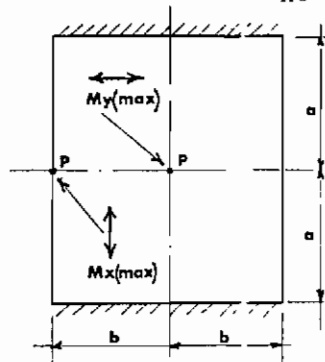
$$M_y = \sum_{n=1}^{\infty} u_{n\theta} \frac{pu}{a} \sin \frac{n \pi u}{2a} \sin \frac{n \pi x}{2a}$$

بسط آن

$$M_y = \frac{pb}{a} [u_{1\theta} \sin \frac{\pi u}{2a} \sin \frac{\pi x}{2a} + \dots + u_{n\theta} \sin \frac{n \pi u}{2a} \sin \frac{n \pi x}{2a}]$$

مقطع بحرانی برای  $M_{y(max)}$  در وسط دهانه یعنی  $x = a$  می‌باشد (شکل ۲۸-۵).

$$M_y = \frac{pb}{a} [u_{1\theta} \sin \frac{\pi u}{2a} \sin \frac{\pi}{2} + \dots + u_{n\theta} \sin \frac{n \pi u}{2a} \sin \frac{n \pi}{2}]$$



شکل (۲۸-۵)

اکنون  $\sin \pi, 2\pi, \dots, n\pi$  برابر صفر است (شکل ۵-۲۹).

بنابراین

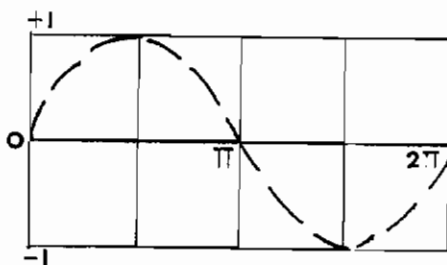
$$M_y = \frac{Pb}{a} \left[ \mu_{1\theta} \sin \frac{\pi u}{2a} - \mu_{3\theta} \sin \frac{3\pi u}{2a} + \mu_{5\theta} \sin \frac{5\pi u}{2a} + \dots \right]$$

که در آن

$\mu_{1\theta}$  مربوط به پارامتر خمشی  $\theta$  می باشد.

" "  $3\theta$  " " "  $\mu_{3\theta}$

" "  $5\theta$  " " "  $\mu_{5\theta}$



شکل (۵-۲۹)

در عبورگاه دال تخت:  $\alpha = 1 \longrightarrow \mu = \mu_1 \longrightarrow M_{y1}$

در عبورگاه دال و تیر بدون دیافراگم:  $\alpha = 0 \longrightarrow \mu = \mu_0 \longrightarrow M_{y0}$

در عبورگاه دال و تیر با دیافراگم:  $0 < \alpha < 1 \longrightarrow \mu = \mu_\alpha \longrightarrow M_{y\alpha}$

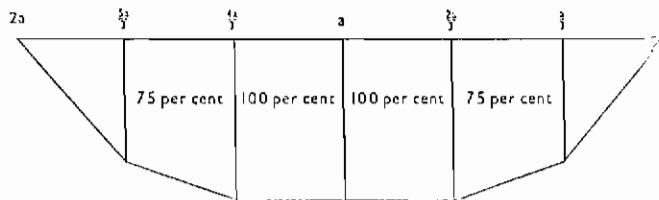
رابطه بین  $M_{y\alpha}$  و  $M_{y0}$ ،  $M_{y1}$  مانند رابطه بین  $K_0$ ،  $K_1$  و  $K_\alpha$  می باشد. یعنی:

$$M_{y\alpha} = M_{y0} + (M_{y1} - M_{y0}) \alpha^{\frac{1}{2}}$$

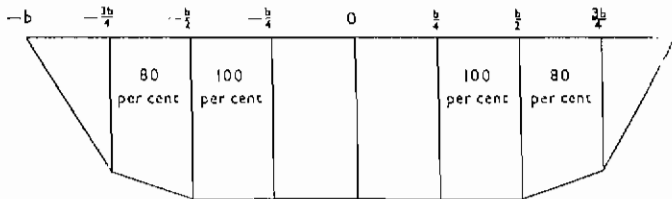
مقدار  $\mu$  که بستگی به  $\theta$ ،  $\alpha$  و محل بار دارد در اشکال (۵-۳۱) الف و ب بصورت نمودار آمده است.

برای پخش بار کامیون لنگرهای خمشی عرضی مثبت را، برای موقعیت های مختلف کامیون، در مقاطع مختلف طولی و عرضی می توان مطابق اشکال (۵-۳۰) الف و ب فرض

کرد. در صورت لزوم تغییر دقیق تر  $M_y$  را در جهت عرضی و طولی عبورگاه می توان از رابطه کلی  $M_y$  تعیین کرد. در حالت کلی در نظر گرفتن اولین پنج جمله از سری  $M_y$  کافی خواهد بود.



شکل (۵-۳۰) الف گسترش  $M_y$  در مقاطع مختلف از طول دهانه



شکل (۵-۳۰) ب پخش  $M_y$  در مقطع عرضی عبورگاه

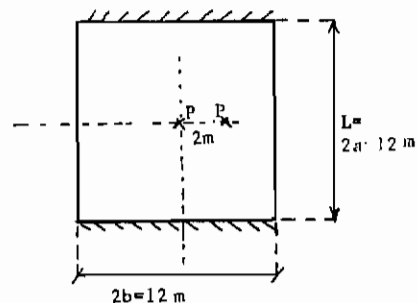
مثال ۱:

مطلوبست محاسبه لنگر خمشی عرضی حداکثر در اثر بارگذاری یک محور عقب کامیون ۴۵ تنی ایران برای دال تخت توپر شکل (۵-۳۲) الف.

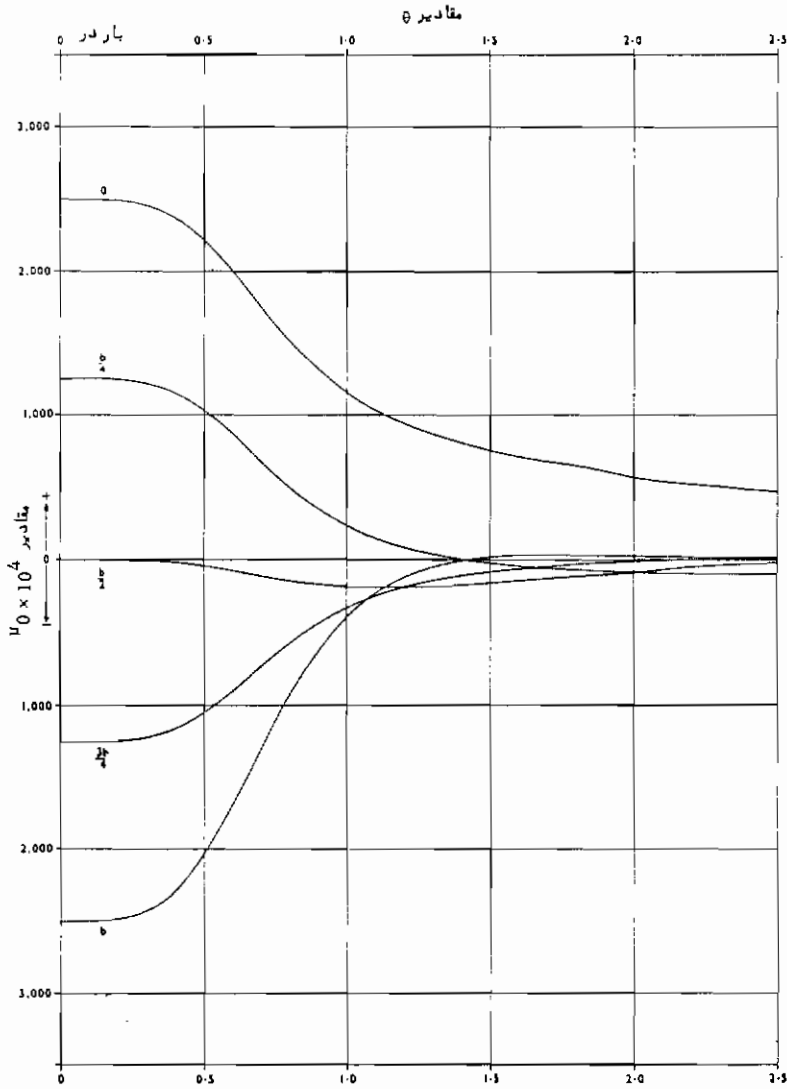
$$0.2 W = P \quad 0.2 W = P$$

$$\times \leftarrow 2m \rightarrow \times$$

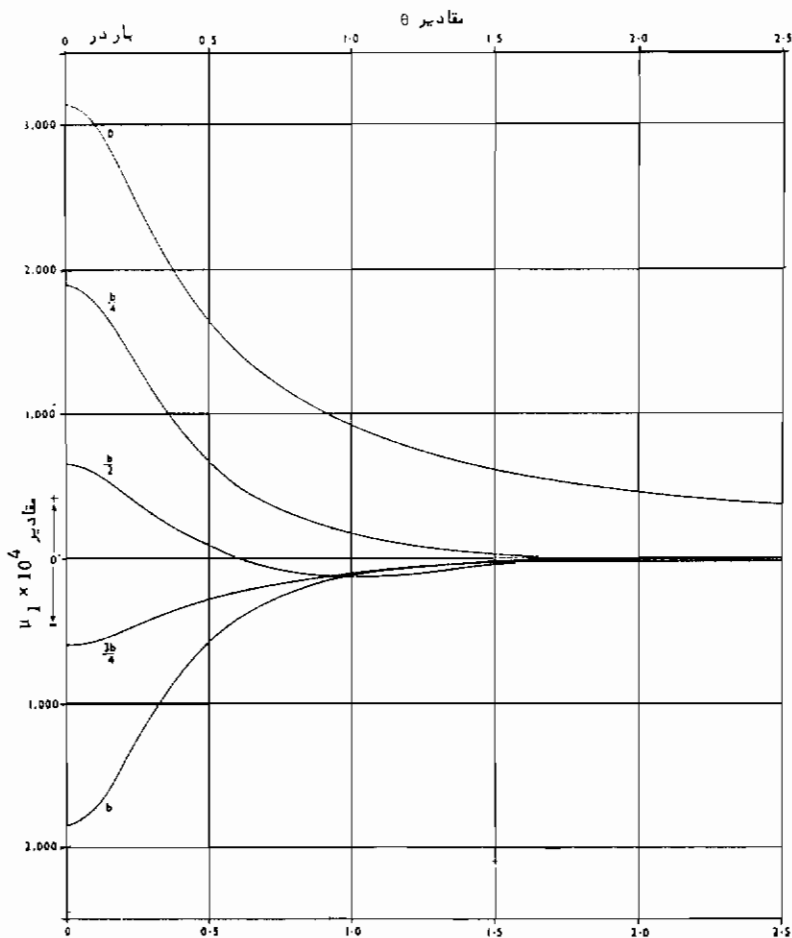
$$W = 45 \text{ t}$$



شکل (۵-۳۲) الف



شکل (۵ - ۳۱) الف - نمودار  $\mu_0$  برای عبورگاه بدون مقاومت پیشی



شکل (۵-۳۱) ب - نمودار  $\mu_1$  برای عبورگاه تمام پیچشی

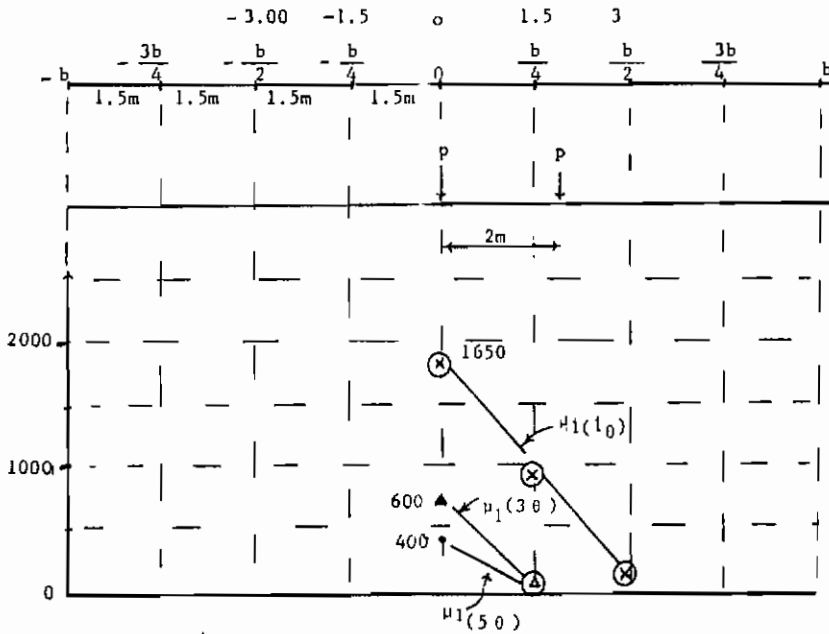
حل -

محل بار e	0	2 m	$\Sigma\mu_1$	کل بار $\Sigma\mu_1/2$
$\mu_1 (\theta=0.5) \times 10^4$	1650	500	$2150 \times 10^{-4}$	0.215/2
$\mu_1 (3\theta=1.5) \times 10^4$	600	0	$600 \times 10^{-4}$	0.06/2
$\mu_1 (5\theta=2.5) \times 10^4$	400	0	$400 \times 10^{-4}$	0.04/2

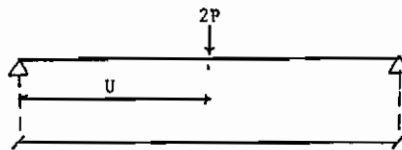
جدول (۵-۷) - محاسبه  $\mu_1$

$$\theta = \frac{b}{2a} = 0.5 \longrightarrow 3\theta = 1.5 \longrightarrow 5\theta = 2.50$$

دال {  $\alpha = 1 \rightarrow \mu_1$



شکل (۵-۳۲) ب - نمودار  $\mu_1$



شکل (۵-۳۲) ج - بارگذاری طولی

	$U$	$\frac{u}{2a}$	$\sin \frac{\pi u}{2a}$	$\sin \frac{3\pi u}{2a}$	$\sin \frac{5\pi u}{2a}$
$u_1$	6	0.5	+1	-1	+1

$$M_{y\max} = \frac{Pb}{a} \left[ \mu_1(\theta) \sin \frac{\pi u}{2a} - \mu_1(3\theta) \sin \frac{3\pi u}{2a} + \mu_1(5\theta) \sin \frac{5\pi u}{2a} + \dots \right]$$

$$= \frac{(2 \times 0.2 \text{ W})(6)}{6} \left[ \left(\frac{0.215}{2}\right)(+1) - \left(\frac{0.06}{2}\right)(-1) + \left(\frac{0.04}{2}\right)(+1) \right]$$

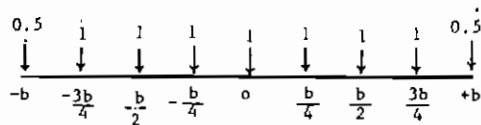
$$= \frac{0.126W}{2} = \frac{0.126 \times 45 \times 9.81}{2} = \frac{55.622}{2} = \frac{27.811}{2} \text{ KN.m/طول m}$$

مثال ۲:

مطلوبست محاسبه لنگر خمشی عرضی حداکثر مطلق در اثر بار مرده دال تخت بتنی به دهانه ۱۲م و عرض کلی ۱۲م و وزن  $20 \text{ KN/m}^2$ .

حل:

بار گسترده را به نقاط استاندارد انتقال می دهیم (شکل (۳۳-۵) الف).



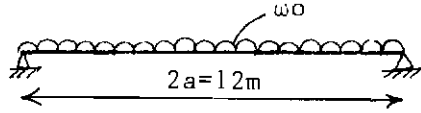
شکل (۳۳-۵) الف بارگذاری عرضی دال

اکنون جدول (۵-۸) تکمیل می گردد.

	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	$\Sigma \mu_0 \lambda$	$\Sigma \mu_0 \lambda / \Sigma \lambda = 8$
$\theta = 0.5$	-600	-300	100	650	1650	650	100	-300	-600	$1950 \times 10^{-4}$	$243.7 \times 10^{-4}$
$3\theta = 1.5$	0	0	0	0	600	0	0	0	0	$600 \times 10^{-4}$	$75 \times 10^{-4}$
$5\theta = 2.5$	0	0	0	0	400	0	0	0	0	$400 \times 10^{-4}$	$50 \times 10^{-4}$

جدول (۵-۸)

$$H_n = \frac{4 \omega_0}{n \pi} \sin^2 \frac{n \pi}{2a}$$



شکل (۵-۳۳) ب بارگذاری طولی عبورگاه

$$M_{y \max.} = \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{n\theta} \cdot H_n \cdot b \cdot \sin \frac{n \pi x}{2a}$$

در مقطع وسط دهانه  $x=a$  :

$$\begin{aligned} M_{y \max.} &= \frac{4 \omega_0 b}{\pi} \sum_n \mu_{n\theta} \cdot \frac{1}{n} \sin^2 \frac{n \pi}{2a} \sin \frac{n \pi a}{2a} \\ &= \frac{4 \omega_0 b}{\pi} \left[ \frac{1}{1} \mu_{1\theta} \sin^2 \frac{\pi}{12} + 0 - \frac{1}{3} \mu_{3\theta} \sin^2 \frac{3\pi}{12} + 0 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5} \mu_{5\theta} \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right] \\ &= \frac{4 \times 20 \times 12 \times 6}{\pi} \left[ 0.0244 \sin^2 \frac{\pi}{12} - \frac{1}{3} \times 0.0075 \sin^2 \frac{\pi}{4} + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{5} \times 0.0050 \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right] \\ &= 2.4156 \text{ KN.m/m} \end{aligned}$$

مثال ۳ :

مطلوبست محاسبه  $M_{y \max}$  در سیستم دال و تیر بدون دیافراگم عرضی شکل (۵-۳۴) الف با دهانه ساده ۲۰ متر در اثر بار دو کامیون ۴۵ تنی ایران.

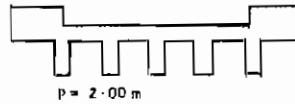
(الف)

$$2b = np = 5 \times 2 = 10 \text{ m}$$

$$\frac{b}{4} = \frac{5}{4} = 1.25$$



بدون دیافراگم  $\alpha = 0 \rightarrow \mu_0$



$$\bar{y} = \frac{0.4 \times 0.7 \times 0.35 + 0.2 \times 2 \times 0.8}{0.4 \times 0.7 + 0.2 \times 2}$$

$$= 0.6147 \text{ m}$$

$$I = \frac{0.4 \times 0.7^3}{12} + (0.4 \times 0.7)(0.6147 - 0.35)^2$$

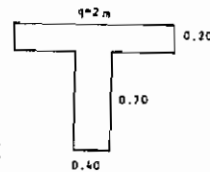
$$+ \frac{2 \times 0.2^3}{12} + (2 \times 0.2)(0.8 - 0.6147)^2$$

$$I = 0.046119607 \text{ m}^4$$

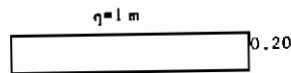
$$i = \frac{I}{p} = 0.023059803 \text{ m}^4/\text{m}$$

$$j = \frac{1 \times 0.2^3}{12} = 0.00067 \text{ m}^4/\text{m}$$

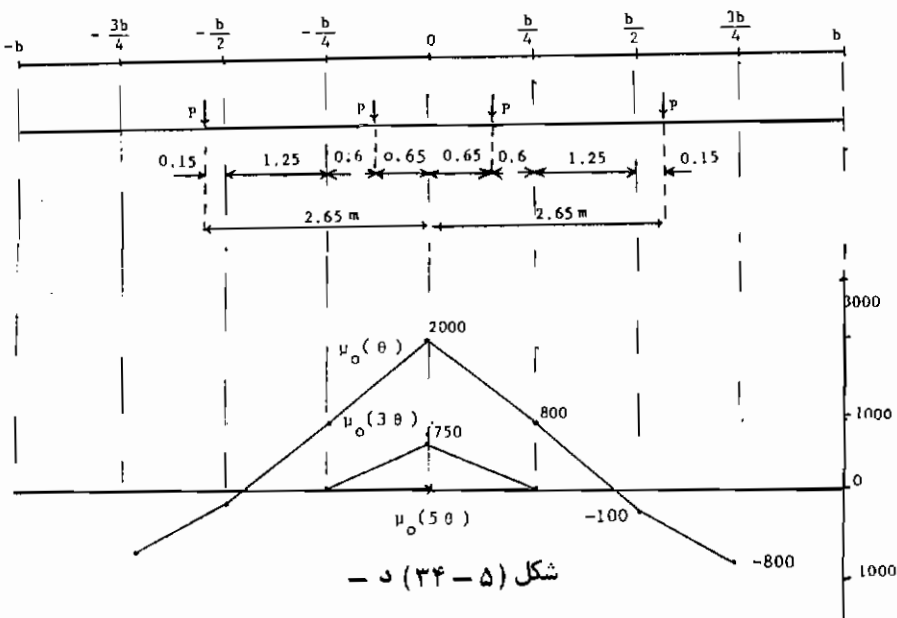
$$\frac{i}{j} = 34.5897 \quad \theta = \frac{b}{2a} \left( \frac{i}{j} \right)^{0.25} = 0.60 \quad 3\theta = 1.8 \quad 5\theta = 3.00$$



شکل (۳۴-۵)



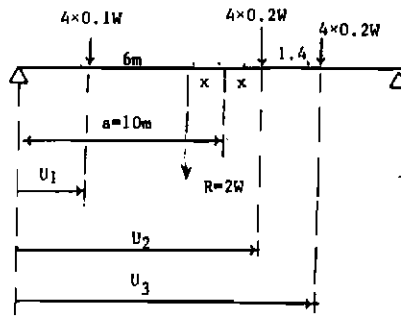
شکل (۳۴-۵) ج



شکل (۳۴-۵) د

محل بار $\mu_0$	-2.65 (m)	-0.65 (m)	+0.65 (m)	+2.65 (m)	$\Sigma \mu_0$	$\Sigma \lambda \mu_0 / \Sigma \lambda$
$\mu_0(1 \theta) \times 10^4$	-184	1376	1376	-184	0.2384	0.2384/4
$\mu_0(3 \theta) \times 10^4$	0	360	360	0	0.072	0.0720/4
$\mu_0(5 \theta) \times 10^4$	0	0	0	0	0	0

جدول (۵-۹)



شکل (۵-۳۴) ی -

$$u_1 = (10 + 0.32) - 6 = 4.32 \text{ m}$$

$$u_2 = 10.32 \text{ m}$$

$$u_3 = 10.32 + 1.4 = 11.72 \text{ m}$$

U	$\pi U/2a$	$\sin \pi U/2a$	$\sin 3\pi U/2a$	$\sin 5\pi U/2a$
$U_1=4.32$	0.678	0.627	0.894	-0.248
$U_2=10.32$	1.621	0.998	-0.988	0.968
$U_3=11.72$	1.841	0.964	-0.689	0.218

جدول (۵-۱۹)

$$M_{y\max} = \frac{Pb}{a} \left[ \mu_o(\theta) \sin \frac{\pi u}{2a} - \mu_o(3\theta) \sin \frac{3\pi u}{2a} + \mu_o(5\theta) \sin \frac{5\pi u}{2a} \right]$$

$$M_{y\max 1} = \frac{0.4W \times 5}{10} \left[ \left( \frac{0.2384}{4} \right) (0.627) - \left( \frac{0.072}{4} \right) (0.894) + 0 \right]$$

$$M_{y\max 2} = \frac{0.8W \times 5}{10} \left[ \left( \frac{0.2384}{4} \right) (0.998) - \left( \frac{0.072}{4} \right) (-0.988) + 0 \right]$$

$$M_{y\max 3} = \frac{0.8W \times 5}{10} \left[ \left( \frac{0.2384}{4} \right) (0.964) - \left( \frac{0.072}{4} \right) (-0.689) + 0 \right]$$

$$\begin{aligned} M_{y\max} &= M_{y\max 1} + M_{y\max 2} + M_{y\max 3} = \\ &= \frac{1}{4} (0.0170 + 0.1236 + 0.1118)W = \frac{0.2524}{4} W = 2.8395 \text{ t.m/m} \\ &= 27.855 \text{ KN.m/m} \end{aligned}$$

د - محاسبه لنجر پیچشی  $M_{xy}$  و  $M_{yx}$

لنجر پیچشی در تکیه گاهها حداکثر می باشد و لنجر پیچشی حداکثر در تکیه گاه بالنجر خمشی عرضی در وسط دهانه تقریباً مساوی می باشد که محاسبه آنرا در بخش قبلی ملاحظه کردیم .

ه - محاسبه نیروی برشی و عکس‌العملهای تکیه گاهی

روابط زیر را می توان برای محاسبه نیروی برشی در مقطعی بفاصله  $x$  از تکیه گاه  $(T_x)$ ، عکس‌العمل تکیه گاهی تکیه گاه  $X=0$  ( $V_x=0$ ) و عکس‌العمل تکیه گاهی تکیه گاه  $X=2a$  ( $V_x=2a$ ) بکاربرد . محاسبه نیروی برشی عرضی  $T_y$  بدلیل پیچیدگی در اینجا مورد بحث قرار نمی گیرد .

$$T_x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n\pi} \frac{Hn}{2b} \cos \frac{n\pi x}{2a} \left[ K_{n\theta 1} + 2(n\theta)^2 \pi^2 \mu'_{n\theta 1} \right]$$

$$V_{x=0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n\pi} \frac{Hn}{2b} \left[ K_{n\theta 1} + (2-\gamma) 2(n\theta)^2 \pi^2 \mu'_{n\theta 1} \right]$$

$$V_{x=2a} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2a}{n\pi} \frac{H_n}{2b} [K_{n\theta 1} + (2-\gamma)2(n\theta)^2 \pi^2 \mu'_{n01}]$$

که در روابط بالا  $H_n$  جمله بار مطابق بخش قبلی تعیین می‌گردد.

2b عرض مؤثر عبورگاه.

2a طول دهانه عبورگاه.

K ضریب پخش جدول (۲-۵).

$\nu$  ضریب پیواسیون مصالح برای مصالح بتن می‌توان 0.15 فرض کرد.

$\mu'$  ضریبی مشابه با K و  $\mu$  که از جدول (۵-۱۰) بدست می‌آید.

$\theta = 0.10$   $\mu_1' \cdot 10^4$									
	-b	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	2362.43	1171.09	19.13	1161.26	2384.75	1161.26	19.13	1171.09	2362.43
b/4	2157.68	1318.66	469.24	401.15	1303.37	2248.70	743.60	725.25	2176.30
b/2	1724.14	1172.64	614.29	42.08	551.07	1172.61	1830.26	27.16	1753.89
3 b/4	1006.72	733.96	457.94	147.97	118.39	425.83	751.11	1098.58	1032.85
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0.20$   $\mu_1' \cdot 10^4$									
	-b	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	1868.48	987.41	61.13	956.23	2116.23	956.23	61.13	987.31	1868.48
b/4	1726.92	1109.45	460.83	252.12	1066.17	2022.84	649.53	601.57	1793.15
b/2	1372.93	984.93	577.26	128.78	384.04	988.01	1714.20	78.49	1479.72
3 b/4	802.68	617.93	423.76	209.98	34.91	323.94	672.46	1098.43	897.28
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

جدول (۵-۱۰) ضریب  $\mu'$

$\theta = 0.30$   $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	1401.34	787.36	102.49	734.11	1820.56	734.11	102.49	787.36	1401.34
b/4	1265.04	871.88	432.67	106.17	810.66	1764.98	532.20	480.50	1389.52
b/2	1008.36	771.37	511.06	194.52	219.10	782.01	1562.42	103.93	1210.92
3 b/4	580.08	480.69	369.20	230.77	46.46	208.53	567.03	1072.77	762.33
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0.40$   $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	1016.48	616.52	131.42	546.21	1563.32	546.21	131.42	616.52	1016.48
b/4	884.18	660.13	386.57	1.68	596.47	1530.71	416.12	390.74	1059.01
b/2	678.83	568.19	431.71	233.31	79.65	584.96	1397.86	106.19	967.14
3 b/4	393.82	353.78	303.53	227.65	102.61	107.15	455.09	1021.07	658.96
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0.50$   $\mu_1 \cdot 10^4$									
	- b	- $\frac{3b}{4}$	- $\frac{b}{2}$	- $\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	730.46	482.42	147.00	400.82	1355.96	400.82	147.00	482.42	730.46
b/4	603.93	489.95	332.01	61.65	432.79	1334.49	313.28	329.20	810.67
b/2	448.19	407.32	347.45	234.38	9.13	428.22	1244.07	82.57	795.12
3 b/4	256.51	249.96	237.73	206.78	132.44	28.59	349.92	954.51	584.70
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ادامه جدول (۵-۱۰) ضریب  $\mu_1$

$\sigma=0.60$   $\mu_1' \cdot 10^4$									
0	525.16	379.21	152.18	290.92	1190.61	290.92	152.18	379.21	525.16
b/4	408.08	359.73	277.57	95.74	310.88	1173.99	227.79	285.27	626.21
b/2	289.55	285.32	270.58	216.67	63.35	305.67	1107.50	51.26	664.29
3 b/4	162.23	171.19	179.34	177.42	142.43	27.35	258.39	883.95	529.16
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\sigma=0.70$   $\mu_1' \cdot 10^4$									
0	378.84	299.42	150.19	207.76	1057.16	207.76	150.19	299.42	378.84
b/4	274.47	262.62	228.19	111.50	220.05	1042.95	159.49	250.89	488.45
b/2	184.44	196.68	206.11	190.75	93.41	212.21	990.50	20.84	561.01
3 b/4	100.41	114.49	131.60	146.41	139.55	64.11	182.70	816.07	484.37
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\sigma=0.80$   $\mu_1' \cdot 10^4$									
0	274.28	237.14	143.64	144.37	947.62	144.37	143.64	237.14	274.28
b/4	184.33	191.20	185.76	116.35	151.86	935.22	106.26	221.67	382.95
b/2	116.42	134.10	154.75	162.98	107.53	141.94	891.97	4.97	476.68
3 b/4	61.13	75.19	94.64	117.59	129.21	85.93	122.20	753.86	445.87
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0.90$		$\mu_1 \cdot 10^4$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	199.16	188.10	134.39	95.74	856.34	95.74	134.39	188.10	199.16
$b/4$	123.81	139.05	150.39	114.83	100.28	845.74	65.38	195.66	301.29
$b/2$	72.96	90.79	115.15	136.64	111.53	89.53	809.39	25.24	406.28
$3b/4$	36.76	48.71	67.09	92.61	115.24	96.79	74.96	698.13	411.46
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 1$		$\mu_1 \cdot 10^4$							
0	144.91	149.27	123.77	58.35	779.35	58.35	123.77	149.27	144.91
$b/4$	83.21	101.07	121.37	109.67	61.08	770.61	34.28	172.14	237.51
$b/2$	45.69	61.19	85.23	113.13	109.33	50.61	739.94	40.37	346.79
$3b/4$	21.89	31.23	47.06	71.89	100.07	100.02	38.69	648.68	380.11
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 1.2$		$\mu_1 \cdot 10^4$							
0	77.01	93.94	101.57	7.65	657.52	7.65	101.57	93.94	77.01
$b/4$	37.70	53.49	78.68	94.33	8.61	652.14	6.97	131.72	148.01
$b/2$	17.77	27.62	46.34	75.76	95.86	0.50	630.70	58.59	253.14
$3b/4$	7.62	12.56	22.67	41.99	71.50	93.28	9.28	545.45	324.77
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ادامه جدول (۵-۱۰) ضریب  $\mu_1$

$\theta = 1.4$   $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	41.03	59.01	80.99	21.50	566.53	21.50	80.99	59.01	41.03
b/4	17.12	28.35	50.82	77.34	21.17	563.55	29.97	99.51	92.34
b/2	5.48	12.49	25.19	49.93	78.82	26.68	549.01	66.05	183.42
3b/4	2.60	4.97	9.83	23.84	48.77	79.01	34.32	500.77	277.52
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 1.6$   $\mu_1 \cdot 10^4$									
	-h	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	21.88	37.00	63.27	37.30	496.74	37.30	63.27	37.00	21.88
b/4	7.79	15.05	32.68	61.54	37.19	495.22	41.97	74.54	57.64
b/2	2.68	5.61	13.58	32.33	62.39	40.41	485.82	67.14	135.01
3b/4	0.88	1.94	5.02	13.28	32.34	63.61	47.92	448.41	237.18
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 1.8$   $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	11.67	23.18	48.79	44.84	441.89	44.84	48.79	23.18	11.67
b/4	3.55	8.00	20.95	47.99	444.80	441.15	47.34	55.53	35.98
b/2	1.04	2.53	7.35	20.83	48.45	46.64	435.21	64.81	98.61
3b/4	0.29	0.76	2.33	7.31	21.06	49.70	52.81	405.74	202.70
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ادامه جدول (۵-۱۰) ضریب  $\mu_1$



$\theta=2$		$\mu_1 \cdot 10^4$							
0	6.23	14.52	37.25	47.34	397.82	47.34	37.25	14.52	6.23
b/4	1.62	4.26	13.39	36.88	47.33	397.47	48.65	41.23	22.46
b/2	0.41	1.15	3.97	13.35	37.11	48.33	393.81	60.67	72.02
3 b/4	0.10	0.30	1.08	3.99	13.55	38.12	53.19	370.41	173.23
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ادامه جدول (۵ - ۱۰) ضریب  $\mu'$

مثال :

عبورگاه پلی متشکل از دال تخت توپری به دهانه ساده  $12\text{ m}$  و عرض کل  $12\text{ m}$  و وزن  $20\text{ kN/m}^2$  مفروض است. نیروی برشی طولی حداکثر در مقطع  $x = \frac{L}{4}$  و  $\frac{L}{2}$  و  $\frac{3L}{4}$  را در اثر بار مرده با روش ماسونت محاسبه نمایید.

حل :

بدلیل تقارن بارگذاری مسلماً  $T_x = \frac{L}{2}$  و  $T_x = \frac{L}{4} = T_x = \frac{3L}{4}$  برابر صفر می باشد. بنابراین فقط در مقطع  $x = \frac{L}{4}$  نیروی برشی طولی حداکثر محاسبه می گردد.

$$T_x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n\pi} \frac{H_n}{2b} \cos \frac{n\pi x}{2a} \left[ K_{n\theta} + 2(n\theta)^2 \pi^2 \mu_{n\theta} \right]$$

$$T_x = \frac{2a}{2b\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} H_n \cos \frac{n\pi x}{2a} \left[ K_{n\theta} + 2(n\theta)^2 \pi^2 \mu'_{n\theta} \right]$$

$$x = \frac{L}{4} = \frac{2a}{4} = \frac{a}{2}$$

$$T_x = \frac{L}{4} = \frac{2a}{2b\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} H_n \cos \frac{n\pi}{4} \left[ K_{n\theta} + 2(n\theta)^2 \pi^2 \mu'_{n\theta} \right]$$

$$H_n = \frac{4\omega_0}{n\pi} \sin^2 \frac{n\pi}{2a}$$

از طرفی

$$T_{x= \frac{L}{4}} = \frac{4 \omega_0 a}{b \pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2 \frac{n \pi}{2a} \cos \frac{n \pi}{4} [K_{n \theta} + 2(n \theta)^2 \pi^2 \mu'_{n \theta}]$$

اما  $\alpha = b = 6m$  که در این صورت با بسط چهار جمله اول خواهیم داشت :

$$T_{x= \frac{L}{4}} = \frac{4 \omega_0}{\pi^2} \left\{ \frac{1}{1} \sin^2 \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} [K_{\theta} + 2(\theta)^2 \pi^2 \mu'_{\theta}] \right. \\ + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{2} [K_{2\theta} + 2(2\theta)^2 \pi^2 \mu'_{2\theta}] \\ + \frac{1}{9} \sin^2 \frac{\pi}{4} \cos \frac{3\pi}{4} [K_{3\theta} + 2(3\theta)^2 \pi^2 \mu'_{3\theta}] \\ \left. + \frac{1}{16} \sin^2 \frac{\pi}{3} \cos \pi [K_{4\theta} + 2(4\theta)^2 \pi^2 \mu'_{4\theta}] \right\}$$

اکنون مطابق جدول (۵-۱۱) مقادیر  $\mu'_{n\theta}$  را با استفاده از جدول (۵-۱۰) و  $K_{n\theta}$  را با استفاده از جدول (۵-۲) تعیین می‌نمائیم .

$\lambda$	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	$\Sigma \lambda \mu'_\lambda \times 10^6$	$\Sigma \lambda \mu'_\lambda / 8$
	0.5	1	1	1	1	1	1	1	0.5		
1 $\theta = 0.5$	-730.46	-482.42	-147.00	+400.82	1355.96	400.82	-147.00	-482.42	-730.46	168.3	0.0021 = $\mu'_{1\theta}$
2 $\theta = 1.0$	-144.91	-149.27	-123.77	58.35	779.35	58.35	-123.77	-149.27	-144.91	205.06	0.0025 = $\mu'_{2\theta}$
3 $\theta = 1.5$	-31.46	-48.00	-72.13	-29.40	531.83	-29.40	-72.13	-48.00	-31.45	201.12	0.0025 = $\mu'_{3\theta}$
4 $\theta = 2.0$	-6.23	-14.52	-37.25	-47.34	397.82	-47.34	-37.25	-14.52	-6.23	193.37	0.0024 = $\mu'_{4\theta}$

جدول (۵-۱۱)

$$T_{x= \frac{L}{4}} = \frac{4 \times 20 \times 12}{\pi^2} \left\{ \sin^2 \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} [0.9987 + 2(0.5)^2 \pi^2 (0.0021)] \right. \\ + 0 \\ + \frac{1}{9} \sin^2 \frac{\pi}{4} \cos \frac{3\pi}{4} [0.9967 + 2(1.5)^2 \pi^2 (0.0025)] \\ \left. + \frac{1}{16} \sin^2 \frac{\pi}{3} \cos \pi [0.9967 + 2(2)^2 \pi^2 (0.0024)] \right\}$$

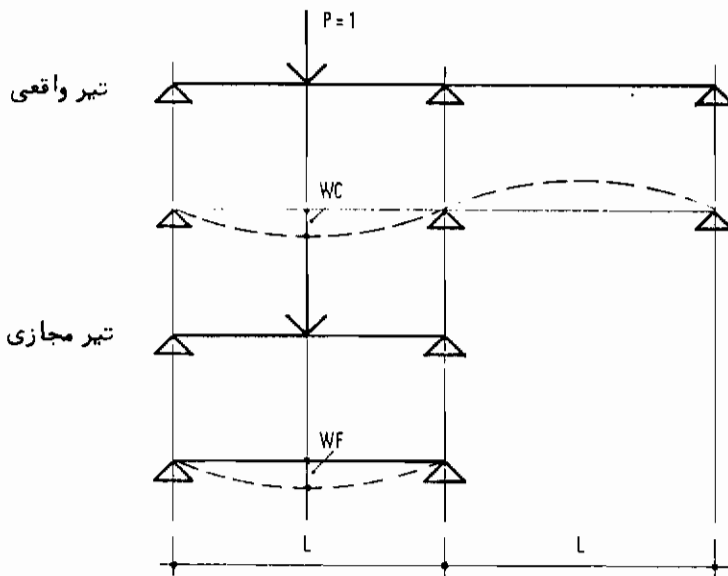
فقط سه جمله اول در نظر گرفته شده است .

$$T_{x=\frac{L}{4}} = \frac{L}{4} = \frac{4 \times 20 \times 12}{\pi^2} (0.0478 - 0.0435 - 0.0556) = -4.989 \text{ KN/m}$$

بطور مشابه می توان نیروی عکس العمل تکیه گاهی در  $x=0$  و  $x=2a$  را محاسبه کرد .

روش ماسونت برای دهانه های یکسره

در این حالت ماسونت پیشنهاد می کند که تیر یکسره با یک تیر مجازی با دهانه ساده جانشین شود . ضریب سختی برای تیر ساده طوری محاسبه می گردد که تیر واقعی و تیر مجازی برای یک بارگذاری مشخص خیز یکسان را ایجاد نمایند (شکل ۳۵-۵) .



شکل (۳۵-۵)

با توجه به شکل (۳۵-۵) در تیر دو دهانه در اثر اعمال  $p=1$  خیز در وسط دهانه اول

$$W_c = \frac{L^3}{6EI_B}$$

که در آن  $c$  عدد ثابتی است برای تیر مجازی (دهانه ساده) :

$$W_F = \frac{L^3}{48EI_B^F}$$

دو خیز را مساوی هم قرار می‌دهیم .

$$W_F = W_C$$

$$\frac{1}{CI_B} = \frac{1}{48 I_B^F}$$

$$I_B^F = \frac{C}{48} I_B = r I_B$$

بنابراین

$$r = \frac{C}{48}$$

که:

$$\theta^F = \frac{b}{2a} \left[ \frac{i_F}{j} \right] \frac{1}{4} = \theta(r) \frac{1}{4}$$

پس

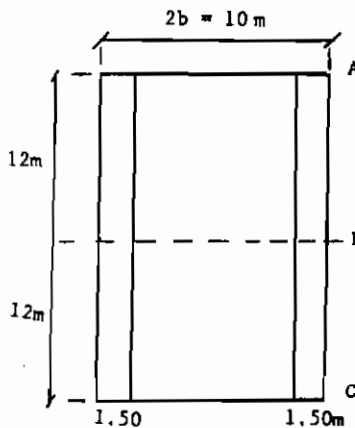
$$\alpha^F = \frac{\alpha}{r \frac{1}{2}}$$

بطریق مشابه

برای سازه‌های با دهانه یکسره متفاوت مقدار  $\theta_F$  و  $\alpha_F$  برای هر دهانه باید جداگانه حساب شود .

مثال :

مطلوبست محاسبه حداکثر لنگر خمشی در وسط دهانه AB از عبورگاه دال تخت دو دهانه شکل (۵-۳۶) در اثر اعمال یک بار متمرکز به مقدار P در نقطه استاندارد  $\frac{b}{4} +$  از عبورگاه .



نکته‌گاه کناری

نکته‌گاه میانی

نکته‌گاه کناری

شکل (۵-۳۶)

حل:

برای دودخانه مساوی در وسط دهانه اول خیز ماکزیمم در اثر بار واحد برابر است با

$$y_{\max_c} = \frac{L^3}{66.7EI_c}$$

$$r = \frac{66.7}{48} = 1.389 \quad \text{بنابراین ثابت } C = 66.7 \text{ که در نتیجه.}$$

$$\theta^F = \frac{b}{2a} (r)^{\frac{1}{4}} = \frac{5}{12} (1.389)^{\frac{1}{4}} = 0.452 \quad \text{دال تخت پس:}$$

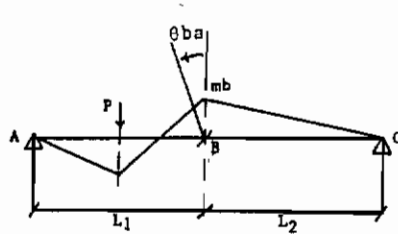
$$\alpha^F = (1)(r)^{-\frac{1}{2}} = (1.389)^{-\frac{1}{2}} = 0.849$$

بار در محل نقطه استاندارد  $+\frac{b}{4}$  اعمال می شود، محلی که لنگر طولی ماکزیمم خواهد بود  $y = +b$  می باشد. چون  $0 < \alpha < 1$  بوده و نیز  $0.4 < \theta < 0.5$  می باشد پس با انترپوله از جداول  $\theta = 0.4 K_0$ ،  $\theta = 0.4 K_1$ ،  $\theta = 0.5 K_0$  و  $\theta = 0.5 K_1$  مقادیر لازم مطابق جدول (۵-۱۲) محاسبه می گردند.

	$\theta=0.4k_0$	$0.5k_0$	$0.45k_0$	$0.4k_1$	$0.5k_1$	$0.45k_1$	$0.45k\alpha$
0	1.0851	1.1877	1.1364	1.0414	1.0767	1.0590	1.0651
b/4	1.2696	1.3721	1.3208	1.0914	1.1557	1.1235	1.3902
b/2	1.4005	1.4336	1.4170	1.1051	1.1607	1.1329	1.1552
3b/4	1.5005	1.4250	1.4627	1.0994	1.1293	1.1143	1.1417
b	1.5916	1.3968	1.4942	1.0893	1.0937	1.0915	1.1231

جدول (۵-۱۲)

بنابراین در  $y = +\frac{b}{2}$ ،  $e = +\frac{b}{4}$  داریم. اکنون با استفاده از روش نیرو-تغییر مکان (ضمیمه ۲) لنگر خمشی متوسط در وسط دهانه AB را حساب می کنیم (شکل ۵-۳۷) الف.



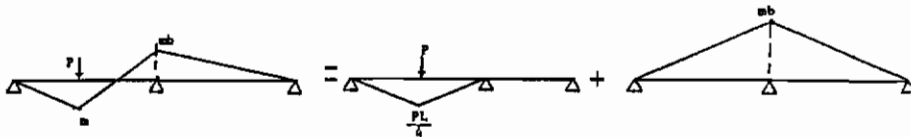
شکل (۳۷-۵) الف -

با استفاده از شکل (۳۷-۵) الف داریم:

$$m_b \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} \right) + m_b \left( \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) = \theta_{ba}$$

$$L_1 = L_2 = L, E_1 I_1 = E_2 I_2 = EI, \theta_{ba} = \frac{PL_1^2}{16E_1 I_1} \quad \text{اما}$$

$$m_b = \frac{3}{32} PL \quad \text{بنابراین}$$



شکل (۳۷-۵) ب

با استفاده از شکل (۳۷-۵) ب خواهیم داشت:

$$m = \frac{PL}{4} - \frac{m_b}{2} = 0.2031 PL$$

$$M_{xmean} = \frac{0.2031 L}{10} = 0.2437 P$$

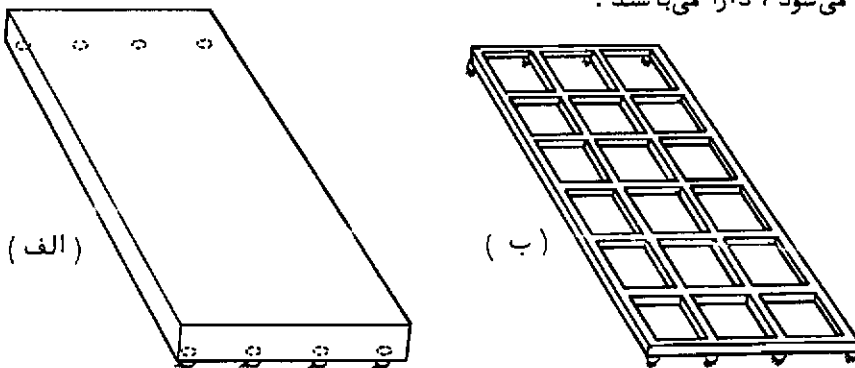
$$M_{xmax.} = 0.2437 P \times 1.1 \times 1.1552 = 0.3097 P$$

۵-۶ روش تشابه سازی عبورگاه واقعی به یک شبکه معادل

در این روش عبورگاه واقعی توسط یک شبکه دوبعدی یا سه بعدی معادل متشکل از

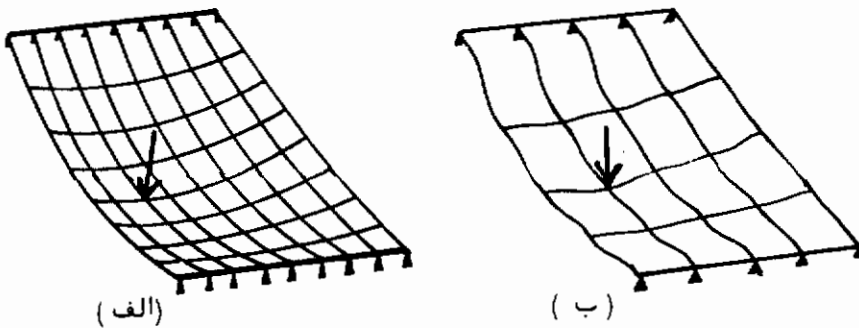
تعدادی اعضای تیری جانشین می‌گردد. سپس شبکه حاصل حل شده و نیروهای داخلی لازم محاسبه می‌گردند. این روش مشابه با روش اجزاء محدود بوده که در آن عبورگاه واقعی به تعدادی اجزاء کوچک تقسیم می‌گردد که برای هر یک معادلات خمشی تقریبی صفحه را می‌توان نوشت و در بخش بعدی (۵-۷) توضیح داده می‌شود. یکی از مزایای روش شبکه و یا اجزاء محدود استفاده از برنامه‌های کامپیوتری می‌باشد که حل سریع و دقیق را امکان پذیر می‌سازد. مزیت عمده دیگر روش شبکه در این است که برای طراح توجه فیزیکی خوبی از عملکرد سازه فراهم می‌سازد.

روش شبکه را می‌توان به عنوان یکی از مرسوم ترین روشهای کاربردی کامپیوتری برای تحلیل عبورگاههای پل نام برد. این موضوع بدلائل ساده‌گی در درک و استفاده از آن، مخارج کم، و نتایج رضایت بخشی که برای تعداد عمده‌ای از انواع پلهای حاصل می‌گردد می‌باشد. این روش اولین بار با استفاده از کامپیوتر توسط شخصی بنام لایت فوت<sup>۷</sup> و ساکو<sup>۸</sup> تهیه گردید که در آن عبورگاه توسط شبکه معادلی از تیرها مطابق شکل (۵-۳۸) بیان شد. سختیهای خمشی و پیچشی گسترده در هر قسمت از دال، برای منظور تحلیل، در نزدیکترین تیر شبکه معادل بصورت متمرکز فرض می‌گردد. سختیهای طولی دال در تیرهای طولی متمرکز شده و سختیهای عرضی در تیرهای عرضی متمرکز می‌شوند، در حالت ایده‌آل سختیهای تیرها باید طوری انتخاب شوند که اگر دال مورد نظر و شبکه معادل تحت اثر بارهای یکسانی قرار گیرند، دو سازه تغییر شکل یکسانی را از خود نشان دهند و لنگرهای خمشی و پیچشی و نیروهای برشی ایجاد شده در هر تیر شبکه معادل با تنشهای حاصل در سطح مقطع قسمتی از دال که تیر بیانگر آن می‌باشد مساوی باشند. این ایده‌آل سازی در حقیقت فقط تقریبی بوده چه دو نوع سازه خواص مختلفی را، همانگونه که در زیر توضیح داده می‌شود، دارا می‌باشند.



شکل (۵-۳۸) الف دال مورد نظر و ب) شبکه معادل

اولاً، تعادل هر جزئی از دال نیاز به برابر بودن پیچشها در دو جهت عمود بر هم دارد، و همچنین دوران  $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}$  در دو جهت متعامد یکسان است. در شبکه معادل هیچگونه اصل فیزیکی و یا ریاضی برای یکسان ساختن پیچشها و یا دورانها در دو جهت متعامد در یک اتصال وجود ندارد. اما اگر شبکه به اندازه کافی ریز باشد، همانند شکل (۵-۳۹) الف، تغییر شکل آن نسبتاً یکنواخت خواهد بود و دوران در دو جهت متعامد تقریباً مساوی می شود (پیچشها نیز به همین صورت خواهند بود اگر سختیهای پیچشی در دو جهت برابر باشند). از طرف دیگر اگر شبکه خیلی درشت باشد همانند شکل ب، تغییر شکل آن تحت اثر بار یکنواخت نخواهد بود که در نتیجه دورانها و پیچشها در دو جهت متعامد الزاماً یکسان نمی باشند. حتی در حالت اخیر این نوع شبکه را می توان برای موارد عملی بکار برد. مسئله دیگری که در شبکه وجود دارد اینست که در این نوع سازه لنگر خمشی در هر تیر تنها متناسب با عکس شعاع انحنا می باشد، حال آنکه در دال تخت که مشابه یک صفحه



شکل (۵-۳۹) الف شبکه ریز، ب) شبکه درشت

می باشد لنگر خمشی در هر جهتی بستگی به شعاع انحنا در آن جهت و امتداد عمود بر آن دارد. خوشبختانه از طریق مقایسه های عددی بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از روشهای دقیق، ثابت شده است که تنشهای خمشی بوجود آمده در شبکه معادل در اثر لنگرهای گسترده برای اکثر اهداف عملی به اندازه کافی دقیق می باشند. در مجاورت بار وارده، که به مساحتی کوچکتر از فاصله بین تیرهای شبکه بار وارد می شود، شبکه لنگرهای خمشی و پیچشی حداکثر موضعی را پیش بینی نمی کند.

اجزاء شبکه پلیهای صفحاتی

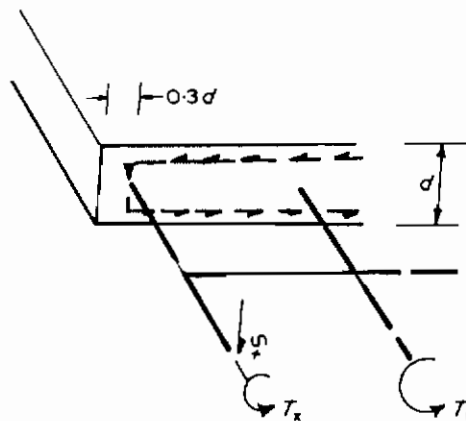
بدلیل تعداد زیاد انواع مختلف شکل عبورگاهها و نوع تکیه گاههاشان، وضع قوانین



دقیق کلی‌جهت انتخاب نوع شبکه مشکل است. اگرچه خلاصه کردن مشخصات تعدادی عبورگاه و بار وارده مفید خواهد بود.

۱- عملکرد سازه را از نقطه نظر طراح در نظر بگیرید، و تیرهای شبکه را منطبق بر خطوط مقاومت طرح قرار دهید. (مثلاً "موازی پیش‌تنیدگی یا تیرهای اصلی، در امتداد تیرهای کناری، در امتداد خطوط مقاومت بزرگی تکیه‌گاهها و غیره).

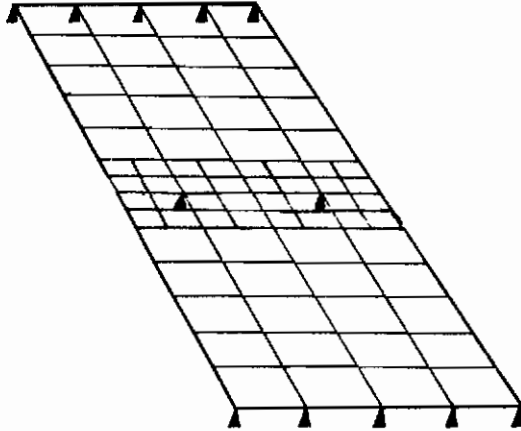
۲- توجه در نحوه پخش نیروها در داخل سازه مورد نظر داشته باشید. به عنوان مثال اگر عبورگاهی سطح مقطعی مطابق شکل (۵-۴۰) را دارا باشد، جریانهای برش پیچشی مطابق شکل می‌باشند. جریانهای برش در امتداد قائم در کناره‌های دال توسط مؤلفه  $S_x$  از نیروهای برشی قائم در اعضای کناری شبکه بیان می‌شوند. برای اینکه شبکه معادل خیلی نزدیک به دال واقعی باشد، هر عضو کناری شبکه باید نزدیک به محل برآیند جریانهای برش قائم در کناره دال قرار داده شود. برای دال تخت توپر این فاصله تقریباً "برابر با  $\frac{2}{3}$  ضخامت دال از کناره دال می‌باشد.



شکل (۵-۴۰) نیروهای پیچشی در کناره شبکه

۳- تعداد کل اعضای طولی را می‌توان از یک عدد (اگر دال به اندازه‌ای باریک باشد که رفتار تیر را بتوان برای آن فرض کرد) تا بیست عدد یا بیشتر (اگر عبورگاه خیلی پهن باشد و بدقت طرح گردد تا ارزش مخارج و کار اضافی را داشته باشد) در نظر گرفت. قرار دادن اعضا نزدیکتر از ۲ تا ۳ برابر ضخامت دال ضرورتی ندارد چون پخش موضعی بار در داخل دال در نظر گرفته نمی‌شود. از طرف دیگر، اگر اطلاعات بدست آمده جهت تعیین مفادیر حداکثر موضعی باشد، حداکثر فاصله بین اعضای طولی برای دالهای ایزوتروپیک حدود  $\frac{1}{4}$  طول دهانه مؤثر در نظر گرفته می‌شود.

۴ - فاصله بین اعضای عرضی باید به اندازه کافی کم باشد تا بارهای گسترده در اعضای طولی را بتوان با دقت کافی توسط چند بار متمرکز بیان کرد ، یعنی فاصله‌ای حدوداً " کمتر از  $\frac{1}{4}$  دهانه مؤثر باشد . در نواحی جهش نیروهای داخلی مثل تکیه‌گاه‌های داخلی فاصله کمتری لازم است ، همانند شکل ( ۵ - ۴۱ ) .



شکل ( ۵ - ۴۱ ) شبکه ریز در نواحی تغییر ناگهانی روی تکیه‌گاه میانی

۵ - فاصله‌های اعضای طولی و عرضی باید تقریباً مشابه باشند تا پخش استاتیکی بار در حد لازم امکان پذیر باشد .

۶ - عبورگاه‌های با دهانه ساده با زاویه مورب کمتر از  $۲۰^\circ$  را معمولاً می‌توان با شبکه قائم تحلیل کرد . اما اگر زاویه عبورگاه نسبت به پایه‌ها بیشتر از  $۲۰^\circ$  درجه باشد و یا عبورگاه یکسره باشد در این صورت اختلاف زاویه تکیه‌گاه‌های شبکه نسبت به تکیه‌گاه‌های عبورگاه واقعی نباید بیش از  $۵^\circ$  درجه باشد .

۷ - در حالت کلی زاویه بین اعضای طولی و عرضی در شبکه باید قائم باشد (حتی برای پله‌های مورب) مگر امتداد‌های مقاومت مثلاً " میلگردها مورب باشند .

۸ - اگر عبورگاه زاویه مورب زیادی داشته باشد یا محل اتصال تکیه‌گاهها به عبورگاه خیلی نزدیک به یکدیگر باشند ، فشرده شدن سیستم‌های تکیه‌گاهی اثر مهمی در نیروهای برشی موضعی و غیره دارد و در نتیجه در مدل سازی آن باید دقت کافی صورت گیرد .

۹ - در تحلیل شبکه فرض می‌شود که بارهای متمرکز توسط بارهای عرضی که توسط عضو جانشین می‌شود پخش گردد . گاهی اوقات عبورگاه‌های با تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای منفرد بهتر است که با دو شبکه مستقل مورد مطالعه قرار گیرد . ابتدا توسط یک شبکه با فاصله اعضای

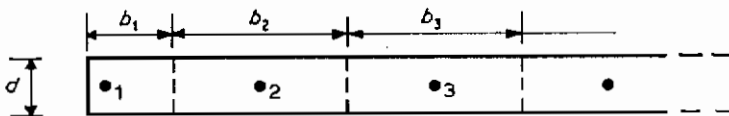
زیاد برای تمام عبورگاه جهت مطالعه گسترش لنگرها و غیره بین دهانه‌ها. ثانیا توسط یک شبکه ریز، که فقط نواحی کوچکی در اطراف تکیه‌گاه را بیان کند. نیروها و تغییرشکل‌های کرانه‌های مرزی این شبکه کوچک از نیروها و تغییرشکل‌های خروجی همان نقاط در شبکه بافاصله اعضای زیاد تعیین می‌گردد.

### خواص مقطع اعضای شبکه پلهای صفحهای

#### اینرسی‌های خمشی

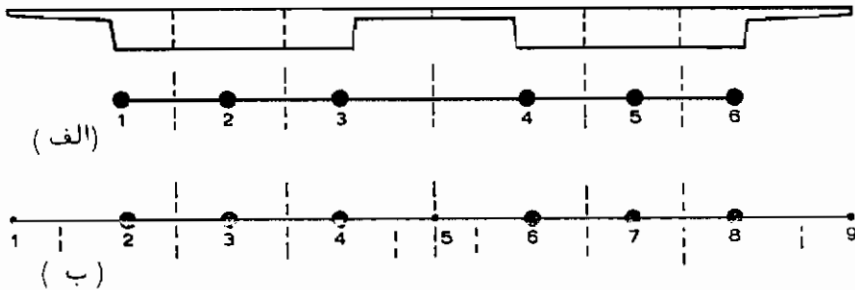
اینرسی خمشی اعضای طولی و عرضی شبکه با در نظر گرفتن قسمتی از دال که توسط عضوی از شبکه جانشین شده است محاسبه می‌شوند، شکل (۵-۴۲). معان اینرسی حول تار خنثای عبورگاه تعیین می‌شود، بنابراین برای یک دال ایزوتروپیک داریم:  $I = \frac{bd^3}{12}$  اگر عبورگاه کنسول نازکی با دالهای نازک مابین داشته باشد همانند شکل (۵-۴۳)، در اینصورت اعضای طولی را می‌توان مثل (الف) یا مثل (ب) قرار داد. در شکل (الف) اینرسی‌های تمام اعضا نسبت به تار خنثای عبورگاه محاسبه می‌شوند. اما در شبکه‌ای که اعضای آن مطابق شکل (ب) باشد، دالهای نازک که در تراز بالای اعضای ۱، ۵ و ۹ قرار دارند، عمدتاً بعنوان پلهای اعضای ۲، ۴، ۶، ۸ به ترتیب عمل می‌کنند. در نتیجه اینرسی‌های ۵، ۱ و ۹ نسبت به مرکز سطح دال نازک محاسبه شده و حال آنکه برای اعضای ۲، ۴، ۶ و ۸ اینرسی‌ها همانند شکل (الف) محاسبه می‌شوند، اما اینرسی‌های ۱، ۵ و ۹ باید کم شوند. از نظر عرضی دال نازک حول تار خنثای خودش خم خواهد شد بطوری که ضخامت دال نازک در معادله معان اینرسی برای اعضای ۲-۱، ۵-۴، ۶-۵، ۸-۹ استفاده می‌شود و ضخامت دال ضخیم در معادله مربوطه برای اعضای ۳-۲، ۴-۳، ۶-۷، ۸-۷ بکار برده می‌شود.

