

مبانی آنزوستیک

لارنس ای. کینزler

آستین آر. فرای

ترجمه

دکتر ضیاء الدین اسماعیل بیگی

دکتر مهدی برکشلی

درباره مؤلفان

لارنس ای. کینزلر دکترای فیزیک را بسال ۱۹۳۴ از انستیتوی تکنولوژی کالیفرنیا دریافت داشت. از ۱۹۳۴ تا ۱۹۴۱ استادیار فیزیک کالج رالینز بود. سپس افسر دریایی شد و از ۱۹۴۶ تاکنون استاد فیزیک آموزشگاه فوق لیسانس نیروی دریایی ایالات متحده است. دکتر کینزلر شانزده سال است که مسئول برنامه ریزی فوق لیسانس برای افسرانی است که در آکوستیک زیر آبی تخصص می یابند تا به یاری آن زیردریاییها، مینها، و اژدرها را آشکار سازند. مؤلف عضو انجمن آکوستیک آمریکاست.

آستین آر. فری دکترای فیزیک را به سال ۱۹۲۹ از دانشگاه هاروارد گرفت. تا سال ۱۹۴۲ در گروه فیزیک دانشگاه لی های تدریس می کرد، و سپس فیزیکدان دانشگاه جان هاپکینز شد. در سال ۱۹۴۶ به دانشکده فوق لیسانس نیروی دریایی آمریکا پیوست و هم اکنون ریاست گروه فیزیک آنجا را برعهده دارد. دکتر فری مؤلف «مبانی ارتباطات رادیویی» نیز هست، که در ۱۹۴۴ انتشار یافت.

فهرست مطالب

۱	اصول ارتعاش	۱
۳۶	تارهای مرتعش	۲
۶۰	ارتعاشهای میله‌ها	۳
۸۸	ارتعاش پوسته‌های گرد و ورقه‌ها	۴
۱۱۸	موجهای آکوستیکی تخت	۵
۱۴۰	پدیده‌های تراگیل	۶
۱۶۸	موجهای آکوستیکی کروی	۷
۲۰۳	رزوناتورها و صافیها	۸
۲۳۷	جذب موجهای صوتی در شاره‌ها	۹
۲۷۱	بلندگوها	۱۰
۳۲۳	میکروفونها	۱۱
۳۶۶	تراگذارهای فراصوتی و سونار	۱۲
۴۱۶	گفتار، شنوایی، و نوفه	۱۳
۴۵۷	آکوستیک ساختمانی	۱۴
۵۰۱	آکوستیک زیر آبی	۱۵
۵۴۹	پیوست : چند جدول	
۵۵۷	صورت نمادها	
۵۶۱	پاسخ به مسائل فرد	
۵۶۷	واژه‌نامه	
۵۸۳	فهرست راهنما	

پیشگفتار مؤلفان

نخستین هدف این کتاب این است که اصول اساسی تولید، انتقال، و دریافت موجهای آکوستیکی را به صورتی ساده و فشرده بشناساند. هدف دوم آن به کار بستن این اصول است در رشته‌های مهمی از آکوستیک کاربردی^۱. پیشرفتهای دامنه‌دار چند دهساله گذشته چنان این رشته‌ها را در بر گرفته که تشریح همه آنها در یک جلد کتاب میسر نتواند بود. بدین سبب، لازم آمده است که مباحثهای این کتاب انتخابی شوند و بسط هر یک محدود گردد.

در این کتاب هدف اصلی ما آشنا ساختن دانشجو بوده است با مفهومیهای اساسی و اصطلاحات موضوع مورد بحث و روشهای تحلیلی، که برای روبه‌رویی با مسائل آکوستیکی در دسترس است. ^۲ نه فصل اول کتاب تجزیه و تحلیلی است از انواع گوناگون ارتعاش اجسام جامد، و انتشار موجهای صوتی در محیطهای شاره‌ای^۳. این نه فصل برای یک درس نیمسال «مبانی آکوستیک نظری» بسنده خواهد بود. همچنین ممکن است آن را برای نیمسال اول درس یکساله «آکوستیک نظری و کاربردی» اختصاص داد. شش فصل بقیه مربوط به شماره معدودی از کاربردهای آکوستیک است. انتخاب آنها یا بسبب اهمیت بیش از اندازه آنهاست، از لحاظ معرفی کاربرد علمی روشهای ریاضی که در فصلهای قبل آمده، یا بدین سبب است که شرح مناسبی از آنها در سایر کتابها به آسانی در دسترس نبوده است. چون هر یک از شش فصل اخیر مستقل و مبحث جداگانه‌ای است در یک درس دو نیمسال می‌تواند یک یا چند فصل از آنها را کنار گذارد، و کتابهای تخصصی دیگر آکوستیک را تدریس کرد.

عاملی که در نوشتن این کتاب مورد نظر قرار گرفته، بستگی نزدیکی است که بین مهندسی الکتریکی و آکوستیکی وجود دارد. نه تنها در قریب به تمام ابزارهای تولید و دریافت موجهای آکوستیکی طرز کارشان تبدیل انرژی الکتریکی به آکوستیکی است و بعکس، بلکه فرمولبندی ریاضی بسیاری از مسائل آکوستیکی، فرمولبندی مسائل نظیر آن در پخش جریانهای پرفرکانس در خطوط و شبکه‌ها مشابهت دارد، و بعلاوه مسلم شده است که طرح و تجزیه بسیاری از ابزارهای آکوستیکی با تبدیل عوامل مکانیکی و آکوستیکی آنها مانند جرم و فشار به کمیتهای مشابه الکتریکی و کاربرد نتایج نظری و عملی حاصل از مدارهای الکتریکی نظیر، در آنها به مراتب از مطالعه مستقیم آسانتر می‌شود. بادر نظر گرفتن عوامل فوق، نشانه‌های مکانیکی و آکوستیکی

به کار رفته در این کتاب چنان اختیار شده‌اند که تشابه بین این دو رشته و تبدیل نتایج یکی به دیگری تطابق کند. بعلاوه به کار بردن مداوم واحدهای MKS در این کتاب تبادل مفهومیها و تکنیکها را بین مهندس الکتریکی و آکوستیکی روشنتر می‌سازد.

این کتاب را می‌توان با سهولت در دوره لیسانس و فوق لیسانس فیزیک و مهندسی برق و مهندسی الکترونیک و مشابه آن تحصیل کرد. مقدمات لازم برای مطالعه این کتاب عبارتند از مکانیک، الکتروسیسته و روشهای عادی حساب دیفرانسیل و انتگرال^۱، از آن جمله مشتقات جزئی. چون این کتاب پیش از آنکه یک دایرةالمعارف و منبع مراجعه محسوب شود، یک کتاب درسی است، از شرح کامل منابع و ذکر نام آنها خودداری شده است؛ مگر در مواردی که شرح موضوعی ناقص و لزوم مراجعه به منبع اصلی احساس شده یا دانستن اطلاعات دقیقتری برای خواننده مفید تشخیص داده شده باشد. در یافتن معادله‌ها سعی کرده‌ایم هر معادله را از قانونهای اساسی فیزیک به دست آوریم. بدین منظور، نه تنها با شرح جزئیات مراحل ریاضی آن را تشریح کرده‌ایم، بلکه روشهای منطقی را نیز که برای نتیجه‌گیری فرمولهای فوق به کار آیند گوشزد ساخته‌ایم. از اثبات معادله‌هایی که در درجه دوم اهمیت قرار دارند خودداری کرده‌ایم، و در عوض آنها را در ترمینهای ضمن مسائلی که در آخر هر فصل هست گنجانیده‌ایم، و حل آنها را به عهده دانشجو گذارده‌ایم.

توجه خاص در انتخاب دسته مسائل هر فصل به کار رفته است تا توانایی دانشجو در به کار بردن معلومات آموخته هنگام بر خورد با اوضاع و مسائلی جدید مورد سنجش قرار گیرد. برای کمک به خود آموزان پاسخهای مسائل شماره‌های فرد در ضمیمه کتاب آمده‌اند، و نیز جدولهایی از پایاهای فیزیکی و تابعهای ریاضی در ضمیمه کتاب داده شده است.

تا حد امکان اصطلاحات آکوستیکی که به وسیله مؤسسه استاندارد های آمریکا توصیه شده است در این کتاب به کار رفته، و مجموعه‌ای از علامات در آخر کتاب ضمیمه شده است تا از اشتباهاتی که در به کار بردن کمیتهای متعدد فیزیکی به وسیله برخی از علامات بیشتر معمول رخ می‌دهد، جلوگیری شده باشد.

نوشتن چاپ دوم این کتاب مسئولیت و کار عمده یکی از مؤلفان آن (ال. ئی. کینزلر) بوده است. تفاوت آن نسبت به چاپ اول در موارد مهم زیر است. واحدهای دستگاه MKS جایگزین دستگاه CGS گشته و مطالب بسیاری به فصلهای مربوط به تراگسیل، شنوایی و آکوستیک ساختمانی اضافه شده است. فصل مربوط به جذب موجهای صوتی در سطح پیشرفته‌تر و با تطبیق با اطلاعات کنونی دوباره نوشته شده است. بسیاری از مطالب مربوط به بلندگوهای بوقی که در چاپ اول در فصل جداگانه ارائه شده است حذف گردیده، و بقیه آن در فصل دیگری تحت عنوان بلندگوها گردآوری شده است. فصل مربوط به فراصوت حذف گردیده است، چه تفصیل این موضوع در فصلی جداگانه بیشتر کتاب را به جنبه دایرةالمعارفی آن نزدیک می‌ساخت تا به جنبه اساسی تدریسی آن. فصل تازه‌ای تحت عنوان فراصوت و تراگذارهای صوتی اضافه

گردیده است. فصل مربوط به آکوستیک زیرآبی نظر به اهمیت روز افزون این شاخه از آکوستیک بسط فراوان یافته است. تغییرات جزئی بسیاری به پیروی از نظرات و پیشنهادهای دریافت شده از خوانندگان چاپ اول، در این کتاب داده شده است، و بدین وسیله قدردانی خود را از این همکاری ابراز می‌داریم.

لارنس ئی. کینزئر

آستین آر. فرای

مانتری، کالیفرنیا

ژوئیه ۱۹۶۲

مقدمه مترجمان

از زمانهای باستان تا قرن هجدهم میلادی تنها نام چند تن فیلسوف و نظری‌دان موسیقی را می‌توان یافت که به مطالعه آکوستیک پرداخته باشند. آکوستیک موسیقی تنها موضوع فیزیکی مورد بحث آنان بوده است که در آن قانون کمی را کشف کرده‌اند: فیثاغورث با مقایسه ارتفاع صداهای موسیقی با طولهای مولد آنها در تار مرتعش، نخستین بار ارقام را در فیزیک وارد ساخته است. فارابی و ابن سینا ایجاد و خواص ارتعاشهای صوتی را کاملتر از پیشینیان خود تشریح کرده‌اند. از طرف دیگر، آکوستیک ساختمانی از قرن‌ها پیش از میلاد عملاً مورد توجه بوده است. در ساختمان‌تئترهای قدیم یونانی و رومی برخی از مسائل مربوط به آکوستیک ساختمانی مراعات و حل شده است. در بناهای تاریخی ایران مانند کاخ عالی قاپو و مسجد شاه اصفهان عواملی از آکوستیک نمودار است که در خور مطالعه و تحقیق می‌باشد.

در دوره تجدد با عقاید گالیله و بیکن^۱ درباره روش تحقیقات علمی و اصل تطبیق مشاهدات با یکدیگر و بدست آوردن نتیجه و قانون مشترک از آن مشاهدات علم جدید پیریزی می‌شود و علوم طبیعی از رکود چند هزار ساله خارج گشته و با سرعت روز افزون پیشروی می‌کند.

در آغاز قرن هفدهم مرسن^۲ با اندازه‌گیری ارتفاع صداهای گام، بین آکوستیک و هنر موسیقی پلی برقرار می‌سازد. آزمایشهای اتوگریک^۳ بوسیله ماشین تخلیه هوا نشان می‌دهد که صوت در تهی منتشر نمی‌شود. در اواخر قرن هفدهم سور^۴ وجود گره و شکم را در موجهای صوتی کشف می‌کند و در همین اوان نیوتن نخستین تشریح ریاضی انتشار صوت را بر پایه خواص ارتجاعی محیطها اعلام می‌دارد.

در قرن هجدهم دالامبر^۵ و دانیل برنولی^۶ مسائل تارهای مرتعش را تشریح می‌کنند و فرمول ریاضی مهم آنها را به نام معادله تارهای مرتعش هم در فیزیک و هم در ریاضی کشف می‌کنند.

در قرن نوزدهم دانشمندانی مانند دولن^۷، ورتایم^۸، رینول^۹، کلادن^{۱۰}، ستورم^{۱۱}، روشهای گوناگون سرعت صوت را در محیطهای مختلف اندازه‌گیری می‌کنند. هلمهولتز^{۱۲}

1) Bacon 2) P. Mersenne 3) Otto Guerike 4) Sauveur 5) D'Alembert
6) Daniel Bernoulli 7) Dulong 8) Wertheim 9) Regnault 10) Colladon
11) Sturm 12) Helmholtz

و کونینگ^۱ بوسیله رزوناتورهای خود زنگ صدا را تجزیه می‌کنند و راه را برای تجزیه و ترکیب صداها باز می‌سازند.

کشف قوانین ارتعاشهای صوتی راه را برای مطالعه پدیده‌های دیگر ارتعاش هموار ساخته است. در قرن هفدهم و هجدهم هنگامی که چگونگی انتشار موجهای صوتی بوسیله تأثیر نقطه به نقطه و مشخصات اصلی صوت مانند فرکانس و طول موج کشف گردید دامنه تحقیق با روشهای مشابهی به بحث در چگونگی انتشار نور کشانده شد و نظریه موجی بوسیله هویگنس^۲ پی‌ریزی گردید. در فرضیه‌های فرنل^۳ تشابه کاملی بین روشهای صوتی و نوری پدیدار است و اثر که در فرضیه فرنل حامل موجهای نوری است دارای خواص ارتجاعی مشابه با اجسام یکنواخت گرفته شده است.

هنگامی که ماکسول^۴ نظریه‌های الکتروماتیکی نور را به‌میان آورد. فرضیه اتری کنار گذارده شد ولی خواص موجی آن و تأثیر نقطه به نقطه در آن باقی ماند. اشتراك معادله‌های انتشار صوت و نور که دو پدیده متمایزند بوسیله نظریه‌های مشترکی در بیان آثار مشابه آن دو مانند تداخل و پراش مسلم گردید.

در اواخر قرن نوزدهم وسایل ضبط صوت به‌وسیله ادیسن^۵ و وسایل انتقال الکتریکی صوت به‌وسیله بل^۶ کشف می‌شود و موارد استعمال فنی و صنعتی آن توسعه می‌یابد.

قرن بیستم دوره تکامل و ترقی در علوم و صنایع است و دامنه مطالعات علمی درباره ارتعاش آکوستیکی از حدود فروصوتی تا فرکانس ۲۰ و صداهای قابل احساس از ۲۰ تا ۲۰۰۰۰ به ارتعاشهای سریعتر کشانده می‌شود و در دوره فراصوتی از ۲۰۰۰۰ تا ۱۰ میلیون و بالاتر از آن موجهای مافوق صدا تا حدود فرکانس ۱۰^{۱۳} که سبب تحریکهای گرمائی در جامدات و آبگوها می‌شود و موارد استفاده صنعتی متعدد آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. از نظر کاربردهای صنعتی در اثر توسعه الکتروآکوستیک تحولات و ترقیات فوق‌العاده‌ای در روشهای اندازه‌گیری رخ می‌دهد. سباین^۷ قوانین و شرایط مطبوع بودن صدا را در اتاقها کشف می‌کند و آکوستیک ساختمانی را پی‌ریزی می‌نماید. تحولات شگرف در فیزیک الکترونی سبب پیشرفت روزافزون وسایل آکوستیک صنعتی و تکامل دستگاههای ثبت و ضبط می‌گردد.

این تاریخچه مختصر از تحول علمی آکوستیک نشان می‌دهد که در سیر تکامل علوم به‌سوی وحدت کامل، آکوستیک علم زنده‌ای باقی مانده است که در نیم قرن اخیر گامهای بلندی در سیر تکاملی تمدن پیموده است و اکنون به رشته‌های تخصصی گوناگون تقسیم شده است. چنانکه در هفتمین کنگره آکوستیک که از مردادماه سال جاری در بوداپست تشکیل گردید علاوه بر ۱۴ مقاله تحقیقی درباره آخرین کشفیات مربوط به رشته‌های مختلف آکوستیک در حدود ۷۰۰ مقاله تحقیقی در رشته‌های مختلف آکوستیک در ده گروه به شرح زیر ایراد گردید: آکوستیک

1) Koenig 2) Huygens 3) Fresnel 4) Maxwell 5) Edison 6) Bel
7) Sabine

ساختمانی و سالنها؛ آکوستیک مولکولی؛ ارتباط، گویش، و نشانه‌ها؛ نوفه و آکوستیک هوایی؛ الکتروآکوستیک و ابزارهای آن؛ آکوستیک فیزیکی؛ شنوایی و آکوستیک فیزیولوژی؛ آکوستیک ذهنی و موسیقی؛ فراصوت و آکوستیک زیرآبی؛ ارتعاشهای فرصوتی و آکوستیک ناخطی.

همچنین ۱۰ میزگرد درباره موضوعهای زیر تشکیل گردید: تخمین ذهنی در آکوستیک اتاق؛ آکوستیک به‌وسیله حسابرگها؛ گروه فرانسه‌های شنوایی؛ توسعه مواد آکوستیکی؛ بسط روشهای فراصوتی برای تشخیص امراض در پزشکی؛ پارامترهای جدید در آکوستیک اتاق؛ نوفه در شهرسازی؛ ماکروسونی در صنعت؛ استانده ساختن نوفه؛ آکوستیک موسیقی. نگاهی به برنامه این کنگره نشان می‌دهد که تا چه اندازه آکوستیک بسط فراوان یافته و رشته‌های گوناگون را دربر گرفته است. در چند سال پیش در زمینه اجرای منشور انقلاب آموزشی تجدید نظر کلی در برنامه آکوستیک دانشکده علوم تهران و تطبیق آن با پیشرفتهای موضوعهای جدید این علم به عمل آمد و کتاب درسی که حاوی مبانی آکوستیک و زمینه محکمی در دوره لیسانس برای دانشجویان باشد جستجو گردید و در نتیجه کتاب مبانی آکوستیک که به‌وسیله آقایان کینزler و فرای استادان فیزیک تألیف شده است انتخاب شد. در حقیقت این کتاب پنج بار بررسی و تجدید چاپ گردیده و ترجمه فعلی از آخرین چاپ که در سال ۱۹۶۷ بوده به‌عمل آمده است. کتاب شامل پانزده فصل است که هشت فصل اول آن به‌وسیله مهدی برکشلی و هفت فصل آخر آن به‌وسیله ضیاءالدین اسمعیل بیگی ترجمه شده است.

اینک این ترجمه به‌عنوان کتاب درسی برای تدریس آکوستیک در دوره لیسانس رشته فیزیک دانشکده‌های علوم و رشته‌های مهندسی دانشکده‌های فنی تعیین گشته و به‌چهار قسمت برای چهار نیمه سال (سالهای سوم و چهارم) به‌ترتیب زیر تقسیم شده است:

صوت (۱) مبانی آکوستیک شامل چهار فصل: اصول ارتعاش، تارهای مرتعش، ارتعاش میله‌ها، ارتعاش پوسته‌های گرد و ورقه‌ها برابر ۳ واحد برای نیمه اول سال سوم رشته فیزیک؛ صوت (۲) مبانی آکوستیک شامل سه فصل: موجهای آکوستیکی تخت، موجهای آکوستیکی کروی، رزونانورها و صافیها، برابر ۲ واحد برای نیمه دوم سال سوم رشته فیزیک؛ صوت (۳) الکتروآکوستیک و آکوستیک زیرآبی شامل چهار فصل: بلندگوها، میکروفونها، تراگذارهای فراصوتی و سونارها، آکوستیک زیرآبی برابر ۳ واحد برای نیمه اول سال چهارم. صوت (۴) آکوستیک ساختمانی شامل چهار فصل: پدیده‌های تراگیل، جذب موجهای صوتی در شاره‌ها، گفتار و شنوایی و نوفه، آکوستیک ساختمانی برابر ۲ واحد برای نیمه دوم سال چهارم.

نکات زیر در مورد این کتاب و ترجمه آن قابل توجه می‌باشد:

(۱) بطوری‌که مؤلفان محترم در پیشگفتار بیان داشته‌اند محتویات آن در سطح بالا می‌باشد و برای دانشجویان لیسانس و فوق لیسانس در فیزیک و مهندسی برق و الکترونیک و مشابه با آنها جهت تدریس در دو نیمسال تنظیم یافته است. ولی برای اینکه دانشجویان عزیز ما با تعمق بیشتری مطالب متنوع و جدید آن‌را که در بعضی مباحث نیز نسبتاً دقیق

می باشد بتوانند به خوبی جذب کنند تدریس تمام کتاب را در چهار نیمسال به شکل واحدهای کوچکتری تعیین کرده ایم. البته در صورتی که وضع کلاس و کیفیت توزیع دروس اجازه دهد تدریس تمام کتاب درسه یا دو نیمسال، به جای چهار نیمسال، در صلاحیت استاد خواهد بود. (۲) در این کتاب از بیشتر قسمت‌های آکوستیک که در دنیای جدید مورد عمل می باشد بحث به عمل آمده است ولی درباره آکوستیک موسیقی صحبتی نشده است. گویا مؤلفان کتاب چنین اندیشیده اند که این موضوع در دنیای فیزیک و هنر هر دو دارای مقام و اهمیت مخصوصی می باشد و شایسته است که تألیف کتابی جداگانه به آن اختصاص یابد. خوانندگانی که به موسیقی آکوستیکی علاقه مند باشند به کتابهای مخصوص آن مراجعه فرمایند.

(۳) در موقع چاپ ترجمه کتاب، برای بسیاری از واژه‌های علمی که به زبان انگلیسی بوده از طرف ناشر به سبک مخصوص خود و با دقت زیاد کلماتی به زبان فارسی سره انتخاب و به کار برده شده است. شاید وارد کردن واژه‌های نو که گاهی اجباراً توأم با تغییر جمله مترجم صورت گرفته برای دانشجویانی که برای اولین مرتبه به این واژه‌ها برمی خورند قدری سنگین باشد ولی مسلماً کم‌کم ذهن آنها به فرا گرفتن عادت می نماید. حقیقت این است که بواسطه هجوم روزافزون واژه‌های علمی جدید به زبان فارسی این کار خواه ناخواه باید از طرف مقام و هیئت صلاحیت‌داری به طور قطع انجام پذیرد تا در کتابهای علمی ما برای یک مفهوم مشخص علمی واژه‌های مختلف با معانی متفاوت و بعضی اوقات نارسا و با ترکیبات غلط استعمال نگردد. در خاتمه از مسؤولین محترم مؤسسه فرانکلین در تهران که ناشر ترجمه این کتاب می باشند به مناسبت اقدامی که برای کسب اجازه ترجمه و چاپ و نشر آن بعمل آورده اند و زحمتی که در تصحیح و تنظیم آن کشیده و مخارج آن را متحمل گشته اند کمال تشکر داریم.

ضیاءالدین اسمعیل بیگی، مهدی برکشلی

شهر یور ۱۳۵۰

اصول ارتعاش

1.1 مقدمه. آکوستیک به معنای وسیع کلمه تولید، تراگیل^۱، و دریافت انرژی به صورت ارتعاش در ماده است. اگر اتمها و مولکولهای شاره یا جامد از اوضاع طبیعی خود تغییر ممکن یابند نیروی الاستیک^۲ در آن پدیدار می‌گردد، که مربوط به سختی جسم است؛ و می‌خواهد جسم را به حالت نخست بازگرداند. این را نیروی برگرداننده^۳ گویند. به عنوان مثال می‌توان نیروی کشش حاصل در فنر کشیده شده، ازدیاد فشار شاره، هنگام تراکم، نیروی برگرداننده یک سیم را هنگامی که دو سر آن ثابت و یکی از نقاط آن در امتداد عمود بر طول سیم کشیده شود نام برد. تأثیر این نیروی الاستیک برگرداننده توأم با خاصیت اینرسی دستگاه، ماده را برای ارتعاشهای نوسانی و در نتیجه تراگیل موجهای آکوستیکی قابل می‌سازد.

برای تولید و انتشار موجهای آکوستیکی، ارتعاشهای مختلفی وجود دارند. ارتعاشهایی را که سبب تولید و انتقال موجهای آکوستیکی می‌شوند بر حسب حدود فرکانسشان به سه نوع طبقه‌بندی می‌کنند: ارتعاشهای صوتی، که در ایجاد صدا مؤثرند و با گوش شنیده می‌شوند. حدود فرکانس این نوع ارتعاشها برای گوش عادی بین ۲۰ سیکل بر ثانیه تا ۱۵'۰۰۰ سیکل بر ثانیه است. ارتعاشهای فراصوتی^۴ از فرکانسهای ۱۵'۰۰۰ سیکل بر ثانیه به بالا، و ارتعاشهای فرورصوتی^۵، از فرکانسهای ۲۰ سیکل بر ثانیه به پایین. مدهای^۶ ارتعاشی نیز انواع گوناگونی دارند، از سینوسوئید حاصل از ارتعاش صوت اصلی دیاپازن گرفته تا ارتعاش پیچیده‌ای که از مالش آرشه روی سیم ویولن به دست می‌آید، یا ارتعاش درهم برهمی که از نوسانهای غیر-متناوب سر و صدا یا انفجار ایجاد می‌گردد. درمطالعه این قبیل ارتعاشها بهتر است از ساده‌ترین

1) Transmission.

۲) الاستیسیمته (Elasticity) - خاصیتی است در برخی اجسام، و آن این است که جسم در برابر تغییر شکل مقاومت می‌کند؛ و پس از قطع نیروی تغییر شکل دهنده، شکل و اندازه نخستین خود را باز می‌یابد. - م.

3) Restoring force.

4) Ultrasonic.

5) Infrasonic.

6) Modes.

مد آن، یعنی ارتعاش جیبی، که دارای يك فرکانس است، شروع کنیم.

1.2 نوسانگر ساده. هر گاه جرم m را به يك سر فنری که سر دیگرش به نقطه‌ای ثابت شده باشد متصل کنیم، و از حال تعادل افدکی در امتداد محور فنزرها سازیم، به ارتعاش در می‌آید. آزمایش نشان می‌دهد که فرکانس نوسان آن ثابت می‌ماند، و تغییر مکان جرم m نسبت به وضع تعادل خود تابع جیبی از زمان است. ارتعاش جیبی از این نوع را **ارتعاش هارمونیک ساده**^۲ می‌نامند، و دستگاه مرتعش فوق را نوسان‌کننده ساده می‌گویند. همچنین آزمایش و محاسبه نشان می‌دهد که يك جرم هنگامی ارتعاش هارمونیک ساده خواهد داشت که نیروی برگرداننده فنر که بر اثر سختی فنر پدیدار می‌شود متناسب با فاصله مرکز جرم از وضع تعادل خود باشد. بیشتر ارتعاشهای مورد استفاده در آکوستیک از این نوع یا تقریباً معادل آن هستند؛ مانند ارتعاش دیافراگمهای بلندگو و میکروفون که در فرکانسهای کم در اثر ساختمان مخصوص آنها می‌توان جرمشان را به عنوان يك نقطه متحرك در مرکز فرض کرد، و نوسانهایشان را هارمونیک ساده پنداشت. همچنین بسیاری از دستگاههای مرتعش خصوصیات نوسانگر ساده را دارا می‌باشند.

تنها قانونی که در نوسانگر ساده حکمفرمایی دارد این است که نیروی برگرداننده آن متناسب با فاصله و، با مراعات علامت، با آن مختلف‌العلامه است. در هر مورد که دامنه ارتعاش به اندازه‌ای کم باشد که از **حد الاستیک**^۳ فنر تجاوز نکند فرکانس آن به دامنه ارتعاش بستگی ندارد، و ارتعاش به صورت هارمونیک ساده است. ولی اگر دامنه ارتعاش از حد فوق تجاوز کند فرکانس ثابت نمی‌ماند، و حرکت ارتعاش هارمونیک ساده نیست؛ و در معادله‌های آنها تغییراتی حاصل می‌شود. در مورد صوتهایی که شدتشان عادی است، ارتعاش از حد الاستیک شاره تجاوز نمی‌کند، و شرط فوق پایدار می‌ماند. حتی در صوتهای شدید، مانند صدای حاصل از جمعیت کثیری در يك مسابقه فوتبال، دامنه ارتعاش مولکولهای هوا از يك دهم میلیمتر تجاوز نمی‌کند، و با این حال هنوز به حد الاستیک هوا نرسیده است. ولی دامنه موج‌ضربه‌ای^۴ که در اثر انفجار مواد منفجره ایجاد می‌گردد از حد الاستیک هوا تجاوز می‌کند، و معادله‌های معمولی آکوستیک برای آنها قابل قبول نیستند.

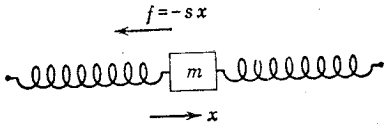
اینک نوسانگر ساده‌ای را مطابق شکل 1.1 در نظر می‌گیریم. نیروی برگرداننده آن را به این صورت می‌توان نوشت:

$$f = -sx \quad (1.1)$$

که در آن x تغییر مکان جرم m از وضع تعادل، s **پایای سختی**^۵ به اختصار، سختی فنر است؛

- 1) Oscillator. 2) Simple harmonic vibrations. 3) Elastic limit.
4) Shock wave. 5) Stiffness constant.

و علامت منها می‌رساند که نیروی برگرداننده با تغییر مکان مخالف است. چون مقدار f را در معادله عمومی حرکت خطی قرار دهیم



شکل 1.1 نوسانگر ساده

$$f = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (1.2)$$

معادله حرکت نوسانگر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{s}{m} x = 0 \quad (1.3)$$

که به صورت معادله دیفرانسیل خطی از درجه دوم است، و با روشهای گوناگون می‌توان آن را حل کرد.

یکی اینکه x را تابع جیبی نسبت به زمان فرض کنیم

$$x = A_1 \cos \gamma t$$

چون از این معادله نسبت به زمان مشتق اول و مشتق ثانی بگیریم و در معادله 1.3 قرار دهیم، γ برابر $\sqrt{s/m}$ می‌شود. پس یکی از حلهای معادله 1.3 به این صورت است

$$x = A_1 \cos \sqrt{s/m} t$$

همچنین می‌توان نشان داد که

$$x = A_2 \sin \sqrt{s/m} t$$

نیز يك جواب معادله فوق است. پس حل کلی معادله 1.3 دارای دو جمله خواهد بود،

$$x = A_1 \cos \sqrt{s/m} t + A_2 \sin \sqrt{s/m} t \quad (1.4)$$

که معمولاً به این صورت نوشته می‌شود

$$x = A_1 \cos \omega_0 t + A_2 \sin \omega_0 t \quad (1.4a)$$

$\omega_0 = \sqrt{s/m}$ را ثابت فرکانس زاویه‌ای^۱ یا به اختصار فرکانس زاویه‌ای، یا سرعت زاویه‌ای می‌گویند و در موردی که با واژه تنهاهای فرکانس معرفی شود واژه زاویه‌ای در آن نهفته است. f_0 فرکانس نوسانگر ساده با ω_0 به وسیله رابطه $\omega_0 = 2\pi f_0$ بستگی دارد، و چنین می‌توان نوشت

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{m}} \quad (1.5)$$

چنانکه از رابطه فوق روشن است، هر چه s ، سختی فنر، بیشتر و جرم m کوچکتر باشد فرکانس ارتعاش بیشتر می‌گردد. این نتیجه ریاضی با مشاهدات فیزیکی تطابق کامل دارد، هر چه فنر شلتر و جرم متصل به آن بزرگتر باشد حرکت ارتعاش ملایمتر یعنی پرپود آن، T ، بیشتر و فرکانس آن، $f_0 = 1/T$ ، کمتر خواهد بود.

1.3 انتخاب واحدها. پیش از ادامه بحث در باره ارتعاش لازم است تصمیمی در انتخاب دستگاه فیزیکی واحدها در معادله‌ها اتخاذ کنیم. یادآوری می‌کنیم که آکوستیک چنان تحولی وسیع یافته و رشته‌های علمی و فنی گوناگون را در بر گرفته که انتخاب دستگاه معینی در آن مشکل به نظر می‌رسد، چه هر مؤلف دستگاهی انتخاب کرده که بیشتر به رشته تخصصی خود مربوط است. از نظر تاریخی، در کارهای مقدماتی و بنیادی آکوستیک دستگاه CGS مورد استعمال بوده است. بسیاری از مهندسان دستگاهی مخلوط از دستگاه متری و دستگاه انگلیسی به کار برده‌اند. در بیشتر کارهای اخیر مربوط به الکتروآکوستیک و آکوستیک داخل آب^۲ دستگاه MKS به کار رفته است. متأسفانه این اختلافات هنوز باقی است و حتی در بیشتر نشریه‌های اخیر استانداردهای آمریکا^۳ در نامگذاری اصطلاحات توافق حاصل نشده است. با این حال مسلم است که انتخاب دستگاه MKS علمی سودهایی در بر دارد. معادله‌ها را ساده‌تر می‌سازد، بویژه هنگامی که مدارهای الکتریکی معادل برای تجزیه و تحلیل دستگاههای الکترومکانیک و الکتروآکوستیک به کار برده شوند.

از این رو، همه معادله‌های این کتاب در اصل برای واحدهای دستگاه MKS به دست آمده‌اند. امید است که به کار بردن پیوسته دستگاه MKS در سراسر این کتاب، برتریهای آن را آشکارتر سازد، و به خواننده آن توانایی را بدهد که از مزیت‌های آن به بهترین نحو استفاده کند. به کسانی که میل دارند دستگاه CGS را به کار ببرند باید گفت که همه معادله‌های اساسی این کتاب، بجز معادله‌های فصلهای 10 تا 12، را به همان آسانی می‌توان با دستگاه CGS به کار برد. و سر انجام در ضمیمه کتاب جدولی برای تبدیل واحدهای CGS و MKS

1) Angular frequency constant. 2) Under water acoustics. 3) *Acoustical Terminology*, S1.1 - 1960, American Standards Association, (1960).

به یکدیگر داده شده است تا خواننده بتواند به یاری آن واحدهای CGS را به MKS تبدیل کند.

به معادله 1.5 باز می‌گردیم. اگر از دستگاه MKS استفاده کنیم، فرکانس f_0 بر حسب سیکل بر ثانیه به دست می‌آید؛ و این در حالی است که واحد پایای سختی S نیوتن بر متر، و جرم بر حسب کیلوگرم باشد. اگر دستگاه CGS را به کار ببریم، S بر حسب دین بر سانتیمتر و m بر حسب گرم خواهد بود.

1.4 شرایط ابتدایی. پایاهای A_1 و A_2 در معادله‌های 1.4 بستگی به چگونگی آغاز حرکت دارند که با **شرایط ابتدایی** معرفی می‌شوند. اگر در لحظه $t=0$ مسافت ابتدایی x_0 و سرعت ابتدایی v_0 باشد پایاهای A_1 و A_2 بر حسب آنها مشخص و محاسبه می‌شوند، و حرکت کاملاً مشخص می‌گردد. اگر در معادله (1.4a)، t را برابر صفر و x را برابر x_0 قرار دهیم، A_1 برابر x_0 می‌شود و اگر در معادله مشتق آن، زمان t را برابر صفر و $v = dt/dx$ را برابر v_0 قرار دهیم:

$$v_0 = -\omega_0 A_1 \sin 0 + \omega_0 A_2 \cos 0$$

v_0 برابر $\omega_0 A_2$ می‌شود، پس $A_2 = v_0 / \omega_0$ ، و معادله (1.4a) به صورت زیر در می‌آید

$$x = x_0 \cos \omega_0 t + \frac{v_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t \quad (1.4b)$$

معادله (1.4b) را می‌توان به صورت دیگری درآورد. دو ثابت A و ϕ را چنان اختیار می‌کنیم که رابطه‌های $A_1 = A \cos \phi$ و $A_2 = -A \sin \phi$ برقرار باشند. اگر این مقادیر را در معادله (1.4b) قرار دهیم پس از اختصار چنین می‌شود

$$x = A \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (1.6)$$

که در آن A دامنه حرکت و ϕ فاز ابتدایی است و مقادیر آنها بر حسب x_0 و v_0 شرایط ابتدایی چنین‌اند

$$A = \left(x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2} \right)^{1/2}, \quad \text{و} \quad \phi = \tan^{-1} \frac{-v_0}{\omega_0 x_0} \quad (1.6a)$$

1.5 روش حل اکسپونانسیل مختلط. روش دیگر حل معادله دیفرانسیل اصلی (1.3) این است که فرض کنیم جواب آن چنین باشد

$$x = Ae^{\gamma t}$$

و γ را چنان قرار دهیم که مقدار x در معادله 1.3 صدق کند. اگر از x مشتق ثانی بگیریم و در معادله قرار دهیم γ^2 برابر $-\omega_0^2$ می‌شود و γ بر حسب ω_0 به صورت $\gamma = \pm j\omega_0$ نوشته می‌شود که در آن $j = \sqrt{-1}$ است. اگر دو مقدار γ برابر $+j\omega_0$ و $-j\omega_0$ را در معادله قرار دهیم برای x دو حل زیر به دست می‌آیند، که عبارتند از $x_1 = A_1 e^{j\omega_0 t}$ و $x_2 = A_2 e^{-j\omega_0 t}$. پس حل کلی اکسپونانسیل x چنین است

$$x = A_1 e^{j\omega_0 t} + A_2 e^{-j\omega_0 t} \quad (1.7)$$

که در آن A_1 و A_2 را باید از شرایط ابتدایی به دست آورد. اگر روابط بین مقادیر اکسپونانسیل و مثلثاتی زیر را در نظر بگیریم

$$e^{j\omega_0 t} = \cos \omega_0 t + j \sin \omega_0 t$$

$$e^{-j\omega_0 t} = \cos \omega_0 t - j \sin \omega_0 t$$

معادله (1.7) به این صورت در می‌آید

$$x = (A_1 + A_2) \cos \omega_0 t + j(A_1 - A_2) \sin \omega_0 t \quad (1.7a)$$

به ملاحظات فیزیکی چون تغییر مکان x کمیتی است حقیقی (بدون j)، بنابراین اگر مقادیر A_1 و A_2 حقیقی باشند این شرایط هنگامی صادق است که A_1 برابر A_2 گردد تا $(A_1 - A_2)$ صفر و جمله انگاری x از میان برود. ولی در این صورت $(A_1 + A_2)$ برابر $2A_1$ و معادله x منحصر به یک جمله می‌گردد، و حل کلی به شمار نمی‌رود. برای به دست آوردن حل کلی مقادیر A_1 و A_2 را به صورت انگاری^۱ زیر فرض می‌کنیم

$$A_1 = a_1 + jb_1 \quad \text{و} \quad A_2 = a_2 + jb_2$$

که در آنها a_1 و a_2 و b_1 و b_2 حقیقی هستند. با این مقادیر A_1 و A_2 ، معادله 1.7 به صورت زیر در می‌آید

۱) در این کتاب حروف یکطرف سیاه برای نمایش کمیت‌های مختلط به کار رفته‌اند؛ حروف ای‌تالیک کمیت‌های حقیقی را نشان می‌دهند.

$$x = (a_1 + a_2) \cos \omega_0 t - (b_1 - b_2) \sin \omega_0 t + j[(b_1 + b_2) \cos \omega_0 t + (a_1 - a_2) \sin \omega_0 t] \quad (1.7b)$$

شرط حقیقی بودن x آن است که ضرایب عبارتهای مثلثاتی در جمله انگاری صفر باشند یعنی $a_1 - a_2 = 0$ و $b_1 + b_2 = 0$ ، یا $a_1 = a_2$ و $b_1 = -b_2$. در این شرایط، دوپایای انگاری A_2 و A_1 مزدوج هستند، و معادله (1.7b) به صورت حقیقی زیر در می آید

$$x = 2a_1 \cos \omega_0 t - 2b_1 \sin \omega_0 t \quad (1.7c)$$

که همان معادله 1.4a است.

یادآوری می‌کنیم که در عمل یافتن شرط ریاضی لازم برای اینکه x در معادله 1.7b حقیقی باشد ضرورت ندارد، چه می‌توان قرارداد کرد که در حل معادله‌های مختلط همیشه قسمت حقیقی حل مختلط خود حل کلی به شمار می‌رود. چنانکه در معادله 1.7b قسمت حقیقی دارای دو جمله کسینوس و سینوس است که حل کلی به شمار می‌روند. همین طور هر یک از قسمتهای حقیقی $A_1 e^{j\omega_0 t}$ یا $A_2 e^{-j\omega_0 t}$ نیز خود حل کلی محسوب می‌شود. در این کتاب روش اکسپونانسیل مختلط در تجزیه و تحلیل مسائل به کار رفته است. برتری عمده این روش بر روش مثلثاتی، سادگی آن از نظر محاسبات ریاضی و بویژه آسانی نسبی آن در تعیین روابط فاز بین متغیرهای مکانیکی و آکوستیکی است. بعلاوه، بسیاری از مسائلی که در آکوستیک به آن بر می‌خوریم شباهت تام به مسائل الکتریکی جریان متناوب دارند، چنانکه بسیاری از مسائل نظری و عملی حاصل از نظریه‌های الکتریکی را می‌توان با حل مسائل آکوستیکی به کار برد. بدینجهت تا حد امکان علامات به کار رفته در این کتاب چنان انتخاب شده‌اند که این شباهت را برسانند. از طرف دیگر عیب عمده روش اکسپونانسیل مختلط این است که حلهای به دست آمده مقادیر حقیقی متغیرهای مختلف آکوستیکی را معرفی نمی‌کنند، و باید دقت کرد قسمتهای حقیقی حل مختلط چنان تعیین شوند که با معادله‌های صحیح فیزیکی تطبیق‌کنند. و بعلاوه اشتباهاتی ناشی از عملیات حساب رخ ندهند. بویژه در محاسبه انرژی که مجذور تابع سرعت با تغییر مکان مورد پیدا می‌کند، باید در نظر داشت که قسمتهای حقیقی مجذور تابع مختلط برابر مجذور قسمتهای حقیقی آن نیست و در این مورد مجذور قسمتهای حقیقی سرعت یا مسافت باید در محاسبه وارد شود.

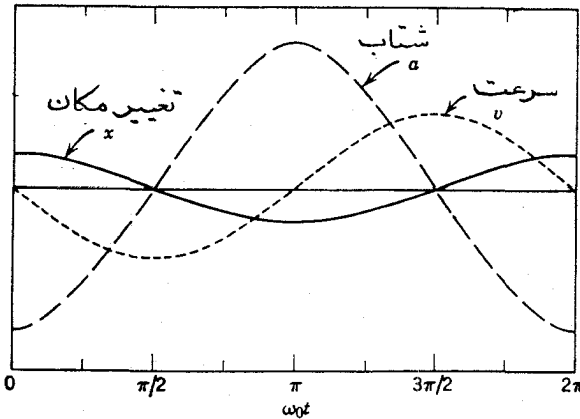
1.6 مشخصات فیزیکی حرکت هارمونیک ساده. از مشتق اول x بر حسب زمان در معادله

1.6 سرعت v و از مشتق ثانی آن شتاب a به دست می‌آید

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (1.8)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \phi) = -\omega_0^2 x \quad (1.8a)$$

از مقایسه معادله‌های بالا با معادله مسافت (1.6) روشن می‌شود که مسافت به میزان $\pi/2$ رادیان از سرعت و به میزان π رادیان از شتاب عقب است، چنانکه در شکل 1.2 دیده می‌شود.



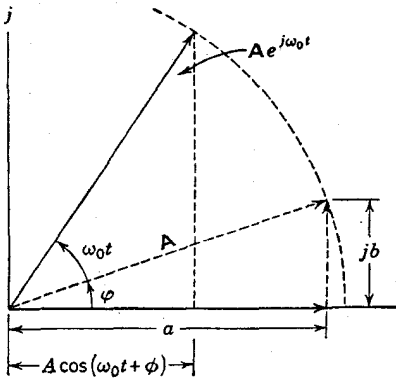
شکل 1.2 سرعت v همیشه از تغییر مکان x به اندازه $\pi/2$ جلوتر است. شتاب a و تغییر مکان x همیشه به اندازه π با یکدیگر اختلاف فاز دارند. منحنیهای بالا برای $\omega_0 = 2$ ، $\phi = 0$ رسم شده‌اند.

اگر صورت مختلط معادله‌ای را که نماینده این نوع حرکت است در نظر بگیریم باز به همین نتایج می‌رسیم. $e^{j\omega_0 t}$ معرف برداری است به طول واحد که با فرکانس زاویه‌ای ω_0 در جهت مثلثاتی می‌چرخد. (شکل 1.3). همچنین هر کمیت مختلط A ، با مؤلفه‌های a و jb ، را می‌توان با بردار $Ae^{j\phi}$ نشان داد، که طول آن برابر $A = (a^2 + b^2)^{1/2}$ است و زاویه فاز آن با محور حقیقی ϕ است ($\tan \phi = b/a$). (به آسانی می‌توان نشان داد که حاصل ضرب هر دو کمیت مختلط برابر برداری است که طول آن از ضرب طولهای دو بردار معرف آندو و فاز آن از جمع فاز آن دو بردار به دست می‌آید. بنابراین معادله $Ae^{j\omega_0 t}$ را می‌توان به صورت $Ae^{j(\omega_0 t + \phi)}$ نشان داد، که مقدار حقیقی آن $A \cos(\omega_0 t + \phi)$ است.)

اگر معادله مختلط مسافت را به صورت

$$x = Ae^{j\omega_0 t}$$

نمایش دهیم مشتق آن نسبت به زمان صورت مختلط سرعت را به صورت $v = j\omega_0 x$ به دست می‌دهد که در آن عدد انگاری j می‌رساند که سرعت به اندازه j ، یعنی $\pi/2$ ، از مسافت جلوتر است. تصویر این سرعت بر محور حقیقی نماینده سرعت لحظه‌ای v با دامنه $\omega_0 A$ است.



همچنین مشتق ثانی معادله مسافت صورت مختلط شتاب را به دست می‌دهد، و از آن معلوم می‌شود که شتاب به اندازه π نسبت به مسافت تأخیر فاز دارد.

1.7 انرژی ارتعاش. انرژی جرمی که

با حرکت هارمونیک ساده با دامنه A و فرکانس زاویه‌ای ω_0 نوسان می‌کند مجموع E_p ، انرژی پتانسیل، و E_k ، انرژی جنبشی

آن است. انرژی پتانسیل مقدار کاری است که جرم هنگام تغییر مکان از حال تعادل، برای تغییر طول فنر انجام می‌دهد. نیرویی که به وسیله جرم بر فنر وارد می‌شود $-Sx$ است و انرژی پتانسیل دستگاه به این طریق محاسبه می‌گردد

$$E_p = \int_0^x sx \, dx = \frac{1}{2}sx^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2 \quad (1.9)$$

این انرژی در دستگاه MKS با ژول اندازه‌گیری می‌شود. E_p را می‌توان با قراردادن مقدار x از 1.6 در 1.9 به صورت دیگری نوشت

$$E_p = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \phi) \quad (1.9a)$$

انرژی جنبشی دستگاه $\frac{1}{2}mv^2$ است، که با استفاده از معادله سرعت به صورت زیر در

می‌آید:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi) \quad (1.10)$$

پس، انرژی کلی دستگاه در تمام لحظات برابر است با

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 [\cos^2(\omega_0 t + \phi) + \sin^2(\omega_0 t + \phi)]$$

یعنی،

$$E = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 = \frac{1}{2}SA^2 \quad (1.11)$$

خواهد بود.

چنانکه ملاحظه می‌شود، چون A ثابت است انرژی کل دستگاه ثابت می‌ماند. چون فرض ما این بود که دستگاه انرژی تلف نمی‌کند، یعنی اصطکاکی در میان نیست، این انتظار را هم داشتیم. از معادله 1.11 چنین بر می‌آید که مقدار کل انرژی برابر انرژی پتانسیل جرم است هنگامی که به ماکسیمم مسافت می‌رسد ($\frac{1}{2}SA^2$)، یا برابر انرژی جنبشی جرم است هنگامی که دارای سرعت ماکسیمم می‌شود ($\frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2$). همچنین روشن است که انرژی دستگاه بستگی به فرکانس و دامنه دارد. این ارتباط در بیشتر پدیده‌های آکوستیکی ظاهر می‌شود بویژه در مورد منابع تولید صوت و موجهای صوتی. مثلاً یک منبع صوتی با فرکانس زیاد را می‌توان یا جزئی دامنه دارای انرژی قابل ملاحظه کرد، در صورتی که در فرکانسهای پایین باید دامنه زیاد باشد.

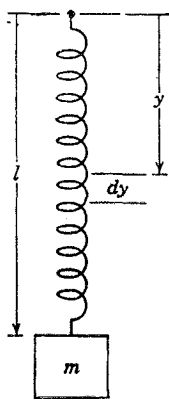
1.8 تأثیر دخالت جرم فنر. در بحث معادله‌های نوسانگر-

ساده، از جرم فنر در محاسبه چشم‌پوشی کردیم. حال اگر جرم m_s فنر در برابر جرم m متصل به فنر قابل چشم‌پوشی نباشد می‌توان پیشبینی کرد که بر اثر ازدیاد اینرسی دستگاه، فرکانس آن کاهش می‌یابد. اینک فرض می‌کنیم که طول فنر l ، و

سرعت قطعه بینهایت کوچک dy از آن، به جرم $\frac{m_s}{l}dy$ ، متناسب

با فاصله آن قطعه از آویزگاه باشد (شکل 1.4). اگر سرعت

نقطه انتهایی آزاد فنر v گرفته شود، سرعت قطعه dy فنر



شکل 1.4 تأثیر جرم فنر

برابر $\frac{vy}{l}$ می‌شود. پس، انرژی جنبشی تمام فنر بدین طریق به دست می‌آید

$$E_k \text{ of spring} = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{m_s}{l} dy \right) \left(\frac{y}{l} v \right)^2 = \frac{1}{6} m_s v^2$$

بنا بر این انرژی جنبشی کل دستگاه به این صورت است:

$$E_k \text{ of system} = \frac{1}{2} \left(m + \frac{m_s}{3} \right) v^2$$

اگر S ، ثابت سختی فنر، در وضع قائم فنر اندازه‌گیری شده باشد، انرژی پتانسیل همان مقدار محاسبه شده در فرض بی جرمی فنر، یعنی $\frac{1}{2} Sx^2$ است. چون دستگاه انرژی تلف نمی‌کند، جمع کل انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی دستگاه ثابت است:

$$E = \frac{1}{2} \left(m + \frac{m_s}{3} \right) v^2 + \frac{1}{2} Sx^2 = \text{constant} \quad (1.12)$$

چون v را برابر $\frac{dx}{dt}$ قرار دهیم، و از معادله فوق نسبت به زمان مشتق بگیریم، معادله حرکت جرم به دست می‌آید:

$$\left(m + \frac{m_s}{3} \right) \frac{d^2x}{dt^2} + sx = 0 \quad (1.12a)$$

و چون آن را با معادله حرکت نوسانگر (1.3) مقایسه کنیم، ω_0 مشخص می‌شود

$$\omega_0^2 = \frac{s}{m + (m_s/3)} \quad (1.12b)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، هنگامی که جرم فنر قابل چشم‌پوشی نباشد در محاسبه فرکانس نوسانگر ساده باید یک سوم جرم فنر به جرم اصلی اضافه شود. این مثال نشان می‌دهد که چگونه دستگاه ارتعاشی نسبتاً پیچیده‌ای که جرم و تغییر حرکت در طول آن توزیع شده است می‌تواند در تقریب اول با نوسانگر ساده معادلی نشان داده شود.

1.9 ترکیب خطی ارتعاشهای هارمونیک ساده. در بسیاری از پدیده‌های آکوستیکی حرکت جسم مرتعش ترکیبی خطی از دو یا چند ارتعاش هارمونیک ساده است و هر یک جداگانه در آن تأثیر می‌کند. در این حال، مسافت پیموده توسط جسم متحرک مجموع جبری مسافتهای طی شده توسط حرکات ابتدایی هر یک از آنهاست.

یکی از مثالهای مهم این حالت، ترکیب دو حرکت است که فرکانس زاویه‌ای هر دو، ω ولی فازهایشان گوناگون است. معادله‌های این دو حرکت عبارتند از

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi_1) \quad \text{و} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

ترکیب خطی این دو حرکت در روی محور x ها چنین است: $x = x_1 + x_2$. حال با استفاده از روابط مثلثاتی می‌توان این جمع را بشکل ساده‌تر

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.13)$$

در آورد، که در آن

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (1.13a)$$

و

$$\tan \phi = \frac{A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2}{A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2} \quad (1.13b)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، حاصل ترکیب دو حرکت نوسانی هارمونیک ساده که فرکانس آنها یکسان است، حرکت هارمونیک ساده‌ای است با همان فرکانس، ولی بادامنه جدید A و فاز جدید ϕ . اگر دو حرکت ابتدایی به یک فاز باشند، یعنی $\phi_1 = \phi_2$ ، از رابطه‌های بالا نتیجه می‌شود که $A = A_1 + A_2$ و $\phi = \phi_1 = \phi_2$. این نتیجه را قبلاً به یاری اصول اساسی فیزیک می‌شد پیشبینی کرد. به طور کلی، ارتعاش حاصل از ترکیب خطی دو ارتعاش همفرکانس، ارتعاشی است با همان فرکانس که زاویه فاز آن ϕ متفاوت از فاز هر یک از دو حرکت ابتدایی است، و دامنه‌اش، A ، بین دو مقدار مطلق چنین قرار گرفته است

$$|A_1 + A_2| \geq A \geq |A_1 - A_2|$$

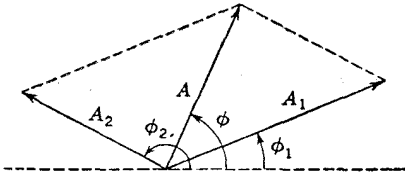
ممکن است دو یا چند حرکت هارمونیک ساده همفرکانس را با ترسیم ترکیب کرد. برای این کار از مختصات قطبی استفاده می‌شود. شعاعهای حامل A_1 و A_2 و . . . و A_n دامنه‌های حرکت‌های ابتدایی را نشان می‌دهند؛ و فازها، ϕ_1 و ϕ_2 و . . . و ϕ_n ، با زاویه‌های قطبی نموده می‌شوند. دامنه‌ها و فازهای حرکات ابتدایی را باید به روش هندسی جمع کرد تا برآیند آنها، A ، معرف دامنه حرکت ترکیبی، و زاویه قطبی آن، ϕ ، نماینده فاز این برآیند به دست آیند. شکل 1.5 ترکیب دو حرکت هارمونیک ساده را با این روش نشان می‌دهد. اگر بردارهای معرف دامنه‌ها را بر محور مختصات قطبی و محور عمود بر آن تصویر

کنیم A و ϕ ، دامنه و فاز حرکت برآیند، بر حسب دامنه‌ها و فازهای حرکات ابتدایی از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند

$$A^2 = (\sum A_n \cos \phi_n)^2 + (\sum A_n \sin \phi_n)^2 \quad (1.14)$$

$$\tan \phi = \frac{\sum A_n \sin \phi_n}{\sum A_n \cos \phi_n} \quad (1.14a)$$

بنا بر این برآیند چند حرکت هارمونیک ساده همفرکانس حرکت هارمونیک ساده‌ای است با همان فرکانس و با دامنه و فاز معین. یادآوری می‌کنیم که با معلوم بودن برآیند چند حرکت هارمونیک ساده نمی‌توان آن را به حرکات ابتدایی خود تجزیه کرد.



شکل 1.5 ترکیب دو بردار مختلف، متعلق به دو حرکت هارمونیک ساده که دارای یک فرکانس هستند.

مشاهدات فیزیکی نیز این مسئله را تأیید می‌کنند. هنگامی که دو یا چند موج صوتی همفرکانس در نقطه‌ای افزا جمع می‌شوند، نمی‌توان هر یک از آنها را به تنهایی تشخیص داد، مگر از حیث بلندی صوت یا خصوصیات جهت‌ی آنها. تجزیه و تحلیل این مسئله نشان می‌دهد که هر گاه دو صوت از دو منبع همفرکانس منتشر شوند در بعضی نقاط یکدیگر را تضعیف و در برخی نقاط تقویت می‌کنند. در نقاطی که یکدیگر را تضعیف می‌کنند دارای فازهای مخالف و در نقاطی که یکدیگر را تقویت می‌کنند دارای فازهای موافق هستند.

11.0 ترکیب خطی ارتعاشهای با فرکانسهای متفاوت. از ترکیب خطی دو ارتعاش که فرکانسهای متفاوت ω_1 و ω_2 و فازهای متفاوت ϕ_1 و ϕ_2 دارند ارتعاشی با این معادله به دست می‌آید

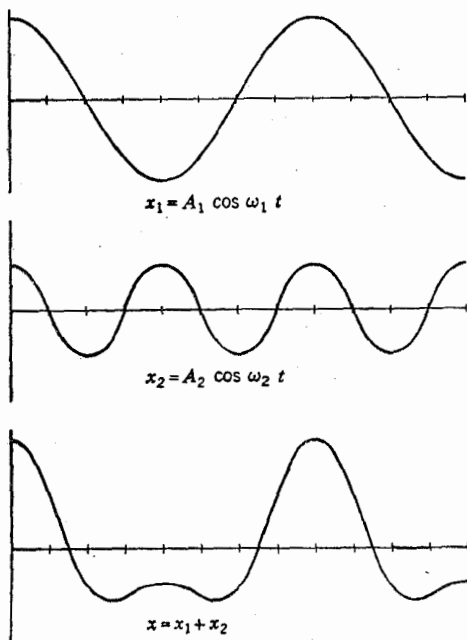
$$x = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad (1.15)$$

به طور کلی برآیند دو ارتعاش با فرکانسهای مختلف، هارمونیک ساده نیست یعنی نمی‌توان آنها را به صورت سینوس یا کسینوس تنها یا مجموع یا تفاضل آنها نمایش داد. اگر ω_1

ω_2 متوافق باشند، یعنی اگر نسبت ω_1 به ω_2 عدد گویا باشد، حرکت برآیند تناوبی است، و فرکانس آن بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک $\omega_1/2\pi$ و $\omega_2/2\pi$ است، و پریودش کوچکترین مضرب مشترک T_1 و T_2 خواهد بود. اگر ω_1 و ω_2 متوافق نباشند برآیند آنها نه حرکت هارمونیک ساده و نه حرکت تناوبی است، بلکه نوسان پیچیده‌ای است که هرگز به یک وضع تکرار نمی‌شود.

ترکیب دو حرکت با فرکانسهای مختلف بر عکس ترکیب دو نوسان همفرکانس برگشت‌پذیر است؛ یعنی، برآیند آنها قابل تجزیه به حرکات ساده ابتدایی است. نمایش فیزیکی این خاصیت در انواع ابزارهای تجزیه صوت نمودار است. یاد آور می‌شویم که فرکانس تناوب حرکت برآیند هیچ‌گونه ارتباطی با جمع و تفریق فرکانسهای ابتدایی ندارد، چنانکه در شکل 1.6 مشهود است.

ترکیب خطی سه یا چند ارتعاش که فرکانسهای متفاوت دارند نیز به همین نحو است، و می‌توان آنها را دو به دو ترکیب کرد. این روش ترکیب تأثیرات جداگانه ارتعاشها به وسیله ترکیب خطی مقادیر آنها، یکی از خصوصیات بسیاری از نوسانهای است که در آکوستیک به آنها بر می‌خوریم. به طور کلی ثابت شده است که حضور یک ارتعاش اختلالی



شکل 1.6 ترکیب خطی دو ارتعاش هارمونیک ساده با فرکانسهای مختلف. منحنیهای بالا برای $A_1 = 2A_2$ و $\omega_2 = 2\omega_1$ و $\phi_1 = \phi_2 = 0$ رسم شده‌اند.

در ارتعاشهای دیگر موجود در فضا یا جسم ایجاد نمی‌کند. بنا بر این، خاصیت ارتعاش برآیند از جمع يك يك ارتعاشهای داده شده به جسم به دست می‌آید.

1.11 زنش. ترکیب خطی دو ارتعاش هارمونیک ساده که فرکانسشان نزدیک هم باشد پدیده‌ای به نام زنش^۱ (ضربان) ایجاد می‌کند. اگر در معادله 1.15 مبدأ زمان را چنان اختیار کنیم که ϕ_2 در لحظه $t=0$ برابر صفر باشد، و نیز اگر ω_2 با $\omega_1 + \Delta\omega$ در نظر بگیریم، معادله برآیند دو ارتعاش به این صورت نوشته می‌شود

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi) + A_2 \cos(\omega_1 t + \Delta\omega t)$$

به کمک روش عادی مثلثاتی این معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$x = A \cos(\omega_1 t + \phi) \quad (1.16)$$

که در آن

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_1 - \Delta\omega t) \quad (1.16a)$$

و

$$\tan \phi = \frac{A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \Delta\omega t}{A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \Delta\omega t} \quad (1.16b)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، نتیجه دو ارتعاش به صورت ارتعاش هارمونیک ساده‌ای با فرکانس ω_1 خودنمایی می‌کند، که دامنه و فاز آن، برحسب زمان، با فرکانس ملایمی برابر $\Delta\omega/2\pi$ تغییر می‌کند.

از معادله 1.16a پیداست که دامنه ارتعاش برآیند بین دو حد $|A_1 + A_2|$ و $|A_1 - A_2|$ با فرکانس $\Delta\omega/2\pi$ زیاد و کم می‌شود. در مورد ارتعاشهای آکوستیکی یعنی دو ω_1 خالص که فرکانسهای نزدیک به هم دارند، حاصل این تغییر دامنه صوتی است با فرکانس کمتر که دامنه و در نتیجه بلندی آن به نسبت تفاضل دو فرکانس ابتدایی ($\Delta\omega/2\pi$) زیاد و کم می‌شود؛ این پدیده را زنش می‌نامند. تأثیر تغییر زاویه فاز سبب می‌شود که فرکانس کاملاً ثابت نماند، و متوسط تغییرات آن مقداری بین ω_1 و ω_2 است که بستگی به مقدار نسبی A_2 و A_1 دارد.

1) Beat.

2) Tone.

در مورد خاصی که دو دامنه برابر باشند اگر مبدأ زمان را لحظه‌ای اختیار کنیم که دو فاز ϕ_1 و ϕ_2 برابر صفر باشند معادلهٔ دامنه به این صورت خلاصه می‌شود

$$A = A_1(2 + 2 \cos \Delta\omega t)^{1/2} \quad (1.16c)$$

در این حال، دامنهٔ حرکت برآیند A ، بین دو مقدار $2A_1$ و 0 تغییر می‌کند، و پدیدهٔ زنش نمایانتر می‌گردد. زاویهٔ فاز حرکت برآیند با معادلهٔ پایین داده می‌شود.

$$\tan \phi = \frac{\sin \Delta\omega t}{1 + \cos \Delta\omega t} \quad (1.16d)$$

می‌توان نشان داد که این تغییر فاز بر حسب زمان معادل مقدار نمودی است که در معادلهٔ (1.16) به فرکانس ω_1 افزوده می‌شود، و نوسانها را از حال جیبی خارج می‌سازد. همچنین می‌توان روشن کرد که در این حالت متوسط مقدار فرکانس برابر $\omega_1 + \Delta\omega/2$ یعنی میانگین عددی دو فرکانس ω_1 و ω_2 است.

زنش هنگامی شنیده می‌شود که دو فرکانس ابتدایی در ردیف فرکانسهای صوتی باشند. اگر تفاوت دو فرکانس کم باشد (در حدود 10 سیکل بر ثانیه یا کمتر) صوت حاصل از ترکیب آن دو با فرکانسی برابر با این تفاوت شدید و ضعیف می‌شود. اگر تفاوت دو فرکانس در حدود 200 سیکل بر ثانیه یا بیشتر باشد، از ترکیب دو فرکانس ابتدایی صوتی با فرکانس تفاضل آنها شنیده می‌شود. اگر این تفاوت فرکانسها در حدودی بین 10 و 200 باشد از حاصل آنها صوت خشن و ناموزونی شنیده می‌شود. در بخش 13.9 مربوط به شنوایی در بارهٔ زنش بحث بیشتری خواهد شد.

1.12 تجزیهٔ ارتعاش مرکب به یاری قضیهٔ فوریه. چنانکه شرح آن گذشت،

حاصل ترکیب دو یا چند ارتعاش ساده که فرکانسهای آنها متوافق باشند، ارتعاشی است با فرکانس بزرگترین مقسوم‌علیهٔ مشترك آنها. بر عکس، بنا بر قضیهٔ مهمی به نام قضیهٔ فوریه، می‌توان ارتعاش تناوبی مرکب را به عوامل ابتدایی آن تجزیه کرد.

بنا بر قضیهٔ فوریه، هر تابع متناوب يك مقداری و پیوسته را می‌توان مجموع تعداد محدود یا نامحدودی از توابع ساده‌ای پنداشت که فرکانسهای آنها مضاربی از فرکانس اصلی باشند. این قضیه در آکوستیک کاربرد فراوان دارد و بویژه در تجزیهٔ ارتعاشهای اجسام به کار می‌رود. هرگاه ارتعاش پیچیدهٔ متناوبی با پریود T با تابع $x = f(t)$ معرفی شده باشد، بنا بر قضیهٔ فوریه می‌توان آن را به این صورت تجزیه کرد.

$$x = f(t) = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + \dots + A_n \cos n\omega t + \dots \\ + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + \dots + B_n \sin n\omega t + \dots \quad (1.17)$$

که در آن $\omega = 2\pi/T$ و A و B پایاهایی هستند که باید تعیین شوند. بنا بر چگونگی بسط تابع $f(t)$ ، بعضی جمله‌ها در سری بالا ممکن است صفر باشند. اگر $f(t)$ نسبت به $x=0$ قرینه باشد، A_0 در آن صفر است. اگر تابع $f(t)$ زوج باشد، یعنی $f(t) = f(-t)$ ، جمله‌های سینوسی وجود ندارند. اگر تابع فرد باشد، یعنی $f(t) = -f(-t)$ ، جمله‌های کسینوسی وجود ندارند. حضور یا غیبت جمله‌ها با تعیین پایاهای A_0 و A_n و B_n مشخص می‌شوند. فرمولهای زیر، که با روشهای کلاسیک ریاضی به دست می‌آیند، برای تعیین A_0 و A_n و B_n به کار می‌روند:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (1.18)$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt \quad (1.18a)$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt \quad (1.18b)$$

حل انتگرالهای فوق بستگی به چگونگی $x = f(t)$ دارد. هر گاه این تابع خود مجموع تعداد معینی از ارتعاشهای ساده باشد، بسط آن نیز دارای تعداد معینی از جمله‌های تناوبی خواهد بود. مثلاً، تابع معرف پدیده زنش به دو ارتعاش تجزیه می‌شود. همچنین اگر $f(t)$ حاصل ترکیب سه ارتعاش باشد بسط آن دارای سه جمله تناوبی می‌گردد. در صورتی که اگر شیب منحنی $x = f(t)$ دارای تغییرات ناگهانی باشد، مانند موجهای مربعی یا دندان اره‌ای، بسط $x = f(t)$ دارای بینهایت جمله خواهد بود. از طرف دیگر می‌توان ثابت کرد که سری حاصل از بسط فوریه همگراست، یعنی هر چه فرکانس بالا می‌رود A_n و B_n کوچکتر می‌شوند. در موجهای مربع شکل و دندان اره‌ای، هر چه شماره جمله‌ها را بیشتر بگیریم شکل منحنی نمایش آن به موج اصلی نزدیکتر می‌شود. خوشبختانه ارتعاشهایی که در آکوستیک به آنها بر می‌خوریم دارای همگرایی سریعند، و با در نظر گرفتن چند جمله به وضع حقیقی آنها نزدیک می‌شویم. عامل دیگری که سبب می‌شود جمله‌های معدودی از بسط توابع ارتعاشی برای دریافت تأثیر حقیقی آنها کافی باشد خاصیت ذاتی گوش است که با حذف فرکانسهای بالا تغییر قابل ملاحظه‌ای در احساس زنگ صدا در آن رخ نمی‌دهد.

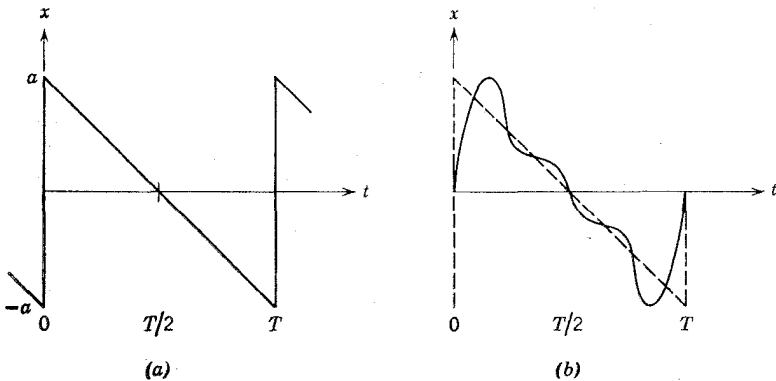
به عنوان مثال، بسط فوریه را در تجزیه ارتعاش دندان اره‌ای شکل $1.7a$ به معادله

$$x = f(t) = a \left(1 - \frac{2t}{T} \right)$$

به کار می‌بریم. چون $f(t)$ را در معادله‌های 1.18a و 1.18b قرار دهیم، و انتگرال‌های آنها را بین $t=0$ و $t=T$ حساب کنیم، مقادیر A_0 و A_n و B_n چنین به دست می‌آیند:

$$A_0 = 0, \quad A_n = 0, \quad B_n = \frac{a}{n\pi}$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، A_0 برابر صفر است، زیرا منحنی نمایش $f(t)$ نسبت به محور x قرینه است.



شکل 1.7 نمایش سری فوریه یک ارتعاش دندان اره‌ای

تمام جمله‌های A_n برابر صفرند، زیرا تابع فرد است. اگر منحنی نمایش تابع را به سوی t منفی ادامه دهیم تساوی $f(t) = -f(-t)$ مسلم می‌شود. با توضیحات فوق، تابع متناوب دندان اره‌ای به این صورت بسط می‌یابد:

$$x = f(t) = \frac{a}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{\sin 2\omega t}{2} + \dots + \frac{\sin n\omega t}{n} + \dots \right)$$

اگر فقط سه جمله اول از بسط فوق را در نظر بگیریم، منحنی نمایش آن شکل 1.7b را خواهد داشت. چنانکه دیده می‌شود، منحنی در اطراف خط اصلی، که با خط چین نمایش داده شده است، حرکت می‌کند، و اختلاف آن با منحنی اصلی، $x = f(t)$ (شکل 1.7a) به خوبی پدیدار است. اگر بخواهیم منحنی نمایش بسط فوق بیش از 5 درصد با نمایش اصلی تابع $f(t)$ اختلاف نداشته باشد باید دست کم 20 جمله اول آن را در محاسبه منظور کنیم.

1.13 نوسانهای میرا. هنگام نوسان جسم نیروهایی به نام نیروهای اصطکاکی یا تلف‌کننده^۲ ظاهر می‌شوند، که بنا بر چگونگی دستگاه نوسانی انواع مختلف دارند؛ و اثر آنها همیشه میرا کردن نوسان است. یعنی، کاهش مداومی نسبت به زمان، در دامنه آن ایجاد می‌کنند. نخست نوعی از نیروهای اصطکاکی را که در اثر چسبندگی^۳ محیط نوسان ایجاد می‌شود در نظر می‌گیریم، و انواع دیگر آن را از طریق مشابَهت بررسی می‌کنیم.

نیروی اصطکاک در مسائل ارتعاشی نقش عمده دارد. در پخش موجهای صوتی نیروی چسبندگی محیط به صورت نیروی مقاوم حرکت ایجاد می‌شود؛ مقدار آن به سرعت بستگی دارد، و در بسیاری از موارد با آن متناسب و مخالف است. این نیرو را با رابطه زیر می‌توان نمایش داد:

$$f_r = -R_m \frac{dx}{dt} \quad (1.19)$$

که در آن R_m پایای مثبتی است و **مقاومت مکانیکی**^۴ دستگاه نامیده می‌شود. از معادله 1.19 روشن است که مقاومت مکانیکی دستگاه با واحدی برابر نیوتون بر ثانیه/متر یا معادل آن کیلوگرم بر ثانیه اندازه‌گیری می‌شود.

اگر مقاومت مکانیکی را در حرکت نوسانگر ساده منظور کنیم، معادله حرکت آن به این صورت نوشته می‌شود:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + sx = 0 \quad (1.20)$$

یادآوری می‌کنیم که معادله نوسان بار الکتریکی q در یک مدار سری که شامل مقاومت، قرقره خودالقا، و خازن است به صورت معادله 1.20 است. ضریب خودالقای مدار الکتریکی معادل جرم m است در مدار مکانیکی نوسانگر؛ مقاومت مدار الکتریکی معادل مقاومت مکانیکی نوسانگر، R_m ؛ و ظرفیت خازن معادل نرزش مکانیکی^۵ C_m یا عکس پایای سختی نوسان‌کننده است ($C_m = 1/S$).

برای حل معادله 1.20، آن را به صورت مختلط اکسپونانسیل می‌نویسیم:

$$x = Ae^{pt}$$

و در معادله 1.20 قرار می‌دهیم، رابطه زیر به دست می‌آید، که باید به ازای تمام مقادیر t صادق باشد:

1) Damped oscillations. 2) Dissipative. 3) viscosity.
4) Mechanical resistance, 5) Mechanical compliance,

$$(m\gamma^2 + R_m\gamma + s)Ae^{\gamma t} = 0$$

و این شرط هنگامی برقرار است که

$$m\gamma^2 + R_m\gamma + s = 0$$

یا

$$\gamma = -\frac{R_m}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{R_m}{2m}\right)^2 - \left(\frac{s}{m}\right)} = -\alpha \pm \beta \quad (1.21)$$

که در آن

$$\alpha = \frac{R_m}{2m} \quad (1.21a)$$

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{R_m}{2m}\right)^2 - \left(\frac{s}{m}\right)} = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (1.21b)$$

که در آن ω_0^2 بنا بر تعریفی که از آن کرده‌ایم بجای $\sqrt{s/m}$ گذارده شده است. در ارتعاشهای مهم آکوستیکی مقدار R_m چنان است که پیوسته $\omega_0^2 > \alpha^2$ است و β انگاری است و در نتیجه γ نیز انگاری است. پس بهتر است β را چنین بنویسیم.

$$\beta = j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = j\omega_d \quad (1.21c)$$

که در آن ω_d فرکانس زاویه‌ای ارتعاش هنگام میرایی است. گوشزد می‌کنیم که در مواردی که مقاومت مکانیکی دستگاه اندک باشد ω_d بسیار نزدیک ω_0 ، فرکانس آزاد دستگاه و جزئی از آن کمتر است و در محاسبه می‌توان برابر در نظر گرفت.

حل کلی یا عمومی معادله 1.20 مجموع دو حل اختصاصی (با دو جواب γ در 1.21)

بدین صورت است

$$\mathbf{x} = e^{-\alpha t}(A_1e^{j\omega_d t} + A_2e^{-j\omega_d t}) \quad (1.22)$$

مانند موردی که نیروی تلف‌کننده وارد نمی‌شود، پایاهای A_1 و A_2 معمولاً مختلط‌اند، و در

نتیجه x نیز مختلط است، و بنا بر قراردادی که در بند 1.5 کردیم مقدار حقیقی آن در نظر گرفته می شود

$$x = Ae^{-\alpha t} \cos(\omega_d t + \phi) \quad (1.22a)$$

که در آن A و ϕ پایاهای حقیقی هستند و با شرایط ابتدائی معلوم می شوند. دامنه حرکت ارتعاشی فوق، یعنی $Ae^{-\alpha t}$ ، دیگر پایا نیست، و نسبت به زمان به صورت اکسپونانسیل کاهش می یابد. چنانکه در نوسان نامیرا نیز دیدیم، فرکانس به دامنه نوسان بستگی ندارد، ولی در اینجا مقدار آن از فرکانس نوسان نامیرا کمتر است.

یک وسیله برای تشخیص سرعت کاهش دامنه، زمانی است که در مدت آن دامنه به $1/e$ مقدار ابتدائی خود می رسد. این زمان را **مدول تباهی** می نامند و با حرف τ نشان می دهند، که مساوی است با:

$$\tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{2m}{R_m} \quad (1.22b)$$

هر چه R_m کوچکتر باشد τ بزرگتر است، و زمان بیشتری لازم است تا نوسانها به کلی از بین بروند.

هر گاه R_m زیادتر از حد معمول باشد β حقیقی می شود، و دستگاه دیگر نوسانی نیست. اگر جرم را از وضع تعادل خارج سازند، فقط به وضع اول خود بر می گردد و از آن نمی گذرد. اگر β صفر باشد بازهم دستگاه نوسانی نخواهد بود و این حالت را **میرایی بحرانی**^۲ می نامند.

1.14 نوسان واداشته^۳. در مسائل آکوستیک اغلب نوسانگر ساده یا دستگاه معادل آن با تأثیر نیروی محرک جیبی به نام نیروی راننده^۴ به ارتعاش در می آید. چون این نیرو را به صورت $f = F \cos \omega t$ معرفی کنیم معادله حرکت میرای نوسانگر چنین نوشته می شود:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + sx = F \cos \omega t \quad (1.23)$$

حل این معادله مجموع دو جمله است، یکی جمله **ناپایدار**^۵ که دارای دو پایای اختیاری است و دیگری جمله **پایدار**^۶ که به F بستگی دارد و دارای پایاهای اختیاری نیست. برای به دست آوردن قسمت ناپایدار، F را در معادله 1.23 برابر صفر می گذاریم. معادله ای نظیر

- 1) Decay modulus. 2) Critical damping. 3) Forced oscillation.
4) Driving force. 5) Transient term. 6) Steady state term.

معادله 1.20 به دست می‌آید، که حل آن نظیر معادله 22 و 1.2 می‌شود. فرکانس ارتعاشی آن همان ω_r فرکانس ارتعاش میراست و پایاهای آن با شرایط ابتدایی تعیین می‌شوند. بعد از گذشت زمان کافی، مثلاً $at \gg 1$ جمله میرای e^{-at} به سوی صفر میل می‌کند و جمله پایدار باقی می‌ماند، که فرکانس آن همان ω فرکانس نوسانی نیروی راننده است. برای به دست آوردن جمله پایدار بهتر آن است که به جای مقدار حقیقی نیروی مؤثر $F \cos \omega t$ مقدار انگاری آن $F e^{j\omega t}$ به کار ببریم

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + sx = F e^{j\omega t} \quad (1.23a)$$

حل این معادله، x را به صورت انگاری به دست می‌دهد که مقدار حقیقی آن معرف تغییر مکان است.

اگر حل معادله فوق را به صورت اکسپونانسیل $x = A e^{j\omega t}$ بگیریم، و در معادله بالا ببریم این معادله به دست می‌آید

$$(-A\omega^2 m + jA\omega R_m + As) e^{j\omega t} = F e^{j\omega t}$$

برای اینکه این معادله برای هر مقدار t صحیح باشد، باید

$$A = \frac{F}{j\omega R_m + (s - \omega^2 m)} \quad (1.24)$$

و مقدار انگاری x به این معادله تبدیل می‌گردد

$$x = \frac{F e^{j\omega t}}{j\omega R_m + (s - \omega^2 m)} = \frac{-jF e^{j\omega t}}{\omega [R_m + j(\omega m - s/\omega)]} \quad (1.25)$$

پیش از حل و یافتن قسمت حقیقی معادله بالا، امیدانس مکانیکی مختلط^۲ دستگاه، Z_m ، را چنین معرفی می‌کنیم تا همانندی آن با مدارهای الکتریکی روشنتر گردد. بنا بر تعریف امیدانس مکانیکی مختلط چنین است

$$Z_m = R_m + j\left(\omega m - \frac{s}{\omega}\right) = R_m + jX_m = Z_m e^{j\phi} \quad (1.26)$$

(۱) باید توجه داشت که ω_r به معنای اصلی خود، فرکانس زاویه‌ای ارتعاش است و با فرکانس f با ضرب 2π مربوط می‌شود، ولی برای آسانی، واژه زاویه‌ای را می‌توان حذف کرد، مگر در مواردی که این امر موجب اشتباه گردد.

2) Complex mechanical impedance.

که در آن X_m برابر $(\omega m - \frac{s}{\omega})$ و راکتانس مکانیکی دستگاه نام دارد. مقدار امپدانس مکانیکی چنین است:

$$Z_m = \sqrt{R_m^2 + \left(\omega m - \frac{s}{\omega}\right)^2} = \sqrt{R_m^2 + X_m^2} \quad (1.27)$$

و فاز آن، ϕ ، از این رابطه به دست می‌آید:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega m - s/\omega}{R_m} = \tan^{-1} \frac{X_m}{R_m} \quad (1.27a)$$

امپدانس مکانیکی Z_m کاملاً شبیه امپدانس الکتریکی مختلط یک مدار سری است که از مقاومت، قرقره خودالقا، و خازن تشکیل شده. R_m معادل است با مقاومت الکتریکی R ، جرم m معادل است با L اندوکتانس مدار، و سختی مکانیکی S معادل است با عکس ظرفیت خازن. ابعاد امپدانس مکانیکی درست مانند ابعاد مقاومت مکانیکی است و با واحد آن، یعنی کیلو گرم بر ثانیه بیان می‌شود. این واحد را می‌توان **اهم مکانیکی**^۲ نامید.

باید به خاطر داشت که گرچه اهم مکانیکی و اهم الکتریکی با هم شباهت دارند، واحدهای اصلی آنها یکی نیستند.

اهم الکتریکی حاصل تقسیم ولتاژ بر شدت جریان است، در صورتی که اهم مکانیکی حاصل تقسیم نیرو بر سرعت است.

با استفاده از تعریف Z_m در معادله 1.26 معادله 1.25 را به این صورت ساده می‌توان نوشت

$$x = \frac{-jF e^{j(\omega t - \phi)}}{\omega Z_m} \quad (1.25a)$$

و قسمت حقیقی آن که معرف تغییر مکان است چنین به دست می‌آید:

$$x = \frac{F \sin(\omega t - \phi)}{\omega Z_m} = \frac{F \sin(\omega t - \phi)}{\omega \sqrt{R_m^2 + (\omega m - s/\omega)^2}} \quad (1.28)$$

در بسیاری از مسائل مکانیکی و آکوستیکی، معلوم بودن معادله سرعت مهمتر از معادله مسافت است. اگر از معادله 1.25 بر حسب زمان مشتق بگیریم، معادله سرعت مختلط به دست می‌آید

1) Mechanical reactance.

(۲ در حقیقت این کمیت را باید اهم مکانیکی MKS نامید تا از اهم مکانیکی CGS متمایز گردد. ولی در این کتاب، برای سادگی عبارت، از ذکر MKS خودداری شده است.

$$v = \frac{F e^{j\omega t}}{R_m + j(\omega m - s/\omega)} = \frac{F e^{j(\omega t - \phi)}}{Z_m} \quad (1.29)$$

و سرعت واقعی قسمت حقیقی معادله بالاست، یعنی

$$v = \frac{F \cos(\omega t - \phi)}{Z_m} = \frac{F \cos(\omega t - \phi)}{\sqrt{R_m^2 + (\omega m - s/\omega)^2}} \quad (1.30)$$

نسبت F/Z_m مقدار سرعت ماکسیمم نوسانگر است و دامنه سرعت نامیده می‌شود. معادله 1.30 را مستقیماً می‌توان با مشتق‌گیری از معادله 1.28 به دست آورد. از معادله 1.29 معلوم می‌شود که زاویه ϕ اختلاف فاز سرعت و نیروی راننده است. هنگامی که این زاویه مثبت باشد سرعت نسبت به نیرو عقب است و هنگامی که منفی باشد سرعت نسبت به نیرو جلو است. در فرکانسهای زیاد، ϕ مثبت و نزدیک 90° است؛ و در فرکانسهای خیلی کم منفی و نزدیک 90° است. در فرکانس متوسطی راکتانس مکانیکی X_m صفر می‌گردد، و سرعت و نیروی مؤثر هم‌فاز می‌شوند. در این فرکانس، دامنه سرعت نیز دارای مقدار ماکسیمم و برابر F/R_m است.

1.15 رابطه‌های توان. توان لحظه‌ای به حسب وات که به وسیله نیروی راننده به دستگاه وارد می‌شود برابر حاصلضرب نیروی راننده لحظه‌ای در سرعت لحظه‌ای است

$$W_i = F \cos \omega t \frac{F \cos(\omega t - \phi)}{Z_m} = \frac{F^2}{Z_m} \cos \omega t \cos(\omega t - \phi) \quad (1.31)$$

باید دانست که توان لحظه‌ای W_i قسمت حقیقی حاصلضرب نیروی راننده مختلط $F e^{j\omega t}$ و سرعت مختلط v نیست.

در بسیاری از موارد توان متوسط W که به دستگاه داده می‌شود وضع دستگاه را بهتر از توان لحظه‌ای مشخص می‌سازد. توان متوسط برابر نسبت مقدار کار داده شده در یک نوسان کامل بر زمان یک نوسان کامل است، یعنی

$$W = \frac{\int_0^T W_i dt}{T}$$

اگر W_i را از معادله 31.1 در رابطه بالا قرار دهیم W محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{F^2}{Z_m T} \int_0^T \cos \omega t \cos (\omega t - \phi) dt \\
 &= \frac{F^2}{Z_m T} \int_0^T [\cos^2 \omega t \cos \phi + \cos \omega t \sin \omega t \sin \phi] dt \\
 &= \frac{F^2}{2Z_m} \cos \phi \quad (1.32)
 \end{aligned}$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، توان مکانیکی متوسط مشابه توان الکتریکی در مداری شامل مقاومت، خودالقا، و خازن است که بصورت $\frac{E^2}{2Z} \cos \phi$ می‌باشد (E نیروی محرك الکتریکی

ماکسیمم). هر گاه به جای F ، مقدار ماکسیمم نیرو، مقدار مؤثر آن $F_e = \frac{F}{\sqrt{2}}$ ، و به جای E

مقدار نیروی محرك الکتریکی ماکسیمم، مقدار مؤثر آن، $E_e = \frac{E}{\sqrt{2}}$ ، را به کار بریم،

مضرب $1/2$ حذف می‌شود، و توانهای مکانیکی و الکتریکی با مقادیر مؤثر به صورتهای

$\frac{F_e^2}{Z_m} \cos \phi$ و $\frac{E_e^2}{Z_m} \cos \phi$ در می‌آیند. $\cos \phi$ را در توان مکانیکی ضریب توان مکانیکی

می‌نامند، همچنانکه در توان الکتریکی آن را ضریب توان الکتریکی می‌نامند.

چون $\cos \phi = \frac{R_m}{Z_m}$ است، بنابراین معادله 1.32 را به این صورت هم می‌توان نوشت:

$$W = \frac{F^2 R_m}{2Z_m^2} \quad (1.32a)$$

که مستقیماً از محاسبه کار انجام داده شده در برابر مقاومت مکانیکی، R_m ، نیز بدست می‌آید. توان لحظه‌ای را از این نظر به این صورت می‌نویسیم:

$$W_i = R_m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{F^2 R_m}{Z_m^2} \cos^2 (\omega t - \phi) \quad (1.31a)$$

اگر متوسط این توان را در یک پریود به دست آوریم، معادله 1.32a به دست می‌آید. بنابراین، می‌توان گفت که در حالت پایدار دامنه و فاز نوسانگر طوری با یکدیگر تنظیم

می‌شوند که توان متوسط نیروی راننده آن برابر توان متوسط نیروی اصطکاک باشد.

توان متوسط هنگامی به مقدار ماکسیمم خود می‌رسد که راکتانس مکانیکی X_m صفر

شود. از معادله 1.32 روشن می‌شود که فرکانس مربوط به $X_m = 0$ برابر ω_0 است، بطوریکه

$\omega_0 m = \frac{S}{\omega_0}$ است و در این حالت W ماکسیم خواهد بود؛ زیرا $\cos \phi$ برابر واحد و Z_m می نیمم و برابر R_m است.

1.16 فرکانس رزونانس مکانیکی. فرکانس رزونانس مکانیکی هنگامی به دست می-

آید که راکتانس X_m برابر صفر باشد، یعنی در این حالت $\omega_0 = \left(\frac{S}{m}\right)^{1/2}$ است. در این فرکانس نیروی راننده ماکسیمم توان را به دستگاه می رساند، و مقدار آن برابر فرکانس آزاد دستگاه بدون میرایی است، چنانکه در 1.2 شرح آن گذشت. در این فرکانس امپدانس مکانیکی می نیمم و برابر مقاومت مکانیکی است $Z_m = R_m$ و مقداری است حقیقی. همچنین دامنه سرعت در این فرکانس ماکسیمم و به مقدار $\frac{F}{R_m}$ است، چنانکه در بند 1.14 دیدیم. در این فرکانس معادله 1.30 به صورت ساده زیر در می آید

$$v_{res} = \frac{F}{R_m} \cos \omega_0 t \quad (1.33)$$

که در آن $\frac{F}{R_m}$ دامنه سرعت رزونانس است.

در فرکانس رزونانس معادله 1.28 به شکل زیر در می آید:

$$x_{res} = \frac{F}{\omega_0 R_m} \sin \omega_0 t \quad (1.33a)$$

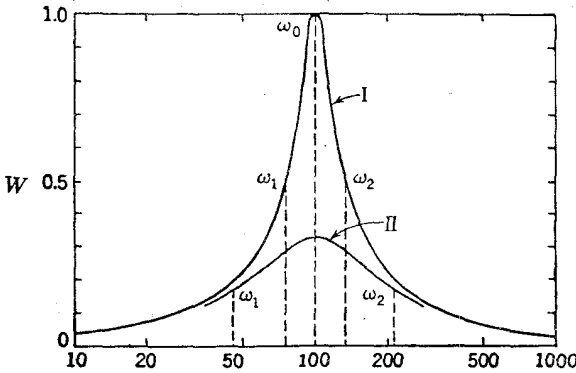
یادآوری می کنیم که در این فرکانس دامنه مسافت x ماکسیمم نیست و ماکسیمم آن به ازای مقدار دیگری از ω است که جمله $\left[\omega \left[R_m^2 + \left(\omega m - \frac{S}{\omega}\right)^2\right]^{1/2}$ را می نیمم می کند. می توان نشان داد که این فرکانس برابر است با

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2}$$

در مواردی که مقاومت مکانیکی خیلی زیاد نباشد، $2\alpha^2$ در برابر ω_0^2 قابل چشم پوشی است، و دامنه تغییر مکان را می توان در فرکانس رزونانس ω_0 ، برابر $\frac{F}{\omega_0 R_m}$ فرض کرد، که مقدار ماکسیمم است.

هرگاه تغییرات توان متوسط را بر حسب فرکانس نیروی راننده با دامنه ثابت رسم کنیم

منحنی نمایش آن نظیر منحنی نمایش توان الکتریکی بر حسب فرکانس در مدار الکتریکی RLC بدست می آید، که مقدار ماکسیمم آن برابر $\frac{F^2}{2R_m}$ در فرکانس رزونانس ω_0 است و در فرکانسهای کمتر یا بیشتر از آن کاسته می شود.



شکل 1.8. منحنی رزونانس یک سیستم مکانیکی ساده. منحنی I مربوط به $Q=3$ و R_m کم. منحنی II مربوط به $Q=1$ و R_m زیاد.

تیزی قله منحنی توان بر حسب فرکانس نشانه‌ای از مقاومت مکانیکی R_m به دست می دهد. اگر R_m کوچک باشد، منحنی از حدود قله به سرعت نزول می کند و گویند دستگاه مکانیکی دارای رزونانس تیز^۱ است. اگر مقاومت مکانیکی R_m زیاد باشد منحنی از اطراف خود به آهستگی نزول می کند، و گویند دستگاه دارای رزونانس پهن^۲ است. تیزی رزونانس را با عاملی به نام فاکتور کیفیت^۳، Q ، دقیقتر می توان تعریف کرد:

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \quad (1.34)$$

که در آن ω_0 فرکانس رزونانس است، و ω_1 و ω_2 دوفرکانس هستند که در بالا و پایین فرکانس رزونانس قرار دارند، و توان متوسط به ازای آنها به نصف مقدار توان رزونانس تقلیل می یابد. Q را می توان بر حسب پایاهای مکانیکی دستگاه تعیین کرد. از معادله 1.32a روشن است که مقدار توان متوسط در ازای $Z_m^2 = R_m^2$ به نصف مقدار خود می رسد، و از آن نتیجه می شود

$$R_m^2 + X_m^2 = 2R_m^2 \quad \text{یا} \quad X_m = \pm R_m$$

1) Sharp resonance.

2) Broad resonance.

3) Quality factor.

چون $X_m = \omega m - s/\omega$ ، دو مقدار ω_1 و ω_2 از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند

$$\omega_1 m - \frac{s}{\omega_1} = -R_m \quad \text{و} \quad \omega_2 m - \frac{s}{\omega_2} = +R_m$$

اگر s را بین آن دو حذف کنیم این رابطه برقرار می‌شود:

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{R_m}{m}$$

و بنابراین،

$$Q = \frac{\omega_0 m}{R_m} \quad (1.35)$$

که معادل است با $\omega_0 L/R$ ، فاکتور کیفیت قرقره القا می‌توان نشان داد $Q/2\pi$ نسبت انرژی ماکسیمم نوسانگر در فرکانس رزونانس به انرژی مصرف شده در هر پریود است. اثبات این مطلب به عهده خواننده گذاشته شده است.

1.17 مدار الکتریکی معادل نوسانگر مکانیکی ساده. بسیاری از دستگاه‌های مکانیکی و آکوستیکی، از نظر ریاضی، معادل دستگاه‌های الکتریکی مشخصی هستند. مثلاً مداری الکتریکی که شامل القای L ، مقاومت R ، و خازن C است و بوسیله ولتاژ جیبی $E \cos \omega t$ تحریک شده باشد دارای معادله دیفرانسیل زیر است:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = E \cos \omega t \quad (1.36)$$

که در آن بار الکتریکی خازن، و $i = dq/dt$ شدت جریان است. اگر معادله بالا را بر حسب q بنویسیم به این صورت در می‌آید:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \cos \omega t \quad (1.36a)$$

که با معادله 1.32 دستگاه مکانیکی مرتعش همانندی کامل دارد؛ و در آن m معادل L ، R_m معادل R ، $1/C$ معادل s ، و E معادل F است. حل قسمت پایدار معادله 1.36a چنین است

$$q = \frac{E}{\omega Z} \sin(\omega t - \phi) \quad \text{یا} \quad i = \frac{E}{Z} \cos(\omega t - \phi)$$

که در آن $Z^2 = R^2 + X^2$ و $X = \omega L - 1/\omega C$ و $\text{tg} \phi = X/R$. بنابراین شرح فوق، شدت i

دستگاه الکتریکی مشابه سرعت v در دستگاه مکانیکی است، و بار الکتریکی q در دستگاه الکتریکی همانند تغییر مکان x است. با مقایسه مستقیم می توان دریافت که فرکانس رزونانس الکتریکی بدین صورت است

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.36b)$$

و توان متوسط الکتریکی بدین مقدار است

$$W = \frac{E^2}{2Z} \cos \phi \quad (1.36c)$$

می توان نشان داد که اگر در نوسانگر مکانیکی ساده نیروی راننده جیبی به جای اینکه به انتهای متصل به جرم فنر وارد شود به انتهای دیگر ثابت آن تأثیر کند دستگاه معادل مداری الکتریکی است که شامل یک قرقره و یک خازن به طور موازی باشد؛ و سرعت دستگاه در انتهای فنر که تحت تأثیر نیرو قرار گرفته است معادل جریانی است که در مدار موازی وارد شود.

1.18 رابطه های فاز و امپدانس. در حالت رزونانس زاویه ϕ صفر است و نیروی راننده و سرعت رزونانس همفازند، در حالی که مسافت نسبت به آنها $\pi/2$ عقب است. هرگاه فرکانس ω از ω_0 فرکانس رزونانس بیشتر باشد، راکتانس مکانیکی و فاز ϕ هر دو مثبت اند و سرعت نسبت به نیروی راننده عقب می افتد. مقدار عقب افتادگی آن با زیاد شدن ω افزایش می یابد و چون ω به سوی بینهایت میل کند مقدار آن به 90° میل می کند، در حالی که در این حال عقب افتادگی مسافت نسبت به F به 180° نزدیک می شود. هرگاه فرکانس ω کمتر از ω_0 باشد، راکتانس مکانیکی و فاز هر دو منفی اند و سرعت از نیروی راننده جلو می افتد. اگر ω به سوی صفر میل کند مقدار جلو افتادگی آن افزایش می یابد و به 0° نزدیک می شود. در حالی که از عقب افتادگی مسافت نسبت به نیرو کاسته می شود و به سوی صفر میل می کند. در دستگاهی که دارای مقاومت مکانیکی اندک باشد، اختلاف فاز بین سرعت و تغییر مکان نسبت به نیروی راننده در نزدیکی فرکانس رزونانس با جزئی تغییر ω به سرعت تغییر می کند.

دستگاههای مکانیکی که با تأثیر نیروی تناوبی به نوسان در می آیند بنا بر کاربردهای گوناگون به سه گروه تقسیم می شوند. در گروه اول دستگاه به یک فرکانس مخصوص پاسخ قوی می دهد. در این حال مقاومت مکانیکی نوسانگر اندک و در نتیجه امپدانس دستگاه برای تمام فرکانسها، به جز فرکانسهای نزدیک فرکانس رزونانس، نسبتاً زیاد است؛ و چنین نوسانگری در فرکانسهای نزدیک به فرکانس رزونانس با قوت پاسخ می دهد. یعنی دامنه های سرعت در حدود این فرکانس زیاد است. رزوناتورهای دیپازن و رزوناتورهایی که زیرمیل های کسلیوفون

می‌گذارند و همچنین تراگذارهای^۱ صوتی که با خاصیت مانیتو استریکتیو^۲ کار می‌کنند جزء این گروه‌اند.

در گروه دوم دستگاه به‌چند فرکانس معین پاسخ قوی می‌دهد. نوسانگر ساده از عهدۀ چنین کاری بر نمی‌آید. ولی دستگاههایی مکانیکی می‌توان طرح‌ریزی کرد که دارای این خاصیت باشند. در فصلهای آینده به آنها خواهیم پرداخت.

در گروه سوم، دستگاه به نوار گشاده‌ای از فرکانسها، به طور کمابیش یکسان پاسخ می‌گوید. بسیاری از تراگذارهای الکتروآکوستیکی، مانند میکروفون، بلندگو، هیدروفون^۳، و تراگذارهای صوتی کریستالی و جعبۀ رزونانس اسباب موسیقی مانند پیانو و غیره باید از این گروه شمرده شوند. در کاربردهای گوناگون کمیتی که باید دامنه‌اش نسبت به فرکانس ثابت بماند متفاوت است. در برخی موارد باید دامنه مسافت به فرکانس وابسته نباشد، در برخی باید دامنه سرعت ثابت بماند، و در بعضی دیگر دامنه شتاب تغییر نکند، با انتخاب مناسب سختی، جرم، و مقاومت مکانیکی می‌توان نوسانگر را با هر یک از این حالات تطبیق داد. نوسانگرهایی که دارای هر یک از سه خاصیت فوق باشند اصطلاحاً سختی تنظیم‌شده^۴، مقاومت تنظیم‌شده^۵ و جرم تنظیم‌شده^۶ نامیده می‌شوند. در نوع اول مقدار k/m برای نوار فرکانس مورد نظر زیاد است به طوری که ωm و R_m نسبت به آن قابل چشم‌پوشی هستند و Z_m آن

نزدیک $\frac{k}{\omega}$ است، چنانکه می‌توان نوشت

$$x \approx \frac{F}{s} \cos \omega t \quad \text{و} \quad v \approx -\frac{\omega F}{s} \sin \omega t \quad (1.37)$$

باید توجه داشت که با اینکه دامنه مسافت به فرکانس بستگی ندارد، ولی دامنه سرعت به آن وابسته است.

در نوع دوم، مقاومت تنظیم‌شده، R_m نسبت به داکتانس X_m بزرگ گرفته می‌شود. این هنگامی است که اولاً نوسانگر دارای مقاومت مکانیکی زیاد باشد، و در ثانی در حدود فرکانس رزونانس کار کند. در این حال می‌توان نوشت:

$$x \approx \frac{F}{\omega R_m} \sin \omega t \quad \text{و} \quad v \approx \frac{F}{R_m} \cos \omega t \quad (1.38)$$

چنانکه از فرمولهای بالا نتیجه می‌شود، دامنه سرعت به فرکانس زاویه‌ای ω بستگی ندارد، در حالی که دامنه مسافت و دامنه شتاب هر دو به ω بستگی دارند.

در نوع سوم، جرم تنظیم‌شده، مقدار ωm در نوار فرکانس مورد نظر زیاد گرفته می‌شود،

- 1) Transducers. 2) Magnetostrictive. 3) Hydrophone. 4) stiffness-controlled,
5) Resistance-controlled. 6) Mass-controlled.

چنانکه S/ω و R_m در برابر آن قابل چشم‌پوشی باشند. در این حال Z_m برابر $j\omega m$ است، و دامنه سرعت و دامنه مسافت هر دو به فرکانس بستگی پیدا می‌کنند

$$x \approx -\frac{F}{\omega^2 m} \cos \omega t \quad \text{و} \quad v \approx \frac{F}{\omega m} \sin \omega t \quad (1.39)$$

چون شتاب را به دست آوریم

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} \approx \frac{F}{m} \cos \omega t \quad (1.39a)$$

می‌بینیم که دامنه آن به فرکانس بستگی ندارد. هر دستگاه مکانیکی نوسان‌کننده‌ای برای فرکانسهای نزدیک به فرکانس رزونانس خود، از نوع دوم یعنی مقاومت تنظیم شده است، و هر چه مقاومت مکانیکی آن کمتر باشد نوار فرکانسهای پاسخ آن کوتاه‌تر است. همچنین هر دستگاه نوسان‌کننده‌ای برای فرکانسهای بسیار کمتر از فرکانس رزونانس، از نوع اول یعنی سختی تنظیم شده است و در فرکانسهای بسیار بیشتر از فرکانس رزونانس از نوع سوم یعنی جرم تنظیم شده است. با انتخاب مناسب پایاهای مکانیکی دستگاه می‌توان آن را در حدود فرکانسهای مورد نظر تنظیم کرد. ولی مقادیر حساب‌شده آنها را همیشه در عمل نمی‌توان ایجاد کرد.

1.19 پاسخ ناپایدار نوسانگر. پیش از نتیجه‌گیری از بحث مربوط به نوسانگر ساده بهتر است تأثیری را که پاسخ ناپایدار بر قسمت پایدار می‌گذارد روشن سازیم. حل کلی معادله 1.23 چنین است:

$$x = Ae^{-\alpha t} \cos(\omega_d t + \phi_d) + \frac{F}{\omega Z_m} \sin(\omega t - \phi) \quad (1.40)$$

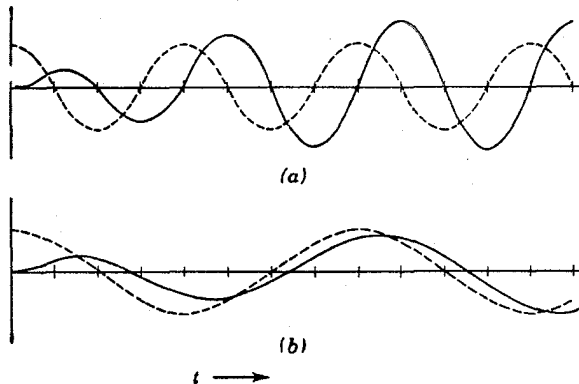
که در آن A و ϕ_d پایاهای اختیاری هستند که مقادیرشان با تعیین شرایط ابتدایی یعنی x_0 و v_0 در $t=0$ مشخص می‌شوند.

مورد خاصی را در نظر می‌گیریم که در $t=0$ ، مسافت و سرعت برابر صفر باشند، و α نسبت به ω و ω_d کوچک باشد. با وارد کردن این شرایط در معادله 1.40، به دست می‌آید

$$A = \frac{F}{Z_m^2} \left(\frac{X_m^2}{\omega^2} + \frac{R_m^2}{\omega_d^2} \right)^{1/2} \quad (1.41)$$

$$\tan \phi_a = \frac{\omega R_m}{\omega_a X_m} \quad (1.42)$$

تأثیر پاسخ ناپایدار بر پاسخ پایدار در شرایط فوق در دو مورد $\omega = \omega_0/2$ و $\omega = \omega_0$ در شکل 1.9 روشن می‌شود. این تأثیر در سمت چپ منحنیها، یعنی آغاز ارتعاش، نمایانتر است و در قسمت راست منحنی که قسمت پایدار میرا شده، تأثیر آن از بین رفته و حالت پایدار برقرار مانده است.



شکل 1.9 حرکت واداشته يك نوسانگر میرا که شامل پاسخ ناپایدار است. منحنی (a) پاسخ را برای $\omega = \omega_0$ و منحنی (b) برای $\omega = \omega_0/2$ می‌دهد. منحنیهای خط چین نیروی به‌کار برده‌شده را بر حسب زمان و منحنیهای بدون خط‌چین تغییر مکانهای متناظر با این نیروها را نشان می‌دهند.

در شرایط دیگر، منحنیهایی شبیه به این منحنیها می‌توان رسم کرد، که در همه آنها تأثیر قسمت ناپایدار در آغاز ارتعاش سبب نامنظمی ارتعاش پایدار می‌گردد، و پس از زمان کوتاهی تأثیر آن از میان می‌رود و قسمت پایدار برجا می‌ماند.

پاسخ ناپایدار نوسانگر پس از قطع آنی نیروی راننده ظاهر می‌شود، و آن را **تباهی ناپایدار**^۱ می‌نامند. معادله ارتعاش آن بعین همان معادله ارتعاش میرا، $1.22a$ ، است و فرکانس آن ω_r است نه ω . پایاهای معرف دامنه و فاز آن بستگی به قسمتی از پریود ارتعاش دارد که در آن نیروی راننده حذف گردیده است. اگر حذف نیروی راننده آنی نباشد، یعنی دامنه آن به آهستگی به صفر برسد، تأثیر تباهی ناپایدار رو به کاهش می‌رود، خصوصیات تباهی ناپایدار در **هماندهی**^۲ وسایل تقویت صوت مانند میکروفون و بلندگو، نقش قابل ملاحظه‌ای دارند. نمونه‌ای از نزول ملایم در برآهنگ^۳ برخی از بلندگوها قابل توجه است.

1) Decay transient. 2) Fidelity.

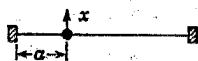
۳) Hangover: ادامه غیرضروری و نامشخص صدا در بلندگو به علت نقصی طرح یا میرایی ناکافی آن. -م.

مسائل

1.1. هرگاه مقدار حقیقی تابع مختلط $x = Ae^{i\omega t}$ به صورت $x = A \cos(\omega_0 t + \phi)$ باشد نشان دهید که مقدار حقیقی x^2 برابر x^2 نیست.

1.2. نشان دهید که $x = A \cos(\omega_0 t + \phi)$ معادل $x = A_1 \cos \omega_0 t + A_2 \sin \omega_0 t$ است.

1.3. جرم m به نقطه‌ای از سیم افقی به طول l و کشیده شده با کشش F ، بین دو پایه محکم بسته شده است. (a) هنگامی که جرم m به مقدار کوچک x تغییر مکان یابد نیروی برگرداننده آن، f ، را حساب کنید.



در این محاسبه T را ثابت و تأثیر نیروهای گرانشی را قابل چشم‌پوشی فرض کنید. (b) در صورتی که دامنه حرکت جرم m چنان کوچک باشد که بتوان مقادیر سینوس و تانژانت زاویه‌های بین امتدادهای سیم و امتداد افق را برابر گرفت، فرکانس ارتعاش قائم جرم را با رابطه‌ای مشخص کنید. (c) جرم m به چه فاصله a از مبدأ سیم قرار گیرد تا فرکانس ارتعاش آن می‌نیم شود.

1.4. دستگاه مرتعشی از یک جرم m و دو فنر تشکیل شده است. جرم m به فنر اول با ثابت سختی r_1 و طول ابتدایی l_1 آویزان است. این فنر به فنر دیگری با ثابت سختی r_2 و طول ابتدایی l_2 که سر آن ثابت است آویزان شده. دستگاه در امتداد قائم تحت تأثیر نیروی سنگینی به حال تعادل قرار گرفته است. (a) با چشم‌پوشی از جرم فنرها، ازدیاد طول دستگاه بر اثر نیروی گرانشی mg را حساب کنید. (b) رابطه‌ای پیدا کنید که فرکانس اصلی ارتعاش دستگاه را به دست دهد.

1.5. به یک سر تیر بلند چوبی به شعاع مقطع $0.1m$ وزنه‌ای بسته‌اند، چنانکه به طور قائم در آب می‌ایستد. اگر سر دیگر تیر را اندکی در امتداد قائم فرو برده رها سازیم تیر با پر بود 4 ثانیه به نوسان در می‌آید. جرم دستگاه را حساب کنید.

1.6. ارتعاشی به معادله $x = 2 \cos 6\pi t + 5 \sin 5\pi t$ است. (a) منحنی تغییرات x را بر حسب t رسم کنید. (b) در چه زمانی تغییر مکان x ماکسیمم است؟ (c) در چه زمانی سرعت ماکسیمم است؟ (d) مقدار ماکسیمم سرعت چقدر است؟

1.7. نشان دهید که A_n ، دامنه حرکت برآیند n ارتعاش هارمونیک ساده، که دامنه آنها A و فرکانسشان ω است و دارای فازهای $\phi_1 = \epsilon$ ، $\phi_2 = 2\epsilon$ و ... و $\phi_n = n\epsilon$ هستند از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A_n = \frac{A \sin(n\epsilon/2)}{\sin(\epsilon/2)}$$

1.8. موج مربعی با معادله $x = a$ از $t = 0$ تا $t = T/2$ و $x = -a$ از $t = T/2$ تا $t = T$ تا $t = T$ مشخص شده است. (a) پایاهای سری فوریه را به دست آورید. (b) نموداری از مجموع چهار جمله اول سری فوق رسم کنید و آن را با شکل موج اصلی مقایسه کنید.

1.9. چند جمله اول سری فوریه معادل تابع $x = a$ بین $t = 0$ و $t = T/2$ و $x = 0$ بین $t = T/2$ و $t = T$ را به دست آورید.

1.10. جرم 0.25 kg به فتری به جرم 0.3 kg آویزان است. ثابت سختی فنر 100 نیوتن بر متر و مقاومت مکانیکی دستگاه 7.0 کیلوگرم بر ثانیه است. (a) فرکانس نوسان آزاد و میرای دستگاه را حساب کنید. (b) هرگاه دستگاه با نیروی جیبی به دامنه 2 نیوتن رانده شود دامنه نوسان آن را حساب کنید. (c) ماکسیم انرژی جنبشی دستگاه را هنگام تأثیر نیروی فوق حساب کنید.

1.11. جرم 0.5 kg به فتری که از جرمش در محاسبه چشمپوشی می شود آویزان است. هنگامی که سرباری به جرم 0.2 kg به جرم اولی اضافه شود مقدار 0.04 m بر طول فنر افزوده می گردد. در این حال اگر سربار را یکبار حذف کنند دامنه نوسان دستگاه به 63.4 درصد یعنی $1/e$ مقدار اولی، در یک ثانیه می رسد. از این مشاهده ها مقادیر R_m ، ω_d ، A ، و ϕ حرکت را محاسبه کنید.

1.12. وزنه ای به جرم 0.5 kg به فتری که از جرمش در محاسبه چشمپوشی می شود آویزان است. سختی فنر 100 نیوتن بر متر و مقاومت مکانیکی دستگاه 14 کیلوگرم بر ثانیه است. نیروی راننده دستگاه به صورت $f = 2 \cos 5t$ نمایش داده می شود. (a) مقادیر دامنه تغییر مکان، دامنه سرعت، و توان متوسط مصرف شده را در قسمت پایدار حرکت حساب کنید. (b) زاویه فاز را بین سرعت و نیرو به دست آورید. (c) فرکانس رزونانس و مقادیر دامنه تغییر مکان و دامنه سرعت و متوسط توان مصرف شده را در این فرکانس حساب کنید. (d) Q دستگاه را به دست آورید و حدود فرکانسهای دستگاه را برای زمانی که کاهش توان به 50 درصد مقدار آن در حالت رزونانس برسد حساب کنید.

1.13. نشان دهید که $x = (At + B)e^{-at}$ معادله حرکت نوسانگر ساده در شرایط میرایی بحرانی است. همچنین نشان دهید که مسافت حرکت نوسانگر میرا در حالت بحرانی پیوسته کمتر از دامنه حرکت نوسانگر ساده ای است که دارای همان جرم و همان سختی ولی مقاومت مکانیکی کمتر باشد و با همان شرایط ابتدایی به نوسان در آید.

1.14. رابطه ای بین مدول تباهی τ و فاکتور کیفیت Q در نوسانگر مکانیکی میرا به دست آورید. هنگامی که نوسانگر ساده با فرکانس رزونانس خود به نوسان در آید نشان دهید که نسبت بین انرژی مصرف شده در هر پریود و انرژی مکانیکی ماکسیم در حالت رزونانس برابر $2\pi/Q$ است.

1.15. در نوسانگر ساده که به وسیله نیرویی رانده شده است معادله‌هایی به دست آورید که معرف فرکانسهای مربوط به نقاطی باشد که در منحنی توان خروجی، توان به نصف مقدار ماکسیمم خود می‌رسد. نشان دهید که آن را می‌توان تقریباً به صورت $\omega_0 \pm R_m/2m$ نوشت.

1.16. جرم m به یک سر فنری که افقی قرار گرفته متصل است. از جرم فنر چشم‌پوشی می‌شود. نیروی راننده $F \sin \omega t$ به سر دیگر فنر وارد می‌گردد. (a) در صورتی که از میرایی فنر چشم‌پوشی کنیم معادله حرکت نقطه انتهای فنر، یعنی نقطه اثر نیروی راننده را بر حسب زمان به دست آورید. (b) نشان دهید که معادله سرعت این نقطه مشابه معادله جریان در مدار الکتریکی موازی LC است. (c) در صورتی که پایاهای دستگاه بدین مقادیر باشند: $F=3 \text{ newton}$ ، $s=200 \text{ newton/m}$ و $m=0.5 \text{ kg}$ ، منحنی نمایش تغییرات دامنه تغییر مکان و دامنه سرعت را بر حسب فرکانس در حدود فرکانس $0 < \omega < 100$ رسم کنید.

1.17. (a) معادله شتاب حرکت نوسانگر ساده میرایی را که تحت تأثیر نیروی راننده $F \cos \omega t$ قرار گرفته باشد به دست آورید. (b) فرکانس ω' مربوط به شتاب ماکسیمم را حساب کنید. (c) نشان دهید که اگر $R_m = \sqrt{sm}$ باشد دامنه شتاب در فرکانس رزونانس سرعت ω_0 ، برابر است با حد دامنه شتاب در فرکانسهای بالا.

تارهای مرتعش^۱

2.1 ارتعاش اجسام مادی. در فصل پیش فرض بر این بود که تمام جرم دستگاه مرتعش در یک نقطه متمرکز شده، و حرکت این نقطه تابعی از زمان و نماینده حرکت تمام دستگاه است. در بسیاری از موارد، دستگاه مرتعش را نمی‌توان به این سادگی در نظر گرفت. در نوسانگر ساده، که از جرم متصل به فنر تشکیل شده، جرم تمام دستگاه را نمی‌توان در انتهای فنر فرض کرد. روشی که برای منظور کردن جرم فنر در 1.8 بکار بردیم تقریبی بود، زیرا زمانی را که برای انتشار نیرو و در فنر لازم است در محاسبه منظور نداشتیم. همچنین مقدار زیادی از جرم دیافراگم بلندگو به طوریکه نواخت در سطح آن پخش شده است، و چون هر قسمت از سطح دیافراگم ارتعاش خاص خود را دارد بنابراین ارتعاش مجموع دیافراگم با تشخیص ارتعاش هر یک از نقاط سطح آن، که تابع جداگانه‌ای از زمان است، روشن می‌شود. پیش از آنکه این گونه ارتعاشهای درهم را مورد مطالعه قرار دهیم ارتعاشهایی با مدهای ساده‌تر، مانند ارتعاش تار مرتعش و ارتعاش میله، را مطالعه می‌کنیم. ارتعاشهای عرضی تار مرتعش بی‌شک طبیعی‌ترین نمونه انتشار موج و بحث آن است؛ و آغاز مناسبی برای مطالعه این موضوع به شمار می‌رود. ولی در این مورد نیز احتیاج به چند فرض ساده‌کننده است، که در عمل وجود ندارند و ما را به نتیجه نزدیک می‌کنند و پدیده اصلی موج را روشن می‌سازند.

2.2 انتشار موج عرضی در تار مرتعش. یک روش برای تحلیل ارتعاشهای عرضی^۲ تار این است که حرکت تعداد معینی از جرمهای مساوی را در نظر بگیریم که در طول تار پیجرمی به فاصله‌های مساوی قرار گرفته‌اند، و سپس این تحلیل را به تعداد بیشماری جرم بسط دهیم که فاصله آنها بی‌اندازه کم باشد. بدین ترتیب بینهایت معادله مربوط به بینهایت

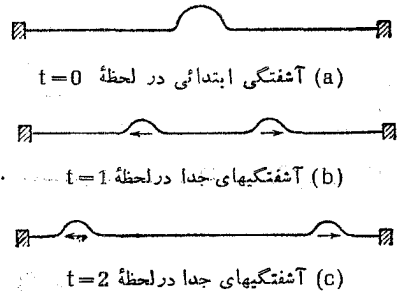
1) Vibrating strings.

2) Transverse.

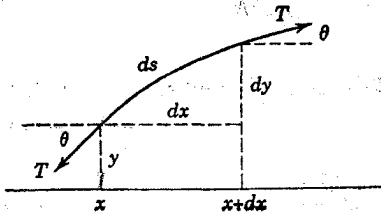
نقطه جرم‌دار تار مرتعش خواهیم داشت که حل آنها معرف بینهایت فرکانس گوناگون ارتعاش است؛ ولی همین نتیجه را می‌توان از راه غیرمستقیم به‌طور ساده‌تر به‌دست آورد. و آن تشریح چگونگی انتشار موج عرضی در طول تار مرتعش است.

تار درازی اختیار می‌کنیم که دوسر آن روی دو پایه استوار گشته و با کشش متوسطی کشیده شده باشد. چون قسمتی از آن به وسیله تأثیر نیروی لحظه‌ای از حال تعادل منحرف شود، می‌بینیم که تغییر شکل آن قسمت در وضع ابتدایی خود باقی نمی‌ماند، بلکه این آشفتگی از دو طرف آن قسمت با سرعت یکسان در امتداد تار منتشر می‌گردد. (شکل 2.1). وانگهی مشاهده می‌شود که سرعت انتشار و تغییر مکانهای کوچک به شکل و دامنه تغییر مکان اولیه بستگی ندارد، و تنها به جرم و کشش تار مربوط است. آزمایش و محاسبه نشان می‌دهد که مقدار این سرعت چنین است: $c = \sqrt{T/\delta}$ که در آن c سرعت بر حسب متر بر ثانیه، T کشش بر حسب نیوتون و δ چگالی^۲ خطی تار بر حسب کیلوگرم بر متر است. انتشار این آشفتگی در امتداد تار نمونه‌ای از انتشار موج عرضی است.

2.3 معادله موج عرضی. اوایل^۳ نخستین بار در سال 1748 با در نظر گرفتن نیروهایی که تار را به وضع تعادل برمی‌گردانند معادله موج را به دست آورد. نتایج حاصل از حل این معادله با آزمایش کاملاً تطبیق می‌کند. فرض می‌کنیم تاری با سختی قابل چشم‌پوشی و چگالی یکنواخت δ در هر یک از دو انتهای خود با کشش T بر پایه محکمی استوار شده باشد. همچنین فرض می‌کنیم نیروهای مصرف‌کننده، مانند نیروهای وابسته به تابش انرژی به صورت موجهای آکوستیکی، در آن وجود نداشته باشند. هر نقطه از تار را در حال ارتعاش با مختصات x و y معرفی می‌کنیم.



شکل 2.1. انتشار آشفتگی عرضی در طول تار.



شکل 2.2. یک قطعه d از تار.

1) Disturbance. 2) Density.

۳) لئونهارت اوایلر (Leonhard Euler) - ریاضیدان سوئیسی. در ۱۷۰۷ زاده شد و در ۱۷۸۳ درگذشت. نام او را در کتابهای فارسی اوایل ضبط کرده‌اند. م.

x نماینده فاصله آن در حال تعادل از پایه سمت چپ و y معرف تغییر مکان عرضی آن در حال تعادل است. برای تغییر مکانهای جزئی کشش را در امتداد تار ثابت و برابر T فرض می‌کنیم (در حقیقت این کشش $T \cos \theta$ است که در آن θ زاویه بین مماس بر تار و امتداد افق می‌باشد). اینک قطعه‌ای از تار به طول dx را در نظر می‌گیریم. نیروی مؤثر وارد به این قطعه برابر تفاضل بین مؤلفه‌های کشش در امتداد y در دو انتهای آن است

$$dF_y = (T \sin \theta)_{x+dx} - (T \sin \theta)_x \quad (2.1)$$

که در آن $(T \sin \theta)_{x+dx}$ مقدار $T \sin \theta$ در نقطه $x+dx$ و $(T \sin \theta)_x$ مقدار آن در نقطه x است. هرگاه در بسط تابع $f(x+dx)$ به صورت سری تیلر^۱ به دو جمله از آن اکتفا کنیم، می‌توان نوشت

$$f(x+dx) = f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} dx \quad (2.2)$$

با به کار بردن آن در dF_y رابطه زیر به دست می‌آید:

$$dF_y = (T \sin \theta)_x + \frac{\partial(T \sin \theta)}{\partial x} dx - (T \sin \theta)_x = \frac{\partial(T \sin \theta)}{\partial x} dx$$

چون تغییر مکان y را کوچک فرض کرده‌ایم، در نتیجه زاویه θ کوچک خواهد بود، و به جای $\sin \theta$ می‌توان $tg \theta$ را که برابر $\partial y / \partial x$ است به کار برد. بنابراین نیروی مؤثر وارد به قطعه dx چنین محاسبه می‌شود

$$dF_y = \frac{\partial \left(T \frac{\partial y}{\partial x} \right)}{\partial x} dx = T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \quad (2.1a)$$

از طرف دیگر، جرم قطعه dx برابر δdx است که حاصلضرب آن در شتاب $\partial^2 y / \partial t^2$ برابر نیروی مؤثر است

$$T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx = \delta dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

و چون سرعت انتشار را با رابطه

$$c = \sqrt{T/\delta} \quad (2.4)$$

1) Taylor.

در آن وارد کنیم، معادله انتشار موج بدین صورت خلاصه می‌شود

$$(2.5)$$

حل این معادله آشفتگیهای موجی را که با سرعت c در امتداد تار منتشر می‌شوند معرفی می‌کند، و به همین دلیل آن را **معادله موج** می‌نامند.

2.4 حل عمومی معادله موج. حل عمومی معادله موج (2.5) بدین صورت است

$$y = f_1(ct - x) + f_2(ct + x) \quad (2.6)$$

که در آن $f_1(ct - x)$ و $f_2(ct + x)$ توابع اختیاری از $(ct - x)$ و $(ct + x)$ هستند. این تابعهای اختیاری ممکن است به صورت $\log(ct - x)$ ، $\sin \omega(t - x/c)$ ، $(ct - x)^2$ ، $e^{i\omega(ct - x/c)}$ ، و غیره باشند.

معادله 2.5 معادله دیفرانسیل جزئی رتبه دوم است، بنابراین حل کلی آن دارای دو تابع اختیاری است و می‌توان ثابت کرد که این تابعها به صورت $f_1(ct - x)$ و $f_2(ct + x)$ هستند؛ یعنی هر دو در معادله 2.5 صدق می‌کنند. $f_1(ct - x)$ را در نظر می‌گیریم، مشتق جزئی اول آن بر حسب زمان بدین صورت است

$$\frac{\partial f_1(ct - x)}{\partial t} = f_1'(ct - x) \frac{\partial(ct - x)}{\partial t} = cf_1'(ct - x)$$

که در آن f_1' تابع دیگری از $(ct - x)$ بدین صورت است

$$\hat{f}_1'(ct - x) = \frac{df_1(ct - x)}{d(ct - x)}$$

اگر يك بار دیگر بر حسب زمان مشتق بگیریم

$$\frac{\partial^2 f_1(ct - x)}{\partial t^2} = c^2 f_1''(ct - x) \quad (2.7)$$

که در آن $f_1''(ct - x)$ تابع دیگری از $(ct - x)$ است؛ بدین صورت:

$$f_1''(ct - x) = \frac{df_1'(ct - x)}{d(ct - x)} = \frac{d^2 f_1(ct - x)}{d(ct - x)^2}$$

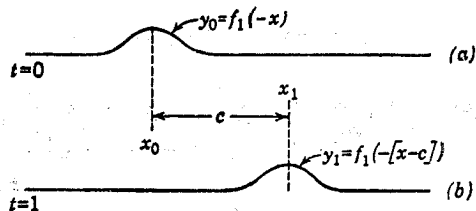
به همین طریق مشتق اول و ثانی تابع $f_1(ct - x)$ بر حسب x بدین صورت محاسبه

و به نتیجه زیر می‌رسد:

$$\frac{\partial^2 f_1(ct - x)}{\partial x^2} = - \frac{\partial f_1'(ct - x)}{\partial x} = +f_1''(ct - x) \quad (2.7a)$$

چون مشتقهای ثانی 2.7 و 2.7a را در معادله دیفرانسیل 2.5 قرار دهیم طرفین آن برابر می‌شوند، پس $f_1(ct - x)$ حل آن معادله به شمار می‌رود.

به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد که $f_2(ct + x)$ حل دیگر آن محسوب می‌شود. پس حل کلی آن جمع این دو تابع است.



شکل 2.3. سرعت انتشار موج عرضی.

2.5 موجی بودن حل عمومی. حل اختصاصی $f_1(ct - x)$ را در نظر می‌گیریم. اگر

منحنی نمایش $y = f_1(ct - x)$ را در لحظه $t = 0$ رسم کنیم، معادله آن $y_0 = f_1(-x)$ می‌شود، و به صورت منحنی a در شکل 2.3 نمایش داده می‌شود. در زمان دیگری مانند $t = 1$ ، معادله منحنی نمایش این تابع به صورت زیر است

$$y_1 = f_1(c - x) = f_1(-[x - c])$$

که با منحنی b نشان داده می‌شود. روشن است که منحنی تابع $f_1(ct - x)$ در لحظه $t = 1$ مانند منحنی آن در $t = 0$ است؛ با این تفاوت که هر مقدار از تغییر مکان y در x در لحظه $t = 1$ ، در فاصله $x - c$ در لحظه $t = 0$ به دست می‌آید. به سخنی دیگر، تغییر مکان y_1 در x_1 برابر y_0 در x_0 است اگر $x_1 - c$ برابر x_0 باشد، و در این صورت $x_1 = x_0 + c$ می‌رساند که تمام منحنی در زمان یک ثانیه به اندازه c به سوی راست منتقل شده است. به طور کلی، اگر فرض کنیم موج با سرعت c در سمت راست یعنی در سوی مثبت x حرکت می‌کند، پس از زمان Δt مسافتی برابر $c\Delta t$ می‌پیماید، و می‌توان نوشت

$$f_1[c(t + \Delta t) - (x + \Delta x)] = f_1(ct + c\Delta t - x - c\Delta t) = f_1(ct - x)$$

یعنی اگر ناظری با سرعت c در جهت $x > 0$ حرکت کند مقدار y را پیوسته به یک اندازه می‌بیند. همچنین می‌توان نشان داد که حل $y = f_2(ct + x)$ معرف موجی است که با سرعت c به -

سوی چپ یعنی $x < 0$ حرکت می‌کند. موجی که در جهت $x > 0$ پیشروی می‌کند موج پیشرونده، و موجی که در جهت $x < 0$ به پیش می‌رود موج پسرونده نامیده می‌شود. اولی را با تابعی از $(ct - x)$ و دومی را با تابعی از $(ct + x)$ نشان می‌دهند. باید گوشزد کرد که در هر یک از دو موج فوق با فرضهایی که برای مطالعه و یافتن معادله آن در نظر گرفتیم شکل موج ضمن انتشار پیوسته ثابت می‌ماند. ولی در عمل چنین نیست، وجود نیروهای مصرف‌کننده انرژی و کمی انعطاف تار سبب می‌شوند که شکل موج ضمن انتشار تغییر نکند. هرچه نیروهای مالش‌کمر و قابلیت انعطاف تار بیشتر باشد نتیجه‌های نظری با مشاهده‌های آزمایشی بیشتر تطابق پیدا می‌کنند. این مطلب در مورد سازهای موسیقی که با دامنه کم به ارتعاش در آیند صادق است.

2.6 شرایط ابتدایی و مرزی. تابعهای $f_1(ct - x)$ و $f_2(ct + x)$ در عمل کاملاً اختیاری نیستند، بلکه با انواع گوناگون شرایط ابتدایی و مرزی محدود می‌شوند. در ارتعاش آزاد تار مرتعش، مشخصات ریاضی ابتدایی آنها یعنی مقادیرشان به ازای $t = 0$ به وسیله نوع تأثیر نیروی محرک و وضع نقطه اثر آن روی تار تعیین می‌شوند. مثلاً شکل ابتدایی موج حاصل در تار هنگامی که تحریک ضربه‌ای باشد مانند چگونگی ایجاد صدا در سیمهای پیانو یا وقتی که تحریک مضربی باشد مانند چگونگی ایجاد صدا در هارپ و گیتار و ویولن و نظایر آن، تغییر می‌کند. در نتیجه تابعهای ابتدایی معرف شکل موج در آنها تفاوت می‌کند. از طرف دیگر این تابعها به وسیله شرایط موجود در مرز یعنی در دو انتهای تار مرتعش محدود می‌شوند. تارهای مرتعش در عمل دارای طول محدودند. دو انتهای آنها معمولاً بر دو گیره ثابت می‌شوند. هرگاه نقاط اتکا روی گیره‌ها ثابت فرض شوند، مجموع تابعها، $f_1 + f_2$ ، پیوسته در این نقطه‌ها برابر صفر خواهند بود. مهمترین تأثیر این نوع شرط مرزی این است که ارتعاش آزاد سیم تناوب پیدا می‌کند. سرانجام هنگامی که تار تحت تأثیر نیروی مؤثر تناوبی خارجی به ارتعاش در آید، در حالت پایدار تابعهای f_1 و f_2 فرکانس نیروی مؤثر را دارا خواهند شد. ولی برخی از مشخصات آنها، مثلاً دامنه، یا وضع نقطه اثر نیروی مؤثر و شرایط مرزی تار در دو انتهای خود تعیین می‌شوند.

2.7 بازتاب در مرز. فرض می‌کنیم تاری به طول l در نقطه‌های $x = 0$ و $x = l$ به دو گیره متکی و استوار شده باشد. در این حالت تابعهای $y_1 = f_1(ct - x)$ و $y_2 = f_2(ct + x)$ کاملاً اختیاری نیستند، زیرا باید چنان باشند که مجموعشان در دو انتهای سیم پیوسته برابر صفر باشند. نخست انتهای چپ تار، $x = 0$ ، را در نظر می‌گیریم؛ در این نقطه باید رابطه زیر برقرار باشد

$$y = f_1(ct - 0) + f_2(ct + 0) = 0$$

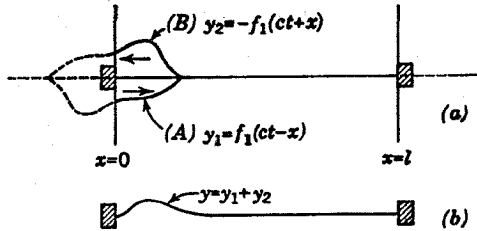
چنانکه

$$f_2(ct) = -f_1(ct) \quad (2.8)$$

و این می‌رساند که دو تابع بالا به یک شکل و مختلف‌العلامه هستند و در حالت کلی، در هر نقطه سیم معادله ارتعاش بدین صورت است:

$$y = f_1(ct - x) - f_1(ct + x) \quad (2.9)$$

شکل 2.4 نشان‌دهنده یک موج پیش‌رونده به سوی راست، $y_1 = f_1(ct - x)$ ، و یک موج بازتاب به سوی چپ، $y = -f_1(ct + x)$ ، است. موج بازتاب هم‌شکل موج پیش‌رونده است، ولی تغییر مکانش مخالف آن است. می‌توان چنین پنداشت که موج B پس از رسیدن به مرز $x=0$ در برخورد به آن به صورت موجی مشابه موج B و با علامت مخالف منعکس شده است.



شکل 2.4. در (a) خط‌چین‌ها موج B را نشان می‌دهند که منعکس شده و موج A را تشکیل داده است. شکل (b) برآیند این دو موج را نشان می‌دهد که در $x=0$ تغییر مکان برابر صفر است.

در مرز دیگر، $x=l$ ، نیز بازتاب دیگری رخ می‌دهد. یعنی موج A در پیشروی خود به سوی راست در برخورد به این مرز دوباره منعکس می‌شود و به صورت موجی مشابه ولی با علامت مخالف به سوی چپ انعکاس می‌یابد. نتیجه مهم این دو بازتاب، تناوب ارتعاش سیم است. آشفتگی موجود در نقطه $x=0$ پس از زمانی برابر l/c به نقطه $x=l$ می‌رسد، و در آن نقطه منعکس می‌شود. پس از زمان l/c دوباره به نقطه مبدأ خود می‌رسد و زمان رفت و برگشت آن $2l/c$ است و باز با همان شکل سابق خود پس از بازتاب در نقطه $x=0$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. حالت تناوبی این موج با شرایط مرزی یعنی ثابت بودن دو انتهای سیم مشخص می‌شود. شرایط مرزی دیگر بازتاب خاص و تناوب خاص دیگری ایجاد می‌کنند.

2.8 حل معادله موج به صورت هارمونیک ساده. یکی از انواع مهم حرکت‌های تناوبی که در طبیعت وجود دارند حرکت هارمونیک ساده است، که نمونه‌های کامل آن را در ارتعاش تار مرتعش می‌توان بررسی کرد. هر نوع ارتعاش حاصل از سیم را، هر چند در هم باشد، می‌توان به ارتعاش‌های ساده هارمونیک تجزیه کرد. گوش انسان نیز توانایی تجزیه صوت‌های گوناگون را دارد، و بر اساس همین خاصیت گوش است که انسان می‌تواند کیفیت صوت نت واحدی را در سازهای گوناگون از هم تمیز دهد. مثلاً گوش اختلاف بین نت نواخته شده به وسیله پیانو و همان نت نواخته شده به وسیله زنگ را کاملاً تمیز می‌دهد. اگر فرکانسهای موجود در صوتی مضربهای صحیحی از یک فرکانس اصلی باشند، مانند صوت سیم پیانو، آن صوت به گوش خوش آوا تر از موردی می‌آید که این خاصیت ریاضی بین فرکانسهای آن موجود نباشد؛ مانند صوت حاصل از زنگ.

جابجایی هر نقطه از تار را که با حرکت هارمونیک ساده ارتعاش می‌کند، و فرکانس زاویه‌ای آن ω است به صورت کلی زیر می‌توان نمایش داد؛ این مطلب با قراردادن آن در معادله کلی موج سیم (2.5) تأیید می‌شود

$$y = a_1 \sin(\omega t - kx) + a_2 \sin(\omega t + kx) + b_1 \cos(\omega t - kx) + b_2 \cos(\omega t + kx) \quad (2.10)$$

که در آن a_1 و a_2 و b_1 و b_2 پایاهای اختیاری، و k پایایی است به نام پایای طول موج^۱ که با رابطه زیر مشخص می‌شود

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (2.11)$$

اگر انتهای تار در نقطه $x=0$ ثابت باشد، معادله 2.10 در این نقطه بدین صورت است

$$0 = (a_1 + a_2) \sin \omega t + (b_1 + b_2) \cos \omega t$$

که باید به‌ازای تمام مقادیر t برقرار باشد. در نتیجه، ضریبهای سینوس و کوسینوس صفرند،

$$a_1 + a_2 = 0 \quad \text{و} \quad b_1 + b_2 = 0$$

یا

$$a_2 = -a_1 \quad \text{و} \quad b_2 = -b_1$$

1) Wavelength constant.

که همان نتیجه‌ای است که از محدودیت حاصل از شرایط مرزی به صورت معادله 2.8 ازحل کلی معادله 2.6، به دست می‌آید. یعنی دو موج معرفی شده با دامنه‌های a_1 و a_2 و یا b_1 و b_2 باید در نقطه $x=0$ مساوی و مختلف‌العلامه باشند یعنی اختلاف‌فازی برابر 180° پیدا کند. با این شرایط، معادله 2.10 بدین صورت در می‌آید:

$$y = a_1[\sin(\omega t - kx) - \sin(\omega t + kx)] + b_1[\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)] \quad (2.12)$$

که پس از اختصار می‌توان نوشت

$$y = [-2a_1 \cos \omega t + 2b_1 \sin \omega t] \sin kx \quad (2.13)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، y به صورت حاصل‌ضرب دو جمله از آن دو است که یکی فقط به زمان و دیگری فقط به جای نقطه ارتعاش‌کننده، یعنی x ، بستگی دارد. اگر این شرط مرزی را که به ازای تمام مقادیر t ، در نقطه $x=l$ ، $y=0$ است در معادله بالا به کار ببریم، محدودیت دیگری نمودار می‌شود

$$\sin kl = 0$$

و این می‌رساند که k به مقدارهایی محدود می‌شود که در آنها حاصل kl پیوسته مضرب کاملی از π باشد

$$k_n l = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.14)$$

و در نتیجه سیم با فرکانسهای محدودی مرتعش می‌شود، که در این رابطه‌ها صادق باشند

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{l} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.14a)$$

و یا

$$f_n = \frac{nc}{2l} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.14b)$$

2.9 موجهای ایستاده. شرایط مرزی $x=l$ و $x=0$ حل کلی موج هارمونیک 2.10 را به مجموعهای از موجهای ایستاده که صوت کلی آنها معادله 2.13 است تبدیل می‌کند.

معادله معرف کمترین فرکانس، یعنی وقتی که $n=1$ است، بدین صورت است:

$$y_1 = (A_1 \cos \omega_1 t + B_1 \sin \omega_1 t) \sin k_1 x \quad (2.15)$$

که در آن $k_1 = \pi/l$ و A_1 و B_1 بجای $(-2a_1)$ و $(2b_1)$ گذارده شده‌اند؛ مقادیرهای A_1 و B_1 با کمک شرایط ابتدایی، یعنی چگونگی تحریک، تعیین می‌شود. این مد ارتعاش را هارمونیک اصلی و فرکانس آن $f_1 = c/2l$ را فرکانس هارمونیک اصلی یا هارمونیک یکم می‌نامند. همچنین مد ارتعاش معرف هارمونیک n ام با این معادله معرفی می‌شود:

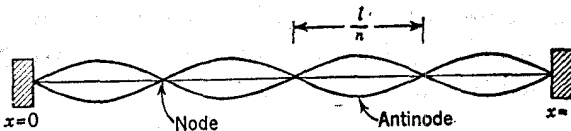
$$y_n = (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \sin k_n x \quad (2.16)$$

که در آن A_n و B_n پایاهایی هستند که با شرایط ابتدایی تعیین می‌شوند، و $f_n = nc/2l$ عبارت است از n برابر فرکانس هارمونیک اول.

چنانکه از معادله 2.16 هویداست، نقاطی از تار که فاصله آنها از مبدأ، $x=0$ ، در رابطه $\sin k_n x = 0$ صادق باشند ساکن‌اند یعنی در آنها $y_n = 0$ است. این نقاط با این رابطه مشخص می‌شوند

$$\frac{n\pi x}{l} = m\pi \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

نقاط معرف $m=0$ و $m=n$ مربوط به دو انتهای سیم هستند، و بین آن دو $n-1$ نقطه ساکن، مربوط به هارمونیک n ام نیز ساکن‌اند؛ چنانکه در شکل 2.5 مربوط به $n=4$ ، هارمونیک چهارم نمودار است.



شکل 2.5. موجهای ایستاده برای هارمونیک چهارم، $n=4$.

این نقطه‌ها را نقطه‌های گره‌ی ۱ یا به اختصار گره ۲ موج ساکن می‌نامند. در هر یک از این نقطه‌ها، موج پیش‌رونده به سوی راست به وسیله موج بازتاب به سوی چپ خنثا می‌شود، و پیوسته بی‌حرکت می‌مانند؛ یعنی دامنه ارتعاش آنها همیشه صفر است، و به همین مناسبت است که موج را ایستاده می‌گویند. فاصله بین هر دو گره در هارمونیک n ام برابر

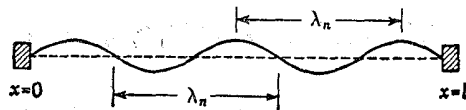
l/n است. نقطه‌های دیگری با دامنهٔ ماکسیمم نیز به فاصله‌های پیاپی l/n موجودند که آنها را پادگره^۱ یا شکم^۲ خوانند، و به فاصله‌های $l/2n$ از گره‌های مجاور قرار دارند.

2.10 طول موج در موجهای هارمونیک. اگر معادلهٔ کلی موج هارمونیک ساده 2.10 را

را هنگامی که تار با هارمونیک n ام خود ارتعاش می‌کند در نظر بگیریم، هر يك از جمله‌های آن نمایندهٔ حرکت هارمونیک ساده‌ای با فرکانس n برابر فرکانس هارمونیک اصلی است. مثلاً جملهٔ $a_1 \sin(\omega_n t - k_n x)$ را می‌گیریم و در آن به جای ω_n و k_n به ترتیب $n\pi c/l$ و $n\pi/l$ قرار می‌دهیم، این عبارت خواهد شد:

$$a_1 \sin \left(\frac{n\pi c t}{l} - \frac{n\pi x}{l} \right)$$

که نشان‌دهندهٔ این است که در هر نقطهٔ معین، یعنی با x ثابت، ارتعاش هارمونیک با دامنهٔ a_1 و فرکانس $n\pi c/2l$ موجود است. همچنین سه جملهٔ دیگر معادلهٔ 2.10 نمایندهٔ ارتعاشهای هارمونیک با همان فرکانس و با دامنه‌های a_2 و b_1 و b_2 هستند که نتیجهٔ آنها نیز نمایندهٔ ارتعاشهای هارمونیک با همان فرکانس و با دامنهٔ مشخص است که از هر نقطه تا نقطهٔ دیگر فرق می‌کند. در گره‌ها مقدار آن صفر و در شکمها ماکسیمم است.



شکل 2.6. طول موج $\lambda_n = 2l/n$ برای هارمونیک پنجم، $n=5$

حال اگر توجه خود را از حرکت يك نقطهٔ تنها در زمانهای مختلف بازداشته به وضع تمام نقاط در هر لحظه معطوف داریم، مکان آنها در هر لحظه منحنی جیبی را نشان می‌دهد که در شکل 2.6 نمودار است، و نمایش تغییرات تابع فوق بر حسب x است. و در آن دوره‌های به فاصله‌های مساوی به نام طول موج تکرار می‌شوند و با سرعت انتشار موج c با این رابطه بستگی دارد:

$$\lambda_n = \frac{c}{f_n} \quad (2.17)$$

که در آن f_n فرکانس هارمونیک n ام است، و با پایای طول موج k_n با رابطهٔ $k_n = 2\pi/\lambda_n$ بستگی دارد. اگر f_n را از معادلهٔ 2.14b در رابطهٔ بالا قرار دهیم طول موج مربوط به

1) Antinode.

هارمونیک n ام بر حسب طول سیم به دست می آید

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (2.18)$$

چنانکه ملاحظه می شود، طول موج در برابر فاصله بین دو گره یا بین دو شکم پیاپی است.

2.11 نت های فرعی و هارمونیک ها.

چنانکه گفته شد، کمترین فرکانس يك دستگاہ مرتعش را فرکانس اصلی آن می نامند؛ فرکانسهای مدهای دیگر ارتعاش را **نتهای فرعی** می گویند. از معادله 2.14b پیداست که دريك سیم استوار شده روی دو پایه ثابت، فرکانسهای همه نتهای فرعی مضربی از فرکانس اصلی هستند. نتهای فرعی را که دارای این خاصیت باشند هارمونیک می نامند، و فرکانس اصلی را هارمونیک اول می خوانند. نتهای فرعی در همه دستگاہهای مرتعش چنین خاصیتی ندارند، و در دستگاہهای معدودی تنها هارمونیک هستند، و بیشتر اسبابهای موسیقی جزء این دستگاہها محسوب می شوند.

2.12 شرایط ابتدایی.

حل عمومی هارمونیک در تار استوار شده روی دو پایه ثابت، مجموع مدهای ارتعاش جداگانه آن است که با معادله 2.16 نمایش داده شده، و آن را بدین صورت می توان نوشت:

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \sin k_n x \quad (2.19)$$

که در آن A_n و B_n ضریبهای مربوط به دامنهها هستند، و چگونگی به ارتعاش در آوردن سیم در محاسبه آنها دخالت دارد. دامنه ارتعاش مد n ام بدین صورت است:

$$a_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad (2.20)$$

فرض می کنیم در لحظه $t=0$ سیم از حال عادی و خطی خارج شود، چنانکه تغییر مکان و سرعت لحظه ای هر نقطه سیم با تابعهای زیر نمایش داده شوند:

$$y_{(t=0)} = y_0(x) \quad (2.21)$$

$$v_{(t=0)} = \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_{(t=0)} = v_0(x) \quad (2.21a)$$

چون معادله 2.19 وضع سیم را در تمام زمانها مشخص می‌سازد، پس در لحظه $t=0$ مقدار آن نماینده $y_0(x)$ است

$$y_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin k_n x \quad (2.22)$$

و مشتق آن به ازای $t=0$ نماینده $v_0(x)$ خواهد بود

$$v_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \omega_n B_n \sin k_n x \quad (2.22a)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، تابعهای $y_0(x)$ و $v_0(x)$ به صورت سریهای فوریه به جمله‌های سینوسی هارمونیک تجزیه شده‌اند. ضریبهای A_n و B_n را باهمان روابطی که در سری فوریه گفته شد، در بند 1.12، می‌توان به دست آورد

$$A_n = \frac{2}{l} \int_0^l y_0(x) \sin k_n x \, dx \quad (2.23)$$

$$B_n = \frac{2}{\omega_n l} \int_0^l v_0(x) \sin k_n x \, dx \quad (2.23a)$$

2.13 تحریک مضربایی و ضربه‌ای. برای تشریح چگونگی یافتن ضریبهای A_n و B_n مقادیر آنها را در مورد سیمی که با مضرب به ارتعاش در آید با روش فوق به دست می‌آوریم. در تحریک مضربایی سیم، نقطه برخورد به مضرب از حال تعادل خارج شده و آزاد رها می‌شود. در این صورت $v_0(x)$ برای تمام نقاط سیم صفر و در نتیجه ضریبهای B_n نیز صفر خواهند بود. فرض می‌کنیم مضرب به نقطه وسط سیم برخورد کند و آن نقطه را به اندازه h از حال تعادل خارج سازد. در این صورت $y_0(x)$ برای نقاط واقع بین $x=0$ و $x=l/2$ برابر $2hx/l$ و برای نقاط واقع بین $x=l/2$ و $x=l$ برابر $\frac{2h}{l}(l-x)$ است. بنابراین -

این ضریبهای A_n بدین طریق محاسبه می‌شوند

$$A_n = \frac{2}{l} \left[\int_0^{l/2} \frac{2hx}{l} \sin k_n x \, dx + \int_{l/2}^l \frac{2h}{l}(l-x) \sin k_n x \, dx \right]$$

$$A_n = \frac{8h}{n^2\pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \quad (2.24)$$

و از آن

$$A_1 = \frac{8h}{\pi^2}, \quad A_3 = -\frac{8h}{9\pi^2}, \quad A_5 = \frac{8h}{25\pi^2}, \quad \text{etc.}$$

و

$$A_2 = A_4 = A_6 = \dots = 0$$

مقادیر A_n دامنه‌های مدهای گوناگون ارتعاشی هارمونیک سیم را مشخص می‌سازند، و در این مورد هارمونیکهای زوج، یعنی A_2 و A_4 و A_6 و . . . و غیره، صفرند و سیم با فرکانسهای مضارب زوج فرکانس اصلی ارتعاش ندارد. حذف این هارمونیکها مربوط است به موجهای ایستاده‌ای که در مرکز گره دارند. به طور کلی در نقطه برخورد مضرب، هنگام ارتعاش سیم، گره موجود است؛ و هارمونیکهایی که دارای این گره باشند حذف می‌شوند. بعلاوه، ملاحظه می‌شود که هرچه به هارمونیکهای دورتر برویم دامنه کم می‌شود. مثلاً در مورد فوق A_1 دامنه هارمونیک یکم یا صوت اصلی، 9 برابر دامنه هارمونیک سوم A_3 و 25 برابر هارمونیک پنجم A_5 است.

اگر تحریک ضربه‌ای باشد، یعنی سیم به وسیله چکش به ارتعاش در آید مانند چکش کلیدهای پیانو که پس از وارد ساختن ضربه به سیم در حال تعادل و ایجاد سرعت اولیه در آن، به عقب برگشته و سیم را آزاد می‌گذارد. در این صورت برای تمام نقاط صفر است، و در نتیجه ضریبهای A_n نیز صفر می‌شوند. ولی $v_0(x)$ مشخص است و به وسیله آن می‌توان مقادیر B_n را از رابطه 2.23a محاسبه کرد. در این مورد نیز هارمونیکهایی حذف می‌شوند که هر ارتعاش آنها گرهی در نقطه برخورد داشته باشد. با تغییر نقطه برخورد و انتخاب جای مناسب می‌توان هارمونیکهای مورد نظر را حذف کرد. مثلاً، در پیانو نقطه برخورد چکشها را روی سیم به فاصله $1/7$ در مبدأ سیم قرار می‌دهند، تا هارمونیک هفتم که اختلاط آن با سایر هارمونیکها نامطلوب شناخته شده است حذف گردد.

در واقع، شرایط ابتدایی ارتعاش سیم با تحریک ضربه‌ای به عوامل دیگری مانند نرمی و سختی چکش و پهنای برخورد آن، و نیز نیروی برخورد و جرم چکش و چگالی خطی سیم بستگی دارد؛ و سبب می‌شود که در لحظه برخورد $v_0(x)$ کاملاً صفر نباشد. تجزیه و تحلیل این موضوع از نظر ریاضی از بحث ما فعلاً خارج است.

2.14 انرژی ارتعاش. انرژی ارتعاشی سیم را می‌توان با همان روشی که در نوسانگر

ساده به کار رفت محاسبه کرد (بخش 1.7). ولی راه ساده‌تر، استفاده از این اصل است که در هر دستگاه تلف‌نکننده، انرژی کل ثابت و برابر ماکسیمم انرژی جنبشی آن است. هر ارتعاش هارمونیک n ام در تار بدین صورت است

$$y_n = (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \sin k_n x$$

که برای هر x معینی مصرف ارتعاش یک نقطه محسوب می‌شود. سرعت حرکت ارتعاشی این نقطه چنین است

$$v_x = \frac{dy_n}{dx} = \omega_n (-A_n \sin \omega_n t + B_n \cos \omega_n t) \sin k_n x$$

و مقدار ماکسیمم آن این است

$$(v_x) = \omega_n (A_n^2 + B_n^2)^{1/2} \sin k_n x$$

اگر نقطه‌ی مرتعش را قطعه‌ی بینهایت کوچکی از سیم به طول dx و چگالی خطی سیم را δ فرض کنیم، جرم مرتعش δdx و انرژی جنبشی ماکسیمم آن چنین خواهد شد

$$dE_n = \frac{\omega_n^2 \delta}{2} (A_n^2 + B_n^2) \sin^2 k_n x dx$$

و اگر انرژی همه‌ی نقاط سیم را با هم جمع کنیم خواهیم داشت

$$E_n = \frac{\omega_n^2 \delta}{2} (A_n^2 + B_n^2) \frac{l}{2} = \frac{m}{4} \omega_n^2 (A_n^2 + B_n^2) \quad (2.25)$$

که در آن m جرم تمام سیم و $(A_n^2 + B_n^2)^{1/2}$ دامنه‌ی ماکسیمم هارمونیک n ام است. بدیهی است همین مقدار برابر انرژی پتانسیل ماکسیمم تار است.

در سیمی که در نقطه‌ی وسط خود به وسیله‌ی مضراب تحریک شده باشد انرژی بدین مقدار

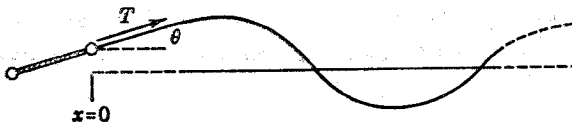
است

$$E_n = \frac{m}{4} \omega_n^2 A_n^2 = \frac{m}{4} \left(\frac{n\pi c}{l} \right)^2 \left(\frac{8h}{n^2 \pi^2} \right)^2 = \frac{16mh^2 c^2}{n^2 \pi^2 l^2} \quad (2.26)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، انرژی هارمونیک اصلی تار 9 برابر انرژی هارمونیک سوم و 25 برابر هارمونیک پنجم آن است. بدیهی است نقطه‌ی برخورد مضراب به سیم هارمونیکهای آن توزیع انرژی در آنها را تغییر می‌دهد. ولی می‌توان نشان داد که مجموع انرژیهای

هارمونیکهای ارتعاش سیم برابر کاری است که به وسیلهٔ مضرب برای ایجاد ارتعاش مصرف شده است، و این همان اصل بقای انرژی است.