برای عبورگاه دال حفره‌ای همانند شکل (۵-۴۴) اینرسی اعضای طولی شبکه برای مقطع سایه خورده حول تار خنثی محاسبه می‌شوند. اینرسی در جهت عرضی معمولاً نسبت به مرکز حفره‌ها محاسبه می‌شود. اگر عمق حفره کمتر از ۶۰ درصد عمق دال باشد، اینرسی عرضی را می‌توان تقریباً مساوی اینرسی طولی در واحد عرض فرض کرد. هیچیک از این محاسبات دقیق نبوده، اما برای هدفهای عملی طرح هر دو قابل قبول می‌باشند.



شکل (۵-۴۲) تقسیم بندی مقطع عرضی عبورگاه دال تخت برای تعیین

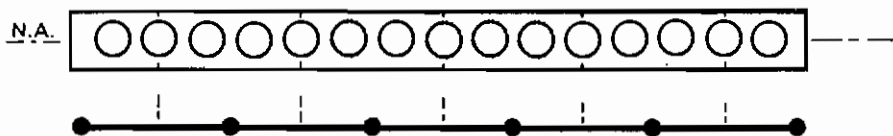
محل اعضای طولی شبکه



شکل (۵ - ۴۳) وضعیت‌های متفاوت برای اعضای طولی شبکه عبورگاه شامل قسمتهای نازک

اگر معادله لنگر خمشی - شعاع انحنا برای یک دال با معادله مشابه برای یک تیر باهم مقایسه شوند ملاحظه می‌گردد که معادله دال برخلاف معادله تیر بستگی به شعاع انحنای عرضی داشته و نیز سختی دال  $(\frac{1}{1 - \nu^2})$  برابر اثر سختی تیر می‌باشد. این اثر ازدیاد سختی یک دال نسبت به تیر معادل معمولاً در تحلیل شبکه صرفنظر می‌شود چرا که سختی‌های طولی و عرضی به یک نسبت در آن اثر داشته و بنابراین در پخش بار تغییری حاصل نمی‌گردد.

عبورگاههای پلهای دال تخت بتن مسلح یا بتن پیش تنیده معمولاً در جهت طولی و عرضی دارای سختی‌های یکسان می‌باشند با این نتیجه که اگر کل سطح مقطع مؤثر بدون ترک فرض گردد و از اثر میلگردها صرفنظر شود نتایج به اندازه کافی دقیق می‌باشند. از طرف دیگر اگر نسبت میلگردهای عرضی به میلگردهای طولی کم باشد یا پل پیش تنیده شود، اثر خمشی باید در نظر گرفته شود و اینرسی‌ها برای مقاطع معادل در دو جهت مختلف جداگانه محاسبه شوند.



شکل (۵ - ۴۴) موقعیت اعضای طولی شبکه برای عبورگاههای دال تخت حفرمای.

## پیچش

در بخش (۵-۵) نشان داده شد که ثابت پیچشی در واحد عرض یک دال از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$C = \frac{d^3}{6}$$

بنابراین برای تیری از شبکه که بیانگر عرض  $b$  از دال می‌باشد داریم

$$C = \frac{bd^3}{6}$$

این مقدار دو برابر مقدار ممان اینرسی (یعنی  $\frac{bd^3}{12}$ ) می‌باشد و در حالت کلی فرض  $C=2I$  برای اعضای شبکه که بیانگر دالها می‌باشند امکان‌پذیر می‌باشد. روش ساده دقیقی برای محاسبه  $C$  مربوط به یک دال حفره‌ای وجود ندارد ولی رابطه  $C=2I$  را می‌توان قابل قبول فرض کرد.

در دال‌های ارتوتروپیک واقعی، لنگرهای پیچشی در امتداد طولی و عرضی دال برابر می‌باشند. و نیز در هر دو دوران یکسان بوده و مساوی با  $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}$  می‌باشد. در نتیجه اعضای طولی و عرضی شبکه باید ثابت‌های پیچشی یکسانی را در واحد عرض عبورگاه داشته باشند. با بکاربردن تقریب هوبر<sup>۹</sup> در معادلات صفحه ارتوتروپیک رابطه ثابت پیچشی تیرهای طولی و عرضی شبکه بصورت زیر پیشنهاد می‌گردد.

$$C = 2\sqrt{(i_x i_y)}$$

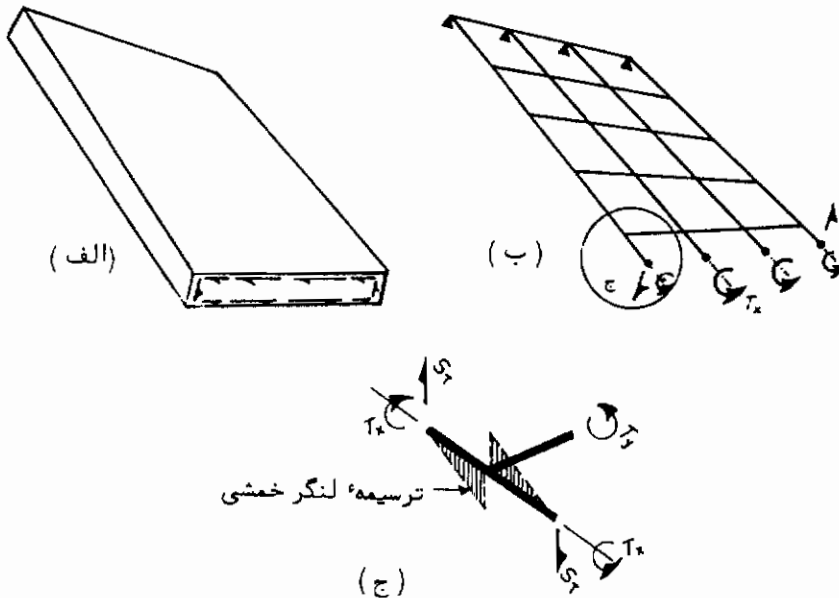
که  $C$  برابر ثابت پیچشی دال در واحد عرض دال  $i_x$  با برابر با اینرسی عضو طولی در واحد عرض و  $i_y$  اینرسی عضو عرضی در واحد طول دال می‌باشند.

در عبورگاه‌های دال و تیر و دال فولادی تقویت شده ارتوتروپیک، پیچش در دو امتداد عمود برهم مساوی نبوده و معادله بالا قابل اجرا نمی‌باشد و ثابت‌های پیچشی متفاوت می‌باشند.

در کناره‌های دال، برآیند جریانهای برشی افقی در نزدیکی بالا و پائین مقطع (شکل (۴۵-۵) الف) در فاصله تقریباً  $3/3$  هضخامت دال از کناره دال وجود دارند. در صورتیکه عرض عضو کناری برای محاسبات  $C$  به  $(b-0.3d)$  کاهش یابد معادل بودن عبورگاه واقعی و

شبکه منطقی تر خواهد بود .

باید به این نکته توجه کرد که پیچش در دال فقط بیانگر پیچشی در مقطع در اثر جریانهای برش مقاوم افقی در نزدیکی بالا و پائین مقطع می باشد ، حال آنکه جریانهای برش قائم در کناره ها به عنوان قسمتی از نیروهای برش قائم در نظر گرفته می شود . شبکه نیز رفتار مشابهی را دارا می باشد ، شکل (۵-۴۵) ب و ج .



شکل (۵-۴۵) پیچش (الف) یک دال (ب) شبکه معادل و (ج) نیروها در قسمتی از شبکه

نیروهای مقاطع اعضای شبکه (شکل ب) معادل با نیروهای موجود در مقطع شکل (الف) می باشد که پیچش های  $T_x$  اعضای شبکه، معادل پیچش در دال در اثر جریانهای برشی افقی بوده و نیروهای برشی  $S_T$  در شبکه معادل نیروهای برشی قائم در دال می باشند . دلیل بوجود آمدن نیروی برشی  $S_T$  در اعضای کناری شبکه (و در کناره های دال) در اثر پیچش در شکل (ج) تشریح شده است . دوران شبکه باعث بوجود آمدن دوران و پیچش در اعضای طولی و نیز عرضی می شود . در اتصال بین عضو عرضی و عضو طولی ، پیچش عرضی باعث ایجاد لنگرهای خمشی و نیروهای برشی  $S_T$  در عضو طولی می شود . در اتصالات داخلی شبکه لنگر پیچشی عرضی اعضای عرضی دو طرف اتصال یکدیگر را خنثی می کنند و فقط در صورت تفاوت لنگر پیچشی عرضی بین دو طرف اتصال لنگرهای خمشی و نیروهای

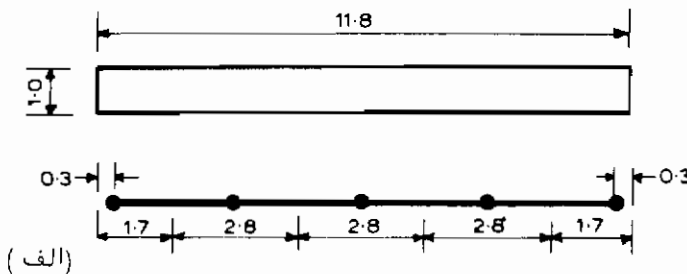
برشی ناچیزی در اعضای طولی بوجود می‌آید .  
 یک حالت استثنا برای قانون بالا زمانی است که برای عبورگاههای تبری، شبکه متشکل از تنها یک عضو طولی و تعدادی اعضای عرضی باشد . در این صورت چون تیر طولی باید تمام پیچش در سطح مقطع در اثر جریانهای برش افقی مقاوم و نیروهای برشی قائم کناری مقاوم را تحمل نماید ، ثابت پیچش همانند حالت تیر دو بعدی باید محاسبه گردد .

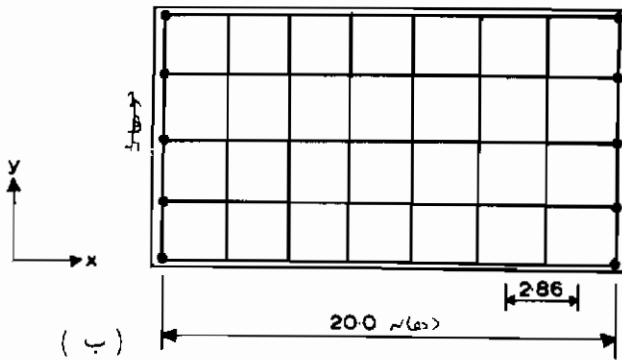
### مثالهایی از شبکه

#### دال تخت توپر

شکل (۵-۴۶) یک دال تخت توپر بتن آرمه و نیز شبکه معادل آنرا نشان می‌دهد . چون شبکه کوچک می‌باشد ، همچنین مخارج آن پائین خواهد بود ، بهتر است که شبکه نسبتاً ریزی در اینجا انتخاب گردد بطوری که فاصله تیرهای طولی حدوداً "۵/۲ برابر ضخامت دال باشد . اعضای طولی کناری در فاصله ۳/۵ ضخامت دال از کناره آن قرار داده می‌شوند که محل نیروهای برشی قائم در اثر پیچش در دال می‌باشد .  
 چون میلگردها در دو جهت تقریباً با هم برابرند ، سختی دال برابر یا سختی یک دال ایزوتروپیک فرض می‌گردد . با محاسبه اینرسی‌ها در تمام سطح بتن ( یعنی سی از ترک خوردگی بتن صرف‌نظر شود ) خواهیم داشت :

$$i_x = i_y = \frac{1.0^3}{12} = 0.0834 \quad / \quad \text{واحد عرض دال}$$





شکل (۵-۴۶) شبکه دال تخت توپیر. (الف) مقطع عرضی، (ب) پلان.

$$C_x = C_y = \frac{1.0^3}{6} = 0.167$$

برای اعضای طولی داخلی با فاصله عرضی ۲/۸ متر از یکدیگر داریم:

$$I_x = 2.8 \times 0.0834 = 0.233 \quad C_x = 2.8 \times 0.167 = 0.466$$

برای عضو طولی کناری برای محاسبه I عرض ۱/۷ m بوده و برای محاسبه C عرض ۱.۴ m می‌باشد (یعنی عرضی که تحت اثر جریانه‌های برشی پیش افقی قرار می‌گیرد). بنابراین:

$$I_x = 1.7 \times 0.0834 = 0.142 \quad , \quad C_x = 1.4 \times 0.167 = 0.233$$

اینرسی‌های عرضی نیز به طریق مشابه محاسبه می‌شوند.

دال تخت توپیر مرکب همراه با تیر تقویت کننده کناری

شکل (۵-۴۷) عبورگاه دال تخت یک دهانه که متشکل از تیرهای پیش تنیده بتنی و بتن در جا می‌باشد نشان می‌دهد. تیرهای پیش تنیده نسبت به تکیه‌گاه قائم بوده اما عبورگاه از نوع مورب با زاویه زیاد می‌باشد.

شبکه طوری در نظر گرفته می‌شود که اعضای طولی آن موازی تیرهای پیش تنیده باشند و اعضای عرضی قائم بر اعضای طولی. هر تیر طولی بیانگر سه تیر پیش تنیده بوده و حال آنکه فاصله تیرهای عرضی از یکدیگر برابر  $\frac{1}{4}$  طول دهانه عبورگاه می‌باشد. تیر کناری نا



متقارن از نوع بطرف بالا می باشد .

بتن درجا ریخته شده مقاومت و سختی کمتری از بتن پیش تنیده دارد بطوری که ضریب تعدیل آن نسبت به بتن پیش تنیده برابر  $m = 0/8$  می باشد . اینرسی های مقطع ترک - خورده تبدیل یافته مختلف در دو جهت بکار برده می شود چون میلگردها در جهت عرضی نسبتاً کم می باشند . علاوه بر این ، این میلگردها مساحت های متفاوتی را در حصیری بالا و پائین داشته بطوری که مقطع تبدیل یافته عرضی اینرسی های مختلفی را برای ممان مثبت و منفی دارند ؛ متوسط دو تا بکار برده می شود . در نتیجه  $m = 7$  برای میلگردها (بارگذاری کوتاه مدت ) داریم :

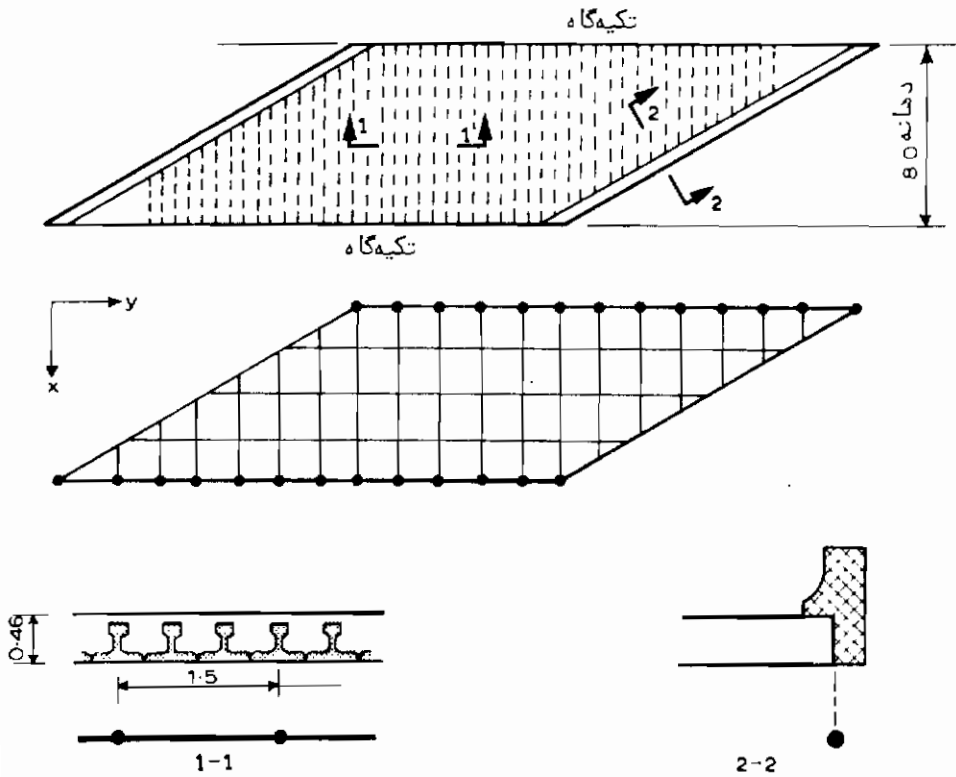
$$\begin{array}{lll} \text{برای هر عضو} & \text{در واحد عرض دال} & i_x = 0.0070 \\ \text{برای هر عضو} & \text{در واحد عرض دال} & i_y = 0.00035 \end{array}$$

$$C_x = C_y = 2\sqrt{i_x i_y} = 0.0031 \quad \text{برای هر واحد عرض دال}$$

خواص مقطع تیر تقویت کننده کناری برای مساحت سایه خورده شکل (۴۷-۵) محاسبه می شوند . (فرض می شود که اثر دال مرکب در اعضای قائم برهم داخلی شبکه در نظر گرفته شده باشد ) . چون تقویت کننده کناری همانند یک تیر عمل می کند ، ثابت پیچشی همانند یک تیر محاسبه می شود . باید توجه داشت که اینرسی تیر کناری بطریقی که در بخش های قبلی توضیح داده شد افزایش نیافته است چون سختی عرضی دال مرکب ممکن است کافی نباشد تا مثل یک بال مؤثر عمل نماید .

#### دال تخت حفره ای دو دهانه

شکل (۴۸-۵) عبورگاه دال حفره ای دو دهانه ای را نشان می دهد که دالهای کنسولی کناری جهت تحمل سرویسهای می باشند . شبکه دارای چهار عضو طولی می باشد . اعضای کناری نسبت به مرکز جانهای کناری که جریانهای برش پیچشی قائم متمرکز می باشند نامتقارن است . اعضای طولی داخلی از موقعیت محل تماس عبورگاه با تکیه گاه می گذرند . اعضای عرضی بطور کلی نسبت به اعضای طولی قائم می باشند و در فاصله تقریبی  $\frac{1}{5}$  دهانه مؤثر قرار دارند . در نزدیکی تکیه گاه داخلی اعضا نزدیکتر بوده تا تغییرات ناگهانی را بتوان تحلیل کرد و به علاوه یک عضو مورب بین نقاط تماس تکیه گاه می با عبورگاه قرار داده شده است تا بیانگر تجمع مقاومت در فرم یک دیافراگم تیر بتن مسلح باشد .



شکل (۴۷-۵) شبکه عبورگاه دال تخت مرکب مورب

اینرسی طولی برای مساحت سایه خورده شکل (۴۸-۵) محاسبه می‌شود که داریم:

$$i_x = \frac{1.0^3}{12} - \frac{\pi \times 0.6^4}{64} = 0.077 \quad \text{در واحد عرض دال}$$

در صورتیکه رفتار دال ایزوتروپیک فرض گردد:

$$i_x = i_y$$

در واحد عرض دال

$$C_x = C_y = 2i_x = 0.154$$

بنابراین برای اعضای طولی داخلی داریم:

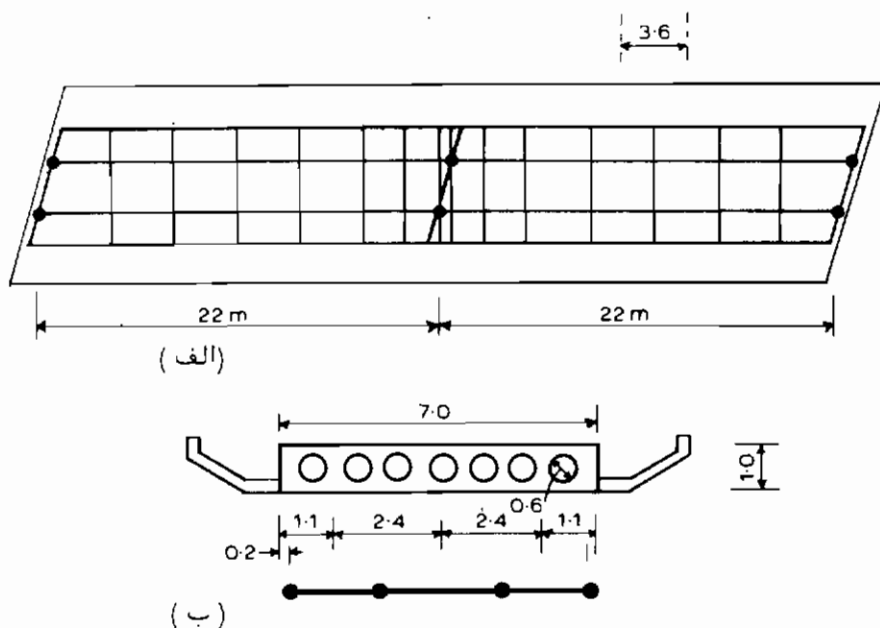
$$I_x = 2.4 \times 0.077 = 0.185 \quad \text{و} \quad C_x = 2.4 \times 0.154 = 0.37$$

و برای اعضای کناری :

$$I_x = 1.1 \times 0.077 = 0.085 \quad , \quad C_x = 0.9 \times 0.154 = 0.14$$

برای اعضای کناری متعامد نزدیک وسط دهانه داریم :

$$I_y = 3.6 \times 0.077 = 0.277 \quad , \quad C_y = 3.6 \times 0.154 = 0.55$$



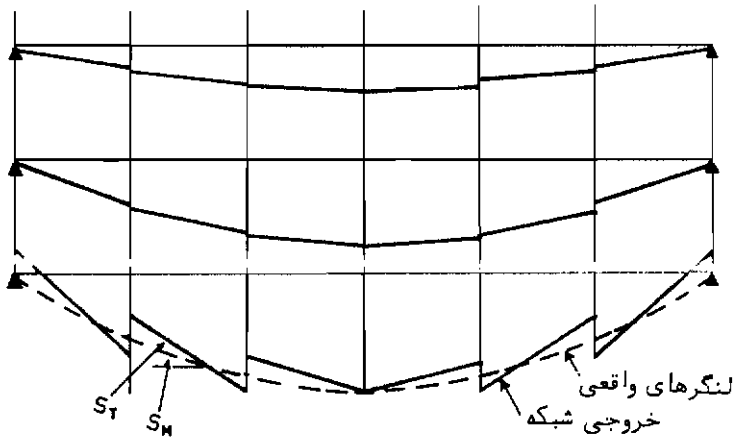
شکل (۵-۴۸) شبکه عبورگاه دال حفره‌ای یکسره. (الف) پلان، (ب) مقطع عرضی

محاسبه خواص مقطع دیافراگم‌های مورب دقیق نمی‌باشد. پیشنهاد می‌گردد که خواص آن بر اساس مقدار اضافه میلگرد بکار رفته شده در دیافراگم نسبت به سایر محلهای دال تعیین گردد.

تفسیر نتایج حاصل از حل شبکه

### ترسیمه‌های لنگر خمش و نیروهای برشی

شکل (۵-۴۹) نمونه‌هایی از ترسیمه‌های لنگر خمشی سه عضو طولی نزدیک به یک‌لبه شبکه را نشان می‌دهد. ترسیمه برای اعضای داخلی معمولاً "یکسره خواهد بود و لنگرهای خمشی طرح را می‌توان مستقیماً" از نتایج شبکه خواند. ترسیمه عضو کناری معمولاً "غیر-یکنواخت پله‌ای بوده که بدلیل اثرات پیچش نمایش داده شده در شکل (۵-۴۵) می‌باشد. ترسیمه پله‌ای شکل (۵-۴۹) را می‌توان به‌عنوان مجموعه‌ای از ترسیمه لنگر خمشی پله‌ای در اثر پیچش بر روی ترسیمه لنگر خمشی یکسره، بصورت خط چین نشان داده شده، در اثر خمش فرض کرد. در نتیجه، لنگرهای خمشی باید بصورت لنگرهای خمشی متوسط حاصل از شبکه در هر طرف اتصال در نظر گرفته شود.



شکل (۵-۴۹) قسمتی از نتایج لنگر خمشی شبکه

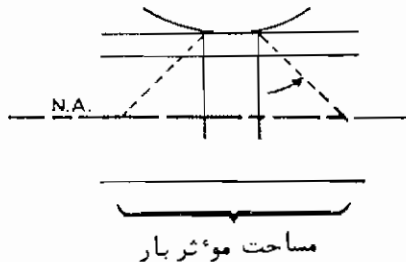
نیروی برشی حاصل از هر عضو شبکه عبارت است از شیب ترسیمه لنگر خمشی پله‌ای حاصل از شبکه که شامل مؤلفه‌های لنگر خمشی واقعی  $S_{P1}$  و مؤلفه  $S_{T1}$  در اثر پیچش نشان داده شده در شکل (۵-۴۹) می‌باشد. چون هر دو مؤلفه در دال واقعی با یکدیگر عمل می‌کنند عبورگاه باید طوری طرح گردد تا تحمل لنگر خمشی کامل، و نیروی برشی پیچشی که نتایج حاصل از تحلیل شبکه می‌باشند را داشته باشد.

لنگر پیچشی یک دال ارتوتروپیک واقعی در دو جهت عمود برهم با هم مساوی می‌باشند، اما اگر از نتایج تحلیل شبکه استفاده شود آنها معمولاً متفاوت اند. لنگر پیچشی طرح در هر

نقطه را باید به عنوان متوسط نتایج حاصل از شبکه برای اعضای طولی و عرضی در هر محل در واحد عرض دال در نظر گرفت .

#### لنگرهای خمشی زیر بارهای متمرکز

مساحت مؤثر اعمال بار متمرکز را می توان از طریق پخش مساحت واقعی تماس بار با سطح عبورگاه تحت زاویه  $45^\circ$  تا محل صفحه خنثای مقطع در نظرگرفت مطابق شکل (۵-۵) ، اگر این مساحت بزرگتر از سطح حصیر شبکه باشد (یا اگر مساحت های در اثر چند بار در تماس بزرگتر باشند ) ، برای ایجاد توزیع لنگرها در تمامی دال ، بار را برای شبکه می توان پخش شده در نظر گرفت . هیچگونه اصلاح لنگرهای خمشی دیگر لازم نمی باشد . از نظر دیگر اگر مساحت اعمال بار نسبت به سطح حصیری شبکه کوچک باشد ، هیچگونه اطلاعی در رابطه با مقادیر حداکثر موضعی زیر بار بدست نمی آید .



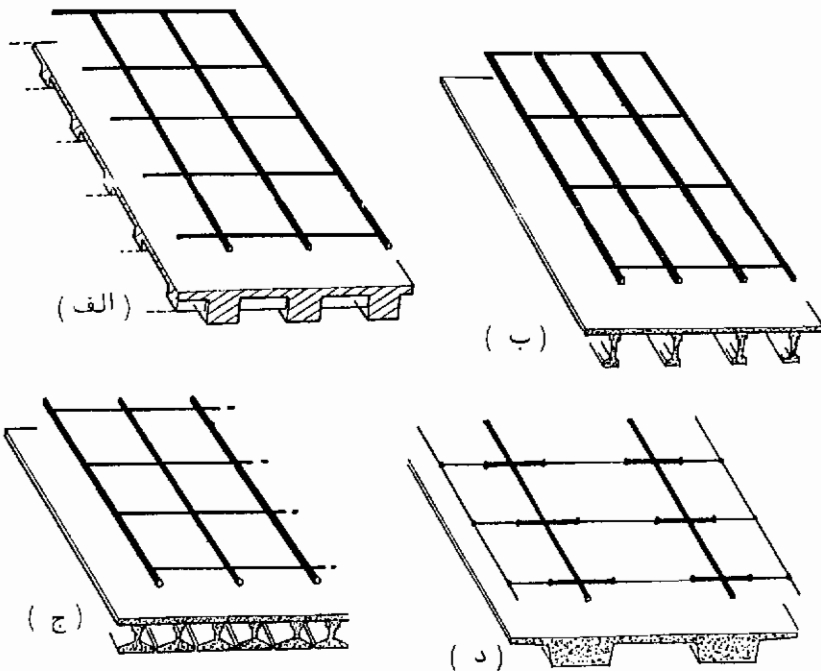
شکل (۵-۵) پخش بار متمرکز در صفحه خنثای عبورگاه

#### اجزاء شبکه پلهای دال و تیر

نحوه انتخاب حصیری شبکه مناسب برای یک عبورگاه دال و تیر براساس رفتار آن سازه خاص ، تا اجرای یک سری قوانین ، در نظر گرفته می شود . شکل (۵-۵) الف الی د چهار مثال را همراه با حصیری های مناسب برای چهار نوع عبورگاه نشان می دهد .

شکل (الف) مجازاً یک شبکه متشکل از تیرهای طولی و عرضی می باشد . چون سختی های خمشی متوسط طولی و عرضی قابل مقایسه با هم بوده و پخش بار تقریباً به نحوی مشابه با دال پیچشی انعطاف پذیر بوده ، اما نیروها بصورت موضعی متمرکز می باشند ، شبکه نزدیک به سازه واقعی خواهد بود در صورتیکه اعضای آن در محل محور تیرهای سازه واقعی قرار بگیرد .

شکل (ب) تیرهای طولی با فاصله عرضی فدری کمتر از عرض خط عبور طرح بوده و چه از نظر فیزیکی و نیز راحتی بهتر است که اعضای طولی شبکه منطبق بر محور تیرهای طولی عبورگاه واقعی انتخاب گردد. اگر دیافراگمی در هیچ محلی از عبورگاه وجود نداشته باشد فاصله اعضای عرضی شبکه اختیاری بوده، اما فاصله حدود  $\frac{1}{4}$  الی  $\frac{1}{8}$  طول دهانه مؤثر معمولاً مناسب است. اگر دیافراگم وجود داشته باشد مثلاً "بر روی تکیه‌گاهها در این صورت اعضای عرضی شبکه منطبق بر محور دیافراگم انتخاب می‌گردد.



شکل (۵ - ۵۱) حصیری‌های شبکه

شکل (ج) عبورگاهی با تیرهای طولی چسبیده بهم را نشان می‌دهد. چون شبکه‌ای که اعضای طولی آن منطبق بر محور تیرهای طولی باشد خیلی بزرگ و در نتیجه گران خواهد بود، معمول است که هر عضو طولی شبکه بجای چند تیر طولی عبورگاه اصلی بکاربرده شود. اما چون خاصیت پخش بار در عبورگاه دال و تیر ضعیف می‌باشد بهتر است که فاصله اعضای طولی شبکه بیش از  $\frac{1}{10}$  طول دهانه مؤثر انتخاب نگردد، در غیر این صورت تمرکز لنگر خمشی در تحلیل شبکه مشخص نخواهد بود.

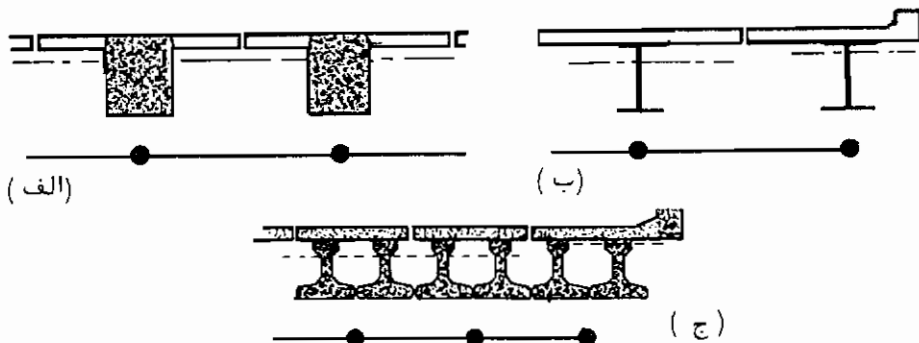
عبورگاه شکل (د) دارای تیرهای طولی بزرگی بوده بطوریکه نسبت عرض آنها به فاصله مرکز تا مرکز تیرها قابل توجه است. چون در طی خمش عرضی، دال نازک بیش از تیرهای ضخیم خم می‌شوند، شبکه نیز باید با بیشترین خمش بر روی عرض دال نازک خمیده گردد. در نتیجه اعضای عرضی، از اعضای نازک، طوری انتخاب می‌گردند که تغییرات سختی آنها در امتداد طولشان همانند سازه اصلی باشد. این عبورگاه را نیز می‌توان همانند یک دال یا دو تیر طولی در نظر گرفت همانند شکل (۵-۴۳)، که در این صورت پارامترهای پیچشی همانند دال باید محاسبه گردند.

### خواص سطح مقطع اعضای طولی شبکه

شکل (۵-۵۲) قسمتی از سطح مقطع عرضی سه عبورگاه دال و تیر همراه با اعضای شبکه‌های مربوطه آنها را نشان می‌دهد.

اینرسی خمشی هر عضو شبکه نسبت به مرکز ثقل مقطعی که بیانگر آن می‌باشد محاسبه می‌گردد. اغلب ترازهای مرکز ثقل‌های مقاطع اعضای داخلی و کناری متفاوت می‌باشند. از اهمیت این تفاوت معمولاً صرف‌نظر می‌شود مگر تحلیل سه بعدی مورد نظر باشد.

اگر فاصله عرضی تیرهای عبورگاه بیشتر از  $\frac{1}{6}$  دهانه مؤثر باشد، یا کنسول کناری بیش از  $\frac{1}{11}$  دهانه مؤثر باشد، عقب ماندگی برش<sup>۵</sup> عرض مؤثر دال که به عنوان بال هر تیر عمل می‌کند نسبتاً کم خواهد کرد. اینرسی شبکه در این صورت باید با استفاده از کاهش عرض دال محاسبه گردد.



شکل (۵-۵۲) مقاطعی همراه با اعضای شبکه جانشین شده آن

گاهی اوقات برای اینکه بار اعمال شده را بتوان بهتر بهمان کرد، بهتر است که اعضای طولی شبکه با سختی‌های اسمی بین آنهایی که مقاطع سازه را جانشین شده‌اند مطابق شکل (۵-۵۲) فرض گردد. خواص مقطع این اعضاء مشابه با آنچه که در بخش قبلی برای عبورگاه شکل (۵-۴۳) بیان شد محاسبه می‌شوند.

هرگاه مقاطع مختلف نشان داده شده در شکل (۵-۵۲) تحت اثر پیچش قرار گیرند، قسمت‌های تیر (که بصورت سایه خورده در شکل ۵-۵۲ نشان داده شده است) همانند تیرهایی که فقط تحت اثر پیچش طولی قرار گرفته‌اند عمل می‌کنند، حال آنکه قسمت دال همانند دالها با پیچش در دو جهت عمل خواهد کرد. در نتیجه ثابت پیچشی یک عضو شبکه عبارت است از مجموع ثابت پیچشی تیر و ثابت پیچشی دال.

#### خواص مقطع اعضای عرضی شبکه

خواص مقطع اعضای عرضی شبکه، که فقط بیانگر دال می‌باشند، همانند دال محاسبه

$$I = \frac{bd^3}{12} \quad \text{می‌شود، یعنی:}$$

$$C = \frac{bd^3}{6}$$

هرگاه عضو شبکه شامل یک دیافراگم باشد، یک برآورد از عرض دالی که به‌عنوان بال عمل می‌کند باید انجام شود. اگر فاصله مرکز تا مرکز دیافراگم‌ها نزدیک بهم باشند بال هر یک از دیافراگم‌ها را می‌توان از هر طرف تا وسط دهانه بین دو دیافراگم در نظر گرفت. اما اگر این بالها عریض تر از  $\frac{1}{14}$  دهانه مؤثر عرضی بین نقاط صفر لنگر خمشی باشد، عقب ماندگی برش عرض مؤثر بال را کاهش خواهد داد. قبل از اطلاع از لنگرهای خمشی عرضی، معمولاً در جهت اطمینان است اگر بال مؤثر را  $\frac{2}{3}$  فاصله بین اعضای طولی فرض کرد (یعنی دهانه در محاسبه عقب ماندگی برش دو برابر فاصله بین اعضای طولی است).

اگر مصالح بکار رفته شده در جهت طولی و عرضی خواص مختلفی داشته باشد، در برآورد سختی‌های نسبی آنها باید دقت کافی بشود. به عنوان مثال، یک دال بتن آرمه بر روی تیرهای بتن پیش تنیده یا فولادی می‌تواند در فشار برای لنگرهای طولی مثبت کاملاً مؤثر باشد اما برای لنگر خمشی عرضی همانند مقطع ترک خورده تبدیل یافته عمل می‌کند. مضافاً اگر دال بر روی تکیه‌گاهها یکسره باشد، احتمال دارد که همان دال در اثر کشش حاصل از لنگر خمشی طولی روی تکیه‌گاه در تمام ضخامت دال ترک خورده باشد بطوری‌که

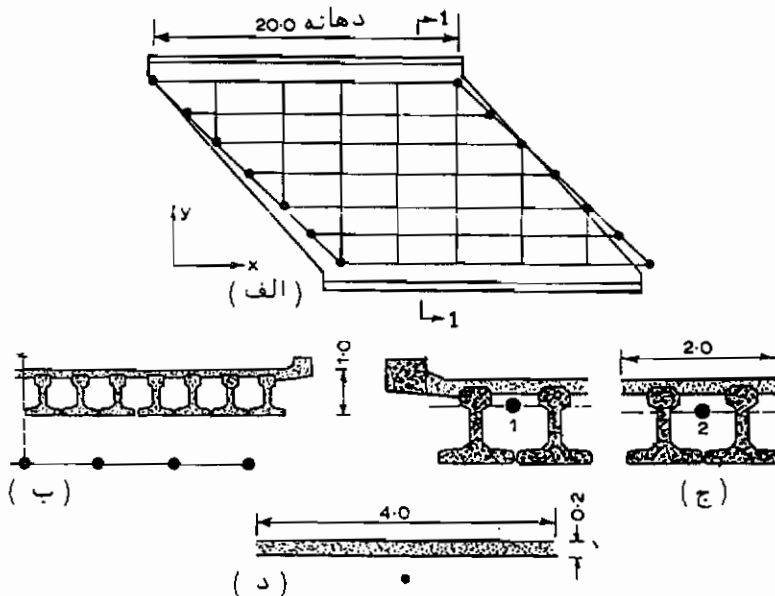


فقط فولاد بتن مسلح مؤثر باشد. هرچند که باید سعی گردد. این خواص مختلف طوری در محاسبات منظور گردد اما، به دلیل غیر قابل پیش بینی بودن رفتار مصالح بکار رفته شده در ساخت سازه، برآورد دقیق سختی به ندرت امکان پذیر است.

مثالهایی از شبکه بکار گرفته شده در عبورگاههای دال و تیر

عبورگاه دال و تیر با تیرهای چسبیده بهم

شکل (۵-۵۳) جزئیات یک عبورگاه یک دهانه مورب ساخته شده از تیرهای پیش تنیده چسبیده بهم و دال بتن مسطح را نشان می دهد. در مدل شبکه یک تیر برای دو تیر واقعی در نظر گرفته شده است. اعضای عرضی به تعداد کافی برای تحلیل جزئیات پیش بینی شده اند. موقعیت آنها طوری اختیار می شود که تیرهای تکیه گاه‌ها را در همان نقاط تیرهای طولی تقاطع دهند، مورب بودن شبکه، اما نه دهانه، برای تشکیل حصیری یکنواخت، قدری با سازه واقعی متفاوت است. (این بهبودسازی احتمال خطای انسانی را در محاسبات خیلی کم می کند و در نتیجه دقت تحلیل را بالا خواهد برد).



شکل (۵-۵۳) شبکه عبورگاه دال و تیر مورب از نوع تیرهای چسبیده بهم  
(الف) پلان (ب) قسمتی از برش ۱-۱ (ج) اعضای طولی (د) عضو عرضی

اعضای طولی برای مقاطع نشان داده شده در شکل (ج) با در نظر گرفتن تمام مساحت بتن به عنوان مساحت مؤثر محاسبه می‌گردد، اما برای دال بتن درجا ضریب تعدیل  $0/85$  نسبت به بتن پیش تنیده بکار برده می‌شود.

$$I_{x1} = 0.24 \quad \text{و} \quad I_{x2} = 0.174$$

ثابت‌های پیچشی برای قسمت تیر و دال هر عضو جداگانه حساب می‌شود و نتیجه با هم جمع می‌شود:

$$C_{x1} = 2 \times 0.004 + \frac{2.0 \times 0.2^2 \times 0.85}{6} + 0.006 = 0.016$$

$$C_{x2} = 2 \times 0.004 + \frac{2.0 \times 0.2^3}{6} \times 0.85 = 0.010$$

درصد فولاد بکار برده شده در جهت عرضی چنان دالی نسبتاً زیاد می‌باشد و اینرسی محاسبه شده بر اساس مقطع ترک خورده تبدیل یافته فرق چندانی با اینرسی محاسبه شده برای مقطع ترک نخورده با صرف نظر کردن فولاد نمی‌کند. در نتیجه چون ابتدا "مساحت فولاد معلوم نمی‌باشد، اینرسی برای مقطع ترک نخورده محاسبه می‌شود با  $m = 0/85$ ، برای اعضای عرضی شبکه در این صورت خواهیم داشت:

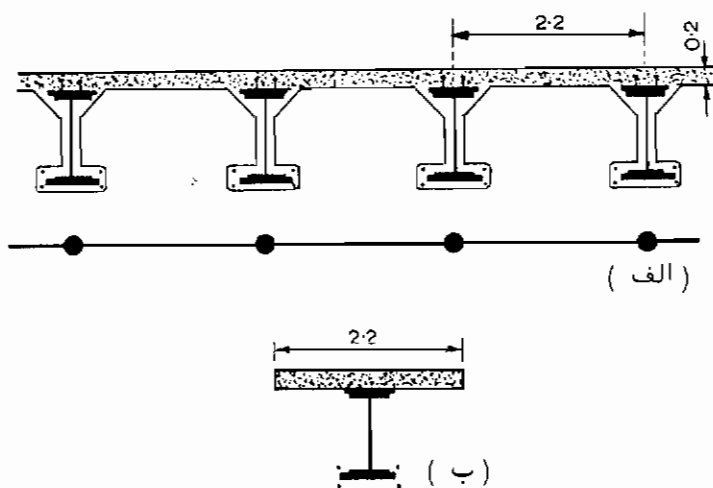
$$I_y = \frac{4.0 \times 0.2^3}{12} \times 0.85 = 0.0023$$

$$C_y = \frac{4.0 \times 0.2^3}{6} \times 0.85 = 0.0045$$

ثابت پیچشی بتن ترک خورده احتمالاً به مقدار نامشخصی خطا دارد، اما در اینجا اثر جزئی دارد. درصد فولاد در دیافراگم تکیه‌گاهی کم است، و بنابراین اینرسی بر اساس مقطع تبدیل یافته ترک خورده، با صرف نظر کردن از اثر دال به عنوان بال، محاسبه می‌شود، ثابت پیچشی چنان تیری نیز، به دلیل اینکه پیش تنیده نشده و از مقاطع غیر یکسره بتن درجا و جان تیر پیش تنیده تشکیل شده است، خیلی کم است. بدون هیچگونه دلیل آزمایشگاهی مربوطه پیشنهاد می‌گردد که  $C$  برای مساحت بتن ترک خورده بکار رفته در محاسبه  $I$  تعیین گردد.

تیرهای فاصله‌دار فولادی با دال بتن آرمه (تیرهای فولادی با دال رویه)

شکل (۵-۵۴) قسمتی از عبورگاه مرکب ساخته شده از تیرهای فولادی و دال بتن آرمه را نشان می‌دهد. اعضای طولی شبکه منطبق بر محور تیرهای فولادی قرار داده می‌شوند، که هر یک بیانگر قسمتی از عبورگاه می‌باشد و در شکل (ب) نشان داده شده است.



شکل (۵-۵۴) الف-مقطع عرضی عبورگاه مرکب فولاد / بتن و شبکه (ب) مقطع در نظر گرفته شده برای هر عضو طولی شبکه.

با استفاده از ضریب تعدیل  $m = 7$  برای فولاد (بارگذاری کوتاه مدت) و صرف نظر کردن از ترک خوردن بتن در کشش که حفاظ بالایی بال پایین تیر فولادی می‌باشد، نتیجه می‌شود که:

$$I_x = 0.21$$

$$C_x = 0.000031 \times 7 + \frac{2.2 \times 0.2^3}{6} = 0.0032$$

دال مشابه شکل (۵-۵۴) بوده بطوریکه خواص عضو عرضی شبکه به همان صورت محاسبه می‌شود.

عبورگاه تیرهای قوطی فاصله‌دار با دال.

شکل (۵-۵۵) مقطع عرضی عبورگاه دال و تیر ساخته شده از تیرهای قوطی بتنی پیش

تنیده پیش ساخته فاصله دار و دال بتن مسلح روی آنها را نشان می دهد. اعضای طولی شبکه منطبق بر محورهای تیرها و اعضای اضافی اسمی در امتداد خطوط مرکزی نوارهای دال قرار داده می شوند.

خواص مقطع اعضای اسمی برای عرضی از دال برابر نصف عرض دال از هر طرف تا تیرهای مجاور محاسبه می شوند، بنابراین:

$$I_x = 1.4 \times \frac{0.25^3}{12} = 0.0018$$

$$C_x = \frac{1.4 \times 0.25^3}{6} = 0.0036$$

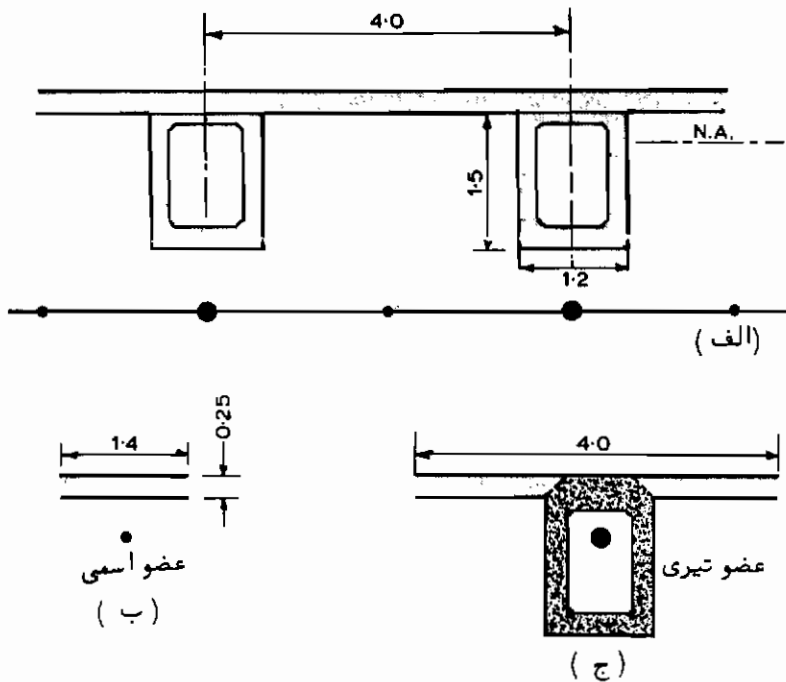
خواص اعضای تیر برای مقاطع با بالها شامل مساحت اعضای اسمی محاسبه می شوند (مگر عقب ماندگی برشی عرض مؤثر بالها را به مقدار کمتری کاهش داده باشد)، اما خواص محاسبه شده قبلی برای اعضای اسمی باید کم شوند:

$$I_x = 0.57 - 2\left(\frac{0.0018}{2}\right) = 0.57$$

$$C_x = 0.34 - 2 \times \frac{0.0036}{2} = 0.34$$

اعضای عرضی همانند مثالهای قبلی محاسبه می شوند

اگر تیرهای عرضی فاصله بیشتری نسبت به فاصله مرکز تا مرکز تیرهای طولی نشان داده شده در شکل (۵-۵۵) را دارا باشند، در این صورت تغییرات سختی خمشی عرضی بین دال و تیر باید در نظر گرفته شود. اگر تیرها جداره ضخیمی داشته باشند بطوری که قوطی ها دوران نکنند، شبکه ای مشابه شکل (۵-۵۱) د را می توان بکار برد. اما اگر جداره قوطی ها نازک باشد تغییر شکل سطح مقطع را باید در نظر گرفت. برای عبورگاههای با چند قوطی بزرگ ساده تر است که روش بکار برده شده برای مقاطع توخالی را بکار برد. در مقاطع توخالی برای هر جان یک عضو طولی شبکه و نرمی برشی<sup>۱</sup> جهت بوجود آوردن تغییر شکل قوطی در نظر گرفته می شود. از طرف دیگر، اگر عبورگاه دارای تعداد زیادی تیر باشد ساده تر است که آنرا همانند عبورگاه با اتصال (کلید) برشی<sup>۱۲</sup> در نظر گرفت.



شکل (۵-۵۵) الف - مقطع عرضی عبورگاه با تیرهای فاصله‌دار و شبکه با  
اعضای اسمی (ب) عضو اسمی (ج) عضو تیری

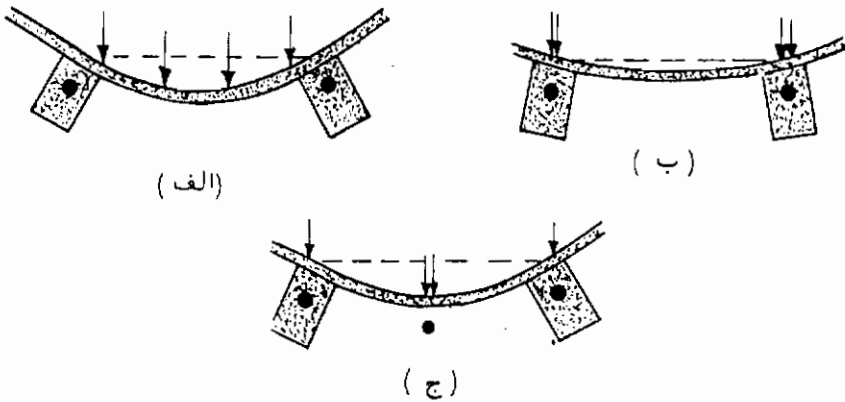
اما برای تعیین خواص عرضی معادل از تحلیل یک قاب دو بعدی استفاده می‌شود.

### اعمال بار وارده

بار اعمال شده بین دو تیر، همانند شکل (۵-۵۶) الف، می‌توان توسط نیروها و کوپلها در اتصالات در معادلات شبکه برنامه کامپیوتری بیان کرد. بعضی از برنامه‌های کامپیوتری یک پخش ساده بار موضعی ثابت همانند شکل (ب) را می‌توانند در نظر بگیرند. متأسفانه عبورگاههای دال و تیر نسبت به چنان تحرک عرضی بار خیلی حساس می‌باشند، و تغییر شکل کلی عبورگاه و پخش ممانها در دو حالت (الف) و (ب) می‌تواند خیلی متفاوت باشد. در حالت ایده‌آل، بار باید به اعضای عرضی یا اتصالات اعمال گردند.

اگرچه روتین‌های ایجاد بار بعضی کامپیوترها فقط پخش استاتیکی را انجام می‌دهند، و محاسبات دستی نیروهای لبه ثابت خیلی خسته کننده است. در چنین حالاتی بهتر است که فاصله عرضی اعضای شبکه کمتر از حدود  $\frac{3}{4}$  عرض وسیله نقلیه غیرعادی یا عرض بارگذاری

شده خط عبور باشد. معمولاً این کار با قراردادن اعضای اسمی طولی در وسط اعضای تیر مطابق (ج) انجام می‌شود. پخش استاتیکی بار عرضی در این صورت نیروهای پیچشی در تیر را کاهش نخواهند داد.



شکل (۵ - ۵۶) خطاها در اثر پخش استاتیکی بار (الف) بارگذاری (ب) پخش مجدد استاتیکی قابل خطا (ج) پخش مجدد استاتیکی اصلاح شده با عضو اسمی.

سیستم دو بعدی لنگرهای خمشی و پیچشی موضعی در دال نازک تحت اثر بار متمرکز توسط شبکه داده نمی‌شود و آنرا یا باید از طریق معادلات مربوط به روش خاص وسترگارد<sup>۱۳</sup> (که در فصل بعدی آمده است) و یا با استفاده از نمودارهای تأثیر پوچر<sup>۱۴</sup> تعیین کرد. برای اینکه این روشها اجرا گردد، دهانه نوار دال بین تیرها برابر با فاصله بین لبه‌های داخلی تیرها به اضافه ضخامت مؤثر دال فرض می‌گردد. علاوه بر این اتصال دال با تیرهای طولی، صلب در نظر گرفته می‌شود. مساحت مؤثر بار متمرکز را می‌توان با پخش تحت زاویه  $45^\circ$  نسبت به قائم بر روی سطح میانی دال بدست آورد. لنگرهای خمشی موضعی بدست آمده از نمودارها باید با لنگرهای حاصل از دال در نتیجه چرخش و تغییر شکل نسبی تیرهای تکیه‌گاهی جمع گردد. اگر اعضای اسمی شبکه بین تیرها وجود نداشته باشند و اگر اعضای عرضی بارگذاری نشده باشند، این معانها را می‌توان مستقیماً از نتایج شبکه برای عضو عرضی موضعی خواند. اگر یک عضو طولی اسمی شبکه تحت اثر بار قرار گیرد یا اگر اعضای عرضی بارگذاری شده باشند، معانهای دال در اثر چرخش تیرها از نتایج تغییر شکلها و چرخشهای تیرهای مجاور قابل محاسبه است.

## تفسیر نتایج

در شکل (۵-۵۷) نمونه ترسیمه لنگر خمشی قسمتی از یک تیر طولی یک عبورگاه دال و تیر نشان داده شده است. زمانی که اعضای عرضی بیانگر فقط دال نازک باشند، غیر یکنواختی در میان در اثر پیچش‌های عرضی در دال کم می‌باشد. معان طرح در آنجا متوسط معانها در دو طرف اتصال در نظر گرفته می‌شود (همانند عبورگاه دال شکل (۵-۴۹). در مقایسه، در جایی که عضو عرضی بیانگر یک تیر دیافراگم یا سختی پیچشی نسبتاً زیاد باشد، غیر یکنواختی در معانهای طولی بزرگتر است و بیانگر یک تغییر واقعی در میان در عرض اتصال است. معانهای طرح باید در اینصورت در دو طرف اتصال متفاوت در نظر گرفته شوند و برابر نتایج معانهای شبکه باشد. بطریق مشابه، غیر یکنواختی در ترسیمه معان برای دال عرضی یا تیرهای دیافراگم تغییرات واقعی معان را در اتصالات با تیرهای طولی با سختی پیچشی زیاد بیان می‌کند.



شکل (۵-۵۷) جهش در ترسیمه لنگر خمشی شبکه برای عبورگاه دال و تیر در نقاط تیر طولی و عرضی.

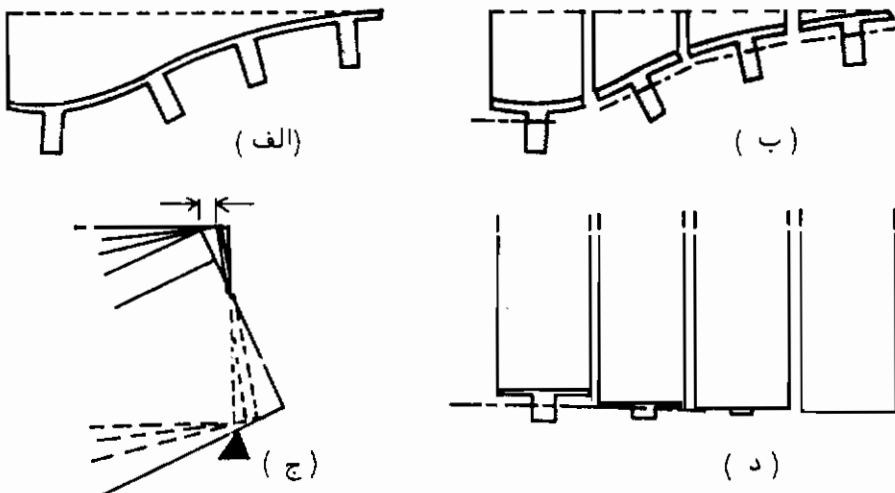
نیروهای برشی طرح و پیچش‌ها را می‌توان مستقیماً از نتایج شبکه بدون تغییرات خواند.

در حالی که سختی هر عضو شبکه با استفاده از خواص دو قطعه مجزای سازه‌ای چون تیر و دال در شکل (۵-۵۲) محاسبه می‌شود، پیچش خروجی (معان یا برش) مربوط به هر یک به نسبت سهم سختی خاص آن می‌باشد. بطور کلی، تنشهای طرح سازه واقعی از خروجی شبکه، با اعمال معادلات تیر به مقطع فرض شده در بدست آوردن خواص عضو شبکه، باید محاسبه گردد.

## عمل پوستمای دال در عبورگاههای دال و تیر

در بحث قبلی برای بررسی لنگر خمشی طولی فرض بر این بود که دال را می‌توان متشکل از یک سری نوار که هریک بال بالائی تیر T شکل را تشکیل می‌دهد در نظر گرفت. هیچگونه کنترلی در مورد اینکه اگر عبورگاه به آن صورت بریده شود آیا تغییر شکلهاسازگار خواهند بود یا نه، یعنی که قسمتها بدون نیروهای اضافی یا تغییرشکل بتوانند بهم وصل کردند، انجام نگرفت.

شکل (۵-۵۸) الف مقطع وسط دهانه عبورگاه دال و تیری را با تغییرشکلهای بزرگ شده در اثر بار غیر یکنواخت نشان می‌دهد. شکل (ب) قطعات مرکب T شکل جدا شده همراه با تغییرشکلهای و دورانه‌های شکل (الف) را نشان می‌دهد. شبکه بخوبی می‌تواند این تغییرشکلهای و انتقال بار با برش قائم و خمش عرضی دال را ایجاد نماید. اما با بررسی انتها‌های تیرهای جدا شده در پلان یا جانبی، همانند (ج) و (د) نشان می‌دهد که اگر تمام تیرها نسبت به محور خنثی که از مرکز ثقلهای آنها می‌گذرد تغییرشکل دهند، انتها‌های باله‌های دال نسبت به یکدیگر جابجا می‌شوند. در عمل این جابجایی پله‌ای نمی‌تواند اتفاق بیفتد، و حرکت نسبی بالای تیرها توسط نیروهای برشی افقی در اتصال دالها نشان داده در شکل (۵-۵۹) الف تحمل شده و کم می‌شود. این نیروهای برشی با نیروهای کششی یا فشاری محوری در نزدیک وسط دهانه نشان داده شده در شکل (ب) در حال تعادلند.



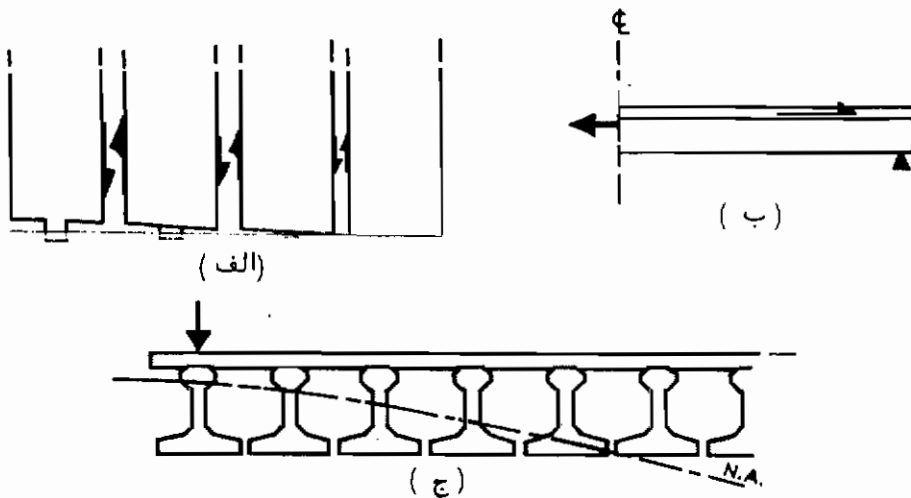
شکل (۵-۵۸) پیچیده شدن طولی دال یک عبورگاه دال و تیر (الف و ب) مقطع عرضی (ج) نمای جانبی در تکیه‌گاه (د) پلان تکیه‌گاه



این انتقال نیروی برشی بین تیرها را بانبروهای محوری معادل در تحلیل شبکه معمولی نمی‌توان ایجاد کرد. نیروها سه اثر را در رفتار عبورگاه دارند:

(۱) نیروهای برشی در دال از آنچه که از تحلیل شبکه پیش بینی می‌گردد خیلی بزرگترند.

(۲) نیروهای محوری کششی در تیرهای با خیز بیشتر (یعنی زیر بار) باعث می‌شود که تار خنثی در محلی به قسمت بالا حرکت کند و حال اینکه نیروهای فشاری در جاهای دیگر باعث حرکت بطرف پایین تار خنثی می‌شوند همانند شکل (۵ - ۵۹) ج.



شکل (۵ - ۵۹) آثار عمل پوستنمای دال در عبورگاه دال و تیر. (الف) برشهای صفحه‌ای در دال. (ب) نیروی محوری در تیر (ج) جابجایی تار خنثی.

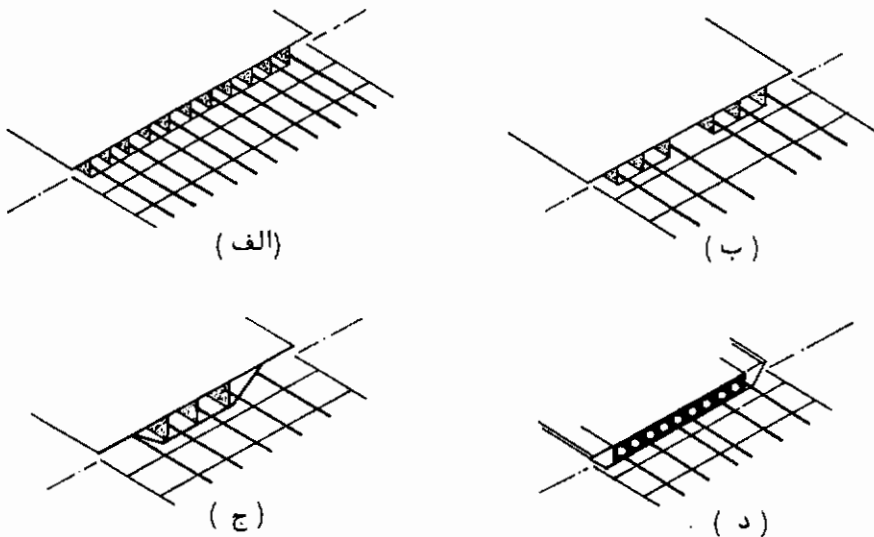
(۳) خواص پخش بار عبورگاه اصلاح می‌گردد. نیروهای برشی طولی بین تیرها و نیروهای محوری در شکل (۵ - ۵۹) در ترازهای مختلف می‌باشند و بنابراین تشکیل کوپل داده که ممان در تیرهای بارگذاری شده را کاهش می‌دهند و باعث ازدیاد ممانها در محل‌های دیگر می‌شود.

اغلب فرض می‌گردد که اگر عبورگاه دال تحت اثر نیروهای برشی بیش از مقاومت آن قرار گیرد، با استفاده از تحلیل شبکه طرح شده باشد، فقط ترک خواهد خورد یا بصورت جاری شدن درآمده و در نتیجه نیروهای شکل (۵ - ۵۹) را آزاد می‌کند. اگر عبورگاه غیرمعمول باشد در اینصورت یک تحلیل سه بعدی ممکن است لازم باشد.

جابجائی تار خنثی در شکل (۵-۵۹) در نتیجه تفاوت ترازهای مرکز ثقلهای تیرها و دالهای متصل بهم اتفاق می افتد. اگر تیرهای عرضی که مرکز آنها خارج از صفحه دال باشد وجود داشته باشند رفتار سازه پیچیده تر می گردد.

### اجزاء شبکه پلهای توخالی

در شکل (۵-۶۰) تعدادی عبورگاه توخالی همراه با شبکه انتخابی آنها نمایش داده شده است. حصیری شبکه در صفحه خنثای افقی عبورگاه قرار داده می شود. اعضای طولی شبکه منطبق بر جانهای عبورگاه و اعضای عرضی شبکه در فاصله‌ای کمتر از  $\frac{1}{4}$  فاصله بین نقاط عطف و یا در محلتهائی که دیافراگم عرضی عبورگاه وجود دارد قرار داده می شوند. فاصله زیاد بین اعضای عرضی شبکه باعث ایجاد گسیختگی‌های بزرگ در ترسیمه لنگرها می شود و فاصله اندک بین این اعضا هر چند که جزئیات بیشتری را به ما می دهد اما در رفتار مشخصه شبکه نسبت به عبورگاه واقعی تأثیری نخواهد داشت.



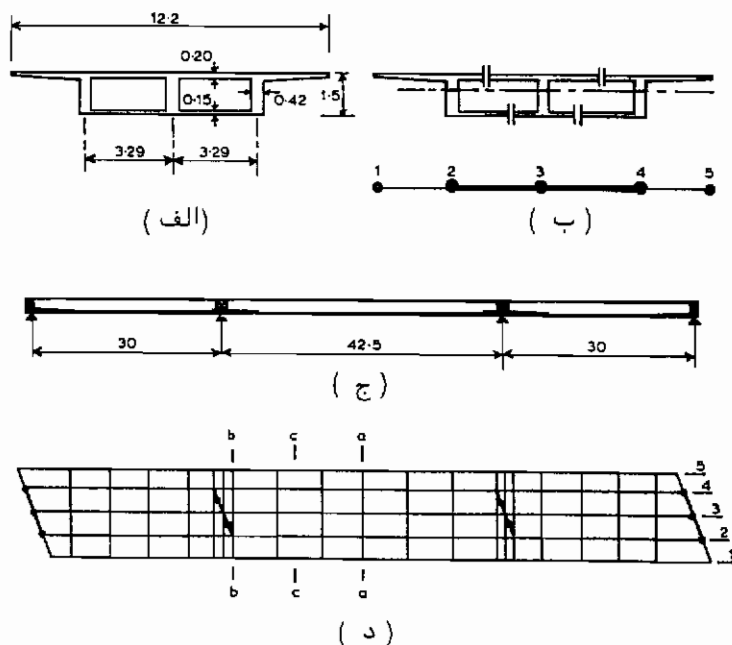
شکل (۵-۶۰) شبکه انتخابی برای چهار نوع عبورگاه توخالی

مثالهایی از شبکه بکار گرفته شده برای عبورگاههای توخالی

شبکه برای عبورگاه سه دهانه دو خانه قوطی

شکل (۵-۶۱) جزئیات یک عبورگاه سه دهانه دو خانه قوطی را که بر روی تکیه‌گاهها

با زاویهٔ اریب ۲۱ درجه قرار دارد نشان می‌دهد. حصیری شبکه متشکل از سه عضو "سازه‌ای" طولی ۲، ۳ و ۴ که منطبق به‌جانبها می‌باشند انتخاب می‌گردد. دو عضو "اسمی" ۱ و ۵ در امتداد کناره‌های کنسولها واقع می‌باشند. اعضای عرضی که بیانگر دالهای بالائی و پائینی می‌باشند متعامد با اعضای طولی هستند. در امتداد دهانه فاصله آنها حدوداً یک چهارم فاصله بین نقاط عطف می‌باشند، اما بر روی تکیه‌گاههای میانی این فاصله، جهت جمع - آوری جزئیات بیشتر در نزدیکی حداکثرهای ترسیمه‌های لنگر خمشی، کمتر می‌باشد. در دو انتها اعضای مورب بیانگر دالها و دیافراگم می‌باشند، حال آنکه در تکیه‌گاههای داخلی عضو مورب فقط بیانگر دیافراگم توپر بدون بالها می‌باشد.



شکل (۵ - ۶۱) شبکه برای عبورگاه سه دهانه با مقطع قوطی دو خانه. (الف) مقطع عبورگاه (ب) مقطع شبکه (ج) مقطع طولی عبورگاه (د) حصیری شبکه

اعضای "سازه‌ای" طولی ۲، ۳ و ۴ ممان اینرسی تیرهای I را دارند که با بردن عبورگاه مطابق شکل (ب) بدست می‌آید بطوری که مرکز ثقل هر تیر I منطبق بر محور اصلی عبورگاه می‌باشد. در این صورت هر تیر شامل یک سوم دال بالائی و یک سوم دال پائینی می‌باشد.

ممان اینرسی هریک برابر یک سوم ممان اینرسی کل عبورگاه می باشد .

$$I_2 = I_3 = I_4 = \frac{1.54}{3} = 0.51 \text{ m}^4$$

در محاسبه بالا از کاهش عرض‌های مؤثر بال مقطع در اثر عقب ماندگی برشی صرف نظر شده است که در این عبورگاه قابل توجه است ، مخصوصاً در نزدیکی تکیه‌گاه‌های میانی .  
ثابت پیچشی در واحد عرض عبارت است از

$$C = \frac{2 h^2 d' d''}{(d' + d'')} \quad \text{در واحد عرض}$$

$$= \frac{2 \times 1.325^2 \times 0.2 \times 0.15}{(0.2 + 0.15)} = 0.30 \text{ m}^4 \cdot \text{m}^{-1}$$

عرضهای خانه در اعضای ۲، ۳ و ۴ به ترتیب برابر  $\frac{3}{29}$ ،  $\frac{3}{29}$  و  $\frac{3}{4}$  می باشند .  
بنابراین ثابت پیچشی آنها

$$C_2 = C_4 = \frac{3.29}{2} \times 0.30 = 0.49 \text{ m}^4$$

$$C_3 = 3.29 \times 0.30 = 0.99 \text{ m}^4$$

مساحت‌های برشی اعضای ۲، ۳ و ۴ برابر مساحت‌های جانها می باشند .

$$A_{s2} = A_{s3} = A_{s4} = 0.42 \times 1.325 = 0.56 \text{ m}^2$$

نزدیک هر تکیه‌گاه دال پائینی عبورگاه ضخیم تر می باشد . در این نواحی ، خواص هر عضو شبکه همانند بالا برای مقطع مابین دهانه محاسبه می گردد .  
اعضای "اسمی" کناره خواص مقطع نصف کنسول را دارند :

$$I_1 = I_5 = \frac{bd'^3}{12} = \frac{2.8}{2} \times \frac{0.2^3}{12} = 0.00094 \text{ m}^4$$

$$C_1 = C_5 = \frac{bd'^3}{6} = \frac{2.81}{2} \times \frac{0.2^3}{6} = 0.0019 \text{ m}^4$$

$$A_{s1} = A_{s5} = bd' = \frac{2.81}{2} \times 0.2 = 0.28 \text{ m}^2.$$

اعضای عرضی بیانگر خانه، خواص مقطع داده شده در زیر را دارند:

$$i_{23} = \frac{h^2 d' d''}{(d' + d'')} \quad \text{در واحد عرض}$$

$$= \frac{1.325^2 \times 0.2 \times 0.15}{(0.2 + 0.15)} = 0.15 \text{ m}^4 \cdot \text{m}^{-1}$$

$$C_{23} = \frac{2h^2 d' d''}{(d' + d'')} \quad \text{در واحد عرض}$$

$$= 2 \times 0.15 = 0.30 \text{ m}^4 \cdot \text{m}^{-1}$$

$$a_{S23} = \frac{(d'^3 + d''^3)}{L^2} \left[ \frac{d_w^3 L}{d_w^3 L + (d'^3 + d''^3) h} \right] \frac{E}{G} \quad \text{در واحد عرض}$$

$$= \frac{(0.2^3 + 0.15^3)}{3.29^2} \left[ \frac{0.42^3 \times 3.29}{0.42^3 \times 3.29 + (0.2^3 + 0.15^3) 1.325} \right] \cdot 2.3$$

$$= 0.0024 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1}$$

اعضای عرضی در کنسول خواص دال بالایی را دارند:

$$i_{12} = \frac{d^3}{12} \quad \text{در واحد عرض} = \frac{0.2^3}{12} = 0.00067 \text{ m}^4 \cdot \text{m}^{-1}$$

$$c_{12} = \frac{d^3}{6} \quad \text{" " " } = \frac{0.2^3}{6} = 0.00134 \text{ m}^4 \cdot \text{m}^{-1}$$

$$a_{S12} = d \quad \text{" " " } = 0.2 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1}.$$

اعضای مورب که دیافراگم داخلی را بیان می‌کنند (در اینجا ۱/۵ متر عرض) خواص مقطع توپر را دارا می‌باشند:

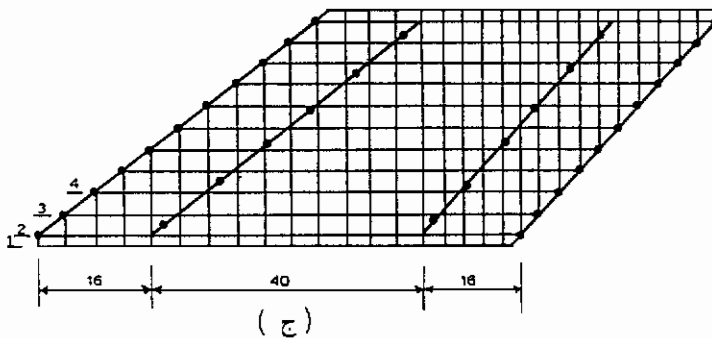
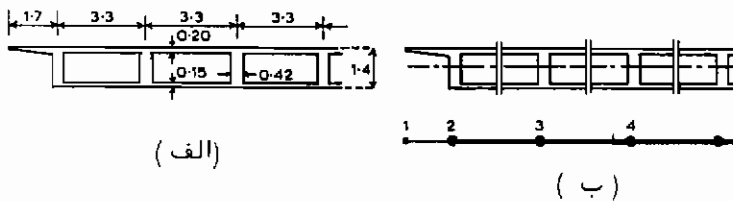
$$I = \frac{1.5 \times 1.325^3}{12} = 0.29 \text{ m}^4$$

$$C = \frac{3 \times 1.5^3 \times 1.325^3}{10(1.5^2 + 1.325^2)} = 0.59 \text{ m}^4$$

$$A_s = 1.5 \times 1.325 = 2.0 \text{ m}^2.$$

شبه برای عبورگاه چند خانه عریض

شکل (۶۲-۵) جزئیات یک عبورگاه چند خانه سه دهانه را نشان می‌دهد که زاویه مورب آن زیاد است. خواص مقطع اعضای شبکه مطابق مثال قبلی بدست می‌آید با این تفاوت

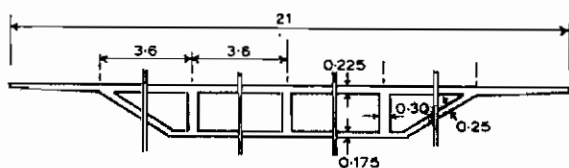


شکل (۶۲-۵) شبکه برای عبورگاه بتنی چندخانه سه دهانه مورب. (الف)

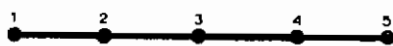
که تقسیم عبورگاه به تیرهایی با مرکز ثقلهای دقیقاً "منطبق بر محور اصلی عبورگاه نامناسب است. در نتیجه، عبورگاه از وسط جانها مطابق شکل (ب) بریده می‌شود. مرکز ثقلهای اعضای "سازه‌ای" داخلی ۳، ۴ و غیره تقریباً بر محور اصلی عبورگاه منطبق می‌باشند. عضو "سازه‌ای" کناری ۲ مرکز ثقلش در تراز بالاتری قرار دارد، اما همانند اعضای دیگر همان اینرسی شبکه‌ای آن نسبت به محور اصلی عبورگاه محاسبه می‌گردد.

شبکه برای عبورگاه توخالی با جانهای مایل

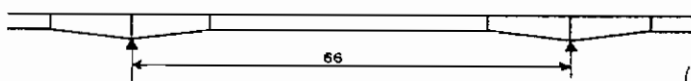
شکل (۵-۶۳) جزئیات قسمتی از یک عبورگاه چهارخانه چند دهانه با جانهای کناری مایل دارای مقطع ضخیم تر در قسمت تکیه‌گاهها را نشان می‌دهد. تقسیم عبورگاه به اعضای طولی با مرکز ثقلهای منطبق بر محور اصلی عبورگاه عملی نمی‌باشد، در نتیجه عبورگاه همانند شکل (الف) به پنج عضو "سازه‌ای"، بریده می‌شود که اینرسی‌ها نسبت به محور اصلی پل محاسبه می‌گردند. به جهت اقتصادی ساختن اندازه شبکه اعضای "اسمی" کناری وجود ندارند.



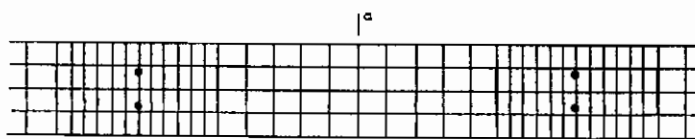
( الف )



( ب )



( ج )



( د )

شکل (۵-۶۳) قسمتی از شبکه برای عبورگاه با عمق متغیر در طول دهانه و جانهای مایل، (الف) مقطع عبورگاه (ب) مقطع شبکه (ج) مقطع طولی عبورگاه (د) حصیری شبکه

برای خانه‌های غیر منشوری معادل دقیقی از شبکه با سختی پیچشی وجود ندارد. اگر چه، نتایج حساسی با قراردادن  $h$  برابر ارتفاع متوسط خانه بدست می‌آید. در نتیجه:

$$C_1 = C_5 = \frac{3.6}{2} \times \frac{2 \times 0.5^2 \times 0.225 \times 0.25}{(0.225 + 0.25)} = 0.1 \text{ m}^4$$

$$C_2 = C_4 = 0.9 \times \frac{2 \times 1.35^2 \times 0.225 \times 0.25}{(0.225 + 0.25)} + 2.7 \times \frac{2 \times 1.7^2 \times 0.225 \times 0.175}{(0.225 + 0.175)} \\ = 1.9 \text{ m}^4$$

$$C_3 = 3.6 \times \frac{2 \times 1.7^2 \times 0.225 \times 0.175}{0.225 + 0.175} = 2.0 \text{ m}^4$$

مساحت‌های برشی اعضای طولی با قضاوت مهندس باید تعیین گردند. برای اعضای ۱، ۲ و ۳، مساحت برشی عبارت است از مساحت جان، برای اعضای کناری ۱ و ۵، این مساحت بصورتی اختیاری است اما برای تحلیل حساس نمی‌باشد، و اعداد زیر پیشنهاد می‌گردند:

$$A_{s1} = A_{s5} = 0.9 \times 0.25 = 0.21 \text{ m}^2$$

$$A_{s2} = A_{s3} = A_{s4} = 1.7 \times 0.3 = 0.51 \text{ m}^2$$

اعضای عرضی شبکه نیز بررسی خاصی نیاز داشته و قضاوت در رابطه با شکل خاص سطح مقطع لازم می‌باشد. پیشنهاد می‌گردد که همان اینرسی و ثابت پیچشی با استفاده از مقدار متوسط  $h$  در عرض خانه محاسبه شوند و مساحت‌های برشی باید با استفاده از تحلیل قاب صفحه‌ای محاسبه گردند. یک چنان تحلیل مقطع عرضی مقادیر زیر را نتیجه می‌شوند.

$$A_{s12} = 0.05 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{خانه‌های کناری}$$

$$A_{s23} = 0.005 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{خانه‌های داخلی}$$

### اعمال بار

جان خیلی از عبورگاه‌های توخالی با تیرهای قوطی در فاصله بیشتری از خطوط عبور طرح قرار دارند. در نتیجه امکان قرارگیری تمام بارگذاری خط بین اعضای شبکه وجود



دارد. این بارها را می‌توان به اتصالات شبکه در هر طرف با پخش استاتیکی بار اعمال کرد. چون عبورگاه سختی خمشی عرضی و پیچشی طولی زیادی را دارد، رفتار آن تحت اثر این پخش استاتیکی بار تقریباً همانند وضعیتی است که بارها بصورت دقیقتر بصورت نیروهای برشی و لنگرهای کناره ثابت به لبه‌های کناری دال بالایی اعمال گردند. این مقایسه‌ها با توجه به رفتار عبورگاه دال و تیر فاصله‌دار در بخش قبلی شرح داده شده است، جایی که نشان داده شد که با سختی‌های خمشی عرضی و پیچشی طولی کم، عبورگاه دال و تیر زمانی که بار بین آنها قرار داده شود تغییر شکل متفاوتی را خواهد داشت در مقایسه با زمانی که این تغییر شکل با استفاده از پخش استاتیکی بار به تیرها حساب شود.

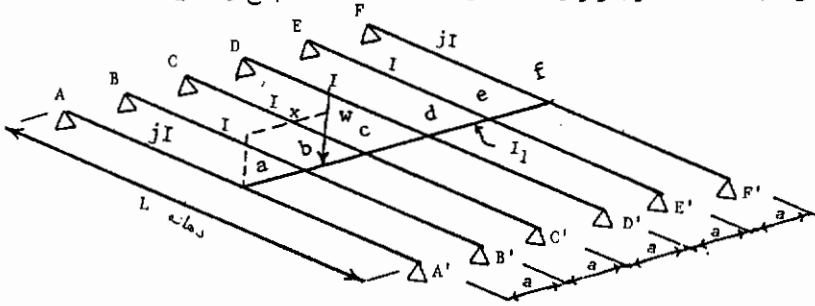
شبکه یک عبورگاه حفره‌ای، همانند عبورگاه دال و تیر، فقط سیستم نیروهای را که مربوط به تغییر شکل کلی سازه می‌باشد می‌دهد. اثرات موضعی لنگرها و نیروهای برشی را در اثر بار متمرکز وارده بین اعضای شبکه بما نمی‌دهد. اینگونه نیروهای برشی و لنگرها را باید مستقلاً با استفاده از نمودارهای (مربوط به روش پوشر) همانند آنچه که برای عبورگاه‌های دال و تیر در بخش قبل توضیح داده شد تعیین کرد و نتایج را با پخش بار حاصل از شبکه جمع کرد.

### تحلیل شبکه<sup>۱۵</sup>

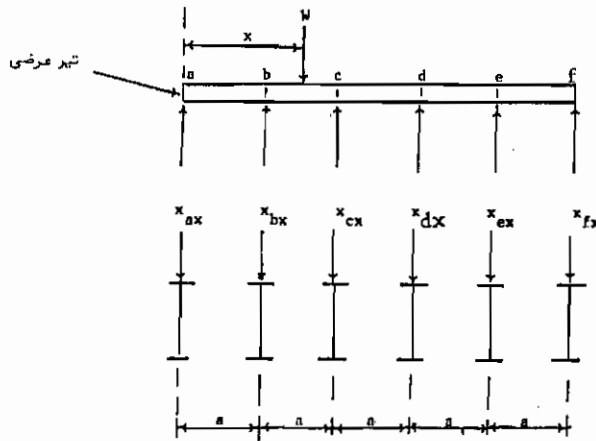
پس از تعیین شبکه معادل عبورگاه واقعی در حالت دوبعدی شبکه را می‌توان باروشهای دستی چون روش لئونارد<sup>۱۶</sup> یا توسط کامپیوتر حل کرد. در حالت ساده اگر فرض گردد که تیرهای عرضی بصورت ساده بر روی تیرهای طولی قرار گرفته باشند سهم تیرهای اصلی از بار را با استفاده از معادلات تعادل نیروها و معادلات سازگاری تغییر شکل تیرهای طولی و عرضی می‌توان، مطابق زیر محاسبه کرد. البته در حالت کلی با هر نوع اتصالی که بین تیرهای طولی و عرضی فرض گردد برای بار واحدی که به هر نقطه از شبکه وارد شود می‌توان سطح تأثیر عکس‌العملها را در محل اتصالات شبکه تعیین کرد و از آنجا نیروهای داخلی اعضاء مشخص می‌شوند. برای حالت اخیر جداولی نیز برای سرعت بخشیدن به محاسبات اولین بار توسط لئونارد تهیه شده‌اند.

به‌عنوان مثال شبکه‌ای متشکل از شش تیر طولی که توسط یک تیر عرضی در وسط بهم متصل شده‌اند را در نظر می‌گیریم (شکل (۵-۶۴) الف). اگر یک بار متمرکز خارجی مستقیماً

به تیر عرضی، در محلی به فاصله  $X$  از یکی از تیرهای کناری، وارد شود عکس‌العملهای قائم  $X$  را در محل اتصال تیرهای طولی و تیر عرضی ایجاد خواهد کرد (شکل (۵-۶۴) ب). تغییر شکل شبکه تحت اثر بار وارده مطابق شکل‌های (۵-۶۴) ج و د می‌باشد.

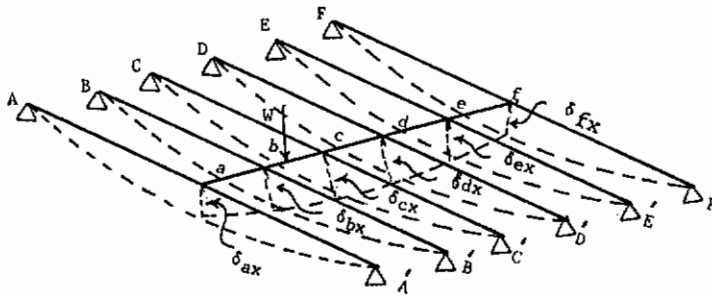


شکل (۵-۶۴) الف - شبکه تحت اثر بار  $W$

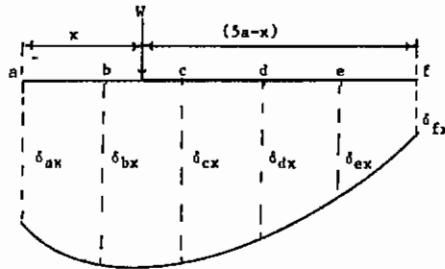


شکل (۵-۶۴) ب - عکس‌العملهای قائم در اتصالات

مسئله تعیین مقدار عکس‌العملهای  $X_{ax}, X_{bx}, X_{cx}, \dots, X_{fx}$  در اثر بار  $W$  از نظر استاتیکی نامعین می‌باشد. برای پلی که دارای تعداد  $m$  تیر اصلی (طولی) و  $n$  تیر عرضی باشد، تعداد کل نیروهای عکس‌العمل ایجاد شده در اتصالات داخلی آن برابر  $m \times n$  می‌باشد. برای هر تیر عرضی دو معادله مستقل استاتیکی  $\sum F_y = 0$  و  $\sum M = 0$  را می‌توان بکار برد و بنابراین درجه نامعینی شبکه پل برابر است با:



شکل (هـ - ۶۴) - تغییر شکل شبکه



شکل (هـ - ۶۴) - تغییر شکل تیر عرضی

$$N = m \times n - 2n = n(m-2) \quad (1)$$

در نتیجه قبل از اینکه بتوان نیروهای داخلی اعضاء را تعیین کرد باید ابتدا تعداد  $n(m-2)$  معادله دیگر را با استفاده از تغییر شکل سازه تشکیل داد که همان معادلات سازگاری می باشند. معادلات مستقل تعادل برای تیر عرضی این شبکه (شکل هـ-۶۴ ب) مطابق زیر می باشند:

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow X_{ax} + X_{bx} + X_{cx} + X_{dx} + X_{ex} + X_{fx} = W \quad (2)$$

$$\sum M = 0 \longrightarrow a(5X_{ax} + 4X_{bx} + 3X_{cx} + 2X_{dx} + X_{ex}) = W(5a-x) \quad (3)$$

پس تعداد  $n(m-2) = 6-2=4$  معادله دیگر را با استفاده از تغییر شکل تیرهای اصلی داخلی در نقاط اتصال با تیر عرضی باید نوشت.

با توجه به اینکه درمحل اتصال هر تیر طولی با تیر عرضی تغییرشکل تیر طولی مربوطه با تیر عرضی باید برابر باشد، (شکل ۵-۶۴ ج)، چهار معادله زیر حاصل می‌گردد:

$$\delta''_{bx} = \delta_{bx} \quad (۴)$$

$$\delta''_{cx} = \delta_{cx} \quad (۵)$$

$$\delta''_{dx} = \delta_{dx} \quad (۶)$$

$$\delta''_{ex} = \delta_{ex} \quad (۷)$$

که

$\delta''_{bx}$  = تغییرشکل تیر اصلی  $B-B'$  در نقطه  $b$  در اثر اعمال بار  $W$  در فاصله  $x$  از لبه پل و  $\delta_{bx}$  = تغییرشکل تیر عرضی در همان نقطه  $b$  (شکل ۵-۶۴ ه).  
تغییرشکل تیر عرضی  $\delta$  را مطابق شکل (۵-۶۵) الف می‌توان بصورت مجموع سه مؤلفه تغییرشکل فرض کرد. اولین دو مؤلفه تغییرشکل مربوط به تیر اصلی و مؤلفه آخر تغییرشکل در ارتباط با تیر عرضی می‌باشد.

$$\delta_{bx} = \delta_1 + \delta_2 + \delta'_{bx} = \frac{4}{5} \delta_{ax} + \frac{1}{5} \delta_{fx} + \delta'_{bx} \quad (۸)$$

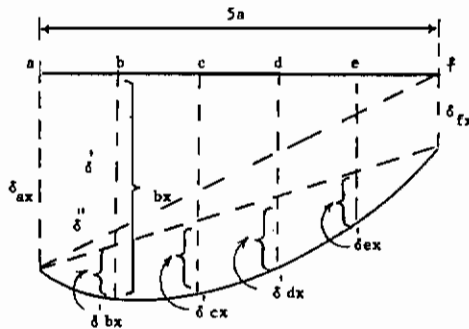
$$\delta_{cx} = \frac{3}{5} \delta_{ax} + \frac{2}{5} \delta_{fx} + \delta'_{cx} \quad (۹)$$

$$\delta_{dx} = \frac{2}{5} \delta_{ax} + \frac{3}{5} \delta_{fx} + \delta'_{dx} \quad (۱۰)$$

$$\delta_{ex} = \frac{1}{5} \delta_{ax} + \frac{4}{5} \delta_{fx} + \delta'_{ex} \quad (۱۱)$$

که  $\delta'_{bx}$ ،  $\delta'_{cx}$ ،  $\delta'_{dx}$  و  $\delta'_{ex}$  تغییرشکل‌های نسبی تیر عرضی هستند در صورتی که تیر عرضی بصورت دهانه ساده بر روی تکیه‌گاه‌های صلب (بدون نشست) در دو انتهای  $a$  و  $f$  قرار داشته باشد.

تغییر شکل یا خمیز یک تیر با دهانه ساده  $L$  در اثر بار واحد برابر  $\delta = \frac{L^3}{48EI}$  می‌باشد. با توجه به اینکه هریک از تیرهای اصلی دارای دهانه ساده بوده و تحت اثر بار متمرکز عکس‌العمل می‌باشند، خمیز تیرهای اصلی را، که تحت اثر بارهای متمرکز (عکس‌العمل‌ها)



شکل (۵-۶۵) الف - مؤلفه‌های تغییرشکل تیر عرضی

در ارتباط با خیز تیر عرضی در اتصالات آن‌ها می‌توان  $X_{ax}$ ،  $X_{bx}$ ، ...،  $X_{fx}$  می‌باشند، در ارتباط با خیز تیر عرضی در اتصالات آن‌ها می‌توان مطابق زیر نوشت:

$$\delta''_{bx} = \delta_{bx} = \frac{X_{bx} L^3}{48EI} = \frac{4}{5} \frac{X_{ax} L^3}{48EjI} + \frac{1}{5} \frac{X_{fx} L^3}{48EjI} + \delta'_{bx} \quad (12)$$

$$\delta''_{cx} = \delta_{cx} = \frac{X_{cx} L^3}{48EI} = \frac{3}{5} \frac{X_{ax} L^3}{48EjI} + \frac{2}{5} \frac{X_{fx} L^3}{48EjI} + \delta'_{cx} \quad (13)$$

$$\delta''_{dx} = \delta_{dx} = \frac{X_{dx} L^3}{48EI} = \frac{2}{5} \frac{X_{ax} L^3}{48EjI} + \frac{3}{5} \frac{X_{fx} L^3}{48EjI} + \delta'_{dx} \quad (14)$$

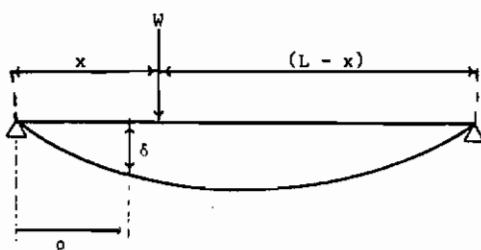
$$\delta''_{ex} = \delta_{ex} = \frac{X_{ex} L^3}{48EI} = \frac{1}{5} \frac{X_{ax} L^3}{48EjI} + \frac{4}{5} \frac{X_{fx} L^3}{48EjI} + \delta'_{ex} \quad (15)$$

بطور مشابه تغییرشکل نسبی یعنی  $\delta'$  را می‌توان بصورت تابعی از بارهای  $X$  و  $w$  که بر تیر عرضی وارد می‌شوند بیان کرد. تغییرشکل یک تیر با دهانه ساده  $L$  در فاصله  $p$  از یک تکیه‌گاه، در اثر بار خارجی متمرکز  $w$  که در فاصله  $x$  از آن تکیه‌گاه به تیر اعمال می‌گردد، از رابطه کلی زیر حاصل می‌گردد (شکل ۵-۶۵ ب).

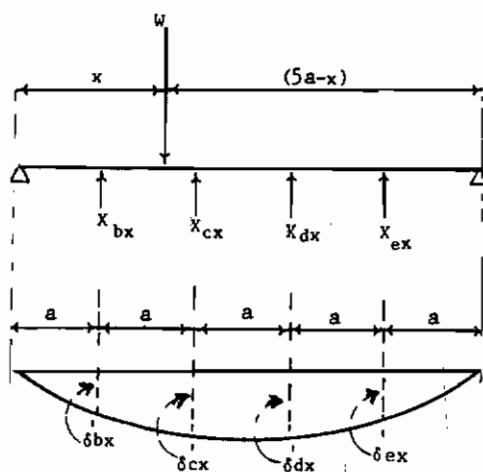
$$\delta = \frac{W}{EI} \left( \frac{x^2(L-x)^2}{6L} \right) \left( \frac{\rho}{x} \right) \left( 2 + \frac{x}{L-x} - \frac{\rho^2}{x(L-x)} \right) \quad (16)$$

$$= \frac{W}{6LEI} (L-x) \rho (2xL - x^2 - \rho^2) \quad \text{و یا}$$

با استفاده از اصل روی هم گذاری آثار قوا تغییر شکل تیر عرضی در اتصال b را به صورت تابعی از بار خارجی وارده (معلوم) و عکس‌العمل‌های قائم  $X_{bx}$ ،  $X_{cx}$ ،  $X_{dx}$  و  $X_{ex}$  (مجهولات) بیان می‌شود (شکل ۵-۶۵ ج).



شکل (۵-۶۵) ب



شکل (۵-۶۵) ج

$$\delta'_{bx} = F(W) + F(X_{bx}) + F(X_{cx}) + F(X_{dx}) + F(X_{ex})$$

$$= \frac{W}{30EI_1} [ a^2(51x-5a)-x^2(15a-x) ] - \frac{a^3}{30EI_1}$$

$$(32X_{bx} + 45X_{cx} + 40X_{dx} + 23X_{ex})$$

بنابراین معادله ۱۲ بصورت زیر در می‌آید :

$$\delta''_{bx} = \delta_{bx} = \delta_1 + \delta_2 + \delta'_{bx} =$$

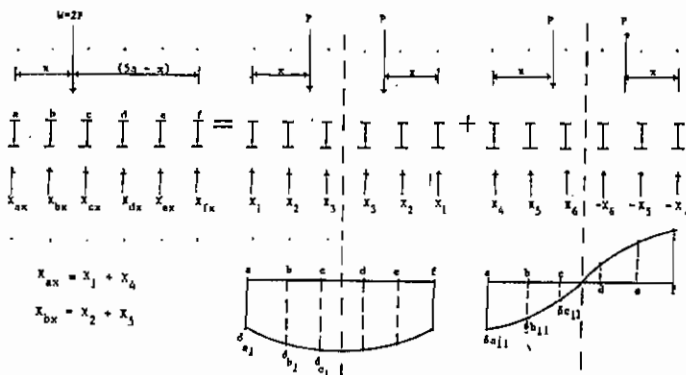
$$= \frac{X_{bx} \cdot L^3}{48EI} = \frac{4}{5} \frac{X_{ax} \cdot L^3}{48EjI} + \frac{1}{5} \frac{X_{fx} \cdot L^3}{48EjI} + \frac{W}{30EI_1}$$

$$[ a^2(51x-5a)-x^2(15a+x) ] - \frac{a^3}{30EI_1} (32X_{bx} + 45X_{cx} + 40X_{dx} + 23X_{ex})$$

معادلات مشابهی را بجای معادلات ۱۲، ۱۳، ۱۴ و ۱۵ می‌توان نوشت .

بنابراین در مورد شبکه متشکل از شش تیر طولی و یک تیر عرضی کلا" شش معادله برای تعیین شش مجهول عکس‌العقلها خواهیم داشت که با حل آنها مجهولات محاسبه می‌گردند. در حالت کلی ضرایب این سیستم معادلات که بر حسب  $I_1, I, j, L, a, x$  بیان می‌شوند پیچیده می‌باشند .

اما اگر سیستم بار نامتقارن  $\bar{p}$  را با دو سیستم معادل بار نشان داده شده در شکل (۵-۶۶) جانشین کنیم محاسبات انجام شده تقریباً" به نصف تقلیل می‌یابد .



شکل (۵-۶۶)

## حالت ۱ - بارگذاری متقارن

با مقایسه تغییر شکل تیرهای اصلی و تیر عرضی در اتصالات b و c و نیز معرفی یک

ضریب سختی بنام  $z = \frac{I_1}{I} \left(\frac{L}{2a}\right)^3$  دو معادله زیر حاصل می‌گردد.

$$X_1 \cdot a^3 \left(1 - \frac{z}{j} - \frac{75}{4}\right) + X_2 \cdot a^3 \left(z - \frac{27}{4}\right) - X_3 \cdot \frac{3}{4} a^3 - P(a-x)^3 + 3Pa \left(\frac{5a}{2} - z\right)^2 = 0 \quad (17)$$

$$X_1 \cdot a^3 \left(8 - \frac{z}{j} - \frac{75}{4}\right) - X_2 \cdot a^3 \cdot \frac{25}{2} + X_3 \cdot a^3 \left(z - \frac{3}{2}\right) - P(2a-x)^3 + 6Pa \left(\frac{5a}{2} - z\right)^2 = 0 \quad (18)$$

معادله بعدی برای تعادل نیروها در تیر عرضی نوشته می‌شود.

$$\Sigma F_y = 0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 - P = 0 \quad (19)$$

با استفاده از حل سه معادله ۱۷، ۱۸ و ۱۹ سه مجهول  $X_1$ ،  $X_2$  و  $X_3$  بدست می‌آیند.

## حالت ۲ - بارگذاری متقارن کج

با مقایسه تغییر شکل‌ها در b و c داریم.

$$-X_4 \left(5.25 + 0.6 \frac{z}{j}\right) + X_5 (z - 1.35) + 0.05X_6 - P \left(\frac{a-x}{a}\right)^3 + 0.4P \left(\frac{2.5a-x}{a}\right)^3 = 0 \quad (20)$$

$$-X_4 \left(4.5 + 0.2 \frac{z}{j}\right) - 1.7X_5 + X_6 (z - 0.1) - P \left(\frac{2a-x}{a}\right)^3 + 0.8P \left(\frac{2.5a-x}{a}\right)^3 = 0 \quad (21)$$



و معادله ۲ آخر معادله تعادل لنگرها می باشد .

$$\Sigma M = 0 \longrightarrow \frac{5}{4} X_4 + \frac{3}{2} X_5 + \frac{1}{2} X_6 = P \left( \frac{2.5a-x}{a} \right) \quad (22)$$

بنابراین با استفاده از معادلات ۲۰، ۲۱ و ۲۲ می توان  $X_4$ ،  $X_5$  و  $X_6$  را تعیین کرد .

با استفاده از اصل رویهم گذاری قوا داریم .

$$X_{ax} = X_1 + X_4$$

$$X_{bx} = X_2 + X_5$$

$$X_{cx} = X_3 + X_6$$

$$X_{dx} = X_3 - X_6$$

$$X_{ex} = X_2 - X_5$$

$$X_{fx} = X_1 - X_4$$

#### خط تأثیر نیروهای عکس‌العمل در اتصالات

در فرمول کلی عکس‌العملهای قائم در اتصالات  $X$  تابعی از موقعیت بار وارد به شبکه یعنی فاصله  $x$  می باشند .

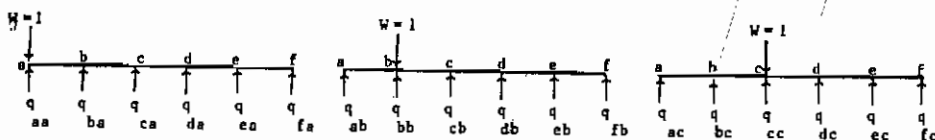
در عمل موقعیت بار  $W$  ثابت نمی باشد و نیز ممکن است تعدادی بار متمرکز متحرک به پل وارد شود . بنابراین تعیین خطوط تأثیر پخش عرضی بار از اهمیت زیادی برخوردار است .

برای حالت در نظر گرفته شده بالا تعیین خط تأثیر پخش عرضی بار برای بار واحدی که مستقیماً به تیر عرضی وارد شود ساده است . اگر موقعیت های مختلف بار  $W=1$  در روی تیر عرضی را در نظر بگیریم در فرمول کلی باید بجای  $x$  مقادیر  $0$ ،  $a$  و  $2a$  را قرار دهیم و با استفاده از تقارن ، جایگذاری مقادیر  $x$  برابر  $3a$ ،  $4a$  و  $5a$  ضروری نمی باشد .

عکس‌العملهای ایجاد شده در اثر بار واحد را ضرایب پخش عرضی بار می نامند که با  $q$  نمایش داده می شود . در حالتی که بار  $W=1$  در  $a$  اعمال شود طبق تعریف عکس‌العمل قائم ایجاد شده در اتصال  $a$  را بصورت مقابل نشان می دهند :

$$X_{ax} = X_{aa} = q_{aa}$$

شکل (۵-۶۷) این ضرایب را برای محلهای مختلف بار واحد نشان می‌دهد.



شکل (۵-۶۷) ضرایب پخش عرضی بار

بنابراین در حالت کلی ضریب پخش عرضی بار در محل  $m$  برای بار اعمال شده واحد در  $n$  می‌باشد.

از طرفی طبق اصل کلرک ماکسول<sup>۱۷</sup> تغییر شکل  $\delta_{ik} = \delta_{ki}$  می‌باشد. اگر تیرهای اصلی کناری معان اینرسی  $I$  و تیرهای اصلی داخلی معان اینرسی  $I$  را دارا باشند در این صورت خواهیم داشت:

$$q_{ik} = \frac{q_{ki}}{j}$$

یعنی اگر تیرهای اصلی معان اینرسی مساوی داشته باشند در این صورت  $q_{ik} = q_{ki}$  خواهد بود.

اگر مقادیر عددی  $I$ ،  $I_1$ ،  $j$ ،  $a$  و  $L$  معلوم باشند با استفاده از جداول آماده به سرعت می‌توان ضرایب پخش عرضی بار را محاسبه کرد.

استفاده از اصل رویهم‌گذاری قوا ما را قادر می‌سازد که نیروهای عکس‌العمل  $X$  را با استفاده از جمع دو عکس‌العمل، یکی در اثر بار متقارن و دیگری در اثر بار متقارن کج تعیین کنیم.

بنابراین ضرایب پخش عرضی بار بطور کلی از دو قسمت تشکیل می‌شوند که می‌توان آنرا بصورت کلی زیر نشان داد.

$$q = \frac{\alpha}{N_1} + \frac{\beta}{N_2}$$

علامت مثبت بین دو کسر در ارتباط با نقاطی که در سمت چپ مرکز تقارن پل قرار دارند بکار برده می‌شود و علامت منفی مربوط به تمام نقاطی که در سمت راست مرکز تقارن پل

واقع می‌باشند است .

عبارات کلی  $N_1$  و  $N_2$  بستگی به تعداد تیرهای اصلی در شبکه دارد ، به عنوان مثال برای شبکه‌ای با تعداد شش تیر اصلی جواب معادلات ۱۷ الی ۲۲ بصورت زیر خواهند بود :

$$N_1 = \left[ \frac{38}{z} j + (78j + 10) + (2j + 4)z \right]$$

$$N_2 = \left[ \frac{22}{z} j + (130j + 6) + (50j + 20)z \right]$$

ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  ، که تابعی از موقعیت بار خارجی وارده و نیز محلی که نیروی عکس - العمل لازم است ، توسط جدول داده می‌شود .  
در حالت شبکه با شش تیر اصلی که توسط یک عرضی بهم متصل شده‌اند جدول مربوطه بصورت زیر می‌باشد .

Column A +	$\alpha$	$\beta$	Column B -
$q_{aa} - 1 =$	$(-5 - 2z)$	$\pm (-3 - 10z)$	$= q_{af}$
$q_{ab} =$	$(+11 + z)j$	$\pm (+7 + 15z)j$	$= q_{ae}$
$q_{ac} =$	$(-6 + z)j$	$\pm (-6 + 5z)j$	$= q_{ad}$
$q_{bb} - 1 =$	$[-28j - (j+1)z]$	$\pm [-20j - (25j+1)z]$	$= q_{be}$
$q_{bc} =$	$(+17j + z)$	$\pm (+25j + 3z)$	$= q_{bd}$
$q_{cc} - 1 =$	$[-11j - (j+1)z]$	$\pm [-45j - (25j+9)z]$	$= q_{cd}$

قسمت وسط جدول عبارات  $\alpha$  و  $\beta$  را می‌دهد . اگر ضریب  $q$  در ستون سمت چپ ( ستون A ) قرار داشته باشد مهارت  $\frac{\alpha}{N1}$  و  $\frac{\beta}{N2}$  با هم جمع می‌شوند ، اگر  $q$  در ستون سمت راست ( ستون B ) قرار داشته باشد عبارت  $\frac{\beta}{N2}$  از  $\frac{\alpha}{N1}$  کم می‌شود .  
در استفاده از جدول بالا باید توجه داشت که مقدار ضریب پخش بار در هر نقطه  $q$  به سرعت محاسبه می‌شود و احتیاج به حل چند معادله و چند مجهول نمی‌باشد .  
این جداول اولین بار توسط لئونارد تهیه شدند و قابل استفاده برای شبکه‌های با سه

الی ده تیر اصلی که توسط یک تیر عرضی در وسط بهم متصل شده اند می باشند (جدول ۵-۱۳ تا ۵-۲۰).

$N=4j/z + (4j+2)$
$(X_{aa} - 1) = (q_{aa} - 1) = -1 : N = X_{ac} = q_{ac}$
$X_{ab} = q_{ab} = +2j : N$
$(X_{bb} - 1) = (q_{bb} - 1) = -4j : N$
$X_{ba} = X_{ab} / j \rightarrow q_{ba} = q_{ab} / j$
$(X_{bc} = X_{ba} \rightarrow q_{bc} = q_{ba}$

جدول (۵-۱۳) سه تیر اصلی (n=3)

-	$\alpha$	$\beta$
	$N_1 = 10j/z + (2j + 2)$	$N_2 = 6j/z + (18j + 2)$
$q_{aa}^{-1} = [-1]$	$\pm$	$[-1] = q_{ad}$
$q_{ab} = [+j]$	$\pm$	$[+3j] = q_{ac}$
$q_{bb}^{-1} = [-j]$	$\pm$	$[-9j] = q_{bc}$

$q_{ba} = q_{ab} / j$   
 $q_{bd} = q_{ac} / j$

جدول (۵-۱۴) چهار تیر اصلی (n=4)

α		β		
$N_1 = 14j/z + (64j+4) + (4j+6)z$		$N_2 = 8j/z + (8j+2)$		
$q_{aa}^{-1} = [-2-3z]$	±	$[-1]$	$= q_{ae}$	$q_{ba} = q_{ab}/j$
$q_{ab} = [+5+2z]$	±	$[+2j]$	$= q_{ad}$	$q_{be} = q_{ad}/j$
$q_{ac} = [-6+2z]j$	±	0		$q_{ca} = q_{ac}/j$
$q_{bb}^{-1} = [-16j-(2j+1)z]$	±	$[-4j]$	$= q_{bd}$	$q_{cb} = q_{bc}$
$q_{bc} = [+22j+2z]$	±	0		$q_{cd} = q_{cb}$
$q_{cc}^{-1} = [-32j-(4j+4)z]$	±	0		$q_{ce} = q_{ca}$

جدول (۵-۱۵) پنج تیر اصلی (n=5)

α		β		
$N_1 = [38j/z + (78j+10) + (2j+4)z]$		$N_2 = [22j/z + (130j+6) + (50j+20)z]$		
$q_{aa}^{-1} = (-5-2z)$	±	$(-3 - 10z)$	$= q_{af}$	$q_{ba} = q_{ab}/j$
$q_{ab} = (+11+z)j$	±	$(+7 + 15z)j$	$= q_{ae}$	$q_{bf} = q_{ae}/j$
$q_{ac} = (-6 + z)j$	±	$(-6 + 5z)j$	$= q_{ad}$	$q_{ca} = q_{ac}/j$
$q_{bb}^{-1} = [-28j-(j+1)z]$	±	$[-20j-(25j+1)z]$	$= q_{be}$	$q_{cb} = q_{bc}$
$q_{bc} = (+17j + z)$	±	$(+25j + 3z)$	$= q_{bd}$	$q_{ce} = q_{be}$
$q_{cc}^{-1} = [-11j-(j+1)z]$	±	$[-45j-(25j+9)z]$	$= q_{cd}$	$q_{cf} = q_{ad}/j$

جدول (۵-۱۶) شش تیر اصلی (n=6)

	$\alpha$	$\beta$	
$N_1$	$= [ +52j/Z + (372j+14) + (324j+68)Z + (4j+10)Z^2 ]$	$N_2 = [ 30j/Z + (96j+8) + (18j+10)Z ]$	
$q'_{aa} - 1$	$= (-7 - 34.Z - 5.Z^2)$	$\pm (-4+5.Z)$	$= q_{ag}$
$q_{ab}$	$= (+16+62Z + 2.Z^2).j$	$\pm (+9+6.Z).j$	$= q_{af}$
$q_{ac}$	$= (-12-10.Z+2.Z^2).j$	$\pm (-6+3.Z).j$	$= q_{ae}$
$q_{ad}$	$= (+6-36.Z+2.Z^2).j$	$\pm 0$	
$q_{bb} - 1$	$= [ -44.j - (134j+2).Z - (2j+3).Z^2 ] \pm [ -24j - (9j+1).Z ]$		$= q_{bf}$
$q_{bc}$	$= [ +46j + (46j+5).Z + 2.Z^2 ]$	$\pm (+21.j+2.Z)$	$= q_{be}$
$q_{bd}$	$= [ -36.j + (52j-6).Z + 2.Z^2 ]$	$\pm 0$	
$q_{cc} - 1$	$= [ -80.j - (82j+16).Z - (2j+3).Z^2 ] \pm [ -24j.j - (9.j+4).Z ]$		$= q_{ce}$
$q_{cd}$	$= [ +92j + (92j+22).Z + 2.Z^2 ]$	$\pm 0$	
$q_{dd} - 1$	$= [ -24j - (216j+32).Z - (4j+8).Z^2 ] \pm$	$0$	

$$\begin{aligned}
 q_{af} &= q_{ab} \\
 q_{ba} &= q_{ab}/j \\
 q_{bg} &= q_{af}/j \\
 q_{ca} &= q_{ac}/j \\
 q_{cb} &= q_{bc} \\
 q_{cf} &= q_{be} \\
 q_{cg} &= q_{ae}/j \\
 q_{da} &= q_{da}/j \\
 q_{db} &= q_{bd} \\
 q_{dc} &= q_{cd} \\
 q_{de} &= q_{dc} \\
 q_{dg} &= q_{da}
 \end{aligned}$$

جدول (۵-۱۷) هفت تیر اصلی (n=7)

$\alpha$	$\beta$
$N_1 = [426j/z + (1866j + 114) + (900j + 264) \cdot z + (6j + 18)z^2]$	$N_2 = [82j/z + (686j + 22) + (980j + 136)z + (98j + 70)z^2]$
$q_{aa}^{-1} = [-57 - 132.z - 9.z^2]$	$\pm [-11 - 68.z - 35.z^2]$ = $q_{ab}$
$q_{ab} = [+129 + 207.z + 3.z^2] \cdot j$	$\pm [+25 + 133.z + 35.z^2] \cdot j$ = $q_{ag}$
$q_{ac} = [-90 + 15.z + 3.z^2] \cdot j$	$\pm [-18 - 49.z + 21.z^2] \cdot j$ = $q_{af}$
$q_{ad} = [+18 - 90.z + 3.z^2] \cdot j$	$\pm [+6 - 42.z + 7.z^2] \cdot j$ = $q_{ae}$
$q_{bb}^{-1} = [-348j - (399j + 15) \cdot z - (3j + 6) \cdot z^2]$	$\pm [-68j - (315j + 3) \cdot z - (49j + 10) \cdot z^2]$ = $q_{bg}$
$q_{bc} = [+327.j + (87j + 33) \cdot z + 3.z^2]$	$\pm [+67j + (189j + 7) \cdot z + 15.z^2]$ = $q_{bf}$
$q_{bc} = [-108j + (105j - 18) \cdot z + 3.z^2]$	$\pm [-36j + (77j - 6) \cdot z + 5.z^2]$ = $q_{be}$
$q_{cc}^{-1} = [-456j - (294j + 84) \cdot z - (3j + 6) \cdot z^2]$	$\pm [-104j - (238j + 20) \cdot z - (49j + 26) \cdot z^2]$ = $q_{cf}$
$q_{cd} = [+219j + (192j + 51) \cdot z + 3.z^2]$	$\pm [+103j + (112j + 25) \cdot z + 3.z^2]$ = $q_{ce}$
$q_{dd}^{-1} = [-129j - (207j + 33) \cdot z - (3j + 6) \cdot z^2]$	$\pm [-171j - (927j + 45) \cdot z - (49j + 39)z^2]$ = $q_{de}$

- $q_{ba} = q_{ab}/j$
- $q_{bh} = q_{ag}/j$
- $q_{ca} = q_{ac}/j$
- $q_{cb} = q_{bc}$
- $q_{cg} = q_{bf}$
- $q_{ch} = q_{af}/j$
- $q_{da} = q_{ad}/j$
- $q_{ab} = q_{bd}$
- $q_{dc} = q_{cd}$
- $q_{df} = q_{ce}$
- $q_{da} = q_{be}$

جدول (۵-۱۸) هشت تیر اصلی (n=8)

	a	b
$N_1 = 2 [ 97/z + (928j+26) + (1868j+193)z + (512j+196)z^2 + (2j-7)z^3 ]$	$N_2 = 2 [ 55/z + (312j+15) + (272j+52)z + (16j+16)z^2 ]$	
$q_{aa} - 1 = [ -26 - 193.z - 196.z^2 - 7.z^3 ]$	$\pm [ -15 - 52.z - 14.z^2 ]$	$= q_{ai}$
$q_{ab} = [ +59 + 390.z + 267.z^2 + 2.z^3 ] j$	$\pm [ +34 + 92.z + 12.z^2 ] j$	$= q_{ah}$
$q_{ac} = [ -42 - 179.z + 62.z^2 + 2.z^3 ] . j$	$\pm [ -24 - 162.z + 8z^2 ] j$	$= q_{ag}$
$q_{ad} = [ +12 - 60.z - 73.z^2 + 2.z^3 ] . j$	$\pm [ +6 - 36.z + 4z^2 ] j$	$= q_{af}$
$q_{ae} = [ -6 + 84.z - 120.z^2 + 2.z^3 ] . j$	$\pm$	$= 0$
$q_{bb}^{-1} = [ -160j - (959j+7)z - (472.j+34)z^2 - (2j+5)z^3 ]$	$\pm [ -92j - (200j+4)z - (16j+5)z^2 ]$	$= q_{bh}$
$q_{bc} = [ +155j + (688j+16)z + (70j+62)z^2 + 2.z^3 ]$	$\pm [ +88j + (88j+9)z + 6z^2 ]$	$= q_{bg}$
$q_{bd} = [ -72j + (25j-12)z + (88j-10)z^2 + 2.z^3 ]$	$\pm [ -36j + (56j-6)z + 3z^2 ]$	$= q_{bf}$
$q_{be} = [ +36j - (288j-6)z + (94j-36)z^2 + 2.z^3 ]$	$\pm$	$= 0$
$q_{cc} - 1 = [ -232j - (934j+44)z - (384j+136)z^2 - (2j+5)z^3 ]$	$\pm [ -128j - (144j+24)z - (16j+10)z^2 ]$	$= q_{cg}$
$q_{cd} = [ +191j + (400j+46)z + (164j+51)z^2 + 2.z^3 ]$	$\pm [ +88j + (88j + 21)z + 2.z^2 ]$	$= q_{cf}$
$q_{ce} = [ -144j + (50j-36).z + (176j+46)z^2 + 2.z^3 ]$	$\pm$	$= 0$
$q_{ad} - 1 = [ -304j - (909j+80).z - (296j+98)z^2 - (2j+5)z^3 ]$	$\pm [ -92j - (200j+24)z - (16j + 13)z^2 ]$	$= q_{df}$
$q_{de} = [ +346j + (1088j+92)z + (234j+114).z^2 + 2.z^3 ]$	$\pm$	$= 0$
$q_{eb} - 1 = [ -464j - (1858j+124).z - (768j+248)z^2 - (4j+12)z^3 ]$	$\pm$	$= 0$

$$q_{ba}^{-1} = q_{ab} / j, q_{ca} = q_{ac} \cdot j, q_{cb} = q_{bc} \cdot j, q_{ch} = q_{ba} \cdot q_{da} = q_{ad} / j, q_{dc} = q_{ad} \cdot q_{bh} = q_{bc} \cdot q_{ae} \cdot j, q_{ce} = q_{ef} \cdot q_{ed} \cdot q_{eh} = q_{eb},$$

$$(q_{bi} = q_{ah} / j, q_{cb} = q_{bc} \cdot q_{ci} = q_{ag} / j, q_{ab} = q_{ba} \cdot q_{dg} = q_{cf} \cdot q_{di} = q_{af} / j, q_{be} = q_{de} \cdot q_{de} = q_{ec} \cdot q_{ei} = q_{ea},$$

جدول (۱۹-۵) نه تیر اصلی (n=9)



a	B
$N_1 = Z [ 265j/Z + (1793j+71) + (2373j+330)Z + (410j+194)Z^2 + (1, j+4)Z^3 ]$ ; $N_2 = 2 [ 153j/Z + (1647j+61) + (429j+354)Z + (2214j+558)Z^2 + (8j+84)Z^3 ]$	$= q_{ak}$
$q_{aa} = -1 = (-71 - 330Z - 194Z^2 - 4Z^3)$	$\pm (-41 - 354Z - 558Z^2 - 84Z^3)$
$q_{ab} = (+61 + 633Z + 234Z^2 + 2^3)j$	$\pm (+93 + 729Z + 882Z^2 + 63Z^3)j$
$q_{ac} = (-114 - 197Z + 81Z^2 + Z^3)j$	$\pm (-66 - 369Z - 9Z^2 + 45Z^3)j$
$q_{ad} = (+30 - 174Z - 31Z^2 + Z^3)j$	$\pm (+18 - 54Z - 315Z^2 + 27Z^3)j$
$q_{ae} = (-6 + 78Z - 90Z^2 - Z^3)j$	$\pm (-6 + 90Z - 162Z^2 + 9Z^3)j$
$q_{bb} = -1 = [-463j - (1443j+19)Z - (387j+44)Z^2 - (j+3)Z^3]$	$\pm [-252j - (1827j+11)Z - (1773j+68)Z^2 - (81j+35)Z^3]$
$q_{bc} = [+419j + (84j+3)Z + (41j+69)Z^2 = Z^3]$	$\pm [+243j + (1413j+25)Z + (585j+133)Z^2 + 35Z^3]$
$q_{bd} = [-180j - (229j+30)Z + (53j + 5)Z^2 + Z^3]$	$\pm [-108j - 171j + 18)Z + (459j - 49)Z^2 + 2Z^3]$
$q_{be} = [+36j - (252j - 6)Z + (59j - 30)Z^2 + Z^3]$	$\pm [+36j - (324j - 6)Z + (171j - 42)Z^2 + 7Z^3]$
$q_{cc} = -1 = [-616j - (1214j+116)Z - (354j+138)Z^2 - (j+3)Z^3]$	$\pm [-360j - (1998j+68)Z - (1314j+318)Z^2 - (81j+59)Z^3]$
$q_{cd} = [+455j + (591j+109)Z + (100j+46)Z^2 + Z^3]$	$\pm [+279j + (1089j+67)Z + (756j+196)Z^2 + 15Z^3]$
$q_{ce} = [-144j - (23j+36)Z + (112j+29)Z^2 + Z^3]$	$\pm [-144j + (153j-36)Z + (288j-71)Z^2 + 5Z^3]$
$q_{dd} = -1 = [-580j - (1466j+152)Z - (275j-126)Z^2 - (j+3)Z^3]$	$\pm [-396j - (1674j+104)Z - (1485j+259)Z^2 - (81j+75)Z^3]$
$q_{de} = [+275j + (820j+73)Z + (153j + 81)Z^2 + Z^3]$	$\pm [+387j + (1260j+103)Z + (297j + 137)Z^2 + 3Z^3]$
$q_{ee} = -1 = [-161j - (623j+43)Z - (234j+80)Z^2 - (j + 3)Z^3]$	$\pm [-639j - (3087j+171)Z - (2070j+472)Z^2 - (81j+83)Z^3]$

$q_{ba} = q_{ab}/j$ ;  $q_{ca} = q_{ac}/j$ ;  $q_{ci} = q_{ih} \cdot q_{ad}/j$ ;  $q_{ac} = q_{ca} \cdot q_{ai} \cdot q_{bg}$ ;  $q_{ea} = q_{ae}/j$ ;  $q_{ec} = q_{ce}$ ;  $q_{eg} = q_{ge}$ ;  
 $q_{ei} = q_{ie}$ ;  $q_{bk} = q_{ai}/j$ ;  $q_{cb} = q_{bc}$ ;  $q_{ck} = q_{ah}/j$ ;  $q_{ab} = q_{ba} \cdot q_{cg} \cdot q_{dk} \cdot q_{ag}/j$ ;  $q_{eb} = q_{be}$ ;  $q_{ed} = q_{de}$ ;  
 $q_{eh} = q_{cf} \cdot q_{ek}$

جدول (۵-۲۰) ده تیر اصلی (n=10)

مثال :

شبکه‌ای با شش تیر اصلی و یک تیر عرض در وسط دهانه‌ها مشخصات  $L=100'$ ،  $a=11'$ ،  $\frac{I_1}{I}=0.316$ ،  $j=1.853$  مغروض است. خطوط تأثیر نیروهای عکس‌العمل قائم در اتصالات را رسم کنید.