2.15 ارتعاشهای واداشته در تار بینهایت دراز. ساده‌ترین نوع تولید ارتعاش واداشته در یک تار وارد کردن نیروی محرک سینوسی به یک سر آن است، در حالی که سر دیگر بر پایه‌ای ثابت شده باشد. بحث را در موردی آغاز می‌کنیم که طول تار بینهایت فرض شده باشد. اگرچه مطالعهٔ این حالت فقط جنبهٔ نظری دارد، ولی راه را برای موارد عملی که در آن طول تار محدود است باز می‌کند؛ و علاوه چگونگی انتشار انرژی صوتی را که در فصلهای آینده خواهد آمد روشن می‌سازد. تار بینهایت درازی فرض می‌کنیم که به یک سر آن در نقطهٔ $x=0$ نیروی محرک عرضی به صورت $F \cos \omega t$ وارد شود، و سر دیگر در فاصلهٔ دور، $x = \infty$ ، به پایه‌ای محکم شده باشد. فرض می‌کنیم پایهٔ متصل به سر سیم، نقطهٔ $x=0$ ، در امتداد x حرکتی نداشته باشد، ولی در امتداد y آزادانه حرکت کند. می‌توان انتهای تار را به دسته‌ای متصل کرده که طول آن ثابت و یک سر آن متصل به تار آزاد و تحت تأثیر نیروی محرک نوسان کند، و سر دیگر آن به نقطهٔ ثابتی سوار شده باشد (شکل 2.7) در آنچه خواهد آمد، فرض بر این است که امپدانس مکانیکی دسته در محاسبه قابل چشم‌پوشی باشد، یعنی بسیار سبک و بی‌سختی باشد.



شکل 2.7. ایجاد ارتعاش واداشته به وسیلهٔ دسته.

چون درازای سیم بینهایت فرض شده است، موجهای انعکاسی در آن ایجاد نمی‌شوند، و موجهای حاصل از چپ به راست منتشر می‌گردند. بنا بر این، تغییر مکان هر نقطه از تار با معادلهٔ موجهای پیش‌رونده معرفی می‌شود، یعنی

$$y = a_1 \sin(\omega t - kx) + b_1 \cos(\omega t - kx) \quad (2.27)$$

که به صورت مختلط می‌توان چنین نوشت

$$y = A e^{j(\omega t - kx)} \quad (2.27a)$$

در معادلهٔ بالا A پایایی است مختلط که مقدار آن نمایندهٔ دامنهٔ حرکت و فاز آن نمایندهٔ اختلاف فاز حرکت نسبت به نیروی راننده است.

نیروی راننده به صورت مختلط چنین است

$$\mathbf{f} = F e^{j\omega t} \quad (2.28)$$

امتداد بسته تار در انتهای چپ خود متصل به دسته در لحظه معین با امتداد افق (وضع تعادل سیم) زاویه θ می‌سازد (شکل 2.7) و می‌توان نوشت

$$\tan \theta = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (2.29)$$

اگر کشش تار را در امتداد مماس به‌مبدأ آن T فرض کنیم، نیرویی که دسته در امتداد محور افقی به انتهای تار وارد می‌سازد برابر $T \cos \theta$ است؛ که چون تغییر مکان را کوچک گرفته‌ایم می‌توان پیوسته آن را مساوی و مخالف T فرض کرد. همچنین، نیروی مؤثر وارد به سیم در امتداد y برابر $T \sin \theta$ است که می‌توان در تقریب اول برابر $T \theta$ گرفت، بنابراین

$$\mathbf{f} = -T \tan \theta = -T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (2.30)$$

در واقع، این رابطه هنگامی صادق است که شکل تار ارتعاش عادی خود را یافته و با نمایش آن در شکل 2.7 تطبیق کند، یعنی نیروی کشش، مماس بر منحنی شکل تار قرار گیرد. با جایگذاری \mathbf{f} و y از معادله‌های 2.28 و 2.27a، به دست می‌آید:

$$F e^{j\omega t} = -T(-jk) A e^{j(\omega t - kx)}$$

یا

$$A = \frac{F}{jkT} \quad (2.31)$$

قدر مطلق این دامنه مختلط $A = F/kT$ است. چون معادله 2.31 در معادله 2.27a بگذاریم، و نسبت به زمان مشتق بگیریم، سرعت به صورت مختلط به دست می‌آید

$$\mathbf{v} = F \left(\frac{c}{T} \right) e^{j(\omega t - kx)} \quad (2.32)$$

اکنون امپدانس مکانیکی یا امپدانس موجی Z_s تار را نسبت نیروی راننده به سرعت عرضی سیم در نقطه $x=0$ تعریف می‌کنیم، یعنی

$$Z_c = \frac{T}{c} = \sqrt{T\delta} = \delta c \quad (2.33)$$

که مقداری است حقیقی و مؤلفهٔ انگاری ندارد. این می‌رساند که تار در مقابل نیروی راننده مقاومت می‌کند. امپدانس ورودی تابع چگالی خطی و کشش تار است، و به نیروی راننده‌ای که به تار وارد می‌شود بستگی ندارد. بنابراین، می‌توان آن را یکی از ویژگی‌های خود تار دانست، و چگونگی موجهایی که در آن انتشار می‌یابند در آن دخالت ندارد؛ از این روی، آن را **امپدانس (مقاومت) مکانیکی مخصوص** تار می‌نامند، که مشابه امپدانس الکتریکی مخصوص خط تراکسیل بینهایت دراز برق است.

توان ورودی متوسط تار، مقدار متوسط توان لحظه‌ای، $W_i = fv$ ، در نقطهٔ $x=0$ ، بدین مقدار است

$$W = \frac{F^2}{2\delta c} = \frac{\delta c V_0^2}{2} \quad (2.34)$$

که در آن V_0 دامنهٔ سرعت تار در نقطهٔ $x=0$ است.

2.16 ارتعاشهای واداشته در تار به طول محدود. امپدانس ورودی در تار محدود به - سادگی امپدانس ورودی در تار نامحدود نیست. انعکاسهای موجها از انتهای تار، فرکانسهای رزونانس ایجاد می‌کنند که سبب تغییر امپدانس بر حسب فرکانس نیروی راننده می‌گردد. اگر انتهای تار بر پایهٔ ثابتی استوار باشد و نیروهای مصرف‌کننده در آن موجود نباشند، امپدانس ورودی تبدیل به راکتانس تنها می‌شود، و این بدان معنی است که توان در دستگاه به مصرف نمی‌رسد.

صورت مختلط موجهای عرضی در تاری به طول محدود، باید دارای جملهٔ معرف موج انعکاس باشد؛ مثلاً به جای معادلهٔ 2.27a باید داشته باشیم:

$$y = A e^{j(\omega t - kx)} + B e^{j(\omega t + kx)} \quad (2.35)$$

در انتهای چپ تار، شرط مرزی چنین است:

$$F e^{j\omega t} = -T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (2.36)$$

که به‌ازای تمام مقادیر زمان برقرار است. اگر معادلهٔ 2.35 را در معادلهٔ بالا بگذاریم، این

رابطه به دست می‌آید:

$$F = -T(-jkA + jkB) \quad (2.37)$$

با فرض ثابت بودن انتهای تار، یعنی $x=l$ ، در شرط مرزی آن می‌توان نوشت

$$0 = Ae^{-jkl} + Be^{jkl} \quad (2.38)$$

از دو معادله 2.37 و 2.38 مقادیر A و B محاسبه می‌شوند.

$$A = \frac{F}{jkT} \cdot \frac{e^{jkl}}{e^{jkl} + e^{-jkl}} = \frac{Fe^{jk}}{2jkT \cos kl} \quad (2.39)$$

و

$$B = -\frac{F}{jkT} \cdot \frac{e^{-jkl}}{e^{jkl} + e^{-jkl}} = -\frac{Fe^{-jk}}{2jkT \cos kl} \quad (2.39a)$$

که اگر آنها را در معادله 2.35 بگذاریم معادله انتشار موج در تار به دست می‌آید

$$y = \frac{Fe^{j\omega t}}{jkT} \cdot \frac{e^{jk(l-x)} - e^{-jk(l-x)}}{2 \cos kl}$$

یا

$$y = \frac{Fe^{j\omega t}}{kT} \cdot \frac{\sin k(l-x)}{\cos kl} \quad (2.40)$$

قسمت حقیقی این تابع مجموعه‌ای از موجهای ساکن تار را معرفی می‌کند که گره‌های آن در نقاطی قرار دارند که برای آنها $\sin k(l-x) = 0$ است. شرایط مرزی نشان می‌دهد که در نقطه $x=l$ همیشه گره وجود دارد، اما تغییر مکان Y_0 در $x=0$ در حالت عمومی دارای مقدار معین و محدودی است

$$Y_0 = \frac{F \tan kl}{kT} \quad (2.41)$$

که با مقدار دامنه در نقاط شکم فرق دارد. در این نقاط دامنه شکم بدین مقدار است

$$Y = \frac{F}{kT \cos kl} \quad (2.41a)$$

مخرج کسر بالا به ازای فرکانسهایی که برای آنها $\cos kl = 0$ است صفر می‌شود، یعنی

$$kl = \frac{\omega l}{c} = \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

یا

$$\omega_n = \frac{(2n-1)\pi c}{2l} \quad \text{and} \quad f_n = \frac{(2n-1)c}{4l} \quad (2.42)$$

و دامنه شکمها در این فرکانسها بینهایت می‌گردد. ولی این پیش‌بینی در عمل صادق نیست، چه همیشه مقداری نیروی مصرف‌کننده در تار موجود است که سبب کاهش دامنه می‌شود؛ و ما در محاسبه از آن چشم می‌پوشیم - می‌توان گفت که در این فرکانسها دامنه‌های شکم به‌ماکسیم مقدار خود می‌رسند.

همچنین، در فرکانسهای دیگر حاصل از $\cos kl = \pm 1$ دامنه شکم می‌نیم می‌گردد،

یعنی

$$kl = \frac{\omega l}{c} = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

یا

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{l} \quad \text{and} \quad f_n = \frac{nc}{2l} \quad (2.43)$$

در معادله‌های 2.41 و 2.41a روشن است که دامنه‌های می‌نیم با افزایش فرکانس کاهش می‌یابند. مقایسه‌ای با معادله 2.14 نشان می‌دهد که فرکانسهای دامنه می‌نیم برای تار با ارتعاشهای واداشته با فرکانسهای ارتعاش آزاد آن برابر است. بدین سبب، در مورد سیم واداشته این فرکانسها را آنتی رزنانس می‌نامند. در مدارهای موازی خطهای تراگیل برق نیز نظیر این‌گونه فرکانسها به همین نام خوانده می‌شوند.

از مشتق معادله مسافت 2.40 بر حسب زمان، معادله سرعت در تار واداشته به دست

می‌آید

$$v = \frac{jFe^{j\omega t}}{(T/c)} \frac{\sin k(l-x)}{\cos kl} \quad (2.44)$$

بنابراین، امپدانس مکانیکی ورودی ($x=0$) بدین صورت مختلط در می‌آید

$$Z_s = \frac{Fe^{j\omega t}}{v} = \frac{(T/c) \cos kl}{j \sin kl} = -j\delta c \cot kl \quad (2.45)$$

که به صورت راکتانس تنهاست. یعنی توانی به وسیلهٔ تار گرفته نمی‌شود. تغییرات امپدانس ورودی در نتایجی که در تغییرات دامنه به دست آمد نهفته است. در فرکانسهایی که در رابطه $\cos kl = 0$ صادق هستند، یعنی همان فرکانسهای به دست آمده از معادله 2.42، امپدانس ورودی صفر و دامنهٔ ارتعاش ماکسیمم است. در فرکانسهای حاصل از معادلهٔ 2.43، $\cotg kl$ بینهایت است، و حرکت انتهای واداشتهٔ تار بینهایت کوچک است، در حالی که بقیهٔ تار در حال ارتعاش است. امپدانس ورودی تار واداشته که در انتهای دیگر خود ثابت باشد، همانند امپدانس ورودی خط تراگیل برق بی‌مقاومتی است که در انتهای دور خود باز باشد. نتیجه‌های به دست آمده از معادله‌های انتشار در یکی از این دو دستگاه قابل تطبیق بر دیگری است.

در فرکانسهای خیلی کم، امپدانس ورودی به مقدار حد خود می‌رسد.

$$Z_s = -j \frac{\delta c}{kl} = -j \frac{T}{\omega l} \quad (2.46)$$

که برابر امپدانس ورودی فنر ساده است که ثابت سختی آن، s ، برابر T/l باشد؛ و درمدادی الکتریکی یا خط تراگیل انرژی، معادل راکتانس ظرفیتی است.

2.17 ارتعاش آزاد تارهای معمولی. ارتعاش آزاد در تارهای معمولی، که در عمل

می‌توان یافت با تاری که با شرایط خاص، مورد بحث قرار گرفت تفاوت دارد. اگر مقدار سختی تار قابل چشم‌پوشی نباشد، مانند سیمهای فولادی، فرکانسهای ارتعاشی بیش از مقداری است که در معادلهٔ 2.14 پیش‌بینی می‌شود، و آن به سبب وجود نیروهای ارتجاعی سیم است که به نیروی کشش اضافه می‌شوند. افزایش فرکانس در فرکانسهای بالا بیشتر مشهود است، و فرکانسهای هارمونیکهای بالاتر بیش از فرکانس صوت اصلی افزایش می‌یابند و این بدان معنی است که در سیمهای معمولی فرکانسهای هارمونیکهای بالا از قانون مضارب اصلی تبعیت ندارند. بعلاوه هر نوع حرکت عرضی پایه‌ها و نقاط اتکای دو انتهای سیم هر چند جزئی باشد چنانکه در مورد اسبابهای موسیقی که خرنک روی پوست یا صفحه چوبی قابل انعطاف، استوار قرار دارد نیز چنین است و سبب تغییر شرایط مرزی می‌گردد. و در تغییر فرکانس هارمونیکها و فرکانس اصلی مؤثر است. در اینگونه موارد در نقاط سرحدی $x=0$ و $x=l$ ، y برابر صفر نیست بلکه تنها شرطی که می‌توان پذیرفت اینستکه امپدانس سیم در این نقاط برابر امپدانس مکانیکی عرض پایه‌ها می‌باشد.

این حالات را می‌توان به حالتی که در آن انتهای سیم به دسته متصل است تشبیه نمود (2.15). فرض می‌کنیم انتهای چپ تار به دسته‌ای متصل باشد که بتواند آزادانه حول لولایی

نوسان عرضی کند. نیروی f_0 که سیم در نقطه $x=0$ به دسته وارد می‌سازد چنین است

$$f_0 = T \sin \theta \approx T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (2.47)$$

که در آن y صورت مختلط موج عرضی تار است و با معادله 2.35 داده می‌شود. چون سرعت دسته در نقطه اتصال سیم برابر سرعت انتهای سیم در این نقطه است، می‌توان نوشت

$$v_0 = \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_{x=0} = j\omega y_0 \quad (2.48)$$

بنابراین Z_0 امپدانس مکانیکی دسته در این نقطه چنین است

$$Z_0 = \frac{f_0}{v_0} = \frac{T}{j\omega} \cdot \frac{(\partial y / \partial x)_{x=0}}{y_0} \quad (2.49)$$

بنابراین شرط مرزی در نقطه $x=0$ بدین صورت خواهد بود

$$y_0 = \frac{T(\partial y / \partial x)_{x=0}}{j\omega Z_0} \quad (2.50)$$

همچنین می‌توان نشان داد که شرط مرزی در نقطه $x=l$ بدین صورت است

$$y_l = \frac{-T(\partial y / \partial x)_{x=l}}{j\omega Z_l} \quad (2.50a)$$

که در آن Z_l امپدانس مکانیکی پایه در نقطه $x=l$ است. در مورد پایه‌های ثابت و محکم، Z_0 و Z_l برابر بینهایت هستند، و y در این نقطه‌ها صفر است؛ در غیر این صورت هر قدر حرکت پایه جزئی باشد، y در آنها صفر نیست.

اگر امپدانس عرضی پایه‌ها جرم تنظیم شده باشد که به صورت راکتانس مثبت جلوه می‌کند، نتیجه شرایط مرزی فوق در مقدار فرکانسهای طبیعی تار در مورد پایه‌های ثابت افزایش پدید می‌آورد. زیرا در اثر حرکت نقاط مرزی گره‌های موجود در این نقاط در پایه‌های ثابت به‌داخل رانده می‌شوند و سبب کوتاهی طول موج و افزایش فرکانس می‌گردند. در این حالت حرکت پایه نسبت به نیروی راننده وارد شده به وسیله تار، عقب است، چنانکه در هر نوع دستگاه جرم تنظیم شده نیز چنین است.

اگر امپدانس عرضی پایه‌ها سختی تنظیم شده باشد، که به صورت راکتانس منفی جلوه می‌کند، حرکت پایه‌ها نسبت به نیروی راننده تار وارد بر پایه‌ها، همفاز می‌شود. نتیجه آن است که گره‌های موجود در نقاط مرزی پایه‌های پایه‌های ثابت به سوی خارج رانده شده

به صورت گره‌های مجازی تشکیل می‌شوند، و نتیجه آن افزایش طول موج و کاهش فرکانس است. اگر امپدانس مکانیکی عرضی پایه‌ها مقاومت تنظیم شده باشد، مقداری انرژی در آنها به مصرف می‌رسد. در این صورت، دامنه ارتعاش در نقاط گره که در مورد پایه‌های ثابت باید صفر باشند دارای مقدار معینی هستند. در بحث مربوط به تارهای مرتعش که شرح آن گذشت تأثیر محیط اطراف سیم را نادیده گرفتیم. این عامل از بسیاری جهات در ارتعاش تار مؤثر است. یکی از تأثیرات محیط ایجاد نیروی مقاومتی در آن است که با حرکت تار مخالفت می‌کند و سبب میرایی ارتعاش آن می‌گردد. چنانکه در نوسانگر ساده به تفصیل شرح آن گذشت، نتیجه آن کاهش فرکانس است. مقداری از انرژی ارتعاشی به صورت گرما به محیط اطراف خود داده می‌شود، و مقداری به مصرف پخش انرژی صوتی می‌رسد.

مسائل

2.1. سیمی فولادی به جرم 0.01 kg و طول 2 m با کششی برابر 10 نیوتون در دو انتهای خود بر دو خرنک استوار است. (a) فرکانس اصلی ارتعاش آن را حساب کنید. (b) اگر دامنه ارتعاش اصلی آن در مرکز 0.02 m باشد، انرژی کل مد اصلی ارتعاش آن را حساب کنید. (c) دامنه سرعت را در نقطه‌ای به فاصله 0.5 m از هر سر سیم حساب کنید.

2.2. نشان دهید تابعهایی به صورت $\log(ct-x)$ ، $(ct-x)^2$ ، $\cos(ct+x)$ حل معادله 2.5 هستند.

2.3. نشان دهید که تابع $y = Ae^{-a(t-x/c)}$ حل معادله 2.5 به شمار می‌رود. اگر $A = 3\text{ cm}$ ، $a = 2\text{ sec}^{-1}$ ، $c = 0.03\text{ m/sec}$ باشد، تابع بالا را برای مقادیر مثبت $(t-x/c)$ در $t=0$ و $t=16$ و $t=26$ رسم کنید. منحنی تغییر مکان این سه منحنی چیست؟

2.4. سیم هارپی به چگالی خطی 0.5 kg/m ، به درازای 1 m و با کشش 50 نیوتون کوب شده است. (a) فرکانس صوت اصلی آن را حساب کنید. (b) هرگاه آن را به فاصله 0.25 m از انتهای خود کشیده و رها سازند فرکانس و دامنه‌های پنج مد ارتعاش پیاپی آن حساب کنید.

2.5. سیم کشیده‌ای به درازای l در $1/3$ درازای خود با مضراب به صدا در می‌آید، چنانکه به اندازه h از حال تعادل منحرف گشته و رها می‌شود. پایاهای دامنه A_n را در سه هارمونیک پیاپی به دست آورید و اشکال موجهای آنها را جداگانه رسم کنیم. شکل سیم حاصل از سه هارمونیک فوق را برای $t=0$ و $t=l/c$ رسم کنید. c سرعت موج عرضی سیم است.

2.6. نشان دهید که کار انجام شده برای تغییر مکان عرضی نقطه مرکز سیمی به اندازه h برابر مجموع انرژیهای مدهای گوناگون ارتعاشی است که از زمان رها کردن سیم ایجاد می‌شود.

2.7. سیم کشیده‌ای به طول l چنان به ارتعاش در می‌آید که سرعت ابتدایی آن بین 0 تا $l/4$ و بین $3/4l$ و l صفر است. و بین $l/4$ تا $l/2$ برابر $4v_0(x-l/4)$ و از $l/2$ تا

$3/4l$ برابر $4v_0(x - 3/4l) - 4v_0$ است. پایاهای دامنه، B_n ، را برای هارمونیک اصلی و سه هارمونیک پیاپی حساب کنید.

2.8. تار یکنواختی به طول l ، بین دو پایه ثابت کشیده شده، و با نیروی راننده $F \cos \omega t$ وارد به نقطه وسط آن به ارتعاش در می آید. (a) نشان دهید که دامنه ارتعاش در نقطه وسط سیم برابر $(F/2kT) \tan(kl/2)$ است. (b) امپدانس مکانیکی را در این نقطه حساب کنید. (c) دامنه تغییر مکان را در نقطه $x = l/4$ حساب کنید.

2.9. سیمی به طول $0.44m$ و چگالی $0.01kg/m$ در یک انتهای خود به پایه محکمی متصل است، و با کشش 5 نیوتون از انتهای دیگر به وسیله دسته ای فولادی کشیده می شود. به ازای فرکانس معینی از حرکت نوسانی عرضی دسته، گره هایی به فاصله $0.1m$ از هم تشکیل می شوند، و دامنه شکم بین آنها $0.02m$ است. فرکانس و دامنه نیروی راننده را حساب کنید.

2.10. سیمی به چگالی خطی δ و درازای بینهایت با کشش T کشیده شده، و در مرکز آن جرم بزرگ m بسته شده است. (a) امپدانس مکانیکی و جرم m را با عبارتی بیان کنید. (b) در صورتی که جرم m حرکت نوسانی کند فرکانس اصلی آن را حساب کنید. (c) در صورتی که سیم به طول معین l باشد، که در مقابل طول موج سیم کوچک فرض می شود، به دو سؤال بالا پاسخ دهید.

2.11. تاری به چگالی خطی $0.01kg/m$ و طول $0.2m$ با کشش 10 نیوتون بین دو پایه محکم و ثابت کشیده شده، و در مرکز آن جرمی برابر $0.001kg$ متصل شده است. (a) فرکانس اصلی ارتعاش دستگاه را حساب کنید. (b) نخستین فرکانس فرعی دستگاه چیست؟

2.12. جرم 0.2 کیلوگرمی به انتهای سیمی به درازای $1m$ و جرم $0.05kg$ متصل است. وزن سیم را در محاسبه کشش نادیده می افکاریم. (a) سرعت موجهای عرضی سیم را حساب کنید. (b) فرکانس اصلی ارتعاش سیم و فرکانس نخستین صوت فرعی ارتعاش عرضی را در سیم به دست آورید. (c) هنگامی که سیم با فرکانس نخستین صوت فرعی ارتعاش می کند نسبت دامنه تغییر مکان شکم آن را به دامنه ارتعاش جرم به دست آورید.

ارتعاشهای میله‌ها

3.1 ارتعاشهای طولی در میله. نوع مهم دیگری از حرکت موجی، انتشار موجهای طولی^۱ در میله^۲ است. هنگامی که آشفتگی موج طولی در طول چنین میله‌ای منتشر می‌شود، جابجایی ذرات میله به موازات محور آن است. اگر ابعاد عرضی میله نسبت به طول آن کوچک باشد، هر سطح مقطع عمود بر محور را می‌توان واحد متحرکی گرفت. در واقع، هنگام انتشار موج طولی در میله، تراکم و انبساط لایه‌ها سبب اندکی جابجایی نقاط میله در امتداد عرضی می‌شود. ولی اگر میله نازک باشد می‌توان حرکات جانبی لایه‌ها را نادیده گرفت.

کاربردهای میله‌های مرتعش با موجهای طولی در وسایل آکوستیکی فراوان است. از جمله میله‌های استاندارد فرکانس، با ابعاد مختلف برای تولید صدا با ارتفاعهای مشخص را می‌توان نام برد. در این میله‌ها، فرکانس نسبت عکس با طول دارد. همچنین در تراگذارهای صوتی اغلب لوله‌های نیکی با موجهای طولی برای تحریک دیافراگم به کار برده می‌شود. بلورهای پیزوالکتریک را چنان برش می‌دهند که فرکانس موج طولی آن در امتداد محور مشخص باشد و آن را برای کنترل فرکانس در جریان الکتریکی نوسان‌کننده به کار می‌برند. همچنین تراگذارهای الکترواستاتیکی به‌عنوان مولد ارتعاش یا منتقل‌کننده آن به کار می‌روند.

دلیل دیگر برای مطالعه ارتعاشهای طولی میله این است که به شناخت موجهای آکوستیکی کمک می‌کند. نه تنها عبارتهای ریاضی متعلق به تراگسیل موجهای تخت در شماره‌ها شباهت بسیار به عبارتهای تراگسیل موجهای تراکمی در طول میله دارند، بلکه اگر شاره به‌لوله صلبی محدود باشد همبستگی نزدیکی بین شرایط مرزی این دو مورد مشاهده می‌شود.

3.2 استرین طولی. میله‌ای به طول l و مقطع عرضی یکنواخت S در نظر می‌گیریم که تحت تأثیر نیروهای طولی قرار گرفته باشد. تأثیر این نیروها سبب تغییر مکان ذرات آن در امتداد محور می‌گردد که مقدار آن ξ را می‌توان برای همه نقاط واقع در يك سطح مقطع عرضی عمود بر محور یکسان فرض کرد. اگر نیروهای مؤثر ثابت باشند، ξ به زمان t بستگی ندارد و تنها تابعی از x معرف وضع هر سطح مقطع در میله، می‌باشد. اگر نیروهای مؤثر متغیر باشند آشفتگی موجی در آن پدیدار می‌شود و ξ هم تابع x و هم تابع t می‌گردد، و چنانکه سطح مقطع نسبت به طول میله کوچک باشد به مختصات دیگر y و z بستگی ندارد، و می‌توان نوشت

$$\xi = \xi(x, t) \quad (3.1)$$

مختصات انتهایی سمت چپ و انتهایی سمت راست میله را $x=0$ و $x=l$ فرض می‌کنیم و لایه‌ای از آن به طول dx بین دو سطح مقطع x و $x+dx$ اختیار می‌کنیم، شکل 3.1. اگر نیروهای مؤثر سبب تغییر مکان سطح مقطع واقع در وضع x به میزان ξ به طرف راست شوند، در اثر انتقال موج طولی تغییر مکان سطح مقطع واقع در وضع $x+dx$ به میزان $\xi+d\xi$ به طرف راست خواهد بود. طبق قرارداد این کتاب، مقدار مثبت ξ تغییر مکان به طرف راست، و مقدار منفی آن تغییر مکان به سمت چپ فرض می‌شود. چون dx کوچک فرض شده است، مقدار تغییر مکان در وضع $x+dx$ را می‌توان با دو جمله سری تیلر بر حسب ξ به دست آورد

$$\xi + d\xi = \xi + \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) dx$$

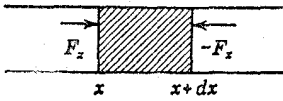
چون سطح قاعده چپ لایه dx به اندازه ξ و سطح قاعده سمت راست به اندازه $\xi+d\xi$ به طرف راست تغییر مکان یافته است، پس افزایش طول لایه بدین مقدار است

$$(\xi + d\xi) - \xi = d\xi = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) dx$$

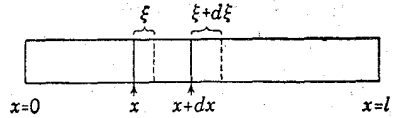
بنابراین، استرین لایه، یعنی انبساط واحد طول میله، این اندازه است

$$\text{استرین} = \frac{\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) dx}{dx} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (3.2)$$

توجه دارید که ξ تابع دو متغیر x و t است، و باید مشتقاتی جزئی آن را بگیریم، نه مشتق کلی. یادآور می‌شویم که مقدار انبساط هنگامی که نیروی ثابتی به میله وارد شود، در حال استاتیک، پیوسته در تمام نقاط میله یکسان است؛ ولی در تأثیر نیروهای متغیر و حالت



شکل 3.2. نیروهای تراکمی در میله.



شکل 3.1. استرین طولی، $d\xi/dx$ ، در میله.

دینامیک، انبساط هم به‌زمان t و هم به جای نقطه x بستگی دارد. همین خاصیت است که سبب ایجاد موج طولی شبیه موج عرضی تار مرتعش، در میله می‌شود.

3.3 معادله موج طولی. هنگام انبساط میله نیروهای الاستیک در آن پدیدار می‌گردند. امتداد این نیروها عمود بر مقطعهای عرضی میله و عمل آن اتصال لایه‌های میله به یکدیگر است. بر آیند این نیروها در هر سطح مقطع بستگی به‌زمان و وضع آن سطح دارد، و می‌توان به صورت $F_x = F_x(x, t)$ نمایش داد. بنا بر قرارداد مقدار مثبت F_x را نماینده تراکم اختیار می‌کنیم، چنانکه در شکل 3.2 دیده می‌شود. در این صورت، این نیرو قابل مقایسه با فشار در شاره است و مقدار منفی آن نماینده کشش محسوب می‌شود.

استرس^۱ را در میله با نسبت زیر معرفی می‌کنیم

$$\text{استرس} = \frac{F_x}{S} \quad (3.3)$$

که در آن S سطح مقطع عمود بر محور میله است. با به‌کار بردن قانون هوک^۲، بین استرس و استرین رابطه زیر برقرار است

$$\frac{F_x/S}{\partial \xi / \partial x} = -Y \quad (3.4)$$

که در آن Y پایایی است به‌نام مدول یانگ^۳. این پایا خاصیت مشخصه ماده میله است. چون استرس مثبت با استرین منفی همراه است، علامت منهای معادله 3.4 سبب مثبت بودن پایای Y می‌شود. مقدارهای Y برای تعدادی از جامدات، در جدول 1 ضمیمه کتاب داده شده است. معادله 3.4 را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$F_x = -SY \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (3.5)$$

که معرف نیروهای درونی طولی میله است.

در حال تعادل، که استرین $\partial\xi/\partial x$ در سراسر میله مقدار پایایی دارد، نیروی F_x نیز پایاست. ولی در حال حرکت لایه‌های میله، استرین و نیروی داخلی F_x هر دو متغیرند، و در نتیجه برآیند نیروهای داخلی وارد به هر لایه صفر نیست؛ و باعث حرکت آن می‌شود. اگر F_x نیروی داخلی وارد بر مقطع x باشد، نیروی وارد بر مقطع $x+dx$ در جهت مخالف برابر $F_x + (\partial F_x/\partial x)dx$ خواهد بود، و بنا بر این برآیند این دو نیرو در جهت مثبت وارد به لایه dx بدین مقدار است

$$dF_x = F_x - \left(F_x + \frac{\partial F_x}{\partial x} dx \right) = - \frac{\partial F_x}{\partial x} dx \quad (3.6)$$

اگر از رابطه 3.5 در معادله فوق استفاده کنیم، بر حسب ξ به دست می‌آید

$$dF_x = SY \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx \quad (3.6a)$$

اگر چگالی حجمی میله را ρ فرض کنیم، جرم لایه dx برابر $\rho S dx$ می‌شود؛ و معادله حرکت آن بدین صورت است

$$(\rho S dx) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = SY \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx$$

یا

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{Y}{\rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

که در آن Y/ρ با بعد مجذور سرعت c^2 است. با در نظر گرفتن آن معادله انتشار موج طولی در میله بدین صورت در می‌آید

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (3.7)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، این معادله مشابه معادله موج عرضی در تار مرتعش (2.5) است، که به جای تغییر مکان عرضی تغییر مکان طولی ξ در آن به کار رفته است. پس، معادله 3.7 را معادله موج طولی يك بعدی می‌نامند.

3.4 حل معادله موج طولی. حل عمومی معادله 3.7 درست مانند حل معادله موج

عرضی، و بدین صورت است

$$\xi = f_1(ct - x) + f_2(ct + x) \quad (3.8)$$

که در آن c سرعت انتشار موج و برابر جذر مدول سختی Y به چگالی حجمی، ρ ، میله است

$$c = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (3.8a)$$

اینک برای معادله 3.7 يك حل مختلط هارمونیک فرض می‌کنیم:

$$\xi = A e^{j(\omega t - kx)} + B e^{j(\omega t + kx)} \quad (3.9)$$

که در آن A و B پایاهای دامنه مختلط و $k = \omega/c$ پایای طول موج است. قسمت حقیقی معادله بالا نیز شبیه معادله 2.10، متعلق به موج عرضی تار است.

اگر میله را در دو انتهای خود ثابت فرض کنیم شرایط مرزی $\xi = 0$ به ازای $x = 0$ و $x = l$ در تمام زمانهای t را در معادله موج به کار ببریم عبارتی شبیه به آنچه در مورد تار مرتعش کشیده شده و ثابت در دو انتها شرح آن گذشت، 2.8، به دست می‌آید. به کار بردن شرط مرزی $\xi = 0$ به‌ازای $x = 0$ در معادله بالا بین A و B این رابطه را به‌دست می‌دهد

$$A + B = 0 \Rightarrow B = -A$$

و با این شرط معادله مختلط موج بدین صورت خلاصه می‌شود

$$\xi = A e^{j\omega t} (e^{-jkx} - e^{jkx}) \quad (3.10)$$

همچنین، این شرط که $\xi = 0$ در $x = l$ ، رابطه زیر را به دست می‌دهد

$$e^{-jkl} - e^{jkl} = 0 \quad (3.11)$$

ولی چون

$$\sin kl = \frac{1}{2j}(e^{-jkl} - e^{jkl})$$

معادله 3.11 را می‌توان به صورت مثلثاتی نوشت

$$\sin kl = 0 \quad (3.12)$$

$$k_n l = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.12a)$$

که همان معادله 2.14 در مورد سیم کشیده بین دو نقطه ثابت است. بنابراین، فرکانسهای نماینده مد‌های ارتعاشی عبارتند از

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{l} \quad \text{یا} \quad f_n = \frac{nc}{2l} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.13)$$

که همان معادله‌های 2.14a و 2.14b هستند.

تغییر مکان مختلط ξ ، مربوط به مد n ام ارتعاش، با خلاصه کردن معادله 3.10 بدین صورت در می‌آید

$$\xi_n = -2jA_n e^{j\omega_n t} \sin k_n x \quad (3.14)$$

که قسمت حقیقی آن چنین است

$$\xi_n = (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \sin k_n x \quad (3.14a)$$

که در آن A_n و B_n پایاهای حقیقی دامنه ارتعاش هستند، و با معادله 3.14 با رابطه $2A_n = B_n + jA_n$ به هم مربوطند.

حل کامل معادله موج، مجموع حلهای هارمونیک آن است، یعنی

$$\xi = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \sin k_n x \quad (3.15)$$

اگر شرایط ابتدایی مربوط به تغییر مکان و سرعت میله معلوم باشند، با استفاده از قضیه فوریه می‌توان پایاهای A_n و B_n را به دست آورد؛ چنانکه در بخش 2.13 دیدیم.

3.5 شرایط مرزی دیگر. چون میله، خود جسم جامد و محکمی است بر قرار ساختن شرایط مرزی فوق به کار بردن پایه‌های محکمتر چنانکه دو سر میله کاملاً بی حرکت بمانند خالی از اشکال نیست. ولی آزادگذااردن دو سر میله با قراردادن آن روی دو پایه نرم کاملاً عملی است. در این حالت شرایط مرزی دیگری پدیدار می‌شود که مشابه آن را در تار مرتعش نمی‌توان یافت. هرگاه میله را در یک انتها آزاد فرض کنیم در آن نقطه نیروی الاستیک F_x برابر صفر است، و می‌توان نوشت

$$F_x = -SY \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

یا

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0 \quad (3.16)$$

اگر میله را دوسر آزاد فرض کنیم، بکاربردن رابطه $\partial \xi / \partial x = 0$ در معادله 3.9 به ازای $x=0$ رابطه زیر را به دست می‌دهد

$$0 = -A + B \quad \text{یا} \quad A = B$$

و بنابراین

$$\xi = Ae^{j\omega t}(e^{-jkx} + e^{jkx}) \quad (3.17)$$

همچنین به کاربردن $\partial \xi / \partial x = 0$ در معادله بالا به ازای $x=l$ ، رابطه دیگری به دست می‌دهد

$$-e^{-jkl} + e^{jkl} = 0 \quad \text{یا} \quad \sin kl = 0 \quad (3.18)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، فرکانسهای مدهای ارتعاشی میله دوسر آزاد عیناً مشابه فرکانسهای میله دوسر ثابت است که از معادله 3.12 به دست می‌آیند. تغییر مکان مختلط ξ مربوط به مد ارتعاشی n ام چنین است

$$\xi_n = 2A_n e^{j\omega_n t} \cos k_n x \quad (3.19)$$

که در آن $2\cos k_n x$ به جای $e^{-jkx} + e^{jkx}$ است، و مد ارتعاشی n ام بامعادله زیر داده می‌شود

$$\xi_n = (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \cos k_n x \quad (3.19a)$$

با مقایسه معادله بالا با معادله ارتعاشی n ام در میله دوسر ثابت، 3.15، روشن می‌شود که در میله دوسر آزاد برخلاف میله دوسر ثابت در نقطه انتهای میله شکم قرار دارد، در حالی که در میله دوسر ثابت در دو انتها گره هست. مقایسه این دو نوع ارتعاش در شکل 3.3 نمایش داده شده است

اینک حالتی را بحث می‌کنیم که در آن يك انتهای میله آزاد، و انتهای دیگر کاملاً ثابت و بی‌حرکت باشد. مثلاً در نقطه $x=0$ آزاد و در نقطه $x=l$ محکم باشد. شرط اولی مرزی به معادله $\partial \xi / \partial x = 0$ منجر می‌شود که اگر آن را در معادله 2.9 به کاربردیم معادله 3.17 به دست می‌آید. شرط مرزی دوم در $x=l$ ، منجر به $\xi = 0$ می‌شود که اگر آن را

در معادله 3.17 به کاربیریم این نتیجه حاصل می‌شود

$$e^{-jkl} + e^{jkl} = 0 \quad \text{یا} \quad \overline{\cos kl} = 0 \quad (3.20)$$

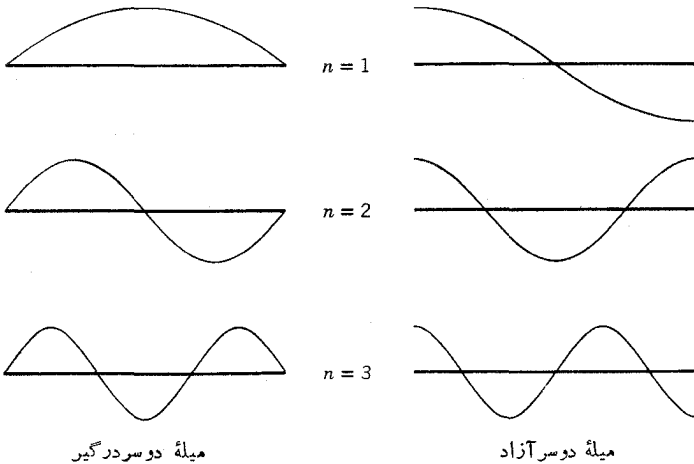
فرکانسهایی که در رابطه بالا صادق هستند، از رابطه زیر به دست می‌آیند

$$k_n l = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

یا

$$\omega_n = \frac{(2n - 1)\pi c}{2l}, \quad f_n = \frac{(2n - 1)c}{4l} \quad (3.21)$$

فرکانس هارمونیک اصلی در این مورد نصف فرکانس هارمونیک اصلی در میله دوسر آزاد است که همان طول را داشته باشد؛ و نیز فقط هارمونیکهای فرد در آن ایجاد می‌شوند. یعنی فرکانس هارمونیک بعدی سه برابر فرکانس اصلی است. بدیهی است نبودن هارمونیکهای زوج در میله دوسر آزاد زنگ صدای آن را تغییر می‌دهد.



میله دوسر درگیر

میله دوسر آزاد

شکل 3.3. الگوهای موج ایستاده در میله.

3.6 میله بارشده. در بسیاری از کاربردهای عملی، انتهای آزاد میله مرتعش نه محکم در قید گذاشته شده و نه کاملاً آزاد است، بلکه نوعی امپدانس مکانیکی، که بیشتر از نوع جرم تنظیم شده است، به آن وصل کرده‌اند. در این حالت آن را میله بارشده گویند. نقطه

اتصال را در این حالت نمی‌توان کاملاً آزاد گرفت. از جمله در نوعی از تراگذارهای صوتی، لوله‌ای از نیکل به کار می‌برند که یک سر آن در $x=0$ آزاد و سر دیگر در $x=l$ به دیافراگمی متصل است که خود دارای جرم و نوعی امیدانس مکانیکی است.

به کار بردن شرط مرزی $\partial\xi/\partial x=0$ در معادله 3.9 در $x=0$ با نتیجه $\mathbf{A}=\mathbf{B}$ به معادله 3.17 منجر می‌شود.

شرط مرزی در $x=l$ با رابطه زیر داده می‌شود

$$(\mathbf{F}_x)_{(x=l)} = m \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \right)_{(x=l)} \quad (3.22)$$

چون مقدار مثبت F_x سبب تراکم میله می‌گردد، واکنش جرمی که به انتهای راست میله متصل است شتابی در جهت راست است. اگر جرم m به انتهای چپ میله متصل باشد، واکنش نیروی مثبت تراکمی F_x در این نقطه سبب ایجاد شتابی به سمت چپ می‌شود؛ و شرط مرزی در این نقطه با معادله زیر بیان می‌گردد

$$(-F_x)_{(x=0)} = m \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \right)_{(x=0)} \quad (3.22a)$$

با به کار بردن شرط مرزی معادله 3.22، در معادله 3.17، این رابطه به دست می‌آید

$$-SYAe^{j\omega t}(-jke^{-jkl} + jke^{jkl}) = mAe^{j\omega t}(-\omega^2)(e^{-jkl} + e^{jkl})$$

یا

$$jkSY(e^{-jkl} - e^{jkl}) = -m\omega^2(e^{-jkl} + e^{jkl})$$

که کوتاه‌شده آن چنین است

$$kSY \sin kl = -m\omega^2 \cos kl$$

یا

$$\tan kl = -\frac{\omega mc}{SY} \quad (3.23)$$

برای این «معادله فزاینده»^۱ حل صریحی وجود ندارد. اما اگر m خیلی کوچک و

1) transcendental equation

نزدیک صفر باشد، می‌توان نوشت $tgkl \approx 0$ و $kl \approx n\pi$ است، که همان فرکانسهای هارمونیک میله دوسر آزاد را به دست می‌دهد. در حقیقت اگر m نزدیک صفر باشد، می‌توان انتهای آن را آزاد فرض کرد. همچنین اگر جرم متصل به میله بسیار بزرگ باشد، می‌توان نوشت $tgkl \approx \infty$ و $kl \approx (2n-1)\pi/2$ است و میله مانند حالت یک سر آزاد، دارای فرکانسهای هارمونیک فرد خواهد بود.

در ابزارهای انتقال صوت، معمولاً یک سر میله به جرم بزرگی متصل است (جرم پایه). اگر میله سبک و پایه سنگین باشد حد وسط این دو حالت را می‌توان به طریق تریسیم به آسانی حل کرد. اگر در معادله 3.22 به جای Y مقدار آن ρc^2 را از معادله $3.8a$ ، و به جای $\rho s l$ جرم میله، m_b ، را قرار دهیم، بدین صورت در می‌آید

$$\frac{\tan kl}{kt} = -\frac{m}{m_b} \quad (3.24)$$

حال اگر منحنی نمایش دو تابع $y_1 = tgkl$ و $y_2 = -(m/m_b)kl$ را بر حسب kl رسم کنیم، مقادیری از kl در نقاط فصل مشترک این دو منحنی در رابطه بالا صدق می‌کنند؛ و فرکانسهای ارتعاشی میله از آن مقادیر به دست می‌آیند. در حالت خاص که $m_b = m$ است، مقادیری از kl که در رابطه بالا صادقند از این قرارند

$$kl = 2.03, 4.91, 7.98, \dots$$

فرکانس اصلی از $k_1 l = 2.03$ به مقدار $f_1 = (2.03/2\pi)(c/l)$ به دست می‌آید، که بین دو فرکانس اصلی $f_1 = \frac{1}{2}c/l$ و $f_1 = \frac{1}{4}c/l$ میله یک سر آزاد است.

چنانکه ملاحظه می‌شود، در این حالت فرکانسهای فرعی، هارمونیکهای فرکانس اصلی نیستند. مثلاً فرکانس دوم و فرکانس اصلی به نسبت $2.42 = 4.91/2.03$ هستند. این فرکانسهای غیرهارمونیک در کاربردهای میله در ارتعاش طولی اغلب نامطلوبند. مثلاً اگر میله بارشده نیکی را که برای تولید صوت با فرکانس ثابت به کار می‌رود در نظر بگیریم، میله درون قرقره سیم‌پیچی قرار دارد که جریان متناوبی از آن می‌گذرد. میله بر اثر خاصیت مانیاتواستریکسیون^۱ به ارتعاش درمی‌آید. اگر این جریان خوب صاف نشده باشد با هارمونیکهای همراه است؛ و چون صداها فرعی میله، هارمونیک صدای اصلی نیستند با هارمونیکهای جریان رزونانس پیدا نکرده و سبب ضعف صوت می‌گردند. از طرف دیگر هارمونیک نبودن فرکانسهای فرعی جای گره‌ها را در میله تغییر می‌دهد. معمولاً گره‌ها در نقاطی پدیدار می‌شوند که فاصله‌های آنها در رابطه زیر صدق کنند

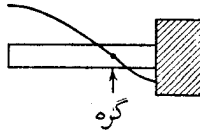
$$\cos kx = 0 \quad (3.25)$$

1) magnetostriction

در مثال بالا $m = m_b$ ، فرکانس مد اصلی ارتعاش از $kl = 2.03$ به دست می‌آید و جای گره آن از این رابطه محاسبه می‌شود

$$\frac{2.03}{l} = \frac{\pi}{2} \quad \text{یا} \quad x = 0.77l$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، در میلهٔ دوسر آزاد گره در نقطهٔ وسط میله نیست، بلکه به انتهای بارشدهٔ میله متوجه است (شکل 3.4).



شکل 3.4. مد اصلی ارتعاش میلهٔ بار شده.

3.7 شرایط مرزی عمومی. مسئلهٔ میلهٔ بارشده را نیز می‌توان با بکاربردن امپدانس مکانیکی میله حل کرد. امپدانس مکانیکی میله در نقطهٔ $x = l$ به صورت زیر است

$$Z_l = j\omega m \quad (3.26)$$

که آن را از معادلهٔ 3.22 می‌توان به دست آورد. اگر جرم m به انتهای دیگر میله متصل باشد (در نقطهٔ $x = 0$) امپدانس مکانیکی میله در آن نقطه چنین است

$$Z_0 = -j\omega m \quad (3.26a)$$

علامت منها نشان‌دهندهٔ اختلاف فاز 180° بین نیروی مثبت وارد به جرم و نیروی وارد به میله است.

چنانچه بار متصل به میله انرژی تلف کند، یا با نیروهای واکنشی همراه باشد، امپدانس مکانیکی Z_l یا Z_0 انگاری محض نیست، بلکه کمیتهٔ مختلط است. این مورد هنگامی پیش می‌آید که میله به جعبهٔ رزونانس یا چیز دیگری که موج آکوستیکی پخش می‌کند متصل باشد. تأثیر بار در میله میراساختن ارتعاشهای آزاد آن است، و وجود نیروهای مقاوم بسبب تغییر جزئی در فرکانسهای مدهای مختلف ارتعاشی آن می‌گردد، چنانکه در نوسانگر ساده شرح آن گذشت. با این حال، در اغلب کاربردهای عملی تأثیر نیروهای مصرف‌کننده در فرکانسهای طبیعی میله

نسبت به تأثیر راکتانس جرمی ناچیز است، و تجزیه و تحلیل ارتعاش میلهٔ بارشده شبیه مطالعهٔ موجهای تخت آکوستیکی در لوله‌هاست؛ چنانکه بحث ریاضی آن به تفصیل خواهد آمد. در بحث فوق فرض این بود که جرم m خود دارای ارتعاش مشخصی نباشد در موردی که یکی از دو انتهای میله مرتعش با موج طولی به جسم دیگری مانند دیافراگم مرتعش و یا ابزار دیگر مرتعش متصل شده باشد میله با فرکانسهای جسم مرتعش نوسان می‌کند و بحث ریاضی آن شبیه حالتی است که در موجهای عرضی تارهای مرتعش تشریح گردید. یادآور شویم که بعضی موادممکن است به وسیلهٔ نیروهای درونی همراه با پدیده‌های مانیوتواستریکسیون و پیزوالکتریک به ارتعاش در آیند. شرح این نوع دستگاههای مرتعش خواهد آمد.

3.8 ارتعشهای عرضی میله. میله قابلیت ارتعاش عرضی و نیز قابلیت ارتعاش طولی دارد. بعلاوه، ارتباط داخلی بین استرینهای طولی و خمشی سبب می‌گردد که ایجاد یکی از آنها سبب تولید دیگری گردد. مثلاً اگر میلهٔ دراز و نازکی را در مرکز خود روی پایه‌ای استوار کرده و به وسیلهٔ چکش ضربه‌ای به یکی از دو سر آن در امتداد محور وارد سازیم، اندک انحراف نقطهٔ برخورد چکش نسبت به محور که معمولاً در عمل وجود دارد سبب عدم تقارن ارتعاشی نقاط گوناگون می‌گردد و در آن ارتعشهای عرضی ایجاد می‌کند و برخلاف انتظار ارتعاش طولی آن کمتر است.

همچنین تفاوت مشخص بین ارتعشهای عرضی میله و تار وجود ندارد. در فصل گذشته در بحث مربوط به تار، آن را کاملاً قابل انعطاف در نظر گرفتیم چنانکه نیروهای برگرداننده در آن تنها به کشش تار بستگی داشته باشد. چنانکه یادآور شدیم، چنین شرطی هیچ‌گاه در عمل کاملاً برقرار نیست، و لسی در تار نیروهای برگرداننده بیشتر تحت تأثیر کشش پدیدار می‌شوند و سختی سیم در آن کمتر تأثیر دارد. از طرف دیگر، اگر دوسر میلهٔ نازک درازی را مانند تار در دو پایه استوار کنیم، نیروهای برگرداننده تحت تأثیر هر دو یعنی کشش و سختی عمل می‌کنند. این مسئله که کدام یک از این دو در ایجاد نیروی برگرداننده بیشتر مؤثرند بستگی به خصوصیات و شرایط فیزیکی میله دارد. در فصل پیش یک حد نهایی، یعنی تأثیر تنه‌های کشش را مورد بحث قرار دادیم. اینک حد نهایی دیگر یعنی تأثیر تنه‌های سختی را بدون کشش طولی مطالعه می‌کنیم.

3.9 استرینهای خمشی در میلهٔ یکنواخت. میلهٔ مستقیمی به طول l و به مقطع ثابت S در نظر می‌گیریم که نسبت به صفحهٔ قائمی که از محور میله می‌گذرد قرینه باشد. x معرف اوضاع نقاط میله و y نمایندهٔ تغییر مکانهای عرضی آن نقاط نسبت به اوضاع تعادل فرض می‌شود. هنگامی که میله را اندکی خم کنیم (شکل 3.5) قسمت پایین آن متراکم و قسمت بالای آن منبسط می‌شود. بین قسمت بالا و پایین قسمتی وجود دارد که طول آن تغییر نمی‌کند، از این رو آن را **محور خنثا** می‌نامند. اگر مقطع میله نسبت به صفحه‌ای افقی قرینه باشد، این محور خنثا بر محور مرکزی میله منطبق خواهد بود.

اینک قطعه‌ای از میله به طول dx را در امتداد محور خنثا اختیار می‌کنیم، و میزان خمیدگی میله را در آن با R شعاع خمش محور خنثا مشخص می‌سازیم. فرض می‌کنیم که درازای رشته‌ای از میله که به فاصله r از محور خنثا قرار دارد، بر اثر خمش، به اندازه $\delta x = (\partial \xi / \partial x) dx$ افزایش یابد. پس، نیروی طولی dF با رابطه زیر داده می‌شود

$$dF = -Y dS \frac{\delta x}{dx} = -Y dS \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (3.27)$$

که در آن dS سطح مقطع رشته است. مقدار δx برای رشته شکل 3.5 مثبت است؛ بنابراین dF منفی و معرف نیروی کشش است. برای رشته‌های پایین محور خنثا، δx منفی است، که در نتیجه dF مثبت و نماینده نیروی تراکم است. از طرف دیگر، می‌توان نوشت

$$\frac{dx + \delta x}{R + r} = \frac{dx}{R}$$

و از آنجا

$$\frac{\delta x}{dx} = \frac{r}{R} \quad (3.28)$$

شکل 3.5. استرینها و استرسهای خمشی در میله.

با قرار دادن این رابطه در معادله 3.27، dF به دست می‌آید

$$dF = -\frac{Y}{R} r dS \quad (3.27a)$$

بر آیند نیروهای طولی وارد به رشته‌ها در امتداد x ، یعنی $F_x = \int dF$ ، برابر صفر است. زیرا نیروهای کشش منفی وارد به سطوح رشته‌های رویی محور خنثا با نیروهای تراکم مثبت وارد به سطوح رشته‌های زیری محور خنثا با هم مساوی و مخالف و جمعشان صفر است. ولی چون نقطه اثر آنها به فاصله‌های مختلف قرار دارد، گشتاور خمشی M در میله پدیدار می‌سازند، که بدین مقدار است

$$M = \int r dF = -\frac{Y}{R} \int r^2 dS$$

و چون ثابتی مانند K ، معرف شعاع ژیراسیون مقطع S ، با رابطه زیر در نظر گیریم

$$K^2 = \frac{\int r^2 dS}{S}$$

گشتاور خمشی میله به این معادله خلاصه می‌شود

$$M = -\frac{YS\kappa^2}{R} \quad (3.29)$$

مقدار K برای میله‌ای به مقطع دایره به شعاع a برابر $a/2$ ، و برای میله‌ای به مقطع مستطیل به ضخامت t در امتداد y ، برابر $t/\sqrt{12}$ است. خمیدگی R معمولاً ثابت نیست، بلکه تابع موضع در طول محور خنثاست. عبارت تحلیلی عمومی برای شعاع خمیدگی یک خط به صورت زیر است

$$R = \frac{[1 + (\partial y/\partial x)^2]^{3/2}}{\partial^2 y/\partial x^2} \quad (3.30)$$

اگر تغییر مکان y در نقاط میله، محدود به مقادیر کوچک باشد، شیب میله در هر نقطه در مقابل واحد بسیار کوچک است، یعنی $\partial y/\partial x \ll 1$ ، و می‌توان نوشت

$$R = \frac{1}{\partial^2 y/\partial x^2} \quad (3.30a)$$

اگر این مقدار R را در معادله 3.29 بگذاریم، مقدار گشتاور وارد به میله به عبارت زیر خلاصه می‌شود

$$M = -YS\kappa^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (3.31)$$

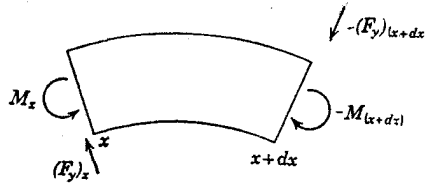
در شکل 3.5، خمیدگی میله چنان است که $\partial^2 y/\partial x^2$ منفی و در نتیجه گشتاور M مثبت است. برای به دست آوردن آن وضع خمش که در شکل بالا نموده شده، باید در انتهای سمت چپ dX ، گشتاوری به مقدار M در جهت خلاف گردش عقربه‌های ساعت، یعنی در جهت مثبت سنجش زاویه‌های مثلثاتی تأثیر کند. در صورتیکه در انتهای سمت راست گشتاور در جهت گردش عقربه‌های ساعت و به مقدار $-M$ لازم است. همچنانکه در مورد ارتعاش طولی میله دیدیم (معادله 3.5)، نیروی مثبتی برابر F_x به انتهای سمت چپ و نیروی مخالفی برابر $-F_x$ به سمت راست وارد می‌گردد. اگر در شکل 3.5 خمیدگی میله معکوس گردد، جهت هر دو گشتاور عوض می‌شود.

3.10 معادله موج عرضی. تغییر شکل میله در اثر گشتاورهای خمشی در دو انتهای میله، سبب ایجاد نیروهای برشی^۱ نیز می‌گردد. هر گاه نیروی برشی F_y وارد به سمت چپ میله

را مثبت فرض کنیم، نیروی برشی وارد به انتهای سمت راست منفی خواهد بود (شکل 3.6) و این دو نیرو گشتاوری در جهت مخالف گشتاورهای خمشی وارد می‌سازند. هنگامی که میله خم شده‌ای در حال تعادل باشد گشتاورهای خمشی و گشتاورهای واکنشی یکدیگر را خنثا می‌کنند. این شرط تعادل در شکل 3.6 با معادله زیر برقرار می‌شود

$$M_x - M_{(x+dx)} - (F_y)_{(x+dx)} dx = 0 \quad (3.32)$$

برای قطعات کوچک dx می‌توان نوشت



شکل 3.6. گشتاورهای خمشی و نیروهای برشی در میله.

$$M_{(x+dx)} = M_x + \frac{\partial M}{\partial x} dx$$

و

$$(F_y)_{(x+dx)} = (F_y)_x + \frac{\partial F_y}{\partial x} dx$$

اگر عبارت بالا را در معادله 3.32 بگذاریم، بدین صورت در می‌آید

$$M_x - M_x - \frac{\partial M}{\partial x} dx - (F_y)_x dx - \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} dx \right) dx = 0$$

که اگر از عبارت بینهایت کوچک درجه دوم شامل $(dx)^2$ چشمپوشی کنیم می‌توان نوشت

$$F_y = - \frac{\partial M}{\partial x} = YS\kappa^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (3.33)$$

رابطه فوق بین نیروی برشی F_y و گشتاور خمشی از شرط تعادل استاتیکی میله به دست آمده است. در ارتعاش عرضی میله، تعادل دینامیک است و در حقیقت سمت راست معادله 3.32 به جای اینکه صفر باشد برابر افزایش گشتاور زاویه‌ای قطعه dx خواهد بود. ولی چنانچه تغییر شکل میله و تغییر مکان نقاط آن اندک باشد، تغییرات گشتاور زاویه‌ای را در آن می‌توان

چشمپوشی کرد، و معادله 3.33 تقریب جایزی برای رابطه میان F_y و y خواهد بود. تغییر نیروی F_y بین دو سر قطعه dx بدین مقدار است

$$dF_y = (F_y)_x - (F_y)_{(x+dx)} = -\frac{\partial F_y}{\partial x} dx = -YS\kappa^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx \quad (3.34)$$

این نیرو سبب ایجاد شتاب عرضی $\partial^2 y / \partial t^2$ در قطعه dx به جرم $\rho S dx$ می‌گردد. معادله حرکت چنین است

$$(\rho S dx) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -YS\kappa^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx$$

که به صورت زیر خلاصه می‌شود

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\kappa^2 c^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \quad (3.35)$$

که در آن چنانکه در موج طولی اشاره شد

$$c = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (3.8a)$$

تفاوت آشکار معادله دیفرانسیل بالا با معادله موجهای عرضی در تارهای مرتعش وجود مشتق چهارم y نسبت به x در آن است، و حل آن به صورت $f(ct-x)$ نیست. نتیجه آنکه موجهای عرضی در میله با سرعت ثابت و شکل ثابت، در میله انتشار نمی‌یابند.

3.11 شکل تناوبی حل عمومی معادله انتشار موج عرضی در میله. فرض کنیم برای حل معادله 3.35 جوابی به صورت کلی زیر داشته باشیم

$$y = \psi(x)e^{j\omega t} \quad (3.36)$$

که در آن $\psi(x)$ ، یا به اختصار ψ ، تابع مختلطی از x و $e^{j\omega t}$ تابع مختلطی از زمان t باشد. می‌توان نوشت

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \psi(j\omega)^2 e^{j\omega t}$$

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} e^{j\omega t}$$

اگر مشتقهای بالا را در معادله موج 3.35 قرار دهیم تابع ψ که فقط به x بستگی دارد با معادله دیفرانسیل زیر نموده می‌شود

$$\frac{d^4 \psi}{dx^4} = \frac{\omega^2}{\kappa^2 c^2} \psi$$

اگر سرعتی مانند v ، به مقدار

$$v = \sqrt{\omega c \kappa} \quad (3.37)$$

در آن وارد سازیم، به معادله

$$\frac{d^4 \psi}{dx^4} = \frac{\omega^4}{v^4} \psi \quad (3.38)$$

تبدیل می‌شود.

اینک فرض می‌کنیم ψ به صورت مختلط $Ae^{\gamma x}$ باشد. اگر آن را در معادله بالا قرار

دهیم

$$\gamma^4 Ae^{\gamma x} = \frac{\omega^4}{v^4} Ae^{\gamma x}$$

γ بر حسب ω و v به دست می‌آید

$$\gamma = \pm \frac{\omega}{v} \quad \text{یا} \quad \gamma = \pm j \frac{\omega}{v}$$

بنابراین، حل کلی معادله 3.38 به صورت زیر خواهد بود.

$$\psi = Ae^{\omega x/v} + Be^{-(\omega x/v)} + Ce^{j\omega x/v} + De^{-(j\omega x/v)} \quad (3.38a)$$

که در آن A ، B ، C ، و D ، پایاهای مختلط دامنه هستند. اگر رابطه بالا را در معادله

3.36 قرار دهیم، تغییر مکان عرضی چنین نوشته می‌شود

$$y = e^{j\omega t} (Ae^{\omega x/v} + Be^{-(\omega x/v)} + Ce^{j\omega x/v} + De^{-(j\omega x/v)}) \quad (3.39)$$

هیچ يك از حل‌های چهارگانه فوق انتشار موج را با سرعت ثابت c نمی‌رساند. مثلاً جمله آخر آن به صورت

$$y = D e^{j\omega(t - x/v)} \quad (3.40)$$

نماینده انتشار موجی است که با سرعت v به سمت راست پیش می‌رود، ولی سرعت v چنانکه از معادله 3.37 برمی‌آید، خود تابعی از فرکانس ω است، و این می‌رساند که هر موج با فرکانس معین سرعت خاص دارد. در موج مرکبی که دارای فرکانسهای متعدد باشد، فرکانسهای بالاتر با سرعت بیشتری پیشروی می‌کنند، و موجهای با فرکانس کمتر عقب می‌مانند؛ و این امر سبب تغییر شکل موج می‌گردد. نتیجه آنکه، سرعت ثابتی برای انتشار موج عرضی در میله نمی‌توان در نظر گرفت؛ و هر فرکانس با سرعت خاص خود، v ، انتشار می‌یابد، که آن را سرعت فاز^۱ گویند. این پدیده شبیه تراگسیل نور در شیشه است، که ضمن آن فرکانسهای گوناگون، یعنی رنگهای تابع^۲ مرکب نور، با سرعتهای متفاوت سیر می‌کنند، و پراکنند^۳ حاصل می‌شود. بنابراین، میله مرتعش را محیط پراکننده‌ای برای موجهای عرضی می‌توان تصور کرد.

قسمت حقیقی y در معادله مختلط 3.39 حل حقیقی معادله انتشار موج عرضی در میله 3.35 است، که با به‌کار بردن اتحادهای هیپر بولیک و مثلثاتی می‌توان به دست آورد

$$e^{\pm\theta} = \cosh \theta \pm \sinh \theta \quad (3.41)$$

و

$$e^{\pm j\theta} = \cos \theta \pm j \sin \theta \quad (3.41a)$$

به‌کار بردن اتحادهای بالا حل حقیقی معادله موج را به این صورت در می‌آورد

$$y = \cos(\omega t + \phi) \left[A \cosh \frac{\omega x}{v} + B \sinh \frac{\omega x}{v} + C \cos \frac{\omega x}{v} + D \sin \frac{\omega x}{v} \right] \quad (3.42)$$

که در آن A ، B ، C ، و D پایاهای حقیقی‌اند و یا مقادیر مختلط A ، B ، C ، و D ، ارتباط دارند. رابطه بین آنها مهم نیست زیرا که با به‌کار بردن شرایط ابتدایی و مرزی مستقیماً از معادله بالا به دست می‌آیند.

3.12 شرایط مرزی. معادله 2، 3 دارای چهار پایای اختیاری است، و تعیین آنها چهار شرط مرزی لازم دارد. دو شرط مرزی در يك انتها، و دو شرط مرزی در انتهای دیگر. این شرایط بستگی به چگونگی پایه‌های میله دارند، که عبارتند از:

(a) **انتهای ثابت.** اگر انتهای میله محکم به پایه ثابتی متصل شده و بی حرکت بماند تغییر مکان y و ضریب زاویه $\partial y / \partial x$ در این نقطه به ازای تمام مقادیر زمان صفرند، و با دو شرط مرزی زیر معرفی می‌شوند.

$$y=0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial y}{\partial x}=0 \quad (3.43)$$

(b) **انتهای آزاد.** در انتهای آزاد، گشتاور و نیروی برشی F_x وارد به میله در سطحی به فاصله بینهایت کوچک از آن هر دو صفرند و شرایط مرزی در این نقطه با استفاده از معادله‌های 3.31 و 3.33 با روابط زیر بیان می‌شوند.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}=0 \quad (3.43a)$$

3.13 میله يك سر آزاد. فرض می‌کنیم میله در نقطه $x=0$ ثابت، و در نقطه $x=l$ آزاد باشد. چنین میله را میله ثابت-آزاد می‌نامند و به کاربردن شرایط مرزی در نقطه $x=0$ بین پایه‌های اختیاری معادله موج روابط زیر را برقرار می‌سازد.

$$y=0=A+C$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}=0=B+D$$

با شرایط بالا معادله موج بدین صورت خلاصه می‌شود

$$y = \cos(\omega t + \phi) \left[A \left(\cosh \frac{\omega x}{v} - \cos \frac{\omega x}{v} \right) + B \left(\sinh \frac{\omega x}{v} - \sin \frac{\omega x}{v} \right) \right] \quad (3.44)$$

همچنین به کاربردن شرایط مرزی 3.43a در نقطه $x=l$ بدین روابط منجر می‌گردد

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 = \cos(\omega t + \phi) \left(\frac{\omega}{v}\right)^2 \left[A \left(\cosh \frac{\omega l}{v} + \cos \frac{\omega l}{v} \right) + B \left(\sinh \frac{\omega l}{v} + \sin \frac{\omega l}{v} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0 = \cos(\omega t + \phi) \left(\frac{\omega}{v}\right)^3 \left[A \left(\sinh \frac{\omega l}{v} - \sin \frac{\omega l}{v} \right) + B \left(\cosh \frac{\omega l}{v} + \cos \frac{\omega l}{v} \right) \right]$$

از دو رابطه بالا، رابطه‌های زیر بین A و B برقرار می‌شود

$$A \left(\cosh \frac{\omega l}{v} + \cos \frac{\omega l}{v} \right) = -B \left(\sinh \frac{\omega l}{v} + \sin \frac{\omega l}{v} \right)$$

$$A \left(\sinh \frac{\omega l}{v} - \sin \frac{\omega l}{v} \right) = -B \left(\cosh \frac{\omega l}{v} + \cos \frac{\omega l}{v} \right)$$

که به ازای مقادیر معینی از ω برابر می‌شوند. برای به دست آوردن فرکانسهای صادق در معادله‌های بالا، آنها را برهم تقسیم می‌کنیم و A و B را در آنها حذف می‌کنیم. با استفاده از رابطه‌های مثلثاتی $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ و $\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta = 1$ ، مقادیر ω با رابطه زیر به دست می‌آیند

$$\cosh \frac{\omega l}{v} \cos \frac{\omega l}{v} = -1 \quad (3.45)$$

با رسم منحنیهای دوتایع $\cosh(\omega l/v)$ و $-\sec(\omega l/v)$ بر حسب $\omega l/v$ و تعیین نقاط تقاطع آنها مقادیر ω به دست می‌آیند. ولی این راه غیر عملی است، زیرا کسینوس هیپر بولیک به صورت تقریباً اکسپونانسیل افزایش می‌یابد، و جز برای مقادیر کوچک $\omega l/v$ به دست آوردن نقاط تقاطع دو منحنی میسر نیست. راه بهتر این است که با استفاده از اتحادها

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} \quad \text{و} \quad \tanh \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\cosh \theta - 1}{\cosh \theta + 1}}$$

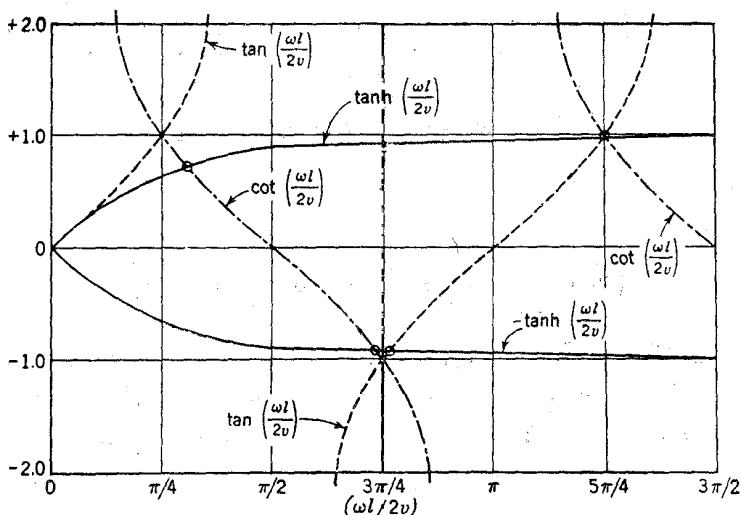
معادله 3.45 را به صورت زیر در آوریم

$$\cot \frac{\omega l}{2v} = \pm \tanh \frac{\omega l}{2v} \quad (3.45a)$$

و نقاط تقاطع منحنیهای دو تابع $\cotg(\omega l/2v)$ و $\pm \tanh(\omega l/2v)$ را بر حسب $\omega l/2v$ به دست آوریم.

شکل 3.7 منحنیهای دو تابع فوق و محل تقاطع آنها را نشان می‌دهد، و مدهای ارتعاشی صادق در معادله 3.45 با رابطه زیر داده می‌شوند.

$$\frac{\omega l}{2v} = \frac{\pi}{4} (1.194, 2.988, 5, 7, \dots) \quad (3.46)$$



شکل 3.7. منحنیهای نماینده تابعهای تانژانت، کتانژانت، و تانژانت هیپربولیک.

مقادیر عددی تانژانت هیپربولیک به ازای مقادیر بیش از $\pi/4$ به واحد نزدیک می‌شود و ریشه‌های معادله 3.45a با تقریب زیادی به صورت $\omega l/2v = (2n-1)\pi/4$ در می‌آیند که در آن $n=3, 4, 5, \dots$ است؛ و $\cotg(\omega l/2v)$ برابر ± 1 می‌گردد، و مقادیر $1.194\pi/4$ و $2.988\pi/4$ به دو فرکانس اولی و دومی اختصاص می‌یابند. اگر مقدار $v = \sqrt{\omega c_K}$ را در معادله 3.46 قرار داده طرفین آن را مربع کنیم، مقادیر فرکانس مدهای ارتعاش پی‌درپی به دست می‌آیند

$$\omega = \frac{\pi^2 c_K}{4l^2} (1.194^2, 2.988^2, 5^2, 7^2, \dots) \quad (3.47)$$

$$f = \frac{\pi c K}{8l^2} (1.194^2, 2.988^2, 5^2, 7^2, \dots) \quad (3.47a)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، شرایط مرزی شماره‌دهای ارتعاشی آزاد را در میله به طول معین محدود می‌کند، همچنانکه در تارهای مرتعش نیز چنین است، ولی برخلاف تارهای مرتعش فرکانسهای مدهای ارتعاشی در میله هارمونیک فرکانس اصلی نیستند زیرا از معادله 3.47a نشان می‌دهد که

$$f_2 = \left(\frac{2.988}{1.194}\right)^2 f_1 = 6.267f_1$$

$$f_3 = 17.55f_1$$

$$f_4 = 34.39f_1$$

Etc.

مشاهده می‌شود که نخستین فرکانس فرعی اندکی بیش از هارمونیک ششم در تار به همان فرکانس اصلی است. اگر میله چنان ضربه زده شود که دامنه ارتعاش در بعضی از فرکانسهای فرعی قابل شنیدن باشد، صوت حاصل از میله کیفیت فلزی دارد. ولی، این نتهای فرعی پرفرکانس به زودی از بین می‌روند، و میله با فرکانس اصلی خود صدا می‌دهد. چنانکه وقتی دیپازن را با زدن به عایقی به ارتعاش در آورند نخست صدای فلزی از آن شنیده می‌شود، و بعد با فرکانس اصلی خود تن خالص ارتعاش آن ادامه می‌یابد.

بدین جهت میله‌ها را به‌عنوان مولد فرکانسهای استاندارد در بخش فرکانس و در فیلترهای الکتریکی با فرکانس کم به کار می‌برند. فرکانسهای اصلی این میله‌ها را می‌توان با تغییر ضخامت و یا با تغییر طول تنظیم کرد. یادآوری می‌کنیم که در میله‌های یک‌سر آزاد با مضاعف ساختن طول، فرکانس آن ربع می‌شود.

چگونگی توزیع نقاط گره در این گونه میله‌ها مانند تارهای مرتعش نیست. یعنی فاصله دو گره پایایی ثابت و به‌میزان $\lambda/2$ نمی‌باشد، بلکه فاصله‌های بین‌گره‌ها نامنظم است. بعلاوه سه نوع نقطه گرهی در آنها وجود دارد. در انتهای ثابت میله یک گره موجود است که در آن $y=0$ و $\partial y/\partial x=0$ و آن را نوع یکم می‌گویند. در نوع دوم نقطه‌های گرهی با $y=0$ و $\partial^2 y/\partial x^2=0$ معرفی می‌شوند. این نقطه‌های را گره‌های حقیقی نامند، و در نقطه‌های عطف میله $[\partial^2 y/\partial x^2=0]$ موجود هستند. فاصله بین این نقطه‌های تقریباً برابر $\lambda/2$ است. نوع سوم آخرین نقطه گرهی نزدیک به انتهای آزاد میله است. در این نقطه $y=0$ ولی

نقطه عطف $\partial^2 y / \partial x^2 = 0$ نزدیک این نقطه نیست، بلکه از آن اندکی دور است. از طرف دیگر، دامنه ارتعاش در نقطه‌های شکم به یک اندازه نیست، و دامنه ارتعاش انتهای آزاد از همه بیشتر است.

جدول 3.1 مشخصات ارتعاش عرضی میله‌ای به طول 100cm را نشان می‌دهد، که یک انتهای آن در $x=0$ ثابت و انتهای دیگر در $x=l$ آزاد است؛ و در آن نسبت فرکانسهای پیایی به فرکانس اصلی، و نسبت سرعتهای فاز پیایی نسبت به سرعت اصلی و طول موج در هر فرکانس و اوضاع نقطه‌های گرهی نموده شده است. چنانکه ملاحظه می‌شود، افزایش سرعت فاز بر حسب فرکانس در آن کاملاً نمایان است. یادآوری می‌کنیم که طول موج در این فرکانسها معمولاً دو برابر فاصله بین دو گره پیایی نیست، ولی از فرکانس فرعی سوم فاصله بین گره‌ها 28.6cm ، $(64.4-35.8)$ ، یعنی تقریباً برابر $\lambda/2$ است.

جدول 3.1 مشخصات ارتعاش عرضی میله یک سر آزاد

فرکانس	سرعت فاز (cm/sec)	طول موج (cm)	نقطه‌های گرهی (بر حسب cm از انتهای درگیری)
f_1	v_1	335.0	0
$6.267f_1$	$2.50v_1$	133.4	0, 78.3
$17.55f_1$	$4.18v_1$	80.0	0, 50.4, 86.8
$34.39f_1$	$5.87v_1$	57.2	0, 35.8, 64.4, 90.6

3.14 میله دوسر آزاد. شرایط مرزی در دو انتهای میله دوسر آزاد با این روابطها نموده می‌شوند

$$\partial^2 y / \partial x^2 = 0 \quad \text{و} \quad \partial^3 y / \partial x^3 = 0$$

به کاربردن این شرایط در نقطه $x=0$ بین پایاهای دامنه رابطه‌های زیر را برقرار می‌سازد

$$A - C = 0 \quad \text{و} \quad B - D = 0$$

و به کاربردن همان شرایط در نقطه $x=l$ ، فرکانسهای آزاد ارتعاشی میله را به مقدارهایی محدود می‌سازد که در رابطه زیر صادق باشند

$$\cosh\left(\frac{\omega l}{v}\right) \cos\left(\frac{\omega l}{v}\right) = 1 \quad (3.48)$$

$$\tan\left(\frac{\omega l}{2v}\right) = \pm \tanh\left(\frac{\omega l}{2v}\right) \quad (3.48a)$$

چنانکه از شکل 3.7 نمودار است، فرکانسهایی که در رابطه فوق صادق هستند، بدین قرارند

$$\frac{\omega l}{2v} = \frac{\pi}{4} (3.0112, 5, 7, 9, \dots) \quad (3.49)$$

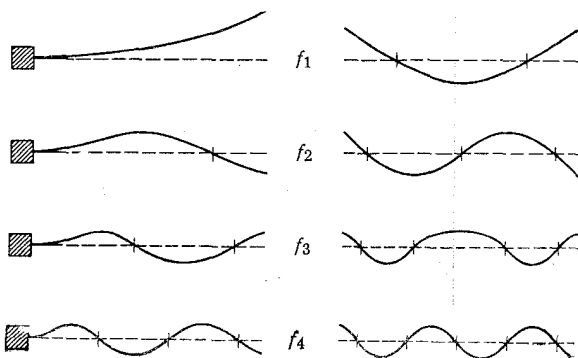
$$f = \frac{\pi c \kappa}{8l^2} (3.0112^2, 5^2, 7^2, 9^2, \dots) \quad (3.50)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، درمیلهٔ دوسر باز نیز صوتهای فرعی هارمونیک فرکانس اصلی نیستند. جدول 2.3 مشخصات ارتعاشی میلهٔ دوسر آزاد به طول 100cm را نشان می‌دهد.

جدول 3.2. مشخصات ارتعاش عرضی میلهٔ دوسر آزاد

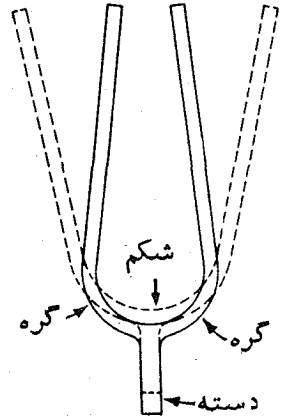
فرکانس	سرعت فاز (cm/sec)	طول موج (cm)	نقطه‌های گرهی (برحسب cm از انتهای درگیر)
f_1	v_1	133.0	22.4, 77.6
$2.756f_1$	$1.66v_1$	80.0	13.2, 50.0, 86.8
$5.404f_1$	$2.32v_1$	57.2	9.4, 35.6, 64.4, 90.6
$8.933f_1$	$2.99v_1$	44.5	7.3, 27.7, 50.0, 72.3, 92.7

همچنین شکل $3.8a$ و $3.8b$ مدهای ارتعاشی دو نوع میله، ثابت-آزاد و آزاد-آزاد را نشان می‌دهد، و می‌توان آنها را با هم مقایسه کرد. چنانکه در شکل b دیده می‌شود، مد ارتعاشی فرکانس اصلی و همچنین فرکانسهای دیگر فرد نسبت به نقطهٔ وسط میله قرینه‌اند و $\partial y / \partial x$ در این نقطه صفر است و شکم حقیقی را نمایش می‌دهد. در صورتی که در فرکانسهای موج f_2 و f_4 و f_8 و غیره مدهای ارتعاشی نسبت به مرکز قرینه نیستند و خم $\partial^2 y / \partial x^2$ در مرکز برابر صفر و نمایندهٔ گره حقیقی است.



شکل 3.8. مدهای عرضی ارتعاش میله.

بعلاوه در میلهٔ دوسرباز در فرکانسهای زوج و فرد توزیع نقاط گرهی نسبت به مرکز قرینه است، و میله را می‌توان در هر يك از نقاط گرهی روی تیغه‌ای ثابت کرد، بی‌آنکه مانع مد ارتعاشی که دارای همین گره است بشود. در سازی به نام کسیلوفون، میله‌ها را بر پایه‌هایی استوار می‌کنند که در نقاط گرهی فرکانس اصلی میله‌ها تکیه داشته باشند. با این عمل نت‌های فرعی بزودی میراشده و نت‌های اصلی خالص صدا می‌دهند.



شکل 3.9. ارتعاش دایا بازون

3.15 شرایط ابتدایی. دامنه‌های ارتعاش مدهای مختلف

میله بستگی به چگونگی ایجاد ارتعاش در آنها دارد. همچنانکه در مورد ارتعاش عرضی تارهای مرتعش نیز چنین است و شرح آن گذشت. تعیین مقادیر آنها با روش سریهای فوریه که در 2.13 تشریح گردید، امکان‌پذیر است. هرگاه میله را تغییر شکل داده آن را رها سازیم ممکن است یک‌سری از تابعها به صورت معادلهٔ 3.42 در آن جستجو کرد که مجموع آنها نمایندهٔ شکل ابتدایی میله باشد، ولی چون فرکانسهای فرعی هارمونیک فرکانس اصلی نیستند، میله دوباره به شکل ابتدایی خود باز نمی‌گردد، و در حقیقت حرکت میله تناوبی نیست تا زمانی که فرکانسهای فرعی میرا شده و تنها فرکانس اصلی باقی بماند. بحث تفصیلی این موضوع از حدود این گفتار خارج است.

مسائل

3.1. میله‌ای به طول l در يك سر خود، $x=0$ ، درگیر و سردیگر، $x=l$ ، برای حرکت آزاد است. (a) معادلهٔ اساسی ارتعاشهای طولی هارمونیک را در بارهٔ آن نوشته شرایط مرزی را در آن به کار ببرد و فرکانسهای پیاپی آن را مشخص سازید. (b) نشان دهید که فقط هارمونیکهای فرد در آن پدیدار می‌شوند. (c) فرکانس اصلی میله را که به طول 0.5 متر و از فولاد ساخته شده باشد به دست آورید. (d) هرگاه نیروی F به‌سر آزاد میله وارد شده و آن را به میزان b از وضع تعادل منحرف سازد، نشان دهید که پس از رهایی میله از این

نیرو، دامنه‌های ارتعاشهای هارمونیکهای مختلف آن با رابطهٔ $A_n = \frac{8h}{n^2\pi^2} \sin(n\pi/2)$

به دست می‌آید. (e) این دامنه‌های ارتعاش را دربارهٔ میلهٔ فولادی بالا برای 5000 نیوتون مشخص سازید، در صورتی که مقطع اصلی آن برابر 0.00005 متر مربع باشد.

3.2. رابطه‌ای معرف انرژی مدهای ارتعاشی میله در مسئله بالا به دست آورید.

3.3. میلهٔ نازک درازی به طول l در يك سر خود $x=0$ به‌وسیلهٔ نیروی طولی $F \cos \omega t$

رانده می‌شود و در سر دیگر $x=l$ آزاد است. (a) معادله‌ای که دامنه ارتعاش موجهای ایستاده میله را مشخص سازد به دست آورید. (b) امیدانس مکانیکی ورودی چنین میله به طول l چه اندازه است؟ (c) امیدانس مکانیکی ورودی چنین میله‌ای به طول بینهایت چه اندازه است؟ (d) اگر تیغه از آلومینیوم و به طول 1.0 متر و مقطع اصلی آن 0.0001 متر مربع و دامنه نیروی راننده در آن 10 نیوتون باشد منحنی تغییرات دامنه را بر حسب تغییرات فرکانس از 200 تا 2000 سیکل بر ثانیه در نقطه تأثیر نیروی راننده رسم کنید.

3.4. یک سر میله‌ای به طول l درگیر است، و در سر دیگر، $x=l$ ، با جرم m بار شده است. (a) این شرایط مرزی میله را در معادله 3.9 به کار برید، و معادله‌ای به دست آورید که به وسیله آن بتوان فرکانس اصلی ارتعاشهای طولی میله را محاسبه کرد. (b) هرگاه میله به طول 0.5 متر و به مقطع اصلی 0.0001 متر مربع و از فولاد ساخته شده باشد، فرکانس اصلی این دستگاه را حساب کنید؛ در صورتی که جرم بار 0.15 کیلوگرم باشد. (c) هرگاه چنین میله‌ای به ارتعاش درآید چه نقطه‌ای از آن دارای دامنه ماکسیمم تغییر مکان طولی خواهد بود؟

3.5. میله‌ای فولادی به مقطع اصلی 0.8 سانتیمتر مربع و طول 50 سانتیمتر در یک سر خود، $x=0$ ، درگیر است، و در سر دیگر، $x=50\text{cm}$ ، با جرمی برابر 0.14 کیلوگرم بار شده. (a) با به کار بردن نتایج مسئله 3.4 فرکانس اصلی ارتعاشهای طولی میله بارشده بالا را به دست آورید. در صورتی که با فرکانس اصلی به ارتعاش در آمده و دامنه تغییر مکان انتهای بارشده آن 0.002 سانتیمتر باشد. (b) هنگامی که میله بالا با فرکانس اصلی خود به ارتعاش درآید و دامنه تغییر مکان در انتهای بارشده آن 0.002 سانتیمتر باشد، دامنه نیروی وارد در اثر بار 0.14 کیلوگرم را به دست آورید. (c) هرگاه به جای میله دستگاهی شامل فنری به همان سختی و همان جرم اختیار کنیم، که مانند نوسانگر ساده‌ای به ارتعاش در آید فرکانس آن را حساب کنید.

3.6. جرم 2 کیلوگرمی را به انتهای سیم فولادی به مقطع اصلی 0.00001 متر مربع و طول 1.0 متر آویزان می‌کنیم. (a) هرگاه دستگاه را نوسانگر ساده‌ای فرض کنیم فرکانس اصلی نوسان قائم جرم را حساب کنید. (b) در صورتی که دستگاه را معادل میله‌ای فرض کنیم که در یک سر ثابت و در سر دیگر بار شده و دارای ارتعاش طولی باشد، فرکانس اصلی نوسان قائم آن را با به کار بردن معادله‌ای که در مسئله 3.4 به دست آمده حساب کنید. (c) نشان دهید که به ازای مقادیر $kl < 0.2$ معادله به دست آمده در مسئله 3.4 تقریباً برابر معادله 1.5 است.

3.7. میله‌ای فولادی به مقطع اصلی 0.0001 متر مربع و طول 0.25 متر در یک سر خود، $x=0$ ، آزاد و در نقطه $x=0.25$ با جرم 0.15 کیلوگرم بار شده است. (a) فرکانس اصلی ارتعاشهای طولی میله بارشده بالا را حساب کنید. (b) موضعی از میله را تعیین کنید که اگر میله را در آن موضع ثابت کنند تداخل درمد اصلی ارتعاش حداقل باشد. (c) هنگامی که این تیغه با مد اصلی خود مرتعش باشد، نسبت دامنه‌های تغییر مکان ارتعاش را در سر آزاد

میله و سر بارشده آن حساب کنید. (*d*) فرکانس نخستین مد ارتعاش فرعی آن را به دست آورید.

3.8. میلهای فولادی به طول 0.2 متر و جرم 0.04 کیلوگرم در یکسر خود با جرم 0.027 کیلوگرم و در سر دیگر با جرم 0.054 کیلوگرم بار شده است. (*a*) فرکانس اصلی ارتعاش طولی دستگاه را حساب کنید. (*b*) جای گره را در میلۀ مشخص سازید. (*c*) نسبت دامنۀهای تغییر مکان را در دو سر تیغه حساب کنید.

3.9. میلۀ نازکی به طول l و جرم M در یکسر خود ثابت و در سر دیگر آزاد است. چه جرمی به سر آزاد آن متصل کنیم تا فرکانس اصلی ارتعاش طولی آن در این حال 25 درصد نسبت به فرکانس حالت اول (یکسر ثابت-یکسر آزاد) کم شود؟

3.10. رابطه‌ای به دست آورید که نمایندۀ فرکانس اصلی میلۀ l به طول l و جرم m باشد، که یکسر آن درگیر و سر دیگرش آزاد باشد؛ در صورتی که می‌دانیم واکنش آن به علت درگیری، یعنی سختی آن در سر درگیر شده، معادل راکتانس مکانیکی $j\omega$ — است.

3.11. نشان دهید که معادلۀ $y = f(ct - x)$ در معادلۀ 3.35 صادق نیست.

3.12. نشان دهید که $v = \sqrt{\omega c k}$ دارای ابعاد سرعت است. به ازای چه فرکانسی سرعت ارتعاشهای عرضی میلۀ آلومینیومی به قطر مقطع 0.01 متر برابر سرعت ارتعاشهای طولی آن خواهد بود.

3.13. در معادلۀ

$$y = \cos \omega t [A \cosh (\omega x / v) + B \sinh (\omega x / v) + C \cos (\omega x / v) + D \sin (\omega x / v)]$$

$\omega = 1.88v/l$ فرکانس اصلی ارتعاشهای عرضی میلۀ l است که یکسر آن درگیر و سر دیگرش آزاد است. اگر دامنۀ ارتعاش آن در سر آزاد، $x=l$ ، برابر a باشد، پایاهای A و B و C و D را برحسب a مشخص کنید، در صورتی که طول میلۀ برابر 100 سانتیمتر و دامنۀ ارتعاش در سر آزاد آن 5 سانتیمتر باشد شکل میلۀ را با نمایش منحنی رسم کنید.

3.14. میلۀ فولادی به شعاع مقطع 0.005 متر و طول 0.5 متر در دوسر آزاد است. (*a*) فرکانس اصلی ارتعاشهای عرضی آن را حساب کنید. (*b*) هرگاه دامنۀ تغییر مکان مرکز میلۀ در مد اصلی ارتعاش 2 سانتیمتر باشد، دامنۀ ارتعاش دوسر آن چه مقدار خواهد بود؟

3.15. نشان دهید که نقطه‌های گره‌ی مد فرعی دوم میلۀ دوسر آزاد هنگام ارتعاش عرضی همان است که در جدول 3.2 نشان داده شده.

3.16. میلۀ فولادی به شعاع مقطع 0.002 متر و طول 2 متر است. (*a*) فرکانس اصلی ارتعاشهای عرضی آن را هنگامی که دو سر آن آزاد باشد حساب کنید. (*b*) هرگاه دامنۀ تغییر مکان مرکز میلۀ در مد اصلی ارتعاشی 2.0 سانتی‌متر باشد دامنۀ هر یک از دو انتهای آن چه اندازه است؟ (*c*) نشان دهید هنگامی که میلۀ با مد اصلی خود به ارتعاش درآید نقطه‌های گره‌ی آن با جدول 3.2 مطابقت دارند.

3.17. میله‌ای فولادی به طول 1.0 متر و شعاع مقطع 0.004 متر در دو انتها درگیر است. (a) فرکانس اصلی ارتعاشهای عرضی آن را حساب کنید. (b) هرگاه از تأثیر سختی الاستیک آن چشم‌پوشی کنیم، باید آن را تحت تأثیر چه کششی قرار دهیم تا فرکانس اصلی ارتعاش عرضی آن تحت تأثیر نیروی برگرداننده آنها به مقدار فرکانس (a) باشد؟

3.18. میله‌ای فولادی داریم به شعاع مقطع 0.004 متر و طول 0.4 متر که یک سر آن درگیر و سر دیگرش آزاد است. (a) نسبت فرکانسهای اصلی ارتعاشهای طولی و عرضی آن را حساب کنید. (b) هنگامی که میله دارای ارتعاشهای طولی در مد اصلی باشد، نسبت دامنه‌های تغییر مکان آن را در مرکز و انتهای آزاد حساب کنید. (c) اگر میله دارای ارتعاشی عرضی در مد اصلی باشد نسبت بالا چه اندازه است؟

ارتعاش پوسته‌های

گرد و ورقه‌ها

4.1 ارتعاشهای يك صفحه تخت. ارتعاشهایی که تا کنون در فصلهای پیش مورد بحث قرار گرفتند همه يك بعدی بودند، یعنی چه طولی و چه عرضی تغییر مکان هر نقطه از جسم مرتعش تابعی از زمان و وضع آن نقطه در امتداد يك محور معین بود. اینک در این فصل ارتعاشهای دوبعدی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، یعنی ارتعاشهای دستگاههایی که در آنها ارتعاش هر نقطه بستگی به وضع آن نسبت به دو محور داشته باشد. در این دستگاهها از انواع مختلف ارتعاش، از مدهای ارتعاشی ساده پوست نقره گرفته تا ارتعاشهای پیچیده صفحات کلادنی^۱، وجود دارند. در این فصل تنها به دو نوع آن که مولدهای الکتروآکوستیک اهمیت خاص دارند اکتفا می‌گردد. یکی پوسته گرد^۲ است که از اطراف بطور یکنواخت کشیده شده باشد و در آن نیروی برگرداننده وابسته به سختی در برابر نیروی برگرداننده وابسته به کشش قابل چشم‌پوشی می‌باشد. نمونه‌های آن پوسته کشیده شده روی دهانه نقره یا دیافراگم میکروفونهای خازنی است. دیگری ورقه نازک گرد^۳ است که عامل اصلی ارتعاش آن سختی جسم است. از نمونه‌های آن دیافراگهای گوشی و دهانی تلفنهای معمولی و همچنین صفحات فولادی بعضی از انواع تراگذارهای^۴ صوتی را می‌توان نام برد.

تجزیه و تحلیل ارتعاشهای عرضی در پوسته یا ورقه دشوارتر از ارتعاشهای عرضی يك بعدی در تار مرتعش ومیله مرتعش است. در تار مرتعش عبارتی که معرف تغییر مکان هر نقطه نسبت به زمان است به صورت تابع سینوسی و مشابه تابع معرف شکل تار در هر لحظه است، در صورتی که تابع معرف تغییر مکان هر نقطه از پوسته ارتباطی با تابع معرف شکل پوسته در حین ارتعاش ندارد.

1) Chladni
4) transducer

2) circular membrane

3) thin circular plate

در تار یا میله مرتعش شرایط مرزی، فرکانسهای آزاد دستگاه را به شماره‌های معینی محدود می‌سازد. در پوسته و ورقه مرتعش نیز چنین است ولی شرایط ابتدائی و مرزی در این موارد نه تنها به نوع پایه بستگی دارد بلکه به شکل منحنیهای آنها نیز مربوط است.

4.2 معادله موج عرضی برای يك پوسته کشیده شده. قبل از به دست آوردن معادله موج برای ارتعاشهای عرضی پوسته کشیده شده، باید تصمیم گرفت که مختصات نقاط مورد نظر از پوسته را در چه دستگاه مختصاتی مشخص کنیم. ظاهراً نتایج در مختصات مختلف متفاوت به نظر می‌رسد، ولی با تبدیل يك مختصات به مختصات دیگر، می‌توان نشان داد که هر دو به يك نتیجه منتهی می‌شوند. در بحث مفصل معادله موج در مثالهای مورد نظر استعمال مختصات قطبی مناسبتر است، ولی معادله موج در مختصات دکارتی، که در آن جایجایی عرضی y هر نقطه با رابطه

$$y = y(x, z, t) \quad (4.1)$$

مشخص می‌شود، ساده‌تر به دست می‌آید.

اینک معادله موج را برای نقطه ds از پوسته مستطیل شکل به ابعاد dx و dz به دست می‌آوریم. پوسته را قابل ارتجاع و یکنواخت بدون میرایی و ارتعاش آنرا با دامنه کم در نظر می‌گیریم و همچنین بسیار نازک که بتوان از سختی آن صرف نظر کرد. چگالی سطحی آن را بر حسب کیلوگرم بر متر مربع σ ، و توزیع کشش آن را در امتدادهای مختلف یکنواخت و بر حسب نیوتن بر متر T در نظر می‌گیریم. چون پوسته بطور یکنواخت کشیده شده است بنابراین دو قسمت از پوسته که در دو طرف خط ds قرار دارند نیرویی برابر Tds به یکدیگر وارد می‌کنند.

اولین هدف ما یافتن رابطه‌ای است که نیروی برگرداننده مؤثر وارد بر پوسته را در حال انحراف از حال تعادل به دست دهد (شکل 4.1). در این حالت نیز نیروی وارد بر جزء سطح $dx dz$ وابسته به کشش دوطرفه مانند آنچه که در Tdz به همان روش که در قسمت 2.3 برای به دست آوردن نیروی عرضی وارد بر يك قطعه از تار مرتعش به کار بردیم به دست می‌آید:

$$T dz \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x+dx} - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_x \right] = T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx dz$$

و همچنین نیروی برگرداننده مربوط به کشش دوطرفه Tdx برابر $T(\partial^2 y / \partial z^2) dx dz$ است. از برابر قراردادن مجموع این دو نیرو با حاصلضرب جرم جزء سطح، $\sigma dx dz$ ، در شتاب آن $\partial^2 y / \partial t^2$ خواهیم داشت:

$$T \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) dx dz = \sigma dx dz \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

یا

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) \quad (4.2)$$

که در آن

$$c = \sqrt{\frac{T}{\sigma}} \quad (4.3)$$

با قراردادن مستقیم

$$y = f(ct - x \cos \theta - z \sin \theta) \quad (4.4)$$

در معادله موج دو بعدی (4.2) معلوم خواهد شد که معادله 4.4 یک حل عمومی معادله دو بعدی 4.2 است. این حل معرف یک موج موازی است که در امتداد محوری که با x زاویه θ می‌سازد با سرعت c در پوسته منتشر می‌شود.

صورت هارمونیک معادله 4.4، که برای بحث موجهای متناوب بر روی یک پوسته چهار گوش کشیده شده مناسب باشد چنین است

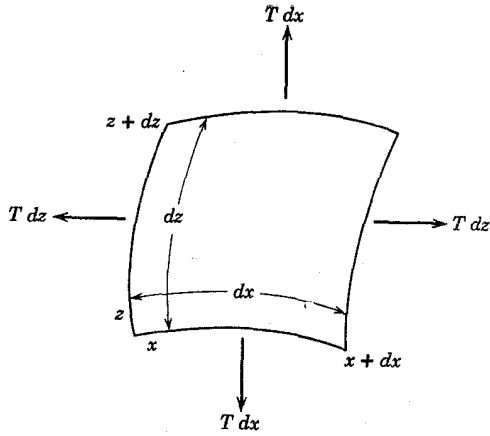
$$y = \mathbf{A} e^{j(\omega t - k_x x - k_z z)} \quad (4.4a)$$

که در آن پایاهای k_x و k_z باید در رابطه زیر صادق باشند

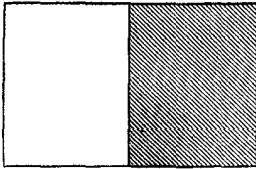
$$k = \frac{\omega}{c} = \sqrt{k_x^2 + k_z^2} \quad (4.4b)$$

و خواننده می‌تواند با قراردادن معادله 4.4a در معادله 4.2 آن را به دست آورد. بعلاوه، k_x/k و k_z/k معرف کسینوسهای هادی جهت انتشار موج با محورهای x و z هستند. اگر یک یا دو علامت منفی معادله موج را مثبت در نظر بگیریم به ترتیب سه حل دیگر مشابه 4.4a برای معادله موج به دست می‌آوریم که همگی دارای k_x و k_z یکسان می‌باشند. این چهار معادله که نماینده موجهای موازی هستند همگی از یک موج اصلی در اثر بازتابهای پیاپی به چهار مرز خود، به وجود آمده‌اند.

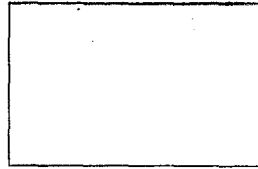
به عنوان مثال، فرض می‌کنیم که مرزهای یک پوسته کشیده شده در طول خطهای $x=0$ ، $x=l_x$ ، $z=0$ ، و $z=l_z$ قرار داشته باشند. به کار بردن شرط مرزی $y=0$ در طول این خطها در تمام لحظات t ، برای مجموع چهار معادله بالا که در بالا بحث شد، به این نتیجه منجر می‌گردد



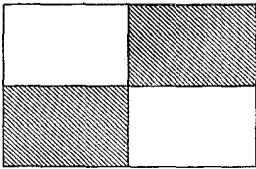
شکل 4.1. همان يك پوسته مرتعش.



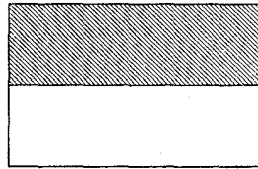
$$I = \frac{1}{2} \pi, S = \frac{1}{2} \pi \quad (a)$$



$$I = \frac{1}{2} \pi, I = \frac{1}{2} \pi \quad (b)$$



$$S = \frac{1}{2} \pi, S = \frac{1}{2} \pi \quad (c)$$



$$S = \frac{1}{2} \pi, I = \frac{1}{2} \pi \quad (d)$$

شکل 4.2. مدهای ارتعاش يك پوسته مستطیل.

$$y = Y \sin k_x x \sin k_z z e^{i\omega t} \quad (4.4c)$$

که در آن Y دامنهٔ ماکسیمم تغییر مکان عرضی، و

$$k_x = \frac{n_x \pi}{l_x} \quad n_x = 1, 2, 3, \dots \quad (4.4d)$$

$$k_z = \frac{n_z \pi}{l_z} \quad n_z = 1, 2, 3, \dots \quad (4.4e)$$

این دو معادله، k_x و k_z ، همبندهای پایای طول موج را به همان مقادیر صحیحی محدود می‌کند که معادله 2.14 برای پایای طول موج k در تار کشیده شده محدود ساخت. این محدودیت به نوبه خود فرکانسهای مشخصی را برای مدهای ارتعاشی مجاز آزاد که با معادله 4.4b داده شده است به معادله زیر محدود می‌سازد.

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad (4.4f)$$

فرکانس اصلی به ازای $n_x = 1$ و $n_z = 1$ به دست می‌آید. مدهای فرعی به ازای $n_x = n_z$ هارمونیکهای فرکانس اصلی هستند، و مدهای فرعی به ازای $n_x \neq n_z$ هارمونیکهای فرکانس اصلی نیستند. شکل 4.2 شماره‌ای از مدهای ارتعاشی ممکن را در پوسته چهارگوش نشان می‌دهد. سطوح سفید معرف ارتعاشاتی است که 180° با ارتعاشهای سطوح هاشور زده اختلاف فاز دارند. چون خطهای گرهی خطهایی هستند که در آنها تغییر مکان صفر است، می‌توان پوسته را بر پایه‌هایی مستقر بر این خطها استوار کرد بدون اینکه در مدهای ارتعاشی پوسته اختلالی پدیدار شود.

4.3 معادله موج برای يك پوسته گورد. در حل معادله موج برای ارتعاش عرضی يك پوسته، یکی از کارهای اساسی به کاربردن سیستم مختصات فضایی خاصی است که شکل مرزی پوسته در آن به صورتی ساده بیان گردد. همانطور که مشاهده کردیم، به کاربردن سیستم مختصات دکارتی برای يك پوسته چهارگوش بحث آن را آسان کرد. به همین شکل، مختصات قطبی نیز بحث يك پوسته گورد را آسان می‌سازد. متأسفانه بعلت محدود بودن تعداد سیستمهای مختصات، تعداد پوسته‌های قابل حل نیز محدود می‌گردد.

معادله 4.2 را می‌توان در حالت عمومی، که مناسب برای هر سیستم مختصات می‌باشد به صورت زیر نوشت

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 y \quad (4.5)$$

که در آن ∇^2 ، اوپراتور دو بعدی لاپلاس، به جای عبارت $\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ قرار گرفته است. برای يك پوسته گورد که دارای مرزی ثابت به شعاع a است، باید اوپراتور لاپلاس را در مختصات قطبی، r و θ ، نوشت که در آن $x = r \cos \theta$ و $z = r \sin \theta$ است. با مشتق‌گیری جزئی نسبت به r و θ ، و در نظر گرفتن اینکه r و θ توابعی ضمنی از x و z هستند، لاپلاسیان در مختصات قطبی چنین به دست می‌آید

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (4.6)$$

با قراردادن این رابطه در معادله 4.5 خواهیم داشت

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 y}{\partial \theta^2} \right) \quad (4.5a)$$

که يك حالت بسیار عمومی از معادله موج است و برای بحث ارتعاشهای عرضی بسیار مناسب است. تقریباً در تمام حالات عملی که در آکوستیک قابل اهمیت است، پوسته با يك تقارن دایروی ارتعاش می‌کند، یعنی $y = y(r, t)$ و تابعی از مختصات سمتی θ نیست. در این حالت، معادله 4.5a به صورت ساده زیر در می‌آید

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial r} \right) \quad (4.5b)$$

و فقط حل آن بعداً مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

4.4 ارتعاشهای متقارن آزاد در پوسته گرد. مانند ارتعاشهای عرضی میله، حل معادله 4.5b را می‌توان به راحتی با فرض اینکه تغییر مکان را می‌توان از حاصلضرب دوجمله که یکی بستگی به زمان و دیگری بستگی به مکان دارد، به دست آورد. بدین معنی که برای ارتعاشهای هارمونیک، فرض کنیم

$$y = \psi e^{j\omega t} \quad (4.7)$$

که در آن $\psi = \psi(r)$ يك تابع فقط از r است. با قراردادن معادله 4.7 در معادله 4.5b معادله اخیر به این صورت در می‌آید

$$\frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} + k^2 \psi = 0 \quad (4.8)$$

که در آن

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\sigma \omega^2}{T}$$

برای حل معادله 4.8 فرض می‌کنیم که حل آن يك سری به صورت زیر باشد

$$\psi = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 + a_4 r^4 + \dots \quad (4.9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} = \frac{a_1}{r} + 2a_2 + 3a_3 r + 4a_4 r^2 + \dots$$

و

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} = 2a_2 + 3 \cdot 2a_3 r + 4 \cdot 3a_4 r^2 + \dots$$

پس از قراردادن این عبارتها در معادله 4.8 خواهیم داشت

$$0 = \frac{a_1}{r} + (2a_2 + 2a_2 + k^2 a_0) + (3 \cdot 2a_3 + 3a_3 + k^2 a_1)r + (4 \cdot 3a_4 + 4a_4 + k^2 a_2)r^2 + \dots$$

چون برای تمام مقادیر r این جمع باید صفر باشد، هر ضریبی که در يك توانی از r ضرب شده است باید صفر باشد، پس

$$a_1 = 0 \quad \text{و} \quad 9a_3 + k^2 a_1 = 0$$

بنابراین، $a_3 = 0$. به همین ترتیب، تمام ثابتهای فرد دیگر a_5, a_7 و غیره . . . را می توان نشان داد که برابر صفر هستند. ولی برای ثابتهای به شماره زوج داریم

$$4a_2 + k^2 a_0 = 0 \quad \text{و از آنجا} \quad a_2 = -k^2 \frac{a_0}{2^2}$$

و

$$4^2 a_4 + k^2 a_2 = 0 \quad \text{و از آنجا} \quad a_4 = -k^2 \frac{a_2}{4^2} = \frac{k^4 a_0}{2^2 \cdot 4^2}$$

به همین ترتیب،

$$a_6 = -\frac{k^6 a_0}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2}$$

و غیره . . . پس حل سری معادله 4.8 چنین خواهد شد

$$\psi = a_0 \left[1 - \frac{(kr)^2}{2^2} + \frac{(kr)^4}{2^2 \cdot 4^2} - \frac{(kr)^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots \right] \quad (4.10)$$

سری داخل کروهه تابع مشهور مرتبهٔ صفر بسل^۱ از نوع اول است، که معمولاً به صورت $J_0(kr)$ نوشته می‌شود. مقادیر تابع J_0 ، همراه با تابعهای قابل استفادهٔ بسل، در جدول III ضمیمه آورده شده، همچنین $J_0(x)$ در شکل 4.3 ترسیم گردیده است. تابع

$$\psi = \mathbf{A}J_0(kr) \quad (4.11)$$

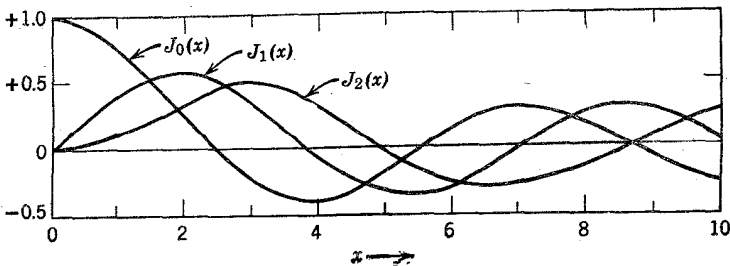
حل کامل معادلهٔ 4.8 نیست، چون این معادله یک معادلهٔ دیفرانسیل مرتبه دوم است و حل آن باید دو ثابت اختیاری داشته باشد. می‌توان نشان داد که حل دیگری به صورت $\psi = \mathbf{B}N_0(kr)$ که $N_0(kr)$ وجود دارد که در آن $N_0(kr)$ تابع بسل مرتبهٔ صفر از نوع دوم است. ولی چون $N_0(kr)$ در $r=0$ بینهایت می‌شود، و این شرط را که تغییر مکان باید مقادیر کوچک داشته باشد تأمین نمی‌کند، بنابراین باید $\mathbf{B}=0$ باشد.

4.5 معادلهٔ بسل. معادلهٔ 4.8 حالت خاصی از معادلهٔ دیفرانسیل بسل، یعنی

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{m^2}{x^2}\right)y = 0 \quad (4.12)$$

است. معادلهٔ 4.12 هنگامی که به جای y تابع ψ ، و به جای x مقدار kr ، و به جای m صفر قرار دهیم به معادلهٔ 4.8 تبدیل می‌گردد.

اگر در معادلهٔ 4.12، m یک عدد صحیح غیر از صفر باشد، حل آن تابع بسل دیگری خواهد بود، که به نام تابع بسل نوع اول از مرتبهٔ m خوانده می‌شود و با $J_m(x)$ نشان داده می‌شود. در این کتاب فقط تابعهای $J_1(x)$ و $J_2(x)$ مورد استفاده قرار خواهند گرفت، و رسم آنها همراه با $J_0(x)$ در شکل 4.3 نشان داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که تابع بسل J_0 شبیه یک تابع کسینوس میراست در حالیکه J_1 و J_2 به یک تابع سینوس میرا شباهت دارند.



شکل 4.3. تابعهای بسل، $J_0(x)$ ، $J_1(x)$ و $J_2(x)$.

مقدارهایی از x که به ازای آنها تابع J_0 صفر می‌شود چنین هستند

$$x = 2.405, 5.520, 8.654, 11.792, \dots$$

که می‌توان آنها را به صورت زیر هم نوشت

$$x = 0.766\pi, 1.757\pi, 2.754\pi, 3.754\pi, \dots$$

یا تقریباً

$$x = (n - \frac{1}{4})\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

تقریب بالا هرچه مقادیر x افزایش یابند بهتر می‌شود. بعضی از روابط و خواص توابع بسل در جدول 4.1 نوشته شده است. برای اثبات آنها خواننده می‌تواند به متنهای مربوط به «تابعهای بسل» رجوع کند.

جدول 4.1 خواص تابعهای بسل.

$$J_0(x) \rightarrow 1 - \frac{x^2}{4}, \quad x \rightarrow 0 \text{ هنگامی که}$$

$$J_1(x) \rightarrow \frac{x}{2} \left(1 - \frac{x^2}{8}\right), \quad x \rightarrow 0 \text{ هنگامی که}$$

$$J_0(x) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \quad x \rightarrow \infty \text{ هنگامی که}$$

$$J_1(x) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \quad x \rightarrow \infty \text{ هنگامی که}$$

$$\int x J_0(x) dx = x J_1(x)$$

$$\int x J_0^2(x) dx = \frac{x^2}{2} [J_0^2(x) + J_1^2(x)]$$

$$\int J_1(x) dx = -J_0(x)$$

$$J_0(x) + J_2(x) = \frac{2}{x} J_1(x)$$

4.6 شرایط مرزی. شرط مرزی در لبهٔ يك پوستهٔ گرد طوری است که در $r=0$, $r=a$

شود؛ بنابراین $J_0(ka) = 0$ ، و از آنجا

$$ka = 2.405, 5.520, 8.654, 11.792, \dots \quad (4.13)$$

پس فرکانس اصلی آن چنین خواهد شد

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{k_1 c}{2\pi a} = \frac{2.405}{2\pi a} c = \frac{2.405}{2\pi a} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (4.14)$$

نسبتهای فرکانسهای فرعی به فرکانس اصلی بدین مقادیر است

$$f_2 = \frac{5.520}{2.405} f_1 = 2.295 f_1 \quad (4.14a)$$

$$f_3 = 3.598 f_1$$

$$f_4 = 4.90 f_1$$

و غیره

چنانکه ملاحظه می‌شود، مانند ارتعاشهای عرضی یک میله فرکانسهای فرعی، هارمونیکهای فرکانس اصلی نیستند.

مقدار حقیقی تابع $y_1 = A_1 J_0(k_1 r) e^{i\omega_1 t}$ تغییر مکان پوسته را در مد اصلی ارتعاش خود، معرفی می‌کند

$$y_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) J_0\left(\frac{2.405r}{a}\right) \quad (4.15)$$

که در آن A_1 تغییر مکان دامنه در مرکز پوسته و $2.405/a$ به جای k_1 قرار گرفته است. حل کامل معادله موج شامل تمام مدهای ارتعاشی بدین صورت است

$$y = \sum A_n \cos(\omega_n t + \phi_n) J_0(k_n r) \quad (4.16)$$

برای تمام مدهای ارتعاشی غیر از مد اصلی، دایره‌های گرهی داخلی در فاصله‌هایی به شعاع r می‌باشند بطوریکه این مقادیر r ، $J_0(k_n r)$ را برابر صفر گرداند. مثلاً برای اولین نت فرعی، تابع J_0 برای مقداری از r که

$$k_2 r = \frac{5.520}{a} r = 2.405$$

یا

$$r = 0.436a$$

باشد، صفر خواهد شد. و دایره گرهی آن به همین شعاع است.

چنانکه از منحنی $J_0(x)$ در شکل 4.3 هویداست، تغییر مکان منطقه بین دو گره با تغییر مکان منطقه بین دو گره مجاور در فاز مخالف هستند. هنگامیکه حلقه‌های داخلی بالا می‌روند حلقه‌های خارجی پایین می‌روند و بعکس. نتیجه اینگونه ارتعاش آن است که هوای مجاور پوسته در فرکانسهای فرعی دارای تغییر مکان نتیجه جزئی است و بدینجهت پوست طبل در این فرکانسها بازده صدایی کافی ندارد؛ یعنی اینگونه صداها را کم منتشر می‌سازد.

مقدار متوسط تغییر مکان سطح پوسته در هر مد ارتعاشی عاملی برای سنجش میزان قدرت انتشار پوسته در آن مد به دست می‌دهد و می‌توان آن را با عبارت زیر معرفی کرد

$$\bar{\psi}_n = \frac{\int_s \psi_n(r) dS}{\pi a^2} \quad (4.17)$$

چون نقاط پوسته واقع در هر حلقه نوار واقع بین شعاع r و $r+dr$ به یک دامنه ψ_n هستند، مقدار متوسط تغییر مکان پوسته را با انتگرال زیر می‌توان محاسبه کرد

$$\bar{\psi}_n = \frac{\int_0^a A_n J_0(k_n r) \cdot 2\pi r dr}{\pi a^2}$$

که مقدار آن با استفاده از جدول 4.1 چنین است

$$\bar{\psi}_n = \frac{2A_n}{k_n a} J_1(k_n a) \quad (4.18)$$

به‌عنوان مثال، مقدار $\bar{\psi}_1$ دامنه متوسط را برای مد ارتعاش اصلی حساب می‌کنیم

$$\bar{\psi}_1 = \frac{2A_1}{k_1 a} J_1(k_1 a) = \frac{2A_1}{2.405} J_1(2.405) = 0.432A_1$$

یعنی چنانچه پیستون سختی به شعاع a با دامنه $0.432A_1$ با فرکانس اصلی بالا به ارتعاش درآید، مقدار حجمی از هوا را که در اثر ارتعاش جابجا می‌کند برابر مقدار حجمی است که

پوسته با فرکانس اصلی خود جابجا می‌کند. همچنین می‌توان نشان داد که $\bar{\psi}_2 = -0.123A_2$ است. علامت منفی می‌رساند که متوسط دامنه برای مد ارتعاش دوم بر خلاف متوسط دامنه ارتعاشی مد اصلی است. مقایسه $\bar{\psi}_1$ و $\bar{\psi}_2$ می‌رساند که اگر دو مد ارتعاشی اول و دوم در مرکز به یک دامنه باشند، یعنی $A_1 = A_2$ ، قدرت انتشار در مد اصلی بیش از مد بعدی است.

در بسیاری مسائل مربوط به مطالعه منابع موجهای صوتی خصوصیات موج صوتی بیشتر بستگی به میزان حجم هوای جابجا شده دارد، و شکل حقیقی سطح مورد انتشار صوت زیاد مؤثر نیست. بدین جهت، هر منبع صوت را می‌توان به پیستون ساده معادلی بدل کرد که حاصل ضرب سطح آن S_{eq} در دامنه معادل ξ_{eq} ، حجم هوای جابجا شده به وسیله سطح

منبع را تعیین می‌کند و آن را دامنه تغییر مکان حجمی منبع می‌خوانند. در محاسبه بالا دامنه تغییر مکان حجمی مد اصلی پوسته بدین مقدار است

$$S_{eq\xi_{eq}} = 0.432A_1\pi a^2$$

در بحث مربوط به ارتعاش پوسته که به معادله 4.16 منجر گردید، فرض بر این بود که ثابت دامنه، A_n ، مقداری ثابت است. در پوسته‌های حقیقی چنین فرضی مورد ندارد؛ چه، تأثیر نیروهای اصطکاک داخلی و همچنین نیروهای خارجی مربوط به پخش انرژی به صورت موجهای صوتی باعث میرا شدن مدهای ارتعاشی می‌گردد و دامنه هر يك به صورت اکسپانسیل $e^{-\alpha_n t}$ نزول می‌کند که می‌توان با همان روشی که در نوسانگر ساده در بند 1.13 بیان شد، به دست آورد. بطور کلی ثابت میرایی، α_n ، با ازدیاد فرکانس افزایش می‌یابد؛ چنانکه هرچه فرکانس بالا می‌رود میرایی سریعتر است.

4.7 نقاره. نیروی مقاوم میراکننده که شرح آن گذشت یکی از انواع نیروهایی است که در ارتعاش پوسته مؤثر است. نوع دیگری از نیروهای مؤثر در ارتعاش، نیروی حاصل از تغییر فشاری است که در هوای موجود در فضای بسته محدود به پوسته، در اثر ارتعاش ایجاد می‌شود؛ مثلاً در کاسه تار یا در میکروفون خازنی. به عنوان مثال ارتعاش پوست نقاره را مطالعه می‌کنیم. نقاره ظرف نیمکره‌ای است که دهانه آن از پوست کشیده شده‌ای پوشیده شده است. هنگامی که پوست به ارتعاش در می‌آید، حجم هوای درون ظرف کم و زیاد می‌شود و هوای درون آن را تراکم و منبسط می‌سازد. اگر سرعت شعاعی انتشار موجهای عرضی در سطح پوسته کمتر از سرعت انتشار صوت در هوا باشد، فشار حاصل از تراکم و انبساط هوای ظرف وارد به نقاط پوسته، یکنواخت است؛ یعنی تابعی از اوضاع شعاعی آن نقاط نیست، و مقدار آن فقط به تغییر مکان متوسط $\bar{\gamma}$ بستگی دارد.

هنگامی که سطح پوسته نقاره به شعاع r به مقدار متوسط $\bar{\gamma}$ تغییر مکان یابد، تغییر حجم هوای ظرف آن برابر $dV = \pi a^2 \bar{\gamma}$ می‌شود. اگر حجم ظرف نقاره را در حال تعادل برابر V_0 و فشار آن را P_0 و تغییرات حجم را بی‌دررو فرض کنیم، فشار و حجم جدید هوای ظرف V و P ، با رابطه زیر به P_0 و V_0 بستگی دارند

$$PV^\gamma = P_0V_0^\gamma = \text{constant} \quad (4.19)$$

که در آن γ نسبت گرمای ویژه هوای درون ظرف نقاره در فشار ثابت، به گرمای ویژه آن در حجم ثابت است. اگر از رابطه بالا نمو فشار را بر حسب نمو حجم به دست آوریم خواهیم داشت

$$dP = -\frac{\gamma P_0}{V_0} dV = -\frac{\gamma P_0}{V_0} \pi a^2 y \quad (4.20)$$

اگر در معادله 4.5b نیروی فشار بالا را وارد سازیم، بدین صورت خلاصه می‌شود

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\gamma P_0}{\sigma V_0} \pi a^2 y = c^2 \nabla_r^2 y \quad (4.21)$$

که در آن نشانه ∇_r^2 بجای اوپراتور لاپلاس در مختصات قطبی $(\partial^2/\partial r^2 + \partial/r\partial r)$ برای تابعی دارای قرینه دایره‌ای به کار رفته است.

در این معادله \bar{y} تابع مجموع مدهای ارتعاشی آزاد پوسته است که با معادله 4.16 معرفی شده و حل معادله 4.21 را مشکل ساخته است. هرگاه یکی از مدهای ارتعاشی را به تنهایی در نظر بگیریم حل آن ساده می‌شود.

فرض کنیم که تنها ارتعاش با فرکانس ω موجود باشد، در این صورت حل معادله بالا را به این صورت می‌توان نوشت

$$y = \psi e^{i\omega t}$$

که در آن ψ فقط تابع r است. اگر آن را در معادله 4.21 قرار دهیم، ψ با معادله زیر تعیین می‌شود

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} + k^2\psi = \frac{\gamma P_0}{TV_0} \int_0^a \psi 2\pi r dr \quad (4.22)$$

برای حل معادله بالا فرض می‌کنیم ψ به صورت زیر باشد

$$\psi = \mathbf{A}[J_0(kr) - J_0(ka)] \quad (4.23)$$

این فرض بدان جهت است که اگر سمت راست معادله 4.22 صفر باشد، حل آن به صورت $\psi = \mathbf{A}J_0(kr)$ است؛ و به علت وجود انتگرال در سمت راست معادله بالا، تابعی از a مثلاً به صورت $\mathbf{A}J_0(ka)$ اضافه می‌کنند تا حل فوق با شرایط مرزی بهتر وفق دهد. با این فرض می‌توان به ازای $r=a$ بدون در نظر گرفتن مقادیر مخصوصی از k تابع ψ را برابر صفر کرد؛ و با این فرض سمت راست معادله 4.22 به صورت زیر خلاصه می‌شود

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi\gamma P_0}{TV_0} \mathbf{A} \left[\frac{rJ_1(kr)}{k} - \frac{r^2}{2} J_0(ka) \right]_0^a \\ & = \frac{\pi a^2 \gamma P_0}{TV_0} \mathbf{A} \left[\frac{2J_1(ka)}{ka} - J_0(ka) \right] = \frac{\pi a^2 \gamma P_0}{TV_0} \mathbf{A} J_2(ka) \quad (4.24) \end{aligned}$$

که در آن $J_2(ka)$ تابع بسل درجه دوم از نوع اول است. $J_0(ka)$ تابع بسل درجه اول است. اگر ψ را از معادله 4.23 در معادله 4.22 قرار دهیم، چنین خلاصه می‌شود:

$$-k^2 J_0(ka) = \frac{\pi a^2 \gamma P_0}{TV_0} J_2(ka)$$

یا

$$J_0(ka) = -\alpha \frac{J_2(ka)}{(ka)^2} \quad (4.25)$$

که در آن

$$\alpha = \frac{\pi a^4 \gamma P_0}{TV_0}$$

α ثابتی است بدون بعد و بستگی به چگونگی نیروهای برگرداننده حاصل از تراکم هوای طرف و کشش پوسته نقاره دارد. هرگاه حجم ظرف نقاره یا کشش پوسته آن زیاد باشد، مقدار α کوچک است. در حد، هنگامی که α به صفر نزدیک باشد فرکانسهای مربوط به $J_0(ka) = 0$ همان فرکانسهای آزاد پوسته هستند؛ چنانکه شرح آن گذشت.

جدول 4.2 فرکانسهای نقاره

α	$k_1 a$	$k_2 a$	$k_3 a$
0	2.405	5.520	8.654
1	2.545	5.54	8.657
2	2.68	5.55	8.660
5	3.02	5.59	8.67
10	3.485	5.67	8.69

جدول 4.2 مقادیر ka را که در معادله 4.25 صادق هستند، به ازای مقادیر α از 0 تا 10 نشان می‌دهد. چنانکه ملاحظه می‌شود، وجود کاسه نقاره مقادیر عددی ka و بنابراین مقادیر عددی فرکانسها را افزایش می‌دهد. و این امر نیز پیش‌بینی‌پذیر است؛ چه، جمله اضافی در معادله 4.21 با تغییر مکان متناسب است و به‌منزله نوعی سختی در نوسانگر محسوب می‌شود. بعلاوه تأثیر آن در فرکانس اصلی بیش از سایر فرکانسهاست. این امر نیز مسلم است، زیرا هرچه مد ارتعاشی پوسته بالاتر رود، و در نتیجه تعداد بیشتری از قطعات با فاز مخالف ارتعاش یابند، دامنه متوسط کمتر می‌شود.

4.8 ارتعاشهای واداشته در پوسته. فرض می‌کنیم پوسته‌گردی تحت تأثیر نیروی راننده سینوسی به ارتعاش در آید، و فشار وارد بر آن بطور یکنواخت فقط در امتداد معین y تقسیم شود. با این فرض، $p = P \cos \omega t$ ، یا به صورت مختلط

$$p = P e^{j\omega t} \quad (4.26)$$

می‌شود. بنابراین معادله حرکت با این عبارت معرفی می‌گردد

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \nabla_r^2 y + \frac{P}{\sigma} e^{j\omega t} \quad (4.27)$$

اگر ارتعاش پوسته به حالت پایدار برسد، حل معادله فوق را در این حالت می‌توان بدین صورت معرفی کرد

$$y = \psi e^{j\omega t} \quad (4.28)$$

اگر حل معادله بالا را در معادله 4.27 به کار ببریم، تابع ψ به صورت عبارت زیر بیان می‌شود،

$$\nabla_r^2 \psi + k^2 \psi = -\frac{P}{\sigma c^2} = -\frac{P}{T} \quad (4.29)$$

که در آن

$$k = \frac{\omega}{c}$$

یادآوری می‌کنیم که در پوسته واداشته، فرکانس ω و ثابت طول موج k دارای مقادیر اختیاری هستند که به فرکانس نیروی راننده بستگی دارد و به شماره معینی از مقادیر، چنانکه در ارتعاشهای آزاد شرح آن گذشت، محدود نیستند.

حل کامل معادله 4.29 مجموع دو جمله است، یکی حل عمومی معادله $\nabla^2 \psi + k^2 \psi$ و دیگری حل اختصاصی

$$\psi = -\frac{P}{k^2 T}$$

بنابراین تابع ψ به صورت زیر خلاصه می‌شود

$$\psi = A J_0(kr) - \frac{P}{k^2 T} \quad (4.30)$$

رعایت شرط مرزی $\psi = 0$ به‌ازای $r = a$ مقدار ثابتی برای A بدین صورت به‌دست می‌دهد

$$A = \frac{P}{k^2 T} \cdot \frac{1}{J_0(ka)} \quad (4.31)$$

اگر ψ و A را در معادله 4.28 به‌کار ببریم، معادله تغییر مکان پوسته بدین صورت درمی‌آید

$$y = \frac{P}{k^2 T} \left[\frac{J_0(kr)}{J_0(ka)} - 1 \right] e^{j\omega t} \quad (4.32)$$

همچنین تابع ψ با به‌کار بردن A در رابطه 4.30 چنین خلاصه می‌شود

$$\psi = \frac{P}{T} \left[\frac{J_0(kr) - J_0(ka)}{k^2 J_0(ka)} \right] \quad (4.33)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، دامنه تغییر مکان نسبت مستقیم با نیروی راننده و نسبت معکوس باکشش پوسته دارد. و رابطه آن با فرکانس در هر نقطه از دستگاه مختصات با جمله داخل کروه روشن می‌گردد. هرگاه فرکانس نیروی راننده ω با یکی از فرکانسهای آزاد پوسته که با معادله 4.14 یا $4.14a$ مشخص می‌شود برابر گردد، $J_0(ka)$ صفر و ψ بی‌نهایت می‌شود. ولی در عمل همیشه نیروها میرا هستند، و در معادله 4.27 می‌توان آن را با جمله‌ای مانند $(R/\sigma)(\partial y/\partial t) -$ به‌کار برد؛ و در نتیجه دامنه‌های ψ به مقادارهای ماکسیم معینی محدود می‌گردند.

مهمترین کاربرد پوسته واداشته، در دیافراگم گرد میکروفون خازنی است، که در آن موج تابش صوتی در برخورد به پوسته فلزی نازک کشیده شده ایجاد نیروی راننده یکنواختی در برابر صفحه فلزی دیگری که در مقابل آن قرار گرفته، می‌کند. تغییر مکان پوسته در اثر ارتعاش، سبب تغییر ظرفیت خازن حاصل از پوسته و صفحه می‌گردد و ولتاژی متناسب با تغییر مکان متوسط پوسته تولید می‌کند. شرح جزئیات این نوع میکروفون در فصل 11 خواهد آمد.

تغییر مکان متوسط پوسته واداشته بدین مقدار است

$$\bar{y} = \frac{e^{j\omega t} \int_0^a \frac{P}{k^2 T} \left[\frac{J_0(kr)}{J_0(ka)} - 1 \right] 2\pi r dr}{\pi a^2} = \frac{P}{k^2 T J_0(ka)} e^{j\omega t} \quad (4.33)$$

در فرکانسهای پایین که در آنها ka کوچکتر از واحد باشد می‌توان نوشت

$$J_0(ka) \approx 1 - \frac{(ka)^2}{4}$$

$$J_2(ka) \approx \frac{(ka)^2}{8} \left[1 - \frac{(ka)^2}{12} \right]$$

که می‌دهد

$$\frac{J_2(ka)}{J_0(ka)} \approx \frac{(ka)^2}{8} \left[1 + \frac{(ka)^2}{6} \right]$$

اگر مقدار کسر فوق را در معادله 4.33 به کار بریم، تغییر مکان متوسط چنین می‌شود

$$\bar{y} \approx \frac{Pa^2}{8T} \left[1 + \frac{(ka)^2}{6} \right] e^{j\omega t} \quad (4.34)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، تا هنگامی که فرکانس نیروی راننده به میزانی کم باشد که ka کوچکتر از واحد شود، تغییر مکان متوسط دیافراگم میکروفون به فرکانس بستگی ندارد، و در این حدود فرکانس اشکالی از لحاظ رزونانس پیش نمی‌آید. زیرا نخستین فرکانس رزونانس به ازای $ka = 2.405$ پدیدار می‌گردد. اگر مقدار k را بر حسب فرکانس به دست آوریم

$$k = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi f}{\sqrt{T/\sigma}}$$

و حدود فرکانسهای پاسخ یکنواخت میکروفون خازنی را با شرط $ka < 1$ تعیین کنیم، فرکانسهای پاسخ یکنواخت میکروفون با شرط زیر معرفی می‌شوند

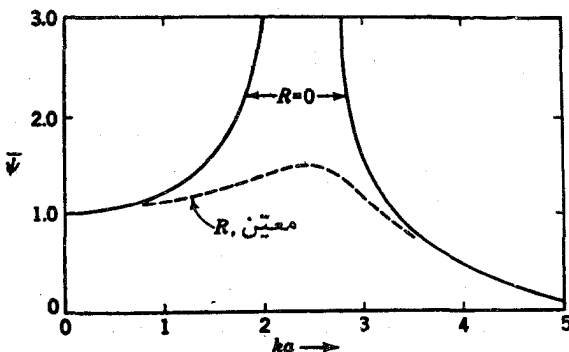
$$f < \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{T}{\sigma}} \quad (4.35)$$

f حد فوقانی فرکانسهای پاسخ یکنواخت میکروفون است و با افزایش کشش، T ، یا کاهش شعاع دیافراگم، a ، می‌توان مقدار آن را بالا برد. میکروفونهای خازنی کوچکی ساخته شده‌اند که حدود فرکانسهای پاسخ یکنواخت آنها بسیار وسیع است. یادآوری می‌کنیم که افزایش T یا کاهش a سبب کاهش دامنه متوسط تغییر مکان \bar{y} و در نتیجه ولتاژ خروجی میکروفون می‌شود.

هرگاه نیروی میراکننده $(-R/\sigma)(\partial y/\partial t)$ در معادله 4.27 وارد شود، حل نهائی تغییر مکان y مشابه معادله 4.32 است، ولی در این حالت $k \neq \omega/c$ و مقدار آن از این رابطه به دست می‌آید

$$k^2 = \frac{\sigma\omega^2 - j\omega R}{T} \quad (4.36)$$

می‌توان نشان داد که وجود جمله $j\omega R/T$ — در عبارت بالا دامنه متوسط را در حال رزونانس به مقدار معینی می‌رساند. با انتخاب مناسب مقاومت R می‌توان مقدار دامنه را در اطراف رزونانس چنان پایین آورد که سبب افزایش وسعت نوار فرکانسهای پاسخ یکنواخت در اولین فرکانس رزونانس یا اطراف نزدیک به آن، گردد. این روش در میکروفونهای تجارتي برای افزایش حدود فرکانسهای پاسخ یکنواخت به کار می‌رود.



شکل 4.4. منحنی پاسخ دامنه متوسط تغییرمکان پوسته رانده شده به عنوان تابعی از فرکانس.

در شکل 4.4 منحنی پاسخ دامنه متوسط تغییرمکان $\bar{\psi}$ يك پوسته واداشته به وسیله معادله 4.23 نمایش داده شده است. چنانکه ملاحظه می‌شود: به‌ازای $ka = 2.405$ دامنه بینهایت می‌شود. ولی با انتخاب مقدار مناسب R می‌توان آن را به میزانی پایین آورد که حدود مقادیر قبل و بعد از رزونانس، باقی بمانند و پاسخ یکنواخت شود. منحنی نقطه‌چین، وضع منحنی پاسخ را در حال رزونانس نشان می‌دهد. در هر دو منحنی، دامنه پاسخ به‌ازای فرکانس مربوط به $ka = 5.136$ صفر است، که در آن مقدار $J_2(ka) = 0$ می‌گردد. در فرکانسی در حدود 60 درصد بالاتر از اولین فرکانس رزونانس، دایره گرهی در کناره خارجی پوسته ظاهر می‌شود و اگر فرکانس به تدریج افزایش یابد این دایره رو به مرکز متوجه می‌شود؛ یعنی شعاع آن به تدریج کوچک می‌گردد. تغییرمکان پوسته در قسمت داخلی و مرکزی این دایره نسبت به نیروی راننده دارای فاز مخالف است؛ درحالی‌که تغییرمکان قسمتهای خارجی دایره با نیروی راننده هم‌فاز است، در نتیجه تغییرمکانهای نقاط پوسته در این دو قسمت با یکدیگر مختلف‌العلامه هستند، و متوسط تغییرمکانهای نقاط پوسته حاصل جمع جبری آنها می‌شود که به‌ازای $ka = 5.136$ برابر صفر می‌گردد، و پاسخ میکروفون در این حال صفر است.

4.9 ارتعاشهای آزاد نامتقارن در پوسته گرد. هنگامی که ضربه به مرکز پوسته تقاره وارد شود ارتعاشهای پوسته مجموعه‌ای از مدهای ارتعاشی متقارن است. یعنی حالات ارتعاشی نقاط واقع بر هر دایره به مرکز پوسته، یکسان می‌باشد. ولی اگر ضربه به نقطه‌ای غیر از

مرکز پوسته وارد شود، حالات ارتعاشی نقاط واقع بر دایره یکسان نیستند، و بستگی به وضع هر نقطه دارد که می‌توان با زاویه θ یعنی زاویه بین شعاع وارد بر آن نقطه و محور انتخابی x یا y ، تعیین کرد. در این صورت تغییر مکان γ هر نقطه تابعی از سه متغیر r و θ و t خواهد بود؛ یعنی $\gamma = \gamma(r, \theta, t)$ و می‌توان حل هارمونیک معادله موج دوبعدی $4.5a$ را به صورت زیر فرض کرد

$$\gamma = \psi(r) \cdot \theta(\theta) \cdot e^{i\omega t} \quad (4.37)$$

که حاصلضرب سه جمله است که هر یک فقط تابع یک متغیر است. اگر این مقدار را در معادله $4.5a$ قرار دهیم، معادله زیر به دست می‌آید

$$\theta \frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{\theta}{r} \frac{d\psi}{dr} + k^2\psi\theta + \frac{\psi}{r^2} \frac{d^2\theta}{d\theta^2} = 0 \quad (4.38)$$

اگر هر یک از جمله‌های معادله بالا را در $r^2/\theta\psi$ ضرب کنیم و جمله‌های دارای r را به یک سمت انتقال دهیم رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{r^2}{\psi} \left(\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} \right) + k^2 r^2 = - \frac{1}{\theta} \frac{d^2\theta}{d\theta^2} \quad (4.38a)$$

سمت چپ معادله بالا فقط تابع r و سمت راست تنها تابع θ است و تساوی بالا برقرار نخواهد بود مگر اینکه هر یک از آنها برابر مقدار ثابتی باشد. اگر این مقدار ثابت را m^2 فرض کنیم می‌توان نوشت

$$\frac{d^2\theta}{d\theta^2} = -m^2\theta \quad (4.39)$$

که حل هارمونیک آن به صورت زیر است

$$\theta = A e^{im\theta} \quad (4.39a)$$

مختصه سمتی θ خود دوره‌ای است و دوره تناوب آن 2π است. چون γ معرف وضع هر نقطه است می‌توان نوشت

$$\gamma(r, \theta, t) = \gamma(r, \theta + 2\pi, t)$$

و این خاصیت مقادیر m را به عددهای صحیح ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$) محدود می‌سازد.

اگر سمت چپ معادله $4.38a$ را برابر m^2 قرار دهیم، به صورت معادله دیفرانسیل بسل (4.12) در می‌آید که حل آن چنین است

$$\psi = AJ_m(kr) \quad (4.40)$$

بنابراین حل هارمونیک کامل y به صورت مختلط بدین صورت است

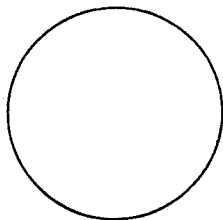
$$y = AJ_m(kr)e^{im\theta}e^{i\omega t} \quad (4.41)$$

و مقدار حقیقی آن چنین می‌شود

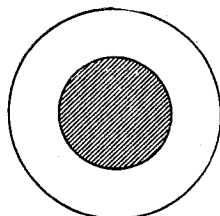
$$y = AJ_m(kr) \cos m(\theta - \alpha) \cos(\omega t + \phi) \quad (4.42)$$

که در آن زاویه فاز سمتی α یکی از ثابتهای اختیاری حل معادله است، و بستگی به مختصات زاویه‌ای نقطه تحریک پوسسته دارد. به ازای هر مقدار m امتدادهای شعاعی را با زاویه θ مشخص می‌سازد که معرف خطهای گرهی هستند.

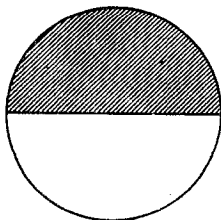
شکل 4.5 چند مد ارتعاشی ساده مربوط به معادله 4.42 را که در آن α برابر صفر گرفته شده است نشان می‌دهد. عددهای صحیح m شماره خطهای گرهی شعاعی را مشخص می‌سازند، در صورتی که عددهای صحیح n معرف شماره دایره‌های گرهی هستند. کمترین مقدار n یک است و معرف مد ارتعاشی است که در آن دایره گرهی در مرکز $r = a$ می‌باشد.



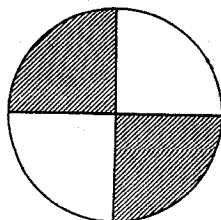
(a) $m = 0, n = 1$



(b) $m = 0, n = 2$



(c) $m = 1, n = 1$



(d) $m = 2, n = 1$

شکل 4.5. مدهای ارتعاش پوسته گرد.

به ازای هر مقدار صحیح m مجموعه‌ای از مدهای ارتعاشی شعاعی پدیدار می‌شوند که

فرکانس در آنها افزایش می‌یابد. هنگامی که $m=0$ باشد فرکانسهای مجاز آنها بی هستند که برای حالت متقارن در $4.14a$ و 4.14 به دست آمدند. برای $m=1$ فرکانسهای مجاز از $J_1(ka)=0$ و برای $m=2$ از $J_2(ka)=0$ و غیره، به دست می‌آیند. در جدول 4.3 چند فرکانس f_{mn} نسبت به فرکانس اصلی f_{01} نشان داده شده است. روش ریاضی بالا که برای حل معادله $4.5a$ در پوسته گرد به کار برده شد، روش «جداساختن متغیرها» بود. این روش را در مورد پوسته مربع برای حل معادله $4.4c$ نیز می‌توان به کار برد^۱.

جدول 4.3 فرکانسهای نسبی پوسته گرد

$f_{01} = 1.0$	$f_{11} = 1.593$	$f_{21} = 2.135$
$f_{02} = 2.295$	$f_{12} = 2.917$	$f_{22} = 3.500$
$f_{03} = 3.598$	$f_{13} = 4.230$	$f_{23} = 4.832$

4.10 ارتعاش ورقهای نازک. فرق اساسی ارتعاشهای پوسته و ورق نازک در این است که نیروهای برگرداننده در پوسته از کشش وارد به اطراف آن ایجاد می‌گردد، در صورتی که در ورق نازک این نیرو در اثر سختی جنس آن پدیدار می‌گردد. چنانکه همین اختلاف بین نیروهای برگرداننده عرضی در تارهای مرتعش و میله‌های مرتعش وجود دارد. بحث خود را در باره ورق نازک به ارتعاشهای متقارن محدود می‌سازیم. بحث دقیق ریاضی این حالت به معادله زیر منتهی می‌شود که می‌توان با مقایسه با معادله‌های میله و پوسته صحت آن را تحقیق کرد.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = - \frac{\kappa^2 Y}{\rho(1 - \sigma^2)} \nabla_r^2 y \quad (4.43)$$

که در آن ρ چگالی حجمی است بر حسب کیلو گرم بر متر، σ نسبت پواسون^۲، Y مدول یانگ^۳، و κ شعاع سطحی زیراسیون است. برای ورق یکنواخت بضخامت t مقدار κ برابر $t/\sqrt{12}$ است.

چون نیروی برگرداننده در ورق گرد بستگی به مقاومت ارتجاعی آن دارد، در نظر اول می‌توان پیشگویی کرد که ضریب جمله سمت راست معادله بالا مشابه این ضریب در معادله ارتعاش عرضی میله و به مقدار $\kappa^2 Y/\rho$ است ولی این فرض کاملاً صحیح نیست زیرا در مورد ورق هر انبساط طولی همراه با تراکم عرضی است و به عکس همچنین، و نسبت

1) Morse, *Vibration and Sound*, p. 179, Mc Graw-Hill Book Co., (1948).

2) Poisson 3) Young

آن دو در هر ماده مقدار معینی دارد که به نسبت پوآسون معروف است. این پدیده سبب افزایش سختی در ورق می‌شود، و در نتیجه ضریب فوق به مقداری که در مورد ارتعاش عرضی میله است، باقی نمی‌ماند. اگر تراکم عرضی ورق را با $\partial\xi/\partial z$ و انبساط طولی آن را با $\partial\xi/\partial x$ نمایش دهیم، نسبت پوآسون σ در آن می‌شود

$$\sigma = - \frac{\partial\xi/\partial z}{\partial\xi/\partial x} \quad (4.44)$$

چون با انبساط مثبت طولی انبساط عرضی منفی، و تراکم $\partial\xi/\partial z$ مثبت است، نسبت پوآسون پیوسته عددی مثبت است، و مقدار عددی آن در اغلب موارد تقریباً برابر ۰.۳ است. جمله سمت راست معادله ۴.۴۳ نماینده ارتعاش ورق گرد، دارای مشتق جزئی درجه چهارم و مشابه جمله سمت راست معادله موج عرضی در میله است، که به صورت قطبی $\nabla_r^4 y$ بدل شده باشد.

۴.۱۱ ارتعاشهای هارمونیک ساده. در ارتعاشهای هارمونیک ساده ورق، y را به عبارت زیر بیان می‌کنیم

$$y = \psi e^{j\omega t} \quad (4.45)$$

که در آن ψ تنها تابعی از r است. با این فرض، معادله ۴.۴۳ بدین صورت در می‌آید

$$\nabla_r^4 \psi = \frac{\omega^2 \rho (1 - \sigma^2)}{\kappa^2 Y} \psi = K^4 \psi \quad (4.46)$$

که در آن

$$K^4 = \frac{\omega^2 \rho (1 - \sigma^2)}{\kappa^2 Y} \quad (4.47)$$

معادله دیفرانسیل ۴.۴۶ را می‌توان به شکل اوبراتور چنین نوشت

$$(\nabla_r^4 - K^4)\psi = 0 \quad (4.48)$$

اوبراتور $\nabla_r^4 - K^4$ دارای خاصیتی است که می‌توان آن را مانند عبارت جبری به دو حاصل ضرب بدین صورت تجزیه کرد

$$(\nabla_r^2 + K^2)(\nabla_r^2 - K^2)\psi = 0 \quad (4.48a)$$

بنابراین هر یک از دو معادله $(\nabla_r^2 - K^2)\Psi = 0$ یا $(\nabla_r^2 - K^2)\Psi = 0$ حل جداگانه‌ای از Ψ به دست می‌دهد و حل کامل معادله 4.48 مجموع دو حل بالا است. معادله اول آن شبیه معادله 4.8 است که در مورد پوسته گرد به دست آمد و حل آن چنین است

$$\psi = \mathbf{A}J_0(Kr) \quad (4.49)$$

و حل معادله دوم با گذاردن jK به جای K در معادله اول به دست می‌آید

$$\psi = \mathbf{B}J_0(jKr) \quad (4.49a)$$

و معمولاً بدین صورت نوشته می‌شود

$$\psi = \mathbf{B}I_0(Kr) \quad (4.49b)$$

که به تابعهای هیپر بولیک بسل شهرت دارد و متغیر مطلق آن انگاری است. معادله بالا حل معادله‌ای شبیه معادله بسل به صورت زیر است

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \left(1 + \frac{m^2}{x^2}\right) y = 0$$

و ارتباط آن با توابع معمولی بسل بدین صورت است

$$I_m(x) = j^{-m} J_m(jx) \quad (4.50)$$

بنابراین

$$I_0(x) = J_0(jx) = 1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{x^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots \quad (4.50a)$$

باید توجه داشت که $J_0(x)$ تابعی متناوب است در صورتی که $I_0(x)$ با افزایش x ، افزایش می‌یابد؛ بدین معنی که $J_0(x)$ تابعی مانند تابع کسینوس میراست، در حالی که $I_0(x)$ به کسینوس هیپر بولیک شباهت دارد. رابطه‌های سوده‌مند دیگری به صورت زیر برای $I_0(x)$ وجود دارند

$$\int x I_0(x) dx = x I_1(x) \quad (4.51)$$

$$\int I_1(x) dx = I_0(x) \quad (4.51a)$$

$$I_0(x) - I_2(x) = \frac{2}{x} I_1(x) \quad (4.51b)$$

مقادیر تابعهای I_0 و I_1 و I_2 در جدول III ضمیمه داده شده‌اند. حل معادله 4.48 چنین است

$$\psi = AJ_0(Kr) + BI_0(Kr) \quad (4.52)$$

حل بالا دارای دو ثابت اختیاری است، و چون معادله دیفرانسیل موج در این حالت از درجه چهارم است و چهار ثابت اختیاری لازم دارد بنابراین 4.52 حل کامل معادله موج نیست. ولی چون مقدار دامنه به ازای $r=0$ باید مقدار معینی داشته باشد، و این شرط در دو حل دیگر صدق نمی‌کند، لذا دو حل دیگر مورد قبول نیستند.

4.12 شرایط مرزی. برای محاسبه ثابتهای A و B ، باید چگونگی درگیری دیافراگم روشن شود. بیشتر معمول این است که دیافراگم در پیرامون خود محکم نگهداری شود. در این صورت، شرط مرزی آن است که به ازای $r=a$ این رابطه‌ها برقرار باشند

$$\psi = 0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \quad (4.53)$$

رابطه اول به ازای $r=a$ ، در معادله 4.52 رابطه زیر را به دست می‌دهد

$$0 = AJ_0(Ka) + BI_0(Ka) \quad (4.54)$$

و از شرط مرزی دوم رابطه زیر به دست می‌آید

$$0 = -AKJ_1(Ka) + BKI_1(Ka) \quad (4.55)$$

زیرا

$$\frac{dJ_0(Kr)}{dr} = -KJ_1(Kr)$$

و

$$\frac{dI_0(Kr)}{dr} = KI_1(Kr)$$

دو شرط بالا را می‌توان چنین نوشت

$$AJ_0(Ka) = -BI_0(Ka)$$

9

$$AJ_1(Ka) = BI_1(Ka)$$

و از تقسیم آنها خواهیم داشت

$$\frac{J_0(Ka)}{J_1(Ka)} = -\frac{I_0(Ka)}{I_1(Ka)} \quad (4.56)$$

که از روی آن می‌توان مقادیرهای Ka را برای فرکانسهای مختلف به دست آورد. از جدولهای تابعهای بسل مقادیرهای Ka که در معادله بالا صدق می‌کنند عبارتند از

$$Ka = 3.20, 6.30, 9.44, 12.57, \dots \quad (4.57)$$

یا تقریباً

$$Ka = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

هرچه n بالاتر می‌رود تقریب بهتر می‌شود.

از معادله 4.47 رابطه بین ω و K به دست می‌آید

$$\omega = \kappa K^2 \sqrt{\frac{Y}{\rho(1-\sigma^2)}}$$

و با قراردادن مقدار $3.20/a$ برای K ، فرکانس اصلی چنین به دست می‌آید

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{3.2^2}{2\pi a^2} \frac{t}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{Y}{\rho(1-\sigma^2)}} = 0.47 \frac{t}{a^2} \sqrt{\frac{Y}{\rho(1-\sigma^2)}} \quad (4.58)$$

که در آن t ضخامت ورق است. فرکانسهای مدهای مجاز هارمونیک فرکانس اصلی نیستند و عبارتند از

$$f_2 = \left(\frac{6.3}{3.2}\right)^2 f_1 = 3.88f_1$$

$$f_3 = 8.70f_1$$

Etc.

چنانکه ملاحظه می‌شود، فرکانسهای فرعی هارمونیک فرکانس اصلی نیستند و با مقایسه با فرکانسهای فرعی پوسته گرد، زیادتر از هم دور می‌شوند. تغییر مکان حقیقی ورق نازک گرد، که با مد اصلی خود ارتعاش می‌کند، چنین است

$$y_1 = \cos(\omega_1 t + \phi_1) \left[A_1 J_0 \left(\frac{3.2}{a} r \right) + B_1 I_0 \left(\frac{3.2}{a} r \right) \right] \quad (4.59)$$

مقدار B_1 برحسب A_1 از شرط مرزی، معادله 4.54 به دست می‌آید

$$B_1 = -A_1 \frac{J_0(K_1 a)}{I_0(K_1 a)} = -A_1 \frac{J_0(3.2)}{I_0(3.2)} = +0.0555 A_1 \quad (4.60)$$

و از آنجا

$$y_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) \left[J_0 \left(\frac{3.2}{a} r \right) + 0.0555 I_0 \left(\frac{3.2}{a} r \right) \right] \quad (4.61)$$

باید توجه داشت که دامنه ارتعاش مرکز برابر A_1 نیست، بلکه برابر $1.0555 A_1$ است. مقایسه شکل تابع

$$J_0 \left(\frac{3.2}{a} r \right) + 0.0555 I_0 \left(\frac{3.2}{a} r \right)$$

برای يك ورق گرد نازک که در مد اصلی خود ارتعاش می‌کند، با تابع نظیر

$$J_0 \left(\frac{2.405}{a} r \right)$$

برای يك پوسته، نشان می‌دهد که تغییر مکان نسبی ورق در نزدیکی کناره خود کوچکتر از تغییر مکان پوسته مشابه آن در کناره خود می‌باشد. بنابراین، می‌توان پیش‌بینی کرد که نسبت دامنه متوسط ارتعاش ورق به دامنه مرکز آن کمتر از نسبت مشابه در پوسته است. چنانکه با به کار بردن معادله 4.17 و محاسبه دامنه متوسط این نکته مسلم می‌شود

$$\bar{\psi}_1 = 0.326 A_1 = 0.309 y_0 \quad (4.62)$$

که در آن $y_0 = 1.0555 A_1$ دامنه ماکسیمم در مرکز ورق است. بنابراین، ورق گرد را می‌توان با يك پیستون مسطح معادل تعویض کرد، بطوریکه

$$S_{eq} = 0.309 y_0 \pi a^2 \quad (4.63)$$

4.13 ورقهای بارشده و واداشته. بحث در باره ورقهای بارشده و ورقهای واداشته در این حالتها مشابه پوسته است. منحنیهای پاسخ برای نیروی راننده یکنواخت مشابه منحنی شکل 4.4 است، و دامنه‌های وسیعی در حدود فرکانس رزونانس دارد؛ مگر در حالتی که نیروهای میرای قابل ملاحظه وجود داشته باشند. در میکروفنهای خازنی می‌توان به جای دیافراگم به صورت پوسته‌های کشیده، دیافراگمی به شکل ورقهای نازک به کار برد. در این صورت نمی‌توان در آنها در عین حال هم حساسیت را زیاد کرد و هم فرکانس رزونانس را بالا برد. بدینجهت در میکروفون خازنی اغلب پوسته به کار می‌برند ولی در میکروفونهای خازنی بسیار کوچک به کار بردن ورق معمول شده است.