حل :

$$z = \frac{I_1}{I} \left( \frac{L}{2a} \right)^3 = 0.316 \left( \frac{100}{22} \right)^3 = 29.677$$

$$N_1 = \left[ \frac{38}{z} j + (78 j + 10) + (2 j + 4) z \right] = 385.6$$

$$N_2 = \left[ \frac{22}{z} j + (130 j + 6) + (150 j + 20) z \right] = 3591.3$$

با استفاده از جدول (۵-۱۶) داریم :

$$q_{aa} = 1 + \left( \frac{-5-2t}{N} \right) + \left( \frac{-3-10t}{M} \right) = 0.7495$$

$$q_{af} = -0.0843$$

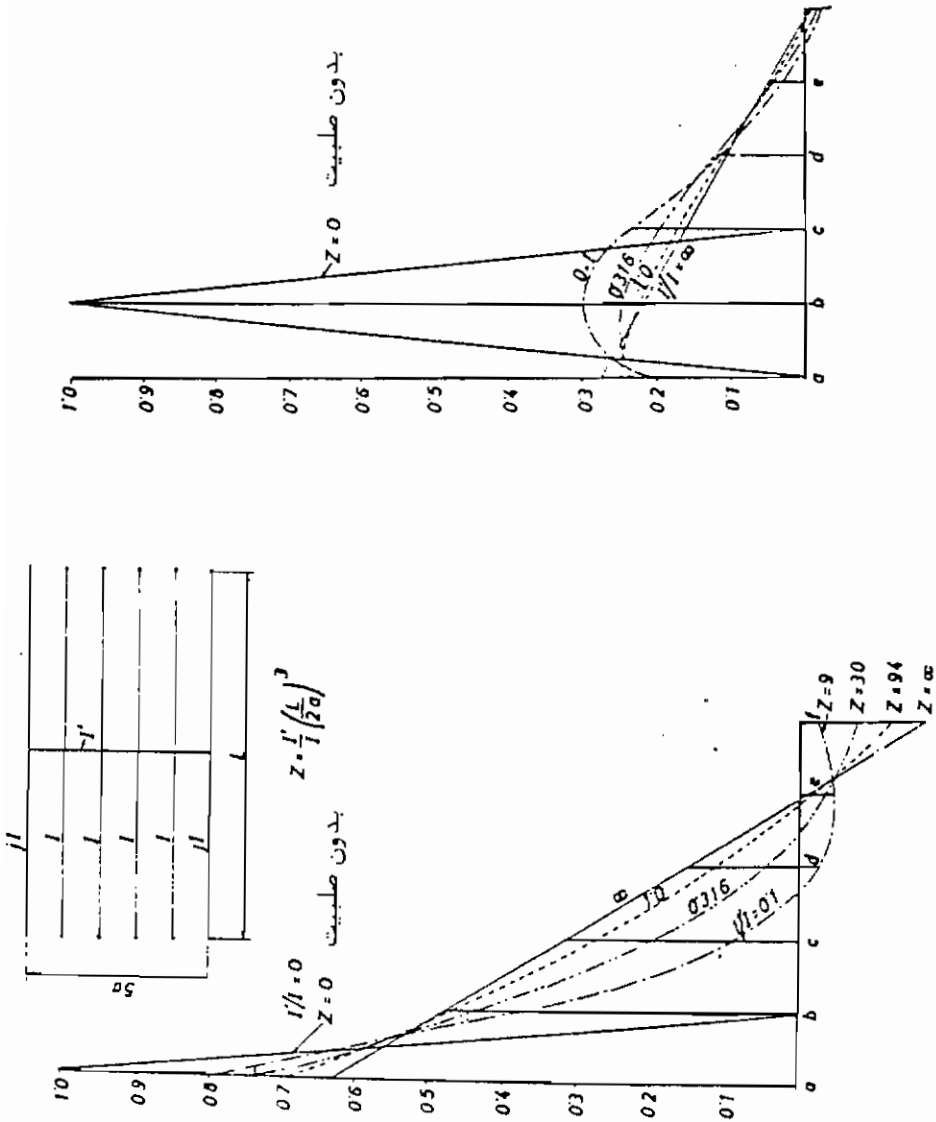
و بطور مشابه

نتایج کلی در جدول (۵-۲۱) نشان داده شده‌اند.

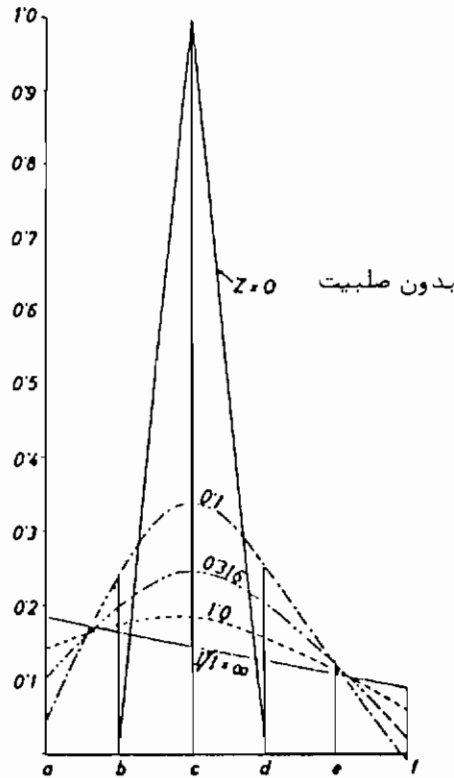
با معلوم بودن ضرایب تأثیر براحتهی می‌توان خطوط تأثیر پخش عرضی بار را رسم کرد. نتایج مطابق شکل (۵-۶۸) الف، ب و ج نشان داده شده‌اند.

	$I_1/I = \infty$	$I_1/I = 1$	$I_1/I = 0.316$	$I_1/I = 0.1$
$q_{aa}$	0.652	0.694	0.750	0.825
$q_{ab}$	0.488	0.463	0.429	0.370
$q_{ac}$	0.323	0.265	0.187	0.085
$q_{ad}$	0.158	0.106	0.040	-0.031
$q_{ae}$	-0.006	-0.021	-0.038	-0.048
$q_{af}$	-0.171	-0.132	-0.083	-0.027
$q_{ba}$	0.263	0.250	0.231	0.200
$q_{bb}$	0.210	0.222	0.245	0.297
$q_{bc}$	0.157	0.173	0.196	0.231
$q_{ba}$	0.103	0.112	0.121	0.118
$q_{be}$	0.050	0.050	0.047	0.032
$q_{bf}$	-0.003	-0.011	-0.020	-0.026
$q_{ca}$	0.174	0.143	0.101	0.046
$q_{cb}$	0.157	0.173	0.196	0.231
$q_{cc}$	0.139	0.184	0.247	0.338
$q_{cd}$	0.121	0.160	0.208	0.259
$q_{ce}$	0.103	0.112	0.121	0.118
$q_{cf}$	0.085	0.057	0.022	-0.017
$z$	$\infty$	94	30	9

جدول (۵-۲۱)



شکل (۶۸-۵) ب خط تأثیر برای تیر اصلی داخلی نقطه b      شکل (۶۸-۵) الف خط تأثیر برای تیر اصلی خارجی نقطه a



شکل (۵-۶۸) ج خط تأثیر تیر اصلی داخلی نقطه c

### ۵-۷ آشنائی با روشهای کامپیوتری

در طی سالهای اخیر با پیشرفت علم کامپیوتر روشهای تحلیلی قوی جهت تحلیل پلهها ارائه شده است که مهمترین آنها عبارتند از:

- ۱- روش تحلیل شبکه<sup>۱۸</sup>
- ۲- روش صفحه ارتوتروپیک<sup>۱۹</sup>

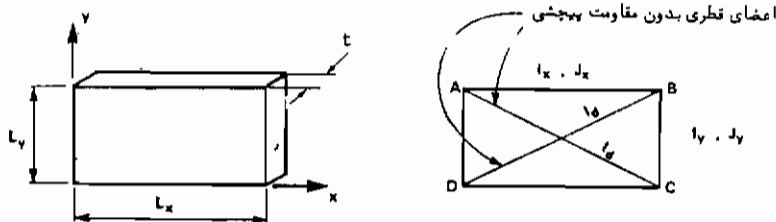
- ۳ - روش صفحه ارتیکولیت<sup>۲۰</sup>  
 ۴ - روش اجزاء محدود<sup>۲۱</sup>، نواز<sup>۲۲</sup> و صفحه محدود<sup>۲۳</sup>  
 ۵ - روش نیمه پیوسته<sup>۲۴</sup>

## ۱ - روش تحلیل شبکه

شبکه به مجموعه‌ای از تیرهای یک بعدی گفته می‌شود که بار وارده به آن عمود بر صفحه مجموعه باشد و برخلاف یک قاب دو بعدی، سختی پیچشی تیرها در نظر گرفته می‌شوند.

## پلهای دال تخت

مشخصات تغییر شکل جزء صفحه مربع مستطیل شکل از یک صفحه ایزوتروپیک که تحت اثر بارهای خارج از صفحه قرار داشته باشد را می‌توان توسط مجموعه‌ای متشکل از شش تیر بیان کرد. چهار تیر در امتداد اضلاع آن جزء و دو تیر دیگر در امتداد قطر مربع مستطیل قرار دارند، عبارات مربوط به خواص هر تیر مطابق زیر است (شکل (۵-۶۹)).



شکل (۵-۶۹) ایدمال سازی یک جزء صفحه به شبکه (الف) جزء دال (ب)

مجموعه تیرهای معادل

$$I_x = \left[ L_y - \frac{\nu L_x^2}{L_y} \right] \frac{t^3}{24(1 - \nu^2)}$$

$$I_y = \left[ L_x - \frac{\nu L_y^2}{L_x} \right] \frac{t^3}{24(1 - \nu^2)}$$

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 20 - Articulated plate | 23 - Finite plate      |
| 21 - Finite Element    | 24 - Semi - continioim |
| 22 - Fimfe stvip       |                        |

$$J_x = \left[ \frac{E L_y (1 - 3\nu)}{G} \right] \left[ \frac{t^3}{24(1 - \nu^2)} \right]$$

$$J_y = \left[ \frac{E L_x (1 - 3\nu)}{G} \right] \left[ \frac{t^3}{24(1 - \nu^2)} \right]$$

$$I_d = \left[ \frac{\nu(L_x^2 + L_y^2)^{1.5}}{L_x L_y} \right] \left[ \frac{t^3}{24(1 - \nu^2)} \right]$$

$I$  و  $J$  ممان اینرسی و ممان قطبی (پیچشی) می‌باشند.  $\nu$  ضریب پواسون — مصلح صفحه، اندیس  $x$ ،  $y$  و  $d$  به ترتیب مربوط به جهت‌های  $x$ ،  $y$  و قطر المان می‌باشند. در عمل یک دال تخت بتنی را می‌توان به عنوان یک صفحه ایزوتروپیک در نظر گرفت بنابراین دال تخت را می‌توان به تعدادی اجزاء مربع مستطیل تقسیم کرد که هر جزء مربع مستطیل از نظر ابعاد  $d$  شامل یک شبکه متشکل از شش تیر می‌باشد. همچنانکه در شکل (۵-۷۰) الف و ب نشان داده شده است پلهای قائم و مورب را می‌توان به این طریق مدل‌سازی کرد. البته در این صورت شبکه بوجود آمده پیچیده بوده و تعبیر نتایج تحلیل حاصل مشکل است. ولی اگر اثر ضریب پواسون صرف نظر شود در این صورت از تیرهای قطری شبکه می‌توان صرف نظر کرد و در نتیجه عبارات مربوط به خواص تیرهای دیگر را می‌توان به صورت ساده‌تر زیر نوشت، شکل (۵-۷۰) ج.

$$I_x = \frac{L_y t^3}{24}$$

$$I_y = \frac{L_x t^3}{24}$$

$$J_x = \frac{E}{G} \frac{L_y t^3}{24}$$

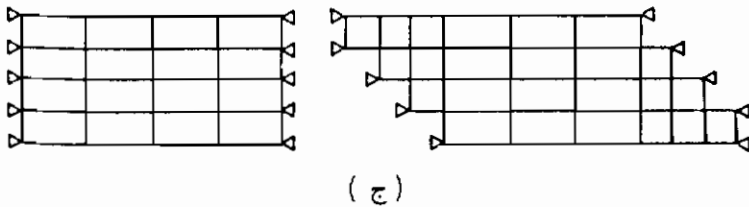
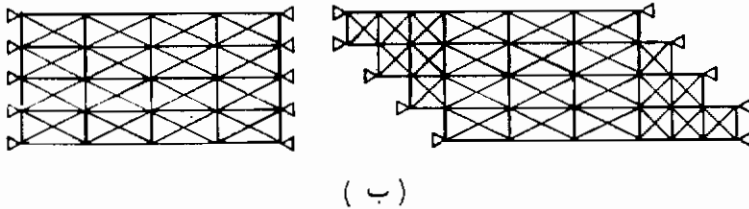
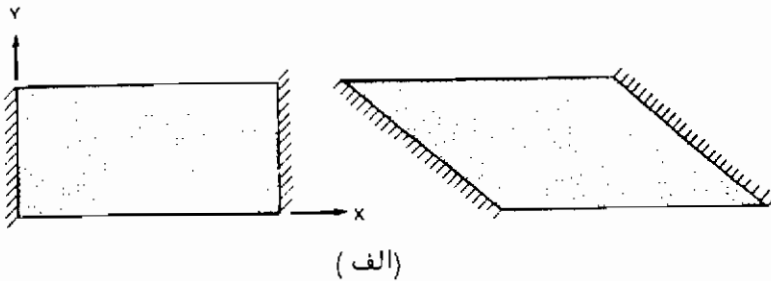
$$J_y = \frac{E}{G} \frac{L_x t^3}{24}$$

اثر غیر صفر بودن ضریب پواسیون مصالح را می‌توان با روابط زیر بطور تقریبی در نظر گرفت. که زمانی قابل قبول است که تغییر شکل صفحه خود مستقل از ضریب پواسیون باشد.

$$(M_x)_v = (M_x)_0 + \nu (M_y)_0$$

$$(M_y)_v = (M_y)_0 + \nu (M_x)_0$$

که اندیس  $\nu$  و  $0$  به ترتیب مربوط به حالات ضریب پواسیون مخالف صفر و مساوی صفر می‌باشند.



شکل (۵-۷) ایدئال ساختن یک دال توسط یک شبکه. (الف) دالهای

واقعی (ب) شبکه برای  $\nu \neq 0$  (ج) شبکه برای  $\nu = 0$



### دال بر روی تیرهای طولی

روش تشابه سازی شبکه برای پلهای از نوع دال بر روی تیرهای طولی خیمسی مناسب می باشد. تیرهای طولی در شبکه در محل محور تیرهای طولی واقعی در نظر گرفته می شوند و تیرهای عرضی شبکه بیانگر رفتار دال تخت یا تیرهای عرضی (دیافراگم) عبورگاه می باشند. تعداد تیرهای عرضی در شبکه برای انواع عبورگاههای بتنی حداقل هفت عدد پیشنهاد می گردد.

### ۲- روش صفحه ارتوتروپیک

بنا به تعریف یک صفحه ارتوتروپیک صفحه ای است با ضخامت ثابت و لسی با خواص خمشی و پیچشی مختلف در دو جهت عمود برهم (شکل ۵-۷۱). علائم استاندارد برای سختی های یک صفحه مربع مستطیل ارتوتروپیک و نیز معادله تغییر شکل صفحه مطابق آنچه که در بخش (۵-۵) این کتاب بحث شد می باشد.

واکنشهای چون لنگرها و نیروهای برشی در واحد عرض یا واحد طول محاسبه می شوند. علائم استاندارد برای واکنشهای مختلف صفحه در مقابل بار مطابق زیراند:

$$M_x \text{ لنگر خمشی طولی در واحد عرض}$$

$$M_y \text{ لنگر خمشی عرضی در واحد طول}$$

$$M_{xy} \text{ لنگر پیچشی طولی در واحد عرض}$$

$$M_{yx} \text{ لنگر پیچشی عرضی در واحد طول}$$

$$Q_x \text{ نیروی برشی طولی در واحد عرض}$$

$$Q_y \text{ نیروی برشی عرضی در واحد طول}$$

$Q_x$  و  $Q_y$  را عکس العملهای لبه عبورگاه نیز می نامند. نیروی برشی دیگری، بنام نیروی برشی کمکی، در تئوری صفحه ارتوتروپیک بکار برده می شود، که از جانشین کردن لنگرهای پیچشی در مرزها بوسیله گسترش نیروهای قائم جهت کم کردن تعداد شرایط مرزی سه کار برده شده، این دو نیروی برشی کمکی عبارتند از:

$$V_x \text{ نیروی برشی کمکی طولی در واحد عرض}$$

$$V_y \text{ نیروی برشی کمکی عرضی در واحد طول}$$

معادلات مربوط به واکنشهای یک صفحه ارتوتروپیک مطابق زیراند:

$$M_x = - \left[ D_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right]$$

$$M_y = - \left[ D_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + D_2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right]$$

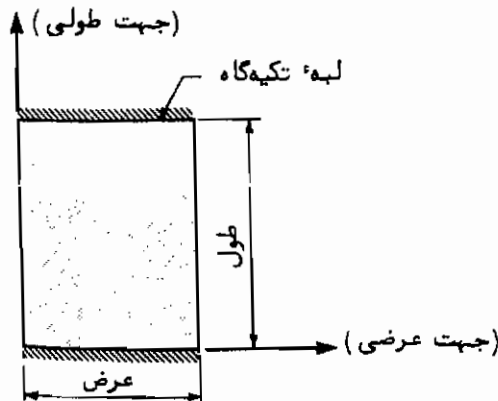
$$M_{xy} = D_{xy} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}$$

$$Q_x = - \left[ D_x \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} + (D_{yx} + D_1) \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} \right]$$

$$Q_y = - \left[ D_y \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} + (D_{xy} + D_2) \frac{\partial^3 \omega}{\partial y \partial x^2} \right]$$

$$V_x = - \left[ D_x \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} + (D_{xy} + D_{yx} + D_1) \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} \right]$$

$$V_y = - \left[ D_y \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} + (D_{xy} + D_{yx} + D_2) \frac{\partial^3 \omega}{\partial y \partial x^2} \right]$$



شکل (۵-۷۱) پلان صفحه ارتوتروپیک

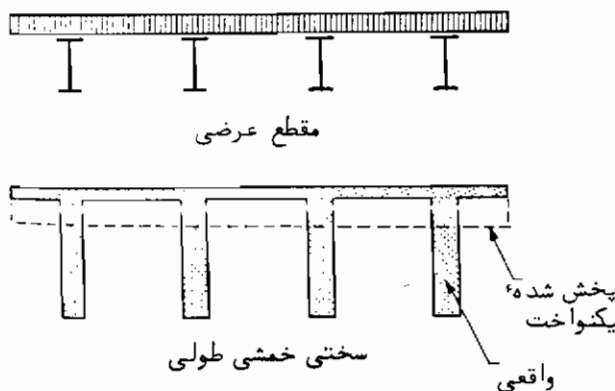
### پلهای با مقطع دال

صفحه ایزوتروپیک حالت خاصی از صفحه ارتوتروپیک می باشد که در آن سختی های طولی با سختی های عرضی مربوطه برابرند. پلهای ساخته شده با مقطع دال بتنی راهمچنانکه قبلاً ذکر شد بصورت صفحه ایزوتروپیک می توان در نظر گرفت.

### پلهای دال و تیر

عملکرد پلهای دال و تیر بیانگر رفتار یک صفحه ارتوتروپیک می باشد. عبورگاه دال و تیر از نظر تحمل لنگر خمشی در جهت طولی مقاومتر از جهت عرضی می باشد. دلیل این رفتار آنست که در جهت طولی تیرهای طولی و نیز دال روی آنها در مقابل بار خمشی مقاومت می کنند و حال آنکه در جهت عرضی این مقاومت فقط مربوط به دال روی تیرهای طولی می باشد.

این تفاوت در سختی های خمشی را می توان در صفحه ارتوتروپیک با قرار دادن  $D_x$  بزرگتر از  $D_y$  بیان کرد. در ضمن تفاوت سختی های پیچشی در دو جهت را می توان با انتخاب مقادیر مناسب برای  $D_{yx}$  و  $D_{xy}$  نشان داد. اگرچه در پلهای دال و تیر در محلهای تیرهای طولی تمرکز سختی های خمشی و پیچشی وجود دارد (شکل ۵-۷۲) ولی در استفاده از روش صفحه ارتوتروپیک از این گونه تغییرات شدید موضعی صرف نظر می شود و بجای آن سختی های  $D_{xy}$  و  $D_x$  طوری انتخاب می گردند که در عرض پل بصورت یکسواخت پخش شده باشند.



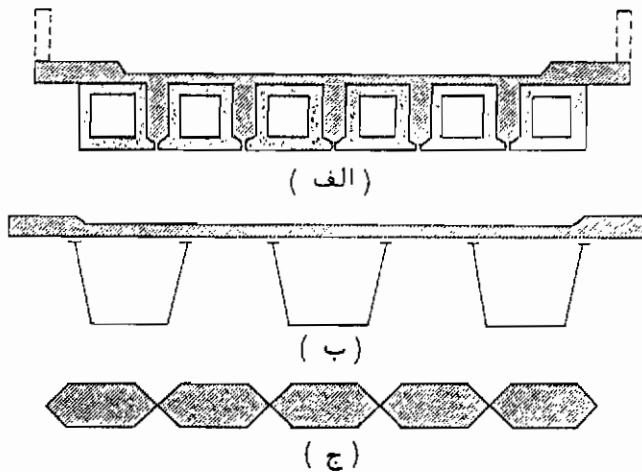
شکل (۵-۷۲) گسترش عرضی سختی خمشی در پل دال و تیر مرکب

در دو مورد زیر نتایج حاصل از روش صفحه ارتوتروپیک ایجاد خطا خواهد کرد .  
 ۱ - در پلهای دال و تیر پهن که تعداد تیرهای طولی در آنها کمتر از چهار عدد باشند و بار وارده فقط به قسمتی از عرض پل وارد شود ، نتایج بدست آمده برای لنگرهای خمشی و نیروهای برشی قابل قبول نمی باشند .

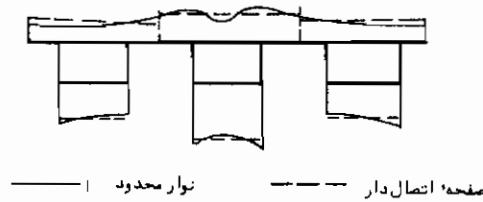
۲ - محاسبه لنگر خمشی عرضی ، که ترکیب پیچیده‌ای از خمش بین تیرهای طولی و خمش در اثر تغییر شکل غیر یکنواخت تیرهای حمال می باشد بدون خطا نخواهد بود .

### ۳ - صفحات متصل بهم

حالت خاصی از یک صفحه ارتوتروپیک ، که در آن  $D_y$  برابر صفر است ، صفحه اتصال دار نامیده می شود . این روش زمانی مناسب است که پخش عرضی بار از طریق نیروی برشی فقط انجام گیرد و در نتیجه سختی خمشی عرضی ناچیز باشد . شکل (۵-۷۳) الف و ب دو نوع عبورگاه را که برای تحلیل با این روش مناسب اند نشان می دهد . شکل (۵-۷۳) ج مقطع عرضی ایده آل را نشان می دهد که در آن تیرهای طولی در جهت عرضی توسط مفصل بدون اصطکاک بهم متصل شده اند . قابل توجه است که روش استفاده از تئوری صفحه اتصال دار ، همانند دیگر روشها سازه ایده آل را دو بعدی فرض کرده و قادر نیست تغییرات تنش در بالها را محاسبه نماید . شکل (۵-۷۴) مقایسه بین دو روش صفحه اتصال دار و روش نوار محدود در محاسبه تنشها در ناحیه بال را نشان می دهد .



شکل (۵-۷۳) مقاطع عرضی که در آنها پخش بار عمدتاً از طریق نیروی برشی صورت می گیرد . (الف) و (ب) مقاطع واقعی ، (ج) مقطع ایده آل .

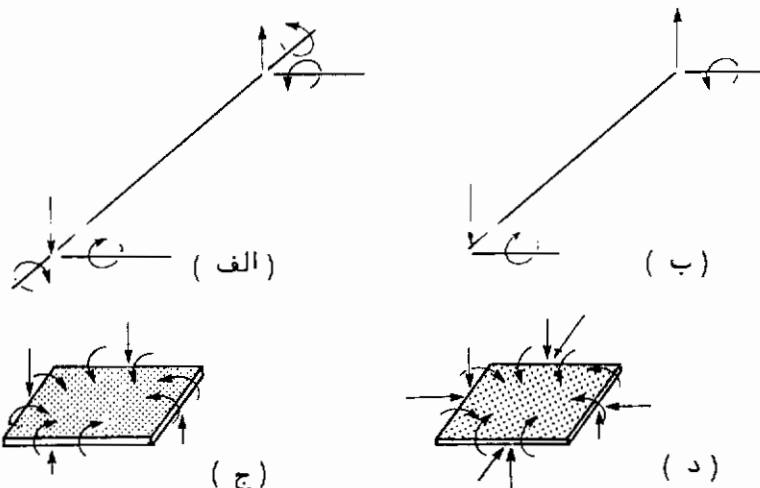


شکل (۵-۷۴) تنشهای طولی در بال

## ۴- روش اجزاء محدود

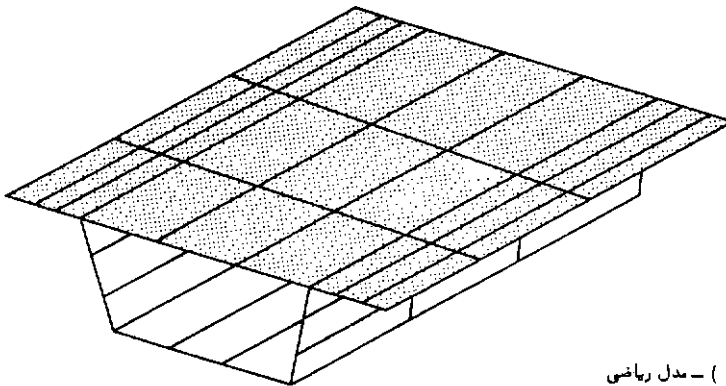
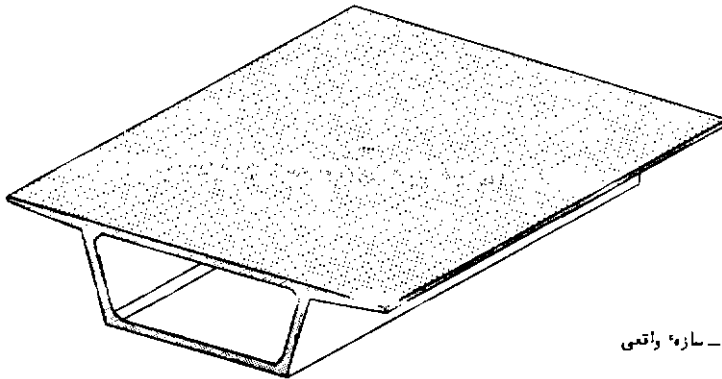
چنانچه این روش در تحلیل پلها بکار برده شود، یک جزء محدود می‌تواند یک تیر یک بعدی، یا یک قطعه از صفحه تحت اثر خمش خالص، یا قطعه‌ای از صفحه تحت اثر خمش و نیروهای در صفحه باشد. این اجزاء در شکل (۵-۷۵) نشان داده شده‌اند.

روش اجزاء محدود شامل حل مدل ریاضی که با ایده‌آل سازی یک سازه به عنوان یک مجموعه متشکل از اجزاء مختلف بدست می‌آید می‌باشد. روش تحلیل شبکه که قبلاً توضیح داده شد در حقیقت حالت خاصی از روش اجزاء محدود است که در آن سازه رویه‌پل بصورت مجموعه‌ای متشکل از اجزاء تیر یک بعدی فرض می‌گردد. اما اکثر اوقات، استفاده از روش اجزاء محدود به معنی ایده‌آل سازی سازه بوسیله اجزاء پیوسته‌ای، چون اجزاء صفحه یا پوسته می‌باشد.



شکل (۵-۷۵) مثالهایی از اجزاء محدود. (الف) تیر شبکه، (ب) تیر قاب (ج) جزء صفحه خمشی (د) جزء صفحه پوسته

برای تحلیل به روش اجزاء محدود با استفاده از اجزاء پیوسته، یک سازه رویه پل را می‌توان بصورت ایده‌آل متشکل از اجزاء صفحه خمشی یا اجزاء پوسته در نظر گرفت. در نوع اول، سازه اصولاً مثل یک صفحه ارتوتروپیک که سختی‌های آن بصورت ایده‌آل فرض می‌گردد در نظر گرفته می‌شود. ایده‌آل سازی بوسیله اجزاء صفحه پوسته می‌تواند سه بعدی باشد و بنابراین، در بعضی موارد نزدیکتر به واقعیت خواهد بود. این نوع ایده‌آل سازی برای قطعه‌ای از پل قوطی در شکل (۵-۷۶) نشان داده شده است.



شکل (۵-۷۶) ایده‌آل سازی یک قسمت از پل قوطی توسط اجزاء صفحه پیوسته

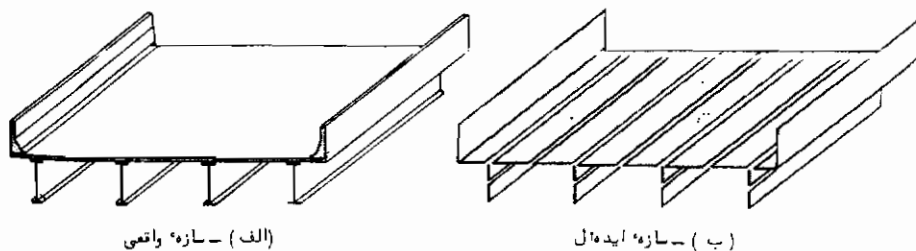
قدرت و وسعت بکارگیری روش اجزاء محدود بر همه آشکار است. اگرچه باید توجه داشت که خواص اجزاء تشکیل دهنده با دقت کافی انتخاب گردد تا نتایج به واقعیت نزدیکتر

باشد . اما در مقابل معایب این روش عبارتند از :

- ۱ - نتایج تحلیل یک سازه بصورت عددی بوده و نمی توان به آن عمومیت داد بطوری که تغییرات در طرح معمولاً نیاز به تحلیل مجدد دارد .
- ۲ - برای بیان سازه پل توسط مدل ریاضی که خیل نزدیک به واقعیت باشد ، تعداد زیادی اجزاء لازم است که در این صورت احتیاج به کامپیوتری با حافظه بیشتر خواهد بود .

### روش نوار محدود

روش نوار محدود حالت خاصی از روش اجزاء محدود می باشد که در آن اجزاء متشکل از نوارهای طولی می باشند . با استفاده از این روش سازه رویه پل را می توان بصورت یک مجموعه سه بعدی از نوارها بیان کرد . مثالی از مدل ریاضی پل دال و تیر با این روش در شکل (۵-۷۷) نشان داده شده است .



شکل (۵ - ۷۷) مدل ریاضی یک پل دال و تیر با روش نوار محدود

این روش در مقایسه با روش اجزاء محدود بطور کلی از نظر وقت کامپیوتری و در نتیجه هزینه تحلیل با صرفه تر می باشد .

### روش نیمه پیوسته

با توجه به مشخصات فیزیکی انواع پلهای مشخص است که در تمام حالات گسترش سختی خمشی و پیچشی عرضی آنها در طول پل تقریباً بصورت یکنواخت می باشد . از طرف دیگر تمرکز صلبیت خمشی و پیچشی در اکثر پلهای ، به استثنای دال تخت توپر در محل های مشخص وجود دارد . مثلاً برای پل دال حفره ای این محلها در موقعیت جانها یعنی بین حفره ها ، برای نوع دال بر روی تیرهای طولی در موقعیت تیرهای طولی و در انواع پلهای توخالی این محلها جانها می باشند . این بررسی منتهی به نوعی ایده آل سازی می گردد که در آن سختی خمشی و پیچشی طولی پل در تعدادی تیر طولی یک بعدی متمرکز گشته و حال

آنکه سختی خمشی و پیچشی عرضی در طول بصورت گسترده<sup>۱</sup> یکنواخت در قالب بینهایت تیر عرضی که تشکیل دهنده پوشش عرضی می باشند در نظر گرفته می شود. این نوع ایده آل سازی را بنا براین می توان حالت خاصی از مدل شبکه دانست که در آن تعداد تیرهای عرضی بینهایت می باشد.





# فصل ششم

## تحلیل اثرات ثانوی در عبورگاه

۶- ۱ مقدمه

بطورکلی اثرات ثانوی بوجود آمده در هر سازه را می‌توان به سه نوع زیرتقسیم کرد:

الف) اثرات هندسی

ب) اثرات مصالح

ج) اثرات بار

الف) اثرات هندسی

این اثرات شامل موارد زیر می‌باشند.

۱- اثر نیروی محوری در سختی خمشی عضو

۲- اثر جابجایی افقی اتصال تیر به ستون

۳- تغییرات ایجاد شده در طول اولیه اعضا در اثر کرنش محوری و کمانش آنها

۴- تغییرات ایجاد شده اتفاقی در شکل هندسی اولیه اعضا

۵- تغییرات سطح مقطع از حالت ایده‌آل

۶- تغییر شکلهای برشی

۷- کمانش محلی و تغییر شکلهای محلی دیگر

۸- جابجایی خارج از صفحه سازه

ب) اثرات مصالح

این اثرات شامل موارد زیر می‌شوند:

۱- غیرخطی بودن رابطه تنش کرنش

۲- تنشهای داخلی بوجود آمده در اعضا قبل از بارگذاری، در موقع ساخت و یا نصب سازه.

ج) اثرات بار وارده

این اثرات عبارتند از:

۱- بارگذاری نامتناسب

۲- بارگذاری متغیر تکراری

البته باید توجه داشت که این اثرات ثانوی بصورت پیچیده‌ای در یکدیگر نیز اثر داشته و تحلیل دقیق آنها مشکل است. از این جهت در عمل هر اثر ثانوی را مستقلاً تحلیل کرده و نتایج را باهم جمع می‌کنند.

از طرفی زمانی که تنشهای اعضاء از حد تنش مجاز آنها تجاوز نکند بعضی از اثرات ثانوی که بیشتر اتفاق می‌افتند مهمتر از بقیه خواهند بود. به عنوان مثال در پلهای فلزی بارگذاری تکراری، با از بین بردن اتصالات، می‌تواند عامل اصلی خرابی این نوع پلهها باشد و حال آنکه در پلهای بتنی تغییر شکل حاصل از عواملی چون نشست تکیه‌گاهها، خزش و انقباض بتن، انقباض و انبساط حرارتی، وقتی که همزمان با بارگذاری پل در نظر گرفته شود ممکن است باعث ایجاد تنشهایی بیش از تنش مجاز مصالح سازه گردد. در این بخش اثرات ثانوی حاصل از بار متمرکز، که بنام اثرات موضعی بار معروف است و اثرات نشست تکیه‌گاهها در پلهای نامعین استاتیکی و نیز اثر تغییرات درجه حرارت در پلهای معین و نامعین مورد بررسی قرار می‌گیرد. در هر یک از این حالات نیروها و یا تنشهای حاصل از اثرات با روشهای معمول تحلیلی محاسبه می‌شوند. مسلماً در طرح کلی سازه پل تنشهای حاصل از این اثرات را باید با تنشهای حاصل از بارگذاری‌های دیگر جمع کرد. اثرات حاصل از نشست تکیه‌گاهها و تغییرات دما را می‌توان با طرح سازه بصورت معین استاتیکی به حداقل رسانید.

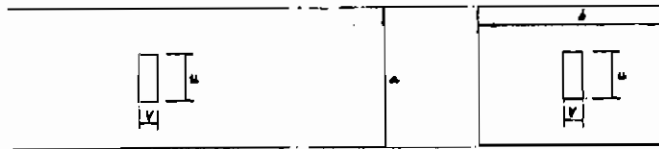
۶- ۲ اثرات موضعی بار چرخ بر روی عبورگاه

در فصل پنجم با روشهای پخش یک یا چند بار متمرکز وارده به سطح عبورگاه آشنا شدیم. همانگونه که ملاحظه گردید از طریق این توزیع بار توانستیم نیروهای داخلی و نهایی را توزیع تنش را در اعضای اصلی باربر عبورگاه محاسبه کنیم. اما علاوه بر این توزیع تنش، توزیع تنش دیگری نیز در اثر اعمال بار متمرکز بوجود می‌آید که به آن توزیع تنش موضعی یا ثانوی می‌گویند. بطور کلی این توزیع تنش مختص آن قسمت از دال فوقانی می‌باشد که بر روی تیرهای طولی و عرضی تکیه دارد. الزاماً برای اینکه توزیع تنش نهایی یک عبورگاه حاصل گردد باید توزیع تنش اولیه و ثانوی باهم ترکیب گردند.

با توجه به اینکه هر عبورگاه معمولاً یک سازه سه بعدی است و در اثر اعمال بار وارد بر آنان تغییر شکل پیدا می‌کند ولی این تغییر شکل برای تمام تیرهای طولی و عرضی یکسان نمی‌باشد نتیجتاً تعیین دقیق شرایط تکیه‌گاهی دال فوقانی که متصل به تیرهای طولی و عرضی می‌باشد دشوار است. از این رو از نقطه نظر تحلیل وضعیت تکیه‌گاههای دال یا تیرهای طولی و عرضی را با فرض ضریب مناسبی می‌توان در نظر گرفت، بر این اساس تنشهای حاصل از بار چرخ را می‌توان با دو روش پیگاد<sup>۱</sup> و وسترگارد<sup>۲</sup> تعیین کرد.

### ۱ - روش پیگاد

در این روش پیگاد معادله لاگرانژ<sup>۳</sup> را برای دامنه وسیعی از مقادیر نسبت ابعاد اضلاع دال و نسبت‌های ابعاد اضلاع سطح بارگذاری شده به ابعاد اضلاع دال مربوطه حل کرد. علائم بکار رفته در این روش مطابق شکل (۱-۶) می‌باشد. اضلاع مساحت بارگذاری شده مرکزی با استفاده از سطح تماس بار متمرکز، مثلاً "چرخ کامیون"، بر روی سطح عبورگاه و بخش آن تحت زاویه ۴۵ درجه با افق در کل ضخامت مصالح غیر سازه‌ای و نصف ضخامت دال بدست می‌آید بنابراین اگر بار متمرکز یکی از چرخهای عقب و یا میانی کامیون ۴۵ تنی ایران باشد ابعاد بار عبارتند از



شکل (۱-۶)

$$U = 700 + h + 2e \quad \text{mm} \quad \text{عمود بر جهت ترافیک}$$

$$V = 200 + h + 2e \quad \text{mm} \quad \text{در جهت ترافیک}$$

که  $h$  عمق دال و  $e$  ضخامت مصالح غیرسازه‌ای (آسفالت) عبورگاه برحسب میلی‌متر می‌باشد

1 - Pigeaud

2 - Westergaard

3 - Lagrange

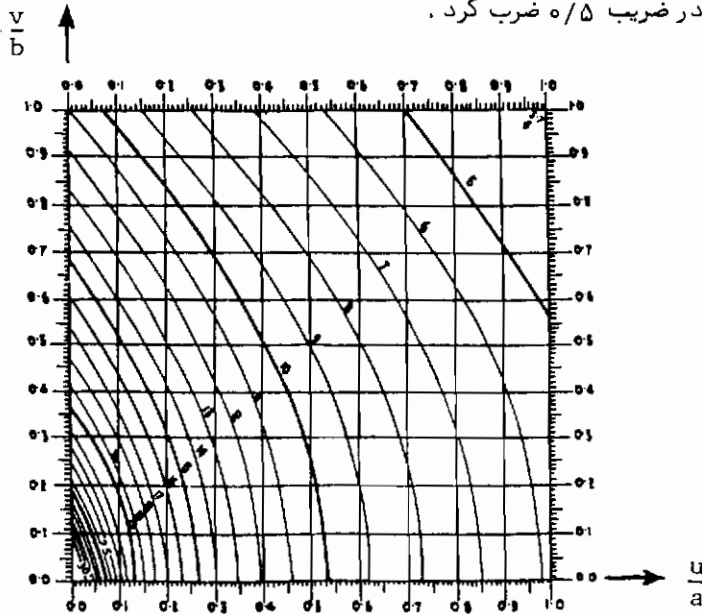
نمودارهای پیگاد در اشکال (۲-۶) تا (۱۱-۶) آمده است. در این منحنی‌ها مقدار  $M_1$  و  $M_2$  را بر حسب تابعی از  $\frac{u}{a}$  و  $\frac{v}{b}$  برای مقادیر مختلف  $\rho \frac{a}{b}$  مساوی با ۰/۹، ۰/۱/۰، ۰/۸، ۰/۷، ۰/۶، ۰/۵، ۰/۴، ۰/۳، ۰/۲ مساوی شده است. لنگر خمشی ماکزیمم در دال را می‌توان با استفاده از مقادیر  $M_1$  و  $M_2$  بصورت زیر محاسبه کرد:

$$M_a = a \text{ لنگر خمشی ماکزیمم در جهت } a = (M_1 + 0.15 M_2) P$$

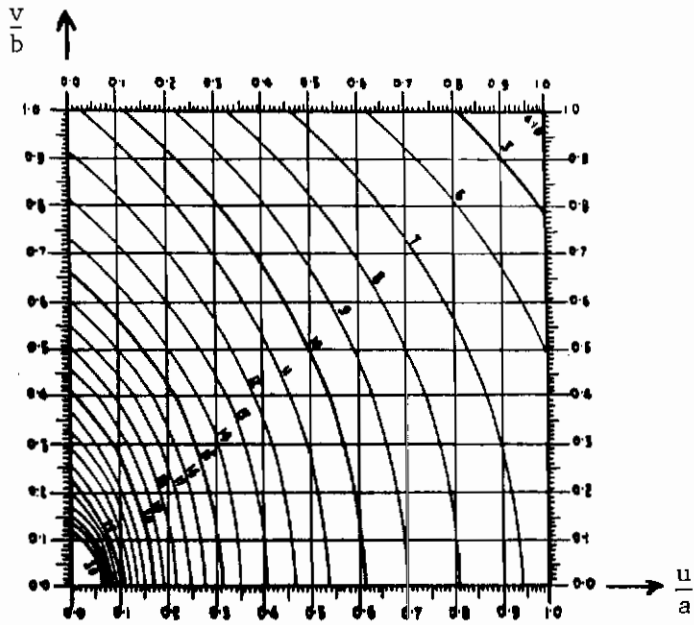
$$M_b = b \text{ " " " " " " } = (0.15 M_1 + M_2) P$$

که  $P$  مقدار بار متمرکز (بار کل) وارد بر دال می‌باشد.

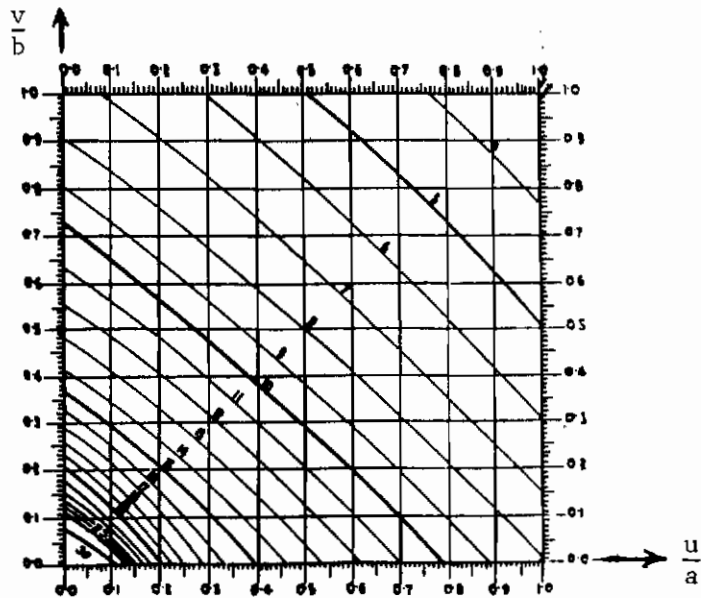
معادلات بالا برای مصالح بتن آرمه و بتن پیش تنیده که ضریب پواسیون آنها برابر ۰/۱۵ فرض می‌گردد قابل اجرا می‌باشد. اگر تکیه‌گاه دال با تیرهای طولی و عرضی ساده فرض گردد در این صورت  $M_a$  و  $M_b$  لنگرهای ماکزیمم مثبت در وسط دهانه  $a$  و وسط دهانه  $b$  خواهند بود و اگر تکیه‌گاه مربوطه گیردار فرض گردد در این حالت برای محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم مثبت در هر جهت  $a$  یا  $b$  باید لنگرهای حاصل از معادلات بالا را در ضریب ۰/۸ ضرب کرد و برای محاسبه لنگر خمشی تکیه‌گاهی که منفی می‌باشد باید معادلات بالا را در ضریب ۰/۵ ضرب کرد.



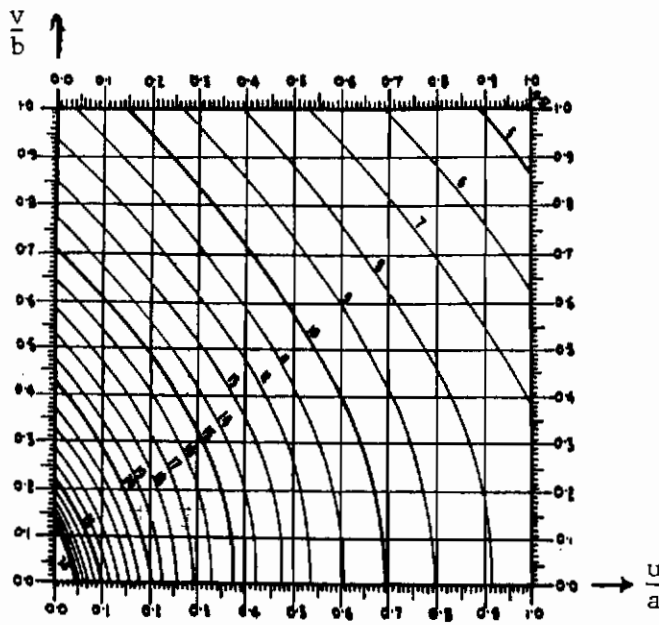
شکل (۲-۶) - نمودار مقادیر  $M_1 \times 10^2$  و  $M_2 \times 10^2$  (حالت  $\rho = 1.0$ )



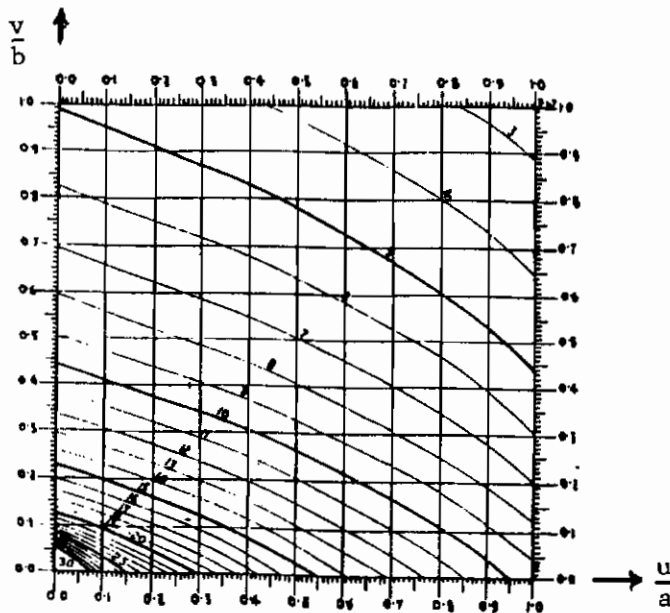
الف - مقادیر  $M_1 \times 10^2$



ب - مقادیر  $M_2 \times 10^2$   
 شکل (۳-۶) - حالت  $\rho = 0.9$

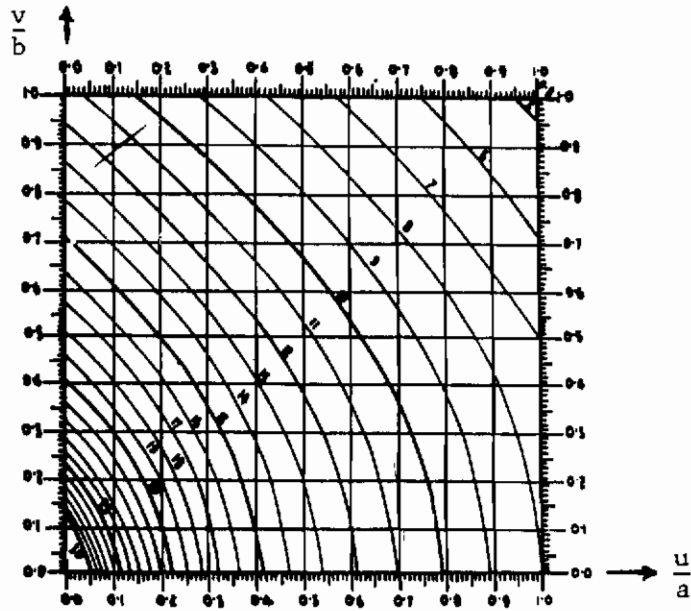


الف) مقادیر  $M_1 \times 10^2$

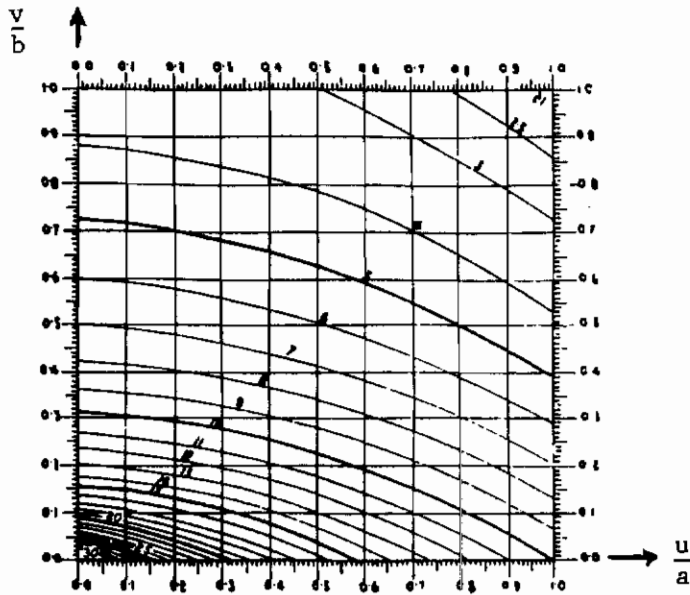


ب) مقادیر  $M_2 \times 10^2$

شکل (۴-۶) - حالت  $\rho = 0.8$



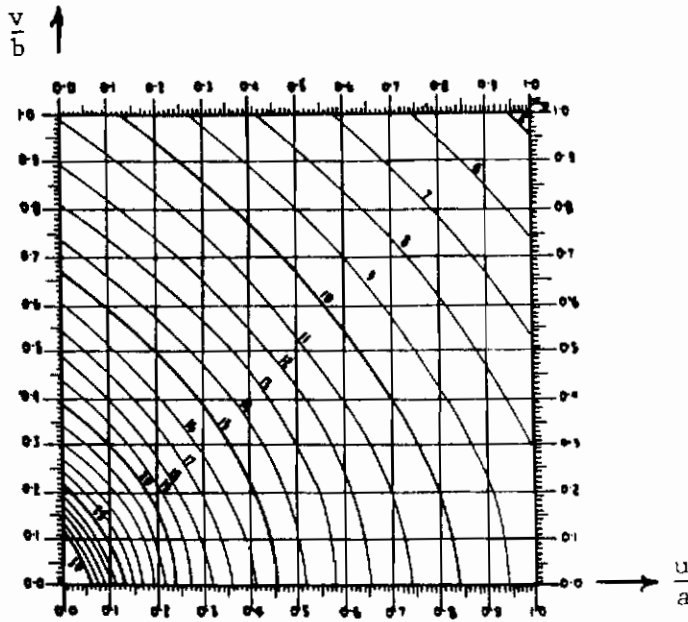
الف ( مقادیر  $M_1 \times 10^2$  )



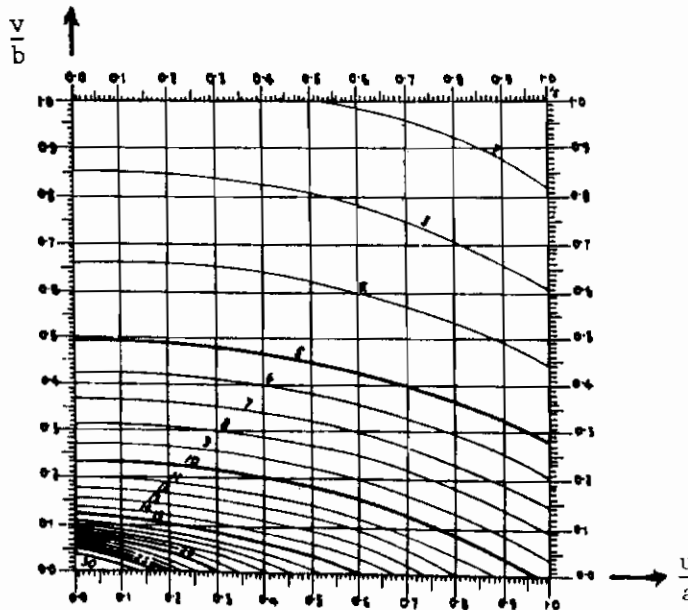
ب ( مقادیر  $M_2 \times 10^2$  )

شکل (۵-۶) - حالت  $\rho = 0.707$



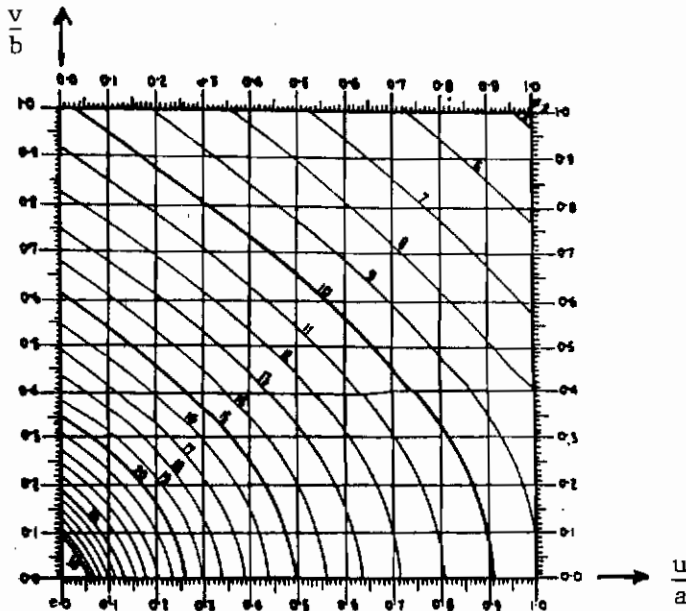


الف) مقادیر  $M_1 \times 10^2$

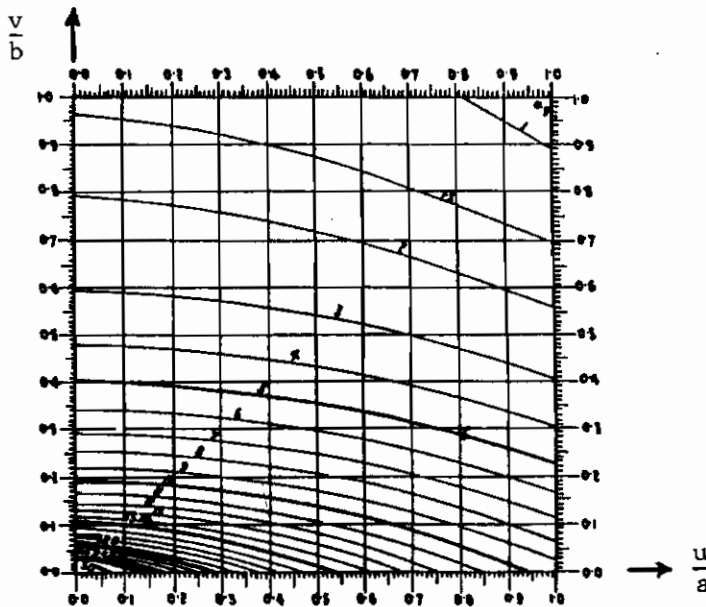


ب) مقادیر  $M_2 \times 10^2$

شکل (۶-۶) - حالت  $\rho = 0.6$

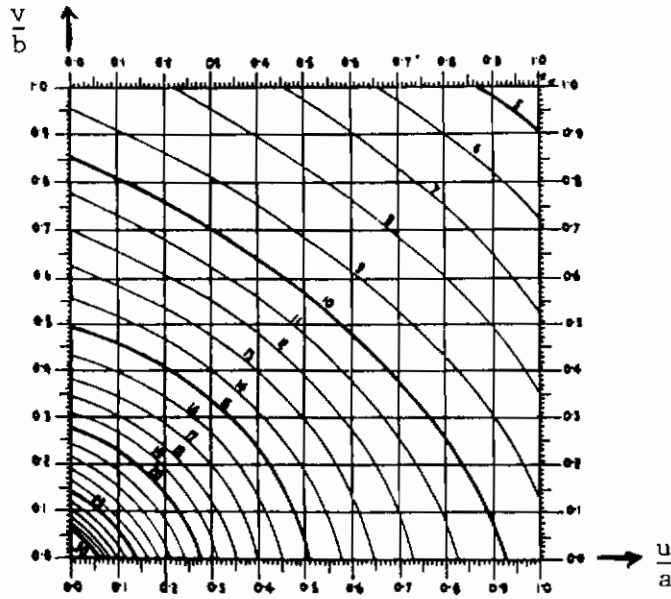


الف - مقادیر  $M_1 \times 10^2$

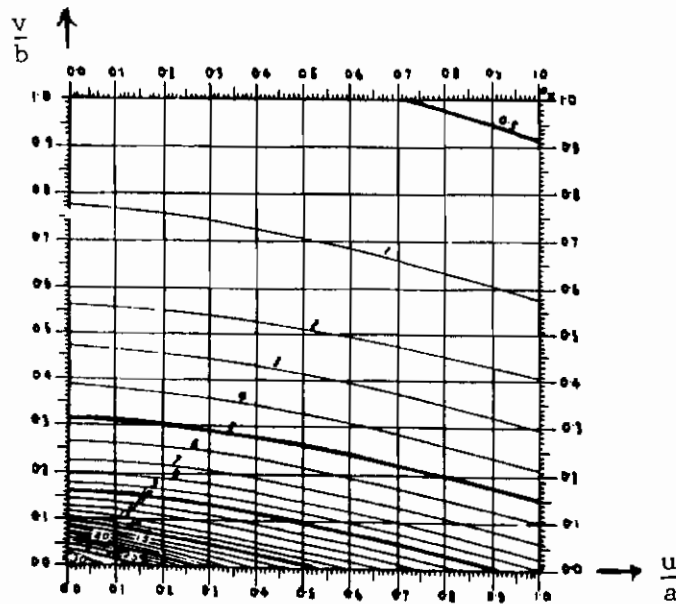


ب - مقادیر  $M_2 \times 10^2$

شکل (۶-۷) - حالت  $\rho = 0.5$

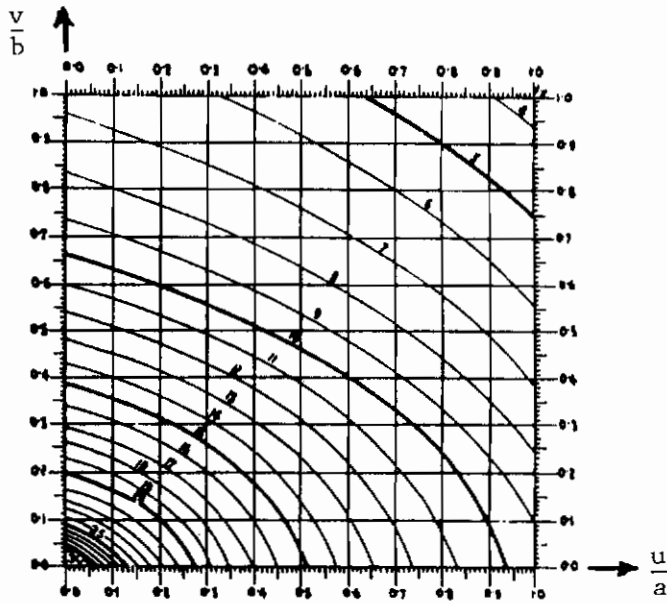


الف - مقادیر  $M_1 \times 10^2$

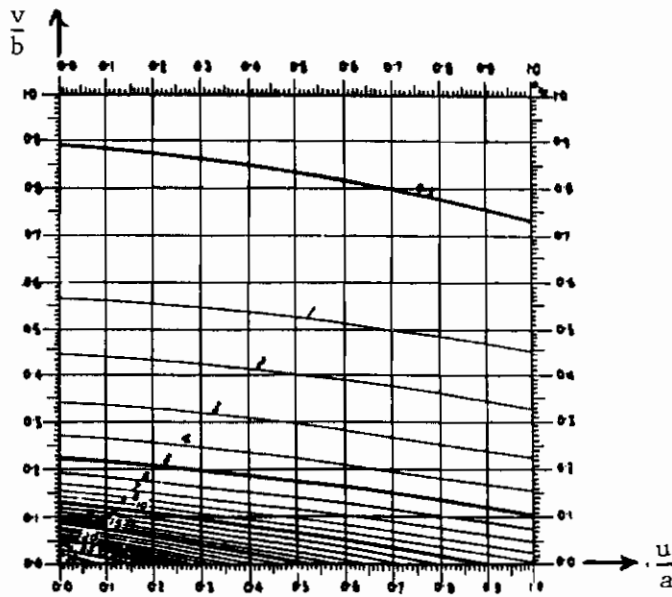


ب - مقادیر  $M_2 \times 10^2$

شکل (۶-۸) - حالت  $\rho = 0.4$

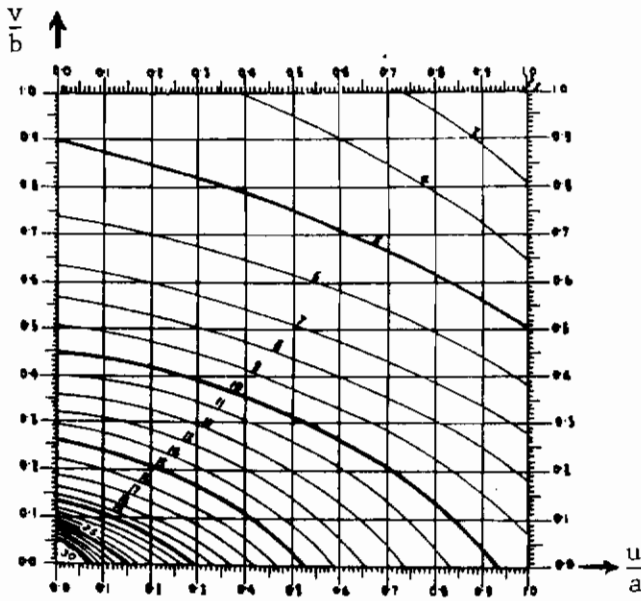


الف - مقادیر  $M_1 \times 10^2$

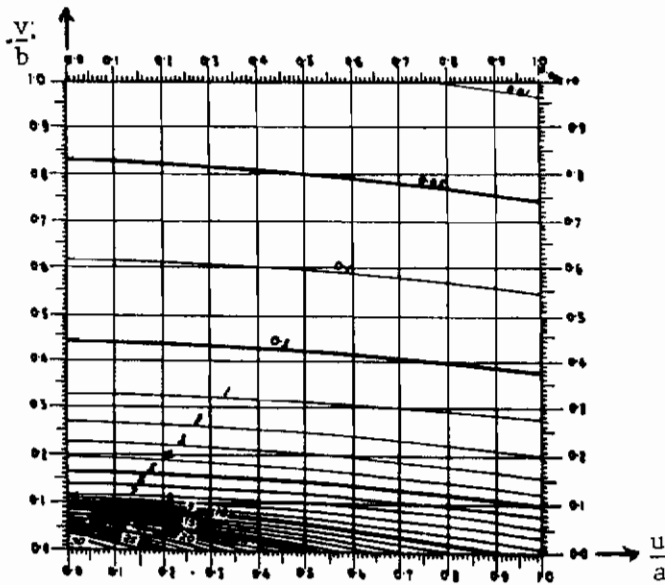


ب - مقادیر  $M_2 \times 10^2$

شکل (۶ - ۹) - حالت  $\rho = 0.3$

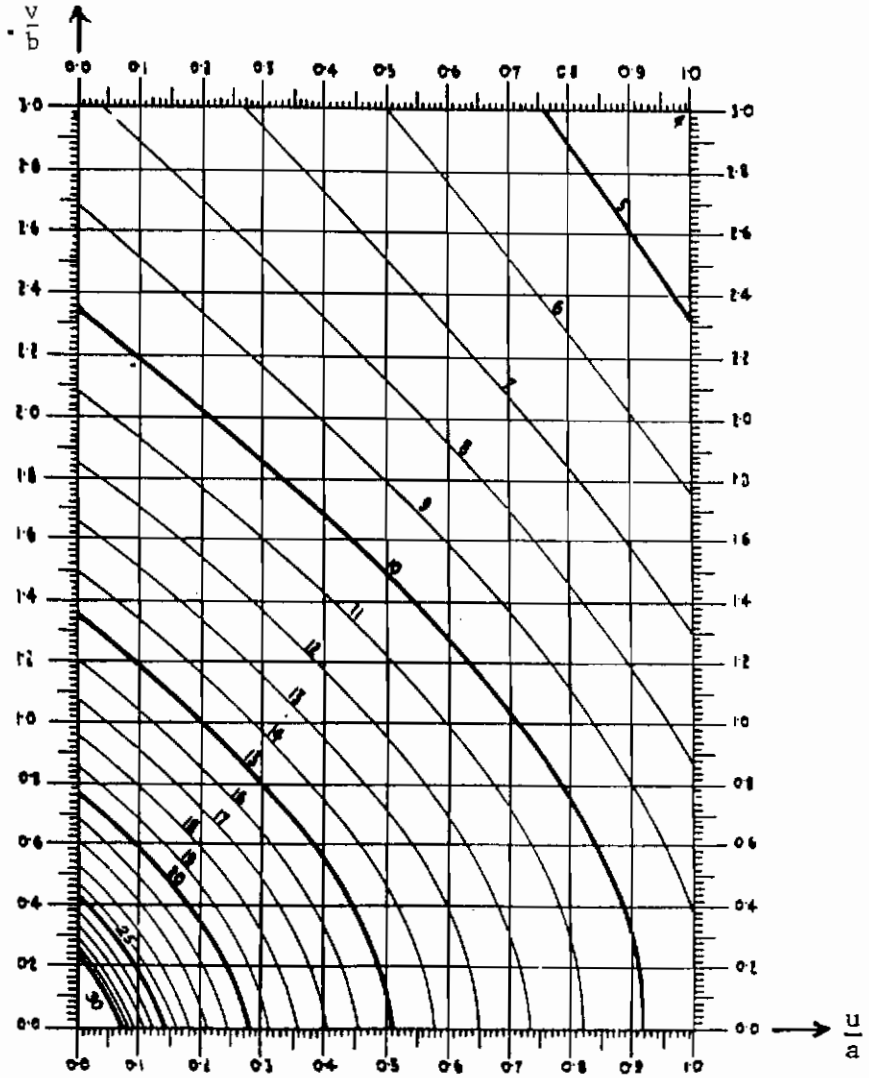


الف - مقادیر  $M_1 \times 10^2$



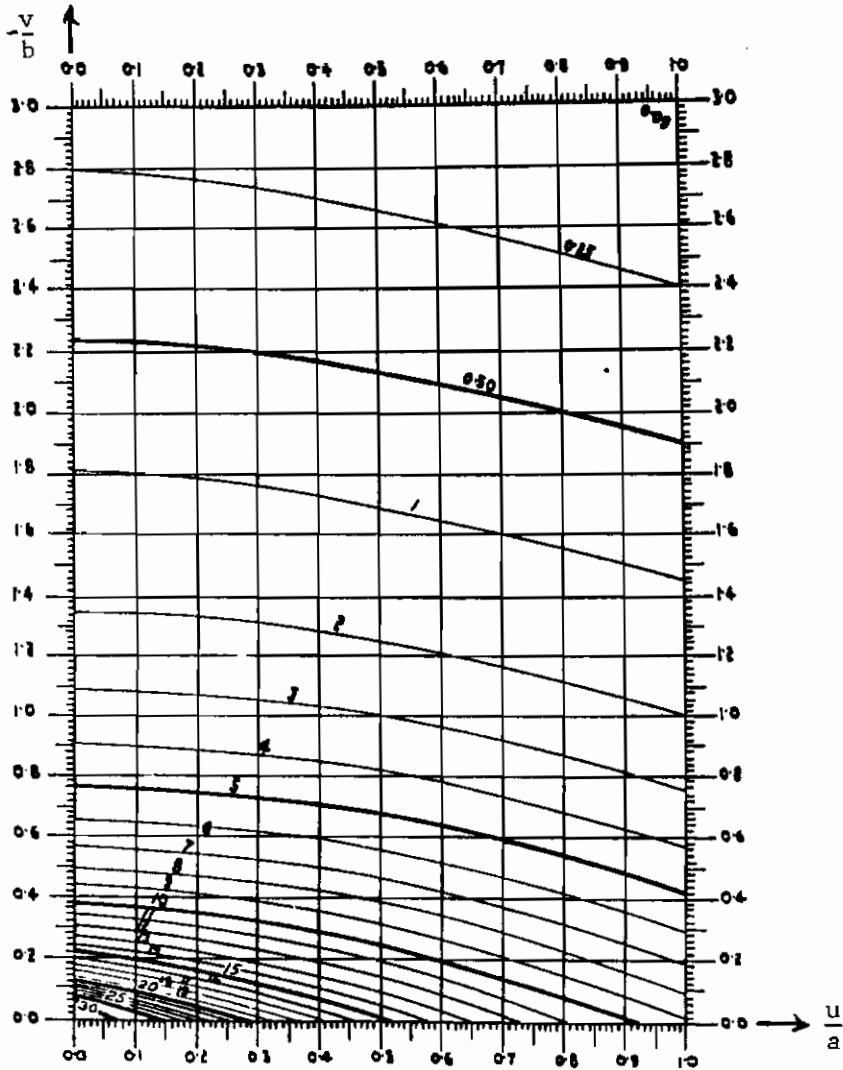
ب - مقادیر  $M_2 \times 10^2$

شکل (۶-۱۰) - حالت  $\rho = 0.2$



الف) - مقادیر  $M_1 \times 10^2$

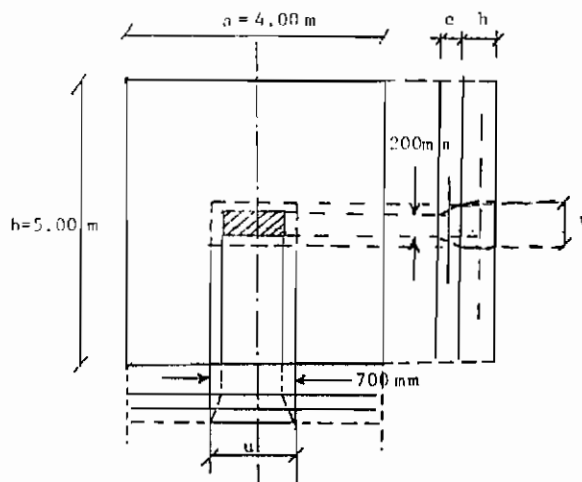
شکل (۶-۱۱) - حالت  $\theta = 0$



ب) - مقادیر  $M_2 \times 10^2$   
 شکل (۶-۱۱) - حالت  $\rho = 0$

مشال ۱:

مطلوبست محاسبه حداکثر لنگر خمشی طولی و عرضی در دال بتنی به ابعاد  $۵ \times ۴$  متر مربع در اثر اعمال بار تک چرخ آئین نامه ایران. ضخامت متوسط آسفالت ۱۰ سانتی متر و ضخامت دال بتنی ۲۰ سانتی متر فرض گردد. تکیه گاهها در چهار ضلع را گیردار فرض کنید، (شکل ۱۲-۶ الف) ضلع ۵ متر در جهت دهانه پل در نظر گرفته شود.



شکل (۱۲-۶) الف

بار کل:

$$P = 9t$$

$$u = 700 + 2 \times 100 + 200 = 1110 \text{ mm}$$

$$v = 200 + 2 \times 100 + 200 = 600 \text{ mm}$$

پارامترهای لازم برای محاسبه  $M_1$  و  $M_2$  عبارتند از:

$$\rho = \frac{a}{b} = \frac{4}{5} = 0.8 \quad \frac{u}{a} = \frac{1110}{4000} = 0.28 \quad \frac{v}{b} = \frac{600}{5000} = 0.12$$

با استفاده از نمودار شکل (۶-۴) داریم:

$$M_1 = 15.8 \times 10^{-2} \quad M_2 = 15.00 \times 10^{-2}$$

$$M_a = P(M_1 + vM_2) = 9 \times 9.81 \times (15.8 \times 10^{-2} + 0.15 \times 15.0 \times 10^{-2})$$

$$= 15.936 \text{ KN m/m}$$



$$M_b = P(M_2 + \nu M_1) = 9 \times 9.81 \times (15.0 \times 10^{-2} + 0.15 \times 15.8 \times 10^{-2})$$

$$= 15.336 \text{ KN m/m}$$

مقادیر لنگر خمشی بالا برای دهانه ساده می‌باشند.

چون تکیه‌گاهها گیردار می‌باشند پس:

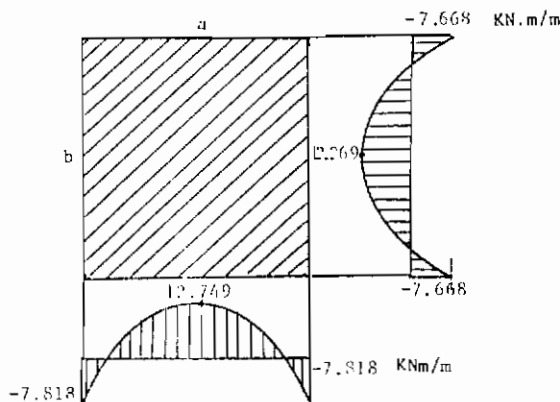
$$\text{وسط دهانه } M_a = 0.8 \times 15.936 = 12.749 \text{ KN.m/m}$$

$$\text{تکیه‌گاه } M_a = -0.5 \times 15.936 = -7.818 \text{ KN.m/m}$$

$$\text{وسط دهانه } M_b = 0.8 \times 15.336 = 12.269 \text{ KN.m/m}$$

$$\text{تکیه‌گاه } M_b = -0.5 \times 15.336 = -7.668 \text{ KN.m/m}$$

ترسیمه این لنگرها در شکل (۶-۱۲) ب رسم شده‌اند.



شکل (۶-۱۲) ب

مثال ۲:

در مثال قبل لنگر خمشی حداکثر طولی و عرضی در اثر بار یک چرخ تانک ارتشی ۷۰

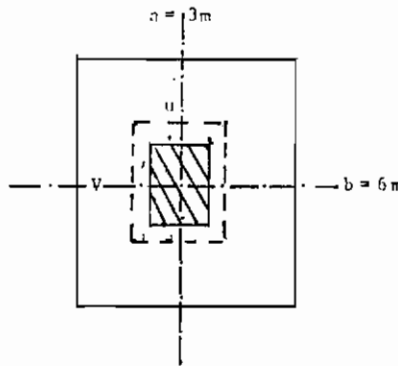
تنی ایران با اضافه وزن خود دال را حساب کنید . وزن مخصوص بتن را  $24 \text{ KN/m}^3$  و آسفالت را  $22 \text{ KN/m}^3$  فرض کنید . تکیه گاههای دال را در چهار ضلع ساده فرض کنید .

حل :

دال برای ایجاد حداکثر لنگر خمشی طولی و عرضی باید مطابق شکل (۶-۱۳) بار گذاری شود .

$$P = 24 \times 3 \times 6 \times 0.20 + 22 \times 3 \times 6 \times 0.10 \quad \text{بار مرده کل :}$$

$$P = 126 \text{ KN}$$



شکل (۶-۱۳)

(الف) - بار گسترده یکنواخت (وزن دال) در تمام سطح دال :

$$\rho = \frac{a}{b} = 0.5$$

پس نمودار شکل (۶-۷) را باید استفاده کرد .

$$\frac{u}{a} = 1 \quad , \quad \frac{v}{b} = 1$$

در نتیجه :

$$M_1 = 4.8 \times 10^{-2} \quad \text{و} \quad M_2 = 0.9 \times 10^{-2} \quad , \quad P = 126 \text{ KN}$$

$$M_a = P(M_1 + v M_2) = 126(0.048 + 0.25 \times 0.009) = 6.331 \text{ KN.m/m}$$

$$M_b = P(M_2 + v M_1) = 126(0.009 + 0.25 \times 0.048) = 2.646 \text{ KN.m/m}$$

ب) بار چرخ تانک ارتشی:

$$u = 1000 + 2 \times 100 + 200 = 1400 \text{ mm}$$

$$V = 3500 + 2 \times 100 + 200 = 3900 \text{ mm}$$

$$\frac{u}{a} = \frac{1400}{3000} = 0.47 \quad \frac{V}{b} = \frac{3900}{6000} = 0.65$$

$$M_1 = 10.3 \times 10^{-2} \quad M_2 = 2.4 \times 10^{-2}$$

$$M_a = 35 \times 9.81 (10.3 \times 10^{-2} + 0.15 \times 2.4 \times 10^{-2}) = 36.601 \text{ KN.m/m}$$

$$M_b = 35 \times 9.81 (2.4 \times 10^{-2} + 0.15 \times 10.3 \times 10^{-2}) = 13.545 \text{ KN m/m}$$

بنابراین در اثر بار مرده و بار یک زنجیر تانک ارتشی استاندارد داریم:

$$M_a = 6.331 + 36.601 = 42.932 \text{ KN.m/m}$$

$$M_b = 2.646 + 13.545 = 16.191 \text{ KN.m/m}$$

### محدودیت روش پیگاد

بعضی از محدودیت‌های این روش بقرار زیر است.

- ۱ - مرکز بار فقط باید در مرکز صفحه قرار داشته باشد و حال اینکه در عمل ممکن است تعدادی بار چرخ روی دال قرار گیرند که فقط یکی از آنها ممکن است بصورت مرکزی در دال واقع شود. دیگر بارها در لنگر خمشی طولی و عرضی دال مؤثر خواهند بود. این مسئله با استفاده از قرینه‌سازی قابل حل است که بعداً توضیح داده می‌شود.
  - ۲ - در عمل مقدارهای  $\frac{V}{b}$  خیلی کوچک‌اند که در نتیجه آن قسمت از منحنی‌ها برای  $M_1$  و  $M_2$  به راحتی قابل خواندن نمی‌باشد.
- روش پیگاد زمانی مفید است که رابطه  $b < 1.8a$  بین ابعاد دال وجود داشته باشد. اگر  $b > 1.8a$  باشد در این صورت دال را بینهایت بلند می‌توان فرض کرد که در این صورت تحلیل و سترگارد مناسب خواهد بود.

## قرینسه‌سازی

اگر بار  $P$  به ابعاد  $U \times V$  بطور متقارن در مرکز صفحه نباشد برای محاسبهٔ ممان خمشی حاصل ابتدا با امتداد دادن اضلاع مستطیل (سطح بار) ، سه مستطیل متقارن آن نسبت به محورها و مرکز تقارن ، مطابق شکل (۱۴-۶) الف بدست می‌آید ، به این ترتیب مستطیل I برابر است با :

$$I = 4A + 2B + 2C + D$$

به همین ترتیب مستطیل‌های اضافه شده میانی II و III برابر با :

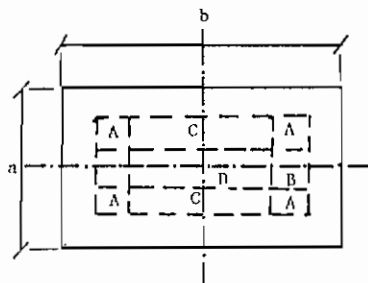
$$II = 2B + D$$

$$III = 2C + D$$

$$IV = D$$

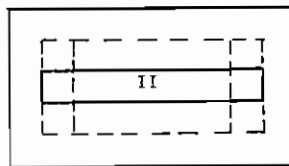
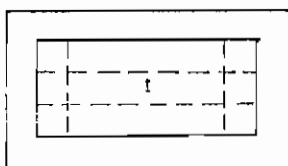
با استفاده از روابط ذکر شده مقدار  $A$  برابر است با :

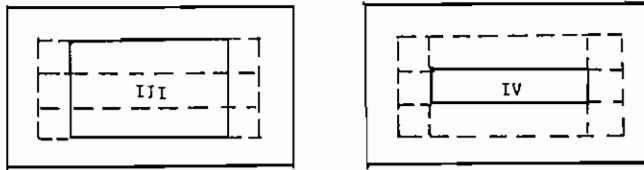
$$A = \frac{I - II - III + IV}{4}$$



شکل (۱۴-۶) الف

نظر به اینکه بارهای مستطیلی I و II و III و IV همه نسبت به مرکز صفحه متقارن می‌باشند لنگرهای خمشی حاصل از آنها را می‌توان با استفاده از نمودارهای مربوطه به دست آورد و سپس از رابطهٔ بالا مقدار لنگر خمشی مربوط به سطح بار  $A$  را تعیین نمود (شکل (۱۴-۶) ب) .





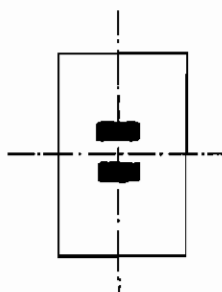
شکل (۶-۱۴) ب

مثال :

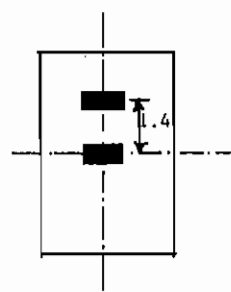
دالی به ابعاد ۶ متر در جهت ترافیک و ۳ متر عمود بر ترافیک مفروض است ضخامت متوسط آسفالت ۱۰ cm و ضخامت متوسط بتن ۲۰ سانتی متر می باشد . لنگر خمشی حداکثر طولی و عرضی دال را در اثر اعمال یک ردیف چرخ کامیون ۴۵ تنی ایران حساب کنید .

حل :

با توجه به اینکه فاصله مرکز تا مرکز چرخ جلو یا چرخ میانی در کامیون ۴۵ تنی استاندارد ایران ۶ متر و فاصله چرخ میانی تا چرخ عقب ۱/۴ متر می باشد بنابراین فقط دو چرخ عقب و میانی از ردیف چرخهای کامیون می توانند در روی دال قرار گیرند . در این صورت یکی از دو حالت بارگذاری نشان داده شده در شکل (۶-۱۵) الف یا ب لنگر ماکزیمم را ایجاد خواهد کرد . ثابت می شود که حالت بارگذاری (الف) بحرانی تر می باشد . اما چون بار گذاری نسبت به صفحه متقارن نمی باشد باید از روش قرینه سازی استفاده شود (شکل (۶-۱۶) ج ، د و ه) . ضریب پواسیون صفحه ۰/۱۵ فرض می گردد .



شکل (۶-۱۵) ب



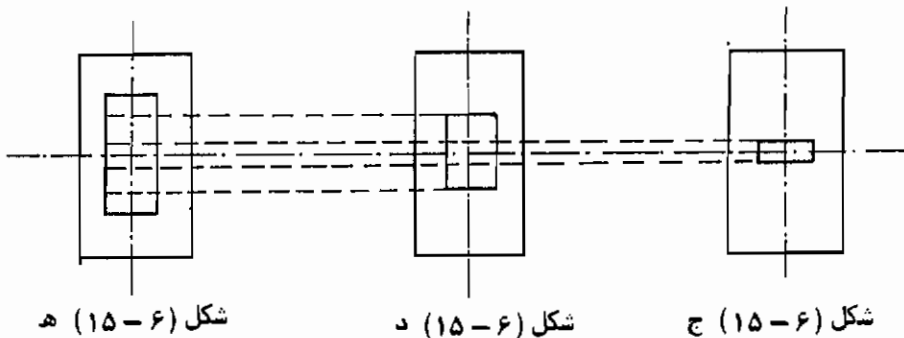
شکل (۶-۱۵) الف

ابعاد پخش شده یک چرخ کامیون عبارتند از :

$$u = 700 + 2 \times 100 + 200 = 1110 \text{ mm}$$

$$V = 200 + 2 \times 100 + 200 = 600 \text{ mm}$$

$$\rho = \frac{a}{b} = \frac{3}{6} = 0.5$$



$$A = \frac{(ه) - (د)}{2} + (ج)$$

$$u = 1110 \text{ mm} \quad , \quad v = 600 \text{ mm} \quad : \text{ شکل (ج)}$$

$$v = 1400 - 600 = 800 \text{ mm} \quad , \quad u = 1110 \text{ mm} \quad : \text{ شکل (د)}$$

$$u = 1400 + 600 = 2000 \text{ mm} \quad , \quad v = 1110 \text{ mm} \quad : \text{ شکل (ه)}$$

در هر یک از سه شکل شدت بار برابر است با:

$$\omega = \frac{9 \times 9.81}{1.11 \times 0.6} = 132.567 \text{ KN/m}^2$$

$$\rho = 0.5 \quad : \text{ شکل (ج)}$$

$$\frac{u}{a} = \frac{1.110}{6.000} = 0.185$$

$$\frac{v}{b} = \frac{0.600}{3.000} = 0.2$$

با استفاده از منحنی شکل (۶-۷) داریم:

$$M_1 = 19.7 \times 10^{-2}$$

$$M_2 = 9.5 \times 10^{-2}$$

بنابراین:

$$M_a = P(M_1 + v M_2) = (132.567 \times 1.11 \times 0.6)(0.197 + 0.15 \times 0.095) \\ = 18.651 \text{ KN.m/m}$$

$$M_b = P(M_2 + v M_1) = (132.567 \times 1.11 \times 0.6)(0.095 + 0.15 \times 0.197) \\ = 10.996 \text{ KN.m/m}$$

شکل (د):

$$\frac{u}{a} = \frac{1.11}{6.00} = 0.185$$

$$\frac{v}{b} = \frac{0.8}{3.0} = 0.267$$

با استفاده از منحنی شکل (۶-۷):

$$M_1 = 18.5 \times 10^{-2}$$

$$M_2 = 7.25 \times 10^{-2}$$

بنابراین:

$$M_a = (132.567 \times 0.8 \times 1.11)(0.185 + 0.15 \times 0.0725) \\ = 23.058 \text{ KN.m/m}$$

$$M_b = (132.567 \times 0.8 \times 1.11)(0.0725 + 0.15 \times 0.185) \\ = 11.801 \text{ KN.m/m}$$

شکل (ه):

$$\frac{u}{a} = \frac{2}{6} = 0.333$$

$$\frac{v}{b} = \frac{1.11}{3.00} = 0.370$$

با استفاده از منحنی مربوطه

$$M_1 = 14.5 \times 10^{-2}$$

$$M_2 = 5.2 \times 10^{-2}$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned} M_a &= (132.567 \times 2 \times 1.11)(0.145 + 0.15 \times 0.052) \\ &= 44.969 \text{ KN.m/m} \end{aligned}$$

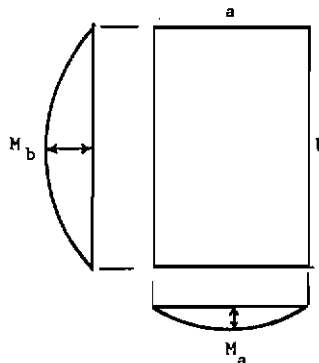
$$\begin{aligned} M_b &= (132.567 \times 2 \times 1.11)(0.052 + 0.15 \times 0.145) \\ &= 21.704 \text{ KN.m/m} \end{aligned}$$

در نتیجه با استفاده از نتایج سه شکل (ج)، (د) و (ه) خواهیم داشت:

$$M_a = \frac{(44.969) - (23.058)}{2} + (18.651) = 29.606 \text{ KN.m/m}$$

$$M_b = \frac{(21.704) - (11.801)}{2} + (10.996) = 15.947 \text{ KN.m/m}$$

بدین ترتیب ترسیمه این لنگرها مطابق شکل (۶-۱۶) می‌باشد.

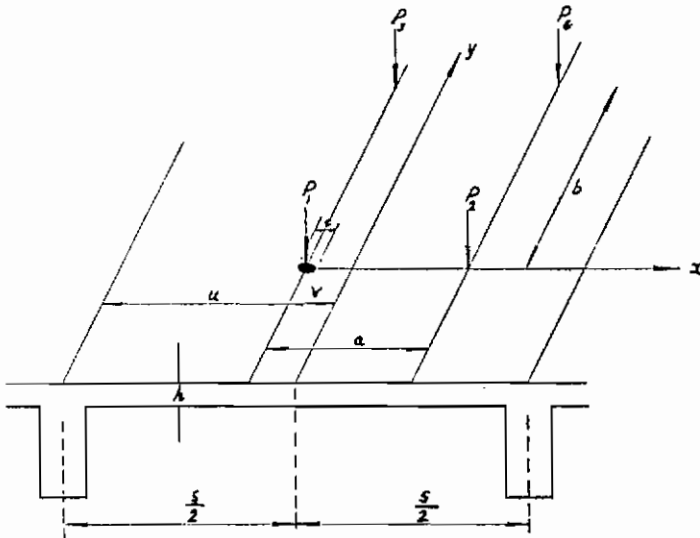


شکل (۶-۱۶). ترسیمه لنگر خمشی طولی و عرضی مثبت در وسط دهانه‌ها با فرض تکیه‌گاه ساده.



## ۲- روش وسترگارد

واسترگارد تنشهای ایجاد شده در قسمت دال سازه پل را در اثر اعمال بار کامیون بدقت بررسی کرد. تحلیل وی بر اساس تئوری کلاسیک خمش دالها و نیز تئوری خاص نادیا<sup>۴</sup> که در رابطه با تنشهای ایجاد شده در محدوده زیر مساحت چرخ تحت فشار بود انجام شده است. علائم بکار رفته توسط وسترگارد در شکل (۶-۱۷) نشان داده شده است.



شکل (۶-۱۷)

فرض اولیه در این روش بر آنست که دال در جهت  $y \pm$  بدون اینکه بر روی دیافراگمی تکیه داشته باشد، به اندازه کافی ادامه داشته باشد تا آنرا بتوان بصورت دال بینهایت فرض کرد، ضریب پواسون  $0/15$  فرض گردیده است.

(الف) لنگرها در هر نقطه  $(x$  و  $y$ ) در اثر یک بار  $P_1$  در محل  $(-V, 0)$

$$\left. \begin{array}{l} M_x \\ M_y \end{array} \right\} = 0.10536 P_1 \log \frac{A}{B} \pm 0.10625 \frac{P_1 y}{s} \sinh \frac{\pi y}{s} \left( \frac{1}{B} - \frac{1}{A} \right)$$

$$M_{xy} = -0.10625 \frac{P_1 y}{s} \left[ \frac{1}{B} \sin \frac{\pi(x+v)}{s} + \frac{1}{A} \sin \frac{\pi(x-v)}{s} \right]$$

$$A = \cosh \frac{\pi y}{s} + \cos \frac{\pi(x-v)}{s}$$

$$B = \cosh \frac{\pi y}{s} - \cos \frac{\pi(x+v)}{s}$$

(ب) لنگرها در زیر بار یعنی در  $(-v, 0)$  برای بار  $P_1$  در  $(-v, 0)$  فرض می‌شود که بار  $P_1$  بر روی سطح دایره شکلی به قطر  $C$  بصورت یکنواخت گسترده باشد.

$$\left. \begin{array}{l} M_x \\ M_y \end{array} \right\} = 0.21072 P_1 \left[ \log \left( \frac{s}{C_1} \cos \frac{\pi v}{s} \right) + 0.32206 \right] \pm 0.03382 P_1$$

که، در صورتیکه  $C < 3.45h$  باشد، در این صورت

$$C_1 = 2 \left( \sqrt{0.4 C^2 + h^2} - 0.675h \right)$$

وقتی که بار  $P_1$  در مرکز دهانه باشد، یعنی  $v=0$ ، لنگرها با  $M_{ox}$  و  $M_{oy}$  بیان شده و توسط رابطه‌های زیر داده می‌شوند.

$$M_{ox} = 0.21072 P_1 \left( \log \frac{s}{C_1} + 0.48253 \right)$$

$$M_{oy} = M_{ox} - 0.0676 P_1$$

وسترگارد روش دیگری برای محاسبه  $M_{ox}$  پیشنهاد کرده است. این روش بر اساس عرض مؤثر یک تیر ساده قرار دارد که بار،  $P_1$ ، بصورت یک بار خطی معادل اعمال شده به وسط دهانه فرض می‌گردد، اگر  $b_e$  عرض مؤثر باشد در این صورت وسترگارد رابطه زیر را برای محاسبه  $b_e$  پیشنهاد می‌کند.

$$b_e = 0.58s + 2c$$

که، برای یک بار  $P_1$  در وسط دهانه به دهانه  $s$ ،

$$M_{ox} = \frac{P_1 s}{2.32s + 8c}$$

(ج) لنگرها در اثر  $P_1$  و  $P_3$ ، به فاصله  $y$  از یکدیگر، در روی خط  $x=0$  ازدیاد لنگرها در نقطه اعمال بار  $P_1$ ، در نقطه  $(0, 0)$  در اثر  $P_3$  در نقطه  $(y, 0)$  توسط رابطه زیر داده می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} M_x \\ M_y \end{array} \right\} = 0.21072 P_3 \log \left( \coth \frac{\pi y}{2s} \right) \pm \frac{0.2125 P_3 y}{S \sinh \frac{\pi y}{S}}$$

اگر  $P_1=P_2=P$  باشد در این صورت رابطه اخیر را برای منظور طراحی می‌توان مطابق زیر بیان کرد.

$$\frac{100}{1+10\left(\frac{y}{S}\right)^2} \quad \text{درصد افزایش } M_{Ox} \text{ در اثر } P_3 \text{ برابر است با}$$

معادله مشابهی برای درصد افزایش  $M_{Oy}$  وجود ندارد.

(د) لنگرها در اثر بارهای  $P_1$  و  $P_2$  به فاصله  $x$  از یکدیگر در امتداد دهانه، اگر به فرض  $P_1$  در نقطه  $(0, 0)$  و  $P_2$  در نقطه  $(X, 0)$  قرار داشته باشد، در این صورت افزایش لنگرها در نقطه  $P_1 (0, 0)$ ، برابر است با

$$M_x = M_y = 0.21072 P_2 \log \left( \cot \frac{\pi x}{2s} \right)$$

اگر  $P_1=P_2=P$  و فاصله بین  $P_1$  و  $P_2$   $a$  باشد، با حرکت دادن بارها در امتداد دهانه بطول  $S$ ، ثابت می‌شود که لنگرهای حداکثر زمانی ایجاد خواهند شد که  $P_1$  در  $(-V, 0)$  و  $P_2$  در نقطه  $(a-V, 0)$  که  $V = \frac{a}{4}$  قرار دارند. بنابراین، برای دوبار، لنگرهای حداکثر زمانی ایجاد می‌گردد که مرکز ثقل دو بار مساوی و یکی از بارها بصورت متقارن نسبت به مرکز پل قرار داده شوند، این موضوع برای تیرها در بخش (۴-۴) این کتاب ثابت شده است.

حداکثر لنگر، که زیر بار  $P_1$  بوجود می‌آید، توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$M_x = M_{Ox} + 0.21072 P \log \left( \frac{\cot \frac{\pi a}{4s}}{2} \right)$$

$$M_y = M_{Oy} + 0.21072 P \log \left( \frac{\cot \frac{\pi a}{4s}}{2} \right)$$

در معادلات اخیر برای  $M_{Ox}$  و  $M_{Oy}$  از معادلات قسمت (ب) این بخش استفاده می‌شود.  
 زمانی که  $a > 0.5903S$  باشد عبارت جمله دوم معادله بالا منفی می‌شود  
 و در نتیجه لنگر حداکثر زمانی ایجاد می‌گردد که  $P_1$  به تنهایی در مرکز پل یعنی نقطه  
 $(0, 0)$  اعمال گردد.  
 (ه) - لنگرها در اثر چهار بار مساوی  $P$  در نقاط  $P_1, P_2, P_3$  و  $P_4$ .  
 لنگرها در نقطه  $(0, \frac{a}{4})$  یا زیر  $P_1$ ، در اثر بارهای  $P_3$  و  $P_4$  مطابق شکل (۶-۱۸)  
 عبارتند از:

$$\left. \begin{array}{l} M_x \\ M_y \end{array} \right\} = 0.10536 P \log \frac{A^2}{B_3 B_4} \pm 0.10625 \frac{Pb}{S} \sinh \frac{\pi b}{s}$$

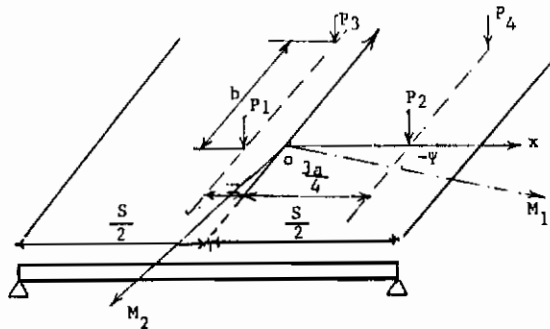
$$\left( \frac{1}{B_3} + \frac{1}{B_4} - \frac{2}{A} \right)$$

$$M_{xy} = -0.10625 \frac{Pb}{SB_4} \sin \frac{\pi a}{S}$$

$$A = \cosh \frac{\pi b}{S} + \cos \frac{\pi a}{2S}$$

$$B_3 = \cosh \frac{\pi b}{S} - 1$$

$$B_4 = \cosh \frac{\pi b}{S} - \cos \frac{\pi a}{S}$$



شکل (۶-۱۸) علائم بکار رفته برابر چهار بار مساوی  $P$  در  $P_1, P_2, P_3$  و  $P_4$

## ۶-۳ اثر جابجائی تکیه‌گاه‌ها

منظور از جابجائی تکیه‌گاه عبارت است از انتقال و یا دوران اجزاء تکیه‌گاهی که از تغییر شکل خاک زیر شالوده زیرسازی ایجاد می‌شود.

اگر سازه از نظر استاتیکی معین باشد این جابجائی نیروهای داخلی را تغییر نمی‌دهد، اما در عین حال این جابجائی نباید از مقدار معینی تجاوز کند تا باعث ناپایداری سازه شود. در مواقع لازم باید محل تجهیزاتی را در طرح پل در نظر گرفت که وسایل تکیه‌گاهی را دوباره به حالت اول درآورد و برای این امر از جک معمولاً استفاده می‌شود.

در سازه‌های نامعین جابجائی یک یا چند تکیه‌گاه باعث ایجاد نیروی برشی و لنگر خمشی در سرتاسر طول پل می‌شود که با روش نیرو-تغییر مکان (ضمیمه ب) می‌توان براحتی این اثرات را محاسبه کرد.

مثال ۱:

پل دو دهانه‌ای مفروض است. طول دهانه اول  $L_1$ ، سختی خمشی  $E_1 I_1$  و طول دهانه دوم  $L_2$ ، سختی خمشی  $E_2 I_2$  می‌باشد. در هر یک از حالات زیر مطلوب‌ست محاسبه و رسم نیروی برشی و لنگر خمشی ایجاد شده در سرتاسر پل:

الف) - تکیه‌گاه سمت چپ نشست  $\Delta A$  را دارد (شکل ۶-۱۹ الف)،

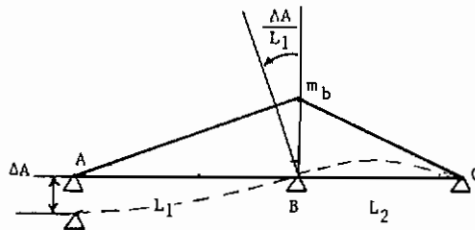
ب) - تکیه‌گاه میانی نشست  $\Delta B$  را دارد (شکل ۶-۲۰ الف).

ج) - تکیه‌گاه سمت چپ نشست  $\Delta A$  و تکیه‌گاه میانی نشست  $\Delta B$  را همزمان دارند.

(شکل ۶-۲۱ الف).

حل:

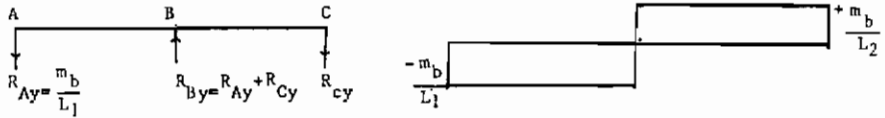
الف



شکل (۶-۱۹ الف)

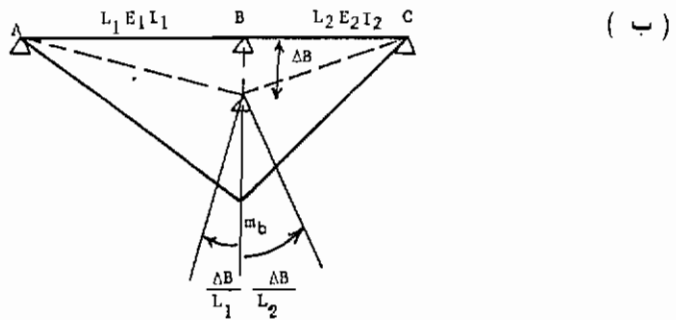
$$m_b \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) = \frac{\Delta A}{L_1} \rightarrow m_b \left( \frac{L_1 E_2 I_2 + L_2 E_1 I_1}{3E_1 I_1 E_2 I_2} \right) = \frac{\Delta A}{L}$$

$$m_b = \frac{\Delta A}{L} \left( \frac{3E_1 I_1 E_2 I_2}{L_1 E_2 I_2 + L_2 E_1 I_1} \right)$$



شکل (۶-۱۹) ب عکس‌العملها

شکل (۶-۱۹) ج ترسیمه نیروی برشی

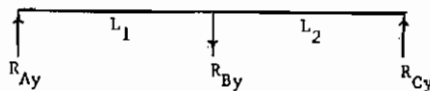


شکل (۶-۲۰) الف ترسیمه تغییر شکل و لنگر خمشی

$$m_b \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) = \frac{\Delta B}{L_1} + \frac{\Delta B}{L_2}$$

$$m_b = \frac{\left( \frac{\Delta B}{L_1} + \frac{\Delta B}{L_2} \right)}{\left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right)}$$

لنگر مثبت در b

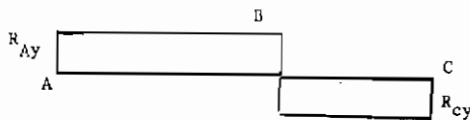


$$R_{Ay} = \frac{m_b}{L_1}$$

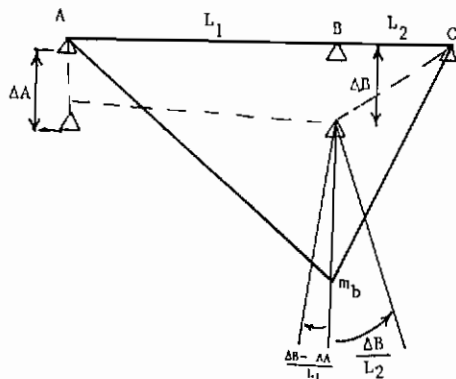
$$R_{Cy} = \frac{m_b}{L_2}$$

$$R_{By} = m_b \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$$

شکل (۶-۲۰) ب عکس‌العملها



شکل (۶-۲۰) ج - ترسیمه نیروی برشی



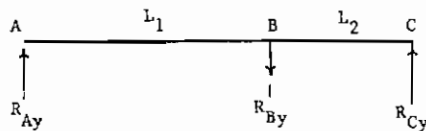
( ج )

شکل (۶-۲۱) الف - ترسیمه تغییرشکل و لنگر خمشی با فرض  $\Delta B > \Delta A$

$$m_b \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) = \frac{\Delta B - \Delta A}{L_1} + \frac{\Delta B}{L_2}$$

$$m_b = \frac{\left( \frac{\Delta B - \Delta A}{L_1} \right) + \left( \frac{\Delta B}{L_2} \right)}{\left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} \right) + \left( \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right)}$$

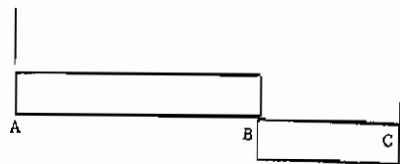
$$R_{Ay} = \frac{m_b}{L_1}$$



شکل (۶-۲۱) ب

$$R_{Cy} = \frac{m_b}{L_2}$$

$$R_{By} = \frac{m_b}{L_1} + \frac{m_b}{L_2}$$



شکل (۶-۲۱) ج - ترسیمه نیروی برشی

مثال ۲:

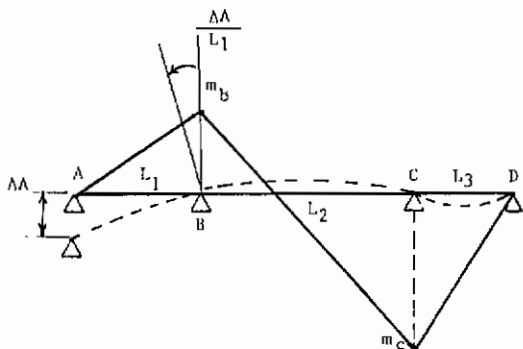
تیر سه دهانه‌ای به دهانه‌های  $L_1$ ،  $L_2$  و  $L_3$  مفروض است. ترسیمه نیروهای داخلی برشی و لنگر خمشی را، در دو حالت زیر محاسبه و رسم کنید:

(الف) - تکیه‌گاه کناری سمت چپ نشست  $\Delta A$  را فقط دارا باشد (شکل ۶-۲۲ الف).

(ب) - یکی از تکیه‌گاه‌های میانی فقط نشست  $\Delta B$  را داشته باشد (شکل ۶-۲۲ ب).

حل:

(الف)



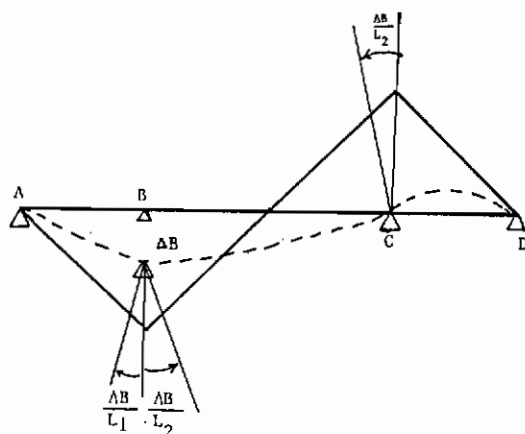
شکل (۶-۲۲) الف - ترسیمه تغییر شکل فرضی و لنگر خمشی.

$$m_b \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) - m_c \left( \frac{L_2}{6E_2 I_2} \right) = \frac{\Delta A}{L_1} \quad \text{در نقطه B داریم:}$$

$$m_c \left( \frac{L_2}{3E_2 I_2} + \frac{L_3}{3E_3 I_3} \right) - m_b \left( \frac{L_2}{6E_2 I_2} \right) = 0 \quad \text{و در نقطه C داریم:}$$

با حل دو معادله دو مجهول  $m_b$  و  $m_c$  محاسبه می‌گردند. اکنون اگر در B برش بزنیم با استفاده از قطعه AB می‌توان عکس‌العمل  $R_{Ay}$  را محاسبه کرد. در C برش زده و با استفاده از قطعه CD عکس‌العمل  $R_{Dy}$  تعیین می‌گردد و اکنون با دو معادله  $\Sigma Fy=0$  و  $\Sigma M=0$  برای کل تیر می‌توان  $R_{By}$  و  $R_{Dy}$  را بدست آورد و در نتیجه نیروهای داخلی قابل رسم می‌باشند.





(ب) -

شکل (۶-۲۲) ب- ترسیمه منحنی ارتجاعی و لنگر خمشی،  $m_b$  مثبت و  $m_c$  منفی فرض شده است.

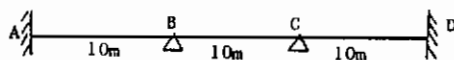
$$B: \quad m_b \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) - m_c \left( \frac{L_2}{6E_2 I_2} \right) = \frac{\Delta B}{L_1} + \frac{\Delta R}{L_2}$$

$$C: \quad m_c \left( \frac{L_2}{3E_2 I_2} + \frac{L_3}{3E_3 I_3} \right) - m_b \left( \frac{L_2}{6E_2 I_2} \right) = \frac{\Delta B}{L_2}$$

مشابه با قسمت قبل مسئله می‌توان با حل دو معادله دو مجهول  $m_b$  و  $m_c$  را حساب کرد و سپس نیروهای عکس‌العمل تکیه‌گاهی را تعیین کرده و سپس ترسیمه نیروی برشی را رسم کرد.

مثال ۳:

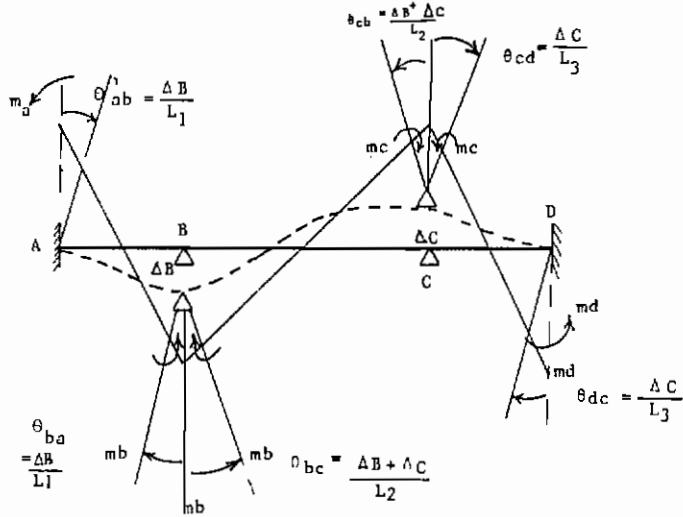
برای عبورگاه نشان داده شده در شکل زیر با جابجایی قائم تکیه‌گاه B سمت پایین به اندازه ۱۰cm و جابجایی قائم تکیه‌گاه C سمت بالا به اندازه ۱۰cm ترسیمه‌های نیروی برشی و لنگر خمشی ایجاد شده در عبورگاه را محاسبه کنید. طول سه دهانه برابر و هریک مساوی ۱۰ m می‌باشد و EI هر دهانه برابر می‌باشد (شکل (۶-۲۳) الف).



شکل (۶-۲۳) الف.

حل:

روش نیرو - تغییر مکان را بکار برده و ابتدا تغییر شکل فرضی و سپس ترسیمه لنگر خمشی فرضی در اثر نشست تکیه‌گاه‌ها را تعیین می‌نمائیم ، شکل (۶-۲۳) ب .



شکل (۶-۲۳) ب .

$$\begin{aligned}
 A \longrightarrow m_a \left( \frac{L_1}{3EI_1} \right) - m_b \left( \frac{L_1}{6EI_1} \right) &= \theta_{ab} = \frac{\Delta B}{L_1} \\
 B \longrightarrow m_b \left( \frac{L_1}{3EI_1} + \frac{L_2}{3EI_1} \right) - m_a \left( \frac{L_1}{6EI_1} \right) - m_c \left( \frac{L_2}{6EI_2} \right) &= \theta_{ba} + \theta_{bc} \\
 &= \frac{\Delta B}{L_1} + \frac{\Delta B + \Delta C}{L_2} \\
 C \longrightarrow m_c \left( \frac{L_2}{3EI_3} + \frac{L_3}{3EI_3} \right) - m_b \left( \frac{L_2}{6EI_2} \right) - m_d \left( \frac{L_3}{6EI_3} \right) & \\
 &= \theta_{cb} + \theta_{cd} = \frac{\Delta B + \Delta C}{L_2} + \frac{\Delta C}{L_3}
 \end{aligned}$$

$$D \longrightarrow m_d \left( \frac{L}{3EI_3} \right) - m_c \left( \frac{L}{6EI_3} \right) = \theta_{dc} = \frac{\Delta}{L_3}$$

$$L_1 = L_2 = L_3 = L, \quad EI_1 = EI_2 = EI_3 = EI, \quad \Delta_B = \Delta_C = \Delta$$

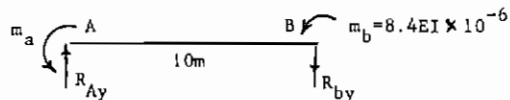
$$m_a = m_d = \frac{36 \Delta EI}{5L^2}, \quad m_b = m_c = \frac{42 \Delta EI}{5L^2}$$

$$= 7.2 \left( \frac{\Delta EI}{L^2} \right), \quad = 8.4 \left( \frac{\Delta EI}{L^2} \right)$$

$$L = 10 \text{ m}, \quad \Delta = 10 \text{ cm}$$

$$m_a = m_d = 7.2 \times \frac{100}{10000^2} EI = 7.2 EI \times 10^{-6} \text{ N.m m}$$

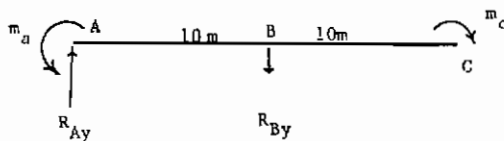
$$m_b = m_c = 8.4 \times \frac{100}{(10000)^2} EI = 8.4 EI \times 10^{-6} \text{ N.m m}$$



$$\Sigma M_B = 0 \longrightarrow R_{Ay} = \frac{(7.2 + 8.4)EI \times 10^{-6}}{10 \times 1000}$$

$$R_{Ay} = (15.6)EI \times 10^{-10} \text{ N}$$

$$R_{Ay} = 15.6 \frac{EI}{L^3} \Delta$$

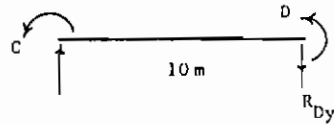


$$\Sigma M_c = 0 \longrightarrow R_{By} \times 10 \times 10^3 + 7.2 \times 10^{-6} EI$$

$$= 15.6 \times 10^{-10} EI \times 20 \times 10^3 + 8.4 EI \times 10^{-6}$$

$$R_{By} = (31.2 - 7.2 + 8.4) \times 10^{-6} EI \times 10^{-4} = 32.4 EI \times 10^{-10} \text{ N}$$

$$R_{Ay} = 32.4 \frac{EI}{L^3} \Delta$$



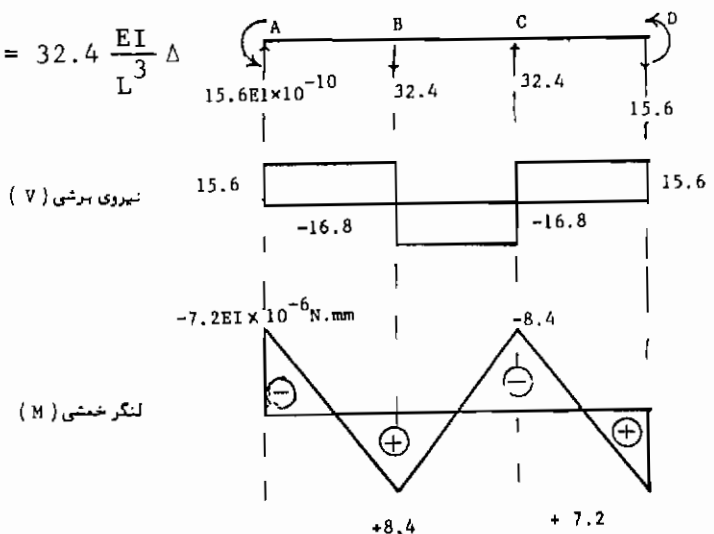
$$\Sigma M_c = 0 \longrightarrow R_{Dy} \times 10 \times 10^3 = (8.4 + 7.2) EI \times 10^{-6}$$

$$R_{Dy} = 15.6 EI \times 10^{-10} \text{ N}$$

$$R_{Dy} = 15.6 \frac{EI}{L^3} \Delta$$

$$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow R_{cy} = 32.4 EI \times 10^{-10} \text{ N}$$

$$R_{cy} = 32.4 \frac{EI}{L^3} \Delta$$

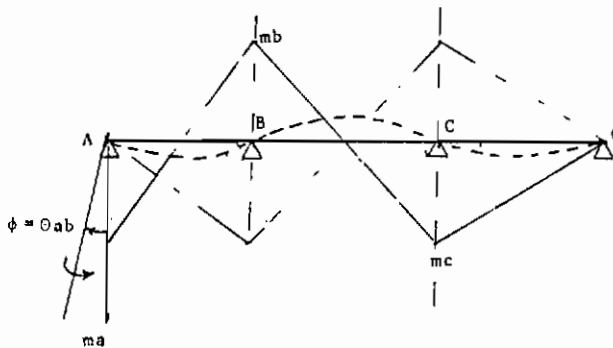


شکل (۶-۲۳) ج، د و ه

مثال ۴:

پل سه دهانه‌ای به دهانه‌های مساوی هر یک برابر ۱۰ m مفروض است. اگر تکیه‌گاه کناری دورانی برابر ۱ درجه را در جهت عقربه‌های ساعت داشته باشد. ترسیم نیروهای داخلی برشی و خمشی را تعیین کنید.

حل:



شکل (۶-۲۴) الف

$$A \longrightarrow m_a \left( \frac{L_1}{3EI_1} \right) - m_b \left( \frac{L_1}{6EI_1} \right) = \phi$$

$$B \longrightarrow m_b \left( \frac{L_1}{3EI_1} + \frac{L_2}{3EI_2} \right) - m_a \left( \frac{L_1}{6EI_1} \right) - m_c \left( \frac{L_2}{6EI_2} \right) = 0$$

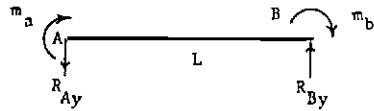
$$C \longrightarrow m_c \left( \frac{L_2}{3EI_2} + \frac{L_3}{3EI_3} \right) - m_b \left( \frac{L_2}{6EI_2} \right) = 0$$

$$L_1 = L_2 = L_3 = L, \quad EI_1 = EI_2 = EI_3 = EI$$

$$m_a = \frac{45}{13} \frac{EI}{L} \phi, \quad m_b = \frac{12}{13} \frac{EI}{L} \phi, \quad m_c = \frac{3}{13} \frac{EI}{L} \phi$$

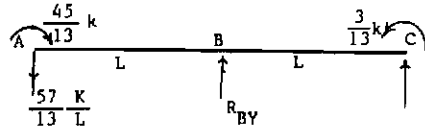
$$K = \frac{EI}{L} \phi, \quad m_a = \frac{45}{13} K, \quad m_b = \frac{12}{13} K, \quad m_c = \frac{3}{13} K$$

$$\Sigma M_B = 0 \longrightarrow R_{Ay} = \frac{57}{13} \frac{k}{L}$$

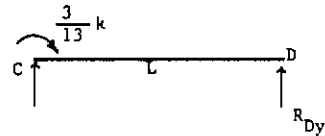


$$\Sigma M_c = 0 \longrightarrow R_{By} L = \frac{57}{13} \frac{K}{L} \times 2L + \frac{3}{13} K - \frac{45}{13} k$$

$$R_{By} = \frac{72}{13} \frac{K}{L}$$



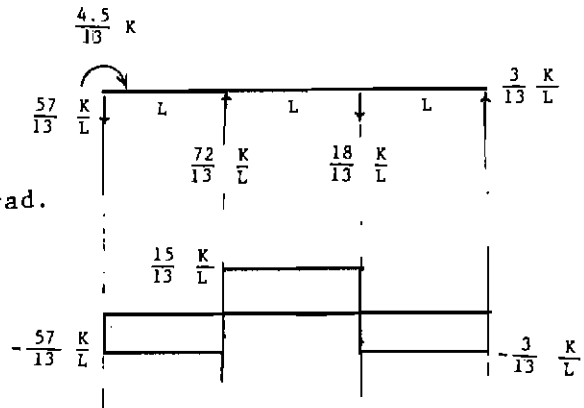
$$\Sigma M_c = 0 \longrightarrow R_{Dy} = \frac{3}{13} \frac{K}{L}$$



$$K = \frac{EI}{L} \phi$$

$$\phi = 10^\circ = \frac{10 \times \pi}{180} = \frac{\pi}{18} \text{ rad.}$$

$$L = 10 \text{ m}$$



شکل (۶-۲۴-ب وج)

## ۶ - ۴ اثر تغییرات درجه حرارت در سطح مقطع عبورگاه

مقدمه

سازه حفاظت نشده پلها در طول عمر خود تحت عوامل طبیعی پیچیده متغیری بر حسب زمان قرار می گیرند. عوامل تغییر دهنده درجه حرارت اعمال شده به پلها عبارتند از: درجه حرارت هوای اطراف سازه، میزان تشعشعات خورشید بر سازه، سرعت باد، رطوبت هوای اطراف سازه و غیره. . . . بطور کلی تغییرات درجه حرارت محیط در اثر تابش مستقیم خورشید تابع دو سیکل کلی می باشد. سیکل اول مربوط به تغییرات درجه حرارت در طی یک شبانه روز بوده و دیگری مربوط به تغییرات درجه حرارت در طی یک سال می باشد. سیکل شبانه روزی تغییرات درجه حرارت به عواملی چون میزان تشعشعات خورشید، وجود ابر، باد و جریانهای هوای گرم یا سرد در منطقه دارد. میزان تشعشعات در این سیکل بستگی به زاویه تابش خورشید با سطح منطقه دارد که حداکثر آن در وسط روز اتفاق می افتد. از طرفی درجه حرارت محیط قبل از طلوع آفتاب به حداقل کاهش می یابد. در سیکل سالی گرمای حاصل از تابش خورشید زمانی حداکثر است که فاصله خورشید از زمین به حداقل برسد و مدت تابش یعنی طول روز حداکثر باشد که این وضعیت در اوایل تابستان منطقه اتفاق می افتد.

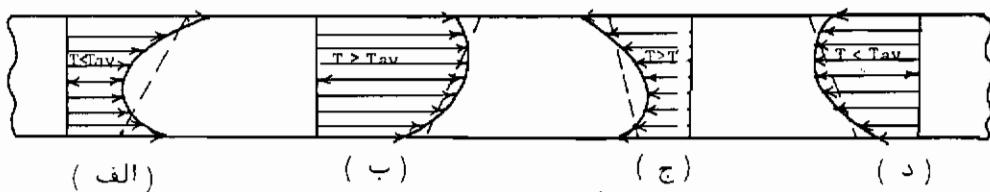
عوامل ذکر شده در بالا به علاوه پارامترهای دیگری در رابطه با سازه پل از جمله شکل سطح مقطع، محل جغرافیائی و نحوه قرارگیری پل، خواص حرارتی مصالح پل و حرارت حاصل از هیدراته شدن سیمان در صورت موجود بودن، باعث ایجاد پروفیل درجه حرارت در سطح مقطع عبورگاه پل می گردد. این گسترش تغییر درجه حرارت ممکن است مثبت (معمولا در تابستان) یا منفی (معمولا در زمستان) باشد که هر یک گسترش تنشهای حرارتی متفاوتی را در مقطع عبورگاه پلهای معین و نامعین بوجود می آورند. در تحلیل تنشهای موجود در مقطع باید تنشهای حرارتی را با تنشهای حاصل از سایر بارها از جمله بار مرده، بار زنده و غیره جمع جبری کرد و سپس مقطع را طرح کرد.

### پروفیل درجه حرارت در سطح مقطع عبورگاه

عبورگاه یک پل همواره در حال جذب و دفع حرارت است. در طی روز، مخصوصا در تابستان، حرارت جذب شده بیش از حرارت دفع شده می باشد که باعث ازدیاد درجه حرارت می گردد. در شب عکس این موضوع صادق است و درجه حرارت سازه کاهش می یابد. اگر قسمتی از یک عضو را که تحت اثر اعمال درجه حرارت، مثلا تابش اشعه خورشید

قرار گرفته در نظر بگیریم ابتدا بدلیل جذب حرارت توسط مصالح درجه حرارت سطحی آن افزایش می‌یابد. این افزایش، در صورت موجود بودن منبع حرارت، تا زمانی ادامه خواهد داشت که گرمای جذب شده در واحد زمان توسط عضو برابر با گرمای دفع شده از آن باشد که در این صورت شرایط وضعیت پایدار حرارتی بوجود می‌آید. در این وضعیت نمودار تغییرات درجه حرارت در عمق مصالح را می‌توان بیان کرد.