مهمترین کاربرد ورق نازک مرتعش در ساختن دیافراگم گوشی و دهانی تلفنهای معمولی است. با اینکه پاسخ آنها در حدود وسیعی از فرکانس یکنواخت نیست، ولی به سبب سادگی ساختمان کاربرد بسیار پیدا کرده است. کاربرد دیگر آنها در تراگذارهای صوتی در آب است که برای فرکانسهای کمتر از 1000 سیکل در ثانیه به کار می‌روند و در آنها ورق فولادی نازکی به وسیله میدان مغناطیسی متناوبی به ارتعاش در می‌آید.

هوای مجاور پوسته یا ورق مرتعش در مقابل آنها عکس‌العمل مقاومتی دارد که می‌توان به بارشدن آنها تشبیه کرد. این بار مقاوم در حقیقت نوعی امیدانس مکانیکی است که بطور یکنواخت بر صفحه آنها توزیع شده است. این امیدانس را می‌توان یا از نوع مقاومت فرض کرد که مقداری از انرژی پوسته یا ورقه را به صورت موجهای صوتی معرفی می‌کند یا از نوع جرم که سبب پایین آوردن فرکانس آزاد آنها می‌گردد. بحث مفصل این موضوعها در فصلهای 11 و 12 خواهد آمد.

مسائل

4.1. يك پوسته چهارگوش به عرض a با مد اصلی خود ارتعاش می‌کند، بطوریکه دامنه ارتعاش در مرکز آن برابر A است. (a) رابطه‌ای را مشخص کنید که بتوان از آن دامنه تغییر مکان متوسط را به دست آورد. (b) رابطه‌ای به دست آورید که نقاطی از پوسته را که با دامنه $0.5A$ ارتعاش می‌کنند به دست دهد. (c) به کمک معادله‌ای که در قسمت (b) به دست آمد، چند نقطه به دست آورید و منحنی آن را رسم کنید. آیا آنها دایره خواهند شد؟

4.2. يك پوسته مربع مستطیل به عرض a و طول b داده شده است. اگر $b = 2a$ باشد، نسبت اولین چهار فرکانس فرعی آن را به فرکانس اصلی حساب کنید.

4.3. يك پوسته از جسمی به چگالی 1.0 kg/m^2 ساخته شده و با کشش خطی 1000 نیوتن بر متر کشیده می‌شود. می‌خواهیم که این پوسته با فرکانس 250 cycles/sec ارتعاش کند. (a) اگر این پوسته مربع باشد، عرض آن چقدر باید باشد؟ (b) اگر این پوسته دایره باشد شعاع آن چقدر باید باشد؟ (c) برای پوسته‌های (a) و (b) نخستین دوفرکانس فرعی را به دست آورید.

4.4. يك پوسته دایره‌ای به وسیله يك نیروی میراکننده با معادله $(R\partial y/\partial t) -$ که بطور یکنواخت به واحد سطح آن وارد می‌شود حرکتش را تضعیف می‌کند. با وارد کردن این جمله در معادله 4.5b، بطوریکه از لحاظ دیمانسیون اشکال ایجاد نشود نشان دهید که حل این معادله شامل يك ضریب میرائی برابر $e^{-(Rt/2\sigma)}$ است.

4.5. نشان دهید که انرژی کل يك پوسته گرد که با مد اصلی خود ارتعاش می‌کند برابر $0.135\pi a^2\sigma\omega^2 A_1^2$ است، که در آن a شعاع پوسته، σ چگالی سطحی، ω فرکانس زاویه‌ای ارتعاش، و A_1 دامنه ارتعاش در مرکز پوسته است.

4.6. يك پوسته گرد به شعاع 1cm و چگالی سطحی $0.2\text{kg}/\text{m}^2$ با کشش خطی $4000\text{newton}/\text{m}$ کشیده می‌شود. هنگامی که این پوسته با مد اصلی خود ارتعاش می‌کند دامنه در مرکز آن 0.01cm است. (a) فرکانس مد اصلی چقدر است؟ (b) ماکسیمم حجمی از هوا که پوسته جایجا می‌کند چه اندازه است؟

4.7. يك پوسته فولادی به شعاع 0.02m و ضخامت 0.0001m با کشش $20,000$ نیوتن برمتر کشیده شده است. (a) برای ارتعاش مقارن دایره‌ای شکل، فرکانس دومین مد ارتعاشی فرعی چقدر است؟ (b) هنگامی که پوسته با فرکانس فوق ارتعاش می‌کند شعاعهای دو دایره گرهی را به دست آورید. هنگامی که پوسته با فرکانس فوق ارتعاش می‌کند دامنه در مرکز برابر 0.0001m است. تغییرمکان متوسط چقدر است؟

4.8. ماکسیمم استرس کششی^۱ که می‌توان به آلومینیوم وارد کرد 2×10^8 نیوتن برمتر مربع و برای فولاد 10^9 نیوتن برمتر مربع است. (a) ماکسیمم فرکانس اصلی برای پوسته گرد کشیده شده آلومینیومی به شعاع 0.01m چقدر است؟ (b) برای پوسته فولادی به همان شعاع چقدر است؟ (توجه شود که برای این پوسته‌های نازک، فرکانسهای ماکسیمم به ضخامت پوسته بستگی ندارند.)

4.9. دیافراگم يك میکروفون خازنی از يك ورقه آلومینیومی به قطر 0.03m و ضخامت 0.00002m تشکیل یافته. این ورقه را با ماکسیمم استرس کششی 2×10^8 نیوتن برمتر مربع می‌کشیم. (a) ماکسیمم کشش T که به این ورقه آلومینیومی وارد می‌شود چقدر است؟ (b) در این هنگام فرکانس مد اصلی چه اندازه است؟ (c) هنگامی که این ورقه تحت تأثیر يك موج صوتی به دامنه فشار 2 نیوتن بر متر مربع و فرکانس 500 سیکل در ثانیه قرار می‌گیرد، دامنه تغییرمکان در مرکز آن چقدر است؟ (d) تحت این شرایط دامنه تغییرمکان متوسط چه اندازه می‌شود؟

4.10. اگر حجم هوای محبوس در پشت دیافراگم میکروفون خازنی مسئله 4.9 برابر $3 \times 10^{-7}\text{m}^3$ باشد چند درصد فرکانس مد اصلی می‌تواند افزایش یابد؟ فرض می‌کنیم $P_0 = 10^5$ نیوتن بر متر مربع و $\gamma = 1.4$.

4.11. پوسته گرد يك نقاره به شعاع 0.25m و چگالی سطحی $1.0\text{kg}/\text{m}^2$ تحت

تأثیر کشش 10,000 نیوتن بر متر قرار دارد. (a) فرکانس مد اصلی را بدون ظرف تقاره به دست آورید. فرکانس مد اصلی در صورتی که تقاره یک نیمکره به شعاع $0.25m$ باشد چقدر است؟ در صورتیکه فرض کنیم که این نیمکره از هوا به فشار 10^5 نیوتن بر متر مربع که دارای ضریب نسبت گرمای ویژه 1.4 است، پر شده.

4.12. یک پوسته گرد بدون میرایی به شعاع $0.02m$ به چگالی سطحی $1.5kg/m^2$ با نیروی 950 نیوتن بر متر کشیده شده. این پوسته با فشار $6000\cos\omega t$ نیوتن بر متر مربع که بطور یکنواخت به سطح آن وارد می‌آید، رانده می‌شود. (a) دامنه تغییر مکان از مرکز پوسته را در فاصله 0 تا 1000 سیکل بر ثانیه به صورت تابعی از فرکانس به دست آورید، و آن را رسم کنید. (b) هنگامی که این پوسته با فرکانس 400 سیکل بر ثانیه رانده می‌شود، شکل پوسته را به دست آورید، و آن را رسم کنید. (c) قسمت (b) را برای فرکانس 1000 سیکل بر ثانیه حل کنید.

4.13. (a) از معادله 4.33 دامنه یک پوسته واداشته را بر حسب تابعی از ka در فاصله $0 < ka < 2$ به دست آورید و آن را رسم کنید. (b) همچنین دامنه‌هایی را که از معادله تقریبی 4.34 به دست می‌آید رسم کنید. (c) برای $ka=1$ و $ka=2$ درصد خطای حاصل در حالت (b) را به دست آورید. (d) برای $ka=2$ فرکانس پوسته مسئله 4.12 چقدر خواهد شد؟

4.14. (a) هنگامی که یک پوسته گرد با نصف فرکانس مد اصلی خود رانده شود، شکل پوسته را مشخص و رسم کنید. (b) همچنین هنگامی که با دو برابر فرکانس مد اصلی خود رانده می‌شود شکل آن را مشخص و رسم کنید.

4.15. یک پوسته گرد به شعاع $0.25m$ و به چگالی $1.0kg/m^2$ با کشش 25000 نیوتن بر متر کشیده شده است. (a) کمترین چهار فرکانس آزاد آن را محاسبه کنید. (b) برای هر یک از این فرکانسها محل دایره‌های گرهی را مشخص سازید.

4.16. با انتگرال‌گیری در روی تمام سطح یک ورق نازک گرد، نشان دهید که متوسط دامنه تغییر مکان هنگامی که این پوسته با مد اصلی خود ارتعاش می‌کند برابر $0.309A$ است که در آن A دامنه تغییر مکان مرکز ورق است. فرض می‌کنیم که ورق از اطراف محکم گرفته شده باشد.

4.17. دیافراگم یک گوشی تلفن تشکیل یافته از یک ورقه فولادی به قطر $4cm$ و ضخامت $0.02cm$. (a) اگر این ورقه را از اطراف محکم نگاه داریم فرکانس مد اصلی آن چقدر است؟ (b) اگر ضخامت ورقه را دو برابر کنیم چه تأثیری در این فرکانس می‌کند؟ (c) همچنین اگر قطر ورقه را دو برابر کنیم چه تأثیری بر فرکانس مد اصلی می‌گذارد؟

4.18. با چه کششی دیافراگم مسئله 4.17 باید کشیده شود، تا فرکانس اصلی آن برای حالتی که نیروهای برگرداننده مربوط به کشش را در نظر می‌گیریم برابر حالتی شود که نیروهای برگرداننده مربوط به سختی را در نظر می‌گیریم؟

4.19. (a) نسبت B_2/A_2 را برای یک ورق گرد نازک که از اطراف نگاه داشته شده

است و با اولین فرکانس فرعی خود ارتعاش می‌کند، به دست آورید. (b) حرکت حاصل را بر حسب معادله‌ای مشابه معادله 4.61 بنویسید. (c) شکل تابع حاصل را در این حالت رسم کنید. (d) نسبت شعاع دایره گرهی به شعاع ورق که با این مد ارتعاش می‌کند چقدر است؟

4.20. يك ورق فولادی گرد از نوع تراگذارهای صوتی را که با خاصیت الکتروماتیکی ارتعاش می‌کند از اطراف محکم نگاه داشته‌ایم؛ شعاع این ورق $0.1m$ و ضخامت آن $0.005m$ است. فرکانس اصلی ارتعاش چقدر است؟

موجهای

آکوستیکی تخت

5.1 مقدمه. موجهایی که احساس صوت ایجاد می‌کنند از جمله انواع گوناگون موجهایی به شمار می‌روند که در اثر آشفتگی فشار در هر شاره تراکم‌پذیر ایجاد می‌شوند، و در آن انتشار می‌یابند. بعلاوه موجهای فراصوتی، که فرکانس آنها بیش از فرکانسهای صوتی است و به گوش شنیده نمی‌شوند، همچنین موجهای شدیدتری که در نزدیکی جتها و موشکها پدیدار می‌شوند و تأثیرشان در گوش بیشتر احساس درد ایجاد می‌کند تا احساس صوت، و موجهای ضربه‌ای که به وسیله انفجارها یا هواپیماهای بسیار تندپرواز پدید می‌آیند نیز وجود دارند. موجهای آکوستیکی در شاره‌ها از بسیاری جهات از موجهایی که در فصلهای پیش مورد بحث قرار گرفتند متمایزند. یکی اینکه این موجها سه‌بعدی هستند، و از این لحاظ رفتار آنها نسبت به موجهای یک‌بعدی، مانند موجهای تارهای مرتعش و میله، و موجهای دوبعدی، مانند موجهای منتشر، در پوسته و ورقه، پیچیده‌تر است. دیگر آنکه این موجها **طولی** هستند، یعنی نوسان مولکولها و امتداد رفت و برگشت آنها بر امتداد انتشار موج منطبق است، و مانند موجهای طولی میله سبب تراکم و انبساط متناوب مناطق شاره می‌گردند. در حالی که در موجهای عرضی امتداد بالا و پایین‌رفتن ذرات عمود بر انتشار موج است. بعلاوه در شاره تغییر فشار با روشهای گوناگونی که بستگی بامکان تغییرشکلهای فیزیکی آن دارد دست می‌دهد. در حالی که در جامد این روشها محدودتر است. بالاخره در شاره نیروی برگرداننده‌ای که سبب انتشار موج می‌گردد نیرویی است حاصل از مقاومت همه‌جانبه که در اثر تراکم آن ایجاد می‌گردد.

این عوامل باعث می‌شوند که موج حاصل در یک شاره از بسیاری جهات از پدیده‌های موجی که در پیش شرح آنها گذشت متمایز باشد و حدود پیچیدگی آن وسیعتر گردد. بهتر است بحث خود را از **موج تخت** که ساده‌ترین آنهاست آغاز کنیم. خاصیت مشخص این موج آن است که فشارهای آکوستیکی، تغییرمکان ذره‌ها، تغییر چگالی، و غیره، در همه نقاط

واقع در هر سطح عمود بر امتداد ارتعاش به يك فاز و به يك دامنه هستند. موج تخت را می توان به وسیله پستونی که شاره درون لوله ای را به ارتعاش در می آورد ایجاد کرد. هر نوع سطح موج واگرا در محیط یکنواخت را می توان موج تخت دانست؛ در صورتی که با منبع خود دارای فاصله نسبتاً زیادی باشد.

5.2 رفتار الاستیک شاره ها. چنانکه اشاره شد، موجهای آکوستیکی تخت بسیاری خواص مشترك با موجهای طولی منتشر در میله نازک دارند. بدین جهت، ممکن است معادله انتشار موج تخت حاصل درون شاره موجود در لوله ای به مقطع ثابت را با همان روشی که در مورد انتشار موج در میله (بند 3.3)، برای یافتن معادله انتشار موج به کار بردیم، به دست آورد. بنابراین لازم است قبلاً رابطه ای بین تغییر فشار درونی شاره و تغییر شکل شاره بیابیم؛ چنانکه در میله نیز معادله 3.5 نماینده تغییر شکل طولی میله است. این معادله را می توان با ترکیبی از معادله های معرف خواص **ترمودینامیکی** شاره با در نظر گرفتن **اصل بقای جرم** به دست آورد.

در یافتن و حل معادله های مربوط به انتشار موجهای تخت در امتداد x ، نشانه های اختصاری زیر را به کار می بریم.

- x مختصات ذره مرتعش در وضع تعادل خود
- ξ تغییر مکان ذره نسبت به وضع تعادل در امتداد محور x ها
- $u = \partial \xi / \partial t$ سرعت لحظه ای ذره مرتعش که برابر است با
- ρ جرم ویژه لحظه ای شاره در هر نقطه
- ρ_0 جرم ویژه ثابت شاره در حال تعادل
- s تراکم در هر نقطه از شاره، که با رابطه زیر معرفی می شود

$$s = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \quad \text{یا} \quad \rho = \rho_0(1 + s) \quad (5.1)$$

- P فشار لحظه ای در هر نقطه
- P_0 فشار ثابت شاره در حال تعادل
- p تغییر فشار شاره نسبت به فشار تعادل، P_0 ، که فشار آکوستیکی نامیده می شود

$$p = P - P_0 \quad (5.2)$$

c سرعت انتشار موج

مقصود از ذره در اینجا حجم کمی از شاره است، و چنان کوچک است که می توان تغییرات آکوستیکی مانند فشار، چگالی، و سرعت را برای تمام مولکولهای آن در هر لحظه برابر گرفت. چنین ذره ای خود دارای میایونها مولکول است و به میزانی بزرگ است که

بتوان آن را شاره پیوسته‌ای تصور کرد. در آنچه خواهد آمد، از تأثیرات نیروهای گرانشی^۱ چشمپوشی می‌شود، و بنابراین مقادیر ρ_0 و P_0 در تمام نقاط شاره یکسان گرفته می‌شوند. همچنین شاره را همگن^۲، ایزوتروپ^۳، و کاملاً الاستیک، یعنی بدون نیروهای مصرف‌کننده، مانند نیروهای حاصل از چسبندگی و هدایت گرما فرض می‌کنیم. وانگهی، بحث را به موردهایی محدود می‌سازیم که دامنه موجها کوچک باشد، و تغییرات چگالی نسبت به مقدار آن در حال تعادل، جزئی گرفته شود.

هنگامی که سطح موج در امتداد محور x حرکت می‌کند، سطوحی از مولکولهای شاره مجاور و موازی سطح موج از حالت‌های تعادل خود تغییر مکان می‌دهند و عموماً این تغییر مکانها برای نقاط واقع بر هر سطح برابر هم و تسابعی از دو متغیر x ، معرف وضعیت، و t معرف زمان هستند، که می‌توان آن را با تابع $\xi(x, t)$ نمایش داده نخست رابطه‌ای بین این تغییر مکانها و تغییرات چگالی شاره به دست می‌آوریم. بدین منظور لایه‌ای از شاره به مقطع قائم S واقع بین دو سطح موازی به اوضاع x و $x + dx$ در حال تعادل در نظر می‌گیریم (شکل 5.1). جرم این لایه برابر $\rho_0 S dx$ است. اکنون فرض می‌کنیم هنگامی که موج آکوستیکی در حرکت است صفحه‌ای را که در $x + dx$ مستقر است به اندازه $dx + (\partial \xi / \partial x) dx$ تغییر مکان می‌دهد (به طرف راست). پس حجم لایه جدید برابر $S dx (1 + \partial \xi / \partial x)$ خواهد بود. تغییر حجم سبب تغییر چگالی می‌گردد ولی جرم لایه در این تغییر ثابت می‌ماند. چون چگالی فعلی شاره را ρ فرض کنیم می‌توان نوشت

$$\rho S dx \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) = \rho_0 S dx$$

چون به جای ρ از معادله 5.1 حاصلضرب $\rho_0 (1 + S)$ را قرار دهیم و مقدار مشترك $\rho_0 S dx$ را از دو طرف حذف کنیم، معادله زیر به دست خواهد آمد

$$(1 + s) \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) = 1 \quad (5.3)$$

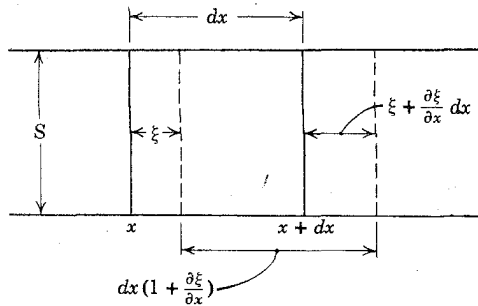
مقدارهای S و $\partial \xi / \partial x$ بسیار کوچکند، حتی برای صوتهای بسیار شدید در مرز بالای شنوایی که سبب ایجاد درد در گوش انسان می‌گردد، مقدار آنها از 10^{-4} تجاوز نمی‌کند. بنابراین می‌توان در معادله بالا از حاصلضرب آن دو چشم‌پوشید، و معادله را بدینصورت کوتاه کرد

$$s = - \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (5.3a)$$

1) gravitational

2) homogeneous

3) isotropic



شکل 5.1. تغییر مکانهای طولی در موج تخت صوتی.

این معادله شکل خاصی از معادلهٔ مهم هیدرودینامیک به نام **معادلهٔ پیوستگی**^۱ است و می‌رساند که اگر سطحی از مولکولهای شاره واقع در سمت راست نقطهٔ معینی بیش از سطحی از مولکولهای واقع در سمت چپ آن نقطه به سوی راست تغییر مکان دهد، یعنی فاصلهٔ این دو سطح پس از تغییر بیش از فاصلهٔ آن دو در حال تعادل باشد، $\partial \xi / \partial x$ مثبت است، و چگالی شاره کم می‌شود.

خاصیت دیگر شاره‌ها که هنگام یافتن معادلهٔ موج دخالت می‌کند خاصیت ترمودینامیکی آن است که رابطهٔ بین تغییرات فشار و چگالی را مشخص می‌کند. بطور کلی، برحسب اینکه در چه شرایطی این رابطه را بررسی کنیم، ارتباط آن دو با یکدیگر متفاوت خواهد بود. مثلاً برای گاز کامل در فراروند^۲ همدم^۳ رابطهٔ $(P/P_0) = (P/P_0)^{\gamma}$ در حالی که در فراروند بی‌درو^۴ رابطهٔ $(P/P_0) = (P/P_0)^{\gamma}$ برقرار است.

حال باید دید در انتشار موج در شاره انبساط و تراکم متناوب لایه‌های مانند $S dx$ در شکل 5.1 با چه فراروندی صورت می‌گیرد. عموماً هر تراکمی در حجم شاره مستلزم انجام کاری است که به گرما مبدل می‌گردد و اگر به ملایمت انجام نشود که وقت کافی برای تبادل آن با محیط خارج موجود باشد، سبب بالارفتن دما می‌گردد. هنگامی که موج آکوستیکی در شاره انتشار می‌یابد، گرادیان دما بین نقطهٔ مجاور منقبض شده و نقطهٔ مجاور منبسط شده، نسبتاً کوچک است؛ در نتیجه تا زمانی که لایهٔ منقبض شده هنوز منبسط نگشته، مقداری انرژی گرمایی از آن به قسمت مجاور خود انتشار می‌یابد. در تحت چنین شرایطی می‌توان فراروند بالا را **بی‌درو** دانست.

به منظور عمومیت دادن نتایج، چنانکه در بارهٔ همه‌گونه شاره، مانند آبگوینها، گازهایی حقیقی مثل گازهای کامل صادق باشد روش بی‌درو را با معادلهٔ $P = P(\rho)$ معرفی می‌کنیم،

1) equation of continuity

۲) process. الف) عمل پیشرفت پیوسته از يك نقطه به نقطه‌ای دیگر در مسیر تکامل؛ ب) حرکت به‌سوی جلو. -۴.

3) isothermal

4) adiabatic

که دیفرانسیل آن بدینصورت است

$$dP = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_0 d\rho \quad (5.4)$$

که در آن $(dP/d\rho)_0$ ضریب زاویه منحنی تغییرات فشار بر حسب چگالی در نقطه $(P_0$ و $\rho_0)$ است. در تغییرات جزئی فشار موجهای آکوستیکی، می توان به جای dP فشار آکوستیکی p و به جای $d\rho$ از معادله 5.1، $\rho_0 s$ قرار داد

$$p = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_0 \rho_0 s \quad (5.4a)$$

$(dP/d\rho)_0$ مساوی مربع ابعاد سرعت است و آن را با c^2 نمایش می دهیم

$$c^2 = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_0 \quad (5.5)$$

بنابراین

$$p = \rho_0 c^2 s \quad (5.4b)$$

که معادله سهمی است و فشار آکوستیکی و تراکم را به هم مربوط می سازد. چون به جای s مقدار آن $\partial \xi / \partial x - \partial \xi / \partial x$ از معادله 5.3a را قرار دهیم، فشار آکوستیکی بر حسب تغییر مکان به دست می آید

$$p = -\rho_0 c^2 \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (5.6)$$

مقایسه معادله بالا با معادله 3.5 شباهت رابطه بین انبساط و فشار تراکم را در موجهای تخت طولی در یک شاره و یک میله روشن می سازد.

5.3 معادله موج تخت. هنگامی که محیط شاره ای به طریقی که شرح آن گذشت تغییر شکل می دهد، فشارهای وارد به دو سطح لایه ای به حجم $S dx$ از دو طرف اندکی با یکدیگر اختلاف دارند و در نتیجه نیروهای وارد به آن دو سطح در امتداد مثبت محور x سبب ایجاد شتابی در حجم لایه می گردد. برآیند نیروهای وارد به دو سطح در امتداد مثبت محور x ها چنین است

$$dF_x = \left[p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \right] S = -\frac{\partial p}{\partial x} dx S \quad (5.7)$$

که سبب ایجاد شتاب $\partial^2 \xi / \partial t^2$ می‌گردد و جرم $\rho_0 S dx$ لایه را به حرکت در می‌آورد و می‌توان نوشت

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (5.8)$$

در معادله بالا از اختلاف بین شتاب در نقاط واقع در سطح x و شتاب نقاط دیگر لایه بین سطوح x و $x+dx$ که بی‌نهایت کوچک درجه دوم است چشمپوشی شده است. اگر دو معادله 5.6 و 5.8 را با هم ترکیب کنیم، و فشار p یا تغییر مکان ξ را در آن دو حذف کنیم، به ترتیب معادله‌های زیر به دست می‌آیند

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (5.9a)$$

دو صورت مخصوص از معادله موج تخت آکوستیکی به شمار می‌روند. معادله‌های مشابه دیگری بر حسب متغیرهای دیگر شاره، مانند سرعت ذره u و تراکم ρ می‌توان به دست آورد که حل يك يك آنها خوشبختانه لازم نیست. با حل یکی از آنها، مثلاً معادله 5.9 برای ξ و روابطی که بین ξ و سایر متغیرهای شاره موجود است، می‌توان رفتار هر يك را روشن کرد، از جمله

$$p = -\rho_0 c^2 \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad s = -\frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad u = \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad \text{etc.}$$

بدیهی است مولکولهای شاره اوضاع متوسط ثابتي چنانکه در آغاز این فصل برای یافتن معادله موج فرض شد، ندارند. حتی در وضع تعادل پیش از انتشار موج در شاره، مولکولها دائم در حرکتند و سرعتهای متوسط آنها از سرعتهای متوسط حاصل از حرکت موجی به مراتب بیشتر است. با وجود این، از نظر آماری حجم کوچکی را می‌توان واحد غیرمتغیری تصور کرد، چه مولکولهایی که در اثر سرعت خاص خود از آن حجم خارج می‌شوند به وسیله مولکولهای دیگر دارای همان خواص متوسط و به همان شماره جایگزین می‌شوند؛ چنانکه می‌توان روی هم خواص آن واحد حجم را در لحظه ورود موج غیر متغیر دانست. بر اساس همین فرض است که می‌توان تغییر مکانهای ذره‌ای و سرعتهای لحظه‌ای را در مورد موجهای آکوستیکی در شاره مانند همین مفاهیم، در موجهای منتشر در جامدها نیز به کار برد. با این حال، بعضی از متغیرهای موج، مانند فشار، خواص موجهای آکوستیکی را در شاره بهتر بیان می‌کنند، و به همین سبب آن را برای اندازه‌گیریهای خواص موج به کار می‌برند.

5.4 حل هارمونیک معادله موج تخت. معادله 5.9 موج تخت شبیه معادله 3.7 موج طولی در میله است، و حل عمومی آن بدین صورت است

$$\xi = f_1(ct - x) + f_2(ct + x) \quad (5.10)$$

که در آن c سرعت انتشار موج است. مهمترین نوع خاص حل بالا به صورتی است که در آن حرکت ذرات شاره تابع هارمونیک از زمان باشد؛ آن را به صورت مختلط چنین می‌توان نوشت

$$\xi = \mathbf{A}e^{j(\omega t - kz)} + \mathbf{B}e^{j(\omega t + kz)} \quad (5.11)$$

که در آن \mathbf{A} دامنه مختلط تغییر مکان موج تختی با ثابت طول موج k است و در امتداد مثبت x با سرعت c منتشر می‌شود، و \mathbf{B} دامنه مختلط تغییر مکان موج مشابهی است که در امتداد منفی محور x منتشر می‌گردد. متغیرهای دیگر آکوستیکی به صورت مختلط چنین‌اند

$$\mathbf{p} = -\rho_0 c^2 \frac{\partial \xi}{\partial x} = j\rho_0 c \omega (\xi_+ - \xi_-) \quad (5.12)$$

$$\mathbf{s} = -\frac{\partial \xi}{\partial x} = jk(\xi_+ - \xi_-) \quad (5.13)$$

$$\mathbf{u} = \frac{\partial \xi}{\partial t} = j\omega(\xi_+ + \xi_-) \quad (5.14)$$

که در آنها برای کوتاه‌نویسی قرار داده‌ایم:

$$\xi_+ = \mathbf{A}e^{j(\omega t - kz)} \quad (5.15)$$

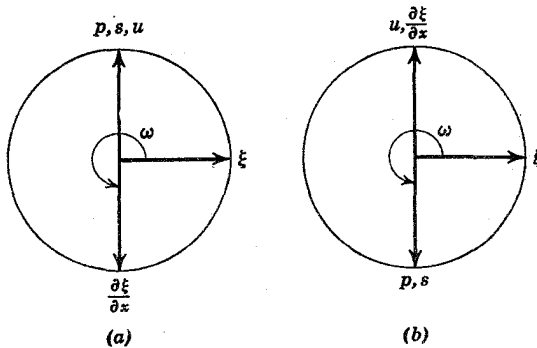
و

$$\xi_- = \mathbf{B}e^{j(\omega t + kz)} \quad (5.15a)$$

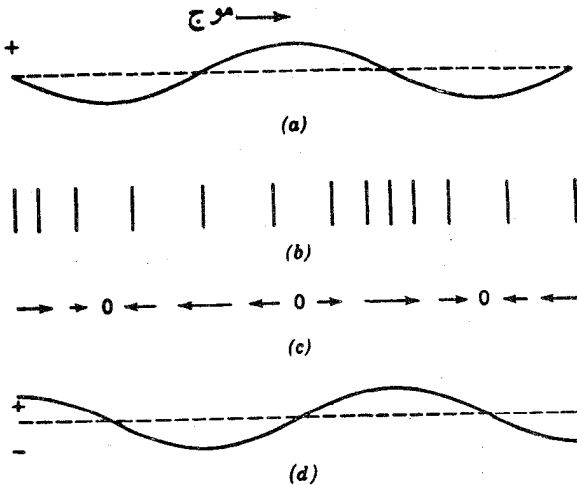
و اینها تابعهای معرف تغییر مکان ذرات حاصل از انتشار موج در جهت مثبت و منفی محور x هستند.

از رابطه‌های مختلط بالا چنین پیداست که وقتی موج تخت در جهت مثبت x منتشر می‌گردد فشار آکوستیکی p و تراکم s و سرعت ذره‌ای u همفازند، و با تغییر مکان ξ مضربی

از اختلاف فاز دارند؛ و این می‌رساند که نسبت به ξ به میزان $\pi/2$ از آن جلو هستند. از طرف دیگر، اگر موج تخت در جهت منفی x انتشار یابد، سرعت ذره $\pi/2$ از تغییر مکان جلو می‌افتد، ولی تراکم و فشار آکوستیکی $\pi/2$ از آن عقب می‌مانند. این تغییر حالت فاز در دو جهت مخالف انتشار موج، بدان سبب است که فشار آکوستیکی و تراکم کمیتهای برداری نیستند، در صورتی که تغییر مکان و سرعت ذره کمیتهای برداری هستند. یادآوری می‌کنیم که بدون در نظر گرفتن امتداد انتشار، ماکسیم فشار و تراکم با ماکسیم سرعت ذره منطبق است و هر سه 90° از ماکزیم تغییر مکان جلو می‌روند. شکل 5.2 رابطه‌های فاز را بین عوامل مختلف موج روشن می‌سازد. شکل 5.3 مقایسه بین آنها را مجسم می‌سازد.



شکل 5.2. رابطه‌های فاز متغیرهای آکوستیکی گوناگون برای موجهای تخت (a) هنگامی که در جهت مثبت x سیر می‌کنند، و (b) هنگامی که در جهت منفی x پیش می‌روند.



شکل 5.3. رابطه‌های فاز متغیرهای آکوستیکی برای موج تختی که در جهت مثبت x حرکت می‌کند. (a) تغییر مکان ξ به عنوان تابعی از محل. (b) جدا شدن ذره‌ها هنگامی که مانند (a) جابجا می‌شوند. (c) سرعت ذره، u ، به عنوان تابعی از محل. (d) فشار و تراکم به عنوان تابعی از محل.

معادله‌های حقیقی معرف متغیرهای آکوستیکی با قسمتهای حقیقی معادله‌های 5.11 تا 5.14 نموده می‌شوند، در مورد خاصی که A و B پایاهای حقیقی به مقدارهای A و B باشند، معادله‌های حقیقی موج به صورت زیر در می‌آیند

$$\xi = A \cos(\omega t - kx) + B \cos(\omega t + kx) \quad (5.11a)$$

$$p = -\rho_0 c \omega A \sin(\omega t - kx) + \rho_0 c \omega B \sin(\omega t + kx) \quad (5.12a)$$

$$s = -kA \sin(\omega t - kx) + kB \sin(\omega t + kx) \quad (5.13b)$$

$$u = -\omega A \sin(\omega t - kx) - \omega B \sin(\omega t + kx) \quad (5.14a)$$

5.5 سرعت انتشار صوت در شاره‌ها. سرعت انتشار موج آکوستیکی را در يك شاره با ثابت c در 5.3 معرفی کردیم

$$c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \quad (5.5)$$

که در آن $dP/d\rho$ برای فراروند بی‌دررو در شرایط تعادل فشار و چگالی محاسبه می‌شود. سرعت انتشار یکی از خواص مشخص شاره به‌شمار می‌رود، و به‌جنس آن از لحاظ الاستیسیته و همچنین متغیرهای ترمودینامیکی آن از قبیل دما، فشار، و چگالی بستگی دارد. سرعت انتشار موجهای آکوستیکی معمولی و قابل احساس به وسیله گوش انسان به فرکانس و دامنه فشار یا تغییر مکان بستگی ندارد.

هنگامی که موج صوتی درگازی انتشار می‌یابد قانون گازهای کامل در فراروند بی‌دررو صورت مخصوصی از معادله 5.5 به دست می‌دهد. قانون بالا را بدینصورت می‌توان نوشت

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = K \quad (5.16)$$

که در آن γ نسبت گرمای ویژه در فشار ثابت به گرمای ویژه در حجم ثابت است و K مقدار ثابتی است. از مشتق رابطه بالا به دست می‌آید

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{\gamma P}{\rho} \quad (5.17)$$

اگر عبارت $dp/d\rho$ را برای شرایط تعادل فشار و چگالی یعنی P_0 و ρ_0 در معادله 5.5 بگذاریم، سرعت انتشار با رابطه زیر مشخص خواهد شد

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \quad (5.18)$$

در جدول ضمیمه‌ها مقادیرهای γ و ρ_0 در 0°C و فشار متعارفی $P_0 = 1.013 \times 10^5$ نیوتن بر متر مربع نموده شده است. پس، رابطه بالا سرعت انتشار صوت در هوا را بدین مقدار به دست می‌دهد

$$c_0 = \sqrt{\frac{1.402 \times 1.013 \times 10^5}{1.293}} = 331.6 \text{ meters/sec}$$

که با مقداری که از آزمایشهای مکرر به دست می‌آید با تقریب خوبی منطبق است؛ و این می‌رساند که فرض ابتدایی ما که گفتیم انبساط و تراکم، در انتشار موج، با فراروند بی‌درو صورت می‌گیرد، صحیح است.

در بسیاری از گازها نسبت P_0/ρ_0 به فشار بستگی ندارد. یعنی اگر فشار دو برابر شود چگالی نیز دو برابر می‌گردد و نسبت آن دو ثابت می‌ماند، و در نتیجه سرعت انتشار بستگی به فشار بارومتری ندارد. همچنین اگر هوا همگن و به یک دما باشد، سرعت انتشار صوت بستگی به ارتفاع نخواهد داشت. هیچیک از دو فرض بالا در عمل صادق نیست، یعنی ترکیب هوا در نقاط مختلف یکسان نیست و دمای آن نیز بر حسب ارتفاع تغییر می‌کند. ولی تغییر حاصل در اثر تغییر دما از تغییر آن در اثر تغییر ترکیب، نمایانتر است که می‌توان به طریق زیر به دست آورد.

یکی از اشکال قانون گازهای کامل بدینصورت است

$$\frac{P}{\rho} = rT$$

که در آن r ثابت گاز مربوط به جنس آن و T دمای مطلق بر حسب درجه کلوین (K°)، یعنی $T = t + 273$ است، که در آن t دما بر حسب سانتیگراد (C°) است. با در نظر گرفتن رابطه بالا سرعت چنین نوشته می‌شود

$$c = \sqrt{\gamma r T}$$

و این می‌رساند که سرعت انتشار صوت با جذر دمای مطلق آن متناسب است. رابطه c ، سرعت انتشار در T درجه کلوین، و c_0 سرعت انتشار در 0°C چنین است

$$c = c_0 \sqrt{\frac{T}{273}} = c_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273}} \quad (5.19)$$

هرگاه دمای سانتیگراد نسبت به 273 کوچک باشد، معادله بالا را به صورت تقریبی زیر می‌توان نوشت

$$c \approx c_0 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{273} \right) = c_0 + \frac{c_0 t}{546} \quad (5.19a)$$

برای هوا c_0 برابر 331.6 m/sec است و می‌توان نوشت

$$c = 331.6 + 0.6t \quad (5.20)$$

پیشبینی نظری سرعت صوت در آبگونها دشوارتر از گازهاست. ولی معادله‌ای مشابه معادله 5.18 در مورد اینگونه شاره‌ها می‌توان به دست آورد که چنین است

$$c = \sqrt{\frac{\gamma B_T}{\rho_0}} \quad (5.21)$$

که در آن B_T مدول تراکم همدماست که برای اندازه‌گیری تراکم آبگونها به کار می‌رود، و مقادیر آن و همچنین مقادیر کمیتهای دیگر در معادله بالا برای بعضی از آبگونها در جدول I ضمیمه‌ها نموده شده است. این مقادیر بستگی به دما و فشار دارند. بنابراین سرعت صوت در آبگونها با دما و فشار تغییر می‌کند. نظریه ساده‌ای برای پیشبینی این تغییرات به دست نیامده است^۱. ولی معادله تجربی زیر سرعت صوت را در آب مقطر در فشار يك جو به دست می‌دهد

$$c = 1403 + 5t - 0.06t^2 + 0.0003t^3 \quad (5.22)$$

که در آن t دما بر حسب سانتیگراد و c بر حسب متر بر ثانیه است، و آن را در فاصله 0°C تا 60°C با اشتباهی کمتر از 0.2 درصد سرعت صوت، می‌توان محاسبه کرد.

5.6 چگالی انرژی موجهای تخت. انرژی موجود در شاره در اثر انتشار موجهای آکوستیکی شامل دو نوع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است، که اولی در اثر حرکت ذرات شاره، و دومی در اثر تراکم آن پدیدار می‌شود.

حجم کوچکی به مقدار v_0 مشابه آنچه در 5.2 به شکل لایه‌ای به قطر dx در نظر گرفتیم اختیار می‌کنیم، که در آن سرعت تمام ذره‌ها را می‌توان یکسان و به مقدار u گرفت. انرژی جنبشی حاصل از انتشار موج در آن چنین است

1) Wilson, *J. Acoust. Soc. Am.*, **31**, 1067 (1959).

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \rho_0 u^2 V_0 \quad (5.23)$$

که در آن V_0 حجم ذره پیش از رسیدن موج به آن است و برابر $S dx$ می باشد. هنگامی که لایه بالا در اثر انتشار موج انبساط و تراکم می یابد، حجم آن V با معادله زیر تغییر می کند

$$V = V_0 \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \quad (5.24)$$

چنانکه شرح آن در 5.2 گذشت، تغییر انرژی پتانسیل در اثر تغییر حجم بالا این اندازه است:

$$\Delta E_p = - \int p dV \quad (5.25)$$

علامت منها می رساند که در اثر کار انجام یافته برای تراکم، حجم لایه کاهش می یابد، و انرژی پتانسیل با فشار آکوستیکی مثبت، افزایش پیدا می کند. برای حل انتگرال بالا لازم است دو متغیر p و V را به یک متغیر تبدیل کنیم. مثلاً از معادله 5.6 به جای $\partial \xi / \partial x$ در معادله 5.24 مقدار $p / \rho_0 c^2$ را قرار می دهیم

$$V = V_0 \left(1 - \frac{p}{\rho_0 c^2} \right)$$

که دیفرانسیل آن چنین است

$$dV = - \frac{V_0 dp}{\rho_0 c^2} \quad (5.26)$$

اگر مقدار dV را در معادله 5.25 قرار دهیم، انتگران آن قابل حل می گردد

$$\Delta E_p = \frac{V_0}{\rho_0 c^2} \int_0^p p dp = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c^2} V_0 \quad (5.27)$$

و انرژی آکوستیکی کل موجود در حجم V_0 چنین خواهد بود

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = \frac{1}{2} \rho_0 \left(u^2 + \frac{p^2}{\rho_0^2 c^2} \right) V_0 \quad (5.28)$$

و چگالی انرژی بر حسب ژول بر متر مکعب به مقدار زیر است:

$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{V_0} = \frac{1}{2} \rho_0 \left(u^2 + \frac{p^2}{\rho_0^2 c^2} \right) \quad (5.29)$$

برای تعیین چگالی لحظه‌ای انرژی هنگام انتشار موج در شاره در دو جهت مثبت و منفی x ، لازم است مقادیرهای u و p را از معادله‌های $5.12a$ و $5.14a$ در معادله 5.29 قرار دهیم. ولی اگر دوج را جدا از هم در نظر بگیریم، محاسبه بسیار ساده‌تر می‌شود. مثلاً اگر موج تخت در جهت x انتشار یابد مقایسه بین معادله‌های $5.12a$ و $5.14a$ رابطه p را بر حسب u به دست می‌دهد، که عبارت است از $p = \rho_0 c u$. با قرار دادن آن در معادله 5.29 ، u چگالی انرژی در موج پیشرونده چنین به دست می‌آید

$$\varepsilon_+ = \rho_0 u_+^2 \quad (5.30)$$

که در آن علامت $+$ نشانه عبور موج در جهت مثبت محور x است. همچنین در مورد موج پسرونده، یعنی موجی که در جهت منفی محور x حرکت می‌کند، می‌توان نوشت:

$$p = -\rho_0 c u$$

و از آنجا

$$\varepsilon_- = \rho_0 u_-^2 \quad (5.30a)$$

بنابراین چگالی لحظه‌ای انرژی آکوستیکی در موردی که هر دو موج حاضر باشند، چنین است.

$$\varepsilon = \varepsilon_+ + \varepsilon_- = \rho_0 (u_+^2 + u_-^2) \quad (5.31)$$

سرعت لحظه‌ای ذره در مورد موج تخت پیشرونده در جهت مثبت محور x ، تابعی از وضع ذره و زمان است. بنابراین، چگالی انرژی ε_+ ، در همه نقطه‌ها و همه جهت‌ها ثابت نیست. مقدار متوسط زمانی آن در هر نقطه چنین است

$$\bar{\varepsilon}_+^t = \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon_+ dt \quad (5.32)$$

که در آن انتگرال در زمان T که معرف یک دوره کامل از موج هارمونیک است محاسبه می‌شود. از معادله $5.14a$ می‌توان نوشت

$$u_+ = -\omega A \sin(\omega t - kx)$$

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_+^t &= \frac{1}{T} \int_0^T \rho_0 [-\omega A \sin(\omega t - kx)]^2 dt \\ &= \frac{\rho_0 \omega^2 A^2}{T} \int_0^T \left[\sin^2 \omega t \cos^2 kx + \cos^2 \omega t \sin^2 kx \right. \\ &\quad \left. \frac{\sin(2\omega t) \sin(2kx)}{2} \right] dt \end{aligned}$$

یا

$$\bar{\varepsilon}_+^t = \frac{\rho_0 \omega^2 A^2}{2} \quad (5.33)$$

اگر به جای ωA دامنه ماکسیمم سرعت، U_+ ، قرار دهیم، چگالی متوسط زمانی انرژی چنین کوتاه می‌شود

$$\bar{\varepsilon}_+^t = \frac{\rho_0 U_+^2}{2} \quad (5.33a)$$

همچنین اگر به جای ωA مقدار $P_+ / \rho_0 c$ قرار دهیم، که در آن دامنه فشار آکوستیکی است، چگالی متوسط زمانی انرژی به حسب دامنه فشار بدین صورت در می‌آید

$$\bar{\varepsilon}_+^t = \frac{P_+^2}{2\rho_0 c^2} \quad (5.33b)$$

همچنین چگالی متوسط مکانی انرژی را در لحظه معین می‌توان در فاصله یک طول موج چنین محاسبه کرد

$$\bar{\varepsilon}_+^x = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \varepsilon_+ dx$$

محاسبه فوق نشان می‌دهد که چگالی متوسط مکانی انرژی با چگالی متوسط زمانی انرژی با هم برابرند.
بنابراین

$$\bar{\varepsilon}_+^x = \frac{\rho_0 \omega^2 A^2}{2} = \frac{\rho_0 U_+^2}{2}, \text{ etc.} \quad (5.34)$$

با روشی همانند روش بالا، می‌توان نشان داد که چگالی متوسط مکانی انرژی با چگالی متوسط مکانی انرژی در موج تختی که در امتداد منفی محور x منتشر می‌شود با یکدیگر برابر و بدین مقادیرند

$$\bar{\varepsilon}_t = \bar{\varepsilon}_s = \frac{\rho_0 \omega^2 B^2}{2} = \frac{\rho_0 U_-^2}{2}, \text{ etc.} \quad (5.35)$$

معادله 5.29 که در مورد موج تخت به دست آمد، در انواع دیگر موجها، مانند موجهای کروی و اگرآ و موجهای استوانه‌ای نیز صادق است. ولی هیچیک از دو معادله 5.30a و 5.30b که در آنها از روابط $p = \pm \rho_0 c u$ استفاده شده است در موجهای کروی صادق نیستند؛ مگر در منطقه‌هایی که از نقطه منبع موج بسیار دور گرفته شوند تا بتوان سطح موج را در آن منطقه‌ها تخت فرض کرد.

5.7 شدت آکوستیکی. شدت آکوستیکی^۱ موج صوتی، I ، مقدار انرژی است که در واحد زمان از واحد سطح عمود بر امتداد انتشار موج می‌گذرد. واحد اصلی آن ژول بر ثانیه بر متر مربع است، که همچنین می‌توان آن را بر حسب وات بر متر مربع بیان کرده. در زمانی برابر dt ، مقدار انرژی dE که از واحد سطح عمود بر انتشار موج می‌گذرد در ستونی به طول cdt متر و حجم cdt متر مکعب گنجانیده می‌شود، و مقدار آن $\varepsilon c dt$ است. بنابراین، مقدار انرژی عبور کرده در واحد زمان از واحد سطح بدین مقدار است

$$\frac{dE}{dt} = \varepsilon c \quad (5.36)$$

و متوسط زمانی آن معرف شدت آکوستیکی است

$$I = \frac{dE}{dt} = \bar{\varepsilon}' c \quad (5.37)$$

پس شدت آکوستیکی موج تختی که در امتداد مثبت محور x انتشار می‌یابد چنین است

$$I_+ = c \bar{\varepsilon}_+ \quad (5.37a)$$

که به عبارتهای گوناگون می‌توان نوشت

$$I_+ = \frac{\rho_0 c \omega^2 A^2}{2} = \frac{\rho_0 c U_+^2}{2} = \frac{P_+^2}{2\rho_0 c} = \frac{P_+ U_+}{2} \quad (5.38)$$

به منظور نمایاندن شباهت معادله‌های بالا با معادله‌های نظیر آنها در موجهای الکترومغناطیسی و موجهای ولتاژ در خطهای انتقال انرژی و همچنین نمایش آنها به شکلی عملیتر، بهتر است

آنها را با دامنه‌های مؤثر بنویسیم

$$A_e = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad P_e = \frac{P}{\sqrt{2}}, \quad U_e = \frac{U}{\sqrt{2}} \quad (5.39)$$

بنابراین

$$I_+ = \rho_0 c \omega^2 A_e^2 = \rho_0 c U_e^2 = \frac{P_e^2}{\rho_0 c} = P_e U_e \quad (5.38a)$$

وقتی موج تخت در امتداد منفی محور x انتشار می‌یابد، شدت I_- نیز در امتداد منفی محور x است، چنانکه می‌توان نوشت

$$I_- = -c \bar{\delta}_- \quad (5.37b)$$

و

$$I_- = -\frac{\rho_0 c \omega^2 B_-^2}{2} = -\frac{\rho_0 c U_-^2}{2} = -\frac{P_-^2}{2\rho_0 c} = -\frac{P_- U_-}{2} \quad (5.40)$$

یا

$$I_- = -\rho_0 c \omega^2 B_-^2 = -\rho_0 c U_-^2, \text{ etc.} \quad (5.40a)$$

5.8 امپدانس آکوستیکی ویژه. نسبت فشار آکوستیکی را در محیطی که در آن موج انتشار می‌یابد به سرعت ذره‌ای آن، امپدانس آکوستیکی ویژه محیط برای آن نوع موج انتشار یافته می‌نامند. در موج تختی که در امتداد مثبت محور x انتشار یابد امپدانس آکوستیکی ویژه چنین است

$$z_+ = \frac{p_+}{u_+} = \frac{j\rho_0 c \omega \xi_+}{j\omega \xi_+} = \rho_0 c \quad (5.41)$$

و در مورد موج تختی که در جهت منفی محور x انتشار می‌یابد

$$z_- = \frac{p_-}{u_-} = \frac{-j\rho_0 c \omega \xi_-}{j\omega \xi_-} = -\rho_0 c \quad (5.41a)$$

امپدانس آکوستیکی ویژه برای موجهای تخت در امتداد مثبت یا منفی انتشار، مقداری است

حقیقی به قدر مطلق $\rho_0 c$. واحد آن در دستگاه MKS، کیلوگرم بر متر مربع یا ریل (ریل MKS) است. چنانکه می بینید، حاصل ضرب $\rho_0 c$ در بیشتر معادله‌های شدت موج ظاهر می شود. همچنین در فصلهای آینده روشن خواهد شد که این حاصل ضرب معنای مهمتری به عنوان خاصیت مشخص محیط خواهد داشت. بدین مناسبت آن را **امپدانس (مقاومت) مشخص** محیط گویند. گفتیم امپدانس آکوستیکی ویژه محیط در موجهای تخت پیشرونده مقداری است حقیقی. ولی در موجهای تخت ساکن یا موجهای واگرا چنین نیست. بطور کلی می توان روشن کرد که امپدانس z دارای دو قسمت، حقیقی r و انگاری jx است

$$z = \frac{p}{u} = r + jx \quad (5.42)$$

که در آن r **مقاومت آکوستیکی ویژه**، و x **راکتانس آکوستیکی ویژه** محیط برای موج مورد نظر نامیده می شود. از معادله‌های 5.41a و 5.41b نموده می شود که مقاومت آکوستیکی ویژه محیط برای موج تخت پیشرونده چنین است

$$r = \pm \rho_0 c \text{ rays} \quad (5.43)$$

که در آن علامت مثبت برای موجهای منتشر در جهت مثبت x ، و علامت منفی برای موجهای منتشر در جهت منفی x است. همچنین روشن است که در این نوع موجها راکتانس آکوستیکی ویژه صفر است. امپدانس مشخص فضا در موجهای آکوستیکی به عواملی مانند n ضریب شکست محیط برای موجهای نوری، یا امپدانس موج $\sqrt{\mu/\epsilon}$ در محیط دی الکتریک برای موجهای الکترومغناطیسی، یا امپدانس Z_0 انتقال خط الکتریکی شباهت دارد. یعنی هم بستگی به محیط و هم بستگی به خصوصیتهای موج منتشر در آن دارد. مقادیر عددی $\rho_0 c$ برای شاره‌های مختلف و همچنین برای موجهای تخت منتشر در بعضی از جامدها در جدول I ضمیمه نموده شده است.

5.9 استانداردهای آکوستیکی و شرایط مبنا. برای تعیین عوامل آکوستیکی استاندارد، از قبیل شدت، امپدانس آکوستیکی ویژه، فشار آکوستیکی و غیره، معمول این است که هوا را 20°C و فشار متعارفی اختیار کنند. در این دم و فشار، چگالی هوا 1.21 kg/m^3 و سرعت صوت 343 m/sec است. بنابراین امپدانس مشخص استاندارد هوا بدین مقدار است

$$\rho_0 c = 415 \text{ ریل}$$

(۱) rayl. این واحد را به یادبود Lord Rayleigh چنین نامیده‌اند.

بنابراین در حل مسائل یا مثالهای توضیحی، مقدار بالا به کار برده می‌شود مگر اینکه در حالت خاص شرایط دما و فشار را مشخص کرده باشند.

شدت استاندارد مبنا را برای صوتهای منتشر در هوا، معمولاً 10^{-12} وات بر متر مربع شدت است ($10^{-16} \text{ watt/cm}^2$) اختیار می‌کنند، که برای گوشهای عادی حد اقل شدت لازم برای احساس صوت خالص با فرکانس 1000 سیکل بر ثانیه است. اگر مقدار این شدت را در معادله 5.38 بگذاریم، دامنهٔ ماکسیمم فشار آکوستیکی را به دست می‌دهد

$$P = \sqrt{2\rho_0 c I} = \sqrt{2 \times 415 \times 10^{-12}} = 0.0000289 \text{ newton/m}^2$$

و مقدار مؤثر آن چنین است

$$P_e = \frac{P}{\sqrt{2}} = 0.0000204 \text{ newton/m}^2$$

معمولاً با چشمپوشی از رقم آخر اعشار، مقدار $0.00002 \text{ newton/m}^2$ را به‌عنوان مبنا فشار برای تعیین ترازهای فشار صوتی در هوا به کار می‌برند. این مبنا بر حسب دین بر سانتیمتر مربع برابر 0.0002 و بر حسب میکروبار، برابر 0.0002 است. سرعت صوت در آب با دمای آن تغییر می‌کند، در نتیجه امپدانس آکوستیکی ویژهٔ آب نیز متغیر است. در 20°C سرعت صوت در آب مقطر چنانکه از معادلهٔ 5.22 نمودار است برابر 1481.4 m/sec و چگالی آب در این درجه برابر 998.2 kg/m^3 است. در نتیجه امپدانس مشخص آب چنین است

$$(\rho_0 c)_{20} = 1,480,000 \text{ ریل}$$

و ما آن را به عنوان مقدار استاندارد در محاسبه‌های این کتاب به کار خواهیم برد. دو نوع فشار استاندارد را به عنوان مبنا برای تعیین ترازهای فشار صوتی در اندازه‌گیریهای درون آبی به کار می‌برند. یکی فشار مؤثر $0.00002 \text{ newton/m}^2$ یا معادل آن 0.0002 dyne/cm^2 یا 0.0002 میکرو بار است. این فشار با شدتی درون آب برابر $2.7 \times 10^{-16} = (0.00002)^2 / 1,480,000$ وات بر متر مربع است. دیگری فشار مؤثر به میزان 0.1 نیوتن بر متر مربع یا معادل آن 1 dyne/cm^2 یک دین بر سانتیمتر مربع یا یک میکروبار است. این فشار با شدتی درون آب، برابر $6.75 \times 10^{-9} = (0.1)^2 / 1,480,000$ وات بر متر مربع است. از بحث بالا نتیجه می‌شود که فشار 0.00002 نیوتن بر متر مربع در آب، شدتی

به مراتب بیش از هوا تولید می‌کند. معادله 5.38 نشان می‌دهد که به ازای فشار معین، شدت با عکس‌امپدانس مشخص محیط متناسب است. بنابراین نسبت شدتها در هوا و در آب برابر $3560 = 1,480,000/415$ می‌شود. از طرف دیگر، صورت دیگری از معادله 5.38 نشان می‌دهد که اگر در موج آکوستیکی مشابه به یک فرکانس و یک دامنه تغییر مکان، یکی در آب و دیگری در هوا منتشر شود، نسبت شدت یکی در آب 3560 برابر شدت دیگری در هواست.

5.10 نرده‌های دسی‌بل^۱. در پژوهشهای نظری پدیده‌های آکوستیکی بهتر است فشارهای صوتی را با واحد نیوتن بر متر مربع و شدتهای صوتی را با واحد وات بر متر مربع اندازه‌گیری کنیم. با این حال در کارهای مهندسی، عملی، آزمایشگاهی مقیاسهای لگاریتمی برای اندازه‌گیری کمیتهای بالا معمول شده است که آنها را **ترازهای صوت^۲** نامند. یکی از علل این کار وسعت حدود فشارها و شدتها در پدیده‌های آکوستیکی است. چنانکه ردیف شدت صوتی قابل شنیدن از 10^{-12} تا حدود 10 وات بر متر مربع وسعت دارد. به کار بردن مقیاس لگاریتمی حدود فوق را فشرده می‌کند. علت دوم خاصیت درونی احساس گوش است که تغییرات شدت را بر حسب لگاریتم نسبتهای معرف آن تغییرات، احساس می‌کند. بدین معنی که اگر بخواهیم احساس بلندی صوت در گوش به نسبت 1، 2، 3، 4، بالا رود، باید خود شدتها به نسبت 10، 100، 1000، 10000 تغییر کند. یکی از نتیجه‌های به کار بردن ترازهای لگاریتمی صوت این است که عوامل حاصلضرب در معادله‌های اصلی فشار و شدت به عوامل حاصل جمع و عوامل حاصل تقسیم به تفاضل بدل می‌شوند.

عادیترین مقیاس لگاریتمی برای سنجش تراز صوت نرده **دسی‌بل** است. **تراز شدت** (IL) صوتی به شدت I ، با این نرده با عبارت زیر تعریف می‌شود:

$$IL = 10 \log (I/I_0) \quad (5.44)$$

که در آن IL بر حسب دسی‌دبل (db) و I_0 شدت مبنا برابر 10^{-12} وات بر متر مربع در هوا است.^۳

چنانکه در 5.7 تشریح گردید، شدت و فشار مؤثر در موج تخت با معادله $I = P_0^2 / \rho_0 c$ به هم مربوطند و **تراز فشار صوت (SPL)** را بر حسب دسی‌بل می‌توان با عبارت زیر تعریف کرد:

1) decibel 2) sound levels

(۳) در این کتاب نشانه \log برای نمایاندن لگاریتمهای با پایه 10 و \ln برای لگاریتمهای با پایه e برگزیده شده است.

$$SPL = 20 \log (P_e/P_0) \quad (5.45)$$

که در آن P_e فشار مؤثر صوت و P_0 فشار میناست که معمولاً برابر 0.00002 نیوتن بر متر مربع یا معادل آن 0.0002 دین بر سانتیمتر مربع، یا 0.0002 میکروبار اختیار می‌گردد و این همان فشار مؤثر صوت در شدت مینای I_0 است. بنابراین به کار بردن هر يك از دو معادله فوق برای مقیاس تراز صوت در موجهای تخت پیش‌رونده به يك نتیجه منجر می‌گردد. در موردهای خاصی که شدت و فشار با معادله 5.38a به هم مربوط نباشند، مانند میدانهای صوتی درهم، چون موجهای ایستاده، یا میدانهای صوتی حاصل از سر و صدا که در جهت مشخص منتشر نمی‌شوند، به کار بردن دو معادله فوق به يك نتیجه نمی‌رسد. در میکروفون‌های هوایی و آبی که ولتاژ خروجی معمولاً برای سنجش عوامل آکوستیکی به کار می‌رود، چون ولتاژ خروجی با فشار آکوستیکی متناسب است بیشتر معادله 5.45 را برای سنجش تراز صوت به کار می‌برند.

اصطلاح تراز شدت در سنجش تراز صوت در آب معمول نشده است و تنها تراز فشار را به کار می‌برند. در این موردها نیز متأسفانه دو مینا اختیار شده که اگر بیدقتی شود سبب اشتباه می‌گردد. یکی فشار 0.0002 میکروبار (0.00002 نیوتن بر متر مربع) که در دستگاههای سنجش سر و صدای خروجی در کشتیها و سر و صداهای دیگر درون آب به کار می‌رود. دیگری يك میکروبار (0.1 نیوتن بر متر مربع) است که برای تحقیق مشخصات آکوستیکی تراگذارهای صوتی و میزان ساختن دستگاههای اندازه‌گیری درون آب معمول شده است. این دو گانگی در مینای فشار ممکن است در اندازه‌گیری و محاسبات سبب اشتباه شود. بدین جهت باید همیشه مینا را معرفی کرد. مثلاً 0.00002 're میکروبار یا 1e1 میکروبار. گوشزد می‌کنیم که دو تراز که با این دو مینا با دو عددمسای معرفی شوند، معرف دو صوت گوناگونند که اختلاف تراز شدتشان برابر 74db است. در این کتاب ترازهای صوتهای درون آبی با مینای يك میکروبار سنجیده شده است. جدول 5.1 روشهای گوناگون سنجش تراز را بر حسب دسی بل خلاصه می‌کند.

جدول 5.1 ترازهای صوت بر حسب دسی بل

محیط	نوع	وات برمتر مربع	I_0	$P_0(rms)^2$ شدت نسبی مربوط	تراز نسبی مربوط
		میکروبار	به صفر دسی بل	به صفر دسی بل	به صفر دسی بل
هوا	شدت	—	10^{-12}	1	0
هوا	فشار	—	—	0.0002	0
آب	فشار	—	—	0.0002	-35.5
آب	فشار	—	—	1.0	38.5

1) reference

مسائل

- 5.1.** با قرار دادن مستقیم، نشان دهید که رابطه $p = A(ct - x)e^{-a(ct - x)}$ در معادله $5.9a$ برای موج تخت، صادق است. برای این تابع، رابطه‌ای بین p ، فشار آکوستیکی و u ، سرعت ذره‌ای به دست آورید.
- 5.2.** در به دست آوردن معادله موج تخت، از اختلاف بین du/dt ، شتاب یک ذره که با شاره در حرکت است و $\partial u/\partial t$ ، شتاب ذرات در یک نقطه ثابت از فضا چشمپوشی شده است. (a) نشان دهید که $du/dt = \partial u/\partial t + u(\partial u/\partial x)$. (b) نشان دهید که برای موج‌های تخت نسبت $u(\partial u/\partial x)$ به $\partial u/\partial t$ برابر تراکم s است. (c) این نسبت برای صوتی به تراز شدت 130db در هوا، چقدر است؟
- 5.3.** (a) معادله‌ای به دست آورید که افزایش بی‌دررو دمای ΔT را که در یک گاز به وسیله فشار آکوستیکی p ایجاد می‌شود، به دست دهد. (b) دامنه تغییرات دمایی که به وسیله صوتی به شدت 10 وات بر متر مربع در هوای 20°C و فشار یک آتمسفر ایجاد می‌گردد چقدر است؟
- 5.4.** شدت یک موج صوتی را می‌توان از مقدار متوسط زمانی کاری که در واحد سطح در شاره انجام شده، به دست آورد، $I = (\frac{1}{T} \int_0^T p u dt)$. نشان دهید که برای موج‌های هم‌فاز، این مقدار به معادله 5.38 منجر می‌گردد.
- 5.5.** با قرار دادن مقادیر فشار آکوستیکی p و سرعت ذره‌ای u از معادله‌های $5.12a$ و $5.14a$ در معادله 5.29 ، نشان دهید که نتیجه آن معادل است با معادله 5.31 .
- 5.6.** (a) نشان دهید که موج تختی که دارای فشار آکوستیکی مؤثر یک میکروبار در هواست دارای تراز شدت 74db است. (b) شدتی که به وسیله یک موج تخت آکوستیکی در آب به تراز فشار صوتی 120db نسبت به یک میکروبار، بر حسب وات بر متر مربع ایجاد می‌شود چقدر است؟
- 5.7.** یک دسته موج تخت در آب دارای 100 وات توان آکوستیکی است که به طور یکنواخت در یک مقطع دایره‌شکل به قطر 40cm پخش گردیده است. تعیین کنید: (a) شدت دسته را بر حسب وات بر متر مربع؛ (b) دامنه فشار صوتی‌را؛ (c) دامنه آکوستیکی سرعت ذره‌ای‌را؛ (d) دامنه تغییر مکان ذره آکوستیکی‌را؛ (e) دامنه تراکم‌را؛ (f) فشار مؤثر یا rms ‌را؛ (g) تراز فشار صوتی‌را با re یک میکروبار.
- 5.8.** یک موج تخت صوتی در هوا به فرکانس 100 سیکل بر ثانیه دارای دامنه فشار ماکسیمم 2 نیوتن بر متر مربع است. (a) شدت آن چقدر است؟ (b) تراز شدت آن چقدر است؟ (c) دامنه تغییر مکان ماکسیمم ذره‌ای آن چقدر است؟ (d) فشار مؤثر آن چقدر است؟ (e) تراز فشار صوتی آن با $0.0002 re$ میکروبار، چقدر است.
- 5.9.** (a) چگالی انرژی و فشار مؤثر یک موج تخت را در هوا با تراز شدت 70db تعیین کنید. (b) چگالی انرژی و فشار مؤثر یک موج تخت را در آب با تراز فشار صوتی

re و $70db$ يك ميكروبار تعيين كنيد.

5.10. (a) به وسیله معادله 5.21 سرعت صوت را در آب مقطر $30^{\circ}C$ تعیین کنید.

(b) در این دما میزان تغییرات سرعت صوت در آب نسبت به دما چقدر است؟

5.11. (a) نشان دهید که امپدانس مشخص $\rho_0 c$ يك گاز، بطور معکوس با ریشه دوم

دمای مطلق T متناسب است. (b) امپدانس مشخص هوا در $0^{\circ}C$ و $80^{\circ}C$ چقدر است؟ (c)

اگر دامنه فشار يك موج صوتی ثابت بماند، هنگامی که دما از $0^{\circ}C$ تا $80^{\circ}C$ تغییر می کند

درصد تغییرات شدت آن چقدر است؟ (d) تغییر متناظر تراز شدت و تراز فشار آن چه مقدار

خواهد بود؟

5.12. هنگامی که دامنه فشار صوتی از فشار هیدروستاتیک در آب بیشتر شود ممکن

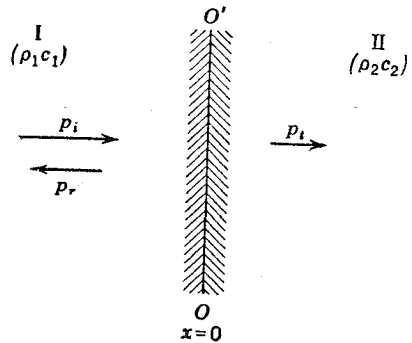
است در سطح تراگذار صوتی حفره ایجاد شود. (a) برای فشار هیدروستاتیک $200'000$

نیوتن بر متر مربع، بیشترین شدتی که ممکن است بدون ایجاد حفره تشعشع شود چیست؟

(b) تراز فشار این صوت با re يك ميكروبار چقدر است؟

پدیده‌های تراکسیل^۱

6.1 تغییرات در محیط. هنگامی که موج تخت پیش‌رونده‌ای در محیط شاره‌ای به حد فاصل بین آن محیط و محیط دیگری می‌رسد مقداری از آن بازتابیده شده در محیط اول منتشر می‌گردد و بقیه از حد فاصل گذشته در محیط دوم به پیشروی خود ادامه می‌دهد و آنرا موج تراکسیلیده^۲ گویند. نسبتهای شدتها و دامنه‌های فشار موجهای بازتابیده و تراکسیلیده، به شدت و دامنه فشار موج تابش، بستگی به امپدانسهای مشخص دو محیط و زاویه تابش موج اصلی دارد. مطالعه تراکسیل موج از شاره‌ای به شاره دیگر هنگامی که حد فاصل دو شاره مسطح و تابش عمودی باشد، ساده است. نخست آن را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.



6.2 تراکسیل از يك شاره به شاره دیگر
در تابش عمودی. حد فاصل دو محیط سطح OO' ، امپدانس مشخص محیط اول، $\rho_1 c_1$ و امپدانس مشخص محیط دوم $\rho_2 c_2$ است، شکل 6.1، که در آنها p_1 و p_2 چگالیهای دو محیط در حال تعادل، یعنی پیش از ورود موج در آنهاست.

شکل 6.1. بازتاب و تراکسیل
موجهای تخت از مرز میان دو محیط.

اکنون يك موج تخت تابشی در نظر می‌گیریم که در محیط اول در جهت مثبت x پیشروی کند و بطور عمود بر صفحه مرزی دو

محیط بتابد. این موج تابش را چنین می‌توان نشان داد

$$p_i = A_1 e^{j(\omega t - k_1 x)} \quad (6.1)$$

که در آن A_1 ثابتی است حقیقی معرف دامنه فشار موج. در برخورد به مرز دو محیط که برای آسانی در $x=0$ در نظر گرفته می‌شود، موج بازتابیده با معادله

$$p_r = B_1 e^{j(\omega t + k_1 x)} \quad (6.2)$$

و موج تراگسیلیده با معادله

$$p_t = A_2 e^{j(\omega t - k_2 x)} \quad (6.3)$$

معرفی می‌شوند. موج تراگسیلیده دارای فرکانسی برابر موج تابش است ولی به سبب اختلاف سرعت‌های انتشار c_1 و c_2 در دو محیط، ثابت‌های طول موج، $k_1 = \omega/c_1$ در محیط I و $k_2 = \omega/c_2$ در محیط II با هم اختلاف دارند.

دو شرط مرزی برای تمام نقاط حد فاصل دو محیط، به‌ازای تمام مقادیر زمان صادقند. یکی یکسان بودن فشار آکوستیکی دو محیط در آن نقاط و دیگری یکسان بودن سرعت لحظه‌ای عمود بر حد فاصل دو محیط. شرط اول، یعنی پیوستگی فشار نتیجه این قانون اساسی است که فشار در یک شاره، تابعی پیوسته^۱، یک مقدار^۲، و نرده‌ای^۳ است. شرط دوم نتیجه این است که دو محیط در نقاط حد فاصل به هم اتصال دائم دارند.

چون فشار کمیتهی نرده‌ای است مقدار آن در محیط اول برابر $p_i + p_r$ و در محیط دوم p_t است بنابراین شرط مرزی اول در نقطه $x=0$ به این معادله منجر می‌گردد:

$$A_1 e^{j\omega t} + B_1 e^{j\omega t} = A_2 e^{j\omega t}$$

بنابراین

$$A_1 + B_1 = A_2 \quad (6.4)$$

سرعت هر نقطه در محیط اول برابر $u_i + u_r$ و در محیط دوم برابر u_t است. سرعت‌های ذره‌ای u_i و u_r و u_t موج‌های تابش، بازتاب، و تراگسیل از معادلات 5.41 و

5.41a چنین به دست می‌آیند

$$u_i = \frac{P_i}{\rho_1 c_1}, \quad u_r = \frac{P_r}{-\rho_1 c_1}, \quad \text{و} \quad u_t = \frac{P_t}{\rho_2 c_2} \quad (6.5)$$

شرط دوم پیوستگی سرعت در نقطه $x=0$ با رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{P_i}{\rho_1 c_1} - \frac{P_r}{\rho_1 c_1} = \frac{P_t}{\rho_2 c_2}$$

که اگر مقادیر فشار را در آن قرار دهیم معادله زیر به دست می‌آید:

$$\rho_2 c_2 (A_1 - B_1) = \rho_1 c_1 A_2 \quad (6.6)$$

اگر با ترکیب دو معادله 6.4 و 6.6، A_2 را حذف کنیم چنین به دست می‌آید

$$B_1 = A_1 \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \quad (6.7)$$

چنانکه از معادله بالا نمایان است ثابت مختلط B_1 مقداری است حقیقی برابر B_1 که به ازای $\rho_2 c_2 > \rho_1 c_1$ مثبت و به ازای $\rho_2 c_2 < \rho_1 c_1$ منفی است. بنابراین فشار آکوستیکی موج بازتاب در حد فاصل دو محیط با موج تابش همفاز یا با آن 180° اختلاف فاز دارد؛ بنابر آنکه B_1 مثبت باشد یا منفی. هنگامی که امیدانس مشخص محیط دوم بیش از امیدانس مشخص محیط اول باشد، یعنی مثلاً فرض کنیم که محیط تابش هوا و محیط تراگسیل آب باشد، اگر فشار تابش افزایش یابد فشار بازتاب هم افزایش خواهد یافت؛ یا به عبارت دیگر تراکم در تابش سبب تراکم در بازتاب می‌گردد. از طرف دیگر اگر $\rho_2 c_2 < \rho_1 c_1$ باشد، یعنی مثلاً موج تابش در آب و موج تراگسیل در هوا باشد، افزایش فشار تابش سبب کاهش فشار بازتاب می‌گردد؛ یا به عبارت دیگر تراکم در تابش سبب انبساط در بازتاب می‌شود. معمولاً نسبت دامنه فشار موج بازتاب به دامنه فشار موج تابش همچنانکه از معادله 6.7 نمایان است، کوچکتر از واحد است مگر در حالت حد هنگامی که $(\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1) \rightarrow \infty$ یعنی بازتاب از برخورد به محیط غیر قابل تراکم یا خیلی غلیظ رخ دهد، و دیگری $(\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1) \rightarrow 0$ ، یعنی بازتاب از برخورد به محیط بسیار قابل تراکم یا خیلی رقیق، ایجاد شود.

بنابراین وقتی $\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1 \rightarrow \infty$ موج با کاهش جزیی دامنه و بدون تغییر فاز بازتاب می‌یابد و دامنه فشار موجهای ایستاده^۱ حاصل در سطح حد فاصل، دارای شکم می‌شود که مقدار

آن دو برابر دامنه فشار موج تابش است ولی اگر $\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1 \rightarrow 0$ دامنه فشار موج بازتاب تقریباً برابر دامنه فشار موج تابش است و چون این دو با هم اختلاف فازی برابر 180° دارند موجهای ایستاده حاصل بر سطح حد فاصل در محیط اول ایجاد گره می‌کند و دامنه فشار آکوستیکی در این نقطه به سوی صفر می‌گراید. اگر نسبت $\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1$ از مقادیر زیاد به سمت یک کاهش یابد یا از مقادیر کم به سمت یک افزایش یابد، دامنه B_1 به سمت صفر میل خواهد کرد، و در نتیجه ایجاد موجهای ایستاده نامحسوس می‌گردد، و دامنه فشار چه در نقاط گرهی و چه در نقاط شکم به سمت دامنه فشار موج تابش میل می‌کند. فشار آکوستیکی p_1 در هر نقطه از محیط اول مجموع قسمت حقیقی معادله 6.1 و قسمت حقیقی معادله 6.2 است. بنابراین

$$p_1 = A_1 \cos(\omega t - k_1 x) + B_1 \cos(\omega t + k_1 x) \quad (6.8)$$

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی، مانند

$$\cos(\omega t - k_1 x) = \cos \omega t \cos k_1 x + \sin \omega t \sin k_1 x,$$

معادله 6.8 را می‌توان چنین نوشت

$$p_1 = [(A_1 + B_1)^2 \cos^2 k_1 x + (A_1 - B_1)^2 \sin^2 k_1 x]^{1/2} \cos(\omega t + \phi) \quad (6.8a)$$

که در تشریح موجهای ایستاده بسیار مورد استفاده واقع می‌شود. هنگامی که دامنه ثابت B_1 مثبت است، دامنه ماکسیمم فشار $A_1 + B_1$ در نقاطی ایجاد می‌گردد که $\cos^2 k_1 x = 1$ باشد، یعنی در نقطه‌های $x = 0, -\lambda_1/2, -2\lambda_1/2, -3\lambda_1/2, \dots$. دامنه می‌نیم فشار $A_1 - B_1$ در نقطه‌هایی ایجاد می‌گردد که $\sin^2 k_1 x = 1$ باشد، یعنی:

$$x = -\lambda_1/4, -3\lambda_1/4, -5\lambda_1/4, \dots$$

در حالت خاص که $\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$ می‌شود، دامنه فشار موج بازتاب B_1 برابر صفر است، یعنی موج بازتاب تشکیل نمی‌شود. در این حالت خاص می‌توان موجی را از یک محیط به محیط دیگر منتقل کرد بدون اینکه انرژی آکوستیکی بازتاب کند. چنانکه در موج تخت شرح آن گذشت، شدت موج تخت با معادله 5.38 معرفی می‌شود

$$I = \frac{p^2}{2\rho_0 c}$$

بنابراین نسبت شدتهای موج بازتاب و موج تابش را برحسب مشخصات دو محیط می توان به دست آورد

$$\alpha_r = \frac{I_r}{I_i} = \frac{B_1^2}{A_1^2} = \left(\frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \right)^2 \quad (6.9)$$

که α_r را ضریب توان صوتی بازتاب می نامند.

از ترکیب دو معادله 6.4 و 6.6 می توان B_1 را حذف کرد، و دامنه فشار موج تراگیل را برحسب A_1 به دست آورد

$$A_2 = A_1 \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \quad (6.10)$$

چنانکه ملاحظه می شود، ثابت فرضی مختلط A_2 حقیقی و مثبت است و می رساند که فشار موج تراگیل در حد فاصل بین دو محیط با موج تابش همفاز است، و مقدار آن در موردی که نسبت $\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1$ زیاد باشد، یعنی مثلاً موج از هوا داخل آب شود، نزدیک $2A_1$ ، و در موردی که این نسبت کوچک باشد، یعنی مثلاً موج از آب داخل هوا شود، مقدار آن به صفر نزدیک می گردد.

ضریب توان صوتی تراگیل α_t با این رابطه معرفی می شود

$$\alpha_t = \frac{I_t}{I_i} = \frac{A_2^2 / 2\rho_2 c_2}{A_1^2 / 2\rho_1 c_1} = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \cdot \frac{A_2^2}{A_1^2}$$

یا

$$\alpha_t = \frac{4\rho_2 c_2 \rho_1 c_1}{(\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1)^2} \quad (6.11)$$

گوشزد می کنیم که هرگاه مقادیرهای $\rho_2 c_2$ و $\rho_1 c_1$ با هم اختلاف فاز داشته باشند ضریب توان صوتی تراگیل α_t کوچک است. بعلاوه، چنانکه از تقارن معادله 6.11 نمایان است α_t بستگی به امتداد حرکت موج ندارد؛ یعنی مقدار آن در انتقال موج از محیط اول به محیط دوم یا از محیط دوم به محیط اول (هوا به آب یا آب به هوا) ثابت می ماند. اگر مقادیرهای استاندارد امپدانس مشخص آب و هوا را در معادله 6.11 قرار دهیم، α_t در مورد آب و هوا بدین مقدار محاسبه می شود

$$\alpha_t = \frac{4 \times 1,480,000 \times 415}{(1,480,000 + 415)^2} = 0.00112$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، موجی که بطور عمود از آب وارد هوا می‌گردد یا از هوا وارد آب می‌شود، از شدتش به میزانی که ضریب توان صوتی تراگسیل آن برابر 0.00112 گردد، کاسته می‌شود.

6.3 بازتاب از سطح جامد؛ تابش عمودی. بازتاب موجهای تخت در يك شاره که از بر خورد به يك جامد ایجاد گردد قدری پیچیده‌تر از بازتابی است که از برخورد به يك شاره ایجاد می‌شود. به منظور محدود ساختن بررسی بازتاب از يك جامد از تجزیه و تحلیل موج تختی که وارد جامد می‌شود صرف نظر می‌کنیم. در عوض رفتار این موج را با پارامتر z_n ، امپدانس آکوستیکی ویژه عمودی جامد^۱، مشخص می‌کنیم. z_n برابر نسبت فشار آکوستیکی وارد بر سطح جامد به سرعت شاره عمود بر سطح جامد است. از آنجا که ممکن است فشار آکوستیکی با سرعت شاره در سطح جامد همیشه همفاز نباشند امپدانس آکوستیکی ویژه عمودی ممکن است مختلط باشد و در نتیجه

$$z_n = r_n + jx_n \quad (6.12)$$

که r_n مؤلفه مقاوم^۲ و x_n مؤلفه واکنشی^۳ آن است. اینک فرض می‌کنیم شاره محیط II در شکل 6.1 به وسیله محیط جامدی جایگزین شده باشد. شرایط مرزی پیوستگی فشار و پیوستگی سرعت ذره‌ای در $x=0$ که در بند 6.2 جداگانه به کار رفت، در این مورد به صورت شرط پیوستگی نسبت آنها یعنی

$$\frac{p_i + p_r}{u_i + u_r} = z_n \quad (6.13)$$

در $x=0$ در می‌آید. اگر مقادیر فشار و سرعت ذره‌ای را در $x=0$ از معادله‌های 6.1، 6.2 و 6.5 در معادله بالا قرار دهیم به این صورت در می‌آید

$$\frac{(A_1 + B_1)\rho_1 c_1}{(A_1 - B_1)} = z_n \quad (6.13a)$$

با حل کردن معادله 6.13a برای B_1 خواهیم داشت

- 1) normal specific acoustic impedance of the solid
2) resistive component
3) reactive component

$$B_1 = A_1 \frac{z_n - \rho_1 c_1}{z_n + \rho_1 c_1} \quad (6.14)$$

یا با قراردادن مقدار z_n از معادله 6.12

$$B_1 = A_1 \frac{(r_n - \rho_1 c_1) + jx_n}{(r_n + \rho_1 c_1) + jx_n} \quad (6.14a)$$

باید توجه کرد که هنگامی که z_n حقیقی باشد، معادله 6.14 با معادله 6.7 معادل می‌شود. اگر z_n حقیقی نباشد B_1 مختلط خواهد بود، و در نتیجه موج بازتاب در مرز ممکن است از موج تابش به‌میزانی بین 0° تا 180° جلو یا عقب باشد. با استخراج مقدار طرف راست معادله 6.14a خواهیم داشت

$$B_1 = A_1 \left[\frac{(r_n - \rho_1 c_1)^2 + x_n^2}{(r_n + \rho_1 c_1)^2 + x_n^2} \right]^{1/2} \quad (6.14b)$$

که رابطه‌ای است برای به دست آوردن مقدار دامنه فشار بازتاب. در این حالت ضریب توان صوتی بازتاب چنین خواهد شد

$$\alpha_r = \frac{B_1^2}{A_1^2} = \frac{(r_n - \rho_1 c_1)^2 + x_n^2}{(r_n + \rho_1 c_1)^2 + x_n^2} \quad (6.15)$$

ضریب توان صوتی تراگسیل را می‌توان از این معادله به دست آورد

$$\alpha_t = (1 - \alpha_r) \quad (6.16)$$

معادله بالا بیانی از پایداری بودن انرژی آکوستیکی است، بدین معنی که مجموع توانهای بازتاب و تراگسیل باید برابر توان تابشی گردد. پس

$$\alpha_t = \frac{4r_n \rho_1 c_1}{(r_n + \rho_1 c_1)^2 + x_n^2} \quad (6.17)$$

در بسیاری از حالتها، موج تراگسیل در جامد به‌زودی کاهش می‌یابد و انرژی آن جذب محیط می‌گردد. در نتیجه، ضریب معادله 6.17 را غالباً α_r ، ضریب جذب توان صوتی سطح برای تابش عمودی موجها، می‌گیرند.

اینک حالتی را در نظر می‌گیریم که در آن بازتاب موج از سطوح جامدات سخت و غیر متخلخل مانند فولاد، شیشه، سیمان، و غیره رخ دهد. هرگاه محیط این مواد را غیر محدود

یا به‌میزانی محدود فرض کنیم که سطح موج لااقل به‌مساحت چند طول موج در آن پیشروی کند، سه نوع موج الاستیک در آن مواد منتشر می‌شود که شامل موجهای تخت طولی و برشی هستند. در یک جامد ایزوتروپ^۱ که دارای سطح مقطع وسیعی عمود بر امتداد انتشار موج باشد، سرعت حجمی^۲ یا سرعت سطحی^۳ موجهای طولی چنین است

$$c = \sqrt{\frac{B + \frac{4}{3}G}{\rho_0}} \quad (6.18)$$

که در آن B و G به ترتیب مدولهای حجمی و برشی جامد هستند. مقادیر سرعت حجمی c و همچنین امیدانس مشخص $\rho_0 c$ برای جامدهای مختلف در جدول I ضمیمه آورده شده است. باید متذکر شد که سرعت حجمی c ، در هر ماده از سرعت موجهای طولی در میله‌های نازک از همان ماده که در فصل سوم شرح آن گذشت بیشتر است. بنابراین در معادله‌های بالا اگر به‌جای z_n ، مقادیر عددی امیدانس مشخص حجمی $\rho_0 c$ حساب شده در مواد جامد مندرج در جدول I را قرار دهیم، می‌توان معادله‌های بالا را برای بحث بازتاب و تراکسیل موجها در سطوح آن مواد به کار برد.

در مواردی که محیط جامد بسیار نازک یا قابل انعطاف باشد چنانکه تمام آن هنگام برخورد موج مانند پوسته و ورق نازک به ارتعاش در آید، مقدار z_n را نمی‌توان برابر $\rho_0 c$ مربوط به سرعت حجمی قرار داد. در این حالت اینگونه صفحات دارای امیدانس آکوستیکی ویژه عمودی هستند که از حاصل تقسیم فشار آکوستیکی وارد بر آن سطوح بر سرعت ارتعاش آنها به دست می‌آید و با روشهایی مانند روشی که در پوسته‌واداشته در بند 4.8 به کار بردیم می‌توان به دست آورد.

بالاخره در موردهایی که مواد جامد متخلخل باشند مانند سفال آکوستیکی، پشم معدنی، آجرهای متخلخل، نمد و غیره. تأثیر فشار آکوستیکی بر آنها تنها تراکم الاستیکی جامد نیست، بلکه سبب حرکت رفت و آمدی شاره همراه آن می‌گردد. در اینگونه مواد امیدانس آکوستیکی ویژه عمودی در سطح برخورد موج، دارای مؤلفه مقاوم و مؤلفه واکنشی است که هر دوی آنها معمولاً به فرکانس بستگی دارند، و همچنین عوامل دیگری مانند ضخامت، تخلخل و چگالی نیز در آنها مؤثر است، و می‌توان برای بررسی به‌مأخذ زیر مراجعه کرد^۴.

6.4 تشکیل موجهای ایستاده. هنگامی که موج از یک سطح تخت مرزی در شاره بازتاب می‌کند موجهای ایستاده در شاره ایجاد می‌شوند. اگر دامنه ثابت موج بازتاب مختلط باشد،

می‌توان با همان روشی که در بند 6.2 استفاده شد، نشان داد که P_1 موج ایستاده چنین است

$$P_1 = [(A_1 + B_1)^2 \cos^2(k_1x + \theta/2) + (A_1 - B_1)^2 \sin^2(k_1x + \theta/2)]^{1/2} \quad (6.19)$$

که در آن θ يك زاویه فاز است و با رابطه زیر تعیین می‌شود

$$B_1 = A_1 e^{j\theta} \quad (6.20)$$

این زاویه θ نشان می‌دهد که فشار بازتاب در سطح جامد نسبت به فشار تابش چه مقدار جلو یا عقب است.

ایجاد موجهای ایستاده اندازه‌گیری دامنه فشار موج تابش را مشکل می‌سازد. بدین سبب در این گونه موردها اندازه‌گیری در هوا را در اتاقهای مخصوصی به نام **اتاقهای بی‌پژواک**^۱ و اندازه‌گیری در آب را در **محفظه‌های بی‌پژواک**^۲ انجام می‌دهند که در آنها دیواره‌های پرخورد موج، جاذب، کامل است و موجهای بازتاب از آنها بسیار ناچیز.

برعکس ایجاد موجهای ایستاده در محاسبه z_{in} ، امپدانس آکوستیکی ویژه عمودی سطح، راهی به دست می‌دهد که همان روشی است که برای اندازه‌گیری امپدانس انتهائی مجهول خط انتقال انرژی بر حسب امپدانس خط، به کار برده می‌شود. اگر مقدار و فاز دامنه فشار بازتاب B_1 را بر حسب دامنه A_1 اندازه‌گیری کنند و در معادله 6.13a بنهند z_{in} بر حسب $\rho_1 c_1$ امپدانس مشخص شاره محاسبه می‌شود. مقدار B_1 بر حسب A_1 با اندازه‌گیری نسبت دامنه فشار موج ایستاده در يك شکم به دامنه فشار آن در يك نقطه گرهی امکان‌پذیر است، و آن را با علامت ^{3}SWR نشان می‌دهند.

$$SWR = \frac{A_1 + B_1}{A_1 - B_1} \quad (6.21)$$

این معادله را می‌توان بر حسب B_1/A_1 چنین به دست آورد

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{SWR - 1}{SWR + 1} \quad (6.21a)$$

بالاخره برای اندازه‌گیری فاز θ وضع اولین شکم یا اولین گره را نسبت به سطح بازتاب تعیین می‌کنند. چنانکه از معادله 6.19 هویدا است، نقاط گرهی در موضعی هستند که $\sin(k_1x + \theta/2) = 0$ برابر واحد شود و نخستین گره در فاصله‌ای از سطح به مقدار x قرار دارد که در رابطه $k_1x + \theta/2 = -\pi/2$ صادق باشد و با تعیین تجربی x می‌توان θ را

1) anechoic chambers

2) anechoic tanks

3) standing wave ratio

محاسبه کرد.

$$\theta = -\pi - 2k_1x \quad (6.22)$$

با روش بالا می‌توان z_n را محاسبه کرد. مثلاً فرض کنیم در موردی از تشکیل موج ایستاده، $SWR=2$ و اولین گره به فاصله $3/8$ طول موج از سطح بازتاب باشد، یعنی $x = -3\lambda_1/8$. علامت منفی می‌رساند که مختصات نقاط واقع بر سطح بازتاب صفر و جهت مثبت x در جهت پیشروی موج تابش است. اگر مقدار x را در معادله 6.22 قرار دهیم θ محاسبه می‌شود

$$\theta = -\pi - 2(2\pi/\lambda_1)(-3\lambda_1/8) = \pi/2.$$

و چون $SWR=2$ را در معادله 6.21 قرار دهیم مقدار B_1/A_1 برابر $1/3$ می‌شود و دامنه مختلط فشار موج بازتاب بدین مقدار به دست می‌آید

$$B_1 = (A_1/3)e^{j\pi/2} = j(A_1/3)$$

که اگر آن را در معادله 6.13a بنهیم چنین نتیجه می‌شود

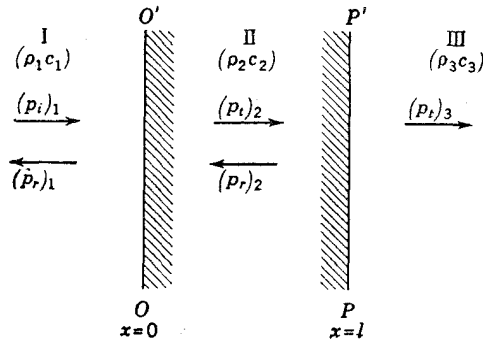
$$z_n = (0.8 + j0.6)\rho_1c_1$$

در عمل برای سهولت از جدولی به نام جدول اسمیت^۱ استفاده می‌شود که با مشخص بودن SWR و وضع اولین گره مجاور صفحه بازتاب، مقادیر r_n/ρ_1c_1 و x_n/ρ_1c_1 در آن خوانده می‌شود و احتیاجی به محاسبه بالا نیست.^۲

6.5 تراگسیل از سه محیط؛ تابش عمودی. اینک فرض می‌کنیم موج تابش در جهت مثبت x به سطح تخت OO' ، سطح جدایی محیط اول و دوم، به مختصات $x=0$ برخورد کند و از آن گذشته به محیط دوم برسد و همچنین به سطح تخت PP' به مختصات $x=l$ ، سطح جدایی محیط دوم و سوم برخورد کند، و سپس از آن گذشته داخل محیط سوم شود (شکل 6.2). امپدانسهای مشخص محیطها را به ترتیب ρ_1c_1 ، ρ_2c_2 و ρ_3c_3 فرض می‌کنیم.

1) Smith chart

2) Beranek, *Acoustic Measurements*, 317-321, John Wiley and Sons, (1949).



شکل 6.2. تراگیسل موجهای تخت از در مرز.

موج تابش در محیط اول را می‌توان با این معادله نمایش داد:

$$(p_i)_1 = A_1 e^{j(\omega t - k_1 x)} \tag{6.23}$$

هنگامی که این موج به سطح جدایی دو محیط OO' می‌رسد مقداری از انرژی آن بازتاب می‌کند و مقداری دیگر وارد محیط دوم می‌شود و این یکی به نوبه خود پس از برخورد به سطح PP' ، سطح جدایی محیط‌های دوم و سوم به دو قسمت می‌شود؛ قسمتی بازتاب می‌یابد و قسمت دیگر به محیط دوم وارد شده به انتشار خود ادامه می‌دهد. اگر این پدیده را دقیقتر بررسی کنیم به این نتیجه می‌رسیم که مقداری از موج وارد شده در محیط دوم پس از عبور از آن از سطح $x=l$ بازتاب می‌یابد و به سطح $x=0$ بر می‌گردد و در برخورد به آن سطح مقداری از آن دوباره بازتاب یافته به محیط دوم باز می‌گردد و با موجی که قبلاً از محیط اول در آن وارد شده است جمع می‌شود، و بقیه به محیط اول وارد شده با موج بازتاب موجود در آن جمع می‌گردد. این فراروند^۱ پی‌درپی ادامه می‌یابد تا جایی که پس از تعدادی کافی بازتاب و تراگیسل، حالت تعادلی از لحاظ انرژی موجی در محیط دوم پدیدار شود. از این پس و در این حالت است که می‌توان پذیرفت که مجموع انرژی موج بازتاب در محیط اول به اضافه موج تراگیسل در محیط سوم برابر موج تابش است. در این شرایط، موج بازتاب در محیط اول را می‌توان با معادله زیر نمایش داد

$$(p_r)_1 = B_1 e^{j(\omega t + k_1 x)} \tag{6.24}$$

و موج تراگیسل و بازتاب در محیط دوم با معادله‌های

۱) process. عمل عبور پیوسته از یک سلسله کارها، رویدادها، یا مرحله‌های تحولی؛ عمل پیشرفت یافتن یا انجام شدن پیوسته؛ حرکت پیوسته رو به جلو. -م.

$$(\mathbf{p}_t)_2 = \mathbf{A}_2 e^{j(\omega t - k_2 x)} \quad (6.25)$$

$$(\mathbf{p}_r)_2 = \mathbf{B}_2 e^{j(\omega t + k_2 x)} \quad (6.26)$$

و موج تراگسیل در محیط سوم با معادله

$$(\mathbf{p}_t)_3 = \mathbf{A}_3 e^{j[\omega t - k_3(x-l)]} \quad (6.27)$$

مشخص می‌شود. یادآوری می‌کنیم که دامنه و فاز موجهای موجود در محیط اول و دوم در حالت تعادل با دامنه و فاز موجهای اولیه بازنتاب در سطح $x=0$ تفاوت دارد. شرط مرزی پیوستگی فشار در سطح $x=0$ بدین رابطه منجر می‌شود

$$\mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_1 = \mathbf{A}_2 + \mathbf{B}_2 \quad (6.28)$$

و شرط مرزی پیوستگی سرعت لحظه‌ای در این مرز به معادله زیر می‌رسد

$$\rho_2 c_2 (\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1) = \rho_1 c_1 (\mathbf{A}_2 - \mathbf{B}_2) \quad (6.29)$$

همچنین، شرط پیوستگی فشار در سطح $x=l$ بدین نتیجه می‌رسد

$$\mathbf{A}_2 e^{-jk_2 l} + \mathbf{B}_2 e^{jk_2 l} = \mathbf{A}_3 \quad (6.30)$$

و شرط پیوستگی سرعت لحظه‌ای در این مرز چنین خواهد شد

$$\rho_3 c_3 (\mathbf{A}_2 e^{-jk_2 l} - \mathbf{B}_2 e^{jk_2 l}) = \rho_2 c_2 \mathbf{A}_3 \quad (6.31)$$

برای تعیین مقدار مختلط \mathbf{A}_3 دامنه موج تراگسیل در محیط سوم بر حسب A_1 لازم است مقادیرهای \mathbf{B}_1 و \mathbf{A}_2 و \mathbf{B}_2 را از چهار معادله بالا حذف کنیم. اگر دو معادله 6.28 و 6.29 را ترکیب کنیم \mathbf{B}_1 حذف می‌شود و این معادله به دست می‌آید

$$\mathbf{A}_1 = \frac{(\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1) \mathbf{A}_2 + (\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1) \mathbf{B}_2}{2\rho_2 c_2} \quad (6.32)$$

همچنین از ترکیب دو معادله 6.30 و 6.31 این معادله‌ها به دست می‌آیند

$$A_2 = \frac{(\rho_3 c_3 + \rho_2 c_2)}{2\rho_3 c_3} A_3 e^{jk_2 l} \quad (6.33)$$

$$B_2 = \frac{(\rho_3 c_3 - \rho_2 c_2)}{2\rho_3 c_3} A_3 e^{-jk_2 l} \quad (6.34)$$

اگر معادله‌های بالا را در معادله 6.32 بگذاریم، رابطه زیر به دست می‌آید

$$A_1 = \frac{[(\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1)(\rho_3 c_3 + \rho_2 c_2)e^{jk_2 l} + (\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1)(\rho_3 c_3 - \rho_2 c_2)e^{-jk_2 l}]}{4\rho_3 c_3 \rho_2 c_2} A_3$$

که چنین خلاصه می‌شود

$$\frac{A_1}{A_3} = \frac{(\rho_3 c_3 + \rho_1 c_1) \cos k_2 l}{2\rho_3 c_3} + \frac{j(\rho_2^2 c_2^2 + \rho_3 c_3 \rho_1 c_1) \sin k_2 l}{2\rho_3 c_3 \rho_2 c_2} \quad (6.35)$$

مقدار کسر مختلط A_1/A_3 ، معرف نسبت دامنه فشار موج تابش به دامنه فشار موج تراگسیل در محیط سوم است، و زاویه فاز آن اختلاف فاز بین موج در $x=0$ و موج تراگسیل در $x=l$ را نشان می‌دهد.

ضریب توان تراگسیل α_t بین محیط اول و محیط سوم بدین مقدار است

$$\alpha_t = \frac{(P_t^2)_3}{(P_t^2)_1} = \frac{2\rho_3 c_3}{2\rho_1 c_1} = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_3 c_3} \frac{A_3^2}{A_1^2}$$

مقدار $(A_1/A_3)^2$ را می‌توان با جمع کردن مربعات مقادیر حقیقی و انگاری معادله 6.35 به دست آورد و در معادله بالا قرار داد که بدین نتیجه می‌رسد

$$\alpha_t = \frac{4\rho_3 c_3 \rho_1 c_1}{(\rho_3 c_3 + \rho_1 c_1)^2 \cos^2 k_2 l + (\rho_2 c_2 + \rho_3 c_3 \rho_1 c_1 / \rho_2 c_2)^2 \sin^2 k_2 l} \quad (6.36)$$

معادله بالا در مورد خاص به اشکال مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از آن موارد این است که محیط نهایی با محیط اول یکسان باشد؛ در این صورت $\rho_1 c_1 = \rho_3 c_3$ بنابراین

$$\alpha_t = \frac{4}{4 \cos^2 k_2 l + \left(\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} + \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \right)^2 \sin^2 k_2 l} \quad (6.37)$$

و در موردی که $\rho_2 c_2 \gg \rho_1 c_1$ باشد می‌توان از $\rho_1 c_1 / \rho_2 c_2$ در برابر جمله دیگر پراکنش چشم پوشید

$$\alpha_t \approx \frac{4}{4 \cos^2 k_2 l + (\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1)^2 \sin^2 k_2 l} \quad (6.37a)$$

مثلاً در موردی که بخواهند میزان تراگسیل موج صوتی را از هوای اتاقی به هوای اتاق مجاور تعیین کنند از معادله فوق استفاده می‌کنند، و همچنین میزان تراگسیل موجهای صوتی درون آب، پس از عبور از دیواره فولادی به آب موجود در طرف دیگر دیواره را به سبب این فرمول به دست می‌آورند

مواد جامدی که فعلاً در ساختمان دیوارهای اتاق به کار می‌روند نسبت به هوا دارای امپدانس مشخص زیادتری هستند، چنانکه پیوسته رابطه $2 \cos k_2 l \gg (\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1) \sin k_2 l$ در فرکانسهای معمولی صوتی و ضخامتهای معمولی دیوارها برقرار است. بنابراین درموردی که شماره هوا باشد معادله 6.37a باز هم خلاصه‌تر می‌شود

$$\alpha_t \approx \frac{4 \rho_1^2 c_1^2}{\rho_2^2 c_2^2 \sin^2 k_2 l} \quad (6.37b)$$

بالاخره در تمام مواردی که فرکانسها خیلی بالا و دیوارها زیاد قطور باشند $k_2 l \gg 1$ است و به جای $\sin k_2 l$ می‌توان $k_2 l$ به کار برد؛ و معادله بالا به صورت خلاصه‌تر، بدین عبارت منجر می‌شود

$$\alpha_t \approx \frac{4 \rho_1^2 c_1^2}{\rho_2^2 c_2^2 k_2^2 l^2} \quad (6.37c)$$

مثلاً در فرکانس 1000 مقدار $k_2 l$ برای دیواری از بتون سیمانی به قطر $0.1m$ برابر 0.2 است

$$k_2 l = 2\pi \times 1000 \times 0.1 / 3100 = 0.2$$

(سرعت صوت در بتون سیمانی برابر $3100m/s$ است). ممکن است با تصور ازدیاد امپدانس مشخص محیط اول، $\rho_1 c_1$ ، به میزان راکتانس آکوستیکی $j\omega\rho_2 l$ در سطح $x=0$ و حذف محیط دوم به معادله‌ای مشابه معادله 6.37c رسید، و با معادلاتی که در 6.3 تشریح گردید مقادیر α_t و α_r را به دست آورد. بنابراین، وجود مانعی مانند دیوار در مسیر عمودی موج به منزله اضافه کردن اندوکتانس در خط تراگسیل موج است. در معادله 6.37c، حاصل $\rho_2 l$ را می‌توان چگالی سطحی دیوار بر حسب kg/m^2 دانست که با حرف σ معرفی می‌شود. همچنین به جای $c_2 k_2 l$ می‌توان بر حسب فرکانس f ، $2\pi f$ قرار داد. در این صورت این معادله به صورت

زیر در می آید

$$\alpha_i \approx \left(\frac{\rho_1 c_1}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sigma^2 f^2} \quad (6.38)$$

که به کار بردن آن در عمل آسانتر و عملیتر است.

خواص تراگسیل دیوار را در برابر موجهای صوتی معمولاً با نشانه TL معرف ضریب کاهش تراگسیل^۱ انرژی، نمایش می دهند که با این معادله تعریف می شود

$$TL = 10 \log \frac{I_i}{I_t} \quad (6.39)$$

که در آن I_i شدت موج تابش و I_t شدت موج تراگسیل است. ولی چون $\alpha_i = I_t / I_i$ است، با استفاده از α_i مقدار TL چنین می شود

$$TL = 20 \log \frac{\pi}{\rho_1 c_1} + 20 \log \sigma f \quad (6.40)$$

اگر به جای $\rho_1 c_1$ امپدانس مشخص هوا، ۴۱۵، قرار دهیم و واحدها را چنان تبدیل کنیم که σ بر حسب پوند بر فوت مربع داده شود معادله ای که در عمل به سهولت مورد استفاده مهندسان قرار می گیرد به دست می آید

$$TL = -31.4 + 20 \log \sigma f \quad (6.40a)$$

که با نتایج تجربی به دست آمده برای تابش عمودی موجهای صوتی بر دیوار توافق خوبی دارد. یادآوری می کنیم که هر گاه فرکانس f یا مقدار جرم دیوار در واحد سطح دو برابر

جدول 6.1 کاهش تراگسیل برای دیوارهای جامد

ماده	کلفتی،	چگالی سطحی،	فرکانس،	کاهش تراگسیل
گچ ژیبس	1	4.5	500	31
گچ ژیبس	2	9.0	500	34
گچ ژیبس	2	9.0	250	32
گچ ژیبس	2	9.0	1000	40
شیشه	0.25	3.0	500	31
سیمان	4	53.5	500	45
آجر	12	121	500	53

شود، TL به میزان $6db$ اضافه می‌شود. در اوضاع معمولی موجهای صوتی در اتاق منحصراً عمود بر دیوارها منتشر نمی‌شود، بلکه امکان انتشار آن در تمام جهات اتفاقی، بیشتر است. در نتیجه ضریب کاهش تراگسیل از مقدار پیشبینی شده توسط معادله $6.40a$ کمتر است. جدول 6.1 مقادیرهای ضریب کاهش تراگسیل اندازه‌گیری شده در مورد دیوارهایی از جنسهای مختلف را نشان می‌دهد.

معادله تجربی زیر برای محاسبه مقدار کاهش تراگسیل در موردی که تابش در جهات اتفاقی به دیوار برسد به کار می‌رود

$$TL = -17 + 15 \log \sigma_f \quad (6.41)$$

در تراگسیل موج در آب هر دو جمله مخرج معادله $6.37a$ قابل ملاحظه است و نمی‌توان از آنها چشمپوشید؛ مگر در مواردی که دیواره فاصل به میزانی نازک یا فرکانسها چنان کم باشند که شرط $1 \ll (\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1) \sin k_2 l$ برقرار باشد. در این صورت معادله $6.37a$ خلاصه می‌شود و به صورت $\alpha_t \approx 1$ در می‌آید و معنی آن این است که موج تابش در آب در عبور از دیواره انرژی خود را تقریباً ثابت نگه می‌دارد. از این خاصیت برای جادادن تراگذارهای صوتی در آب، در گنبدهایی معلق استفاده می‌کنند. جدار گنبد از فولاد پرداخته غیر قابل زنگ زدن در آب یا از لاستیک است. نازکی آن به میزانی است که کاهش انرژی صوتی در عبور از آن در آب دریا اندک باشد.

شکل دیگری از معادله 6.36 در موردی به دست می‌آید که محیط میانی، امیدانس ویژه اش بیش از امیدانسهای ویژه محیط اول و محیط سوم باشد. همچنین ضخامت آن و امیدانس ویژه اش چنان باید باشد که شرایط $1 \ll \rho_2 c_2 \sin k_2 l$ و $\cos k_2 l \approx 1$ برقرار گردد. در این صورت معادله 6.36 بدین عبارت خلاصه می‌شود

$$\alpha_t \approx \frac{4\rho_3 c_3 \rho_1 c_1}{(\rho_3 c_3 + \rho_1 c_1)^2} \quad (6.42)$$

این معادله معادل معادله 6.11 و معرف ضریب توان تراگسیل موجی است که مستقیماً از محیط یکم به محیط سوم وارد می‌شود، و می‌رساند که با انتخاب مناسب ضخامت و امیدانس ویژه تیغه‌ای از جامد، می‌توان دو شاره گازی یا آبگونی را برای جلوگیری از اختلاطشان جدا نمود بدون اینکه تداخل موجهای تراگسیل در آن دو صورت گیرد.

همچنین اگر محیط میانی به ضخامتی باشد که شرط $k_2 l \approx n\pi$ (n عدد صحیح است) برقرار گردد برای α_t همان رابطه به دست می‌آید، و این می‌رساند که ظاهراً ضخامتهایی با شرط فوق در محیط دوم در تراگسیل موج در فضای اول به فضای سوم بی‌تأثیر است، ولی با اینحال این خاصیت موقعی نمودار می‌شود که فرکانسهای موج، حوالی فرکانس $f = nc_2 / 2l$ متمرکز باشد. در صورتی که در مورد تیغه نازک α_t برای تمام فرکانسهای پایینتر از حدی

که با شرط $1 \ll \rho_2 c_2 \sin k_2 l$ مشخص شده باشد، بستگی به ضخامت تیغه ندارد. بالاخره هنگامی شرط $k_2 l \approx (2n-1)\pi/2$ (n عدد صحیح است) برقرار باشد $\cos k_2 l \approx 0$ و $\sin k_2 l \approx 1$ معادله 6.36 بدین عبارت خلاصه می‌شود:

$$\alpha_i \approx \frac{4\rho_1 c_1 \rho_3 c_3}{\left(\rho_2 c_2 + \frac{\rho_1 c_1 \rho_3 c_3}{\rho_2 c_2}\right)^2} \quad (6.43)$$

این نسبت هنگامی برابر واحد می‌شود که این رابطه برقرار باشد

$$\rho_2 c_2 = \sqrt{\rho_1 c_1 \rho_3 c_3} \quad (6.44)$$

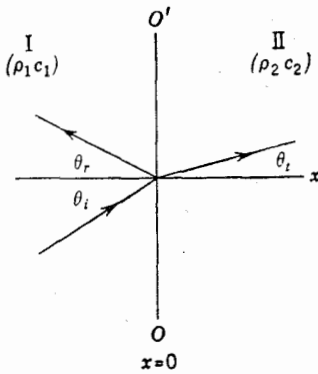
با شرط بالا توان تراگیل آکوستیکی به صد درصد می‌رسد. یعنی می‌توان انرژی آکوستیکی را از یک محیط به محیط دیگر با امپدانس مشخص مختلف بدون اتلاف انرژی منتشر کرد، و در این حال باید امپدانس مشخص محیط میانی واسطه هندسی امپدانسهای مشخص محیطهای طرفین باشد. ولی این خاصیت موقعی برقرار است که فرکانسهای موج در حدود $f = (2n-1)c_2/4l$ متمرکز باشند؛ یعنی ضخامت l محیط میانی به مقدار $l = (2n-1)\lambda_2/4$ باشد. این روش برای به دست آوردن صد درصد موج تراگیل در آکوستیک به وسیله محیط میانی به ضخامت ربع طول موج، شبیه روشی است که در اتپیک برای ساختن عدسیهای شیشه‌ای بدون بازتاب با پوشاندن آنها توسط لایه‌ای از مواد مناسب، مثلاً فلورورهای قلیایی به ضخامت ربع طول موج، به کار می‌برند. زاویه فاز θ موجود در مقدار مختلط A_1/A_3 معرف اختلاف فاز بین موجهای تابش و تراگیل است که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\tan \theta = \frac{(\rho_2^2 c_2^2 + \rho_1 c_1 \rho_3 c_3)}{\rho_2 c_2 (\rho_1 c_1 + \rho_3 c_3)} \tan k_2 l \quad (6.45)$$

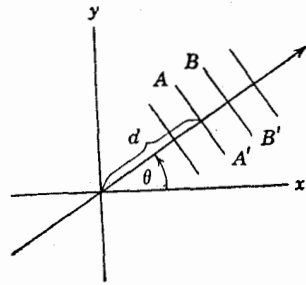
نخست چنین به نظر می‌رسد که اختلاف فاز بین موج تابش و موج تراگیل باید برابر $k_2 l$ باشد که معرف زمانی است که موج ضخامت محیط دوم را می‌پیماید. ولی چنانکه از معادله بالا هویداست چنین نیست. چه در حال تعادل معمولاً در مرز $x=0$ تغییری در فاز بین موج تابش و موج تراگیل رخ می‌دهد.

6.6 تراگیل از یک محیط به محیط دیگر؛ تابش مایل. پیش از بحث در تراگیل موج هنگامی که امتداد تابش بر سطح جدایی دو محیط عمود نباشد، لازم است معادله فشار موج را در محیط هنگامی که امتداد تابش موج تخت با امتداد مثبت x زاویه‌ای برابر θ داشته باشد، به دست آورد. فرض می‌کنیم امتداد موج تابش در سطح xy باشد. در این صورت

تغییر فشار در هر سطح موج بستگی به محور z ندارد. اگر محورهای x و y در سطح شکل و محور z عمود بر سطح شکل باشد، سطوح موج با خطهای AA' ، BB' ، ... نمایش داده



شکل 6.4. تابش مایل موجهای تخت.



شکل 6.3. سطح موجهای تخت برای مسیر انتشار θ .

می‌شوند (ش 6.3). مقدار فشار آکوستیکی در نقاط هر یک از این سطوح ثابت است و می‌توان آن را با معادله زیر نمایش داد

$$p = A e^{j(\omega t - kd)} \quad (6.46)$$

که در آن d فاصله محور z از سطح موج است، و در امتداد انتشار موج اندازه‌گیری می‌شود. می‌توان d را بر حسب x و y ، مشخصات انتهای آن و θ زاویه بین محور x و امتداد تابش معرفی کرد

$$d = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (6.47)$$

و اگر آن را در معادله 6.46 به کار ببریم فشار آکوستیکی بر حسب مشخصات و امتداد انتشار موج به دست می‌آید

$$p = A e^{j(\omega t - kx \cos \theta - ky \sin \theta)} \quad (6.48)$$

اینک فرض می‌کنیم سطح تخت OO' سطح جدایی دو محیط چنانکه شکل 6.4 نشان می‌دهد از مبدأ می‌گذرد و بر محور x عمود است. در این حال معادله فشار موج تابش در محیط I که در امتدادی به زاویه θ نسبت به جهت مثبت x منتشر می‌شود چنین است

$$p_i = A_1 e^{j(\omega t - k_1 x \cos \theta_i - k_1 y \sin \theta_i)} \quad (6.49)$$

معادله‌های فشار موج بازتاب در محیط I و فشار موج تراگسیل در محیط II که در امتدادهایی به زاویه‌های $(180 - \theta_r)$ و θ_t نسبت به جهت مثبت محور x منتشر می‌شوند چنین نوشته می‌شوند

$$p_r = B_1 e^{j(\omega t + k_1 x \cos \theta_r - k_1 y \sin \theta_r)} \quad (6.50)$$

$$p_t = A_2 e^{j(\omega t - k_2 x \cos \theta_t - k_2 y \sin \theta_t)} \quad (6.51)$$

اگر شرط پیوستگی فشار را در مرز $x=0$ به کار ببریم و عامل مشترك $e^{j\omega t}$ را در معادله مربوطه حذف کنیم این رابطه به دست می‌آید

$$A_1 e^{-jk_1 y \sin \theta_i} + B_1 e^{-jk_1 y \sin \theta_r} = A_2 e^{-jk_2 y \sin \theta_t} \quad (6.52)$$

بین زاویه تابش θ_i و زاویه شکست θ_t ، بنا بر قانون اسنل¹ این رابطه برقرار است

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{c_1}{c_2} \quad (6.53)$$

که در اپتیک برای معرفی ضریب شکست نور به کار برده می‌شود، و چنانکه ملاحظه شد برای موجهای آکوستیکی نیز صادق است. چون نسبت c_1/c_2 برابر k_1/k_2 است، با توجه به قانون دکارت یعنی $\theta_i = \theta_r$ ، از معادله 6.52 چنین نتیجه می‌شود:

$$A_1 + B_1 = A_2 \quad (6.54)$$

شرط پیوستگی سرعت عمودی یا مؤلفه سرعت در جهت x ، با این عبارت بیان می‌شود

$$u_i \cos \theta_i + u_r \cos (180^\circ - \theta_r) = u_t \cos \theta_t$$

اگر سرعتها را بر حسب مقادیر مناسب $p/\rho_0 c$ قرار دهیم شرط بالا چنین خواهد شد

$$\frac{A_1}{\rho_1 c_1} \cos \theta_i - \frac{B_1}{\rho_1 c_1} \cos \theta_r = \frac{A_2}{\rho_2 c_2} \cos \theta_t \quad (6.55)$$

از ترکیب دو معادله 6.54 و 6.55 و حذف A_2 ، دامنه فشار موج بازتاب بر حسب دامنه فشار موج تابش A_1 به دست می‌آید

$$B_1 = A_1 \frac{\rho_2 c_2 \cos \theta_i - \rho_1 c_1 \cos \theta_r}{\rho_2 c_2 \cos \theta_i + \rho_1 c_1 \cos \theta_r} \quad (6.56)$$

یادآوری می‌کنیم که با تابش عمودی، زاویه تابش θ_i و زاویه شکست θ_r هر دو صفرند، و معادله 6.56 به صورت معادله 6.7، خلاصه می‌شود.
ضریب توان بازتاب α_r را می‌توان از معادله بالا به دست آورد

$$\alpha_r = \left(\frac{\rho_2 c_2 \cos \theta_i - \rho_1 c_1 \cos \theta_r}{\rho_2 c_2 \cos \theta_i + \rho_1 c_1 \cos \theta_r} \right)^2 \quad (6.57)$$

همچنین ممکن است نسبت A_2/A_1 را محاسبه کرد و نسبت شدتهای موج تراگیل و موج تابش را در تابش مایل، با همان روشی که در معادله 6.11 به کار رفت به دست آورد. بدین طریق ضریب شدت تراگیل α_i به عبارت زیر خلاصه می‌شود

$$\alpha_i = \frac{4\rho_1 c_1 \rho_2 c_2 \cos^2 \theta_i}{(\rho_2 c_2 \cos \theta_i + \rho_1 c_1 \cos \theta_r)^2} \quad (6.58)$$

چون مقطع دسته موج در تابش مایل از محیط اول به محیط دوم، باریکتر یا پهنتر می‌شود، معادله 6.58 نسبت صحیح توان تراگیل را به توان تابش نمی‌دهد. این نسبت که با α_i ضریب توان تراگیل صوت معرفی می‌شود معمولاً معنایی مهمتر از α_i دارد، و از معادله 6.16 مستقیماً محاسبه می‌شود

$$\alpha_i = \frac{4\rho_1 c_1 \rho_2 c_2 \cos \theta_i \cos \theta_r}{(\rho_2 c_2 \cos \theta_i + \rho_1 c_1 \cos \theta_r)^2} \quad (6.59)$$

با به کار بردن رابطه بین θ_i و θ_r در قانون شکست (معادله 6.53)، $\cos \theta_r$ را می‌توان از معادله 6.59 حذف کرد. ولی ساده‌تر آن است که در هر مورد مقدار عددی θ_r را از معادله 6.53 محاسبه کرد و در معادله بالا قرار داد.

هنگامی که زاویه تابش موج افزایش یابد، حالات خاص مفیدی پدیدار می‌شوند. مثلاً وقتی $\rho_2 c_2 \cos \theta_r = \rho_1 c_1 \cos \theta_i$ باشد، α_i برابر واحد می‌شود و می‌رساند که تمام موج تابش به محیط دوم وارد می‌شود. اگر در این حالت به کمک معادله 6.53، θ_r را در شرط بالا حذف کنیم، زاویه θ_i محاسبه می‌شود.

$$\cot^2 \theta_i = \frac{(c_1/c_2)^2 - 1}{(\rho_2/\rho_1)^2 - (c_1/c_2)^2} \quad (6.60)$$

و این زاویه تابشی است که به ازای آن تمام انرژی تابشی از محیط اول به محیط دوم منتقل

می‌شود. چون $\cos^2 \theta_i$ پیوسته مثبت و حقیقی است، معادله بالا هنگامی برقرار است که $1 < c_1/c_2 < \rho_2/\rho_1$ یا $1 < \rho_2/\rho_1 < c_1/c_2$ باشد. اگر $c_1 < c_2$ باشد به‌ازای زاویه‌معینی از تابش برابر θ_c ، که زاویه بحرانی خوانده می‌شود زاویه شکست برابر 90° و پرتو شکست بر سطح تابش منطبق می‌گردد. زاویه بحرانی با رابطه زیر معرفی می‌شود

$$\sin \theta_c = \frac{c_1}{c_2} \quad (6.61)$$

اگر زاویه تابش موج برابر یا بزرگتر از زاویه بحرانی باشد، انرژی آکوستیکی آن از محیط اول به محیط دوم منتقل نمی‌شود. هرگاه $c_1 > c_2$ باشد و زاویه تابش θ_i به 90° نزدیک شود تابش تماسی^۱ رخ می‌دهد و $\cos \theta_i$ به صفر میل می‌کند، و معادله 6.57 بدین عبارت خلاصه می‌شود

$$\alpha_r \approx \left(-\frac{\rho_1 c_1 \cos \theta_i}{\rho_1 c_1 \cos \theta_i} \right)^2 = 1$$

و می‌رساند که در این حالت تمام انرژی آکوستیکی در برخورد به سطح جدایی فضای دوم بازتاب می‌یابد و امپدانس مشخص نسبی در محیط در این پدیده تأثیری ندارد.

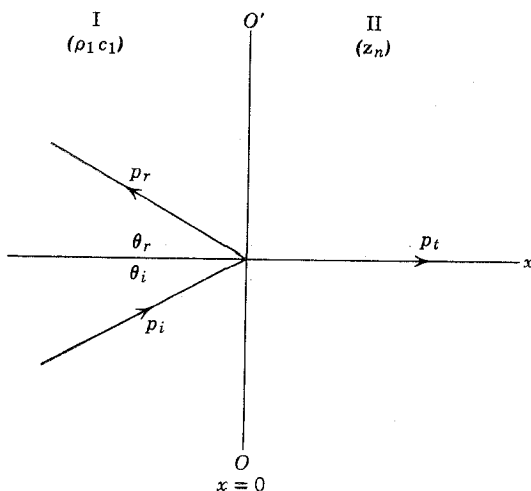
جدول 6.2 تغییرات زاویه θ_i و α_i را برحسب تغییرات زاویه تابش در عبور موج از روغن به آب معرفی می‌کند. روغن انتخاب شده در این جدول از نوعی است به چگالی $\rho_1 = 900 \text{ kg/m}^3$ و سرعت صوت در آن $c_1 = 1300 \text{ m/sec}$ ؛ بنابراین امپدانس مشخص آن 1,117,000 ریل است.

چون امپدانس این روغن بیش از 20 درصد با امپدانس مشخص آب اختلاف دارد، ضریب تراگسیل برای تمام زاویه‌های تابش پیش از رسیدن به حدود زاویه بحرانی نزدیک به واحد است. زاویه بحرانی در این روغن برابر 61.4° است.

جدول 6.2 تراگسیل از روغن به آب

θ_i (روغن). درجه	θ_i (آب). درجه	α_i
0	0	0.986
30	34.8	0.979
45	54.8	0.953
50	61.2	0.935
55	69.0	0.885
60	81.0	0.63
61.4	90.0	0.00

6.7 بازتاب از سطح جامد؛ تابش مایل. روش ساده‌ای برای بحث در باره بازتاب موج از سطح جامد در تابش مایل یافته نشده است. در اثر اختلاف‌های موجود در تخلخل و ساختمان داخلی مواد مختلف جنس موج تراگسیل تغییرات وسیع می‌کند، و این تغییرات بر موج بازتاب اثر می‌گذارد. از جمله می‌توان حالت‌های زیر را در چگونگی تغییر موج تراگسیل نام برد: (۱) ممکن است موج‌های تراگسیل تنها در امتداد عمود بر سطح، انتشار یابند و بستگی به زاویه تابش موج نداشته باشند. (۲) ممکن است موج‌های تراگسیل در جامد، از روش شکست موج تخت در ورود به شاره دوم که شرح آن در 6.6 گذشت پیروی کنند. (۳) ممکن است موج‌های تراگسیل در جامد به دو موج تقسیم شوند. یکی موج‌های حجمی طولی^۱ در یک امتداد، و دیگری موج‌های عرضی برشی^۲ در امتداد دیگر و با سرعت کمتر.



شکل 6.5. تابش مایل موج‌های تخت بر جامدی با واکنش عمودی.

نوع اول شکست موج برای سطوحی روی می‌دهد که دارای «واکنش عمودی» یا «واکنش محلی» هستند. سطوح جامدات نایزوتروپ مثال خوبی برای ایجاد این نوع شکست هستند، که در آنها موج‌هایی که موازی سطح منتشر می‌شوند سرعتشان بسیار کمتر از موج‌هایی است که عمود بر سطح منتشر می‌گردند. این خاصیت در جامدهایی پدیدار می‌شود که دارای ساختمان مشبک و لانه زنبوری باشند، چنانکه در آنها سرعت موج‌های تراکمی در شاره موجود در لوله‌های موئین که عمود بر سطح قرار گرفته‌اند، به مراتب بیشتر از سرعت موج‌ها در امتداد موازی سطح، یعنی عمود بر امتداد لوله‌ها، می‌باشد. همچنین از این نوع شکست می‌توان در جامد ایزوتروپی که در آن سرعت انتشار موج طولی نسبت به سرعت انتشار

1) longitudinal bulk waves

2) transverse shear waves

موج در شاره مجاور آن بسیار کمتر باشد، مشاهده کرد. در این حالت چون $c_2 \ll c_1$ است، بنا بر قانون اسنل (معادله 6.53) $\theta_t \ll \theta_i$ است و در نتیجه امتداد موج تراگیسل به عمود بر سطح تابش نزدیک می‌شود. بسیاری از مواد جاذب صوت که در ساختمانها به کار می‌روند از قبیل سفالهای آکوستیکی، تخته‌های متخلخل و غیره، دارای همین خاصیت‌اند.

چون در اینگونه سطوح امتداد انتشار موجهای تراگیسل به خط عمود بر سطح نزدیک است، می‌توان فرض کرد که نسبت فشار آکوستیکی وارد به آن به سرعت عمودی شاره در بر خورد به سطح، بستگی به امتداد تابش ندارد. در نتیجه بحث در شکست موج با به کار بردن امیدانس عمودی ویژه z_n که با معادله 6.12 معرفی گردید آسانتر می‌شود. شرط پیوستگی امیدانس آکوستیکی ویژه در سطح OO' (شکل 6.5) با عبارت زیر بیان می‌شود

$$\frac{p_i + p_r}{u_i \cos \theta_i + u_r \cos (180 - \theta_r)} = z_n \quad (6.62)$$

هر گاه به جای u_r و u_i مقادیرشان را بر حسب فشار برابر $p_i/\rho_1 c_1$ و $p_r/\rho_2 c_2$ در معادله بالا قرار دهیم و p_i و p_r را از معادله‌های 6.49 و 6.50 در آن به کار بریم رابطه زیر بدست می‌آید

$$\frac{(A_1 + B_1)\rho_1 c_1}{(A_1 - B_1)} = z_n \cos \theta_i \quad (6.63)$$

و اگر آن را بر حسب B_1 حل کنیم

$$B_1 = A_1 \frac{(z_n \cos \theta_i - \rho_1 c_1)}{(z_n \cos \theta_i + \rho_1 c_1)} \quad (6.64)$$

این معادله شبیه معادله 6.14 است که در آن به جای z_n جمله $z_n \cos \theta_i$ به کار رفته است. نتیجه آنکه در حالت عمومی α_r و α_t را می‌توان از معادله‌هایی که برای این ضریبها در 6.3 به دست آمد با گذاردن $z \cos \theta_i$ به جای z ، محاسبه کرد و بدین صورت خلاصه می‌شوند

$$\alpha_r = \frac{(r_n \cos \theta_i - \rho_1 c_1)^2 + x_n^2 \cos^2 \theta_i}{(r_n \cos \theta_i + \rho_1 c_1)^2 + x_n^2 \cos^2 \theta_i} \quad (6.65)$$

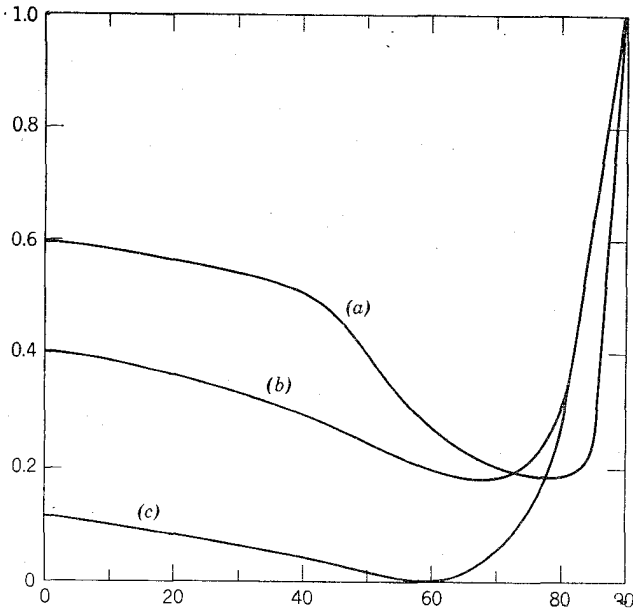
و ضریب توان صوتی تراگیسل (یا جذب) چنین می‌شود.

$$\alpha_t = \frac{4r_n \cos \theta_i \rho_1 c_1}{(r_n \cos \theta_i + \rho_1 c_1)^2 + x_n^2 \cos^2 \theta_i} \quad (6.66)$$

در بسیاری از موارد $r_n > \rho_1 c_1$ است، یعنی مؤلفه مقاومی امیدانس عمودی ویژه بزرگتر از امیدانس مشخص شاره مجاور آن است. و در نتیجه با افزایش زاویه θ_i می‌توان مقداری از آن را به دست آورد که در رابطه $r_n \cos \theta_i = \rho_1 c_1$ صادق باشد. در این حالت ضریب بازتاب به می‌نیم مقدار خود نزدیک می‌شود. به خصوص اگر x_n صفر شود α_r به ازای

برای مقادیر زیاد θ_i ، یعنی وقتی که زاویه تابش به حالت تابش مماسی نزدیک شود ($\theta_i \approx 90^\circ$)، α_i به واحد نزدیک می‌شود. در شکل 6.6 منحنیهای تغییرات ضریب بازتاب α_i ، بر حسب زاویه تابش θ_i ، برای مقادیر مشخص از $x_n/\rho_1 c_1$ و $r_n/\rho_1 c_1$ نموده شده است

نوع دوم شکست و بازتاب همراه آن در انتشار موج از شاره به جامد در موردی است که رفتار جامد در برابر موج مانند شاره باشد، و به نام نوع ریلی^۱ معروف است که در 6.6 شرح آن گذشت و بازتاب موج آب دریا در برخورد به ماسه یا لجن کف دریا مثال خوبی از این نوع است. چه در حقیقت ماسه و لجن اشباع شده بیشتر مانند یک شاره عمل می‌کنند

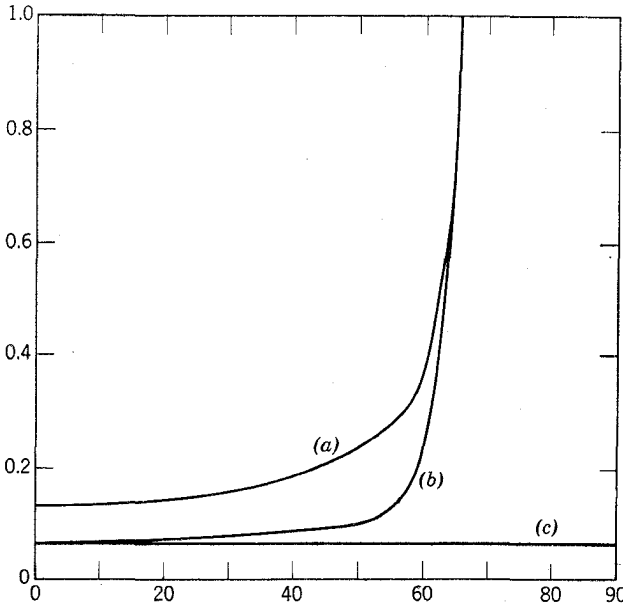


شکل 6.6. بستگی ضریب بازتاب به زاویه تابش برای چند جامد معمولی. منحنی (a) مربوط است به $r_n/\rho_1 c_1 = x_n/\rho_1 c_1 = 2$. منحنی (b) مربوط است به $r_n/\rho_1 c_1 = x_n/\rho_1 c_1 = 4$. منحنی (c) مربوط است به $r_n/\rho_1 c_1 = 2$ ، $x_n/\rho_1 c_1 = 0$.

و مانند جامد قابلیت انتقال موجهای برشی را ندارد. با تقریب اول، معادله 6.57 را برای محاسبه ضریب بازتاب می‌توان به کار برد. در این معادله، ρ_2 جرم چگالی ماسه یا لجن و c_2 سرعت انتشار موج تضعیف شده در آن است. مقادیر اندازه‌گیری شده ρ_2 برای ماسه و لجن از $1.5\rho_1$ تا $2.0\rho_1$ و مقدار c_2 در آن از $0.9c_1$ تا $1.1c_1$ تغییر می‌کند، که در آن ρ_1 چگالی آب دریا و c_1 سرعت انتشار موج تخت در آن است. با به کار بردن معادله‌های بند 6.6

1) Rayleigh

روشن می‌شود که در تابش تماسی یا در تابش با زاویه‌ای بیش از زاویه بحرانی θ_c ، که بارابطه $\theta_c = c_1/c_2$ مشخص می‌شود، بازتاب صد درصد است. اگر زاویه تابش از زاویه بحرانی رو به کاهش رود ضریب بازتاب نزول می‌کند و به‌ازای $\theta_i = 0$ به مقدار خود در تابش عمودی می‌رسد. یادآوری کنیم که اگر $c_2 < c_1$ باشد به‌ازای زاویه دخول ضریب بازتاب صفر می‌شود



شکل 6.7. بستگی ضریب بازتاب به زاویه تابش برای بازتاب نوع ریلی. منحنی (a) مربوط است به $c_2 = 1.1c_1$ و $\rho_2 = 2\rho_1$ ، منحنی (b) مربوط است به $c_2 = 1.5\rho_1$ و $\rho_2 = 1.5\rho_1$ ، منحنی (c) مربوط است به $c_2 = c_1$ و $\rho_2 = 1.5\rho_1$.

وتمام انرژی تابش به محیط دوم وارد می‌گردد. در شکل 6.7 منحنیهای تغییرات α_r برحسب زاویه تابش θ_i برای بعضی از مقادیرهای نسبی ρ_2/ρ_1 و c_2/c_1 مربوط به آب دریا و ماسه یا لجن نمایش داده شده است. باید دانست که موجهای تراکسیل در کف دریا از جنس موجهای تضعیف شده هستند؛ شبیه موجهایی که در فصل 9 شرح آن خواهد آمد. با در نظر گرفتن این کیفیت می‌توان معادله‌ای شبیه معادله 6.57 به دست آورد که پیشبینی نتایج را دقیقتر روشن سازد.

نوع سوم بازتاب موجهای تخت، در موردی است که موج از شاره‌ای به سطح یک جامد سخت الاستیک برخورد کند. بحث مفصل این نوع بازتاب نیاز به دانستن چگونگی انتشار

موجهای الاستیک عرضی و تراکمی در جامد دارد، و در یک کتاب معمولی آکوستیک مورد ندارد. برای اطلاع بیشتر می‌توان به منابع زیر مراجعه کرد.^{۱، ۲}

مسائل

- 6.1.** یک موج تخت به فشار مؤثر 50 نیوتن بر متر مربع و فرکانس 1000 سیکل در ثانیه بطور عمودی بر مرز آب و هوا روی سطح آب، می‌تابد. (a) فشار مؤثر موج تخت تراگسیل در هوا چقدر است؟ (b) شدت موج تابش در آب و موج تراگسیل در هوا چقدر است؟ (c) مقدار کاهش نسبت شدت در هوا را به شدت در آب بر حسب دسی‌بل به دست آورید. (d) سه سؤال بالا را برای حالتی که موج از هوا به یک لایه یخ برخورد کند جواب دهید. (e) ضریب توان صوتی بازتاب از روی لایه یخ چقدر است؟
- 6.2.** یک موج صوتی در هوا به فرکانس 500 سیکل در ثانیه و تراز فشار 60db با 0.0002 re میکروبار بطور عمودی بر مرز هوا و محیط دیگری با امپدانس مشخص 830 ریل، می‌تابد. (a) دامنه فشار مؤثر موج بازتاب چقدر است؟ (b) دامنه فشار مؤثر موج تراگسیل چقدر است؟ (c) در چه فاصله‌ای از مرز دامنه فشار موجهای ایستاده برابر دامنه فشار موج تابش است؟
- 6.3.** موجهای تخت در آب بطور عمودی بر دیوار تختی از بتن تابش می‌کنند. این دیوار تمام انرژی در حال عبور از خود را جذب می‌کند. سرعت صوت در آب 1480 متر در ثانیه و فرکانس آن 1480 سیکل در ثانیه است. موجهای ایستاده حاصل دارای یک دامنه فشار ماکسیمم به مقدار 15 نیوتن بر متر مربع در روی دیوار و یک دامنه فشار به مقدار 5 نیوتن بر متر مربع در نزدیکترین گره فشار به فاصله 0.25m از دیوار، هستند. (a) نسبت شدت موج بازتاب به موج تابش چقدر است؟ (b) امپدانس ویژه آکوستیکی دیوار چقدر است.
- 6.4.** موجهای تخت در آب به فرکانس 1000 سیکل در ثانیه بطور عمودی بر یک دیوار بتنی می‌تابند. (a) SWR موجهای ایستاده چقدر است؟ (b) این نسبت با چه اختلافی از تراز فشار بر حسب دسی‌بل معادل است؟ (c) محل اولین سه گره را مشخص کنید.
- 6.5.** موجهای تخت در هوا به فرکانس 200 سیکل در ثانیه بطور عمودی به صفحه سفالی آکوستیکی به امپدانس ویژه عمودی $2000 - j1000\text{ rayls}$ ، می‌تابند. (a) SWR چقدر است؟ (b) محل دو گره اولی در کجا قرار گرفته؟
- 6.6.** (a) سرعت صوت در یک لایه پلاستیکی و همچنین ضخامت این لایه با چگالی

1) Officer, *Introduction to the Theory of Sound Transmission*, pp. 207 -- 211, Mc Graw-Hill Book Co., (1958).

2) Ewing, Jardetzky, Press, *Elastic Waves in Layered Media*, pp. 79-83, Mc Graw-Hill Book Co., (1957).

1500 kg/m^3 چه مقدار خواهد بود؛ در صورتی که این لایه موجهایی به فرکانس 20 کیلو سیکل در ثانیه را از آب به فولاد بدون بازتاب عبور دهد؟ (b) ضریب بازتاب از فولاد به آب برای تابش عمودی موجها بر روی لایه‌ای از پلاستیک به ضخامت بینهایت، چقدر است؟

6.7. موجهای تخت در آب به فرکانس 2000 سیکل در ثانیه بطور عمودی بر یک سطح فولادی پهن به ضخامت 1.5 cm برخورد می‌کنند. (a) مقدار کاهش موج تراگیسل را از فولاد به آب که در طرف دیگر فولاد قرار دارد، بر حسب دسی‌بل حساب کنید. (b) ضریب توان صوتی این فولاد چقدر است؟ (c) دو سؤال (a) و (b) را برای یک برش کائوچویی اسفنجی شکل ضخیم به ضخامت 1.5 cm و چگالی 500 kg/m^3 که موجهای طولی در آن با سرعت 1000 m/sec منتشر می‌شوند، جواب دهید.

6.8. می‌خواهیم تراگیسل موجها را از آب به فولاد ماکسیم کنیم. (a) بهترین مقدار امپدانس مشخص جسمی را که باید بین آب و فولاد قرار دهیم به دست آورید. (b) چگالی یک لایه به ضخامت 1 cm و همچنین سرعت صوت در آن چه مقدار باید باشد تا این لایه بتواند تمام موجی را به فرکانس 20 کیلو سیکل در ثانیه از خود عبور دهد؟

6.9. تراز فشار را در آب بر حسب db یا 1 microbar re برای موجهای تخت که بطور عمودی می‌تابند طوری به دست آورید که صوت به تراز فشار 60 db با 0.0002 re میکرو بار برای ناظری که در درون یک زیر دریایی قرار گرفته شنیده شود.

6.10. سرعت صوت در آب پس از عبور از یک سطح افقی که به فاصله 25 m از سطح آب قرار گرفته از 1480 m/sec یکمتر به 1470 m/sec تغییر می‌کند. فرض می‌کنیم که چگالی به مقدار 1000 kg/m^3 ثابت بماند. مقادیر عددی ضریب توان صوتی بازتاب را برای پرتوهای صوتی که به این سطح افقی برخورد می‌کنند برای زاویه‌های (a) 0° و (b) 80° و (c) 88° و (d) 89.5° حساب کنید.

6.11. (a) زاویه بحرانی برای موجهای تخت که از روغن به آب تابش می‌کنند چقدر است؟ فرض کنیم که سرعت صوت در روغن 1350 m/sec و چگالی روغن 850 kg/m^3 باشد. (b) اگر پرتوهای صوتی با زاویه 45° به سطح روغن بتابند، ضریب تراگیسل صوت به آب چقدر است؟

6.12. یک موج تخت از هوا به گاز هیدروژن طی عبور از یک پوسته نازک که این دو گاز را از یکدیگر مجزا کرده است، منتشر می‌شود. این موج در هنگام تراگیسل از مرز به اندازه 40° از امتداد اصلی خود منحرف می‌گردد. (a) زاویه تابش در هوا چقدر است؟ (b) ضریب توان صوتی تراگیسل به هیدروژن چقدر است؟

6.13. یک موج تخت در آب به دامنه ماکسیم 100 نیوتن بر متر مربع با زاویه 45° به قسمت زیرین آب که گلی است و دارای چگالی 2000 kg/m^3 است، برخورد می‌کند. حساب کنید (a) زاویه‌ای را که تحت آن موج وارد گل می‌شود، (b) دامنه فشار ماکسیم موج تراگیسل، (c) دامنه فشار موج بازتاب، (d) ضریب توان صوتی بازتاب.

6.14. موجهای تخت در آب به دامنه فشار مؤثر 100 نیوتن بر متر مربع بطور عمودی به ته آن که شنی است، برخورد می‌کند. چگالی شن 2000 kg/m^3 و سرعت صوت در آن 2000 m/sec است. (a) دامنه فشار ماکسیمم مؤثر بازتاب در آب چقدر است؟ (b) دامنه ماکسیمم مؤثر فشار تراگسیل به شن چقدر است؟ (c) ضریب توان صوتی بازتاب از شن چقدر است؟ (d) کوچکترین زاویه‌ای را که تحت آن تمام انرژی بازتاب می‌کند به دست آورید.

6.15. چگالی‌شنهای ته دریا را 1700 kg/m^3 و سرعت صوت در آن را 1600 m/sec در نظر می‌گیریم. (a) زاویه بحرانی تابش برای بازتاب کلی چقدر است؟ (b) برای چه زاویه‌ای از تابش ضریب توان صوتی بازتاب برابر 0.25 می‌شود؟ (c) ضریب بازتاب برای تابش عمودی چقدر است؟

6.16. یک صفحه سفالی آکوستیکی با امپدانس مشخص عمودی $1200 - j900$ داده شده است. (a) برای چه زاویه‌ای از تابش در هوا ضریب توان صوتی بازتاب به می‌نیم می‌رسد؟ (b) ضریب توان بازتاب برای زاویه تابش 80° چه مقدار است؟ (c) ضریب بازتاب برای تابش عمودی چقدر است؟

6.17. با در نظر گرفتن دیواری که موجهای تخت را مانند یک سطح با واکنش عمودی، به امپدانس مشخص آکوستیکی $Z_n = \rho_1 c_1 + j\omega\sigma$ ، که در آن $\rho_1 c_1$ امپدانس مشخص هوا و σ چگالی سطحی دیوار بر حسب kg/m^2 است، بازتاب می‌دهد، یک معادله عمومی برای ضریب توان بازتاب که تابعی از زاویه تابش θ است به دست آورید. برای یک دیوار به چگالی $\sigma = 2 \text{ kg/m}^2$ ، ضریب بازتاب را برای فرکانس 100 سیکل در ثانیه به دست آورید و منحنی آن را بر حسب θ رسم کنید.

موجهای

آکوستیکی کروی

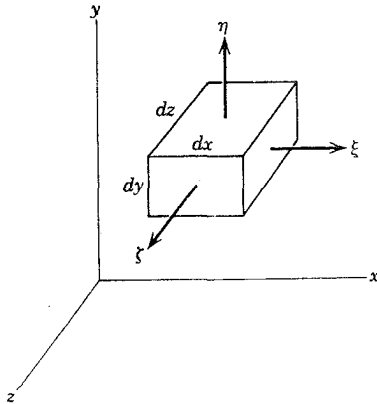
7.1 مقدمه. معادله‌های موج تخت 5.9 و $5.9a$ که در بند 5.3 برای موجهای تخت به دست آمدند با وجود سادگی در موردهای محدودی به کار می‌آیند. بسیاری از انواع منابع صوتی، موجهای کروی و اگر تولید می‌کنند که از آن انرژی آکوستیکی هر چه از منبع دورتر شود در سطحهای وسیعتری پخش می‌گردد. نتیجه آنکه هم شدت و هم فشار اینگونه موجها با افزایش فاصله از منبع رو به کاهش می‌رود.

نخستین هدف ما در بحث موجهای کروی یافتن معادله عمومی موج است که بکمک آن بتوان هر نوع موج آکوستیکی سه بعدی پس‌ندانی^۱ را مطالعه کرد. چنین معادله‌ای را می‌توان مستقیماً از مختصات کروی به دست آورد، ولی از مختصات دکارتی آسانتر نتیجه‌گیری می‌شود. در مراجعه به کتابهای مختلف آکوستیک، خواننده روشهای متعددی برای یافتن معادله عمومی موج خواهد یافت که بعضی به نظر ساده و برخی مشکل می‌آیند؛ ولی همه آنها با ترکیبی از سه معادله اساسی شاره‌ها، یعنی معادله پیوستگی، معادله خواص الاستیک، و معادله نیر و نتیجه‌گیری شده است و در همه حال فرضهای ساده‌کننده‌ای چون کوچک بودن دامنه تغییرات چگالی، تراکم، تغییر مکان و سرعت ذره‌ای در آن در نظر گرفته شده است. بسط زیر در یافتن معادله عمومی موج آکوستیکی که در آن مختصات دکارتی به کار می‌رود یک حالت کلی است از بحث بند 5.2 و 5.3 که برای یافتن معادله موج تخت مورد استفاده قرار گرفته است.

7.2 معادله عمومی موج. ذره‌ای از محیط شاره‌ای را در نظر می‌گیریم که در حال تعادل دارای مختصات x و y و z باشد. در حالت عمومی این ذره می‌تواند در هر امتداد اختیاری حرکت داشته باشد. اگر مسافت پیموده آن را با بردار \mathbf{d} به مؤلفه‌های ξ و η و ζ در امتداد محورهای x و y و z فرض کنیم، بردار سرعت لحظه‌ای آن برابر $\mathbf{q} = \partial \mathbf{d} / \partial t$ با مؤلفه‌های

$w = \partial \xi / \partial t$ و $v = \partial \eta / \partial t$ و $u = \partial \zeta / \partial t$ معرفی می‌شوند. مقادارهای بالا وهمچنین فشار آکوستیکی p و تراکم s تابعی از x و y و z و t هستند.

اینک فرض می‌کنیم که در عبور موج صوتی از شاره، هر جفت از سطوح موازی عنصر حجمی مکعب مستطیل شکل، $dx dy dz$ ، که در شکل 7.1 نموده شده، مانند آنچه در حالت یک بعدی در بند 5.2 دیدیم، تغییر مکانهای موازی بیابد. حجم ابتدائی $dx \cdot dy \cdot dz$ در حال تعادل پس از عبور موج به



شکل 7.1. عنصر حجمی متوازی السطوح.

$$dx dy dz \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x}\right) \times \left(1 + \frac{\partial \eta}{\partial y}\right) \left(1 + \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right)$$

بدل می‌گردد و پیوستگی جرم که در موج یک بعدی با معادله 5.3 معرفی شده است بدین صورت در می‌آید

$$(1 + s) \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x}\right) \times \left(1 + \frac{\partial \eta}{\partial y}\right) \left(1 + \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) = 1 \quad (7.1)$$

همچنین با فرض اینکه تغییرات چگالی و تغییر مکان اندک باشند، می‌توان از جمله‌هایی نظیر $\partial \xi / \partial y$ ، $\partial \xi / \partial x$ و $\partial \xi / \partial x$ و غیره، بینهایت کوچکیهای درجه دوم، چشمپوشید. در این صورت معادله 7.1 بدین عبارت خلاصه می‌گردد

$$s = - \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \quad (7.2)$$

معادله بالا شکل سه بعدی خاص از معادله کلی تر هیدرودینامیک به نام معادله پیوستگی است. معادله بالا را می‌توان به صورت برداری چنین نوشت

$$s = -\nabla \cdot \mathbf{d} \quad (7.2a)$$

که در آن

$$\nabla \cdot \mathbf{d} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)$$

دیورژانس بردار تغییر مکان \mathbf{d} است.

با به کار بردن معادله 5.4b که بعضی از خواص الاستیک شاره را معرفی می کند می توان دو معادله بالا را با حذف s ، بر حسب فشار آکوستیکی بیان کرد

$$p = -\rho_0 c^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \quad (7.3)$$

یا

$$p = -\rho_0 c^2 (\nabla \cdot \mathbf{d}) \quad (7.3a)$$

اگر اختلاف فشار بین هر زوج از سطوح ابتدایی و انتهایی حجم ابتدایی $dx dy dz$ (شکل 7.1) را محاسبه کنیم و در سه معادله نیرو در امتداد سه محور x و y و z به کار ببریم، بدین عبارات در می آیند

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad -\frac{\partial p}{\partial y} = \rho_0 \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \quad -\frac{\partial p}{\partial z} = \rho_0 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \quad (7.4)$$

هرگاه از اولی مشتق جزئی به حسب x ، از دومی بر حسب y و از سومی بر حسب z گرفته با هم جمع کنیم، معادله زیر به دست می آید

$$-\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \quad (7.5)$$

که به صورت برداری می توان آن را چنین نوشت

$$-\nabla^2 p = \rho_0 \frac{\partial^2 (\nabla \cdot \mathbf{d})}{\partial t^2} \quad (7.5a)$$

که در آن $\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ نشانهٔ افرندگر لاپلاس یا لاپلاسیان^۲ است.

اگر $\nabla \cdot \mathbf{d}$ را از دو معادله 7.3a و 7.5a حذف کنیم معادلهٔ عمومی موج آکوستیکی به صورت زیر در می آید

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p \quad (7.6)$$

یادآوری می کنیم که اگر موجی چنان باشد که فشار آکوستیکی آن به y و z بستگی نداشته باشد، معادلهٔ عمومی 7.6 به موج تخت یک بعدی 5.9a بدل می شود که در بند 5.3 شرح آن گذشت.

معادله بالا که با به کار بردن مختصات دکارتی به دست آمد، برای حل مسائل در مختصات نوع دیگر نیز به کار می رود؛ مشروط بر آنکه شکل مناسب افرندگر لاپلاس را در هر مورد معین کنیم. از میان دستگاههای مختلف مختصات ممکن، سه نوع آن برای مسائل مربوط به آکوستیک بیشتر مناسب دارند. مختصات دکارتی بیشتر برای بحث موجهای تخت در فضای آزاد یا فضای محدود به سطوح مکعب مستطیل به کار می رود. از طرف دیگر تجزیه و تحلیل موجهای استوانه‌ای مانند موجهای منتشر شده به وسیله یک استوانه طویل یا موجهای موجود در یک فضای محدود به سطح استوانه با نمایش معادله 7.6 به وسیله مختصات استوانه‌ای ساده تر می شود. بالاخره مطالعه موجهای کروی مانند موجهای منتشر شده از یک منبع کوچک مرکزی، با تبدیل معادله 7.6 به مختصات کروی به مراتب آسانتر می گردد.

7.3 معادله موجهای کروی. افرندگر لاپلاس در مختصات کروی چنین است

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \quad (7.7)$$

که در آن $x = r \sin \theta \cos \psi$ ، $y = r \sin \theta \sin \psi$ و $z = r \cos \theta$ است. چنانکه از شکل 7.2 نمودار است، هر گاه موج دارای تقارن کروی باشد، یعنی فشار آکوستیکی $p = p(r, t)$ تنها تابعی از مسافت شعاعی و زمان فرض شود و به مختصات زاویه‌ای θ و ψ بستگی نداشته باشد، جایگزین کردن ∇^2 از معادله 7.7 در معادله 7.6، معادلات زیر را به دست می دهد.

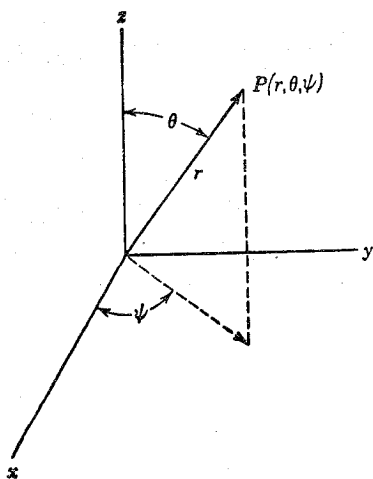
$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (7.8)$$

یا

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 (rp)}{\partial r^2} \right) \quad (7.8a)$$

از طرف دیگر چون مختصات فضایی r متغیر مستقلی است که به زمان بستگی ندارد، مشتق جزئی $\partial^2 p / \partial t^2$ را می توان چنین نوشت

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 (rp)}{\partial t^2}$$



شکل 7.2 مختصات کروی.

که اگر آن را در معادله 7.8a به کار ببریم بدین عبارت منجر می گردد

$$\frac{\partial^2(rp)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} \quad (7.9)$$

هرگاه حاصلضرب rp را در معادله بالا متغیر مطلق فرض کنیم این معادله مشابه معادله موج تخت 5.9 می شود که حل عمومی آن بدین صورت است

$$rp = f_1(ct - r) + f_2(ct + r)$$

یا

$$p = \frac{1}{r} f_1(ct - r) + \frac{1}{r} f_2(ct + r) \quad (7.10)$$

جمله اول معادله بالا معرف موجی کروی است که با سرعت c از مبدأ مختصات دور می شود، و جمله دوم آن معرف موجی کروی است که به مبدأ مختصات می گراید. موجهای کروی همگرا اهمیت چندانی ندارند که تفصیل آنها در این جا ذکر شود، ولی یادآوری این نکته به مورد است که وقتی r در مبدأ به صفر می رسد معادله بالا برای فشار آکوستیکی در کانون مقادیری بینهایت پیشبینی می کند. در عمل این مقادیر بینهایت نیستند بلکه معین و قابل اندازه گیری هستند، ولی چنان بزرگ می شوند که فرضیات متعدد برای جستجوی معادله عمومی موج در آنها قابل قبول نمی ماند.

متذکر می شویم که در هر یک از سه معادله همنه 7.4، گرادیان منفی فشار مثل $\partial p / \partial x$ — با شتاب ذره ای در امتداد معین متناسب است. همچنین با ترکیب این معادله ها می توان نشان داد که در موجهای کروی گرادیان فشار شعاعی $\partial p / \partial r$ — با شتاب ذره ای متناسب است

$$-\frac{\partial p}{\partial r} = \rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (7.11)$$

که در آن ξ معرف تغییر مکان شعاعی ذره است (در فصل پنجم و همچنین در بند 7.2، تغییر ξ مکان در امتداد x معرفی شده است).