بدلیل اینکه حرارت جذب شده و دفع شده از یک عبورگاه به عواملی متغییر زیادی بستگی دارد و نیز انتقال حرارت توسط بتن از یک نقطه به نقطه دیگر نسبتاً کند انجام می‌گیرد، تغییرات درجه حرارت در سطح مقطع عبورگاه غیر خطی است. با این گونه‌گسترش درجه حرارت تنشهای حرارتی حتی در پلهای معین بوجود می‌آید. نمونه‌ای از این گونه گسترش درجه حرارت در شکل (۲۵-۶) الف تا د ملاحظه می‌شود. شکل (۲۵-۶) الف و ب تغییرات مثبت درجه حرارت را نشان می‌دهد که در اولی درجه حرارت در وسط مقطع  $T$  کوچکتر از درجه حرارت متوسط  $T_{av}$  می‌باشد و در شکل ب درجه حرارت  $T$  بزرگتر از درجه حرارت  $T_{av}$  است. همانگونه که بعداً با محاسبه نشان داده خواهد شد در پلهای معین برای حالتی که  $T < T_{av}$  باشد بطور کلی در بالا و پائین مقطع تنشهای فشاری و در نواحی وسط مقطع تنشهای کششی ایجاد می‌گردد. در حالتی که  $T > T_{av}$  باشد عکس این اتفاق می‌افتد. شکل ج و د تغییرات منفی درجه حرارت را نشان می‌دهد که در شکل ج  $T > T_{av}$  و در شکل د  $T < T_{av}$  می‌باشد.

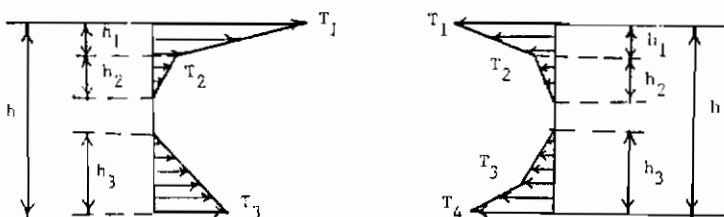
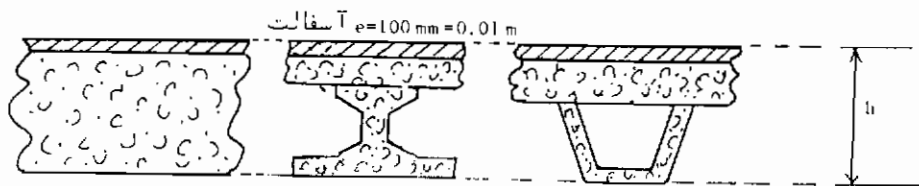


شکل (۲۵-۶) الف تا د

در آئین نامه پلسازی کشور آمریکا آشتو (AASHTO) از گسترش تغییرات درجه حرارت در سطح مقطع پلهای صاف نظر شده است و فقط یک سری تغییرات درجه حرارتی عددی را برای پیش‌بینی انبساط و انقباض کل عبورگاه پیشنهاد کرده است.

در آئین نامه ۵۱۹ اداره راه و ترابری کشور ایران نیز از این موضوع صرف‌نظر شده است. آئین نامه جدید پلسازی کشور انگلستان BS ۵۴۰۰ در بخش دوم که مربوط به بارهای وارد بر سازه پل می‌باشد گسترش درجه حرارت در سطح مقطع پلهای از جمله پلهای بتنی که مورد بحث این کتاب است مطابق شکل (۲۶-۶) پیشنهاد کرده است.





$$h_1 = 0.3 h \leq 0.15 \text{ m}$$

$$h_1 = h_4 = 0.2 h \leq 0.25 \text{ m}$$

$$h_2 = 0.3 h \geq 0.10 \text{ m}$$

$$\leq 0.25 \text{ m}$$

$$h_2 = h_3 = 0.25 h \leq 0.2 \text{ m}$$

$$h_3 = 0.3 h \leq (0.1 \text{ m} + e)$$

(تغییرات منفی درجه حرارت)

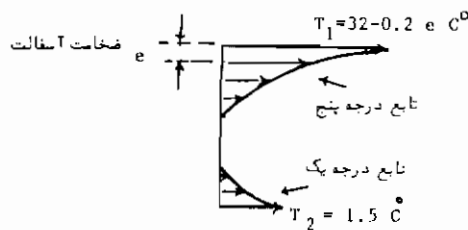
h(m)	T <sub>1</sub> (C°)	T <sub>2</sub> (C°)	T <sub>3</sub> (C°)	T <sub>4</sub> (C°)
≤0.2	2.0	0.5	0.5	1.5
0.4	4.5	1.4	1.0	3.5
0.6	6.5	1.8	1.5	5.0
0.8	7.6	1.7	1.5	6.0
1.0	8.0	1.5	1.5	6.3
≥1.5	8.4	0.5	1.0	6.5

(تغییرات مثبت درجه حرارت)

h(m)	$T_1 (C^{\circ})$	$T_2 (C^{\circ})$	$T_3 (C^{\circ})$
$\leq 0.2$	8.5	3.5	0.5
0.4	12.0	3.0	1.5
0.6	13.0	3.0	2.0
$\geq 0.80$	13.5	3.0	2.5

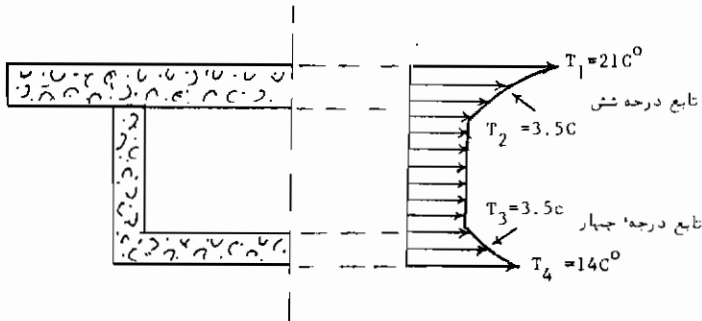
شکل (۶ - ۲۶) گسترش T در سطح مقطع پلهای بتنی طبق BS

اگرچه آئین نامه BS تغییرات خطی درجه حرارت را پیشنهاد می‌کند اما در عمل همانگونه که قبلاً ذکر شد تابع تغییرات درجه حرارت در سطح مقطع عبورگاه غیرخطی است. به‌عنوان مثال تغییرات درجه حرارت برای پلی بتنی با مقطع قوطی ساخته شده در زلاند نو مطابق شکل (۶-۲۷) فرض شده است.



شکل (۶ - ۲۷) تابع T برای پلی بتنی در زلاند نو

اما در تحلیل تنشهای حرارتی در پلهای بتنی با مقطع قوطی می‌توان از تابع T شکل (۶-۲۸) نیز استفاده کرد. این نوع تغییرات T معمولاً بدترین وضعیت آب و هوایی منطقه را بیان می‌کند.



شکل (۶-۲۸)

در عمل در پلهای با مقطع قوطی برای یکسان کردن درجه حرارت داخل قوطی و خارج آن از سیستمهای مجهز تهویه استفاده می شود که در این صورت تنشهای حرارتی ایجاد شده در مقطع این گونه عبورگاهها تا حد زیادی کاهش پیدا می کند .

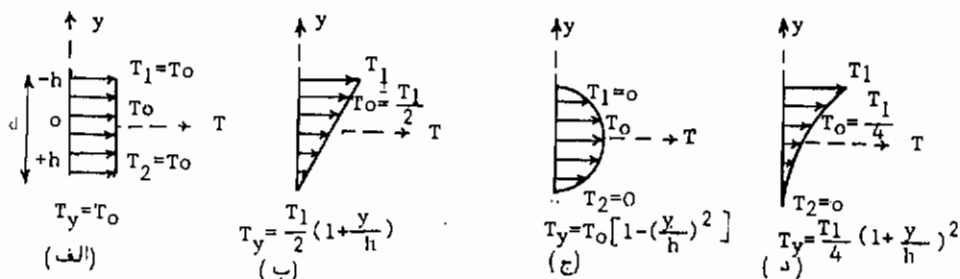
#### تنشهای حرارتی در پلهای معین

در پلهای معین تنشهای حرارتی بستگی به تابع تغییرات درجه حرارت در سطح مقطع عبورگاه ، ضریب انبساط حرارتی ( $\alpha$ ) برابر  $12 \times 10^{-6} / C^\circ$  برای مصالح بتن می باشد ، ضریب ارتجاعی مصالح بکار برده شده در ساخت عبورگاه ( $E$ ) و ابعاد مقطع عرضی دارد . روشهای زیر را می توان برای محاسبه تنشهای حرارتی بکار برد :

روش ۱ - در این روش رابطه کلی زیر برای محاسبه تنشهای حرارتی بکار برده می شود .

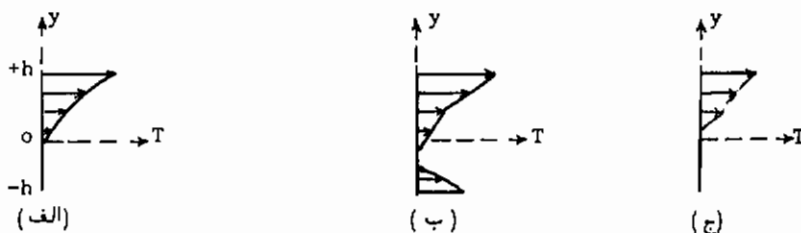
$$\sigma_x = \alpha \cdot E \left[ -T_y + \frac{1}{2h} \int_{-h}^{+h} T_y \cdot dy + \frac{3y}{2h^3} \int_{-h}^{+h} T_y \cdot y \cdot dy \right]$$

در رابطه بالا ارتفاع مقطع  $2h$  فرض شده و  $y$  از مرکز سطح مقطع بطرف بالا مثبت و بطرف پایین منفی در نظر گرفته می شود .  $T_y$  معادله تغییرات درجه حرارت در سطح مقطع عبورگاه می باشد که برای توجیه از اشکال ساده شکل (۶-۲۹) استفاده می شود و تابع  $T_y$  برای هر کدام نوشته می شود .



شکل (۶-۲۹) چند پروفیل ساده تغییرات درجه حرارت

اگر پروفیل درجه حرارت  $T_y$  نسبت به محور عضو متقارن باشد، مثل اشکال (۶-۲۹) الف و ج، در اینصورت از جمله سوم داخل کروشه صرفنظر می‌شود، در غیر اینصورت تمام جملات در محاسبه  $\sigma_x$  در نظر گرفته می‌شوند. باید توجه داشت که رابطه فوق را فقط زمانی می‌توان بکاربرد که پروفیل  $T_y$  بصورت یکنواخت در عمق عضو وجود داشته باشد. بنابراین اگر تابع  $T_y$  مطابق اشکال (۶-۳۰) الف تا ج باشد از این روش نمی‌توان استفاده کرد.



شکل (۶-۳۰) - مواردی که نمی‌توان روش ۱ را بکار برد.

مثال ۱:

تنش حرارتی حاصل از هریک از توابع  $T_y$  نشان داده شده در اشکال (۶-۲۹) اعمال شده به تیری با دهانه ساده و ضخامت  $2h$  را محاسبه کنید.

حل:

برای شکل (۲۹-۶) الف که در آن  $T_y = T_o$  تابعی متقارن می باشد داریم:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \alpha E \left[ -T_y + \frac{1}{2h} \int_{-h}^{+h} T_y \cdot dy \right] \\ &= \alpha E \left[ -T_o + \frac{T_o}{2h} (y)_{-h}^h \right] \\ \sigma_x &= \alpha E \left[ -T_o + \frac{T_o}{2h} (h - -h) \right] = 0\end{aligned}$$

یعنی تابع  $T_y = T_o$  هیچگونه تنش را در تیر مذکور ایجاد نخواهد کرد.  
در شکل (۲۹-۶) ب تابع  $T_y$  نامتقارن بوده و برابر است با  $T_y = \frac{T_1}{2} \left(1 + \frac{y}{h}\right)$  بنابراین:

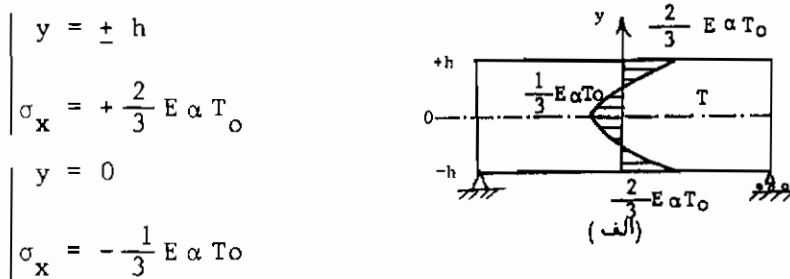
$$\begin{aligned}\sigma_x &= \alpha E \left[ -\frac{T_1}{2} \left(1 + \frac{y}{h}\right) + \frac{T_1}{4h} \int_{-h}^h \left(1 + \frac{y}{h}\right) dy + \frac{3 \cdot T_1}{4h^3} \int_{-h}^h \left(1 + \frac{y}{h}\right) y \cdot dy \right] \\ &= \alpha E \frac{T_1}{2} \left[ -1 - \frac{y}{h} + \frac{1}{2h} \left(y + \frac{y^2}{2h}\right)_{-h}^h + \frac{2y}{2h^3} \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3h}\right)_{-h}^h \right] \\ &= \alpha E \frac{T_1}{2} \left[ -1 - \frac{y}{h} + \frac{1}{2h} \left(h + \frac{h^2}{2h} + h - \frac{h^2}{2h}\right) + \frac{3y}{2h^3} \left(\frac{h^2}{2} + \frac{h^3}{3h} - \frac{h^2}{2} + \frac{h^3}{3h}\right) \right] \\ &= \alpha E \frac{T_1}{2} \left[ -1 - \frac{y}{h} + 1 + \frac{y}{h} \right] = 0\end{aligned}$$

شکل (۲۹-۶) ج  $\left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right]$  که تابعی متقارن نیز می باشد پس:

$$\sigma_x = \alpha E \left[ -T_o \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right) + \frac{1}{2h} \int_{-h}^h T_o \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right) \cdot dy \right]$$

$$\begin{aligned}
 &= \alpha E T_o \left[ -1 + \frac{y^2}{h^2} + \frac{1}{2h} \left( y - \frac{y^3}{3h^2} \right) \cdot h \right] \\
 &= \alpha E T_o \left[ -1 + \frac{y^2}{h^2} + \frac{1}{2h} \left( h - \frac{h^3}{3h^2} + h - \frac{h^3}{3h^2} \right) \right] \\
 &= \alpha E T_o \left[ -1 + \frac{y^2}{h^2} + \frac{1}{2h} \left( 2h - \frac{2}{3} h \right) \right] \\
 &= \alpha E T_o \left[ -\frac{1}{3} + \frac{y^2}{h^2} \right]
 \end{aligned}$$

نتایج در شکل (۳۱-۶) نشان داده شده است.



شکل (۳۱-۶) نمایش برای حالت شکل (۲۹-۶) ج.

و بالاخره تابع  $T_y$  در شکل (۲۹-۶) عبارت است از  $T_y = \frac{T_1}{4} \left( 1 + \frac{y}{h} \right)^2$  که تابعی نامتقارن است بنابراین:

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \alpha E \left[ -\frac{T_1}{4} \left( 1 + \frac{y}{h} \right)^2 + \frac{1}{2h} \int_{-h}^h \frac{T_1}{4} \left( 1 + \frac{y}{h} \right)^2 \cdot dy + \frac{3y}{2h^3} \int_{-h}^h \frac{T_1}{4} \left( 1 + \frac{y}{h} \right)^2 \cdot y \cdot dy \right] \\
 &= \alpha E \frac{T_1}{4} \left[ -\left( 1 + \frac{y^2}{h^2} + \frac{2y}{h} \right) + \frac{1}{2h} \left( y + \frac{y^3}{3h^2} + \frac{2y^2}{2h} \right) \right]_{-h}
 \end{aligned}$$

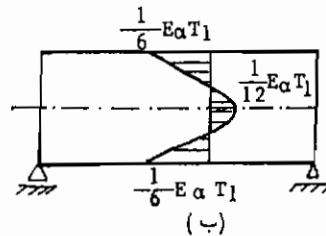
$$\begin{aligned}
 & + \frac{3y}{2h^3} \left( \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{4h^2} + \frac{2y^3}{3h} \right) \frac{h}{-h} \Big] \\
 & = \alpha E \frac{T_1}{4} \left[ -1 - \frac{y^2}{h^2} - \frac{2y}{h} + \frac{1}{2h} \left( h + \frac{h^3}{3h^2} + \frac{h^2}{h} + h + \frac{h^3}{3h^2} - \frac{h^2}{h} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{3y}{2h^3} \left( \frac{h^2}{2} + \frac{h^4}{4h^2} + \frac{2h^3}{3h} - \frac{h^2}{2} - \frac{h^4}{4h^2} + \frac{2h^3}{3h} \right) \right] \\
 & = \alpha E \frac{T_1}{4} \left[ -1 - \frac{y^2}{h^2} - \frac{2y}{h} + \frac{1}{2h} \left( 2h + \frac{2}{3}h \right) + \frac{3y}{2h^3} \left( \frac{4}{3}h^2 \right) \right] \\
 & = \alpha E \frac{T_1}{4} \left[ -1 - \frac{y^2}{h^2} - \frac{2y}{h} + \frac{4}{3} + 2 \frac{y}{h} \right] \\
 & = \alpha E \frac{T_1}{4} \left( \frac{1}{3} - \frac{y^2}{h^2} \right)
 \end{aligned}$$

بنابراین :

نتایج در شکل (۳۲-۶) نشان داده شده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \pm h \\ \sigma_x = -\frac{1}{6} E \alpha T_1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ \sigma_x = \frac{1}{12} E \alpha T_1 \end{array} \right.$$



شکل (۳۲-۶) نمایش  $\sigma_x$  برای حالت شکل (۳۲-۶) (د)

## روش ۲

در این روش تنش حاصل از حرارت در دو مرحله محاسبه می‌گردد و سپس نتایج در

طی مرحله بعدی باهم جمع جبری می‌شوند. این روش را می‌توان برای حالاتی که تابع  $T_y$  نیز نامتقارن است بکار برد.

مرحله اول - با اعمال نیروهای خارجی لازم از تغییر شکل عضو در اثر تغییرات درجه حرارت جلوگیری می‌شود و از این طریق تنش‌های داخلی که در اثر اعمال نیروهای خارجی و نیز درجه حرارت می‌باشند محاسبه می‌گردد. این تنش را  $\sigma_1$  می‌نامیم که برابر  $E \alpha T_y$  می‌باشد.

مرحله دوم - اکنون نیروهای اعمال شده خارجی در مرحله دوم را با اعمال نیروهای مخالف آنها حذف می‌نمائیم و بدین ترتیب تنشهای حاصل از نیروهای خارجی که مخالف حالت اول می‌باشند تعیین می‌گردد. این تنشها را  $\sigma_2$  برای نیروی محوری و  $\sigma_3$  حاصل از خمش فرض می‌کنیم.

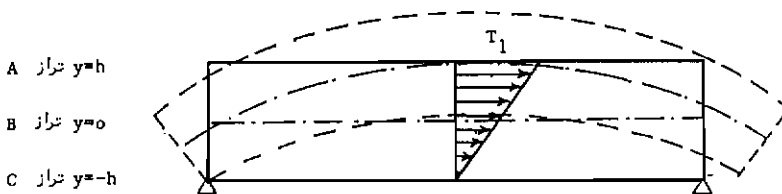
مرحله سوم - تنشهای حاصل از مرحله اول و دوم باهم جمع جبری می‌شوند تا فقط تنشهای حاصل از تغییرات درجه حرارت محاسبه گردد. این تنش را  $\sigma_x$  می‌نامیم. بنابراین - این تنش حاصل از این سه مرحله برابر است با:

$$\sigma_x = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

### مثال ۱

تنشهای حرارتی حاصل از تابع خطی  $T_y$  نشان داده شده در شکل (۶-۲۹) ب را مجدداً با این روش محاسبه کنید. عرض تیر را  $b$  فرض کنید.

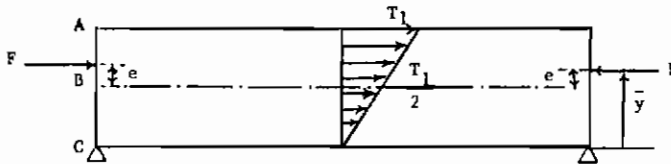
حل - تغییر شکل تیر تحت اثر  $T_y$  خطی مطابق شکل (۶-۳۳) الف می‌باشد.



شکل (۶-۳۳) الف تغییر شکل تیر

مرحله ۱ - نیروهای خارجی طوری به تیر AB وارد می‌شوند تا از ازدیاد طول و خمش تیر در اثر  $T_y$  جلوگیری شود، شکل (۶-۳۳) ب.





شکل (۶-۳۳) ب

در واحد طول تنش حاصل از درجه حرارت برابر است با

$$\sigma_1 = -E \alpha T_y$$

پس

$$\sigma_{1A} = -E \alpha T_1$$

در تراز A

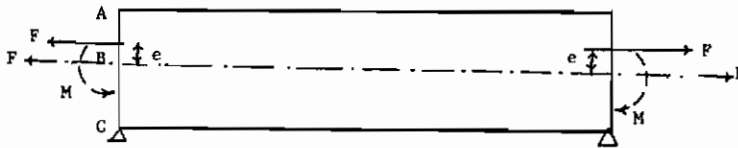
$$\sigma_{1B} = -E \alpha \frac{T_1}{2}$$

در تراز B

در تراز C

$$\sigma_{1C} = 0$$

مرحله ۳- در این مرحله نیروهائی خلاف مرحله ۱ به تیر اعمال می‌گردد و تنشها محاسبه می‌گردند.



شکل (۶-۳۳) ج

اگر نیروی F در شکل (۶-۳۳) ج را به محور تیر انتقال دهیم کوپلی نیز در تیر وجود می‌آید.

$$F = \int_A \sigma_1 \cdot dA = \left( \frac{E \alpha T_1}{2} \right) (b \times 2h) = E \alpha T_1 bh$$

نیروی کششی

$$\sigma_{2A} = + \frac{F}{A} = \frac{E \alpha T_1 bh}{2bh} = \frac{E \alpha T_1}{2} = \sigma_{2B} = \sigma_{2C}$$

بنابراین

M کوپل حاصل از انتقال F به محور تیر می‌باشد و e خروج از مرکز که با استفاده از گسترش

$T_y$  و شکل سطح مقطع تیر با روش کلی انتگرال قابل محاسبه است :

$$e = \frac{\int \sigma_1 \cdot dA \cdot y}{F} \quad \text{از مبدأ B}$$

$$e = \frac{1}{3} h$$

$$M = F \cdot e$$

$$M = (E \alpha T_1 b h) \left( \frac{1}{3} h \right) = E \alpha T_1 \frac{b h^2}{3}$$

بنابراین

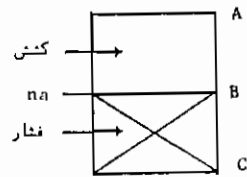
لنگر منفی

اکنون تنش حاصل از این خمش  $M$  را  $\sigma_3$  می‌نامیم که از رابطه کلی خمش  $\sigma = \frac{My}{I}$  قابل محاسبه است :

$$\sigma_{3A} = \frac{(E \alpha T_1 \frac{b h^2}{3})(h)}{\frac{b(2h)^3}{12}} = \frac{1}{2} E \alpha T_1$$

$$\sigma_{3B} = 0$$

$$\sigma_{3C} = -\frac{(E \alpha T_1 \frac{b h^2}{3})(h)}{\frac{b(2h)^3}{12}} = -\frac{1}{2} E \alpha T_1$$



مرحله ۳ - نتایج محاسبات دو مرحله فوق را می‌توان مستقیماً در جدول مشابه جدول (۶-۱) نوشت و از روی آن تنشهای نهایی را محاسبه کرد .

تراز	y	$\sigma_1 = \pm E \alpha T y$	$\sigma_2 = F/A$	$\sigma_3 = My/I$	$\sigma_x = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$
A	+h	$-E \alpha T_1$	$+ E \alpha T_1 / 2$	$+ E \alpha T_1 / 2$	0
B	0	$-E \alpha T_1 / 2$	$+ E \alpha T_1 / 2$	0	0
C	-h	0	$+ E \alpha T_1 / 2$	$- E \alpha T_1 / 2$	0

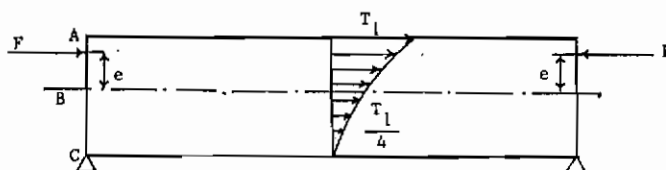
جدول (۶-۱)

مثال ۲.

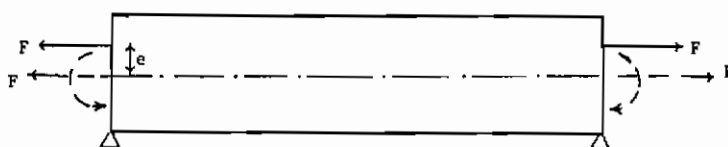
تنش حاصل از  $T_y = \frac{T_1}{4} \left(1 + \frac{y}{h}\right)^2$  که مربوط به شکل (۶-۲۹) د می باشد را محاسبه

کنید.

حل:



شکل (۶-۳۴) الف - مرحله اول



شکل (۶-۳۴) ب - مرحله دوم

$$\begin{aligned}
 F &= + \int_A \sigma_1 \cdot dA = E \alpha \int_A T_y \cdot dA = E \alpha b \int_{y=-h}^{y=h} T_y \cdot dy \\
 &= E \alpha b \int_{y=-h}^{y=h} \frac{T_1}{4} \left(1 + \frac{y}{h}\right)^2 \cdot dy = E \alpha b \frac{T_1}{4} \int_{-h}^h \left(1 + \frac{y^2}{h^2} + \frac{2y}{h}\right) \cdot dy \\
 &= E \alpha b \frac{T_1}{4} \left[ y + \frac{y^3}{3h^2} + \frac{y^2}{h} \right]_{-h}^h \\
 &= E \alpha b \frac{T_1}{4} \left[ h + \frac{h}{3} + h + h + \frac{h}{3} - h \right] \\
 &= \frac{2}{3} E \alpha T_1 b h \quad . \text{ نتایج تنش حاصل در جدول (۶-۲) محاسبه شده است.}
 \end{aligned}$$

$$M = \int_A \sigma_1 \cdot dA \cdot y = E \alpha \int_A T_y \cdot dA \cdot y = E \alpha b \int_{-h}^{y=h} T_y \cdot y \cdot dy$$

$$\begin{aligned}
 &= E \alpha b \int_{-h}^h \frac{T_1}{4} \left( y + \frac{y^3}{h^2} + \frac{2y^2}{h} \right) \cdot dy \\
 &= \frac{E \alpha b T_1}{4} \left[ y^2 + \frac{y^4}{4h^2} + \frac{2y^3}{3h} \right]_{-h}^h \\
 &= \frac{E \alpha b T_1}{4} \left[ h^2 + \frac{h^2}{4} + \frac{2}{3} h^2 - \frac{h^2}{4} + \frac{2}{3} h^2 \right] \\
 &= \frac{1}{3} E \alpha b T_1 h^2
 \end{aligned}$$

در نتیجه لنگر حاصل برابر است با:

تنشهای حاصل در جدول (۲-۶) محاسبه شده است.

$$\frac{M}{I} = \frac{E \alpha T_1 b h^2}{\frac{3b(2h)^3}{12}} = \frac{1}{2h} E \alpha T_1$$

تراز	y	$\sigma_1 = -E \alpha T y$	$\sigma_2 = \frac{F}{A}$	$\sigma_3 = \frac{M}{I} y$	$\sigma_x = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$
A	+h	$-E \alpha T_1$	$+\frac{1}{3} E \alpha T_1$	$+\frac{1}{2} E \alpha T_1$	$-\frac{1}{6} E \alpha T_1$
B	o	$-\frac{1}{4} E \alpha T_1$	$+\frac{1}{3} E \alpha T_1$	o	$+\frac{1}{12} E \alpha T_1$
C	-h	o	$+\frac{1}{3} E \alpha T_1$	$-\frac{1}{2} E \alpha T_1$	$-\frac{1}{6} E \alpha T_1$

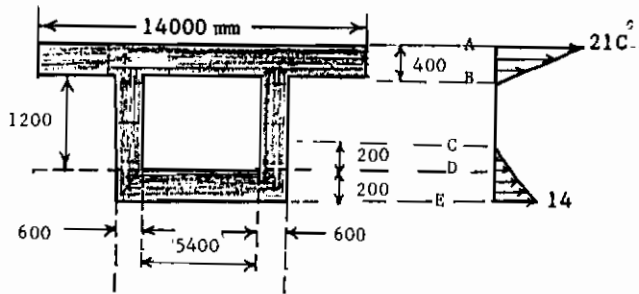
جدول (۲-۶) نتایج مثال ۲

نتایج  $\sigma_x$  حاصل همانند شکل (۳۲-۶) می باشد که قبلاً با روش ۱ محاسبه گردیدند.

مثال ۳.

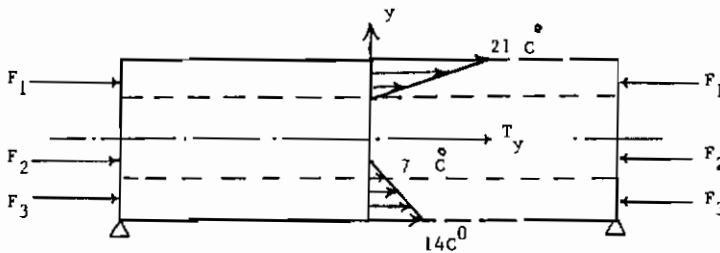
پل بتنی با دهانه ساده و مقطع قوطی مطابق شکل (۳۵-۶) الف مفروض است. مطلوب

است محاسبه تنش حاصل از تغییرات درجه حرارت خطی مطابق شکل، در مقطعی از پیل.  $A=8.36 \times 10^6 \text{ m}^2$  و  $\bar{y}=1225.4 \text{ mm}$  از تار پائین مقطع و  $I=2.912 \times 10^{12} \text{ m}^4$  فرض گردد.

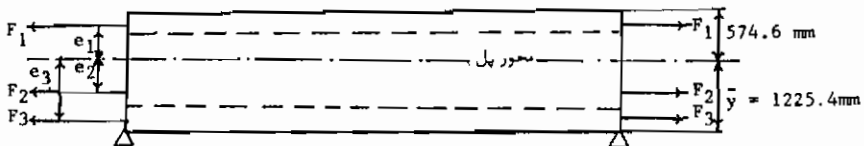


شکل (۶-۳۵) الف

حل :



شکل (۶-۳۵) ب- مرحله اول



شکل (۶-۳۵) ج- مرحله دوم

$$F_1 = F_{AB} = E \alpha \left( \frac{21+0}{2} \right) (400 \times 14000) = 58.8 \times 10^6 E \alpha$$

$$F_2 = F_{CD} = E \alpha \left( \frac{7+0}{2} \right) (2 \times 600 \times 200) = 0.84 \times 10^6 E \alpha$$

$$F_3 = F_{DE} = E\alpha \left( \frac{14+7}{2} \right) (200 \times 6600) = 13.86 \times 10^6 E\alpha$$

$$F = \Sigma F = F_1 + F_2 + F_3 = 73.5 \times 10^6 E\alpha$$

$$e_1 = e_{AB} = (574.6) - \left( \frac{1}{3} \times 400 \right) = 441.3 \text{ mm}$$

$$e_2 = e_{CD} = (1225.4 - 200) - \left( \frac{1}{3} \times 200 \right) = 958.7 \text{ mm}$$

$$e_3 = e_{DE} = 1225.4 - \frac{200 \times 6600 \times \left( \frac{14}{2} \times \frac{200}{2} + \frac{6}{2} \times \frac{1}{3} \times 200 \right)}{200 \times 6600(7 + 3.5)}$$

$$e_3 = 1225.4 - \frac{700 + \frac{700}{3}}{10.5} = 1136.5 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} M_{F1} &= F_1 \times e_1 = (58.8 \times 10^6 E\alpha) \times (441.3) \\ &= 25948.44 E\alpha \times 10^6 \text{ N.mm} \quad \curvearrowright \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{F2} &= F_2 \times e_2 = (0.84 \times 10^6 E\alpha) \times (958.7) \\ &= 805.308 E\alpha \times 10^6 \quad \curvearrowright \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{F3} &= F_3 \times e_3 = (13.86 \times 10^6 E\alpha) \times (1136.5) \\ &= 15751.89 E\alpha \times 10^6 \quad \curvearrowright \end{aligned}$$

$$M = M_{F1} - M_{F2} - M_{F3} = 9391.242 E\alpha \times 10^6 \quad \curvearrowright$$

اگر  $E_c = 0.345 \times 10^5 \text{ MPa}$  و  $\alpha_c = 12 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ$  فرض گردد در این صورت داریم:

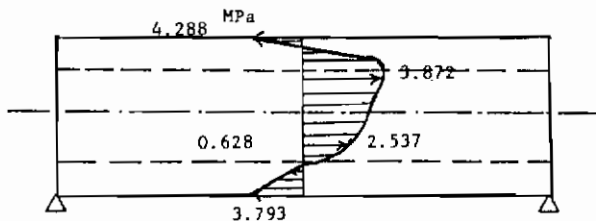
$$E\alpha = 0.414$$

$$F = 73.5 \times 10^6 \times 0.414 = 30.429 \times 10^6 \text{ N} \quad M = 3887.974 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$\frac{F}{A} = \frac{30.429 \times 10^6}{8.36 \times 10^6} = 3.639 \quad \frac{M}{I} = \frac{3887.974 \times 10^6}{2.9122 \times 10^{12}} = 0.0013$$

تراز	y	$\sigma_1 = -E \alpha T_y$	$\sigma_2 = F/A$	$\sigma_3 = M/I y$	$\sigma_x = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$
A	574.6	-8.694	+3.639	+0.767	-4.288
B	174.6	0	+3.639	+0.233	+3.872
C	825.4	0	+3.639	-1.102	+2.537
D	1025.4	-2.898	+3.639	-1.369	-0.628
E	1225.4	-5.796	+3.639	-1.636	-3.793

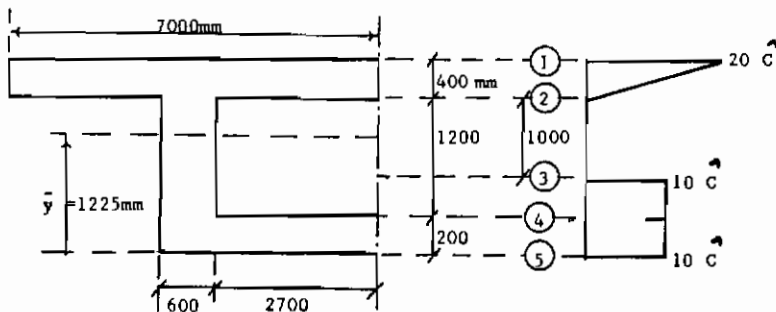
جدول (۶-۳) نتایج مثال ۲



شکل (۶-۳۵) - تنشهای حرارتی مثال ۲

مثال ۴.

پل مثال ۳ را برای تغییرات درجه حرارت داده شده در شکل (۶-۳۴) الف نمائید.



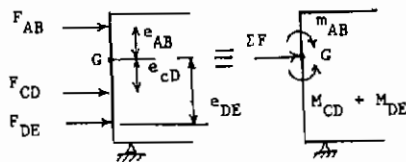
شکل (۶-۳۴) الف

حل:

$$\sigma_I = -E \times T \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{1A} = -0.414 \times 20 = -8.28 \text{ MPa} \\ \sigma_{1B} = -0 = 0 \text{ " } \\ \sigma_{1C} = -0.414 \times 10 = -4.14 \text{ " } \\ \sigma_{1D} = -0.414 \times 10 = -4.14 \text{ " } \\ \sigma_{1E} = -0.414 \times 10 = -4.14 \text{ " } \end{array} \right.$$

$$F \left\{ \begin{array}{l} F = -(E \alpha)(A_T)(b) \\ F_{AB} = -(0.414) \left( \frac{1}{2} \times 20 \times 400 \right) (2 \times 7000) = -23184000 \text{ N} \\ F_{BC} = 0 \\ F_{CD} = -(0.414)(10 \times 200)(2 \times 600) = -993600 \text{ N} \\ F_{DE} = -(0.414)(10 \times 200)(2 \times 3300) = -5464800 \text{ N} \end{array} \right.$$

$$\Sigma F = -29.6424 \times 10^6 \text{ N}$$



شکل (۶-۳۶ ب) -

$$e \text{ از تار خنثای مقطع} \left\{ \begin{array}{l} e_{AB} = 575 - \frac{1}{3} \times 400 = 441.7 \text{ mm} \\ e_{CD} = 1225 - 300 = 926 \text{ mm} \\ e_{DE} = 1225 - 100 = 1125 \text{ mm} \end{array} \right.$$



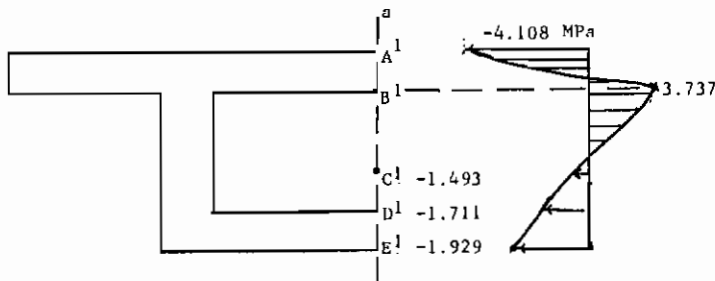
$$M \begin{cases} M_{AB} = F_{AB} \times e_{AB} = (23.184 \times 10^6)(441.7) = 10240.4 \times 10^6 \text{ N.m} \\ M_{CD} = F_{CD} \times e_{CD} = (0.9936 \times 10^6)(925) = 919.08 \times 10^6 \text{ " " } \\ M_{DE} = F_{DE} \times e_{DE} = (5.4648 \times 10^6)(1125) = 6147.9 \times 10^6 \text{ " " } \end{cases}$$

$$M = \Sigma M = M_{AB} - M_{CD} - M_{DE} = 10240.4 \times 10^6 - 919.08 \times 10^6 - 6147.9 \times 10^6$$

$$M = 3173.42 \times 10^6 \text{ N.m} \quad \text{②}$$

	y	$\sigma_1 = -E T$	$c_2 = F/A$	$\sigma_3 = Mc/I$	$\sigma \text{ (MPa)}$
A <sup>1</sup>	-575	-8.28	+3.546	$\frac{(-3173.42 \times 10^6)(-575)}{2.9122 \times 10^{12}} = +0.626$	-4.108
B <sup>1</sup>	-175	0	+3.546	= +0.191	+3.737
C <sup>1</sup>	+825	-4.14	+3.546	= -0.899	-1.493
D <sup>1</sup>	+1025	-4.14	+3.546	= -1.117	-1.711
E <sup>1</sup>	+1225	-4.14	+3.546	= -1.335	-1.929

جدول (۶-۴) نتایج مثال ۴

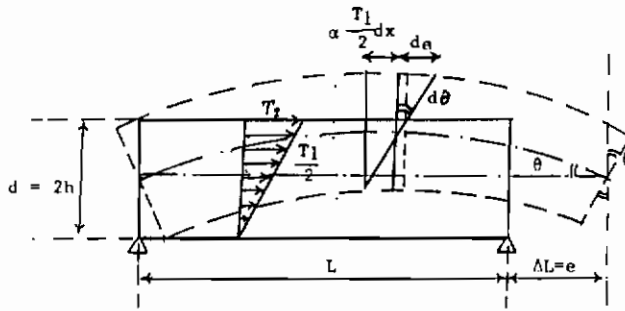


شکل (۶-۳۶) ج - نمودار تنش

تغییرشکلهای حرارتی

تغییرشکل یک تیر ساده تحت اثر تغییرات خطی درجه حرارت مطابق شکل (۶-۳۷)

الف می‌باشد.



شکل ۶ - ۳۷ الف - تغییر شکلهای حاصل حرارتی

## لنگر خمشی معادل حرارتی

قطعه‌ای بطول  $dx$  را در نظر می‌گیریم که تحت اثر تغییرات درجه حرارت قرار می‌گیرد. در این صورت کرنش محوری حرارتی متوسط یعنی در محل محور تیر برابر است با:

$$\varepsilon = \alpha \cdot T = \alpha \frac{T_1}{2} = \frac{de}{dx} \quad \rightarrow \quad de = \alpha \frac{T_1}{2} \cdot dx$$

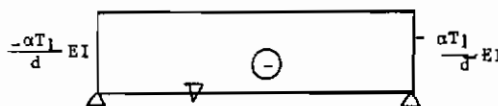
از طرفی

$$d\theta = \frac{de}{h} = \frac{\alpha \frac{T_1}{2} \cdot dx}{h} \quad \rightarrow \quad \theta = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\alpha \frac{T_1}{2} \cdot dx}{h} = \frac{\alpha T_1 L}{4h} = \frac{\alpha T_1 L}{2d}$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\alpha T_1}{2h} = \frac{dy'}{dx} = y'' = \frac{M}{EI}$$

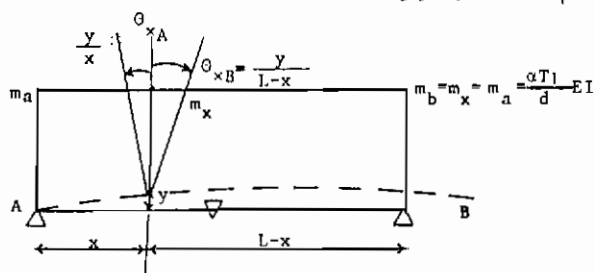
$$\frac{M}{EI} = \frac{\alpha T_1}{2h} \quad \rightarrow \quad M = \frac{\alpha T_1}{2h} EI = \frac{\alpha T_1}{d} EI$$

معادلهٔ اخیر لنگر معادل در اثر درجه حرارت می‌باشد. این لنگر در دهانهٔ ساده در کل تیر ثابت است شکل (۶-۳۷) ب.



شکل ۶ - ۳۷ ب - لنگر خمشی معادل

خیز ماکزیم حاصل از حرارت



شکل (۶-۳۷) ج- تغییرشکل و لنگر خمشی معادل حرارتی

روش نیرو - تغییر مکان ( Force-Displacement ) را می‌توان برای محاسبه خیز  $y$  در نتیجه خیز ماکزیم  $y_{max}$  بکار برد. در مقطع  $x$  داریم :

$$m_x \left( \frac{x}{3EI} + \frac{L-x}{3EI} \right) + m_a \left( \frac{x}{6EI} \right) + m_b \left( \frac{L-x}{6EI} \right) = \frac{y}{x} + \frac{y}{L-x}$$

$$\frac{\alpha T l}{d} EI \left( \frac{x}{3EI} + \frac{L-x}{3EI} + \frac{x}{6EI} + \frac{L-x}{6EI} \right) = \frac{y}{x} + \frac{y}{L-x}$$

$$y = \frac{\alpha T l (xL - x^2)}{2d} \quad \text{معادله تغییرشکل حرارتی}$$

برای تعیین خیز ماکزیم :

$$\frac{dy}{dx} = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{L}{2}$$

$$y_{max.} = \frac{\alpha T l}{2d} (xL - x^2) = \frac{\alpha T l}{2d} \left( \frac{L^2}{2} - \frac{L^2}{4} \right)$$

$$y_{max.} = \frac{\alpha T l L^2}{8h} \quad \text{تغییرشکل یا خیز حداکثر حرارتی در وسط دهانه}$$

نیروهای داخلی حاصل از تغییرات درجه حرارت در پلهای نامعین

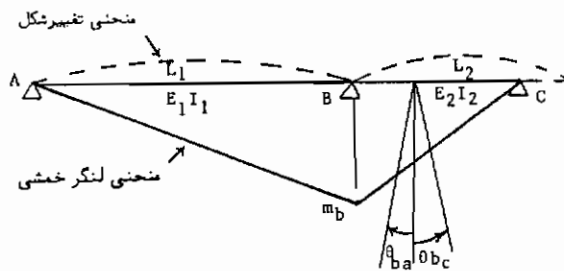
با استفاده از روش نیرو - تغییر مکان می‌توان نیروهای داخلی از جمله لنگر خمشی و نیروی برشی حاصل از اعمال تغییرات درجه حرارت را در هر سازه نامعین از جمله تیرهای

یکسره محاسبه کرد .

#### مثال ۴ .

مطلوبست محاسبه و رسم لنگر خمشی و نیروی برشی تیر دو دهانه‌ای که در دهانه اول طول آن  $L_1$  و سختی خمشی  $E_1 I_1$  را دارا بوده و در دهانه دوم طول دهانه  $L_2$  و سختی خمشی  $E_2 I_2$  می‌باشد . درجه حرارت اعمال شده به دو دهانه تیر خطی با مقدار ماکزیم  $T_1$  بوده و از وزن تیر صرف نظر شود. ضخامت تیر در دهانه اول  $d_1$  و در دهانه دوم  $d_2$  فرض گردد .

حل - ترسیمه تغییر شکل و لنگر خمشی حاصل از تغییرات درجه حرارت خطی مطابق شکل (۳۸-۶) الف می‌باشد .



شکل ( ۳۸ - ۶ ) الف

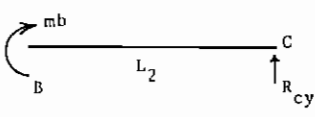
طبق روش نیرو - تغییر مکان در B داریم :

$$m_b \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) = \theta_{ba} + \theta_{bc} = \frac{T_1 L_1 \alpha}{2d_1} + \frac{T_1 L_2 \alpha}{2d_2}$$

اگر  $L_1 = L_2 = L$  و  $E_1 I_1 = E_2 I_2 = EI$  و  $d_1 = d_2 = d$  خواهیم داشت .

$$m_b = 1.5 \frac{T_1 \alpha}{d} EI$$

باید توجه داشت که این لنگر خمشی مستقل از طول هر دهانه می‌باشد ولی به نسبت طول دهانه‌ها مربوط می‌شود .

$$\sum M_B = 0$$


$$R_{cy} = \frac{mb}{L_2}$$

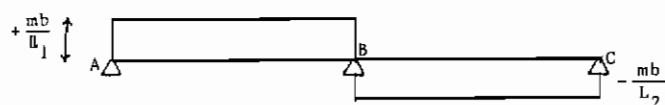
$$R_{Ay} = \frac{mb}{L_1}$$

بطور مشابه

$$R_{By} = m_b \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$$

در نتیجه

و به این ترتیب ترسیمه نیروی برشی حاصل از تغییرات درجه حرارت مطابق شکل (۳۸-۶) ب خواهد بود.



شکل (۳۸-۶) ب - ترسیمه نیروی برشی

### مثال ۵.

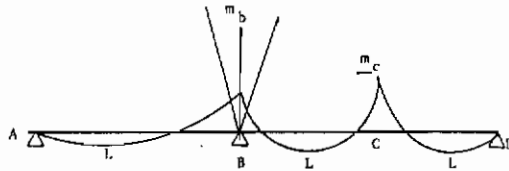
پل سه دهانه‌ای به عرض ثابت  $b$  و ضخامت ثابت  $h$  مفروض است، مطلوبست:

الف) محاسبه لنگر خمشی تکیه‌گاهها در  $B$  و  $C$  در اثر اعمال بار گسترده یکساخت به شدت  $\omega$  این لنگرها را به ترتیب  $m_B^{\omega}$  و  $m_C^{\omega}$  فرض کرده و برحسب  $\omega$  و  $L$  محاسبه شود، (۳۹-۶) الف.

ب) اگر تغییرات درجه حرارت خطی با مقدار ماکزیمم  $2T$  به هریک از دهانه‌ها وارد شود در این صورت لنگرهای خمشی تکیه‌گاهی  $m_B^T$  و  $m_C^T$  را حساب کنید. این لنگرها را برحسب  $E$ ،  $\alpha$ ،  $I$ ،  $T$  و  $h$  تعیین کنید (شکل ۳۹-۶) ب).

ج) اکنون اگر بار گسترده و درجه حرارت بطور همزمان به پل وارد شوند و در نتیجه لنگرهای تکیه‌گاهی برابر صفر گردند در این صورت درجه حرارت  $T$  باید چقدر باشد؟

حل :



شکل (۶-۳۹) الف

$$B: m_b^\omega \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) + m_c^\omega \left( \frac{L_2}{6E_2 I_2} \right) = \frac{\omega L_1^3}{24E_1 I_1} + \frac{\omega L_2^3}{24E_2 I_2}$$

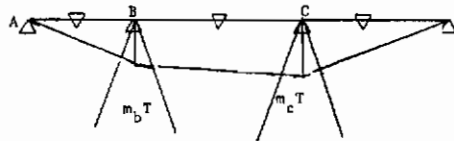
$$C: m_c^\omega \left( \frac{L_2}{3E_2 I_2} + \frac{L_3}{3E_3 I_3} \right) + m_b^\omega \left( \frac{L_2}{6E_2 I_2} \right) = \frac{\omega L_2^3}{24E_2 I_2} + \frac{\omega L_3^3}{24E_3 I_3}$$

$$2m_b^\omega + \frac{1}{2} m_c^\omega = \frac{\omega L^2}{4}$$

$$\longrightarrow m_b^\omega = m_c^\omega$$

$$2m_c^\omega + \frac{1}{2} m_b^\omega = \frac{\omega L^2}{4}$$

$$2m_b^\omega + \frac{1}{2} m_b^\omega = \frac{\omega L^2}{4} \rightarrow \frac{5}{2} m_b^\omega = \frac{\omega L^2}{4} = m_b^\omega = \frac{\omega L^2}{10} = m_c^\omega$$



شکل (۶-۳۹) ب

$$B: m_b^T \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) + m_c^T \left( \frac{L_2}{6E_2 I_2} \right) = \frac{\alpha T L_1}{2h_1} + \frac{\alpha T L_2}{2h_2}$$

$$C: m_c^T \left( \frac{L_2}{3E_2 I_2} + \frac{L_3}{3E_3 I_3} \right) + m_b^T \left( \frac{L_2}{6E_2 I_2} \right) = \frac{\alpha T L_2}{2h_2} + \frac{\alpha T L_3}{2h_3}$$

$$\frac{1}{EI} \left( \frac{2}{3} m_b^T + \frac{1}{6} m_c^T \right) = \frac{\alpha T}{h}$$

$$m_b^T = m_c^T \quad \text{با تقارن}$$

$$\frac{1}{EI} \left( \frac{2}{3} m_c^T + \frac{1}{6} m_b^T \right) = \frac{\alpha T}{h}$$

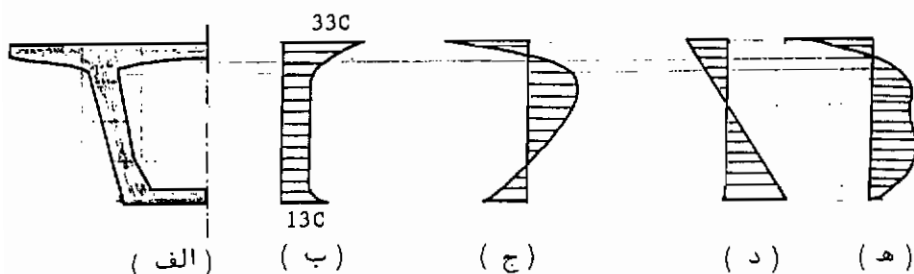
$$\frac{1}{EI} \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right) m_b^T = \frac{\alpha T}{h} = \frac{5}{6EI} m_b^T \quad \rightarrow \quad m_b^T = \frac{6EI \alpha T}{5h} = m_c^T$$

$$\frac{\omega L^2}{10} = \frac{6EI \alpha T}{5h} \quad \rightarrow \quad \omega L^2 h = 12EI \alpha T$$

$$T = \frac{\omega L^2 h}{12EI \alpha}$$

### تنشهای حرارتی در پلهای نامعین

تنشهای حرارتی حاصل از تغییرات درجه حرارت در سطح مقطع پلهای یکسره (یا نامعین) را می‌توان با استفاده از جمع جبری تنشهای حرارتی در حال تعادل و تنشهای حاصل از لنگر خمشی بوجود آمده در اثر تغییرات درجه حرارت محاسبه کرد. به‌عنوان مثال نتایج تحلیل تنشهای حرارتی پل سه دهانه بتنی به مقطع قوطی برای یک تغییرات درجه حرارت فرض شده در شکل (۴-۶) نشان داده شده است.



شکل (۴-۶) تنشهای حرارتی در پلهای نامعین (یکسره - الف) نصف سطح مقطع عبورگاه + (ب) گسترش فرضی تغییرات درجه حرارت در سطح مقطع عبورگاه، (ج) تنشهای حرارتی در حال تعادل (برای پل معین)، (د) تنشهای حاصل از لنگر خمشی نتیجه شد از تغییرات درجه حرارت در عبورگاه نامعین، (ه) نتیجه تنشهای حرارتی در مقطع عبورگاه یکسره.

## فصل هفتم

### تحلیل پایه‌های کناری پل

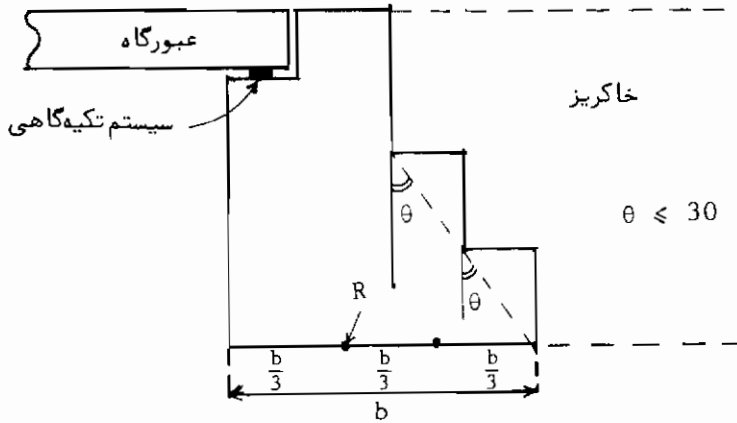
#### ۷-۱ مقدمه

- پایه‌های کناری پل‌ها را می‌توان به انواع زیر تقسیم کرد .
- ۱- پایه‌های وزنی که با استفاده از مصالح بنایی عمدتاً " و یا بتن ساخته می‌شوند ؛
  - ۲- پایه‌های کنسولی ساخته شده از مصالح بتن آرمه ؛
  - ۳- پایه‌های توخالی و I شکل با استفاده از مصالح بتن آرمه ؛
  - ۴- پایه های نامرئی یا مخفی که در خاکریزها ایجاد می‌گردد .

#### پایه‌های وزنی

اینگونه پایه‌ها بدلیل سادگی اجرا در ایران مخصوصاً " مناطق دورافتاده بوفور مورد استفاده قرار می‌گیرد . همانگونه که از نام آن پیداست تعادل نیروهای وارده به پایه باید توسط وزن پایه خنثی گردد . بنابراین در اکثر موارد پایه‌ها حجیم بوده‌امابا استفاده از مصالح لاشه سنگ و ملات سیمان اجرای آن مقرون به صرفه و ساده می‌باشد . اگر پایه با استفاده از مصالح بتن تنها ساخته شود احتمال تشکیل ترک در پایه در اثر حرارت ایجاد شده از بتن زیاد می‌باشد که در این شرایط باید از نوع سیمان پرتلند با گرمای کم استفاده شود . برای اینکه پایه بصورت وزنی عمل کند باید بر آئنده نیروهای وارده به پایه شامل وزن خود پایه در منطقه هسته مرکزی پایه قرار داشته باشد تا هیچ مقطعی از پایه تحت تنشهای قائم کششی که مصالح بنایی در تحمل آن عاجز می‌باشند ، قرار نگیرد . این نوع پایه‌ها برای مناطقی که احتمال نشست نامتقارن پایه‌ها وجود داشته باشد پیشنهاد نمی‌گردد . شکل (۷-۱) نمونه‌ای از پایه کناری وزنی را که با استفاده از مصالح بتن می‌توان ساخت نشان می‌دهد .

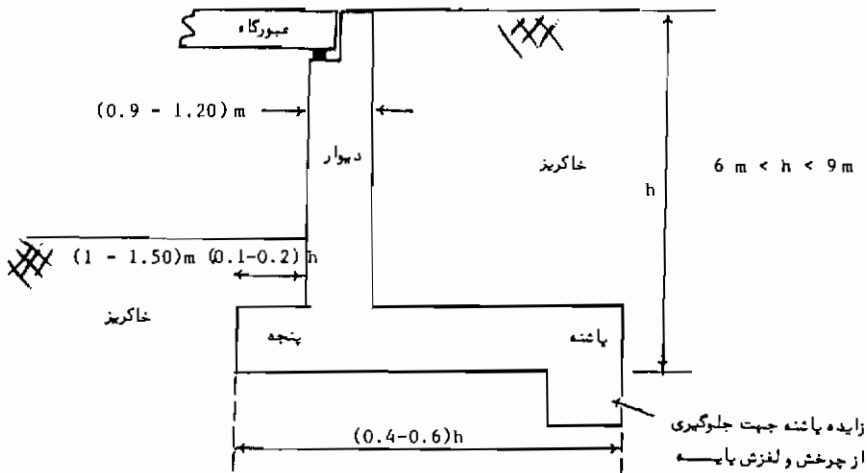




شکل (۱-۷) نمونه‌ای از پایه کناری وزنی بتنی

## پایه‌های کنسولی

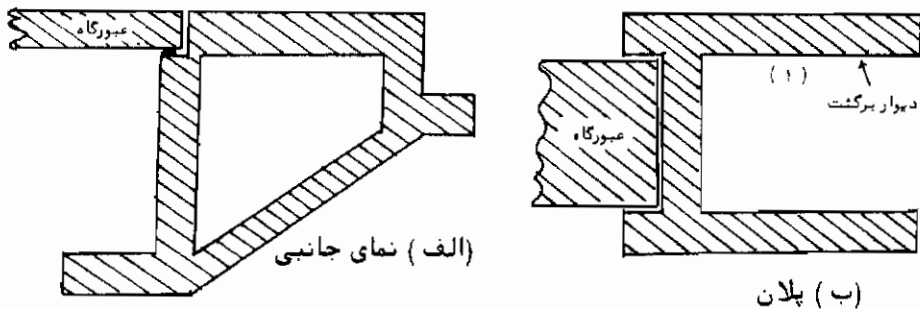
این نوع پایه‌ها که از مصالح بتن آرمه ساخته می‌شود در پلهای بتنی خیلی مرسوم می‌باشد که نمونه‌ای از آن در شکل (۲-۷) نشان داده شده است. محاسبات مربوطه به این نوع پایه را در بخشهای بعدی همین فصل خواهیم خواند.



شکل (۲-۷) پایه کناری کنسولی بتن مسلح

پایه کناری توخالی و  $\alpha$  شکل

جهت مقاومت افقی بیشتر پایه کناری از این نوع پایه با استفاده از مصالح بتن آرمه استفاده می‌شود. شکل (۳-۲) نمونه‌ای از آنرا نشان می‌دهد.



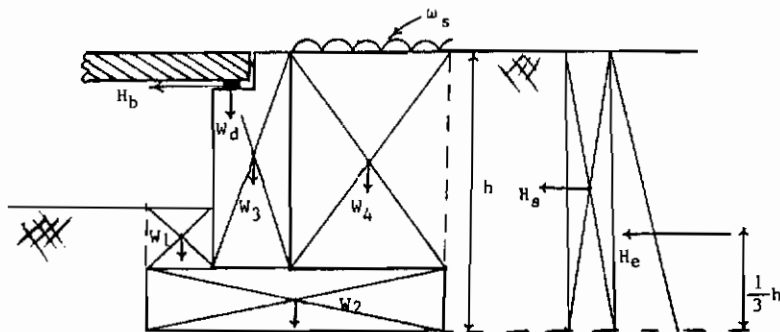
شکل (۳-۲) پایه کناری توخالی

## پایه کناری نامرئی

این نوع پایه‌ها را در شرایطی که جاده ورود به پل در خاکریز قرار داشته باشد اجرا می‌شود و ظاهراً در معرض دید قرار نمی‌گیرند.

## ۲-۷ بارهای وارد بر پایه کناری پل

عمده نیروهای وارده بر پایه کناری پل که در طرح اولیه می‌توان در نظر گرفت در شکل (۴-۷) نشان داده شده‌اند.



شکل (۴-۷) نیروهای عمده وارد بر پایه کناری کنسولی

در شکل (۷-۴) نیروها عبارتند از:

$$H_b = \text{نیروی حاصل از ترمز یا شتاب گرفتن وسایل نقلیه بر روی پل}$$

$$W_d = \text{عکس‌العمل قائم حاصل از کلیه بارهای ثقلی وارده بر عبورگاه پل}$$

$$\omega_s = \text{شدت بار در اثر سربار زنده که به پل وارد می‌شود یا از آن خارج می‌شود.}$$

$$H_s = \text{نیروی افقی ایجاد شده در خاک زیر قسمت ورودی یا خروجی پل در اثر سربار زنده.}$$

$$H_e = \text{رانش افقی خاک پشت پایه}$$

$$W_1 = \text{وزن خاک روی پنجه پایه}$$

$$W_4 = \text{وزن خاک روی پاشنه پایه}$$

$$W_3 = \text{وزن دیواره پایه}$$

$$W_2 = \text{وزن قسمت افقی پایه}$$

نیروی ترمز  $H_b$

ضوابط آئین نامهای این بار افقی به صورت زیر است.

آئین نامه آشتو:

نیرویی برابر ۵٪ کل بار خطی معادل یک خط عبور در تمام مسیرهایی که ترافیک آنها در یک جهت باشد در نظر گرفته شود (بدون اثر ضربه). اگر در آینده پل احتمالاً "یک طرفه اعلام شود باید نیروی ترمز را برابر ۵٪ کل بار خطی تمام خطوط پل در نظر گرفت. این بار افقی را، که شامل بار گسترده معادل به علاوه بار متمرکز برای لنگر می‌باشد، باید در ارتفاع ۱/۸ متری بالای سطح عبورگاه در نظر گرفت.

دستور فنی شماره ۱۱ آئین نامه ایران:

باری معادل ۱۶ تن برای پلهای با دهانه ۸ متر و کمتر و برای دهانه‌های بزرگتر به ازای هر دو متر ۱ تن به بار فوق اضافه شود تا حداکثر ۲۴ تن.

آئین نامه بی اس:

برای کامیون HB مقدار 450 KN در عرض سه متر از عبورگاه در نظر گرفته می‌شود و برای بار HA برای دهانه‌های ۳ متر و کوچکتر باری برابر 100KN و برای دهانه‌های بزرگتر از سه متر به ازای هر متر 17KN به بار فوق اضافه شود تا حداکثر 253 KN.

شدت بار حاصل از سربار زنده  $\omega_S$

آیین نامه بی‌اس برای بار HA مقدار  $10/\text{KN/m}^2$  و برای بار HB مقدار  $20\text{KN/m}^2$  را پیشنهاد می‌کند.

رانش افقی خاک در اثر سربار زنده  $H_S$  و رانش افقی خاک  $H_e$

مقدار  $H_S$  و  $H_e$  را می‌توان از رابطه‌های زیر تعیین کرد. ثابت‌های رابطه‌ها ( $K_h$  و  $C$ ) بستگی به نوع خاک دارد که در جدول (۷-۱) آمده است.

$$H_S = C \cdot \omega_S \cdot h \quad \text{یا}$$

$$H_S = \frac{\rho h^2}{2} \text{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)$$

که  $\rho$  وزن مخصوص خاک و  $\phi$  زاویه اصطکاک داخلی خاک یا زاویه شیب طبیعی خاک با افق می‌باشد.

$$H_e = \frac{1}{2} K_h \cdot h^2 \quad \text{یا}$$

$$H_e = W h \text{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)$$

که  $W$  وزن چرخهای کامیون استاندارد می‌باشد.

جدول (۷-۱) تعیین ثابت‌های  $K_h$  و  $C$

انواع خاک	$K_h (\text{KN/m}^2/\text{m})$	$C$
1- مصالح شن‌نی با دانه‌های درشت	4.9	0.27
2- مصالح شن‌نی با دانه‌های ریز	5.7	0.3
3- مصالح مخلوط	7.3	0.39
4- مصالح خیلی نرم	16.3	1.0
5- مصالح سخت غیر قابل نفوذ آب	19.5	1.0

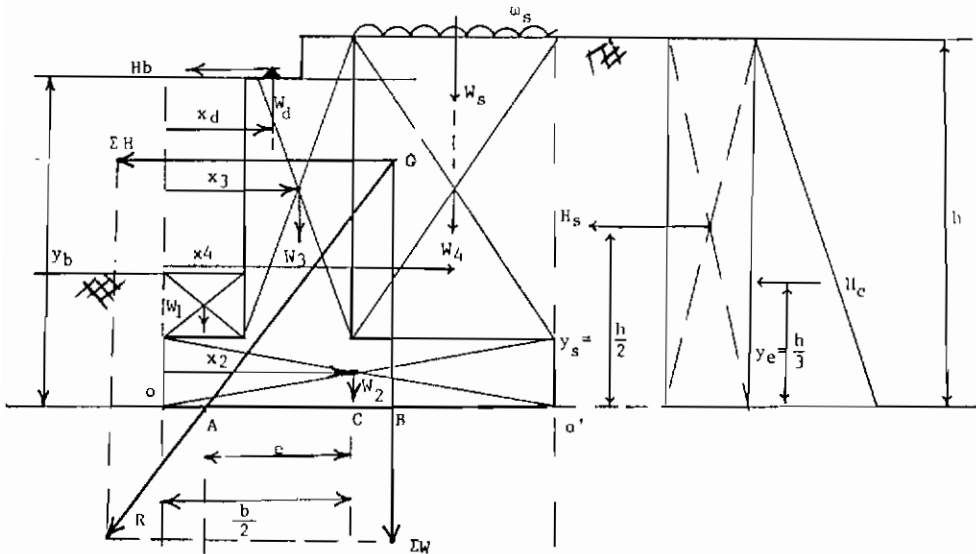
۷-۳ تحلیل پایه‌های کناری کنسولی

برای تحلیل پایه ابتدا باید گسترش فشار در قسمت تحتانی پایه تعیین گردد و سپس

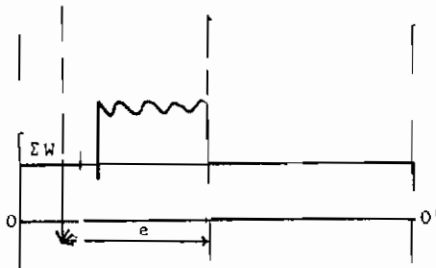
لنگرهای خمشی در مقاطع بحرانی پایه محاسبه شود .

تعیین گسترش فشار در زیر پایه

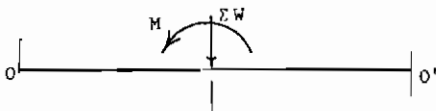
اگر نیروی برآیند اعمال شده به پایه پیل از محلی به فاصله خروج از مرکز  $e$  (در کف پایه) بگذرد ، مطابق شکل (۷-۵) ، در اینصورت مؤلفه قائم این نیروی برآیند ایجاد نیروی محوری و خمش در مقطع کف پایه خواهد کرد . با استفاده از محاسبه تنش قائم حاصل از نیروی محوری و تنش قائم حاصل از لنگر خمشی و ترکیب آنها می توان به راحتی گسترش تنش قائم در کف پایه را محاسبه کرد ، این گسترش تنش همراه با سایر نیروهای اعمال شده بر پایه پیل را می توان برای محاسبه نیروهای داخلی در مقاطع بحرانی پایه بکار برد .



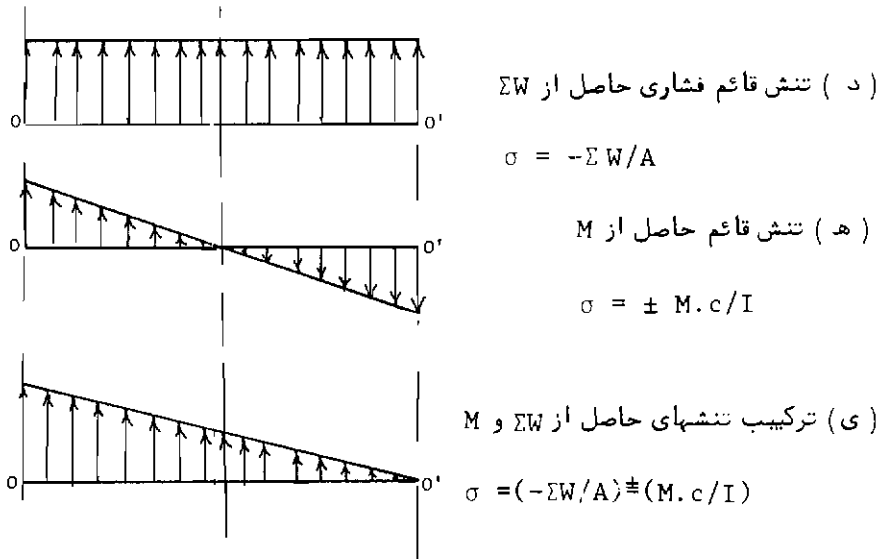
( ب ) خروج از مرکز نیروی قائم



( ج ) انتقال به مرکز نیروی قائم



$$M = (\Sigma W) \cdot e$$



شکل (۷-۵)

با توجه به شکل (۷-۵) الف داریم :

$$OB = \frac{\Sigma(W.x)}{\Sigma W} \quad \text{و} \quad GB = \frac{\Sigma(H.y)}{\Sigma H}$$

$$\text{tg} \theta = \frac{\Sigma H}{\Sigma W} = \frac{AB}{GB} \longrightarrow AB = GB \frac{\Sigma H}{\Sigma W} \quad \text{از طرفی}$$

$$OB = OA + AB \longrightarrow OA = OB - AB$$

$$OA = \frac{\Sigma(W.x)}{\Sigma W} - \frac{\Sigma H}{\Sigma W} \cdot \frac{\Sigma(H.y)}{\Sigma H}$$

$$OA + e = \frac{b}{2} \longrightarrow e = \frac{b}{2} - OA$$

$$e = \frac{b}{2} - \left[ \frac{\Sigma(W.x)}{\Sigma W} - \frac{\Sigma(H.y)}{\Sigma W} \right]$$

$$e = \frac{b}{2} - \left[ \frac{\Sigma(W.x) - \Sigma(H.y)}{\Sigma W} \right] \quad \text{بنابراین :}$$

در رابطه بالا

$$\Sigma W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_d + W_s$$

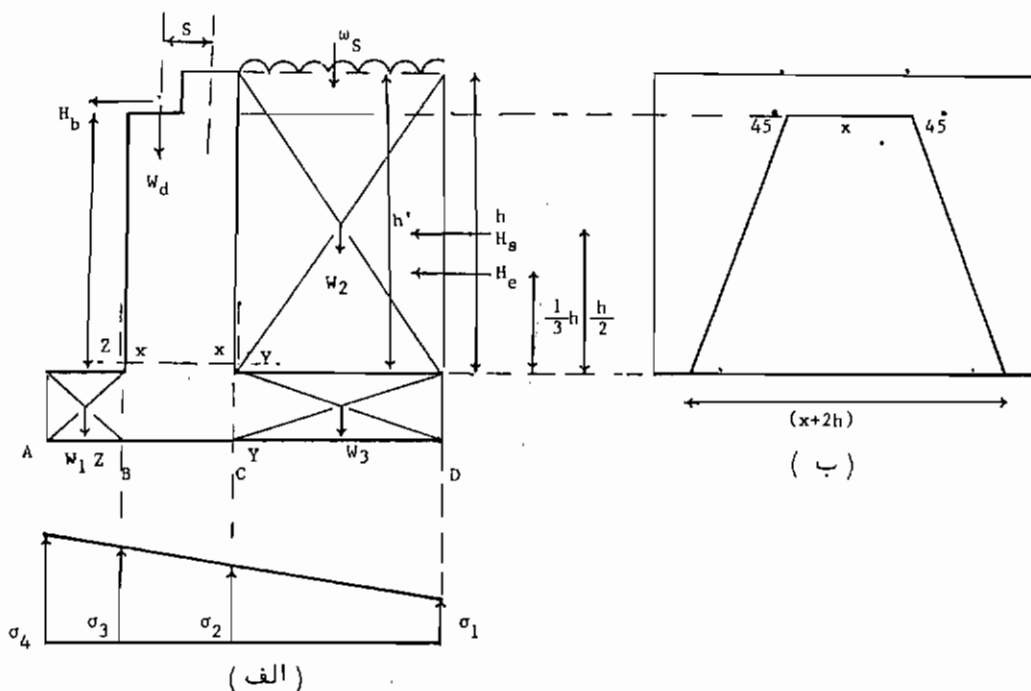
$$\Sigma H = H_b + H_s + H_e$$

$$\Sigma(W \cdot x) = W_1 x_1 + W_2 x_2 + W_3 x_3 + W_4 x_4 + W_d x_d + W_s x_s$$

$$\Sigma(H \cdot y) = H_b y_b + H_s y_s + H_e \cdot y_e$$

حداکثر  $e$  بهتر است کوچکتر یا مساوی  $\frac{b}{6}$  باشد و به هیچ وجه بزرگتر از  $\frac{b}{4}$  نباشد. در حالت اخیر که تنشهای کششی نیز در مقطع کف پایه ایجاد می‌گردد، در محاسبات نیروهای داخلی مقاطع بحرانی از این تنشها صرفنظر می‌شود.

محاسبه لنگر خمشی در سه مقطع بحرانی پایه کنسولی:



شکل (۶-۷)

در شکل (۶-۷) الف مقاطع بحرانی پایه جهت محاسبه لنگرهای خمشی و نیز گسترش تنش‌های قائم با فشار خاک بر کف پایه نشان داده شده است. در شکل (ب) پخش بار ترمز را در ارتفاع دیوار کنسول پایه تحت زاویه  $45^\circ$  نشان می‌دهد. تحلیل پایه برای واحد طول دیوار پایه و یا برای واحد عرض عبورگاه انجام می‌شود. بنابراین در محاسبات بجای نیروی افقی  $H_b$  نیروی  $\frac{H_b}{x+2H}$  در نظر گرفته می‌شود. در این رابطه  $x$  معمولاً ۳ متر می‌باشد. لنگرهای خمشی در مقاطع  $xx$ ,  $yy$ ,  $zz$  به ترتیب از روابط زیر محاسبه می‌شوند، (شکل ۶-۷):

$$M_{xx} = \left( \frac{H_b}{x+2H} \right) h' + (H_s) \frac{h}{2} + H_e \left( \frac{h}{3} \right) + W_d(S)$$

$$M_{yy} = -(W_2 + W_3) \frac{\overline{CD}}{2} + (\sigma_2 - \sigma_1) \frac{\overline{CD}}{2} \times \frac{\overline{CD}}{3} + (\sigma_1) \overline{CD} \times \frac{\overline{CD}}{2}$$

$$M_{zz} = -(W_1) \frac{\overline{AB}}{2} + (\sigma_4 - \sigma_3) \frac{\overline{AB}}{2} \times \frac{\overline{AB}}{3} + (\sigma_3) \overline{AB} \times \frac{\overline{AB}}{2}$$

کنترل چرخش پایه با ضریب اطمینان ۱/۵:

$$\frac{\sum(W.x)}{\sum(H.y)} \geq 1.5$$

کنترل لغزش پایه با ضریب اطمینان ۱/۵:

$$\frac{\mu \sum W}{\sum H} \geq 1.5$$

که  $\mu$  ضریب اصطکاک بین بتن و خاک زیر پایه می‌باشد که بستگی به نوع خاک زیر پی دارد. برای خاک رس مقدار ۰/۲، ماسه ۰/۴ و شن ۰/۴ را می‌توان در نظر گرفت. و برای فرو نرفتن پایه در زمین با تنش مجاز  $\sigma_{\text{مجاز}}$  داریم.

$$\sigma_4 \leq \sigma_{\text{مجاز}}$$

مثال:

پایه کنسولی بتن مسلحی مطابق شکل (۷-۷) مفروض است. در صورتکیسه حداکثر عکس‌العمل قائم عبورگاه  $200 \text{ kN/m}$ ، جرم مخصوص بتن  $24 \text{ kN/m}^3$ ، جرم مخصوص خاک در مجاورت پایه  $18 \text{ kN/m}^3$ ، سربار در قسمت ورودی پل  $10 \text{ kN/m}^2$ ، نیروی ترمز  $3 \text{ m}$  خط  $150 \text{ kN/}$ ، ثابت‌های  $K_h = 5/7$  و  $C = 0/3$  و ضریب اصطکاک بین بتن و خاک

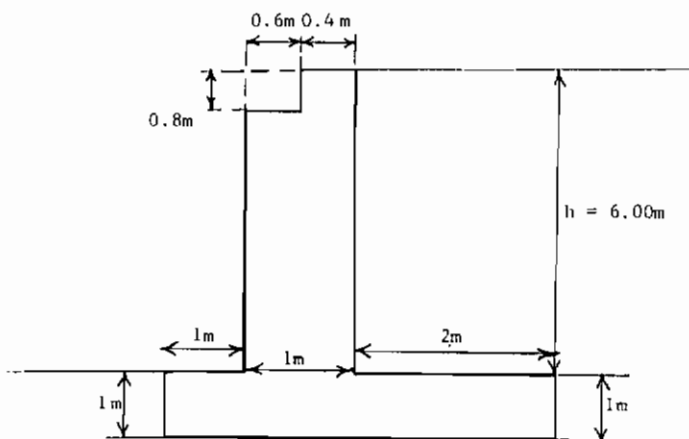


۴/۰ فرض گردد مطلوبست :

الف) - محاسبه و رسم گسترش فشار در زیر پایه .

ب) - محاسبه لنگر خمشی در مقاطع بحرانی پایه .

ج) - کنترل چرخش و لغزش پایه .



شکل (۷-۷) ابعاد پایه کناری

حل (الف)

با توجه به نیروها و فواصل شکل (۷-۵) الف داریم :

$$H_b = \frac{150}{3} = 50 \text{ KN/m} \quad \text{در تراز تکیه‌گاه عبورگاه}$$

$$H_e = \frac{1}{2} K_h \cdot h^2 = \frac{1}{2} \times 5.7 \times 6^2 = 102.6 \text{ KN/m}$$

$$H_s = C_s \cdot \omega_s \cdot h = 0.3 \times 10 \times 6 = 18 \text{ KN/m}$$

$$\Sigma H = 50 + 102.6 + 18 = 170.6 \text{ KN/m}$$

$$W_d = 200 \text{ KN/m}$$

$$W_s = 2 \times 1 \times 10 = 20 \text{ KN/m}$$

$$W_1 = 0$$

$$W_2 = 4 \times 1 \times 2 \times 24 = 96 \text{ KN/m}$$

$$W_3 = 6 \times 1 \times 1 \times 24 = 144 \text{ KN/m}$$

(از مساحت (۰/۶ × ۰/۸) ساقه صرفنظر شده)

$$W_4 = 6 \times 2 \times 1 \times 18 = 216 \text{ KN/m}$$

$$\Sigma W = 200 + 20 + 96 + 144 + 216 = 676 \text{ KN/m}$$

فاصله‌های x و y از نقطه A تا محل بارها عبارتند از:

$$X_d = 1.3 \text{ m}$$

$$y_b = 6.2 \text{ m}$$

$$X_s = 3 \text{ m}$$

$$y_e = \frac{6}{3} + 1 = 3 \text{ m}$$

$$X_2 = 2 \text{ m}$$

$$y_s = \frac{6}{2} + 1 = 4 \text{ m}$$

$$X_3 = 1.5 \text{ m}$$

$$\Sigma(H.y) = 50 \times 6.2 + 102.6 \times 3 + 18 \times 4$$

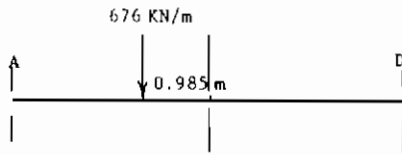
$$X_4 = 3 \text{ m}$$

$$\Sigma(H.y) = 689.8$$

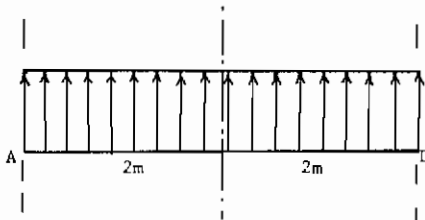
$$\Sigma(W.x) = 200 \times 1.3 + 20 \times 3 + 96 \times 2 + 144 \times 1.5 + 216 \times 3$$

$$\Sigma(W.x) = 1376$$

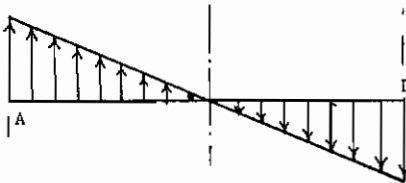
$$e = \frac{4}{2} - \left[ \frac{1376 - 689.8}{676} \right] = 0.985 < \frac{b}{4} = 1 \text{ m}$$



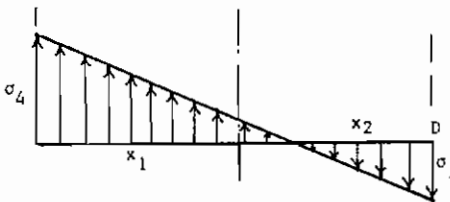
$$\text{محوری } \sigma = \frac{-\Sigma W}{b \times l} = \frac{-676}{4} = -169 \text{ KN/m}^2/\text{m}$$



$$\text{خمشی حداکثر } \sigma = \pm \frac{Mc}{I} = \frac{(676 \times 0.985)(2)}{\frac{1 \times 4^3}{12}} = \pm 249.69 \text{ KN/m}^2/\text{m}$$



$$\text{محوری و خمشی } \sigma_A = \sigma_1 = -169 - 249.69 = -418.69 \text{ KN/m}^2/\text{m}$$



$$\text{محوری و خمشی } \sigma_D = \sigma_1 = -169 + 249.69 = +80.69 \text{ KN/m}^2/\text{m}$$

$$\frac{\sigma_4}{\sigma_1} = \frac{x_1}{x_2} \rightarrow x_1 = \frac{\sigma_4}{\sigma_1} x_2 = \frac{418.69}{80.69} x_2 = 5.189 x_2$$

$$x_1 + x_2 = 4 \rightarrow 6.189 x_2 = 4 \rightarrow x_2 = 0.646 \text{ m}$$

بنابراین:

$$x_1 = 4 - 0.646 = 3.354 \text{ m}$$

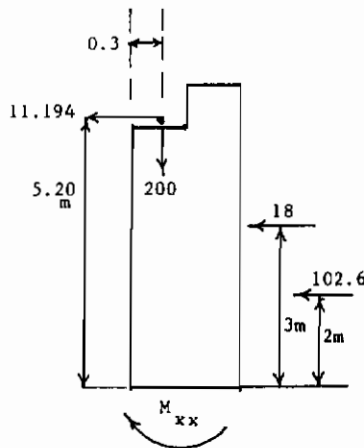
$$\frac{\sigma_3}{\sigma_4} = \frac{2.354}{3.354} \rightarrow \sigma_3 = \frac{-2.354}{3.354} \times 418.69 = -293.85 \text{ KN/m}^2/\text{m}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_4} = \frac{1.354}{3.354} \rightarrow \sigma_2 = \frac{-1.354}{3.354} \times 418.69 = -169.02 \text{ KN/m}^2/\text{m}$$

$$\text{نیروی ترمز پخش شده} \quad \frac{H_b}{2h'+3} = \frac{150}{2 \times 5.2+3} = 11.194 \text{ KN/m}$$

حل ( ب )

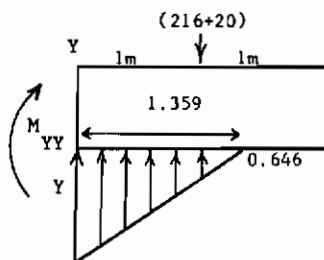
در بالای تراز XX داریم :



$$H_e = \frac{1}{2} \times 5.7 \times 6^2 = 102.6$$

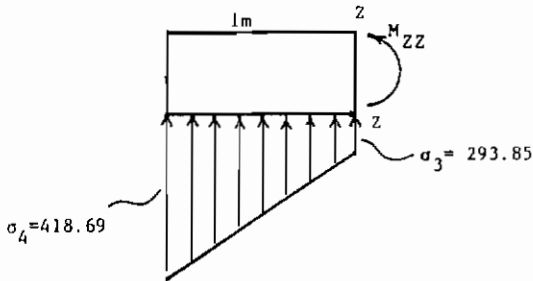
$$H_s = 0.3 \times 10 \times 6 = 18$$

$$M_{XX} = 11.194 \times 5.2 + 18 \times 3 + 102.6 \times 2 + 200 \times 0.2 = 357.409 \text{ KN.m/m}$$



$$M_{YY} = -(236)(1) + \frac{169.02 \times 1.354}{2} \times \frac{1}{3} \times 1.354$$

$$M_{YY} = \underline{\underline{-184.355}} \text{ KN.m/m}$$



$$M_{ZZ} = \left( \frac{418.69 - 293.85}{2} \right) \times 1 \times \frac{2}{3} + 293.85 \times 1 \times 0.5$$

$$M_{ZZ} = \underline{\underline{188.538}} \text{ KN.m/m}$$

حل (ج)

$$\frac{\Sigma(W.x)}{\Sigma(H.y)} = \frac{1376}{689.8} = 1.995 > 1.5 \quad \text{O.k.} \quad \text{چرخش:}$$

$$\frac{\mu \Sigma W}{\Sigma H} = \frac{0.4 \times 676}{203.933} = 1.326 < 1.5 \quad \text{N.G.} \quad \text{لغزش:}$$

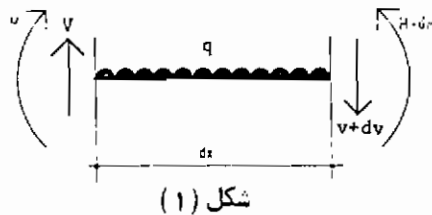
ضریب اطمینان لغزش کم است .  
برای طرح می‌توان از زائیده پاشنه برای پایه استفاده کرد .

## ضمیمه (الف)

### تئوری صفحات ارتوتروپیک

معادلات صفحه ارتوتروپیک

معادلات یک صفحه ارتوتروپیک اساس روش ماسونت در تعیین لنگر خمشی طولی و تغییر شکل یک عبورگاه پل می باشد. معادلات تعادل استاتیکی صفحه‌ای به عرض واحد و طول  $dx$  (شکل ۱) مطابق زیر می باشد.



$$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow -q \cdot dx + v - (v+dv) = 0$$

$$\frac{dv}{dx} = -q \quad (1)$$

معان نسبت به وسط طول  $dx$ :

$$\Sigma M = 0 \longrightarrow M - (M + dM) + v \cdot \frac{dx}{2} + (v+dv) \cdot \frac{dx}{2} = 0$$

$$\frac{dM}{dx} = +v \quad (2)$$

با استفاده از رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dv}{dx} = -q \quad (3)$$

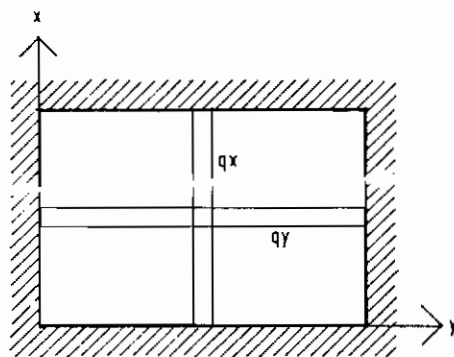
رابطه خمیز  $\omega$  عبارت است از

$$EI \frac{d^2 \omega}{dx^2} = M \quad (۴)$$

با استفاده از رابطه (۳) و (۴) داریم:

$$\frac{d^4 \omega}{dx^4} = -\frac{q}{EI} \quad (۵)$$

معادله شماره (۶) در حقیقت تغییرشکل خمشی  $\omega$  یک صفحه به عرض واحد (یک تیر) را در رابطه با شدت بار وارده بیان می‌کند. برای تجسم رفتار یک صفحه برای سادگی می‌توان آنرا متشکل از دوسری تیرهای (به عرض واحد) عمود برهم در امتداد طول و عرض صفحه در نظر گرفت (شکل ۲).



شکل (۲)

اگر شدت بار وارده به صفحه در امتداد  $x$  را  $q_x$  و در امتداد  $y$  را  $q_y$  فرض کنیم در آن صورت با استفاده از اصل رویهم‌گذاری قوا و منظور کردن ضریب پواسیون مصالح صفحه خواهیم داشت:

$$\frac{d^4 \omega}{dx^4} + \frac{d^4 \omega}{dy^4} = -(q_x + q_y) \left( \frac{1 - \nu^2}{EI} \right) \quad (۶)$$

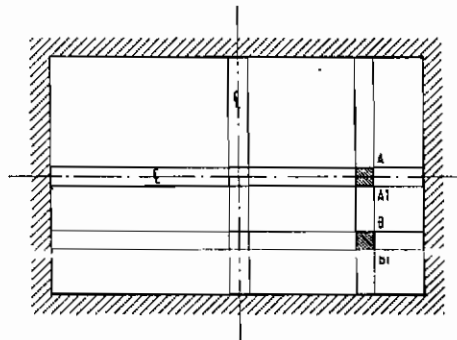
اگر  $t$  ضخامت صفحه باشد همان اینرسی مقطع هر نوار طولی و عرضی به عرض واحد برابر است با:

$$I = \frac{1 \times t^3}{12} = \frac{t^3}{12}$$

و برای بتن ضریب پواسیون تقریباً برابر  $0.15$  می‌باشد در نتیجه  $1 - \nu \approx 1$  بنا بر این معادله (۶) را می‌توان بصورت ساده زیر نوشت:

$$\frac{d^4 \omega}{dx^4} + \frac{d^4 \omega}{dy^4} = -(q_x + q_y) \frac{1}{EI} , I = \frac{t^3}{12} \quad (7)$$

مقدار کمیت  $D=EI$  صفحه در رابطه با نوارهای مرکزی که تغییر شکل آنها تحت خمش می‌باشد صادق است اما نوارهای کناری علاوه بر خمش تحت پیچش نیز می‌باشند. تنشهای حاصل از پیچش بخصوص در گوشه‌ها مقدار حداکثر را دارا می‌باشند. بنابراین در کسل بار وارد بر دال توسط خمش در دو جهت و نیز پیچش تحمل می‌شود. برای درک اثر مقاومت پیچشی در دالها، دال تخت توپری به اضلاع واحد را که بر روی چهار تکیه‌گاه به صورت ساده قرار گرفته باشد و تحت اثر بار گسترده‌ای به شدت  $q$  در واحد سطح قرار دارد در نظر می‌گیریم. اگر لنگر خمشی مثبت حداکثر با استفاده از نوارهای موازی جدا از هم حساب شود مقدار این لنگر برابر  $0.0625 qL^2$  خواهد بود اما اگر اثر لنگر پیچشی در اتصال بین این نوارها در نظر گرفته شود مقدار این لنگر خمشی حداکثر برابر  $0.048 qL^2$  خواهد بود که نشان می‌دهد لنگر پیچشی در این حالت باعث کاهش لنگر خمشی حداکثر به مقدار حدود ۲۵٪ شده است. بنابراین مقاومت پیچشی دال باعث مقاومت شدن دال در مقابل بار وارده می‌شود. اثر پیچش در دالهای تخت تحت اثر بار وارده را می‌توان با توجه به تغییر شکل نقاط مختلف دال نسبت به یکدیگر مشاهده کرد (شکل ۳). در این شکل ملاحظه می‌گردد که تغییر شکل قائم  $A$  و  $A'$  که در وسط دهانه قرار دارند به یک مقدار می‌باشند اما تغییر شکل نقاط  $B$  و  $B'$  از همان نوار یکسان نمی‌باشند که نشان دهنده اثر پیچش می‌باشد.



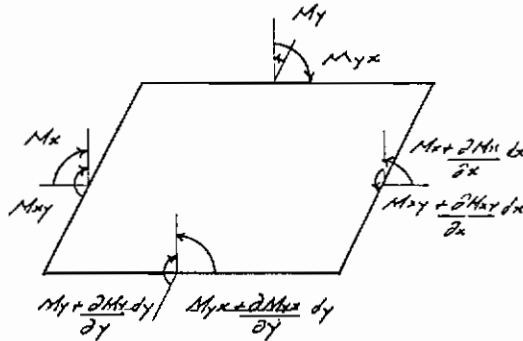
شکل (۳)

با در نظر گرفتن تعادل جزئی از صفحه تحت اثر لنگرهای خمشی و پیچشی معادله زیر را می‌توان نتیجه گرفت (شکل ۴):



$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -q \quad (۸)$$

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (۹)$$



در معادلات بالا فرض بر این است که مصالح صفحه ایزوتروپیک بوده یعنی خاصیت ارتجاعی آن در دو جهت  $x, y$  یکسان باشد. برای یک صفحه ایزوتروپیک معادله (۹) بالا را می‌توان مطابق زیر نوشت:

$$A \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + B \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + C \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = q \quad (۱۰)$$

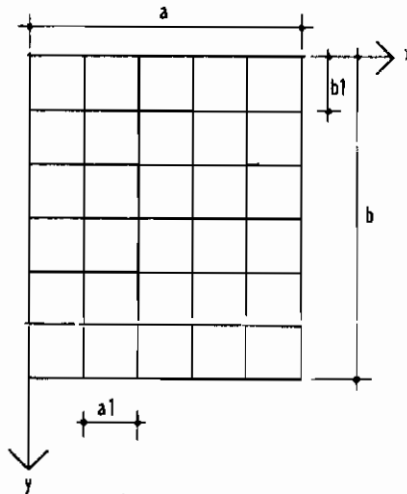
که  $A, B, C$  خواص خمشی و پیچشی سیستم را بیان می‌کنند.

کاربرد در شبکه‌ها:

دو سری تیرها موازی باهم با فاصله‌های یکسان از یکدیگر را مطابق شکل (۵) در نظر می‌گیریم. سختی تیرها در امتداد محور  $x$  را  $B_1$  و در امتداد  $y$  را  $B_2$  می‌نامیم.

در آن صورت خواهیم داشت.

$$A = \frac{B_1}{b_1}, \quad C = \frac{B_2}{-a_1}$$



شکل (۵)

اگر  $C_1$  و  $C_2$  به ترتیب سختی پیچشی‌ها در امتدادهای موازی با محورهای  $x$  و  $y$  باشند معادله تغییر شکل سطح را می‌توان بصورت زیر نوشت .

$$\left(\frac{B_1}{b_1}\right) \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \left(\frac{c_1}{b_1} + \frac{c_2}{a_1}\right) \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \left(\frac{B_2}{a_1}\right) \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = q$$

معادله بالا اساس تئوری پخش بار توسط روش ماسونت را تشکیل می‌دهد با فرضیات زیر:

الف) سختی‌های گروهی یک سیستم شبکه توسط سختی‌های پخش شده خمشی و پیچشی جانشین می‌شوند. این سختی‌ها طوری تعیین می‌شوند که خواص ارتجاعی در واحد طول برای سیستم معادل و سیستم اولیه با هم برابر باشند. سپس صفحه جانشین شده را با استفاده از ضرائب پخش تحلیل می‌شود.

ب) بارگذاری یک بار لبه‌ای با شدت  $P(x) = P_1 \sin \frac{\pi x}{L}$  که بر روی خطی به موازات محور  $y$  (با خروج از مرکز  $e$ ) اثر می‌کند فرض می‌شود (شکل ۶).

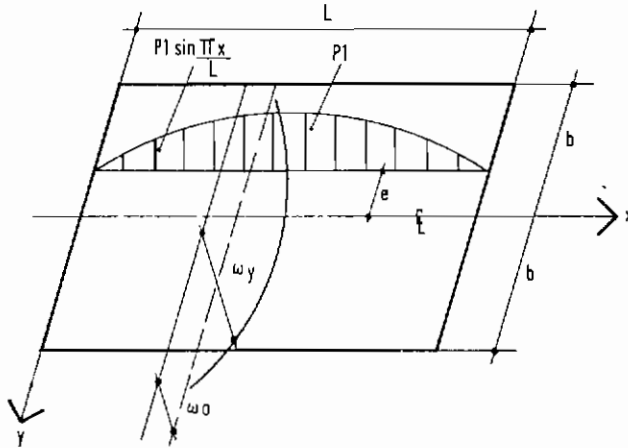
معادله سطح تغییر شکل یافته عبورگاه بصورت  $\omega(xy) = \omega(y) \sin \frac{\pi x}{L}$  خواهد بود اگر  $y$  بجای بار خطی فوق، تحت اثر یک بار با تغییرات طولی مشابه بار ذکر شده اما بصورت گسترده بر روی تمام عرض  $2b$   $y$  بطور یکنواخت باشد، در این صورت معادله شدت بار عبارت است از:

$$P_0(x) = P_0 \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$P_0 = \frac{P_1}{2b}$$

بطوریکه:

و در این صورت معادله سطح تغییرشکل یافته عبورگاه بصورت  $\omega_0(x) = \omega_0 \sin \frac{\pi x}{L}$  خواهد بود.



بنابراین تعریف ضریب پخش عرضی بار عبارت است از نسبت تغییر مکان عمودی یک نقطه تحت اثر بار خطی  $P(x)$  به تغییر مکان همان نقطه تحت اثر همان بار که روی تمام سطح گسترده شده باشد یعنی:

$$k(y) = \frac{\omega(xy)}{\omega_0(x)}$$

ضریب  $K$  به پارامترهای زیر بستگی دارد:

- الف) - پارامتر خمشی  $\theta$
- ب) - پارامتر پیچشی  $\alpha$
- ج) - موقعیت بار  $\frac{e}{b}$
- د) - محل تعیین تغییرشکل یا لنگر خمشی در روی پل  $\frac{y}{b}$

یک بار خارجی سینوسی در جهت  $x$  با شدت  $P(x) = P \sin \frac{\pi x}{L}$  که بطور یکنواخت

در عرض  $2b$  پخش شود معادله سطح تغییرشکل یافته  $\omega_0(x) = \omega_0 \sin \frac{\pi x}{L}$  را بوجود می آورد

شعاع انحنای R این صفحه از رابطه  $\frac{1}{R} = \frac{d^2 \omega_o(x)}{dx^2} = \omega_o \frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi x}{L}$  می‌گردد و لنگر خمشی در واحد عرض برابر است با

$$M_o(x) = EI \frac{d^2 \omega_o(x)}{dx^2} = \omega_o \frac{\pi^2}{L^2} EI \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$M_o(x) = \omega_o(x) \frac{\pi^2}{L^2} EI$$

و لنگر خمشی حاصل از بار سینوسی با خروج از مرکز e عبارت است از

$$M_x(xy) = EI \frac{d^2 \omega(xy)}{dx^2} = \omega(xy) \frac{\pi^2}{L^2} EI$$

در هر دو حالت لنگر خمشی متناسب با خیز صفحه است، در نتیجه داریم:

$$K(y) = \frac{\omega(xy)}{\omega_o(x)} = \frac{M_x(xy)}{M_o(x)}$$

برای تعدادی بار خطی به شدت  $P_1 \sin \frac{\pi x}{L}$ ،  $P_2 \sin \frac{\pi x}{L}$  و غیره تغییر شکل و لنگر خمشی در هر نقطه (xy) توسط اصل رویهم‌گذاری قوا عبارت است از:

$$\omega_{xy} = \sum_{i=1}^n P_i \omega_i(1)(y) \sin \frac{\pi x}{L}$$

عکس شعاع انحنای

$$\frac{d^2 \omega_{xy}}{dx^2} = \frac{\pi^2}{L^2} \sum_{i=1}^n P_i \omega_i(1)(y) \sin \frac{\pi x}{L}$$

لنگر خمشی

$$M_x(xy) = EI \frac{\pi^2}{L^2} \sum_{i=1}^n P_i \omega_i(1)(y) \sin \frac{\pi x}{L}$$

که در آنها  $\omega_i(1)(y) \sin \frac{\pi x}{L}$  به‌لنگر خیز در اثر یک بار سینوسی با مقدار حداکثر واحد و خروج از مرکز e می‌باشد. اکنون

$$M_o(x) = EI \omega_o \frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$M_o(1)(x) = EI \omega_o(1) \frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi x}{L} \quad \text{پس}$$

اکنون از تقسیم  $M_o(1)(x)$  بر  $M_x(xy)$  خواهیم داشت

$$M_x(xy) = M_o(1)(x) \sum_{i=1}^n P_i K_i(y)$$

$$K_i(y) = \frac{\omega_i(1)(y)}{\omega_o(1)} \quad \text{که}$$

اگر بار  $P_1 \sin \frac{\pi x}{L}$  بطور یکنواخت در عرض  $2b$  پخش گردد در این صورت لنکر خمشی متوسط  $M_o(x)$  برابر است با:

$$M_o(x) = M_o(1)(x) \sum_{i=1}^n P_i$$

از تقسیم  $M_x(xy)$  بر  $M_o(x)$  داریم:

$$K(y) = \frac{M_x(xy)}{M_o(x)} = \frac{M_o(1)(x) \sum_{i=1}^n P_i K_i(y)}{M_o(1) \sum_{i=1}^n P_i}$$

$$\frac{M_x(xy)}{M_o(x)} = K(y) = \frac{\sum_{i=1}^n P_i K_i(y)}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad \text{و یا بطور کلی}$$

برای بار سینوسی روش بکار برده در بالا قابل قبول است اما اگر بارهای متمرکز بکار گرفته شوند جوابها تقریبی خواهند بود چه روش بر اساس خطوط تأثیر برای بارهای سینوسی در جهت  $x$  می باشد. اگر دقت بیشتری لازم باشد در این صورت باید بار واقعی  $P(x)$  را به صورت سری فوریه در جهت  $x$  بیان کرد. اعداد جدول مربوط به ضرایب پخش بر اساس فرض پخش ساده سینوسی بار در جهت  $x$  تعیین شده اند. اما فقط اولین جمله از سری مربوطه به حساب آمده است (ضریب تصحیح ۱/۱ در فرمول  $M_{x \max}$  برای این منظور در نظر گرفته شده است). ضمناً از ضریب پواسون مصالح بتن یعنی ۱۵/۰ صرف نظر شده است که خطای

بوجود آمده ناچیز است. ضرایب پخش بار عرضی برای نه نقطه استاندارد برای یک شبکه بدون پیچش  $K_0$  و شبکه پیچشی کامل  $K_1$  محاسبه شده است. برای سیستم مابین دو حالت، ماسونت رابطه زیر را پیشنهاد کرده است:

$$k_{\alpha} = k_0 + (k_1 - k_0) \alpha^2$$

در این رابطه  $\alpha$  پارامتر پیچشی بین ۰ و ۱ می‌باشد.

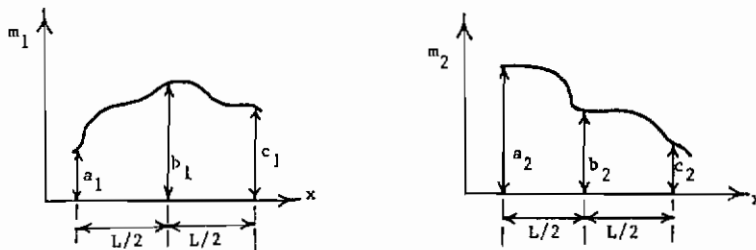
## ضمیمه (ب)

### کاربرد روش نیرو-تغییر مکان<sup>۱</sup> (FDM) در تحلیل سازه‌ها

در این روش از تغییر شکل سازه جهت تعیین نیروهای عکس‌العمل مجهول استفاده می‌شود. این روش در اکثر موارد در مقایسه با روشهای کلاسیک پخش لنگر، استفاده از معادلات شیب تغییر مکان، قضیه سه لنگر و غیره از سرعت بالاتری در حل مسائل نامعین برخوردار است ضمن اینکه معادلات حاصل را نیز می‌توان توسط کامپیوتر حل کرد. در این روش از حاصلضرب انتگرالها استفاده می‌شود که مختصراً در زیر به آن اشاره می‌شود.

### انتگرالهای حاصلضرب

دو تابع  $m_1$  و  $m_2$  را مطابق شکل (۱) در نظر بگیرید. حاصل عبارت  $\int m_1, m_2, dx$  را می‌توان به یکی از سه روش زیر تعیین کرد.



شکل (۱)

روش ۱:

معادله  $m_1$  و  $m_2$  را بر حسب  $x$  نوشته و سپس انتگرال  $\int m_1 \cdot m_2 \cdot dx$  را تشکیل داده و بعد برای کرانه‌های مربوطه حل می‌نمائیم.

روش ۲:

با استفاده از قانون سیمپسون<sup>۲</sup> می‌توان حاصل  $\int m_1 \cdot m_2 \cdot dx$  را محاسبه کرد .  
طبق قانون سیمپسون داریم:

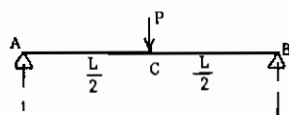
$$\int m_1 \cdot m_2 \cdot dx = \frac{L}{6} (a_1 a_2 + 4b_1 b_2 + c_1 c_2)$$

روش ۳:

با توجه به اینکه ترسیمه لنگر خمشی  $m_1$  یا  $m_2$  معمولاً اشکال ساده و تعریف شده می‌باشند در این صورت حاصلضرب انتگرال را می‌توان مستقیماً با استفاده از جدول ( ۱ ) محاسبه کرد .

مثال ۱:

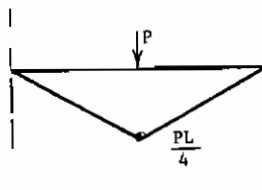
خیز حداکثر در وسط تیر ساده AB تحت اثر بار P را محاسبه کنید (شکل ۲ الف) .



شکل ( ۲ - الف )

حل:

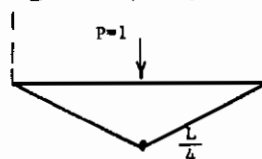
ترسیمه لنگر خمشی در اثر بار P را رسم می‌کنیم که آنرا M می‌نامیم ، شکل (ب) .



شکل ( ۲ - ب )

بار واحدی بجای P به تیر در همان جهت P به تیر وارد می‌کنیم و ترسیمه لنگر

خمشی آنرا تعیین می‌کنیم که آنرا m می‌نامیم ، شکل (ج) .



شکل ( ۲ - ج )

اکنون خیز نقطه C از رابطه زیر تعیین می‌گردد .



$$y_c = \int_0^{x=L} \frac{M \cdot m}{EI} \cdot dx$$

روش ۱:

$$M = \frac{P}{2} x, \quad m = \frac{x}{2}$$

$$\int \frac{M \cdot m}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^{x=L} M \cdot m \cdot dx = \frac{2}{EI} \int_0^{x = \frac{L}{2}} M \cdot m \cdot dx$$

$$y_c = \frac{2}{EI} \int_0^{\frac{L}{2}} \left( \frac{P}{2} x \right) \left( \frac{x}{2} \right) \cdot dx = \frac{P}{2EI} \int_0^{\frac{L}{2}} x^2 \cdot dx = \frac{PL}{48EI}$$

روش ۲:

قانون سیمپسون را از A تا C و بعد از C تا B اجرا می‌کنیم، ضمناً ترسیمه M و m تقارن دارند.

$$y_c = 2 \int_0^{x = \frac{L}{2}} \frac{M \cdot m}{EI} \cdot dx = 2 \left\{ \frac{L}{6EI} [(0 \times 0) + (4 \times \frac{PL}{8} \times \frac{L}{8}) + (\frac{PL}{4} \times \frac{L}{4})] \right\}$$

$$y_c = \frac{PL^3}{48EI}$$

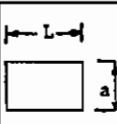
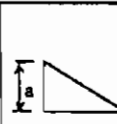
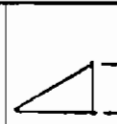
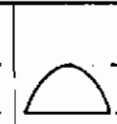
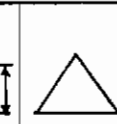
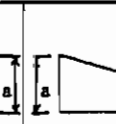
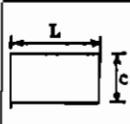
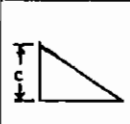
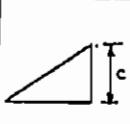
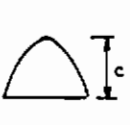
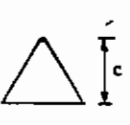
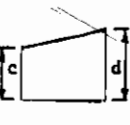
روش ۳:

با توجه به جدول ۱ داریم:

$$\int_0^L M \cdot m \cdot dx = \left[ \text{Triangle with base } L \text{ and height } PL/4 \right] \times \left[ \text{Triangle with base } L \text{ and height } L/4 \right]$$

$$= \frac{1}{3} \times L \times \frac{PL}{4} \times \frac{L}{4} = \frac{PL^3}{48} \rightarrow y_c = \frac{PL^3}{48EI}$$

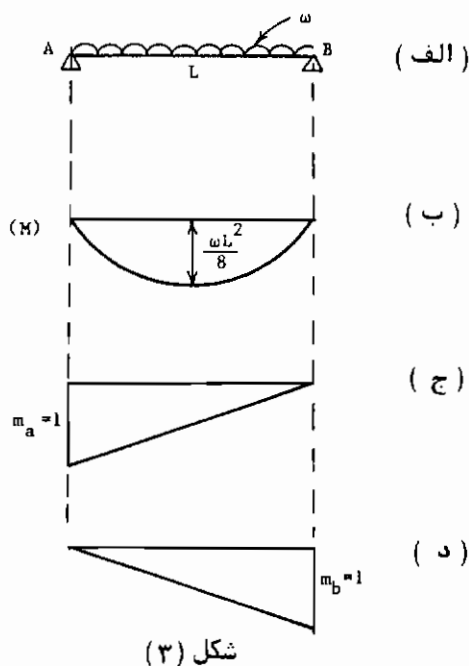
حاصلضرب انتگرالیها  $\int_0^L m_i m_j ds$

$m_i$ $m_j$						
	$Lac$	$\frac{1}{2} Lac$	$\frac{1}{2} Lac$	$\frac{2}{3} Lac$	$\frac{1}{2} Lac$	$\frac{1}{2} L(a+b)c$
	$\frac{1}{2} Lac$	$\frac{1}{3} Lac$	$\frac{1}{6} Lac$	$\frac{1}{3} Lac$	$\frac{1}{4} Lac$	$\frac{1}{6} L(2a+b)c$
	$\frac{1}{2} Lac$	$\frac{1}{6} Lac$	$\frac{1}{3} Lac$	$\frac{1}{3} Lac$	$\frac{1}{4} Lac$	$\frac{1}{6} L(a+2b)c$
	$\frac{2}{3} Lac$	$\frac{1}{3} Lac$	$\frac{1}{3} Lac$	$\frac{8}{15} Lac$	$\frac{5}{12} Lac$	$\frac{1}{3} L(a+b)c$
	$\frac{1}{2} Lac$	$\frac{1}{4} Lac$	$\frac{1}{4} Lac$	$\frac{5}{12} Lac$	$\frac{1}{3} Lac$	$\frac{1}{4} L(a+b)c$
	$\frac{1}{2} La(c+d)$	$\frac{1}{6} La(2c+d)$	$\frac{1}{6} La(c+2d)$	$\frac{1}{3} La(c+d)$	$\frac{1}{4} La(c+d)$	$\frac{1}{6} L[a(2c+d) + b(2d+c)]$

شدت بار یکنواخت  $\omega$  به تیر ساده AB اعمال می‌گردد. زاویه منحنی ارتجاعی در تکیه‌گاه A و B را حساب کنید (شکل ۳ الف).

حل :

ترسیمه لنگر در اثر بار اعمال شده را رسم می‌کنیم، شکل (ب). معانی به اندازه واحد در A اعمال شده و ترسیمه آنرا رسم می‌کنیم، شکل (ج). از شکل (ب) و (ج)  $\theta_A$  محاسبه می‌گردد. معان واحدی به B اعمال شده و ترسیمه آن رسم می‌شود، شکل (د). با استفاده از شکلها (ب) و (د)  $\theta_B$  تعیین می‌گردد.



$$\theta_A = \frac{1}{EI} \int M.m. dx = \frac{1}{EI} \left( \text{Parabola} \times \text{Triangle} \right)$$

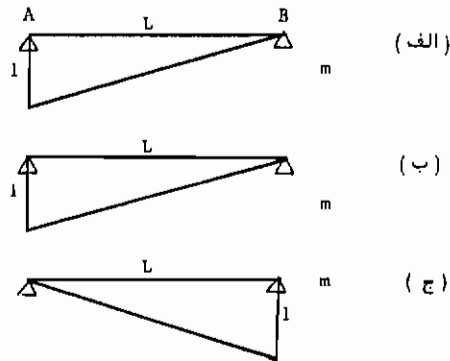
$$\theta_A = \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{3} \times L \times \frac{\omega L^2}{8} \times 1 \right) = \frac{\omega L^3}{24EI} = \theta_{ab}$$

$$\theta_B = \frac{\omega L^3}{24EI} = \theta_{ba}$$

بطور مشابه خواهیم داشت :

مثال ۳:

زاویه دو انتهای تیر ساده شکل (۴-الف) را در اثر اعمال لنگر خمشی واحد یکبار در A و بار دیگر در B محاسبه نمایید.



شکل (۴)

حل: با استفاده از شکل (الف) و (ب) داریم:

$$\theta_{ab} = \alpha_{ab} = \frac{1}{EI} \int M.m. dx$$

$$= \frac{1}{EI} \times \frac{1}{3} \times L \times 1 \times 1 = \frac{L}{3EI}$$

و با استفاده از شکل (الف) و (ج) داریم:

$$\theta_{ba} = \beta_{ba} = \frac{1}{EI} \int M.m. dx$$

$$= \frac{1}{EI} \times \frac{1}{6} \times L \times 1 \times 1 = \frac{L}{6EI}$$

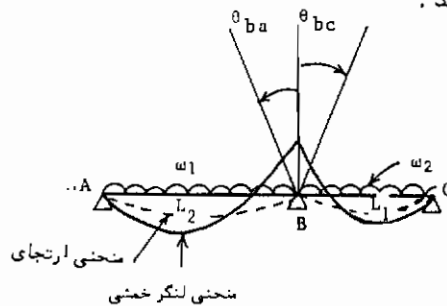
تحلیل سازه‌های نامعین با استفاده از ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\theta$

برای تحلیل سازه‌های نامعین با استفاده از روش نیرو - تغییر مکان، ابتدا با برشهای مناسب سازه بصورت معین درآورده می‌شود. در این مرحله مقادیر  $\theta$  برای اعضاء در اثر بارهای اعمال شده به سازه محاسبه می‌شوند. سپس با اعمال لنگرهای لازم زوایای  $\theta$  که در اثر برش زدن بوجود آمده‌اند بسته می‌شوند. در این شرایط معادله سازگاری برای هر اتصال نوشته می‌شود و از حل آنها لنگرها در اتصالات محاسبه می‌گردند. از آن پس سازه را می‌توان همانند یک سازه معین تحلیل کرد و نیروهای داخلی آنرا بدست آورد. نکته مهم در تحلیل

سازه به این روش فرض صحیح منحنی ارتجاعی سازه می‌باشد که از روی آن ترسیمه لنگر خمشی تعیین می‌گردد.

مثال ۴:

با استفاده از روش نیرو - تغییر مکان تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی تیر دودمانه شکل (۵ - الف) را تعیین کنید.



حل: در اتصال B داریم:

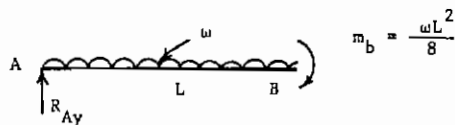
شکل (۵ - الف)

$$m_b \alpha_{ba} + m_b \alpha_{bc} = \theta_{ba} + \theta_{bc}$$

$$m_b \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} \right) + m_b \left( \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) = \frac{\omega_1 L_1^3}{24E_1 I_1} + \frac{\omega_2 L_2^3}{24E_2 I_2}$$

که از این معادله مقدار  $m_b$  محاسبه می‌گردد. اما اگر فرض شود که  $E_1 I_1 = E_2 I_2 = EI$ ،  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  و  $L_1 = L_2 = L$  خواهیم داشت:

$$m_b \left( \frac{2L}{3EI} \right) = \frac{\omega L^3}{12EI} \rightarrow m_b = \frac{\omega L^2}{8}$$



$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow R_{Ay} L + \frac{\omega L^2}{8} = \frac{\omega L^2}{2} \rightarrow R_{Ay} = \frac{3}{8} \omega L$$

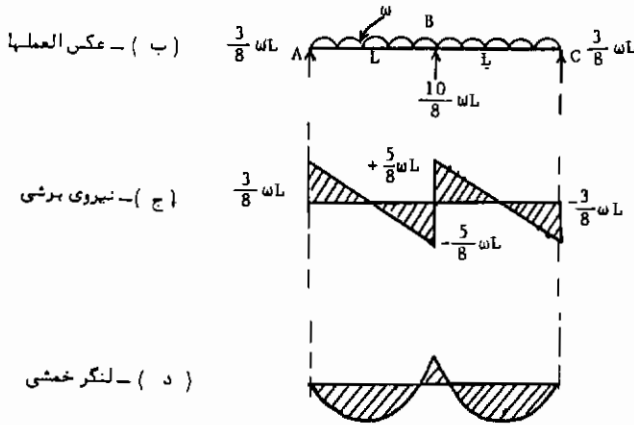
$$R_{Cy} = R_{Ay} = \frac{3}{8} \omega L$$

با تقارن داریم

$$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow R_{By} = \frac{10}{8} \omega L$$

و برای کل سازه داریم

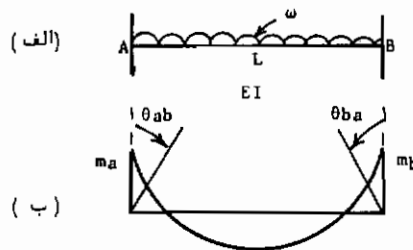
نتایج در اشکال ۵ (ب) الی (د) نشان داده شده است.



بقیه شکل (۵)

مثال ۵:

تیر دو انتها گیردار با بار گسترده هموار به شدت  $\omega$  شکل الف را تحلیل کنید.



حل:

$$A \longrightarrow \left| m_a \left( \frac{L}{3EI} \right) + m_b \left( \frac{L}{6EI} \right) = \theta_{ab} = \frac{\omega L^3}{24EI} \right.$$

$$B \longrightarrow \left| m_b \left( \frac{L}{3EI} \right) + m_a \left( \frac{L}{6EI} \right) = \theta_{ba} = \frac{\omega L^3}{24EI} \right.$$

$$\begin{cases} m_a + \frac{1}{2} m_b = \frac{\omega L^2}{8} \\ m_b + \frac{1}{2} m_a = \frac{\omega L^2}{8} \end{cases} \quad \times (2) \rightarrow -2m_b - m_a = -\frac{\omega L^3}{4} \quad -(2)$$

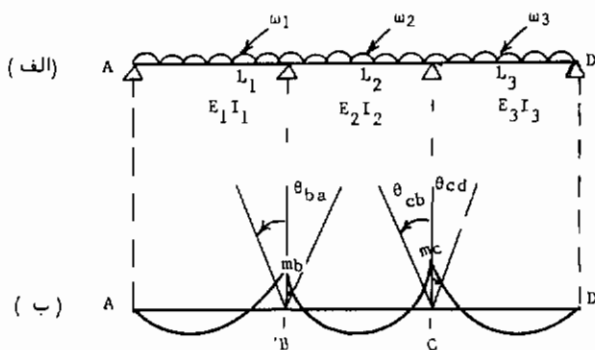
$$1 + 2 \quad \frac{3}{2} m_b = -\frac{\omega L^2}{8} \rightarrow m_b = \frac{\omega L^2}{12}$$

$$(1) \rightarrow m_a = \frac{\omega L^2}{8} - \frac{1}{2} \times \frac{\omega L^2}{12} = \frac{3-1}{24} \omega L^2 = \frac{\omega L^2}{12}$$

نتایج در شکل (ع-ب) نشان داده شده است.

مثال ۶ :

تیر سه دهانه با بار گسترده هموار شکل (۷-الف) را تحلیل کنید.



حل -

شکل (۷)

$$\begin{aligned} B \rightarrow & \left\{ \begin{aligned} m_b \alpha_{ba} + m_b \alpha_{bc} + m_c \beta_{bc} &= \theta_{ba} + \theta_{bc} \\ m_c \alpha_{cb} + m_c \alpha_{cd} + m_b \beta_{cb} &= \theta_{cb} + \theta_{cd} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$m_b \left( \frac{L_1}{3E_1 I_1} \right) + m_b \left( \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) + m_c \left( \frac{L_2^2}{6E_2 I_2} \right) = \frac{\omega_1 L_1^3}{24E_1 I_1} + \frac{\omega_2 L_2^3}{24E_2 I_2}$$

$$m_c \left( \frac{L_2}{3E_2 I_2} \right) + m_c \left( \frac{L_3}{3E_2 I_2} \right) + m_c \left( \frac{L_2}{6E_2 I_2} \right) = \frac{\omega 2L_2^3}{24E_2 I_2} + \frac{\omega 3L_3^3}{24E_3 I_3}$$

$$E_1 I_1 = E_2 I_2 = E_3 I_3 = EI, \quad \text{اگر}$$

$$L_1 = L_2 = L_3 = l,$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega \quad \text{و}$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{1}{3} m_b + \frac{1}{3} m_b + \frac{1}{6} m_c = \frac{1}{24} \omega L^2 + \frac{1}{24} \omega L^2 \\ \frac{1}{3} m_c + \frac{1}{3} m_c + \frac{1}{6} m_b = \frac{1}{24} \omega L^2 + \frac{1}{24} \omega L^2 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} 2m_b + \frac{1}{2} m_c = \frac{1}{4} \omega L^2 \quad \quad \quad 4mb + mc = \frac{1}{2} \omega L^2 \quad (1) \\ 2m_c + \frac{1}{2} m_b = \frac{1}{4} \omega L^2 \quad \times (-4) \rightarrow 4m_c + m_b = \frac{1}{2} \omega L^2 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} 4m_b + m_c = \frac{1}{2} \omega L^2 \\ -16m_c - 4m_b = -2 \omega L^2 \end{array} \right. \Rightarrow -15m_c = -\frac{3}{2} \omega L^2 \rightarrow m_c = \frac{1}{10} \omega L^2$$

$$(1) \rightarrow 4mb + \frac{1}{10} \omega L^2 = \frac{1}{2} \omega L^2 \rightarrow 4mb = \frac{4}{10} \omega L^2 \rightarrow m_b = \frac{1}{10} \omega L^2$$

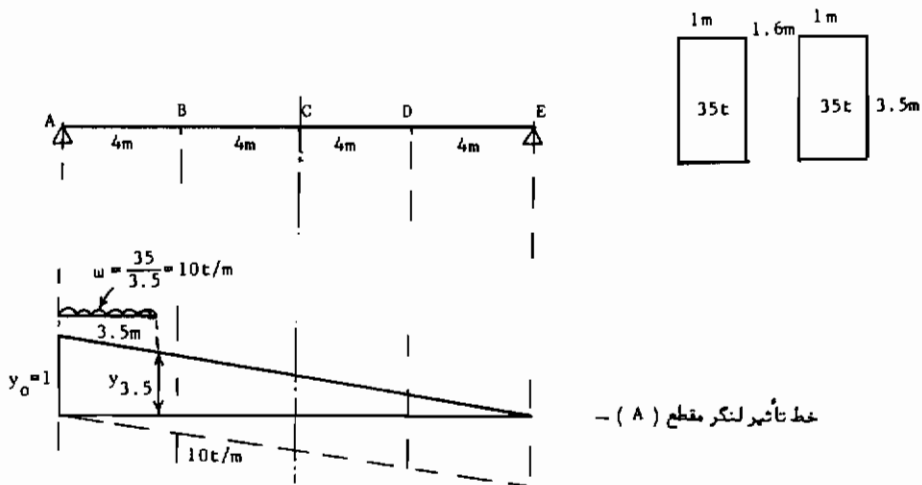


## مسائل ضمیمه و حل آنها

مسئله ۱ - مطلوبست تعیین منحنی پوش برش و لنگر خمشی بار تانک ارتشی ایران، برای عبورگاهی به دهانه ساده ۱۶ متر.

حل

ابتدا "مقادیر را در  $\frac{L}{4}$ ،  $\frac{L}{2}$ ،  $\frac{3L}{4}$  و برای واحد عرض عبورگاه محاسبه می شود.