اگر از معادله 7.11 بر حسب زمان انتگرال بگیریم، معادله سرعت، u ، به دست می آید

$$u = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \int \frac{\partial p}{\partial r} dt \quad (7.12)$$

که معادله عمومی ارتباط سرعت شعاعی ذره ای و فشار آکوستیکی است. در مورد موجهای هارمونیک که در آنها ارتباط فشار و زمان با ωt معرفی گردید، معادله 7.12 بدین عبارت مختلط در می آید

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial r} \quad (7.12a)$$

و بالاخره با انتگرال‌گیری آن بر حسب زمان می‌توان معادله تغییر مکان موج هارمونیک را به صورت مختلط به دست آورد

$$\xi = \int \mathbf{u} dt = \frac{\mathbf{u}}{j\omega} = \frac{1}{\omega^2\rho_0} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial r} \quad (7.13)$$

7.4 موجهای کروی هارمونیک. مهمترین نوع موج کروی واگرا موجی است که در آن ارتعاش هارمونیک باشد. چنین موجی را می‌توان با معادله زیر معرفی کرد

$$\mathbf{p} = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (7.14)$$

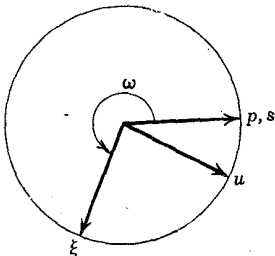
با به کار بردن روابط موجود بین متغیرهای دیگر آکوستیکی و فشار، معادله‌های زیر برای معرفی آنها به دست می‌آیند

$$s = \frac{\mathbf{p}}{\rho_0 c^2} \quad (7.15)$$

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial r} = \left(\frac{1}{r} + jk\right) \frac{\mathbf{p}}{j\omega\rho_0} \quad (7.16)$$

$$\xi = \frac{1}{\omega^2\rho_0} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial r} = -\left(\frac{1}{r} + jk\right) \frac{\mathbf{p}}{\omega^2\rho_0} \quad (7.17)$$

قسمتهای حقیقی معادله‌های 7.14 تا 7.17 متغیرهای مختلف آکوستیکی را به دست می‌دهند. چنانکه از معادله 7.16 نمودار است، برخلاف موجهای تخت سرعت ذره‌ای و فشار آکوستیکی با یکدیگر همفاز نیستند. فاز بین \mathbf{p} و \mathbf{u} را می‌توان از معادله 7.16 به دست آورد



$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{u}} &= \frac{j\omega\rho_0}{\left(\frac{1}{r} + jk\right)} = \rho_0 c \frac{kr(kr + j)}{1 + k^2 r^2} \\ &= \frac{\rho_0 c k r}{\sqrt{1 + k^2 r^2}} e^{j\theta} \end{aligned} \quad (7.18)$$

که در آن

$$\tan \theta = \frac{1}{kr} \quad (7.19)$$

شکل 7.3. رابطه‌های فاز متغیرهای آکوستیکی در موج کروی واگرا وقتی که $kr=2$ است.

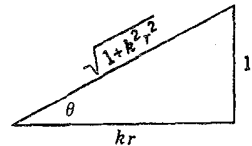
چنانکه ملاحظه می‌شود، فشار آکوستیکی به میزان θ از سرعت ذره‌ای جلو می‌افتد. برای مقادیر کوچک kr ، θ نزدیک 90° است و با زیاد شدن kr مقدار آن از 90° نزول می‌کند، و عملاً به صفر می‌رسد. حاصل ضرب kr در بسیاری از پدیده‌های آکوستیکی نقش تعیین‌کننده دارد، و مقدار هر یک از آن دو عامل ضرب جداگانه تأثیری در چگونگی آن ندارد، چون $kr = 2\pi r/\lambda$ است زاویه فاز تابعی از نسبت فاصله سطوح موج از منبع به طول موج است. در موردهایی که فاصله از منبع تنها کسر کوچکی از طول موج باشد اختلاف فاز بین فشار آکوستیکی و سرعت ذره‌ای زیاد است، ولی اگر این فاصله برابر شماره زیادی از طول موج گردد \mathbf{u} و \mathbf{p} از حیث فاز به هم خیلی نزدیک می‌شوند و در این حال موج کروی دارای بعضی از خواص موج تخت می‌گردد. این رفتار شایان توجه است زیرا سطوح موج کروی در قسمت محدودی که مورد استفاده قرار می‌گیرد در فاصله‌های دور از منبع به سطوح تخت بدل می‌شوند.

معادله 7.17 نشان می‌دهد که تغییر مکان ξ نسبت به سرعت ذره‌ای \mathbf{u} برای تمام مقادیر kr ، به میزان 90° عقب است. در شکل 7.3 اختلاف فاز بین متغیرهای مختلف آکوستیکی به‌ازای $kr = 2$ نشان داده شده است.

7.5 امپدانس آکوستیکی ویژه. چون امپدانس آکوستیکی ویژه \mathbf{z} با نسبت \mathbf{p}/\mathbf{u} معرفی می‌شود، معادله 7.18 می‌رساند که مقدار آن در فضای حامل موجهای کروی معمولاً به صورت مختلط است. اگر مقادیر حقیقی و انگاری معادله 7.18 را جدا سازیم بدین صورت درمی‌آید

$$\mathbf{z} = \rho_0 c \frac{k^2 r^2}{1 + k^2 r^2} + j \rho_0 c \frac{kr}{1 + k^2 r^2} \quad (7.20)$$

جمله اول رابطه بالا مقاومت آکوستیکی ویژه^۱ و جمله دوم آن راکتانس آکوستیکی ویژه^۲ را معرفی می‌کند. به‌ازای مقادیر خیلی کوچک kr هر دو به‌صفر نزدیک می‌شوند، ولی به‌ازای مقادیر خیلی زیاد kr مقاومت آکوستیکی ویژه به مقدار $\rho_0 c$ نزدیک می‌شود در صورتی که راکتانس آکوستیکی به‌صفر میل می‌کند. هنگامی که $kr = 1$ باشد مقاومت آکوستیکی ویژه و راکتانس ویژه هر دو برابر $\rho_0 c/2$ می‌شوند. در این حال دومی ماکسیمم مقدار خود را دارا است. مقدار مطلق \mathbf{z} ، امپدانس آکوستیکی ویژه، نسبت



شکل 7.4. مثلث برداری، نشان دهنده رابطه‌های میان θ و kr .

دامنه فشار موج (P) به دامنه سرعت (U) آن است.

بنابراین

$$\mathbf{z} = \frac{P}{U} = \rho_0 c \frac{kr}{\sqrt{1 + k^2 r^2}} \quad (7.21)$$

1) specific acoustic resistance

2) specific acoustic reactance

چون $tg\theta = 1/kr$ است، چنانکه از شکل 7.4 نمودار است، $\cos\theta$ بدین مقدار است

$$\cos\theta = \frac{kr}{\sqrt{1 + k^2r^2}} \quad (7.19a)$$

بنابراین معادله 7.21 بدین عبارت خلاصه می‌شود

$$z = \rho_0 c \cos\theta \quad (7.21a)$$

و رابطه بین دامنه فشار و دامنه سرعت بدین صورت در می‌آید

$$P = \rho_0 c U \cos\theta \quad (7.22)$$

به‌ازای مقادیر زیاد kr ، $\cos\theta$ به واحد نزدیک می‌شود و رابطه بین فشار و سرعت به‌صورتی که در موج تخت با معادله 5.41 معرفی شده است در می‌آید. هنگامی که فاصله نقطه دریافت موج از منبع موج کروی کم می‌شود، kr و $\cos\theta$ هردو نزول می‌کنند و سرعتهای ذره‌ای به‌ازای فشار معین افزایش می‌یابد. در فواصل بسیار کم از منبع سرعتهای ذره‌ای حتی برای مقادیر بسیار کوچک فشار بی‌اندازه زیاد می‌شوند، و نتیجه این است که منبع صوت کوچک، توانائی پخش موجهای صوتی کروی با شدت زیاد را ندارد. همچنین منبع صوتی به ابعاد متوسط نیز قادر نیست در فرکانسهای کم، توان صوتی قابل ملاحظه‌ای ایجاد کند.

به‌منظور نمایاندن دشواریهای بالا، دامنه‌های سرعت و تغییر مکان ذره‌ای موج کروی را در فاصله 2.5 سانتیمتری منبع صوت در هوا به فرکانس 20 سیکل در ثانیه حساب می‌کنیم. در صورتی که دامنه فشار موج در آن فاصله برابر 20 میکروبار (2 نیوتن بر مترمربع) فرض شده باشد، چون $kr \ll 1$ است، پس

$$\cos\theta \approx kr = \frac{2\pi \times 20 \times 0.025}{343} = 0.00915$$

و

$$U = \frac{P}{\rho_0 c \cos\theta} = \frac{2}{415 \times 0.00915} = 0.526 \text{ m/sec}$$

و تغییر مکان متناظر با آن چنین خواهد شد

$$\xi = \frac{U}{\omega} = \frac{0.526}{2\pi \times 20} = 0.0042 \text{ m} = 0.42 \text{ cm}$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، مقادیر دامنه‌های بالا زیاد نیستند. با همین فشار و فرکانس مقادیر بالا در موج تخت در فاکتور $1/\cos\theta$ یا تقریباً 110 ضرب می‌شوند.

7.6 شدت موجهای کروی. معادله 7.14 را دوباره می‌نویسیم

$$p = \frac{A}{r} e^{i(\omega t - kr)} \quad (7.14a)$$

بدون کاستن از عمومیت آن می‌توان زمان را چنان اختیار کرد که مقدار مختلط A در آن به مقدار حقیقی A بدل گردد و A/r دامنه فشار موج معرفی شود. یادآوری می‌کنیم که دامنه فشار در موج کروی نامیرا مانند موج تخت نامیرا ثابت نمی‌ماند، بلکه به نسبت عکس فاصله r از منبع کاهش می‌یابد. درحالت بالا مقدار حقیقی معادله 7.14a بدین صورت نوشته می‌شود

$$p = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr) \quad (7.14b)$$

چون $u = p/z$ است مقدار سرعت ذره‌ای به صورت مختلط بدین عبارت است

$$u = \frac{A}{rz} e^{i(\omega t - kr)} \quad (7.23)$$

اگر مقدار z را بر حسب مشخصات موج

$$z = \frac{\rho_0 c k r}{\sqrt{1 + k^2 r^2}} e^{i\theta}$$

در آن قرار داده و مقدار حقیقی سرعت ذره‌ای را به دست آوریم، بدین عبارت خلاصه می‌گردد

$$u = \frac{A}{\rho_0 c r} \cdot \frac{\sqrt{1 + k^2 r^2}}{kr} \cos(\omega t - kr - \theta) \quad (7.23a)$$

و دامنه آن چنین است

$$U = \frac{A}{\rho_0 c k} \cdot \frac{\sqrt{1 + k^2 r^2}}{r^2} \quad (7.24)$$

و مانند دامنه تغییر مکان نسبت معکوس با فاصله r ندارد. به همین مناسبت بهتر است در مطالعه موجهای کروی آنها را با دامنه فشار معرفی کنیم نه با دامنه سرعت ذره‌ای. معادله 7.23a را نیز می‌توان بدین صورت نوشت

$$u = \frac{A}{\rho_0 c r \cos \theta} \cos(\omega t - kr - \theta) \quad (7.23b)$$

تراکم انرژی لحظه‌ای، \bar{u} ، را می‌توان از معادله 5.29 به دست آورد که هم در موجهای تخت و هم در موجهای گروهی صادق است. می‌توان نشان داد که متوسط تراکم انرژی جنبشی چنین است

$$\bar{\epsilon}_k = \frac{\rho_0 U^2}{4} = \frac{A^2(1 + k^2 r^2)}{4\rho_0 c^2 k^2 r^4} \quad (7.25)$$

و متوسط انرژی پتانسیل چنین

$$\bar{\epsilon}_p = \frac{P^2}{4\rho_0 c^2} = \frac{A^2}{4\rho_0 c^2 r^2} \quad (7.25a)$$

بنابراین متوسط تراکم انرژی کل بدین مقدار است

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_k + \bar{\epsilon}_p = \frac{A^2}{2\rho_0 c^2 r^2} \left(1 + \frac{1}{2k^2 r^2}\right) \quad (7.26)$$

یا

$$\bar{\epsilon} = \frac{P^2}{2\rho_0 c^2} \left(1 + \frac{1}{2k^2 r^2}\right) \quad (7.26a)$$

قسمتی از تراکم انرژی جنبشی موج گروهی از مؤلفه سرعت ذره‌ای نتیجه می‌شود که با فشار همفاز نیست و شبیه توان راکتیو در مدار الکتریکی است و چون این انرژی از دستگاه به خارج منتقل نمی‌شود شدت موج گروهی را نمی‌توان حاصلضرب تراکم \bar{u} در c دانست چنانکه در موج تخت عمل گردید. محاسبه نشان می‌دهد که شدت موج گروهی برابر حاصلضرب c در جمله اول معادله 7.26a است

$$I = \frac{P^2}{2\rho_0 c} \quad (7.27)$$

که مشابه معادله متناظر آن برای موجهای تخت است.

شدت موج گروهی را می‌توان مقدار متوسط کار انجام داده شده در واحد زمان به وسیله واحد سطح موج گروهی در محیط خارجی دانست و رابطه آن از این طریق ساده‌تر به دست می‌آید. در هر شاره مقدار کار لحظه‌ای انجام شده به وسیله واحد سطح در واحد زمان برابر حاصلضرب فشار در سرعت است و متوسط آن در یک پریرود کامل بدین عبارت است

$$I = \frac{\int_0^T pu \, dt}{T} \quad (7.28)$$

یا

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T P \cos(\omega t - kr) U \cos(\omega t - kr - \theta) \, dt = \frac{PU \cos \theta}{2} \quad (7.28a)$$

که در آن $\cos \theta$ شبیه ضریب توان راکتیو در مدار جریان متناوب است. چون $U \cos \theta = P / \rho_0 c$ است، دو معادله 7.27 و 7.28a معادل می‌شوند. $\cos \theta$ ضریبی است که با فاصله شعاعی و فرکانس تغییر می‌کند، بنابراین معادله 7.28 که در آن این ضریب خودنمایی نمی‌کند بیشتر به کار می‌رود.

مقدار متوسط انرژی که در هر ثانیه از منبع موجهای کروی متقارن منتشر شده و از سطح کروی بسته به شعاع r محیط بر منبع به خارج منتقل می‌شود چنین است

$$W = 4\pi r^2 I = \frac{4\pi r^2 P^2}{2\rho_0 c} \quad (7.29)$$

و چون در معادله 7.14a، $P^2 = A^2 / r^2$ است، بنابراین

$$W = \frac{2\pi A^2}{\rho_0 c} \quad (7.29a)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود انرژی منتقل شده از هر سطح کروی محیط بر منبع موجی، بستگی به شعاع کره ندارد و این نتیجه‌ای از اصل بقای انرژی است.

7.7 تابش کروی از منبع ساده. از لحاظ نظری، ساده‌ترین نوع منبع انتشار موجهای

کروی کرهٔ تپنده^۱ است و آن کره‌ای است که شعاعش نسبت به زمان تغییر سینوسیوئیدی داشته باشد. وضع تقارن چنین کره‌ای ایجاب می‌کند که در محیط یکدخواخت و ایزوتروپ موجهای کروی هارمونیک در اطراف منبع ایجاد شود. با آنکه این نوع منبع بندرت استعمال دارد ولی بحث آن مفید به نظر می‌رسد؛ چه از یک طرف مقدمهٔ ساده‌ای برای مطالعهٔ منابع عملیتر به شمار می‌رود و از طرف دیگر با تقریب اول، بیشتر منابع بخش موج مانند کرهٔ تپنده عمل می‌کنند، منوط بر آنکه ابعاد آنها نسبت به طول موج صدای حاصل کوچک باشد.

اگر شعاع متوسط کرهٔ تپنده را a و سرعت شعاعی هر نقطه از سطح آن را u_s فرض

1) pulsating sphere

کنیم می‌توان نوشت

$$u_s = U_0 \cos \omega t \quad (7.30)$$

که در آن U_0 دامنه سرعت سطح کره است. شکل مختلط معادله بالا بدین صورت است

$$u_s = U_0 e^{j\omega t} \quad (7.31)$$

سوی مواردی که در آن دامنه‌های سرعت زیاد و در نتیجه دامنه‌های فشار برابر یا بیشتر از فشار تعادل شاره باشند، می‌توان قبول کرد که شاره اطراف سطح کره تپنده در حرکت سطح پیوسته با آن در تماس باقی می‌ماند، و در نتیجه سرعت ذره‌ای موج آکوستیکی به شعاع a پیوسته برابر سرعت شعاعی سطح کره تپنده است، و این شرط مرزی با توجه به معادله 7.23 بدین عبارت معرفی می‌شود

$$\frac{\mathbf{A}}{a\mathbf{z}_a} e^{j(\omega t - ka)} = U_0 e^{j\omega t}$$

که در آن \mathbf{z}_a امپدانس آکوستیکی ویژه موج کروی به ازای $r=a$ است. در این صورت

$$\mathbf{A} = aU_0\mathbf{z}_a e^{jka} \quad (7.32)$$

اگر شعاع کره تپنده چنان کوچک فرض شود که در فرکانسهای مورد عمل $ka \ll 1$ باشد، عبارت بالا بدین صورت در می‌آید

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= aU_0 \frac{\rho_0 c k a (ka + j)}{1 + k^2 a^2} (\cos ka + j \sin ka) \\ &\approx a^2 U_0 \rho_0 c k \frac{(ka + j)(1 + jka)}{1 + k^2 a^2} \end{aligned}$$

یا

$$\mathbf{A} \approx j\rho_0 c k a^2 U_0 \quad (7.33)$$

بنابراین معادله فشار آکوستیکی بدین عبارت معرفی می‌شود

$$\mathbf{p} = \frac{j\rho_0 c k a^2 U_0}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (7.34)$$

قسمت حقیقی این عبارت

$$p = \frac{-\rho_0 c k a^2 U_0}{r} \sin(\omega t - kr) \quad (7.34a)$$

فشار حقیقی را در موج معرفی می‌کند. عبارت‌های مختلط برای متغیرهای آکوستیکی دیگر را می‌توان از معادله‌های 7.15 تا 7.17 به دست آورد. مثلاً سرعت ذره‌ای مختلط با معادله

$$\mathbf{u} = \frac{j\rho_0 c k a^2 U_0}{zr} e^{j(\omega t - kr)} \quad (7.35)$$

مشخص می‌شود که در آن $\mathbf{u} = U_0 e^{j\omega t}$ به ازای $r = a$ است. معادله فشار 7.34 را ممکن است به صورت

$$\mathbf{p} = \frac{j\rho_0 c k}{4\pi r} Q_s e^{j(\omega t - kr)} \quad (7.36)$$

نوشت که در آن مقدار Q_s حاصلضرب سطح کره تپنده در دامنه سرعت است، یعنی $Q_s = 4\pi a^2 U_0$ ، و توانایی^۱ منبع کروی نامیده می‌شود، و واحد آن متر مکعب بر ثانیه است. بطور کلی، توانایی هر منبع که اجزای سطوح آن همفاز مرتعش شوند برابر سرعت حجمی ماکسیمم شاره متحرک آن در ثانیه است، و به عبارت زیر معرفی می‌شود

$$Q = \int_S \mathbf{U} \cdot d\mathbf{S} \quad (7.37)$$

که در آن \mathbf{U} بردار دامنه سرعت جزیی از سطح منبع $d\mathbf{S}$ است. در مورد منبعی که سطح آن یکنواخت مرتعش شود، و سرعت در تمام نقاط آن عمود بر سطح باشد، مانند کره تپنده معادله 7.37، به صورت $Q = S U_0$ در می‌آید. در موارد دیگر، که دامنه سرعت از حیث مقدار و از حیث امتداد از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر تغییر می‌کند، توانایی منبع را باید از انتگرال حاصلضرب اسکالر بردار دامنه سرعت و جزء سطح $d\mathbf{S}$ سطح مربوطه به دست آورد.

وقتی طول موج صدای حاصل از منبع تپنده به میزانی بیش از ابعاد آن اختیار شود که $ka \ll 1$ باشد، فشارهای آکوستیکی از فواصلی از منبع مانند $r \gg a$ برای تمام منابع که به یک توانایی باشند به یک مقدارند و بستگی به شکل منبع ندارند، و معادله 7.36 برای چنین منبع ساده‌ای^۲ صادق است. مثلاً دهانه باز یک لوله ارگ یا ساز بادی در برابر طول موج به میزانی کوچک است که می‌توان آن را منبع ساده‌ای گرفت که معادل پیستون ساده‌ای به همان توانایی باشد.

شدت موجهای آکوستیکی که از منبع ساده کروی منتشر می‌شوند بدین مقدار است

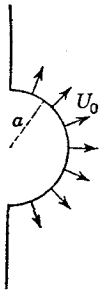
$$I = \frac{P^2}{2\rho_0 c} = \frac{\left(\frac{\rho_0 c k Q_s}{4\pi r}\right)^2}{2\rho_0 c} = \frac{\rho_0 c k^2}{32\pi^2 r^2} Q_s^2 \quad (7.38)$$

توان متوسط تابش از سطح کروی بسته به شعاع r برابر حاصلضرب شدت موجود به فاصله شعاعی r در سطح کره است

$$W = \frac{\rho_0 c k^2}{8\pi} Q_s^2 \quad (7.39)$$

7.8 دیوارک بیکران^۱. مشخصات تابش ρ_0 منبع صوت با بودن سطح وسیع سختی در جوار

منبع تغییر می‌یابد. مثال مهمی از این وضع کارگذاردن منبع صوت است، در سطح دیواره تخت بینهایتی که «دیوارک بیکران» نام گرفته و در آن تابش تنها از یک طرف سطح دیواره امکان‌پذیر است. منبع نیمکره‌شکلی که در یک دیوارک بیکران کارگذارده باشند مثال خوبی برای این مورد است (شکل 7.5). وضع قرینه‌ای دستگاه ایجاد می‌کند که فشارهای آکوستیکی تابش در طرفی از سطح دیوارک که نیمکره قرار دارد مشابه باشند با فشارهای آکوستیکی که منبع کروی شکل به همان شعاع، همان فرکانس و همان دامنه سرعت آزادانه منتشر می‌سازد، و معادله 7.34 را می‌توان برای معرفی مشخصات تابش منبع نیمکره‌ای شکل به کار برد. هرگاه مشخصات منبع را برای دامنه سرعت با توانایی آن معرفی کنیم مسلم است که توانایی منبع نیمکره‌ای برابر نصف توانایی منبع کروی به همان شعاع و همان دامنه سرعت است، یعنی $Q_H = 2\pi a^2 U_0$ چون مقدار U_0 را از آن در معادله 7.34 قرار دهیم فشار آکوستیکی نیمکره در دیوارک بیکران به دست می‌آید



شکل 7.5. منبع نیمکره‌ای که در دیوارک بیکران کار گذاشته شده است.

$$p = \frac{j\rho_0 c k}{2\pi r} Q_H e^{j(\omega t - kr)} \quad (7.40)$$

که دو برابر فشار آکوستیکی منبع کروی به همان توانایی است. همچنین هر منبع ساده‌ای به توانایی Q_H که در دیوارک بیکرانی کار گذارده باشند میدانی از صوت ایجاد می‌کند که فشار آکوستیکی آن را می‌توان از معادله 7.40 حساب کرد. شدت موجهای واگرا که از چنین منبع صوتی منتشر می‌گردد بدین مقدار است

$$I = \frac{\rho_0 c k^2}{8\pi^2 r^2} Q_H^2 \quad (7.41)$$

(۱) infinite baffle. دیوارک = دیوارک (پسوند نیست و تشبیه)؛ این واژه مفهوم ویژه‌تری از «دیواره» دارد. -م.

و توان آکوستیکی آن $2\pi r^2 I$ بدین رابطه است

$$W = \frac{\rho_0 c k^2}{4\pi} Q_H^2 \quad (7.42)$$

7.9 تابش از يك پيستون. عموماً تابش حاصل از ارتعاش يك سطح وسيع دارای ویژگیهای تابش کروی نیست. ولی فشار آکوستیکی موجود در هر نقطه را می‌توان حاصل جمع فشارهایی دانست که به وسیلهٔ منبعی معادل مجموعه‌ای از منابع ساده، ایجاد شده باشد. مثلاً هر سطح بینهایت کوچک dS از سطح کل مرتعش را می‌توان منبع ساده‌ای فرض کرد که در هر يك دیوارك بیکرانی کار گذارده باشند، و از نقطه‌ای به فاصلهٔ r' از آن فشاری برابر dp ایجاد می‌کند، و می‌توان نوشت

$$dp = \frac{j\rho_0 c k}{2\pi r'} (\mathbf{U} \cdot d\mathbf{S}) e^{j(\omega t - kr')} \quad (7.43)$$

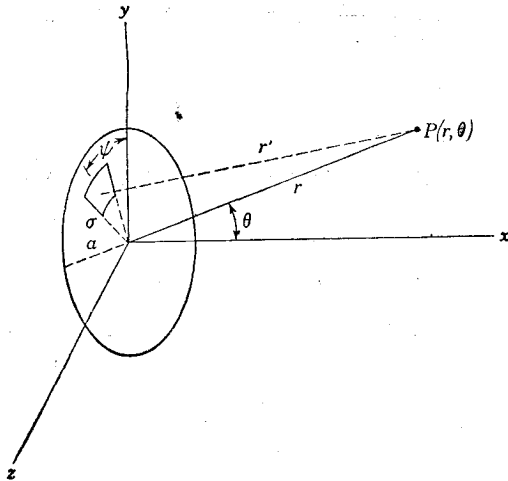
از لحاظ نظری معادلهٔ فشار در هر نقطه از محیط از انتگرال رابطهٔ بالا برای تمام سطح منبع به دست می‌آید. اشکالات ریاضی در حل این انتگرال مسئله را به چند مورد خاص ولی مهم محدود می‌سازد.

یکی از انواع مهم منابع تابنده با سطح وسیع که کاربرد فراوان دارد پيستون دایره‌ای سختی است که در يك دیوارك بیکرانی کار گذارده و با ارتعاش سادهٔ هارمونیک، به معادلهٔ $u = U_0 \cos \omega t$ به نوسان درآوردند. حل این مثال خاص در موارد بسیاری استعمال دارد؛ از جمله تابش از دهانهٔ باز لوله ارگ. در این بحث مهم نیست که عامل مرتعش پيستون باشد یا لایه‌ای دایره‌ای از هوا؛ بنابراین آنکه تمام قسمتهای لایه با يك دامنه، يك فرکانس و يك فاز به ارتعاش درآیند. در عمل این شرایط در مورد لوله کاملاً وجود ندارد چه دامنهٔ ارتعاش هوا نزدیک به لبه و دورهٔ لوله کمتر از دامنهٔ ارتعاش مرکز آن است، ولی با تقریب اول می‌توان این لایه را از حیث تابش معادل پيستون سخت، فرض کرد.

فرض کنیم شعاع پيستون a و سطح مرتعش آن در صفحهٔ xy و مرکز آن منطبق بر مبدأ مختصات باشد، در این صورت تابش نسبت به محور x حالت تقارن دارد و وضع هر نقطه از حیث تابش با مختصات کروی r, θ ، یعنی فاصلهٔ شعاعی از مرکز پيستون و زاویهٔ بین شعاع حامل و محور x قابل معرفی است (شکل 7.6). همچنین اوضاع نقاط صفحهٔ پيستون را می‌توان با مختصات قطبی ρ, ψ یعنی فاصلهٔ شعاعی هر نقطه از مرکز پيستون و زاویهٔ بین شعاع حامل آن نقطه با محور y مشخص کرد. چون سطح ابتدایی dS به مقدار $\rho d\rho d\psi$ در نظر گرفته فاصله آن را از نقطهٔ $P(r, \theta)$ در محیط r' فرض کنیم فشار آکوستیکی تابش توسط dS در این نقطه بدین معادله است

$$dp = \frac{j\rho_0 c k}{2\pi r'} U_0 dS e^{j(\omega t - kr')} \quad (7.44)$$

چون حرکت هر سطح ابتدایی پیستون عمود بر سطح پیستون گرفته شده است حاصل ضرب $U \cdot dS$ در معادله 7.43 با $U_0 dS$ معرفی شده است و فشار کل وارد به نقطه P به وسیله تمام اجزای سطح پیستون انتگرال معادله بالا برای تمام سطح پیستون است .



شکل 7.6. دستگاه مختصاتی که برای به دست آوردن مشخصات تابشی پیستون مسطح به کار می رود.

فاصله r' بر حسب r و σ و زاویه های θ و ψ بدین مقدار است

$$r' = (r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \sin \theta \cos \psi)^{1/2} \quad (7.45)$$

اگر مقدار r' را در معادله 7.44 قرار دهیم رابطه dp مفصل و انتگرال آن غیر قابل حل می شود؛ ولی در موردی که فاصله نقطه $P(r, \theta)$ از مرکز پیستون با مقایسه با شعاع پیستون زیاد باشد، می توان مقدار تقریبی r' را که از بسط سری معادله 7.45 و انتخاب دو جمله از آن به دست می آید به کار برد

$$r' = r - \sigma \sin \theta \cos \psi + \dots \quad (7.45a)$$

در فاصله های دور از پیستون دامنه فشار حاصل از یک سطح ابتدایی اختیار شده در سطح پیستون با فشار حاصل از هر سطح ابتدایی دیگر تفاوت جزئی دارد. چنانکه می توان به جای r' در مخرج معادله 7.44 جمله اول از سری 7.40a را به کار برد. از طرف دیگر فاز نسبی فشارهای حاصل در نقطه $P(r, \theta)$ توسط دو سطح ابتدایی در فاصله های دور از پیستون فقط بستگی به اختلاف فاصله های آن دو از نقطه P دارد و به خود r بستگی ندارد. نتیجه آنکه

در عامل فاز معادله 7.44 به جای r' باید لااقل دو جمله از بسط آن (معادله 7.45a) را به کار برد. بنابراین در فاصله‌های دور از پیستون با تقریبهایی بالا معادله فشار تابش توسط سطح ابتدایی dS بدین عبارت خلاصه می‌شود

$$dp = \frac{j\rho_0 ck}{2\pi r} U_0 e^{j(\omega t - kr)} e^{jk\sigma \sin\theta \cos\psi} dS$$

یا

$$p = \frac{j\rho_0 ck}{2\pi r} U_0 e^{j(\omega t - kr)} \int_0^a \sigma d\sigma \int_0^{2\pi} e^{jk\sigma \sin\theta \cos\psi} d\psi \quad (7.46)$$

جمله $\int_0^{2\pi} e^{jk\sigma \sin\theta \cos\psi} d\psi$ را می‌توان با بسط سری برحسب $(k\sigma \sin\theta \cos\psi)$ و انتگرال جمله به جمله آن محاسبه کرد و نتیجه آن برابر $(2\pi J_0(k\sigma \sin\theta))$ می‌شود. همین نتیجه را با به کار بردن رابطه عمومی زیر از خواص توابع بسل می‌توان به دست آورد

$$J_m(x) = \frac{(-j)^m}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{jx \cos\psi} \cos(m\psi) d\psi \quad (7.47)$$

انتگرال دوم معادله 7.46 را نیز می‌توان با به کار بردن رابطه $\int x J_0(x) dx = x J_1(x)$ که در جدول 4.1 آمده است حل کرد. در نتیجه

$$2\pi \int_0^a \sigma J_0(k\sigma \sin\theta) d\sigma = 2\pi a^2 \left[\frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right] \quad (7.48)$$

اگر حل انتگرال بالا را در معادله 7.46 قرار داده خلاصه کنیم، مقدار مختلط فشار بدین عبارت در می‌آید

$$p = \frac{j\rho_0 cka^2 U_0}{2r} e^{j(\omega t - kr)} \left[\frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right] \quad (7.49)$$

که قسمت حقیقی آن مقدار فشار موجود در نقطه $P(r, \theta)$ را معرفی می‌کند عبارتهای مربوط به سرعت لحظه‌ای تغییر مکان و غیره را می‌توان از رابطه‌های معمولی موجود بین فشار و متغیرهای دیگر آکوستیکی به دست آورد.

7.10 توزیع فشار و شدت. می‌توان Q_p ، توانایی پیستون را با قراردادن $Q_p/\pi a^2$ به جای U_0 در معادله 7.49، وارد کرد

$$p = \frac{j\rho_0ck}{2\pi r} Q_p e^{j(\omega t - kr)} \left[\frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right] \quad (7.50)$$

مقایسه بین معادله بالا و معادله 7.40 نشان می دهد که فشار آکوستیکی تابش به وسیله پیستونی به توانایی Q_p و فشار آکوستیکی تابش به وسیله منبع نیمکره ای به يك عبارتند، جز اینکه ضریبی به نام ضریب راستاوری^۱ به مقدار زیر در اولی خودنمایی می کند

$$\frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta}$$

مقدارهای تابع $2J_1(x)/x$ را می توان از تابع $J_1(x)$ بسل حساب کرد، چنانکه در جدول IV ضمیمه آمده است. عبارت ساده ای از تابع راستاوری برای مقدارهای کسری x از بسط $J_1(x)$ و اختیار دو جمله اول آن به صورت زیر به دست می آید

$$\frac{2J_1(x)}{x} \approx 1 - \frac{x^2}{8} \quad (7.51)$$

در نقاط واقع بر محور پیستون زاویه θ و $ka \sin \theta$ صفر هستند، و تابع راستاوری برابر واحد می شود. در نتیجه فشارهای تابش پیستون در آن نقاط برابر فشارهای تابش منبع ساده نیمکره ای به همان توانایی است.

در شکل 7.7 تغییرات تابع راستاوری $2J_1(x)/x$ بر حسب تغییرات x رسم شده است. چنانکه دیده می شود، منحنی نمایش آن محور x را در نقطه های $x = 3.83, 7.02, 10.15, etc$ قطع می کند و این می رساند که دامنه فشار در نقاط واقع بر سطح گروی به شعاع r با نمو زاویه قطبی θ نزول می کند، به ازای $ka \sin \theta = 3.83$ به صفر می رسد. زاویه θ_1 ، که به ازای آن فشار آکوستیکی صفر می شود، با رابطه زیر معرفی می گردد

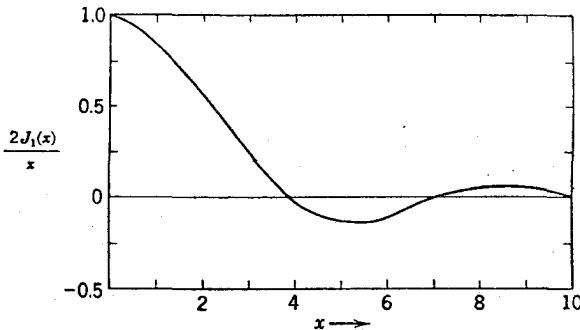
$$\sin \theta_1 = \frac{3.83}{ka} = 0.61 \frac{\lambda}{a} \quad (7.52)$$

θ_1 حد انتهای پهنای بره بزرگ^۲ فشار آکوستیکی را مشخص می سازد. چون فشار تابش پیستون در هر نقطه هم تابع زاویه قطبی و هم تابع فاصله آن نقطه از منبع است، موج حالت تقارن گروی ندارد، ولی خاصیت معرف موج گروی را داراست؛ زیرا از يك طرف فشار آن متناسب با عکس فاصله شعاعی از مرکز منبع است، و از طرف دیگر فاز فشار در هر نقطه از سطح موج گروی که درون بره واقع شود به يك اندازه است.

بعد از بره بزرگ مرکزی نخستین بره کناری^۱ بین دو زاویه θ_1 و θ_2 قرار دارد، و θ_2 با رابطه زیر معرفی می شود

$$\sin \theta_2 = \frac{7.02}{ka} = 1.12 \frac{\lambda}{a} \quad (7.53)$$

فشارهای آکوستیکی درون این بره معمولاً کوچکتر از فشارهای آکوستیکی درون بره بزرگ است. بیشتر این گونه نسبتها با اختلاف تراز بر حسب دسی بل بیان می شوند. در این مورد تراز ماکسیمم فشار صوتی درون این بره ۱۷.۵ دسی بل (20log 0.133) کمتر از تراز ماکسیمم فشار درون بره بزرگ است. بعلاوه، چنانکه از منحنی شکل ۷.۷ نمودار است، فشارهای آکوستیکی به ازای هر مقدار معین از r درون این بره اختلاف فازی برابر 180° نسبت به فشارهای نظیر آن در همان سطح موج درون بره بزرگ داراست.



شکل ۷.۷. تابع راستاوری برای پیستون دایره ای.

هنگامی که شعاع پیستون نسبت به طول موج صوت بزرگ باشد، یعنی هنگامی که $ka \gg 1$ ، شکل تابش دارای چند بره کناری است و پهنای زاویه ای بره بزرگ مرکزی کوچک است. از طرف دیگر اگر نسبت شعاع پیستون به طول موج چنان کوچک باشد که ka کمتر از ۳.۸۳ گردد، برای θ مقداری حقیقی نمی توان یافت که در رابطه $\sin \theta = 3.83/ka$ صدق کند، و معنی آن این است که فقط بره مرکزی وجود دارد. به ازای مقادیر حقیقی کوچک ka ، عامل راستاوری برای همه زاویه های θ تقریباً نزدیک به واحد است، چنانکه دامنه فشار نسبت به مرکز پیستون حالت قرینه ای دارد، و فشارهای صوتی برابر فشارهایی می شوند که از یک منبع ساده به صورت نیمکره ای و با همان توانایی می تابند. این نتیجه نیز از پیش هویداست، چه به ازای مقادیر خیلی کوچک ka ، پیستون در حقیقت همانند منبع ساده است. دامنه فشار p بدین مقدار است

1) first side lobe

$$P = \frac{\rho_0 c k \pi a^2 U_0}{2\pi r} \left[\frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right] \quad (7.54)$$

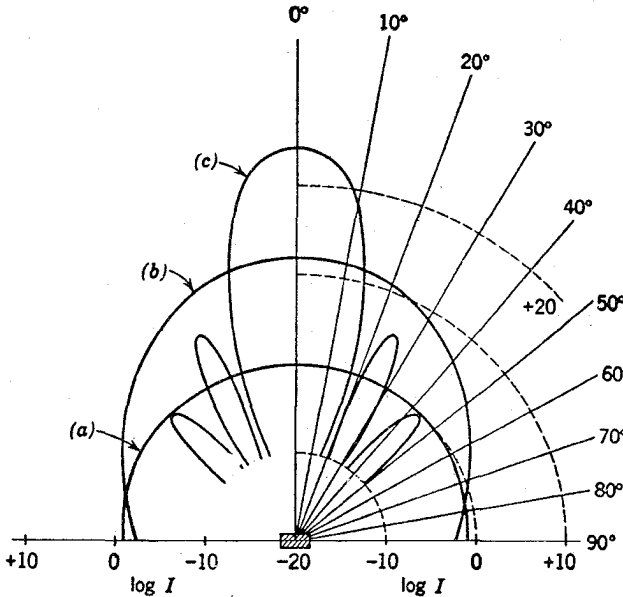
و شدت I برابر مقدار زیر است

$$I = \frac{P^2}{2\rho_0 c} = \frac{\rho_0 c k^2 U_0^2 (\pi a^2)^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right]^2 \quad (7.55)$$

شدت محوری I_0 را می توان به عبارت زیر بیان کرد

$$I_0 = \frac{\rho_0 c k^2}{8\pi^2 r^2} U_0^2 S^2 = \frac{\rho_0 c k^2}{8\pi^2 r^2} Q_p^2 = \frac{\rho_0 c}{2\lambda^2 r^2} Q_p^2 \quad (7.56)$$

که در آن S سطح پیستون و λ طول موج صوت منتشر از آن است. یادآوری می کنیم که درمنبع ارتعاشی با توانایی ثابت Q_p ، شدت محوری با مربع فرکانس نسبت مستقیم دارد. از طرف دیگر اگر دامنه سرعت U_0 ثابت نگه داشته شود این شدت با مربع سطح پیستون نسبت مستقیم دارد نه با توان اول آن؛ چنانکه در نظر اول حدس زده می شود.



شکل 7.8. شکلهای قطبی تشعشع پیستون مسطح به عنوان تابعی از سه فرکانس گوناگون. منحنی $\log I$ برای مقادیرهای (a) $\lambda = 8a$ ، (b) $\lambda = 2a$ ، و (c) کشیده شده است.

شکل 7.8 چگونه تغییر شکل تابش پیستونی را به شعاع ثابت a و توانایی Q_p بر حسب

تغییر فرکانس در نمایش قطبی نشان می‌دهد. فاصله‌های شعاعی در این شکل متناسب با $\log I$ و فرکانسها در منحنی (a) با رابطه $\lambda = 8a$ ، در منحنی (b) با رابطه $\lambda = 2a$ و در منحنی (c) با رابطه $\lambda = a/2$ گرفته شده‌اند. چنانکه ملاحظه می‌شود، شدت محوری I_0 در فرکانسهای بالا بیشتر از فرکانس پایین است، و از معادله 7.56 قابل پیشبینی است. شدت ماکسیم نخستین بره کناری بدین مقدار است

$$I_1 = 0.133^2 I_0 = 0.018 I_0$$

و امتداد تابش در این شدت ماکسیم با رابطه زیر معرفی می‌شود

$$\sin \theta = \frac{5.15}{ka}$$

چگونگی توزیع فشار و اشکال تابش در نوع پیستونهای بلندگوه‌ها به دلایل چندی از اشکال تابش که در بالا ذکر آن رفت متمایز است. دلیل نخست آنکه سطح دیوارکی که بلندگو در آن نصب است سطح محدودی است، و همیشه مانند دیوارک بیکران عمل نمی‌کند. در فرکانسهای بالا، یعنی طول موجهای کوتاه، دیوارک به ابعاد کوچک هم که باشد مانند دیوارک بیکران عمل می‌کند، ولی در فرکانسهای کم که در آن طول موج صوت ممکن است به‌میزان ابعاد دیوارک یا بیش از آن باشد، و فرض اینکه هر یک از اجزای سطح پیستون مانند منبع ساده تابش نیمکروی عمل می‌کند دور از حقیقت است. به‌علاوه تابشی که از پشت بلندگومنتشر می‌گردد ممکن است داخل منطقه مقابل آن شود، و در نتیجه اشکال تابش، به تابش آکوستیکی دوگانه بدل شود. این موضوع در فصل دهم مربوط به بلندگوه‌ها تشریح خواهد شد.

دلیل دیگر اینکه موادی که مخروط بلندگو را از آنها می‌سازند کاملاً سخت نیستند، و چون پیستون در مرکز روی مخروط مرتعش راهنمایی می‌گردد قسمتهای داخلی مخروط دارای سرعتی بیش از قسمتهای کناری است و در فرکانسهای بالا مخروط بلندگو مانند یک پوسته قابل انعطاف مرتعش می‌گردد. در این صورت U در انتگرال معادله 7.46 مانند قبل ثابت گرفته نمی‌شود، بلکه تابعی از θ فاصله شعاعی هر نقطه از سطح پیستون نسبت به مرکز است. به‌طور کلی، نزول U با افزایش θ سبب می‌شود که بره بزرگ کمی پهن گردد و شدت بره‌های کناری کاهش یابد. با انتخاب مناسب رابطه‌ای بین U و θ می‌توان از مواردی که در آن اولین بره کناری حذف شده باشد گرفته تا مواردی که تمام بره‌های کناری یک شدت داشته باشند اشکال مختلفی از تابش به دست آورد. با این حال به‌سبب محدودیت اساسی که در اثر توزیع سرعت در سطح پیستون پدیدار است نمی‌توان راهی یافت که زاویه بره اصلی از مقدار $\theta_1 = \sin^{-1}(0.61 \lambda/a)$ کوچکتر شود. تا به θ_1 می‌توان با تغییر توزیع سرعت وسیعتر کرد،

ولی به ازای هر طول موج مشخصی فقط با افزایش قطر پیستون می‌توان آن را باریکتر ساخت. افزایش خاصیت راستاوری بلندگو که با نمو فرکانس همراه است گاهی سبب تغییراتی در شدتهای نسبی بین فرکانسهای بالا و پایین می‌گردد و در اثر این خاصیت شدت نسبی فرکانسهای بالا در نقطه‌های نزدیک به محور بلندگو بیش از شدت در نقطه‌های دور از محور است. در اتفاقی به‌ابعاد متوسط این پدیده اثر نامطلوبی در آکوستیک اتاق ندارد؛ مگر این‌که ضریب جذب دیوارها زیاد باشند، چه در اثر بازتابهای پیاپی به دیوارها این تقیصه جبران می‌گردد و شدتها یکنواخت می‌شوند. ولی در فضای آزاد یا در سالنهای وسیع این عیب خود نمای می‌کند و جز با به‌کاربردن چند بلندگو در محل‌های مناسب نمی‌توان آن را رفع نمود.

7.11 پهنای تابه‌ و ضریب راستاوری^۲. راستاوری منبع صوتی مانند پیستون تخت را می‌توان با پهنای تابه^۱ بره^۳ بزرگ آن معرفی کرد. از لحاظ نظری شدت در امتدادهای کناری زاویه^۴ θ که با رابطه $\sin \theta = 0.61 \lambda / a$ مشخص می‌شود برابر صفر است. بنابراین پهنای تابه باید برابر 2θ معرفی شود. در عمل هیچ‌گاه راستائی که در آن شدت کاملاً صفر باشد مشاهده نمی‌گردد، به‌همین جهت همیشه پهنای تابه را با زاویه‌ای بین دو راستا تعیین می‌کنند که در آنها شدت به میزان کسر مشخصی نسبت به شدت محوری I_0 کاسته شده باشد. پهنای تابه مولدهای درون‌آبی را با این روش تعیین می‌کنند.

در مقدار استاندارد از نسبت I/I_0 برای اندازه‌گیری یا محاسبه زاویه^۵ θ که انتهای تابه را مشخص می‌سازد توافقی به‌عمل نیامده است. بنابراین در هر مورد که پهنای تابه را با این روش معرفی می‌کنند باید مقدار خاص I/I_0 را که در تعیین آن به‌کار می‌برند مشخص سازند، و مقادیری از I/I_0 که مورد عمل قرار گرفته‌اند متفاوت است، از مقدار ماکسیمم 0.5 (کاهش 3db). گرفته تا 0.25 (کاهش 6db) و مقدار می‌نیم 0.1 (کاهش 10db). اگر نسبت I/I_0 کاملاً مشخص شده باشد مقدارهای گوناگونی برای پهنای تابه می‌توان در نظر گرفت. مثلاً در مورد پیستونی که موج صوتی آن به‌طول موج $\lambda = a/4$ ، یعنی $ka = 8\pi$ باشد، پهنای محاسبه‌شده برای سه نسبت بالا برابر 7.4° (کاهش 3db)، 10.1° (کاهش 6db) و 12.9° (کاهش 10db) است، در صورتی که پهنای تابه^۶ مربوط به اولین شدت صفر برابر 17.3° است. یادآوری می‌کنیم که حتی برای پهنای تابه‌ای که در آن 10db نسبت به‌شدت محوری کاهش در نظر گرفته شده باشد حد انتهای آن هنوز در حدود 7.5db بیش از ماکسیمم تراز شدت در نخستین بره^۷ کوچک است.

روشهای دیگری برای تعیین میزان راستاوری منبع صوت به‌کار می‌برند. از جمله سازه^۸ راستاوری^۳ D که با این نسبت معرفی می‌گردد

$$D = \frac{I_0}{I_{ret}} \quad (7.57)$$

1) beam width

2) directivity index

3) directivity factor

یا ضریب راستاوری d با رابطه زیر معرفی می‌شود

$$d = 10 \log D = 10 \log \frac{I_0}{I_{ref}} \quad (7.58)$$

در معادله‌های بالا I_0 شدت محوری از فاصله r از منبع و I_{ref} شدت مقایسه‌آختیاری است که با این رابطه مشخص می‌گردد

$$I_{ret} = \frac{W}{4\pi r^2} \quad (7.59)$$

که در آن $W = \int f I ds$ توان آکوستیکی کل تابش منبع است. مقدارهای سازه راستاوری در منبعهای گوناگون تغییر می‌کنند، از واحد گرفته برای منبع تابش قرینه‌ای کروی، مانند منبع ساده مجزا، تا مقادیر بسیار برای منابعی که راستاوری آنها زیاد باشد. سازه راستاوری در مورد منبع ساده‌ای که در یک طرف دیوارک بیکران تابش قرار داشته باشد برابر 2 است. می‌توان عبارتی نظری برای سازه راستاوری پیستون مسطحی که در یک سوی دیوارک بیکران صوت تابش می‌کند به دست آورد. شدت تابش پیستون در امتداد زاویه θ بدین عبارت است

$$I = I_0 \frac{4J_1^2(ka \sin \theta)}{(ka \sin \theta)^2}$$

اگر جزئی از سطح کره‌ای به مرکز پیستون و به شعاع r را نواری حلقه‌ای فرض کنیم مقدار ds آن برابر $2\pi r^2 \sin \theta d\theta$ است. چون شدت در تمام نقاط این نوار یکسان است مقدار توان آکوستیکی خروجی، $W = \int f I ds$ ، از آن محاسبه می‌شود.

$$W = 8\pi r^2 I_0 \int_0^{\pi/2} \frac{J_1^2(ka \sin \theta)}{(ka \sin \theta)^2} \sin \theta d\theta$$

فرض این است که در منطقه $\pi/2 < \theta < \pi$ تابش وجود ندارد، بنابراین حدود انتگرال بالا بین $\theta = 0$ و $\theta = \pi/2$ است، و حل انتگرال آن بدین عبارت خلاصه می‌شود

$$W = \frac{4\pi r^2 I_0}{k^2 a^2} \left[1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka} \right] \quad (7.60)$$

اگر مقدار W را در معادله 7.59 قرار دهیم، محاسبه می‌شود و چون آن را در معادله 7.57 به کار ببریم، سازه راستاوری به دست می‌آید

$$D = \frac{k^2 a^2}{1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka}} \quad (7.61)$$

هنگامی که $2ka$ کوچکتر از يك باشد، مقدار سازه راساوری D برابر 2 می شود، و این می رساند که پیستون معادل يك منبع ساده در دیوارک بیکران است. از طرف دیگر اگر $ka \gg 1$ باشد مقدار تقریبی D چنین است

$$D \approx k^2 a^2 = \frac{4\pi S}{\lambda^2} \quad (7.61a)$$

و نشان می دهد که سازه راساوری در موردهایی که طول موج کوتاه یا سطح پیستون وسیع باشد زیاد است.

ضریب راساوری در مورد پیستون بالا از معادله 7.58 محاسبه می شود. اگر مقدار D را از معادله 7.61 یا 7.61a در آن به کار بریم ضریب راساوری به دست می آید، و در مورد $ka \gg 1$ بدین مقدار است

$$d \approx 20 \log ka \quad (7.62)$$

ضریب راساوری میزان نمو تر از شدت محوری را بر حسب دسی بل نسبت به ترازیکنواخت شدت در منبع متقارن کروی که دارای همان توان باشد می رساند. ضریب توان پیستونی که مثال آورده شد و در آن $ka = 8\pi$ است بدین مقدار است

$$d = 20 \log 8\pi = 28 \text{ db}$$

7.12 شدت صوت در نزدیکی منبع پیستونی. در قسمتهای پیش بحث ما در باره فشارها و شدتهای آکوستیکی تابش از منبع پیستون به موردهایی محدود بود که فاصلههای نقاط از منبع نسبت به شعاع پیستون زیاد گرفته شده باشد. در این موردها بحث ریاضی آن شبیه به پراش فراونهورف^۱ در عبور از يك روزنه دورانی بود. در صورتی که توزیع فشار و شدت در نزدیکی منبع پیستون مرتعش شبیه به پراش فرنل^۲ است، که با در نظر گرفتن مناطق نیم پریود مطالعه می شود؛ چنانکه در 7.9 گوشرد شده است. بحث ریاضی حالت عمومی فشار و شدت در نقطههای نزدیک منبع صوت مشکل است، بدین سبب مطالعه خود را به حالت خاص نقاط واقع بر محور پیستون دایره ای شکل محدود می سازیم. در این نقاط $r' = (r^2 + \sigma^2)^{1/2}$ و معادله 7.44 بدین صورت نوشته می شود

$$dp = \frac{j\rho_0 c k}{2\pi} U_0 e^{j\omega t} \left(\frac{e^{-jk\sqrt{r^2 + \sigma^2}}}{\sqrt{r^2 + \sigma^2}} \right) dS$$

و انتگرال آن برای تمام نقاط سطح پیستون بدین عبارت خلاصه می شود

$$p = -\rho_0 c U_0 e^{i\omega t} (e^{-ik\sqrt{r^2+a^2}} - e^{-ikr}) \quad (7.63)$$

مقدار حقیقی تابع بالا فشار تابش را در نقطه‌ای بر محور به فاصله r از مرکز پیستون معرفی می‌کند که از آن می‌توان مقدار I_0 را محاسبه کرد

$$I_0 = 2\rho_0 c U_0^2 \sin^2 \frac{k}{2} (\sqrt{r^2 + a^2} - r) \quad (7.64)$$

در مرکز سطح پیستون، که $r=0$ است، شدت چنین است

$$I_{0(r=0)} = 2\rho_0 c U_0^2 \sin^2 \left(\frac{ka}{2} \right) \quad (7.64a)$$

چنانکه از معادله بالا هویداست فشار و شدت در مرکز پیستون به‌ازای $ka/2 = n\pi$ برابر صفر است، که در آن n عدد صحیح است، همچنین شدت در نقاطی از محور به‌فاصله‌های r که در این رابطه صدق کند صفر است

$$\frac{k}{2} (\sqrt{r^2 + a^2} - r) = n\pi \quad (7.65)$$

بزرگترین مقدار r که در رابطه بالا صادق است به‌ازای $n=1$ به‌دست می‌آید. اگر به‌جای k مساوی آن $2\pi/\lambda$ را قرار دهیم معادله 7.65 بدین رابطه منجر می‌شود

$$\sqrt{r^2 + a^2} - r = \lambda \quad (7.66)$$

اگر فرکانس به‌میزانی کم گرفته شود که $a < \lambda$ باشد، این معادله حل حقیقی ندارد؛ بنا بر این شدت فقط به‌ازای $r = \infty$ صفر می‌شود. در فرکانسهای بالا که $a \gg \lambda$ باشد، می‌توان معادله 7.66 را به رابطه تقریبی زیر تبدیل کرد

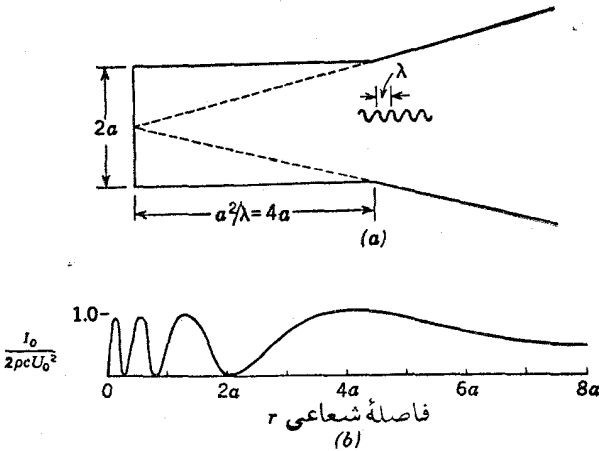
$$r \approx a^2/2\lambda \quad (7.66a)$$

بالاخره در فاصله‌هایی از پیستون که نسبت به شعاع آن زیاد گرفته شده باشد معادله 7.64 به‌صورت زیر خلاصه می‌گردد

$$I_0 = \frac{\rho_0 c k^3 a^4 U_0^2}{8r^2} \quad (7.64b)$$

که مشابه شدت محوری به‌معادله 7.56 است.

یادآوری می‌کنیم که عموماً شدت محوری نزدیک سطح پیستون تغییرات وسیعی می‌کند. با افزایش فاصله از سطح پیستون شدت از یک سری ماکسیمم با دامنه ثابت که بینشان نقاط شدت صفر موجود است می‌گذرد. آخرین صفر شدت در نقطه‌ای به فاصله $r = a^2/2\lambda$ از مرکز پیستون قرار دارد. با گذشتن از این فاصله شدت به آخرین ماکسیمم خود می‌رسد و از آن پس به ازای $r > 2a^2/\lambda$ به نسبت عکس مربع فاصله نزول می‌کند. معادله‌هایی که در 7.9 تا 7.11 معرف واگرایی کروی تابع صوتی به دست آمدند فقط در فواصلی بیش از $2a^2/\lambda$ صادقند، و برای فواصل کمتر از a^2/λ صوت تابش شده را می‌توان استوانه‌ای به شعاع a تصور کرد، در صورتی که در فواصل بیشتر تقریباً تابش کروی موجود است. شکل 7.9 نمایش تقریبی این مطالعه را به ازای $a = 4\lambda$ همراه با چگونگی تغییرات شدت محوری بر حسب فاصله r نشان می‌دهد، و به سبب این اختلالات در شدت صوت در فواصل بسیار نزدیک به منبع بزرگ، مانند بلندگو و تراگذار، اندازه‌گیری تابش آکوستیک به وسیله میکروفون با نهادن آن در نزدیکی صفحه مرتعش میسر نیست.



شکل 7.9. (a) تابع صوتی در نزدیکی پیستون مرتعش برای $a = 4\lambda$. (b) شدت محوری به عنوان تابعی از فاصله شعاعی r در نزدیکی پیستون مرتعش، برای $a = 4\lambda$.

7.13 واکنش در پیستون مرتعش. درقسمتهای پیش بحث درباره فشار و شدت موجهای

آکوستیکی منتشر در شاره‌ای بود که به وسیله یک صفحه مرتعش پدید می‌آیند، و فرض بر این بود که دامنه و فرکانس ارتعاش در آن ثابت باشند. در عمل اغلب یا نیروی راننده یا توان مولد در دست است و معمولاً دامنه ارتعاش تابعی از فرکانس است. در نوشتن معادله دیفرانسیل حرکت نیروی راننده نه تنها تأثیرهای دینامیک دستگاه، مانند جرم، سختی و مقاومت مکانیکی آن وارد می‌شوند، بلکه نیروی واکنش شاره بر صفحه دستگاه نیز دخالت می‌کند. در اینجا نیز مانند بحث قبل مطالعه ما به واکنش بر صفحه پیستون دایره‌ای که در دیوارک بیگردان

کارگزارده باشند محدود می‌گردد، ولی حل آن در بسیاری از موارد دیگر نیز مفید واقع می‌شود. سطح بینهایت کوچک ds از پیستون را اختیار می‌کنیم که فشار تابش ارتعاش آن در شاره مجاور سطح بینهایت کوچک دیگری مانند ds' از پیستون برابر dp فرض شود. مجموع فشار p شاره محیط بر سطح ds' با انتگرال معادله 7.44 به دست می‌آید

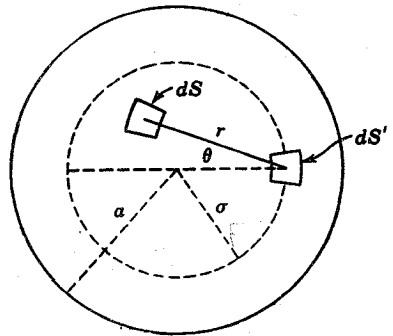
$$p = \iint \frac{j\rho_0ck}{2\pi r} U_0 e^{j(\omega t - kr)} ds \quad (7.67)$$

که در آن r فاصله بین ds و ds' در سطح پیستون است. بنابراین نیروی واکنش کل محیط بر سطح پیستون با رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$f_r = - \iint p ds' \quad (7.68)$$

که اگر به جای p مقدار آن را از معادله 7.67 قرار دهیم بدین عبارت در می‌آید

$$f_r = - \frac{j\rho_0ck}{2\pi} U_0 e^{j\omega t} \times \iint ds' \iint \frac{e^{-jkr}}{r} ds \quad (7.69)$$



شکل 7.10. عنصرهای سطحی ds و ds' که در به‌دست آوردن نیروی واکنش وارد بر پیستون مرتعش به‌کار می‌روند.

نیروی واکنش که از حرکت ds بر سطح ابتدایی ds' وارد می‌شود برابر نیروی واکنشی است که

از حرکت ds' بر سطح ds وارد می‌گردد، چنانکه نتیجه نهایی انتگرال مضاعف معادله 7.69 درست دو برابر نتیجه‌ای است که به‌دست خواهد آمد اگر حدود انتگرال‌گیری را چنان اختیار کنیم که نیروی مؤثر هر زوج از اجزای سطح را فقط یک بار به حساب آورد، انتخاب این حدود مسئله را بسیار ساده می‌کند. با همین روش در مورد بالا عمل کرده و نتیجه را در دو ضرب می‌کنیم.

در شکل 7.10 نمایش سطح پیستون فاصله شعاعی سطح ابتدایی ds' را از مرکز σ و زاویه بین r ، خط‌واصل بین ds و ds' و قطر مار بر ds' را θ فرض کنیم. با این مفروضات سطح ابتدایی ds برابر $r d\theta dr$ و ماکسیم فاصله آن از ds' در امتداد θ در هر نقطه از دایره‌ای به شعاع σ قرار گرفته باشد برابر $2\sigma \cos\theta$ است. حال چون حدود انتگرال را بین 0 و $2\sigma \cos\theta$ ، و حدود انتگرال θ را بین $-\pi/2$ تا $\pi/2$ اختیار کنیم، تمام سطح درون دایره در محاسبه انتگرال نسبت به ds پوشانده می‌شود. حال در انتگرال ds' چون سطح ابتدایی ds' برابر $\sigma d\sigma d\psi$ است، اگر حدود انتگرال ψ را از 0 تا 2π و حدود انتگرال σ را بین 0 و a اختیار کنیم درحقیقت در محاسبه کل انتگرال، هر زوج از اجزای سطح پیستون

یک بار در محاسبه داخل می‌شوند و مقدار نیروی واکنش دو برابر نتیجهٔ انتگرالهای روش بالا است

$$f_r = -\frac{j\rho_0ck}{\pi} U_0 e^{j\omega t} \int_0^a \sigma d\sigma \int_0^{2\pi} d\psi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\sigma \cos \theta} e^{-jkr} dr \quad (7.70)$$

که نتیجهٔ محاسبهٔ آن چنین است

$$f_r = -\rho_0 c \pi a^2 U_0 e^{j\omega t} [R_1(2ka) + jX_1(2ka)] \quad (7.71)$$

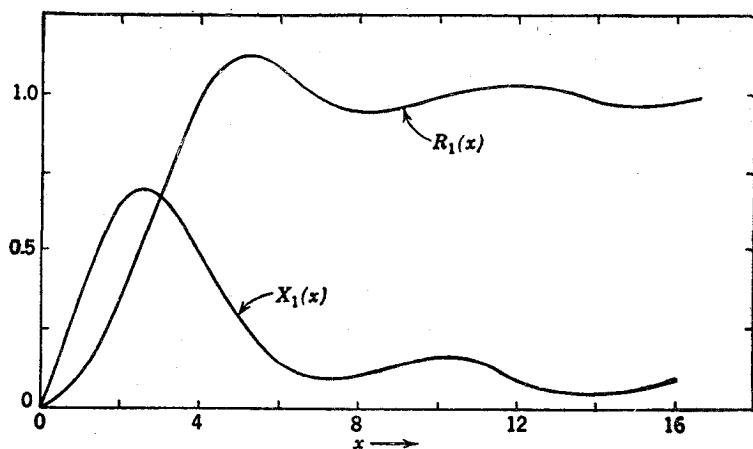
که در آن $R_1(x)$ و $X_1(x)$ دو تابع امپدانس پیستونند، و با رابطه‌های زیر معرفی می‌گردند

$$R_1(x) = \frac{x^2}{2 \cdot 4} - \frac{x^4}{2 \cdot 4^2 \cdot 6} + \frac{x^6}{2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8} - \dots \quad (7.72)$$

و

$$X_1(x) = \frac{4}{\pi} \left(\frac{x}{3} - \frac{x^3}{3^2 \cdot 5} + \frac{x^5}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} - \dots \right) \quad (7.73)$$

$R_1(x)$ را تابع مقاومت پیستون^۱ و $X_1(x)$ را تابع راکتانس پیستون^۲ می‌گویند. مقادیر این تابعهای پیستون در جدول IV ضمیمه آمده‌اند و نمایش تغییرات آنها بر حسب x در شکل 7.11 نمودار است.



شکل 7.11. تابعهای امپدانس پیستون.

به‌ازای مقادیرهای کوچک x ، چون $x < 1$ است، هر یک از تابعهای بالا را می‌توان با مراعات تقریب به‌وسیلهٔ نخستین جملهٔ سری آن جایگزین ساخت، چنانکه

$$R_1(x) \approx \frac{x^2}{8} \quad (7.72a)$$

و

$$X_1(x) \approx \frac{4x}{3\pi} \quad (7.73a)$$

از طرف دیگر، هنگامی که x بزرگ باشد می‌توان نشان داد که سریهای معرف تابعهای بالا چنان واگرا می‌شوند که می‌توان نوشت

$$R_1(x) \approx 1 \quad (7.72b)$$

و

$$X_1(x) \approx \frac{4}{\pi x} \quad (7.73b)$$

7.14 امیدانس تابشی. نسبت نیروی مؤثر پیستون وارد بر محیط مجاور آن به سرعت پیستون را امیدانس تابشی می‌گویند، و با Z_r نمایش می‌دهند. بنا بر قانون نیوتن دربارهٔ تساوی کنش و واکنش، این نیرو مساوی و مخالف نیرویی است که با معادلهٔ 7.71 معرفی شده است.

$$Z_r = \frac{-f_r}{U_0 e^{j\omega t}} = \rho_0 c \pi a^2 [R_1(2ka) + jX_1(2ka)] \quad (7.74)$$

بنابراین نیروی واکنش را می‌توان بر حسب امیدانس تابشی بدین صورت نوشت

$$f_r = -Z_r U_0 e^{j\omega t} \quad (7.75)$$

هرگاه نیروی واکنش محیط را در معادلهٔ دیفرانسیل حرکت پیستون که به‌وسیلهٔ نیروی رانندهٔ مختلط $F e^{j\omega t}$ به‌ارتعاش درمی‌آید دخالت دهیم، بدین صورت در می‌آید

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + R_m \frac{\partial \xi}{\partial t} + s \xi = F e^{j\omega t} - Z_r U_0 e^{j\omega t} = (F - Z_r U_0) e^{j\omega t} \quad (7.76)$$

که در آن m جرم و R_m پایای مقاومت مکانیکی و s پایای سختی آن است. حل معادلهٔ بالا

بدین صورت است

$$u_p = \frac{(F - Z_r U_0) e^{j\omega t}}{R_m + j(\omega m - s/\omega)} \quad (7.77)$$

چون حرکت ابتدایی پیستون، به معادله $u_p = U_0 e^{j\omega t}$ فرض شده است، به کار بردن آن در معادله بالا مقدار U_0 ، دامنه سرعت، را بر حسب مشخصات دستگاه بدین عبارت به دست می دهد

$$U_0 = \frac{F}{R_m + j(\omega m - s/\omega) + Z_r}$$

یا

$$U_0 = \frac{F}{Z_m + Z_r} \quad (7.78)$$

روشن است که امپدانس کل وارد به پیستون مجموع امپدانس مکانیکی عادی $Z_m = R_m + j(\omega m - s/\omega)$ و امپدانس تابشی Z_r است. هر دوی آنها تابع فرکانس هستند، چنانکه دامنه سرعت U_0 با تغییر فرکانس ثابت نمی ماند؛ مگر اینکه نیروی راننده نیز چنان تغییر کند که حاصل $F/(Z_m + Z_r)$ ثابت بماند. چون امپدانس تابشی نیز نسبت نیرو به سرعت است، با سایر انواع امپدانس مکانیکی از یک جنس و به ابعاد کیلوگرم بر ثانیه است. مؤلفه های حقیقی و انگاری امپدانس تابشی، Z_r ، را مقاومت تابشی، R_r ، و راکتانس تابشی، X_r ، گویند؛ و مقادیر آنها در پیستون دایره ای که در دیوارک بیکرانی کار گذارده باشند این است

$$R_r = \rho_0 c \pi a^2 R_1(2ka) \quad (7.79)$$

و

$$X_r = \rho_0 c \pi a^2 X_1(2ka) \quad (7.80)$$

راکتانس تابشی پیستون همیشه مثبت است و تأثیر آن معادل افزایش جرم آن است به مقدار m_r که از رابطه زیر به دست می آید

$$m_r = \frac{X_r}{\omega} = \pi a^2 \rho_0 \frac{X_1(2ka)}{k} \quad (7.81)$$

از فرکانسهای پایین که $2ka < 1$ است، می توان به جای $X_1(2ka)$ مقدار تقریبی آن را از

معادله $7.73a$ به کار برد

$$X_1(2ka) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{2ka}{3} = \frac{8ka}{3\pi} \quad (7.82)$$

و در این فرکانسها

$$m_r = \frac{8}{3}\rho_0 a^3 \quad (7.83)$$

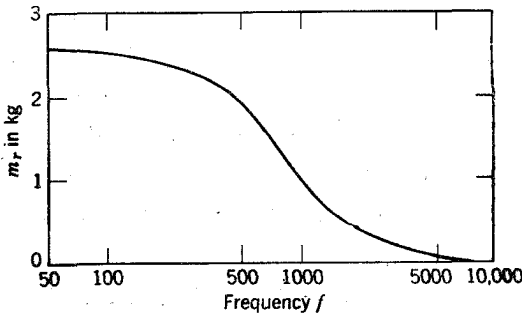
این مقدار جرم اضافی برای پیستون برابر جرم استوانه‌ای از محیط است به شعاع پیستون و طول $\Delta l = 8a/3\pi$.

بدیهی است تأثیر این جرم بارشده سبب کاهش فرکانس رزونانس پیستون می‌گردد و مقدار آن را از $\omega_0^2 = s/m$ به $\omega_0^2 = s/(m + m_r)$ پایین می‌برد. برای محیطهای سبک، مانند هوا، این تأثیر قابل چشمپوشی است، ولی برای پیستونهایی که در محیطهای سنگین مانند آب در انتقال صوتهای درون آبی به کار می‌روند، کاهش فرکانس رزونانس نمایان است.

درفرکانسهای خیلی بالا که $ka \gg 1$ است تابع $X_1(2ka)$ را می‌توان به وسیله $2/\pi ka$ جایگزین ساخت در این حالت

$$m_r = \frac{2\rho_0 a^3}{k^2 a^2} = \frac{2\rho_0 a}{k^2} \quad (7.84)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، تأثیر جرم اضافی بر پیستون در فرکانسهای بالا به مراتب کمتر از فرکانسهای پایین است. تغییرات مقدارهای محاسبه شده جرم بارشده m_r برای پیستونی به شعاع 0.1 متر درون آب بر حسب تغییرات فرکانس نمایش داده شده است (شکل 7.12).



شکل 7.12. جرم بارشده پیستون مرتعشی که در آب تابش می‌کند.

توان تابشی پیستون برابر مقدار کاری است که در هر ثانیه در مقاومت تابشی R_r

انجام می شود. توان متوسط بر حسب وات با معادله‌ای مانند آنچه برای نوسانگر ساده به دست آمد (معادله 1.32a) محاسبه می شود، چنانکه

$$W = \frac{1}{2} R_r U_0^2 \quad (7.85)$$

اگر مقدار R_r را از معادله 7.79 در آن قرار دهیم

$$W = \frac{1}{2} \rho_0 c \pi a^2 U_0^2 R_1(2ka) \quad (7.86)$$

دو حالت خاص مفید به نظر می رسند، یکی هنگامی که $2ka < 1$ باشد، یعنی پیستونها کوچک یا فرکانسها کم فرض شوند. در این مورد می توان رابطه تقریبی معادله 7.72a به کار برد

$$R_1(2ka) = \frac{(2ka)^2}{8} = \frac{k^2 a^2}{2} \quad (7.87)$$

و بنابراین

$$R_r \approx \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi} (\pi a^2)^2 = \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi} S^2 \quad (7.88)$$

و مقدار توان در این حالت چنین است

$$W = \frac{\rho_0 c k^2}{4\pi} S^2 U_0^2 \quad (7.89)$$

مقایسه‌ای بین معادله بالا با معادله 7.42 نشان می دهد که توان تابش با توان منبع ساده‌ای به توانایی $Q_H = S U_0$ برابر است. این نتیجه قابل پیشبینی است، چه پیستون کوچک خود منبع ساده‌ای به شمار می رود. در منطقه فرکانسهای پایین توان تابش که با معادله 7.89 معرفی شد، کوچک است و بنابراین آنکه U_0 ثابت بماند با مربع فرکانس تابش افزایش می یابد. حالت دوم وقتی است که $ka \gg 1$ باشد، یعنی برای پیستونهای بزرگ یا فرکانسهای بالا، در این صورت $R_1(2ka) \approx 1$ و $R_r \approx \rho_0 c \pi a^2$ ، و بنابراین

$$W \approx \frac{1}{2} \rho_0 c \pi a^2 U_0^2 = \frac{1}{2} \rho_0 c S U_0^2 \quad (7.90)$$

مقایسه بین این معادله و معادله 5.38 نشان می دهد که توان متوسط در این مورد به میزان توان موج تختی است که به وسیله پیستون به شعاع a درون لوله بتابد. این رفتار قابل پیشبینی

است، چه وقتی $ka \gg 1$ باشد بیشتر انرژی صوتی در تابه باریکی با واگرایی مختصر منتشر می‌گردد. بالاخره اگر نیروی راننده چنان تغییر یابد که دامنه سرعت با تغییر فرکانس پیوسته ثابت بماند توان تابش پیستون مستقیماً با تابع $R_1(2ka)$ تناسب دارد، و چنانکه در شکل 7.11 نمودار است، معادله‌های به‌دست آمده در این فصل تنها در موارد خاصی که ذکر آن رفت صادق هستند، و در آن منبع صوت پیستون سختی در دیوارک بیکران گرفته شده است. با این حال معادله‌های بالا اساس آکوستیک کاربردی را تشکیل می‌دهند و آغازی برای همه مسائل مشکلمتر به‌شمار می‌روند؛ چنانکه خواهد آمد.

مسائل

- 7.1.** نشان دهید که مؤلفه‌های معادله 7.4 را می‌توان ترکیب کرده به‌صورت معادله برداری $-\nabla p = \rho_0(\partial \mathbf{q} / \partial t)$ در آورد.
- 7.2.** هر گاه فشار آکوستیکی در موج کروی با $p = (A/r) \cos(\omega t - kr)$ نمایش داده شده باشد، (a) با جایگزین ساختن مستقیم نشان دهید که این رابطه در معادله 7.8 صادق است. (b) به‌ازای چه مقدار از kr راکتانس آکوستیکی ویژه موج کروی یک‌دهم مقاومت آکوستیکی آن می‌شود؟
- 7.3.** منبع موج کروی کوچکی در هوا قرار دارد. دو فاصله 10 سانتیمتری آن اختلاف زاویه فاز بین فشار و سرعت ذره‌ای را در فرکانسهای 10، 100، و 1000 سیکل بر ثانیه حساب کنید. همچنین مقدار امپدانس آکوستیکی ویژه را در این شرایط به دست آورید.
- 7.4.** منبع صوتی ساده‌ای در هوا موجهای کروی با فرکانس 400 سیکل بر ثانیه پخش می‌کند، و توان آن 10 میلی‌وات است. کمیت‌های زیر را در آن حساب کنید. (a) شدت در فاصله شعاعی 0.5 متر از منبع، (b) دامنه فشار در این فاصله، (c) دامنه سرعت ذره‌ای در این فاصله، (d) دامنه تغییر مکان ذره‌ای در این فاصله، (e) دامنه تراکم در این فاصله.
- 7.5.** نیمکره‌ای به شعاع 0.1 متر در دیوارک بیکرانی کارگزارده شده، و موجهای کروی به فرکانس 250 سیکل بر ثانیه در آب پخش می‌کند. تراز فشار (نسبت به فشار مقایسه یک میکروبار) در نقطه‌ای به فاصله 2 متر از مرکز نیمکره 66 دسی‌بل است. کمیت‌های زیر را حساب کنید. (a) فشار آکوستیکی مؤثر در این نقطه، (b) دامنه فشار در این نقطه، (c) توان آکوستیکی کل نیمکره، (d) دامنه ماکسیمم تغییر مکان سطح نیمکره در این شرایط.
- 7.6.** منبع صوتی کوچکی نزدیک مرکز توده بزرگی از آب قرار دارد، و توان آکوستیکی آن در فرکانس 1000 سیکل بر ثانیه برابر 20 وات است. کمیت‌های زیر را در آن حساب کنید. (a) شدت، (b) دامنه فشار آکوستیکی، (c) دامنه سرعت ذره‌ای در فاصله 50 سانتیمتری منبع صوت، (d) زاویه فاز بین فشار و سرعت ذره‌ای.
- 7.7.** کره تپنده‌ای موجهای کروی چنان در هوا پخش می‌کند که در فاصله 1.0 متری از مرکز آن شدت 50 میلی‌وات بر متر مربع می‌شود. کمیت‌های زیر را حساب کنید. (a)

توان آکوستیکی پخش شده بر حسب وات، (b) شدت، دامنه فشار، و دامنه سرعت لحظه‌ای در فرکانس 100 سیکل بر ثانیه، (c) خواسته‌های (b) در فاصله 0.5 متر از مرکز کره.

7.8. کره تپنده‌ای به شعاع a و دامنه سرعت سطحی U_0 بطور یکنواخت در تمام امتدادها موجهای کروی پخش می‌کند. عبارتی کلی بیابید که از روی آن شدت و دامنه فشار موجهای کروی در تمام فرکانسها بدست آید. توجه داشته باشید که چون ka همیشه نسبت به واحد کوچک نیست، پس در این محاسبه از آن چشمپوشی نکنید؛ چنانکه در بخش 7.7 عمل شد.

7.9. کره تپنده‌ای به شعاع a و دامنه سرعت سطحی U_0 در فرکانس چنانکه $ka \gg 1$ باشد مرتعش می‌گردد. عبارتهایی برای تعیین دامنه فشار، دامنه سرعت ذره‌ای، شدت و توان کل آکوستیکی پخش شده در موج آکوستیکی جستجو کنید.

7.10. پیستونی به شعاع a در دیوارک بیکرانی کارگذارده شده است. با انتگرال‌گیری مستقیم معادله 7.44 در تمام سطح پیستون، عبارتی کلی برای دامنه فشار آکوستیکی در مرکز پیستون بدست آورید.

7.11. با بسط $e^{j k \sigma \sin \theta \cos \psi}$ به سریهای توانی، رابطه زیر را برقرار کنید:

$$\int_0^{2\pi} e^{j k \sigma \sin \theta \cos \psi} d\psi = 2\pi J_0(k \sigma \sin \theta)$$

7.12. بلندگوی دینامیک مخروطی به قطر 30 سانتیمتر در دیوارک بیکرانی کارگذارده شده است. چنانچه مخروط را در محاسبه پیستون دایره‌ای محکمی به شعاع ثابت فرض کنیم، شدتهای مربوط به شدت محوری را در فرکانس 1000 سیکل بر ثانیه محاسبه کنید، و تغییرات آن را بر حسب تغییر امتداد بصورت منحنی قطبی بکشید. هرگاه تراز شدت محوری در فاصله 300 سانتیمتری 80 دسی بل باشد، دامنه سرعت مخروط را حساب کنید.

7.13. بلندگوی دینامیک مخروطی به قطر 0.3 متر در دیوارک بیکرانی کارگذارده شده است، چنانکه در محاسبه می‌توان آن را دایره‌ای محکم به شعاع یکسان فرض کرد. دامنه‌های فشار مربوط به فشار محوری را در فرکانس 3000 سیکل بر ثانیه حساب کنید، و تغییرات دامنه فشار را بر حسب تغییر امتداد بصورت منحنی قطبی رسم کنید. درجه فرکانسی دامنه فشار روی دیوارک برابر نصف مقدار محوری آن است؟

7.14. معادله‌ای کلی بدست آورید که پهنای تابه تابش حاصل از یک پیستون کارگذارده شده در یک دیوارک بیکرانی را با تراز شدت 3- دسی بل نسبت 30 تراز شدت محور بدست دهد. همین مسئله را در مورد تراز شدت 6- دسی بل و تراز شدت 10- دسی بل حل کنید.

7.15. تراگذاری صوتی از نوع پیستون مدور به شعاع 0.5 متر 5000 وات، توان آکوستیکی در فرکانس 10 سیکل بر ثانیه در آب پخش می‌کند. کمیت‌های زیر را در آن حساب کنید. (a) پهنای تابه تابش در امتداد 10 دسی بل پایین، (b) تراز فشار محوری نسبت به تراز مقایسه یک میکروبار در فاصله 10 متر از سطح تراگذار چه اندازه است؟

7.16. پیستون به شعاع a در یک دیوارک بیکرانی کارگذار شده، و با فرکانس معینی از

يك طرف آن درهوا موجهای صوتی پخش می‌کند، چنانکه طول آن درهوا برابر πa باشد، (a) شدتهای نسبی محوری حاصل از پیستون را در نقاط واقع بین سطح وفاصله 0.5 متری آن را تمییز کنید و نمایش دهید، (b) از چه حدودی از فواصل واگرایی تقریباً کروی است؟

7.17. کرهٔ تپندهای به شعاع a با دامنهٔ سرعت سطحی U_0 مرتعش می‌شود، و فرکانس آن چنان است که $ka \gg 1$ باشد. (a) عبارتی کلی برای مقاومت و راکتانس تابشی که بر سطح کره تأثیر می‌کند بدست آورید. توجه کنید که چون ka در برابر واحد کوچک نیست در محاسبه از آن نمی‌توان چشم‌پوشید، چنانکه در بخش 7.7 عمل شد. (b) عبارتی کلی برای محاسبهٔ توان آکوستیکی کل کرهٔ تپنده بیابید.

7.18. کرهٔ تپندهای به قطر 0.2 متر 150 وات توان آکوستیکی در فرکانس 5 کیلوسیکل بر ثانیه پخش می‌کند. (b) با بکار بردن نتایج مسئلهٔ 7.17 دامنهٔ سرعت ارتعاش سطح کره را حساب کنید، (b) جرم معادل اضافه‌بار حاصل از راکتانس محیط را در کره بدست آورید.

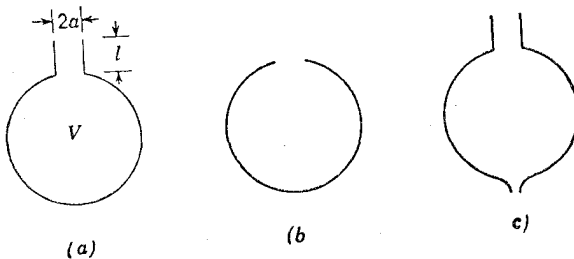
7.19. پیستونی به شعاع a در دیوارک بیکرانی کارگذارده شده و از يك طرف درهوا موج پخش می‌کند. فرکانس آن چنان است که طول موج حاصل از آن برابر πa است. (a) اگر a برابر 0.1 متر و دامنهٔ تغییر مکان ماکسیمم 0.0002 متر باشد توان آکوستیکی آن چه مقدار است؟ (b) شدت محوری آن در فاصلهٔ 2.0 متری چه اندازه است؟ (c) ضریب راستاوری تابه چقدر است؟ (d) جرم اضافه‌بار پیستون در اثر تابش چه اندازه است؟

7.20. پیستون مسطحی به شعاع 0.2 متر در آب فرو برده شده و با فرکانس 20 کیلوسیکل بر ثانیه 100 وات توان آکوستیکی پخش می‌کند. (a) بفرض اینکه از نظر تابش این پیستون معادل پیستونی باشد که در دیوارک بیکرانی کارگذارده شده و از يك طرف موج پخش می‌کند دامنهٔ سرعت آن را حساب کنید، (b) جرم اضافه‌بار حاصل در اثر تابش را در پیستون بدست آورید، (c) پهنای تابهٔ تابش را در امتداد 10 دسی‌بل پایین حساب کنید، (d) ضریب راستاوری تابه را بدست آورید.

7.21. پیستون مسطحی به شعاع 15 متر در دیوارک بیکرانی کارگذارده شده، و از يك طرف درهوا موج پخش می‌کند. فرکانس موج تابش 320 سیکل بر ثانیه است. (a) اگر توان آکوستیکی پیستون 0.5 وات باشد دامنهٔ سرعت ارتعاش پیستون را حساب کنید، (b) اگر جرم پیستون 0.015 کیلوگرم و پایای سختی آن 2000 نیوتن بر متر باشد و مقاومت مکانیکی آن قابل چشم‌پوشی فرض شود، دامنهٔ نیروی لازم برای ایجاد این دامنهٔ سرعت چه اندازه است؟

رزوناتورها^۱و صافیها^۲

8.1) رزوناتور هلمهولتس^۳. ابعاد اجزای بسیاری از دستگاههای آکوستیکی در برابر طول موج صوت کوچک است. در این موارد حرکت محیط در دستگاه، مشابه حرکت دستگاه مکانیکی شامل جرم، سختی، و مقاومت است. از آن جمله است رزوناتور ساده هلمهولتس (شکل 8.1a) که یکی از دستگاههای مهم آکوستیکی بشمار می رود، و ویژگیهای آن را می توان با مقایسه با نوسانگر ساده مکانیکی مورد بحث قرار داد. اینگونه رزوناتور شامل محفظه محکمی است به حجم V که بوسیله دهانه لوله ای شکل به شعاع مقطع a و به طول l به محیط بیرونی مربوط می شود. گاز موجود در لوله را می توان واحد متحرکی به جرم معینی فرض کرد. فشار گاز درون رزوناتور در اثر فروکش و برکش و تراکم و انبساط گاز درون لوله تغییر می کند و سختی دستگاه را نمودار می سازد. از دهانه لوله انرژی صوتی در محیط اطراف پخش می شود و لازمه آن مصرف انرژی در رزوناتور است که نشانه وجود مقاومت در آن است. بعلاوه، نوع دیگری از مقاومت مربوط به نیروهای چسبندگی در اثر ورود و خروج گاز



شکل 8.1. رزوناتورهای ساده هلمهولتس.

در دهانه و تماس آن با دیوارهٔ لولهٔ رزوناتور ایجاد می‌شود که فعلاً در این فصل از دخالت آن در محاسبهٔ چشمپوشی می‌کنیم. این نیروها در دهانه‌ای به قطر یک سانتی‌متر یا بیش از آن کمتر از نیروهای مقاومت تابشی است.

گاز موجود در دهانه را باید دارای جرم مؤثری برابر $\rho_0 S l'$ گرفت که در آن S مقطع قائم دهانه و l' طول مؤثر آن است. چون مقداری از گاز اطراف دهانه‌های لولهٔ رزوناتور همراه گاز درون لولهٔ آن حرکت می‌کند در محاسبهٔ جرم مؤثر باید طول مؤثر l' را بجای طول حقیقی لوله l بکار برد. l' اندکی بیش از l است و اختلاف آن دو در دهانه Δl را در فرکانسهای پایین می‌توان با تشبیه کردن دستگاه به پیستونی که در دیوارک بیکران کار گذارده باشند بدست آورد. در فصل هفتم، بخش 7.14، مقدار اضافه باری که در پیستون مرتعش در دیوارک بیکران از طرف محیط مجاور به آن افزوده می‌شود برابر جرم محیط موجود در استوانه‌ای به مقطع S و طول $\Delta l = 8a/3\pi$ بدست آمد، و همین اضافه طول را می‌توان در مورد هر یک از دهانه‌های بیرونی و درونی لولهٔ رزوناتور در نظر گرفت. بنابراین توضیح،

$$l' = l + 2\Delta l = l + \frac{16a}{3\pi} \quad (8.1)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، در مورد رزوناتوری که لولهٔ آن حذف شده و دهانهٔ آن سوراخی باشد که در دیوارهٔ نازک رزوناتور ایجاد کرده باشند (شکل 8.1b) نیز با مقدار معینی طول مؤثر لوله در محاسبه منظور می‌شود. برای محاسبهٔ طول مؤثر از Δl ، عامل تصحیح طول که با روش ریاضی در انواع چندی از دهانه‌ها محاسبه شده است استفاده می‌شود، ولی با تقریب خوبی می‌توان در فرکانسهای پایین مقدار آن را در رزوناتورهای لوله‌دار برابر $\Delta l = 8a/3\pi = 0.85a$ و برای رزوناتورهای بی‌لوله برابر $\Delta l = 0.6a$ گرفت. برای محاسبهٔ سختی دستگاه باید نیروی f وارد به سطح S لوله را هنگامی که گاز درون آن بمیزان ξ تغییر مکان یابد بدست آورد. نمودار در اثر تغییر مکان ξ و تغییر حجم $dV = S\xi$ با معادلهٔ 5.4b بدست می‌آید

$$p = \rho_0 c^2 s = \rho_0 c^2 \frac{dV}{V} = \frac{\rho_0 c^2 S \xi}{V} \quad (8.2)$$

بنابراین نیروی سختی وارد به دهانهٔ رزوناتور بدین مقدار است

$$f = - \frac{\rho_0 c^2 S^2}{V} \xi \quad (8.2a)$$

و پایای سختی دستگاه با جملهٔ $\rho_0 c^2 S^2 / V$ معرفی می‌شود.

هرگاه فرض کنیم جرم متحرک هوای دهانهٔ رزوناتور هنگام ارتعاش مشابه منبع صوتی ساده‌ای که در دیوارک بیکران کار گذارده باشند در محیط مجاور خود صدا پخش می‌کند مقاومت

مؤثر تابش آن از معادله 7.88 برابر $\rho_0 c k^2 S^2 / 2\pi$ می شود. هرگاه دهانه رزوناتور را برابر منبع صوتی قرار دهند فشار لحظه ای حاصل از موجهای صوتی به دامنه P در رزوناتور به صورت مختلط خود چنین معرفی می شود

$$\mathbf{p} = P e^{j\omega t} \quad (8.3)$$

و نیروی راننده آن به صورت مختلط چنین است

$$\mathbf{f} = S P e^{j\omega t} \quad (8.3a)$$

معادله دیفرانسیل حاصل برای تغییر مکان داخلی گاز، ξ ، در محفظه رزوناتور بدین صورت است

$$\rho_0 l' S \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{\rho_0 c k^2 S^2}{2\pi} \frac{d\xi}{dt} + \frac{\rho_0 c^2 S^2}{V} \xi = S P e^{j\omega t} \quad (8.4)$$

چنانکه ملاحظه می شود این معادله شبیه معادله ارتعاش واداشته در نوسانگر است و حل آن با روش مشابه حل معادله 1.23a بدست می آید.

8.2 امیدانس آکوستیکی. چنانکه شرح آن رفت ویژگیهای رزوناتور را می توان با تبدیل کردن آن به دستگاه مکانیکی مشابه تشریح کرد. همچنین اند بسیاری دیگر از دستگاههای آکوستیکی. و نیز می توان بجای مشابه مکانیکی مشابه الکتریکی دستگاه را جستجو کرد. دستگاه مشابه الکتریکی مداری الکتریکی است که دارای اندوکتانس، خازن و مقاومت باشد. مشابه الکتریکی اختلاف فشار در یکی از اجزای آکوستیکی دستگاه اختلاف سطح الکتریکی در جزء مشابه آن در مدار الکتریکی است. مشابه آکوستیکی شدت جریان در نقطه ای از مدار برابر U سرعت حجمی^۱ شاره در جزء آکوستیکی مشابه آن است. سرعت حجمی از تغییر مکان حجمی شاره در آن جزء تعریف می شود. تغییر مکان حجمی^۲ شاره نسبت به سطحی برابر S انتگرال حاصلضرب اسکالر تغییر مکان ξ در جزء سطح dS است.

$$X = \iint \xi \cdot dS \quad (8.5)$$

اگر تغییر مکان عمود بر سطح باشد معادله بالا بدین صورت خلاصه می شود

1) volume velocity

2) volume displacement

$$X = \xi S \quad (8.5a)$$

وسرعت حجمی با رابطه زیر معرفی می‌شود

$$U = \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial \xi}{\partial t} S \quad (8.5b)$$

با این توضیح می‌توان معادله مشابه الکتریکی رزوناتور را از معادله 8.4 بدست آورد. چون طرفین این معادله را بر S تقسیم کنیم و بجای ξ مقدار آن X/S قرار دهیم بدین صورت در می‌آید

$$\frac{\rho_0 l'}{S} \frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi} \frac{dX}{dt} + \frac{\rho_0 c^2}{V} X = P e^{i\omega t} \quad (8.6)$$

و چون بجای $\rho_0 l'/S$ جرم m و بجای $\rho_0 c k^2 / 2\pi$ مقاومت r و بجای $\rho_0 c^2 / V$ مقدار $1/C$ قرار دهیم معادله رزوناتور بدین عبارت خلاصه می‌شود

$$M \frac{d^2 X}{dt^2} + R \frac{dX}{dt} + \frac{X}{C} = P e^{i\omega t} \quad (8.7)$$

که مشابه معادله مدار الکتریکی شامل RLC است بخش (1.17) و حل آن این است

$$U = \frac{dX}{dt} = \frac{P e^{i\omega t}}{Z} \quad (8.8)$$

که در آن

$$Z = R + j \left(\omega M - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (8.9)$$

امپدانس آکوستیکی رزوناتور هلمهولتس است.

بطور کلی امپدانس آکوستیکی Z محیط شاره‌ای که بر سطح معین S یا درگذر از آن عمل می‌کند با نسبت مختلط فشار آکوستیکی بر سرعت حجمی در آن معرفی می‌شود یعنی

$$Z = \frac{P}{U} \quad (8.10)$$

همچنین امپدانس قسمتی از دستگاه آکوستیکی نسبت مختلط اختلاف فشار مؤثر وارد بر سطح آن قسمت بر سرعت حجمی آن قسمت است. امپدانس آکوستیکی هر دستگاه را بر حسب امپدانس

مکانیکی به آسانی می توان از حاصل تقسیم این امیدانس بر مربع سطح مورد نظر به دست آورد. واحد امیدانس آکوستیکی **اهم آکوستیکی**^۱ است که در دستگاه MKS علمی برابر kg/m^2sec است:

$$\frac{\text{فشار}}{\text{سرعت حجمی}} = \frac{m^2 / \text{نیوتن}}{m^3 / \text{ثانیه}} = \frac{kg}{m^2 \text{ثانیه}}$$

امیدانس آکوستیکی Z را می توان به دو جزء حقیقی و انگاری جدا کرد

$$Z = R + jX \quad (8.11)$$

که در آن R مقاومت آکوستیکی محیط صوتی مؤلفه حقیقی امیدانس آکوستیکی است و مؤلفه ای است که به مصرف انرژی بستگی دارد و X راکتانس آکوستیکی محیط صوتی مؤلفه انگاری امیدانس آکوستیکی است و مؤلفه ای است که از جرم مؤثر و سختی محیط نتیجه می شود. با شرح بالا تا کنون به سه نوع امیدانس آکوستیکی برخورد کرده ایم که هر یک در نوع خاصی از محاسبه بکار می آید. یکی امیدانس آکوستیکی ویژه Z (نسبت فشار به سرعت ذره ای) که معرف خواص شاره و نوع موجی است که در آن انتشار می یابد. این امیدانس در محاسبات مربوط به تراگسیل موجهای آکوستیکی از محیطی به محیط دیگر مفید واقع می شود. دوم امیدانس آکوستیکی Z (نسبت فشار به سرعت حجمی) که در بحث تابش انرژی آکوستیکی از سطوح مرتعش و تراگسیل آن از اجزای مرکب آکوستیکی در فرکانسهای پایین یا در لوله ها و بوقها در همه فرکانسها مورد استفاده واقع می شود. امیدانس آکوستیکی و امیدانس آکوستیکی ویژه با رابطه $Z = z/S$ بهم مرتبط می شوند. سوم امیدانس تابشی Z_r (نسبت نیرو به سرعت) در محاسبه ارتباط بین موجهای آکوستیکی و منبع راننده یا بار راننده مورد استفاده قرار می گیرد، و قسمتی از امیدانس مکانیکی دستگاه مرتعش است که به پخش صدا بستگی دارد. امیدانس تابشی یا امیدانس آکوستیکی ویژه با رابطه $Z_r = zS$ و با امیدانس آکوستیکی با رابطه $Z_r = ZS^2$ بستگی دارد.

امیدانس آکوستیکی محیطی که بر پیستون تخت بخش 7.31 تأثیر می کند از حاصل تقسیم امیدانس تابشی بر مربع سطح پیستون بدست می آید. مقاومت آکوستیکی پیستون بدین عبارت است

$$R = \frac{\rho_0 c}{\pi a^2} R_1(2ka) \quad (8.12)$$

و راکتانس آکوستیکی آن این است

$$X = \frac{\rho_0 c}{\pi a^2} X_1(2ka) \quad (8.13)$$

در فرکانسهای پایین که $2ka < 0.5$ باشد، مقاومت آکوستیکی بوسیله معادله 7.87 با اشتباهی کمتر از یک درصد به صورت زیر خلاصه می شود

$$R = \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi} \quad (8.12a)$$

8.3 مشابهای آکوستیکی. شباهت بین دستگاههای الکتریکی در بسیاری از موارد حل مسائل مربوط به آنها را آسان می کند. این شباهت با تعریف اینترانس آکوستیکی M برای هر جزء دستگاه بهتر نمودار می شود و با این رابطه معرفی می گردد

$$M = m/S^2 \quad (8.14)$$

که در آن m جرم مؤثر آن جزء است. چون این تعریف را در باره هلمهولتس به کار بریم اینترانس آکوستیکی آن بدین مقدار بدست می آید

$$M = \frac{\rho_0 l' S}{S^2} = \frac{\rho_0 l'}{S}$$

و همان است که در معادله 8.7 جایگزین شده است. اینترانس آکوستیکی به اندوکتانس الکتریکی شباهت دارد، و ابعاد آن در دستگاه واحدهای MKS بر حسب kg/m^4 است. نرمش آکوستیکی C يك جزء با تغییر مکان حجمی X آن به ازای واحد فشار معرفی می شود، و با ظرفیت الکتریکی شباهت دارد که خود نیز با مقدار بار ایجاد شده در خازن به ازای واحد ولتاژ مشخص می گردد. برای يك جزء آکوستیکی مانند رزوناتور هلمهولتس، دارای حجم V ، نرمش آکوستیکی بدین رابطه در می آید

$$C = \frac{V}{\rho} \quad (8.15)$$

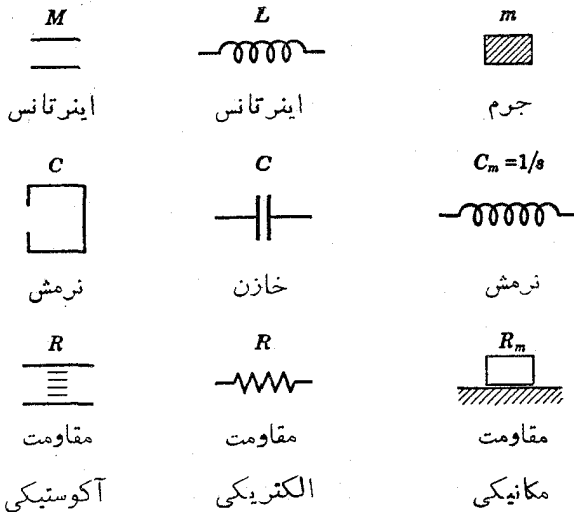
واحد نرمش آکوستیکی بر حسب $m^4 sec^2 / kg$ بیان می شود. بالاخره، هر جزء یا هر ویژگی از يك دستگاه آکوستیکی که انرژی در آن تلف شود به مقاومت الکتریکی شبیه است. بعنوان مثال، چنانکه شرح آن گذشت، قسمت عمده مقاومت آکوستیکی

1) acoustic inertance 2) acoustic compliance

ه در این کتاب بطور کلی نشانه های Z, C, R ، و غیره را بدون زیر نویس برای کمیتهای آکوستیکی بکار برده ایم. در هر مورد خاصی که بکار بردن این علامت برای کمیتهای مشابه الکتریکی ایجاد اشتباه کند کمیتهای آکوستیکی را با زیر نشان معرفی می کنیم مانند Z_A, C_A, R_A ، و غیره.

رزوناتور هلمهولتس از تابش انرژی آکوستیکی نتیجه می شود، و مقدار آن $R = \rho_0 c k^2 / 2\pi$ است. همچنین ممکن است عبارتهایی برای مقاومت اضافی که در اثر نیروی چسبندگی در شاره حاصل می شود به دست آورد.

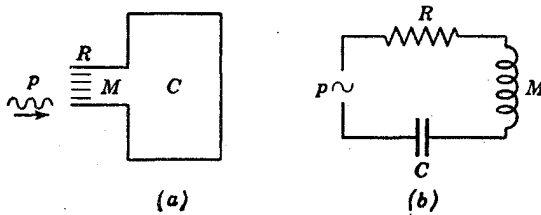
سه جزء عمده دستگاههای آکوستیکی، الکتریکی، و مکانیکی در شکل 8.2 نمایش داده شده اند. اینرٹانس M يك دستگاه آکوستیکی با جرم شارء محدودی معرفی شده است که تمام ذرات آن در حرکت حاصل از فشار صوتی همفاز گرفته شوند. نرمش آکوستیکی C با حجم محدودی همراه با سختی مربوط به آن معرفی شده است. لازم به یاد آوری است که مشابه مکانیکی نرمش آکوستیکی سختی مکانیکی نیست، بلکه معادل نرمش مکانیکی آن C_m است که با $C_m = 1/s$ معرفی می شود. همچنین مقاومت به وسیله بسیاری از عوامل غیر مربوط با اصل آن در يك دستگاه آکوستیکی دخالت می کند. مقاومت با شیارهای باریکی در يك لوله معرفی می شود که شارء هنگام عبور از آن ایجاد نیروهای چسبندگی کرده و انرژی در آن مصرف می کند.



شکل 8.2. مشابهای آکوستیکی، الکتریکی، و مکانیکی.

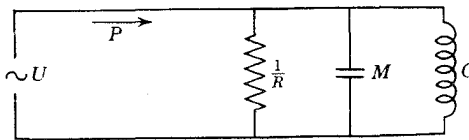
رزوناتور هلمهولتس را می توان مانند شکل 8.3a نمایش داد، ولی این دستگاه ساده آکوستیکی در بعضی موارد با سهولت برابر و در برخی موارد با سهولت بیشتر به وسیله مداری از مشابهای خود در دستگاه الکتریکی معرفی می شود (شکل 8.3b). بطور کلی اگر بتوان دستگاه پیچیده آکوستیکی را به وسیله مداری از مشابهای آن در دستگاه الکتریکی جایگزین کرد حلتهای به دست آمده در این مدار در بحث آن دستگاه آکوستیکی قابل استعمال است.

در بخش 8.12 چند نمونه از این گونه مشابهها آمده است.



شکل 8.3. نمایش رزوناتور هلمهولتز.

به کاربردن شباهتهایی که شرح آن گذشت بیشتر اوقات در آکوستیک معمول است، ولی گاهی به کاربردن دستگاه شباهتهای دیگری به نام دستگاه **تحرک^۱** مفیدتر جلوه می‌کند. در این دستگاه **تحرک آکوستیکی^۲** که با نسبت سرعت-حجمی بر فشار در دستگاه آکوستیکی توصیف می‌شود مشابه امپدانس الکتریکی است. همچنین سرعت-حجمی مشابه ولتاژ، فشار مشابه شدت جریان، و اینرتانس مشابه ظرفیت، نرمش مشابه اندوکتانس و مقاومت آکوستیکی مشابه مقاومت الکتریکی است. در شکل 8.4 رزوناتور هلمهولتز با مدارهای شامل مشابههای دستگاه **تحرک^۱** آن نمایش داده شده است. خواننده آشنا به نظریه‌های الکتریکی، مدارهای شکل 8.4 و شکل 8.3b را مقایسه تواند کرد. اولی مدار است موازی و دومی سری و نسبت بهم **دوستانه^۳** اند. در مواردی که **تروش^۴** الکترومکانیک یا الکتروآکوستیک ایجاب کند، دستگاه **تحرک^۱** شباهتها موارد استعمال اصلی خود را نمودار می‌سازد، چنانکه در فصلهای بعد مربوط به انواع مختلف **ترازندهای الکتروآکوستیک** مانند بلندگوها و میکروفونها و تراگذارهای سونار با بحث بیشتری پمش خواهد آمد.



شکل 8.4. مشابه تحرکی رزوناتور هلمهولتز.

8.4 رزونانس^۶ رزوناتور^۷ هلمهولتز. هرگاه راکتانس آکوستیکی صفر شود رزونانس پدیدار می‌گردد، یعنی هنگامی که

$$\omega_0 M - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

- 1) mobility system 2) acoustic mobility 3) dual

(۴) coupling. به یا نوشت بخش 10.1 رجوع شود. -م.

5) Olson, *Dynamical Analogies*, pp. 232-256, D. Van Nostrand Co. (1958).

- 6) resonance 7) resonator

بنابراین

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{MC}} = c\sqrt{\frac{S}{lV}} \quad (8.16)$$

که در آن M و C جایگزین $S/\rho_0 l'$ و $V/\rho_0 c^2$ شده‌اند. همچنین معادله بالا فرکانس ارتعاش آزاد نامیرا را به دست می‌دهد. در رزوناتورهای حقیقی میرایی حاصل از چسبندگی و تابش صوت بسیار اندک است، چنانکه فرکانس ارتعاش آزاد میرا در آنها با تقریب خوبی با همان رابطه به دست می‌آید.

مقایسه فرکانسهای رزونانس اندازه‌گیری شده با فرکانسهای پیشبینی شده به وسیله معادله 8.16 راهی برای یافتن طول مؤثر l' دهانه رزوناتور به دست می‌دهد که به نوبه خود وسیله‌ای برای محاسبه $\Delta l/a$ تصحیح انتهای دهانه به شمار می‌رود. جدول 8.1 ابعاد چهار رزوناتور هلمهولتس را همراه با فرکانسهای رزونانس آنها و مقادیر $\Delta l/a$ مربوط به آنها نشان می‌دهد. در این محاسبهها تصحیح طولی آنها در قسمتهای داخلی و خارجی دهانه لوله رزوناتور به یک اندازه گرفته شده است. چنانکه ملاحظه می‌شود مقادیر $\Delta l/a$ در این جدول در ردیفی بین مقادیر 0.6 و 0.85 مربوط به دهانه‌های بی‌دنباله و دنباله‌دار قرار دارند.

در یافتن معادله فرکانس رزونانس رزوناتور هلمهولتس فرض مربوط به محدود ساختن شکل آن به کره به میان نیامد. برای دهانه معینی حجم محفظه رزوناتور مورد نظر بوده است نه شکل آن. در حقیقت اگر بعد طولی محفظه رزوناتور از ربع طول موج صوت حاصل تجاوز نکند و دهانه آن زیادگشاد نباشد شکل آن در فرکانس رزونانس دخالت ندارد، و فرکانسهای رزونانس رزوناتورهای دارای محفظه‌هایی به اشکال مختلف و به یک حجم و دارای دهانه‌هایی به یک اندازه با هم برابرند.

جدول 8.1 مشخصات رزوناتورهای هلمهولتس

V m ³	a m	l m	f_0 cycles/sec	l' m	$\Delta l/a$	Q	n_0 db
0.00266	0.019	0.006	192	0.034	0.74	52	34
0.00112	0.0155	0.006	256	0.03	0.78	52	34
0.000385	0.0095	0.007	320	0.0215	0.76	80	38
0.000115	0.0075	0.003	576	0.014	0.74	47	33

آزمایش نشان می‌دهد که در رزوناتورهای هلمهولتس علاوه بر فرکانس رزونانس اصلی که از معادله 8.16 پیشبینی می‌شود فرکانسهای اضافی بالاتری نیز پدیدار می‌گردند. مبدأ پیدایش این فرکانسها با فرکانس اصلی تفاوت خاص دارد. فرکانس اصلی در اثر ارتعاش جرم

گاز در دهانه ایجاد می‌شود، در حالیکه فرکانسهای فرعی نتیجهٔ دسته‌موجهای ساکنی هستند که در محفظهٔ رزوناتور تولید می‌شوند. به‌همین مناسبت این فرکانسهای فرعی بیشتر بستگی به شکل محفظه دارند تا به حجم آن. بعلاوه نسبت به فرکانس اصلی رابطه‌های هارمونیک ندارند. بطور کلی اولین فرکانس فرعی چند برابر فرکانس اصلی است، و همین خاصیت آن را وسیلهٔ آکوستیکی ساده و مفیدی برای اندازه‌گیری فرکانس ساخته است، چه مسئلهٔ تشخیص صوت اصلی از صوتهای فرعی در آن بسیار ساده است.

تیزی رزونانس رزوناتور و اداشتهٔ هلمهولتس با عامل توصیف آن Q با این رابطه معرفی می‌شود

$$Q = \frac{\omega_0 M}{R} = 2\pi \sqrt{\frac{l^3 V}{S^3}} \quad (8.17)$$

رابطهٔ بالا با این فرض به‌دست آمده است که تابش رزوناتور همانند منبع ساده‌ای است که در دیوارک بیگردان کارگزارده باشند، و به‌جز اتلاف انرژی صوتی در اثر تابش، کاهش دیگری در آن روی نداده باشد؛ یعنی $R = \rho_0 c k^2 / 2\pi$. مقادیر حساب‌شدهٔ Q در رزوناتورهای نامبرده در جدول 8.1 بین 48 و 80 قرار می‌گیرند، در صورتیکه مقادیر اندازه‌گیری‌شدهٔ آنها بیشتر است. و این تعجبی ندارد؛ چه با کمی تأمل می‌توان پذیرفت که چون رزوناتور در دیوارک کارگزارده نشده و به صورت منبع ساده آزاد ارتعاش می‌کند مقاومت آن در هر طرف نصف حالت فرض‌شده است؛ بنابراین $R = \rho_0 c k^2 / 4\pi$ و به‌کاربردن این مقدار در معادلهٔ 8.17 مقدار Q را دو برابر نشان می‌دهد.

هلمهولتس در پژوهشهای خود برای جستجوی فرکانسهای فرعی موجود در یک صوت مرکب یک‌رشته رزوناتورهایی به‌شکل 8.1c هر یک دارای حجم وسط دهانهٔ معین چنان‌اختیار کرد که دورهٔ وسیعی از فرکانسها را شامل گردد. هنگامی که منبع صدای مرکبی در نزدیکی آنها قرارگیرد، ارتعاش مرکب آن شامل فرکانسهای مختلف به همهٔ رزوناتورها می‌رسد و بین آنها فرکانسی که با فرکانس رزونانس یکی از رزوناتورها مطابقت داشته باشد فشار صوتی در محفظهٔ آن به شدت تقویت می‌شود. هرگاه زائدهٔ کوچکی را که در محفظهٔ رزوناتور که در طرف مقابل دهانه، قرار دارد مستقیماً به‌گوش گذارند یا به‌وسیلهٔ لولهٔ کائوچویی کوتاهی به‌گوش متصل سازند صدای تقویت‌شده به‌خوبی شنیده می‌شود.

تقویت فشار رزوناتور را با نسبت فشار آکوستیکی درون محفظه به فشار رانندهٔ موج تابش معرفی می‌کنند. اگر دامنهٔ فشار P_r درون محفظه را از معادلهٔ 8.2 گرفته با معادله‌های 8.15 و 8.16 ترکیب کنیم این رابطه به‌دست می‌آید

$$P_r = \frac{\rho_0 c^2}{V} X = \frac{X}{C} = \omega_0^2 M X \quad (8.18)$$

که در آن X دامنه تغییر مکان حجمی در دهانه رزوناتور است و مقدار آن در حالت رزونانس $X_0 = P/\omega_0 R$ است. چون این مقدار را در معادله 8.18 قرار دهیم، تقویت فشار بدین صورت به دست می آید

$$\left(\frac{P_r}{P}\right)_0 = \frac{\omega_0 M}{R} = Q = 2\pi \sqrt{\frac{l^3 V}{S^3}} \quad (8.19)$$

تقویت دامنه را در حالت رزونانس با «بهره تراز فشار»^۱ بر حسب دسی بل معرفی می کنند؛ بدین عبارت

$$n_0 = 20 \log (P_r/P)_0 = 20 \log Q = 10 \log \frac{4\pi^2 l^3 V}{S^3} \quad (8.20)$$

مقدارهای بهره تراز فشار در رزوناتورهای اختیار شده در جدول 8.1 آمده اند. هنگامی که بلندگویی را در محفظه بسته کار گذارده باشند مجموع دستگاه مانند یک رزوناتور هلمهولتز عمل می کند که در آن راکتانس محیط شاره ای و جرم مخروط بلندگو هر دو در اینر تانس مؤثر دستگاه شرکت دارند. همچنین سختی محفظه و سختی مخروط بلندگو در نرمش آکوستیکی آن مؤثرند؛ بالاخره مقاومت آکوستیکی مؤثر دستگاه مجموع مقاومت حاصل از تابش انرژی آکوستیکی و مقاومت حاصل از مقاومت مکانیکی داخلی مخروط بلندگو است.)

8.5 امپدانس آکوستیکی توزیع شده. وقتی ابعاد اجزای یک دستگاه آکوستیکی در مقایسه با طول موج کوچک نباشد نمی توان برای دستگاه ثابتهای کلی در نظر گرفت، بلکه ثابتهای توزیع شده در آن خودنمایی می کنند. ساده ترین دستگاه از این نوع دستگاهی است که در آن موجهای تخت در یک لوله طویل منتشر می شوند. اگر موجها در امتداد مثبت x منتشر شوند نسبت فشار آکوستیکی به سرعت ذره ای از امپدانس ویژه محیط، $\rho_0 c$ ، به دست می آید؛ و بنابراین امپدانس آکوستیکی در هر مقطع قائم S لوله این است

$$Z = \frac{P}{U} = \frac{P}{Su} = \frac{\rho_0 c}{S} \quad (8.21)$$

انتشار موجهای تخت در چنین لوله ای شبیه انتشار جریانهای پرفرکانس^۲ در امتداد خط تراگسیل است. می توان محیط لوله را دارای اینر تانس توزیع شده M_1 در واحد طول دانست؛ چنانکه $M_1 = \rho_0/S$ باشد. همچنین محیط لوله دارای نرمش آکوستیکی توزیع شده C_1 در واحد طول است؛ چنانکه $C_1 = S/\rho_0 c^2$ باشد. کاربرد معادله معروف امپدانس ویژه

1) pressure level gain

2) high-frequency

خط تراگیل در مسئله مشابه آکوستیکی، امپدانس موجهای تخت را در لوله بدین مقدار به دست می‌دهد

$$Z = \sqrt{\frac{M_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{\rho_0 S}{S/\rho_0 c^2}} = \frac{\rho_0 c}{S}$$

که با معادله 8.21 موافقت دارد. بعلاوه چنانکه در بخشهای آینده نشان داده خواهد شد بازتاب و تراگیل موجهای صوتی در نقطه‌ای که در آن امپدانس آکوستیکی لوله تغییر می‌کند شبیه رفتار موجهای جریان در نقطه‌ای از خط تراگیل است که در آن تغییر ناگهانی در ابعاد رخ داده باشد، یا به امپدانس سوی امپدانس ویژه خط رسیده باشد.

8.6 بازتاب موجها در لوله. فرض کنیم در نقطه x در امتداد لوله امپدانس آکوستیکی از مقدار ویژه خود به Z_x تغییر یافته باشد که بنا بر نوع خاص تغییر حاصل در لوله ممکن است حقیقی یا مختلط باشد. هرگاه موج تابش اصلی در امتداد مثبت محور x منتشر شده و با معادله زیر معرفی شود

$$p_i = A e^{j(\omega t - kx)}$$

موج بازتابی در جهت منفی محور x با این معادله ایجاد خواهد شد

$$p_r = B e^{j(\omega t + kx)} \quad (8.23)$$

سرعتهای حجمی شاره مربوط به این دو موج عبارتند از

$$U_i = \frac{P_i}{\rho_0 c / S} \quad \text{و} \quad U_r = - \frac{P_r}{\rho_0 c / S}$$

هنگامی که هر دو موج تابش و بازتاب در لوله موجود باشند تغییر فاز آنها از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر سبب تغییر امپدانس از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر می‌شود، برعکس حالتی که در آن فقط موج تابش حاضر باشد؛ چه در این صورت امپدانس آکوستیکی در تمام نقاط به یک اندازه است. عبارت کلی معرف امپدانس آکوستیکی هنگامی که هر دو موج موجود باشند این است

$$Z = \frac{P_i + P_r}{U_i + U_r} = \frac{\rho_0 c}{S} \cdot \frac{P_i + P_r}{P_i - P_r} \quad (8.24)$$

یا

$$Z = \frac{\rho_0 c}{S} \cdot \frac{A e^{-jkx} + B e^{jkx}}{A e^{-jkx} - B e^{jkx}} \quad (8.24a)$$

در مقطع قائم لوله که در آن امپدانس تغییر می‌یابد شرایط معمولی پیوستگی فشار و

سرعت حجمی رامی توان با شرط پیوستگی نسبتهاشان، یعنی با شرط پیوستگی امپدانس، معرفی کرد. بنابراین فازها و دامنه‌های موجهای تابش و بازتاب باید چنان مربوط شوند که معادله 8.24a برابر Z_x شود.

بدون کاهش در کلیت قضیه، مبدأ مختصات را می‌توان به نقطه‌ای که در آن امپدانس تغییر می‌یابد منتقل کرد. در این صورت معادله 8.24a برابر Z_0 می‌شود که در آن $x=0$

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S} \cdot \frac{A + B}{A - B}$$

یا

$$\frac{B}{A} = \frac{Z_0 - \rho_0 c/S}{Z_0 + \rho_0 c/S} \quad (8.25)$$

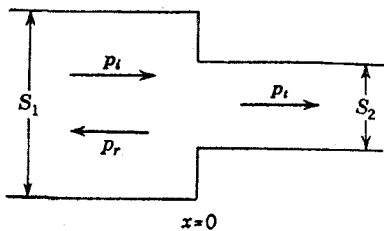
ضریب توان بازتاب صوتی α_r در نقطه‌ای که امپدانس آکوستیکی در آن تغییر می‌یابد بدین مقدار است

$$\alpha_r = \left(\frac{B}{A}\right)^2 = \frac{(R_0 - \rho_0 c/S)^2 + X_0^2}{(R_0 + \rho_0 c/S)^2 + X_0^2} \quad (8.26)$$

که در آن Z_0 جایگزین $R_0 + jX_0$ مجموع مقدار حقیقی و مقدار انگاری آن شده است. همچنین ضریب توان بازتاب α_t برابر $1 - \alpha_r$ با این رابطه معرفی می‌شود

$$\alpha_t = \frac{4R_0 \rho_0 c/S}{(R_0 + \rho_0 c/S)^2 + X_0^2} \quad (8.27)$$

گوشزد می‌کنیم که هر یک از سه معادله بالا از لحاظ شکل شبیه معادله‌هایی است که در بخش 6.3 به دست آمده و معرف بازتاب موجهای تختی است که با تابش عمودی از محیط اول به محیط دوم با امپدانس ویژه مختلف وارد می‌شوند. تنها اختلاف بین معادله‌های 8.25، 8.26، و 8.27 و معادله‌های نظیر آنها در بخش 6.3 این است که پارامترهای امپدانس آکوستیکی جایگزین پارامترهای امپدانس آکوستیکی ویژه شده‌اند.



شکل 8.5. تراگسیل و بازتاب موج تخت در محل اتصال دولوله.

به عنوان مثال این معادله‌ها را در انتشار موجهای تخت در لوله‌ای به مقطع قائم S_1 به کار ببریم که وارد لوله‌ای دیگر به مقطع قائم S_2 می‌شود، چنانکه در شکل 8.3 نمودار است. وقتی طول موج در مقایسه با قطر هر یک از لوله‌ها بزرگ باشد می‌توان فرض کرد امپدانس آکوستیکی موجهای تابش در محل

اتصال دو لوله برابر امپدانس آکوستیکی موجهای تخت در لوله دوم $Z_0 = \rho_0 c / S_2$ باشد. لازمه این فرض این است که لوله دوم یا دارای طول بینهایت باشد یا چنان ختم شود که موجهای بازتاب از آن ایجاد نشود، و سبب تولید موجهای ایستاده نگردد. بعلاوه از تغییر شکل سطوح موج به صورت همگرا یا واگرا در سطح اتصال دو لوله چشمپوشی شود. چون مقدار Z_0 را در معادله‌های کلی پیش قرار دهیم معادله‌های مربوط به این حالت خاص به دست می‌آیند

$$\frac{B}{A} = \frac{(S_1 - S_2)}{(S_1 + S_2)} \quad (8.28)$$

$$\alpha_r = \frac{(S_1 - S_2)^2}{(S_1 + S_2)^2} \quad (8.28a)$$

$$\alpha_t = \frac{4S_1 S_2}{(S_1 + S_2)^2} \quad (8.28b)$$

باید در نظر داشت که معادله‌های بالا در موردی که ابعاد هر یک از سطوح S_1 یا S_2 به طول موج نزدیک باشد قابل قبول نیست، چه در این حالت امپدانس آکوستیکی در محل اتصال دو لوله برابر $\rho_0 c / S_2$ نخواهد بود. بالاخره در موردی که طول موج بسیار کوچکتر از قطر لوله کوچک باشد ضریب تراگسیل از لوله بزرگتر به مقطع S_1 به لوله کوچکتر به مقطع S_2 درست برابر نسبت سطوح آنها، S_2/S_1 ، خواهد شد. این رابطه از این فرض نتیجه می‌شود که کسری از سطح موج تابش در لوله اول در برخورد به دهانه S_2 تماماً تراگسیل یافته، در صورتی که باقیمانده آن در کناره سخت ارتباط دو لوله بازتاب یافته است. همچنین چنانچه تابش از لوله کوچک به طرف لوله بزرگ باشد در فرکانسهای بالا تراگسیل به 100 درصد نزدیک می‌شود.

هزگاه لوله‌ای در نقطه $x=0$ به جدار سختی منتهی شود $Z_0 = \infty$ و $B/A = 1$ می‌شود، و دامنه فشار موج بازتاب برابر دامنه فشار موج تابش می‌گردد، و در نقطه $x=0$ فشارهای موجهای تابش و بازتاب پیوسته همفازند. از طرف دیگر جریانهای حجمی در این وضع پیوسته 180° با هم اختلاف فاز دارند، و جدار در وضع گره سرعت حجمی قرار دارد و این موضوع روشن است.

اگر دهانه لوله باز باشد و به لبه بینهایتی ختم شده باشد، امپدانس انتهایی همانند امپدانس پیستونی است که در دیوار یکبیرکان کارگزارده باشند، یعنی

$$R_0 = \frac{\rho_0 c}{S} R_1(2ka) \quad \text{و} \quad X_0 = \frac{\rho_0 c}{S} X_1(2ka)$$

و در نتیجه

$$\frac{B}{A} = \frac{R_1(2ka) - 1 + jX_1(2ka)}{R_1(2ka) + 1 + jX_1(2ka)} \quad (8.29)$$

در فرکانسهای بالا که $2ka \gg 1$ است تابع مقاومت پستون $R_1(2ka) \approx 1$ و تابع راکتانس $X_1(2ka) = 0$ است چنانکه $B/A \approx 0$ می شود. توان بازتاب بسیار اندک است و در نتیجه تقریباً تمام توان آکوستیکی از دهانه باز لوله پخش می شود. از طرف دیگر، در فرکانسهای کم که $2ka < 0.5$ باشد، می توان به جای $R_1(2ka)$ ، $k^2 a^2 / 2$ و به جای $X_1(2ka)$ ، $8ka / 3\pi$ به کاربرد. در این حالت

$$\frac{B}{A} = - \frac{(1 - k^2 a^2 / 2) - 8jka / 3\pi}{(1 + k^2 a^2 / 2) + 8jka / 3\pi} \quad (8.29a)$$

هنگامی که $2ka \ll 1$ باشد $B/A \approx -1$ می شود و این می رساند که دامنه فشار موج بازتاب اندکی کمتر از دامنه موج تابش است. در نقطه $x=0$ فشارهای آنها با هم اختلاف فازی نزدیک به 180° دارند، و در نتیجه موج تراکمی به موج انبساطی بدل می شود. برعکس سرعتهای حجمی، تابش و بازتاب در دهانه لوله تقریباً همفازند؛ چنانکه در این وضعیت تقریباً شکم سرعت حجمی موجود است. چون دامنه سرعت حجمی در دهانه پیوسته دو برابر سرعت حجمی موج تابش است مقاومت آکوستیکی به قدری کوچک می شود که ضریب توان تراگسیل که بدین عبارت به دست می آید

$$\alpha_t = \frac{2k^2 a^2}{(1 + k^2 a^2 / 2)^2 + (8ka / 3\pi)^2} \quad (8.30)$$

نیز کوچک می گردد. چون از جمله های $k^2 a^2$ به بالا از مخرج در برابر واحد چشمپوشی کنیم عبارت بالا ساده تر می شود

$$\alpha_t = 2k^2 a^2 = 8\pi^2 a^2 / \lambda^2 \quad (8.30a)$$

هنگامی که طول موج λ موج تابش در مقایسه با شعاع a لوله بزرگ باشد تنها درصد کوچکی از توان آکوستیکی از دهانه کناره دار لوله خارج می شود، و بقیه درون لوله بازتاب می یابد؛ و این نتیجه با نتایج بخشهای 7.5 و 7.14 مطابقت دارد، یعنی منابعی که ابعادشان نسبت به طول موج صوت کوچک باشد از لحاظ پخش انرژی صوتی ضعیفند. در فرکانسهای کم که $2ka \ll 1$ باشد، آزمایش و حساب نشان می دهد که امپدانس آکوستیکی لوله بدون کناره تقریباً بدین مقدار است

$$Z = \frac{\rho_0 c}{S} \left(\frac{k^2 a^2}{4} + 0.6jka \right) \quad (8.31)$$

به آسانی می توان دریافت که ضریب تراگسیل در انتهای چنین لوله ای این است

$$\alpha_i = \frac{k^2 a^2}{(1 + k^2 a^2/4)^2 + (0.6ka)^2} \quad (8.32)$$

یا

$$\alpha_i \approx k^2 a^2 \approx \frac{4\pi^2 a^2}{\lambda^2} \quad (8.32a)$$

و این می‌رساند که وجود کناره وسیعی در انتهای لوله، تابش صوت را در فرکانسهای کم تقریباً دو برابر می‌سازد. گوشزد می‌کنیم که در لوله‌ای که به زائده بوقی شکلی متصل شود که قطر مقطع آن به تدریج زیاد شود توان تراگیل فرکانس پایین در آن باز هم افزایش می‌یابد.

8.7 رزونانس در لوله. لوله‌ای به طول l و سطح مقطع $S = \pi a^2$ فرض کنیم که شاره درون آن به وسیله پیستون مرتعشی در انتهای سمت چپ، $x=0$ ، تحریک شود، و امپدانس آکوستیکی آن در انتهای سمت راست در نقطه $x=l$ برابر Z_l باشد. چون معادله 8.24 را در نقطه $x=l$ به کار بریم این رابطه به دست می‌آید

$$Z_l = \frac{\rho_0 c}{S} \cdot \frac{Ae^{-jkl} + Be^{jkl}}{Ae^{-jkl} - Be^{jkl}} \quad (8.33)$$

این معادله دامنه فشار بازتاب B را به حسب دامنه فشار تابش A به دست می‌دهد. همچنین امپدانس ورودی Z_0 در نقطه $x=0$ این است

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S} \cdot \frac{A + B}{A - B} \quad (8.34)$$

از ترکیب معادله 8.34 و 8.33 دامنه‌های فشار مختلط A و B حذف می‌شوند و عبارت زیر حاصل می‌شود

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S} \cdot \frac{Z_l + j \frac{\rho_0 c}{S} \tan kl}{\frac{\rho_0 c}{S} + j Z_l \tan kl} \quad (8.35)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، امپدانس ورودی نه تنها به امپدانس انتهایی Z_l بستگی دارد بلکه به طول l لوله و همچنین پایای طول موج، k ، مربوط است.

فرکانس رزونانس چنین لوله را می‌توان با صفر قرار دادن مؤلفه راکتیو امپدانس ورودی به دست آورد. در این فرکانس برای منبعی بادامنه نیرو یا فشار ثابت، امپدانس ورودی

می‌نیمم و توان تابش در دهانهٔ باز ماکسیمم است. اگر به جای Z_I عبارت $(\rho_0 c/S)(\alpha + j\beta)$ را به کار بریم معادلهٔ 8.35 به صورت زیر نوشته می‌شود

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S} \cdot \frac{\alpha + j(\tan kl + \beta)}{(1 - \beta \tan kl) + j\alpha \tan kl} \quad (8.35a)$$

که با شرط $X_0 = 0$ بدین عبارت خلاصه می‌شود

$$\beta \tan^2 kl + (\beta^2 + \alpha^2 - 1) \tan kl - \beta = 0 \quad (8.36)$$

در حالت‌های حد در فرکانسهای پایین که α و β نسبت به واحد کوچکند، معادلهٔ بالا تقریباً بدین صورت در می‌آید

$$\tan kl = -\beta \quad (8.36a)$$

هنگامی که لوله در انتهای خود، $X = l$ ، به‌کنارهٔ بینهایتی متصل باشد $\beta \approx 8ka/3\pi$ و شرط $\tan kl = -8ka/3\pi$ با این رابطه تأیید می‌شود

$$\tan(n\pi - kl) = \frac{8ka}{3\pi} \approx \tan\left(\frac{8ka}{3\pi}\right)$$

که در آن n عدد صحیح است. بنابراین

$$n\pi - kl = \frac{8ka}{3\pi} \quad (8.37)$$

و فرکانس اصلی رزونانس به‌ازای $n = 1$ به‌دست می‌آید

$$f_1 = \frac{c}{2(l + 8a/3\pi)} \quad (8.37a)$$

روشن است که طول مؤثر لوله l نیست بلکه $l + 8a/3\pi$ است. این پیشبینی تصحیح برای لولهٔ کناره‌دار با مقادیر اندازه‌گیری‌شده به وسیلهٔ آزمایش، $0.82a$ ، مطابقت دارد. مقدار تصحیح اندازه‌گیری‌شده برای لولهٔ بدون کناره $0.6a$ است و انتخاب $\beta = 0.6ka$ را در معادلهٔ 0.31 تأیید می‌کند. باید در نظر داشت که مقادیر تصحیح در انتهای لوله تنها در فرکانسهای پایین مصداق دارد که در آنها مقادیر β قابل قبول گرفته شده است. یادآوری می‌کنیم که با این محدودیتها در مقادیر تصحیح، معادلهٔ 8.37 نشان می‌دهد که تنهای فرعی در لولهٔ باز ارگک به‌صورت گروه هارمونیکها در می‌آیند.

اگر لوله در انتهای خود، $x=l$ ، به وسیله جدارى بسته شده باشد $Z_l = \infty$ و امپدانس ورودی به این عبارت خلاصه می‌شود

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S} \cdot \frac{1}{j \tan kl} = -j \frac{\rho_0 c}{S} \cot kl \quad (8.38)$$

به‌ازای $\cot kl = 0$ راکتانس برابر صفر می‌شود و رابطه‌های زیر برقرار می‌گردند

$$kl = (2n - 1)\pi/2 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

یا

$$f = \frac{2n - 1}{4} \cdot \frac{c}{l} \quad (8.39)$$

برای $n=1$ ، $f_1 = c/4l$ معرف فرکانس اصلی ارتعاش است، که در لوله یک‌طرف بسته به‌دست می‌آید. نت‌های فرعی رزونانس شامل هارمونیک‌های فرد فرکانس اصلی است و فرکانس‌های زوج در آن پدیدار نمی‌شوند.

8.8 نظریه عمومی شاخه جانبی. به عنوان مقدمه‌ای برای مطالعه نظری صافی، تأثیر شاخه جانبی را در انتشار موج‌های آکوستیک درون لوله محکمی به‌طول بینهایت مورد بحث قرار می‌دهیم. وجود چنین شاخه‌ای در لوله سبب می‌شود که امپدانس آکوستیکی در محل اتصال شاخه به‌مقدار مخصوص خود، $\rho_0 c/S$ ، در موج‌های تخت منتشر در لوله باقی‌ماند، و موج بازتابی در آن ایجاد شود. به‌علاوه قسمتی از انرژی آکوستیکی تابش در شاخه منتشر شده و به‌مصرف می‌رسد. این دو عامل سبب کاهش انتشار انرژی در قسمتی از لوله که بعد از شاخه قرار دارد می‌گردند.

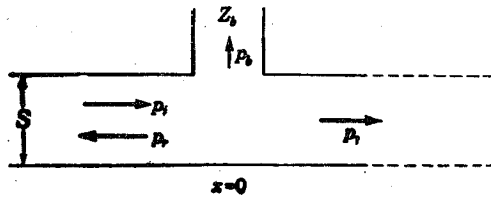
شکل 8.6 لوله‌ای به‌مقطع قائم ثابت S را نشان می‌دهد که شاخه جانبی به‌امپدانس ورودی Z_b به‌آن متصل است. اگر موج تخت تابش با معادله

$$p_i = A_1 e^{j(\omega t - kx)} \quad (8.40)$$

از چپ محل اتصال شاخه رو به‌آن به‌تابد موج بازتابی از محل اتصال رو به‌سمت چپ و موج تراکسیلی از محل اتصال رو به‌سمت راست لوله با معادله‌های زیر منتشر می‌شوند

$$p_r = B_1 e^{j(\omega t + kx)} \quad (8.41)$$

$$p_t = A_2 e^{j(\omega t - kx)} \quad (8.42)$$



شکل 8.6. شرایط در شاخه جانبی به امیدانی Z_b .

اگر نقطه اتصال شاخه را مبدأ مختصات بخر اختیار کنیم فشارهای حاصل در هر يك از سه موج تابش، بازتاب، و تراگسیل چنین معرفی می شوند

$$p_i = A_1 e^{j\omega t} \quad p_r = B_1 e^{j\omega t} \quad \text{و} \quad p_t = A_2 e^{j\omega t}$$

همچنین فشار در نقطه ورودی شاخه چنین است

$$p_b = A_b e^{j\omega t} \quad (8.43)$$

در بحث کامل تراگسیل موجهای آکوستیکی درون لولهها چنین فرض شده که مقطع قائم لولهها در مقایسه با طول موج صوت کوچک باشد. چون این فرض در این مورد نیز برقرار است می توان با به کار بردن شرایط پیوستگی فشار در نقطه اتصال این رابطه را به دست آورد

$$p_i + p_r = p_t = p_b \quad (8.44)$$

و سرعتهای حجمی در این منطقه بدین عبارتند

$$U_i = \frac{p_i}{\rho_0 c / S} \quad U_r = -\frac{p_r}{\rho_0 c / S} \quad U_t = \frac{p_t}{\rho_0 c / S} \quad \text{و} \quad U_b = \frac{p_b}{Z_b} \quad (8.45)$$

شرط پیوستگی سرعت حجمی به رابطه زیر منجر می شود

$$U_i + U_r = U_t + U_b \quad (8.46)$$

چون معادله 8.46 را بر 8.44 تقسیم کنیم، این رابطه به دست می آید

$$\frac{U_i + U_r}{p_i + p_r} = \frac{U_t}{p_t} + \frac{U_b}{p_b}$$

که می توان به صورت زیر نوشت

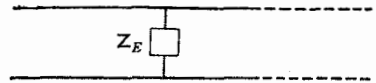
$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_t} + \frac{1}{Z_b} \quad (8.47)$$

که در آن

$$Z = \frac{\rho_0 c}{S} \cdot \frac{A_1 + B_1}{A_1 - B_1} \quad \text{و} \quad Z_t = \frac{\rho_0 c}{S}$$

Z مغرف امپدانس آکوستیکی شاخه حاصل از تأثیر موجهای تابش و بازتاب و Z_t امپدانس آکوستیکی در موج تراگیل است. معادله 8.47 نشان می‌دهد B_1 پایای دامنه موج بازتاب از حیث مقدار و فاز چنان محدود می‌شود که $1/Z$ آدمیتانس^۱ مرکب موجهای تابش و بازتاب با مجموع آدمیتانس شاخه $1/Z_b$ و آدمیتانس بازتاب $1/Z_t$ برابر شود. بنابراین مشابه

الکتریکی حضور یک شاخه جانبی در لوله بینهایت اتصال یک امپدانس الکتریکی Z_t است بین دو سیم یک خط تراگیل بینهایت چنانکه در شکل 8.7 نمودار است. در حالت کلی تر که لوله بینهایت طول نباشد بلکه به امپدانس انتهایی Z_t ختم شود



شکل 8.7. مشابه الکتریکی شاخه جانبی در لوله.

امپدانس تراگیل Z_t در دنباله لوله مختلط است و از معادله 8.35 به دست می‌آید.

حل معادله 8.47 بر حسب B_1/A_1 ، نسبت دامنه فشار موج بازتاب به دامنه فشار موج

تابش را بدین عبارت می‌رساند

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{-\frac{\rho_0 c}{2S}}{\frac{\rho_0 c}{2S} + Z_b} \quad (8.48)$$

نسبتهای نظیر برای موج تراگیل و فشار ورودی شاخه از ترکیب معادله‌های 8.48 و 8.49 به دست می‌آیند، و عبارتند از

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{A_b}{A_1} = \frac{Z_b}{\frac{\rho_0 c}{2S} + Z_b} \quad (8.49)$$

برای به دست آوردن ضریبهای توان بازتاب تراگیل بهتر است امپدانس شاخه را

به صورت $Z_b = R_b + jX_0$ به کار ببریم. در این صورت ضریب توان بازتاب به صورت

1) admittance

$$\alpha_r = \left(\frac{B_1}{A_1}\right)^2 = \frac{\left(\frac{\rho_0 c}{2S}\right)^2}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b\right)^2 + X_b^2} \quad (8.50)$$

و ضریب توان تراگسیل به صورت زیر در می آیند

$$\alpha_t = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \frac{R_b^2 + X_b^2}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b\right)^2 + X_b^2} \quad (8.51)$$

نسبت توان منتقل شده به شاخه به توان تابش از رابطه $\alpha_b = 1 - \alpha_r - \alpha_t$ به دست می آید و بدین عبارت است

$$\alpha_b = \frac{\frac{\rho_0 c}{S} R_b}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b\right)^2 + X_b^2} \quad (8.52)$$

گوشزد می سازیم که توان تراگسیل پس از گذار موج از محل اتصال شاخه هنگامی صفر است که $\alpha_t = 0$ باشد، و آن هنگامی دست می دهد که R_b و X_b هر دو صفر باشند. در یک صافی که این شرط صادق باشد تمام انرژی که به محل اتصال شاخه می رسد جذب آن نمی شود، بلکه به عکس تقریباً 100 درصد انرژی تابش در برخورد به آن بازتاب می یابد و درون لوله به سوی منبع برمی گردد. اگر R_b بزرگتر از صفر فرض شود، ولی بینهایت نباشد، مقداری از انرژی صوتی در شاخه مصرف می شود و مقداری به دنباله لوله پس از محل اتصال شاخه منتقل می شود که بستگی به مقدار خارجی X_b ندارد. در مقابل هر گاه R_b یا X_b در برابر $\rho_0 c/S$ زیاد بزرگ باشند تقریباً 100 درصد توان تابش به دنباله لوله پس از محل اتصال شاخه منتقل می گردد، و در حد وقتی $R_b = X_b = \infty$ باشد معنی آن این است که شاخه ای وجود ندارد و ضریب توان تراگسیل برابر واحد است. یادآور می شویم که وقتی $R_b = 0$ باشد انرژی صوتی در شاخه مصرف نمی شود.

8.9 رزوناتور هلمهولتس به جای شاخه. به عنوان مثال از مورد استعمال بحث مربوط به شاخه در بخش 8.8 تأثیر کاربرد رزوناتور هلمهولتس را به جای شاخه جانبی شکل 8.8a مطالعه می کنیم. اگر از کاشهای چسبندگی چشمپوشی کنیم انرژی قابل ذکر از طرف لوله در رزوناتور تلف نمی شود. تمام انرژی جذب شده از طرف رزوناتور در قسمتی از دوره آکوستیکی دوباره در قسمتهای دیگر دوره به لوله برمی گردد، چنانکه $R_b = 0$ است. اگر سطح دهانه رزوناتور $S_b = \pi a^2$ ، طول آن l ، و حجم محفظه آن V باشد راکتانس آکوستیکی شاخه بدین مقدار است

$$X_b = \rho_0 \left(\frac{\omega l'}{S_b} - \frac{c^2}{\omega V} \right) \quad (8.53)$$

که در آن $l' = l + 1.7a$.

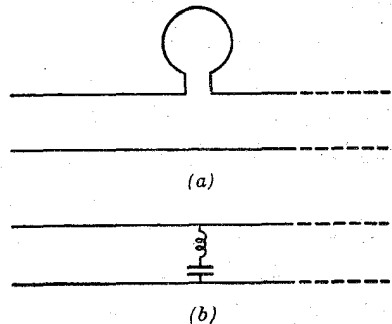
چون مقادیرهای X_b و R_b را در معادله 8.51 قرار دهیم ضریب تراگیسل لوله با این رابطه مشخص می‌شود

$$\alpha_i = \frac{1}{1 + \frac{c^2}{4S^2(\omega l'/S_b - c^2/\omega V)^2}} \quad (8.54)$$

که مقدار آن به‌ازای فرکانس رزونانس رزوناتور

$$\omega = \omega_0 = c \sqrt{\frac{S_b}{l'V}}$$

صفر می‌شود. در این فرکانس دامنه‌های سرعت‌حجمی در دهانه رزوناتور وسیع است ولی تمام انرژی تابش وارد شده به محفظه رزوناتور دوباره به لوله اصلی برمی‌گردد، و بدان می‌ماند که رابطه فاز چنان برقرار شود که سبب برگشت موج به سوی منبع شده باشد. این نوع صافی آکوستیکی مشابهاً به دستگاه الکتریکی است شامل یک خود القا و یک خازن که به‌طور سری قرار گرفته و به‌خط تراگیسل مهار شده باشد؛ چنانکه در شکل 8.8b نمودار است. منحنی نمایش تغییرات مقادیرهای حساب

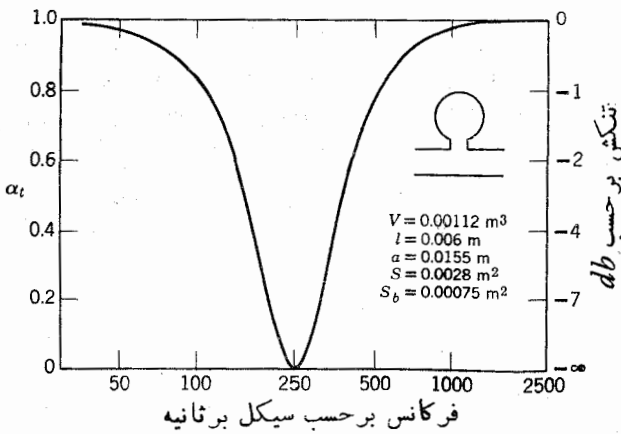


شده ضریب تراگیسل بر حسب فرکانس در شکل 8.9 رسم شده است. این مقادیرها در مورد لوله‌ای به شعاع 0.03 متر متصل به یک رزوناتور به حجم 0.00112 متر مکعب و شعاع دهانه برابر 0.0155 متر حساب شده است.

شکل 8.8. (a) رزوناتور هلمهولتس به‌جای شاخه جانبی، (b) مشابه الکتریکی رزوناتور هلمهولتس هنگامی که به‌جای شاخه جانبی به‌کار رفته است.

هنگامی که شعاع دهانه مانند مثال بالا به اندازه کافی بزرگ گرفته شده باشد مقادیرهای اندازه‌گیری شده ضریب توان تراگیسل با مقادیرهای پیشینی شده بوسیله معادله 8.54 مطابقت کامل دارند. در مواردی که دهانه تنگ و طول زیاد گرفته شود مقادیرهای اندازه‌گیری شده با مقادیرهای پیشینی شده مطابقت نمی‌کنند؛ مگر اینکه معادله 8.54 را چنان تغییر دهیم که در آن نیروهای حاصل از چسبندگی که سبب مصرف انرژی در رزوناتور می‌گردد در نظر گرفته شوند. یکی از ویژگی‌های عمده منحنی شکل 8.9 این است که کاهش تراگیسل بر حسب ردیف فرکانس بیش از یک اوکتاو از هر طرف فرکانس رزونانس را به‌خوبی نمایان می‌سازد. این منحنی صافی به‌مراتب

وسیعتر ازمحنی پاسخ شدت به تقویت رزوناتور است هنگامی که باز به کار برده شود؛ چنانکه دربخش 8.4 شرح آن گذشت.



شکل 8.9. تنکس حاصل ازشاخه رزوناتور هلمهولتز.

8.10 دهانه به جای شاخه. اینک تأثیر لوله کوتاهی را که به جای شاخه به کار رفته باشد مطالعه می‌کنیم. اگر هم طول l و هم شعاع a در این لوله نسبت به طول موج کوچک باشد امپدانس این شاخه بدین عبارت است

$$Z_b = \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi} + j \frac{\rho_0 l' \omega}{\pi a^2} \quad (8.55)$$

که در آن $l' = l + 1.7a$. جمله اول رابطه بالا در اثر تابش صوت از دهانه به محیط خارجی نتیجه می‌شود و جمله دوم آن اینرتانس گاز در دهانه است. بنابراین ضریب تراگیل بدین عبارت در می‌آید

$$\alpha_t = \frac{\left(\frac{\rho_0 c k^2}{2\pi}\right)^2 + \left(\frac{\rho_0 l' \omega}{\pi a^2}\right)^2}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi}\right)^2 + \left(\frac{\rho_0 l' \omega}{\pi a^2}\right)^2} \quad (8.56)$$

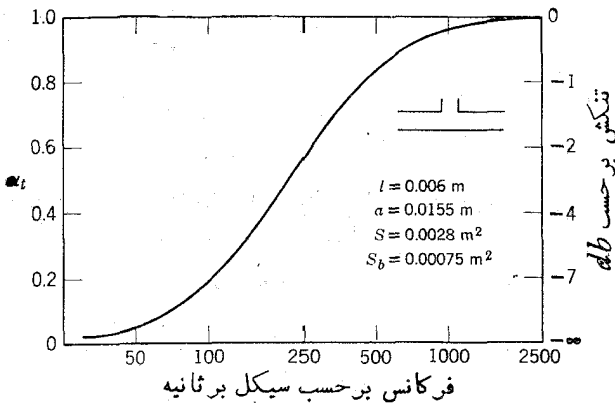
نسبت بین مقاومت آکوستیکی و راکتانس آکوستیکی شاخه این است

$$\frac{R_b}{X_b} = \frac{\rho_0 c k^2 / 2\pi}{\rho_0 l' \omega / \pi a^2} = \frac{ka^2}{2l'}$$

اگر شاخه به صورت سوراخی در دیواره نازک لوله اصلی درآمده باشد $l=0$ و l' دارای مقدار می نیمم خود، $1.7a$ ، می شود، و نسبت بالا در این حد به ما کسیمم خود، $R_b/X_b = ka/3.4$ ، می رسد. در این بحث شعاع سوراخ نسبت به طول موج کوچک فرض شده است، یعنی $ka \ll 1$. بنابراین مقاومت آکوستیکی آن در برابر راکتانس آکوستیکی در محاسبه ضریب تراگیل قابل چشمپوشی است. چون از $\rho_0 c k^2 / 2\pi$ چشمپوشی کنیم معادله 8.56 بدین عبارت خلاصه می شود

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + (\pi a^2 / 2S l' k)^2} \quad (8.56a)$$

این ضریب تراگیل در فرکانسهای پایین تقریباً نزدیک به صفر و در فرکانسهای بالا تقریباً صد درصد، یعنی نزدیک به واحد است؛ چنانکه در شکل 8.10 می بینید. در این شکل منحنی تغییرات مقدارهای ضریب تراگیل برای لوله ای به شعاع 0.03 متر و دارای شاخه سوراخمانندی به طول 0.006 متر و به شعاع 0.0155 متر بر حسب فرکانس رسم شده است.



شکل 8.10. تنکس حاصل از شاخه سوراخمانند.

هنگامی که کسر معادله 8.56a برابر دو شود، ضریب تراگیل برابر 50 درصد می گردد، یعنی به ازای

$$k = \frac{\pi a^2}{2S l'} \quad (8.57)$$

وجود سوراخ ساده در لوله آن را به صافی بالا-گذرا بدل می‌سازد. هر چه شعاع سوراخ نسبت به شعاع لوله اصلی افزایش یابد تنکش در فرکانسهای پایین بالا می‌رود، چنانکه در فرکانس مربوط به ضریب توان تراگیل 50 درصد نمودار است. هر گاه لوله دارای چند سوراخ نزدیک به هم باشد، چنانکه بتوان آنها را قفاطی به فاصله‌های کسر کوچکی از طول موج نسبت به هم گرفت، عمل مجموع آنها مشابه معادل امپدانس موازی آنهاست. از طرف دیگر اگر فاصله سوراخها از یکدیگر کسر قابل ملاحظه‌ای از طول موج صوت باشد دستگاه مشابه یک صافی الکتریکی می‌شود؛ یا مشابه خط تراگیلی می‌گردد که در امتداد آن تعدادی امپدانس به فاصله‌های دور از هم مهار کرده باشند. در این حالت موجهای بازتاب از سوراخهای مختلف نسبت به یکدیگر همفاز نیستند و بنابراین ضریب توان تراگیل را در آن نمی‌توان با معادله 8.56 به دست آورد؛ بلکه باید روشهایی مشابه روشهایی که در صافی الکتریکی معمول است به کار برد. به طور کلی با اختیار تعدادی از سوراخها به فاصله‌های مناسب به جای سوراخی به گشادی مجموع آنها، می‌توان تنکش را بیشتر ساخت.

ضریب توان تراگیل در شاخه تنها تقریباً بدین رابطه است

$$\alpha_b = \frac{2k^2S}{\pi[1 + (2S/k/\pi a^2)^2]} \quad (8.58)$$

در فرکانس مربوط به ضریب توان تراگیل 50 درصد در لوله رابطه بالا به k^2S/π خلاصه می‌شود. در لوله سوراخدار مثال پیش مقدار آن در فرکانس 225 سیکل بر ثانیه 1.5 درصد می‌گردد، و این نشان می‌دهد که نقش صاف کننده یک سوراخ مربوط به انتقال انرژی از سوراخ به محیط خارج نیست بلکه بیشتر در اثر بازتاب انرژی به سوی منبع است.

تأثیر سوراخ را می‌توان برای بیان طرز کار یک ساز بادی مانند فلوت یا قرنی به کار برد. وقتی این سازها در نخستین دوره^۲ اصلی خود به صدا در آیند نوازنده تمام (یا تقریباً تمام) سوراخهای واقع در امتداد لوله به فاصله‌های معینی از دهانی آن را باز می‌کند. چون قطر سوراخها پمسته برابر قطر داخلی لوله اختیار می‌شود، این عمل سبب کوتاه شدن لوله مرتش گشته و انرژی آکوستیکی از اولین سوراخ باز به دهانی لوله برمی‌گردد و موجهای ایستاده بین این سوراخ و دهانی لوله را تشکیل می‌دهد. در فلوت که مانند لوله باز عمل می‌کند طول موج تقریباً دو برابر فاصله بین اولین سوراخ باز و دهانی لوله است. در قرنی که صدای آن در اثر ارتعاش قمیشی در دهانی لوله ایجاد می‌شود شرایط موجود در دهانی آن با شرایط لوله بسته از یک طرف تطبیق می‌کند و طول موج صدای حاصل چهار برابر فاصله بین اولین سوراخ باز و دهانی لوله است. در هر دو ساز همچنین تعدادی از انتهای هارمونیک موجود است. در قرنی هارمونیکهای فرد قویترند، چنانکه در لوله‌های بسته شرح آن رفته است. وقتی ساز بادی در دوره بالای خود به صدا در می‌آید انگشت گذاری پیچیده تر است.

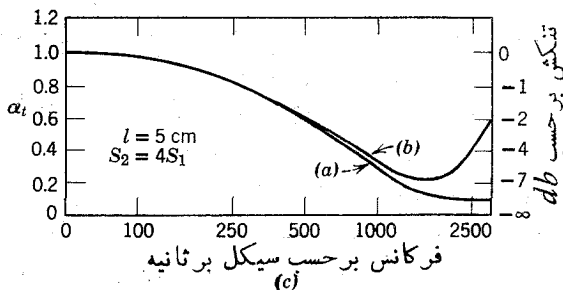
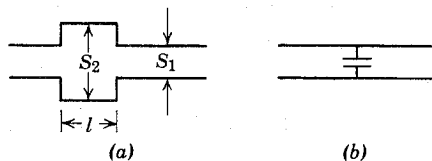
بعضی از سوراخهای پایینتر از اولین سوراخ باز بسته می‌مانند و بقیه بازند؛ و این عمل بدان منظور است که موجهای ایستاده دلخواه در لوله ایجاد کنند.

8.11 صافی خزانه‌دار. نوع ساده‌ای از صافی آکوستیکی پایین-گذر^۲ بدین طریق ساخته می‌شود که قطعه لوله‌ای گشادتر به مقطع S_2 و به طول l در لوله اصلی به مقطع S_1 جا می‌دهند، چنانکه در شکل 8.11a^۱ نموده شده است. در فرکانسهای پایین مربوط به $kl \ll 1$ خزانه این صافی را می‌توان شاخه‌ای با نرمش آکوستیکی $C = V/\rho_0 c^2$ فرض کرد که در آن $V = S_2 l$ حجم خزانه واقع در امتداد لوله است. امپدانس آکوستیکی چنین شاخه‌ای را کتانس تنهاست، بنابراین $R_b = 0$ و

$$X_b = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{\rho_0 c^2}{\omega V} = -\frac{\rho_0 c^2}{\omega S_2 l} \quad (8.59)$$

چون مقادارهای R_b و X_b را در معادله 8.51 قرار دهیم ضریب توان بازتاب به دست می‌آید

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + \left(\frac{S_2 k l}{2S_1}\right)^2} \quad (8.60)$$



شکل 8.11. (a) صافی پایین-گذر ساده. (b) صافی الکتریکی مشابه آن. (c) منحنیهای توان تراگیسل صافی.

این معادله پیشبینی می‌کند که در فرکانسهای پایین توان تراگیسل صوت صدردصد

است، و در فرکانسهای بالا به تدریج به صفر نزول می‌کند. منحنی (a) در شکل 8.11c تغییرات ضریب تراگسیل را که از معادله 8.60 محاسبه شده است برای خزانه‌ای به طول 0.05 متر و مقطعی چهار برابر مقطع لوله اصلی برحسب فرکانس نشان می‌دهد. در نگاه اول این نوع صافی مشابه صافی الکتریکی به نظر می‌آید که از مهار کردن يك خازن درخط تراگسیل به دست آمده باشد، چنانکه در شکل 8.11b نمودار است ولی هنگامی که $kl > 1$ باشد معادله 8.60 به کار نمی‌رود، بنابراین دو صافی بالا در حقیقت مشابه نیستند.

اینک معادله‌ای برای صافی آکوستیکی بالا بیابیم که به ازای $kl > 1$ صادق باشد. با در نظر گرفتن موجهای سه گانه تابش، بازتاب و تراگسیل در سه قسمت لوله و ارتباط آنها از طریق شرایط پیوستگی فشار و سرعت حجمی در دو محل اتصال خزانه با لوله اصلی ممکن است با روشی شبیه آنچه که در بخش 6.5 برای یافتن معادله 6.37 به کار رفت معادله ضریب توان تراگسیل را چنین به دست آورد.

$$\alpha_t = \frac{4}{4 \cos^2 kl + \left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_1}{S_2} \right)^2 \sin^2 kl} \quad (8.61)$$

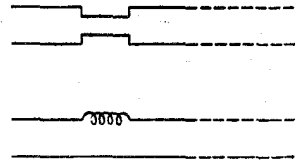
منحنی (b) در شکل 8.11c نمایش تغییرات ضریب توان تراگسیل را برای يك صافی به همان مقطع در منحنی (a) نشان می‌دهد که از معادله 8.61 محاسبه شده است. در فرکانسهای پایین که در آنها $kl \ll 1$ باشد نتیجه‌های حاصل از دو معادله کاملاً یکسانند. خواننده می‌تواند این نتیجه را از خلاصه کردن معادله 8.61 هنگامی که $kl \ll 1$ باشد به دست آورد. ولی معادله صحیحتر 8.61 نشان می‌دهد که به ازای $kl = \pi/2$ هنگامی که مقطع صافی يك چهارم طول موج باشد مقدار ضریب توان تراگسیل می‌نیم است. بدین مقدار

$$\alpha_t = \left(\frac{2S_1 S_2}{S_1^2 + S_2^2} \right)^2 \quad (8.62)$$

چون فرکانس را از مقدار مربوط به این می‌نیم به تدریج بالا بریم ضریب توان تراگسیل از مقدار می‌نیم خود می‌گذرد و باز $kl = \pi$ به صد درصد می‌رسد. با افزایش تدریجی این فرکانس ضریب توان تراگسیل از یک رشته می‌نیم و ماکسیمم می‌گذرد تا بالاخره در صورتی که ka_1 شعاع لوله اصلی خیلی بزرگتر از واحد باشد در مقدار صد درصد باقی می‌ماند. رسیدن به این مرحله نهایی صد درصد ویژه هر سه نوع صافی که شرح آن در این فصل گذشت می‌باشد. معادله‌های به دست آمده برای توان تراگسیل تنها هنگامی صادقند که طول موج نسبت به شعاع لوله اصلی یا مقطع هر نوع صافی بزرگتر باشد. سوی محدودیتهای فرکانس که در به کار بردن معادله 8.60 لازم آمد محدودیتهای عملی دیگری برای طرح صافیهای پایین‌گذر موجود است. مثلاً هر گاه اختلاف زیادی بین مقطعیهای لوله اصلی و صافی موجود باشد کاربرد آن در بسیاری از موارد عملی نیست. با این حال در چند مورد استعمال این نوع

صافیها اساسی و معمول است، از جمله صداگیرهای آگزوز اتومبیل و صداگیرهای تفنگ و محفظه‌های جاذب صدا که در تأسیسات تهویه به کار می‌برند.

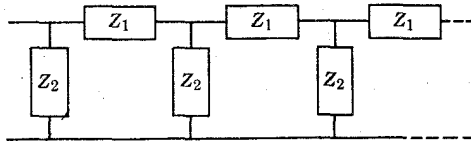
8.12 صافیهای آکوستیکی دیگر. نوعی صافی الکتریکی ساده‌ای با گذاردن يك خودالفا بطور سری در خط تراگسیل به دست می‌آید. معادل آکوستیکی آن ایجاد گرفتگی در قسمتی از لوله است، چنانکه در شکل 8.12 نمایش داده شده است. این دستگاه را می‌توان مجموعه‌ای حاصل از يك اینر تانس به طور سری در لوله تصور کرد. شباهت بین این حالت‌های الکتریکی و آکوستیکی تنها در نوار محدودی از فرکانس صادق است، چنانکه در مورد صافی خزانه‌دار نیز چنین بود. معادله 8.61 را می‌توان برای محاسبه ضریب توان تراگسیل این نوع صافی به کار برد، زیرا به دست آوردن آن بستگی به این ندارد که S_1 و S_2 کدام يك بزرگترند.



شکل 8.12. گرفتگی در لوله و معادل الکتریکی آن.

با به کار بردن ترکیب‌هایی از رزوناتورها،

سوراخها، خزانه‌ها، و گرفتگیها در لوله اصلی انواع مختلف صافیهای آکوستیکی معمول ساخته می‌شوند. طرح این نوع اسبابها با استفاده از شباهت بین صافیهای آکوستیکی و الکتریکی آسان می‌گردد. مثلاً تیزی برش يك دستگاه صافی الکتریکی با به کار بردن شبکه نردبانی چنانکه در شکل 8.13 نمایان است افزون می‌گردد. این شبکه‌ها را با ترکیبی از راکتانسهایی با



شکل 8.13. شبکه نردبانی که در صافی به کار می‌برند.

نوعی امپدانس Z_1 که در مدار به طور سری قرار گرفته‌اند و راکتانسهایی با نوع دیگر امپدانس Z_2 که در خط مدار مهار شده‌اند می‌سازند. در کتانهای استانده^۲ مربوط به صافیهای موجی ثابت شده است که ساختمان شبکه‌ای بالا به میزان زیادی همه فرکانسها را تضعیف می‌کند، به جز فرکانسهایی که در آنها نسبت Z_1/Z_2 در شرط $0 > Z_1/Z_2 > -4$ صدق کند. در شکل 8.14 سه نوع صافی آکوستیکی ساده نوع نردبانی همراه با مشابیه‌های الکتریکی آنها نمایش داده شده است. با به کار بردن شرط بالا برای نسبت Z_1/Z_2 ، فرکانس برش را در صافی بالا گذر شکل 8.14a برابر

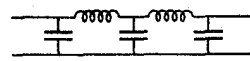
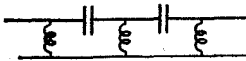
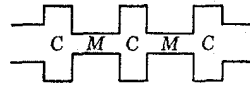
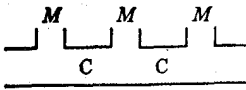
1) sharpness of cutoff 2) Mason, *Electromechanical Transducers and Wave Filters*, pp. 28-31, D. Van Nostrand Co. (1948).

$$f = \frac{1}{4\pi\sqrt{MC}} \quad (8.63)$$

و در صافی پایین-گذر شکل 8.14b برابر

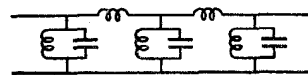
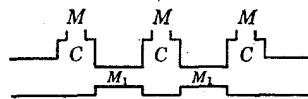
$$f = \frac{1}{\pi\sqrt{MC}} \quad (8.64)$$

می توان به دست آورد. هنگامی که فرکانس افزایش یابد رفتار صافیهای آکوستیکی شکل 8.14 به تدریج از مشابه الکتریکی آنها منحرف می شود. نخستین علت این انحراف این است که در فرکانسهای بالاتر ابعاد دستگاه با طول موج قابل مقایسه می شود و دستگاه دارای ثابتهای توزیعی می گردد، به جای آنکه دارای خواص ثابتهای کلی باشد. خواننده علاقه مند اطلاعات اضافی مربوط به تصفیه آکوستیکی را در کتاب کنترل نوفه خواهد یافت.



(a) صافی بالا-گذر

(b) صافی پایین-گذر



(c) صافی نوار-گذر

شکل 8.14. صافیهای آکوستیکی نردبانی.

آشنایی به ویژگیهای صاف کننده عاملهای آکوستیکی در طرح و تصحیح دستگاههای مکانو آکوستیکی، مانند دستگاههای گرمکن هوایی و تهویه، دستگاههای اگزوز برای اتاقهای آزمایش جت، و صداگیرهای اتومبیل بسیار اساسی است. باین حال باید به یاد داشت که تصفیه آکوستیکی

محدود به دستگاههای ذکر شده در پیش نمی‌شود. این دستگاهها شامل اجزایی است که انرژی صوتی در آن مضر نمی‌شود، بلکه تصفیه آکوستیکی با به کار بردن مواد جاذب صدا در نوارهای مشخص فرکانسهای مورد نظر نیز میسر است. ویژگیها و قابلیت‌های مواد جاذب صدا در فصلهای بعد خواهند آمد. در دستگاههای الکتروآکوستیک، مانند بلندگو، میکروفون و غیره نیز تصفیه آکوستیکی باید مد نظر قرار گیرد، ولی روشهای اصلاحی به کار برده در این موارد اغلب ناآکوستیکی است، زیرا وسایل الکتریکی برای ایجاد عمل تصفیه مورد نظر یا تصحیح تصفیه آکوستیکی نامطلوب آسانتر و ارزاتر به دست می‌آیند.

مسائل

8.1. کره یک رزوناتور هلمهولتس به قطر 0.1 متر است. (a) می‌خواهیم سوراخی در جدار آن ایجاد کنیم که با فرکانس 320 سیکل در ثانیه در هوا به رزونانس در آید. قطر سوراخ چقدر باشد؟ (b) دامنه فشار تابش موج تختی به فرکانس 320 سیکل در ثانیه چه اندازه باشد تا در رزوناتور بالا به میزان 20 میکروبار افزایش یابد؟ (c) اگر سطح مقطع سوراخ در رزوناتور 2 برابر مقدار آن در قسمت (a) شود فرکانس رزونانس آن چقدر می‌شود؟ (d) اگر در رزوناتور بالا دو سوراخ مشابه (a) ایجاد کنند فرکانس رزونانس آن چقدر خواهد شد؟

8.2. جعبه رزونانس یک بلندگو از پشت دارای دیواره محکم و از جلو دارای دیواره‌ای است به ضخامت 0.03 متر که در وسط آن سوراخی به قطر 0.2 متر برای کارگزاردن بلندگو درون آن وجود دارد. ابعاد داخلی جعبه $0.4m \times 0.5m \times 0.3m$ است. (a) اگر این جعبه مانند رزوناتور هلمهولتس عمل کند فرکانس رزونانس آن چه اندازه است؟ (b) اگر بلندگو کارگزارده شده در جعبه از نوع تابش مستقیم و مخروط آن 0.2 متر و جرمش 0.01 کیلوگرم و دارای دستگاه معلق به سختی 1000 نیوتن بر متر باشد فرکانس رزونانس مخروط آن چه اندازه است؟ جرم مؤثر دستگاه برابر مجموع جرم مخروط و جرم هوای متحرک در دهانه جعبه فرض می‌شود. به علاوه سختی مؤثر دستگاه مجموع سختی مخروط و سختی جعبه است. (c) اگر بلندگو در جعبه کارگزارده نشده و هوا در آن بار نشده باشد فرکانس رزونانس آن چه اندازه است؟ (d) اگر مخروط بلندگو با فرکانس قسمت (b) تحریک شود توان تابش آن چقدر است؟ (e) با همین شرایط افزایش دامنه فشار درون جعبه و دامنه نیروی مؤثر وارد به یکی از دیواره‌های $0.4m \times 0.5m$ چه اندازه است؟

8.3. لوله‌ای به مقطع S_1 به لوله‌ای به مقطع S_2 متصل است. (a) نسبت شدت موج تراگیل وارد به لوله دوم را به شدت موج تابش با عبارت کلی به دست آورید. (b) در چه شرایطی شدت موج تراگیل بیش از شدت موج تابش است؟ (c) عبارتی کلی برای نسبت موج ایستاده

ایجاد شده در لوله S_1 بر حسب سطوح نسبی S_1 و S_2 به دست آورید.

8.4. موج صوتی تحتی در لوله‌ای به مقطع S_1 و دارای امپدانس ویژه $\rho_1 c_1$ به طرف راست منتشر می‌گردد. به انتهای این لوله لوله دیگری به مقطع S_2 دارای امپدانس ویژه $\rho_2 c_2$ متصل است. دولوله به وسیله جدار نازک کائوچویی از یکدیگر جدا شده‌اند. (a) نسبت توان تراگسیل از لوله اول به لوله دوم را با عبارتی به دست آورید. (b) در چه شرطی تراگسیل در لوله دوم 100 درصد است؟

8.5. موج سختی به دامنه فشار P در لوله‌ای به مقطع S_1 به سوی راست انتشار می‌یابد. در انتهای راست این لوله لوله کوچکی به مقطع S_2 و به طول بینهایت متصل شده است. (a) اگر دامنه فشار موج تراگسیل در لوله دوم 50 درصد بزرگتر از دامنه فشار در لوله اول باشد نسبت دو سطح مقطع لوله را پیدا کنید. (b) اگر لوله کوچک را در فاصله‌ای از محل اتصال خود با لوله بزرگ برابر یک چهارم طول موج قطع کنیم و دهانه آن را با کلاهک محکمی به پوشانیم دامنه فشار وارد بر کلاهک را بر حسب دامنه فشار تابش در لوله بزرگ با عبارتی مشخص سازید. (c) نسبت این دو فشار را در موردی که نسبت سطوح لوله‌ها مانند نسبت خواسته شده در (a) باشد به دست آورید.

8.6. کوتاهترین طول لوله‌ای را پیدا کنید که در آن مقاومت آکوستیکی ورودی برابر راکنانس آکوستیکی ورودی در فرکانس 500 سیکل بر ثانیه و بار امپدانس انتهایی 3 برابر امپدانس آکوستیکی هوا در لوله باشد پیدا کنید.

8.7. هوای درون لوله بازی به طول 1.0 متر و شعاع 0.05 متر به وسیله پیستونی که از جرمش در محاسبه چشمپوشی می‌شود و در یک سر لوله قرار دارد مرتعش می‌گردد. انتهای باز لوله به کناره وسیعی متصل شده است. (a) فرکانس اصلی رزونانس دستگاه را به دست آورید. (b) اگر دامنه تغییر مکان پیستون در این فرکانس 0.01 متر باشد توان آکوستیکی وارد به دهانه باز لوله به وسیله موجهای تحت منتشر شده در آن چقدر است؟ (c) توان منتقل شده به خارج به وسیله دهانه باز لوله چه اندازه است؟

8.8. هوای درون لوله‌ای به طول 1.0 متر و شعاع مقطع 0.05 متر به وسیله پیستونی به جرم 0.015 کیلوگرم و شعاع مقطع 0.05 متر که در یک سر لوله جا داده شده به حرکت در می‌آید. دهانه دیگر لوله باز و به دیوارک بیکرانی متصل است. (a) امپدانس مکانیکی پیستون به انضمام تأثیر یاری لوله در فرکانس 150 سیکل بر ثانیه چقدر است؟ (b) دامنه نیروی لازم برای مرتعش ساختن پیستون با دامنه تغییر مکان برابر 0.005 متر در این فرکانس چه اندازه است؟ (c) چه مقدار توان آکوستیکی به حسب وات از دهانه باز لوله به خارج منتقل می‌شود؟

8.9. لوله‌ای به طول 0.01 متر و شعاع دایره مقطع 0.02 متر یک سر آن باز و در سر دیگر دیافراگم یک میکروفون خازنی که جسم ضلیمی فرض می‌شود قرار دارد. نسبت فشارهای وارد بر دیافراگم و دهانه باز لوله را حساب کرده تغییرات آن را بر حسب فرکانس بین 100 تا 2000 سیکل بر ثانیه رسم کنید.

8.10. پیستونی به جرم m و به شعاع a در یک سر لوله‌ای به طول l و شعاع مقطع a قرار دارد. سر دیگر لوله باز و به دیوارهٔ بینهایتی متصل است. (a) هنگامی که پیستون با نیرویی برابر $F \cos \omega t$ در فرکانسهای بالا، $ka \gg 1$ ، مرتعش شود معادله‌ای تقریبی به دست آورید که توان پخش شده از دهانهٔ لوله را معرفی کند. (b) همچنین معادله‌ای تقریبی به دست آورید که برای فرکانسهای کوچکی که در شرایط $ka \ll 1$ و $kl \ll 1$ صدق می‌کنند نیز معتبر باشد.

8.11. به لوله‌ای به طول بینهایت و سطح مقطع S شاخه لوله‌ای نیز به طول بینهایت و سطح مقطع S_B متصل است. در لولهٔ اصلی موجهایی پخش می‌شود که طول موجشان در مقایسه با شعاعهای لوله‌ها بسیار بزرگ است. (a) در صورتی که امپدانس ورودی شاخه لوله برابر امپدانس لولهٔ بینهایت طولی به مقطع S_B باشد، معادله‌ای برای ضریب توان تراگسیل در لولهٔ اصلی بیابید. (b) همچنین معادلهٔ دیگری برای ضریب توان تراگسیل در شاخهٔ لوله جستجو کنید. (c) اگر سطح لولهٔ اصلی دو برابر سطح لوله شاخه باشد برای ضریب توان تراگسیل در هر یک از این لوله‌ها مقدار عددی بیابید. (d) آیا مجموع این دو ضریب توان تراگسیل برابر واحد است؟ اگر نیست توان باقی مانده کجا مصرف شده است؟ شرح جواب را با محاسبهٔ عددی تأیید کنید.

8.12. یک رزوناتور هلمهولتس به لوله‌ای به شعاع مقطع 0.03 متر متصل است. حجم آن 0.001 متر مکعب و دهانهٔ آن به طول 0.003 متر و مقطع 0.01 متر است. (a) ضریب توان تراگسیل را در این دستگاه صافی بیابید و تغییرات آن را بر حسب فرکانس بین 50 و 500 سیکل بر ثانیه حساب کنید. (b) در چه ردیفی از فرکانسها این صافی توان تراگسیل را 6 دسی بل یا بیشتر کاهش می‌دهد؟

8.13. لولهٔ تهویه‌ای دارای مقطع مربع به ضلع 0.3 متر است. برای جلوگیری از صدای آن یک صافی نوار-گذر از نوع رزوناتور هلمهولتس روی یکی از دیواره‌های لوله کار می‌گذاریم. بدین ترتیب که سوراخی به شعاع 0.08 متر در آن بریده و اتاقک بسته‌ای به حجم V بجای آن سوار می‌کنیم. (a) اگر به‌خواهیم این رزوناتور مانند صافی مؤثری در فرکانس 30 سیکل بر ثانیه عمل کند حجم V آن چه اندازه باید باشد؟ ضریب توان تراگسیل این صافی در فرکانس 60 سیکل بر ثانیه چقدر است؟

8.14. (a) اگر سوراخی به شعاع 1 سانتی‌متر در دیوارهٔ نازک لوله‌ای به شعاع سطح مقطع 2 سانتی‌متر ایجاد کرده باشند، ضریب توان تراگسیل آن در لوله در فرکانس 500 سیکل بر ثانیه چقدر است؟ (b) اگر سوراخ دیگری به شعاع 1 سانتی‌متر در امتداد مستقیم در لوله ایجاد کنند ضریب توان تراگسیل آن در همین فرکانس چقدر می‌شود؟

8.15. نشان دهید که اگر بخواهیم ضریب توان تراگسیل در لوله‌ای به شعاع a_0 دارای سوراخی در جدار به شعاع a برابر 50 درصد باشد بین a و a_0 رابطهٔ زیر برقرار می‌شود.

$$a = \frac{64fa_0^2}{3c}$$

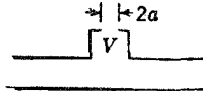
8.16. موج تختی به فرکانس 300 سیکل بر ثانیه و توان 0.1 وات از درون لوله بینهایت طولی به شعاع مقطع 0.2 متر عبور می‌کند. چنانچه سوراخی به قطر 0.05 متر در جدار آن ایجاد کنند توان بازتاب، توان تراگسیل در لوله و توان تراگسیل خارج شده از سوراخ را حساب کنید.

8.17. لوله تهویدای به شعاع 0.1 متر هوای $50^\circ C$ منتقل می‌سازد. می‌خواهیم تراز شدت موج تخت درون آن را که دارای فرکانس 120 سیکل بر ثانیه است 13 دسی بل پایین آوریم. بدین منظور یک لوله صافی پایین‌گذر به طول l و شعاع مقطع a در لوله جای می‌دهیم. $l(a)$ و a چه اندازه باشند تا عمل تصفیه ساده‌تر و مؤثرتر باشد؟ (b) عمل تصفیه را در این صافی در فرکانس 60 سیکل بر ثانیه حساب کنید.

8.18. خط لوله آبی به قطر 0.04 متر است. می‌خواهیم موج تخت صوتی درون آبی را با بکار بردن لوله‌ای به قطر 0.1 متر به عنوان صافی خزان‌دار صاف کنیم. (a) می‌نیم طول لوله صافی که به مؤثرترین وجهی فرکانسهای بیش از 900 سیکل بر ثانیه را صاف کند حساب کنید. (b) اگر بخواهیم عمل این صافی کاهش تراز شدت صوت به میزان 30 دسی بل باشد چند صافی به کار بریم؟ از تأثیر متقابل صافیها نسبت به هم چشم می‌پوشیم.

8.19. صافی ساده پایین‌گذری از لوله کوتاه و گشادی ساخته شده است که در مسیر لوله تنگتری به شعاع a گذارده می‌شود. اگر شعاع سطح مقطع صافی $3a$ و طول آن 0.1 متر باشد به وسیله معادله 8.61 ضریب توان تراگسیل را حساب کنید و تغییرات آن را به حسب فرکانس بین حدود فرکانس 100 تا 1500 سیکل بر ثانیه رسم نمایید. همچنین ضریب توان تراگسیل صافی را به وسیله معادله 8.60 حساب کنید و تغییرات آن را بین حدود بالا رسم کنید، و نتایج این دو محاسبه را مقایسه کنید.

8.20. نشان دهید که اتصال شاخه داده شده در زیر مرکب از لوله کوتاهی به حجم V



و دارای دهانه‌ای به شعاع a سوراخ شده در کلاهک آن معادل مهار کردن لوله است؛ اینر تانس $M = 1.7\rho_0/\pi a$ که با نرمش $C = V/\rho_0 c^2$ موازی گذارده شود. (a) چه نوع عمل تصفیه‌ای از این صافی نتیجه می‌شود؟ (b) اگر لوله اصلی به مقطع 0.005 متر مربع و شعاع سوراخ کلاهک 0.02 متر باشد حجم کلاهک چه اندازه باشد تا میزان کاهش در تراگسیل موجهای صوتی به فرکانس 400 سیکل بر ثانیه در امتداد لوله می‌نیم باشد؟ (c) ضریب توان تراگسیل در فرکانس 200 سیکل بر ثانیه در این صافی چقدر خواهد بود؟

8.21. اتاق مکعب مستطیل شکل به ابعاد داخلی $2.5m \times 4.0m \times 4.0m$ و ضخامت دیوار 0.1 متر است و دری به ابعاد $0.8m \times 2.0m$ در این اتاق باز می‌شود. (a) فرض کنیم اینر تانس این در معادل اینر تانس دری دایره‌ای شکل به همین سطح باشد. هرگاه

این اتاق را مانند رزوناتور هلمهولتز فرض کنیم فرکانس رزونانس آن را حساب کنید.
(b) نرمش آکوستیکی اتاق و اینرتانس در آن را حساب کنید. (c) اگر تنها نرمش اتاق و اینرتانس در نظر گرفته شود اتاق در برابر منبع صوتی درون خود در فرکانس 20 سیکل بر ثانیه چه امپدانسی نشان می‌دهد؟

جذب موجهای صوتی در شاره‌ها

9.1 پیشگفتار. در فصلهای گذشته در بارهٔ اتلاف انرژی صوتی مطلبی بیان نکردیم. در بعضی مواقع اتلاف به قدری با کندی انجام می‌گیرد که ممکن است آن را نادیده گرفت. با این همه در آخر عمل، تمام انرژی صوتی تنزل پیدا می‌کند و به شکلی از انرژی گرمایی در می‌آید. علت این اتلاف را می‌توان به دو قسمت عمده دسته‌بندی کرد. قسمت نخست مربوط به اتلاف انرژی صوتی در درون محیط یا شاره‌ای است که هنگام انتقال صوت در آن پیدا می‌شود. قسمت دوم مربوط به خصوصیت‌های دیواره‌هایی است که شاره را محدود می‌سازند. اتلاف مربوط به قسمت نخست وقتی قابل ملاحظه است که حجم شاره در مقایسه با حدودی که آن را احاطه کرده‌اند نسبتاً بزرگ باشد؛ مانند وقتی موجهای صوتی در جو یا در سطح اقیانوسها یا در لولهٔ تهویهٔ مطبوع که خیلی گشاد باشد، یا در سالن بسیار بزرگی منتشر می‌گردند. این اتلاف را به سه علت می‌توان نسبت داد، که عبارتند از اتلاف بر اثر چسبناکی، اتلاف بر اثر هدایت گرمایی، و اتلاف بر اثر مبادله‌های مولکولی انرژی. اتلاف مربوط به چسبناکی وقتی پیدا می‌شود که قسمتهای مختلفی از محیط نسبت به یکدیگر دارای حرکت باشند. چون هنگام انتشار صوت در شاره در آن تراکم و انبساط صورت می‌گیرد، این اتلاف حاصل می‌گردد. هنگامی که معادله‌های اساسی انتشار موجهای آکوستیکی را می‌نوشتیم یکی از فرضهای اساسی ما این بود که تغییرات فشار، که توأم با انبساط و تراکم موجهای صوتی است، بطور بی‌دررو صورت می‌گیرند. این فرض مستلزم این است که دما تغییر نکند. بنابراین وقتی شاره در حال ارتعاش است گرما از قسمت متراکم که دمای آن بیشتر است به سمت قسمت منبسط مجاور که دمای کمتری است جاری می‌گردد، و در نتیجهٔ این انتقال گرما، فشار شاره به سمت تعادل می‌گراید، و این پدیده به تدریج دامنهٔ موجها را در حین انتشار در محیط کاهش می‌دهد.

سرانجام اتلاف انرژی آکوستیکی که توأم با تغییرات ساختمانی مولکولهای محیط است بواسطهٔ محدودبودن زمانی است که لازم است صرف شود تا این تغییرات حاصل گردند. مثلاً وقتی پیروید موجهای آکوستیکی قابل مقایسه باشد با زمانی که لازم است تا قسمتی از انرژی شارهٔ متراکم به انرژی داخلی تبدیل گردیده و صرف ارتعاشهای مولکولی شود؛ در این صورت چون در موقع انبساط شاره دربرگشت قسمتی از این انرژی به شاره منبسط تأخیر دست می‌دهد، این تأخیر سبب می‌گردد که فشار درون شاره به تدریج رو به تعادل گذارد، و در نتیجه دامنهٔ ارتعاشهای موجهای آکوستیکی کاهش پذیرد.

در فصل گذشته هنگامی که در بارهٔ موجهای صوتی بحث می‌کردیم امکان داشت که شارهٔ انتقال‌دهنده صوت را محیط پیوسته‌ای فرض کنیم که دارای چند خاصیت ماکروسکوپی^۱ از قبیل فشار، چگالی، تراکم‌پذیری، گرمای ویژه، دما، و غیره باشد؛ بدون آنکه ساختمان مولکولی و جزئیات دیگر آن محیط را در نظر بگیریم. در سال 1845، استوکس^۲ توانست با چنین روشی نخستین نظریهٔ مورد قبول را دربارهٔ سازوکار^۳ تنکش^۴ موجهای صوتی پیشنهاد کند. در سال 1868 کیرشهوف^۵ یکی دیگر از خواص ماکروسکوپی را که عبارت باشد از خاصیت هدایت مورد استفاده قرار داد، و به روش دیگری علت جذب صوت را در شاره بیان کرد. این دو نوع سازوکار را معمولاً سازوکار نوع کلاسیک جذب صوت در شاره می‌نامند. با وجود این در این اواخر هر قدر روش اندازه‌گیری جذب صوت در شاره‌ها دقیقتر می‌گشت بهمان اندازه روشنتر می‌گردید که توضیحات سابق در بارهٔ علل جذب صوت در شاره، که از طریق استفاده از طریق ماکروسکوپی بیان می‌گردیده قانع‌کننده نیستند. در نتیجه لازم شد که از طریق میکروسکوپی به شاره نگاه کنیم، به این معنی که برای یافتن توضیح قانع‌کننده‌تری در بارهٔ جذب صوت در شاره‌ها بعضی از پدیده‌های درونی از قبیل انرژی همگیری^۶ را که در داخل و بین مولکولها وجود دارند در نظر بگیریم. سازوکارهای اخیر را معمولاً جذب مولکولی صوت یا جذب صوت در نتیجهٔ واهلش^۷؛ یا بطور اختصار جذب مولکولی یا جذب واهلشی می‌نامند. چنانچه کسب اطلاعات بیشتری نسبت به آنچه در این فصل بیان می‌شود در بارهٔ جذب صوت مورد نظر باشد توصیه می‌شود به منابعی که در پایین صفحهٔ بعد

1) macroscopic 2) Stokes, *Trans. Cambridge Phil.Soc.*, **8**, 287 (1845).

3) mechanism

۴) تنکش (بهضم اول و دوم و کسر سوم) معادل با attenuation. ۱. در فیزیک: (a) کاهش چگالی، نیرو، و شدت؛ (b) کاهش دامنهٔ موج یا جریان با افزایش فاصله از منبع. ۲. در آمار روان‌شناختی: کم‌شدن «همبستگی» میان دو متغیر بر اثر خطاهایی که در اندازه‌گیری آنها روی می‌دهند، «تنکش» اسم مصدر «تنکیدن» ساخته شده از واژهٔ «تنک» (tonok) به معنای «نازک»، «لطیف»، «رقیق»، «اندک» است، و برابر است با مصدر انگلیسی to attenuate [از اصل لاتینی tenuis یعنی «نازک»، «باریک»، «رقیق»] به معنای «رقیق کردن»، «لاغر کردن»، «تقلیل دادن»، «ضعیف کردن».

5) Kirchhoff, *Pogg. Ann. Phys.*, **134**, 177 (1868). 6) binding energy

7) relaxation

داده شده مراجعه کنند^۱.

اما ائتلاف انرژی مربوط به دیواره‌های شاره وقتی اهمیت پیدا می‌کند که حجم شاره‌ای که صوت در آن انتشار می‌یابد نسبت به سطوح دیواره‌هایی که آن را محدود می‌سازند کوچک باشد؛ مانند لولهٔ تهویه‌ای که باریک باشد و به دیواره‌های آن مواد جاذب صوت چسبانیده باشند؛ یا هنگامی که در یک اتاق کوچک صحبت کنیم. در این موارد ائتلاف انرژی مربوط به دیوار قابل ملاحظه است. در بارهٔ جذب صوت که در جدار اتاقها صورت می‌گیرد در فصل مربوط به آکوستیک ساختمانی با ذکر جزئیات آن بحث خواهیم کرد.

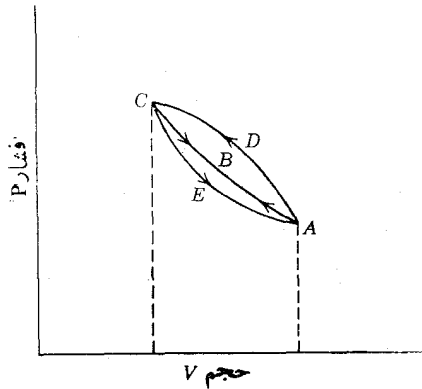
9.2 تأخیر فاز بین فشار و تراکم. از نظر پدیده‌شناسی^۲ می‌توان گفت جذب انرژی صوتی در شاره‌ها توأم با تأخیر زمانی است که تراکم (ρ) نسبت به فشار آکوستیکی متغیر (p) دارد. می‌توان ثابت کرد که این تأخیر مربوط است به یک زمان مشخص یا زمان **واهلش**^۳ که لازم است برای اینکه (۱) استرسهای^۴ چسبناکی که همیشه با سرعت نسبی ذرات همراهند گرایش به مساوی کردن سرعتها کنند، (۲) گرما از قسمت متراکم که دارای دمای بیشتر است به قسمت منبسط که دارای دمای کمتر است هدایت شود، (۳) تغییر انرژی مولکولی به وقوع پیوندد. بطور دقیقتر می‌توان گفت که زمان واهلش عبارت از مدتی است که طول می‌کشد تا عملی که در حال انجام است در پیشرفت خود به $1/e$ مقدار تعادل خود برسد.

وقتی فشار و تراکم همیشه با یکدیگر همفاز باشند هیچ‌گونه ائتلافی در انرژی موجهای صوتی روی نمی‌دهد، مانند حالتی که برای نوشتن معادلهٔ 5.4b فرض کرده‌ایم، که در آن $p = \rho_0 c^2 s$ بود. اما اگر تراکم نسبت به فشار تأخیر فاز داشته باشد می‌توان ثابت کرد که در طول هر یک سیکل تغییر فشار مقداری کار به شاره که در مسیر انتقال صوت قرار گرفته داده می‌شود. این کار فیزیکی که به خرج انرژی موجهای آکوستیکی انجام می‌گیرد صرف زیاده‌شدن دما و انرژی گرمایی شاره می‌گردد. می‌توان طرز عمل بالا را به آسانی با مشاهدهٔ نمودار PV شکل 9.1 به جسم کرد. کاری که به شاره داده شده، یعنی W عبارت است از

$$W = - \int P dV$$

و مقدار آن به وسیلهٔ سطحی که در زیر منحنی PV قرار دارد نمایانده می‌شود. اگر همیشه فشار و تراکم همفاز باشند کاری که شاره هنگام تراکم گرفته و با منحنی ABC نموده شده برابر با کاری است که شاره هنگام انبساط برگشت داده و با منحنی CBA نموده می‌شود. از آنجا که در این سیکل هیچ مقدار کاری مبادله نگردیده، انرژی موجهای آکوستیکی هم

1) Markham, Beyer, Lindsay, *Reviews of Modern Physics*, **23**, 533, (1951); Herzfeld and Litovitz, *Absorption and Dispersion of Ultrasonic Waves*, Academic Press (1959). 2) phenomenology 3) relaxation time 4) stresses



شکل 9.1. منحنیهای تغییرات فشار بر حسب حجم، کاری را که در یک سیکل انبساط و تراکم انجام گرفته نشان می‌دهند.

تلف نشده است، و در نتیجه دامنه موجها تنگنیده نمی‌گردد. اما اگر تراکم γ نسبت به تغییر فشار p تأخیر فاز داشته باشد ممکن است شاخه نمایش تراکم با منحنی ADC و شاخه نمایش انبساط با منحنی CEA نموده شود. در این صورت سطح محصور بین حلقه $ADCEA$ نمایش کار خالصی است که در طول یک سیکل به خرج انرژی موجهای آکوستیکی به شاره داده شده است. این اتلاف انرژی موجب کم شدن دامنه فشار موجهای صوتی است، زیرا طبق رابطه 5.33b چگالی انرژی موجهای صوتی متناسب است با مربع دامنه فشار.

بنابراین برای اینکه جمله‌های مربوط به اتلاف را در معادله کلی موجها وارد سازیم لازم است معادله 5.4b را چنان تغییر دهیم که تراکم نسبت به کم و زیاد شدن فشار آکوستیکی تأخیر داشته باشد. تجربه نشان داده که معادله زیر که به وسیله استوکس پیشنهاد شده برای ادای مقصود سودمندتر است.

$$p = \rho_0 c^2 s + R \frac{\partial s}{\partial t} \quad (9.1)$$

در این رابطه R عبارت است از نوعی ضریب چسبناکی مؤثر که ما بعداً در قسمتهای مختلف این فصل به تفصیل درباره آن بحث خواهیم کرد. برای اثبات اینکه قبول این معادله سبب می‌شود که فشار نسبت به تراکم تقدم فاز داشته باشد فرض کنیم فشار متناوبی به معادله $p = P_0 e^{j\omega t}$ در شاره فعالیت داشته باشد. اگر رابطه $s = S e^{j\omega t}$ را برای تغییرات تراکم بپذیریم، چون آن را در رابطه 9.1 ببریم خواهیم داشت

$$S = \frac{P_0}{\rho_0 c^2 + j\omega R} \quad (9.2)$$

معادله بالا نشان می‌دهد که تراکم نسبت به فشار به اندازه زاویه ψ تأخیر فاز دارد، چنانکه

$$\tan \phi = \frac{\omega R}{\rho_0 c^2} \quad (9.2a)$$

یادآوری می‌گردد، تا آنجا که به آشفته‌گیهای متناوب فشار مر بوط است معادله 9.2 نشان می‌دهد که می‌توان اتلاف را در معادله موجها وارد کرد؛ به شرطی که معادله 5.4b را دوباره به شکل زیر بنویسیم

$$p = \rho_0 c'^2 s \quad (9.3)$$

c' سرعت مختلطی است که با رابطه زیر داده می‌شود

$$c' = c \left(1 + \frac{j\omega R}{\rho_0 c^2} \right)^{1/2} \quad (9.4)$$

برای اینکه معنی معادله 9.1 را بهتر تجسم کنیم فرض کنیم در زمان $t=0$ يك مقدار فشار اضافی ثابت ΔP_0 به شار در حال سکون وارد می‌سازیم. اگر این شرط اولیه را در حل عمومی معادله دیفرانسیلی که در رابطه 9.1 داده شده به کار بریم خواهیم داشت

$$s = \frac{\Delta P_0}{\rho_0 c^2} (1 - e^{-\rho_0 c^2 t/R}) \quad (9.5)$$

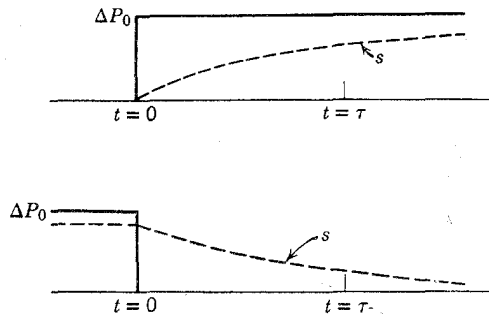
البته خواننده توجه خواهد کرد که این راه حل همان است که در مورد به دست آوردن جریان الکتریسته با وارد ساختن يك ولتاژ ثابت E_0 به دوسر مداري که مقاومت و خود القا در آن بطور متوالی قرار گرفته به کار رفته است. هر گاه بعد از آنکه تراکم به آخرین مقدار خود یعنی $\Delta P_0/\rho_0 c^2$ رسید ΔP_0 را حذف کنیم، تراکم نیز بر طبق معادله زیر به صفر برمی‌گردد

$$s = \frac{\Delta P_0}{\rho_0 c^2} e^{-\rho_0 c^2 t/R} \quad (9.5a)$$

در شکل 9.2 منحنیهایی که معادله‌های 9.5 و 9.5a را نمایش می‌دهند رسم گردیده‌اند. چنانکه دیده می‌شود، در هر دو حالت تراکم با فوریت از تغییرات فشار پیروی نمی‌کند، بلکه نسبت به آن تأخیر دارد؛ چنانکه تا رسیدن به اندازه $1/e$ آخرین مقدار خود به اندازه

$$\tau = \frac{R}{\rho_0 c^2} \quad (9.6)$$

واهلش داشته است. این زمان τ را زمان **واهلش** می‌نامیم، و مشابه است با ثابت زمانی L/R که در معادله‌های مدارهای الکتریکی مشابه با معادله‌های 9.5 و 9.5a پیدا می‌شود.



شکل 9.2. تأخیر زمانی تغییر تراکم نسبت به تغییر فشار ΔP_0 .

اگر معادله 9.4 را دوباره بر حسب زمان و اهلهش بنویسیم خواهیم داشت

$$c' = c(1 + j\omega\tau)^{1/2} \quad (9.4a)$$

9.3 جذب مربوط به چسبناکی در موجهای تخت. اکنون بعنوان ذکر مقدمه ای نسبتاً آسان در باره سازوکار بسیار پیچیده جذب صوت ابتدا موضوع تنکس موجهای تخت صوتی را در اثر خاصیت چسبناکی با شرح بعضی از جزئیات آن بررسی می کنیم. هر گاه معادله 9.1 و معادله پیوستگی 5.3a، یعنی $s = -\partial\xi/\partial x$ و معادله نیرو (5.8)، یعنی $-\partial p/\partial x = \rho_0 \partial^2 \xi/\partial t^2$ را طوری با هم ترکیب کنیم که s و p حذف شوند خواهیم داشت

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{R}{\rho_0} \frac{\partial^3 \xi}{\partial x^2 \partial t} \quad (9.7)$$

معادله بالا کیفیت تنکس موجهای تخت را از طریق تحلیلی بیان می دارد. در بخش گذشته یاد آور شدیم که اتلاف انرژی موجهای متناوب را می توان به حساب آورد به شرط آنکه به جای سرعت حقیقی c مقدار مختلط c' را به کار ببریم که به وسیله معادله 9.4a و 9.4b داده شده است. پس، معادله 9.7 برای موجهای تنکیده^۲ را به صورت مختلط زیر می توان نوشت

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c'^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (9.7a)$$

حل هر یک از این دو معادله را می توان برای بحث در باره جذب موجهای صوتی به کار برد. برای اینکه همان نوع اعمالی را که در مورد انتشار موجهای الکترومغناطی در درون دی الکتریکها و همچنین در باره موجهای ولتاژ در خطهای تراگیسل به کار بردیم در اینجا نیز

1) continuity equation

2) attenuated

به‌کاربریم، بسیار سودمند است که همان روشهایی را که در معادله‌های آنها به‌کار بردیم در اینجا مورد استفاده قرار دهیم. بنابراین فرض کنیم که حل دوره‌ای معادلهٔ $9.7a$ به صورت زیر باشد

$$\xi = \mathbf{A}e^{j(\omega t - \mathbf{k}'x)} \quad (9.8)$$

که در آن

$$\mathbf{k}' = \frac{\omega}{\mathbf{c}'} \quad (9.9)$$

را پایای مختلط طول موج می‌نامند، و می‌توان آن را برحسب مقدار حقیقی و انگاری به‌شکل زیر نوشت

$$\mathbf{k}' = k - j\alpha \quad (9.10)$$

وقتی این مقدار \mathbf{k}' را در معادلهٔ 9.8 بگذاریم، خواهیم داشت

$$\xi = \mathbf{A}e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - kx)} \quad (9.8a)$$

شکل معادلهٔ بالا مشابه است با شکل معادلهٔ 5.11 که برای موجهای تخت نامیرا به دست آورده‌ایم، به‌استثنای اینکه در این معادله دامنهٔ جابجایی برطبق ضریب $e^{-\alpha x}$ با زیاد شدن فاصلهٔ تنکیده می‌شود.

برای α و k می‌توان مقادیرهای صریح^۱ به‌دست آورد؛ بدین‌ترتیب که \mathbf{k}' و \mathbf{c}' را با گذاشتن معادله‌های 9.10 و 9.4a در معادلهٔ 9.9 از معادلهٔ اخیر حذف کنیم. نتیجه چنین است

$$\omega = c(k - j\alpha)(1 + j\omega\tau)^{1/2} \quad (9.11)$$

وقتی قسمتهای حقیقی و انگاری طرفین معادلهٔ بالا را به‌ترتیب باهم متساوی بگذاریم، دو معادله به شکل زیر به‌دست می‌آیند

$$k^2 - \alpha^2 = \frac{\omega^2}{c^2(1 + \omega^2\tau^2)} \quad (9.11a)$$

$$2\alpha k = \frac{\omega^3 \tau}{c^2(1 + \omega^2 \tau^2)} \quad (9.11b)$$

اگر k را بین دو معادله بالا حذف کنیم می‌توان ثابت کرد که

$$\alpha = \frac{\omega}{c\sqrt{2}} \left(\frac{1}{(1 + \omega^2 \tau^2)^{1/2}} - \frac{1}{(1 + \omega^2 \tau^2)} \right)^{1/2} \quad (9.12)$$

در بیشتر شاره‌ها زمان واهلش τ به اندازه‌ای کوچک است که حتی برای فرکانس‌هایی در حدود مگاسیکل حاصلضرب $\omega\tau \ll 1$ می‌شود. پس وقتی این ناهم‌سازی صدق کند معادله پیچیده 9.12 ساده می‌شود و به صورت زیر در می‌آید

$$\alpha \approx \frac{\omega^2 \tau}{2c} \quad (9.12a)$$

هر گاه به جای τ مقدار آن یعنی $R/\rho_0 c^2$ را بگذاریم، چنین می‌شود

$$\alpha \approx \frac{\omega^2 R}{2\rho_0 c^3} \quad (9.12b)$$

از مشاهده رابطه بالا آشکار می‌گردد که اگر R تابع فرکانس نباشد پایای تنکس α مستقیماً متناسب می‌شود با مربع فرکانس. در بسیاری از آبگونها و گازها شرط $\omega\tau \ll 1$ در فاصله زیادی از فرکانسها مشاهده گردیده است، و از اینرو عادت شده که دانسته‌های تجربی درباره جذب صوت را به شکل α/ω^2 یا به شکل کمیته معادل با آن برحسب فرکانس رسم کنند. وقتی رسم منحنی بدین ترتیب تهیه گردید هر نوع انحرافی که نسبت به خط مستقیم افقی پیدا شود می‌تواند نمایش مقدار انحراف نتیجه‌های آزمایشی از نظریه گفته شده در بالا باشد.

همچنین ممکن است α را میان معادله‌های 9.11a و 9.11b حذف کرد، و بدین طریق معادله‌ای برای k به دست آورد. جمله حاصل، دیگر به شکل ساده ω/c نیست. از آنجا که ω همیشه برابر است با حاصلضرب 2π در فرکانس، خواه جذب صوت صورت بگیرد یا نگیرد، تغییر k را می‌توان به تغییر سرعت نسبت داد. این سرعت تغییر یافته را که با حرف v نمایش می‌دهند سرعت فاز^۱ می‌نامند و آن را به وسیله معادله زیر تعریف می‌کنند

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (9.13)$$

وقتی با حذف α بین معادله‌های 9.11a و 9.11b برای k رابطه‌ای به دست آمد آن را در

1) phase velocity

معادله 9.13 می‌بریم تا معادله زیر حاصل گردد

$$v = c \left[\frac{2(1 + \omega^2 \tau^2)}{1 + (1 + \omega^2 \tau^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (9.14)$$

برای فرکانسهای کم که شرط $\omega \tau \ll 1$ محقق باشد معادله بالا ساده می‌گردد و به شکل زیر در می‌آید

$$v \approx c(1 + \frac{3}{8}\omega^2 \tau^2) \quad (9.14a)$$

بستگی سرعت فاز به فرکانس که در رابطه بالا مشاهده می‌شود، می‌رساند که واهلش موجهای صوتی که با خواص چسبناکی محیط همراه است نه تنها موجب تنکش دامنه صوت می‌شود، بلکه موجب پراکند در سرعت انتشار موجها نیز می‌گردد.

برای اینکه به بینیم چه موقع شرط آسان کننده $\omega \tau \ll 1$ قابل استفاده است باید درباره ماهیت پایای R پژوهش کنیم. اگر معادله 9.7 را مستقیماً به کمک معادله‌های اساسی هیدرودینامیک^۱ به دست آوریم خواهیم داشت

$$R = \chi + 2\eta \quad (9.15)$$

χ ضریب طولی^۲ چسبناکی است و η بیشتر ضریب بوشی^۳ چسبناکی نامیده می‌شود. چون هیچ‌گونه روش مستقیمی برای اندازه‌گیری χ وجود نداشت، استوکس فرض کرد که هرگاه تراکم یکنواختی از همه طرف برشاره وارد شود شاره هیچ نوع عکس‌العملی مربوط به چسبناکی نشان نخواهد داد. از آنجا که از لحاظ نظری ثابت می‌شود که ضریب حجمی چسبناکی η' که با تراکم یکنواخت همراه است، باید به وسیله رابطه $\eta' = \chi + 2\eta/3$ بیان گردد؛ بنابراین این لازمه فرض بالا یعنی $\eta' = 0$ این است که $\chi = -2\eta/3$ باشد. وقتی این مقدار نظری χ را در معادله 9.15 ببریم خواهیم داشت

$$R = \frac{4\eta}{3} \quad (9.15a)$$

چنانکه بعد در همین فصل خواهیم دید، دلیلی در دست هست که موجب می‌شود بپذیریم برخی آبگوونها، بویژه آب، دارای ضریب چسبناکی محو‌نشده‌نی هستند. اما در حال حاضر فرض کلاسیک استوکس را می‌پذیریم و معادله 9.15a را به کار می‌بریم. سرانجام وقتی که مقدار $R = 4\eta/3$ را در معادله 9.6 ببریم می‌شود

1) Mason, *Electromechanical Transducers and Wave Filters*, pp. 298-307, D. Van Norstrand Co. (1948). 2) longitudinal 3) shear

$$\tau = \frac{4\eta}{3\rho_0 c^2} \quad (9.6a)$$

اگر عددهای مناسبی را که در جدول ضمیمه I برای هوای 20°C موجود هستند در معادله بالا بگذاریم خواهیم داشت

$$\tau = \frac{4 \times 1.81 \times 10^{-5}}{3 \times 1.21 \times 343^2} = 1.7 \times 10^{-10} \text{ sec}$$

همچنین، عددهای مناسب مربوط به آب 20°C را که در رابطه بالا بگذاریم می‌شود

$$\tau = \frac{4 \times 0.001}{3 \times 998 \times 1480^2} = 6 \times 10^{-13} \text{ sec}$$

در هر دو حالت τ به اندازه‌ای کوچک است که رابطه $\omega\tau \ll 1$ همیشه برای تمام فرکانسها برقرار است. فقط درباره موجهای فراصوتی در صورتی که فرکانس آنها بسیار زیاد باشد و در آبگون بسیار غلیظ انتشار یابند می‌توان پیشبینی کرد که رابطه ساده‌کننده $\omega\tau \ll 1$ دیگر در باره آنها قابل قبول نیست. بنابراین می‌توانیم فرض کنیم که در همه آبگونها، مگر آبگونی که بسیار چسبناک باشد، اثر چسبناکی بر موجهای آکوستیکی به نوعی است که سرعت انتشار را تابع فرکانس نمی‌سازد؛ و به‌علاوه پایای تنکس برابر است با

$$\alpha = \frac{2\omega^2\eta}{3\rho_0 c^3} \quad (9.12c)$$

معمولاً تنکس دامنه جابجایی ذرات و نیز فشار آکوستیکی و غیره را برحسب نپر^۱ بیان می‌کنند، که واحد لگاریتم طبیعی است و متناظر است با مقدار کوچک شدن دامنه برای رسیدن به $1/e$ مقدار اولیه یا مقدار مأخذ. چنانکه در رابطه $9.8a$ دیدیم، موجهای تخت مستقیماً با ضریب $e^{-\alpha x}$ تنکیده می‌شوند، و حاصلضرب αx باید دارای دیمانسیون نپر باشد. این مطلب می‌رساند که دیمانسیون α عبارت است از نپر بر متر. به‌علاوه چون شدت موج تخت متناسب است با مربع دامنه ارتعاش، بنابراین شدت نپر باید برطبق رابطه $I = I_0 e^{-2\alpha x}$ متناسب با مسافت تغییر کند. در نتیجه تغییر تراز شدت موجهای تنکیده برحسب دسی‌بل (db) با رابطه زیر داده می‌شود

$$\Delta IIL = 10 \log \frac{I_x}{I_0} = 10 \log e^{-2\alpha x} = -8.7\alpha x$$

پس، می‌توانیم بگوییم که 8.7α میزان کاهش فضایی تراز شدت بر حسب db/m است. همچنین می‌توانیم آن را اندازه کاهش مساوی با همین مقدار در تراز فشار بدانیم.

9.4 **تنکش موجهای آکوستیکی بر اثر هدایت گرما.** در بخش گذشته چسبناکی را به‌عنوان سازوکار واهلش، که موجب جذب یا پراکند صوت در شاره‌هاست بررسی کردیم. این چنین سازوکار دیگری توسط هدایت گرمایی صورت می‌گیرد. در تراکمی که در شاره هنگام عبور موجهای صوتی روی می‌دهد دما زیاد می‌شود و در نتیجه در محل، گرادیان^۱ دمایی پیدا می‌شود. این سبب می‌گردد که گرما در اثر هدایت شاره جریان پیدا کند، و ممکن است پیش از آنکه دوباره انبساط برقرار گردد گرمای جاری شده به‌مقدار قابل ملاحظه‌ای برسد. از لحاظ نظری زمان واهلش مربوط به این فراروند از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\tau = \frac{\kappa}{\rho_0 c^2 c_p} \quad (9.16)$$

κ عبارت است از قابلیت هدایت گرمایی شاره و c_p گرمای ویژه شاره در فشار ثابت است. برای بیشتر شاره‌ها این مقدار در تمام فرکانسها به‌اندازه‌ای کوچک است که می‌توان معادله نظری تنکش را که به‌واسطه هدایت گرما برای موجهای صوتی پیدا می‌شود به‌شکل معادله زیر نوشت

$$\alpha = \frac{\gamma - 1}{2c} \omega^2 \tau \quad (9.17)$$

که چون مقدار τ را از معادله 9.16 در معادله بالا بگذاریم می‌شود

$$\alpha = \frac{\kappa(\gamma - 1)}{2\rho_0 c^3 c_p'} \omega^2 \quad (9.17a)$$

اگر به‌جای پایاهای معادله بالا مقادیرهای مناسبی بگذاریم مشاهده می‌شود که برای گازها تنکش صوت بر اثر هدایت گرمایی کمتر از تنکش صوت در اثر چسبناکی است، ولی در هر حال به همان میزان است. از سوی دیگر، تنکش صوت به واسطه هدایت گرما در آبگونها، بارها کمتر از تنکشی است که بر اثر چسبناکی در آنها ایجاد می‌شود.

وقتی میزان جذب صوت کم باشد می‌توان فرض کرد که چسبناکی و خاصیت هدایت گرما هر کدام مستقلاً در کار تنکش موجهای صوتی عمل می‌کنند. اگر این فرض را وارد بدانیم با اضافه کردن معادله 9.12c به معادله 9.17a، معادله زیر به دست می‌آید

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho_0 c^3} \left(\frac{4\eta}{3} + \frac{\kappa(\gamma - 1)}{c_n} \right) \quad (9.18)$$

α را که به طریق بالا محاسبه کرده‌ایم ضریب کلاسیک تنکش موجهای آکوستیکی می‌نامند. جدول 9.1 شامل اطلاعات قابل مقایسه‌ای است که از طریق محاسبه و نیز آزمایش برای ضریب α به دست آمده است.

جدول 9.1 تنکش آکوستیکی در شاره‌ها

عمهٔ عددها $T = 20^\circ\text{C}$ در $p_0 = 1\text{atm}$ تعیین گشته‌اند.	محاسبهٔ نظری α/f^2			اندازهٔ تجربی α/f^2
	هدایت گرمایی	چسبناکی	جمع	
گازها	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{-11}$
ارگون	0.77	1.08	1.85	1.87
هلیوم	0.22	0.31	0.53	0.54
اکسیژن	0.47	1.14	1.61	1.92
نیتروژن	0.39	0.96	1.35	1.64
هوای خشک	0.38	0.99	1.37	2.0
انیدرید کربنیک	0.34	1.09	1.40	حد اکثر α/f در 20 kc
آبگونها	$\times 10^{-15}$	$\times 10^{-15}$	$\times 10^{-15}$	$\times 10^{-15}$
گلیسرین	...	3000	3000	3000
جیوه	6	...	6	5
استن	0.5	6.5	7.0	30
آب	...	8.1	8.1	24
آب دریا	...	8.1	8.1	حد اکثر α/f در 120 kc

یادآوری می‌شود، با اینکه پیشبینی وابستگی α به فرکانس در بیشتر حالتها و برای مقادیرهای مختلفی از فرکانس از لحاظ آزمایشی تأیید شده است اما مقادیرهای اندازه‌گیری شده معمولاً از مقادیرهایی که به وسیلهٔ محاسبه به دست آمده‌اند بزرگترند، به استثنای مقادیرهایی که برای گازهای خنثا، از قبیل آرگون و هلیوم یا برای آبگوئهای بسیار چسبناک، مانند گلیسرین یا آبگوئهایی با قابلیت هدایت گرمایی زیاد، مانند جیوه پیدا شده است. وجود این اختلافها در مقادیرها توأم با حالتی غیرعادی که در مورد انیدرید کربنیک و آب دریا موجود است سبب می‌شود خیال کنیم لازم است برای توضیح کامل علت جذب صوت انواع دیگری از پدیدهٔ واهلش را در نظر بگیریم.

9.5 واهلش آکوستیکی در اثر واهلش گرمایی مولکولی. در نظریهٔ ابتدایی مربوط به گازها، مولکولها به شکل کراتی فرض شده‌اند که دارای خاصیت الاستیسیتهٔ کامل هستند، و فشار گاز را نتیجهٔ مقدار متوسط انرژی حرکت انتقالی مولکولها در واحد حجم می‌دانند. انرژی حرکت انتقالی نیز بنا بر فرض بطور تساوی میان سه محور مختصات که درجه‌های آزادی^۱ حرکت هر مولکول را تعیین می‌کنند تقسیم گشته است. تغییر انرژی انتقالی، ΔE ، مربوط به یک کیلوگرم گاز به تغییر دمای ΔT آن با رابطهٔ زیر بستگی دارد

$$\Delta E = 3\left(\frac{1}{2}r\Delta T\right) \quad (9.19)$$

r پایای گاز است که در بخش 5.5 از آن سخن گفتیم و برحسب ژول بر کیلوگرم درجهٔ سانتیگراد بیان می‌شود. این معادله مطابقت دارد با قانون کلاسیک برابری انرژی^۲ که می‌گوید: بطور متوسط هر مولکول گاز در هر یک از درجه‌های آزادی مکانیکی مقداری انرژی مساوی با $kT/2$ نقل می‌کند. k عبارت است از پایای بولتسمان^۳ و به وسیلهٔ رابطهٔ $r = nk$ به r وابسته است. n عدهٔ مولکولهای گاز در یک کیلوگرم است. وقتی یک گاز تک‌اتمی^۴ مانند هلیوم یا آرگون بطور بی‌دررو متراکم شود تمام کاری که صرف تراکم شده برطبق معادلهٔ 9.19 به مصرف بالارفتن دمای آن می‌رسد. چون این به‌تندی و در یک لحظه انجام می‌شود، تغییرات فشار، دما، و چگالی همگی همفازند. در نتیجه وقتی موجهای آکوستیکی در چنین گازهایی انتشار می‌یابند علاوه بر جذب مربوط به چسبناکی و هدایت گرمایی جذب دیگری برایشان رخ نمی‌دهد.

برعکس در مورد گازهای چنداتمی^۵ نه‌تنها باید انرژی حرکت انتقالی را در نظر بگیریم بلکه لازم است انرژی درونی مربوط به چرخش^۶ و ارتعاش آنها را هم به حساب بیاوریم. مثلاً مولکولهای دو اتمی دارای سه نوع انرژی درونی هستند که دوتای از آنها مربوط به حرکت چرخشی به‌گرد دو محور عمود بر خط و اصل بین دو اتم می‌باشد و نوع سوم انرژی مربوط به ارتعاش آنها در طول این خط است. اکثراً حرکت ارتعاشی اتم گازها در دمای کم صورت نمی‌گیرد. بطور کلی، کاری که صرف تراکم بی‌دررو گاز می‌شود با تغییر دمای آن با رابطهٔ زیر به هم بسته‌اند

$$\Delta E = c_v \Delta T \quad (9.20)$$

c_v گرمای ویژه گاز در حجم ثابت است و برحسب ژول بر کیلوگرم سانتیگراد بیان می‌شود. در شرایط تعادل، این گرمای ویژه برابر است با $c_v = Nr/2$. در این رابطه N عبارت

1) degrees of freedom 2) equipartition of energy 3) Boltzmann
4) monatomic 5) polyatomic 6) rotation

است از جمع کل درجه‌های آزادی مولکول که در فعالیت بوده‌اند. چنانکه در بالا دیدیم، برای گازهای تک‌اتمی برابر با سه است، و برای گازهای دواتمی مانند اکسیژن و نیتروژن تقریباً پنج است، و برای گازکر بنیک سه‌اتمی شش است. برخلاف وضعی که برای گازهای تک‌اتمی موجود است، وقتی گاز چند اتمی را متراکم کنیم کاری که صرف تراکم شده فوراً میان درجه‌های آزادی به تساوی تقسیم نمی‌گردد، زیرا در برخوردهای مولکولی زمان معینی لازم است تا در طی آن انرژی اضافی برخورد به انرژی چرخشی و ارتعاشی آنها تبدیل گردد. این تأخیر زمانی عموماً برای نوع چرخشی کوتاه است، ولی برای نوع ارتعاشی مقدار قابل ملاحظه‌ای است. برای به‌حساب آوردن آن فرض کنیم

$$c_v = c_e + c_i(1 - e^{-t/\tau}) \quad (9.21)$$

c_v عبارت است از مقدار آخرین گرمای ویژه در حجم ثابت هنگامی که تعادل برقرار شده است، c_e جزیی از آن است که فوراً با تغییرات فشار همفاز می‌گردد، و جزء دیگر c_i یعنی c_i آن قسمتی است که در زمان واهلش مولکولی τ به اندازه کسر $1/e$ از رسیدن به مقدار نهایی خود عقب می‌افتد.

حال ببینیم تأخیر در رسیدن به شرایط تعادل که شرح آن در بالا رفت چگونه ممکن است برانتشار موجهای صوتی مؤثر واقع شود. می‌دانیم که موجهای صوتی با تراکم لحظه‌ای شاره همراهند، و این تراکم موقتی نه تنها چگالی گاز را زیاد می‌کند، بلکه دمای آن را نیز افزایش می‌دهد و در نتیجه میانگین انرژی جنبشی حرکت انتقالی مولکولهای شاره نیز فزونی می‌یابد. اما زیاد شدن چگالی تا رسیدن به حد تعادل خود به تندی و در یک لحظه انجام نمی‌شود، زیرا قسمتی از انرژی جنبشی حرکت انتقالی صرف تغییرات داخلی گاز شده و یک نوع خنکی که موجب افزایش چگالی است حاصل می‌گردد. بدینسان مانند آنچه در باره اثر چسبناکی و قابلیت هدایت دیدیم وقت محدودی که هنگام مبادله انرژی بین مولکولها صرف می‌شود سبب می‌گردد که تغییرات چگالی شاره نسبت به تغییرات تراکم و فشار تأخیر داشته باشد. تأخیر مشابهی در موقع انبساط سیکل آکوستیکی پیدا می‌شود، و آن وقتی است که انرژی از حالت داخلی به حرکت انتقالی تبدیل می‌گردد. بدین ترتیب واهلش مولکولی، موجهای صوتی را نرم و در نتیجه آنها را می‌تکند. اگر فرکانس موجهای صوتی به قدری کم باشد که زمان واهلش نسبت به پریود صوت فوق‌العاده کوچک شمرده شود، بین اقسام انرژیها دائماً تعادل برقرار است، و اختلاف فاز میان فشار و تغییر دما بسیار کوچک می‌شود. بهمین طریق وقتی فرکانس صوت بسیار زیاد باشد، چنانکه زمان واهلش از پریود سیکل موجهای صوتی بزرگتر باشد نیز مبادله انرژی مقدار ناچیزی است، یا اصلاً مبادله انرژی بین حالت خارجی انتقالی و حالت داخلی تأخیری، صورت نمی‌گیرد، پس در این حالت نیز تغییرات فشار آکوستیکی و تغییرات دما تقریباً همفازند؛ بنابراین می‌توان پیشبینی کرد که این گونه واهلش به‌شرطی در یک سیکل ارتعاش یا در یک طول موج در حال حرکت حد اکثر تنکش را وارد

می‌سازد که زمان آن تقریباً مساوی با پریود سیکل آکوستیکی باشد. يك روش برای در نظر گرفتن این رفتار این است که برای گرمای ویژه دینامیکی شکل مختلطی که تابع فرکانس باشد به طریق زیر فرض کنیم^۱

$$c_{\omega} = c_e + \frac{c_i}{1 + j\omega\tau} \quad (9.22)$$

باید در نظر داشت که برای فرکانسهای کم که برایشان $\omega\tau \ll 1$ باشد معادله بالا ساده می‌شود و به شکل $c_{\omega} = c_e + c_i = c_v$ در می‌آید، یعنی گرمای ویژه دینامیکی مساوی می‌شود با گرمای ویژه در حال تعادل. ولی برای فرکانسهای زیاد که برایشان $\omega\tau \gg 1$ باشد، $c_{\omega} = c_e$ است؛ و این مقدار کوچکتر از گرمای ویژه در حال تعادل است. با استفاده از رابطه

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + r}{c_v} = 1 + \frac{r}{c_v}$$

می‌توان به کمک رابطه 9.22 نسبت مختلط گرمای ویژه را چنین تعریف کنیم:

$$\gamma' = 1 + \frac{r}{c_e + \frac{c_i}{1 + j\omega\tau}} \quad (9.23)$$

در معادله 5.18 نشان داده شد که سرعت انتشار موجهای صوتی در گازها مستقیماً با $\sqrt{\gamma}$ متناسب است، بنابراین وجود نسبت مختلط گرمای ویژه موجب وجود سرعت انتشار مختلطی است که با رابطه زیر داده می‌شود

$$c' = \frac{c}{\sqrt{\gamma'}} \left(1 + \frac{r}{c_e + \frac{c_i}{1 + j\omega\tau}} \right) \quad (9.24)$$

وقتی روشی را که در بخش 9.3 به کار برده‌ایم در اینجا نیز به کار بریم پایای تنکس بر حسب نبر بر متر به دست خواهد آمد

$$\alpha = \frac{\omega}{2c} \cdot \frac{rc_i}{c_e(c_e + r)} \cdot \frac{\omega\tau}{(1 + \omega^2\tau^2)} \quad (9.25)$$

و همچنین اگر رابطه زیر را برای سرعت فاز بنویسیم می‌شود

1) Vigoureux, *Ultrasonics*, p.p. 38-39, John Wiley and Sons (1951).

$$v = \frac{c}{\sqrt{\gamma}} \left[1 + \frac{r[c_i + c_e(1 + \omega^2\tau^2)]}{c_v^2 + c_e^2\omega^2\tau^2} \right]^{1/2} \quad (9.26)$$

برای فرکانسهای کم که $\omega\tau \ll 1$ است، رابطه 9.26 به صورت ساده زیر در می آید

$$v_0 = \frac{c}{\sqrt{\gamma}} \left[1 + \frac{r(c_i + c_e)}{c_v^2} \right]^{1/2} = \frac{c}{\sqrt{\gamma}} \left[1 + \frac{r}{c_v} \right]^{1/2} = c$$

یعنی سرعت در حقیقت برابر است با سرعت طبیعی موج ناتنکیده. از طرف دیگر برای فرکانسهای بالا که $\omega\tau \gg 1$ است، معادله 9.26 شکل زیر را پیدا می کند

$$v_\infty = \frac{c}{\sqrt{\gamma}} \left[1 + \frac{r}{c_e} \right]^{1/2} = c \left[\frac{c_v(c_e + r)}{c_e(c_v + r)} \right]^{1/2} \quad (9.27)$$

معادله بالا می رساند که این مقدار همیشه از c بزرگتر است، زیرا $c_v > c_e$ است، مگر وقتی که $c_e = 0$ شود. بدین طریق مشاهده می شود که واهلش مولکولی تنها موجب تنکش صوت نمی گردد، بلکه در سرعت فاز پراکند بوجود می آورد، که از مقدار c که متعلق به فرکانسهای پایین است تا مقدار

$$c \left[\frac{c_v(c_e + r)}{c_e(c_v + r)} \right]^{1/2}$$

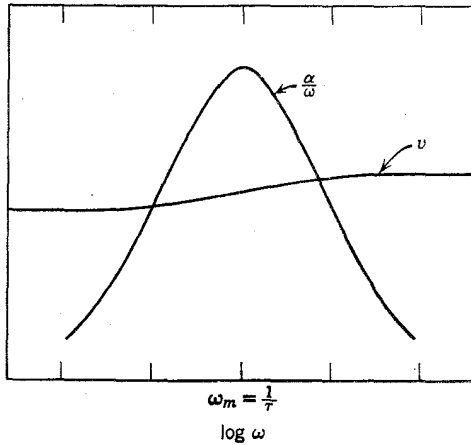
که مربوط به فرکانسهای بالاست تغییر می کند.

برای رسم منحنیهای تنکش اضافی که بر اثر واهلش مولکولی دست می دهد، معمولاً نسبت α/ω را در برابر ω یا حاصلضرب $\alpha\lambda$ رسم می کنند، یعنی تنکش بر حسب نپر بر طول موج در برابر فرکانس. وقتی این کار انجام شود منحنیهای شکل 9.3 به دست می آیند. خاصه رسم α/ω بر حسب ω سودمند است زیرا معادله 9.25 نشان می دهد که ماکسیمم مقدار α/ω برای مقدار ω_m که با زمان واهلش به شکل زیر ارتباط دارد حاصل می گردد

$$\tau = \frac{1}{\omega_m} \quad (9.28)$$

مقدار ماکسیمم α/ω با رابطه زیر داده می شود

$$\left(\frac{\alpha}{\omega} \right)_m = \frac{rc_i}{4c(c_e + r)c_e} \quad (9.29)$$



شکل 9.3. تغییر تنکس و سرعت فاز، آن سان که نظریهٔ واهلش ملکولی پیشبینی می‌کند.

یکی از کاربردهای مهم معادلهٔ بالا این است که ممکن است در حین اندازه‌گیری $(\alpha/\omega)_m$ يك رابطهٔ عددی بین c_e و c_i پیدا شود. یادآوری می‌شود که مقدار τ (زمان واهلش) و نیز $(\alpha/\omega)_m$ تابع دمای گاز هستند، یعنی τ با زیاد شدن دما کم می‌شود؛ و برعکس $(\alpha/\omega)_m$ با افزایش دما زیاد می‌گردد. اگر معادله‌های 9.28 و 9.29 را با معادلهٔ 9.25 ترکیب کنیم معادلهٔ اخیر به صورت زیر ساده می‌شود

$$\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = 2 \left(\frac{\alpha}{\omega}\right)_m \frac{\omega \omega_m}{\omega^2 + \omega_m^2} \quad (9.30)$$

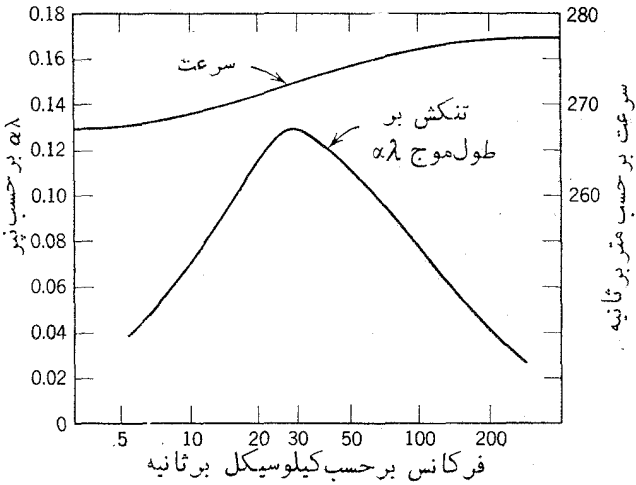
یا

$$(\alpha\lambda) = 2(\alpha\lambda)_m \frac{ff_m}{f^2 + f_m^2} \quad (9.30a)$$

دو معادلهٔ بالا که برای تنکس صوت به دست آمده‌اند مخصوصاً برای عمل ترسیم و تجزیه و پژوهش در بارهٔ نتیجه‌های حاصل از تجزیه بسیار سودمندند.

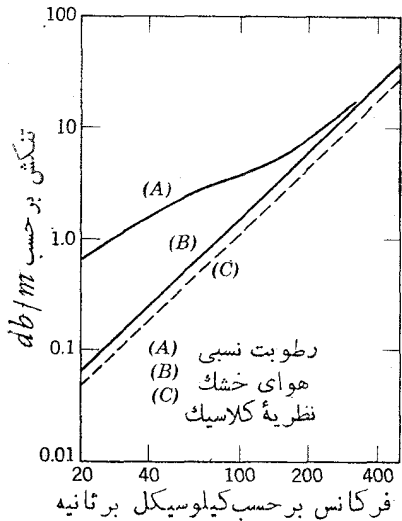
مثال کلاسیک از این نوع تنکس و پراکند مولکولی را می‌توان در بارهٔ گاز کربنیک ذکر کرد. شکل 9.4 مقدارهای آزمایشی است که برای گاز کربنیک 20°C به دست آمده‌اند. قابل توجه است که اضافه تنکس گرمای مولکولی در فرکانس 20 کیلوسیکل بر ثانیه تقریباً 1200 برابر تنکشی است که در نظریهٔ کلاسیک پیشبینی می‌شود.

جدول 9.1 نشان می‌دهد که اندازه‌های آزمایشی تنکس آکوستیکی که در هوای خشک به دست آمده‌اند تابع مربع فرکانس صوت هستند، ولی 50 درصد از مقدار کلاسیک آن



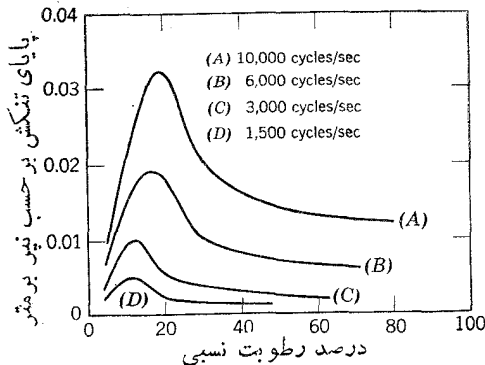
شکل 9.4. تنکش و پراکند سرعت در گاز کربنیک.

بیشترند. این اختلاف را ظاهراً نمی‌توان به واهلش گرمایی مربوط به انرژی چرخشی و ارتعاشی اتمهای اکسیژن و نیتروژن نسبت داد، ولی می‌توان آن را در نتیجه اشتباه در اندازه‌گیری یا از پدیده‌هایی توأم با ناخالصی هوای مورد آزمایش دانست. برخلاف حالت قبل هر گاه پایای تنکش را در جو برای ارتعاشهای فراصوتی با فرکانس کم یا برای فرکانسهای قابل شنیدن اندازه‌گیری کنیم مقدار حاصل از مقداری که به وسیله نظریه به دست می‌آید به اندازه 5 تا 100 برابر زیادتر است. منحنی A شکل 9.5 اندازه تجزیه‌ای تغییرات پایای تنکش را برای هوایی که درجه رطوبت نسبی آن 37 درصد و دمای آن $27^\circ C$ باشد نشان می‌دهد. در همین شکل منحنی B نتیجه اندازه‌گیری مشابه برای هوای کاملاً خشک است، و منحنی C تنکش را بنا بر پیشبینی نظری نمودار می‌سازد. آشکار است که اضافه‌جذبی که در هوای



شکل 9.5. تنکش صوت در هوا بر حسب دسی بل بر متر بمنوان تابعی از فرکانس.

جو در منحنی A دیده می شود به واسطه وجود کمی درصد مولکولهای بخار آب در هواست. این اضافه جذب بر حسب تغییر دما به سرعت تغییر می کند و به طور مشخصی با رطوبت هوا ارتباط دارد. اگرچه این پدیده را نمی توان به کمک نظریه کلاسیک توضیح داد، ولی آن را بر حسب واهلش گرمایی مولکولی مولکولهای اکسیژن جو که بطور معمولی باشند و برای حرکت نوعی ارتعاش تحریک نشده باشند می توان بطور قاطعی توضیح داد. در هوای خشک زمان واهلش مولکولهای اکسیژن به میزان چندین ثانیه است، و از این رو حرکت نوع ارتعاشی مولکول به وسیله موجهای صوتی تحریک نمی گردد. با وجود این حضور مقدار کمی مولکولهای بخار آب، مانند عامل کاتالیزور عمل می کند؛ یعنی عده برخورد متوسط مولکولها را که برای تحریک ارتعاش مولکولهای اکسیژن لازم است کم می سازد. این عمل بنوبه خود زمان واهلش حرکت نوع ارتعاش مولکولهای اکسیژن را کم کرده به حدود 10^{-3} تا 10^{-5} ثانیه می رساند، در نتیجه در فرکانسهای بین 1 تا 100 کیلوسیکل بر طبق معادله 9.304 اضافه جذب شگرفی در هر طول موج پیدا می شود. اما حداکثر تنکس اضافی در هر طول موج یعنی $(\alpha\lambda)_m$ مستقل از رطوبت نسبی هوا دیده شده است. با اینهمه، از آنجا که بر طبق مشاهده آزمایشی، فرکانسی که در آن حداکثر تنکس صورت می گیرد تقریباً تابع درجه دومی از رطوبت نسبی هواست، بنابراین دیده می شود که حداکثر جذب اضافی در مسیر یک متر به تندی بر حسب رطوبت نسبی زیاد می گردد. در شکل 9.6 اضافه جذبی که در هوای 20°C اندازه گیری شده بر حسب رطوبت نسبی ترسیم گردیده است.



شکل 9.6. تنکس مولکولی در هوا بعنوان تابعی از رطوبت نسبی.

معلومات آزمایشی مربوط به فرکانسهایی که در آنها حداکثر تنکس در طول موج صورت می گیرد برای رطوبتهای نسبی مختلف در جدول 9.2 خلاصه گردیده اند. در این جدول تنکس در هوای خشک که برای پایای α/f^2 مشاهده شده و در جدول 9.1 نیز آمده بود در آخرین ستون جدول 9.2 برای امکان مقایسه وارد گردیده است. پایای $(\alpha\lambda)_m$ که از راه آزمایش به کمک این دانسته ها حساب شده برابر است با 1.14×10^{-3} . آشکار است که

اضافه تنکش مولکولی در حدود فرکانسهای قابل شنیدن و در رطوبت نسبی کم، مشهودتر است. از آنجاکه این پدیده با افزایش دما زیاد می شود، باید مقدار آن در هوای خشک و گرم روی بیابان مقدار قابل ملاحظه‌ای داشته باشد. وقتی رطوبت نسبی زیاد شود، فرکانسی که در آن حداکثر تنکش رخ می دهد نیز زیاد می گردد، و همچنین در این فرکانس مقدار جذب در هر متر از مسیر افزایش می یابد. خوشبختانه در رطوبت نسبی 50 درصد یا بیشتر این فرکانس در قسمت پایین فراسوت قرار دارد، و از اینرو تنکش در فرکانسهای قابل شنیدن کم اهمیت تر است. با این همه، رطوبت نسبی صوتهای پرفرکانس را که از ارکستر نسبتاً دوری در هوای آزاد برخاسته باشند، یاصدای حروف صحیح را که گوینده‌ای در سالنی خیلی بزرگ بر زبان آورد بطور قطع می تنکد.

جدول 9.2 تنکش مولکولی در هوا

رطوبت نسبی	فرکانس تنکش ماکسیمم	تنکش مولکولی	تنکش کلاسیک
9	1500	0.5×10^{-2}	0.0045×10^{-2}
11	3000	1.0×10^{-2}	0.018×10^{-2}
14	6000	1.9×10^{-2}	0.072×10^{-2}
17	10,000	3.2×10^{-2}	0.20×10^{-2}

وجود بخار آب در گاز نیتروژن خالص اثری بر تنکش صوت ندارد، یا دست کم اثر آن ناچیز است. برعکس در گاز کربنیک اثر بسیار آشکاری دارد و اثر آن بر واهلش از نوع ارتعاشی است که سابقاً در این بخش بیان کردیم. مثلاً حضور یک درصد بخار آب در گاز کربنیک سبب می شود که فرکانس حد اکثر تنکش در یک طول موج به اندازه 2000 کیلوسیکل بر ثانیه بالا برود. در نتیجه وقتی مقدار کمی بخار آب در گاز کربنیک باشد آن را از لحاظ آکوستیکی برای عبور فرکانسهای یک مگاسیکل بر ثانیه به بالا کاملاً کدر می سازد¹.

9.6 پدیده‌های اضافه جذب در آبگوها. یک نوع اضافه جذبی که در آبگوها رخ می دهد توأم است با واهلش گرمایی انرژی بین درجه‌های آزادی حرکت‌های انتقالی ارتعاشهای درونی. همانگونه که در مورد گازها دیدیم این امر مستلزم این است که موجهای آکوستیکی تغییرات متناوبی در دما وارد سازند. نظریه واهلش گرمایی بطور موقعت آمیزی درباره توضیح علت اضافه جذبی که در آبگوهای مخلوط نشدنی و غیر قطبی، مانند دی سولفور دوکربن، بنزن، و استن روی می دهد به کار رفته است. مثلاً علت این را بیان می کند که تنکش اندازه گرفته شده در استن 4.3 برابر تنکشی است که از طریق نظری پیشبینی شده. (به جدول 9.1 رجوع کنید.)

1) Knudsen and Fricke, *J. Acoust. Soc. Am.*, **12**, 255 (1940).

با وجود این، واهلش گرمایی نمی‌تواند اضافه جذب موجود در آبگو نه‌های مخلوط‌شدنی و قطبی، مانند الکل و آب، را توضیح دهد. چنین به نظر می‌رسد که در این گونه آبگوها نیروهای بین مولکولی به اندازه‌ای قوی هستند که سبب می‌شوند هر نوع زمان واهلشی که وجود پیدا کند بسیار کوتاه باشد. از آنجا که بر طبق معادله^۱ 9.25 ضریب تنکش متناسب است با زمان واهلش، بنابراین جذبی که در این فراروندا^۲ پیدا می‌شود کوچک است. بطور نامنتظره‌ای در عمل ثابت شده که اضافه جذبی که در آب^۳ 4°C صورت می‌گیرد به واهلش گرمایی مربوط نیست.^۲ اگر اضافه جذب اندازه‌گیری شده در آب مربوط به واهلش گرمایی بود لازم می‌آمد که خاصیت جذب در 4°C از بین برود، زیرا در این دما انبساط گرمایی برابر با صفر است. در این دما تراکم و انبساط موجب تغییر دما نمی‌شود، و واهلش گرمایی صورت نمی‌گیرد. اندازه‌گیریهایی که در اطراف 4°C به عمل آمده وجود تنزل جذب را در اطراف این دما نشان نمی‌دهد. بنابراین لازم است نوع دیگری از سازوکار واهلش را جستجو کنیم تا بتواند علت اضافه جذب آب را که تقریباً سه برابر مقداری است که نظریه پیشبینی می‌کند توضیح دهد (به جدول 9.1 رجوع کنید). یکی از این نوع توضیحات **واهلش ساختمانی**^۴ نامیده می‌شود، و به وسیله^۴ هال^۴ در مورد آب به کار رفته است. بر طبق این نظریه فرض این است که اضافه جذبی که در آب صورت می‌گیرد مستقیماً به واسطه^۴ واهلش ساختمانی است که مربوط به تغییر حجم است و ارتباطی به تغییر دما ندارد. در نظریه^۴ واهلش ساختمانی فرض شده است که آب در دو حالت وجود دارد. حالت معمولی که انرژی آن کمتر است، و حالت با انرژی بیشتر که ساختمان مولکولی آن به هم نزدیکتر است. در شرایط معمولی مربوط به تعادل بیشتر مولکولها در حالت اول از انرژی هستند. با وجود این بنا بر فرض، عبور موج متراکم سبب می‌شود که مولکولها از حالتی که دور از هم قرار دارند به حالتی که بسیار نزدیک به یکدیگر واقع می‌شوند انتقال یابند. تأخیر زمانی که در این عمل و در عمل عکس آن پیدا می‌شود سبب می‌گردد که اتلاف واهلش در موجهای آکوستیکی صورت گیرد.

در تجزیه و تحلیل دقیقی که درباره^۴ اثر واهلش ساختمانی بر انتشار موجهای آکوستیکی در آب به عمل آمده نشان داده شده که چنانچه فرض کنیم آب دارای ضریب حجمی چسبناکی محوشدنی^۴ η' باشد، می‌توان نظریه^۴ واهلش ساختمانی را پذیرفت. اگر این فرض حقیقت داشته باشد مقدار ضریب چسبناکی طولی χ با رابطه^۴ $2\eta/3$ — که به وسیله^۴ استوکس پیشنهاد شده داده نمی‌شود، و در عوض مقدار آن برابر است با $(\eta' - 2\eta/3)$ ، که چون این مقدار را در رابطه^۴ 9.15 بریریم می‌شود

$$R = \eta' - \frac{2\eta}{3} + 2\eta = \eta' + \frac{4\eta}{3} \quad (9.31)$$

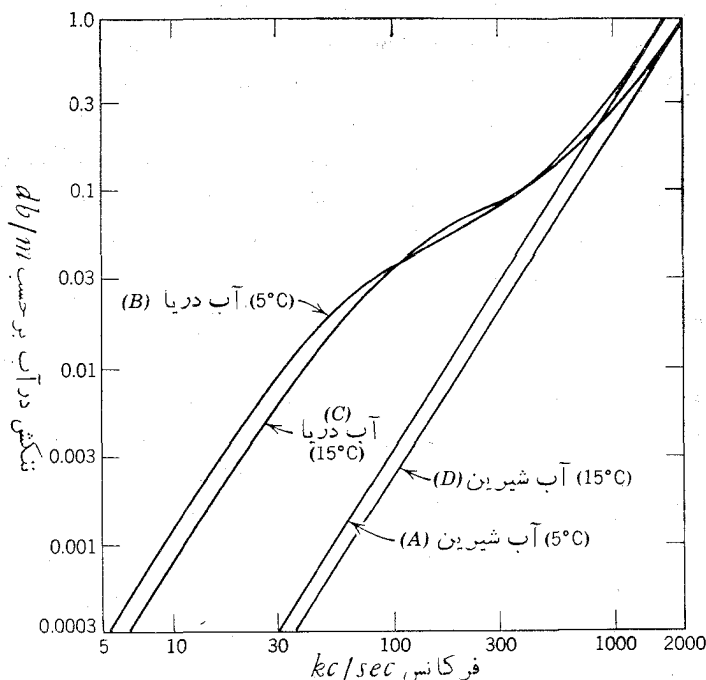
1) process 2) Fox, Rock, *Phys. Rev.*, **70**, 68 (1946).

3) structural relaxation 4) Hall, *Phys. Rev.*, **75**, 1415 (1949).

وقتی مقدار R را که در بالا داده شده در رابطه $9.12b$ بیریم، معادلهٔ تنکس کلی در آب به شکل زیر در می‌آید

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho_0 c^3} \left(\frac{4}{3}\eta + \eta' \right) \quad (9.32)$$

لیبرمان مستقیماً ضریب حجمی چسبناکی را اندازه گرفته است. نتیجهٔ آزمایش‌های او این است که η' آب تقریباً سه برابر ضریب چسبناکی برشی است. اگر مقدار η' اندازه‌گیری شده را در معادلهٔ 9.32 بیریم، و α/f^2 را حساب کنیم، حاصل محاسبه پایایی خواهد بود که با مقدارهای اندازه‌گیری شده‌ای که در جدول 9.1 قید شده‌اند بطور رضایت‌بخشی تطبیق می‌کند.



شکل 9.7. تنکس در فرکانسهای فراصوتی در (A) و (D) آب شیرین؛ (B) و (C) آب دریا.

در شکل 9.7 منحنی A نمایش تنکس موجهای آکوستیکی در آب 5°C است. معلومات این منحنی از طریق اندازه‌گیری به‌دست آمده و تنکس بر حسب db/m بیان شده است. منحنی B نمایش همین اندازه‌گیری در آب در دمای 5°C است. اختلاف فاحشی که در فرکانس

کمتر از 500 کیلوسیکل بر ثانیه بین این دو منحنی موجود است آشکار می‌سازد که يك نوع عمل واهلش دیگری در کار است که مقدار اضافه جذب صوت را در آب دریا بیش از مقدار اضافه جذب در آب شیرین می‌سازد. طبیعی است که این اضافه جذب در آب دریا را به وجود نمکهای محلول در آب نسبت دهیم، و در این صورت به وجود يك نوع واهلش شیمیایی^۱ بیندیشیم. اندازه‌گیریهایی که به وسیله لئونارد^۲ و همکارانش انجام شده نشان می‌دهند که اضافه جذبی که در آب دریا نسبت به آب شیرین پیدا می‌شود کاملاً در نتیجه حضور $MgSO_4$ محلول در آب دریاست. مثلاً وقتی غلظت $MgSO_4$ را در آب زیاد کنیم اضافه جذب آن نیز زیاد می‌شود، تا برسیم به غلظت 0.014 مل^۳ در لیتر که در این وقت مقدار جذب برابر با جذب اندازه‌گیری شده در آب اقیانوس است. ممکن است زمان واهلش این فراروند را به کمک اندازه‌گیری فرکانسی که در آن مقدار جذب در هر طول موج ماکسیمم است حساب کرد. در $5^\circ C$ فرکانس نزدیک به $60 kc/sec$ است، و در نتیجه زمان واهلش می‌شود

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_m} = \frac{1}{2\pi \times 60,000} = 2.65 \times 10^{-6} \text{ sec}$$

با در نظر گرفتن بحث بالا می‌توان معادله‌ای به شکل زیر پیشبینی کرد

$$a = \frac{A f_m f^2}{f^2 + f_m^2} + B f^2 \quad (\text{decibels/meter}) \quad (9.33)$$

معادله بالا احتمالاً برای محاسبه اندازه‌گیریهایی آزمایشی مربوط به جذب موجهای آکوستیکی در آب دریا سودمند است. باید در نظر داشت که تنکش a ، که بر حسب db/m بیان شده، و α که بر حسب نپر بر متر داده می‌شود، با رابطه $a = 8.7\alpha$ باید یکدیگر ارتباط دارند. نخستین جمله دست راست معادله بالا مربوط است به واهلش شیمیایی محلول $MgSO_4$ ، و دومین جمله مربوط به جذب به واسطه چسبناکی آب است. خواننده ممکن است مقادیرهای آزمایشی را که از منحنی (B) شکل 9.7 به دست می‌آیند در معادله 9.33 گذاشته و مشاهده کند که مقادیرهای بالا کاملاً در این معادله صدق می‌کنند؛ به شرط اینکه f بر حسب کیلوسیکل بر ثانیه و $f_m = 60$ کیلوسیکل بر ثانیه انتخاب شوند. چون این پایاها را در معادله 9.33 بگذاریم

$$a = \frac{0.036 f^2}{f^2 + 3600} + 3.2 \times 10^{-7} f^2 \quad (\text{db/meter}) \quad (9.34)$$

که تنکش آب دریا را در $5^\circ C$ نشان می‌دهد.

1) chemical relaxation

2) Wilson and Leonard, *J. Acoust. Soc. Am.*, **26**, 223 (1954).

3) mole

باید در نظر داشت که فرکانس واهلش f_m با زیاد شدن دمای آب دریا افزایش می‌یابد. در نتیجه جذب صوت در آب دریا با زیاد شدن دمای آن تقلیل می‌یابد، و برعکس. مثلاً در 15°C مقدار $f_m = 100$ کیلوسیکل بر ثانیه است که چون این مقدار را در رابطه 9.33 بگذاریم می‌شود

$$a = \frac{0.06f^2}{f^2 + 10,000} + 2.4 \times 10^{-7}f^2 \quad (\text{db/meter}) \quad (9.34a)$$

می‌بینیم تنکش در آب دریا که دمایش 15°C باشد با مقدار اندازه‌گیری شده که از منحنی C شکل 9.7 حاصل می‌گردد مطابقت دارد. چون ضریب چسبناکی آب با زیاد شدن دما کاهش می‌یابد، پایای B در معادله 9.33 باید با افزایش دما کم شود. ولی در فرکانس کمتر از 200 کیلوسیکل بر ثانیه این تغییر دما اثر محسوسی بر مقدار جذب کلی که در آب دریا صورت می‌گیرد ندارد.

9.7 جذب صوت در لوله‌های استوانه‌ای. در آزمایشگاهها معمولاً اندازه‌گیری جذب صوت در شاره بر روی شاره‌هایی انجام می‌گیرند که در لوله قرار دارند. در یک روش میکروفون کوچکی را که در انتهای میله‌ای قرار دارد داخل لوله می‌کنند و بدینوسیله دامنه فشار موج تخت را در دو یا چند موضع در طول لوله اندازه می‌گیرند. اگر دامنه فشار در نقطه x_1 برابر با P_1 و در نقطه x_2 برابر با P_2 باشد، پایای تنکش از رابطه زیر به دست می‌آید

$$P_2 = P_1 e^{-\alpha(x_2 - x_1)}$$

در این نوع آزمایش باید احتیاط کرد و اثر موجهای برگشته را در نقاط x_1 و x_2 از بین برد، و برای این کارها باید در انتهای لوله ماده جاذب صوت که آن را منعکس نمی‌کند قرار داد، یا صوت را به شکل تپ^۲ در زمانهای کوتاه تولید کرد یا لوله را به قدری طویل گرفت که بتوان اندازه‌گیری فشار در نقطه x_1 و x_2 را قبل از برگشت موج به این نقاط انجام داد. بر خلاف این روش، روش دیگری به کار می‌رود که در آن دامنه فشار را در گره‌ها و شکمهای موج ایستاده اندازه می‌گیرند، و شکل 9.8b نتیجه این اندازه‌گیری است. فرض کنیم که پیستون منعکس کننده B در شکل 9.8a بسیار سخت باشد. در این صورت دامنه موج برگشته از این پیستون برابر خواهد بود با دامنه موج تابش که از چشمه A روانه شده و به پیستون برخورد کرده است. بنا بر این حالت پایدار فشار آکوستیکی در هر نقطه از طول لوله از رابطه زیر

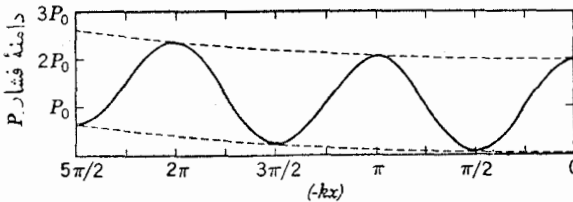
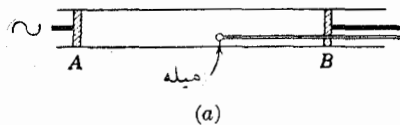
1) probe microphone

۲) pulse. تغییر آبی ولتاژ، جریان، فشار، یا کمیت دیگری که مقدارش ثابت است. تپه را نباید با «تپه» [به تشدید «پ» به معنای نوعی برآمدگی سطح زمین] اشتباه کرد. زیرا این واژه از «تپ» [فعل امر مصدر تپیدن] + پسوند «ه» ساخته شده است. -م.

$$p = P_0 e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - kx)} + P_0 e^{\alpha x} e^{j(\omega t + kx)} \quad (9.35)$$

روی پیستون B مقدار $x=0$ است. می‌توان ثابت کرد که دامنه فشار در هر نقطه از طول لوله بوسیله رابطه زیر داده می‌شود

$$P = 2P_0 (\cosh^2 \alpha x \cos^2 kx + \sinh^2 \alpha x \sin^2 kx)^{1/2} \quad (9.36)$$



شکل 9.8. (a) اندازه‌گیری موجهای ایستاده. (b) دامنه فشار موجهای ایستاده میرا.

نقطه‌های گرهی مربوط به می‌نیم فشار در محلهایی که با رابطه زیر داده شده قرار دارند

$$-kx = \frac{2n-1}{2} \pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

و دامنه فشار در این نقطه‌ها عبارت است از

$$P_{\min} = 2P_0 \sinh \alpha x \approx 2P_0(\alpha x) \quad (9.37)$$

دامنه فشار گره‌های پشت‌سرهم را می‌توان مستقیماً به وسیله میکروفون کوچکی که در انتهای میله‌ای قرار گرفته است، یا به وسیله میکروفون خازنی که در انتهای لوله‌ای نصب گردیده اندازه گرفت. برای تعیین مقدار α باید منحنی صافی را به طریقی که در شکل 9.8b عمل شده از این نقاط گذرانید. شکمها در فاصله $-kn = n\pi$ که در آن $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ است قرار دارند، و حداکثر دامنه فشار را که از رابطه زیر داده می‌شود دارا هستند

$$P_{\max} = 2P_0 \cosh \alpha x \approx 2P_0(1 + \alpha^2 x^2)^{1/2} \quad (9.38)$$

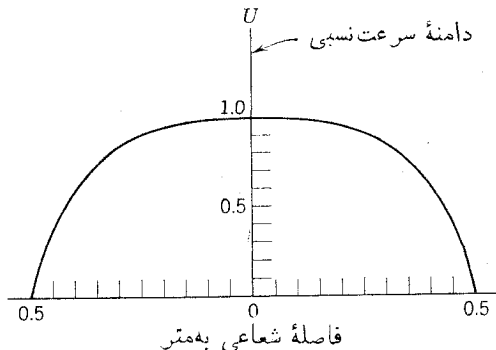
تعیین آزمایشی پایاهای تنکش آکوستیکی که در هر کدام از دو روش بالا به عمل آمده نسبت به مقادارهایی که در حجم زیادی از شاره به دست می آید همیشه زیادتر است. این به سبب اتلافی است که در جدار لوله پیدا می شود و باید در محاسبه ها تصحیح گردد، یا به وسیله ای اثر آن را ناچیز گردانید. یکی از علت های اضافه تنکش شاره های درون لوله مقاومت مربوط به چسبناکی است که از طرف جدار لوله به شاره درون آن وارد می شود. نتیجه این است که حرکت شاره در درون لوله از نوع «لایه ای» است؛ یعنی سرعت حرکت آن که بر روی دیوار صفر است به سرعت ترقی می کند، و در فاصله $(2\eta/\rho_0\omega)^{1/2}$ از دیواره بر طبق رابطه زیر ماکسیمم می شود

$$u = \frac{p}{\rho_0 c} \left[1 - \frac{J_0(Kr)}{J_0(Ka)} \right] \quad (9.39)$$

در رابطه بالا شعاع لوله، r فاصله شعاعی از مرکز لوله، و k پایای مختلطی است که با رابطه زیر داده می شود

$$K = (1 - j) \sqrt{\frac{\rho_0 \omega}{2\eta}} \quad (9.40)$$

η در این رابطه ضریب چسبناکی برشی است. نتیجه هایی که از به کار بردن معادله 9.39 در باره دامنه سرعت نسبی شاره در هوا، که تابع فاصله شعاعی نقطه واقع در لوله ای به شعاع 0.005 متر است برای موج های صوتی با فرکانس 100 سیکل بر ثانیه حاصل شده در شکل 9.9 رسم گردیده است.



شکل 9.9. دامنه سرعت ذره ای نسبی به عنوان تابعی از فاصله شعاعی در لوله کوچک، $f = 100$ سیکل بر ثانیه.

معادله 9.39 نه تنها تغییر شعاعی سرعت را نشان می‌دهد، بلکه وجود يك اختلاف فاز بین سرعت ذره‌ای و فشار آکوستیکی را پیشبینی می‌کند. در نتیجه از این اختلاف فاز ممکن است وجود تنکس و پراکند هر دو را پیشبینی کنیم. این نتیجه‌گیری و استنباط صحیح است، زیرا می‌توان ثابت کرد^۱ که موجها برطبق رابطه زیر تنکیده می‌شوند

$$\alpha = \frac{1}{ac} \sqrt{\frac{\eta\omega}{2\rho_0}} \quad (\text{nepers/m}) \quad (9.41)$$

و در سرعت فاز آنها کاهش به مقدار زیر پدید می‌آید

$$v = c \left(1 - \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{2\eta}{\rho_0\omega}} \right) \quad (9.42)$$

باید توجه داشت که اثر چسبناکی بر انتشار موجهای صوتی درون شاره‌هایی که در لوله قرار دارند چنانکه معادله‌های بالا نشان می‌دهند، تنها تابع η نیست، بلکه تابع η/ρ_0 نیز هست. به این دلیل گاهی کسر η/ρ_0 را ضریب سینماتیک^۲ چسبناکی می‌نامند. ضریب چسبناکی هوا در 20°C برابر است با $1.81 \times 10^{-5} \text{ kg/m}$ و چگالی آن در این دما مساوی است با 1.21 kg/m^3 ، چنانکه ضریب سینماتیک چسبناکی می‌شود $1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{sec}$. ضریب چسبناکی آب در 20°C برابر است با $0.001 \text{ kg/m}\cdot\text{sec}$ و چون چگالی آن در این دما 998 kg/m^3 است، ضریب چسبناکی سینماتیک آن می‌شود $10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$. با وجود اینکه چسبناکی آب بیشتر از چسبناکی هواست، اثر چسبناکی بر موجهای صوتی که در هوا منتشر می‌شوند بیش از اثری است که بر موجهای صوتی درون آب وارد می‌گردد.

مقدارهایی که از راه آزمایش برای پایای تنکس α دره‌های خشک درون لوله به دست آمده، 50 درصد بزرگتر از مقداری است که از طریق به کار بردن معادله 9.41 پیشبینی می‌شود. ولی اگر تصحیح مربوط به اضافه تنکشی که در اثر هدایت گرمای دیواره لوله پیدا می‌شود به عمل آید اختلاف بین مقادیر حاصل از آزمایش و پیشبینی شده به نسبت زیادی از میان می‌رود^۳. اثر مهمی که از پیدایش گرما و ارتباط آن با بیرون به وسیله انتقال از دیواره به بیرون یا از بیرون به دیواره لوله پیدا می‌شود ابتدا در 1868 به وسیله کیرشهوف مطالعه شده است. او فرض کرد لایه‌ای از گاز که در مجاورت دیواره قرار گرفته نه دارای سرعت است و نه در دمای آن تغییری حاصل می‌گردد. این تحلیل و تجزیه همانگونه که به وسیله ریلی^۴ بیان شده ثابت می‌کند که معادله‌های بالا باید تغییر کنند؛ یعنی باید به جای

1) Kinsler and Frey, *Fundamentals of Acoustics*, Section 9.3, John Wiley and Sons, (1950). 2) kinematic 3) Fay, *J. Acoust. Soc. Am.*, **12**, 62 (1940). 4) Rayleigh, *Theory of Sound*, Sections 348-350, Macmillan and Company, Ltd. (1929).

ضریب حقیقی چسبناکی برشی η ضریب مؤثر η_e را قرار داد. این ضریب چنین تعریف می‌شود:

$$\eta_e = \eta \left[1 + \left(\sqrt{\gamma} - \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \right) \sqrt{\frac{\kappa}{c_p \eta}} \right]^2 \quad (9.43)$$

κ رسانایی گرمایی^۱ شاره، γ نسبت گرماهای ویژه آن، و c_p گرمای ویژه شاره در فشار ثابت است.

مقدارهای آزمایشی اندازه گرفته شده در هوا نشان می‌دهند که $\gamma = 1.402$ ، و $k/c_p \eta = 1.29$ است. پس،

$$\eta_e = \eta(1 + 0.39)^2 = 1.93\eta = 3.5 \times 10^{-5} \text{ kg/m sec}$$

اثر انتقال گرما از دیواره لوله به بیرون و برعکس بر روی تنکس موجهای صوتی معادل است با ازدیاد 93 درصد ضریب چسبناکی برشی، و در نتیجه افزایش 39 درصد در مقدار ضریب تنکس α که از معادله 9.41 به دست می‌آید.

هرگاه مقداری را که برای هوای 20°C به دست آورده‌ایم در معادله 9.41 بگذاریم، خواهیم داشت

$$\alpha = \frac{1}{343a} \sqrt{\frac{2\pi f 3.5 \times 10^{-5}}{2 \times 1.21}} = 2.76 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{f}}{a} \quad (\text{neper/m})$$

پایای تنکشی که از معادله بالا برای فرکانس 10,000 سیکل بر ثانیه به دست می‌آید عبارت است از $\alpha = 2.76 \times 10^{-3}/a \text{ neper/m}$. این تنکس آنچنان کوچک است که نشان می‌دهد اتلاف به وسیله چسبناکی و رسانایی گرمایی اثر ناچیزی در جذب موجهای صوتی در لوله‌های تهویه دارد. با وجودی که این تنکس ناچیز است در موقع اندازه‌گیری آکوستیکی در فرکانسهای زیاد و در لوله‌های کوچک باید تصحیح مربوط به آن را به‌جا آورد. مثلاً هرگاه فرکانس 10,000 سیکل بر ثانیه وشاع لوله 0.01 متر باشد مقدارش خیلی بیشتر از تنکشی است که در درون‌گاز صورت می‌گیرد، یعنی زیاده‌تر از $2 \times 10^{-11} f^2$ است که در جدول 9.1 قید شده است. با وجود این، وقتی فرکانس زیاد شود مقدار جذب انرژی آکوستیکی در درون‌شاره تندتر از جذب در دیواره ترقی می‌کند، و در فرکانس يك مكاسیکل بر ثانیه قسمت عمده جذب را تشکیل می‌دهد.

اثر چسبناکی و رسانایی گرمایی بر سرعت انتشار موجهای صوتی درون لوله معمولاً کم است. در ناحیه عملی که برای آن فرمول 9.42 را به کار می‌بریم هیچ وقت مقدارش بیشتر از چند درصد نیست. در موقع انتشار موجهای آکوستیکی در آبگونی که درون لوله باشد

اثر رسانایی گرمایی دیواره صرف نظر کردنی است و در نتیجه تنها ضریب چسبناکی برشی را باید در نظر گرفت.

سازوکار سومی که به وسیله آن انرژی آکوستیکی از درون شاره خارج می‌شود عبارت است از تابش مستقیم انرژی آکوستیکی به داخل دیواره لوله. در این قسمت سابقاً فرض کرده‌ایم که دیواره بسیار سخت است. و در نتیجه جذب صوت به وسیله آن صرف نظر کردنی است. با وجود این در عمل همیشه مقداری انرژی آکوستیکی بطور واگشت ناپذیر^۱ به دیواره وارد می‌شود، و در نتیجه در شاره اتلاف حاصل می‌گردد. این اتلاف را به یکی از دو وسیله می‌توان کم کرد. یا دیواره لوله را بسیار کلفت انتخاب کنیم، یا دیواره لوله را نازک بگیریم و آن را از خارج درگازی بگذاریم که امپدانس آکوستیکی ویژه اش نسبت به امپدانس آکوستیکی ویژه شاره درون آن خیلی کوچکتر باشد. اختلاف زیاد امپدانس آکوستیکی که با هر یک از دو طریق همراه است اتلاف انرژی آکوستیکی را در دیواره به حداقل تخفیف می‌دهد.

سرا انجام گاهی می‌خواهیم موجهای صوتی را با سرعت در شاره‌ای بتنکیم، مانند صوتهایی که در لوله تهویه انتقال پیدا می‌کنند. تنکش را می‌توان با پوشاندن درون لوله توسط مواد جاذب صوت زیاد کرد، و بدینوسیله از انرژی آکوستیکی درون هوای جاری در لوله کاست.^۲

9.8 تنکش در شاره‌های ناهمگن^۳. وقتی شاره ناهمگن باشد، مثلاً در آن ذرات معلق یا میکروسولوله‌های بادمای مختلف قرار گرفته باشند، یا در ناحیه‌ای از شاره اغتشاش برپا باشد تنکشی افزون بر تنکشی که در مورد شاره همگن صورت می‌گرفت برای صوت ایجاد می‌گردد. دو علت اولیه این تنکش اضافی عبارتند از سازوکار جذب اضافی و پاشند^۴. مه و ذرات دود اثر مشخصی بر انتشار صوت در جو دارند. در نزدیکی ذرات معلق، اتلاف مربوط به چسبناکی و رسانایی گرمایی علاوه بر آنچه در شاره همگن موجود بود وجود پیدا می‌کند. بعلاوه یک نوع فراروند واهلش همراه با تبخیر آب که در قطره‌های ریزمه قرار دارد در نتیجه عبور موجهای صوتی تشدید می‌گردد. تعادل طبیعی که بین بخار اشباع شده نزدیک به قطره و هوای خارج موجود است به واسطه موجهای صوتی برهم می‌خورد و در نتیجه تأخیری در برقرار شدن تعادل حاصل می‌گردد. هر دو نوع عمل موجب اتلافهایی می‌شود که رفته رفته با فرکانس زیاد می‌شوند. مثلاً در فرکانس 1000 سیکل بر ثانیه دخالت این عاملها در تنکش صوت اندازه گیری شده^۵ و معلوم گردیده که در یک مقدار مه که در هر سانتیمتر مکعب 400 قطره ریز داشته باشد و شعاع میانگین هر یک از قطره‌ها برابر با $6 \times 10^{-4} \text{ cm}$ باشد، مقدار آن در حدود $2.4 \times 10^{-3} \text{ nepers/m}$ بوده است. این مقدار چند صد مرتبه بزرگتر از مقدار

1) irreversible 2) Harris, *Handbook of Noise Control*, Ch. 27, McGraw-Hill Book Co. (1957). 3) inhomogeneous 4) scattering
5) Knudsen, Wilson, and Anderson, *J. Acoust. Soc. Am.*, **20**, 849 (1948).

است که با اندازه‌گیری در هوای خشک به دست آمده، و چندین ده مرتبه بزرگتر از مقداری است که در هوای مرطوب اندازه‌گیری شده است. وجود قطره‌های ریز مه در هوا نیز سبب پایین آمدن سرعت انتشار صوت در هوا می‌شود و آن را به $0.9c$ می‌رساند. c عبارت است از سرعت انتشار صوت در هوای خشک در همان دمای هوای مه‌دار.

در آبی که حبابهای معلق گاز وجود داشته باشند تنکش بسیار زیادی برای صوت پیدا می‌شود. مثلاً اتلاف مربوط به نیروهای چسبناکی و رسانایی گرمایی توأم با تراکم و انبساط حبابهای کوچک هوا که در اثر عبور موجهای صوتی پیدا می‌شوند موجب می‌گردد که انرژی صوتی تلف گردد. اثر دیگر ناهمگنی که اهمیت ویژه‌ای در انتقال مستقیم تابه‌های صوتی که حامل انرژی صوتی هستند دارد عبارت است از پاشند. مقصود از پاشند برداشت مقدار کمی انرژی از تابه مستقیم بوسیله هر حباب و تابش آن در تمام اطراف است. وجود حبابهای گاز ماهیت محیطی را که در آن تابه‌های صوتی انتشار می‌یابند تغییر می‌دهد، زیرا چگالی و تراکم‌پذیری محیط را تغییر می‌دهد، و در نتیجه سرعت انتشار صوت در آن محیط تغییر می‌کند. این گونه تغییرات که در چگالی و سرعت پیدا می‌شوند ممکن است سبب شوند که مقدار زیادی انرژی آکوستیکی بر اثر بازتاب و شکست از امتداد تابه اصلی خارج گردد. پس اگر در آب مقدار زیادی حبابهای گاز وجود داشته باشد تابه صوتی بواسطه بازتاب و شکست و جذب و پاشند تنکیده می‌گردد.

اگر چه در قسمت عمده اقیانوس حبابهای گاز بطور وفور یافت نمی‌شوند، ولی عده فوق‌العاده زیادی حباب در نواری از آب که در عقب کشتیها و زیر دریاییهایی که نزدیک به سطح آب در حرکت باشند و همچنین جایی که موجها در عمق کم در سطح شکسته شوند وجود دارد. وقتی این حبابها درست شوند در نتیجه در آنها نوعی گرایش برای اجتماع در يك محل معین و زیاد شدن غلظتشان به وجود می‌آید، و چنانکه مشاهده شده چنین اجتماع بزرگ و متمرکزی از حبابها موجب تنکش بسیار موجهای صوتی در اقیانوس می‌گردد. يك حباب تنها اثر کمی بر انتقال صوت دارد. ولی وقتی عده آنها زیاد شد جمع اثرهای آنها قابل ملاحظه است. چون حبابهای درشت با سرعت به سطح آب می‌آیند، عمرشان به اندازه‌های کوتاه است که می‌توان آنها را نادیده گرفت. با وجود این، هر گاه عده زیادی حباب با شعاعهای کوچک نسبت به طول موجی که باید از بین آنها عبور کند مجتمع گردند تنکش قابل ملاحظه‌ای در صوت پدید می‌آورند.

فرض کنیم که سطح مقطع مؤثر هر حباب برای تنکش σ باشد، و بر حسب مترمربع بیان شود. این سطح مقطع مؤثر اندازه کسری از انرژی را نشان می‌دهد که حباب از تابه صوتی به سطح مقطع يك مترمربع جدا می‌سازد. بر حسب مقدار فرکانس، این مقطع مؤثر، ممکن است مساوی، کمتر، یا بیشتر از سطح مقطع حقیقی πa^2 باشد. a عبارت است از شعاع حباب. مثلاً هر گاه ارتعاش شعاعی حباب با فرکانس رزونانس انجام شود که با رابطه زیر داده شده^۱

1) NDRC Technical Summary Report, *Physics of Sound in the Sea*, pp. 461-463 (1946).

$$f = \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho_0}} \quad (9.44)$$

مقطع مؤثر ممکن است بیش از هزار مرتبه بزرگتر از مقطع حقیقی حباب باشد. در معادله 9.44 فرکانس برحسب سیکل بر ثانیه، a برحسب متر، فشار هیدروستاتیک P_0 برحسب نیوتن بر مترمربع، چگالی آب ρ_0 برحسب kg/m^3 ، و $\gamma = 1.4$ منظور می‌شود. وقتی فرکانس صوت بیش از این فرکانس رزونانس باشد، مقطع مؤثر و مقطع حقیقی تقریباً با هم برابرند. برعکس در فرکانسهای کمتر از فرکانس رزونانس مقطع مؤثر خیلی کوچکتر از مقطع حقیقی است. حال چنانچه فرض کنیم که در هر متر مکعب N عدد حباب وجود داشته باشد، و مقطع هر یک از آنها برابر با s باشد اتلاف شدت برای یک موج تخت که به اندازه dx از میان آنها عبور کند عبارت خواهد بود از

$$dI = -N\sigma I dx$$

اگر مقدار شدت را برای $x=0$ برابر با I_0 بگیریم، یعنی پایای انتگراسیون را I_0 بگذاریم، خواهیم داشت

$$I = I_0 e^{-N\sigma x} \quad (9.45)$$

چون شدت متناسب است با مربع دامنه فشار P ، می‌توان معادله بالا را به شکل زیر نوشت

$$P = P_0 e^{-[(N\sigma/2)x]} \quad (9.45a)$$

پس می‌بینیم که تنکس موجهای تابع صوت در آبی که در آن حبابهای گازی داشته باشد با رابطه $\alpha = N\sigma/2$ نپر بر متر، یا با رابطه $\alpha = 4.35N\sigma db/m$ بیان می‌شود. البته تمام حبابها دارای مقطع مساوی نیستند و در نتیجه لازم است به طریقی حاصل جمع ابعاد حبابهای مختلف را که اندازه‌های متفاوت دارند تعیین کرد تا بتوانیم مقدار حقیقی پایای تنکس را حساب کنیم. ولی در عمل فقط حاصل جمع ابعاد حبابهایی را که دارای فرکانسی نزدیک به فرکانس رزونانس هستند باید در نظر گرفت.

ناوشکنی که با سرعت 15 میل دریایی در ساعت در حرکت بوده ردی به درازای 500 متر به دنبال خود بر جای گذاشته است. پایای تنکس برای این رد آبی چنین مشاهده شده است: $0.8 db/m$ در فرکانس 8 کیلوسیکل بر ثانیه، $1.2 db/m$ در فرکانس 20 کیلو سیکل بر ثانیه، و $1.8 db/m$ در فرکانس 40 کیلو سیکل بر ثانیه.^۱ در قسمت عمده و اصلی

اقیانوسها تعداد حبابها در واحد حجم به اندازه‌ای کم است که اثر تنکشی آنها در مقایسه با تنکشی که در اثر نیروهای چسبناکی و سایر پدیده‌های تأخیری که در این فصل به آنها اشاره کردیم پدید می‌آید صرف نظر کردنی است. بالاخره یاد آور می‌شویم که اجتماع عظیم ماهیها کوچک در يك محل مقداری تنكش قابل اندازه‌گیری در تابه‌های صوتی ایجاد می‌کند. سرچشمه اصلی این تنكش را بدون شك می‌توان پاشند انرژی بوسیله کیسه هوای درون ماهیها دانست.

مسائل

9.1. با استفاده از داده‌های جدول 1 ضمیمه، (a) زمان واهلش چسبناکی را برای گلیسرین حساب کنید. (b) برای چه فرکانسی بر حسب سیکل بر ثانیه مقدار $\omega\tau = 1$ است؟ (c) مقدار α/f^2 را در فاصله فرکانس 10 مگاسیکل بر ثانیه و فرکانسی که در قسمت (b) به دست آمده محاسبه و رسم کنید.

9.2. (a) به فرض اینکه ضریب چسبناکی را مستقل از فشار بدانیم تعیین کنید زمان واهلش مربوط به چسبناکی هوا در 0.1 اتمسفر چه اندازه است؟ (b) در این هوا در چه فرکانسی $\omega\tau = 1$ می‌شود؟ (c) در این فرکانس مقدار نظری پایای تنكش مربوط به چسبناکی و فاز سرعت در این هوا چه اندازه است؟ (d) در همین فرکانس مقدار تنكش و سرعت در هوای با فشار يك اتمسفر چه مقدار است؟

9.3. زمان واهلش مربوط به رسانایی گرمایی را که توأم با جذب صوت در هواست حساب کنید. این مقدار را با مقداری که مربوط به چسبناکی است مقایسه کنید.

9.4. به فرض اینکه نسبت گرمای ویژه گاز CO_2 برابر باشد با 1.31 و پایای گاز $r = 188$ ژول بر کیلوگرم درجه سانتیگراد باشد، از داده‌های شکل 9.4 و معادله‌های بخش 9.5 استفاده کرده مقادیرهای c_p و c_v و c_e و c_r را حساب کنید.

9.5. هوای با 13 درصد رطوبت نسبی دارای حد اکثر تنكش اضافی مولکولی در يك طول موج برای فرکانس 5,000 سیکل بر ثانیه است. (a) زمان واهلش آن چقدر است؟ (b) اگر تنكش مولکولی این هوا در 5,000 سیکل بر ثانیه به مقدار 0.016 neper/m اندازه‌گیری شده باشد مطلوب است محاسبه و رسم تنكش اضافی مولکولی در يك متر مسیر در فاصله 1,000 تا 10,000 سیکل بر ثانیه. (c) نسبت تنكش اضافی مولکولی هوای نامبرده به تنكش اضافی مولکولی هوای خشك در 1,000، 5,000، و 10,000 سیکل بر ثانیه چه مقدار است؟

9.6. سیرنی در ارتفاع کمی از سطح زمین قرار گرفته و قرار است در هوا با فرکانس 6 سیکل بر ثانیه به کار افتد. اگر انتشار صوت به طریق دورشونده و در نیمکره قرار گرفته و جذب بوسیله زمین انجام نگیرد تعیین کنید چه مقدار انرژی صوتی بر حسب وات باید از سیرن خارج شود تا شدت انرژی صوتی در فاصله 1,000 فوتی از سیرن در هریک از حالت‌های زیر برابر با 60 pb باشد؟ (a) جذب صوت در هوا انجام نمی‌گیرد. (b) هوا

کاملاً خشک است. (c) هوا دارای 60 درصد رطوبت نسبی است.

9.7. ثابت کنید که دیمانسیون پایای تنکش α که در معادله 9.32 داده شده عکس طول است. (a) پیشبینی کنید که تنکش موجهای فراصوتی به فرکانس 40 kc/sec هنگام عبور از مسافتی به طول 4,000 متر در آب شیرین و دمای 5°C بر حسب db چه اندازه است؟ (b) اگر این مسیر در آب دریا در 5°C باشد چه مقدار خواهد بود؟

9.8. موج تختی با فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه از درون آب شیرین 15°C عبور می‌کند. (a) در چه فاصله موج به اندازه $10db$ تنکیده می‌شود؟ (b) همین مطلب را برای فرکانس 20,000 تعیین کنید. (c) اگر مسیر در آب دریا با 15°C بود برای حصول این این تنکش چه مسافتی را موج می‌بایست پیماید؟ (d) دره‌های خشک چقدر؟ (e) دره‌های با 37 درصد رطوبت چه مقدار می‌شود؟

9.9. (a) مقدار $\sqrt{2\eta/\rho_0\omega}$ را برای موجهای آکوستیکی که با فرکانس 200 سیکل بر ثانیه در هوا منتشر می‌شوند حساب کنید. (b) در صورتی که اتلاف مربوط به اثر چسبناکی و رسانایی گرمایی را در دیواره‌های لوله به شعاع 1 سانتیمتر در نظر گرفته شود، فاز سرعت را برای فرکانس 200 سیکل بر ثانیه متعلق به موج تخت که در هوای لوله بالا انتشار پیدا می‌کند بیابید. (c) مقدار پایای تنکش α را بر حسب نپر بر متر در این حالت حساب کنید. (d) چه تنکشی برای تراز شدت بر حسب db در چنین لوله‌ای به طول 2 متر پیدا می‌شود؟

9.10 پایای تنکش α را یک بار برای انتشار موج تخت در هوای خشک و لوله‌ای به قطر 1.0 سانتیمتر و بار دیگر برای محیط نامحدود در فرکانسهای 1,000 و 10,000 و 100,000 محاسبه کرده این دو نتیجه را با هم مقایسه کنید.

9.11 مطلوب است محاسبه تنکش صوت با فرکانس 20 کیلو سیکل بر ثانیه بر حسب db/m در حالتی زیر، (a) در آب شیرین که درون لوله‌ای به شعاع 1.0 سانتیمتر باشد، (b) در مقدار زیادی آب شیرین به دمای 15°C ، (c) در مقدار زیادی آب دریا به دمای 15°C .

9.12 بلندگویی را در دهانه لوله‌ای به شعاع 0.1 متر قرار داده و بوسیله آن موجهای تخت را به درون لوله که پر از هواست می‌فرستیم. انتهای لوله با جسم سختی بسته شده است. فرکانس بلندگو 6,000 سیکل بر ثانیه است. نسبت فشار موجهای صوتی ایستاده که در محلی درون لوله اندازه‌گیری شده برابر با 8 بوده است. در فاصله نیم متر پاینتر به سوی انتهای لوله، نسبت فشار موجهای ایستاده برابر با 9 است. (a) معادله‌ای بنویسید که شامل این نسبتها و فاصله‌های میان آنها باشد و بتوان آن را برای محاسبه پایای جذب موجهای منتشر در لوله به کار برد. معادله را با فرض $1 \ll \alpha$ ساده کنید. (b) مقدار عددی α مربوط به داده‌های قبلی چقدر است؟ (c) اگر تنها اتلاف مربوط به چسبناکی و رسانایی گرمایی را در نظر بگیریم از طریق محاسبه معین کنید چه مقداری را برای پایای جذب صوت می‌توانستیم پیشبینی کنیم؟ (d) به فرض اینکه باقی مانده پایای جذب اندازه‌گیری شده بواسطه حضور بخار آب در هوا باشد، با استفاده از منحنی 9.6، رطوبت نسبی درون لوله را تخمین بزنید.

9.13. (a) مقدار فرکانس رزونانس ارتعاشهای شعاعی حبایی از هوا را که 0.01 سانتیمتر شعاع دارد و در عمق 10 متری از سطح آب قرار گرفته پیدا کنید. (b) اگر مقطع تنکنده^۱ مؤثر در این گونه حبایها یک هزار برابر مقطع حقیقی آنها باشد حساب کنید چه تعداد حباب در متر مکعب لازم است تا تنکشی برابر با 0.01 db/m تولید کند؟ (c) از مقایسه این تنکش با تنکشی که حبایهای روی سطح آزاد آب دریا به دمای 15°C وارد می‌سازند چه نتیجه گرفته می‌شود؟

9.14. ثابت کنید که ارتعاش عرضی $u_0 = U_0 e^{i\omega t}$ واقع در سطح تختی که در امتداد آنها قرار دارد در مایع مجاور خود موجهای چسبناکی عرضی به معادله زیر پدید می‌آورد

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\rho_0 \partial u}{\eta \partial t}$$

در معادله بالا z عبارت است از امتداد انتشار موجهای عمود بر سطح تخت مزبور، η ضریب چسبناکی محیط، و ρ_0 چگالی محیط است. حل هارمونیک معادله این موج را پیدا کنید بفرض اینکه شرط مرزی این باشد که محیطی که بلافاصله به سطح ارتعاش چسبیده است دارای سرعت عرضی متشابه با سرعت آن باشد. ثابت کنید که این موجهای عرضی با رابطه $\sqrt{\rho_0 \omega / 2\eta}$ نپر بر متر تنکیده می‌شوند. کلفتی‌های لایه‌هایی از هوا را که جذب در آنها به اندازه یک نپر در فاصله فرکانس 10 سیکل بر ثانیه و $1,000$ سیکل بر ثانیه صورت می‌گیرد پیدا کنید و آنها را رسم کنید.

بلندگوها

10.1 پیشگفتار. عملاً در تمام کارهای جدید مربوط به آکوستیک، نوسانهای فشار صوتی بوسیله نوعی دستگاه گیرنده الکتروآکوستیکی به نام تراگذار گرفته می‌شود، مثلاً میکروفونی که این نوسانها را به نوسانهای کوچکتر از نوع جریان یا ولتاژ تبدیل می‌کند. نوسانهای اخیر یا بطریق الکتریکی برای تبدیل فوری به مکالمه به شکل انرژی صوتی تقویت می‌گردند، یا ممکن است آنها را به نوعی ذخیره کرد؛ نظیر آنچه روی نوار مغناطیسی ضبط می‌کنند که برای تجزیه بعدی یا برای برگرداندن صدا معمول است. نوسانها پس از تقویت ممکن است بوسیله نوعی فرستنده تراگذار الکتروآکوستیکی به نام بلندگو به ارتعاشهای صوتی تبدیل شوند.

برای طرحریزی یک تراگذار مؤثر جهت تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی صوتی که باید در هوا منتشر شود لازم است چند عامل مربوط به یکدیگر را در نظر بگیریم. این عاملها شامل کارایی^۱ الکتروآکوستیکی، یکنواخت بودن پاسخ دستگاه به فرکانس، خطی بودن پاسخ دامنه، پاسخ عبوری، قدرت و استحکام برای کار، اندازه، دوام، و قیمت است. بلندگوی ایده آل دارای مشخصات زیر است:

- (1) باید دارای کارایی الکتروآکوستیکی نزدیک به صددرصد باشد.
- (2) پاسخ صوتی که از آن خارج می‌شود (بازداده^۲) در فاصله کامل فرکانسهای قابل شنیدن مستقل از فرکانس باشد.
- (3) در بازداده هارمونیک داخل نسازد، همچنین بواسطه مدولاسیون داخلی در آن تابیدگی^۳ ایجاد نکند.
- (4) سیگنالهایی را که در آن وارد می‌شوند (درداده^۴) خواه عبوری یا پایدار باشند

بتواند عیناً به همان شکل دوباره بسازد.

(5) قادر باشد صوت را در اطراف خود مستقل از راستای بخصوصی منتشر کند.
 (6) با در نظر گرفتن باز داده آکوستیکی که از آن انتظار داریم، تا حد امکان از لحاظ اندازه کوچک باشد. تا کنون حتی يك تراگذار که دارای تمام خواص بالا باشد طراحی نشده است. از میان بسیاری اسبابهایی که برای تشعشع انرژی صوتی در هوا ساخته شده اند دو نوعی که بیش از همه به کار می روند عبارتند از **بلندگوی دینامیکی** یا **بلندگوی با تابش مستقیم و بلندگوی بوق دار**. هر دو این بلندگوها از **تُرُوش الکترودینامیکی** که بین حرکت صفحه ای مرتشم، به نام مخروط بلندگو یا دیافراگم، و جریان موجود در «پیچک صوتی»^۲ برقرار است، استفاده می کنند. انواع دیگر **تُرُوش الکترودینامیکی** که برای این مقصود به کار می روند عبارتند از **تُرُوش الکتروستاتیک** در بلندگوهای **الکتروستاتیک** و **تُرُوش الکترومانیپتیک** در گیرنده های تلفونی. در این فصل، نخست توجه خود را به خصوصیت های بلندگوهای با تابش مستقیم معطوف می داریم و با بسط کمتری به شرح بلندگوهای بوق دار می پردازیم.

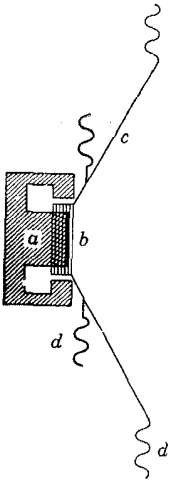
10.2 بلندگوی با تابش مستقیم ابده آل. برای آشنایی خواننده با مسائل موجود در طرح بلندگوی با تابش مستقیم که بطور رضایت بخش کار کند، ابتدا مخروط بلندگو را به شکل پیستون صلبی به شعاع a فرض می کنیم که تابش خود را به يك طرف دیوارک بیکران مسطحی که بلندگو روی آن نصب شده می فرستد. جعبه بلندگویی را که در دیوار اتاقی نصب شده می توان تقریباً نمایشگر این وضع دانست. جمع کسل امپدانس مکانیکی مخروط چنین بلندگویی می شود

$$Z_{lm} = Z_r + Z_c \quad (10.1)$$

(۱) این واژه معادل با **coupling** انگلیسی گرفته شده، که از واژه **couple** [به معنای «زوج»، «جفت»، «جفت»، «پیوستن»، «به هم بستن»، «جفت کردن»، «جفت شدن»، «عروسی کردن»، «جفتگیری کردن»، «مربط کردن»] می آید، و معناهای زیر را داراست: «وسیله ای که برای متصل کردن دو چیز به کار می رود»، «جفت»، «عمل اتصال دادن»، «جفتگیری»، «جفت کردن». **coupling** در الکتریسیته به این مناسبت: ترتیبی از دو مدار الکتریکی که بواسطه آن نیروی محرکه الکتریکی و جریان يك مدار بر نیروی محرکه الکتریکی و جریان مدار دیگر تأثیر می گذارد. واژه ای که در فارسی برابر آن نهاده شده «تُرُوش» است. این واژه اسم مصدر مربوط به **تُرُوه** [به ضم اول و کسر سوم و سکون دوم و چهارم] است که در لغت نامه دهخدا چنین معنا شده: «جفت»، «زوج»، «دوگانه»، «دو تایی». «تُرُوه» را نخستین بار یکی از کتابهای فیزیک دانشگاه تهران برابر **couple** به کار برده است. -م.

Z_r با بار تابش آکوستیکی مربوط به مخروط بلندگو همراه است، Z_c جمع کل امپدانس مکانیکی سیستم مخروطی بلندگو بطور سر بسته است. این امپدانس را می توان با رابطه زیر نشان داد

$$Z_c = R_m + j[\omega m - (s/\omega)] \quad (10.2)$$



شکل 10.1. بلندگوی ساده با تابش مستقیم. (a) مغناطیس. (b) پیچک صوتی به طول 1. (c) دیافراگم مرتعش. (d) حلقه چین دار و حامل مرکزی که سختی دستگاه را تأمین می کند.

R_m مقاومت مکانیکی است و اساساً با اتلاف انرژی همراه است. این اتلاف مربوط به انعطاف مکانیکی ماده چین داری است که برای محدود کردن حرکت مخروط در لبه خارجی آن، و نیز در نزدیکی پیچک صوتی نصب شده، و سبب می شود که حرکت آزاد مخروط فقط در امتداد محور آن باشد (شکل 10.1). جرم کلی متحرک متعلق به دستگاه مخروط را نشان می دهد، و آن حاصل جمع جرم پیچک صوتی و جرم مخروط بلندگو است. سختی دستگاه در مقابل حرکت محوری است که از طرف مواد چین داری که در حلقه خارجی یا در مرکز مخروط قرار داده شده به مخروط وارد می شود. وقتی فرکانس حرکت دهنده بالا باشد مخروط بلندگو دیگر به شکل یک واحد حرکت نمی کند، بلکه به منطقه های مختلف تقسیم می گردد؛ یعنی وقتی که بعضی از این منطقه های رو به بیرون در حرکتند منطقه های دیگر حرکت رو به درون خواهند داشت. وقتی این عمل روی داد تجزیه و تحلیل مقدار ثابت امپدانس سر بسته نیز باید تغییر یابد. امپدانس تابشی Z_r با رابطه زیر داده می شود

$$Z_r = R_r + jX_r \quad (10.3)$$

R_r عبارت است از مقاومت تابش پیستون دایره ای به بار وارد بر آن که با فرمول 7.79 بیان گردیده و X_r راکتانس تابش پیستون به بار وارد بر آن است که با فرمول 7.80 بیان شده. بسیاری از انواع بلندگوهای با تابش مستقیم طوری سوار شده اند که بار تابش به جلو و عقب مخروط، یعنی به هر دو طرف آن، وارد می گردد. با وجود این در نوع ساده مورد بحث ما از باری که به سطح عقبی مخروط وارد می شود صرف نظر می کنیم.

چنانکه در شکل 10.1 نموده شده، پیچک صوتی در این نوع بلندگو مستقیماً به صفحه لریزان اتصال دارد و می تواند در میدان شعاعی مغناطیسی که امتداد آن عمود بر پیش پیچک قرار گرفته به جلو و عقب حرکت کند. اگر میدان مغناطیسی را که در آن پیچک حرکت می کند بکنواخت فرض کنیم، نیروی راننده f که به مخروط بلندگو وارد می شود متناسب است

با جریان i که در داخل پیچک جاری است؛ و این نیرو با رابطه زیر نموده می‌شود

$$f = Bli \quad (10.4)$$

در معادله بالا B چگالی شار میدان مغناطیسی است و بر حسب و بر بر متر مربع بیان می‌شود، l طول سیم در پیچک بر حسب متر است، i بر حسب آمپر، و f بر حسب نیوتن حساب می‌شود. سادگی این فرمول و سایر فرمولهای اضافی مربوط به تروش الکترومکانیک در صورتی که در سیستم MKS محاسبه شوند سبب گردیده که در این کتاب سیستم MKS را به کار ببریم. اگر شدت i را مختلط بدانیم، یعنی

$$i = Ie^{j\omega t}$$

و این شدت در پیچک جریان داشته باشد، این جریان سرعت مختلط پایداری در بلندگو ایجاد می‌کند که معادله آن چنین است

$$v = \frac{f}{Z_m} = \frac{Bli}{Z_m} \quad (10.5)$$

از آنجا که Z_m نیز عموماً مختلط است، می‌توان انتظار داشت که سرعت لحظه‌ای با جریان راننده اختلاف فازی داشته باشد. هر زمان که بلندگو به وسیله جریان متناوبی که ریشه دوم متوسط مربعات دامنه آن با I داده شده تغذیه شود معادله 10.5 می‌تواند برای محاسبه ریشه دوم متوسط مربعات دامنه سرعت مخروط V بلندگو در هر فرکانسی به کار رود. مقادیرهای V را به نوبه خود می‌توان در قالب ریشه دوم متوسط مربعات در معادله 7.85 ، یعنی در رابطه $W = R_p V^2$ گذاشت، و بدین طریق باز داده آکوستیکی بلندگو را بر حسب فرکانس حساب کرد. حال ببینیم هر گاه به طرفین مدار پیچک صوتی بلندگوی نامبرده و لتاژی به شکل

$$e = Ee^{j\omega t}$$

وارد سازیم چه روی می‌دهد. ضمناً فرض کنیم که امپدانس معمولی الکتریکی پیچک صوتی Z_E بوسیله رابطه زیر داده شده است

$$Z_E = R_E + j\omega L_E \quad (10.6)$$

R_E مقاومت اهمی و L_E القای مدار الکتریکی پیچک هستند که به ترتیب بر حسب اهم و هنری بیان می‌شوند. حال اگر و لتاژ e را به طرفین مدار پیچک صوتی متصل کنیم مشاهده می‌گردد

که جریان حالت پایدار بوسیله معادله ساده $\mathbf{i} = \mathbf{e}/Z_E$ داده نمی‌شود. این مطلب بواسطه این است که وقتی پیچک صوتی در میدان مغناطیسی بلندگو حرکت کند حرکتش سبب می‌شود که در آن نیروی ضد محرکه الکتریکی به معادله زیر ایجاد گردد

$$e_m = Blv \quad (10.7)$$

B بر حسب و بر بر مترمربع، l بر حسب متر، و v بر حسب متر بر ثانیه است. وقتی مقدار v معادله 10.5 را در معادله بالا بگذاریم خواهیم داشت

$$\mathbf{e}_m = \frac{B^2 l^2}{Z_m} \mathbf{i} = \frac{\phi^2}{Z_m} \mathbf{i} \quad (10.8)$$

پایای ϕ که برابر است با

$$\phi = Bl \quad (10.9)$$

عامل تبدیل^۱ (یا ترادیش^۲) نامیده می‌شود، و بر حسب و بر بر متر است؛ و کمیت‌های الکتریکی را به کمیت‌های مکانیکی ارتباط می‌دهد. وقتی این نیروی محرکه الکتریکی را منظور داریم معادله‌ای که از آن برای محاسبه شدت جریان استفاده می‌کردیم به شکل زیر در می‌آید

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{e} - \mathbf{e}_m}{Z_E}$$

که چون با معادله 10.8 ترکیب گردد و بر حسب \mathbf{i} حل شود خواهیم داشت

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{e}}{Z_E + (\phi^2/Z_m)} \quad (10.10)$$

از معادله 10.10 چنین استنباط می‌شود که جمله ϕ^2/Z_m از جنس امپدانس الکتریکی است. در نتیجه برای ما امکان دارد که به جای ϕ^2/Z_m امپدانس حرکتی^۳ Z_M را که با رابطه زیر تعریف می‌شود بگذاریم

$$Z_M = \frac{\phi^2}{Z_m} = \frac{\phi^2}{Z_r + Z_c} = \frac{\phi^2}{(R_r + R_m) + j(X_r + \omega m - s/\omega)} \quad (10.11)$$

1) transformation factor

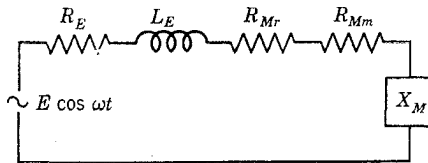
2) transformation

3) motional impedance

باید در نظر داشت که امپدانس حرکتی Z_M ماهیت امپدانس الکتریکی دارد، و بر حسب اهم الکتریکی اندازه گیری می شود؛ و برعکس آن Z_{mm} امپدانس مکانیکی است که بر حسب کیلوگرم بر ثانیه بیان می گردد. هر زمان لازم شود که ماهیت امپدانس را با زیر نویس مشخص گردانیم حروف بزرگ را برای امپدانسهای الکتریکی و حروف کوچک را برای امپدانسهای مکانیکی به شکل زیر نویس به کار می بریم.

معادله 10.11 نشان می دهد که هر اندازه امپدانس مکانیکی بلندگو بزرگتر یعنی اشکال حرکت بلندگو زیادتر باشد امپدانس حرکتی Z_M کوچکتر خواهد بود، و در نتیجه نیروی ضدمحرکه الکتریکی کمتری تولید می شود. کمی اندیشه، منطقی بودن این استنتاج را نشان می دهد، زیرا اگر امپدانس مکانیکی Z_{mm} بینهایت زیاد گردد نتیجه اش این خواهد بود که حرکت مخروط و بالاخره نیروی ضدمحرکه الکتریکی صفر شود؛ نتیجه ای که معادل است با صفر بودن امپدانس حرکتی Z_M . وقتی مخروط بلندگو را متوقف کنیم وساکن نگاهداریم، تنها امپدانس الکتریکی Z_E در پیچک صوتی وجود خواهد داشت. بدین جهت این امپدانس را معمولاً **امپدانس بازداشته** می نامند.

در کار تجزیه و تحلیل بلندگوهای باتابش مستقیم یا در مورد تراگذارهای الکتروآکوستیکی از نوع دیگر بسیار مناسب است که به جای سیستم امپدانس واقعی مکانیکی سیستم حرکتی الکتریکی را قرار دهیم. مثلاً جریانهای الکتریکی را که در پیچک بلندگوی سابق بر اثر وارد کردن يك ولتاژ برقراری می شود می توان به کمک مدار شکل 10.2 به دست آورد.



شکل 10.2. مدار سری الکتریکی که معادل است با بلندگوی باتابش مستقیم.

عنصرهای حرکتی R_{Mr} ، R_{Mm} ، و X_M این مدار با موجه ساختن معادله مختلط 10.11 به دست آمده اند. مثلاً مؤلفه واکنش X_M عبارت است از

$$X_M = - \frac{\phi^2 (X_r + \omega m - s/\omega)}{Z_m^2} \quad (10.12)$$

و مؤلفه مقاومتی کلی R_M چنین است

$$R_M = \frac{\phi^2 (R_r + R_m)}{Z_m^2} \quad (10.13)$$

از مؤلفه مقاومت کلی R_M فقط قسمت

$$R_{Mr} = \frac{\phi^2 R_r}{Z_m^2} \quad (10.13a)$$

مربوط به انتقال انرژی الکتریکی به انرژی آکوستیکی است. باقیمانده یعنی

$$R_{Mm} = \frac{\phi^2 R_m}{Z_m^2} \quad (10.13b)$$

مربوط است به انرژی که برای خم کردن مخروط بلندگو و پایه‌های چین‌دار آن به مصرف می‌رسد.

چون کارایی الکتروآکوستیک مربوط به بلندگو (η) باید مساوی باشد با کارایی مدار معادل الکتریکی آن، پس

$$\eta = \frac{R_{Mr}}{R_{Mr} + R_{Mm} + R_E} \quad (10.14)$$

وقتی که عبارتهای R_{Mr} و R_{Mm} را که به ترتیب با معادله‌های 10.13a و 10.13b داده شده‌اند در رابطه بالا بگذاریم کارایی به صورت زیر در می‌آید

$$\eta = \frac{\phi^2 R_r}{\phi^2 (R_r + R_m) + R_E Z_m^2} \quad (10.14a)$$

که در آن

$$Z_m^2 = (R_r + R_m)^2 + (X_r + \omega m - s/\omega)^2$$

وقتی که جریان متناوب $I \cos \omega t$ را به مدار پیچک صوتی وارد کنیم انرژی آکوستیکی که از بلندگو منتشر می‌شود بر حسب وات خواهد بود

$$W = I^2 R_{Mr} = \frac{\phi^2 R_r I^2}{Z_m^2} \quad (10.15)$$

و این توانی است که در قسمت مربوط به مدار الکتریکی معادل پخش شده است. از طرف دیگر وقتی ولتاژ متناوب $E \cos \omega t$ را به طرفین پیچک صوتی متصل سازیم مقدار شدت جریان از رابطه زیر به دست می‌آید

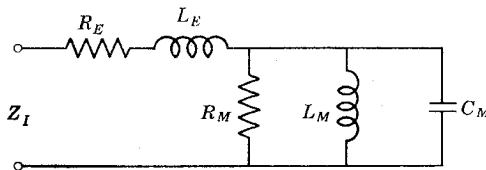
$$I = \frac{E}{Z_I} = \frac{E}{[(R_E + R_M)^2 + (\omega L_E + X_M)^2]^{1/2}} \quad (10.16)$$

Z_I عبارت است از جمع کل امپدانس الکتریکی در داده که شامل امپدانس بازداشته $(R_E + j\omega L_E)$ مربوط به پیچک صوتی است و امپدانس حرکتی $(R_M + jX_M)$ که مربوط است به حرکت پیچک صوتی. در نتیجه رابطه

$$W = \frac{\phi^2 R_f E^2}{Z_m^2 Z_I^2} \quad (10.17)$$

بازداده صوتی بر حسب وات را در صورتی که ولتاژ معلومی مانند E به طرفین پیچک صوتی اتصال یافته باشد به دست می‌دهد. باید در نظر داشت که نمادهای I و E که در معادله‌های بالا به کار رفته‌اند هر کدام عبارتند از ریشه دوم متوسط مربعات جریان و ولتاژ، چنانکه در معادله‌های نظریه مدارهای الکتریکی نیز به همین معنی به کار می‌روند.

باملاحظه رابطه 10.17 آشکار می‌شود که اضافه کردن ϕ یا R_f یا E ، همچنین کم کردن Z_I و Z_m سبب می‌گردد که انرژی آکوستیکی باز داده بلندگو افزایش یابد. معادله 10.14a به طریق مشابهی نشان می‌دهد که اضافه کردن یکی از دو مقدار ϕ یا R_f کارآیی را زیاد می‌کند، در صورتی که اگر R_m یا R_E یا Z_m را زیاد کنیم کارآیی کم می‌شود. اگر لازم باشد توان باز داده آکوستیکی که از توان معین در داده الکتریکی به دست می‌آید مستقل از فرکانس باشد، باید معادله 10.14a مربوط به کارآیی نیز تابع فرکانس نباشد. چون دو مقدار Z_m و R_f متعلق به این معادله پیچیده هر دو تابع فرکانس‌اند، بجز برای نوار باریکی از فرکانسها حصول چنین شرطی دشوار است. همچنین باید در نظر گرفت که هرگاه دامنه ثابت جریان در داده I را در معادله 10.15 بگذاریم، یا دامنه ثابت ولتاژ در داده E را در معادله 10.17 به کار ببریم با همین اشکال روبرو می‌گردیم.



شکل 10.3. مدار الکتریکی موازی معادل با بلندگوی باتابش مستقیم.

مدار الکتریکی شکل 10.2 یکی از مدارهای الکتریکی است که ممکن است برای نشان دادن معادل الکتریکی بلندگوی دینامیکی ساده با تابش مستقیم استعمال شود. شکل 10.3 یکی دیگر از این گونه مدارهاست. قابل قبول بودن این مدار وقتی ظاهر می‌شود که می‌بینیم امپدانس حرکتی که بوسیله معادله 10.11 داده شده دارای مقدار ماکسیمم $\phi^2(R_f + R_m)$ برای فرکانس رزونانس مکانیکی ω_0 است، که با رابطه زیر داده شود

$$X_r + \omega_0 m - \frac{s}{\omega_0} = 0$$

این رفتار از مختصات سه عنصر R_M و L_M و C_M است، به شرطی که مانند شکل 10.3 نسبت به یکدیگر بطور موازی قرار گرفته باشند. وقتی آنها را موازی بگذاریم مقدار امپدانس الکتریکی Z_M می‌شود

$$\frac{1}{Z_M} = \frac{1}{R_M} + \frac{1}{j\omega L_M} + j\omega C_M$$

یا

$$Z_M = \frac{1}{(1/R_M) + j[\omega C_M - (1/\omega L_M)]} \quad (10.18)$$

چون معادله بالا را که Z_M را به دست می‌دهد، با معادله 10.11 مقایسه کنیم می‌بینیم این دو معادله موقعی با هم معادلند که رابطه‌های زیر برقرار باشند

$$R_M = \frac{\phi^2}{R_r + R_m}, \quad C_M = \frac{(X_r/\omega) + m}{\phi^2} \quad \text{و} \quad L_M = \frac{\phi^2}{s} \quad (10.19)$$

به کار بردن مدار موازی از نوع شکل 10.3 جهت پیدا کردن معادله‌هایی که بتوانند برای کار آبی و باز داده آکوستیکی به کار بروند اصولاً ما را به همان معادله‌هایی می‌رساند که سابقاً برای مدارهای سری بوسیله شکل 10.2 به دست آورده‌ایم، از اینرو آنها را تکرار نمی‌کنیم. ولی باید متوجه بود که در مدار معادل موازی عنصر مقاومت حرکتی R_M که بوسیله رابطه 10.19 داده شده با R_M در مدار معادل سری، که با رابطه 10.13 داده شده، مساوی نیست، مگر در فرکانس رزونانس ω_0 .

10.3 مثال عددی در باره بلندگوی باتابش مستقیم. برای ذکر مثالی که تجزیه و تحلیل بخش 10.2 را نمایان سازد فرض کنیم بلندگوی پیستونمانندی که در دیوارک بیکرانی نصب شده دارای مشخصات زیر باشد.

$$m_c = 0.0015 \text{ kg, جرم پیچک صوتی,}$$

$$m_p = 0.0085 \text{ kg, جرم پیستون,}$$

$$m = m_c + m_p = 0.01 \text{ kg, جرم کل دستگاه متحرك,}$$

$$a = 0.1 \text{ m, شعاع پیستون, (معادل با بلندگوی 8 اینچی)}$$

$$s = 2000 \text{ newton/m, پایای سختی,}$$

مقاومت مکانیکی، $R_m = 1$ اهم مکانیکی (kg/sec)
 القای پیچک صوتی، میلی هنری $L_E = 0.2$
 مقاومت الکتریکی پیچک صوتی، اهم $R_E = 5$
 طول هادی پیچیده به درو پیچک صوتی، $l = 5m$
 چگالی شار مغناطیسی، $B = 0.9 \text{ weber}/m^2$
 عامل تبدیل، $\phi = Bl = 4.5 \text{ weber}/m$
 مقاومت تابش و راکتانس با رابطه‌های زیر داده شده‌اند

$$R_r = \rho_0 c \pi a^2 R_1(2ka) = 415 \times 0.01\pi \times R_1(0.2k) = 13R_1(0.00366f)$$

و

$$X_r = 13X_1(0.00366f)$$

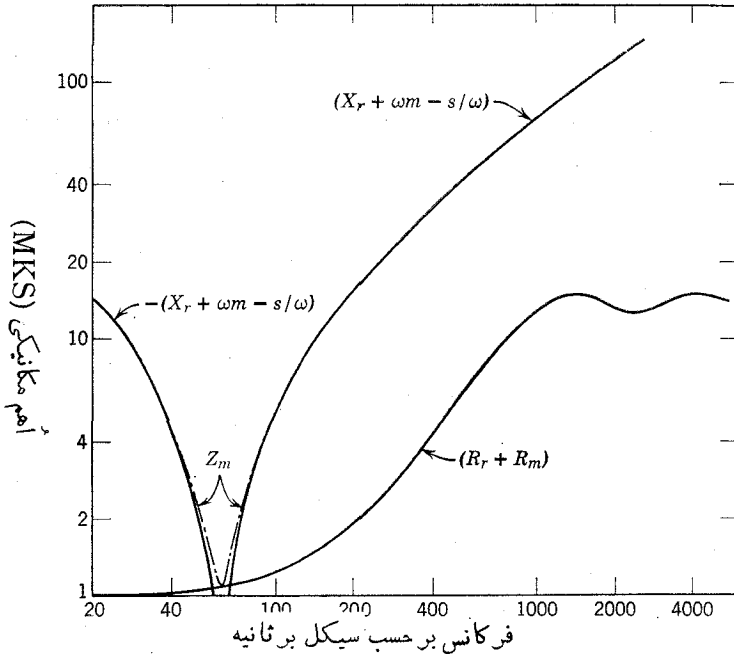
در فرکانسهای کم که $2ka < 1.0$ است، یعنی $f < 275$ سیکل بر ثانیه باشد به جای دوتایی که امیدانس پیستون را می‌دهند می‌توان مقادیرهای تقریبی را که دو معادله $7.73a$ و $7.72a$ می‌دهند به کار برد، بی آنکه اشتباه از 10 درصد بیشتر شود. پس در فرکانسهای کمتر از 275 سیکل بر ثانیه مقادیرهای $R_r \approx 0.000022f^2$ و $X_r \approx 0.02f$ است. در فرکانسی که مربوط به $4 < 2ka$ باشد تابع $R_1(2ka)$ به حدود صد درصد مقدار نهاییش، واحد، می‌رسد. پس، در فرکانسهای بیش از 1100 سیکل بر ثانیه، $R_r \approx 13$ است. فرکانس f_0 متعلق به رزونانس مکانیکی، وقتی از رابطه

$$(X_r + \omega_0 m - s/\omega_0) = \left(0.02f_0 + 0.0628f_0 - \frac{2000}{6.28f_0} \right) = 0$$

حساب شود مساوی می‌شود با $f_0 = 62$ سیکل بر ثانیه.

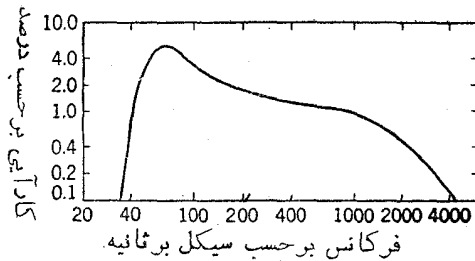
برای اینکه کارآیی یا بازده پیستون را حساب کنیم نخست لازم است که مقدار امیدانس مکانیکی آن را بوسیله رابطه 10.1 بر حسب فرکانس تعیین کنیم. در شکل 10.4 مقادیرهای مقاومت مکانیکی $(R_r + R_m)$ ، و راکتانس مکانیکی $[X_r + \omega m - (s/\omega)]$ و مقدار کلی امیدانس Z_m که هر سه از طریق محاسبه به دست آمده‌اند رسم شده است. در شکل آشکار است که مقاومت مکانیکی در فرکانسهای کم از مقدار حداقل خود که يك اهم مکانیکی است به کندی شروع به صعود می‌کند، و در فاصله فرکانسهای 100 و 1000 به سرعت بالا می‌رود، و در فرکانس بالاتر، در اطراف 14 اهم مکانیکی کم و زیاد می‌شود. در فرکانسهای خیلی کم راکتانس دارای مقدار منفی نسبتاً زیادی است، و این از سختی دستگاه تعلیق ناشی می‌شود. این راکتانس در فرکانس رزونانس 62 سیکل بر ثانیه صفر می‌شود. وقتی فرکانس زیاد شود

مقدار راکتانس مثبت می‌گردد و رفته‌رفته افزایش می‌یابد، و در فرکانسهای بالاتر از 1000 سیکل بر ثانیه ممکن است آن را برابر با 0.01ω جرم تنها دانست. Z_m در فرکانس رزونانس حداقل مقدار، 1.085 اهم مکانیکی، را دارد، و برای تمام فرکانسهای دیگری که نزدیک به فرکانس رزونانس نباشند مقدار آن را برابر با مقدار راکتانس می‌توان گرفت.