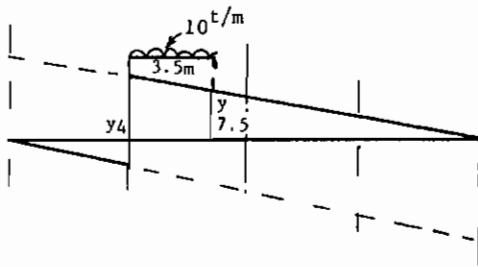


خط تاثیر لنگر مقطع (A) -

$$y_{3.5} = \frac{12.5}{16} \text{ m}$$

$$V_{0(+)} = \left( \frac{1 + \frac{12.5}{16}}{2} \times 3.5 \right) (10) = 31.172 \text{ t/m}$$

$$= 305.796 \text{ KN/m}$$

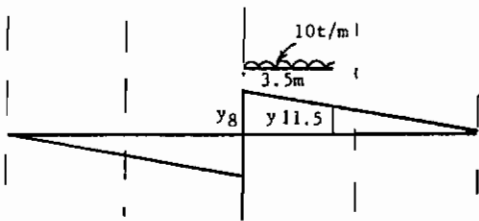


خط تأثیر برش مقطع (B) -

$$y_4 = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \text{ m} \quad , \quad y_{7.5} = \frac{8.5}{16} \text{ m}$$

$$V_{4(+)} = \left( \frac{\frac{3}{4} + \frac{8.5}{16}}{2} \right) (3.5)(10) = 22.422 \text{ t/m}$$

$$= 219.958 \text{ KN/m}$$

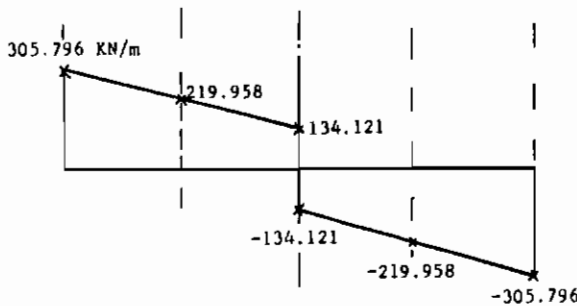


خط تأثیر لنگر مقطع (C) -

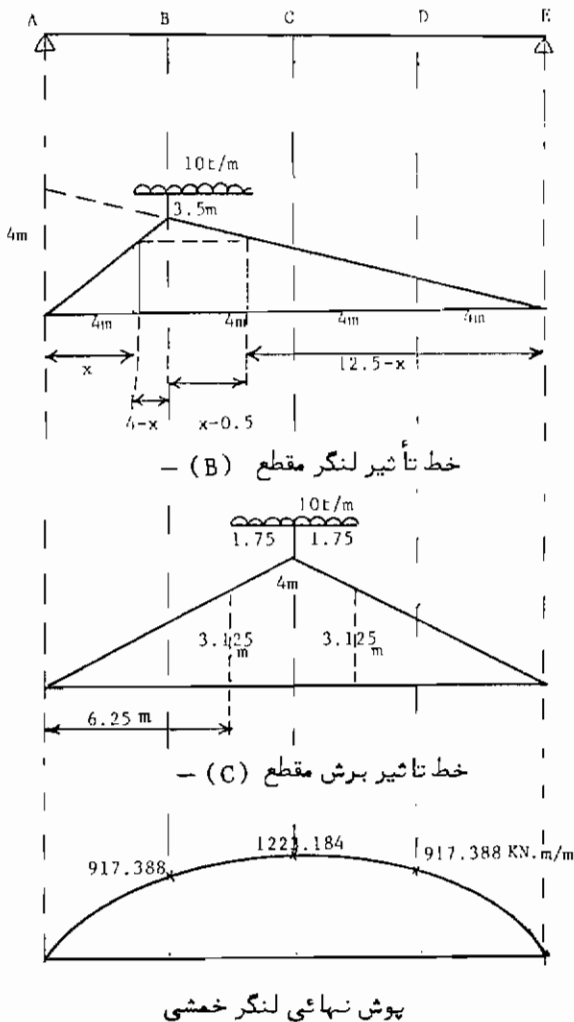
$$y_8 = 0.5 \text{ m} \quad , \quad y_{11.5} = \frac{4.5}{16} \text{ m}$$

$$V_{8(+)} = \left( \frac{0.5 + \frac{4.5}{16}}{2} \right) (3.5)(10) = 13.672 \text{ t/m}$$

$$= 134.121 \text{ KN/m}$$



پوش نهائی نیروی برشی -



$$y_B = \frac{12}{16} \times 4 = 3\text{m}$$

$$a = \frac{x}{4} \times 3 = \frac{3}{4}x \quad \text{و} \quad b = -\frac{12.5-x}{12} \times 3 = \frac{12.5-x}{4}$$

مساحت زیر منحنی خط تأثیر:

$$S = \frac{a+3}{2} \times (4-x) + \left(\frac{b+3}{2}\right)(x-0.5)$$

$$= \left(\frac{\frac{3}{4}x+3}{2}\right)(4-x) + \left(\frac{\frac{12.5-x}{4}+3}{2}\right)(x-0.5)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left[ (3x - \frac{3}{4}x^2 + 12 - 3x) + (\frac{12.5}{4}) - \frac{x}{4} \right] x \\
 &\quad - 0.5 \left( \frac{12.5 - x}{4} \right) + 3x - 1.5 \\
 &= \frac{1}{2} \left[ -\frac{3}{4}x^2 + 12 + \frac{12.5}{4}x - \frac{x^2}{4} - \frac{12.5}{8} + \frac{x}{8} + 3x - 1.5 \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[ -x^2 + \frac{25 + 1 + 24}{8}x + \frac{96 - 12.5 - 12}{8} \right] \\
 s &= \frac{1}{2} \left[ -x^2 + \frac{25}{4}x + \frac{71.5}{8} \right]
 \end{aligned}$$

$$\frac{ds}{dx} = 0 \longrightarrow -2x + \frac{25}{4} = 0 \longrightarrow x = \frac{25}{8} \quad m = 3.125 \text{ m}$$

$$s_{\max.} = \frac{1}{2} \left[ -\left(\frac{25}{8}\right)^2 + \left(\frac{25}{4}\right)\left(\frac{25}{8}\right) + \frac{71.5}{8} \right] = 9.35156 \text{ m}^2$$

$$M_{4m} = 9.35156 \times 10 = 93.5156 \text{ t.m/m} = 917.388 \text{ KN.m/m}$$

$$y_{6.25} = 3.125 \quad , \quad y_{9.75} = 3.125$$

$$s = 2 \left( \frac{3.125 + 4}{2} \right) (1.75) = 12.46875 \text{ m}^2 \quad \text{پس :}$$

$$M_{8m} = 12.46875 \times 10 = 124.6875 \text{ t.m/m} = 1223.184 \text{ KN.m/m}$$

روش دوم برای  $M_{4m}$  حداکثر:

$$a = b \longrightarrow \frac{3}{4}x = \frac{12.5 - x}{4} \longrightarrow x = 3.125 \text{ m}$$

$$a = b = \frac{3}{4}x = 2.34375 \text{ m}$$

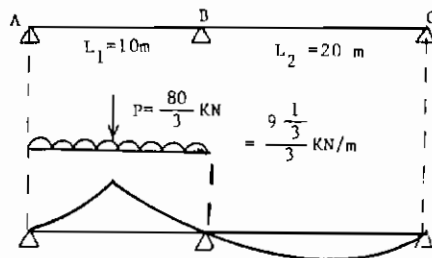
$$s = \left( \frac{a + 3}{2} \right) (4 - x) + \left( \frac{b + 3}{2} \right) (x - 0.5) = 9.35156 \text{ m}^2$$

مسئله ۲ - برای واحد عرض عبورگاه شکل زیر در اثر بارخطی معادل آشتومطلوبست:

الف) - ممان حداکثر در وسط دهانه AB

ب) - " " " " BC

ج) - " " " " تکیه‌گاه B



حل الف) -

خط تأثیر و بارگذاری برای لنگر مثبت حداکثر در مقطع وسط دهانه AB

با استفاده از جدول (۴-۱) برای  $L_1 : L_2 = 1 : 2$  داریم:

$$S_{AB} = \left(\frac{10}{6}\right)(0.070 + 0.142 + 0.219 + 0.136 + 0.062) = 1.0483 \text{ m}$$

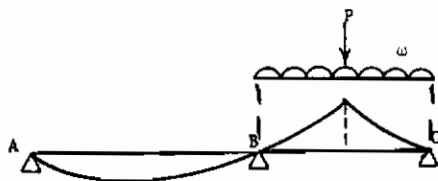
$$y_{5m} = 0.219$$

لنگر مثبت وسط دهانه AB برابر است با:

$$M_{(+)}_{AB} = (\omega \cdot S_{AB} \cdot L_1) + (P \cdot y \cdot L_1)$$

$$= \left(\frac{9}{3} \times 1.0483 \times 10\right) + \left(\frac{80}{3} \times 0.219 \times 10\right)$$

$$= 32.614 + 58.4 = 91.014 \text{ KN.m/m AB وسط}$$



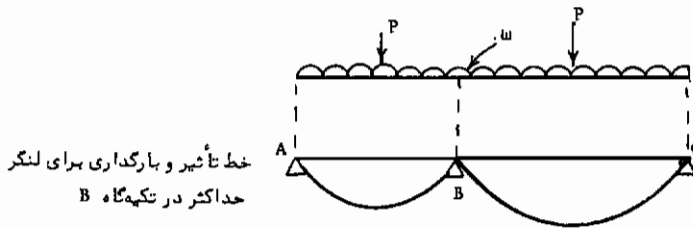
خط تأثیر و بارگذاری برای لنگر مثبت حداکثر در مقطع وسط دهانه BC

$$S_{BC} = \left(\frac{20}{6}\right)(0.082 + 0.210 + 0.375 + 0.233 + 0.113) = 3.377 \text{ m}$$

$$y_{20m} = 0.375$$

$$M_{(+)}_{BC} = \left( \frac{9 \cdot 1}{3} \times 3.377 \times 20 \right) + \left( \frac{80}{3} \times 0.375 \times 20 \right)$$

$$= 210.124 + 200 = 410.124 \text{ KN.m/m} \quad \text{BC در مقطع وسط}$$



$$S_{ABC} = \frac{10}{6}(0.027 + 0.049 + 0.063 + 0.062 + 0.042) + \frac{20}{6}(0.170 + 0.247 + 0.250 + 0.198 + 0.108)$$

$$= 0.405 + 3.243 = S_{AB} + S_{BC}$$

$$y_{5m} = 0.063 \quad , \quad y_{20m} = 0.250$$

$$M_{(-)}_B = - \left[ \left( \frac{9 \cdot 1}{3} \times 0.405 \times 10 \right) + \left( \frac{9 \cdot 1}{3} \times 3.243 \times 20 \right) \right] - \left[ \left( \frac{80}{3} \times 0.063 \times 10 \right) + \left( \frac{80}{3} \times 0.25 \times 20 \right) \right]$$

$$= -214.387 - 150.133 = -364.520 \text{ KN.m/m} \quad \text{B دو مقطع تکیه‌گاه}$$

مسئله ۳ - عبورگاهی ساخته شده از دال تخت توپر با دهانه ساده  $L=12m$ ، ضخامت دال 80 cm و ضخامت متوسط آسفالت 10 cm مفروض است. با استفاده از روش (۱) پخش عرضی مستقیم بار متمرکز برای کامیون ۴۵ تنی ایران مطلوبست محاسبه:

الف) - مقدار عرض مؤثر

ب) - برش حداکثر و لنکر حداکثر مطلق در عرض واحد از دال، آیا تعداد کامیون

مؤثر است؟

ج) - پوش برش و لنگر برای بار زنده یک کامیون

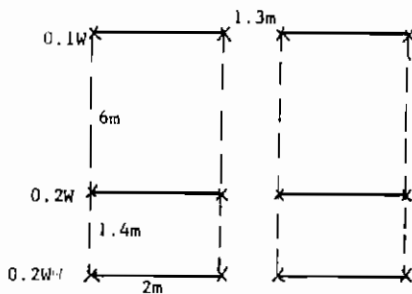
د) - پوش برش و لنگر برای بار زنده یک کامیون و ضریب ضربه آعین نامه ایران.

حل الف)-

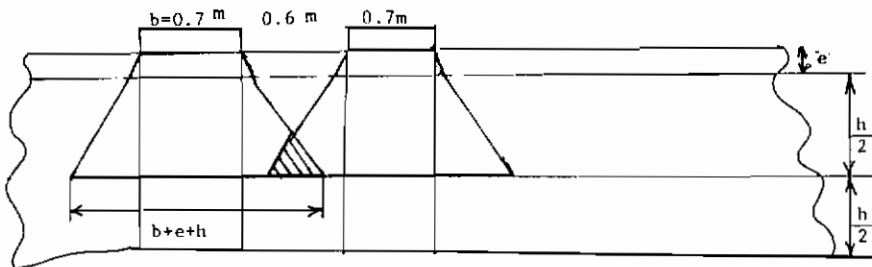
$$E = b + e + h$$

تداخل ندارد  $E = 0.7 + 0.1 + 0.8 = 1.6 \text{ m} > 1.3$  عقب یا میانی

تداخل دارد  $E = 0.25 + 0.1 + 0.8 = 1.15 \text{ m} < 1.3$  جلو



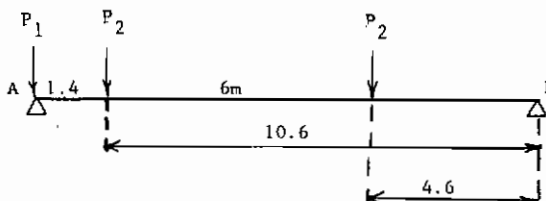
پلان دو کامیون ۴.۵ تنی ایران



حل ب) - همانگونه که در شکل بالا دیده می شود شدت بار برای دو چرخ عقب یا میانی

مجاور دو کامیون تداخل داشته و بنابراین تعداد کامیون مؤثر است.

برای یک کامیون برای برش حداکثر مثبت در A داریم:



$$\text{جلو} \quad P_1 = \frac{0.1W}{1.15} = \frac{W}{11.5}$$

که

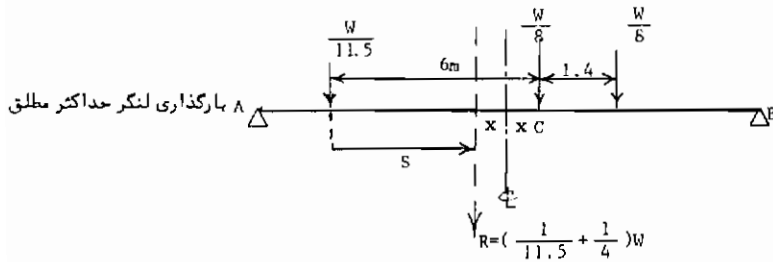
و

$$\text{میانی یا عقب} \quad P_2 = \frac{0.2W}{1.6} = \frac{W}{8}$$

بنابراین

$$V_{\max.} = R_{Ay} = \frac{\frac{W}{8} \times 12 + \frac{W}{8} \times 10.6 + \frac{W}{11.5} \times 4.6}{12}$$

$$= 0.26875 W = 12.09375 \text{ t/m} = 118.64 \text{ KN/m}$$



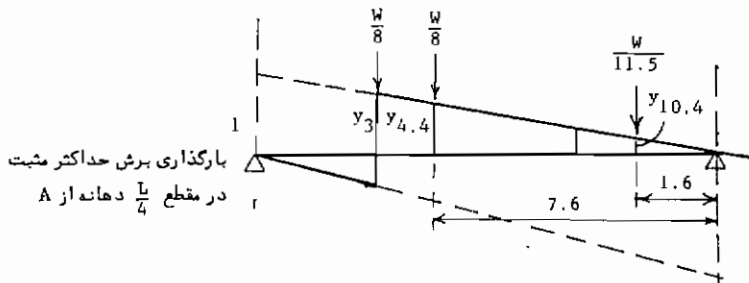
$$s = \frac{\frac{1}{8} \times 6 + \frac{1}{8} \times 7.4}{\left(\frac{1}{11.5} + \frac{1}{4}\right)} = 4.971 \text{ m}$$

$$2x = 6 - 4.971 \quad \rightarrow \quad x = 0.514 \text{ m}$$

$$R_{By} = \frac{\left(\frac{1}{11.5} + \frac{1}{4}\right)W \times (6 - 0.514)}{12} = 0.154 W$$

$$M_c = M_{\max.} = 0.154W \times (6 - 0.514) - \frac{W}{8} \times 1.4 = 0.669 W$$

$$= 30.142 \text{ t.m/m} = 295.703 \text{ KN.m/m}$$





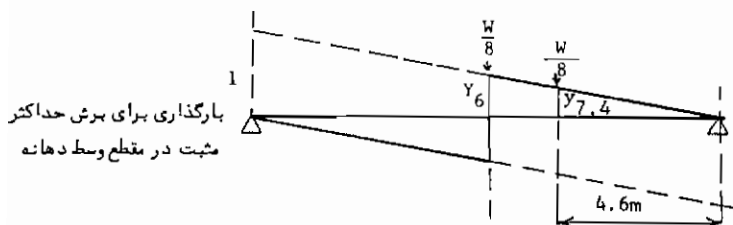
$$y_{3m} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$y_{4.4} = \frac{7.6}{12} = \frac{1.9}{3}$$

$$y_{10.4} = \frac{1.6}{12} = \frac{0.4}{3}$$

$$V_{+3m} = W \left( \frac{1}{8} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \times \frac{1.9}{3} + \frac{1}{11.5} \times \frac{0.4}{3} \right)$$

$$= 0.1845W = 8.303 \text{ t/m} = 81.452 \text{ KN/m}$$

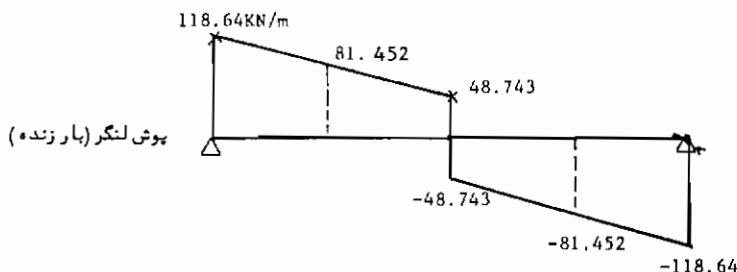


$$y_{6m} = 0.5$$

$$y_{4.6} = \frac{4.6}{12} = \frac{2.3}{6}$$

$$V_{+6m} = W \left( \frac{1}{8} \times 0.5 + \frac{1}{8} \times \frac{2.3}{6} \right) = 0.1104 W$$

$$= 4.968 \text{ t/m} = 48.743 \text{ KN/m}$$



معادله منحنی پوش لنگر  $M = ax^2 + bx + c$

$$A \begin{cases} x = 0 \\ M = 0 \end{cases} \rightarrow c = 0$$

$$B \begin{cases} x = 12 \\ M = 0 \end{cases} \rightarrow 0 = 144a + 12b$$

$$C \left\{ \begin{array}{l} x = 6m \\ M = M_c \end{array} \right. \rightarrow M_c = 36a + 6b \quad , \quad b = -12a$$

$$-36a = M_c \rightarrow a = -\frac{M_c}{36} \rightarrow b = -12 \times \left(-\frac{M_c}{36}\right) = +\frac{M_c}{3}$$

بنابراین

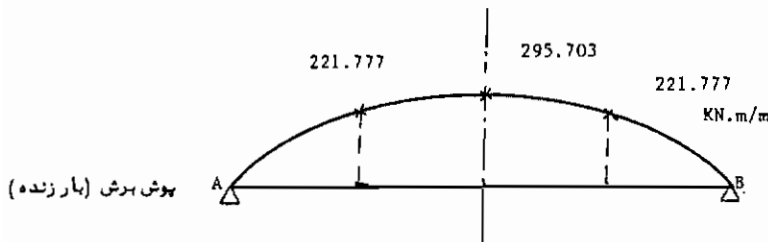
$$M = -\frac{M_c}{36} x^2 + \frac{M_c}{3} x$$

یا

$$M = \frac{295.703}{3} \left( \frac{-1}{12} x^2 + x \right)$$

$$x = 3m \rightarrow M_{3m} = \frac{295.703}{3} \left( \frac{-9}{12} + 3 \right) = 221.777 \text{ KN.m/m}$$

$$= 22.607 \text{ t.m/m}$$

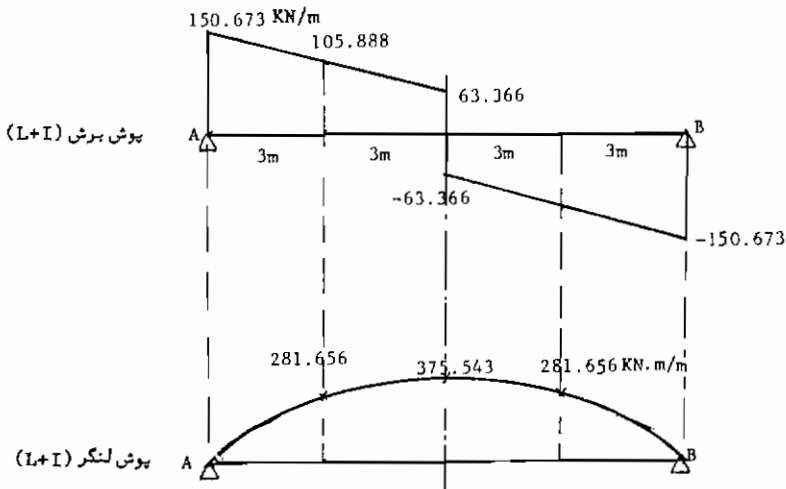


- (حل د)

$$I = \frac{6}{10+L}$$

$$V \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow L_v = 12m \rightarrow I_v = \frac{6}{10+12} = 0.27 < 0.3 \\ x = 3m \rightarrow L_v = 9m \rightarrow I_v = \frac{6}{10+9} = 0.32 > 0.3 \rightarrow I_v = 0.3 \\ x = 6m \rightarrow L_v = 6m \rightarrow I_v = 0.3 \end{array} \right.$$

$$M \left\{ \begin{array}{l} L = 12m \rightarrow I_M = 0.27 \end{array} \right.$$



$$V_{+0} = 118.64 \times 1.27 = 150.673 \text{ KN/m}$$

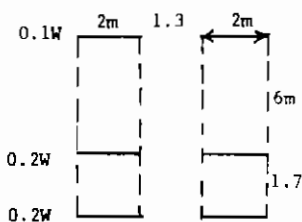
$$V_{+3} = 81.452 \times 1.30 = 105.888 \text{ KN/m}$$

$$V_{+6} = 48.743 \times 1.30 = 63.366 \text{ KN/m}$$

$$M_{3m} = 221.777 \times 1.27 = 281.656 \text{ KN.m/m}$$

$$M_{6m} = 295.703 \times 1.27 = 375.543 \text{ KN.m/m}$$

مسئله ۴ - عبورگاهی ساخته شده از دال تخت توپر مفروض است.  $h=80\text{cm}$ ،  $e=10\text{cm}$  دهانه ساده 12 m توسط دو کامیون ۴۵ تنی استاندارد ایران بارگذاری می‌شود (تداخل بررسی شود)، با استفاده از روش ساده ۲ مطلوب است:

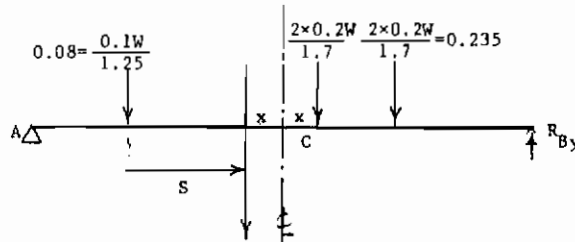


- الف - محاسبه لنگر خمشی حداکثر مطلق
- ب - محاسبه و رسم منحنی پوش لنگر خمشی
- ج - محاسبه نیروی برشی حداکثر
- د - محاسبه و رسم منحنی پوش نیروی برشی

$$E = b + 2e + h \quad \text{— ( حل الف )}$$

$$\text{جلو } E = 0.25 + 0.20 + 0.8 = 1.25 < 1.3 \quad \text{بدون تداخل}$$

$$\text{پا عقب } E = 0.7 + 0.20 + 0.8 = 1.70 > 1.3 \quad \text{با تداخل}$$



$$R = W \left( \frac{0.1}{1.25} + \frac{0.8}{1.7} \right) = 0.551 W$$

$$6 \times 0.235 W + 7.4 \times 0.235 W = S \times 0.551$$

$$S = 5.726 \text{ m}$$

$$2x = 0.273 \longrightarrow x = 0.137 \text{ m}$$

$$R_{By} = \frac{0.551W(6-0.137)}{12} = 0.269W$$

لنگر حداکثر مطلق برابر است با :

$$M_c = (0.269W)(6-0.137) - (0.235)(1.4)W = 1.248W$$

$$= 56.166 \text{ t.m/m} = 550.994 \text{ KN.m/m}$$

$$M = ax^2 + bx + c$$

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \\ M=0 \end{array} \right\} \longrightarrow c=0 \quad \left. \begin{array}{l} x=L \\ M=0 \end{array} \right\} \longrightarrow 0 = aL^2 + bL \longrightarrow b = -aL$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{L}{2} \\ M = M_c \end{array} \right\} \longrightarrow M_c = \frac{aL^2}{4} + \frac{bL}{2} \longrightarrow M_c = \frac{aL^2}{4} - \frac{aL^2}{2} = -\frac{aL^2}{4}$$

$$a = -\frac{4M_c}{L^2}, \quad b = +\frac{4M_c}{L} \quad \text{بنابراین داریم:}$$

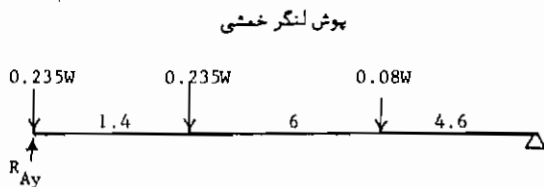
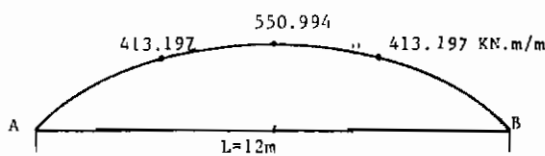
بنابراین معادله پوش لنگر عبارت است از:

$$M = -\frac{4M_c}{L^2} x^2 + \frac{4M_c}{L} x \quad \left| \quad x = \frac{L}{4} \right.$$

$$M_{\max.} = -\frac{4M_c}{L^2} \frac{L^2}{16} + \frac{4M_c}{L} \frac{L}{4} = +\frac{3}{4} M_c$$

$$M_{\max} \frac{L}{4} = \frac{3}{4} \times 1.248 W = 0.936W = 42.12 \text{ t.m/m}$$

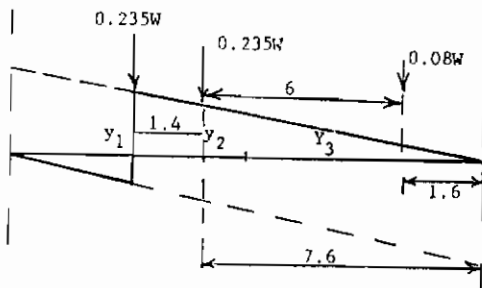
$$= 413.197 \text{ KN.m/m} = M_{\max} \frac{3L}{4}$$



بارگذاری برش حداکثر مثبت در A

$$V_{\max(+)} = R_{Ay} = \left( \frac{0.235 \times 12 + 0.235 \times 10.6 + 0.08 \times 4.6}{12} \right) W$$

$$= 0.473W = 21.296 \text{ t/m} = 208.916 \text{ KN/m}$$



بارگذاری برش حداکثر مثبت در  $\frac{L}{4}$

$$\frac{y_1}{1} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ m}$$

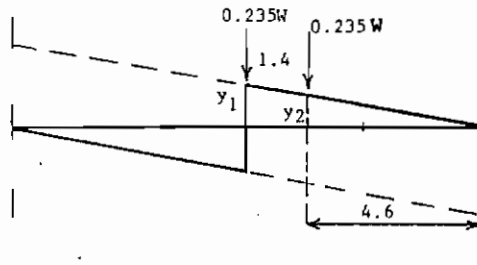
$$\frac{y_2}{1} = \frac{7.6}{12}$$

$$\frac{y_3}{1} = \frac{1.6}{12}$$

$$V_{\max} + \frac{L}{4} = \left[ (0.235 \times \frac{3}{4}) + (0.235 \times \frac{7.6}{12}) + (0.08 \times \frac{1.6}{12}) \right] W$$

$$= 0.336 W = 15.108 \text{ t/m} = 148.216 \text{ KN/m}$$

$$= V_{\max} \frac{3L}{4}$$

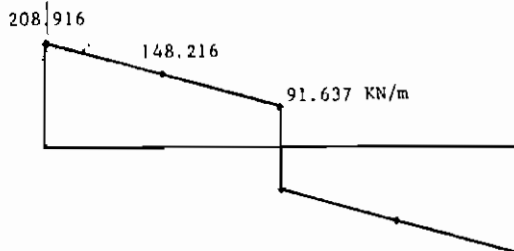


$$y_1 = 0.5 \quad \frac{y_2}{1} = \frac{4.6}{12}$$

$$V_{\max} \frac{L}{2} = \left[ (0.235 \times 0.5) + (0.235 \times \frac{4.6}{12}) \right] W$$

$$= 0.207 W = 9.341 \text{ t/m} = 91.637 \text{ KN/m}$$

$$= V_{\max} - \frac{L}{2}$$



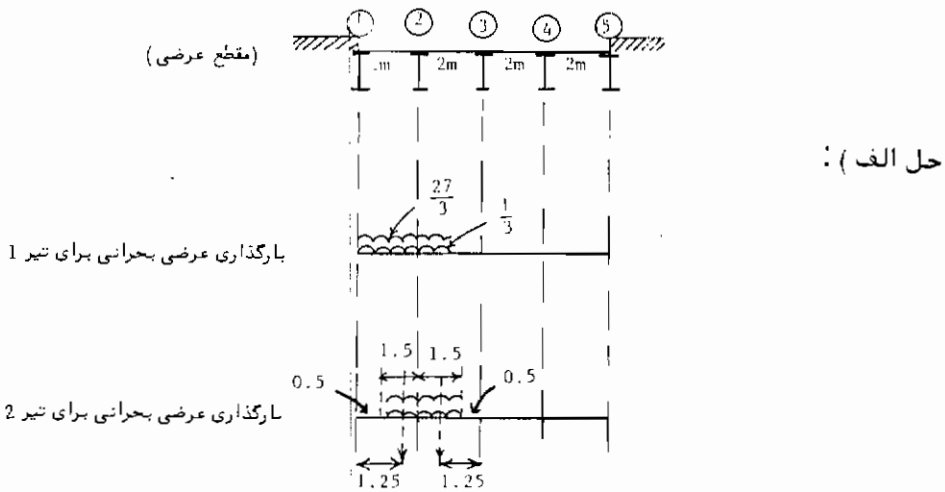
منحنی پوش برش

مسئله ۵ - عبورگاسی متشکل از پنج تیر طولی با دهانه ساده  $L=20m$  مطابق شکل زیر مفروض است. با استفاده از روش ساده برای بار خطی معادل ایران (فقط یک خط عبور) مطلوب است:

الف - محاسبه سهم تیرهای طولی؟

ب - رسم منحنی پوش برش تیر بحرانی؟

ج - " " " " خمش " " " " ؟



حل الف):

بارگذاری عرضی بحرانی برای تیر 1

بارگذاری عرضی بحرانی برای تیر 2

بار خطی معادل ایران عبارت است از:

$$\text{UDL} = 1 \text{ t/m/خط} = 3m$$

$$\rho = 27 \text{ t/خط} = 3m$$

$$\rho = 31 \text{ t/خط} = 3m$$

$$R_{1V} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{3} \times 2 \right) + \left( \frac{27}{3} \times 2 \right) \right] = \frac{1}{3} \text{ t/m} + 9 \text{ t}$$

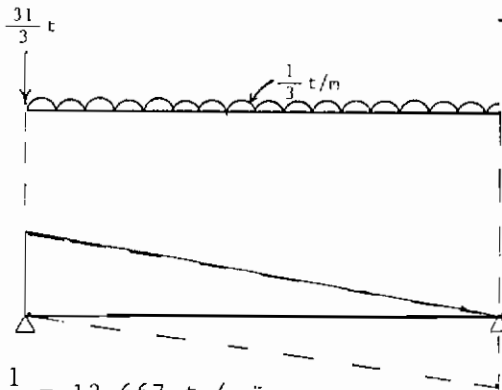
$$R_{1M} = R_{5M} = \frac{1}{3} \text{ t/m} + \frac{31}{3} \text{ t}$$

$$R_{2M} = 2 \left[ \frac{1.5 \times \frac{1}{3} \times 1.25}{2} + \frac{1.5 \times \frac{27}{3} \times 1.25}{2} \right]$$

$$R_{2M} = 0.625 \text{ t/m} + 16.875 \text{ t}$$

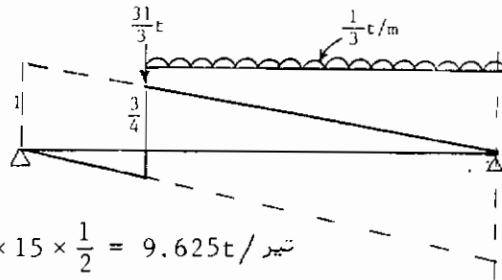
$$R_{2V} = 0.625 \text{ t/m} + 19.375 \text{ t}$$

حل ب) -



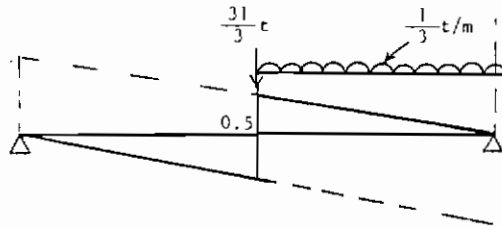
$$1 \quad \left| \quad V_0 = \frac{31}{3} + \frac{1}{3} \times 20 \times \frac{1}{2} = 13.667 \text{ t / تیر}$$

$$2 \quad \left| \quad V_0 = 19.375 + 0.625 \times 20 \times \frac{1}{2} = 25.625 \text{ t / تیر}$$



$$1 \quad \left| \quad V_5 = \frac{31}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times 15 \times \frac{1}{2} = 9.625 \text{ t / تیر}$$

$$2 \quad \left| \quad V_5 = 19.375 \times \frac{3}{4} + 0.625 \times \frac{3}{4} \times 15 \times \frac{1}{2} = 18.047 \text{ t / تیر}$$



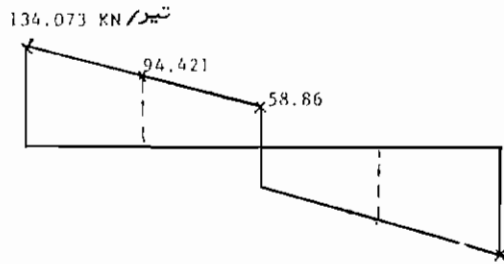
$$1 \quad \left| \quad V_{10} = \frac{31}{3} \times 0.5 + \frac{1}{3} \times 10 \times 0.5 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ t / تیر}$$

$$2 \quad \left| \quad V_{10} = 19.375 \times 0.5 + 0.625 \times 0.5 \times 10 \times \frac{1}{2}$$

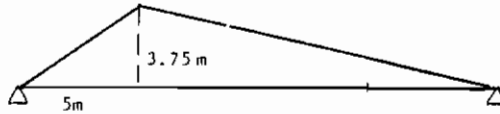
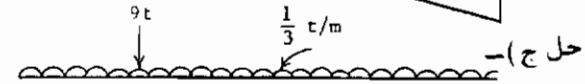
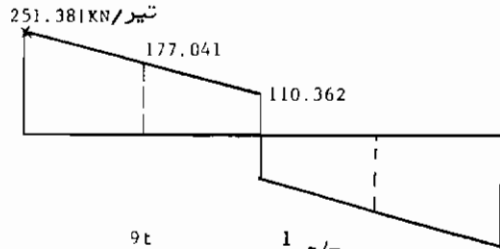
$$= 11.25 \text{ t / تیر}$$



پوشش برش تیر 1 یا 5

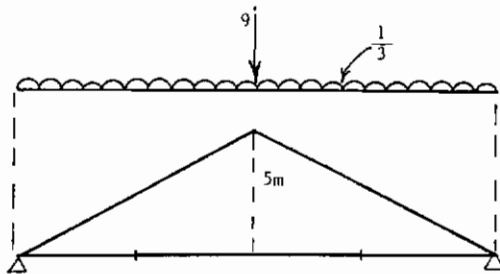


پوشش برش تیر 2، 3 یا 4



تیر 1 |  $M_{5m} = 9 \times 3.75 + \frac{1}{3} \times 3.75 \times 20 \times \frac{1}{2} = 46.25 \text{ t.m/تیر}$

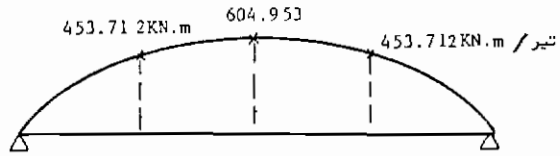
تیر 2 |  $M_{5m} = 16.875 \times 3.75 + 0.625 \times 3.75 \times 20 \times \frac{1}{2} = 86.719 \text{ t.m/تیر}$



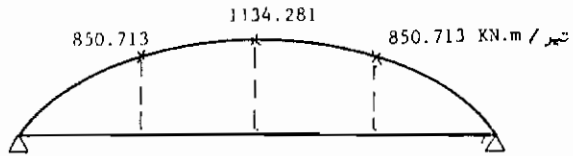
1 |  $M_{10m} = 9 \times 5 + \frac{1}{3} \times 5 \times 20 \times \frac{1}{2} = 61.667 \text{ t.m/تیر}$

2 |  $M_{10m} = 16.875 \times 5 + 0.625 \times 5 \times 20 \times \frac{1}{2} = 115.625 \text{ t.m/تیر}$

پوش لنگر تیر 1 یا 5



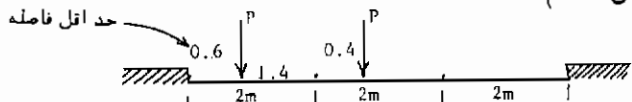
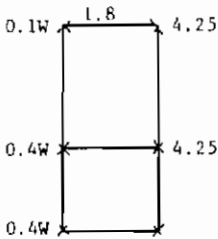
پوش لنگر تیر 2، 3 یا 4



مسئله ۶ - مطلوبست محاسبه و رسم منحنی پوش لنگر تیر (۱) و (۲) برای عبورگاه دال و تیر با روش ساده به دهانه ساده 20 m برای :

الف - یک بار کامیون HS20  
ب - یک بار خطی معادل آشتو

حل الف -



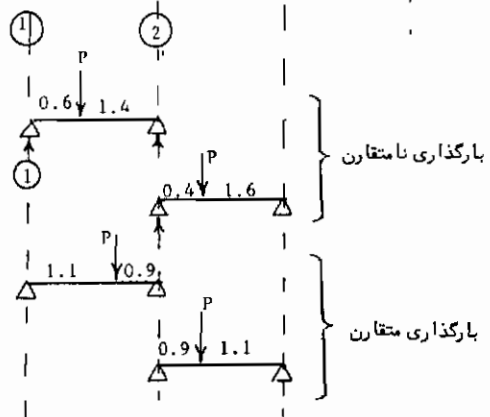
$$R_1 = \frac{1.4}{2} P = 0.7 P$$

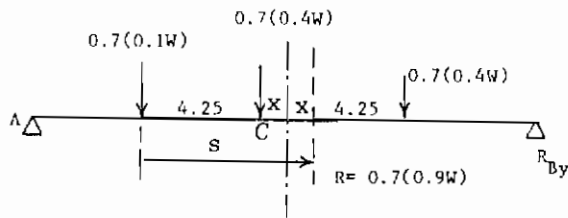
$$R_2 = \frac{0.6}{2} + \frac{1.6}{2}$$

$$= \frac{2.2}{2} = 1.1 P$$

$$\text{یا } R_2 = \left( \frac{1.1}{2} + \frac{1.1}{2} \right)$$

$$= 1.1 P$$





$$(0.7 \times 0.9) S = (4.25 \times 0.7 \times 0.4) + (8.50 \times 0.7 \times 0.4)$$

$$S = 5.667 \text{ m}$$

$$x = \frac{5.667 - 4.25}{2} = 0.708 \text{ m}$$

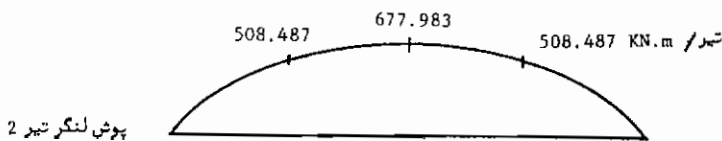
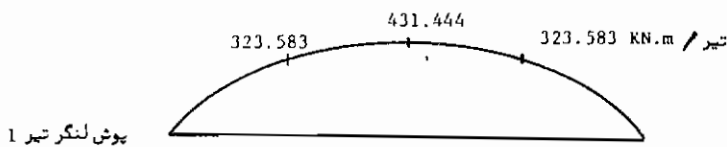
$$(0.7 \times 0.9) W \times 10.708 = R_{By} \times 20 \longrightarrow R_{By} = 0.3373 W$$

$$M_c = (0.3373 W)(10.708) - (0.7 \times 0.4W)(4.25) = 2.422 W$$

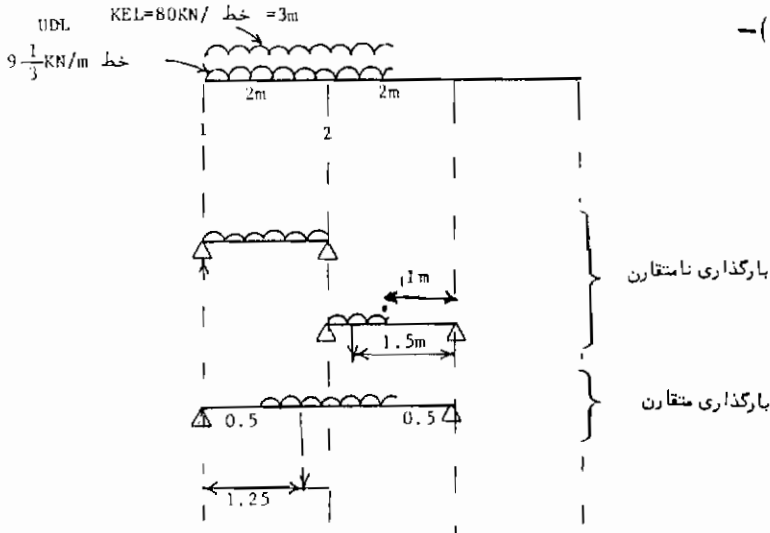
= 48.436 ت/مریکائی  
= 43.98 ت/تیر  
= 431.444 KN / تیر

$$M\left(\frac{L}{4}\right) = M\left(\frac{3L}{4}\right) = \frac{3}{4} \times 2.422 W = 1.8165 W$$

= 32.985 ت/تیر  
= 323.583 KN/تیر



حل ب -



$$R_1 = \left(\frac{9 \frac{1}{3}}{3}\right) \left(\frac{2}{2}\right) + \left(\frac{80}{3}\right) \left(\frac{2}{2}\right)$$

$$= 3.111 + 26.667$$

$$R_2 = \left[ 3.111 + \left(\frac{9 \frac{1}{3}}{3} \times \frac{1.5}{2}\right) \right] + \left[ 26.667 + \left(\frac{80}{3} \times \frac{1.5}{2}\right) \right]$$

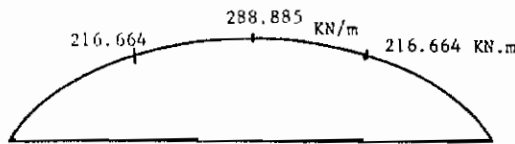
$$= 5.444 + 46.667$$

با استفاده از بارگذاري منتقارن داریم :

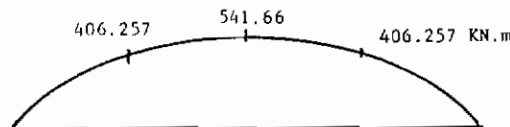
$$\frac{1.25}{2} \times 2 \times \left(\frac{9 \frac{1}{3}}{3} \times 1.5 + \frac{80}{3} \times 1.5\right) = \left(9 \frac{1}{3} + 80\right) 0.625$$

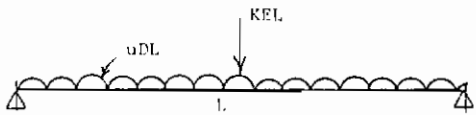
$$R_2 = 5.833 + 50 = R_{2max}$$

پوش لنگر تير 1



پوش لنگر تير 2

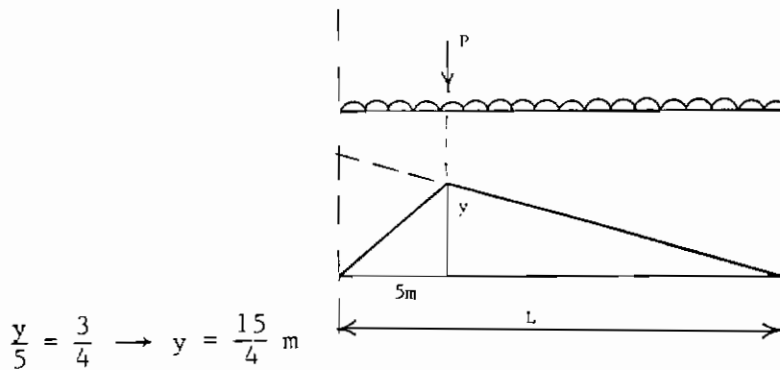




$$M_{\max.} = \frac{\omega L^2}{8} + \frac{PL}{4}$$

$$M_{\max.1} = \frac{3.111 \times 20^2}{8} + \frac{26.667 \times 20}{4} = 288.885 \text{ KN.m/تیر}$$

$$M_{\max 2} = \frac{5.833 \times 20^2}{8} + \frac{50 \times 20}{4} = 541.65 \text{ KN.m/تیر}$$



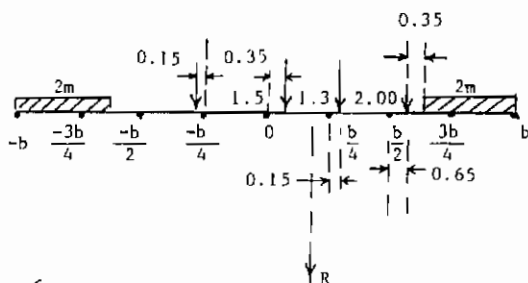
$$M_{\max \frac{L}{4}} = \frac{1}{2} y \times L \times \omega + P \times y$$

$$\text{تیر 1 } M_{\max \frac{L}{4}} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{4} \times 20 \times 3.111 + 26.667 \times \frac{15}{4} = 216.664 \text{ KN./m}$$

$$\text{تیر 2 } M_{\max \frac{L}{4}} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{4} \times 20 \times 5.833 + 50 \times \frac{15}{4} = 406.237 \text{ KN.m/تیر}$$

مسئله ۷ - عبورگاه پلی با دهانه ساده  $2a=L=12\text{m}$  ساخته شده از دال تخت توپیر به عرض کلی  $12\text{m}$  مطابق شکل زیر مفروض است. در صورتیکه دوبار کامیون  $45$  تنی ایران به عبورگاه اعمال گردد مطلوبست محاسبه لنگر خمشی طولی حداکثر مطلق با استفاده از روش ماسونت (روش تقریبی).

حل :



$$\theta = \frac{b}{2a} = \frac{6}{12} = 0.5$$

$$\frac{b}{4} = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ m}$$

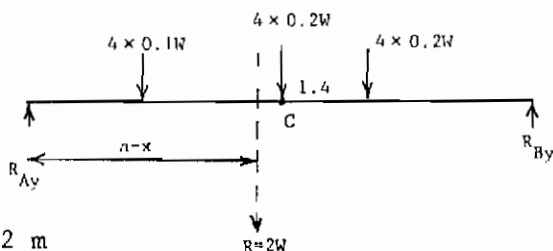
برآیند تقریباً " نزدیک به  $\frac{b}{4}$  می باشد بنابراین :

$$\alpha = 1$$

$$e \approx \frac{b}{4}$$

$$\theta = 0.5 K_1$$

$$y = \frac{b}{2} \rightarrow K_{\max.} \approx 1.1603$$



$$x = 0.32 \text{ m}$$

$$a = 6 \text{ m}$$

$$R_{Ry} = \frac{2W \times (a-x)}{12}$$

$$M_{x\text{mean}} = \frac{1}{2b} \times [(R_{Ry})(a-x) - (0.8W)(1.4)]$$

$$= \frac{1}{2b} \left[ \frac{W(a-x)^2}{6} - 0.8W \times 1.4 \right]$$

$$= 0.3547 W$$

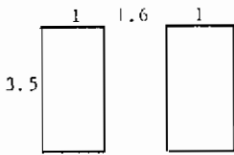
$$\begin{aligned}
 M_{x\max.} &= 1.1 \times 1.1603 \times 0.3547 \text{ w} = 0.4528 \text{ w} \\
 &= 20.375 \text{ t.m/m} \\
 &= 199.882 \text{ KN.m/m}
 \end{aligned}$$

مسئله ۸ - عبورگاه بتنی دال با مشخصات دهانه ساده ۱۵ m ، عرض ۱۲ m مفروض است برای بار یک تانک ارتشی مطلوبست است محاسبه  $M_{x\max}$  با استفاده از روشهای زیر، عرض پیاده رودر هر طرف ۱/۵ متر فرض گردد .

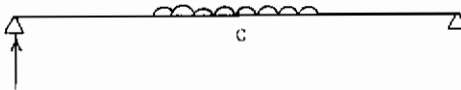
الف - روش ساده (نواری به عرض واحد بدون پخش عرضی بار) .

ب - روش تقریبی ماسونت .

ج - روش دقیق ماسونت .



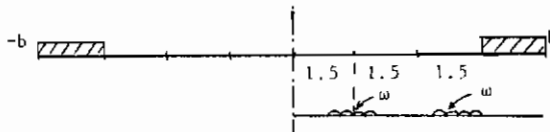
$$\omega = \frac{35}{3.5} = 10 \text{ t/m}$$



حل الف) -

$$\begin{aligned}
 M_c &= \left( \frac{35}{2} \times \left( \frac{15}{2} \right) - \left( \frac{35}{2} \right) \left( \frac{1.75}{2} \right) \right) \\
 &= 115.937 \text{ t.m/m} = 1137.347 \text{ KN.m/m}
 \end{aligned}$$

حل ب) -

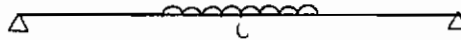


$$\frac{b}{4} = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ m}$$

$$\theta = \frac{b}{2a} = \frac{6}{15} = 0.4 \longrightarrow \theta = 0.4 \text{ k}_1$$

$$e \approx \frac{b}{2} \longrightarrow K_{\max.} = 1.2893$$

$$\omega = \frac{70}{3.5} = 20 \text{ t/m}$$



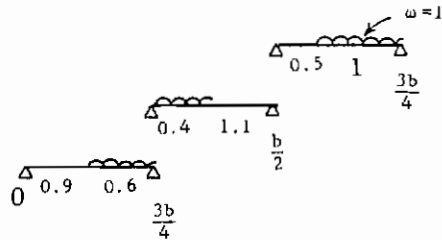
$$M_{x\text{mean.}} = M_c = \frac{(\text{الف})M_c \times 2}{12}$$

$$M_{x\text{max.}} = \frac{115.937 \times 2}{12} = 19.323 \text{ t.m/m} = 189.557 \text{ KN.m/m}$$

$$= 1.1 \times 1.2893 \times 189.557 = 268.835 \text{ KN.m/m}$$

$$= 27.404 \text{ t.m/m}$$

حل ج -



$$\lambda_{\frac{3b}{4}} = \frac{\omega \times 1}{1.5} = \frac{1}{1.5} \quad \omega = 0.6667$$

$$\lambda_{\frac{b}{2}} = \frac{0.5 + (0.4)(0.2)}{1.5} = 0.3866$$

$$\lambda_{\frac{b}{4}} = \frac{(0.4)(1.3) + (0.6)(1.2)}{1.5} = 0.8267$$

$$\lambda_o = \frac{(0.6)(0.3)}{1.5} = 0.1200$$



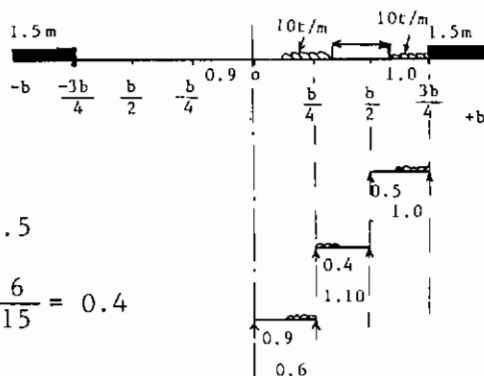
e	0	b/4	b/2	3b/4	$\Sigma \lambda k_1 / 2$
$\lambda$	0.1200	0.8267	0.3866	0.6667	
y	0	0	0	0	0
0	1.0601	1.0414	1.0030	0.9613	1.0084
b/4	1.0414	1.0914	1.1051	1.0994	1.0937
b/2	1.0030	1.1051	1.1931	1.2489	1.1639
3b/4	0.9613	1.0994	1.2489	1.3940	1.2182
b	0.9220	1.0893	1.2893	1.5188	1.2611

$$M_{x\max.} = 1.1 \times \left( \frac{\Sigma \lambda k_1}{2} \right)_{\max.} \times M_{x\text{mean.}}$$

$$= 1.1 \times 1.2611 \times 189.557 = 262.955 \text{ KN.m/m}$$

$$= 26.805 \text{ t.m/m}$$

مسئله ۹ - عبورگاهی با دهانه ساده ۱۵m ساخته شده از دال تخت توپر مطابق شکل زیر مفروض است. مطلوبست محاسبه لنگر خمشی طولی حداکثر مطلق در اثر بار یک تانک ارتشی استاندارد ۷۰ تنی ایران یا استفاده از روش ماسونت (دقیق).



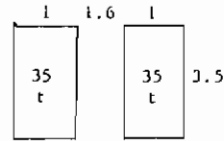
حل:

$$\frac{b}{4} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$\theta = \frac{b}{2a} = \frac{6}{15} = 0.4$$

$$\alpha = 1$$

$$\lambda_o = \frac{10 \times 0.6 \times 0.3}{1.5} = 1.2$$



$$\lambda_{\frac{b}{4}} = \frac{10 \times 0.6 \times 1.2}{1.5} + \frac{10 \times 0.4 \times 1.3}{1.5} = 8.267$$

$$\lambda_{\frac{b}{2}} = \frac{10 \times 0.4 \times 0.2}{1.5} + \frac{10 \times 1 \times 0.5}{1.5} = 3.867$$

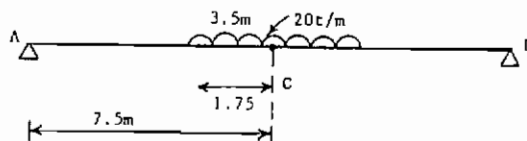
$$\lambda_{\frac{3b}{4}} = \frac{10 \times 1 \times 1}{1.5} = 6.666$$

$$\Sigma \lambda = 20.00 \quad \text{و.ك.}$$

y \ e	0	b/4	b/2	3b/4	$\Sigma \lambda K_1$
$\lambda$	1.2	8.267	3.867	6.666	
0	1.0601	1.0414	1.0030	0.9613	20.1680
b/4	1.0414	1.0914	1.1051	1.0994	21.8743
b/2	1.0030	1.1051	1.1931	1.2489	23.2783
3b/4	0.9613	1.0994	1.2489	1.3940	24.3642
b	0.9220	1.0893	1.2893	1.5188	25.2217

$$(\Sigma \lambda K_1)_{\max.} = 25.2217 \longrightarrow K_{\max.} = \frac{(\Sigma \lambda k_1)_{\max}}{\Sigma \lambda}$$

$$K_{\max.} = \frac{25.2217}{20} = 1.2611$$



$$M_{x\text{mean.}} = \frac{Mc}{2b} = \frac{1}{12} (35 \times 7.5 - 20 \times \frac{1.75^2}{2}) = 19.3229 \text{ t.m/m}$$

$$M_{x\text{max.}} = 1.1 \times 1.2611 \times 19.3229 = 26.8049 \text{ t.m/m}$$

$$= 262.956 \text{ KN.m/m}$$

اگر با روش تقریبی ماسونت محاسبه گردد با توجه به اینکه  $e \approx \frac{b}{2}$  است پس داریم:

$$K_{\text{max.}} = 1.2893$$

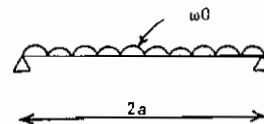
$$M_{x\text{max.}} = 1.1 \times 1.2893 \times 19.3229 = 27.4043 \text{ t.m/m}$$

$$= 268.836 \text{ KN.m/m}$$

مسئله ۱۰- عبورگاهی با دهانه ساده  $2a=12\text{m}$  ساخته شده از دال تخت توپر به وزن مخصوص  $24\text{KN/m}^3$  و عرض کلی  $2b=8\text{m}$  مفروض است. ضخامت دال  $0.7\text{m}$  بوده، مطلوبست تعیین لنکر خمشی عرضی در اثر بار مرده با استفاده از روش ماسونت (لنکر حداکثر).

$$M_y = \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{n\theta} \cdot H_n \cdot b \cdot \sin \frac{n\pi x}{2a}$$

$$H_n = \frac{4\omega_0}{n\pi} \sin^2 \frac{n\pi}{2a}$$



$$M_y = \frac{4\omega_0 b}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \mu_{n\theta} \cdot \sin^2 \frac{n\pi}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi x}{2a}$$

$$x = a \longrightarrow M_y = M_{y\text{max.}}$$

$$M_{y\text{max.}} = \frac{4\omega_0 b}{\pi} \left( \frac{1}{1} \cdot \mu_{1\theta} \cdot \sin^2 \frac{\pi}{2a} \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \cdot \mu_{2\theta} \cdot \sin^2 \frac{\pi}{a} \cdot \sin \pi \right)$$

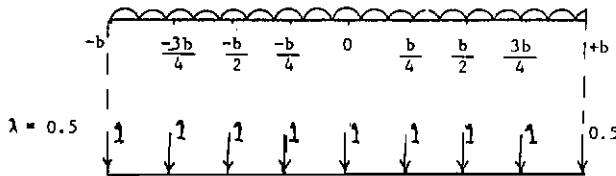
$$\begin{aligned}
 &+ \frac{1}{3} \cdot \mu_{3\theta} \cdot \sin^2 \frac{3\pi}{2a} \cdot \sin \frac{3\pi}{2} \\
 &+ \frac{1}{4} \cdot \mu_{4\theta} \cdot \sin^2 \frac{2\pi}{a} \cdot \sin 2\pi \\
 &+ \frac{1}{5} \cdot \mu_{5\theta} \cdot \sin^2 \frac{5\pi}{2a} \cdot \sin \frac{5\pi}{2} + \dots
 \end{aligned}$$

$$M_{y_{max.}} = \frac{4 \omega_0 b}{\pi} \left( \mu_{1\theta} \cdot \sin^2 \frac{\pi}{2a} - \frac{1}{3} \mu_{3\theta} \cdot \sin^2 \frac{3\pi}{2a} + \frac{1}{5} \mu_{5\theta} \sin^2 \frac{5\pi}{2a} \right)$$

وزن دال در هر متر مربع =  $24 \times 0.7 = 16.8 \text{ KN/m}^2$

$\omega_0$  کل بار عرضی =  $16.8 \times 8 = 134.4 \text{ KN/m}$  طول / عرض = 12m

$$\theta = \frac{b}{2a} = \frac{4}{12} = 0.33$$



e	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b	$\Sigma \lambda \mu_1 \times 10^4$	$\Sigma \lambda \mu_1 / \Sigma \lambda$
$\lambda$	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5		
$1\theta=0.33$	-1000	-400	300	1050	2050	1050	300	-400	-1000	2950	0.0368 = $\mu_{1\theta}$
$3\theta=1.00$	-100	-100	-100	180	900	180	-100	-100	-100	760	0.0095 = $\mu_{3\theta}$
$5\theta=1.67$	0	0	0	0	550	0	0	0	0	68	0.0068 = $\mu_{5\theta}$

$$\begin{aligned} M_{y\max.} &= \frac{4 \times 134.4 \times 4}{\pi} \left[ 0.0368 \sin^2 \frac{\pi}{12} - \frac{1}{3} \times 0.0095 \sin^2 \frac{3\pi}{12} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5} \times 0.0068 \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right] \\ &= \frac{4 \times 134.4 \times 4}{\pi} [0.0025 - 0.0016 + 0.0013] \end{aligned}$$

$$M_{y\max.} = 1.5059 \text{ KN.m/m}$$

## منابع اصلی کتاب

- 1 . Design of Modern Concrete Highway Bridges C.P. Heins + R.A. Lawrie.
- 2 . Handbook of structural Concrete Kong. Evans.Cohen. Roll.
- 3 . Bridge Analysis Ry Microcomputer Leslie G. Jaeger+ Baidor Bakht.
- 4 . Bridge Analysis Simplified Bakht/Jaeger.
- 5 . Concrete Bridges D.Bekett.
- 6 . Concrete Bridge Design R.E. Rowe.
- 7 . Methods of Analysis And Design of Concrete Boxbeams with side Cantilevers (Technical Report)- B.I. Maisel.
- 8 . Analysis of structures M. Smolira.
- 9 . Bridge Aeshetics and Design F.Leonhardt.
10. British standard BS 5400.
11. Design of concrete bridges M.G. Aswani+v.N.vazirani + M.M Ratwani.
12. AASHTO





FERDOWSI UNIVERSITY OF MASHHAD

*Publication, No. 123*

**Fundamentals of**  
***CONCRETE BRIDGES***

by :

**M. HOSSEINI**

*Ferdowsi University Press*

1992