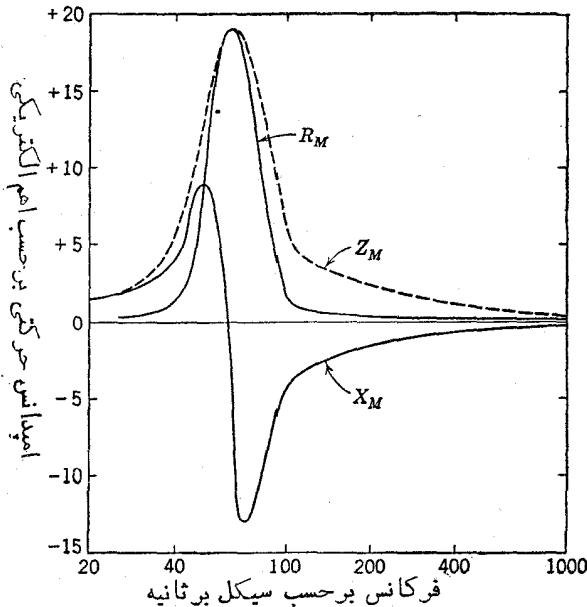
شکل 10.4. امپدانس مکانیکی بلندگوی پیستونی.

در شکل 10.5 مقادارهای کارآیی الکتروآکوستیکی بلندگو که بوسیله معادله 10.14a محاسبه شده رسم گردیده است. دیده می‌شود که کارآیی در فرکانس رزونانس مکانیکی دارای حداکثر 6.1 درصد می‌گردد. در فرکانس کمتر از این فرکانس، کارآیی به سرعت کاهش می‌یابد، زیرا R_p متناسب است با f^2 و Z_m متناسب است با $1/f$. پس در این فاصله کارآیی متناسب می‌شود با توان چهارم فرکانس. در فاصله بین 200 و 1000 سیکل بر ثانیه میزان افزایش مقاومت تابش یعنی R_p بر حسب فرکانس عیناً برابر است با زیاد شدن امپدانس مکانیکی Z_m ، که آن را جبران می‌کند، و در نتیجه کارآیی تقریباً نزدیک به مقدار 1.5 درصد باقی می‌ماند. در فرکانس بالاتر مقاومت تابش تقریباً ثابت باقی می‌ماند و حال آنکه Z_m که تقریباً برابر است با ωm با زیاد شدن فرکانس افزایش می‌یابد، و در نتیجه کارآیی به سرعت تنزل می‌کند.

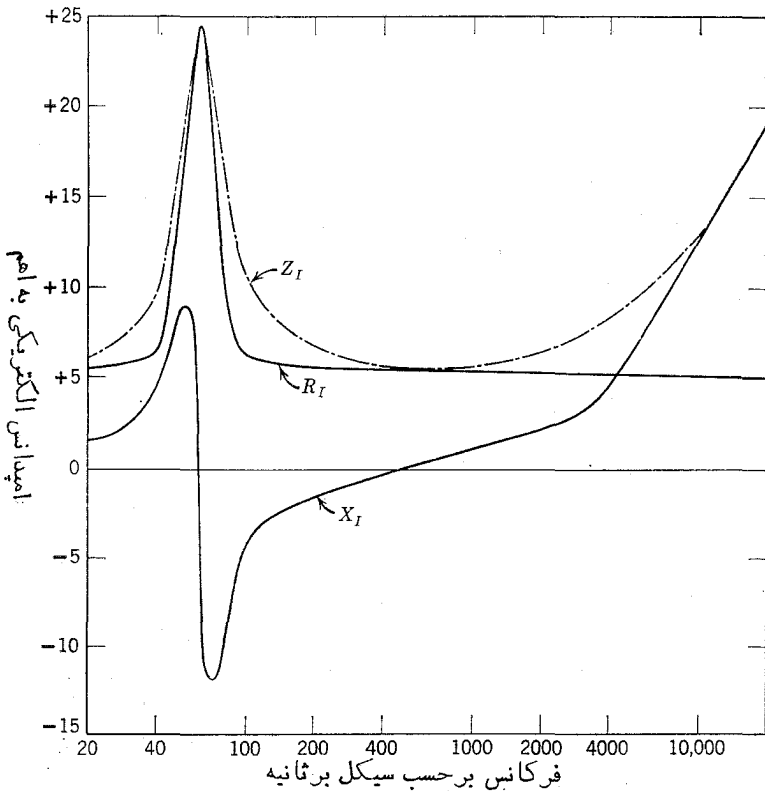


شکل 10.5. کارایی بلندگوی پیستونی برحسب فرکانس.

در شکل 10.6 مقادارهای امپدانس حرکتی Z_m با مؤلفه‌هایش که عبارت باشند از مؤلفه مقاومتی و القایی، که بوسیله معادله‌های 10.11 و 10.12 و 10.13 محاسبه شده رسم گردیده است. مقاومت حرکتی R_m در فرکانس رزونانس مکانیکی تا مقدار ماکسیمم 19.0 اهم الکتریکی ترقی می‌کند. ولی در این فرکانس بخصوص فقط 1.5 اهم از کل این مقاومت بسیار زیاد حرکتی مربوط به تابش آکوستیکی است، و بقیه آن مربوط است به مقاومت مکانیکی R_m که از آن دستگاه تعلیق است. در فرکانسهای دور از فرکانس رزونانس مقاومت حرکتی اصولاً از جنس القایی است، یعنی در فرکانسهای کمتر از فرکانس رزونانس مثبت است و در فرکانسهای بیش از رزونانس منفی.



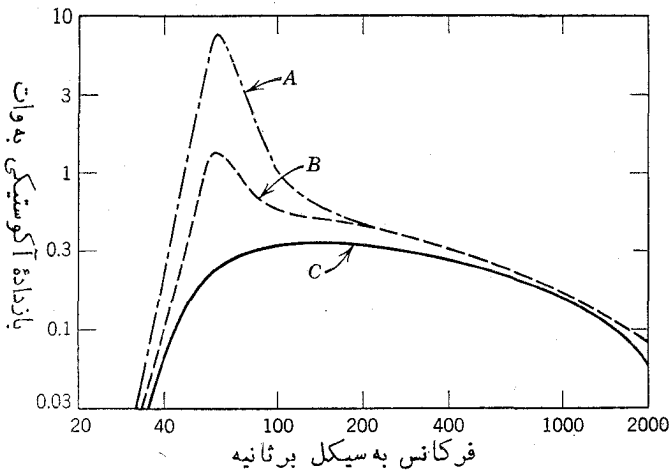
شکل 10.6. امپدانس حرکتی بلندگوی پیستونی برحسب فرکانس.



شکل 10.7. امپدانس الکتریکی در داده بلندگوی بیستونی به عنوان تابعی از فرکانس.

در شکل 10.7 مقادیرهای امپدانس کلی در داده Z_I که در دو انتهای مدار پیچک صوتی موجود است، و همچنین مؤلفه‌های مقاومتی و القایی آن نیز ترسیم گردیده‌اند. مؤلفه مقاومتی آن مشابه است به آنچه در شکل 10.6 رسم شده؛ با این تفاوت که به تمام مقادیرها به اندازه 5 اهم بسایب مقاومت الکتریکی پیچک صوتی در جریان پیوسته، اضافه گردیده است. در فرکانسهای کم مؤلفه القایی از ابتدا برابر با راکتانس متعلق به امپدانس حرکتی است. ولی در فرکانس 450 سیکل بر ثانیه راکتانس القایی ωL_E پیچک که در این حالت مثبت است مساوی می‌شود با راکتانس حرکتی که در این حالت منفی است، و در نتیجه این دومین فرکانسی است که در آن راکتانس الکتریکی به صفر تبدیل می‌گردد. بالاخره در فرکانس بیش از 4000 سیکل بر ثانیه دیده می‌شود که راکتانس القایی ωL_E بزرگترین مؤلفه امپدانس الکتریکی در داده است. باید در نظر داشت که در فاصله فرکانسهای 200 تا 2000 سیکل بر ثانیه، امپدانس در داده در درجه اول مقاومتی است و مقدار آن تقریباً برابر است با مقاومت جریان پیوسته پیچک صوتی. به علت ثابت بودن این خاصیت بیشتر کارخانه‌های بلندگوسازی فرکانسی

را که در آن امپدانس در داده تعیین گشته است ذکر نمی‌کنند. عموماً امپدانس در داده در فرکانسی که کمی بیشتر از فرکانس رزونانس است تعیین گردیده و مقدارش از مقاومتی که در جریان پیوسته حاصل می‌شود بیشتر است.



شکل 10.8. باز داده محاسبه شده بلندگوی ایده آل بر حسب فرکانس. منحنی (A) مربوط است به جریان در داده ثابت. منحنی (B) به توان در داده ثابت تعلق دارد. منحنی (C) از آن ولتاژ در داده ثابت است.

در شکل 10.8 سه منحنی رسم گردیده که هر کدام باز داده آکوستیکی محاسبه شده بلندگو را که بر حسب وات است به متابعت فرکانس نشان می‌دهند. مقدارهای محاسبه شده که در منحنی A رسم گردیده اند از معادله 10.15 به فرض اینکه شدت در داده معادل با 2 آمپر باشد به دست آمده اند. همچنین، منحنی B توسط معادله $10.14a$ رسم شده، و فرض این است که توان در داده 20 وات باشد. و بالاخره منحنی C را به کمک معادله 10.17 با فرض اینکه ولتاژ در داده 10 ولت باشد رسم کرده اند. باید دانست که این سه مقدار مربوط به شدت، توان، و ولتاژ را طوری فرض کرده اند که مقدار توان آکوستیکی باز داده بلندگو در فاصله 400 تا 1000 سیکل بر ثانیه تقریباً ثابت بماند. برعکس وقتی به فرکانس رزونانس مکانیکی 62 سیکل بر ثانیه نزدیک می‌شوند هر سه مقدار باز داده اختلاف کلسی پیدا می‌کنند. باز داده بلندگو در فرکانس رزونانس وقتی که شدت وارد به آن 2 آمپر باشد بیست برابر بزرگتر از وقتی است که ولتاژ در داده آن را 10 ولت بگذاریم. در نتیجه این خاصیت واضح است اگر لازم باشد که یک تقویت کننده جریان برای تمام فرکانسها بدون در نظر گرفتن بار امپدانس بلندگو یک مقدار شدت ثابت تولید کند، بلندگو در نزدیکی فرکانس رزونانس یک تأییدگی ماکسیمم تولید می‌کند. نرمترین باز داده آکوستیکی در حدود این فرکانس که بوسیله تقویت کننده حاصل می‌گردد وقتی تأمین می‌شود که تقویت کننده بین توان ثابت و ولتاژ ثابت باقی

بماند. خوشبختانه این خاصیت در بسیاری از انواع تقویت‌کننده‌های توانی با فرکانسهای قابل‌شنیدن موجود است. مقدار نسبتاً زیاد امپدانس حرکتی مربوط به بلندگو که هنگام رزونانس بروز می‌کند نتیجه‌اش به‌هم‌خوردن جفتش^۱ بین امپدانس بلندگو و امپدانس باری است که تقویت‌کننده را برای آن طرح‌ریزی کرده‌اند. از سوی دیگر، این موضوع سبب می‌شود که توان باز داده^۲ تقویت‌کننده کاهش یابد و ولتاژ باز داده ترقی کند. اثر ترکیبی وقتی به دست می‌آید که پاسخ آکوستیکی را به شکل يك منحنی صاف در اطراف فرکانس رزونانس طوری تهیه کنیم که بین منحنیهای B و C شکل 10.8 واقع گردد. در بسیاری از تقویت‌کننده‌های اعلا که برای فرکانسهای شنیدنی ساخته شده‌اند، مقدار زیادی ولتاژ منفی به‌شکل فیدبک^۲ برای کم‌کردن اثر تاییدگی به کار برده می‌شود. در نتیجه این تدبیر این‌گونه تقویت‌کننده‌ها امپدانس درونی بسیار کمی دارند، و هنگامی که امپدانس بار زیاد شود ولتاژ را تقریباً ثابت نگاه می‌دارند. باز داده^۳ آکوستیکی بلندگویی که به این‌گونه تقویت‌کننده متصل باشد تقریباً با منحنی C شکل 10.8 نموده می‌شود.

10.4 بلندگوی مخروطی نمونه. اکنون خصوصیت‌های يك بلندگوی مخروطی نمونه را برای مقایسه با بلندگوهای ایده‌آل پیستون‌مانند در نظر می‌گیریم. به‌علت انعطاف‌پذیری سطح تابنده^۴ بلندگوی مخروطی، الگوی راستاهای مختلف انتشار پرتوهای صوتی آن قدری وسیعتر از آن است که برای بلندگوی پیستونی باشعاع a بوسیله^۵ معادله^۶ 7.54 به‌دست می‌آید. این خاصیت به‌واسطه^۷ محدود بودن سرعت موجهای ارتعاش عرضی در مخروط است که سبب می‌شود حرکت قسمتهای محیطی مخروط نسبت به حرکت پیچک صوتی و قسمت مرکزی مخروط عقب بیفتند. وقتی زاویه^۸ مخروط بزرگتر شود خاصیت راستادار بودن پرتوهای انتشار یافته از بلندگو کم می‌شود؛ یعنی این خاصیت در زاویه‌های بزرگتر کمتر از وقتی است که زاویه کوچک باشد. علت این است که در حالت نخست سختی مؤثر سطح بلندگو کمتر است. سرانجام، در فرکانسهای بالاتر از فرکانس اصلی رزونانس مربوط به سطح مخروط، سخت نبودن آن سبب می‌گردد که قسمتهای مختلفش با فاز مخالف به ارتعاش درآیند؛ مانند آنچه درباره^۹ صفحه مرتعش دایره‌ای تخت در بخش 4.12 دیده‌ایم. در نتیجه شعاع مؤثر مخروط با زیاد شدن فرکانس کم می‌شود، و این برطبق معادله^{۱۰} 7.54 سبب وسعت الگوی صدای منتشر شده از بلندگو می‌گردد. دومین اثری که در کم کردن شعاع مؤثر مخروط پیدا می‌شود عبارت است از کم شدن مقاومت تابشی R_p ، که برطبق معادله^{۱۱} 7.79 متناسب است با مربع شعاع. تنها این کاهش مقاومت تابشی سبب کم شدن مقدار باز داده^{۱۲} آکوستیکی در فرکانسهای زیاد می‌گردد. با وجود این تا حدودی این کاهش بر اثر کم شدن جرم مؤثر متعلق به مخروط جبران می‌گردد.

بلندگوی ساده^{۱۳} مخروطی شکل 10.9 مشتمل است بر پیچک صوتی به جرم m_c که متصل گشته است به مخروطی از کاغذ سخت پوشیده از نم^{۱۴} به جرم m_p که شعاع حلقه^{۱۵} بیرونی آن a

و شیب آن l است. زاویه مخروط از رابطه زیر به دست می آید

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{a}{l}$$

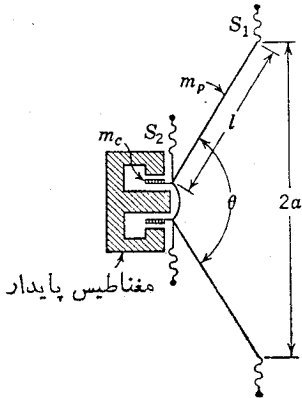
سختی دستگاه از دو طریق تأمین شده است، یکی بوسیله r_1 که سختی چینهای مربوط به حلقه بیرونی مخروط است، و دیگری بوسیله r_2 که متعلق است به سختی قرص وسطی متصل به پیچک صوتی.

در فرکانسهای کم که برای انتقال حرکت مرکز مخروط و رسیدن آن به حلقه بیرونی وقت کوتاهی نسبت به پریود ارتعاش لازم است می توان فرض کرد که مخروط مانند سطح سختی ارتعاش می کند. طریق تشعشع آن در این حالت مشابه است با تشعشع پیستونی به جسم $m_c + m_p$ ، به سختی $r_1 + r_2$ ، و شعاع a . سرعت انتشار موجهای ارتعاشهای عرضی در مخروط کاغذی عموماً تابع کلفتی، سختی، و زاویه مخروط و همچنین تابع فرکانس وارد بر آن است. با وجود این در مخروطهایی که معمولاً در تجارت به کار می روند سرعت مشاهده شده در حدود 500 متر بر ثانیه است. در نتیجه برای رسیدن هر نوع آشفتگی و حرکتی از پایین به حلقه بیرونی مخروطی به زاویه 120° که 0.1 متر شعاع آن باشد زمانی در حدود $1/400$ ثانیه بیشتر لازم نیست، و بنابراین می توان بطور معقولی فرض کرد که در فرکانس کمتر از 500 سیکل بر ثانیه مخروط به شکل یک واحد یکپارچه حرکت می کند.

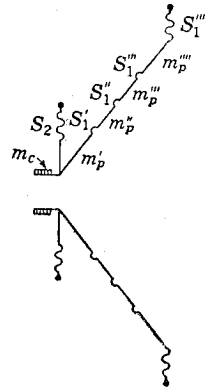
در فرکانسهای بالا، دیگر مخروط به صورت یکپارچه ارتعاش نمی کند، بلکه ارتعاش آن در منطقههای جداگانه ای که بوسیله دایره های گرهی از یکدیگر جدا می گردند انجام می پذیرد. دامنه ارتعاش در منطقه بیرونی نسبتاً کوچک است، چنانکه با تقریب اول می توان پنداشت که ارتعاشها فقط از قسمت مرکزی به شعاع a' و به جسم m_p' که رفته رفته با زیاد شدن فرکانس کم می شود منتشر می گردند. این کاهش که در شعاع مؤثر مخروط صورت می گیرد سبب می شود ایستادگی مؤثر به تشعشع یعنی R_r تقریباً متناسب با کسر $(a'/a)^2$ تقلیل یابد. چون این دستگاه در فرکانسهای بالا با جرم کنترل می شود، بنابراین امپدانس مکانیکی Z_m آن مساوی است با $(m_c + m_p')\omega$. اگر از m_p بکاهیم و بر فرکانس بیفزاییم، Z_m با سرعتی که پیستون سخت زیاد می شد افزایش نمی یابد، زیرا در پیستون سخت m_p به مقدار ثابتی باقی می ماند. نتیجه این دو اثر این است که کارایی بلندگوی مخروطی برای فرکانسهای بیش از 1000 سیکل بر ثانیه تا اندازه ای افزایش می یابد.

اگر بخواهیم که مخروط کاغذی در فرکانسهای زیاد تقریباً مانند پیستون با شعاع کوچکتر ارتعاش کند این منظور را می توان تا حدود زیادی بدین سان تأمین کرد که مخروط را با تعدادی قطعات چین دار دایره ای، مانند آنچه در شکل 10.10 نموده شده است بسازیم. در فرکانسهای کم راکتانسهای سختی r_1'/ω ، r_1''/ω ، و r_1'''/ω همگی نسبت به راکتانسهای جرمی $\omega m_p'''$ و $\omega m_p''$ بزرگند، در نتیجه مخروط به شکل واحدی ارتعاش می کند. جرم مؤثر آن در این حالت عبارت می شود از جرم کلی مخروط. علاوه بر جرم پیچک صوتی،

و سختی مؤثر آن مقدار $s_2 + s_1'''$ خواهد بود. با وجود این وقتی بر فرکانس بیفزاییم، راکتانس سختی کاهش می‌یابد، حال آنکه راکتانس جرمی زیاد می‌شود؛ چنانکه منطقه خارجی مخروط را می‌توان بی‌حرکت دانست و تحرك را فقط به‌قسمت و منطقه داخلی نسبت داد. و سرانجام فقط قسمت مرکزی مخروط با جرم مؤثر $m_c + m_p'$ و سختی مؤثر $s_2 + s_1'$ حرکت می‌کند.



شکل 10.10. مخروط چین‌دار بلندگو.



شکل 10.9. مخروط ساده بلندگو و سیستم آویزش آن.

وقتی که بلندگو را بوسیله تقویت‌کننده با لوله‌های تخلیه‌شده به‌ارتعاش در آوریم بسیار دشوار است که توان در داده آن را به‌مقدار معینی مستقل از فرکانس نگاهداریم. این دشواری به‌خصوص در فرکانسهای بالا بسیار زیاد می‌شود، زیرا در این فرکانسها امپدانس الکتریکی Z_l به‌سرعت با زیاد شدن راکتانس القایی ωL_E زیاد می‌گردد. در نتیجه وقتی که ولتاژ ثابتی را به دو قطب ورودی تقویت‌کننده متصل سازیم پاسخ عملی آکوستیکی که به‌دست می‌آید نسبت به منحنی پاسخ بلندگویی که توان مفروض ثابتی به آن وارد ساخته باشیم با سرعت بیشتری تنزل می‌کند.

حل مسئله یکنواخت نگاه داشتن باز داده آکوستیکی بلندگوها در فرکانسهای پایین دشوارتر است از حل همین مسئله در فرکانسهای بالا. یکی از روشهای بهتر کردن پاسخ بلندگو در فرکانسهای کم این است که شعاع بلندگو را زیاد کنیم. این کار مقاومت تابشی را به نسبت مستقیم توان چهارم شعاع زیاد می‌کند، و در نتیجه موجب افزایش کارایی می‌گردد. با وجود این، افزایش کارایی بدینوسیله بر طبق انتظار نخواهد بود، زیرا که جرم بلندگو و در نتیجه Z_{in} با زیاد شدن شعاع مخروط زیاد می‌گردد. راه دیگر تقویت پاسخ در فرکانس پایین این است که سختی سیستم تعلیق را کم کنیم تا در نتیجه فرکانس رزونانس مکانیکی کاهش یابد. کم کردن سختی سیستم تعلیق چنانچه لازم باشد که فقط کارایی و توان باز داده را در نظر بگیریم بسیار سودمند است. ولی اگر سختی سیستم مکانیکی را زیاد کم کنیم جایجایی مخروط در

فرکانسهای پایین خیلی زیاد می‌شود و این ممکن است تا بیدگی هارمونیک در بازاده آکوستیکی وارد سازد. یکی از علتهای این نوع تا بیدگی، ناخطی بودن رابطه بین جابجایی مخروط و نیروی برگرداننده است که چنانچه جابجایی از حد الاستیک سیستم تعلق بیشتر شود تا بیدگی پدید می‌آید. علت دیگر پیدایش تا بیدگی ناخطی وجود جابجایی بواسطه حرکت پیچک صوتی در میدان مغناطیسی است که یکنواخت نباشد. وجود تا بیدگی هارمونیک هر اندازه که کم باشد در بازاده آکوستیکی اثر نامطلوب دارد، زیرا موجب تیزی صوت و غیر طبیعی شدن آن می‌شود، و ممکن است منجر به صدای قرقری گردد که شبیه صدایی است که در موقع برخورد مخروط با قطب مغناطیسی پدید می‌آید. وقتی پاسخ فرکانس یکنواخت نبود امکان داشت که آن را دست کم تا حدودی با وارد کردن یک سیستم الکتریکی که یکنواخت نباشد در جهت مخالف ترمیم کرد؛ برخلاف وقتی که تا بیدگی هارمونیک وارد شود نمی‌توان آن را خنثا کرد، و از اینرو لازم است که به دقت از تشکیل آنها جلوگیری به عمل آوریم.

روش دیگر برای اصلاح بازاده آکوستیکی بلندگو در فرکانسهای پایین این است که بلندگو را در نوعی جعبه که سبب تقویت بازاده می‌شود سوار کنند. گروهی از این گونه جعبه‌ها بازاده را بدین سان تقویت می‌کنند که مقاومت تشعشی را که بر مخروط بلندگو وارد می‌شود نسبت به بلندگویی که در دیوار نصب شده باشد افزایش می‌دهند. دسته دیگر بازاده را این گونه زیاد می‌کنند که بلندگویی را برمی‌گزینند که پیچک صوتی آن بتواند بدون تولید تا بیدگی هارمونیک، جابجایی نسبتاً بزرگی را انجام دهد. این موضوع را با جزئیات آن در بخشهای آینده همین فصل بررسی خواهیم کرد.

جمع شرایط لازم برای تأمین بازاده آکوستیکی قابل قبول در فرکانسهای بالا و پایین امکان پذیر نیست، بنابراین برای اینکه بلندگویی با تشعش مستقیم جهت استفاده در فاصله وسیعی از فرکانسها داشته باشیم لازم است دست کم دو واحد (بلندگو) به کار بریم که یکی برای تشعش توان آکوستیکی مؤثر در فرکانسهای پایین و دیگری به همین منظور برای فرکانسهای بالا طرح ریزی شده باشد. هر کدام از این دو بلندگو بوسیله یک شبکه الکتریکی متوازن به تقویت کننده متصل می‌گردند تا این شبکه به هریک از واحدها فرکانسی را انتقال دهد که پاسخ آن واحد در آن فرکانس نسبتاً پذیرفتنی و یکنواخت باشد.

10.5 تأثیر پارامترهای پیچک صوتی بر بازاده آکوستیکی. جمله $R_{EZ_m}^2$ در معادله 10.14a خیلی بزرگتر از جمله $\phi^2(R_r + R_m)$ است، مگر اینکه در مجاورت بسیار نزدیک زونانس مکانیکی واقع گردد. در نتیجه می‌توانیم فرض کنیم که رابطه

$$\eta \approx \frac{\phi^2 R_r}{R_{EZ_m}^2}$$

معادله‌ای تقریبی است که کارآیی بلندگو را در قسمت عمده فاصله فرکانسهای سودمند خود به دست می‌دهد. این معادله ساده شده مخصوصاً برای بحث در تأثیر پارامترهای متغیر

پیچك صوتی یا میدان مغناطیسی برای خصوصیت‌های بلندگو الزامی است.

از آنجا که برحسب تعریف $\phi = Bl$ است، پس ϕ مستقیماً متناسب است با چگالی شار درشکاف هوا و بنا بر این واضح است که تمام عاملهایی که B را افزایش می‌دهند موجب زیاد شدن کارایی و در نتیجه افزایش توان بلندگو نیز می‌گردند. دو روش عمل کردنی برای انجام این منظور این است که از مغناطیسی که میدانش نیرومندتر باشد استفاده کنیم و شکاف هوا را که بین دو قطب مغناطیس واقع است تا آنجا که امکان دارد تنگتر بسازیم. روش اخیر نیازمند این است ساختمان پیچك صوتی بسیار نازک و ظریف باشد.

انتظار می‌رود که افزودن طول هادی که دور پیچك صوتی پیچیده شده کارایی را به شکل زیر بهتر کند

$$\eta \propto \frac{\phi^2}{R_E} \propto \frac{l^2}{l} = l$$

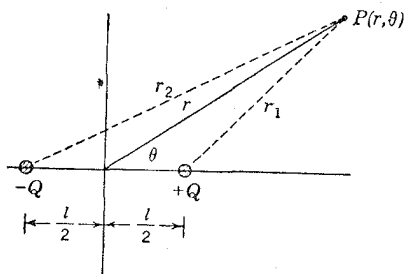
رابطه بالا نشان می‌دهد که کارایی مستقیماً با طول l متناسب است، ولی برای هر اندازه مشخصی از سیم، طول متناسبی وجود دارد که چنانچه از آن تجاوز شود مقدار Z_m که با زیاد شدن جرم زیاد شده و همچنین کاهش B که در اثر افزایش شکاف هوا حاصل گردیده همیشه با مراتب زیادتر از بهره‌ای می‌شود که از طول کردن هادی پیچك صوتی متوقع بودیم. اگر جرم وزن قطر سیمی که برای پیچك استفاده شده مشخص باشد از تغییر اندازه سیم در مقدار کارایی تغییری حاصل نمی‌گردد. مثلاً چنانچه مقطع اصلی سیم نصف گردد طول آن دو برابر می‌شود و ϕ^2 چهار برابر اضافه می‌گردد. با این همه، در نتیجه نصف کردن مقطع اصلی و اضافه کردن طول سیم مقاومت الکتریکی R_E نیز به چهار برابر ترقی می‌کند، و در نتیجه کسر ϕ^2/R_E بی‌تغییر می‌ماند. بنا بر این نخستین توجهی که باید در انتخاب اندازه سیم کرد این است که ظرفیت سیم را از لحاظ انتقال جریان نسبت به جریانی که تقویت‌کننده‌های شنیدنی می‌دهند در نظر بگیریم.

ماهیت جسم هادی که برای سیم پیچی در پیچك صوتی به کار می‌رود نیز مستقیماً در نکته‌هایی که برای کارایی بلندگو باید در نظر بگیریم وارد است. اگر حجمی که باید در آن سیم پیچ واقع شود محدود باشد سیم مسی بهتر از آلومینیم است، ولی اگر جرم مجاز اهمیت اصلی داشته باشد کارایی سیم آلومینوم از سیم مسی بیشتر است.

بیشتر پیچك‌های صوتی بدینسان ساخته شده‌اند که سیم را اطراف کاغذی استوانه‌ای به شکل قرقه می‌پیچند. استعمال پیچك‌هایی که بدون حامل کاغذی هستند و با یک نوع چسب مخصوص نگاهداری می‌شوند الزام داشتن شکل بخصوصی را از بین می‌برد، بدین روش می‌توان شکاف هوا را کم و در نتیجه B و سرانجام کارایی را افزایش داد.

10.6 همال آکوستیکی^۱. وقتی بلندگوی باتابش مستقیم انرژی آکوستیکی را از پشت مخروط مرتعش خود به بیرون می‌فرستد این انرژی نسبت به انرژی که از سوی جلو مخروط فرستاده می‌شود به اندازه 180° اختلاف فاز دارد. اگر بلندگو در دیواره^۲ بیکران یا معادل آن سوار شده باشد اثر تابش پشت مخروط این است که امپدانس مکانیکی Z_m را زیاد کند. یک مثال عملی از دیوارک معادل با دیواره بیکران وقتی است که بلندگو در دیوار اتاق نصب شده است، به طریقی که فقط ارتعاشهای یک طرف مخروط به درون اتاق تأیید می‌شوند. اگر ابعاد دیوارک محدود باشد، مانند آنچه در عمل واقع می‌شود، یعنی بلندگو در اتاقکی قرار گرفته باشد که پشت آن باز باشد، الگوی تابش عبارت از نتیجه تابش هر دو طرف مخروط بلندگو است. بویژه وقتی که ابعاد دیوارک نسبت به طول موج کوچک باشد الگوی تابش به الگوی تابش یک همال آکوستیکی نزدیک می‌گردد. عبور از عمل مستقل به عمل همال بلندگو هنگامی صورت می‌گیرد که ابعاد دیوارک قدری

کمتر از نیم طول موج باشد و این عبور با تغییر فوری منحنی پاسخ به این طریق ظاهر می‌شود که برای فرکانس کمتر از این فرکانس، پاسخ بلندگوی نامبرده نسبت به پاسخ همین بلندگو که در دیوارک بیکران نصب شده باشد به سرعت کاهش می‌یابد.



فرض کنیم دو منبع کروی کوچک

که در شکل 10.11 نموده شده‌اند دارای توانایی مساوی Q باشند و باهم بتابند، ولی اختلاف فاز حرکت پیشی آنها برابر با 180° فرض شود. فشار

آکوستیکی چشمه به شکل کره کوچک به شعاع a در فرکانسهای پایین که برای آن $ka \ll 1$ است، در رابطه 7.36 به شکل زیر داده شده است

$$p = \frac{j\rho_0 c k Q}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (7.36)$$

فشار p_d در نقطه $P(r, \theta)$ شکل 10.11 که در اثر تابش هر دو چشمه پیدا می‌شود عبارت است از

(۱) acoustic doublet. واژه «همال» در فرهنگها چنین تعریف شده است: «قرین»، «ظنیر»، «همتا»، «شریک»، «همسر»، «دو چیز که در کنارهم به مناسبت قرار گیرند». doublet نیز در انگلیسی گاه بیش همین معناها را دارد. م.

$$p_a = \frac{j\rho_0 ckQ}{4\pi r_1} e^{j(\omega t - kr_1)} - \frac{j\rho_0 ckQ}{4\pi r_2} e^{j(\omega t - kr_2)}$$

یا

$$p_a = \frac{j\rho_0 ckQ}{4\pi} e^{j\omega t} \left(\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} - \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \right) \quad (10.20)$$

در حالت خاصی که فاصله بین دو چشمه کوچک باشد، چنانکه $l \ll r$ و $kl \ll 1$ باشد، معادله 10.20 برای تعیین مقدار دامنه فشار ساده می‌گردد. برای ساده کردن معادله بالا قبلاً باید به جای r_1 و r_2 رابطه‌های زیر را بگذاریم

$$r_1^2 = r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 - rl \cos \theta$$

و

$$r_2^2 = r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 + rl \cos \theta$$

چون فرض کرده‌ایم که r نسبت به l بسیار بزرگتر است،

$$r_1 \approx r \left(1 - \frac{l}{r} \cos \theta\right)^{1/2} \approx r \left(1 - \frac{l \cos \theta}{2r}\right)$$

و

$$r_2 \approx r \left(1 + \frac{l}{r} \cos \theta\right)^{1/2} \approx r \left(1 + \frac{l \cos \theta}{2r}\right)$$

با استفاده از این مقادیر تقریبی معادله 10.20 به شکل زیر در می‌آید

$$p_a = \frac{j\rho_0 ckQ}{4\pi} e^{j\omega t} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\frac{e^{\frac{jkl \cos \theta}{2}}}{1 - \frac{l \cos \theta}{2r}} - \frac{e^{-\frac{jkl \cos \theta}{2}}}{1 + \frac{l \cos \theta}{2r}} \right]$$

با استفاده از رابطه $e^{j\theta} = \cos \theta + js \sin \theta$ جمله داخل کروشه ساده می‌شود.

$$p_a = \frac{j\rho_0 ckQ}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \frac{2j \sin \left(\frac{kl \cos \theta}{2}\right) + \frac{l \cos \theta}{r} \cos \left(\frac{kl \cos \theta}{2}\right)}{1 - \frac{l^2 \cos^2 \theta}{4r^2}} \quad (10.21)$$

چون kl نسبت به واحد کوچک فرض شده، به این معنا که طول موج نسبت به فاصله l بزرگ است، می توان بطور تقریب نوشت

$$\sin\left(\frac{kl \cos \theta}{2}\right) \approx \frac{kl \cos \theta}{2} \quad \text{و} \quad \cos\left(\frac{kl \cos \theta}{2}\right) \approx 1$$

بعلاوه چون $l \ll r$ است، از جمله $l^2 \cos^2 \theta / 4r^2$ در مخرج معادله 10.21 می توان چشم پوشید. با در نظر گرفتن این تقریبات در معادله 1.021، این معادله به شکل معادله ساده زیر در می آید.

$$p_d = \frac{j\rho_0 c k Q}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \left(jkl + \frac{l}{r} \right) \cos \theta \quad (10.22)$$

معادله بالا را می توان معادله کلی فشار مختلط میدان یک همال آکوستیکی دانست. نسبت فشار مختلط همال آکوستیکی به فشار یکی از چشمه ها چنین است

$$\frac{p_d}{p} = \left(jkl + \frac{l}{r} \right) \cos \theta \quad (10.23)$$

سرانجام، نسبت دامنه این دو فشار در نقطه ای از فضا چنین خواهد بود

$$\frac{P_d}{P} = \sqrt{(kl)^2 + (l/r)^2} \cos \theta \quad (10.24)$$

از آنجا که هر دو جمله kl و l/r نسبت به واحد کوچکند، با کم شدن فرکانس، یا کم شدن فاصله l یا زیاد شدن فاصله شعاعی r ، این نسبت پیوسته تنزل می کند. وجود $\cos \theta$ در رابطه بالا می رساند که فشار در میدان تشعشع دیگر مستقل از راستا نیست، بلکه مقدار آن در امتداد محور همال ماکسیمم و در امتداد عمود بر محور صفر است. مقدار فشار آکوستیکی P متعلق به چشمه کروی کوچک با رابطه زیر داده شده است

$$P = \frac{\rho_0 c k Q}{4\pi r}$$

و در نتیجه مقدار فشار آکوستیکی همال چنین خواهد بود

$$P_d = \frac{\rho_0 c k Q \cos \theta \sqrt{(kl)^2 + (l/r)^2}}{4\pi r} \quad (10.25)$$

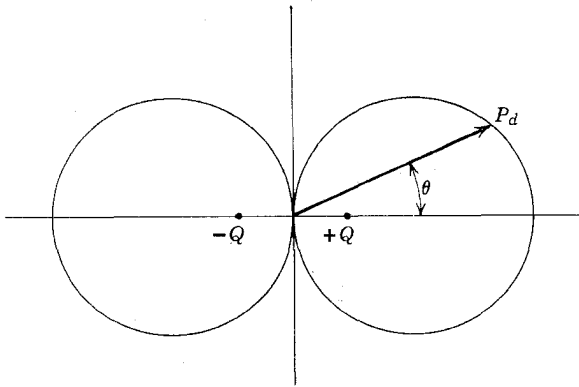
تقریباً در همه کاربردهای عملی نظریه مربوط به همال، فاصله شعاعی r به اندازه ای بزرگ است که می توان نوشت $kr \gg 1$. چون این شرط معادل است با $kl \gg l/r$ ، معادله

10.25 ساده و به شکل زیر می شود

$$P_{it} = \frac{\rho_0 c k^2 Q l \cos \theta}{4\pi r} \quad (10.25a)$$

بنابراین مقدار فشار واقع بر سطح کره بزرگ به شعاع r از فشار متعلق به یک چشمه به اندازه فاکتور $kl \cos \theta$ که همیشه کوچکتر از یک است متفاوت است. از آنجا که شدت متناسب است با مربع فشار آکوستیکی، شدت آکوستیکی در میدان همال با فاکتور $(kl \cos \theta)^2$ نسبت به شدت منتشر از یک چشمه مشابه کمتر است. این تقلیل شدت باید همراه با کاهش باز داده کلی توان آکوستیکی نسبت به یک چشمه تنها باشد. نسبت این دو باز داده توان آکوستیکی برابر است با میانگین کاهش شدت که برای به دست آوردن آن باید انتگرال $(kl \cos \theta)^2 dS$ را برای تمام سطح کره به شعاع r حساب کرده و بر $4\pi r^2$ تقسیم کرد. از اینرو،

$$\frac{\text{توان همال}}{\text{توان یک چشمه}} = \frac{\int_0^\pi (kl \cos \theta)^2 \cdot 2\pi r^2 \sin \theta d\theta}{4\pi r^2} = \frac{k^2 l^2}{3} \quad (10.26)$$



شکل 10.12. الگوی فشاری که از یک همال آکوستیکی منتشر می شود.

شکل 10.12 رسم قطبی مقدارهای نسبی دامنه های فشار را در میدان آکوستیکی یک همال نشان می دهد. مقدارهایی که به این ترسیم مربوطند عبارتند از $l = 0.2m$ ، $r = 5m$ ، و $k = 1.0$ (سیکل بر ثانیه $f = 55$). هرگاه چشمه ای با توانی برابر با توان یکی از دو چشمه همال داشته باشیم و در اطراف آن در فاصله مساوی از این چشمه دامنه های فشار وارد بر نقاط مختلف را بر روی یک دایره ببریم شعاع این دایره پنج برابر دامنه ماکسیممی خواهد بود که در شکل 10.12 نموده شده است. وانگهی نسبت توان کلی که از

همال آکوستیکی منتشر شده به توان منتشره از یک چشمهٔ تنها برطبق معادلهٔ 10.26 عبارت خواهد بود. از $0.0133 = (1.0 \times 0.22)^2 / 3$ یعنی 18.8 db پایینتر است. حالتی که در آن کمیتهای kl و l/r هر دو نزدیک بهم و نسبت به واحد کوچک باشند از حالتی که بررسی کردیم دامنه‌دارتر است. تغییرات فشار در این حالت از تغییرات فشاری که بوسیلهٔ معادلهٔ 10.25a دارد به کلی متفاوت است، و باید آن را از معادلهٔ 10.25 به دست آورد. همچنین باید به یاد داشت که در این حالت سرعت شعاعی ذره با فشار همفاز نیست، و در نتیجه شدت آکوستیکی با رابطهٔ $p^2 / \rho_0 c$ داده نمی‌شود. اگرچه ممکن است الگوی پاسخ هر یک از آنها در موقع کوچک شدن شعاعشان با هم فرق کند، ولی نسبت توان باز دادهٔ کلی به شکلی که در معادلهٔ 10.26 داده شده هنوز ارزش خود را داراست و این را می‌توان با توجه به قانون بقای انرژی انتظار داشت.

وقتی $kl > 1$ است نظریهٔ همال دیگر دربارهٔ آن صدق نمی‌کند و بجای آن باید مسئله را از طریق روی هم گذاردن دو تابش بررسی کرد؛ یعنی معادلهٔ 10.21 را بدون ساده کردن به کار برد. مثلاً اکنون ثابت شده که برای مقادیر $kl \ll 1$ و $l/r \ll 1$ ، یعنی $kl = \pi$ و $l = \lambda/2$ ، پاسخ فشار در امتداد محور دو برابر پاسخ فشار یک چشمهٔ تنها در امتداد محور است. از طرف دیگر وقتی مقدار kl به 2π نزدیک می‌شود پاسخ همال در امتداد محور مساوی با صفر می‌گردد.

10.7 بلندگو با دیوارک دایره‌ای. فرض کنیم یک بلندگوی با تابش مستقیم به شعاع a را در یک صفحهٔ دایره‌ای به شعاع l نصب کرده باشند. برای فرکانسهای کم، اگر $kl \ll 1$ باشد، مقدار ka نیز از واحد کوچکتر است. در نتیجه الگوی تابش بلندگو تابع راستا نیست، و می‌توان پنداشت که تابش از یک چشمهٔ ساده بر می‌خیزد. بعلاوه تابشی که از یک طرف بلندگو بر می‌خیزد وقتی به کنار دیوارک به شعاع l برسد در طرف دیگر دیوارک نیز پراکنده می‌شود. به این دلیل چنین بلندگویی را می‌توان با دقتی پذیرفتنی به شکل یک همال با توانایی $Q = U_0 \pi a^2$ و به فاصلهٔ l مورد بحث قرار داد.

از آنجا که باز دادهٔ بلندگو متناسب است با مقاومت به تشعشع R_r ، بنابراین کاهش باز دادهٔ آن بوسیلهٔ فاکتور $(kl)^2 / 3$ در فرکانسهای کم وقتی که به شکل یک همال تشعشع کند ممکن است با در نظر گرفتن R_r' (مقاومت مؤثر تابش) به شکل زیر مورد بحث قرار گیرد

$$R_r' = R_r \frac{k^2 l^2}{3} \quad (10.27)$$

که در آن

$$R_r = \rho_0 c \pi a^2 R_1(2ka) \approx \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi} (\pi a^2)^{\frac{1}{2}}$$

اگر چه معادله بالا فقط و منحصرأً برای مقادیرهای $kl \ll 1$ قابل استفاده است، ولی از طریق اندازه گیری ثابت شده که برای سایر مقادیرهایی تا $(kl)^2 = 3$ دارای دقت قابل قبولی است. در نتیجه می توان تقیلیل باز داده بلندگو را که بواسطه نصب در يك دیوارك مسطح با کران پیدا می شود با استفاده از معادله 10.27 برای فرکانسهایی که به رابطه $kl < \sqrt{3}$ وابسته اند حساب کرد.

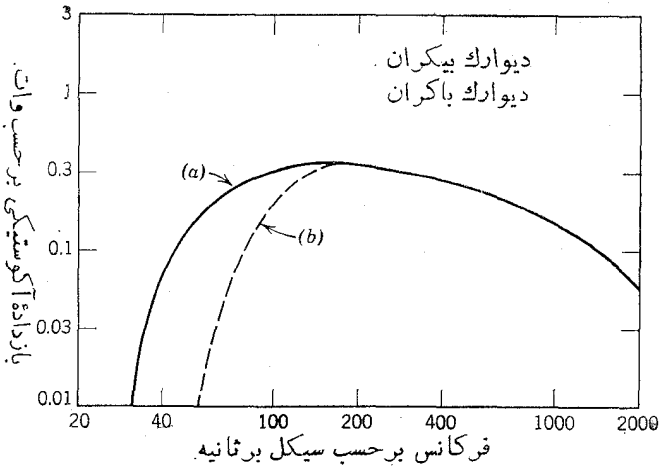
معادله 10.27 نشان می دهد که اندازه دیوارکی که برای بلندگوی باتابش مستقیم انتخاب می شود در مقدار باز داده آن در فرکانسهای پایین به همان اندازه سهیم است که شعاع و فرکانس رزونانس مکانیکی آن. اگر اندازه دیوارك چنان کوچک باشد که فرکانس مربوط به $kl = \sqrt{3}$ بالاتر از فرکانس رزونانس مکانیکی قرار گیرد، باز داده، در فرکانسهای کمتر از این مقدار بحرانی که با رابطه 10.17 محاسبه می شود، باید با فاکتور $k^2 l^2 / 3$ یعنی در هر اکتاو $6db$ کاهش یابد. از سوی دیگر، اگر دیوارك به اندازه ای بزرگ باشد که این فرکانس بحرانی با فرکانس رزونانس مکانیکی مطابقت کند، کاهش که پیدا می شود اهمیت چندانی ندارد، زیرا در هر حال پاسخ بلندگو در هر اکتاو به اندازه $12db$ پایین می افتد؛ حتی اگر بلندگو در دیوارك بیکرانی نصب شده باشد. از این مطالب نتیجه می شود که حداقل شعاع دیوارك دایره ای نباید کمتر از مقدار زیر باشد

$$l = \frac{\sqrt{3}}{k_0} = \frac{\sqrt{3}\lambda_0}{2\pi} = 0.28\lambda_0 \quad (10.28)$$

که در آن λ_0 طول موج مربوط به فرکانس رزونانس است.

شعاع مؤثر دیوارك برای استفاده بلندگویی که در بخش 10.3 مطالعه شد $1.5m$ یا تقریباً 5 فوت توصیه می گردد. به کار بردن دیوارکی با این شعاع بزرگ معمولاً عملی نیست، و از اینرو بامقداری چشم پوشی در باره فرکانسهای پایین می توان راهی برای استعمال دیوارك کوچکتر یافت. مثلاً اگر شعاع دیوارك 2 فوت باشد، پاسخ آن برای فرکانسهای کمتر از 155 سیکل بر ثانیه به میزان $6db$ در هر اکتاو نسبت به آنچه در شکل 10.5 نموده شده فرو می افتد. این اختلاف که بین پاسخ نظری دیوارك بیکران و دیوارکی به شعاع 2 فوت پیدا می شود به ترتیب بوسیله منحنیهای a و b شکل 10.13 که با فرض به کار بردن يك ولتاژ ثابت رسم شده اند نموده می شود.

علاوه بر اتلافی که در فرکانسهای کمتر از آنچه $kl = \sqrt{3}$ به دست می دهد برای باز داده بلندگو پیدا می شود تنزل دیگری را در منحنی پاسخ برای مقدار $kl = 2\pi$ می توان انتظار داشت. این تنزل مشابه با کاهش است که در همین شرایط بر روی محور همال پیدا می شود. این پدیده برای بلندگوهای کوچک خیلی بیشتر از بلندگوهای بزرگ قابل ملاحظه است ولی می توان آن را به مقدار چشمگیری با تغییر جای بلندگو از مرکز دیوارك دایره ای یا مربع کم کرد.



شکل 10.13. بازدادۀ آکوستیکی بلندگوی بیستونی در دیوارک باکراک برای ولتاژ دردادۀ ثابت.

10.8 جعبه‌های بلندگو. ساده‌ترین اقسام جعبه که ممکن است در آن بلندگو را تعبیه کرد جعبه‌ای است که پشت بسته باشد. در این حال تنها انرژی که به محیط بیرون می‌تابد از قسمت جلو مخروط بلندگو است، و همین حالت وقتی اتفاق می‌افتد که بلندگو در دیوارک بیکران نصب شده باشد. به همین دلیل، گاهی جعبه‌های پشت بسته را «جعبه بیکران-دیوارک»^۲ می‌نامند.

تأثیر اصلی بار مکانیکی چنین جعبه‌ای بر بلندگو این است که سختی بیشتری به سیستم تعلیق آن می‌دهد. این سختی مؤثر جعبه که آن را s_c می‌نامیم شبیه است به آنچه سابقاً در بارۀ رزوناتور هلمهولتز به شکل زیر به دست آوردیم

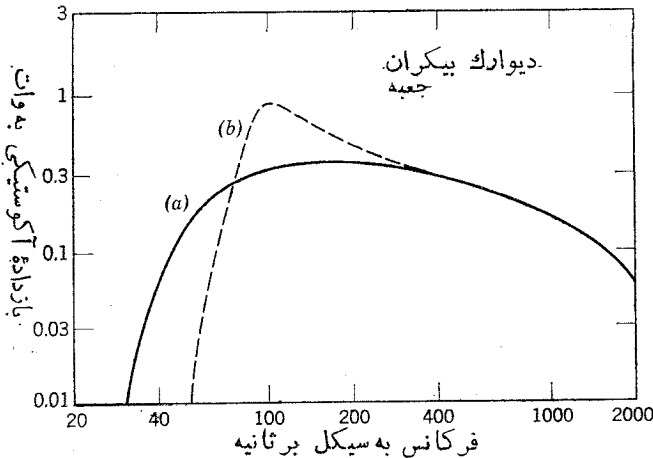
$$s_c = \frac{\rho_0 c^2 S^2}{V} = \frac{\rho_0 c^2 (\pi a^2)^2}{V} \quad (10.29)$$

سختی اضافی سبب می‌شود که فرکانس رزونانس مکانیکی بلندگو بالا برود و نتیجه‌اش این است که سقوط پاسخ مربوط به فرکانسهای پایین، در فرکانس بالاتر از آنچه در دیوارک بیکران واقع می‌شود اتفاق می‌افتد.

اگر بلندگویی که در پخش 10.3 نموده شد روی جعبه پشت بسته‌ای به ابعاد $0.5 \times 0.5 \times 0.2m$ نصب گردد، سختی به اندازه‌ای که در زیر داده شده اضافه می‌گردد

$$s_c = \frac{1.21 \times 343^2 \times (0.01\pi)^2}{0.05} = 2850 \text{ newtons/m}$$

این اضافه سختی موجب می‌شود که فرکانس رزونانس مکانیکی از 62 به 96 سیکل بر ثانیه ترقی کند. باز داده نظری بلندگویی که در این جعبه نصب شده باشد بر طبق منحنی (b) شکل 10.14 در فرکانسهای کمتر از 80 سیکل بر ثانیه خیلی کمتر از باز داده همین بلندگو خواهد بود که در دیوارک بیکران نصب شده باشد، و این مطلب را در منحنی (a) شکل 10.14 می‌توان دید.



شکل 10.14. باز داده آکوستیکی بلندگوی بیستونی در جعبه پشت بسته برای ولتاژ در داده ثابت. حجم جعبه $0.05m^3$ است.

یکی از جهات قبول این تنزل اضافی در مقدار باز داده آکوستیکی این است که اگر جعبه آن را بزرگتر سازیم دست‌وپاگیر می‌شود. روش عملیتر دیگر این است که برای سیستم تعلیق مخروط بلندگو طرح جدیدی ریخته شود تا سختی مکانیکی آن و در نتیجه فرکانس رزونانس مکانیکی کاهش یابد. وانگهی، اگر جرم مخروط بلندگو را بیفزاییم می‌توان فرکانس رزونانس مکانیکی را به اندازه‌ای کاست که بلندگویی واقع در جعبه به حجم $0.05m^3$ یا کمتر حتی در فرکانسی به کمی 40 سیکل بر ثانیه نیز دارای باز داده قابل قبولی باشد. با این همه، در چنین سیستم بلندگویی، برای فرکانسهای بالاتر از 1000 سیکل بر ثانیه مقدار باز داده بسیار کاهش می‌یابد، و از اینرو کاربرد آن را فقط به سیستمی که از چند بلندگو تشکیل شده محدود می‌سازند.

در فرکانسهای بالاتر از 400 سیکل بر ثانیه تابشی که از پشت مخروط بلندگو پیدا می‌شود در درون جعبه بلندگو نوعی موجهای ایستاده می‌سازد. نتیجه عکس‌العمل آن بر صفحه مخروط این است که در منحنی مربوط به امیدانس حرکتی آن بجای منحنی صاف شکل 10.6 یک منحنی با قله‌ها و فرورفتگیهای متعدد پیدا می‌شود. برای کاهش این گونه رزونانسها لازم است که سطح درونی جعبه پشت بسته بلندگو را با ماده جذب‌کننده صوت به پوشانیم. این عمل

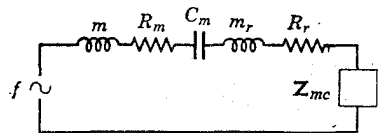
نه تنها دامنه‌های موجهای ایستاده بسا فرکانس زیاد را تقلیل می‌دهد بلکه حدت پاسخ را در فرکانس رزونانس اصلی نیز کم می‌کند. اگر درون محفظه یا جعبه بلندگو را کاملاً با ماده جذب‌کننده صوت پرکنیم تراکم و انبساط درون جعبه تقریباً بطور همدما صورت می‌گیرد. این پدیده در اثر توزیع وسیع گرما و بزرگی ظرفیت گرمایی ماده جاذب صوت است که سبب می‌گردد هوای محبوس درون جعبه، بجای تغییرات عادی آدیاباتیکی دمای ثابت داشته باشد. در این شرایط مقداری که در معادله 10.29 برای منحنی مؤثر جعبه داده شده با ضریب $1/\gamma = 0.7$ کاهش می‌یابد و همین موضوع سبب می‌شود که باز داده بلندگو در فرکانسهای پایین بیفزاید.

طریق معمولی دیگری که برای نصب بلندگو به کار می‌رود عبارت است از سوار کردن آن در جعبه یا محفظه پشت باز. این گونه نصب بلندگو از مختصات بیشتر دستگاهاهی رادیو و تلویزیون است. در این جا موضوع تروش سیستم مکانیکی بلندگو با سیستم آکوستیکی محفظه، دارای اهمیت می‌گردد. نیروی الکترومکانیکی $f = Bli$ که پیچک صوتی را به حرکت در می‌آورد بر سیستم مکانیکی که نمودارش در شکل 10.15 نموده شده اثر می‌کند. جرم مخروط بلندگو و سیم‌پیچ آن برابر با m ، سختی s دستگاه تعلیق مکانیکی با نرمش $C_m = 1/s$ ، و مقاومت مکانیکی آن با R_m نشان داده می‌شود. مقاومت تابش و بار جرمی که بر صفحه بیرونی مخروط وارد می‌شود به ترتیب عبارتند از R_r و Z_{mc} که امپدانس مختلط مکانیکی است که در اثر امپدانس آکوستیکی جعبه به صفحه درونی مخروط بلندگو وارد می‌شود. این امپدانس مکانیکی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$Z_{mc} = (\pi a^2)^2 Z_{Ac} \quad (10.30)$$

πa^2 سطح مقطع قائم مخروط است و Z_{Ac} امپدانس آکوستیکی در داده جعبه که به صفحه درونی مخروط بلندگو وارد می‌گردد. امپدانس Z_{Ac} مشابه است با امپدانس لوله باز که مقدار آن با معادله 8.35 داده شده است.

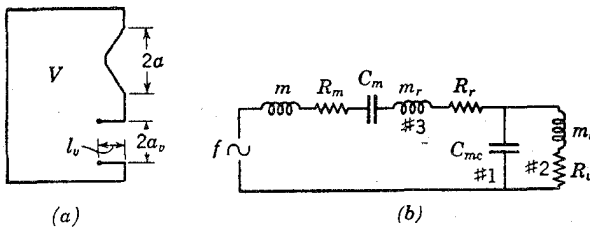
ظهور یکی از پرزحمت‌ترین خصوصیت‌های آکوستیکی این نوع جعبه در موقع برقراری فرکانس رزونانس آن است و آن کمترین فرکانسی است که مقدار راکتانس آکوستیکی Z_{Ac} را به سوی صفر می‌برد. در این فرکانس حرکت مخروط بلندگو تشدید می‌شود، و



شکل 10.15. مدار مکانیکی معادل بلندگویی که در جعبه پشت باز نصب شده است.

باز داده آن افزایش می‌یابد. در بسیاری از جعبه‌هایی که بوسیله پایه‌های خمیده به دیوار اتصال دارند فرکانس رزونانس در حدود 100 تا 200 سیکل بر ثانیه است، و در این حال

از دیاد باز داده بلندگو موجب پیدایش «صداها» بلندی می شود که شکل طبیعی صدا را تغییر می دهد. بعلاوه، محفظه پشت باز دارای عیب دیگری نیز هست، و آن این که در فرکانسهای کمتر از فرکانس اصلی رزونانس اندازه دیوارک آن مؤثر نیست. تابشی که از عقب مخروط بلندگو حاصل می شود و تابشی که از جلو آن برمی خیزد با یکدیگر ترکیب می گردند، و بدینسان همالی تشکیل می شود که برای هر اکتاو 6db افت پیدا می کند. چنانچه فرکانس رزونانس مربوط به سیستم تعلیق بلندگو کمتر از فرکانس رزونانس محفظه باشد زیاد شدن پاسخ تا اندازه ای تنزل را ترمیم می کند، و از اینرو هر دو آنها منحنی پاسخ را برای فرکانسهای پایین صاف و ممتد می سازند.



شکل 10.16. (a) جعبه انعکاس بم یا جعبه فاز برگردان. (b) مدار مکانیکی معادل آن.

یکی از اعمالهایی که باز داده آکوستیکی تمام بلندگوهای با تابش مستقیم را در فرکانسهای پایین محدود می سازند تروش نامؤثر و ناقصی است که بین مخروط و هوا وجود دارد. به کار بردن مخروط بزرگتر برای بلندگو، مقاومت به تابش را می افزاید، و در نتیجه تروش را بیشتر می کند. یکی از روشها این است که بلندگو را در نوعی محفظه به نام جعبه فاز برگردان^۱ نصب کنند و این کار سبب می شود که ارتعاشهای حاصل از صفحه عقبی مخروط با ارتعاشهای صفحه جلو آن همفاز شوند، و در نتیجه مقاومت تابش بطور مؤثری زیاد گردد. ساده ترین این نوع محفظه جعبه سوراخ دار است که جعبه انعکاس بم^۲ نامیده می شود، و در شکل 10.16 نموده شده است. سیستم مکانیکی این بلندگو که آن هم در شکل نموده شده شبیه است به سیستم مکانیکی شکل 10.15 به استثنای اختلافی که در بار مکانیکی مربوط به امپدانس آکوستیکی جعبه موجود است. این امپدانس آکوستیکی در فرکانسهای پایین عبارت است از ترکیب موازی ظرفیت آکوستیکی $C_A = V/\rho_0 c^2$ مربوط به حفره، که با ترکیب سری اینترانس $M = l_0 l'_v / S_v$ ، و مقاومت آکوستیکی R متعلق به سوراخ موازی است. اگر سوراخ دایره ای یا نزدیک به دایره باشد، $l'_v = l_v + 1.7a_v$. در این رابطه l_v طول، a_v شعاع، $S_v = \pi a_v^2$ سطح، و $R = \rho_0 c k^2 / 2\pi$ مقاومت آکوستیکی سوراخ هستند. امپدانس مکانیکی مخروط بلندگو که مربوط به این امپدانس آکوستیکی چنانکه در معادله

1) phase inverter

2) bass-reflex cabinet

10.30 ذکر شده چنین خواهد بود

$$\frac{1}{Z_{mc}} = j\omega C_{mc} + \frac{1}{R_v + j\omega m_v} \quad (10.31)$$

که در آن

$$C_{mc} = \frac{C_A}{(\pi a^2)^2} = \frac{V}{\rho_0 c^2 (\pi a^2)^2} \quad (10.32)$$

$$R_v = (\pi a^2)^2 R = (\pi a^2)^2 \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi} = R_r \quad (10.33)$$

و

$$m_v = (\pi a^2)^2 M = \frac{(\pi a^2)^2 \rho_0 (l_v + 1.7a_v)}{\pi a_v^2} \quad (10.34)$$

در حالت ویژه‌ای که شعاع سوراخ مساوی با شعاع بلندگو باشد آخرین رابطه ساده می‌شود و به شکل $m_v = (\pi a^2)^2 \rho_0 (l_v + 1.7a_v)$ در می‌آید.

در فرکانسهای بالا امیدانس شاخه 2 زیاد و امیدانس شاخه 1 کوچک است و از اینرو بلندگو مانند وقتی که در جعبه پشت‌بسته نصب شده است ارتعاش می‌کند. پس در این حالت لازم است که دیواره‌های درونی جعبه را برای جلوگیری از تشکیل موجهای ایستاده یا اقلاً کم‌کردن آن با ماده جاذب صوت پیوشانیم. از آنجا که حرکت درون سوراخ در نتیجه ارتعاش صفحه عقبی مخروط بلندگو پیدا شده، لازم است که بین حرکت شاخه‌های 2 و 3 اختلاف‌فازی برابر با 180° موجود باشد تا تشعشع سوراخ با تشعشع صفحه جلوی مخروط بلندگو همفاز گردد. این برای فرکانسهای بالاتر از فرکانس رزونانس مربوط به ترکیب‌موازی شاخه 1 و 2 تقریباً صادق است. یعنی فرکانسهای بالاتر از فرکانس رزونانس مربوط به محفظه سوراخ‌دار مانند رزوناتور هلمهولتس عمل می‌کند. در فرکانسی کمتر از فرکانس رزونانس محفظه، فاز حرکت هوای درون سوراخ به سرعت به‌فاز حرکت عقب محفظه نزدیک می‌شود و ترکیب ارتعاشهای حاصل از سوراخ با ارتعاشهایی که از صفحه جلو مخروط بلندگو برمی‌خیزند سبب می‌گردد که مانند همال، پاسخ بلندگو در فرکانسهای ضعیف گردد.

عاملهای بسیاری در طرح جعبه نوع «انعکاس بم» را باید در نظر گرفت. ولی اگر سطح سوراخ را تقریباً مساوی با سطح مخروط بلندگو برگزینیم، واگر تدریجی کنیم که فرکانس رزونانس جعبه قدری کمتر از فرکانس رزونانس سیستم تعلیق باشد ملاحظه می‌گردد که پاسخ این بلندگو در فرکانسهای پایین مانند پاسخ بلندگویی است که در دیوارک بیگردان نصب شده باشد. وقتی جعبه سوراخ‌دار را با جعبه پشت‌باز مقایسه کنیم می‌بینیم که جعبه «انعکاس بم» نه تنها حدود فرکانسهای پایین را بسط می‌دهد بلکه پاسخ آن صافتر از پاسخ جعبه پشت‌باز

است، و بنابراین مانند جعبه پشت باز صوت را بطور غیر طبیعی تشدید نمی‌کند. مشکلی که عملاً در طرح ریزی جعبه هر نوع بلندگویی موجود است عبارت است از موضوع سختی مکانیکی دیواره‌های آن. در تمام مطالبی که در این قسمت بیان داشتیم فرض این بود که دیواره‌های محفظه کاملاً سخت هستند و بنابراین تمام بار آکوستیکی که بر صفحه پشت مخروط بلندگو وارد می‌شد فقط مربوط می‌گردید به حرکت هوای درونی جعبه. در عمل این فرض درست نیست، اگر چه برای جعبه چوبی پشت باز که تقریباً نیم اینچ کلفتی داشته باشد این فرض تا حدود زیادی صحیح است. ولی در مورد جعبه‌های پشت بسته و جعبه‌های «انعکاس بم» شرایطی را که در طرح ریزی آنها باید منظور داشت خیلی مهمترند. زیرا در این جعبه‌های محدود فشار آکوستیکی به اندازه‌ای زیاد است که بتواند صفحات بزرگ، مانند صفحه پشت محفظه جعبه را به رزونانس نامنتظره‌ای که معمولاً در فرکانسهای شنوایی پایین اتفاق می‌افتد وادارد و نتیجتاً در پاسخ به فرکانسها اغتشاش نامطلوبی را وارد سازد. از بروز این عیب فقط می‌توان از انتخاب دیواره خیلی سخت اجتناب کرد، بنابراین دیواره‌های این گونه جعبه‌ها باید از دیواره جعبه پشت باز کلفت‌تر باشند، و ممکن است لازم باشد که صفحه بزرگتر را با نوار آهنی محکم کنیم.

برای به دست آوردن اطلاعات دقیقتری که وسیله تقویت بلندگو از طریق طرح ریزی صحیح محفظه و مخروط باشد به خواننده توصیه می‌گردد که به بررسیهای عالی برانک^۱ و اولسن^۲ در این باره مراجعه کند.

10.9 بلندگوهای بوق دار^۳. هرگاه به چشمه صوتی کوچک پیستون شکلی بوق مناسبی متصل سازیم، باز داده آکوستیکی آن در فرکانسهای پایین افزایش می‌یابد. در حقیقت عمل چنین بوقی مانند عمل ترانسفورماتور است، یعنی امیدانس بار هوایی را که معمولاً چگالی آن کم است با امیدانس پیستون مرتعش که جرم نسبتاً بیشتری دارد بطور مؤثری متوازن می‌سازد؛ به سخنی دیگر، بوق عمل تراش را انجام می‌دهد. مخصوصاً مقاومت آکوستیکی گلولی بوق در فرکانسهای کم بیشتر از مقاومت آکوستیکی پیستون مرتعشی است که دارای همان سطح بوده و در دیوارک بیکران نصب شده باشد، و از اینرو باز داده چشمه صوتی که روی آن بوق نصب شده باشد بیشتر است. در فرکانسهای زیاد اثر نصب بوق بر بلندگو صرف نظر کردنی است، زیرا فرکانسهای بالا که از چشمه پیستون مانند برمی‌خیزند معمولاً به صورت تابه باریک منتشر می‌گردند، و از اینرو دیواره‌های محدودکننده بوق اثر زیادی بر روی این گونه تابه‌ها ندارند.

مهمترین خصوصیت بوق این است که امیدانس گلولی آن با فرکانس تغییر می‌کند. اما امیدانس گلو نیز تابع سطح گلولی بوق، دهانه آن، و میزان ازدیاد سطح مقطع قائم بوق

1) Beranek, *Acoustics*, Chapters 8 and 9, McGraw-Hill Book Co. (1954).

2) Olson, *Acoustical Engineering*, Chapters 6 and 7, D. Van Nostrand Co. (1957).

3) horn, loudspeakers

است. وقتی سطح دهانه بوق بسیار زیاد باشد تأثیرش بر امپدانس گلو ناچیز است و در این-حالت تغییر امپدانس با فرکانس در درجه اول تابع شکل بوق است.

10.10 معادله تقریبی موج در بوقها. تحلیل و تجزیه دقیق انتشار موجها در بوق را نمی توان با بحث مختصری که درباره بلندگوهای بوقدار در این جا به عمل می آوریم تأمین کرد. ولی محاسبه های ساده ای که برای یافتن معادله موج در این جا انجام می گیرند نتیجه های بسیاری را که از نظر عملی مهمند در بر دارند؛ ولو این که این نتیجه ها را فقط بتوان در فاصله کمی از فرکانسها به کار برد. برای رسیدن به این معادله قبول فرضهای زیر لازم است:

(1) معادله های اصلی آکوستیک درباره آنها صادق است، یعنی دامنه های فشار و سرعت به قدری کوچکند که می توان از جمله های درجه دوم آنها صرف نظر کرد.

(2) انرژی آکوستیکی در بوق به شکل موج تخت منتشر می گردد و این موجها بطور موازی در امتداد محور بوق حرکت می کنند. بعلاوه فرض می کنیم که ذرات، حرکت جا بجایی عمود بر محور را ندارند، و در درون بوق فشار و سرعت تنها تابع زمان t هستند و فاصله های x روی محور بوق اندازه گیری می شوند.

(3) دیواره های بوق کاملاً سخت هستند، چنانکه هیچ گونه حرکت عرضی که موجب کاهش فشار گردد در دیواره روی نمی دهد.

(4) مقطع قائم بوق با سرعتی که تماس موجهای تخت با آن قطع شود بزرگ نمی شود، و برعکس، موجها در خارج از بوق به شکل کروی در فضای آزاد منتشر می گردند.

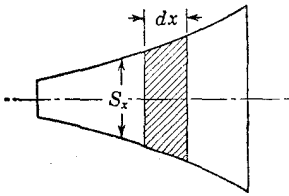
عنصر حجمی به طول dx و سطح S_x را در درون بوق شکل 10.17 در نظر بگیریم. با روشی همانند با آنچه در بخش 5.2 به کار بردیم، می توان ثابت کرد که

$$s = - \frac{1}{S_x} \frac{\partial(S_x \xi)}{\partial x} \quad (10.35)$$

رابطه بالا نماینده معادله پیوستگی موج تختی است که در طول محور x متعلق به بوق منتشر گشته. باید در نظر داشت که هر زمان S_x مقدار ثابتی داشته باشد رابطه بالا ساده می شود و به شکل $s = - (\partial \xi / \partial x)$ در می آید که همان معادله 5.3a است. با استفاده از معادله 5.4b می توان برای فشار رابطه زیر را به دست آورد

$$p = - \frac{\rho_0 c^2}{S_x} \frac{\partial(S_x \xi)}{\partial x} \quad (10.36)$$

حال اگر جمله $(\partial p / \partial x) dx$ را که نیروی خالصی است که بر واحد حجم به مقطع واحد و به طول dx اثر می کند با حاصلضرب جرم $\rho_0 dx$ در شتاب $\partial^2 \xi / \partial t^2$ برابر بگیریم، خواهیم داشت



شکل 10.17. عنصر حجمی
بوق. $S_x dx$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{S_x} \frac{\partial (S_x \xi)}{\partial x} \right) \quad (10.37)$$

رابطه بالا معادله کلی انتشار موجهای تخت در طول محور x بوق است. یادآوری می‌شود که وقتی S_x مقدار ثابتی داشته باشد معادله بالا ساده می‌شود و به شکل معادله 5.9 در می‌آید که مربوط به انتشار موجهای تخت ساده است.

10.11 بوقِ نمایی^۱ بینهایت. تجربه نشان می‌دهد که مؤثرترین بوقها آنهایی هستند که میزان تغییر وسعت سطح مقطع اصلی آنها یعنی dS_x/dx از گلو به دهانه زیاد می‌گردد. در ساختن این گونه بوقها تابعهای گوناگونی از قبیل تابعهای هذلولی، زنجیری^۲، و نمایی به کار رفته است، ولی عادیترین آنها بوقهایی هستند که سطح مقطع آنها تابع نمایی از فاصله مقطع از گلو است. در این بوقها که **بوقهای نمایی** نامیده می‌شوند و در شکل 10.18 نمایش داده شده مقدار سطح مقطع اصلی در هر فاصله x از گلو که واقع باشد در رابطه زیر صدق می‌کند

$$S_x = S_0 e^{mx} \quad (10.38)$$

S_0 عبارت است از سطح مقطع گلو و m را «پایای تغییر وسعت سطح مقطع»^۳ می‌نامند. وقتی مقدار S_x را به رابطه 10.37 ببریم خواهیم داشت

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \left[\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + m \frac{\partial \xi}{\partial x} \right] \quad (10.39)$$

معادله بالا معادله انتشار موجهای تخت در بوقهای نمایی است. اگر حل معادله بالا را به شکل زیر فرض کنیم

$$\xi = A e^{j(\omega t + \gamma x)}$$

می‌توان ثابت کرد که لازم است γ در رابطه زیر صدق کند

$$\gamma^2 - j\omega\gamma - k^2 = 0 \quad (10.40)$$

1) exponential

2) catenary

3) flare constant

در رابطه بالا $k = \omega/c$ است. مقادیرهای قابل قبول γ چنین خواهند بود:

$$\gamma = j \frac{m}{2} \pm \sqrt{k^2 - \frac{m^2}{4}} \quad (10.41)$$

در نتیجه حل هارمونیک کلی معادله 10.39 می‌شود

$$\xi = e^{-\alpha x} (A e^{j(\omega t - \beta x)} + B e^{j(\omega t + \beta x)}) \quad (10.42)$$

که در آن

$$\alpha = \frac{m}{2} \quad \text{و} \quad \beta = \sqrt{k^2 - \frac{m^2}{4}} \quad (10.43)$$

این حل نماینده موج تختی است که دامنه‌اش بطور نمایی با زیاد شدن x کم می‌گردد و با سرعت فاز c' که بر طبق رابطه زیر داده شده پیش می‌رود

$$c' = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{m^2}{4k^2}}} \quad (10.44)$$

باید متوجه بود که جمله $e^{-\alpha x}$ میرایی موج مربوط به خاصیت جذبی را که در بخش 9.3 بیان کرده‌ایم نشان نمی‌دهد بلکه رساننده این است که دامنه موج بواسطه پخش شدن آن

در سطوح داخل بوق، که رفته رفته وسعت می‌گیرند،

کاهش می‌یابد. فاز سرعت، یعنی c' سرعتی است که

حالت حداکثر فشار در داخل بوق با آن سرعت

انتشار پیدا می‌کند. از آنجا که c' تابع فرکانس

است، بوق نمایی برای صوتهای با فرکانسهای

مختلف محیط جداکننده‌ای به‌شمار می‌رود.

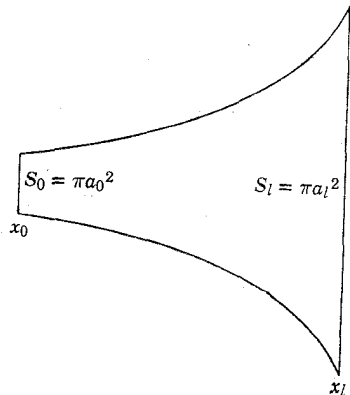
وقتی فرکانسی که باید انتقال یابد کم شود

k نیز کاهش می‌یابد و سرانجام معادل با $m/2$

می‌شود. فرکانس f_c مربوط به این حالت از رابطه

زیر به دست می‌آید

$$f_c = \frac{mc}{4\pi} \quad (10.45)$$



شکل 10.18. بوق نمایی.

این فرکانس که **فرکانس قطع**^۱ نامیده می‌شود کمترین فرکانسی است که برای آن بهره بازده بوق نمایی قابل ملاحظه است. در فرکانس قطع، سرعت فاز c' می‌گردد و مفهومش این است که تمام محیط درون بوق به شکل یک واحد در یک فاز از حرکت است، به این معنی که حرکت در دهانه بوق با حرکت در گلولی بوق همفاز است. اگر شرط $\beta = 0$ را در معادله 10.42 بگذاریم نتیجه‌های مشابهی به دست می‌آیند.

بر خلاف نظریه ساده‌ای که در بالا بیان داشتیم مشاهده‌های آزمایشی می‌رسانند که انتشار موجهای آکوستیکی درون بوق نمایی هم در فرکانس قطع و هم در فرکانس کمتر از فرکانس قطع واقع می‌شود، گرچه توان آکوستیکی که در این حالت بوق به بیرون می‌فرستد بسیار کاهش یافته است. ریشه این اختلاف در فرضهایی است که برای ساده‌کردن موضوع در موقع برقراری معادله تقریبی 10.37 به عمل آوردیم.

معادله‌های معمولی $p = -\rho_0 c^2 s$ و $u = \partial \xi / \partial t$ را می‌توان برای به دست آوردن فشار و سرعت درون بوق به کار برد. اگر این دو جمله را در رابطه $\mathbf{Z} = \mathbf{p}/\mathbf{U} = \mathbf{p}/(S_0 \mathbf{u})$ در رابطه $\mathbf{Z} = \mathbf{p}/\mathbf{U} = \mathbf{p}/(S_0 \mathbf{u})$ بگذاریم معادله‌ای که امیدانس آکوستیکی را به دست می‌دهد به شکل زیر خواهد بود

$$\mathbf{Z}_x = \frac{\rho_0 c}{S_x} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{(\beta + j\alpha)Ae^{-j\beta x} - (\beta - j\alpha)Be^{j\beta x}}{Ae^{-j\beta x} + Be^{j\beta x}} \quad (10.46)$$

به کمک معادله بالا امیدانس آکوستیکی هر نقطه به مختصات x واقع در درون بوق را می‌توان تعیین کرد. پایاهای \mathbf{A} و \mathbf{B} که معمولاً مختلطند به ترتیب عبارتند از دامنه جایجایی موجهای آکوستیکی که در جهت x مثبت و در جهت x های منفی منتشر می‌شوند و مقدار آنها از شرایط مرزی در نقطه گلولی x_0 و دهانه x_1 متعلق به بوق به دست می‌آید.

بزرگی پایای \mathbf{B} معیار سنجش دامنه موج بازتابیده از دهانه بوق است. اگر r_x بینهایت باشد، هیچ موجی بازتابیده نخواهد شد، و از اینرو \mathbf{B} مساوی با صفر می‌گردد. در عمل، هرگاه شعاع دهانه، a_1 ، چنان بزرگ باشد که $ka_1 > 3$ باشد دامنه در مقایسه با دامنه موج تابش کوچک است، و در نتیجه می‌توان اینگونه بوقها را بوقهای بینهایت پنداشت. مثلاً، اگر دهانه بوق به دیوار یکبرگانی باز شود، معادله 8.29 چنین پیشبینی می‌کند که برای $ka > 3$ پایای \mathbf{B} همیشه کمتر از 10 درصد پایای \mathbf{A} خواهد بود. اگر در معادله 10.46 قرار دهیم $\mathbf{B} = 0$ ، امیدانس آکوستیکی در گلولی می‌شود

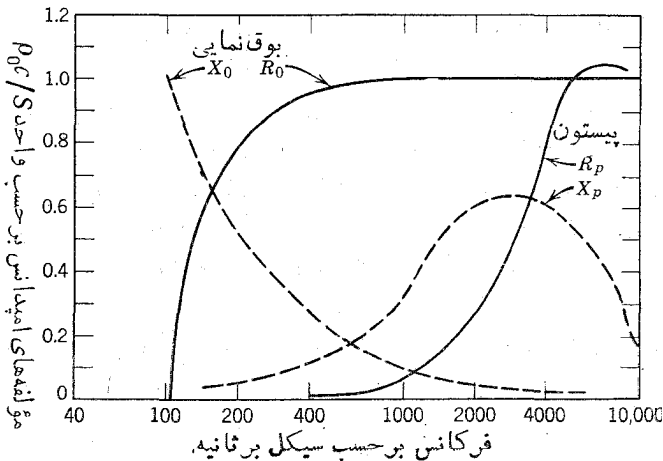
$$\mathbf{Z}_0 = \frac{\rho_0 c}{S_0 k} (\beta + j\alpha) \quad (10.47)$$

یا اگر مقدار α و β را که در رابطه‌های 10.43 داده شده در آن بگذاریم می‌شود

1) cut-off frequency

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S_0} \left(\sqrt{1 - \frac{m^2}{4k^2}} + j \frac{m}{2k} \right) \quad (10.47a)$$

برای اینکه بتوانیم امپدانس گلوی يك بوق نمايي بينهایت را با امپدانسى كه بر صفحه پيستون مانند بلندگويى كه در ديوارك بيكران نصب شده مقايسه كنيم فرض مى كنيم كه شعاع گلوي نمايي شكل 10.18 برابر با 0.02 متر و شعاع دهانه اش 0.4 متر باشد، و طول بوق را مساوى با 1.6 متر بگيريم. پاىاي تغيير وسعت بوق $m = 3.7$ است كه فرکانس قطع رامساوى با 100 سيكل بر ثانيه به دست مى دهد. شكل 10.19 عبارت است از رسم تغييرات مقاومت آكوستيكي R_0 و راکتانس آكوستيكي X_0 هر دو مربوط به گلو برای این کار تغییرات آن دو را بر حسب تغییر فرکانس محاسبه کرده اند و بر حسب واحد $\rho_0 c / S_0$ رسم کرده اند. اگرچه این منحنیها را به فرض بینهایت بودن طول بوق رسم کرده اند، ولی برای بوق محدود به طول 1.6 متر چنانچه فرکانس به اندازه ای باشد كه رابطه $3 > 0.4k$ برقرار باشد؛ یعنی در فرکانس بالاتر از 400 سيكل بر ثانيه می توان آنها را بدون وارد ساختن اشتباه قابل ملاحظه ای به کار برد. اگر فرکانس کمتر از این مقدار باشد موجهای برگشته از دهانه بوق سبب می شوند كه در داخل بوق رزونانس تولید گردد، و در نتیجه مقاومت و راکتانس گلو در اطراف مقداری كه برای بوق به طول بینهایت حساب کرده ایم تغییر می کنند. برای پيستونى به قطر 0.02 متر كه در ديوارك بيكران نصب شده باشد مقدار مقاومت و راکتانس آكوستيكي محاسبه شده و



شكل 10.19. منحنیهای بالا مقاومت و راکتانس آكوستيكي بوق نمايي به طول بينهایت و بلندگوي پيستون شكل را كه در ديوارك بيكران نصب شده باشد نشان مى دهند. مقدارها بر حسب واحد $\rho_0 c / S_0$ كه متعلق به مقاومت آكوستيكي لوله به طول بينهایت به مقطع S است بيان شده اند.

نتیجه در شکل 10.19 رسم گردیده است. آشکار است كه در فاصله فرکانسهای 100 تا 3000

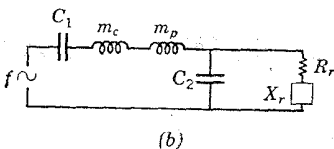
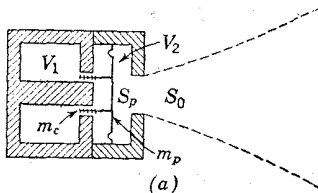
سیکل بر ثانیه بار مقاومت در گلوی بوق خیلی زیادتر است از بار مقاومت بر پیستونی که همان شعاع را داشته باشد. در نتیجه چنانچه بوق نمایی را روی بلندگوی به شکل پیستون نصب کنیم توان آکوستیکی باز داده آن را در فرکانسهای پایینتر خیلی زیاد خواهیم کرد.

10.12 باز داده آکوستیکی بلندگوهای بوق دار. گاهی يك بلندگوی مخروطی كوچك را طوری بر روی بوق نصب می کنند که تابش خود را مستقیماً از درون گلوی بوق به درون آن بفرستد. در این صورت بلندگوی مخروطی كوچك را می توان به کار اندازنده بوق پنداشت. معادله هایی که برای محاسبه بهره، امپدانس حرکتی، و باز داده این گونه بلندگوهای بوق دار به کار می رود مشابه است با آنهایی که در بخش 10.2 بیان کرده ایم، و تنها تفاوت این است که مقاومت مکانیکی به تابش، یعنی R_r ، و راکتانس X_r را باید از امپدانس آکوستیکی گلو یعنی Z_0 به دست آورد. از آنجا که برای تبدیل امپدانس آکوستیکی به امپدانس مکانیکی باید مقدار اولی را در مربع سطحی که بر آن وارد می شود ضرب کرد، پس

$$R_r = S_0^2 R_0 \quad \text{و} \quad X_r = S_0^2 X_0 \quad (10.48)$$

اثر بوق این است که ازدیاد قابل ملاحظه ای در R_r در فرکانسهای پایین وارد می سازد، پس این قبیل بلندگوهای بوق دار در فرکانسهای ذکر شده خیلی مؤثرتر از بلندگوی مخروطی کوچکی هستند که آنها را به کار انداخته است.

چنانکه قبلاً در این فصل گفتیم، باز داده بلندگوی با تابش مستقیم در فرکانسهای بالا با کم شدن اندازه سطح بلندگو زیاد می گردد، زیرا تنزل جرم که توأم با کاهش سطح است موجب می گردد که امپدانس مکانیکی Z_m نیز تقلیل یابد. بلندگوی راننده بوق که در بالا ذکر شد به منزله يك بلندگوی با تابش مستقیم در فرکانسهای بالاست، و در نتیجه بهره آن از بهره يك بلندگوی بزرگ با تابش مستقیم که باز داده قابل مقایسه ای در فرکانسهای پایین داشته باشد بیشتر است. اینگونه بلندگوهای بوق دار را می توان به آسانی ساخت به طریقی که در حوزه فوق العاده وسیعی از فرکانسها که بالاتر از فرکانس



شکل 10.20. (a) واحد راننده ایده آل بلندگوی بوق دار. (b) مدار مکانیکی معادل.

قطع بوق باشد بهره آن 20 درصد بالاتر برود. اشکال اساسی در ساختن این نوع بلندگوی بوق دار این است که برای زیاد کردن مقدار باز داده آن در فرکانسهای پایین لازم است که جابجایی صفحه بلندگوی راننده خیلی زیاد باشد، و بنا بر این بسیار دشوار است که وسایل تعلیق و جاگذاری مخروط را طوری بسازند تا در حرکت آن يك نوع تابیدگی ناخطی پیدا نشود.

نوع عادیتر واحد راننده که در بوق نصب می‌کنند در شکل 10.20a نموده شده است. در طرح این واحد سطح S_p متعلق به پیستون خیلی بزرگتر از سطح S_0 مربوط به گلوست. در نتیجه، برای يك باز داده معین جایجایی سطح پیستون در طرح اخیر خیلی کمتر از جایجایی آن در صورتی است که در گلو واقع باشد. بعلاوه، جاگذاری پیچک به روشی است که هر نوع تابش بیرونی را که از پشت پیستون برسد حذف می‌کند، و بدینسان دشواریهایی که از تابش همال در سابق پیدا می‌شدند در این حالت به کلی وجود نخواهند داشت.

شکل 10.20b نمودار مدار مکانیکی بلندگوست، و در آن عناصر مختلفی که در مقدار امیدانس مکانیکی پیستون متحرك دخالت دارند رسم شده‌اند. نیروی محرکه الکترومکانیکی که بواسطه وجود جریان در پیچک صوتی پیدا می‌شود، با رابطه $f = Bli$ داده می‌شود. نرمش مکانیکی C_1 نمایش سختی s مربوط به دستگاه تعلیق و همچنین مربوط به واکنش توأم با تراکم و انبساط هوای واقع در حجم V_1 در پشت پیستون است. در فرکانسهای پایین اگر ابعاد اتاقک هوای پیستون کمتر از ربع طول موج باشد سختی مربوط به آن بنا بر رابطه 8.2a عبارت است از $\rho_0 c^2 S_p^2 / V_1$ ، و از اینرو نرمش مکانیکی چنین خواهد بود

$$C_1 = \frac{1}{s + \frac{\rho_0 c^2 S_p^2}{V_1}} \quad (10.49)$$

جرمهای پیچک صوتی و پیستون به ترتیب با m_c و m_p نموده شده‌اند. نرمش مکانیکی C_2 مربوط به اتاق هوای واقع در جلو پیستون مرتعش، یعنی V_2 ، با رابطه زیر داده شده است

$$C_2 = \frac{V_2}{\rho_0 c^2 S_p^2} \quad (10.50)$$

راکتانس مربوط به این نرمش بطور موازی با امیدانس Z_r که با رابطه

$$Z_r = R_r + jX_r = S_p^2 Z_0 = S_p^2 R_0 + jS_p^2 X_0 \quad (10.51)$$

داده شده عمل می‌کند.

امیدانس مکانیکی اضافی که بر پیستون مؤثر است شامل دو چیز است، یکی آنچه مربوط به مقاومت مکانیکی سیستم تعلیق است، و دیگری مربوط به تابش و بار جرمی است که از تابش به درون هوای واقع در حجم V_1 پیدا می‌شود. با این همه، امیدانس مربوط به این دو قسمت چون کوچکند عملاً از آنها چشم می‌پوشیم.

امیدانس حرکتی، کارآیی بلندگو، و توان باز داده و غیره را ممکن است به کمک مدار مکانیکی و خصوصیت‌های الکتریکی معلوم پیچک صوتی از طریق به کار بستن روشها و معادله‌هایی که در بخش 10.2 بیان داشته‌ایم به دست آورد. به جای این که برای این قبیل بلندگوها

بحث عمومی را با جزئیاتش بیان کنیم دو مثال مخصوص می آوریم. ساده ترین حالت این است که دخالت و اثر C_1 ، C_2 ، و m_c ، m_p ، و X_r در امیدانس مکانیکی دستگاه بسیار کم و نسبت به R_r چشمپوشیدنی باشد. در این حال امیدانس حرکتی چنانکه در رابطه 10.11 داده شده چنین خواهد بود

$$R_M = \frac{\phi^2}{R_r} = \frac{\phi^2}{S_p^2 R_0} \quad (10.52)$$

و بنابراین مقاومت خالصی است. کارآیی مربوط به آن، چنانکه رابطه 10.14a می دهد، چنین است

$$\eta = \frac{\phi^2}{\phi^2 + S_p^2 R_0 R_E} \quad (10.53)$$

باید در نظر داشت که R_E در معادله بالا نماینده مقاومت پیچک صوتی بر حسب اهم الکتریکی است؛ حال آنکه R_0 نماینده مقاومت آکوستیکی گلوی بوق است که بر حسب اهم آکوستیکی، یعنی $kg/m^4 \cdot sec$ ، بیان می شود. کارآیی بلندگوی بوق دار چنانکه در معادله 10.53 داده شده مشابه است با کارآیی بلندگوی باتابش مستقیم در حالت رزونانس.

برای روشن شدن مطلب نمونه زیر را بیان می کنیم. فرض کنیم که پیچک صوتی بلندگوی که در بخش 10.3 بیان داشتیم متصل باشد به دیافراگمی پیستون مانند که جرمش برابر با 0.0015 کیلوگرم و شعاعش 1.04 متر است، و این دیافراگم را به یک بوق نمایی بینهایت که در شکل 10.18 نموده ایم به طریقی که در شکل 10.20 دیده می شود متصل ساخته باشیم. در این حالت برای فرکانسهای بالاتر از فرکانس قطع بوق خواهیم داشت

$$R_0 \approx \frac{\rho_0 c}{S_0} = \frac{415}{\pi \times 0.02^2} = 3.3 \times 10^5$$

چون $\phi = 4.5$ و $R_E = 5$ اهم است، حداکثر کارآیی حالت رزونانس آنسان که در معادله 10.53 داده شده عبارت است از

$$\eta = \frac{4.5^2}{4.5^2 + (0.0016\pi)^2 \times (3.3 \times 10^5) \times 5} = 0.33 = 33\%$$

وقتی فرکانس خیلی نزدیک به فرکانس قطع باشد امیدانس مکانیکی عناصر باقیمانده مدار مکانیکی خیلی بزرگتر از R_r می شود، و در نتیجه کارآیی از مقدار ماکسیمم خود که در معادله 10.53 داده شده کمتر خواهد شد. در فرکانسهای بالا حرکت پیستون بوسیله جرم کنترل می شود، و امیدانس مکانیکی آن عملاً برابر است با راکتانس مثبت $j\omega(m_c + m_p)$ ، یعنی راکتانس تابع جرم پیچک صوتی و جرم پیستون هر دو است. بنابراین کارآیی در فرکانسهای

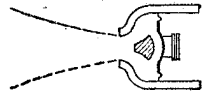
بالا می‌شود

$$\eta = \frac{\phi^2 R_0 S_p^2}{\phi^2 R_0 S_p^2 + R_E \omega^2 (m_c + m_p)^2} \quad (10.54)$$

در فرکانس 1000 سیکل بر ثانیه کارآیی بلندگوی بوقداری که در بالا ذکرش گذشت از طریق محاسبه فرمول 10.54 برابر با 0.09 یا 9% به دست می‌آید.

وقتی فرکانس را زیادتر کنیم به فرکانسی می‌رسیم که برای آن راکتانس $1/(j\omega C_2)$ مربوط به حجم V_2 نسبت به مقاومت R_r بوق کوچک می‌گردد. در این شرایط نرمش C_2 عملاً سبب اتصالی^۱ در مدار بوق می‌شود، و از اینرو کارآیی به سرعت کاهش می‌یابد. این فرکانس قطع را که جزء فرکانسهای بالاست، می‌توان بالاتر از فرکانسهای مورد عمل بلندگو قرار داد و این عمل از راه کم کردن حجم V_2 متعلق به اتاقک واقع در جلو پیستون انجام پذیر است. عامل دیگری که باز داده را در فرکانسهای بالا محدود می‌سازد لزوم این شرط است که نباید اختلاف فاصله عناصر مختلف سطح پیستون از گلولی بوق

بیشتر از ربع طول موج باشد. نبودن این شرط اختلاف فاز پدید می‌آورد و یک نوع تداخل^۲ مخرب پیدا می‌شود که سبب می‌گردد سرعت حجمی در گلولی تقلیل یابد. دستگاه راننده ساده شکل $10.20a$ نمی‌تواند در فرکانسی که برای آن $0.02m < \lambda/4$ باشد، یعنی در فرکانسهای بیش از 4000 سیکل بر ثانیه، بطور رضایت بخشی کار کند. این مشکل را ممکن است تا اندازه‌ای بدین‌سان حل کرد که دیافراگم مرتعش و اتاقک هوای جلو را شکل مخصوصی بدهیم تا ارتعاشهایی که از عناصر مختلف صفحه دیافراگم برمی‌خیزند وقتی به گلولی می‌رسند همگی یک فاز داشته باشند. یک روش برای انجام چنین کاری در شکل 10.21 نموده شده است.



شکل 10.21. ساختمان دستگاه راننده‌ای که برای کاستن اختلاف فاز در گلولی بلندگوی بوقی به‌کار می‌رود.

کارآیی و توان باز داده بلندگوهای بوقدار معمولاً بسیار بالاتر از کارآیی و توان باز داده بلندگوی باتابش مستقیم است، و از اینرو در بلندگوهای بوقدار می‌توان صوتهای با تراز شدت زیاد را بی‌آنکه توان زیادی روی دستگاه راننده بگذاریم به دست آورد. این عامل در موقع به‌کار بردن بلندگوی بوقدار در سینما یا در مواقعی که برای جمعیت زیادی سخن می‌گویند اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند.

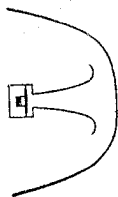
توان باز داده آکوستیکی بلندگوی بوقدار را می‌توان از ضرب کردن کارآیی در توان در داده الکتریکی به دست آورد. همچنین می‌توان مقدار آن را بر حسب وات با استفاده از معادله 10.17 یا از معادله زیر حساب کرد

$$W = R_r V^2 = R_r \omega^2 \xi_0^2 \quad (10.55)$$

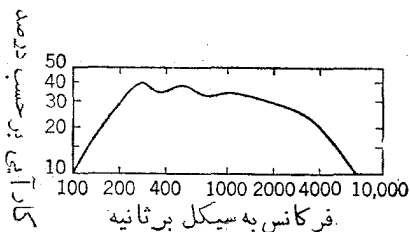
R_r عبارت است از مقاومت به تابش که بر دیافراگم وارد می‌شود، و ξ_0 ریشه دوم متوسط مربعات دامنه جابجایی دیافراگم است. جزئیات ساختمان واحد راننده مقدار ماکسیمم قابل قبول دامنه جابجایی را تعیین می‌کند، که خود عاملی در محدود کردن توان باز داده در فرکانسهای پایین است. مثلاً اگر در مورد بلندگوی بوقدار مورد بحث بخواهیم توان آکوستیکی باز داده آن در فرکانس 160 سیکل بر ثانیه برابر با 20 وات باشد جابجایی واحد راننده از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\xi_0 = \left(\frac{20}{3.3 \times 10^5 (0.0016\pi)^2 \times 1000^2} \right)^{1/2} = 0.00155 \text{ m}$$

که کاملاً پذیرفتنی است. ولی در فرکانسهای کمتر از فرکانس قطع، یعنی 100 سیکل بر ثانیه، ω^2 قدری کم می‌شود، ولی R_r به مقدار زیادی تقلیل می‌یابد، و دامنه مورد لزوم آن اندازه بزرگ می‌گردد که امکانی برای به دست آوردن آن نیست. ولی این دامنه مورد لزوم را می‌توان بدین سان کم کرد که سطح S_p دیافراگم مرتعش را زیاد کنیم؛ اما این کار نیز الزاماً جرم دستگاه مرتعش را زیاد می‌کند، و موجب پیداشدن دشواریهایی چون اختلاف فاز در فرکانسهای بالا می‌گردد. بدین طریق دیده می‌شود که در بلندگوهای بوقدار شرایط لازم برای به دست آوردن باز داده زیاد در فرکانسهای کم و زیاد هر دو ضد یکدیگرند، و چنانکه دیدیم در بلندگوهای باتابش مستقیم نیز همین وضع وجود داشت. از اینرو، اگر بخواهند این گونه بلندگوهای بوقدار را برای دامنه وسیعی از فرکانسها به کار برند، معمولاً در طرح آن دو بلندگوی بوقدار پیشبینی می‌کنند. یکی از آنها بزرگ است و برای فرکانسهای کم در نظر گرفته شده، و دیگری کوچک و برای فرکانسهای بالاتر از 500 یا 1000 سیکل بر ثانیه است. عیناً مانند سیستم بلندگوی باتابش مستقیم، با هر واحد یک شبکه صافی الکتریک همراه است تا فقط فرکانس رادرحدودی که کار آیی آکوستیکی نسبتاً زیادی را تأمین کند به هر یک انتقال دهد.



شکل 10.23. روش تا کردن بوق برای کاستن طول کلی آن.



شکل 10.22. پاسخ نمونه بلندگوی بوقدار بر حسب فرکانس.

در شکل 10.22 یک منحنی نمونه پاسخ رسم شده که نشان می‌دهد چگونه کار آیی بلندگوی با بوق نمایی بر حسب فرکانس تغییر می‌کند. پستی و بلندیهایی که در فرکانسهای کم، روی منحنی مشاهده می‌شود مربوط است به طول محدود بوق، و این موضوع خود بر

امپدانس گلو تأثیری ندارد. اگر امکان داشته باشد که طول بوق را به 10 فوت برسانیم این ناهمواری منحنی پاسخ حذف می‌شود، ولی عموماً محدودیت مکانی ازدیاد طول را ناممکن می‌سازد. یک روش برای به دست آوردن مزایایی که بوق بلند دارد این است که بوق **تاشونده** را به کار بریم (شکل 10.23). متأسفانه اثر تا کردن بوق این است که در موقع عبور موج از قسمت‌های خمیده در مسیر آنها اختلاف راه پدید می‌آید، و این سبب می‌گردد که تداخل موجهای مضری پیدا شود که موجب تنکش باز داده در فرکانسهای بالا گردد.

10.13 اندازه‌گیری پاسخ فشار بلندگو. معمولاً بلندگوها را از نظر توان کلی آکوستیکی تأیید از آن با از حیث تولید فشار آکوستیکی درجه بندی می‌کنند. پاسخ فشار^۱ بلندگو در حقیقت اندازه فشار صوتی است که بلندگو در موقعیت معلوم در محیط با در داده الکتریکی مشخص و فرکانس معین و شرایط مشخص آکوستیکی داراست. یک روش برای مشخص کردن پاسخ فشار این است که مقدار فشار مؤثر صوتی یا ریشه دوم متوسط مربعات فشار صوتی بلندگویی را که در طرفین پیچک صوتی آن یک ولت برقرار ساخته‌ایم و در یک وضع معین اندازه‌گیری شده به دست بدهیم. این مقدار با رابطه زیر داده می‌شود

$$S_E = \frac{P}{E} \quad (10.56)$$

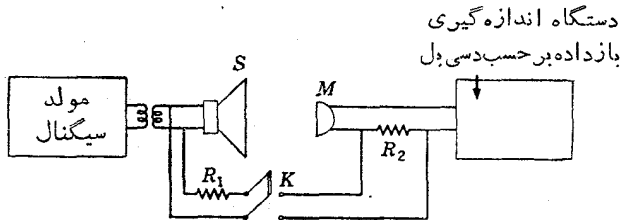
P فشار مؤثر صوتی ریشه دوم متوسط مربعات اندازه گرفته شده بر حسب میکروبار، E مقدار اختلاف سطحی است که به مدار پیچک صوتی وصل کرده‌ایم و بر حسب ولت است. مطالعه خصوصیت‌های بلندگو بر حسب تغییر فرکانس که از رابطه 10.56 از راه محاسبه به دست می‌آید عبارت است از فشار صوتی بلندگویی که بوسیله یک تقویت کننده (صرف نظر از مقدار بار امپدانس وارد بر پیچک صوتی) یک ولت اختلاف سطح بطور اتوماتیک دریافت می‌کند. پاسخ اضافی را که معمولاً کم اهمیت است می‌توان با وارد ساختن شدت ثابت یک آمپر یا توان ثابت یک وات بر پیچک صوتی به دست آورد.

پاسخ فشار را ممکن است بر حسب **دسی بل** نسبت به پاسخ یک میکروبار در یک ولت در داده بوسیله رابطه زیر بیان کرد

$$n_s = 20 \log \frac{P}{E} \quad (10.57)$$

اگر بخواهیم تراز فشار را بر حسب فشاری که معمولاً در آکوستیک مأخذ سنجش است، یعنی بر حسب 0.0002 میکروبار بیان کنیم به تراز پاسخ که از رابطه 10.57 حساب شده باید مقدار $+74db$ بیفزاییم.

وقتی منبع صوت در اتاقی قرار گیرد بر آینه صوت در هر نقطه عبارت است از ترکیب صوت مستقیم با صدای بازتابیده. صدای مستقیم تابع اتاق نیست بلکه تابع ویژگیهای منبع صوت است. برعکس صوت بازتابیده نه تنها تابع منبع صوت است بلکه تابع وضع هندسی اتاق، خصوصیت‌های دیوارها از لحاظ جذب صوت و سایر شرایط منبع و نقطه مورد مطالعه صوت نیز هست. بنابراین آشکار می‌گردد که اگر شرایط اندازه‌گیری کاملاً متشابه نباشد نتایج اندازه‌گیریها از یک آزمایش به آزمایش دیگر با هم بکلی متفاوت خواهند بود. از اینرو، اندازه‌گیری مشخصات پاسخ فرکانس در هوای آزاد ساده‌ترین روش اندازه‌گیریهای مربوط به بلندگو است، که می‌تواند بوسیله آزمایشگاههای مختلف به‌عنوان مقایسه نتیجه‌ها تکرار گردد. به این دلیل اندازه‌گیری در هوای آزاد معیار تعیین کیفیت عمل بلندگو است. در عمل مشاهده شده است که اندازه‌گیری در اتاق بی‌پژواک برای تمام فرکانسهای بالاتر از 100 سیکل بر ثانیه معادل است با اندازه‌گیری در هوای آزاد.



شکل 10.24. اندازه‌گیری تراز فشار باز داده بلندگو.

یک شمای عمومی از ترتیب مداري که نشان‌دهنده طریق مخصوصی برای تعیین P/E معادله 10.56 است در شکل 10.24 نموده شده. این ترتیب ویژه این خصوصیت مطلوب را دارد که در آن نیازی به تنظیم مطلق دستگاه اندازه‌گیری نیست. با اینهمه، لازم است میکروفونی به کار بریم که پاسخ n_m مدار باز آن بر حسب db نسبت به تراز مأخذ سنجش یک ولت که بوسیله فشار یک میکروبار متعلق به موج آزاد پیش‌رونده حاصل شده باشد معلوم باشد. می‌توان ثابت کرد که پاسخ فشار بلندگو بر حسب db عبارت است از

$$n_s = A - B - n_m - 20 \log \frac{R_1 + R_2}{R_2} \quad (10.58)$$

A باز داده دستگاه اندازه‌گیری بر حسب دسی بل است، در حالی که کلید K باز، و میکروفون M صوت را از بلندگوی S بگیرد، و B باز داده دستگاه اندازه‌گیری در زمانی است که کلید K بسته باشد و میکروفون را از دریافت صوت حفظ کرده باشیم. مقاومت R_2 باید نسبت به امپدانس درونی میکروفون به حد کافی کوچکتر باشد، چنانکه وقتی R_2 اتصالی می‌شود باز داده میکروفون M کاهش نیابد. برای کم کردن اشتباهات مربوط به بی‌دقتی در خواندن نسبی دستگاه‌های اندازه‌گیری، باید R_1 را طوری انتخاب کرد که برای B مقداری در حدود

مقدار A به دست آید. بلندگو را باید درجه‌ای که با آن توأمأ مورد استفاده قرار می‌گیرد، یا اگر بلندگو را باید تنها مورد آزمایش قرار دهیم، لازم است در یک دیوارک سخت با اندازه کافی نصب کرد. این میکروفون باید دست کم به فاصله 5 فوت یا با فاصله معین زیادتری از بلندگو قرار گیرد.

پاسخ فشار آکوستیکی که روی محور بلندگو اندازه‌گیری شود معمولاً مقدارش زیادتر از پاسخهایی است که در راستاهای دیگر اندازه‌گیری گردند. مثلاً وقتی که بلندگو در دیوار نصب شده باشد، برطبق معادله 7.54 الگوی راستایی تابش آن تا وقتی که $ka < 1$ باشد تابع راستا نخواهد بود. ولی در فرکانسهای بالا تابعیت از راستا زیاد می‌شود، و در نتیجه اندازه‌گیری پاسخ فشار در روی محور، دیگر نمایش اندازه کلی باز داده آکوستیکی نیست. مثلاً هرگاه فرکانس به اندازه‌ای باشد که برای آن $ka = 1$ باشد، پاسخ روی محور تقریباً 10 درصد بالاتر از متوسط پاسخ کروی است. برعکس در فرکانسهایی که برای آن $ka > 2$ باشد پاسخ روی محور نسبت به پاسخ میانگین تقریباً برابر است با $ka/1.4$.

10.14 اندازه‌گیری باز داده آکوستیکی بلندگو. باز داده توان آکوستیکی بلندگو را با هر فرکانس مخصوصی که به کار بیفتد می‌توان بوسیله اندازه‌گیری میزان جریان انرژی آکوستیکی از درون سطح غیرمشخصی که منبع، یعنی بلندگورا پوشانده باشد به دست آورد. وقتی بلندگو در دیوار نصب شده است این سطح پوشنده عبارت خواهد بود از نیمکره‌ای که مرکز آن بلندگوست. برای بلندگوهایی که در جعبه یا در بوق نصب شده باشند سطح پوشنده کره‌ای است به مرکز بلندگو. سطح کره یا سطح نیمکره نامبرده را به اجزای زیادی تقسیم می‌کنیم و حاصلضرب شدت I متعلق به هر یک از اجزا را که در عنصر سطح آن، یعنی در dS ضرب کنیم، حاصلضرب توانی خواهد بود که از آن سطح عبور کرده است. اگر اندازه‌گیری پاسخ فشار آکوستیکی که با میکروفون انجام می‌شود در محلی باشد که آن را بتوان خارج از ناحیه نزدیک به میدان دانست، در این صورت $I = P^2 / \rho_0 c$ ؛ و جمع کل توان آکوستیکی که از سطح پوشنده عبور کرده، می‌شود

$$W = \frac{1}{\rho_0 c} \iint P^2 dS \quad (10.59)$$

ویژگیهای باز داده آکوستیکی بلندگو را نیز می‌توان از طریق اندازه‌گیری مؤلفه مقاومتی امپدانس الکتریکی در داده برای شرایط مختلف بارگذاری تعیین کرد. مثلاً اگر بتوان مقادیر R_M ، R_{MR} ، و R_E را هر کدام جداگانه اندازه‌گیری کرد، معادله 10.14 را می‌توان برای محاسبه کارایی الکتروآکوستیکی بلندگو به کار برد. نخستین گام در اجرای چنین روشی این است که پیچک صوتی را چنان ساکن کنیم که نتواند حرکت کند. مقاومت R_B که در این شرط اندازه‌گیری شود عبارت خواهد بود از اندازه مقاومت R_E مربوط به پیچک صوتی که مستقیماً اندازه‌گیری شده باشد. گام دوم اندازه‌گیری مقاومت در داده R_A در شرایطی

عادی است که بار بلندگو فقط هوا باشد. مقاومت حرکتی R_M ، که اختلاف بین این دو مقاومت است، از رابطه زیر به دست می آید

$$R_M = R_A - R_B \quad (10.60)$$

از ترکیب معادله‌های 10.13، 10.13a، و 10.14 با این معادله، می‌توان ثابت کرد که کارایی بلندگو با رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$\eta = \left(1 - \frac{R_B}{R_A}\right) \left(\frac{R_r}{R_m + R_r}\right) \quad (10.61)$$

پرانتر اول نماینده اندازه کارایی تبدیل توان الکتریکی به توان مکانیکی است، و پارانتر دوم اندازه کارایی تبدیل توان مکانیکی به توان آکوستیکی است.

نسبتی که مقاومت مکانیکی را بیان می‌کند، یعنی $R_r/(R_m + R_r)$ ، فقط با وسایل الکتریکی قابل اندازه‌گیری است؛ و البته باید این اندازه‌گیری در فرکانس رزونانس مکانیکی انجام شود. در این فرکانس معادله 10.13 ساده می‌شود، و به شکل زیر در می‌آید

$$R_M = R_A - R_B = \frac{\phi^2}{R_r + R_m} \quad (10.62)$$

گام سوم این است که مقاومت در داده R_V را در حالی اندازه بگیریم که بار تابش آکوستیکی R_r را حذف کرده باشیم، و این حالت را به یکی از دو راه می‌توان ایجاد کرد: یا بلندگو را در خلا^۱ به کار می‌اندازند، و یا آن را از دیوار یا جعبه‌ای که باید در آن قرار گرفته باشد جدا می‌سازند. در این شرایط خواهیم داشت

$$R_{Mm} = R_V - R_B = \frac{\phi^2}{R_m} \quad (10.63)$$

می‌توان معادله‌های 10.62 و 10.63 را برای حذف ϕ با هم ترکیب کرد، و چنین نوشت

$$\frac{R_r}{R_m + R_r} = \frac{R_V - R_A}{R_V - R_B} \quad (10.64)$$

که چون در معادله 10.62 بپریم خواهیم داشت

$$\eta = \left(1 - \frac{R_B}{R_A}\right) \left(\frac{R_V - R_A}{R_V - R_B}\right) \quad (10.65)$$

معادله بالا کارایی را در حالت رزونانس به دست می‌دهد. بالاخره چون راکتانس در داده در

این فرکانس برابر با صفر است، توان عادی در داده می‌شود E^2/R_A که چون در کارآیی که با معادله 10.65 داده شده ضرب شود باز داده را بر حسب وات با رابطه زیر به دست می‌دهد

$$W = \frac{E^2}{R_A} \left(1 - \frac{R_B}{R_A} \right) \left(\frac{R_V - R_A}{R_V - R_B} \right) \quad (10.66)$$

اگر شکل 10.4 را نگاه کنیم می‌بینیم که برای فرکانسهای بیش از 400 سیکل بر ثانیه رابطه $R_r \gg R_m$ بر قرار است. این خاصیت عمومی بیشتر مربوط به نصب بلندگوهایی است که در فرکانسهای بالای مربوط به خود عمل می‌کنند. در این شرایط نسبت $R_r/(R_r + R_m)$ به واحد نزدیک می‌شود، و در نتیجه می‌توان معادله

$$\eta = \left(1 - \frac{R_B}{R_A} \right) \quad (10.67)$$

را برای محاسبه کارآیی بلندگو در فرکانسهای خیلی بالاتر از فرکانس رزونانس مکانیکی به کار برد.

مسائل

10.1. (a) ثابت کنید که در فرکانس بسیار بالاتر از فرکانس رزونانس مکانیکی معادله 10.14 ساده می‌شود و به شکل زیر در می‌آید

$$\eta = \frac{\phi^2 R_r}{m^2 \omega^2 R_E}$$

دلایلهای این را که از بعضی جمله‌ها صرف نظر کرده‌اید ذکر کنید و همچنین این جمله‌ها را نام ببرید. (b) در مورد بلندگوی ساده که در بخش 10.3 بیان داشته‌ایم نسبت کارآیی را که از محاسبه معادله بالا برای فرکانس هزار به دست می‌آید به کارآیی که از محاسبه معادله 10.14 حاصل می‌گردد تعیین کنید.

10.2. معادله 10.17 را بطریقی ساده کنید که برای محاسبه باز داده آکوستیکی بلندگوی باتابش مستقیم که در دیوارک بیکران نصب شده باشد در فرکانسهای خیلی کمتر از فرکانس رزونانس مکانیکی قابل استفاده باشد. اگر ولتاژ در داده ثابت بماند چگونه و به چه شکلی توان آکوستیکی در این ناحیه از فرکانسها بر حسب فرکانس تغییر می‌کند؟

10.3. (a) ثابت کنید که اگر پیچک صوتی بلندگو «اتصال» بشود امپدانس مؤثر مکانیکی مخروط بلندگو به مقدار ϕ^2/Z_E زیاد می‌گردد. (b) برای بلندگویی که در بخش 10.3 بررسی شد مقدار ازدیاد این امپدانس مکانیکی را در فرکانس رزونانس مکانیکی پیدا کنید.

10.4. پیچک صوتی يك بلندگوی باتابش مستقیم دارای 0.03 متر قطر و 80 دور سیم پیچ است. مقاومت الکتریکی آن در موقع سکون (یعنی وقتی که آن را از حرکت باز داریم) برابر است با 3.2 اهم و اندوکنانس آن در همین حالت برابر است با 0.2 میلی هنری. پیچک در میدان الکترومغناطیسی $1 \text{ weber}/m^2$ عمل می کند. جمع جرم مخروط و پیچک صوتی 0.015 کیلوگرم و مقاومت مکانیکی R_m برابر با 1 کیلوگرم بر ثانیه و مقاومت به تابش R_r نیز برابر با 1 کیلوگرم بر ثانیه است. سختی دستگاه مخروط 1500 نیوتن بر متر است. (a) فرض کنیم X_r چشمپوشیدنی باشد، اگر در فرکانس 200 سیکل بر ثانیه پیچک صوتی ساکن نگاه داشته شود مقادیر امپدانس الکتریکی Z_E متعلق به پیچک صوتی، امپدانس مکانیکی Z_M ، جمع کل امپدانس الکتریکی Z_I هر يك چه اندازه است؟ (b) ریشه دوم متوسط مربعات ولتاژ چه اندازه باشد تا با همین فرکانس ریشه دوم متوسط مربعات دامنه مخروط بلندگو 0.1 سانتیمتر گردد؟ (c) با وارد ساختن ولتاژ حالت (b) باز داده آکوستیکی چه اندازه خواهد بود؟ (d) R_M و L_M و C_M را برای يك مدار موازی الکتریکی که امپدانس آن معادل امپدانس حرکتی بلندگوی مذکور باشد حساب کنید.

10.5. (a) فرکانس رزونانس مکانیکی بلندگوی مسئله 10.4 چه اندازه است؟ (b) مقدار Q ، فاکتور کیفیت، بلندگوی مخروط دار نامبرده را تعیین کنید. (c) اگر در حالت رزونانس 5 ولت به پیچک صوتی وصل کنیم ریشه دوم متوسط مربعات دامنه جابجایی چه اندازه می شود؟ (d) اگر در وقتی که جابجایی حداکثر است ناگاه مدار پیچک صوتی را قطع کنیم ریشه دوم متوسط مربعات دامنه جابجایی در انتهای 0.02 ثانیه چه اندازه خواهد بود.

10.6. يك بلندگوی باتابش مستقیم به مشخصات: $m = 0.01 \text{ kg}$ ، مقاومت مکانیکی $R_m = 2 \text{ kg}/\text{sec}$ ، مقاومت به تابش $R_r = 2 \text{ kg}/\text{sec}$ ، عامل تبدیل $\phi = 3.5 \text{ weber}/m$ ، و فرکانس رزونانس مکانیکی 200 سیکل بر ثانیه است. اگر $X_r = 0$ باشد، مطلوب است (a) تعیین پایای سختی دستگاه تعلیق مخروط بلندگو، (b) محاسبه مقاومت حرکتی R_M و محاسبه راکتانس حرکتی X_M در فرکانسهای 100، 150، 180، 200، 220، 250، و 400 سیکل بر ثانیه. (c) مقدار محاسبه شده برای فرکانسهای نامبرده را بدین سان رسم کنید که R_M ها روی محور X ها و X_M ها روی محور Y ها قرار گیرند. (d) نشان بدهید که وقتی X_M را بر حسب R_M بطریقی که در (c) بیان شده است رسم کردیم منحنی ای که به دست می آید دایره ای به شعاع $\phi^2/2(R_r + R_m)$ خواهد بود.

10.7. پیچک صوتی يك بلندگوی باتابش مستقیم دارای 5 اهم مقاومت و القای ناچیز است. عامل تبدیل $\phi = 10 \text{ weber}/m$ است. امپدانس حرکتی سیستم مخروط بلندگو معادل است با مداری موازی که از مقاومت 20 اهم و ظرفیت $100 \mu F$ و خود القای 0.04 هنری تشکیل شده. (a) اندازه عددی ثابت مکانیکی $(R_m + R_r)$ ، m ، و s مربوط به بلندگو را پیدا کنید. (b) اگر $R_m = 3R_r$ باشد، کارایی الکتروآکوستیکی بلندگو را در فرکانس 159 سیکل بر ثانیه پیدا کنید.

10.8. يك بلندگوی باتابش مستقیم در دیوارک بیکران نصب شده است. خصوصیتها

بلندگو چنین اند: شعاع 0.2 متر، جرم 0.04 کیلوگرم، مقاومت الکتریکی پیچک صوتی 4 اهم، خودالفا 0.0001 هنری، عامل تبدیل $\phi = 10$ و بر بر متر، سختی دستگاه تعلیق مخروط 2000 نیوتن بر متر و بالاخره مقاومت مکانیکی برابر با 2 کیلوگرم بر ثانیه است. (a) اگر ولتاژ متناوبی با ریشه دوم متوسط مربعات 10 ولت و فرکانس 200 سیکل بر ثانیه به طرفین پیچک صوتی متصل سازیم مقدار توان باز داده آکوستیکی بلندگو چه مقدار خواهد بود؟ در این حالت فرض کنید که بار تابش فقط به يك طرف از سطح مخروط وارد می شود. (b) اگر حوزه تابش مربوط به پیستون دایره ای باشد که در دیوارک بیکران نصب گردیده، تراز فشار صوتی بر روی محور مخروط در فاصله 10 متر از آن چه مقدار است؟

10.9. طرح يك بلندگوی کوچک با تابش مستقیم را بطریقی تعیین کنید که باز داده آکوستیکی آن 0.005 وات و توان الکتریکی در داده آن 1 وات باشد و بتواند در فرکانسهای 2000 تا 8000 سیکل بر ثانیه کار کند. مشخصات طریق نصب آن را که آیا در دیوار یا در جعبه نصب می شود بیان کنید. همچنین مشخصات زیر را تعیین کنید: شعاع، تعداد سیم پیچ، مقاومت و جرم پیچک صوتی، چگالی شار میدان مغناطیسی. با محاسبه ثابت کنید که قابلیت باز داده آکوستیکی بلندگوی طرح شده خواسته های ذکر شده را دارا می باشد. اگر مشکلی در طرح این بلندگو پیدا می شود آن را ذکر کنید.

10.10. طرح بلندگویی با تابش مستقیم را بریزید که باز داده آکوستیکی آن دست کم 1 وات باشد، و حداقل کارایی آن در فرکانسهای 1000 تا 10,000 سیکل بر ثانیه برابر با 1/10 شود. خصوصیت های زیر را تعیین کنید. (a) جرم، مقاومت، تعداد دور سیم پیچ، شعاع و القای پیچک صوتی. (b) جرم، شعاع، مقاومت مکانیکی و پایای سختی مخروط بلندگو. (c) نوع نصب بلندگو (در دیوار یا در جعبه). اگر بلندگو در محفظه نصب شده است ابعاد اضافه پایای سختی آن را بیان دارید. (d) چگالی شار میدان مغناطیسی را محاسبه کنید ثابت کنید خصوصیت هایی که برای باز داده بلندگو قبلاً تعیین شده با بلندگویی که پیشنهاد می کنید مطابقت دارد. (e) ولتاژ در داده این بلندگو را چه اندازه بگیریم تا توان آکوستیکی باز داده آن برای فرکانس 100 سیکل بر ثانیه برابر با يك وات شود؟ (f) برای همین ولتاژ در داده مقدار باز داده آکوستیکی بلندگو را برای فرکانس 1000 سیکل بر ثانیه حساب کنید.

10.11. مخروط چین دار بلندگویی چنان ساخته شده که شعاع مؤثر پیستون معادل آن برابر با $a = (2 + 100/f)$ سانتی متر برای فرکانسهای بین 100 و 100,000 سیکل بر ثانیه باشد. اگر دامنه سرعت مخروط بلندگو در فاصله فرکانسهای ذکر شده ثابت بماند باز داده نسبی بلندگو را در این فاصله از فرکانسها حساب کنید و يك منحنی بکشید که تغییرات این باز داده را بر حسب فرکانس نشان دهد. همچنین فرض کنید که بار مقاومت به تابش مربوط به مخروط بلندگو مساوی باشد با بار مقاومت بلندگوی با پیستون مسطح به شعاع a که در دیوارک بیکران نصب گردیده باشد.

10.12. مخروط چین دار بلندگویی چنان ساخته شده که در فاصله فرکانسهای میان 100 و 10,000 سیکل بر ثانیه بتوان شعاع مؤثر پیستون معادل آن را مساوی با

$a = (5 + 100\sqrt{f})$ سانتیمتر دانست. (a) فرض کنیم حوزه تابش بلندگو مشابه باشد با حوزه تابش پیستون مسطحی به شعاع a که در این مسئله داده شده و این بلندگوی پیستون مانند در دیوارک بیکران نصب گردیده باشد. در این شرایط الگوی تابۀ آن را برای فرکانسهای 100، 1000، و 10,000 سیکل بر ثانیه محاسبه و رسم کنید. (b) اگر دامنه سرعت مخروط بلندگو در فاصله فرکانسهای یادشده به فرض برابر با $V = 2/\sqrt{f}$ سانتیمتر بر ثانیه باشد، مطلوب است محاسبه و رسم منحنی تغییرات نسبی باز داده آکوستیکی آن در فاصله فرکانسهای 100 و 10,000 سیکل بر ثانیه. ضمناً بار مقاومت به تابش مربوط به مخروط بلندگو را مساوی با بار تابش بلندگوی پیستون ماخذ مسطحی بگیرید که در دیوارک بیکران نصب شده باشد.

10.13. دو بلندگوی مشابه در دیوار بطریقی نصب شده اند که فاصله دو مرکز آنها از یکدیگر برابر با 0.4 متر است. این دو بلندگو معمولاً بطور همفاز کار می کنند؛ به نوعی که باز داده آکوستیکی آنها به یکدیگر اضافه می گردد. اگر باز داده آکوستیکی هر يك از این بلندگوها برای فرکانس 100 سیکل بر ثانیه برابر با 0.05 وات باشد چنانچه آنها را به اشتباه طوری به حرکت در آوریم که در فاز مخالف قرار گیرند حاصل ترکیب توان باز داده آنها چه مقدار خواهد بود؟ فرض کنید تابشی که از هر کدام بیرون می آید دارای تقارن کروی است و نظریۀ همال آکوستیکی را در بارۀ آن دو به کار ببرید.

10.14. يك بلندگوی با تابش مستقیم دارای شعاع 0.15 متر است. اگر آن را در دیوار نصب کرده و فرکانس رزونانس مکانیکی آن را اندازه بگیریم 25 سیکل بر ثانیه به دست می آید. و اگر آن را در يك جعبه پشت بسته نصب کنیم فرکانس رزونانس مکانیکی آن 50 سیکل بر ثانیه می شود. (a) مطلوب است تعیین پایای سختی دستگاه تعلیق مخروط بلندگو. (b) جرم مخروط بلندگو چه اندازه است؟ در هر کدام از دو حالت مخروط بلندگو فقط دارای بار هواست، و راکتانس X_r فقط از يك طرف وارد می شود.

10.15. مخروط يك بلندگوی بزرگ با تابش مستقیم دارای شعاع 0.2 متر است. جرم آن 0.04 کیلوگرم و مقاومت مکانیکی اش 1 کیلوگرم بر ثانیه است. (a) فرض کنیم که مخروط معادل باشد با پیستون مسطحی که دارای همان شعاع است. مقدار سختی دستگاه تعلیق آن بر حسب نیوتن بر متر چه مقدار است؟ مشروط به این که فرکانس رزونانس مکانیکی آن وقتی در دیوارک بیکران نصب شده 20 سیکل بر ثانیه بشود، بار تابش را فقط وارد بر يك طرف بلندگو فرض کنید. (b) وقتی بلندگوی مزبور را در جعبه پشت بسته نصب کنیم فرکانس رزونانس مکانیکی آن به 80 سیکل بر ثانیه می رسد. حجم جعبه را بیابید. (c) عامل تبدیل را برابر $\phi = 10$ و بر بر متر می گیریم. اگر بلندگو باید 0.5 وات باز داده توان آکوستیکی را در فرکانس 40 سیکل بر ثانیه هنگامی که در جعبه قرار دارد دارا بشود معین کنید ریشه دوم متوسط مربعات جریانی را که باید به پیچک صوتی وارد ساخت تا خواسته های اخیر عملی گردند.

10.16. يك بلندگوی با تابش مستقیم دارای خصوصیات فیزیکی زیر است: جرم برابر با 0.01 کیلوگرم، سختی 1,000 نیوتن بر متر، مقاومت مکانیکی 1.5 کیلوگرم بر ثانیه،

شعاع 0.15 متر، يك پيچك صوتی به شعاع 1.5 سانتیمتر كه 150 دور سیم مسی نمره 34 دور آن پیچیده شده، چگالی شار مغناطیسی كه در شكاف هوا قرار دارد 0.8 و بر بر متر، و راکتانس 0.4 میلی هنری. بلندگو در جعبه پشت بسته به ابعاد $0.2 \times 0.5 \times 1.0m$ نصب گردیده است. اگر فرض کنیم كه مخروط بلندگو فقط از يك طرف زیر بار تابش قرار دارد فرکانس رزونانس مکانیکی آن را بیابید. (b) اگر ریشه دوم متوسط مربعات ولتاژی برابر با 10 ولت به طرفین پيچك صوتی متصل سازیم باز داده آکوستیکی آن در فرکانس رزونانس و در فرکانسهای 200 و 1000 سیكل بر ثانیه چه مقدار خواهد بود؟

10.17. بلندگوی باتابش مستقیم مسئله 10.16 را در نظر بگیرید كه در جعبه انعكاس بم نصب شده باشد. سوراخ جعبه را دایره ای و به شعاع 0.15 متر و طول آن را صرف نظر كردنی فرض كنید. اگر بخواهیم فرکانس رزونانس هلمهولتس مربوط به جعبه برابر باشد با فرکانس مخروط بلندگو و سیستم تعلیق آن كه در دیوارك بیکران نصب شده باشد حجم جعبه را چه مقدار باید انتخاب کنیم؟ (b) اگر يك بار بلندگو را در جعبه گذاریم و فرکانس آن را 75 سیكل بر ثانیه بگیریم و دفعه دیگر در دیوارك بیکران نصب کنیم و همان فرکانس را داشته باشد نسبت دو باز داده آکوستیکی را حساب کنید. فرض کنید كه مقدار جابجایی مخروط بلندگو در هر دو حالت با هم مساوی هستند.

10.18. (a) ثابت کنید كه دامنه فشار P متعلق به موج تخت كه در طول محور بوق نمای بی نهایت در حرکت است با معادله $P = P_0 e^{-\alpha x}$ داده شده است. P_0 دامنه فشار در محل $x = 0$ است. (b) ثابت کنید فشار آکوستیکی P متعلق به موجی كه در جهت x های مثبت درون بوق در حرکت باشد نسبت به سرعت ذره ای u به اندازه زاویه θ تقدم دارد؛ چنانكه $\tan \theta = \alpha / \beta$. (c) ثابت کنید كه شدت موج مسطح كه در طول محور بوق در حرکت باشد با معادله زیر نموده می شود

$$I = \frac{P^2}{2\rho_0 c} \cdot \sqrt{1 - m^2/4k^2}$$

(d) ثابت کنید كه سرعت حجمی U متعلق به موجی كه در جهت x های مثبت بوق حرکت كند به كمك این معادله حساب می شود: $U = U_0 e^{\alpha x}$. در این معادله U_0 عبارت است از سرعت حجمی در نقطه $x = 0$.

10.19. از يك بلندگوی متصل به بوق نمایی بی نهایت، توانی صوتی به اندازه يك وات با فرکانس 250 سیكل بر ثانیه بیرون می آید. شعاع بوق در گلو برابر است با 0.03 متر و پایای تغییر وسعت سطح مقطع $m = 5$ است. (a) فرکانس قطع بوق چه اندازه است؟ (b) برای اینکه باز داده آکوستیکی بلندگو يك وات باشد حداکثر سرعت حجمی در گلو چقدر باید بشود؟ (c) اگر شعاع دیافراگم واحد راننده (پيچك صوتی) كه به بوق متصل است 5 سانتیمتر باشد حداکثر دامنه جابجایی آن چه مقدار باید باشد تا سرعت حجمی بالا را تولید كند؟

10.20. يك پيستون دایره‌ای کوچک به شعاع 0.03 متر و جرم 0.002 کیلوگرم است. سختی دستگاه تعلیق آن چنان است که فرکانس ارتعاش آزاد آن 300 سیکل بر ثانیه است. يك بوق نمایی که شعاع گلوی آن 0.03 متر، طول آن 1 متر، و شعاع دهانه اش 0.3 متر است روی پيستون فوق نصب گردیده. (a) فرکانس رزونانس مکانیکی جدید پيستون چه اندازه است؟ بار جرمی را که از طرف بوق بر پيستون تحمیل می‌شود می‌توان متعلق به بوق بینهایتی دانست که پایای تغییر وسعت سطح مقطع آن مساوی با ضریب پایای بوق مورد عمل باشد. (b) اگر ریشه دوم متوسط مربعات دامنه نیرویی که پيستون را حرکت می‌دهد 5 نیوتن باشد چه مقدار توان آکوستیکی از این بوق بینهایت در فرکانس 300 سیکل بر ثانیه به بیرون فرستاده می‌شود؟

10.21. يك رابطه عمومی برای ضریب تراگسیل توان صوتی α جهت موجهای تخت صوتی که از داخل لوله استوانه‌ای به مقطع S به بوق نمایی بینهایتی به پایای تغییر وسعت مقطع m وارد می‌شود پیدا کنید (رجوع شود به بخش 8.6).

10.22. بوقی نمایی به طول 20 سانتیمتر در طول محور x با شعاع گلوی 2 سانتیمتر و شعاع دهانه 10 سانتیمتر در دست است. گلوی بوق به وسیله دیافراگم نسبتاً سختی که متعلق به میکروفون متصل به بوق است بسته شده. موج تختی با فرکانس 2000 سیکل بر ثانیه و تراز فشار 74 دسی‌بل نسبت به فشار 0.0002 میکروبار در امتدادی موازی با محور بوق از دهانه آن به درون فرستاده می‌شود. اگر در دهانه بوق برگشت برای موج حاصل شود ولی موج به وسیله بوق متقارب گشته و از روی دیافراگم گلو برگشت کند، تعیین کنید تراز فشار آکوستیکی وارد بر دیافراگم چه اندازه است.

10.23. بوق نمایی يك بلندگوی کوچک *tweeter* که شعاع گلویش 0.01 متر است داریم. شعاع دیافراگم واحد راننده (مقصود پیچک صوتی است) 0.03 متر، سختی آن $5,000$ نیوتن بر متر، و جرمش 0.001 کیلوگرم است. پیچک صوتی دارای مقاومت 1.6 اهم و القای 0.0001 هنری و عامل تبدیل $\phi = 4$ و بر بر متر است. (a) اگر بخواهیم که فرکانس قطع مربوط به بوق مساوی با 500 سیکل بر ثانیه بشود ضریب پایای تغییر وسعت مقطع آن را چه مقدار بگیریم؟ (b) اگر بخواهیم بازده آکوستیکی در فرکانس $1,000$ سیکل بر ثانیه 0.2 وات باشد مقدار حداکثر دامنه سرعت حجمی در گلوی بوق چه خواهد بود؟ (c) برای تولید این سرعت حجمی (که در قسمت b پیدا می‌کنید) در فرکانس $1,000$ سیکل بر ثانیه تعیین کنید دامنه ارتعاش دیافراگم چه مقدار باید باشد؟ (d) کارآیی بلندگو در این فرکانس چه مقدار است؟ (c) ولتاژی را که باید به طرفین پیچک صوتی وارد سازیم تا بازده آکوستیکی آن 0.2 وات بشود تعیین کنید.

10.24. يك بلندگوی باتابش مستقیم به شعاع 0.2 متر بر روی دیوار پهن صافی لب به لب نصب گردیده است. وقتی بلندگو را با فرکانس $1,000$ سیکل بر ثانیه به کار می‌اندازیم شدت صوت در نقطه‌ای به فاصله 5 متر از بلندگو که مستقیماً خارج از دیوار واقع است برابر با 0.1 وات بر متر مربع می‌باشد. (a) تراز شدت صوت در این نقطه چه اندازه است؟ (b)

به فرض آنکه بلندگو دارای الگوی مشابه با الگوی حوزه امتداد پیستون مسطحی به همان شعاع باشد، تعیین کنید که تراز شدت صوت در همین فاصله مستقیم بر روی دیوار چه مقدار است؟ (c) همین سؤال را برای زاویه 30° از دیوار پاسخ دهید. (d) همین سؤال را برای فاصله 60° از دیوار پاسخ دهید. (e) جمع کل باز داده آکوستیکی بلندگو بر حسب وات چه مقدار است؟

10.25. بلندگوی مفروض را در دیوار مسطح پهنی بطور لب به لب نصب کرده ایم. فشار مؤثر آکوستیکی که در فاصله شعاعی 2 متری از بلندگو اندازه گیری شده از معادله $P = 20 \cos \theta$ نیوتن بر متر به دست می آید. θ عبارت است از زاویه قطبی واقع بین محور بلندگو و امتدادی که در آن اندازه گیری به عمل آمده است. از راه انتگرال گیری معادله 10.59 در تمام سطح نیم کره به شعاع دو متر، با استفاده از عنصر سطح حلقه ای $dS = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$ ، باز داده آکوستیکی بلندگو را حساب کنید.

10.26. بلندگویی داریم که با متوقف کردن پیچک صوتی آن مؤلفه مقاومتی امپدانس در داده آن دارای اندازه 5 اهم می گردد. هرگاه آن را در یک دیوار مسطح پهن لب به لب وصل کنیم مؤلفه مقاومتی امپدانس در داده آن برابر با 10 اهم می شود. وقتی بلندگو را از دیوار جدا سازیم تا بار تابش آکوستیکی R_r را تقریباً حذف کنیم مقاومت امپدانس در داده آن در فرکانس رزونانس مکانیکی برابر با 12 اهم می گردد. (a) کارآیی الکترو آکوستیکی بلندگو در موقعی که در دیوار نصب شده چه اندازه است؟ (b) اگر در فرکانس رزونانس مکانیکی آن 0.6 آمپر در پیچک صوتی وارد ساخته باشیم مقدار باز داده آکوستیکی آن چه مقدار است؟ (c) اگر تابش را با تقارن کروی فرض کنیم تراز شدت در فاصله 5 متر از این بلندگو چه اندازه است؟

10.27. (a) اگر R_A را در معادله 10.65 متغیر بگیریم و بخواهیم کارآیی ماکسیم باشد مقدار R_A که بر حسب R_B و R_V بیان شده باشد چه اندازه می شود؟ (b) این مقدار R_A را در معادله 10.65 می گذاریم؛ رابطه ای بر حسب R_B و R_V جهت تولید حداکثر کارآیی ممکن پیدا کنید. (c) حداکثر کارآیی قسمت (b) مربوط است به بار تابش مطلوب R_r . رابطه ای برای R_r بر حسب R_B و R_V بنویسید که کارآیی را در حالت رزونانس به حداکثر برساند.

میکروفونها

۱۱.۱ پیشگفتار. در فصل گذشته دو نوع مهم تراگذار الکتروآکوستیکی را در نظر گرفتیم، و این هر دو نوع توانایی آن را داشتند که انرژی الکتریکی را به انرژی آکوستیکی تبدیل کنند. دسته دیگر که به همان اندازه اهمیت دارند تراگذارهایی هستند که انرژی آکوستیکی را به انرژی الکتریکی مبدل می‌سازند. این تراگذارها اگر در هوا کار کنند میکروفون^۱ و اگر در آب کار کنند هیدروفون^۲ نامیده می‌شوند. میکروفونها برای دو مقصود عمده به کار می‌روند. نخست، برای تبدیل گفتار یا موسیقی به سیگنالهای الکتریکی که به وسیله انتقال یا به وسیله عمل دیگری گفتار یا موسیقی را دوباره تولید می‌کند. دوم، میکروفونها را به عنوان دستگاه اندازه‌گیری به کار می‌برند؛ بدین سان که انرژی سیگنالهای آکوستیکی را به وسیله آنها به جریان الکتریسیته تبدیل می‌کنند و این جریان را به دستگاه‌های اندازه‌گیری دیگری وارد می‌سازند.

پدیده‌های فیزیکی گوناگونی برای تبدیل انرژی آکوستیکی به انرژی الکتریکی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این پدیده‌ها شامل القای الکترومغناطیس^۳، اثر پیزوالکتریک^۴، مغناطوتنگش^۵، تغییرات ظرفیت خازن، و تغییرات مقاومت گرد زغال، متراکم می‌شود. قبل از آنکه استعمال تقویت‌کننده‌هایی که با چراغهای تقویت‌کننده کار می‌کنند بسط و توسعه یابد، حساس نبودن طبیعی تمام پدیده‌های نامبرده، بویژه پدیده آخرین، سبب گردیده بود که آنها را در موارد عملی کمتر استعمال کنند، و از اینرو پیوسته میکروفون کربن‌دار را به کار می‌بردند. ولی اکنون با ولتاژ و توان قابل ملاحظه‌ای که به کمک دستگاههای تقویت‌کننده با لامپهای خلا^۶ به دست می‌آوریم می‌توانیم میکروفونهایی را به کار بریم که حساسیتشان بارها

1) microphone 2) hydrophone 3) piezoelectric

۴) magnetostriction. به پانوشت بخش 12,13 رجوع شود. -م.

کمتر است؛ مانند میکروفونهای الکترو دینامیک، میکروفونهای بلوری، میکروفونهای خازنی. ولی در عوض برتری این گونه میکروفونها بر سایرین این است که پاسخ آنها خیلی یکنواخت تر است و نوفه^۱ که از ویژگیهای این قبیل دستگاههاست در آنها وجود ندارد. تمام میکروفونها را برای این به کار می‌برند که تغییرات متناوب فشار آکوستیکی درون محیط را تبدیل کنند به تغییرات مشابهی از ولت یا جریان در داخل مدار الکتریکی که متصل به آن است. اگر پاسخ الکتریکی میکروفون، مربوط به تغییرات فشار آکوستیکی باشد، آن را میکروفون فشاری^۲ می‌نامند؛ اگر پاسخ مربوط باشد به تغییرات گرادیان فشار، میکروفون گرادیان فشار^۳ نامیده می‌شوند. همچنین می‌توان میکروفونها را به دو دسته صوت-توانی^۴ و صوت-کنترلی^۵ تقسیم کرد. در میکروفونهای صوت-توانی انرژی صوتی موج تابش موجب پیدایش انرژی الکتریکی در مدار میکروفون می‌گردد. در میکروفونهای صوت-کنترلی موجهای آکوستیکی فقط جریان الکتریسته‌ای را که از باتری یا منبع توان دیگری به میکروفون می‌رسد کنترل می‌کند.

11.2 میکروفون زغالی. میکروفونهای زغالی معمولاً در دستگاههای تلفون و رادیو برای مقاصد ارتباطی به کار می‌روند. در این موارد، باز داده الکتریکی نسبتاً زیاد، کمی قیمت، و دوام آنها بیش از هماندهی پاسخ دستگاه دارای اهمیت است. عمل این میکروفونها تابع عمل تغییر مقاومت محفظه کوچکی است که از گرد زغال پر شده است، و این محفظه را دکمه زغالی^۶ می‌نامند. شکل 11.1a نموداری از این گونه میکروفونهاست. در وسط دیافراگم زائیده‌ای نصب گردیده که از طرف دیگر بر دکمه زغالی متکی است. وقتی دیافراگم جابجا شود زائیده متصل به آن، فشار وارد به محفظه را که شامل گرد زغالی است تغییر می‌دهد، و در نتیجه مقاومت الکتریکی از زره‌ای به زره‌ای دیگر نیز تغییر می‌کند، بطوری که مقاومت کلی دکمه زغالی، که در حدود 100 اهم است، به پیروی از تغییر فشار آکوستیکی که بر دیافراگم وارد می‌شود تقریباً بطور خطی تغییر می‌کند.

در مدار معادل ساده‌ای که در شکل 11.1b^۱ نموده شده فرض می‌کنیم که برای جابجاییهای کوچکی که برای دیافراگم اتفاق می‌افتند مقاومت R_c متعلق به دکمه زغالی بطور خطی تغییر کند. اگر حرکت مرکز دیافراگم را با y نمایش دهیم،

$$R_c = R_0 + hy \quad (11.1)$$

R_0 مقاومت دکمه زغالی است وقتی که ساکن باشد، یعنی مقدار جابجایی آن صفر باشد، و h پایای مقاومت الکتریکی بر حسب اهم بر متر است که در نتیجه جابجایی زائیده دیافراگم

1) noise.

2) pressure microphone

3) pressure-gradient microphone

4) sound-powered

5) sound-controlled

6) carbon button

حاصل می‌گردد. در فرکانسهای بسیار پایینتر از فرکانس اصلی رزونانس دیافراگم، حرکت دیافراگم بوسیلهٔ سختی دستگاه کنترل می‌شود، و در اینحال می‌توان آن را مانند نوسانگر ساده به‌ضرب سختی r و باجرمی چشمپوشیدنی پنداشت. اگر صوتی بافرکانس ω بردیافراگم وارد شود، دامنهٔ فشاری بر آن وارد می‌سازد، چنانکه

$$y = \frac{PS}{s} \cos \omega t = y_0 \cos \omega t \quad (11.2)$$

S سطح مؤثر دیافراگم، و y_0 دامنهٔ جابجایی مرکز آن است، پس

$$R_c = R_0 + hy_0 \cos \omega t \quad (11.3)$$

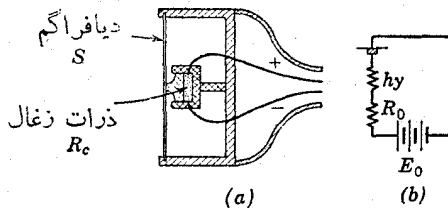
تغییر مقاومت سبب می‌شود که جریان در مدار به شکل زیر تغییر کند

$$i = \frac{E_0}{R_0 + hy_0 \cos \omega t} \quad (11.4)$$

E_0 ولتاژ باتری است. اگر $hy_0 \ll R_0$ باشد، معادلهٔ بالا را می‌توان بسط داد و ساده کرد

$$i \approx \frac{E_0}{R_0} \left[1 - \frac{hy_0 \cos \omega t}{R_0} + \left(\frac{hy_0}{R_0} \right)^2 \frac{\cos 2\omega t}{2} + \dots \right] \quad (11.5)$$

معادلهٔ 11.5 می‌رساند که در این حالت یک جریان پایدار مستقیم به شکل E_0/R_0 موجود است. علاوه، جریان متناوبی به شکل $i_c = -(E_0 hy_0/R_0^2) \cos \omega t$ و هارمونیکهای بالاتر از این فرکانس نیز در مدار وجود خواهند داشت.



شکل 11.1. (a) میکروفون سادهٔ زغالی. (b) مدار الکتریکی معادل آن.

می‌توان تصور کرد که جریان متناوب i_c به فرکانس ω زائیدهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی متناوبی به شکل زیر است

$$e_c = i_c R_0 = - \frac{E_0 h y_0 \cos \omega t}{R_0} \quad (11.6)$$

که در درون میکروفون بوجود آمده. این عمل تا اندازه‌ای همانند عملی است که در لامپهای خلا انجام می‌دهیم، یعنی اثر ولتاژ e_g را که برگریداً وارد می‌کنیم با ولتاژ معادل $\mu e_g -$ که در مدار لوحه پدید می‌آید تعویض می‌کنیم. پس، دامنه ولتاژ معادل میکروفون می‌شود

$$E_c = \frac{E_0 h y_0}{R_0} = \frac{E_0 h S P}{R_0 S} \quad (11.7)$$

نسبت E_c/P نماینده حساسیت میکروفون است، و آن را پاسخ ولتاژ در مدار باز^۲ می‌نامند. ممکن است آن را بر حسب ولت بر نیوتن بر متر مربع به صورت

$$M_c = \frac{E_c}{P} = \frac{E_0 h S}{R_0 S} \quad (11.8)$$

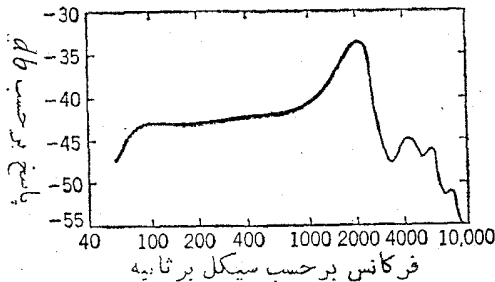
بیان کرد، یا با ضرب کردن طرف راست معادله 11.8 در 0.1 آن را بر حسب ولت بر میکروبار نوشت. پاسخ را ممکن است نسبت به تراز یک مأخذ سنجش اختیاری بر حسب دسی بل بیان کرد. مأخذ سنجشی که معمولاً به کار می‌رود عبارت است از یک ولت بر میکروبار (یک ولت بر 0.1 نیوتن بر متر مربع). اگر این مقدار را بر حسب تراز مأخذ سنجش بیان کنیم پاسخ میکروفون زغالی بالا بر حسب db می‌شود

$$n = 20 \log \frac{E_c}{10P} = 20 \log \frac{E_0 h S}{10 R_0 S} \quad (11.8a)$$

واضح است که پاسخ میکروفون وقتی زیاد می‌شود که ولتاژ باتری E_0 افزایش یابد، یا آنکه R_0 یعنی مقاومت مدار کم شود. همچنین پاسخ میکروفون مستقیماً با زیاد شدن S یا کم شدن ضریب سختی S افزایش می‌یابد. با اینهمه، زیاد کردن حساسیت میکروفون محدودیتهایی در بر دارد، زیرا اگر E_0 را زیاد کنیم سبب می‌شود که دستگاه بسیار گرم شود، و همچنین نوفه درونی دکمه زغالی افزایش یابد؛ و اگر ضریب سختی S را کم کنیم فرکانس اصلی دیافراگم نیز کم می‌شود، و بنابراین حدود فرکانسهای سودمند میکروفون را می‌کاهد.

اگر نسبت ولتاژ هارمونیک دوم به ولتاژ اصلی را از معادله 11.5 بیرون آوریم، می‌شود $h y_0 / 2 R_0$. چون افزودن بر نسبت h/R_0 برای زیاد کردن حساسیت میکروفون سبب می‌گردد که دامنه نسبی هارمونیک دوم نیز زیاد شود، بنابراین واضح است که اگر بخواهیم تابیدگی در صوت احداث نشود باید در باره حساسیت میکروفون قدری گذشت کنیم؛ عکس آن هم صحیح است، یعنی زیاد کردن حساسیت میکروفون موجب شدید شدن هارمونیکها و در نتیجه تولید تابیدگی در صوت می‌گردد. همچنین آشکار است موجهای صوتی که شدتشان زیاد باشد، آنسان که دامنه y_0 را زیاد گردانند، سبب می‌شوند که در باز داده میکروفون تابیدگی بسیار

زیادی مربوط به هارمونیکها بوجود آید. سرانجام فرض این که h پایاست مستلزم این است که تغییرات مقاومت نسبت به تغییرات جابجایی بطور یکنواخت انجام شوند، و بدون تردید می دانیم که قبول این فرض برای دامنه‌های بزرگ مبنی بر اشتباه است، و این عامل نیز یکی از علت‌های وجود تاییدگی در صوت به‌شمار می‌رود. تاییدگی‌ای را که بواسطه هارمونیکهای زوج جمله‌های معادله 11.5 پیدا می‌شود می‌توان به این وسیله خنثی کرد که میکروفونی به‌کار بریم که دارای دو دکمه زغالی باشد و این دو دکمه به شکل مدار پوش-پول^۱ به یکدیگر متصل شده باشند، ولی در این نوع میکروفونها هم وقتی دامنه موجهای صوتی خیلی بزرگ باشد هارمونیکهای فرد تاییدگی پدید می‌آورند.



شکل 11.2. پاسخ به فرکانس با فشار ثابت در میکروفون زغالی بر حسب db نسبت به ولت بر میکروبار.

در شکل 11.2 خصوصیت‌های پاسخ به فرکانس متعلق به میکروفون با یک دکمه زغالی رسم گردیده است. در این شکل پاسخ مدار باز بر حسب n دسی بل به پیروی از فرکانس رسم شده است. مخصوصاً در این منحنی پاسخ، که آن را منحنی **پایا-فشار**^۲ (با فشار ثابت) می‌نامند، فشاری که بر دیافراگم وارد می‌شود بطور یکنواخت بر صفحه وارد می‌آید، و از اینرو مستقیماً اندازه‌گیری شده است. وقتی میکروفون را درون میدان صوتی می‌نهم فشاری که بر میکروفون وارد می‌شود الزاماً مساوی با فشار موجهای صوتی که دستخوش آشفنگی نشده باشند نیست؛ زیرا وجود خود میکروفون سبب می‌گردد که در موجها پراش^۳ حاصل گردد، و این ممکن است فشار موجهای صوتی آزاد را زیاد یا کم کند. منحنیهای پاسخ که نسبت و لثاژ مدار باز را به فشار موجهای صوتی آزاد نشان می‌دهند منحنیهای میدان آزاد نام دارند، و ما بعد در بخش 11.7 در باره‌شان سخن خواهیم گفت.

قله منحنی پاسخ شکل 11.2 که در فرکانس 2000 سیکل بر ثانیه پیدا می‌شود همراه است با فرکانس اصلی رزونانس متعلق به دیافراگم، و ناهمواریهایی که در این منحنی برای فرکانسهای بالاتر مشاهده می‌گردد زائیده این است که ارتعاش دیافراگم به‌چند ارتعاش فرعی تقسیم می‌گردد. اگر بجای این که اطراف دیافراگم را فقط در گیره‌ای محکم کنند قبلاً از

1) push-pull

2) constant pressure curve

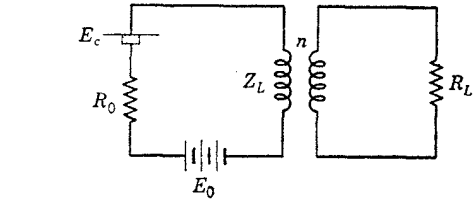
3) diffraction

اطراف محکم بکشند، چنانکه صفحه دیافراگم تحت کشش نیز واقع باشد، سختی مؤثر آن افزایش می‌یابد، و در نتیجه فرکانس اصلی آن نیز اضافه می‌گردد. با به کار بردن دیافراگم کشیده شده می‌توان دامنه پاسخ فرکانس را که نسبتاً یکنواخت باشد تا حدود 8000 سیکل بر ثانیه بالا ببریم، ولی در این صورت حساسیت میکروفون کم خواهد شد.

وقتی می‌خواهیم میکروفون زغالی را به کار ببریم لازم است که باری معادل Z_L در مدار ساده شکل 11.1b وارد سازیم. یک

روش مؤثر برای این که ماکسیمم باز داده را به دست آوریم این است که میکروفون را با یک ترانسفورماتور بطوری که در شکل 11.3 نموده شده است بترویم^۱. در اینجا ولتاژ سیگنال E_L که در مدار اولیه ترانسفورماتور پیدا می‌شود عبارت است از

$$E_L = E_c \frac{Z_L}{R_0 + Z_L} \quad (11.9)$$



شکل 11.3. تروئ ترانسفورماتوری باز داده میکروفون زغالی به بار RL ($Z_L = n^2 RL$).

چنانکه انتظار می‌رود حداکثر توانی که در این بار پیدا می‌شود وقتی است که امپدانس Z_L مقاومت خالص R_0 باشد.

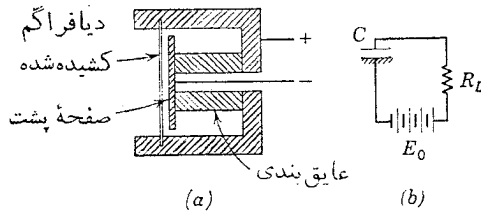
11.3 میکروفون خازنی. میکروفون خازنی دستگاهی است که عمل آن تابع تغییرات ظرفیت الکتریکی بین یک صفحه ثابت و یک دیافراگم است که خیلی محکم از اطراف کشیده شده باشد. تکمیل این میکروفون در سال 1917 بوسیله ونت^۲ را می‌توان اساس و پایه مهمی در تاریخ الکتروآکوستیک جدید شناخت، و سالهای درازی این نوع میکروفون بعنوان یک دستگاه صوتی که دارای خصوصیت‌های برجسته باشد پذیرفته همگان بوده است. با وجود این میکروفون خازنی نقصهای متعددی دارد؛ از جمله این که امپدانس درونی آن بسیار است، و بواسطه همین خاصیت لازم می‌شود که در موقع استعمال، آن را با یک تقویت‌کننده مقدماتی بطریقی بسیار نزدیک همراه سازند، و این امر سبب می‌گردد که در داخل، امپدانس فوق‌العاده زیادی که برای ترویدن^۳ میکروفون با تقویت‌کننده مقدماتی لازم است تولید نوفه گردد. برای این میکروفون یک ولتاژ پولاریزه‌کننده که بتواند در فاصله 200 تا 400 ولت تغییر کند لازم است، و این ولتاژ را یا باید از باتری گرفت و یا بوسیله یک دستگاه مستقیم‌کننده که باز داده آن بوسیله صافی خیلی خوب تصفیه شده باشد تأمین کرد. در نتیجه این نقصها

(۱) اول شخص جمع مضارع التزامی مصدر «ترویدن». - م.

(2) Wente

(۳) to couple؛ مصدر «ترو». به پا نوشت صفحه ۲۷۲ رجوع شود. - م.

بجای استعمال میکروفون خازنی میکروفونهای بلوردار یا میکروفونهای الکترو دینامیک را در بسیاری از دستگاههای صوتی به کار می برند، ولی کاربرد زیاد آن به عنوان دستگاه استاندارد اولیه جهت تنظیم اسبابها در پروژوهشهای آکوستیکی بواسطه دقت زیادی است که این میکروفون در موقع ضبط صوت دارد، و از این رو هنوز برای تأیید تجزیه و تحلیلهای تجربی مورد استفاده قرار می گیرد.



شکل 11.4. (a) مقطع ساده شده میکروفون خازنی. (b) مدار ساده شده میکروفون خازنی.

میکروفون خازنی ساده شکل 11.4a شامل دیاگرام فلزی به شعاع a است که از اطراف کشیده شده؛ جنس آن معمولاً از فولاد یا آلومینیوم است، و با فاصله بسیار کم d از یک صفحه صلب موازی با آن قرار دارد. این صفحه صلب از سایر قسمت های میکروفون از لحاظ الکتریکی عایق بندی شده و یک ولتاژ پولاریزه کننده E_0 بین آن و دیاگرام برقرار است، چنانکه در شکل 11.4b نموده شده. وقتی یک موج صوتی به دیاگرام برمی خورد، آن را حرکت می دهد، و این جابجایی دیاگرام سبب می شود که ظرفیت الکتریکی میکروفون یعنی C تغییر کند، و در نتیجه ولتاژی در مقاومت بار R_L پیدا شود. فرض کنیم که ظرفیت خازن در هر لحظه با رابطه زیر داده شده است

$$C = C_0 + C_1 \sin \omega t \quad (11.10)$$

که C_0 ظرفیت خازن در موقعی است که فشاری (غیر از فشار آتمسفر) بر دیاگرام وارد نباشد، و C_1 دامنه تغییر ظرفیت است، که در اثر ورود فشار متغیر سینوسی بر دیاگرام پیدا می شود. در مدار شکل 11.4b

$$E_0 - iR_L = \frac{\int i dt}{C} \quad (11.11)$$

اگر معادله 11.10 را در معادله 11.11 ببریم و بر حسب t دیفرانسیل بگیریم، می شود

$$(C_0 + C_1 \sin \omega t)R_L \frac{di}{dt} + (1 + R_L C_1 \omega \cos \omega t)i - E_0 C_1 \omega \cos \omega t = 0 \quad (11.12)$$

اگر فرض کنیم که

$$i = \sum A_n \sin(\omega t + \phi_n) \quad (11.13)$$

یک سری از جملهای معادله 11.12 فوراً به دست می آید. در تمام خازنهای عملی پیوسته $C_1 \ll C_0$ است، و این رابطه حتی در مورد سداهای خیلی شدید نیز صادق است؛ در نتیجه دامنه‌های $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ متعلق به هارمونیکهای بالاتر نسبت به A_1 چشمپوشیدنی هستند، و از اینرو

$$i \approx \frac{E_0 C_1}{C_0} \cdot \frac{\sin(\omega t + \phi_1)}{\sqrt{(1/\omega C_0)^2 + R_L^2}} \quad (11.14)$$

چنانکه

$$\tan \phi_1 = \frac{1}{\omega C_0 R_L} \quad (11.14a)$$

افت پتانسیل در مقاومت R_L که از این جریان پیدا می شود عبارت است از

$$e_L = R_L i = \frac{E_0 C_1}{C_0} \cdot \frac{R_L \sin(\omega t + \phi_1)}{\sqrt{(1/\omega C_0)^2 + R_L^2}} \quad (11.15)$$

معادله 11.15 می رساند که می توان میکروفون خازنی را معادل با مولدی گرفت که دامنه ولتاژ مدار باز آن چنین باشد

$$E_c = \frac{E_0 C_1}{C_0} \quad (11.16)$$

و امپدانس ظرفیت درونی آن $1/j\omega C_0$ باشد.

اگر شعاع a و فاصله d بر حسب متر بیان شوند ظرفیت C_0 میکروفون بر حسب فاراد^۱ می شود

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \pi a^2}{d} \quad (11.17)$$

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ فاراد بر متر. ϵ_0 پرمیتوئیت^۲ فضای آزاد است. وقتی آن را در 10^{12} ضرب کنیم می شود

$$C_0 = 27.8 \frac{a^2}{d} \quad (11.17a)$$

که ظرفیت را بر حسب $\mu\mu f$ (میکرومیکروفاراد) به دست می‌دهد. حال فرض کنیم که فشار موجهای صوتی، دیافراگم کشیده شده را به طریقی که ارتعاشهای واداشته پوسته را جایجا می‌کنند، و در بخش 4.8 بحث کردیم، حرکت می‌دهند. پس برای فرکانسهای محرکی که آنچنان کوچکند که رابطه $ka < 1$ صادق باشد، یا چنانکه در معادله 4.35 داده شده به این شکل باشد

$$f < \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{T}{\sigma}}$$

معادله 4.34 نشان می‌دهد که جایجایی متوسط صفحه دیافراگم که با حرف \bar{y} نموده می‌شود عبارت است از

$$\bar{y} = \frac{Pa^2}{8T} \sin \omega t \quad (11.18)$$

در این معادله P دامنه فشار بر حسب نیوتن بر متر مربع و T کشش دیافراگم بر حسب نیوتن بر متر است. وقتی دیافراگم میکروفون را به اندازه مقدار متوسط \bar{y} جایجا کنیم و از محل طبیعی خود نسبت به صفحه ثابت میکروفون تغییر دهیم ظرفیت آن به صورت زیر از C_0 به C تغییر می‌کند

$$C = \frac{\epsilon_0 \pi a^2}{(d - \bar{y})} = \frac{C_0 d}{d - \bar{y}} \quad (11.19)$$

از آنجا که دامنه \bar{y} همیشه نسبت به d کوچک است، معادله 11.19 را می‌توان به شکل سری بسط داد

$$C = C_0 \left[1 + \frac{\bar{y}}{d} + \left(\frac{\bar{y}}{d}\right)^2 + \dots \right]$$

که چون از $(\bar{y}/d)^2$ و جمله‌های بالاتر چشمپوشیم، می‌شود

$$C = C_0 + \frac{C_0 \bar{y}}{d} = C_0 + \frac{C_0 Pa^2}{8dT} \sin \omega t \quad (11.20)$$

مقایسه معادله بالا با معادله فرض 11.10 نشان می‌دهد که

$$C_1 = \frac{C_0 Pa^2}{8dT} \quad (11.21)$$

و در نتیجه دامنه نظری ولتاژ مدار باز متعلق به این میکروفون ساده خازنی ایده آل بطوری که در معادله 11.16 تعریف شده می شود

$$E_c = \frac{E_0 P a^2}{8 d T} \quad (11.22)$$

برای اینکه يك مثال نمونه بیاوریم فرض کنیم میکروفونی با دیافراگمی از آلومینیوم به کلفتی $0.00004m$ و شعاع $a = 0.01m$ ساخته شده و دیافراگم آن با کشش $T = 20,000$ نیوتن بر متر از اطراف کشیده شده است. اگر فاصله میان دیافراگم و صفحه ثابت پشت آن $d = 0.00004m$ ، و ولتاژ پولاریزه کننده $E_0 = 300$ ولت باشد پاسخ ولتاژ در مدار باز میکروفون خواهد بود

$$M_c = \frac{E_c}{P} = \frac{300 \times 0.01^2}{8 \times 0.00004 \times 20,000} = 4.7 \times 10^{-3} \frac{\text{volts}}{\text{newton/m}^2}$$

$$= 4.7 \times 10^{-4} \text{volts/microbar}$$

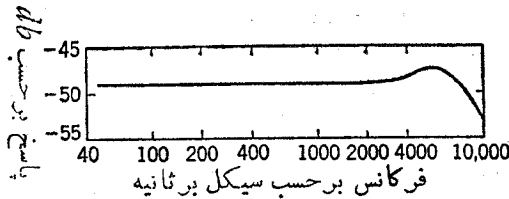
اگر تراز ماخذ سنجش را همان مقداری بگیریم که در مورد میکروفون زغالی گرفته ایم، یعنی يك ولت بر میکروبار، پاسخ بر حسب دسی بل می شود

$$n = 20 \log 4.7 \times 10^{-4} = -66.6 \text{ db}$$

مقدارهایی که از راه اندازه گیری پاسخ اینگونه میکروفونها در فشار ثابت به دست آمده اند با مقدارهایی که از طریق نظری برای پاسخ پیشبینی شده اند با اشتباه درصد کمی که برای فرکانس کمتر از 8,000 سیکل بر ثانیه دیده می شود تطبیق می کنند. این نتیجه را می توانستیم پیشبینی کنیم، زیرا فرکانس حدی که از معادله 4.35 به دست می آید چنین است

$$f = \frac{1}{2\pi \times 0.01} \sqrt{\frac{20,000}{2700 \times 0.00004}} = 6800 \text{ سیکل بر ثانیه}$$

در معادله بالا جگالی سطحی σ متعلق به سطح دیافراگم آلومینیومی بوسیله حاصلضرب جگالی حجمی $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ در کلفتی آن که $0.00004m$ باشد نموده شده است. فرکانس اصلی دیافراگم چنانکه از رابطه 4.14 برمی آید عبارت است از 2,405 برابر فرکانس بالا، یعنی 16400 سیکل بر ثانیه. در نزدیکی فرکانس اخیر، مشاهده خواهد شد که میکروفون دارای پاسخ ماکسیممی است که 5 تا 10 دسی بل بالاتر از پاسخ فرکانسهای پایین است؛ و مقدار تحقیقی این افزایش تابع نیروهای میراگر است. در فرکانسهای بالاتر از این، مقدار پاسخ نزول می کند، زیرا در این حال حرکت دیافراگم بوسیله جرمش کنترل می شود، و نتیجه این خواهد بود که حرکت متوسط \bar{y} دیگر مستقل از فرکانس نیست، بلکه بطور معکوس با افزایش فرکانس تغییر می کند.



شکل 11.5. نمونه پاسخ به فرکانس متعلق به میکروفون خازنی با فشار ثابت که بر حسب دسی بل نسبت به یک ولت بر میکروبار رسم شده است.

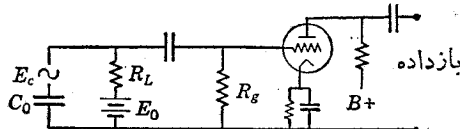
شکل 11.5 نمونه منحنی پاسخ فرکانس متعلق به میکروفون خازنی WE640AA است که در فشار ثابت بامدار باز رسم شده است. این گونه میکروفونها در اندازه گیرهای آکوستیکی زیاد به کار می روند. باید در نظر داشت که در این منحنی فقط در نزدیکی فرکانس 6,000 سیکل بر ثانیه که فرکانس رزونانس ارتعاش اصلی میکروفون است یک صعود جزئی دیده می شود. این خصوصیت بسیار مطلوب را بدینسان تأمین می کنند که میکروفون را طوری می سازند که میراگری مربوط به چسبناکی، که با حرکت هوا در موقع نزدیک یا دور شدن به دیافراگم و عبور آن از شکافهایی که در صفحه ثابت پیشبینی شده توأم است، در این فرکانس مؤثر واقع شود. ظرفیت میکروفون، یعنی C_0 ، در محاسبه عددی که ذکر شد عبارت است از

$$C_0 = 27.8 \frac{0.01^2}{0.00004} = 69.5 \mu\mu\text{f}$$

بواسطه کوچکی بسیار این ظرفیت، امپدانس داخلی $1/\omega C_0$ در فرکانسهای شنیدنی بسیار زیاد است. مثلاً مقدارش برای فرکانس 100 سیکل بر ثانیه می شود

$$\frac{10^{12}}{200\pi \times 69.5} = 23 \text{ megohms}$$

در نتیجه مقاومت بار R_L باید در حدود پنجاه مگا اهم باشد تا ولتاژی که در آن پیدا می شود مساوی ولتاژی باشد که بوسیله میکروفون تولید می گردد.



شکل 11.6. نمایش تقویت کننده مقدماتی یک طبقه ساده ای که با میکروفون خازنی به کار می رود.

بواسطه زیادی همین امپدانس درونی است که لازم می شود بلافاصله در نزدیکی میکروفون یک تقویت کننده مقدماتی بر طبق شکل 11.6 نصب کنند. اگر این کار را نکنیم و میکروفون

را بوسیله کابل بلندی به تقویت‌کننده متصل سازیم، ظرفیت الکتریکی کابل بطور متوازی نسبت به ظرفیت الکتریکی C_0 میکروفون قرار می‌گیرد. چون ظرفیت کابل میکروفونهای معمولی که در روپوش فلزی قرار گرفته‌اند در حدود 20 تا $40 \mu\text{mf}$ در هر فوت است، ظرفیت کلی کابل حتی اگر چند حلقه کوتاه باشد از مقدار C_0 تجاوز می‌کند، و از اینرو بطور مؤثری ظرفیت میکروفون را زیاد می‌کند و در نتیجه حساسیت میکروفون را کاهش می‌دهد. این مطلب را در شکل 11.6 می‌توان مشاهده کرد. از آنجا که امیدانس درونی میکروفون از نوع ظرفیت است، اثر اولیه عمده ظرفیت کابل این است که بدون حذف بعضی از فرکانسها در آنها تنکس وارد سازد.

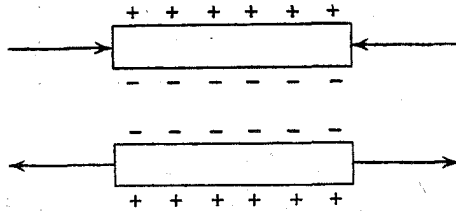
میکروفونهای خازنی معمولی عموماً برای تنظیم دستگاههای دیگر به کار می‌روند. برای این مقاصد الزام گذاشتن تقویت‌کننده مقدماتی در محفظه میکروفون عیبی ندارد، مگر اینکه چون اندازه فیزیکی میکروفون را زیاد می‌کند ممکن است پدیده پراش ایجاد شود و اندازه‌گیری موجهای صوتی را مخدوش سازد. یکی از برتریهای میکروفون خازنی در موقعی که برای استاندارد کردن سایر کمیتهای به کار می‌رود این است که مانند میکروفونهای الکترودینامیکی احتیاجی به ترانسفورماتور ترونده^۱ ندارد، و بدین طریق از تغییراتی در نسبت ولتاژ ترانسفورماتور که سبب تغییر فرکانس و یا سبب تغییر بار می‌شود اجتناب می‌گردد. بعلاوه پاسخ مدار باز میکروفون خازنی نسبت به تغییرات کمیتهای فیزیکی از قبیل مقاومت و مغناطیس شدن مستقل است. در اثر این خاصیت امکان دارد میکروفونهایی ساخت که از لحاظ فیزیکی کاملاً مشابه با هم باشند، و بعلاوه تنظیم آنها ثابت بماند و با گذشتن زمان تغییر نکنند، و از این راه بتوان دستگاهی را به کمک آن بطور دقیق تنظیم کرد و برای سایر کارها به کار برد.

11.4 میکروفونهای پیزوالکتریک^۲. در میکروفونهای پیزوالکتریک بلورها یا دی الکتریکهایی به کار می‌برند که خاصیت این را دارند که وقتی تغییر شکلی در اثر فشار موجهای صوتی در آن پیدا شود بطور الکتریکی پولاریزه شده و ولتاژی، که تابع خطی تغییر شکل مکانیکی وارد است، ایجاد می‌کنند. تجزیه و تحلیل ریاضی نوع میکروفونهای پیزوالکتریک در این کتاب مورد نظر نیست. برعکس، با بحث غیر ریاضی خصوصیات آنها باید راضی باشیم. اثر مستقیم خاصیت پیزوالکتریسته در سال 1880 میلادی بوسیله برادران کوری^۳ کشف گردید. برای اینکه این اثر را آشکارا شرح دهیم شکل 11.7 را در نظر بگیریم. اگر امتداد برش بلور چنان باشد که تراکم وارد در امتدادی که در شکل 11.7 نشان داده شده سبب گردد که سطح فوقانی نسبت به سطح تحتانی از لحاظ الکتریکی مثبت بشود وقتی تراکم در همین امتداد به کشش تبدیل شود علامت بارهای الکتریکی روی دو سطح همچنین

(۱) coupling؛ صفت فاعلی مصدر «ترویدن». به پا نوشت صفحه ۲۷۲ رجوع شود. - م.

2) piezoelectric

3) Curie



شکل 11.7. اثر مستقیم پیزوالکتریسته.

جهت ولتاژ روی آنها نیز تغییر علامت می‌دهند. در اثر عمل معکوس اگر بواسطه وارد کردن پتانسیل الکتریکی آن را پولاریزه کنیم، یعنی روی یکی از سطحها بار مثبت و بر روی دیگری بار منفی قرار گیرد، بلور تحت فشار واقع می‌شود. وقتی موضوع بحث در باره میکروفونهای بلوری یا سرامیکی^۱ باشد انسان فقط علاقه‌مند به اثر مستقیم خاصیت پیزوالکتریسته می‌شود. اما در فصل بعد در موقع بررسی تابش صوت در آبگونها بوسیله تراگذارهای بلوری یا سرامیکی علاقه ما به خاصیت معکوس پیزوالکتریسته است. با اینهمه، از آنجا که خاصیت پیزوالکتریسته پدیده واگشت‌پذیر است، تمام انواع میکروفونهای پیزوالکتریک را می‌توان با وارد ساختن اختلاف پتانسیل متناوب به طرفین آنها به یک منبع صوتی ضعیف تبدیل کرد. نمک راشل^۲ قویترین خاصیت پیزوالکتریسته را در میان تمام موادی که دارای این خاصیت هستند داراست، و از اینرو غالباً استعمال آن را در طرحهای مربوط به میکروفونهای بلوری وارد می‌سازند. متأسفانه بریده‌های این نمک در اثر رطوبت خراب می‌شوند و در دمای بیش از $115^{\circ}F$ ضایع و غیر قابل استفاده می‌گردند. برش X از این نمک که به زاویه 45° باشد بواسطه ضریب زیادی که در خاصیت تروش الکتروماتیکی دارد غالباً مورد استعمال دارد ولی عیبش این است که خاصیت دی‌الکتریک آن بسیار متغیر است و این موضوع بر حساسیت یا باز داده ولتاژ بلور تأثیر می‌گذارد. برشهای بلوری که از بلور دی‌ایدریوسفات و آمونیم‌مصنوعی بریده شده باشند و به اسم بلور ADP نامیده می‌شوند عموماً در ساختمان میکروفونهایی به کار می‌روند که باید در دمای زیادی استعمال گردند، زیرا اگرچه حساسیت آنها از نمک راشل کمتر است ولی می‌توانند بدون خراب شدن در دمای بیش از $200^{\circ}F$ به کار روند. بعلاوه خاصیت پیزوالکتریسته و دی‌الکتریک آنها هم در اثر تغییر دما خیلی کم تغییر می‌کند. ماده پیزوالکتریک سودمند دیگری عبارت از سرامیکی است که از تیمانات دوباریم می‌سازند. این سرامیک را به این طریق پولاریزه می‌کنند که بر آن یک ولتاژ الکتروستاتیک ثابت در حدود 20,000 ولت بر سانتیمتر به مدت چند دقیقه وارد می‌سازند. اگر بخواهیم که خاصیت پولاریزه بودن سرامیک فوق را زیاد کنیم باید دمای آن را از دمای کوری خود جسم که $120^{\circ}C$ است یا لاتر برده و ولتاژ خارجی پولاریزه‌کننده را

1) ceramic

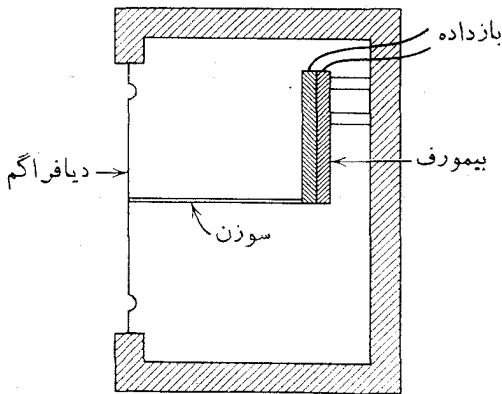
2) Rochelle salt

هنگام سرد شدن سرامیک بر آن وارد سازیم. میکروفونهایی که در آنها تیتانات دوباریم پولاریزه شده یا مواد مشابه به کار رفته باشند میکروفونهای سرامیکی نامیده می‌شوند. این گونه میکروفونها را ممکن است به نوبت همراه میکروفونهای بلوری به کار برد، ولی باید متوجه بود که حساسیت آنها از میکروفونهای بلوری ADP یا میکروفونهایی که با نمک راشل ساخته شده‌اند به اندازه $10db$ کمتر است. از طرف دیگر برتری میکروفونهای سرامیکی بر میکروفونهای بلوری در این است که تحمل دمای زیاد را دارند و در رطوبت زیاد هم ضایع نمی‌گردند.

وقتی ماده خاصیت پیزوالکتریسته را دارا باشد مقدار اختلاف پتانسیلی که در آن پیدا می‌شود تابع نوع تغییر شکل و امتداد سطوح خارجی آن نسبت به محورهای مختلف بلور است. تغییر شکلهایی که در اثر خمش و حرکت عرضی و تراکم باشد تا بحال در باره آنها به کار رفته است. همچنین تغییر شکل را ممکن است بواسطه وارد ساختن موجهای صوتی مستقیم بر آنها بوجود آورد. عیب عمده این قبیل میکروفونها در زیادی امپدانس مکانیکی عنصر ارتعاش کننده آنهاست. وقتی آنها را در داخل آبگونها به کار بریم زیادی امپدانس آنها اهمیتی ندارد، و به همین جهت تراگذارهایی (هیدروفونها) ساخته شده‌اند که عموماً مورد استعمال دارند ولی اگر بخواهیم آنها را در هوا به کار بریم بواسطه عدم تطبیق بسیار زیاد امپدانس مکانیک آن آکوستیکی که موجود است، در اثر فشار معمولی موجهای آکوستیکی فقط ولتاژ بسیار کوچکی را نشان می‌دهند. در نتیجه معمولاً میکروفونهای پیزوالکتریکی را مشابه با آنچه در شکل 11.8 دیده می‌شود می‌سازند. در این جا موجهای صوتی بربک دیافراگم سبک وارد می‌شوند. وسط این دیافراگم سوزنی نصب شده که سر دیگر آن به گوشه یا کناره عنصر پیزوالکتریک متصل گشته است. اگر چه عنصر پیزوالکتریک این گونه میکروفونها را می‌توان فقط با یک عدد بلور بعنوان مولد ولتاژ انتخاب کرد، دو بلور را به هم می‌چسبانند و به نام بيمورف در میکروفون نصب می‌کنند. عموماً امپدانس مکانیکی بيمورف از امپدانس مکانیکی یک بلور تنها که همان مقدار ولتاژ را ایجاد کند کمتر است. هر دو طرف هر کدام از بلورهای بيمورف را بوسیله روکش بسیار نازکی از فلز می‌پوشانند تا اتصال الکتریکی بهتر انجام گیرد. بلورها را می‌توان بطور سری یا موازی نسبت به یکدیگر نصب کرد. در حالتی که بطور سری نسبت به هم قرار گرفته باشند ولتاژ بیشتری تولید می‌کنند و اگر نسبت به یکدیگر موازی باشند امپدانس داخلی آنها کمتر می‌شود.

ولتاژ باز داده عنصر بيمورف متناسب است با دامنه تغییر شکل آن. بنابراین همانطوری که در مورد میکروفون خازنی عمل کردیم عنصر متحرک میکروفون را باید طوری طرح ریزی کرد که حرکت آن بوسیله سختی دستگاه نصب کنترل شود. در نتیجه باید ترتیبی بدهیم که فرکانس اصلی رزونانس مکانیکی کلی دستگاه ارتعاش، شامل دیافراگم، سوزن، اتصال، بيمورف تا اندازه بالاتر از فرکانسی باشد که می‌خواهیم در آن حدود پاسخ دستگاه نسبتاً یکنواخت بشود.

این شرط در انتخاب شایسته سختی بيمورف و جرم کلی دستگاه حاصل می‌گردد.



شکل 11.8. میکروفون بلوری با دیافراگم.

میکروفونهای پیزوالکتریک درموقع ایراد خطابه‌های عمومی استعمال فراوان دارند. همچنین آنها را با تراز صداسنج و میکروفونهای کوچکی که درون گوش می‌گذارند به کار می‌برند. برتری آنها درموارد استعمالی که ذکر کردیم دراین است که پاسخ رضایت بخش نسبت به فرکانس، حساسیت نسبتاً زیاد، بهای کم، و حجم کوچکی دارند. می‌توان دیافراگمهای کم‌بهایی را که برای این کار تهیه شده پیدا کرد که در فرکانسهای بین 20 تا 10,000 سیکل بر ثانیه حداکثر تا کمتر از 5db نسبت به حساسیت متوسطشان تغییر کنند. نمونه حساسیت متوسط 50db — برای يك ولت در هر میکروبار است. در حقیقت امپدانس الکتریکی میکروفون عبارت است از امپدانس الکتریکی ظرفیت دی الکتریک. بعنوان نمونه‌ای از مقدار این ظرفیت می‌توان 3000μmf را نام برد. این ظرفیت نسبت به ظرفیت میکروفونهای خازنی بزرگتر است، و از اینرو میکروفونهای پیزوالکتریک را ممکن است بوسیله کابلی که بسیار دراز نباشد به تقویت‌کننده مخصوص فرکانسهای شنیدنی متصل ساخت؛ پس به کار بردن تقویت‌کننده مقدماتی دیگر لزومی ندارد.

11.5 میکروفونهای الکترو دینامیک با پیچک متحرک. میکروفون «دینامیک» یا میکروفون ساده با یک پیچک تنها شامل دیافراگم سبکی است که سیم‌پیچ کوچکی بطوریکپارچه به آن اتصال دارد، چنانکه دیافراگم و پیچک یک جسم سخت را تشکیل می‌دهند. اثرموجهای صوتی بر دیافراگم، سبب می‌شود که پیچک در میدان مغناطیسی ثابت و دائمی حرکت کند، و در نتیجه نیروی محرکه الکتریکی به فرمول زیر در آن پیدا می‌شود

$$e = Blv \quad (11.23)$$

در رابطه بالا B چگالی شارمیدان مغناطیسی برحسب وبر بر مترمربع l طول سیم‌پیچ برحسب

متر، و v سرعت حرکت سیم پیچ در داخل میدان بر حسب متر بر ثانیه است. اصولاً میکروفون با پیچک متحرک به بلندگوی با تابش مستقیم شبیه است، با فرق اینکه میکروفون برعکس بلندگو انرژی صوتی را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. در عمل بلندگوهای با تابش مستقیم کوچکی که در تجارتخانه‌ها یا اداره‌ها به کار می‌روند معمولاً کار میکروفون را هم انجام می‌دهند.

بعنوان مقدمه در بیان طرح میکروفون با پیچک متحرکی که مورد رضایت باشد فرض کنیم که قسمت مکانیکی میکروفون معادل باشد با نوسانگری مکانیکی به جرم m_0 ، سختی s_0 ، و مقاومت R_0 . پس، سرعت سیم پیچ می‌شود

$$v = \frac{f}{Z_m} = \frac{P S e^{j\omega t}}{R_0 + j(\omega m_0 - s_0/\omega)} \quad (11.24)$$

که S سطح دیافراگم و P دامنه فشار وارد بر دیافراگم است. در نتیجه اگر بخواهیم وقتی فشار صوتی وارد بر دیافراگم، ثابت است و لثاژ باز داده آن مستقل از فرکانس باشد، امپدانس مکانیکی Z_m نیز باید مستقل از فرکانس بماند. این نیازمند است که R_0 بزرگ باشد، یعنی کنترل دستگاه بستگی به مقاومت داشته باشد. از سوی دیگر حساسیت زیاد دستگاه مربوط به ولتاژ وقتی تأمین می‌گردد که دامنه سرعت را هر چه می‌توانیم زیاد کنیم؛ و این مستلزم این است که امپدانس مکانیکی کوچک باشد. بنابراین ناممکن است که دو شرط را بایکدیگر جمع کرد، یعنی هم حساسیت زیاد و هم یکنواختی پاسخ را با به کار بردن سیستم مکانیکی معادل بانوسانگرساده تأمین کنیم. در عوض، برای جبران افزایش راکتانس جرمی ωm_0 در فرکانسهای بالا و راکتانس سختی s_0/ω در فرکانسهای پایین عنصرهای مکانیکی اضافی به کار برده اند، و از این راه پاسخ تقریباً یکنواخت را با وجود امپدانس مکانیکی کمی تأمین کرده اند.

می‌دانیم که طرح شبکه‌ای الکتریکی که بتواند نوار وسیعی از فرکانسها را بوسیله ترکیب عده‌ای مدارهای رزونانس از خود عبور دهد امکان پذیر است. در سال 1931 ونت^۱ و توراس^۱ در مقاله‌ای نشان دادند چگونه همین مقصود را ممکن است با طرح یک سیستم مکانیکی رضایت بخش برای میکروفون با پیچک متحرک انجام داد. کامیابی کوشش آنها یکی از مثالهای متعددی است که نشان می‌دهد به کار بردن شبکه‌های الکتریکی برای حل مسائل آکوستیکی تا چه اندازه ثمر بخش است.

اینک مدار مکانیکی شکل 11.9 را در نظر بگیریم. می‌توان ثابت کرد که امپدانس در داده عبارت است از

$$Z_m = R_m + jX_m \quad (11.25)$$

که در آن

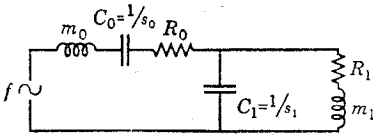
(1) Wente and Thurax, *J. Acoust. Soc. Am.*, **3**, 44 (1931).

$$R_m = \frac{s_1^2 R_1}{R_1^2 \omega^2 + m_1^2 (\omega_1^2 - \omega^2)^2} + R_0 \quad (11.25a)$$

$$X_m = \frac{s_1 \omega [m_1^2 (\omega_1^2 - \omega^2) - R_1^2]}{R_1^2 \omega^2 + m_1^2 (\omega_1^2 - \omega^2)^2} + m_0 \omega - \frac{s_0}{\omega} \quad (11.25b)$$

$$\omega_1^2 = \frac{s_1}{m_1} \quad (11.25c)$$

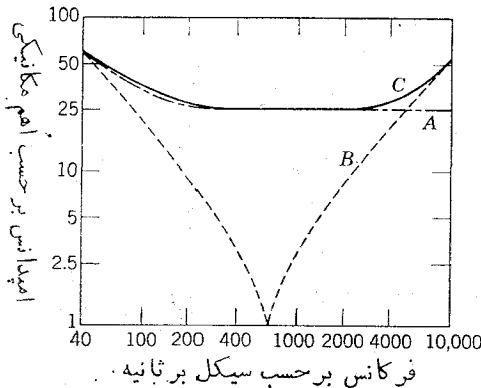
پایاهای مکانیکی $R_0, m_0, s_0, R_1, m_1, s_1$ را می توان به طریقی انتخاب کرد که قدرمطلق امیدانس Z_m در فاصله نسبتاً وسیعی از فرکانسها تقریباً یکنواخت باشد.



شکل 11.9 مدار مکانیکی میکروفون با پیچک متحرك.

شکل 11.10 مقدار Z_m را در فاصله فرکانسهای 40 تا 10,000 سیکل بر ثانیه برای پایاهای مکانیکی زیر نشان می دهد: $R_0 = 1, R_1 = 24, s_0 = 10,000, m_0 = 0.0006 \text{ kg}, s_1 = 1,000,000$

و $m_1 = 0.0003 \text{ kg}$. برای اینکه بتوان نتیجهها را مقایسه کرد امیدانس مکانیکی نوسانگر ساده، یعنی $R_0 m_0 s_0$ تنها را با منحنی نقطه چین B و همین مقدار را برای نوسانگر مشابهی که در آن $R_0 = 25$ است با منحنی C رسم کرده اند. آشکار است که منحنی A از دو منحنی B و C صافتر است، و در نتیجه سیستم مکانیکی مربوط به آن، برای میکروفون، پاسخ یکنواختی را تأمین می کند.

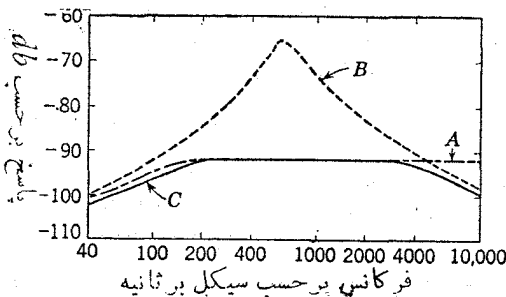


شکل 11.10 امیدانسهای مکانیکی ممکن برای جزء متحرك میکروفون با پیچک متحرك.

از ترکیب معادله‌های 11.23 و 11.24 معادله‌ای برای M_m یعنی برای پاسخ میکروفون با پیچک متحرک در مدار باز بر حسب ولت در هر نیوتن بر متر مربع به شکل زیر به دست می‌آید

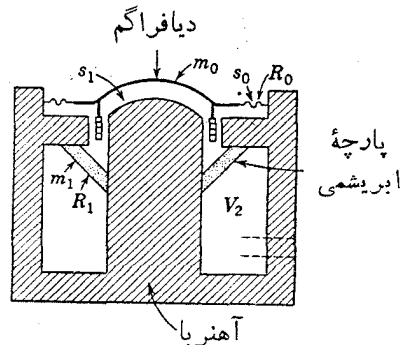
$$M_m = \frac{E_m}{P} = \frac{BIS}{Z_m} \quad (11.26)$$

پاسخ ولتاژ در مدار باز برای دیافراگمی با سطح مؤثر $0.0004m^2$ که به پیچکی به طول 10mm متصل باشد و در میدان 1.5 و بر متر مربع کار کند برای هر سه سیستم مکانیکی مورد بحث در شکل 11.11 رسم گردیده است.



شکل 11.11. خصوصیت‌های پاسخ به فرکانس در فشار ثابت بر حسب db نسبت به یک ولت بر میکروبار برای میکروفون با پیچک متحرکی که ابعاد آن در شکل 11.10 نموده شده.

در شکل 11.12 مقطعی از میکروفون با پیچک متحرک که دارای خصوصیت‌های مکانیکی شکل 11.9 است نشان داده شده. دیافراگم از پوسته‌ای کروی درست شده است که مانند یک پیستون صلب در فرکانسهای سودمند ارتعاش می‌کند. سختی s_0 و مقاومت R_0 بوسیله حاملهای حلقوی شیارمانندی که دیافراگم را در بر گرفته‌اند تأمین گشته است. سختی s_1 اساساً مربوط به تراکم هوایی است که در محفظه زیر دیافراگم محبوس است. جرم m_1 و مقاومت R_1 مربوط به نیروی چسبناکی است که حین عبور هوا از سوراخهای موین پارچه ابریشمی پیدا می‌شوند. سختی s_2 مربوط به هوایی است که در زیر پارچه ابریشمی قرار دارد و چون نسبتاً مقدارش کوچک است از آن صرف نظر می‌شود.



شکل 11.12. شمای مقطع یک میکروفون با پیچک متحرک.

پاسخ میکروفون را در فرکانسهای پایین ممکن است به این ترتیب بهتر کرد که لوله‌ای که محفظهٔ پایین را به بیرون متصل می‌سازد به آن اضافه کنیم. جای این لوله با خطهای شکسته در شکل 11.12 نموده شده است. در فرکانسهای پایین، فاز فشار آکوستیکی که بوسیلهٔ این لوله به قسمت V_2 وارد می‌شود قبل از آنکه بر پشت دیافراگم اثر کند به اندازهٔ 180° تغییر می‌کند، و به این ترتیب نیروی وارد بر دیافراگم و باز دادهٔ میکروفون زیاد می‌گردد. اصولاً این روش مانند این است که باز دادهٔ بلندگو را در فرکانسهای پایین با استفاده از یک نوع محفظه‌ای که سبب مخالف شدن فاز می‌شود زیاد کنیم.

حساسیت و لثاژ مدار باز این میکروفون با پیچک متحرک تقریباً برابر است با 2.4×10^{-5} ولت بر میکروبار، یا -92.4 db ، و این کمتر از مقادارهایی است که در گذشته برای میکروفونهای خازنی و بلوری دیدیم. با اینهمه، امیدانس درونی میکروفون کاملاً پایین و در حدود 10 اهم است، و از اینرو یک ترانسفورماتور بالا برندهٔ لثاژ را می‌توان برای مقابله کردن این امیدانس با مقاومت در دادهٔ بسیار زیاد اولین طبقهٔ تقویت کننده‌ای که به آن متصل است به کار برد. اگر نسبت دور ترانسفورماتور n باشد و لثاژ مؤثر مدار باز میکروفون با ضریب n زیاد می‌شود، در صورتی که امیدانس درونی آن با ضریب n^2 افزایش می‌یابد، یا پاسخ مدار باز میکروفون که در دو انتهای مدار ثانوی ترانسفورماتور اندازه‌گیری شود به اندازهٔ $20 \log n$ دسی بل زیاد می‌گردد. بطور کلی هر وقت ترانسفورماتوری همراه با میکروفون با پیچک متحرک به کار رود تا آن را برای مقابله با امیدانس زیاد باری که باید به میکروفونهای خازنی و بلوری اضافه شود آماده کند نتیجه این می‌شود که پاسخ و لثاژ مؤثر مدار باز و توان باز دادهٔ میکروفون با پیچک متحرک هر کدام به اندازهٔ 10 db بیشتر گردد.

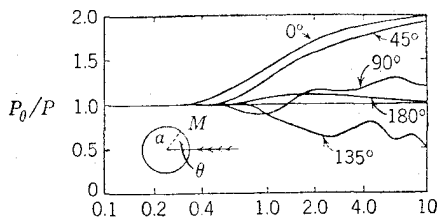
برتری دیگر میکروفون با پیچک متحرک این است که هرگاه آن را بوسیلهٔ یک ترانسفورماتور که نسبت ثانوی به اولی آن مثل نسبت 3 به 1 تا 10 به 1 باشد به کابل مخصوص میکروفون اتصال دهیم باز دادهٔ آن بی آنکه فرکانس از آن حذف یا تنکیده شود تا مسافت زیادی قابل انتقال است. در انتهای دیگر خط ارتباط، ترانسفورماتور دیگری قرار دارد که لثاژ را بالا می‌برد و امیدانس را برای مقابله با امیدانس در دادهٔ تقویت کنندهٔ دارای لامپ خلا آماده می‌سازد.

11.6 پراش موجهای صوتی بوسیلهٔ کره. وقتی موجهای صوتی با فرکانس کم و دامنهٔ فشار معلوم بر دیافراگم میکروفون خازنی یا میکروفون با پیچک متحرک وارد شوند، پاسخ اندازه‌گیری شده با پیشبینی‌های معادله‌های 11.22 و 11.26 تطبیق می‌کند. بعلاوه از آنجا که فشار کمیتهی اسکالر است، دیده می‌شود که پاسخ در فرکانسهای کم تابع راستای موجهای تابش نیست. با اینهمه، در فرکانسهای بالاتر که برای آنها ابعاد خطی محفظهٔ میکروفون نسبت به طول موج، کمیتهای کوچکی نیستند، مشاهده می‌گردد که پاسخ میکروفون به تابش عمودی به اندازهٔ 6 db بیشتر از آن است که پیشبینی می‌شده، و بعلاوه پاسخ میکروفون مستقل

از امتداد تابش نیست. یکی از علتهای این اختلاف را در پدیده‌اش پراش در اطراف میکروفون باید دانست که بواسطه وجود خود میکروفون حاصل می‌شود.

بطور کلی شکل میکروفون و محفظه آن به اندازه‌ای نامنظم است که محال است بتوان بطور نظری اثر آنها را بعنوان پراشده^۱ صوت پیشبینی کرد. ولی در نظر گرفتن اثر محفظه کروی در پدیده آمدن پراش، ما را تقریباً به آنچه در حالت پیچیده‌تر باید انتظار داشته باشیم آگاه می‌سازد. موضوع پراش موجهای صوتی تخت در اطراف کره سخت ابتدا از طریق ریاضی بوسیله ریلی^۲ بررسی گردید و بعد از آن بوسیله بلنتاین^۳ گسترش یافت. در شکل 11.13 می‌بینیم که چگونه در هر نقطه از سطح کره، فشار آکوستیکی بر حسب فرکانس برای زاویه‌های مختلف تابش موجهای صوتی تغییر می‌کند. در این تصویر نسبت P_θ/P_0 بر محور عرضها برده شده است. P_0 دامنه فشار آکوستیکی در نقطه M واقع بر سطح کره است، چنانکه زاویه قطبی M با امتداد تابش موج تخت برابر با θ باشد و P عبارت است از دامنه فشار صوت پیش از برخورد به مانع. روی محور طول پارامتر $ka = 2\pi a/\lambda$ برده شده است، که a شعاع کره است. مختصات منحنیها را از روی معادله بلنتاین حساب کرده‌اند.

باید بیاد داشت که کسر P_θ/P_0 برای تابش عمودی و در فرکانس زیاد برابر با 2 می‌شود که حداکثر مقدار آن است. از اینرو می‌توان انتظار داشت که در تابش عمودی پدیده پراش پاسخ میکروفون فشاری را در فرکانس بالا به مقدار $20 \log 2 = 6 \text{ db}$ بالا ببرد، و بدین ترتیب با پاسخ فشار ثابت که در بخشهای گذشته پیشبینی کرده بودیم مطابقت داشته باشد. در موقعی که پرتوهای صوتی با زاویه 90° یا 180° بر سطح کره بتابند اثر پراش آنها در حدود 1 db است، و از اینرو کاملاً چشمپوشیدنی هستند. بر طبق مشاهده، هرگاه زاویه تابش 135° باشد اثر پراش این است که پاسخ را کم می‌کند.



شکل 11.13. تأثیر پراش بر فشار صوتی که بر سطح کره به شعاع a وارد شود.

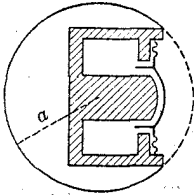
بعنوان مثال فرض کنیم یک میکروفون فشاری در محفظه کروی به شعاع 0.04 m انسان که در شکل 11.14 دیده می‌شود قرار گرفته باشد. میکروفونهای تجارتي به این شکل

1) diffractor

2) Rayleigh

3) Ballentine *Physics Rev.*, **32**, 988 (1928).

و تقریباً بهمین اندازه فراوانند. برای این شعاع شرط $ka = 1$ مقدار فرکانس را برابر با 1400 سیکل بر ثانیه به دست می دهد. وقتی موجهای صوتی بطور عمودی بر این میکروفون بتابند پاسخ آن در فرکانس 700 سیکل بر ثانیه شروع به زیاد شدن می کند و در فرکانس بالاتر از 2800 سیکل بر ثانیه پاسخ آن کاملاً تابع راستاست. آشکار است که چنانچه بخواهیم اثر پراش در فاصله فرکانسهای شنیدنی به مقدار کم باقی بماند لازم است که میکروفون و محفظه آن هر دو کوچک باشند. اگر میکروفون فشاری را با این شرط بسازیم پاسخ آن بهیچوجه تابع راستا نیست.



شکل 11.14. میکروفون فشاری با پیچک متحرک که در محفظه کردی به شعاع a قرار داده شده است.

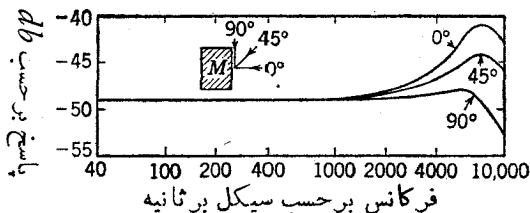
دومین علت وجود خاصیت راستاوری میکروفونهای فشاری

این است که وقتی پرتوهای صوتی بطور عمودی بر سطح دیافراگم تابیده نشوند بین نیروهایی که از قسمتهای مختلف موجهای صوتی بردیافراگم وارد می شوند اختلاف فاز وجود دارد. عموماً این اثر وقتی زیاد است که فرکانس به اندازه ای باشد که $\lambda > 2a \sin \theta$ بشود. a شعاع دیافراگم و θ زاویه بین امتداد تابش و عمود بر سطح دیافراگم است. هر زمان این شرط برقرار شود فاز متوسط نیروهای وارد بر نیمه ای از دیافراگم تقریباً مخالف فاز متوسط نیروهای وارد بر نیمه دیگر دیافراگم خواهد بود، و چون دامنهها تقریباً با هم برابرند، در نتیجه نیرویی که سبب حرکت دیافراگم می شود تضعیف می گردد. اگر شعاع دیافراگم میکروفون که در شکل 11.14 نموده شده $0.02m$ باشد شرط بالا سقوط تندی را در پاسخ میکروفون در نزدیکی فرکانس 7500 سیکل بر ثانیه برای تابش به زاویه 90° پیشبینی می کند.

وقتی میکروفون فشاری برای برداشت صوت از اراکستری بزرگ یا منبع صوتی وسیع دیگری به کار رود، آن قسمت از موجهای صوتی که بطور عمودی بردیافراگم وارد می شود مقدار بسیار مختصری از کل موجهای صوتی هستند. از آنجاکه پاسخ میکروفون در فرکانسهای بالا بر حسب راستا تغییر می کند، باز داده آن در این حالت نمایش حقیقی صوت در نقطه برداشت نیست، و از اینرو باز داده با نوعی تابیدگی همراه است. این وضع را می توان بدینسان قدری بهبود بخشید که میکروفون را طوری قرار دهیم که دیافراگم آن بطور افقی قرار گیرد. در این صورت پاسخ آن نسبت به محور قائم قرینه می شود؛ با اینهمه در این وضع پاسخ نسبت به محلهایی که در سطح قائم قرار دارند نیز تابع راستاست. از تابعیت پاسخ میکروفون از راستا می توان کاملاً جلوگیری کرد؛ بدینسان که آن را بحد کافی کوچک بسازیم. محاسبه نشان می دهد، برای اینکه پاسخ میکروفون تا فرکانسی در حدود 10,000 سیکل بر ثانیه پیروی ناچیزی از راستا داشته باشد لازم است که قطر مجموعه دستگاه بر روی هم بکسانتیمتر باشد. از این قبیل میکروفونهای ناراستایی^۱ و حتی کوچکتر ساخته اند که اگر چه حساسیتشان برای

بعضی از موارد استعمال پایین است، ولی بطور بسیار شایسته و قابل ملاحظه‌ای برای استفاده بعنوان *probe microphones* مناسبند، که می‌توان با آنها شدت میدانهای صوتی شدید را بدون آنکه در آنها تولید تاییدگی کنند اندازه‌گیری کرد.

11.7 پاسخ در میدان آزاد. چنانکه در بالا دیدیم، پراش و اندازه دیافراگم میکروفون هر دو در تولید اختلاف، در فشار صوت وارد بر دیافراگم، مؤثرند. ولی پدیده دیگری نیز موجب بروز این اختلاف می‌شود، و آن رزونانس کاواک^۱ استوانه شکل دهنی میکروفون است که در جلو دیافراگم آن قرار گرفته. رزونانس این قسمت مشابه است با رزونانس لوله‌ها. در فرکانس رزونانس فشار طرفی از لوله که بسته است و بلافاصله مجاور دیافراگم می‌باشد ممکن است نسبت به فشار صوت محرك در فضای آزاد خیلی بیشتر شود. اگرچه پاسخ میکروفونهای با فشار ثابت را بیشتر از سایرین محاسبه و اندازه‌گیری کرده‌اند، پاسخ میکروفون در فضای آزاد یا در میدان آزاد که عملاً در شرایط کار اندازه‌گیری شود ارزش بیشتری در نشان دادن کاربرد عملی و حقیقی میکروفون دارد.

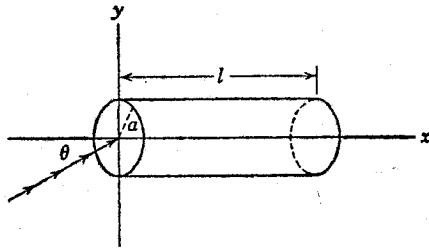


شکل 11.15. خصوصیت‌های پاسخ فضای آزاد میکروفون خازنی در زاویه‌های مختلف.

بنابر تعریف، پاسخ در میدان آزاد عبارت است از خارج قسمت و لثاژ مدار باز میکروفون بر فشار میدان آزاد همان صوت که قبل از گذاشتن میکروفون در محل وجود داشته است. در شکل 11.15 نمونه‌ای از پاسخ میدان آزاد متعلق به میکروفون خازنی دیده می‌شود که پاسخ فشار ثابت آن در شکل 11.5 نموده شده است. چون پاسخ فضای آزاد تابع زاویه تابش است این زاویه باید همیشه مشخص باشد. وقتی منحنی شکل 11.15 را با منحنی شکل 11.5 مقایسه کنیم می‌بینیم که منحنی فشار ثابت میکروفون خازنی مشابه است با منحنی فضای آزاد آن که در تابش 90° رسم شده باشد.

11.8 میکروفون گمرا دیان فشار. همه میکروفونهایی را که تاکنون در این فصل مطالعه کردیم به اسم میکروفونهای فشاری دسته‌بندی می‌کنیم. در این قبیل میکروفونها فشار آکوستیکی فقط بزرگ طرف دیافراگم متحرك اثر می‌کند، و از اینرو نیرویی که موجب حرکت

می‌شود متناسب است با فشار و با آن نیز همفاز است. برای ما امکان دارد که میکروفونهای گرادیان فشار نیز بسازیم. در این نوع میکروفونها نیروی محرکه متناسب است با تفاضل فشاری که برطرفین دیافراگم متحرک وارد می‌شود.



شکل 11.16. شکلی که برای تمیین نیروهای محوری گرادیان فشار بر استوانه به کار می‌رود.

برای ذکر مقدمه جهت تئوری این نوع میکروفونها ببینیم هرگاه موجهای صوتی با زاویه معینی نسبت به محور استوانه بر آن بتابند مقدار خالص نیروهایی که در امتداد محور چنانچه اندازه خواهند بود. در شکل 11.16 فرض کنیم محور استوانه به طول l منطبق بر محور x باشد، و همچنین فرض کنیم که موج تختی از سمت چپ با زاویه θ نسبت به محور x می‌تابد. فشار چنین موجی بر حسب معادله 6.48 عبارت است از

$$p = P e^{j(\omega t - kx \cos \theta - ky \sin \theta)}$$

اگر شعاع استوانه، یعنی a نسبت به طول موج λ کوچک باشد، یعنی اگر $ka \ll 1$ باشد، و اگر محور استوانه را محور x ها بگیریم تغییرات جمله $ky \sin \theta$ را در انتهای لوله ممکن است ناچیز پنداریم، پس

$$p \approx P e^{j(\omega t - kx \cos \theta)} \quad (11.27)$$

وقتی l بقدری کوچک باشد که $kl \ll 1$ باشد، نیروی خاصی که برای جابجا کردن استوانه در امتداد محور x ها لازم است عبارت است از

$$f = - \frac{\partial p}{\partial x} l S \quad (11.28)$$

که $S = \pi a^2$ سطح مقطع اصلی استوانه است. اگر معادله 11.27 را در معادله 11.28 بگذاریم خواهیم داشت

$$f = jk l S p \cos \theta \quad (11.29)$$

که چون این نیرو را با نیروی $f_0 = S p$ که به سطح سمت چپ استوانه وارد می‌شود مقایسه

کنیم دیده می‌شود که این نیروی گرادیانی نسبت به فشار آکوستیکی به اندازه 90° تقدم فاز دارد؛ بعلاوه متناسب است با فرکانس، زیرا در k ضرب شده و تابع زاویه تابش θ نیز هست. اگر پیستون طوری نگاهداشته شده باشد که فقط بوسیله جرمش کنترل شود، یعنی راکتانس سختی و مقاومت مکانیکی آن نسبت به راکتانس جرمی $j\omega m$ کوچک و چشمپوشیدنی باشد

$$v = \frac{f}{j\omega m} = \frac{jkls p \cos \theta}{j\omega m} = \frac{ls \cos \theta}{cm} p \quad (11.30)$$

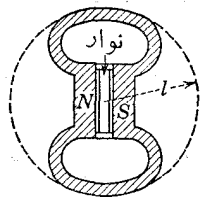
از آنجا که دامنه این سرعت مختلط تابع فرکانس نیست، و چون ولتاژ الکترو دینامیکی که در رسانایی به طول l_c که در میدان مغناطیسی به شدت B حرکت می‌کند $Bl_c v$ است، پس ولتاژ مدار باز عنصری از میکروفون ایده آل گرادیان فشاری که بوسیله جرمش کنترل می‌شود نیز تابع فرکانس نیست، و بوسیله رابطه زیر تعیین می‌گردد

$$e = \frac{Bl_c ls \cos \theta}{cm} p \quad (11.31)$$

حساسیت این میکروفون بر حسب ولت بر نیوتن بر متر مربع می‌شود

$$M = \frac{E}{P} = \frac{Bl_c ls \cos \theta}{cm} \quad (11.32)$$

11.9 میکروفون سرعتی-نواری. یک نمونه عملی از میکروفون گرادیان فشار، میکروفون سرعتی-نواری است که در شکل 11.17 نموده شده. این میکروفون شامل یک نوار چین دار سبک وزن فلزی است که بین دو قطب N و S مغناطیسی آویزان است و فشار آکوستیکی می‌تواند به آزادی به طرفین آن وارد شود. این ساختمان در یک دیوارک دایره‌ای به شعاع l قرار گرفته، که در حقیقت l طول گذرگاه هوا در طرفین نوار است. در دستگاههای کنونی شکل دیوارک اصولاً شکل ساختمان میدان مغناطیسی است، و از اینرو نامنظم است، و محاسبه نظری اختلاف فشار در طرفین نوار بسیار پیچیده است. با اینهمه، اگر سطح دیوارک تقریباً دایره یا مربع باشد فاصله l در معادله 11.31 عبارت خواهد بود از شعاع یا نصف عرض دیوارک.



شکل 11.17. میکروفون ساده سرعتی-نواری که در دیوارک دایره‌ای به شعاع l قرار دارد.

سختی وسایل تعلیق نوار چنان کوچک انتخاب می‌شود که فرکانس طبیعی آن کمتر از حدود فرکانسهای شنیدنی باشد. در نتیجه پاسخ در فرکانسهای پایین کاملاً یکنواخت است. با اینهمه چون باید نوار بتواند حداکثر جابجایی را انجام

دهد، سختی آن باید محدود باشد. وقتی فرکانس از 1000 سیکل بر ثانیه بیشتر شود پاسخ دیگر با مقادارهایی که بوسیله معادله 11.31 پیشبینی می شود تطبیق نمی کند، و تنزل دو پاسخ وقتی kl به واحد نزدیک می شود بیشتر ظاهر می گردد. سقوط پاسخ بواسطه این حقیقت است که در فرکانسهای بالا ابعاد میکروفون نسبت به طول موج صوت، دیگر کوچک نیست، بنابراین که در تقریبهایی موقوع نوشتن معادله 11.28 به کار بردیم دیگر پذیرفتنی نیستند. در عوض، نیروی خالص مساوی می شود با اختلاف نیروهایی که به طرفین استوانه وارد می شوند، یعنی

$$\mathbf{f} = PS e^{j\omega t} (e^{-jkl} - e^{-jkl \cos \theta}) = PS e^{j\omega t} (1 - e^{-jkl \cos \theta}) \quad (11.33)$$

بنابراین سرعت عبارت است از

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{f}}{j\omega m} = \frac{S(1 - e^{-jkl \cos \theta})}{j\omega m} \mathbf{p} \quad (11.34)$$

و اختلاف سطح می شود

$$e = \frac{Bl_e S (1 - e^{-jkl \cos \theta})}{j\omega m} \mathbf{p} \quad (11.35)$$

پاسخ ولتاژ که بوسیله نسبت e/p به دست می آید، چنین است

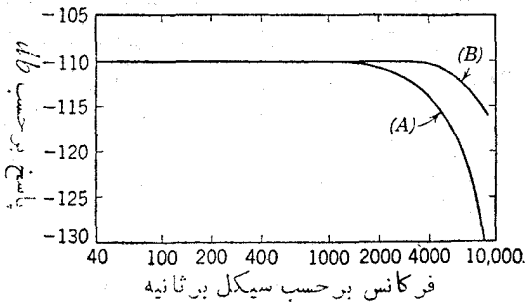
$$M_v = \frac{E}{P} = \frac{Bl_e S}{\omega m} [(1 - \cos(kl \cos \theta))^2 + \sin^2(kl \cos \theta)]^{1/2} \quad (11.36)$$

می توان رابطه بالا را ساده کرده به شکل زیر نوشت

$$M_v = \frac{2Bl_e S}{\omega m} \sin\left(\frac{kl \cos \theta}{2}\right) \quad (11.36a)$$

آشکارا اگر $(kl \cos \theta)/2 = \pi$ باشد، $\sin[(kl \cos \theta)/2] = 0$ خواهد بود. درتابش عمودی این شرط معادل است با $l = \lambda$ و مفهومش این است که پاسخ میکروفون در فرکانس $f = c/l$ برابر با صفر می شود. منحنی A شکل 11.18 پاسخ ولتاژ مدار باز میکروفون نواری را که دارای پایاهای زیر است نشان می دهد: $m = 10^{-6} \text{ kg}$ ، $S = 0.00005 \text{ m}^2$ ، $l = 0.03 \text{ m}$ و $B = 0.5 \text{ weber/m}^2$ ، $l_e = 0.02 \text{ m}$ $11.36a$ و با فرض θ مساوی صفر، منحنی A به دست آمده است. چنانکه دیده می شود، پاسخ تا حدود فرکانس 3,000 سیکل بر ثانیه کاملاً یکنواخت است، ولی برای فرکانس $343/0.03 = 11,550$ سیکل بر ثانیه به سرعت صفر می شود. منحنی B مقادارهای اندازه گیری شده متعلق به این نوع میکروفون را نشان می دهد. ازدیاد پاسخ اخیر در ناحیه 2,000 تا 9,000 سیکل بر ثانیه بواسطه وجود پدیده پراش است. حداعلائی فرکانس عملی

سودمند این گونه میکروفونها تا حدود 9000 سیکل بر ثانیه است که مقداری کاملاً پذیرفتنی است.



شکل 11.18. خصوصیت‌های پاسخ به فرکانس مربوط به میکروفون سرعتی-نواری، منحنی‌ای که از راه محاسبه به دست آمده. (B) منحنی‌ای که از اندازه‌گیری در فضای آزاد حاصل گشته. (ماخذ: سنجش بر حسب db عبارت است از یک ولت بر میکروبار.)

اگرچه ولتاژی که در مدار باز در نوار پیدا می‌شود خیلی کوچک است ولی امپدانس درونی میکروفون نواری حتی از امپدانس درونی میکروفونهای دینامیکی کمتر است، و می‌توان نسبت دورهای ترانسفورماتوری را که برای تطبیق امپدانس میکروفون با امپدانس در دادهٔ خیلی زیاد تقویت‌کننده به کار می‌رود زیادتر کرد. وقتی این عمل را انجام دهیم ملاحظه می‌کنیم که باز دادهٔ آن بخوبی با باز دادهٔ میکروفونهای فشاری که قبلاً بررسی کردیم قابل‌مقایسه است. پدیدهٔ پراشی که بواسطهٔ دیوارک دایره‌ای فرضی پیدا می‌شود، یا در نتیجهٔ ساختمان میدان مغناطیسی بوجود می‌آید سبب می‌گردد که دامنه‌های فشار وارد به جلو و عقب نوار مساوی با فشار موج تابش نباشند. در تابش عمودی دامنهٔ فشار مؤثر P_0 وارد به جلو نواری که در دیوارک دایره‌ای قرار گرفته چنین است

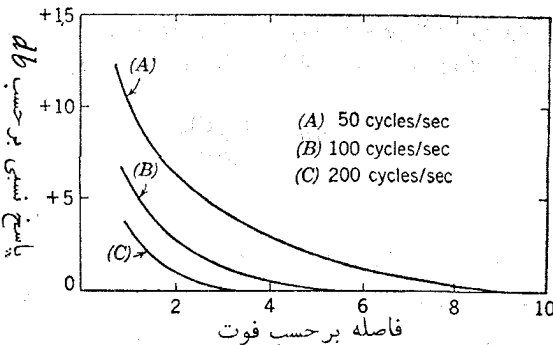
$$P_0 = P\sqrt{5 - 4 \cos kl} \quad (11.37)$$

در صورتی که در پشت نوار دامنهٔ فشار مساوی با مقدار P که دامنهٔ فشار موج تابش است باقی می‌ماند. بنابراین وقتی $kl = \pi$ ، یعنی $l = \lambda/2$ ، گردد فشار وارد بر جلو نوار سه برابر فشار در فضای آزاد می‌شود. در این میکروفون این موضوع مربوط به فرکانس 5750 سیکل بر ثانیه می‌شود و دست کم می‌توان آن را موجب قسمتی از اختلاف بین دو منحنی A و B دانست. وقتی $l = \lambda$ باشد، فشار P_0 برابر با فشار هوای آزاد می‌شود، و از اینرو پدیدهٔ پراش دیگر اثری در پیدایش آثار غیرطبیعی در این ناحیه که برای باز دادهٔ آن صفر پیشینی شده ندارد.

این نوع میکروفون‌گرادیان فشار را اصطلاحاً میکروفون سرعتی نیز می‌نامند. وقتی موجهای تخت پیش‌رونده¹ به میکروفون بر بخورند این اصطلاح دارای مفهومی نیست، زیرا

1) progressive

در این گونه موجها دامنه فشار و سرعت با یکدیگر متناسبند و بعلاوه همفازا نیز هستند. با اینهمه، درمجاورت خیلی نزدیک چشمه کروی بیان اخیر صحیح نیست و در این شرایط ممکن است اثبات کرد که هرگاه سرعت و باز داده عنصر متحرک میکروفون نواری را از لحاظ دامنه و فاز با سرعت ذره و فشار تطبیق کنیم ملاحظه می شود که تطبیق آنها با سرعت ذره ای خیلی بیشتر از تطبیق آنها با فشار است. از آنجا که وقتی منبع کروی نزدیک می شود نسبت دامنه سرعت ذره ای به دامنه فشار افزایش می یابد (بخش 7.4) بنا بر این در پاسخ میکروفونهای نواری نسبت به میکروفونهای فشاری نیز افزایش نسبی حاصل می گردد. این افزایش در فرکانسهای پایین بیش از افزایش در فرکانسهای بالاست. چنانکه از شکل 11.19 آشکار است هر یک از منحنیها افزایش نسبی پاسخ میکروفون سرعتی را در فرکانس معینی نسبت به میکروفون فشاری بر حسب فاصله میکروفونها از منبع صوت نشان می دهند. فرض این است که حساسیت میکروفونها در فاصله 10 فوت از منبع صوت مساوی با یکدیگر است. یادآوری می شود که اختلاف پاسخ میکروفونها در فرکانس بیش از 500 سیکل بر ثانیه صرف نظر کردنی است.



شکل 11.19. افزایش پاسخ میکروفونهای سرعتی نسبت به پاسخ میکروفونهای فشاری بر حسب فاصله منبع صوت از میکروفونها.

حالت مهم دیگری را می توان تصور کرد که در پاسخ بین میکروفونهای سرعتی و فشاری اختلاف زیاد وجود داشته باشد. این حالت مربوط به وقتی است که بخواهیم میکروفونها را برای تهیه الگوی موجهای ایستاده به کار بریم. فرض کنیم موجهای تخت بطول λ بطور عمود بر دیوار سختی بتابند. روی دیوار نتیجه حاصل جمع موج تابش و برگشته از لحاظ سرعت گره، و از لحاظ فشار شکم است؛ حال آنکه در فاصله ربع طول موج از دیوار این حالت معکوس می شود؛ یعنی برای فشار گره، و برای سرعت شکم هست. اگر میکروفون فشاری را در این محل بگذاریم پاسخ آن صفر را نشان می دهد؛ در صورتی که اگر در همین محل میکروفون سرعتی را قرار دهیم پاسخ آن ماکسیمم است. برای دیدن اختلاف آنها نیروی خالصی را که بر عنصر با فشار متغیر به طول λ بوسیله هر دو موج وارد می شود در نظر بگیریم. نیروی وارد از طرف موجی که در جهت x های منفی حرکت می کند عبارت است از

$$f_- = -jk/S p_- \quad (11.38)$$

چون این معادله را با معادله 11.29 ترکیب کنیم نیروی خالصی که بوسیله دو موج وارد می‌شود خواهد بود

$$f = f_+ + f_- = jk/S(p_+ - p_-) \quad (11.39)$$

این نیرو وقتی ماکسیمم است که $(p_+ + p_-)$ می‌نیم یا صفر باشد. بنابراین چنانچه بخواهیم نتیجه‌های متضاد حاصل نشود باید هنگام پژوهش موجهای ایستاده توجه کافی به نوع میکروفونی که برای امتحان و اندازه‌گیری به کار می‌بریم بکنیم.

11.10 مشخصات راستایی^۱ میکروفون سرعتی-نواری. پاسخ میکروفون سرعتی-نواری دوراستایی^۲ است، یعنی موجهای تابشی را که نزدیک به زاویه صفر یا 180° باشند اخذ می‌کند، در صورتی که نسبت به موجهایی که زاویه تابش آنها نزدیک به 90° یا 270° باشند حساسیتی نشان نمی‌دهد. یکی از روشهای نمایش مشخصاتی از میکروفون که تابع راستا هستند این است که پاسخ نسبی $R(\theta)$ آن را به طریق قطبی رسم کنیم. $R(\theta)$ چنین تعریف می‌شود

$$R(\theta) = \frac{(E/P)_\theta}{(E/P)_0} \quad (11.40)$$

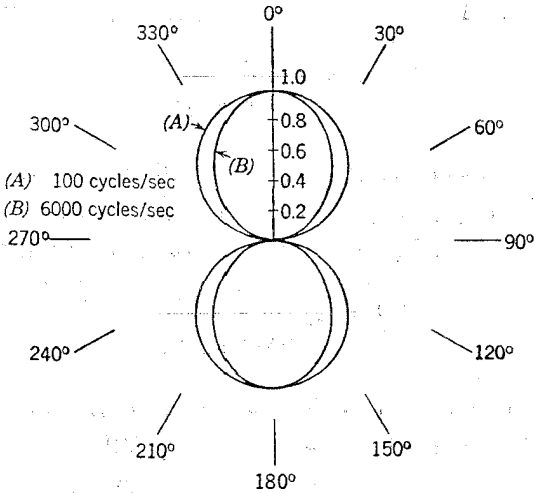
در این معادله $(E/P)_\theta$ عبارت است از پاسخ میکروفون نسبت به موجهایی که به زاویه θ از محور به میکروفون وارد می‌شوند و $(E/P)_0$ پاسخ میکروفون به موجهایی است که به موازات محور بر آن وارد می‌گردند. برای یافتن معادله پاسخ نسبی میکروفون سرعتی-نواری، لازم است اثرهای پراش را به طریقی که در بخش پیش بحث شد بررسی کنیم. نتیجه‌ای که برای پاسخ نسبی پیدا می‌شود قدری شبیه است به نتیجه‌هایی که برای عنصر میکروفون ایده آل گرادبان فشار شکل 11.16 پیدا کردیم؛ و این نتیجه را می‌توان از معادله 11.36a به شکل زیر به دست آورد

$$R(\theta) = \frac{\sin\left(\frac{kl \cos \theta}{2}\right)}{\sin(kl/2)} \quad (11.41)$$

در فرکانسهای پایین که برای آنها $kl < \pi/2$ است، رابطه بالا ساده می‌شود و به شکل زیر در می‌آید

$$R(\theta) \approx \cos \theta \quad (11.41a)$$

منحنی A از شکل 11.20 رسم قطبی پاسخ نسبی میکروفونی را که بعنوان مثال در بخش 11.9 به کار بردیم در فرکانسهای پایین، و منحنی B همان رسم پاسخ نسبی میکروفون را در فرکانس 6000 سیکل بر ثانیه نشان می‌دهد. باید توجه داشت که حتی در فرکانس 6000 سیکل بر ثانیه منحنی پاسخ نسبی اختلاف زیادی با منحنی $\cos \theta$ ندارد.



شکل 11.20. مشخصات راستاوری اندازه‌گیری شده متعلق به عنصر میکروفون سرعتی-نواری که در دیوارک دایره‌ای نصب است.

مشخصات راستایی میکروفون را معمولاً بر حسب سازه راستاوری (D) بیان می‌کنند، و تعریفش همان است که در بخش 7.11 برای منبع صوت گفتیم. بر حسب تعریف، سازه راستاوری میکروفون عبارت است از نسبت مربع ولتاژ مدار باز که بواسطه ورود موجهای صوتی موازی با محور اصلی مربوط به حداکثر پاسخ میکروفون در آن پیدا می‌شود به مربع همان مقدار که از ورود موجهایی کاملاً پخش که کلاً دارای همان مقدار فشار متوسط مربع باشند در میکروفون حاصل می‌گردد. از آنجا که این نسبت تابع فرکانس است، فرکانس را باید ذکر کرد. بنابراین تعریفی دیگر می‌توان گفت، سازه راستاوری عبارت است از نسبت توان الکتریکی تولید شده در میکروفون ناراستایی توسط میدان صوتی پخش که از هم‌سو بطور یکنواخت می‌آید، به توان تولید شده در میکروفونی راستایی که پاسخ محوری آن برابر باشد با پاسخ یکنواخت میکروفون ناراستایی. در واقع، سازه راستاوری مقدار توانایی میکروفون راستایی را در بهتر کردن نسبت سیگنال به نوفه روشن می‌سازد، یعنی معین می‌کند مقدار سیگنالی که در امتداد محور اصلی دریافت می‌دارد نسبت به آنچه از دریافت میدان نوفه در

آن پیدا می‌شود چه اندازه است.

ضریب راستاوری میکروفون چنین تعریف می‌شود

$$d = 10 \log D \quad (11.42)$$

d که بر حسب db بیان می‌شود نمایندهٔ حدودی است که میکروفون راستایی می‌تواند تراز فشار ظاهری موجهای صوتی را که در امتداد محورش به آن می‌رسند نسبت به صوتهایی که از تمام اطراف بطور یکنواخت به آن می‌رسند بالا ببرد. تعریف سازهٔ راستاوری را که قبلاً کردیم می‌توان با معادلهٔ ریاضی زیر بیان کرد

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{4\pi} R^2(\theta) d\Omega} \quad (11.43)$$

$d\Omega$ عنصر زاویه حجمی است. وقتی پاسخ نسبی $R(\theta)$ نسبت به محور اصلی میکروفون تقارن دارد (غالباً وضع چنین است) می‌توان عنصر زاویهٔ حجمی را برابر با $2\pi \sin\theta d\theta$ گرفت؛ و از اینرو معادلهٔ 11.43 ساده می‌شود و به شکل زیر در می‌آید

$$D = \frac{2}{\int_0^\pi R^2(\theta) \sin\theta d\theta} \quad (11.43a)$$

در مورد میکروفون سرعتی-نواری $R(\theta) = \cos\theta$ است، که چون این مقدار را در معادلهٔ 11.43a بگذاریم و انتگرال بگیریم، سازهٔ راستاوری $D=3$ و ضریب راستاوری $10\log 3 = 4.8db$ می‌شوند.

میکروفون سرعتی دوراستایی سه برتری اصلی دارد. اولاً چون تمام نوفه‌ها و انعکاسهای اطرافی را با فاکتور سه حذف می‌کند، گوینده می‌تواند $\sqrt{3}$ برابر فاصله‌ای که در جلو میکروفونهای ناراستایی قرار می‌گرفت قرارگیرد و در عین حال باز دادهٔ الکتریکی که نسبت سیگنال به نوفهٔ آن مساوی با همین نسبت در میکروفون ناراستایی باشد تولید کند. ثانیاً بواسطهٔ خاصیت دوراستایی میکروفون، دو نفر صحبت‌کننده می‌توانند در طرفین آن قرارگیرند و سخنان آنها با کارآیی مساوی بوسیلهٔ میکروفون دریافت می‌شود. بالاخره چون در تابش 90° و 270° دریافت میکروفون و پاسخ آن کاملاً صفر است در صورت لزوم اجتناب از نوفهٔ کسل‌کننده، می‌توان ناحیه‌ای از میکروفون را که دارای پاسخ صفر است متوجه آن صداها کرد، و بدین ترتیب دریافت آنها را بوسیلهٔ میکروفون صفر ساخت.

11.11 میکروفون یکراستایی^۱ دوار^۲. اگر باز دادهٔ عنصری فشاری را با باز دادهٔ

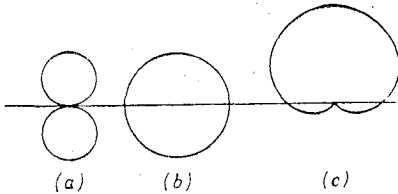
1) unidirectional

۲) cardioid. به شکل قلب؛ منحنی قلب‌شکلی که توسط یک نقطه از پیرامون دایره‌ای که روی دایرهٔ مساوی دیگری می‌گذرد پیموده می‌شود [از *kardia* («دل»، «قلب») + *eidōs* («شکل»، «وار»)]. -۲.

عنصری سرعتی بطور متوالی ترکیب کنیم پاسخ نتیجه طوری است که صوتهای وارد از يك نیمکره را می گیرد، و صوتهای وارد از نیمکره مقابل آن را حذف می کند. اگر پاسخ محوری $(E/P)_0$ متعلق به عنصر سرعتی را برابر سازیم با پاسخ عنصر فشاری ناراستایی، در این صورت پاسخ خالص این دو عنصر که بطور متوالی

نسبت به هم قرار گرفته باشند می شود

$$\begin{aligned} \left(\frac{E}{P}\right)_{UD} &= \left(\frac{E}{P}\right)_0 \cos \theta + \left(\frac{E}{P}\right)_0 \\ &= \left(\frac{E}{P}\right)_0 (1 + \cos \theta) \quad (11.44) \end{aligned}$$



شکل 11.21. مشخصات پاسخ راستایی میکروفونهای گوناگون. (a) میکروفون سرعتی یا دو راستایی. (b) میکروفون فشاری یا ناراستایی. (c) میکروفون دلواری یا یکراستایی.

شکل 11.21a پاسخ راستایی عنصر نواری، شکل 11.21b پاسخ عنصر فشاری را که دارای همان مقدار حساسیت باشد، و

بالاخره شکل 11.21c حاصل ترکیب آن دو را نمایش می دهد. منحنی c به شکل قلب است و از دوران به دور محور عمود بر سطح نوار حاصل گشته است. میکروفونهایی که پاسخ آنها بدین شکل باشد میکروفونهای یکراستایی یا دلواری نامیده می شوند. اصولی که این میکروفونها بر آنها نهاده شده اند همانهایی هستند که بوسیله آنها باز داده آنتن قائم را با باز داده يك حلقه ترکیب می کنند و بدین طریق دستگاه راستایاب رادیو را می سازند. این راستایاب سوی سیگنالهای وارد شده را تشخیص می دهد.

صورتهای مختلفی از این نوع میکروفون طرحریزی شده است. در يك نوع از آن يك نوار تنها کار گذاشته شده که قسمت فوقانی آن بوسیله سرعت و قسمت تحتانی آن بوسیله فشار عمل می کند. ساختمان میدان مغناطیسی آن شبیه است به ساختمان مغناطیس میکروفون سرعتی-نواری استاندارد. اگرچه سمت عقب قسمتی از نوار که به سرعت حساس است نیز در معرض موجهای صوتی است، ولی سمت عقب قسمتی که به فشار حساس است مسدود است، و از این رو از ورود فشار آکوستیکی به این قسمت جلوگیری شده است. چون قسمتهای حساس به سرعت و فشار هر دو به يك نوار پیوسته تعلق دارند، باز داده آنها بطور خودکار نسبت به هم به طریق متوالی قرار می گیرند. در نوعی دیگر از این گونه میکروفونها عنصر سرعتی-نواری در همان محفظه ای است که پیچک متحرک مربوط به عنصر فشاری با طرح مناسبی قرار گرفته است. همچنین در این محفظه يك متعادل کننده الکتریکی نیز قرار دارد تا دامنه و فاز عنصر با پیچک متحرک را با دامنه و فاز عنصر سرعتی میزان کند.

با همان روشهایی که در باره میکروفون سرعتی عمل کردیم می توان ثابت کرد که سازه راستاوری میکروفونهای یکراستایی یا دلواری برابر با عدد سه است. در نتیجه بزرگی زاویه ای که میکروفون دلواری می تواند در آن موجهای صوتی را بدون حذف قسمتی از آنها بگیرد، ممکن است گویندگان یا سازهای موسیقی که در فاصله های مختلف نسبت به یکدیگر

نهاده شده اند، همگی از يك ميكروفون استفاده کنند. بعلاوه اگر چنین ميكروفونی را نزدیک به سن قرار دهیم مشخصات راستایی آن استثنائاً بخوبی مورد استفاده قرار می گیرد؛ یعنی همه صداهای روی سن را اخذ می کند و صداهای شنوندگان و تماشاگران را دریافت نمی کند.

11.12 درجه بندی پاسخهای ميكروفون. طریقه هایی که بوسیله آنها مشخصات پاسخ ميكروفون بیان می شوند بسیار زیاد و نامحدودند، و هر کارخانه سازنده در درجه بندی آنها تاحد زیادی نظرهای مشخصی به کار می برد. یکی از بامعناترین و دقیقترین روشها این است که پاسخ ولتاژ عنصر اولیه آن را که بطور مدار باز در فضای آزاد تولید شده نسبت به پاسخ يك ولت بر ميكروبار بیان کنیم. این ولتاژ معمولاً تابع فرکانس است و بوسیله معادله زیر بر حسب db بیان می شود

$$n = 20 \log (E/P) \quad (11.45)$$

E بر حسب ولت و P بر حسب ميكروبار است. چون این پاسخ تابع راستا نیز هست امتداد محور اصلی ميكروفون نسبت به منبع صوت را نیز باید نام برد. بعلاوه، در صورتی که امپدانس درونی عنصری که در آن ولتاژ تولید می شود بقدری کوچک باشد که استفاده از يك ترانسفورماتور جفتگر^۱ ضروری بنظر برسد این امپدانس را نیز باید ذکر کرد، زیرا در این حال امکان خواهد داشت ترانسفورماتوری بسازیم که ميكروفون را با هر گونه بار مفروضی بچفتد^۲؛ و در نتیجه بتوانیم ولتاژ و توان تولید شده درون بار را محاسبه کنیم.

دوستون آخر جدول 11.1 مقادیر نمونه پاسخ مدار باز- فضای آزاد و امپدانس درونی چند ميكروفون معمولی را که کاربردهای بسیار دارند برای فرکانس 1,000 به دست می دهد. یادآوری می شود که ميكروفونهای با پیچك متحرك، سرعتی، و دلوار که پاسخ نسبتاً کمی دارند همگی پاسخ خود را در امپدانس کم تولید کرده اند. گاهی پاسخ ميكروفونی با امپدانس کم بر حسب ولتاژی که در مدار دومین ترانسفورماتور پیدا می شود داده شده است. این ترانسفورماتور برای جفتیدن امپدانس ميكروفون با امپدانس خط رابط 250 اهمی یا برای جفتش^۳ با امپدانس در داده لامپ خلا^۴ دستگاه تقویت کننده به کار می رود. این روش را نباید پذیرفت، زیرا پاسخ در این حال تابع نسبت دورهای ترانسفورماتوری که به کار رفته نیز هست و لذا توانایی حقیقی ميكروفون را نشان نمی دهد.

(۱) matching transformer. ترانسفورماتوری که در مدار نهاده شده تا از اتلافهای زائیده تفاوت امپدانس بار و امپدانس منبع جلوگیری کند. -م.

(۲) سوم شخص مفرد مضارع مصدر «جفتیدن» برابر با (to) match در انگلیسی [به معنای: رقیب، همتا، نظیر، همسر، جفت، سازگار، مناسب، زناشویی، پیوستن، همسر بودن، حریف کسی بودن، جور بودن با، جفت شدن]. «جفتیدن» ساخته شده از «جفت» با معنایی کهما بیش چون match]: ارتباط دادن دو مدار الکتریکی توسط وسیله ای (مثلاً ترانسفورماتور) که با مساوی کردن امپدانسهای آنها توان ما کسبیم از يك مدار به مدار دیگر منتقل می گردد. -م.

(۳) اسم مصدر «جفتیدن» (to match). -م.

روش دوم برای درجه بندی میکروفون تعیین توانی است که میکروفونها بتوانند به باری که با آنها جفتیده وارد سازند. مأخذ سنجشی که عموماً در این قبیل درجه بندی به کار رفته این است که اگر برای میکروفونی که باز داده اش وقتی در میدان صوتی با ریشه دوم متوسط مرتباً فشار 10 میکروبار قرار گیرد برابر با 0.001 وات باشد در این حال پاسخ را برابر با صفر دسی بل می گیریم. 10 میکروباری که به جای یک میکروبار مأخذ سنجش قرار گرفته فقط به دلیل عملی است، زیرا این فشار تقریباً نماینده فشاری است که در سخن گفتن طبیعی و معمولی پدید می آید.

جدول 11.1 درجه بندی پاسخ میکروفون در فرکانس 1000 سیکل بر ثانیه

نوع	پاسخ ولتاژ، db	امپدانس درونی، اهم	پاسخ توان، db
زغالی	-45	100	-21
خازنی	-50	500,000	-63
بلوری	-50	100,000	-56
با پیچک متحرک	-85	10	-51
سرعتی	-105	< 1	-54
دلوار	-82	10	-48

توانی بر حسب وات که در بار مقاومت مؤثر R_L که بطور صحیح جفتیده شده باشد تولید می گردد از رابطه زیر به دست می آید

$$W = \frac{E^2}{4R_L} = \left(\frac{E}{P}\right)^2 \frac{P^2}{4R_L} \quad (11.46)$$

چنانکه تراز پاسخ نسبت به 0.001 وات که از فشار 10 میکروبار حاصل می شود عبارت از است

$$n = 10 \log \left[\frac{\left(\frac{E}{P}\right)^2 \frac{10^2}{4R_L}}{0.001} \right] = 20 \log \left(\frac{E}{P}\right) - 10 \log R_L + 44 \quad (11.47)$$

ترازهای پاسخ توان میکروفونهای مختلف که با استفاده از دستون آخر جدول 11.1 بوسیله فرمول بالا حساب شده در ستون اول همان جدول قید گردیده است. با ملاحظه جدول معلوم می شود که پاسخ توان در میکروفونهای نوع با پیچک متحرک، سرعتی، و دلوار خیلی بیشتر از پاسخ توان میکروفونهای خازنی و بلوری است. چون میکروفونهای خازنی و بلوری را عملاً باید توأم با بارهایی در حدود مگوم یا بیشتر به کار بریم تا اینکه در فرکانسهای

پایین بتوانند باز داده سودمندی داشته باشند بنا بر این باز داده حقیقی توان آنها به اندازه $10db$ از مقداری که در جدول قید شده کوچکتر است. فایدهٔ درجه بندی میکروفون بر حسب تراز پاسخ توان آنها در این است که بوسیلهٔ این درجه بندی می توان فوراً استنباط کرد چه مقدار لازم است که دستگاه تقویت کننده توان اضافه کند تا تراز سیگنالی را که در میکروفون پیدا شده تا تراز مشخص بالا ببرد. مثلاً تقویت کننده ای که حاصل آن $90db$ است توان تولید شده در میکروفون با پیچک متحرک را که در جدول 11.1 ذکر شده و تحت اثر 10 میکروبار قرار گیرد به اندازه

$$-51 + 10 \log 0.001 + 90 = +9db$$

بالا می برد که تقریباً معادل است با توان الکتریکی به میزان 8 وات. سومین روش درجه بندی میکروفونها بر حسب توانی است که این میکروفونها به یک بار جفتیده^۱ نسبت به 0.001 وات می دهند، بشرطی که فشار موجهای صوتی برابر با یک میکروبار باشد. چون راههای گوناگونی برای درجه بندی میکروفونها موجود است درجه و میزانی که بر حسب db داده می شود معنایی نخواهد داشت، مگر اینکه تراز صرفاًخذ سنجش و امپدانسی که در آن ولتاژ یا توان تولید می شود بطور تحقیق معین باشد.

11.13 قضیهٔ تقابل^۲ آکوستیکی. مسئلهٔ اندازه گیری آزمایشی و تعیین منحنیهای پاسخ و راستاوری میکروفونها و تراگذارهای زیر آبی را ممکن است با به کار بردن برخی قضیههای تقابل بسیار ساده کرد. یکی از آنها قضیهٔ تقابل آکوستیکی است، که ابتدا بوسیلهٔ ریلی عنوان گردیده، و می توان آن را به طریق زیر بیان کرد: «فرض کنیم ناحیهٔ محدودی با سطحهای S_1, S_2, S_3, \dots و محدود گردیده. همچنین فرض کنیم که دو اغتشاش جداگانه که عموماً باهم فرق داشته باشند دارای سرعتهای عمودی v و v' نسبت به سطحهای محدود کننده باشند و بر روی این سطحها به ترتیب میدانهای فشار p' و p'' و غیره وارد سازند. در این شرایط انتگرال سطح $(p''v' - p'v'')$ روی تمام سطحهای محدود کننده S_1, S_2, S_3, \dots و... برابر با صفر می گردد. بیان مختصر ریاضی این قضیه به شکل زیر است

$$\iint_{(S_1, S_2, S_3, \dots)} (p''v' - p'v'') dS = 0 \quad (11.48)$$

اگر در ناحیه ای که در نظر گرفته ایم فقط یک منبع ساده قرار داشته باشد قضیهٔ عمومی تقابل ساده می شود و به شکلی که منتسب به هلمهولتز است بدین طریق بیان می گردد، «در ناحیه ای که قسمتی از آن محدود و قسمتی دیگر نامحدود باشد یک منبع ساده در هر نقطه مانند A که

(۱) صفت مفعولی مصدر «جفتیدن». - م.

قرار گیرد در نقطه‌ی مانند B همان فشاری را تولید می‌کند که اگر خود در نقطه‌ی B قرار داشت در نقطه‌ی A این فشار را وارد می‌ساخت. بنا بر این دست‌کم برای موقعی که فقط یک منبع موجود باشد خصوصیات مربوط به مسیر عبور پرتوهای صوتی در هر دو سو با هم برابرند. به عنوان ذکر مثالی خصوصی بیاییم قضیه‌ای کلی را برای اثبات این امر به کار بریم که بگوییم الگوی راستاوری پیستون مسطح که به عنوان تابنده صوت به کار می‌رود با الگوی پاسخ آن وقتی که به عنوان دیافراگم میکروفون به کار می‌رود با هم مشابه است. فرض کنیم تمام سطحهای محدودکننده ناحیه مورد بحث در این قضیه ثابت هستند، به استثنای S_p که سطح پیستون است و سطح کره کوچکی به شعاع a ، چنانکه $ka \ll 1$. در این صورت از همه سطحهای ثابتی که حرکتی ندارند می‌توان چشمپوشید. باقی می‌ماند سطح پیستون و سطح کره. اگر پیستون بعنوان فرستنده و کره گیرنده فرض شود در این صورت v_p' مربوط به سطح پیستون دارای مقدار است، و چنانچه مطلب را وارونه کنیم، یعنی کره فرستنده و پیستون گیرنده باشد، فقط v_s'' ، یعنی سرعت شعاعی سطح کره، مخالف با صفر خواهد بود. چون معادله 11.48 را در این باره به کار بریم می‌شود

$$\iint_{S_p} p_p'' v_p' dS_p - \iint_{S_s} p_s' v_s'' dS_s = 0 \quad (11.49)$$

p_p'' فشار صوتی است که در اثر ارتعاش کره بر سطح پیستون وارد شده و p_s' فشار صوتی است که در اثر حرکت پیستون بر کره وارد گردیده است. با اینهمه، چون سطح پیستون را مسطح و سخت فرض کرده‌ایم، و چون به شکل یک واحد حرکت می‌کند v_p' تابع dS_p نیست، و می‌توان آن را از زیر اولین انتگرال خارج ساخت. به همین طریق، در یک منبع کوچک کره p_s' در تمام سطح dS_s مقدار ثابت دارد، و از اینرو آن را هم ممکن است از زیر انتگرال دوم بیرون آوریم. سرانجام، چون $\iint_{S_p} p_p'' dS_p = F_p''$ برابر است با نیروی که بر پیستون اثر می‌کند و چون $\iint_{S_s} U_s'' dS_s = Q_s''$ برابر است با نیروی منبع کره، معادله 11.49 ساده می‌شود و به شکل زیر در می‌آید

$$\frac{Q_s''}{F_p''} = \frac{v_p'}{p_s'} \quad (11.50)$$

مفهوم معادله بالا این است که برای هر گونه وضع نسبی پیستون و کره، مشخص گیرندگی پیستون یعنی Q_s''/F_p'' که مانند میکروفون عمل می‌کند مشابه است با مشخص فرستندگی v'/p_s' که مانند بلندگو عمل کند. مثلاً اگر پیستون را با دیوارک تخت بیکران محاط کنیم باز داده آن به عنوان یک بلندگو دو برابر می‌شود، و همچنین می‌توان انتظار داشت پاسخ گیرندگی آن یعنی M بعنوان یک میکروفون نیز دو برابر گردد. بعلاوه اگر الگوی راستاوری و ضریب راستاوری یک تراگذار معکوس شوند هنگامی که فرستنده است اندازه‌گیری شود می‌توانیم انتظار داشته باشیم که الگوی گیرندگی و ضریب راستاوری آن نیز با آنچه به دست آورده‌ایم

مشابه است، و بر عکس. اصل معکوس شدن در مورد تراگذارهای بلوری، خازنی، و الکتروپنایمیکی خواه میکروفون باشد یا بلندگو صادق است.

11.14 قضیهٔ تقابل الکتروآکوستیکی. بیان هلمهولتز دربارهٔ تقابل خاصیت آکوستیکی، ممکن است به این شکل در آید: «اگر منبع ساده‌ای به توانایی Q_1 واقع در نقطهٔ A فشار صوتی معادل با P_2 در نقطهٔ B برقرار سازد، منبع ساده‌ای به توانایی Q_2 واقع در نقطهٔ B نیز فشار صوتی معادل با P_1 در نقطهٔ A برقرار خواهد ساخت، چنانکه

$$\frac{Q_1}{P_2} = \frac{Q_2}{P_1} \quad (11.51)$$

قضیهٔ تقابل خاصیت آکوستیکی که به شکل بالا بیان شده مشابه است با آن قضیهٔ تقابل که معمولاً دربارهٔ شبکهٔ الکتریکی خطی بی‌اثر^۱ به کار می‌رود. مثلاً اگر ولتاژ E_1 در اولین حلقهٔ مدار شکل 11.22 موجب پیدایش جریان I_2 در حلقهٔ دوم بشود برعکس اگر ولتاژ E_2 در حلقهٔ دوم، یعنی جایی که I_2 را اندازه گرفتیم، برقرار شود موجب خواهد شد که جریان I_1 در حلقهٔ اول وجود پیدا کند، چنانکه

$$\frac{E_1}{I_2} = \frac{E_2}{I_1} \quad (11.52)$$

از آنجا که اصل تقابل به مدار الکتریکی و آکوستیکی هر دو تعلق می‌گیرد، و چون عنصرهای آکوستیکی و مکانیکی یک تراگذار الکتروآکوستیکی را ممکن است به‌عنصرهای الکتریکی معادل آن تبدیل کرد (رجوع شود به بخش 10.2) می‌توان پیشبینی کنیم که تراگذارهای الکتروآکوستیکی خطی نیز در بیان قضیهٔ الکتروآکوستیکی تقابل صادقند. این اصل در یکی از صورتهای خود چنین بیان می‌شود: «مقدار نسبت ولتاژ مدار باز که در دو انتهای خروجی تراگذار هنگامی که بعنوان گیرندهٔ صوتی استعمال می‌شود موجود است بر فشار صوتی فضای آزاد در هر نقطه که بطور دلخواه مأخذ سنجش انتخاب شده و در نزدیکی تراگذار واقع باشد تقسیم بر مقدار نسبت فشار صوتی که در فاصلهٔ d از این نقطهٔ مأخذ سنجش واقع باشد بر جریانی که از دو انتهای ورودی تراگذار هنگامی که بعنوان فرستنده به کار می‌رود وارد می‌شود مساوی با مقداری ثابت خواهد بود. این مقدار ثابت را پایای تقابل^۲ می‌نامند و عبارت است از

$$\frac{2d\lambda}{\rho_0 c}$$

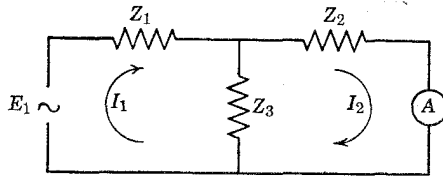
1) passive

2) reciprocity constant

$\rho_0 c$ مقاومت آکوستیکی ویژه محیط، و λ طول موجی است که انتشار یافته. چنانکه دیده می‌شود، این مقدار ثابت تابع جزئیات ساختمانی تراگذار خاصی نیست. اصل تقابل را در شکل ریاضی بدینسان بیان می‌کنند

$$\frac{M}{S} = \frac{2d\lambda}{\rho_0 c} \quad (11.53)$$

M پاسخ میکروفون تراگذار در فضای آزاد است و برحسب ولت بر نیوتن بر مترمربع بیان می‌شود، و S پاسخ بلندگو برحسب نیوتن بر مترمربع بر آمپر است.



شکل 11.22. دیاگرام مداری که اصل تقابل را برای شبکه الکتریکی خطی بی‌اثر نشان می‌دهد.

بجای کوشش برای اثبات کلی این ارتباط^۱ بیاییم ثابت کنیم که این رابطه در باره تراگذارهای نوع الکترودینامیک صدق می‌کند. بنابراین فرض کنیم پیستونی با سطح S_p و امپدانس مکانیکی Z_m متصل به پیچکی متعلق به یک ترونده الکترومکانیکی به مشخصات $f = Bl\dot{i}$ است و در یک دیوارک بیکران نصب شده باشد. دامنه فشار در امتداد محور پیستون که بوسیله چنین پیستونی در فاصله d از آن ایجاد می‌گردد بوسیله رابطه 7.54 به شکل زیر داده شده است

$$P = \frac{\rho_0 c k S_p}{2\pi d} U_0$$

که در آن

$$U_0 = \frac{Bl\dot{i}}{Z_m}$$

و پاسخ بلندگو یعنی $S = P/I$ که به پیستون تعلق دارد چنین است

$$S = \frac{\rho_0 c k Bl S_p}{2\pi d Z_m} \quad (11.54)$$

1) Beranek, *Acoustic Measurements*, pp. 113-120, John Wiley and Sons (1949).

پاسخ فضای آزاد آن اگر بعنوان میکروفون گرفته شود بوسیله معادله 11.26 بدینسان داده شده

$$M = \frac{2BIS_p}{Z_m} \quad (11.55)$$

فاکتور 2 را برای این داخل کرده ایم که دو برابر شدن فشار موجهای صوتی فضای آزاد را که در مجاورت سطح پیستون اتفاق می افتد در نظر گرفته باشیم. در قسمت سابق دو برابر شدن فشار را که بواسطه وجود دیوارک بیکران تولید می شد با استفاده از اصل تقابلی توضیح دادیم. ممکن است آن را بواسطه وجود موجهای ایستاده نیز توضیح داد، زیرا انعکاس از دیوارک گره فشار را روی سطح آن تشکیل می دهد و می دانیم که دامنه فشار در گره ها دو برابر دامنه فشار موجهای تابش است. اگر معادله 11.55 را بر معادله 11.54 تقسیم کنیم معادله 11.53 به دست می آید.

11.15 درجه بندی میکروفون بوسیله اصل تقابلی. درجه بندی تجربی میکروفونها با به کار بردن قضیه تقابلی الکتروآکوستیکی بسیار ساده می شود. در یکی از روشها سه عدد تراگذار به کار می برند: میکروفون A که باید درجه بندی شود؛ تراگذار واگشت پذیر B که از قانون تقابلی پیروی می کند، و سرانجام بلندگوی C . نوع متناسبی از تراگذار واگشت پذیر، بلندگوی کوچک با تابش مستقیم است که پشت آن بسته باشد. گام نخستین برای درجه بندی این است که تراگذار واگشت پذیر B را در محل معینی واقع در میدان بلندگوی C قرار دهیم (شکل 11.23a)، سپس ولتاژ مدار بازی را که بوسیله C در B تولید شده اندازه بگیریم. این ولتاژ چنین است

$$E_B = M_B P_C \quad (11.56)$$

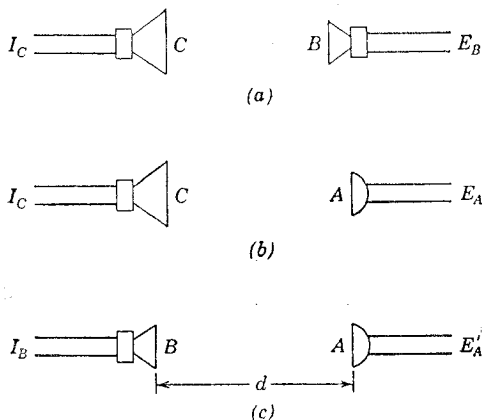
M_B پاسخ میکروفون B و P_C فشار صوتی است که بوسیله میکروفون C در B پیدا شده است. در مرحله دوم (شکل 11.23b) بجای B میکروفون A را در همان محل می نهیم و ولتاژ مدار باز آن را برای همان مقدار P_C اندازه می گیریم که می شود

$$E_A = M_A P_C \quad (11.57)$$

M_A پاسخ میکروفون A است، و مراد از این آزمایشها تعیین مقدار آن بوده است. این دو معادله را می توان با هم ترکیب کرد و نوشت

$$M_A = M_B \frac{E_A}{E_B} \quad (11.58)$$

بالاخره آخرین کاری که برای درجه بندی انجام می دهیم این است که بجای بلندگوی C



شکل 11.23. نمایش نموداری سه مرحله که برای درجه بندی میکروفون A بنا بر اصل تقابل انجام می گیرد.

تراگذار B را بگذاریم (شکل 11.23C)، در این حال مقدار E_A' متعلق به میکروفون A را هنگامی که در تراگذار B جریان I_B برقرار باشد اندازه می گیریم، و از اینرو $E_A' = M_A P_B$. وقتی این رابطه را با رابطه $P_B = S_B I_B$ ترکیب کنیم با در نظر گرفتن اینکه P_B فشاری است که در A بوسیله تراگذار B تولید شده و تابع پاسخ S_B هنگامی که B به شکل بلندگو مورد عمل قرار می گیرد می باشد خواهیم داشت

$$E_A' = M_A S_B I_B \quad (11.59)$$

سپس با استفاده از معادله های 11.58 و 11.59 می نویسیم

$$M_A^2 = \frac{M_B}{S_B} \cdot \frac{E_A E_A'}{E_B I_B} \quad (11.60)$$

M_A پاسخ ولتاژ مدار باز میکروفون A است که بر حسب ولت بر نیوتن بر متر مربع بیان می شود، و از اینرو می توان بجای آن پایای تقابل معادله 11.53 را که به معادله زیرس می انجامد نهاد

$$M_A = \left[\frac{2d\lambda E_A E_A'}{\rho_0 c E_B I_B} \right]^{1/2} \quad (11.61)$$

برتری این روش این است که ما را از کوشش لازم برای تولید فشارهایی که قابل محاسبه و اندازه گیری باشند بی نیاز می سازد. زیرا به استثنای فاصله d تمام اندازه گیریهای اساسی از نوع الکتریکی هستند. این گونه اندازه گیریها را باید در اتاقی که از لحاظ صوتی مرده باشد، مانند اتاق بی پژواک یا در اتاقی بزرگ که انعکاسهای وارد از اطراف آن چشمپوشیدنی باشند،

یا در محیط آزادی که از سطوح منعکس کننده فاصله بسیار زیادی داشته باشد، انجام داد. معمولاً نتیجه‌های حاصل را که با استفاده از رابطه 11.61 به دست آمده با ضرب کردن در ضریب 0.1 تبدیل می‌کنند به ولت بر میکروبار.

اگر دو میکروفون همانند واگت‌پذیر در دست باشند اصل تقابل برای ما ممکن می‌سازد که هر دو میکروفون را در یک آزمایش تنها درجه بندی کنیم. در اینجا $E_A = E_B$ ، از اینرو معادله 11.61 ساده می‌شود و به شکل زیر در می‌آید

$$M_A = M_B = \left[\frac{2d\lambda E_A}{\rho_0 c I_B} \right]^{1/2} \quad (11.62)$$

سرانجام امکان دارد که میکروفون را در فرکانسهای زیاد بوسیله خودش مدرج کنیم، و این کار را با استفاده از تکنیکهای تپه کوتاه بدینسان انجام می‌دهند که ابتدا میکروفون را بعنوان منبع صوت به کار برده و ولتاژی را که در اثر انعکاس تپه از سطح صد درصد منعکس کننده در میکروفون تولید می‌شود اندازه می‌گیرند.

مسائل

11.1. پاسخ مدار باز یک میکروفون زغالی $40db$ - نسبت به یک ولت بر میکروبار است، در این اندازه گیری میکروفون به یک باتری 12 ولتی که امپدانس درونی آن 100 اهم بوده متصل بوده است. سطح دیافراگم میکروفون $0.001m^2$ و ضریب سختی مؤثر آن 10^6 نیوتن بر متر است. (a) مقدار عددی ضریب مقاومت b متعلق به میکروفون چه اندازه است؟ (b) اگر دامنه فشار موجهای صوت تابش 100 میکروبار باشد نسبت ولتاژ هارمونیک دوم به ولتاژ اصلی که در اثر موجهای صوتی در میکروفون پیدا می‌شود چه اندازه است؟

11.2. در یک میکروفون خازنی شعاع دیافراگم $0.02m$ و فاصله بین دیافراگم و صفحه مقابل آن $0.00002m$ است، و دیافراگم از اطراف با کشش 10,000 نیوتن بر متر کشیده شده است. (a) اگر ولتاژ پولاریزه کننده 200 ولت باشد، پاسخ ولتاژ مدار باز میکروفون بر حسب نیوتن بر متر مربع برای فرکانسهای پایین چقدر است؟ (b) مقدار این پاسخ بر حسب db در صورتی که مأخذ سنجش یک ولت بر میکروبار باشد چقدر است؟ (c) اگر دامنه فشار صوتی که بردیافراگم وارد می‌شود یک نیوتن بر متر مربع باشد مقدار متوسط دامنه جابجایی آن چه اندازه است؟ (d) اگر برای میکروفون موج صوتی با دامنه فشار 10 میکروبار وارد شود چنانچه میکروفون را به بار مقاومتی مساوی با 5 مگوهم در فرکانس 100 سیکل بر ثانیه وارد سازیم چه ولتاژی در بار پیدا می‌شود؟

11.3. با یک میکروفون خازنی کوچک به قطر 0.8 سانتیمتر می‌خواهیم میکروفون

میله‌ای باسازیم. دیافراگم میکروفون از فولادی به کلفتی 0.001 سانتیمتر است، و با حداکثر کشش، یعنی 10,000 نیوتن بر متر از اطراف کشیده شده است. فضای واقع بین دیافراگم و صفحه پشت آن 0.001 سانتیمتر است و ولتاژ پولاریزه کننده 150 ولت است. (a) فرکانس اصلی دیافراگم چه مقدار است؟ (b) تراز پاسخ را در فشار ثابت و مدار باز و همچنین امیدانس میکروفون را برای فرکانس 10,000 سیکل بر ثانیه پیدا کنید. (c) اگر آثاری از پراش میکروفون را معادل با اثر کره‌ای به همین قطر فرض کنیم، تراز پاسخ را در فضای آزاد برای این فرکانس بیابید.

11.4. درجه بندی یک میکروفون بلوری به قرار زیر است: تراز پاسخ ولتاژ مدار باز آن نسبت به یک ولت بر میکروبار برابر با 54db — است، و امیدانس طرفین آن در فرکانس 400 سیکل بر ثانیه برابر با 200,000 اهم تعیین گشته است. (a) اگر موج تختی با این فرکانس و تراز فشار 70db نسبت به 0.0002 میکروبار بر این میکروفون بتابد و دو انتهای خروجی مدار میکروفون به بار مقاومتی برابر با 500,000 اهم متصل باشد مقدار ولتاژی که درون این مقاومت پیدا می‌شود چقدر است؟ (b) توانی که در مقاومت تولید می‌شود چه اندازه است؟ (c) اگر سطح دیافراگم 0.0004m^2 باشد نسبت توان الکتریکی به توان آکوستیکی که بر میکروفون وارد شده چه اندازه است؟

11.5. میکروفونی بلوری دارای خصوصیت‌های زیر است: تراز پاسخ ولتاژ مدار باز آن در فشار ثابت نسبت به یک ولت بر میکروبار برابر است با 60db — . دیافراگم آن به قطر 0.02 متر در گلولی بوق نمایی به طول یک متر قرار گرفته. قطر گلولی بوق 0.02 متر، و قطر دهانه آن 0.25 متر است. میکروفون را به طریقی که ذکر شد در بوق نصب می‌کنیم. مطلوب است محاسبه تراز پاسخ فضای آزاد میکروفون برای فرکانس 450 سیکل بر ثانیه. فرض می‌کنیم که تابش موج تخت در طول محور بوق باشد، و نیز معادله‌های بوق به طول بینهایت برای موجی که از دهانه به سوی گلولی بوق در حرکت است صادق باشد.

11.6. یک بلندگوی کوچک با تابش مستقیم که با پیچک متحرک ساخته شده در ارتباطات تجارخانه‌ای کار میکروفون و بلندگو هر دو را انجام می‌دهد. پایاهای بلندگو به قرار زیرند: $s = 50,000\text{ newton/m}$ ، $R_m = 10\text{ kg/sec}$ ، $a = 0.05\text{ m}$ ، $m = 0.003\text{ kg}$ ، $L_E = 0.01\text{ mb}$ و سرانجام $R_E = 1\text{ ohm}$ ، $l = 10\text{ m}$ ، $B = 0.75\text{ weber/m}^2$. (a) تراز پاسخ ولتاژ مدار باز را نسبت به یک ولت بر میکروبار برای فرکانس 1,100 سیکل بر ثانیه محاسبه کنید. (b) در همین فرکانس تراز پاسخ توان را نسبت به 0.001 وات بر 10 میکروبار حساب کنید.

11.7. یک میکروفون ساده با پیچک متحرک دارای عنصر متحرکی به سطح مقطع 0.0004m^2 ، جرم $m = 0.001\text{ kg}$ ، سختی $s = 10,000$ نیوتن بر متر، و مقاومت مکانیکی 20 kg/sec است. مقاومت پیچک 5 اهم و طول آن 5 متر است، و در میدان مغناطیسی

با چگالی شار یک و بر بر متر مربع حرکت می‌کند. (a) تراز پاسخ آن را در مدار باز با فشار ثابت برای فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه پیدا کنید. (b) تراز پاسخ توان میکروفون در بار امپدانس جفتیده که به مقدار 5 اهم باشد چقدر است؟ (c) نسبت این توان الکتریکی به توان آکوستیکی که بر سطح دیافراگم میکروفون تأییده چه مقدار است؟

11.8. یک میکروفون سرعتی بدین طریق ساخته شده که نوار نازکی از آلومینیوم را در دیوارکی دایره‌ای به شعاع 4 سانتیمتر نصب کرده‌اند. کلفتی نوار آلومینیوم 0.001 سانتیمتر، عرض آن 0.4 سانتیمتر و طولش 2.5 سانتیمتر است. چگالی شار میدان مغناطیسی 0.25 و بر بر متر مربع است. موج تختی با فرکانس 250 سیکل بر ثانیه و فشار آکوستیکی 2 نیوتن بر متر مربع در امتداد عمود بر سطح نوار بر آن می‌تابد. (a) مقدار ولتی که در نوار پیدا می‌شود چقدر است؟ (b) تراز پاسخ ولتاژ مدار باز میکروفون در این فرکانس چه مقدار است؟ (c) در شرایط بالا دامنه جابجایی نوار چه اندازه است؟

11.9. عنصر متحرک یک میکروفون سرعتی-نواری در یک دیوارک دایره‌ای به شعاع 0.04 متر نصب گردیده است. (a) مقدار دامنه فشار وارد بر صفحه جلو میکروفون را برای فرکانسهای 400 تا 4,000 حساب کنید و منحنی تغییرات آن را بکشید. این دامنه را بر حسب ضریب ثابت دامنه مفروضی که در معادله 11.37 داده شده بیان کنید. (b) در همین فاصله فرکانسها، زاویه اختلاف فاز kl را بین جلو و عقب نوار حساب کرده و منحنی تغییرات آن را رسم کنید. (c) مقدار نیروی خالص وارد بر نوار را در همین فاصله فرکانسها حساب کنید و سپس دامنه سرعت نوار را محاسبه کنید و منحنی تغییرات آن را بکشید. (d) آخرین منحنی‌ای که رسم کرده‌اید چه چیزی را درباره ماهیت منحنی پاسخ ولتاژ میکروفون بیان می‌کند؟

11.10. عنصر نواری یک میکروفون سرعتی در دیوارکی دایره‌ای به شعاع l نصب گردیده است. فرض می‌کنیم موجها با فرکانس بین 100 و 5,000 سیکل بر ثانیه بطور عمود به سطح دیوارک برسند. مطلوب است محاسبه و رسم پاسخ در صورتی که شعاع دیوارک $5cm$ ، $10cm$ ، و $15cm$ باشد. از اثر پراش موجها چشم‌پوشیم.

11.11. الگوی موجهای ایستاده‌ای که نمایش معادله $p = 2P \cos \omega t \sin kx$ است مفروض است. رابطه‌ای بنویسید که نیروی خالصی در امتداد محور که بر استوانه عنصر یک میکروفون ایده‌آل گرا دیان فشار وارد می‌شود بیان کند. فقط حالت خاصی را که در آن موجهای صوتی در امتداد محور استوانه می‌تابند در نظر بگیرید. ثابت کنید که این نیرو در شکمهای فشار برابر با صفر، و در شکمهای سرعت حداکثر خود را دارد.

11.12. راستاوری یک میکروفون به طریقی است که پاسخ هر نوع موجی که از اطراف با زاویه θ نسبت به محور اصلی بر آن بتابد متناسب با $\cos^2 \theta$ خواهد بود. (a) مقدار عددی سازه راستاوری را برای این میکروفون حساب کنید. (b) ضریب راستاوری چه اندازه است؟

11.13. دو میکروفون واگشت پذیر همانند در اندازه گیری از راه تقابل درجه بندی می‌شوند. فاصله بین دو میکروفون 2 متر است. اگر در یکی از آنها جریان 0.01 آمپر

وارد سازیم ولتاژ باز داده مدار باز میکروفون دیگر، برای فرکانس 2,000 سیکل بر ثانیه

می شود 0.0001 . معین کنید تراز پاسخ ولتاژ مدار باز میکروفون بر حسب db به مأخذ یک ولت بر میکروبار چه مقدار است؟

11.14. میکروفونی را می خواهیم مدرج کنیم. در یکی از اندازه گیریها معلوم شده است که حساسیت آن پنج برابر حساسیت یک تراگذار واگشت پذیر مفروض است. وقتی تراگذار را بجای منبع به کار می بریم و آن را در فاصله 1.5 متری میکروفون قرار می دهیم، و در فرکانس 500 سیکل بر ثانیه جریانی برابر با یک آمپر از آن می گذرانیم مشاهده می شود که باز داده ولتاژ مدار باز میکروفون برابر با 0.001 ولت است. (a) پاسخ ولتاژ مدار باز میکروفون چه اندازه است؟ (b) مقدار فشار آکوستیکی که در طول این آزمایش به میکروفون وارد شده چه مقدار است؟

11.15. شعاع دیافراگم یک میکروفون خازنی برابر با 2 سانتیمتر است و فاصله بین دیافراگم و صفحه پشت آن 0.002 سانتیمتر است. دیافراگم با کشش $5,000$ نیوتن بر متر از اطراف کشیده شده است. ولتاژ پولاریزه کننده مساوی با 200 ولت است. (a) تراز پاسخ ولتاژ مدار باز میکروفون در فرکانسهای پایین چه مقدار است؟ (b) اگر قضیه تقابل الکتروآکوستیکی را به کار بریم و با وارد ساختن جریان 0.01 آمپر و فرکانس $1,000$ سیکل بر ثانیه در آن، میکروفون را به بلندگو تبدیل کنیم، یا استفاده از قضیه یاد شده فشار آکوستیکی را در نقطه ای به فاصله 1 متر از آن حساب کنید.

تراگذارهای

فراصوتی^۱ و سونار^۲

12.1 پیشگفتار. در دو فصل گذشته دو نوع تراگذار^۱ مهم الکتروآکوستیکی را که برای تولید و گرفتن صوت در هوا به کار می‌رفتند بررسی کردیم. در این فصل تراگذارهایی را مطالعه خواهیم کرد که به همان اهمیت تراگذارهای پیشین هستند، و کار آنها تولید و اخذ موجهای آکوستیکی در آبگونها و جامدهاست. این تراگذارها عبارتند از (1) تراگذارهای فراصوتی که در کارهای آزمایشی برای پژوهش چگونگی انتشار موجهای پرفرکانس آکوستیکی در آبگونها، و اندازه‌گیری خواص الاستیک جامدها به کار می‌روند؛ (2) تراگذارهای فراصوتی که در صنعت استعمال می‌شوند، و عبارتند از یک دستگاه قوی که برای بهم‌زدن و حرکت دادن ذرات ریز درون آبگونها برای خارج کردن گاز از آبگون یا معلق کردن ذرات در آبگونها یا انعقاد مواد در آنها به کار می‌روند؛ (3) تراگذارهای فراصوتی برای تعیین محل درز یا ترک در فلزهای ریخته‌گری شده، یا در ورقه‌های پلاستیک؛ و (4) تراگذارهای سونار^۲ که در عملیات دریایی و جنگی به کار می‌روند. کاربردهای آنها تولید و گرفتن صوتهای زیر آبی برای کشف زیردریاییها که در ژرفای آب هستند یا برقراری ارتباط با آنها، به کار انداختن اژدرهای آکوستیکی، و تعیین عمق آب است.

چون امپدانس ویژه آکوستیکی آبگونها نسبت به هوا بسیار زیادتر است لازم است عنصر ارتعاش‌کننده را برای کار کردن در داخل آبگونها طوری طرح‌ریزی کنیم که بتواند نیروهای خیلی زیاد برای جابجائیهای خیلی کوچک تولید کند تا بدین طریق بتواند با امپدانس آبگون وارد بر آن بطور مؤثری مقابله کند. عنصری که بیشتر در این تراگذارها

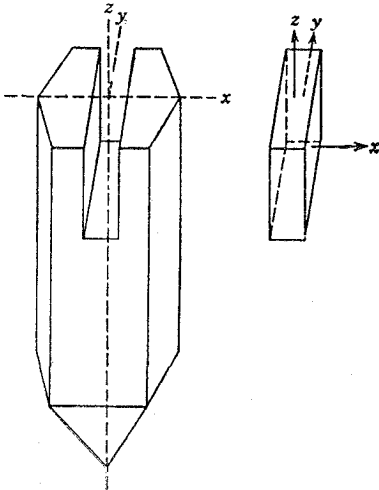
1) ultrasonic transducers

(۲) این واژه از ترکیب حرفهای نخست عبارت SOund NAvigation and Ranging پدید آمده است. -۴-

3) sonar transducers

به کار می رود برای عمل خود تابع خاصیت پیزوالکتریک است. ارتعاشگر^۱ پیزوالکتریکی که عموماً به کار می رود عبارت است از بلور کوآرتز، نمک راشل، و دی هیدروفسفات دامونیم (ADP)، و مواد سرامیکی ریخته شده از قبیل تیتانات دوباریم و دی الکتریکهای مشابه که خاصیت فرو الکتریکی قوی داشته باشند. عناصر ارتعاش کننده دسته دوم از تراگذارها را از روی خاصیت مغناطوتنگش^۲ نیکل و بعضی از آلیاژهای آن انتخاب می کنند. عمل سومین نوع تراگذار تابع نیروی جاذبه متناوبی است که بین یک الکترومغناطیس، که در سیم پیچ آن جریان متناوبی جاری است، و قرص فولادی سختی که در مجاورت آب قرار دارد موجود است.

12.2 ارتعاش بلور کوآرتز. تا کنون در باره فراصوت^۳ کارهای زیاد، با تراگذارهایی شده است که خاصیت پیزوالکتریسته کوآرتز میبندی بوده اند. نوع بلوری که بیشتر به کار می رود بلور با برش X نامیده می شود یعنی به طریقی که در شکل 12.1 نموده شده از بلور طبیعی بریده شده باشد. محوری که در طول بلندترین ابعاد بلور قرار دارد محور نوری^۴ یا محور Z نامیده می شود. هر محوری که بر محور Z عمود باشد و از دو یال مقابل (دو لبه مقابل) عبور کند محور الکتریکی یا محور x نامیده می شود. محور Y همی که بر محورهای x و Z عمود است به طور عمود از دو وجه اصلی بلور عبور می کند، و آن را محور مکانیکی یا محور y می نامند. از شکل 12.1 پیداست که بلوری با برش X دارای دو سطح اصلی است که عمود بر محور x هستند.



شکل 12.1. بلور کوآرتز، برش X .

هر زمان استرس وارد بر بلور موجب پیدایش استرین به موازات یکی از دو محور x و یا y بلور با برش X گردد، بلور پولاریزه می شود، و بارهای الکتریکی مختلف علامه ای روی دو صفحه عمود بر محور x ظاهر می گردد. برعکس اگر این دو سطح را با ورقه نازک فلزی بپوشانیم، یا آنها را بین دو الکتروود مجاور قرار دهیم و میدانی الکتریکی موازی با محور x بر بلور وارد سازیم مشاهده می شود که بر حسب جهت میدان الکتریک، بلور در امتداد محور x منقبض و در امتداد محور y منبسط می گردد، و برعکس.

1) vibrator

۲) magnetostriction. به پانویشت بخش 12.13 رجوع شود. -م.

3) ultrasonics

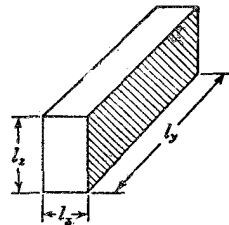
4) optic

اگر میدان الکتریکی متناوبی را به موازات محور x بر بلور وارد سازیم می توان تغییر شکل مکانیکی آن را که موازی محور y انجام می گیرد برای تولید ارتعاشهای طولی موازی با این محور به کار برد. بخصوص وقتی فرکانس میدان الکتریکی که بر بلور وارد می شود نزدیک به فرکانس طبیعی یکی از مدهای ارتعاشهای طولی بلور گردد دامنه ارتعاش طولی آن زیاد می شود. از این قبیل ارتعاشهای مکانیکی که در کوارتز یاد ر بلورهای دیگری که خاصیت پیزوالکتریسیته دارند پدید می آیند. برای تولید ارتعاشهای درون آبگون در فرکانسهای بین 5 کیلو سیکل بر ثانیه تا چندین صد کیلو سیکل بر ثانیه استفاده شده است. به همین طریق تغییر شکل مکانیکی را که به موازات محور x پیدا می شود می توان برای برقراری ارتعاشهای مربوط به کلفتی موازی با محور x به کار برد. از آنجا که کلفتی صفحه ای را که با بلور کوارتز می سازند می توان تا کمتر از یک میلی متر کلفتی تهیه کرد ارتعاشهای مربوط به کلفتی، مخصوصاً برای تابش اشعه فرا صوتی در فرکانسهای بیش از یک مگاسیکل بسیار مناسب است. این قبیل بلورها را می توان تا حدود 10 مگاسیکل بر ثانیه که مدهای اصلی ارتعاشهای مربوط به کلفتی آنهاست به ارتعاش در آورد ولی با استفاده از مدهای هارمونیک آنها می توان فرکانس تابش فرا صوت را تا 500 مگاسیکل بر ثانیه مورد استعمال قرار داد.

چون در ارتعاشهای مربوط به کلفتی بلور سطح تابنده بزرگتر از سطح تابنده ارتعاشهای طولی است (ارتعاش در امتداد محور y را ارتعاش طولی می نامند) کار آبی الکترو آکوستیکی آن هم نسبتاً بیشتر از کار آبی ارتعاشهای طولی است. بنابراین در بیشتر کارهای آزمایشگاهی از قبیل استفاده از فرا صوت در گازها، آبگوها، و جامدها از ارتعاش مربوط به کلفتی استفاده می کنند. به علاوه چون ابعاد صفحه تابنده نسبت به طول موجی که از آن برمی خیزد بزرگ است، پرتو هایی که از این رادیاتورها برمی خیزند دارای زاویه واگرایی کوچک هستند.

12.3 ارتعاشگر طولی پیزوالکتریکی.

به طور کلی برای اینکه بتوان ارتباطات مختلفی را که بین استرس و استرین مکانیکی و میدان الکتریکی و بارهای الکتریکی پولاریزه شده که در بلور پیزوالکتریک موجودند بیان کرد لازم است که نه معادله دیفرانسیل خطی داشته باشیم. با اینهمه، اگر کوارتز با برش X به شکل میله ای بریده شود که طول l_p آن که موازی با محور مکانیکی y است سه برابر یکی از دو محور x یا z باشد، شکل 12.2، و آن را به ارتعاش طولی به موازات y واداریم در این صورت فقط استرس و استرین طولی موازی با محور y قابل



شکل 12.2. ارتعاشگر طولی، برش X .

اهمیت خواهد بود. در این شرایط، فقط دو معادله از نه معادله یاد شده برای بحث در باره ارتعاشهای طولی این میله لازم می شود، و حتی این دو معادله را نیز می توان قدری ساده کرد. این دو معادله اینها هستند

$$\sigma_x = \frac{\epsilon_x \epsilon_0 E_x}{l_n} - d_{12} \left(\frac{F_y}{S_y} \right) \quad (12.1)$$

و

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = -s_{22} \left(\frac{F_y}{S_y} \right) + \frac{d_{12} E_x}{l_n} \quad (12.2)$$

ϵ_x ، چگالی سطحی بار الکتریکی است که بر سطحی از بلور که لایه نازکی از فلز آن را پوشانیده ظاهر می شود و بر حسب کولن بر متر مربع است؛
 ϵ_x ، پایای دی الکتریک کوارتز آزاد در امتداد محور x در موقعی که هیچ نوع استرس از خارج به بلور وارد نمی شود؛

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ فاراد بر متر نفوذپذیری فضای آزاد است؛}$$

E_x اختلاف پتانسیلی است که بین دو صفحه بلور که با لایه فلزی پوشیده شده؛

F_y نیروی تراکمی است که به موازات محور y وارد می شود، بر حسب نیوتن؛

$l_x l_z = S_y$ سطح مقطع اصلی میله، عمود بر محور y ، است؛

l_x ، l_y و l_z به ترتیب عبارتند از کلفتی، طول، و عرض بلور؛

$\partial \eta / \partial y$ استرین طولی در امتداد y و η جابجایی طولی در امتداد محور y است؛

d_{12} یکی از ضریبهای استرین پیزوالکتریکی کوارتز است که بر حسب متر بر ولت یا

کولن بر نیوتن بیان می شود؛

$1/Y_y = s_{22}$ یکی از ضریبهای نرمش الاستیک بلور کوارتز است که بر حسب متر مربع

بر نیوتن بیان می گردد. در این حالت بخصوص s_{22} برابر است با $1/Y_y$ و مدول یانگ

در امتداد محور y است.

نخستین جمله رابطه 12.1 یعنی $\epsilon_x \epsilon_0 E_x / l_x$ را می شناسیم زیرا برابر با چگالی

سطحی بار الکتریکی است که روی صفحه های متوازی خازنی که دارای دی الکتریک به ضریب

ϵ_x باشد ظاهر می گردد. جمله دوم یعنی $-d_{12}(F_y/S_y)$ نماینده چگالی بار اضافی است

که در اثر خاصیت پیزوالکتریک مستقیم بر روی این صفحه ها پیدا می شود. نخستین جمله

رابطه 12.2 یعنی $-s_{22}(F_y/S_y)$ عبارت است از استرین طولی معمولی که در اثر استرس

تراکمی F_y/S_y حاصل می شود. دومین جمله رابطه اخیر، یعنی $d_{12} E_x / l_x$ ، نماینده استرین

اضافی در امتداد محور y است که بواسطه اثر پیزوالکتریک معکوس پیدا می شود؛ یعنی استرس

یا تغییر شکلی است که بواسطه عمل میدان الکتریکی E_x / l_x که بر بلور وارد شده حاصل می گردد.

گاهی مناسبتر است که معادله 12.1 را به شکل دیگری بنویسیم؛ یعنی بجای نوشتن آن

بر حسب استرس F_y/S_y ، استرین $\partial \eta / \partial y$ را به کار بریم. وقتی F_y/S_y را بین دو رابطه

12.1 و 12.2 حذف کنیم خواهیم داشت

$$\sigma_x = \frac{\epsilon'_x \epsilon_0 E_x}{l_x} + \frac{d_{12}}{s_{22}} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \quad (12.3)$$

که در آن

$$\epsilon'_x = \epsilon_x - \frac{d_{12}^2}{\epsilon_0 s_{22}} \quad (12.4)$$

ϵ'_x پایای دی الکتریک طولی بلور در حالی است که درگیر باشد، و آن پایای دی الکتریک بلور در وقتی است که آن را در گیره بگذاریم، به قسمی که $\partial \eta / \partial y$ برابر با صفر شود، یعنی بلور در حالی باشد که نتواند در امتداد محور y انبساط یا تراکم پیدا کند. معادله 12.4 را که ارتباط بین پایای دی الکتریک آزاد و پایای دی الکتریک بلور درگیر را به دست می دهد می توان به شکل زیر نوشت

$$\epsilon'_x = \epsilon_x \left(1 - \frac{d_{12}^2}{\epsilon_x \epsilon_0 s_{22}} \right) = \epsilon_x (1 - k^2) \quad (12.4a)$$

پارامتر k اصطلاحاً ضریب تروش الکترومکانیکی^۱ نام دارد، و چنین تعریف می شود

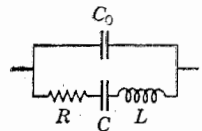
$$k = \sqrt{\frac{d_{12}^2}{\epsilon_x \epsilon_0 s_{22}}} \quad (12.5)$$

در بخشهای آینده ثابت می کنیم که فعالیت الکترومکانیکی بلور و سایر خواص مهم آن را می توان به طور مناسبی بر حسب پارامتر k بیان داشت.

در جدول 12.1 مقادیرهای اندازه گیری شده^۲ مربوط به مهمترین پایاهای الکتریکی و مکانیکی بلور کوارتز با برش X ضبط گردیده اند. باید در نظر داشت که اختلاف بین دو پایای دی الکتریک ϵ_x و ϵ'_x برابر است با 0.05، که تقریباً مساوی با یک صدم پایای دی الکتریک آزاد است. مقدار نسبی این اختلاف اندازه دیگری از فعالیت الکترومکانیکی بلور را به دست می دهد.

12.4 مدار الکتریکی معادل با ارتعاشگر پیزوالکتریکی.

اگر بلور و الکترودهای آن را با مدار الکتریکی معادلی نشان دهیم تجزیه و تحلیل عمل ارتعاشگر پیزوالکتریکی که جزئی از تراگذار الکتروآکوستیک است بسیار ساده می شود. فعلاً ثابت خواهیم کرد که مدار الکتریکی معادل شامل ظرفیت C_0 است که بطور موازی به مدار رزونانس سری وصل گردیده است. مدار سری شامل مقاومت، ظرفیت، و خود القاست. که در شکل 12.3 رسم گردیده است. این عمل تعویض پایاهای مکانیکی



شکل 12.3. مدار الکتریکی معادل با بلور ارتعاشگر.

1) coefficient of electromechanical coupling

ارتعاشگر الکتروآکوستیکی با معادل الکتریکی آنها مشابه است با آنچه در بخش 10.2 درباره تجزیه و تحلیل بلندگوی با پیچک متحرک انجام دادیم.

جدول 12.1 پایاهای الکتریکی و مکانیکی کوارتز

واحد	مقدار	نماد	کمیت
kg/m ³	2650	ρ	چگالی
m ² /newton	1.27×10^{-11}	s_{22}	ضریب نرمش
newtons/m ²	8.55×10^{10}	c_{11}	ضریب سختی
meters/volt	2.3×10^{-12}	d_{12}	ضریب استرین پیزوالکتریک
coulombs/m ²	0.17	e_{11}	ضریب استرس پیزوالکتریک
—	4.50	ϵ_x	پایای دی الکتریک بلور آزاد
—	4.45	ϵ_x'	پایای دی الکتریک بلور درگیر
—	0.1	k	ضریب تروش الکترومکانیکی
m/sec	5450	c_y	سرعت موج طولی
m/sec	5750	c_x	سرعت موج مربوط به کلفتی
rayls (MKS)	1.45×10^7	ρc_y	پاگیری (امپدانس) مشخص طولی
rayls (MKS)	1.53×10^7	ρc_x	پاگیری (امپدانس) مشخص کلفتی

ابتدا فرض می‌کنیم موجهای متناوب طولی که در امتداد محور y بلور با سرعت زیر در حرکتند

$$c_y = \sqrt{\frac{1}{\rho s_{22}}} \quad (12.6)$$

که به شکل مختلط به وسیله رابطه‌ای معادل با رابطه 3.9 چنین نمایش داده می‌شوند

$$\eta = (Ae^{-jky} + Be^{jky})e^{j\omega t} \quad (12.7)$$

اینک اگر ولتاژ راننده مختلطی بین دو سطح کریستال اعمال گردد که به صورت زیر باشد

$$E_x = Ee^{j\omega t} \quad (12.8)$$

B و A را می‌توان تعیین کرد؛ به شرطی که شرایط مرزی دوانتهای بلور معلوم باشند. برای دادن مثالی مشخص، فرض کنیم بلور در محل $y=0$ بطور محکم درگیر باشد، و موجهای تختی را به‌درون شاره‌ای که پاگیری^۱ ویژه آکوستیکی آن در نقطه $y=l_r$ برابر با $\rho_0 c_0$ است

(۱) impedance. واژه «پاگیری» را که برابر «امپدانس» است باز یافته‌ایم، و از این پس آن را بکار می‌بریم. —

می فرستد.

با در نظر گرفتن شرط اول که می گوید به ازا $y=0$ ، $\eta=0$ است، از معادله 12.7 نتیجه می شود

$$A + B = 0$$

بنابراین، معادله 12.7 به شکل زیر در می آید

$$\eta = (-2jA \sin ky)e^{j\omega t} = (A' \sin ky)e^{j\omega t} \quad (12.9)$$

A' پایای اختیاری جدیدی است که به جای $-2jA$ گذاشته شده.

وقتی فرکانس بسیار زیاد باشد بار پانگیری تابش شاره در محل $y=l_y$ به مقدار زیادی از نوع مقاومتی است و می توان آن را با $\rho_0 c_0 S_y$ نمایش داد. بنابراین در $y=l_y$ خواهیم داشت

$$Z_{ly} = \frac{(F_y)_{ly}}{\left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)_{ly}} = \rho_0 c_0 S_y \quad (12.10)$$

وقتی F_y را از معادله 12.2 و η را از معادله 12.9 بیرون آوریم و در معادله 12.10 ببریم نتیجه می شود

$$A' = \frac{\phi E}{\omega S_y} \cdot \frac{1}{\rho c_y \cos kl_y + j\rho_0 c_0 \sin kl_y} \quad (12.11)$$

ϕ به کمک رابطه زیر تعریف می شود

$$\phi = \frac{d_{12} l_z}{\omega} \quad (12.12)$$

بعد در این بخش خواهیم دید که ϕ به عنوان عامل تبدیل (ترادیش) به کار می رود، که مقادارهای الکتریکی را به مقادارهای مکانیکی در تروس پیزوالکتریکی ارتباط می دهد. طریق ارتباط مشابه است با عامل مربوطی که بوسیله معادله 10.9 برای تروس الکترومکانیکی بلندگوی با پیچک متحرک تعریف گردیده بود.

هنگامی که فرکانس زاویه ای ω متعلق به اختلاف پتانسیل مربوط، $Ee^{j\omega t}$ ، مساوی باشد با فرکانس اصلی ω_1 متعلق به ارتعاش طولی میله ای که یک سر آن آزاد و سر دیگرش درگیر است و بوسیله رابطه 3.21 تعریف شده، به سخنی دیگر وقتی $\omega = c_y \pi / 2l_y$ باشد، خواهیم داشت

$$\cos k_1 l_y = \cos \frac{\omega_1 l_y}{c_y} = \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

در نتیجه $\sin k_1 l_y = 1$ است، بنابراین معادله 12.11 ساده می‌شود، و به شکل زیر درمی‌آید

$$A_1 = - \frac{j\phi E}{\omega_1 S_y \rho_0 c_0} \quad (12.13)$$

جابجایی طولی مختلط η_1 متعلق به بلور هنگامی که با فرکانس اصلی رزونانس به ارتعاش واداشته شود بدینسان به دست می‌آید که معادله 12.13 را در معادله 12.9 بگذاریم. پس

$$\eta_1 = - \frac{j\phi \sin k_1 y}{\omega_1 S_y \rho_0 c_0} E e^{j\omega_1 t} \quad (12.14)$$

و فرکانس اصلی رزونانس عبارت است از

$$f_1 = \frac{c_y}{4l_y} = \frac{1}{4l_y} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{22}}} \quad (12.15)$$

مانند گذشته جابجایی فیزیکی حقیقی بوسیله قسمت حقیقی معادله 12.14 داده می‌شود. اگر اختلاف پتانسیل استاتیک ثابتی به طرفین همین بلور وصل شود، استرینی که رابطه زیر به دست می‌دهد

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)_s = d_{12} \left(\frac{E_s}{l_x}\right)$$

مقدار ثابتی خواهد داشت، و بنابراین جابجایی انتهای آزاد میله می‌شود

$$(\eta_s)_{l_y} = \frac{d_{12} E_s l_y}{l_x} \quad (12.16)$$

هرگاه دامنه دینامیکی انتهای آزاد میله در حالت رزونانس، یعنی $(\eta_1)_{l_y}$ را تقسیم کنیم بر جابجایی استاتیکی همین طرف آزاد، یعنی $(\eta_s)_{l_y}$ ، خواهیم داشت

$$r = \frac{E}{s_{22} \rho_0 c_0 \omega_1 E_s l_y} \quad (12.17)$$

بویژه اگر حداکثر ولتاژ مساوی شود با ولتاژ استاتیک ثابت E_s ، در این صورت

$$r = \frac{2\rho c_v}{\pi \rho_0 c_0} \quad (12.17a)$$

برای گذشتن از رابطه 12.17 به 12.17a بجای s_{22} مقدار $1/\rho c^2$ و بجای ω_1 بجای $c_y \pi / 2l_y$ گذاشته شده است. معادله 12.17a نشان می‌دهد که هرگاه پاگیری طولی مشخص

ρc_y که متعلق به بلور است نسبت به پایداری مشخص محیط شاره یعنی $\rho_0 c_0$ زیاد باشد نسبت آنها، یعنی r ، هم زیاد خواهد بود. در نتیجه هرگاه بلور کوارتز را در هوا به ارتعاش در آوریم باید توجه داشت که دامنه دینامیکی آن خیلی زیاد نشود، در غیر این صورت بلور ممکن است ترک بردارد.

سرعت مختلط v_1 در حالت رزونانس می شود

$$v_1 = \frac{\partial \eta_1}{\partial t} = \frac{\phi \sin k_1 y}{S_y \rho_0 c_0} E e^{j\omega_1 t} \quad (12.18)$$

بنابراین دامنه سرعت V_1 متعلق به انتهای آزاد بلور می شود

$$V_1 = \frac{\phi E}{S_y \rho_0 c_0} \quad (12.19)$$

از آنجاکه به فرض، این طرف بلور برضد مقاومت به تشعشع، $\rho_0 c_0 S_y$ ، کار می کند، توان آکوستیکی تابیده شده برحسب وات در صورتی که معادله 7.85 را برحسب ریشه دوم متوسط مربعات بنویسیم به این طریق داده می شود

$$W = \rho_0 c_0 S_y V_1^2 = \frac{\phi^2 E^2}{\rho_0 c_0 S_y} \quad (12.20)$$

ولتاژ E برحسب ریشه دوم متوسط مربعات است. اگر فرض کنیم این انرژی بطوریکه شناخت از سطح رادیاتور به خارج تابیده شود چنانچه سطح آن را S_y بگیریم شدت موجهای تابیده شده بر سطح ارتعاشگر برحسب وات بر متر مربع می شود

$$I = \frac{\phi^2 E^2}{\rho_0 c_0 S_y^2} \quad (12.21)$$

هرگاه معادله 12.14 را در معادله 12.3 بگذاریم \mathbf{e}_{x_1} یعنی چگالی مختلط بسار الکتریکی سطح، در حالت رزونانس به شکل زیر حاصل می شود

$$\sigma_{x_1} = \left(\frac{\epsilon_x' \epsilon_0}{l_z} - j \frac{\phi^2 \cos k_1 y}{\rho_0 c_0 S_y c_y l_z} \right) E e^{j\omega_1 t} \quad (12.22)$$

هرگاه انتگرال $\mathbf{e}_{x_1} (l_z d y)$ را برای سطحی از کوارتز که از لایه فلزی پوشیده شده حساب کنیم بار الکتریکی کلی q_1 که روی این سطح قرار دارد به دست می آید. سرانجام جریانی که از داخل بلور کوارتز که با لایه ای از فلز پوشیده شده است جاری می شود از رابطه زیر به دست می آید

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_1 &= \frac{dq_1}{dt} = j\omega_1 q_1 = j\omega_1 \int_0^{l_y} \sigma_{x_1} l_z dy \\ &= j\omega_1 \left(\frac{\epsilon'_x \epsilon'_0 l_y l_z}{l_x} - j \frac{\phi^2}{\rho_0 c_0 S_y \omega_1} \right) E e^{j\omega_1 t} \end{aligned} \quad (12.23)$$

در فرکانس رزونانس ω_1 ، گذارایی (ادمیتانس) الکتریکی Y_1 که در دو طرف بلور پوشیده‌ا از لایه فلزی ظاهر می‌شود عبارت است از

$$Y_1 = \frac{\mathbf{i}_1}{E e^{j\omega_1 t}} = j\omega_1 \frac{\epsilon'_x \epsilon'_0 l_y l_z}{l_x} + \frac{\phi^2}{\rho_0 c_0 S_y} \quad (12.24)$$

این معادله شکل زیر را دارد

$$Y_1 = j\omega_1 C_0 + \frac{1}{R} \quad (12.25)$$

را بطنه بالا معادله گذارایی الکتریکی مداری است که شامل ظرفیت C_0 و مقاومت R است، و این دو عنصر بطور موازی بایکدیگر قرار گرفته باشند. در نتیجه وقتی بلور با لایه پوشیده شده در حالت رزونانس به ارتعاش در آورده شود، تا آنجا که به در داده الکتریکی آن مربوط است، می‌توان بجای آن ظرفیت زیر را نهاد

$$C_0 = \frac{\epsilon'_x \epsilon'_0 l_y l_z}{l_x} \quad \text{farads} \quad (12.26)$$

که بطور موازی به مقاومت زیر اتصال داشته باشد

$$R = \frac{\rho_0 c_0 S_y}{\phi^2} \quad \text{ohms} \quad (12.27)$$

معادله 12.26 عاملهایی از قبیل ابعاد فیزیکی و پایاهای دی الکتریکی را که معمولاً ظرفیت C_0 تابع آنهاست نشان می‌دهد. R عبارت است از مقاومت حرکتی که باتوان الکتریکی که بوسیله بلور جذب می‌شود همراه است. این توان را بلور از مولد الکتریکی می‌گیرد و به شکل انرژی آکوستیکی در محیط شاره چسبیده به آن به شکل ارتعاش انتقال می‌دهد. باید توجه داشت که بنا بر معادله 12.27 مقاومت بار مکانیکی، یعنی $\rho_0 c_0 S_y$ ، متعلق به محیط شاره با تقسیم شدن بر مربع عامل تبدیل ϕ به مقاومت الکتریکی تبدیل یافته است. هر گاه $\rho_0 c_0 \rightarrow \infty$ باشد، $R \rightarrow \infty$ خواهد بود. جمله اول می‌رساند که انتهای آزاد بلور ارتعاش ندارد، و جمله

دوم رساننده این معنی است که در بلور هیچ مقدار توانی تلف نشده است. چون مدار الکتریکی بالا را در نظر بگیریم، توان تلف شده در بلور مرتعش از رابطه زیر به دست می آید

$$W = \frac{E^2}{R} = \frac{\phi^2 E^2}{\rho_0 c_0 S_y} \quad (12.28)$$

رابطه بالا همانند رابطه 12.20 است که توان آکوستیکی تابیده شده را نشان می داد، و البته این مطلب قابل پیشبینی بود، زیرا فرض کرده ایم که بلور اتلاف درونی نداشته است. اگرچه این فرض کاملاً صحیح نیست، ولی اتلاف درونی بلور کوارتز بسیار کوچک است. وقتی فرکانس ω متعلق به ولتاژ وارد بر بلور با فرکانس رزونانس اصلی آن مساوی نباشد، معادله 12.13 دیگر قابل عمل نیست، و برای نوشتن معادله هایی برای گذارایی بلور و توان آکوستیکی تابیده شده باید از معادله کلی 12.11 استفاده کرد. وقتی این عمل انجام شد خواهیم دید که گذارایی به شکل گذارایی خازن C_0 در می آید که موازی است با شاخه ای که پاگیری آن با رابطه زیر داده شده

$$Z = \frac{\rho_0 c_0 S_y}{\phi^2} - j \frac{\rho c_y S_y \cot k l_y}{\phi^2} \quad (12.29)$$

در فرکانس رزونانس اصلی، یعنی وقتی $k l_y = \pi/2$ باشد، رابطه بالا به معادله 12.27 تبدیل می گردد. در کلیه فرکانسهایی که زیر فرکانس رزونانس باشند جمله دوم نماینده راکتانس منفی است و به مجردی که فرکانس از فرکانس رزونانس بالاتر رود جمله دوم به راکتانس مثبت تبدیل می گردد. البته این خاصیت مربوط به سری بودن یک خازن بایک خود القاست. بعنوان تمرین به خواننده پیشنهاد می شود ثابت کند (مسئله 12.4) که جمله راکتیو معادله 12.29 ممکن است معادل با ظرفیتی به شکل زیر باشد

$$C = \frac{8\phi^2 s_{22} l_y}{\pi^2 S_y} \quad \text{farads} \quad (12.30)$$

که بطور سری با خود القای زیر قرار گرفته است

$$L = \frac{\rho l_y S_y}{2\phi^2} \quad \text{henries} \quad (12.31)$$

در نظر داشته باشیم که برخلاف آنچه در باره R بود ظرفیت C و خود القای L متعلق به بلور هیچ یک تابع خواص محیطی که بلور در آن ارتعاش می کند نیستند، بلکه تابع ابعاد بلور، چگالی آن، نرمش الاستیک آن و عامل تبدیل ϕ هستند. بین گذارایی الکتریکی بلور مرتعش که در نزدیکی فرکانس رزونانس آن اندازه گیری شده و ادمیتانسی که بوسیله محاسبه برای عناصر الکتریکی مدار شکل 12.3 به دست آمده تطابق بسیار هست. با اینهمه امکان پذیر

نیست که عین اندازه‌های عددی را برای تمام عناصر در فاصله زیادی از فرکانسها به کار بریم. مثلاً پاگیری با رمانیکی محیط شاره در فرکانسهای پایین کمتر از $\rho_0 c_0 S_y$ می‌شود، و در نتیجه R کاهش می‌یابد. مطلب مهمتر این است که اگر پاگیری شاخه RLC باید نمایشگر معادله 12.29 باشد لازم است که ظرفیت C در فرکانسهای پایین بوسیله رابطه زیر مشخص گردد

$$C = \frac{\phi^2 s_{22} l_y}{S_y} \quad (12.30a)$$

سرانجام در نزدیکی هر یک از فرکانسهای رزونانس بالاتر متعلق به بلور، ظرفیت به شکل زیر است

$$C = \frac{8\phi^3 s_{22} l_y}{\pi^2 S_y} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (12.30b)$$

n عدد صحیحی است که نسبت فرکانس رزونانس بالاتر را به فرکانس رزونانس اصلی نشان می‌دهد.

مقدار عناصر مدار معادل گاهی شگفت‌انگیز است. مثلاً برای بلور کوارتز با برش X اندازه‌ها عبارتند از ابعاد $0.03 \times 0.004 \times 0.0015$ متر مکعب، که چون در هوا باشد $f_1 = 45.5$ کیلوهرتز، $L = 475$ هنری، $C = 0.0268 \mu\mu f$ اهم، $R = 4750$ اهم، $C_0 = 3.15 \mu\mu f$ کیلوهرتز بر ثانیه. اگر خود القایی دارای القایی برابر با القای بلور بالا باشد ابعادش نسبت به ابعاد بلور خیلی بزرگ خواهد بود و همچنین اتلاف انرژی در آن به مراتب بیشتر از اتلاف در بلور می‌شود.

یکی از خصوصیت‌های جالب مدار معادل این است که نسبت C/C_0 برای هر نوع بلور و در هر برش دارای مقداری ثابت است؛ یعنی تابع ابعاد فیزیکی مخصوص بلور نیست. نسبت C/C_0 اندازه نسبت انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی است که در بلور مرتعش ذخیره می‌شود، و از اینرو می‌توان آن را میزان فعالیت الکترومکانیکی یا اندازه فعالیت تروش بلور نیز بدانیم. برای بلور کوارتز به برش X ، که ارتعاشهای طولی انجام دهد این نسبت برابر است با

$$\frac{C}{C_0} = \frac{8\phi^2 s_{22} l_y}{\pi^2 S_y} \cdot \frac{l_x}{\epsilon_x' \epsilon_0 l_z} = \frac{8d_{12}^2}{\pi^2 \epsilon_x' \epsilon_0 s_{22}} = \frac{8k^2}{\pi^2(1 - k^2)} \quad (12.30c)$$

k ضریب تروش الکترومکانیکی است که با معادله 12.5 تعریف گردیده. بدعلت همین ارتباط بین C/C_0 و k است که می‌توانیم k را چنین بنامیم. در جدول 12.1 دیده می‌شود که برای بلور کوارتز با برش X مقدار $k^2 \approx 0.01$ ، و از اینرو $C/C_0 \approx 0.008$ است. وقتی آن را با برشهای مختلف بلورهای دیگری که خاصیت پیزوالکتریسیته دارند مقایسه کنیم مشاهده می‌شود که فعالیت الکترومکانیکی کوارتز کم است. مثلاً برای نمک راشل که با برش

Y و زاویه 45° تهیه شده باشد C/C_0 تقریباً برابر است با 0.08.

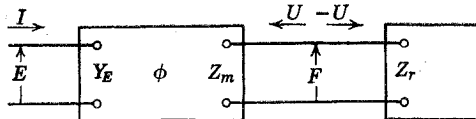
12.5 نظریه عمومی مدارهای معادل با تراگذارهای پیزوالکتریک. بچای بحث در باره هر یک از انواع ارتعاشگرهای پیزوالکتریک و ذکر جزئیاتی که در بخش گذشته درباره کوارتزی که ارتعاش طولی انجام می‌داد گفتیم، اکنون بیاییم رابطه‌های میان عنصرهای مکانیکی الکتریکی تراگذار پیزوالکتریک را عمومیت دهیم. چنین تراگذاری را می‌توان شبکه‌ای با چهار انتها فرض کرد که دو انتهای آن مربوط به در داده الکتریکی و دو انتهای دیگر آن مربوط به باز داده مکانیکی است (شکل 12.4). اگر ولتاژ متناوب E را به دوسر انتها در داده الکتریکی متصل سازیم جریانی پیدا می‌شود که معادله آن این است

$$I = Y_E E - \phi U \quad (12.32)$$

اگر در رابطه بالا سرعت حجمی $U=0$ شود، یعنی تراگذار را متوقف ساخته از ارتعاش آن جلوگیری کنیم، Y_E می‌شود گذارایی درونی الکتریکی تراگذار متوقف، و چنانچه در رابطه مزبور $E=0$ شود، یعنی طرف الکتریکی را «کوتاه مدار» کنیم، در اثر سرعت حجمی U جریانی بواسطه خاصیت پیزوالکتریکی تراگذار تولید می‌گردد. بنابراین ϕ که عامل تبدیل نامیده شده عبارت می‌شود از ضریبی که جریان تولید شده اخیر را به سرعت U که در حقیقت مولد آن بوده است مرتبط می‌سازد. بهمین طریق هرگاه نیروی متناوب F بر طرف مکانیکی تراگذار وارد شود خواهیم داشت

$$F = \phi E + Z_m U \quad (12.33)$$

Z_m پآگیری مکانیکی در موقع «کوتاه مداری» است؛ یعنی وقتی که $E=0$ باشد. ϕ عامل تبدیل است که نیروی تولید شده در اثر خاصیت پیزوالکتریسته را به ولتاژ مولد E ، هنگامی که $U=0$ باشد، مرتبط می‌سازد. درحقیقت معادله 12.32 شکل معادله 12.3 است که عمومیت داده شده و برای ولتاژ و جریان متناوب و غیره بسیار مناسب است. به طریق مشابهی معادله 12.33 شکل معادله عمومی 12.2 است. بالاخره با استفاده از معادله‌های 12.2 و 12.3 می‌توان ثابت کرد که دو جمله‌ای که در معادله‌های 12.32 و 12.33 شامل عامل تبدیل ϕ هستند باید همان گونه که در این معادله‌ها دیده می‌شوند منفی باشند. علاوه عامل تبدیل عمومی پیزوالکتریکی ϕ که در این معادله‌ها به کار رفته از حیث دیمانسیون مشابه است با عامل تبدیلی که بوسیله معادله 12.12 برای کوارتزی که ارتعاش طولی می‌کند تعریف شده.



شکل 12.4. شبکه الکترومکانیکی تراگذاری که دارای چهار انتهایست با بار آکوستیکی Z_r متصل به آن.

از طرف دیگر نیروی مکانیکی که بر سطح S صفحه تراگذار وارد می‌شود و حرکت ذره‌ای که دارای سرعت U در شاره مجاور است بوسیله رابطه زیر به یکدیگر مربوطند

$$Z_r = \frac{F}{-U} \quad (12.34)$$

Z_r پاگیری مکانیکی تابش بار شاره است. در این معادله $-U$ برای این قرار داده شده تا بنمایاند که سرعت مثبت درون شاره با نیروی مثبت F درون تراگذار همراه است و این با تعریف Z_r که در بخش 7.14 بیان شده تطبیق می‌کند.

هرگاه معادله‌های 12.32، 12.33، و 12.34 را برای حذف F و U با یکدیگر ترکیب کنیم، خواهیم داشت

$$Y_I = \frac{I}{E} = Y_E + \frac{\phi^2}{Z_m + Z_r} \quad (12.35)$$

Y_I گذارایی الکتریکی در داده تراگذار است. معادله بالا نشان می‌دهد که گذارایی در داده تراگذار عبارت است از حاصل جمع گذارایی تراگذار متوقف، یعنی Y_E ، و گذارایی حرکتی که بوسیله رابطه زیر تعریف می‌گردد

$$Y_M = \frac{\phi^2}{Z_m + Z_r} \quad (12.36)$$

اینک عبارتهای عمومی را درباره جمله‌هایی که در معادله 12.35 قرار دارند مشخص می‌کنیم. گذارایی تراگذار متوقف یعنی Y_E عبارت است از خازن دی‌الکتریکی که دارای صفحه‌های موازی باشد و آن را معمولاً به شکل ظرفیت C_0 موازی با مقاومت R_0 که مربوط به نشدای الکتریکی است نمایش می‌دهند و با فرمول زیر مشخص می‌کنند

$$Y_E = \frac{1}{R_0} + j\omega C_0 \quad (12.37)$$

پاگیری مکانیکی Z_m متعلق به تراگذار را می‌توانیم به شکل ثابت زیر نمایش دهیم

$$Z_m = R_m + j[\omega m - (s/\omega)] \quad (12.38)$$

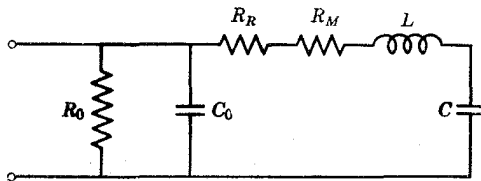
R_m مقاومتی است که با اتلاف مکانیکی بلور مرتعش همراه است، یا در نتیجه فشاری است که اجباراً در حالت نصب بدان وارد می‌شود، m جرم مؤثر عنصر مرتعش، و s سختی مؤثر

آن است. بالاخره پاگیری بار Z_r عموماً از نوع مقاومت است و می توان آن را با R_r نمایش داد. وقتی این جمله‌ها را در معادله 12.35 بگذاریم می شود

$$Y_I = \frac{1}{R_n} + j\omega C_0 + \frac{\phi^2}{R_r + R_m + j[\omega m - (s/\omega)]} \quad (12.39)$$

که بنوبه خود می توان آن را با مدار الکتریکی شکل 12.5 نمایش داد. در این شکل عنصرهای الکتریکی که در قسمت گذارایی حرکتی مدار واقع هستند به قرار زیر می باشند

$$R_R = \frac{R_r}{\phi^2}, \quad R_M = \frac{R_m}{\phi^2}, \quad L = \frac{m}{\phi^2}, \quad \text{و} \quad C = \frac{\phi^2}{s} \quad (12.40)$$



شکل 12.5. مدار معادل تراگذار بیزوالکتریکی.

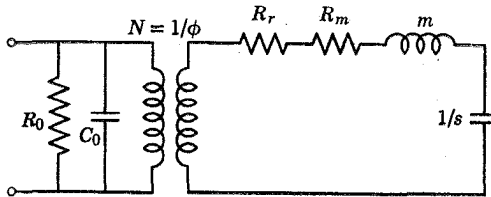
مقاومت R_R که در این مدار دیده می شود نماینده شکل کلی معادله 12.27 است. وقتی ولتاژی را به دو انتهای در داده تراگذار متصل سازیم، فقط توانی که در این عنصر مدار معادل، یعنی در R_R پخش می شود به تابش آکوستیکی تبدیل می یابد. توانی که در R_M پخش می گردد در اثر اتلافهای درونی مکانیکی بلور مرتعش به گرما تبدیل می شود. خودالقای L باید معادل باشد با مقداری که در معادله 12.31 داده شده است. اگر معادله اخیر را با L از معادله 12.40 مقایسه کنیم می بینیم که جرم مؤثر بلور مرتعش با رابطه $(\rho S l)/2$ داده شده که برابر با نصف جرم حقیقی آن است. این رفتار پذیرفتنی است زیرا تمام قسمتهای بلور مرتعش با جابجاییهای مساوی حرکت نمی کنند. بالاخره مقایسه مقدار C که در معادله 12.40 داده شده با مقاداری که معادله های 12.30a، 12.30b، و 12.30c به دست می دهند نشان می دهد که وقتی فرکانس تغییر کند سختی مؤثر ثابت باقی نمی ماند. مثلاً در فرکانسهای پایین می شود

$$s = \frac{S}{l s_{22}} \quad (12.41)$$

در صورتی که در نزدیکی فرکانس رزونانس f_n چنین داریم

$$s = \frac{n^2 \pi^2 S}{8 l s_{22}} \quad (12.41a)$$

و البته در فرکانسهای بین آنها دارای مقداری بین این دو مقدار است.



شکل 12.6. مدار معادل با ترانسفورماتوری که بین طرفهای الکتریکی و مکانیکی تراگذار قرار دارد.

هرگاه در مورد یک تراگذار پیزوالکتریکی مفروض مقادیر مناسبی برای m ، s ، R_0 ، C_0 ، ϕ ، R_r ، R_m مختلف مدار شکل 12.6 را حساب کنیم. روشهای متعارف تجزیه مدار الکتریکی را ممکن است برای پیشبینی رفتار تراگذار که به عنوان سرچشمه صوت استعمال می شود به کار برد. باید گفت که گذارایی در داده تراگذار پیزوالکتریک را که با معادله 12.39 تعریف شده می توان به طریق مدار شکل 12.6 نمایش داد. وقتی این مدار را به کار می بریم ترانسفورماتور دارای $1/\phi$ دور است، و اندازه های عددی عناصر الکتریکی m ، $1/s$ ، R_m ، R_r در این حالت مشابهند با اندازه مکانیکی خودشان.

12.6 فاکتور کیفیت یا Q ارتعاشگرهای پیزوالکتریکی. با شباهتی که در تعریف مشابه مربوط به فاکتور کیفیت یا Q القا و ارتعاشگر پیزوالکتریکی موجود است Q ارتعاشگر پیزوالکتریکی را چنین تعریف می کنیم

$$Q = \frac{\omega_1 L}{R_R + R_M} \quad (12.42)$$

این تعریف نماینده فاکتور کیفیت شاخه گذارایی حرکتی شکل 12.5 است. وقتی سیگنالهایی با ولتاژ ثابت ولی با فرکانسهای متغیر به تراگذار وارد سازیم، ملاحظه معادله 1.31 نشان می دهد که Q می تواند برای اندازه پهنای باند نیم توان آکوستیکی تراگذار به کار رود. بعنوان مثال عددی، کوارتز بخش 12.4 را که ارتعاش طولی انجام می داد در نظر بگیریم. برای این گونه ارتعاشگرها مقدار R_M معمولاً در برابر R_R کوچک است و می توان بدون وارد کردن اشتباه زیادی در عمل از آن چشم پوشید. اگر ω_1 ، L ، و R_R را به ترتیب از معادله های 12.15، 12.31، و 12.27 بگیریم و در معادله بالا بگذاریم می شود

$$Q = \frac{\pi \rho c v}{4 \rho_n c_n} \quad (12.43)$$

وقتی طرف آزاد کوآرتزی که ارتعاش طولی می‌کند مشغول تابش در آبی شود که پایداری مشخص آن مساوی $\rho_0 c_0 = 1.48 \times 10^6$ ریل باشد، معادله 12.43 فاکتور کیفیت را به مقدار زیر تعیین می‌کند

$$Q = \frac{\pi \times 1.45 \times 10^7}{4 \times 1.48 \times 10^6} \approx 7.5$$

این اندازه نسبتاً کوچک Q برای تراگذارهای پیزوالکتریکی فراصوتی یا برای تراگذارهای پیزوالکتریکی صوتی که موجهای آکوستیکی را در آبگوها می‌فرستند معمولی است. از سوی دیگر، اگر طرف آزاد بلور در هوا قرار گرفته باشد نه در آبگون، نتیجه چنین است

$$Q = \frac{\pi \times 1.45 \times 10^7}{4 \times 415} \approx 27,500$$

این Q خیلی بزرگ است، و می‌رساند که منحنی رزونانس بلور کوآرتز که در هوا به کار افتاده باشد قله تیزی دارد. برخلاف آن، Q ی متعلق به پیچک ارتعاشگری که برای فرکانس 10 یا 100 کیلوسیکل بر ثانیه خوب طرح‌ریزی شده باشد کمتر از 300 خواهد بود. بواسطه مقدار بسیار زیاد Q که بلور کوآرتز دارد، اگر آن را بطور شایسته و متناسبی نصب کنند بعنوان عنصر بسیار ارزنده‌ای در نوسانگرهای الکترونیکی و شبکه‌های صافی موج جهت قطع تیز جریان به کار می‌رود.

اگر بلور کوآرتز را با احتیاط نصب کنند و در محفظه خالی از هوا قرار دهند اتلافهای مربوط به تابش موجهای آکوستیکی از بین می‌روند، و تنها اتلاف مکانیکی و اتلاف مربوط به دی‌الکتریک بودن آن باقی می‌مانند که بسیار ناچیزند. از اینرو Q ی چنین ارتعاشگری در حدود 1,000,000 است.

12.7 پایاهای پیزوالکتریکی مواد تراگذارهای معمولی. معادله‌هایی که در بخش گذشته این فصل به دست آوردیم مربوط به ارتعاشهای طولی موازی محور y بلور کوآرتز با برش X بودند. این معادله‌ها را می‌توان در باره ارتعاشهای طولی بلورهای دیگر نیز به کار برد، به شرط اینکه پایاهای مناسب معادل برای d_{12} و d_{22} تعریف کنیم.

برای اینکه حداکثر استفاده را از خاصیت پیزوالکتریسیته ببریم بلور را باید چنان برش دهیم که بتوانیم نیرومندترین تروش ممکن را بین استرین مکانیکی و پولاریزاسیون الکتریکی همراه با آن که در اثر وارد کردن میدان الکتریکی پدید می‌آید برقرار سازیم.

در مورد کوارتز این شرط وقتی موجود می‌شود که میدان الکتریکی، که در امتداد محور x بر بلور وارد می‌گردد با تغییر شکل مکانیکی، که در طول محور y پیدا می‌شود کاملاً ترویده شده باشد. می‌دانیم که این تغییر شکل مکانیکی که در امتداد محور صورت می‌گیرد پایای استرین پیزوالکتریکی نام دارد، و با علامت d_{12} نموده می‌شود. در جدول 12.2 پایاهای استرین پیزوالکتریکی عمده برای کوارتز و نمک راشل و بی‌ایدرفسفات دامونیم (ADP) نوشته شده است. پایاهای تانسوری، یعنی d_{ij} که در این جدول دیده می‌شوند استرین مکانیکی را به مؤلفه‌های گرادیان ولتاژ میدان وارده که عبارت باشند از $\partial E/\partial x$ ، $\partial E/\partial y$ و $\partial E/\partial z$ مرتبط می‌سازند

$$\begin{aligned}\frac{\partial \xi}{\partial x} &= d_{11} \frac{\partial E}{\partial x} + d_{21} \frac{\partial E}{\partial y} + d_{31} \frac{\partial E}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} &= d_{12} \frac{\partial E}{\partial x} + d_{22} \frac{\partial E}{\partial y} + d_{32} \frac{\partial E}{\partial z} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial z} &= d_{13} \frac{\partial E}{\partial x} + d_{23} \frac{\partial E}{\partial y} + d_{33} \frac{\partial E}{\partial z}\end{aligned}\quad (12.44)$$

و سه معادله مربوط به استرین برشی زیر

$$\begin{aligned}\frac{\partial \eta}{\partial z} &= d_{14} \frac{\partial E}{\partial x} + d_{24} \frac{\partial E}{\partial y} + d_{34} \frac{\partial E}{\partial z} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= d_{15} \frac{\partial E}{\partial x} + d_{25} \frac{\partial E}{\partial y} + d_{35} \frac{\partial E}{\partial z} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} &= d_{16} \frac{\partial E}{\partial x} + d_{26} \frac{\partial E}{\partial y} + d_{36} \frac{\partial E}{\partial z}\end{aligned}\quad (12.45)$$

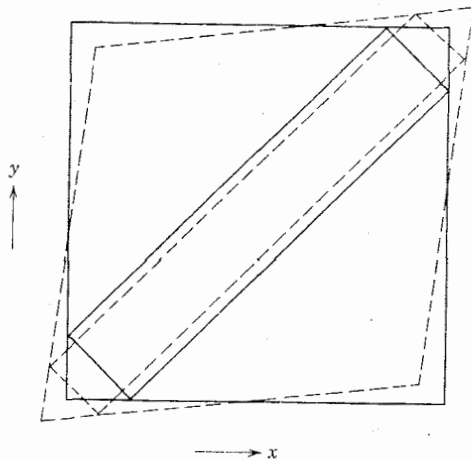
خوشبختانه بسیاری از 18 ثابت d_{ij} متعلق به استرین پیزوالکتریکی برای بیشتر تراگذارهای معمولی که در جدول 12.2 آمده‌اند مساوی با صفرند. این موضوع مسئله تعیین استرین مؤثر را در مورد ارتعاشهای قابل اهمیت طولی بسیار ساده می‌سازد.

جدول 12.2 پایاهای اصلی استرین پیزوالکتریکی برای چند بلور

جنس بلور	d_{11}	d_{12}	d_{14}	d_{25}	d_{26}	d_{36}
کوارتز (20°C)	-2.3	2.3	0.57	-0.57	-4.6	...
ADP (20°C)	1.45	-48
نمک راشل (30°C)	550	-54	...	12

پایاهای بالا را باید در 10^{-12} ضرب کرد تا بر حسب متر بر ولت به دست آیند.

پایای اصلی بلور d_{36} ADP است که موجب استرین برشی بزرگی در سطح (y, x) می‌گردد، به شرط اینکه میدان اثرکننده در امتداد محور z باشد. برای به دست آوردن حداکثر تروش، برش را باید عمود بر محور z به جا آورد، در این صورت بلور را با برش Z می‌نامیم. هرگاه در این سطح مربع مستطیلی را به طریقی با برش جدا سازیم که حداکثر بعد آن (قطر آن) به زاویه 45° بین دو محور کریستالوگرافی x و y بلور واقع شود، در اثر عمل برشی، حرکت طولی بسیار نیرومندی در بلور پیدا می‌شود (شکل 12.7). در عمل هرگونه استرین برشی که در جامد ایجاد شود شامل استرین تراکم و انبساط در طول قطرهای 45° مساوی با نیمی از استرین برشی می‌گردد. از اینرو برای بلور ADP که با برش Z و در 45° تهیه شده باشد $d_{36}/2 = 24 \times 10^{-12}$ متر برولت.



شکل 12.7. ارتعاشگر طولی که به زاویه 45° از صفحه ADP با برش Z بریده شده باشد.

همچنین در نمک راشل پایای اصلی d_{14} است که برای به دست آوردنش باید برش در سطح (y, z) عمود بر محور کریستالوگرافی x تهیه گردد. پس می‌توان بلوری به زاویه 45° با برش X برای ارتعاشهای طولی تهیه کرد که پایای استرین مؤثر پیزوالکتریکی آن برابر با $d_{14}/2 = 275 \times 10^{-12}$ متر برولت باشد. تروش ضعیفتری در نمک راشل بین میدانهای الکتریکی که در امتداد محور y وارد می‌شوند و تغییرات طولی به زاویه 45° بین دو محور x و z موجود است. این برش که برش Y 45° نامیده می‌شود دارای پایای استرین مؤثر طولی برابر با $d_{25}/2 = 27 \times 10^{-12}$ متر برولت است. اگرچه پایای برش Y 45° خیلی کوچکتر از پایای برش X 45° است، ولی این پایا به سرعت با تغییر دما که بین 20°C و 30°C اتفاق افتد تغییر می‌کند. در این صورت هر زمان استعمال بلور نمک راشل، که دارای خصوصیات ثابت نسبت به دماست لازم باشد، باید برش Y 45° را به کار برد.

مقدارهای عددی پایاهای مهم الکترومکانیکی متعلق به مواد پیزوالکتریکی که معمولاً

بعنوان ارتعاشگر طولی به کار می‌روند در جدول 12.3 آمده‌اند. لازم است بخواهر داشته باشیم که تمام این پایاها تا حدودی بر حسب تغییر دما تغییر می‌کنند. از اینرو اگر هنگام عمل، عنصر ارتعاشگر گرم شود پایاها تغییر می‌کنند و پایداری عمل را مختل می‌سازند. مثلاً اگر سرعت انتشار طولی c با دما تغییر کند این امر سبب می‌شود که فرکانس رزونانس اصلی بلور نیز تغییر یابد. در کوارتز این سرعت تقریباً بین 0°C و 60°C ثابت است. در نمک راشل در همین فاصله به اندازه 2.5 درصد زیاد می‌شود. در تیتانات دو باریم خالص که بعنوان ارتعاشگر به کار رود سرعت انتشار در حدود یکی از نقاط گذران کریستالوگرافی خود که در نزدیکی 10°C است دارای حداقل خود می‌گردد، و از اینرو مقدارش در 25°C به اندازه 10% کمتر از مقداری است که در جدول 12.3 داده شده. این تغییر سرعت را که در اثر تغییر دما حاصل می‌شود می‌توان بدینوسیله کم کرد که مقدار کمی تیتانات دو کلسیم یا تیتانات دو بلیمب به مایه سرامیکی که ارتعاشگر را از آن می‌سازند بیفزاییم. بسیاری از پایاهای الکترومکانیکی نمک راشل در نزدیکی 24°C که نقطه کوری آن است ناپایدار می‌گردند. به خصوص سرعت طولی بلور با برش $45^\circ X$ به اندازه 20% در حدود این دما نسبت به مقداری که در جدول 12.3 داده شده تقلیل می‌یابد. برعکس، تغییر سرعت طولی در بلور با برش $45^\circ Y$ در اطراف این دما نسبتاً کم است.

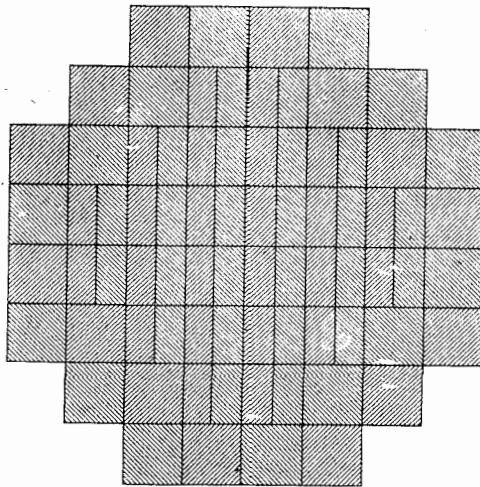
جدول 12.3 پایاهای الکترومکانیکی موادی که تراگذار را تشکیل می‌دهند

واحدها	تیتانات دو باریم (25°C)	نمک راشل (30°C)				ADP (20°C) کوارتز		نماد	کمیت
		برش $45^\circ Y$	برش $45^\circ X$	برش $45^\circ Z$	برش X	برش Y	برش Z		
kg/m^3	5500	1770	1770	1800	2650		ρ	چگالی	
m^2/newton	0.9×10^{-11}	9.6×10^{-11}	5.6×10^{-11}	5.2×10^{-11}	1.27×10^{-11}		s	ضریب ترمش ضریب استرین پیزوالکتریکی	
m/volt	56×10^{-12}	27×10^{-12}	275×10^{-12}	24×10^{-12}	2.3×10^{-12}		d		
...	1200	10	350	15.3	4.5		ϵ	ضریب دی	
...	0.18	0.3	0.67	0.29	0.1		k	الکترونیک آزاد	
m/sec	4500	2430	3150	3280	5450		c	ضریب تروش	
rays (MKS)	25×10^6	4.3×10^6	5.6×10^6	5.9×10^6	14.5×10^6		pc	سرعت طولی	
$\frac{\text{newtons}}{\text{m volt}}$	6.2	0.28	4.9	0.46	0.18		d/s	یاگیری طولی عامل تبدیل	

پایاهای دی الکترونیک و ضریبهای استرین پیزوالکتریکی در جدول 12.3، نیز بر حسب تغییر دما تغییر بسیار می‌کنند. رفتار نمک راشل با برش $45^\circ X$ از این روی نمایانتر است که مقدارهای اندازه گرفته شده ϵ و d در 24°C بیش از دو برابر مقداری است که در جدول آمده. سرانجام باید در نظر داشت که پایاهایی که برای تیتانات دو باریم نوشته شده‌اند کاملاً تقریبی هستند، زیرا این مقادارها به طریق تهیه و پولاریزاسیون باقیمانده در سرامیک وابسته‌اند.

12.8 تراگذار پیزوالکتریکی از نوع موزائیکی. وقتی ارتعاشگر پیزوالکتریکی را به ارتعاش طولی با فرکانس اصلی واداریم طول موجی که در آبگون مجاور پدید می‌آید از

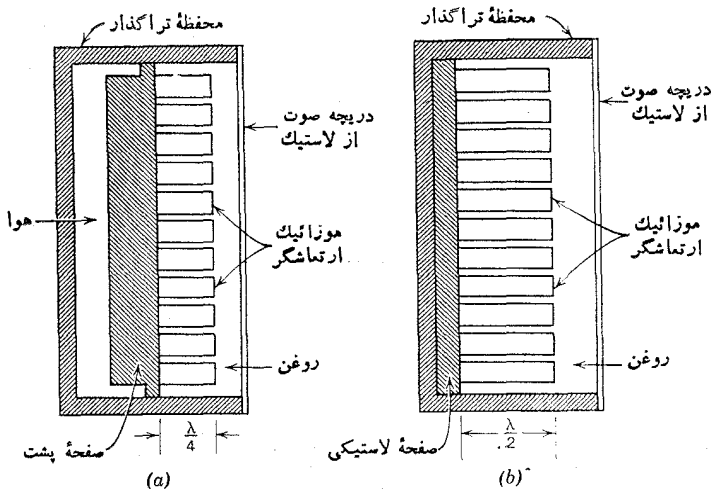
بعد مقطع عرضی بلور بزرگتر است. در نتیجه پاگیری بارتاش وارد بر طرف آزاد ارتعاشگری که تنها باشد با رابطه $\rho_0 c_0 S$ داده نمی‌شود، زیرا نیازمند این است که $S > \lambda^2$ باشد. ولی اگر عدد زیادی از این گونه ارتعاشگرها را با الگوی موزائیکی که در شکل 12.8 نموده شده پهلوی یکدیگر نصب کنیم اثر جمعی همه این عنصرها وقتی در يك فاز از حرکت به ارتعاش درآورده شوند این است که بار فردی هر يك برابر با $\rho_0 c_0 S$ می‌شود، و معادله‌ای که قبلاً در این باره به دست آورده‌ایم در باره آنها صادق است.



شکل 12.8. آرایش موزائیکی عنصرهای ارتعاشگر.

یکی از روشهای عمومی برای جمع کردن موزائیک ارتعاشگرهای پیزوالکتریکی از نوع «نورافکن» در تراگذارهای سونار است که در شکل 12.9a نموده شده. عنصرهای موزائیکی آن به يك صفحه فلزی چسبانیده شده و این صفحه آنها را از پشت محکم نگاهداشته و آرایش آنها را نیز حفظ می‌کند. این صفحه فلزی در واقع قسمت کلی دستگاه ارتعاشگر را تشکیل می‌دهد. مواد فیزیکی و ابعاد این گونه تراگذارها، بر روی فرکانس رزونانس فاکتور کیفیت مکانیکی و پاگیری در داده آن تأثیر دارد. با اینهمه، وقتی کلفتی آن نزدیک به ربع طول موج برسد سبب می‌شود که ارتعاشگرها به سختی درگیر قرار گیرند، و در محلی که لبه آنها به صفحه فلزی چسبانیده شده از انجام ارتعاش طولی بازایستند. معمولاً ارتعاشگرهای فردی این موزائیک از لحاظ الکتریکی به طور موازی قرار دارند، و در نتیجه گذارایی در داده N عدد ارتعاشگر N برابر گذارایی یکی از آنهاست. چون ADP و نمک راشل در آب حل می‌شوند باید در موقع عمل درون روغن باشند؛ مثلاً روغن کرچکی که بخار آب و هوای آن را بوسیله الکتریسیته از آن خارج ساخته باشند. صفحه‌ها از تراگذار، که فعال است، و نیز از روغنی که در آن تراگذار قرار گرفته، بوسیله دریچه‌ای که نسبت به صوت

شفاف است از آب که در مجاورت آنها قرار گرفته جدا شده‌اند. این دریچه از لاستیک *rho-c* ساخته شده و پاگیری مشخص آن با پاگیری آب تطبیق دارد.



شکل 12.9. تراگذارهای موزائیکی نمونه. (a) ارتعاشگرهای ربع موج باصفحه فلزی پشت. (b) ارتعاشگرهای نیم موج باصفحه لاستیکی پشت برای آزاد کردن فشار.

بیشتر وقتها تراگذارها بدین طریق ساخته شده‌اند که موزائیکهای ارتعاشگر قسمتهای خارجی کلفتتر از موزائیکهای ارتعاشگر داخلی هستند؛ مانند شکل 12.8. وقتی ولتاژ ثابتی به همه آنها وارد گردد ارتعاشگرهایی که در قسمت خارج تراگذار قرار گرفته‌اند با دامنه کوچکتري ارتعاش می‌کنند. چنین تراگذاری را سایه‌دار^۱ می‌نامند. لبه تا بهای که این گونه تراگذارها درست می‌کنند پایمتر از لبه تا بهای است که ارتعاشگرهای سطح تابنده اگر بادامنه مساوی ارتعاش کنند تولید می‌کنند. همچنین امکان دارد تراگذار نوع موزائیکی را از ارتعاشگرهای نیم موج به طریقی که در شکل نموده شده بسازیم. در این نوع هر دو طرف ارتعاشگر برای ارتعاش نسبتاً آزادند، ولی فقط طرفی که مجاور با روغن است ارتعاشهای صوتی دارد. می‌توانیم ثابت کنیم که Q مکانیکی این ارتعاشگرها دو برابر Q ارتعاشگرهای ربع موج است که سابقاً در باره آن بحث کرده‌ایم. نوع موزائیکی تراگذارها را نیز می‌توان از عدهای ارتعاشگر ساخت که سطح خارجی تابنده آنها استوانه یا کروی باشد. برای بحث کاهلتر در باره تراگذارهایی که ارتعاشگرهای طولی به کار می‌برند به خواننده توصیه می‌شود که به مدرك زیر رجوع کند.^۲

1) shaded

2) Design and Construction of Crystal Transducers, Summary Technical Report of Division 6, Vol. 12, National Defense Research Committee (1946).

12.9 ارتعاشگرهای مربوط به کلفتی. تراگذارهایی که از ارتعاشگرهای طولی ساخته می‌شوند معمولاً برای تولید موجهای فراصوتی که فرکانس آنها کمتر از 100 کیلوسیکل بر ثانیه است به کار می‌روند. ولی برای فرکانسهای بیشتر عملیتر این است که ارتعاشگرهایی به کار بریم که از ورقه‌های نازکی ساخته شده باشند که بتوانند ارتعاشهای مربوط به کلفتی را انجام دهند. ارتعاشگرهایی از این نوع که بیشتر استعمال می‌شوند از بلور کوآرتز با برش X یا از سرامیک قرصی شکل که از تیتانات دوباریم پولاریزه شده یا از مواد دیگری ساخته می‌شوند که از حیث خاصیت فروالکتريک قوی باشند.

بعنوان ذکر مثال از این نمونه ارتعاشگرها ارتعاشهای مربوط به کلفتی بلور کوآرتز با برش X را که در شکل 12.10 نموده شده در نظر می‌گیریم. بحث این مُمد از ارتعاش را می‌توان خیلی ساده کرد، بدینسان که بجای استفاده از ضریبهای استرین d_{11} ، معادله‌های پیزوالکتريک را برحسب ضریبهای استرس e_{11} بنویسیم. بنابراین

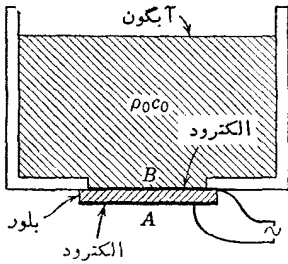
$$\sigma_x = \frac{\epsilon_x \epsilon_0 E_x}{l_x} + e_{11} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \quad (12.46)$$

و

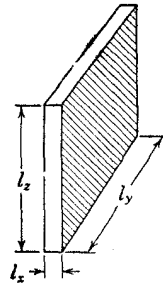
$$\frac{F_x}{S_x} = -c_{11} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + e_{11} \left(\frac{E_x}{l_x} \right) \quad (12.47)$$

$\partial \xi / \partial x$ استرین مربوط به کلفتی است که از جابجایی ξ به موازات محور x پیدا می‌شود، $S_x = l_y l_z$ سطح مقطع عمود بر محور x است، F_x نیروی متراکم کننده موازی محور x است، e_{11} یکی از ضریبهای استرس کوآرتز است که برحسب کولن بر متر مربع بیان می‌شود، c_{11} یکی از ضریبهای سختی کوآرتز است که برحسب نیوتن بر متر مربع بیان می‌گردد. مقادیر عددی مربوط به دو ضریب آخر در جدول 12.1 آمده‌اند. بقیه مقادیر از تعریف مشابه آنهایی هستند که در گذشته برای معادله‌های 12.1 و 12.2 تعریف کرده‌ایم. برای اینکه بتوان حداکثر انرژی را از بلور به آنگون مجاور انتقال داد معمولاً آن را به طریقی که در شکل 12.11 نموده شده نصب می‌کنند. چون جفتش پاگیری بین بلور و هوا خیلی ضعیف است، فقط مقدار کم اهمیتی انرژی از سطح A در هوا تابیده می‌شود. برای به دست آوردن معادله‌ای جهت تابش توان آکوستیکی در آنگون مجاور که بوسیله سطح B بلور انجام می‌گیرد از روشی مشابه با آنچه در بخش 12.4 برای ارتعاشگرهای طولی انجام داده‌ایم استفاده می‌کنیم. باز داده آکوستیکی وقتی ماکسیمم است که بلور با فرکانس اصلی آزاد-آزاد (دوطرف آزاد) مربوط به خودش به ارتعاش در آورده شود. یعنی فرکانس طوری باشد که با کلفتی بلور به مقدار $\lambda/2$ مطابقت داشته باشد. این فرکانس با معادله زیر داده می‌شود

$$f_1 = \frac{c_x}{2l_x} = \frac{1}{2l_x} \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}} \quad (12.48)$$



شکل 12.11. تابش فراصوتی در آبگون. آ



شکل 12.10. ارتعاشگر کلفتی، با برش X.

بازداده آکوستیکی مربوط به آن برحسب وات می‌شود

$$W = \frac{\phi^2 E_x^2}{\rho_0 c_0 S_x} \quad (12.49)$$

که در آن ϕ عامل تبدیل مناسبی است که برای ارتعاشهای مربوط به کلفتی ارتعاشگر نیم‌موج برحسب رابطه زیر تعریف می‌گردد

$$\phi = \frac{2e_{11} S_x}{l_x} \quad (12.50)$$

$\rho_0 c_0$ پاگیری مشخص آبگون است.

با روشهایی مشابه با آنها که در بخش 12.4 به کار بردیم می‌توان ثابت کرد که گذارایی الکتریکی دزداده ارتعاشگر کلفتی را در نزدیکی فرکانس رزونانس اصلی می‌توان بوسیله مدار شکل 12.3 نشان داد، چنانکه

$$C_0 = \frac{\epsilon_x' \epsilon_0 l_y l_z}{l_x} \quad \text{farads} \quad (12.51)$$

$$R = \frac{\rho_0 c_0 S_x}{\phi^2} \quad \text{ohms} \quad (12.52)$$

$$C = \frac{2\phi^2 l_x}{\pi^2 S_x c_{11}} \quad \text{farads} \quad (12.53)$$

و

$$L = \frac{\rho l_x S_x}{2\phi^2} \quad \text{henries} \quad (12.53a)$$

بعنوان مثال، توان آکوستیکی بلور کوآرتز در آب را با فرضهای زیر محاسبه می‌کنیم.

کلفتی 2.0 میلیمتر، سطح مقطع 10 سانتیمتر مربع، ولتاژی که بین دو سطح بلور وارد می شود 1000 ولت، و ارتعاش نزدیک به فرکانس رزونانس است. فرکانس رزونانس بلور عبارت است از

$$f_1 = \frac{5750}{2 \times 0.002} = 1.44 \text{ megacycles/sec}$$

عامل تبدیل بلور چنین است

$$\phi = \frac{2 \times 0.17 \times 0.001}{0.002} = 0.17 \text{ coulomb/m}$$

و باز داده آکوستیکی آن می شود

$$W = \frac{(0.17)^2 \times 1000^2}{1.48 \times 10^6 \times 0.001} = 19.5 \text{ watts}$$

اگر اکنون فرض کنیم که این توان آکوستیکی بطور یکنواخت از سطح بلور به خارج تابیده می شود، در این صورت شدت آکوستیکی مربوط به آن در آبی که بلافاصله بالای سطح بلور قرار گرفته، می شود 1.95 وات بر سانتیمتر مربع یا 19,500 وات بر متر مربع. از معادله 5.38 می توان نشان داد که این شدت مربوط است به دامنه های فشاری ماکسیمم در آب مجاور؛ یعنی

$$P = (2\rho_0 c_0 I)^{1/2} = (2 \times 1.48 \times 10^6 \times 19,500)^{1/2} \\ = 2.4 \times 10^5 \text{ newtons/m}^2 = 2.4 \text{ atmospheres}$$

باید منتظر بود که امکان دارد حفره های حباب و پدیده های غیر معمولی فیزیکی دیگری در این تابه های فراصوتی که شدت و دامنه فشارشان چنین زیاد است پدیدار گردند. اندازه های نمونه برای ضربه هایی که جهت محاسبه ارتعاش مربوط به کلفتی قرصهای تیتانات دوباریم که در امتداد این ارتعاشها پولاریزه شده باشند عبارتند از $e_{11} = 16$ کولن بر متر مربع و $c_{11} = 15 \times 10^{10}$ نیوتن بر متر مربع. یادآوری می شود که چون e_{11} ، یعنی ضریب استرس تیتانات دوباریم، 100 مرتبه بزرگتر از همین ضریب متعلق به کوارتز است، برای اینکه باز داده آکوستیکی برابر با آنچه متعلق به بلور کوارتزی که مورد بحث قرار دادیم بشود کافی است که برای قرص تیتانات دوباریم به کلفتی 2 میلیمتر فقط 10 ولت به کار بریم.

12.10 گیرنده های پیزوالکتریکی یا هیدروفونها. اکنون ببینیم چگونه اثر

پیزوالکتریک را می‌توان برای ساختن گیرنده‌های ساده یا هیپروفون به کار برد تا برای تبدیل تغییرات فشار، که همراه است با موجهای آکوستیکی، به تغییرات ولتاژ مشابه استعمال گردد. اگرچه ارتعاشگرهای طولی و ارتعاشگرهای مربوط به کلفتی هر دو ممکن است بعنوان عنصر تراگذار برای این گونه گیرنده‌ها به کار روند، ولی ما مطالعه خود را به ارتعاشگرهای طولی و بویژه به بلور با برش X (شکل 12.2) منحصر می‌کنیم.

معادله‌های 12.32 و 12.33 بطور قابل‌تحسینی برای تهیه معادله‌های کلی شایسته‌اند. معادله‌های اخیر برای گرفتن پاسخ عنصر ارتعاشگر در مدار باز مناسب هستند. در این شرایط $I=0$ است، و معادله 12.32 ساده می‌شود و به شکل زیر در می‌آید

$$U = \frac{Y_E E}{\phi} = \frac{E}{Z_E \phi}$$

وقتی U را از رابطه بالا در معادله 12.33 ببریم خواهیم داشت

$$F = \phi E + \frac{Z_m E}{Z_E \phi} = \phi E \left(1 + \frac{Z_m}{Z_E \phi^2} \right)$$

و چون Z_m/ϕ^2 را بر حسب پاگیری حرکتی Z_M بگذاریم و نسبت به E حل کنیم می‌شود

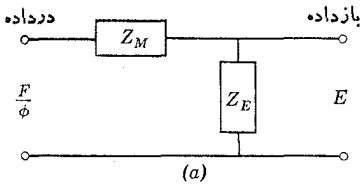
$$E = \left(\frac{F}{\phi} \right) \frac{Z_E}{Z_E + Z_M} \quad (12.54)$$

ولتاژ باز داده E مربوط به ارتعاشگر، مشابه با ولتاژی است که در پاگیری Z_E مدار 12.12a

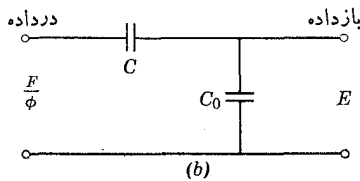
پیدا می‌شود به شرط اینکه ولتاژ در داده E/ϕ را در قسمت Z_M مدار وارد سازیم.

برای ذکر مثال درباره سودمند بودن معادله 12.54 بیاییم آن را برای حالت خاصی به کار ببریم؛ یعنی وقتی فرکانسها خیلی کوچکتر از فرکانس رزونانس اصلی ارتعاشگر باشند که پاسخ آن نسبتاً یکنواخت است. این حالت مدار با شکل 12.12b نموده می‌شود. در این مدار به جای پاگیری الکتریکی Z_E ، خازن C_0 گذاشته شده که ظرفیت آن با معادله 12.26 بیان می‌گردد، و همچنین به جای پاگیری حرکتی Z_M خازن C نهاده شده که ظرفیت آن در فرکانسهای پایین بوسیله معادله 12.30a حساب می‌شود. وقتی دو خازن شکل 12.12b را بعنوان تقسیم‌کننده ولتاژ در نظر بگیریم می‌توان ثابت کرد که

$$E = \left(\frac{F}{\phi} \right) \frac{C/C_0}{1 + (C/C_0)} \quad (12.55)$$



(a)



(b)

شکل 12.12. مدارهای معادل با گیرنده‌های پیزوالکتریکی. مدار (a) مدار کلی. مدار (b) با فرکانس پایین.

و به نوبه خود وقتی که از معادله‌هایی که C و C_0 را تعریف می‌کنند نسبت C/C_0 را تشکیل دهیم می‌شود

$$C/C_0 = \frac{k^2}{1 - k^2}$$

که چون آن را در معادله 12.55 بپریم خواهیم داشت

$$E = \left(\frac{F}{\phi}\right) k^2 \quad (12.56)$$

سرانجام اگر فشار برطرفی که به ارتعاش واداشته شده و مجاور آبگون است برابر با P باشد، $F = S_v P$ خواهد بود که S_v سطح مقطع ارتعاشگر است، و معادله 12.56 را بدین شکل می‌نویسیم

$$\frac{E}{P} = \frac{k^2}{\phi} S_v \quad (12.57)$$

معادله 12.57 پاسخی است که از ارتعاشگر طولی در مدار باز برحسب ولت بر نیوتن بر متر مربع به دست می‌آید. البته باید آن را در 0.1 ضرب کرد تا پاسخ برحسب ولت بر میکروبار حاصل شود.

جدول 12.4 پایاهای پاسخ دریافت‌شده مواد تراگذار

بلور	k^2/ϕ (volts/newton)	$\epsilon k^2/\phi$ (volts/newton)
کوارتز با برش X	0.058/l _z	0.26/l _z
ADP با برش 45°Z	0.178/l _z	2.7/l _z
نمک راشل با برش 45°X	0.089/l _z	31.0/l _z
نمک راشل با برش 45°Y	0.305/l _z	3.05/l _z
تیتانات دوباریم	0.0053/l _z	6.35/l _z

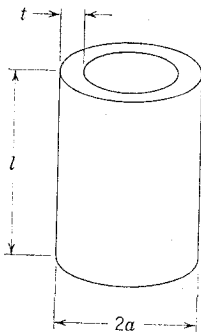
معادله 12.57 بیان می‌دارد که هرگاه عنصرهایی از بلور با ابعاد مشابه از مواد مختلف پیزوالکتریکی ساخته شده باشند پاسخهای مدار باز در فرکانسهای پایین که دریافت می‌شوند متناسب خواهند بود با k^2/ϕ . مقادیر عددی این نسبت برای بلورهایی که معمولاً بعنوان پیزوالکتریک ارتعاشگر طولی استعمال می‌شوند در جدول 12.4 آمده‌اند. باید در نظر داشت که k^2/ϕ تابع عرض l_z بلور است. ولی اگر بدون وارد شدن در جزئیات مقادیرهای نسبی این خارج قسمت را تنها در نظر بگیریم نتیجه گمراه‌کننده‌ای در باره حساسیت عملی که برای عنصرهای مختلف بلورها به دست می‌آید حاصل می‌گردد. ولتاژ مدار باز که بوسیله

معادله 12.57 داده شده اصولاً مربوط به وقتی است که پاگیرها برابر با پاگیری خازنی باشند که ظرفیت آن حاصل جمع C و C_0 منظور شود. ظرفیت نیز خود با پایاهای دی الکتریک آزاد ϵ متناسب است. پارامتری که بیشتر به حقیقت نزدیک است و پاسخهای نسبی بلورهای مختلف را بیان می‌دارد $\epsilon k^2/\phi$ است. این پارامتر اندازه مقادیرهای نسبی ولتاژ باز داده بلورهایی را که عرض و طولشان مساوی ولی کلفتی آنها متغیر است و در نتیجه ظرفیتشان مشابه است، به دست می‌دهد. مقادیرهای پارامتر $\epsilon k^2/\phi$ که در جدول آمده اند نشان می‌دهند که در میان بلورهایی که دارای ظرفیت یکسان هستند نمک راشل با برش $45^\circ X$ حداکثر حساسیت را داراست.

از آنجا که سمت راست معادله 12.57 به فرکانس بستگی ندارد، پاسخ گیرنده‌های پیزوالکتریکی در فرکانسهای پایین تابع فرکانس نیست. با اینهمه، وقتی به فرکانس اصلی رزونانس مکانیکی نزدیک شویم Z_{min} به حداقل خود کاهش می‌یابد، ولی پاسخ به حداکثر صعود می‌کند. برای محاسبه پاسخ دریافت شده از ارتعاشگر پیزوالکتریکی در نزدیکی این رزونانس، کافی است ولتاژی برابر با SP/ϕ را در شاخه‌ای از شکل 12.5 که شامل پاگیری حرکتی است وارد سازیم، و ولتاژ E را که از خازن C_0 خارج می‌گردد حساب کنیم.

12.11 خصوصیت‌های تراگذارهای استوانه شکل ساخته شده از سرامیک. وقتی ابعاد

سطح جانبی متعلق به ارتعاشگر طولی موزائیکی یا ارتعاشگر مربوط به کلفتی نسبت به طول موجی که در فرستنده یا درآبگون گیرنده پیدا می‌شود کوچک باشد تابش آکوستیکی به هیچ روی تابع راستا نیست. هرگاه استوانه کوچکی از سرامیک تراگذاری را تشکیل دهد که از تیتانات دوباریم ساخته شده باشد، تابش این استوانه نیز تابع ناراستایی است. هرگاه تراگذار را، بعنوان هیدروفون گیرنده به کار می‌بریم انتخاب ابعاد استوانه تابع وسعت میدان فرکانسی است که می‌خواهیم در آن میدان پاسخ صاف و یکنواختی از دستگاه داشته باشیم. حداعلا فرکانس مربوط به پاسخ یکنواخت کمی پایینتر از فرکانس کوچکترین مد طبیعی ارتعاش استوانه است. وقتی آن را بعنوان سرچشمه صوت به کار می‌بریم انتخاب ابعاد آن تابع فرکانسی است که در آن حداکثر باز داده آکوستیکی مورد نظر است، زیرا حداکثر باز داده وقتی واقع می‌شود که فرکانس ارتعاش مساوی با فرکانس اصلی ارتعاشهای شعاعی استوانه باشد.



شکل 12.13. ابعاد مهم ارتعاشگر استوانه‌ای از جنس سرامیک.

استوانه‌ای که در شکل 12.13 نموده شده سه مد ارتعاش ممکن و متمایز از یکدیگر دارد که عبارتند از:

1. مد شعاعی. در این حالت شعاع متوسط این استوانه در حال ارتعاش بلند و کوتاه

می‌شود. فرکانس رزونانس اصلی این مد اساساً بوسیله شعاع متوسط a تقریباً با معادله زیر داده می‌شود

$$f \approx \frac{c}{2\pi a} \quad (12.58)$$

c سرعت انتشار موجهای طولی در استوانه است.

2. **مد طولی.** در این حالت طول استوانه در حال ارتعاش کوتاه و بلند می‌شود. فرکانس رزونانس اصلی این مد اصولاً بوسیله طول l تقریباً با معادله زیر داده می‌شود

$$f \approx \frac{c}{2l} \quad (12.59)$$

c سرعت انتشار موجهای طولی در استوانه است.

3. **مد مربوط به کلفتی.** در این حالت دیواره استوانه کلفت و نازک می‌گردد. فرکانس رزونانس اصلی این مد اساساً بوسیله کلفتی دیواره تقریباً با معادله زیر داده می‌شود

$$f \approx \frac{c'}{2t} \quad (12.60)$$

c' سرعت انتشار موجهای مربوط به کلفتی در جنس استوانه است.

نوعی تروش همیشه بین مدهای مختلف ارتعاش وجود دارد. مثلاً وقتی که بواسطه فشار خارجی شعاع متوسط استوانه متراکم گردد دیواره استوانه نازکتر می‌شود و طولش افزایش می‌یابد. بخصوص تروش بین ارتعاشهای شعاعی و طولی وقتی قوی می‌شود که طول استوانه تقریباً سه برابر شعاع آن یعنی $l \approx 3a$ باشد. برای مثال فرض کنیم استوانه‌ای از تیتانات دوباریم بطور شعاعی روبه بیرون دیواره استوانه پولاریزه شده باشد. وقتی سطح درونی و بیرونی استوانه را با لایه فلزی نازکی بپوشانیم تا دو الکتروند درست شود چنانچه میدان الکتریکی متناوبی در امتداد شعاع بین دو الکتروند درونی و بیرونی استوانه برقرار سازیم امکان دارد که هر سه مد ارتعاش استوانه را برانگیخته باشیم. میزان برانگیزش هر کدام از مدها تابع نزدیکی فرکانس جریان متناوب با فرکانس آن مد است. برعکس، هرگاه استوانه بالا بعنوان هیدروفون گیرنده به کار رود برقراری فشار یکنواخت بیرونی بر استوانه سبب می‌شود که استرینهای مربوط به شعاعی و طولی و کلفتی هر سه وجود پیدا کنند و در نتیجه ولتاژ باز داده را ممکن است از طریق تغییرات ولتاژ طولی در طول محور استوانه یا از طریق تغییرات ولتاژ دایره‌ای اطراف استوانه یا سرانجام از راه تغییرات ولتاژ مربوط به کلفتی دیواره اندازه‌گیری کرد. البته اگر استوانه بطور شعاعی روبه سوی بیرون پولاریزه شده باشد ولتاژ بین الکتروندهای درونی و بیرونی دیواره استوانه را باید به دست آورد. چون فشار یکنواخت بیرونی شامل استرین شعاعی و مماس هر دو است، بنابراین دو نوع پایای استرین پیزوالکتریکی

در میدان الکتریکی تولید شده دخالت خواهند داشت. از آنجاکه این دو پایا مختلف‌العلامه اند، مقداری از میدان الکتریکی تولید شده خنثا می‌گردد. میزان خنثا شدن میدان تابع نسبت کلفتی t و شعاع متوسط a است. در مورد استوانه‌ای از تیتانات دوباریم هر گاه نسبت $t/a = 0.58$ شود حذف میدان الکتریکی کامل می‌شود، چنانکه باز داده ولتاژ برابر بسا صفر می‌شود؛ و از اینرو وقتی این نسبت از 0.4 تا 0.7 تغییر کند پاسخی که از استوانه تیتانات دوباریم پولاریزه گرفته می‌شود نسبتاً پایین است.

برای ذکر مثال، عنصر هیدروفون استوانه‌ای سرامیکی را نام می‌بریم. فرض کنیم یک چنین عنصری دارای طول 4 سانتیمتر، شعاع متوسط 2 سانتیمتر، و کلفتی دیواره 0.3 سانتیمتر باشد. فرکانس رزونانس اصلی این عنصر برای ارتعاش مد شعاعی تقریباً 36 کیلو سیکل بر ثانیه و برای مد طولی تقریباً 57 کیلو سیکل بر ثانیه و بالاخره برای مد مربوط به کلفتی تقریباً 870 کیلو سیکل بر ثانیه است. در نتیجه ضریب تروش $k = 0.16$ و پاسخ دریافت شده در حدود 104db نسبت به یک ولت بر میکرو بار است. پاسخ تقریباً تا حدود فرکانس 30 کیلو سیکل بر ثانیه یکنواخت است. ظرفیت الکتریکی که در آن ولتاژ مذکور تولید می‌شود ظرفیت لوله استوانه‌شکلی خواهد بود که درون و بیرون آن کاملاً با هادی پوشیده شده و به شکل الکتروود درآمده باشد؛ و مقدارش از معادله‌ای به دست می‌آید که مربوط به دو هادی استوانه‌ای است که محور مشترک داشته باشند و بین آنها محیط دی الکتریک به پایای ϵ قرار گرفته باشد.

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)} = \frac{2\pi \times 1200 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 0.04}{\ln\left(\frac{0.0215}{0.0185}\right)} = 0.018 \mu f$$

در آخرین مرحله عنصر استوانه‌ای را معمولاً به ورقه‌ای از نئوپرن^۱ که تحت فشار قالب‌گیری شده باشد می‌چسبانند، تا هم استوانه را از لحاظ الکتریکی عایق بندی کند و هم با پوشانیدن دو انتهای استوانه از نفوذ آبگون در اثر فشار به درون استوانه جلوگیری کند. استوانه‌های سرامیکی بسیار کوچکی از تیتانات دوباریم به ابعاد میلیمتر ساخته‌اند که برای اندازه‌گیری فرکانسهای فراصوتی تا حدود چند مگاسیکل بر ثانیه به کار می‌روند. اگر چه باز داده چنین استوانه‌ای تا بیش از یک مگاسیکل نسبتاً یکنواخت است و تابع راستا هم نیست ولی ولتاژ الکتریکی که در آن تولید می‌شود بسیار کوچک و ناچیز است، و برای طرح‌ریزی استعمال این گونه استوانه‌ها با تقویت‌کننده، باید دقت زیادی به عمل آید.

12.12 اندازه‌گیریهای تراگذارهای پیزوالکتریکی. خصوصیت‌های فرستنده یا گیرنده پیزوالکتریکی سونار یا تراگذارهای فراصوتی را به طریقی که سابقاً در باره بلندگوها و

1) neoprene

میکروفونها گفتیم می توان اندازه گرفت. مثلاً پاسخ گیرندگی هیدروفون را با به کار بردن اصل تقابل که درباره میکروفونها در بخش 11.15 توضیح دادیم می توان تعیین کرد. به طریق مشابهی اندازه گیری پاگیری الکتریکی در داده یا گذارایی که يك بار در هوا و بار دیگر در آب به عمل آید ما را قادر می سازد که کارآیی تراگذار نوع سونار را در فرکانس رزونانس حساب کنیم.

وقتی بخواهیم این گونه اندازه گیریها را در مورد تراگذارهای پیزوالکتریکی انجام دهیم بهتر است که به جای پاگیری در داده، گذارایی در داده را اندازه بگیریم. اگر دیدیم در داده الکتریکی چنین تراگذاری با مدار شکل 12.5 نموده می شود، پس گذارایی حرکتی آن معادل شاخه ای است که شامل R_M ، R_R ، L ، و C است؛ و از اینرو تابع گذارایی تراگذار متوقف که عبارت باشد از R_0 و C_0 که موازیند نیست. برعکس پاگیری حرکتی این شاخه که در پاگیری کلی دخالت دارد تابع R_0 و C_0 است. در نتیجه برای تجزیه و تحلیل مدار شکل 12.5 آسانتر این است که محاسبه مؤلفه های آزاد و درگیر آن را بر حسب گذارایی که از محاسبه پاگیری آسانتر است انجام دهیم. امکان دارد ثابت کنیم که بردار مختلط

$$Y_M = G_M + jB_M = \frac{1}{(R_R + R_M) + j(\omega L - 1/\omega C)} \quad (12.61)$$

که گذارایی حرکتی مدار شکل 12.5 را نشان می دهد، وقتی فرکانس تغییر کند نماینده دایره ای در صفحه مختلط است. قطر این دایره مساوی است با $1/(R_R + R_M)$ و وقتی شرایط بار مدار را تغییر دهیم، اندازه قطر مقدار R_R و R_M را تعیین می کند. مثلاً قطر D_W از دایره نماینده گذارایی حرکتی هنگامی که تراگذار زیر آب باشد با معادله زیر داده می شود

$$D_W = \frac{1}{R_R + R_M} \quad (12.62)$$

ولی اگر هنگام اندازه گیری پاگیری حرکتی، تراگذار در هوا باشد $R_R \approx 0$ است، زیرا این مقدار متناسب است با پاگیری مشخص هوا، $\rho_0 c_0$ ، که نسبتاً کوچک است. از اینرو قطر اندازه گرفته شده D_A در هوا با رابطه زیر داده می شود

$$D_A = \frac{1}{R_M} \quad (12.63)$$

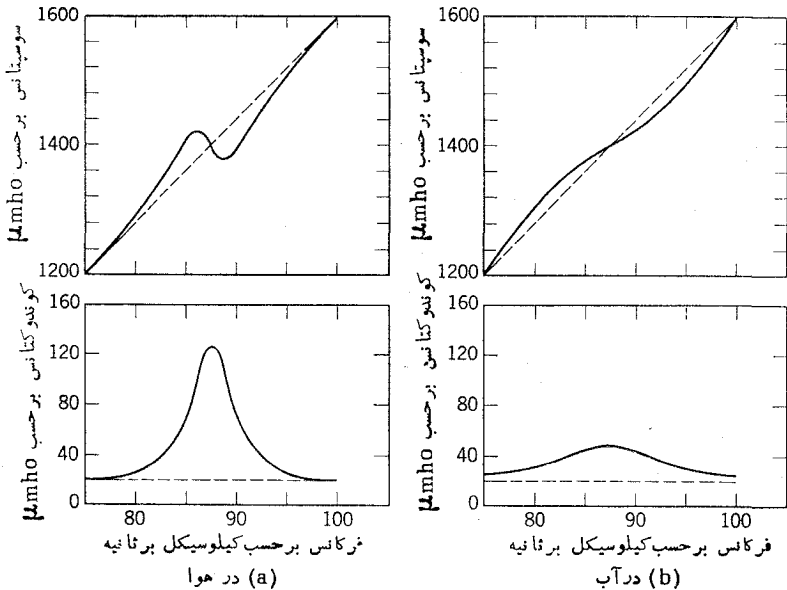
کارآیی الکتروآکوستیکی تراگذار پیزوالکتریکی که با مدار شکل 12.5 نموده شده باشد بدینسان تعیین می گردد که نسبت توانی را که در R_R مصرف شده به توان کلی که در R_0 و R_M مصرف شده است محاسبه کنیم. با به کار بردن نظریه مدار الکتریکی ساده می توان ثابت کرد که در فرکانس رزونانس متعلق به شاخه گذارایی حرکتی، کارآیی می شود

$$\eta = \frac{R_R R_0}{(R_R + R_M)(R_R + R_M + R_0)} \quad (12.64)$$

سرانجام اگر برای حذف R_R و R_M از معادله بالا از معادله‌های 12.62 و 12.63 استفاده کنیم، و اگر $1/R_0$ را برابر با رسانایی G_E تراگذار متوقف بگذاریم خواهیم داشت

$$\eta = \frac{D_W(D_A - D_W)}{D_A(D_W + G_E)} \quad (12.65)$$

رابطه بالا برای حالت رزونانس است.



شکل 12.14. منحنیهای برگزیری و رسانایی تراگذاری بیژوالکتریکی که در 87.5 کیلو سیکل بر ثانیه به حالت رزونانس در آمده است.

در شکل 12.14 رسانایی G_I و برگزیری B_I در داده متعلق به تراگذار سونار نمونه که از بلور ADP ساخته شده در فرکانسهایی نزدیک به فرکانس رزونانس رسم گردیده

1) conductance

(۲) برگزیری [= بر (پیشوند، به معنای «بالا») + گیرا (صفت فاعلی مصدر «گرفتن») + یی (پسوند اسم ساز)] را برابر susceptance [= sus (بالا) + (بخش دوم از اصل لاتینی) capere (گرفتن) + ance (پسوند اسم ساز)] نهاده ایم. م-

است. منحنی شکل 12.14a نتیجه اندازه گیری وقتی است که تراگذار در هوا باشد، و منحنی شکل 12.14b مربوط به وقتی است که تراگذار در آب باشد. خط مستقیمی که به صورت نقطه چین در شکل دیده می شود عبارت است از اندازه گیری مقید همین کمیته در فرکانسهای بالا و پایین. دوری هریک از این منحنیها از خط نقطه چین نمودار اندازه مؤلفه گذارایی حرکتی توأم با آن است. برای محاسبه کارآیی تراگذار مناسب است که داده های شکل 12.14 را دوباره به شکل 12.15 رسم کنیم. در اینجا برای هر فرکانس مقدار برگیرایی حرکتی را روی محور عرضها و رسانایی در داده کلی را روی محور طولها برده ایم. دایره بزرگ مربوط به اندازه گیری در هوا و دایره کوچک از آن اندازه گیری در آب است. تذکر داده می شود که هر کدام از این دایره ها به اندازه G_E از مرکز مختصات جابجاشده است. کارآیی حالت رزونانس تراگذار که به کمک مقادیرهای D_A ، G_E و $D_{1/2}$ از شکل 12.15 به دست می آید به طریق زیر محاسبه می شود

$$\eta = \frac{30(110 - 30)}{110(30 + 20)} = 0.44$$

از انواع مختلف اندازه گیریهایی که در باره تراگذار پیزوالکتریکی به عمل آمده فقط یکی دیگر را در این قسمت بررسی می کنیم. این یکی حالتی است که بواسطه اندازه گیریهایی که در حالت رزونانس و آنتی رزونانس به عمل می آید می توان فعالیت پیزوالکتریکی ماده ای را که از آن ساخته شده است حساب کنیم. فرکانس رزونانس مکانیکی عبارتست از فرکانس زمانی است که راکتانس الکتریکی شاخه گذارایی حرکتی شکل 12.5 برابر با صفر می شود، و از اینرو مقدارش از رابطه زیر به دست می آید

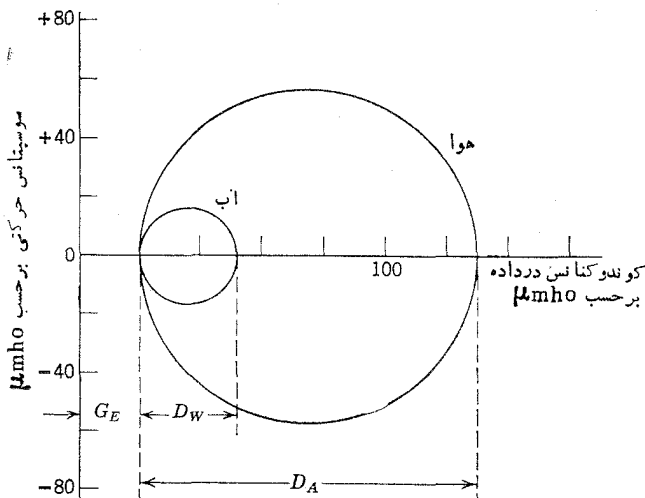
$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (12.66)$$

در این فرکانس کارآیی و باز داده آکوستیکی تراگذار به ازای ولتاژ ثابت ماکسیم هستند. بعلاوه برای تراگذار بدون بار، یعنی وقتی در هوا عمل می کند، گذارایی نزدیک به ماکسیم است. فرکانس دیگری که بسیار جالب می نماید فرکانس آنتی رزونانس ω_a حالت موازی است. این فرکانس با معادله زیر تعریف می شود

$$\left(\omega_a L - \frac{1}{\omega_a C}\right) = \frac{1}{\omega_a C_0}$$

که می توان آن را دوباره به شکل زیر نوشت

$$\left(\frac{\omega_a}{\omega_r}\right)^2 = 1 + \frac{C}{C_0} \quad (12.67)$$



شکل 12.15. دایره‌های گذارایی حرکتی تراگذار پیزوالکتریکی در هوا و در آب.

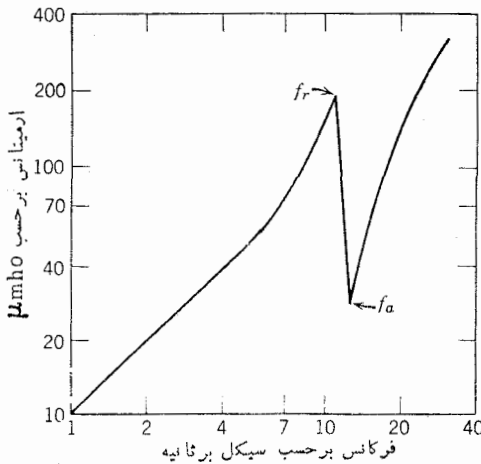
در این فرکانس راکتانس شاخه‌های حرکتی و بازداشته شکل 12.5 هر دو با هم مساوی و مختلف‌العلامه‌اند. در نتیجه اگر جمله‌های شامل مقاومت در کار نباشد، یعنی تراگذار کاملاً بدون بار باشد، گذارایی در داده برابر با صفر خواهد بود. در عمل تراگذاری که بار آن هوا باشد و در فرکانسی که کمی زیادتر از فرکانسی که بوسیله معادله 12.67 تعریف کردیم عمل کند، گذارایی حداقل مقدار خود را خواهد داشت. از اینرو اگر فرکانس حالت ماکسیم و می نیم گذارایی تراگذار بدون بار را اندازه بگیریم و فرض کنیم این فرکانسها به ترتیب با ω_a و ω_r نموده شده‌اند، به کمک معادله 12.67 می‌توان نسبت ظرفیتهای C/C_0 را حساب کرد، و این کار اندازه فعالیت پیزوالکتریکی ماده‌ای را که بلور از آن ساخته شده به دست می‌دهد.

در شکل 12.16 مقادیرهای اندازه‌گیری شده متعلق به گذارایی در داده ارتعاشگر طولی که از بلور نمک راشل با برش $45^\circ X$ تهیه شده رسم گردیده است. وقتی مقادیرهای 12.2 کیلوسیکل بر ثانیه و 10.7 کیلوسیکل بر ثانیه را که به ترتیب مربوط به فرکانسهای حالت می نیم و ماکسیم گذارایی هستند، در معادله 12.67 بگذاریم می‌شود

$$\frac{C}{C_0} = \left(\frac{12.2}{10.7} \right)^2 - 1 = 0.30$$

سرانجام ضریب الکترو مکانیکی تروش مربوط یعنی k را می‌توان بوسیله معادله $12.30c$ محاسبه کرد، زیرا $k = 0.52$ است. برای به دست آوردن اطلاعات بیشتر درباره اندازه‌گیری و درجه بندی تراگذارهایی که در آبگونه‌ها کار می‌کنند به خواننده توصیه می‌شود که به مطبوعات

انجمن استانداردهای آمریکا که در این باره در آنجا بحث کامل شده مراجعه کنند.^۱



شکل 12.16. گذارایی در برابر منحنی فرکانس برای ارتعاشگر نمک راشل.

12.13 مغناطوتنگش^۲. وقتی ماده فرومانیتیک را مغناطیسی کنیم در ساختمان درونی

آن تغییراتی پیدا می‌شود و در نتیجه استرس حاصل، در ابعاد فیزیکی جسم مزبور تغییر شکل هویدا می‌گردد. این پدیده را **مغناطوتنگش** یا **اثر مغناطوتنگنده^۳** می‌نامند. از این پدیده در ساختن اجزای مرتعش برای سونار و هیدروفون استفاده می‌کنند، و از اینرو به کار بردن مبانی اصلی که بطور محدود درباره آنها به کار رود مجاز است.

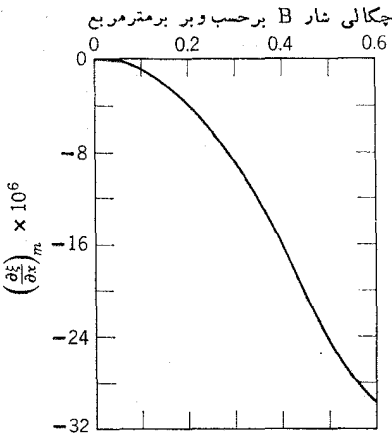
روشی که بیشتر برای تولید ارتعاشهای طولی در ارتعاشگر مغناطوتنگنده به کار می‌رود این است که میدان مغناطیسی متناوبی را موازی با محور ارتعاشگر بر آن وارد می‌سازند و این سبب می‌شود که طول آن به پیروی از میدان تغییر کند. اگر ماده مورد عمل از ابتدا مغناطیس شده نباشد تغییر طول آن تابع جهت میدان مغناطیسی وارده نیست، و بر حسب جنس ارتعاشگر ممکن است تغییر طول در جهت افزایش یا کاهش آن صورت پذیرد. در حقیقت میزان تأثیر عملاً تابع شدت مغناطیس شدن درون ماده است، ولی به ازای چگالی شار B که بسیار پایینتر از اشباع مغناطیسی است می‌توان استرین استاتیکی را متناسب با مربع چگالی شار دانست. از اینرو می‌توانیم بنویسیم

1) Calibration of Electroacoustics Transducers, Z24-24-1957, American Standards Association (1957).

۲) magnetostriction [مغناطوتنگش = مغناط (مغناطیس) + (میانوند خوشاواایی) + تنگش (اسم مصدر تنگیدن) بمعنای «تنگ کردن»، «فشردن»]. - م.

3) magnetostrictive effect

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)_m = KB^2 \quad (12.68)$$

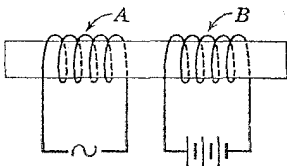


شکل 12.17. استرین استاتیکی مغناطوتنگنده در نیکل بعنوان تابع چگالی شار.

K پایای جسم است (با دیمانسیون $m^4/weber^2$) و برای اجسامی که در موقع مغناطیس شدن منبسط می شوند مثبت و برای اجسامی که در موقع مغناطیس شدن متراکم می شوند منفی است. پرمالوی^۱ در این حالت منبسط می شود و برای آن K مثبت است، در صورتی که نیکل منقبض می گردد، پس برایش K منفی است. نیکل و برخی آلیاژهای آن از قبیل اینوار^۲ و پرمندور^۳ بیشتر از سایر مواد اثر مغناطوتنگنده دارند، و از اینرو در ساختن بیشتر ارتعاشگرهای مغناطوتنگنده به کار می روند. شکل 12.17 منحنی نمونه ای است

که رابطه میان استرین استاتیکی مغناطوتنگنده یعنی $(\partial \xi / \partial x)_m$ را در میله نیکل با چگالی شار B که برحسب وبر برمترمربع است نشان می دهد. توضیح این که میله نیکل را ابتدا بوسیله گرما نرم کرده سپس به کندی سرد می کنند. برای چگالی شار کمتر از 0.5 وبر بر متر مربع باشد مقدار پایای تناسب K مربوط به منحنی $K = -1.0 \times 10^{-4}$ است. برای چگالی شار بزرگتر استرین مغناطوتنگنده دیگر بوسیله معادله 12.68 نموده نمی شود، و هنگامی که B از 1.0 وبر بر متر مربع بیشتر شود مقدارش دارای حداکثر 40×10^{-6} خواهد شد.

اگر جریان متناوبی از سیم پیچ A که در اطراف میله ای از نیکل پیچیده شده (شکل 12.18) بگذرد میدان مغناطیسی متناوبی که حاصل می شود سبب می گردد که میله متناوباً کوتاه گردد. چون کوتاه شدن میله تابع راستای میدان مغناطیسی نیست، فرکانس ارتعاش مکانیکی دو برابر فرکانس جریان متناوب خواهد بود. اگر مانند آنچه عملاً وجود دارد بخواهیم که فرکانس ارتعاش مکانیکی مساوی با فرکانس جریان متناوب باشد، میله را قبلاً



شکل 12.18. ارتعاشگر مغناطوتنگنده.

باید توسط میدان مغناطیسی پولاریزه کننده پایدار مغناطیسی کنیم. این میدان پولاریزه کننده را می توان بوسیله عبور جریان مستقیم از درون سیم پیچ دیگر B یا با استفاده از یک مغناطیس

پایدار مجاور تهیه کرد. از آن پس اگر مقدار میدان پولاریزه کننده بزرگتر از دامنه میدان متناوب باشد، فرکانس مکانیکی والکتریکی هر دو با هم برابر خواهند شد. معادله 12.68 که ارتباط بین استرین مغناطوتنگنده و چگالی شار را به دست می‌دهد نیز ممکن است برای به دست آوردن معادله حرکت چنین میله‌ای مورد استفاده قرار گیرد.

با تغییر کوچکی در معادله 3-5 که ارتباط بین نیروی طولی درونی میله و استرین را می‌دهد می‌توان آن را در این باره به کار برد. در اینجا نیروی طولی F_x متناسب است با تفاضل استرین کلی $\partial\xi/\partial x$ و استرین KB^2 که زائیده اثر مغناطوتنگنده است، چنانکه

$$F_x = -SY \left(\frac{\partial\xi}{\partial x} - KB^2 \right) \quad (12.69)$$

B چگالی شار خالص است که از جریان پایدار و جریان متناوب هر دو حاصل می‌شود. اگر چگالی شار خالص B درون میله از چگالی شار پولاریزه کننده، یعنی B_0 بگذرد و به مقدار $B_0 + \delta B$ در آید، نیروی درونی نیز تغییر می‌کند و از مقدار F_{x0} به مقدار $F_{x0} + \delta F_x$ می‌رسد، و استرین از $(\partial\xi/\partial x)_0$ به $(\partial\xi/\partial x)_0 + \delta(\partial\xi/\partial x)$ تغییر می‌یابد. در نتیجه

$$\delta F_x = -SY \left[\delta \left(\frac{\partial\xi}{\partial x} \right) - 2KB_0\delta B \right] \quad (12.70)$$

اگر B_i را نماینده تناوب یا تغییرات اضافی این کمیت‌های گوناگون بگیریم، و هر یک در مقایسه با مقدار استاتیک یا پولاریزه کننده مربوط به خود، یعنی F_{x0} ، $(\partial\xi/\partial x)_0$ و B_0 کوچک باشد، معادله 12.70 را می‌توان دوباره به شکل زیر نوشت

$$F_{xi} = -SY \left(\frac{\partial\xi}{\partial x} \right) + \Lambda SB_i \quad (12.71)$$

Λ که پایای مغناطوتنگش میله نامیده می‌شود از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Lambda = 2iKB_0 \quad (12.72)$$

باید توجه داشت که اگر K ثابت بماند Λ متناسب با شار پولاریزه کننده B_0 افزایش می‌یابد. معادله 12.71 نشان می‌دهد که تغییرات اضافی استرین در ماده مغناطوتنگنده به دو جهت و علت حاصل می‌گردد. یکی به سبب تغییر در استرس F_{xi}/S و دیگری به علت تغییر در چگالی شار B_i . برعکس، با در نظر گرفتن تقابل انرژی می‌توان ثابت کرد که خاصیت مغناطوتنگش واگشت پذیر است، یعنی تغییرات اضافی در چگالی شار نیز به دو جهت و سبب ایجاد می‌گردد. یکی در اثر تغییر H_i در میدان پولاریزه کننده بیرونی و دیگری به سبب تغییر $(\partial\xi/\partial x)$ که در استرین پیدا می‌شود. در نتیجه، تغییر کلی چگالی شار چنین است

$$B_i = \mu_i \mu_0 \left[H_i + \Lambda \left(\frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right) \right] \quad (12.73)$$

μ_i نفوذپذیری واگشت‌پذیر اضافی ماده مورد نظر، و $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ هنری بر متر نفوذپذیری فضای آزاد است. اضافه نفوذپذیری بوسیله شیب منحنی B است که بر حسب H در نقطه مورد عمل یعنی در نقطه $B = B_0$ رسم شده باشد. بنا بر این $\mu_i \mu_0 = dB_i/dH_i$ نیز در B_0 ارزش یابی می‌شود.

دو معادله 12.71 و 12.73 را می‌توان برای تهیه معادله موج به کار برد، یعنی برای محاسبه نیروها و استرینهای طولی که در ارتعاشگر مغناطوتنگنده، هنگامی که بوسیله جریان متناوبی که در سیم پیچ اطراف آن عبور می‌کند پیدا می‌شوند، استفاده کرد. برعکس می‌توان معادله‌های نامبرده را برای محاسبه ولتاژ تولیدشده در سیم پیچ هنگامی که ابعاد ارتعاشگر در اثر وارد شدن نیروی خارجی مانند نیروی مربوط به موجهای آکوستیکی تغییر می‌کند به کار ببریم.

بعنوان مثالی ساده، نوسان میله‌ای به طول l را در نظر بگیریم که یک سر آن درگیر و سردیگرش آزاد باشد. اگر میدان مغناطیس خارجی ثابت بماند، یعنی اگر $H_i = 0$ باشد، معادله 12.73 می‌شود

$$B_i = \mu_i \mu_0 \Lambda \left(\frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right) \quad (12.74)$$

چون این معادله را در معادله 12.71 ببریم خواهیم داشت

$$F_{xi} = -S(Y - \mu_i \mu_0 \Lambda^2) \left(\frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right) \quad (12.75)$$

مدول مؤثر یا ننگ متعلق به میله از Y به مقدار زیر کاهش می‌یابد

$$Y' = Y(1 - k^2) \quad (12.76)$$

k ، ضریب تروش الکترومکانیکی ارتعاشگر مغناطوتنگنده مساوی است با

$$k = \sqrt{\mu_i \mu_0 \Lambda^2 / Y} = 2KB_0 \sqrt{\mu_i \mu_0} Y \quad (12.77)$$

معادله 12.76 یک حقیقت مهم فیزیکی را بیان می‌دارد، و آن این که وقتی شار پولاریزه کننده به چگالی B_0 در ماده مغناطوتنگنده وارد شود مدول یا ننگ آن را پایین می‌آورد. وقتی Y کاهش یافت و به Y' تبدیل گردید، سرعت طولی موجهای درون میله و در نتیجه فرکانس اصلی ارتعاش میله کاهش می‌یابد.

اگر سیم پیچی دور میله پیچیده شود از معادله 12.74 می‌توان برای محاسبه ولتاژی

که هنگام ارتعاش میله در سیم پیچ القا می شود استفاده کرد. یادآوری می شود که اگر شار پولاریزه کننده در میله وجود نداشته باشد ضریب Λ صفر خواهد بود. بنا بر این اگر بوسیله ای خاصیت مغناطیسی ماده مغناطوتنگنده را از بین ببریم، ارتعاشهای اجباری میله موجب پیدایش ولتاژ در سیم پیچ گرداگرد آن نخواهند شد.

همچنین معادله های مغناطوتنگش 12.71 و 12.73 را می توان برای اثبات این موضوع به کار برد که اگر جریان متناوب از مولد خارجی به درون سیم پیچی که ارتعاشگر را در بردارد جاری شود دامنه ارتعاش حاصل وقتی ماکسیمم خواهد شد که فرکانس جریان متناوب مساوی با فرکانس رزونانس ارتعاشگر باشد. بویژه اگر ارتعاشگر با فرکانسی مساوی فرکانس رزونانس اصلی خود رانده شده باشد، دامنه استرین دینامیکی حاصل آشکارا بزرگتر از دامنه ای است که از برقراری میدان پولاریزه کننده تابش به مقدار مساوی در ارتعاشگر پیدا می شود، و حتی ممکن است که تا حدود 100×10^{-6} برسد. اگر چه مقدار عددی این گونه استرین کوچک است، ولی استرس درونی همراه با آن کاملاً بزرگ است. چون مدول یانگ نیکل 2.11×10^{11} نیوتن بر متر مربع است، بنا بر این وقتی استرین 100×10^{-6} باشد این مقدار با استرسی به اندازه 2.1×10^7 نیوتن بر متر مربع مربوط می شود که معادل است با فشار 210 اتمسفر. این استرس بسیار زیاد نشان می دهد که ارتعاشگرهای مغناطوتنگنده بطور فوق العاده ای مناسبند که بعنوان راننده عناصر تراگذار سونار به کار روند.

ضریب k بطوری که با معادله 12.77 تعریف گردیده، بعنوان اندازه تروش مغناطوتنگنده ارتعاشگر مغناطوتنگنده عمل می کند، به همان طریقی که ضریب مشابه آن (معادله 12.5) دزمورد ارتعاشگرهای پیزوالکتریکی عمل می کرد. این ضریب میزان تروش را که ممکن است بین حرکت مکانیکی ارتعاشگر مغناطوتنگنده و جریان و ولتاژ سیم پیچ محیط بر آن وجود داشته باشد تعیین می کند. در تراگذار سونار مغناطوتنگنده کارآیی و فاکتور کیفیت Q یعنی تیزی پاسخ فرکانس هر دو تابع k هستند. چون ضریب مغناطوتنگش Λ و اضافه نفوذپذیری μ هر دو تابع چگالی شار پولاریزه کننده B هستند، آشکار است که ضریب k وقتی ماکسیمم می شود که ماده مورد نظر پولاریزه شده باشد، آنسان که حاصل ضرب $\mu \Lambda^2$ ماکسیمم شود. مقادیرهای نمونه برای کمیت های گوناگون مذکور در جدول 12.5 برای نیکلی که در اثر گرما نرم و سپس به کندی سرد شده باشد آمده است.

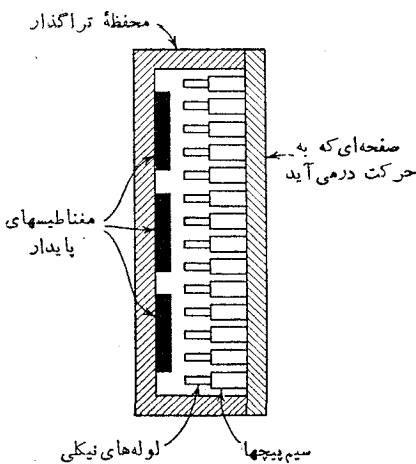
جدول 12.5 پایاهای مغناطوتنگش نمونه برای نیکلی که بر اثر گرما

نرم و سپس به کندی سرد شده باشد

B_0	μ_i	Λ	k
0.25	137	-4.8×10^6	0.14
0.4	78	-12.5×10^6	0.27
0.5	41	-20.0×10^6	0.31
0.6	25	-15.0×10^6	0.18

12.14 تراگذارهای مغناطو تنگنده. برای بهتر کردن کارایی تراگذارهای مغناطو تنگنده سونار معمولاً عنصر راننده آنها را با فرکانسی نزدیک یا مساوی با فرکانس رزونانس خودشان به کار می‌اندازند. این موضوع ضروری است زیرا فاکتور کیفیت Q که با مشخصات پهنای نوارمخنیهای پاسخ فرستنده همراه است معمولاً از 50 تجاوز می‌کند. در یکی از تراگذارهای معمولی از ارتعاشهای طولی لوله‌ها یا ورقه‌هایی که به صفحه فلزی مجاور با آب متصل گشته‌اند استفاده می‌کنند. برای اینکه انتقال انرژی از عناصر راننده به آب با کارایی بیشتری صورت گیرد لازم است که از طرف آب مناسبترین پاگیری آکوستیکی به حرکت دستگاه راننده وارد شود. طرحی که شامل لوله و صفحه است و در شکل 12.19 نموده شده یکی از راه‌هایی است که این منظور را عملی می‌کند. در اینجا عنصرهای راننده عبارتند از لوله‌های نیکی که طول هر یک ربع موج (درون نیکل) صوتی است که باید تاییده شود. تنها در یک تراگذار صدها از این نوع لوله قرار دارند که یک سر آنها آزاد و سر دیگرشان در صفحه فولادی دایره‌ای فرو رفته و خوابانیده شده است. ابعاد این صفحه طوری انتخاب می‌شود که فرکانس رزونانس تمام دستگاه مساوی یا نزدیک به فرکانس رزونانس لوله‌های تنها باشد. هر یک از لوله‌ها بوسیله سیم پیچ مخصوص به خود محاط گردیده و تمام سیم پیچها بوسیله جریانی که از

تقویت کننده توان به آنها می‌رسد در یک فاز به کار می‌افتند. میدان پولاریزه کننده بوسیله جریان پیوسته که مؤلفه جریان راننده است، یا بیشتر بوسیله مغناطیسه‌های پایداری که در محفظه مانع نفوذ آب در مقابل لوله‌ها قرار داده شده‌اند تأمین می‌گردد. نیروهای متناوب که در اثر واکنش نسبت به استرس در لوله‌ها پیدا می‌شوند توسط صفحه فلزی به آب مجاور انتقال می‌یابند. در طرح دیگری انبوهی از ورقه‌های فلزی به جای لوله‌ها به کار می‌رود، ولی از استعمال میله‌های توپر خودداری می‌ورزند. زیرا اتلاف در اثر جریانه‌های گردابی در آنها بیشتر است. تراگذارهایی که انبوهی از ورقه‌های نازک در آنها به کار رفته طوری طرح ریزی شده‌اند که طرف آزاد ورقه‌ها مستقیماً در مجاورت



شکل 12.19. مقطع یک تراگذار مغناطو تنگنده نمونه.

آب قرار گرفته، والبته قسمت دیگر آنها در محفظه‌ای از لاستیک نازک نصب گردیده است. از اجتماع انبوه ورقه‌ها می‌توان موزائیکی ساخت و آنها را در حاملهای خود طوری نصب کرد که سطح تابنده آن مسطح، استوانه‌ای یا کروی باشد.

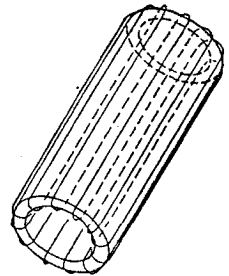
برتری اساسی تراگذارهای مغناطو تنگنده بر تراگذارهای پیزوالکتریکی در این است

که با ابعاد مشابه خشنتر و محکمتر از آنهاست، و بعلاوه ظرفیت و طاقت تحمل توان در آنها بیشتر است. Q ی آنها بزرگتر و منحنی رزونانس آنها تیزتر است، و بواسطه خاصیت اخیر نوفه زمین در آنها کمتر است، ولی فرکانس مورد عمل آنها منحصر می شود به فرکانسهایی که در نواری محدود قرار دارند. عیب دیگر آنها این است که لازم است همیشه پولاریزاسیون دائمی به مقدار مشخص را در آنها برای این که در شرایط مساعد و بهتری کار کنند تأمین کنیم. به خواننده توصیه می شود که به مدد رکی که در زیر ذکر شده برای مطالعه بحث کافی در باره اثرهای مغناطوتنگنده و کاربردهای آنها در ساختن تراگذارهای سونار رجوع کند.^۱

12.15 هیدروفونهای مغناطوتنگنده. از آنجا که اثر مغناطوتنگنده واگشت پذیر است، تراگذار شکل 12.19 را می توان بعنوان گیرنده نیز به کار برد. موجهای صوتی که به صفحه آن بر می خورند آن را به ارتعاش در می آورند و در نتیجه در لوله های متصل به آن تولید استرین و استرس می گردد. جریان متناوبی را که در سیم پیچها پیدا می شود می توان تقویت کرد و به دستگاه رسم کننده ای مانند اوسیلوگراف یا به ولتمتر متصل ساخت. عیناً مانند حالتی که فرستنده بود حساسیت تراگذار مغناطوتنگنده در گیرندگی فقط در حدود نوار باریکی از فرکانسهای زیاد است، و مرکز این نوار بر فرکانس رزونانس دستگاه قرار دارد. عنصر فعال گیرنده ای که در ساختمان انواع هیدروفونهای مغناطوتنگنده به کار می رود استوانه ای است که در شکل 12.20 نموده شده. در چنین هیدروفونها پاسخ گیرندگی آن وقتی ماکسیمم است که فرکانس ارتعاش با فرکانس اصلی ارتعاش شعاعی آن که با رابطه زیر تعیین شده مساوی باشد

$$f_0 = \frac{c}{2\pi a} \quad (12.78)$$

c سرعت انتشار موجهای طولی در جسمی است که استوانه از آن ساخته شده، و a شعاع استوانه است. بنا اینهمه، معمولاً این هیدروفونها در فرکانسهایی بسیار پایینتر از فرکانس رزونانس خود به کار می روند، و در نتیجه معادله پاسخ گیرندگی آنها که در بند آینده خواهیم کرد محدود است به استعمال فرکانسهایی که از آنکه توسط معادله 12.78 پیشبینی گردیده پایینتر است. فرض کنیم فشار آکوستیکی $p = P \cos \omega t$ بطور یکنواخت بر سطح استوانه به شعاع a و به طول l و کلفتی دیواره b رو به درون استوانه وارد باشد. این فشار آکوستیکی موجب تولید نیروی دایره ای محیطی به شکل



شکل 12.20. هیدروفون مغناطوتنگنده استوانه ای.

زیر در استوانه می‌گردد

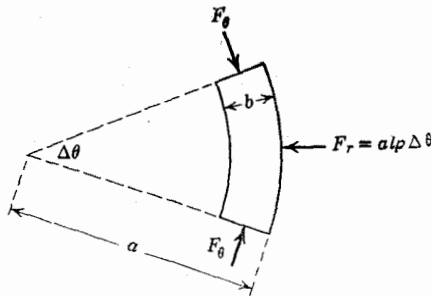
$$F_{\theta} = a l P \cos \omega t \quad (12.79)$$

معادله بالا را می‌توان بدینسان به دست آورد که فرض کنیم سه نیرو بر قطعه‌ای از استوانه به زاویه $\Delta\theta$ وارد می‌شوند تا آن را به حال تعادل نگاهدارند (شکل 12.21) در این صورت

$$2F_{\theta} \sin \frac{\Delta\theta}{2} \approx a l p \Delta\theta$$

که چون $\Delta\theta \rightarrow 0$ ، رابطه بالا به معادله 12.79 تبدیل می‌گردد. نیروی F_{θ} استرین محیطی $-F_{\theta}/blY'$ را تولید می‌کند که چون آن را به جای $(\partial\xi/\partial x)_i$ در معادله 12.74 بگذاریم می‌شود

$$B_i = -\frac{a}{b} \cdot \frac{\mu_i \mu_0 \Lambda}{Y'} P \cos \omega t \quad (12.80)$$



شکل 12.21. شکلی که رابطه بین استرسهای شعاعی در استوانه به استرسهای پیرامونی را نشان می‌دهد.

سرانجام چگالی شار متغیر در سیم پیچ که N دور دارد و به شکل چنبره‌وار در اطراف استوانه پیچیده شده و لذا e را به شکل زیر تولید می‌کند

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = N b l \frac{dB_i}{dt} = \frac{N \omega a l P \mu_i \mu_0 \Lambda}{Y'} \sin \omega t \quad (12.81)$$

حساسیت و لذا در مدار باز مربوط به آن می‌شود

$$\frac{E}{P} = \frac{N\omega a l \mu_i \mu_0 \Lambda}{Y'} \quad (12.82)$$

که بر حسب ولت بر متر مربع بیان می شود.

پاسخ گیرندگی که با معادله 12.82 داده شده به سه دلیل زیر محدود به فرکانسهای پایین است:

(1) فرکانس باید به حد کافی پایین باشد، بطوریکه قطر استوانه نسبت به طول موج صوتی که در مایع است و استوانه در آن فرورفته کوچک باشد تا بتوان فرض کرد که فشار آکوستیکی بطور یکنواخت و در حالی که در یک فاز است از تمام اطراف به سطح استوانه وارد می شود.

(2) فرکانس باید کاملاً پایینتر از فرکانس اصلی ارتعاش شعاعی استوانه باشد، تا بتوان فرض کرد استرین دایره ای نوعی است که بوسیله نیروی استاتیک تولید شده و به تنهایی برضد سختی الاستیک استوانه عمل می کند. وقتی به فرکانس رزونانس نزدیک شویم استرینهای استوانه را باید از نوع دینامیکی دانست که علاوه بر تابعیت از سختی تابع جرم و مقاومت مکانیکی نیز هستند. به علت کوچک بودن جرم می توان معادله 12.82 را در فرکانسهای بالاتر در مورد استوانه با دیواره نازک عمل کرد، و برعکس نمی توان این معادله را درباره استوانه با دیواره کلفت که شعاع خارجی آن به همان اندازه باشد به کار بست.

(3) بالاخره، فرکانس باید به اندازه کافی پایین باشد تا اتلاف مربوط به جریانهایی گردابی در ماده ای که از آن استوانه ساخته شده چشمپوشیدنی باشد.

بعنوان مثال، نمونه عنصر هیدروفونی را که از استوانه نیکی با اثر مغناطوتنگنده ساخته شده است و خصوصیتهای زیر را داراست در نظر می گیریم: طول 15 سانتیمتر و شعاع 1 سانتیمتر. فرکانس رزونانس ارتعاش شعاعی چنین استوانه ای در حدود 80 کیلو سیکل بر ثانیه است، و پاسخ گیرندگی آن برای فرکانس 20 کیلو سیکل بر ثانیه تقریباً -120db نسبت به یک ولت بر میکرو بار است. پاگیری الکتریکی که در آن ولتاژ بالا تولید می شود درست شده است از مقاومتی که با یک خودالقا بطور سری قرار گرفته. این پاگیری که معمولاً در حدود یکصد اهم است خیلی کمتر از پاگیری است که در آن در هیدروفون سرامیکی تولید ولتاژ می شود. در بعضی انواع هیدروفونها شار پولاریزه کننده دایره ای را بوسیله پولاریزه کننده خاصی به استوانه وارد می سازند و این کار بوسیله تپه کوتاه جریان پیوسته ای است که شار درونی باقیمانده را تولید می کند. شار قویتر را می توان بدین طریق درست کرد که استوانه را در طول شکاف داد و در شکاف آن میله مغناطیسی از آلنیکو نهاد. البته میله آلنیکو را باید بطور عرضی مغناطیسی کرد تا بتواند شار دایره ای درست کند. باید به یاد داشت که μ_r و Λ هر دو تابع چگالی شار پولاریزه کننده B_0 هستند. در نتیجه وقتی B_0 تغییر کند حساسیت هیدروفون مغناطوتنگنده

تغییر می‌کند. به همین دلیل ممکن است حساسیت هیدروفون مغناطو تنگنده مدرج شده، با زمان تغییر کند، و از اینرو در اندازه‌گیریهای دقیق می‌توان از آنها استفاده کرد.

12.16 اندازه‌گیری پاگیری تراگذارهای مغناطو تنگنده. روشی که برای اندازه‌گیری مشخصات تراگذارهای مغناطو تنگنده به کار می‌رود به آنچه در بخش 12.12 درباره تراگذارهای پیزوالکتریکی بیان کردیم شباهت بسیار دارد؛ مگر این که مناسبتر آن است که مطالعه تراگذارهای مغناطو تنگنده را با مفهوم پاگیری الکتریکی انجام دهیم نه با مفهوم گذارایی الکتریکی. مثلاً شکل 12.4 را می‌توان نماینده یک تراگذار مغناطو تنگنده دانست، و از اینرو

$$E = Z_I I + \phi_m U \quad (12.83)$$

$Z_E = 1/Y_E$ پاگیری در داده الکتریکی تراگذار باز داشته است و به $U=0$ تعلق دارد، ϕ_M عامل تبدیل مختلطی است که ولتاژ مغناطو تنگنده تولید شده در مدار باز طرف الکتریکی تراگذار را به سرعت مولد، U ، ارتباط می‌دهد. به سبب جریانهای گردابی و پدیده پسماندا مغناطیسی، ولتاژ پدید آمده با سرعت مولد همفاز نیست، و از اینرو ϕ_m باید مختلط باشد. معادله مربوط که نیروی وارد بر طرف مکانیکی تراگذار را به دست می‌دهد چنین است

$$F = -\phi_m I + Z_m U \quad (12.84)$$

چون معادله‌های 12.83 و 12.84 را با معادله 12.34 به طریقی ترکیب کنیم که F و U حذف گردند می‌توان ثابت کرد که امپدانس در داده تراگذار از معادله زیر به دست می‌آید

$$Z_I = Z_E + \frac{\phi_m^2}{Z_m + Z} \quad (12.85)$$

آخرین جمله این معادله، پاگیری حرکتی تراگذار را می‌نماید که مشابه است با معادله 12.36 برای گذارایی حرکتی؛ به استثنای اینکه ϕ_m مختلط است و تابع پارامترهای مختلف می‌باشد.

با روشهایی همانند آنچه که برای نوشتن معادله 12.65 به کار بردیم می‌توان معادله‌ای به دست آورد که بتوان بوسیله آن کار آیی رزونانس تراگذار مغناطو تنگنده را به کمک مقدارهای پاگیری در داده آن که در هوا و آب اندازه‌گیری شده باشد محاسبه کرد. معادله‌ای که حاصل می‌شود چنین است

$$\eta = \frac{D_W(D_A - D_W)}{R_I D_A} \quad (12.86)$$

D_A قطر دایره پاگیری حرکتی در هوا و D_W قطر دایره پاگیری حرکتی در آب است، و R_I

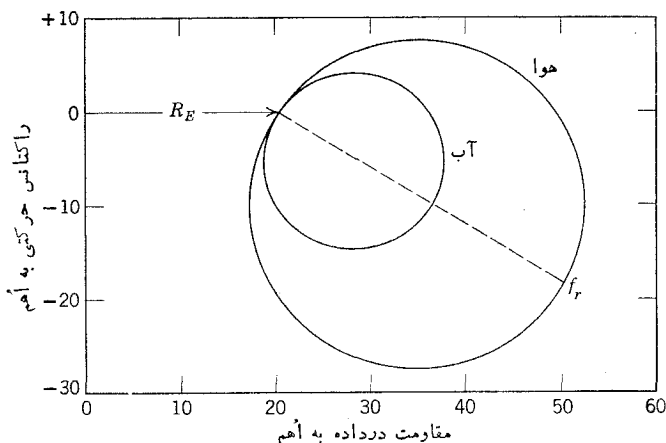
مؤلفه مقاومتی پاگیری در داده کلی آب است. در شکل 12.22 منحنیهای نمونه برای نشان دادن پاگیری حرکتی تراگذار مغناطوتنگنده در آب و در هوا رسم گردیده است. باید در نظر داشت که چون ϕ_m مختلط است بردار پاگیری حرکتی در حالت رزونانس افقی نیست، بلکه با زاویه ψ_m زیر خط افقی قرار دارد. نتیجه آنکه در حالت رزونانس مقاومت درونی فقط حاصل جمع مقاومت بازداشته R_E و D_W نیست، بلکه چنین است

$$R_I = R_E + D_W \cos \psi_m \quad (12.87)$$

چون مقادارهای اندازه گیری شده را از شکل 12.22 بیرون آوریم و در معادله 12.86 ببریم کارآیی رزونانس می شود

$$\eta = \frac{17(35 - 17)}{(20 + 17 \cos 30)35} = 0.25$$

که نمونه تراگذارهای مغناطوتنگنده است.



شکل 12.22. نمونه دایره‌های پاگیری حرکتی که برای تراگذارهای مغناطوتنگنده در هوا و در آب رسم گردیده‌اند.

سرانجام چون ϕ_m تابع k یعنی ضریب تروش الکترومکانیکی است، و در نتیجه همه جمله‌های معادله 12.86 تابع این ضریبند، دیده می شود که هرگاه k زیاد شود کارآیی تراگذار مغناطوتنگنده نیز افزایش می یابد. پس برای این که کارآیی تراگذار مغناطوتنگنده را افزایش دهیم لازم است که مطلوبترین شار پولاریزه کننده B_0 را برگزینیم.

مسائل

12.1. يك قطعه بلور کوارتز با برش X با رویه فلزی ابعاد زیر را دارد. $l_x = 0.005m$, $l_y = 0.03m$ و $l_z = 0.01m$. اگر اختلاف پتانسیل ثابت 100 ولت بین دو رویه فلزی آن قرار دهیم استرین طولی $(\partial\eta/\partial y)$ وقتی که بلور را مقید نکرده باشیم چه اندازه است؟ (b) اگر بلور را طوری در قید بگذاریم که نتواند انبساط طولی کند استرسی که در آن پیدا می شود چقدر است؟ (c) انرژی مکانیکی تغییر شکل بلور آزاد چه مقدار است؟

12.2. (a) معادله ای بنویسید که چگالی بار الکتریکی واقع بر رویه فلزی بلور کوارتز با برش X را که در حالت کوتاه مداری است نشان دهد، در صورتی که نیروی طولی ثابت F_y به موازات محور y بر آن وارد شده باشد. (b) بلور کوارتز با برش X به طول $5.00cm$ ، به عرض $1.00cm$ و به کلفتی $0.50cm$ در دست است. اگر یکی از رویه های فلزی را کوتاه مدار کنیم و نیروی طولی 1000 نیوتن بر آن وارد سازیم، چه مقدار بار الکتریکی بر روی آن پیدا می شود؟ (c) اگر رویه های فلزی کوتاه مدار نشده باشند هنگامی که نیروی سابق را وارد می سازیم اختلاف پتانسیلی که بین دو رویه فلزی پیدا می شود چه اندازه است؟ **12.3.** فرض کنیم بلور مسئله 12.1 را از یک سو درگیر و از سوی دیگر آزاد بگذاریم.

(a) فرکانس اصلی ارتعاشهای طولی آن چقدر می شود؟ برای مدار معادل شکل 12.3 مقادیر عددی را جهت عنصرهای الکتریکی مدار الکتریکی معادل حساب کنید. فرض کنید که بار مقاومت مکانیکی بلور مقداری است که فاکتور کیفیت Q را برابر با 20,000 می سازد.

12.4. (a) ثابت کنید ترکیب LC که بوسیله معادله های 12.30 و 12.31 داده شده می تواند جمله مربوط به راکتانس معادله 12.29 را در نزدیکی فرکانس رزونانس اصلی نمایش دهد؛ یعنی برای kl_y که نزدیک به $\pi/2$ باشد. (b) يك معادله کلی پیدا کنید که نسبت راکتانس ترکیبی LC بالا را به آنچه در معادله 12.9 داده شده معین کند. (c) مقدار عددی این نسبت را به ازای $kl_y = \pi/4$ بیابید.

12.5. ثابت کنید که بردار مختلط Y_M در معادله 12.36 نماینده گذارایی ارتعاشگر پیزوالکتریکی است و چون مقدار فرکانس از صفر تا ∞ تغییر کند دایره ای به قطر $\phi^2(R_r + R_m)$ رسم می کند.

12.6. چند قطعه بلور کوارتز با برش X در تراگذار سونار موزائیکی نصب شده است، که هر يك به طول $0.06m$ ، به عرض $0.02m$ ، و کلفتی $0.006m$ است. فرکانس اصلی ارتعاش طولی آنها را تعیین کنید. فرض کنیم که هر کدام از بلورها از يك طرف به صفحه سختی متصل باشد و از طرف دیگر در آب واقع باشد و در آن ارتعاش می فرستد. (b) اگر این تراگذار موزائیکی از 400 قطعه از این بلور که بطور متوازی نصب شده باشند تشکیل یافته باشد معین کنید هر گاه با ریشه دوم متوسط مربعات اختلاف پتانسیل 100 ولت رانده

شود جمع کل توانی که به بیرون می‌تاباند چقدر خواهد بود؟ (c) در داده‌ی تراگذار در حالت رزونانس چه مقدار است؟

12.7. نظیر محاسبه‌هایی را که در مسئله 12.6 خواسته شده برای تراگذار مشابهی که ارتعاشگرهای آن بلورهای ADP با برش $45^\circ Z$ باشند انجام دهید.

12.8. نظیر محاسبه‌هایی را که در مسئله 12.6 خواسته شده برای تراگذار مشابهی که ارتعاشگرهای آن از میله‌های سرامیک تیتانات دوباریم ساخته شده باشند انجام دهید.

12.9. محاسبه‌های مسئله 12.2 را در مورد بلور نمک راشل با برش $45^\circ X$ ، به ابعاد $5.0 \times 1.0 \times 0.5 \text{ cm}$ انجام دهید و نتیجه را با آنچه در باره بلور کوارتز با برش X پیدا شده مقایسه کنید.

12.10. محاسبه‌های مسئله 12.3 را در مورد بلور نمک راشل با برش $45^\circ Y$ به ابعاد $0.03 \times 0.01 \times 0.005 \text{ m}$ انجام دهید و نتیجه را با آنچه در باره کوارتز مشابه با برش X به دست آمده مقایسه کنید.

12.11. يك تراگذار موازی یکی مربع به ابعاد $25 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ دارای 250 ارتعاشگر است. هر يك از آنها قطعه‌ای بلور ADP با برش $45^\circ Z$ است که ابعادش 4.0 سانتیمتر طول، 2.5 سانتیمتر عرض، و 1.0 سانتیمتر کلفتی تعیین گشته است. يك طرف هر يك از قطعه‌ها در صفحه سختی درگیر است و سر دیگر آن که در آب قرار دارد برای ارتعاش آزاد است. (a) فرکانس رزونانس تراگذار چه اندازه است؟ (b) اگر فرض کنیم که ارتعاشگرها بطور موازی به یکدیگر اتصال داده شده‌اند گذارایی در داده‌ی تراگذار را در حالت رزونانس بیابید. (c) چه ولتاژی باید در تراگذار برقرار کرد تا بتواند در حالت رزونانس 625 وات به بیرون بتاباند؟ (d) اگر ولتاژ در داده ثابت بماند در چه فرکانس باز داده تراگذار به اندازه 3 db از آنچه در حالت رزونانس داشت کمتر می‌شود؟ (e) قطر دایره گذارایی حرکتی تراگذار چه اندازه است؟ (f) فاکتور کیفیت Q متعلق به این تراگذار را بیابید.

12.12. (a) استرین $\partial \xi / \partial x$ مربوط به کلفتی که در اثر برقراری اختلاف پتانسیل 100 ولت بر بلور آزاد مسئله 12.1 وارد می‌شود چه اندازه است؟ (b) اگر مانع شویم که بلور در طول کلفتی خود انبساط یابد استرس مربوط به کلفتی آن چه اندازه می‌شود؟ (c) هر گاه نیروی ثابت 100 نیوتن عمود بر امتداد کلفتی بر آن وارد شود چه اختلاف پتانسیلی بین دو سطح با رویه فلزی بلور پیدا می‌شود؟

12.13. (a) در بلور کوارتز نیم‌موج با برش X که کلفتی آن 3 میلی‌متر باشد فرکانس اصلی ارتعاش مربوط به کلفتی چه اندازه است؟ (b) اگر بخواهیم این بلور در حالت رزونانس 5 وات بر سانتیمتر مربع توان در آب بفرستد چه ولتاژی باید بین دو سطح پوشیده شده از لایه فلزی بگذاریم؟ (c) اگر دامنه ارتعاش سطح پوشیده از لایه فلزی هنگامی که در هوا واقع است برابر باشد با دامنه ارتعاش همین سطح هنگامی که در آب بود به هر سانتیمتر مربع از هوا چند وات توان می‌فرستد؟

12.14. قسمتهای (a) و (b) مسئله 12.13 را در باره ارتعاشگر سرامیکی که از

تیتانات دوباریم به کلفتی $3mm$ ساخته شده تکرار کنید.

12.15. مقدار $(\partial \xi / \partial x)$ را بین معادله‌های 12.46 و 12.47 حذف کنید و ثابت کنید که ضریب تروشلکترومکانیکی ارتعاش مربوط به کلفتی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$k = \sqrt{\frac{e_{11}^2}{\epsilon_x \epsilon_0 c_{11}}}$$

(b) مقدار عددی k را برای کوارتز با برش X که ارتعاش مربوط به کلفتی را انجام می‌دهد حساب کنید و آن را با مقداری که برای ارتعاشگر طولی همان بلور پیدا می‌شود مقایسه کنید. (c) مقدار عددی k را برای ارتعاشگر مربوط به کلفتی که از تیتانات دوباریم ساخته شده باشد محاسبه کنید و آن را با مقداری که برای ارتعاشگر طولی همان جسم پیدا می‌شود مقایسه کنید.

12.16. تراگذار مربعی مفروض است که یک طرف آن $0.05m$ کلفتیش $0.01m$ است و از تیتانات دوباریم ساخته شده است. پشت تراگذار در هواست. و سر دیگر آن در آب مشغول تابش است. (a) فرکانس رزونانس اصلی این تراگذار چه مقدار است؟ (b) اگر بخواهیم این تراگذار توانی آکوستیکی به اندازه 100 وات در فرکانس رزونانس داشته باشد چه ولتاژی باید بر آن وارد سازیم؟ (c) گذارایی در داده تراگذار در حالت رزونانس چه اندازه است؟ (d) فرض کنیم بر تراگذار ولتاژ ثابتی وارد آوریم، معلوم کنید پهنای باند فرکانس چه اندازه باشد تا وقتی تراگذار با آن فرکانسها ارتعاش می‌کند باز داده آن نسبت به وقتی که به حالت رزونانس است بیش از $3db$ پایینتر نباشد؟

12.17. (a) ثابت کنید که برای کوارتزی که ارتعاش طولی می‌کند و یک طرفش درگیر است رابطه $k^2 / \phi = d_{12}^2 / \epsilon_x \epsilon_0 l_z$ برقرار است. (b) ثابت کنید که ولتاژ باز داده کوارتز ارتعاشگر طولی که بعنوان عنصر گیرنده به کار می‌رود متناسب است با کلفتی آن. (c) در مورد کوارتزی که ارتعاش طولی می‌کند و بعنوان عنصر گیرنده به کار می‌رود و ابعاد آن عبارتند از $0.5cm$ کلفتی، $1cm$ عرض، و $5cm$ طول پاسخ ولتاژ مدار باز در فرکانسهای پایین چه مقدار است؟

12.18. ثابت کنید که پاسخ گیرندگی در فرکانسهای پایین متعلق به کوارتز با برش X که ارتعاش طولی انجام می‌دهد و یک سر آن درگیر است با رابطه $E/P = d_{12}^2 l_x / \epsilon_x \epsilon_0$ داده می‌شود. (b) ثابت کنید که پاسخ گیرندگی در حالت رزونانس متعلق به این ارتعاشگر از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{E}{P} = \frac{d_{12}^2 l_x}{\epsilon_x \epsilon_0 k^2 (1 + \omega_1^2 C_0^2 R^2)^{1/2}}$$

R مقاومت حرکتی است. (c) نسبت پاسخ گیرندگی در حالت رزونانس و حالت ارتعاش فرکانس پایین را برای ارتعاشگر طولی قسمت (c) از مسئله 12.17 بیابید.

12.19. (a) ارتعاشگری داریم که ارتعاش مربوط به کلفتی را در فرکانس پایین انجام

می‌دهد. سطح آن S و کلفتی آن t است، و فشار صوتی بر هر دو سطح آن وارد می‌شود. در این شرایط معادله‌ای کلی برای پاسخ‌گیرندگی آن در فرکانس پایین بنویسید. (b) اگر این ارتعاشگر قرصی از تیتانات دو باریم به سطح $0.0004m^2$ و به کلفتی $0.002m$ باشد اندازه عددی پاسخ‌گیرندگی آن چه مقدار است؟

12.20. ارتعاشگری از بلور کوارتز با برش X به درازای $0.04m$ ، پهنای $0.0075m$ ، و کلفتی $0.0015m$ است. وقتی بلور در هوا ارتعاش می‌کند فاکتور کیفیت (Q) آن 50,000 است. (a) فرکانس رزونانس اصلی آن وقتی که در هوا ارتعاش طولی انجام می‌دهد چقدر است؟ فرض کنید که بلور از یک طرف آزاد و از طرف دیگر درگیر باشد. (b) در چه فرکانسی گذارایی در داده می‌نیم است؟ (c) مقاومت حرکتی آن بر حسب اهم چه اندازه است؟

12.21. برای بلور ارتعاشگری که در هوا قرار دارد اندازه‌های زیر به دست آمده‌اند: در فرکانس 20 کیلوسیکل بر ثانیه رسانایی در داده چشم‌پوشیدنی است، ولی برگیرایی آن $400\mu mho$ است. در فرکانس 45 کیلوسیکل بر ثانیه گذارایی در داده با مقدارهای $G_1 = 500\mu mho$ و $B_1 = 900\mu mho$ ماکسیمم است. در فرکانس 46.5 کیلوسیکل بر ثانیه گذارایی در داده می‌نیم است. (a) با استفاده از معلومات ذکر شده اندازه عددی C_0 ، C ، L ، و R مدار الکتریکی معادل را حساب کنید. (b) فاکتور کیفیت (Q) این بلور چه اندازه است؟ (c) ضریب تروش الکترومکانیکی k متعلق به این بلور چه مقدار است؟

12.22. (a) اگر $K = -1.0 \times 10^{-4}$ باشد، منحنی نمایش تغییرات استرین مغناطوتنگنده استاتیک را برای میله‌ای از نیکل بر حسب چگالی شار B رسم کنید، و نتیجه را با شکل 12.17 مقایسه کنید. (b) مقدار پایای مغناطوتنگش Λ برای چگالی شار 0.3 و بر بر متر مربع چه اندازه است؟ (c) اگر $\mu_r = 100$ باشد ضریب تروش الکترومکانیکی k را در شرایط بالا حساب کنید. (d) اگر این میله نیکلی را با چگالی شار 0.3 و بر بر متر مربع در حالی که از انقباض آن جلوگیری می‌کنیم مغناطیس کنیم استرس استاتیکی که در میله پیدا می‌شود چه اندازه است؟

12.23. یک ارتعاشگر طولی مغناطوتنگنده از لوله نیکلی به ابعاد $0.06m$ طول، $0.005m$ شعاع درونی، و $0.0005m$ کلفتی دیواره است. این لوله تا چگالی شار 0.4 و بر بر متر مربع پولاریزه شده است، اضافه نفوذپذیری حاصل $\mu_r = 80$ و پایای مغناطوتنگنده $\Lambda = -12.0 \times 10^6$ است. (a) اندازه عددی پایای تناسب K را پیدا کنید. (b) اگر لوله تا چگالی شار 0.4 و بر بر متر مربع پولاریزه گردد تغییر طول دائمی لوله چه مقدار خواهد شد؟ (c) اگر بخواهیم از تغییر طول جلوگیری کنیم چه نیروی کششی را باید به کار بریم؟ (d) اگر میدان خارجی اضافی مغناطیس‌کننده $H_i = 600$ آمپر-دور بر متر طوری بر لوله وارد شود که در امتداد محور آن بطور یکنواخت باشد، مقدار اضافه تغییر طول چقدر خواهد شد؟ (e) چه نیروی کشش اضافی لازم است تا از تغییر طول لوله که در حالت (d) گفته شده جلوگیری به عمل آید؟

12.24. معادله‌ای کلی بنویسید که تغییر اضافی استرین طولی را که در ارتعاشگر مغناطوتنگنده پولا ریزه کننده بوسیله اضافه میدان استاتیک پولا ریزه کننده H_i پیدا می شود بیان کند. فرض این است که لوله از دوطرف آزاد باشد.

12.25. (a) لوله مغناطوتنگنده نیکی مسئله 12.23 در دست است. يك سر آن بطور محکم به صفحه نسبتاً بی حرکتی که صفحه رانده شده تراگذار سونار است چسبیده، و طرف دیگر آن آزاد است. فرکانس اصلی ارتعاشهای طولی لوله پولا ریزه را پیدا کنید. (b) وقتی بعنوان گیرنده استعمال می شود ارتعاشهای طولی اجباری لوله را می توان با رابطه $\xi = A \sin(\pi x/2l) \cos \omega_1 t$ نمایش داد، که در آن l طول لوله، A دامنه ارتعاش طرف آزاد آن، و ω_1 فرکانس رزونانس است. اگر $A = 10^{-6}$ متر باشد و سیم بیچ 200 دور در تمام طول لوله بطور یکنواخت در يك طبقه پیچیده شده باشد، مقدار ولتاژ مدار باز که در آن تولید می گردد چه اندازه است؟

12.26. (a) با قبول پیدا شدن نیروی برگرداننده شعاعی مؤثر در بدنه لوله که همراه با نیروهای پیرامونی وارد بر آن وجود پیدا می کند ثابت کنید که فرکانس اصلی ارتعاشهای شعاعی بدنه استوانه نازک بوسیله معادله 12.78 داده می شود. و بدینسان بررسی کنید که استوانه را نوسانگر ساده‌ای فرض کنید که فرکانس ارتعاشهای شعاعی آن بوسیله نسبت سختی مؤثر شعاعی به جرمش تعیین گردد. (b) شعاع متوسط استوانه پولا ریزه نیکی چه مقدار باشد تا فرکانس اصلی ارتعاشهای شعاعی آن 50 کیلو سیکل بر ثانیه بشود. (c) اگر نیکل پولا ریزه شده باشد، چنانکه پایای مغناطوتنگش آن $\Lambda = -25 \times 10^6$ و اضافه نفوذ پذیری آن $\mu_i = 30$ گردد در فرکانس آن چه تغییری می شود؟

12.27. می خواهیم هیدروفون مغناطوتنگنده نیکی درست کنیم که طول بدنه استوانه شکل آن 20 سانتیمتر و قطر متوسط آن 5 سانتیمتر باشد. نیکل به کار رفته پولا ریزه شده، چنانکه پایای مغناطوتنگش آن $\Lambda = -5 \times 10^6$ و اضافه نفوذ پذیری آن $\mu_i = 100$ است. سیم پیچی که تعداد دور آن 100 است بطور چنبر وار بر محیط آن پیچیده شده است. (a) فرکانس اصلی ارتعاشهای شعاعی استوانه چقدر است؟ (b) پاسخ ولتاژ مدار باز هیدروفون در فرکانس پایین بر حسب ولت بر نیوتن بر متر مربع چه اندازه است؟ (c) پاسخ قسمت (b) را بر حسب 1 ولت بر میکرو بار بر حسب db بنویسید.

12.28. ثابت کنید که معادله های 12.83 و 12.84 ممکن است برای بیان خصوصیتهای بلندگوی باتابش مستقیم به کار رود. عبارت متناسب Φ_m برای بلندگو به چه شکل است؟

12.29. يك تراگذار مغناطوتنگش با مشخصات زیر مفروض است: مقاومت الکتریکی هنگامی که تراگذار درگیر باشد R_E برابر 20 اهم است و قطر دایره پایگیری حرکتی که در هوا اندازه گیری شده $D_A = 35$ اهم که در حالت رزونانس به اندازه زاویه ψ_m برابر با 30° زیر خط افقی قرار گرفته است. (a) با ماکسیمم کردن معادله 12.86 مقدار عددی دایره پایگیری حرکتی آن را در آب که حداکثر کار آیی را می دهد پیدا کنید. (b) مقدار کار آیی ماکسیمم مؤثر چه اندازه است؟

گفتار، شنوایی^۲،و نوفه^۳

13.1 پیشگفتار. در فصلهای گذشته این کتاب در باره اصول تولید، تراگیل، و دریافت موجهای صوتی بحث کرده‌ایم. تمام صوتهای مهم طبیعی را ممکن است عملاً به سه دسته گفتار، موسیقی، و نوفه تقسیم کرد. شنوایی روش طبیعی دریافت این گونه صوتهاست، و مخصوصاً آخرین مفهوم بیشتر ادوات آکوستیکی که شامل تولید مصنوعی صوت نیز هست به شنوایی ختم می‌گردد. بنابراین برای این که بتوانیم یک سیستم شایسته آکوستیکی را برای تولید صوت طرح بریزیم لازم است مقداری در باره خصوصیت‌های بنیادی گفتار و شنوایی بدانیم. تا کنون بسیاری اطلاعات با ارزش فیزیکی، فیزیولوژیکی و روانشناختی^۴ در باره این موضوعها جمع‌آوری شده‌اند. ولی طرح همه مطالبی که امکان وابستگی به این موضوع را دارند در این کتاب خواسته نیست. برای به دست آوردن اطلاعات سرشاری بیشتر از آنچه در این کتاب ذکر شده توصیه می‌گردد که خواننده به مدرکهای زیر رجوع کند. ۲۰۶،۵

این فصل را اصولاً محدود می‌کنیم به بحث در باره خصوصیت‌های صوتهایی که بوسیله انسان تولید می‌شوند، و همچنین در باره توانایی گوش انسان در گرفتن این صوتها، یا در باره

1) speech 2) hearing

۳) noise. I) در الکترونیک: آشفتگی الکتریکی نامطلوب در «باند فرکانس» سودمند. II) در آکوستیک: هر صوت خارجی یا غیرذاتی که در گرفتن صوتهای مطلوب اختلال ایجاد کند. تداخل غالباً، ولی نه همیشه، نوفه پدید می‌آورد. [نوفه (بروزن کوفه) شور و غوغا و صدا و آواز بلند را گویند (برهان قاطع). مصدر «نوفیدن» نیز ضبط شده است.] - م.

- 4) psychological 5) Fletcher *Speech and Hearing in Communication*, D. Van Nostrand Co. (1953). 6) Rosenblith and Stevens, *Handbook of Acoustic Noise Control*, Vol. II, «Noise and Man», WADC Technical Report 52-204(1953).
7) Harris, *Handbook of Noise Control*, Chs. 4-9, Mc Graw-Hill Book Co. (1957).

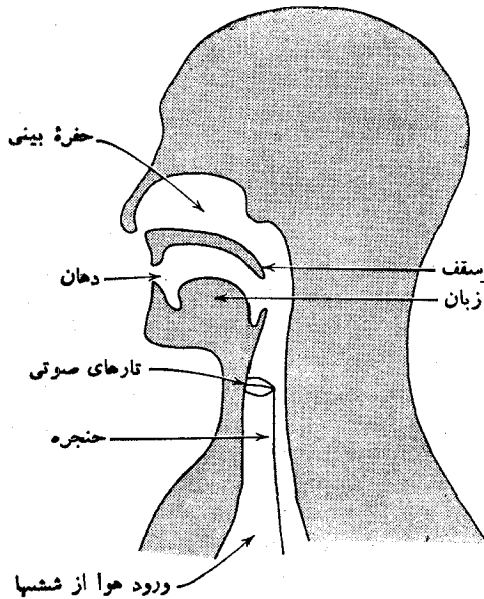
صداهاى دلخواه ديگرى از قبيل صوت موسيقى وغيره، و تداخل صداهاى ناخواسته و مزاحم، يا نوفه، در موقع گرفتن صوت با صداهاى نامبرده بحث مى‌کنيم. خصوصيتهاى آکوستيکى صوتهاى گفتار، موسيقى، يا نوفه را مى‌توان با دقت بسيار بوسيلهٔ اسبابهاى استاندارد، از قبيل ميكروفون، دستگاه تجزيه‌کنندهٔ فرکانس، اوسيلوگراف، و غيره اندازه گرفت. نتيجه‌هاى اين گونه اندازه‌گيرىها را مى‌توان برحسب پارامترهاى دقيق فزيکى از قبيل فرکانس، توان، تراز فشار، زمان ادامهٔ صوت و غيره بيان کرد. برخلاف آنها خصوصيتهاى نهايى و توضيحي سازوکار شنوايى آدمى را نمى‌توان برحسب پارامترهاى فزيکى مشخص و محسوس بيان کرد. بجای انجام اين کار بايد آنها را توسط آزمايشهاى عملى که توانايى گوش متوسط را در شرايط مفروض يا معلومى به پيشبينيهاى آمارى منجر مى‌سازد مشخص ساخت. مثلاً وقتى که شخص برآى اندازه‌گيرى احساس فزيولوژيکى بلندى^۱ کوشش مى‌کند ممکن است شنوندگانى را پيدا کند که با دقت شگفت‌انگيزى مى‌توانند بلندى نسبي دو صوت با فرکانس گوناگون را تشخيص دهند. باچنين پژوهشهاى مى‌تواند برآى ارتباط پارامترهاى فزيکى، مانند شدت و فرکانس با بلندى که خاصيتى فزيولوژيکى است، منحنى تبديل را رسم کند. پژوهشهاى مشابهى از اين قبيل شخص را قادر مى‌سازد که ارزشهاى نمونهٔ معينى برآى تعيين کمترين اختلاف بين دو فرکانس يا بين دو شدت را مشخص سازد، يا آنکه برآى تشخيص حداقل شدت قابل درک يا شدت آستانهٔ درد ميزانى تعيين کند. نتيجهٔ اين گونه آزمايشها که پايهٔ آنها اصولاً بر طبيعت فزيولوژيکى نهاده شده نامشخص است، زيرا نمى‌توان يقين داشت که همهٔ عاملهاى متغير لازم و مستقلى که تمايل ذهنى و وضعيتى که آزمايش در آن انجام يافته نيز جزء آنهاست در حين آزمايش ثابت مانده باشند. بنا بر اين درموقع خواندن مطالبى که در زير در بارهٔ شنوايى نوشته مى‌شود، همچنين در بارهٔ تعبيراتى که از منحنىها مى‌شود بايد خواننده به ياد داشته باشد که اين معلومات را اشخاص مخصوصى با به کار بردن محرك مخصوصى در بارهٔ شنوندگان مخصوصى و در اوضاع و احوال مخصوصى به دست آورده‌اند. در نتيجه وقتى آزمايشگران ديگرى کوشش کنند که يکى از آن آزمايشها را تکرار کنند ممکن است نتيجه‌هاى به دست آورند که با دستاوردهاى ديگران فرق اساسى داشته باشد؛ مگر اينکه تمام عوامل آزمايش ديگران را بطور دقيق در آزمايشهاى خود به کار برند.

13.2 سازوکار^۲ صوت. انرژی آکوستيکى که همراه گفتار است در ماهيچه‌هاى سينه منشأ مى‌گيرد. اين ماهيچه‌ها هنگام انقباض هوا را از ششها به سوى اجزای مختلفى که سازوکار صوتى را تشکيل مى‌دهند روانه مى‌سازند (شکل 13.1). اين جريان دائم هوا را

1) loudness

(۲) mechanism. (۱) دستگاهى متشکل از اجزایى که با هم برای پديد آوردن اثرى کار مى‌کنند؛ فراروند يا تکنیکى برای به دست آوردن نتيجه‌اى بر اثر همکارى، (۲) عمل يا کنش مکانيکى، (۳) فراروندى طبيعى که ماشين پنداشته مى‌شود يا انجام شدنش بنا بر قانونهاى مکانيکى است، (۴) فراروند اساسى فزيکى يا شيميايى که متضمن يا مشمول کنش، واکنش يا پديدۀ طبيعى ديگرى است. - ۴۰.

می‌توان حامل انرژی دانست که باید از حیث سرعت و فشار برای تولید صوت دگر آهنگیده^۱ شود این دگر آهنگش لازم به یکی از دو طریق اساسی که به تولید صوتهای با صدای^۲ و بی صدای^۳ منجر می‌شود انجام می‌گیرد.

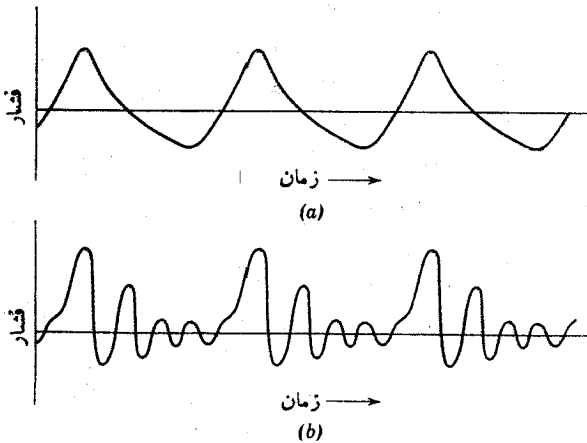


شکل 13.1. مقطع عرضی سر که عناصر مهم سازوکار صوتی را نشان می‌دهد.

صوت با صدا شامل حرکات حروف مصوت گفتار معمولی و همچنین آهنگهای مخصوص صداهای آوازه‌خوانی است. عامل اصلی دگر آهنگش صوتهای صدا دار نای است که تارهای صوتی در عرض آن کشیده شده‌اند. تارهای صوتی تشکیل یافته‌اند از دونوار پرده مانند که دیافراگمی شکاف دار را درست می‌کنند و بواسطه باز و بسته شدن این شکاف در اثر ارتعاش جریان هوا دگر آهنگیده می‌شود. طول سوراخ وسط دیافراگم که هنگام عمل به شکاف تبدیل

(۱) modulated، صفت مفعولی مصدر «دگر آهنگیدن» [در انگلیسی to modulate، از اصل لاتینی *modulus* به معنای «مقدار کم»، «نوا»، «آهنگ»]. در فیزیک: (I) تغییر دادن برخی از مشخصات یک موج (مثلاً، دامنه، فرکانس، فاز) هماهنگ با تغییر مشخصات موجی دیگر، برای فرستادن سیگنالهای صوتی در مختاربات بیسیم. (II) تغییر دادن سرعت الکترونها در تابع الکترونی. در موسیقی: (I) گذر از یک دستگاه به دستگاه دیگر (مانند گذر از دستگاه ماهر به شور). (II) «تحریر». در برابر modulation «دگر آهنگش» گذاشته‌ایم. [آهنگ: «نغمه»، «گونه»، «روش»، «قصه». در فرهنگ آندراج به معناهای زیر آمده: «کوک»، «موافق»، «مقام»]. - م.

می‌گردد (در مردان 2.5 سانتیمتر و در زنان 1.5 سانتیمتر) و کشتی که تارهای صوتی با آن کشیده می‌شوند فرکانس اصلی دگرآهنگش را معین می‌کنند. عمل تارهای صوتی این است که تغییرات سرعت و فشار جریان دگرآهنگیده را به شکل منحنی دندانانه **اره‌ای** در می‌آورد (شکل 13.2a). وقتی منحنی دندانانه **اره‌ای** را به کمک سری فوریه^۱ تجزیه کنیم دیده می‌شود که عده زیادی هارمونیکهایی که از حیث فرکانس با هم ارتباط دارند در آن منحنی قرار گرفته‌اند.



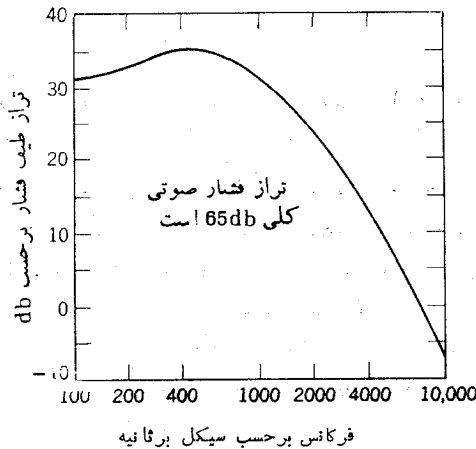
شکل 13.2. (a) فشار آکوستیکی بازداده تارهای صوتی. (b) فشار آکوستیکی بازداده برای مصوت a در واژه father.

حفره‌های متعددی که در حکم رزوناتور هستند و همچنین سوراخهای بینی و حفره‌های گلو و دهان بر رویهم یک شبکه آکوستیکی تشکیل می‌دهند که موجهای فشار را دوباره دگرآهنگیده می‌کنند (شکل 13.2a). بسیاری از این پارامترها را می‌توانیم به میل خود کنترل کنیم، یعنی با تغییر دادن وضعیت زبان یا با تغییر شکل لبها می‌توان تعداد زیادی صوت با صدا تولید کرد. شکل 13.2b نشان می‌دهد که صدای بیرون آمده از تارهای صوتی را چگونه باید تغییر داد تا حرف مصوت a متعلق به واژه father [پدر] ادا گردد.

همچنین سازوکار صوتی می‌تواند صدا را بدون استفاده از تارهای صوتی تولید کند. این گونه صوتها را صوتهای تنفسی می‌نامند. مثلاً اگر هوا را بطور دائم با فشار توأم با تنفس از ششها خارج سازیم صدایی مانند هیس تولید می‌شود که شبیه به صدای فرار بخار است. ظاهراً این صدا بواسطه اغتشاشی است که در جریان هوا هنگام عبور از مسیر نامنظم دستگاه صوتی پیدا می‌شود. علاوه بر این گونه صوتها شامل صامت‌های بیصدای **ماثی**^۲، مانند *f* و *s*؛ همچنین صامت‌های بیصدای **ایستی**^۳، مانند *p* و *t* و *k*. هستند، در اینجا ارتعاش اساسی

چنین تولید می‌شود که لبها، دندانها، و زبان جریان هوا را دگر آهنگیده می‌کنند. تجزیه انواع صوتهای بیصدا وجود نواری از فرکانسهای پایینی را که بیشتر در قسمت بالای فرکانسهای قابل شنیدن قرار دارند آشکار می‌سازد.

13.3 باز داده توانی آکوستیکی گفتار. توان میانگین گفتار شخص در تراز مجاوره‌ای تقریباً 10 میکرووات است، والبته این مقدار میانگین باید در فاصله زمانی نسبتاً طولی، بین دو تا چهار ثانیه تعیین گردد. هنگامی که شخصی با بلندترین صدای ممکن بدون وارد کردن فشار بر تارهای صوتی خود سخن بگوید توان میانگین گفتار او به 200 میکرووات می‌رسد، و در حال فریاد کشیدن توان تا حدود 1,000 میکرووات بالا می‌رود. برخلاف این حالت، توان گفتاری که به طرز نجوا ادا گردد در حدود 0.001 میکرووات است. اگر میانگین توان گفتاری که در تراز مجاوره است در زمانی تعیین گردد که نسبت به زمان یک سیلاب یعنی نسبت به 0.2 ثانیه کوتاه باشد، در تراز صداهای مختلف گفتار اختلافهای شدیدی مشاهده می‌گردد. مثلاً توان حرف مصوت o که در واژه *low* ادا شود تقریباً 50 میکرووات است. در صورتی که ادای حرف v که حرف صامت و وضعیفی شناخته شده فقط توان میانگینی در حدود 0.03 میکرووات بیرون می‌دهد.



شکل 13.3. منحنی تراز طیف برای گفتار مجاوره‌ای متوسط. ترازهای طیف بر حسب دسی‌بل بیان شده‌اند. در اینجا فشار مآخذ سنجش را 0.0002 میکروبار گرفته‌اند، و اندازه‌گیری در فاصله یک‌متری دهان گوینده بعمل آمده است.

توزیع توان گفتار بین فرکانسها (مقدار میانگینی که در زمان نسبتاً طولانی به دست آمده) بوسیله عده‌ای از پژوهندگان بعمل آمده است.^۱ نمونه طیف گفتار میانگین گوینده‌های

مرد در شکل 13.3 نموده شده است. در این منحنی محور عرضها نماینده تراز طیف فشار است، یعنی تراز فشار صوت در نوارهایی به عرض یک سیکل بر ثانیه که در فاصله یک متری از لبهای گوینده اندازه گیری شده باشد. تراز فشار صوتی همه نوارهایی که فرکانس آنها بین 100 و 10,000 سیکل بر ثانیه بوده رویهم رفته 65db بوده است. اگر فرض کنیم که شدت صوت بطور یکنواخت روی کره‌ای که از دهان گوینده یک متر فاصله داشته پخش شده باشد، در این صورت جمع کل توان باز داده برابر با 20 میکرووات محاسبه می‌گردد.

13.4 تشریح گوش. وسعت حدود تغییرات فشار آکوستیکی که گوش در آن قادر به فعالیت است خارق‌العاده است. گوش نه تنها می‌تواند شدت صوتی را که دامنه فشارش 1,000 میکروبار باشد تحمل کند، بلکه از فشارهای صوتی که به کوچکی 0.0001 میکروبار باشند نیز متأثر می‌گردد. این فشارهای صوتی خیلی کوچک پرده صماخ را در فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه در حدود 10^{-9} سانتیمتر جا بجا می‌کنند. این فاصله تقریباً یک دهم قطر مولکول هیدروژن است. گوش معمولی می‌تواند صدایی را که فرکانس آنها از 20 تا 15,000 سیکل بر ثانیه تغییر می‌کند تشخیص دهد. ولی حساسیت گوش بیش از میکروفون بسیار حساس است. گوش مانند یک دستگاه تجزیه کننده فرکانس که از حیث گزینش فرکانس بسیار توانا باشد عمل می‌کند. به همراهی سیستم اعصاب می‌تواند فرکانس صوتهای معینی را که در بین عده زیادی صوتهای دیگر قرار گرفته تمیز دهد، یا به سخنی دیگر می‌تواند صوتهای معینی را که فرکانس آنها در داخل نوار وسیع نوفه واقع باشند تشخیص دهد. یعنی مانند این است که گوش دارای صافیایی است که می‌توانند هر یک از نوارهای متصل به یکدیگر را از خود بگذرانند.

با توجه به تواناییهای یادشده، تعجبی ندارد اگر سازوکار شنوایی را بدون شک یک دستگاه مکانیکی بسیار دقیق و جالبی از بدن آدمی بدانیم. گوش دارای سه قسمت عمده است که عبارتند از گوش بیرونی گوش میانی و گوش درونی. گوش بیرونی قسمت مرئی گوش است، و مشتمل است بر لاله گوش^۱ مجرای شنوایی^۲، و پرده صماخ^۳ یا طبلة گوش^۴. درون پرده صماخ گوش میانی واقع شده که محفظه‌ای است پر از هوا شامل سه استخوان نازک بهم چسبیده که ارتعاشها را از پرده صماخ به گوش درونی انتقال می‌دهند. گوش درونی محفظه‌ای است پر از مایع، با شکلی پیچیده که در داخل ساختمان استخوانی سر قرار گرفته است، و دارای پرده‌ها و انتهای عصبهایی است که تغییرات فشار آکوستیکی را تجزیه می‌کنند و به عصبهای شنوایی انتقال می‌دهند. شکل 13.4 تصویر ساده و شکل 13.5 شمای هندسی سازوکار کامل شنوایی را نشان می‌دهند.

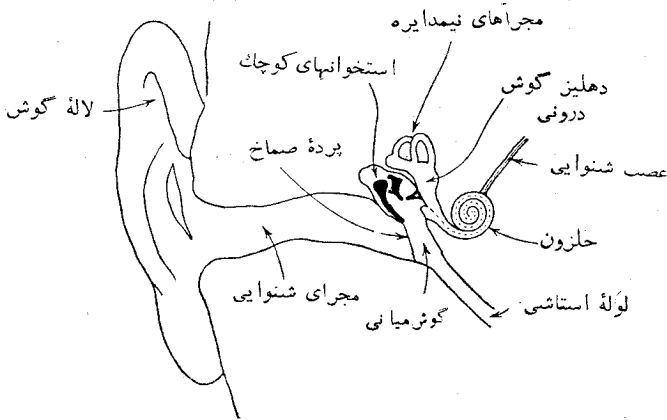
لاله گوش بیرونی مانند بوق، انرژی آکوستیکی را می‌گیرد و به درون مجرای شنوایی هدایت می‌کند. در آدمی لاله گوش تقریباً بی‌اثر است، و از نظر آکوستیکی شاید بیفایده

1) pinna

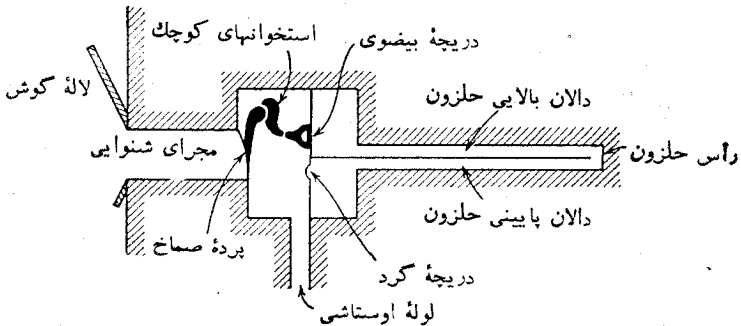
2) auditory canal

3) drum membrane

4) eardrum



شکل 13.4. طرح سازوکار شنوایی.



شکل 13.5. شمای هندسی سازوکار شنوایی.

باشد، با اینهمه، در برخی جانوران بطور چشمگیری سودمند است؛ مخصوصاً در بعضی فرکانسها. **مجرای شنوایی** یا سوراخ گوش لوله تقریباً مستقیمی است به قطر 0.7 سانتیمتر و به طول 2.5 سانتیمتر، که در انتهای درونی بوسیله پرده کشیده شده‌ای مسدود است. محاسبه و اندازه‌گیری هر دو تأیید می‌کنند که وقتی رزونانس در این لوله پیدا می‌شود سبب می‌گردد که فشار در مجاورت پرده صماخ با فشار ابتدای سوراخ گوش اختلاف داشته باشد. اگر سوراخ گوش را لوله صوتی بسته‌ای فرض کنیم و تصحیح مربوط به انتهای لوله باز را که در حدود 0.85 شعاع آن است به طول آن اضافه کنیم، بر طبق محاسبه در هوایی که سرعت انتشار آن 34,300 سانتیمتر بر ثانیه باشد فرکانس رزونانس این لوله در حدود 3,000 سیکل بر ثانیه به دست می‌آید. اندازه‌گیری آزمایشی به این طریق به عمل آمده که لوله نازکی را که به میکروفونی اتصال داشته داخل سوراخ گوش کرده‌اند و از این راه بر طبق مشاهده اولاً مسلم گردیده که پدیده رزونانس در آنجا در حدود همین فرکانس وجود دارد، و ثانیاً هنگام رزونانس تراز فشار آکوستیکی در نزدیکی پرده صماخ به اندازه 10db بالاتر از تراز فشار ابتدای

سوراخ گوش است. چون منحنی رزونانس کاملاً وسعت دارد، از فرکانس زیر 2,000 تا بالای 6,000 سیکل بر ثانیه ترقی قابل ملاحظه‌ای در فشار دیده شده است. اگر پدیده‌ی پراش موجهای صوتی را که بوسیله‌ی سر انسان رخ می‌دهد نیز به حساب بیاوریم تراز فشار بر پرده‌ی صماخ نسبت به تراز فشار میدان آزاد ممکن است در بعضی از فرکانسها 15 یا 20db بالاتر باشد.

پرده‌ی صماخ شکل مخروط پهنی دارد که بطور مایل نسبت به مجرای شنوایی قرار گرفته، و رأس آن به سوی درون است. این پرده کاملاً انعطاف پذیر است و در تمام طول لبه‌ی خود به انتهای مجرای شنوایی چسبیده. طرف داخلی پرده‌ی صماخ حفره‌ای است که گوش میانی را تشکیل می‌دهد، و حجم آن 1 تا 2 سانتیمتر مکعب است. در این حفره سه «استخوان ریزه»^۱ به نامهای چکشی^۲، سندانی^۳، و رکابی^۴ و ماهیچه‌ها و رباطها^۵ قرار دارند. این حفره از راه **لوله‌ی اوستاشی**^۶، که معمولاً بسته است به گلو متصل است، و از اینرو حفره را مسدود می‌سازد، مگر هنگام بلعیدن غذا یا خمیازه کشیدن که راه را برای ورود یا خروج هوا به درون حفره باز می‌کند، و بدینسان بین فشار درون حفره و فشار بیرون تعادل برقرار می‌گردد. دسته‌ی استخوان چکشی به پرده‌ی صماخ متصل است و کشش رباط چکشی بر روی پرده‌ی صماخ آن را به شکل مخروط در می‌آورد. ارتعاشهای پرده‌ی صماخ به استخوان چکشی انتقال می‌یابند و از طریق استخوان سندانی به استخوانی که به مناسبت شکلش به رکابی مشهور است نقل می‌شوند. صفحه‌ای که جای پا را در استخوان رکابی تشکیل می‌دهد روی مدخلی که **دریچه بیضوی**^۷ نام دارد قرار گرفته، و این دریچه گوش میانی را به گوش درونی متصل می‌سازد. کنار جای پای استخوان رکابی به یک طرف لبه‌ی دریچه بیضوی لولا شده است، و بدینوسیله استخوان رکابی می‌تواند جلو و عقب برود و موجهای فشار را به گوش درونی که پر از مایع است انتقال دهد. اعتقاد بر این است که طرز اتصال استخوان ریزه‌ها به یکدیگر و اینکه نسبت سطح پرده‌ی صماخ به سطح دریچه بیضوی تقریباً مانند نسبت 30 به 1 است، تقریباً بین هوای واقع در سوراخ گوش و مایع درون گوش درونی جفتش امیدانس پدید می‌آورد. کوششهای بسیاری برای اندازه‌گیری و محاسبه‌ی نسبت امیدانسها به عمل آمده‌اند، ولی چون عده‌ی مجهولها، از قبیل حرکتهای نسبی استخوانها نسبت به یکدیگر و کشش رباطهای حامل آنها و غیره زیاد است حاصل کار نتیجه بخش نبوده است. با اینهمه، معلوم شده که این نسبت ثابت نیست و با شدت موجهای صوتی دریافت شده تغییر می‌کند. وقتی شدت صوت زیاد باشد کشش ماهیچه‌هایی که حرکت استخوان ریزه‌ها را کنترل می‌کنند به طریقی تغییر می‌یابد که دامنه‌ی حرکت نسبی رکابی را نسبت به حرکت دسته‌ی استخوان چکشی تقلیل دهد، و بدینوسیله از خراب شدن سازوکار دقیق گوش درونی جلوگیری به عمل می‌آید.

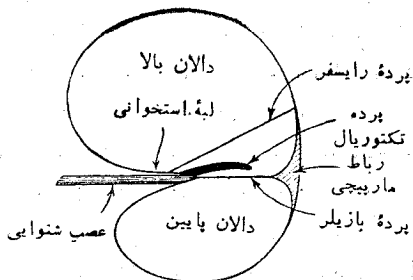
برای تعیین فرکانس طبیعی ارتعاش گوش میانی، شامل استخوان ریزه‌ها و پرده‌ی صماخ،

- 1) ossicle 2) malleus 3) incus 4) stapes 5) ligaments
6) Eustachian tube 7) oval window

اندازه‌گیریهایی شده است. نتیجه‌های حاصل نشان می‌دهند که این فسرکانس بین 800 و 1,500 سیکل بر ثانیه قرار دارد، و اینکه گوش میانی دستگاهی فوق‌العاده میرا شده است. از آنجا که این دستگاه باید بتواند با کمال وفاداری موجهای آکوستیکی را که صورتهای نامنظمی دارند و فسرکانشان نیز به سرعت تغییر می‌کند پاسخگو باشد، زیاد بودن امپدانس آن مطلوب است، زیرا بدینوسیله از تأثیر ارتعاشهای طولانی گذرا و ناپایدار جلوگیری می‌کند.

گوش درونی یا لابیونت^۱ شامل سه قسمت است: دهلیز^۲ یا اتاق ورودی، مجراهای نیمدایره^۳، و حلزون^۴. دهلیز با گوش میانی بوسیله دو مدخل ارتباط دارد، یکی بوسیله دریچه بیضوی که شرح آن گذشت، و دیگری بوسیله دریچه گرد^۵. هر دو این دریچه‌ها به طریقی نصب گردیده‌اند که از فرار مایع گوش درونی جلوگیری کنند؛ دریچه بیضوی بوسیله رکابی و حاملهایش و دریچه گرد بوسیله پرده نازکی که مانع نفوذ مایع به بیرون است. لازم نیست از مجراهای نیمدایره در اینجا بحث کنیم، زیرا در فرار و راندن شنوایی نقشی ندارند. فقط حس تعادل را در انسان تأمین می‌کنند. اما حلزون چنانکه از نامش پیداست لوله‌ای است که مقطع عرضی آن تقریباً دایره‌ای است و این لوله به شکل صدف حلزون به دور خود پیچیده شده است. ابعاد آن از قاعده تا رأس تقریباً 5 میلیمتر و مقطع عرضی قاعده آن 9 میلیمتر مربع است. طول کلی لوله 3.1 سانتیمتر است و 2.75 دور، گرد خود پیچیده شده است. قطر متوسط آن 1.5 میلیمتر و مقطع عرضی آن بطور نامنظمی از قاعده به سمت رأس کوچک می‌شود. لوله حلزون بوسیله پرده با

جدار حلزونی^۶ به دو مجرای طویل تقسیم گردیده که عبارتند از دالان بالا^۷، و دالان پایین^۸. و تنها ارتباط بین این دو دالان بوسیله سوراخ کوچکی است که نزدیک به رأس حلزون قرار دارد. دو انتهای دیگر دالانهای بالا و پایین به ترتیب به دریچه‌های بیضوی و گرد متصلند. اما جدار حلزونی ساختمان پیچیده‌ای دارد، و شامل لبة استخوانی^۹



شکل 13.6. مقطع حلزون.

و سه پرده دیگر است. مقطع نمونه یکی از دورهای حلزون را در شکل 13.6 می‌توان دید. لبة استخوانی از بخش میانی ساختمان حلزونی شکل به درون لوله‌ای که از مایع پر شده است پیش رفته و حامل عصب شنوایی است. در انتهای لبة استخوانی الیاف عصبی داخل پرده بازیلر^{۱۰} می‌شوند و این پرده تا طرف دیگر لوله ادامه می‌یابد تا اینکه به زیباط مارپیچی^{۱۱}

- 1) labyrinth
- 2) vestibule
- 3) semicircular canals
- 4) cochlea
- 5) round window
- 6) cochlear partition
- 7) upper gallery یا scala vestibuli
- 8) lower gallery یا scala tympani
- 9) bony ledge
- 10) basilar membrane
- 11) spiral membrane

اتصال می‌یابد. هر يك از الياف عصبی که در پردهٔ بازیلر واقع شده‌اند به دانهٔ ریزی به‌شکل **ياختهٔ موئين ختم** می‌گردد که از سطح بالایی پردهٔ بازیلر بیرون آمده‌اند. در بالای پردهٔ بازیلر **پردهٔ تکتوریال**^۱ قرار گرفته که يك طرف آن به لبهٔ استخوانی متصل است، و طرف دیگرش آزادانه در مایع درون حلزون شناور می‌باشد. ياخته‌های موئين که از پردهٔ بازیلر سر درآورده‌اند پردهٔ تکتوریال را لمس کرده یا در آن فرو رفته‌اند. پردهٔ رایسنر^۲ که بطور تقریب در امتداد قطر حلزون از يك طرف به طرف مقابل کشیده شده پردهٔ سوم را تشکیل می‌دهد.

13.5 سازوکار شنوایی. نظریه پردازان و آزمایشگران هم عقیده‌اند که موجهای صوتی پس از برخورد به لالهٔ گوش وارد سوراخ گوش یا مجرای شنوایی می‌شوند و پردهٔ صماخ را به ارتعاش درمی‌آورند؛ و این ارتعاشها بوسیلهٔ استخوان ریزه‌ها به گوش درونی انتقال پیدا می‌کنند. اما مطلبی که دربارهٔ این قسمت از سازوکار شنوایی هنوز مشکوک مانده درجهٔ خطی بودن آن است و همچنین حدودی است که می‌تواند جفتش امیدانسی دقیقی بین هوای خارج و مایع درون حلزون به کار اندازد. از طرف دیگر جزئیات عملی که بوسیلهٔ آن ارتعاشهای درون این مایع تجزیه شده و تبدیل به تحریک عصبی می‌گردند هنوز کاملاً معلوم نگردیده و لزوم پژوهشهای بیشتری را ایجاب می‌کند. عاملهایی چون کوچکی اندازهٔ حلزون و محل آن که در ساختمان استخوانی سر قرار گرفته و ظرافت اجزای آن همگی موجب اشکال فراوان در راه این نوع پژوهشهاست. به‌ازای واقعیاتی که ذکر شد بعضی از وجوه این مسئله مورد قبول کامل است.

یکی از پرسشهایی که از پژوهشهای نخستین تا کنون توجه خاصی به آن معطوف گشته این است که به چه طریق ساختمان سازوکار شنوایی گوش فسرکانسی را از فسرکانسی دیگر تشخیص می‌دهد. در سال 1683 يك کالبدشناس فرانسه‌ای به نام دوورنه^۳ برای نخستین بار نظریهٔ رزونانس شنوایی را پیشنهاد کرد. او وکسان دیگری پیش از او مشاهده کرده بودند که پهنای لبهٔ استخوانی به تدریج از قاعدهٔ حلزون رو به طرف رأس کاهش می‌یابد و از اینرو او چنین اظهار داشت که ارتعاشهای درون مایع حلزون در قسمتی از لبهٔ استخوانی تولید ارتعاشهای همراه با رزونانس می‌کنند، و فسرکانسهای پاینتر مخصوصاً در تولید حرکت قسمت پهنتر و سنگینتر که نزدیک به قاعده است مؤثرتر هستند، و بهمین دلیل فسرکانسهای بالاتر قسمتهای بالای استخوان را که نزدیک به رأس حلزون است تحریک می‌کند. اگرچه اکنون می‌دانیم که نتیجه‌گیری او اشتباه است، یعنی ارتعاشهای پردهٔ بازیلر و ارتعاشهای لبهٔ استخوانی در احساسی که دربارهٔ ارتفاع^۴ داریم مؤثر است، ولی نظریهٔ او از این حیث جالب است که نخستین سازوکار معقول را در بارهٔ ادراك ارتفاع به دست می‌دهد. بیش از يك سده از این تاریخ گذشت تا اینکه هلمهولتس نظریهٔ مربوط به شنوایی را که تا اندازه‌ای با اندیشه‌های نو

1) tectorial membrane

2) Reissner's membrane

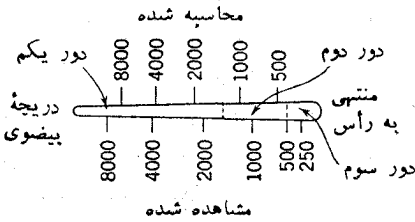
2) Duverney

4) pitch

توافق دارد بیان کرد. او چنین فرض کرد که پردهٔ بازیلر دارای ساختمان الیافی است، و الیاف آن نسبتاً از یکدیگر مستقلند، و در عرض مجرای حلزونی مانند سیمهای پیانو کشیده شده‌اند. پیشرفتگی لبهٔ استخوانی در قاعدهٔ حلزون بیش از پیشرفتگی آن در نزدیکی رأس است. بطوریکه پردهٔ بازیلر در نزدیکی استخوان رکابی باریکتر است. از این توضیحات هلمهولتس نتیجه گرفت که در فرکانسهای بالا ارتعاشهای متشابه با آنها بیشتر در قسمت پایین پردهٔ بازیلر انجام می‌گیرند. این نتیجه‌گیری درست مخالف با نتیجه‌ای بوده که دوورنه گرفته بود. پژوهشهای بعدی ثابت کردند که فرض هلمهولتس دربارهٔ اینکه پردهٔ بازیلر عضوی است که حرکت موجی پیچیده را به فرکانسهایی که مؤلفه‌های آن هستند تجزیه می‌کند، و اینکه حداکثر پاسخ فرکانسهای بالا در طرف قاعده قرار دارد، صحیح بوده است. ولی همین پژوهشها نشان می‌دهند که هیچ یک از دو فرضیهٔ دیگر او در بارهٔ اینکه ساختمان پردهٔ بازیلر دارای الیاف عرضی است، یا اینکه این الیاف تحت کشش هستند با نتیجه‌های حاصل از آزمایش وفق نمی‌دهد. مشاهدهٔ میکروسکوپی هیچ‌گونه دلیلی بوجود این الیاف ارائه نمی‌دهند، و شکلهای فرضی که در اثر تقلیل خیلی کم فشار یا تولید برش در پردهٔ بازیلر پیدا می‌شود از نوع آنچه در مورد لایهٔ نازکی که تحت استرس قرار داده شده پیدا می‌شود نیستند. به نظر می‌رسد که هر نوع خاصیت موزونی که پردهٔ بازیلر داشته باشد مربوط به ابعاد، جرم، و سختی آن است و ارتباطی با ساختمان و کشش آن ندارد.

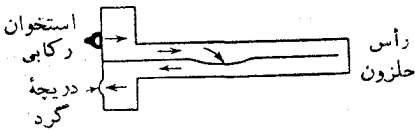
یکی از دشواریهایی که همیشه در سرشت هر گونه نظریهٔ رزونانس که برای تشخیص ارتفاع داده می‌شود نهفته عبارت است از میرایی بسیار زیادی که هنگام عبور موجهای آکوستیکی از درون مجرای باریک حلزونی باید برای این موجها انتظار داشت. بواسطهٔ وجود این اشکال احتمال داده نمی‌شود که مقدار انعکاس موجها برای تولید موجهای ایستادهٔ درون حلزون کافی باشد تا ممکن شود که از تعاشهای مربوط به رزونانس دو پردهٔ بازیلر تولید گردند. در سال 1947، دو روزا در بارهٔ انتشار موجهای آکوستیکی که از درون ساختمانی که از حیث شکل و ابعاد مشابه با حلزون بوده پژوهشهای ریاضی به عمل آورد. ^۱ جزئیات تجزیه و تحلیل او از حوصلهٔ این کتاب خارج است، ولی نتیجهٔ کار او می‌رساند که با قبول وجود میرایی لازم است دو موج فشاری را توأمأ در نظر بگیریم که هر دو در طول دالان بالا با سرعتهای مختلف در حرکت باشند. تحریک انتهای عصبهای هر ناحیه از درون پردهٔ بازیلر بنا بر فرض وقتی ماکسیمم می‌شود که تراکم موج سریعتر با تراکم موج کندتر در آن ناحیه با هم صورت گیرند. در شکل 13.7 نمایشی از پردهٔ بازیلر دیده می‌شود. در این شکل محللهای پاسخ ماکسیمم برای هر فرکانس را در نواحی گوناگون پرده که از روی آزمایش و محاسبه تعیین گشته است می‌بینیم. دیده می‌شود که توافق قابل قبولی در فرکانسهای بین 500 و 8,000 سیکل بر ثانیه بین نتیجه‌های آزمایشی و محاسبه‌ای با در نظر گرفتن فرضهای آسان کننده‌ای که برای این تجزیه و تحلیل لازم بوده است برقرار می‌باشد.

راه ساده‌تری برای در نظر گرفتن این موضوع در شکل 13.8 نموده شده است. چون



شکل 13.7. محل‌های ماکسیمم پاسخ فرکانس در پردهٔ بازیلر که بوسیلهٔ محاسبه و آزمایش به دست آمده‌اند.

می‌گردد که هنگام حرکت رکابی رو به درون، پردهٔ بازیلر به طرف پایین خم گردد؛ یعنی یک نوع «کوتاه‌مداری» هیدرولیکی دست دهد. وقتی فرکانس زیاد شود محل خمیدگی ماکسیمم به طرف رکابی نقل مکان می‌کند، و در فرکانسهای خیلی بالا فقط آن قسمت از مایع که نزدیک استخوان رکابی است به حرکت در می‌آید. اگرچه این توضیح بخوبی برای پیشبینی کمی ارتباط بین فرکانس و ناحیه‌ای که در آن حداکثر حرکت موجود است به کار نمی‌رود، ولی تصویر فیزیکی مناسبی برای تجزیه و تحلیل کنش پردهٔ بازیلر محسوب می‌گردد. باید گفت که عمل پردهٔ رایسنر دانسته نشده، و از اینرو در نظریهٔ جاری که دربارهٔ شنوایی بیان می‌گردد حضور آن را نادیده می‌گیرند.



شکل 13.8. حرکت پردهٔ بازیلر.

آن اندامهای واقعی که حرکت پردهٔ بازیلر را به عصبهای شنوایی انتقال می‌دهند عبارتند از یاخته‌هایی که یاخته‌های مویین نام دارند. این یاخته‌ها که 23,000 عدد از آنها تقریباً در همهٔ طول پردهٔ بازیلر پخش شده، خاصیت پیزوالکتریسته دارند. هر زمان حرکت یک قسمت از پردهٔ بازیلر به یاخته‌های مویین استرس وارد سازد و این یاخته‌ها آن قسمت را به پردهٔ تکنوریال متصل ساخته باشند اختلاف پتانسیلی قابل اندازه‌گیری برقرار می‌گردد. این به اصطلاح پتانسیل حلزونی¹ را می‌توان بدینسان مشاهده کرد که یک دستگاه تقویت کنندهٔ الکتریکی که باز داده‌اش بالا باشد برگزید و یک سر سیم ورودی آن را به قسمت مناسبی از ساختمان عضلانی سر متصل کرد و سر دیگر را در مایع حلزونی وارد ساخت یا به سطح بیرونی پردهٔ دریچهٔ گرد که از خروج مایع از درون حلزون جلوگیری می‌کند چسباند. این واقعیت که در برخی از جانوران کر مادرزاد که ساختمان شنوایشان عادی است ولی

1) cochlear potential

یاخته‌های موپین ندارند پتانسیلهای حلزونی دیده نشده، گواه این مدعاست که یاخته‌های موپین مسئول پتانسیلهای حلزونی هستند.

پتانسیلهای حلزونی با دقت شگفت‌انگیزی می‌توانند تغییرات فشار آکوستیکی مربوط به صوت را دوباره تولید کنند. هر گاه دو الکتروود، یکی را به درجه‌گرد و دیگری را به گردن گربه‌ای که بیهوش شده متصل سازیم و دو طرف دیگر الکتروودها را به تقویت کننده وصل کنیم و سیمهای خروجی تقویت کننده را به بلندگو یا به گیرنده تلفن اتصال دهیم ملاحظه می‌شود که صدای گفتاری که در گوش گربه ادا شود با وضوح کامل دوباره تولید می‌گردد. مطالعه پتانسیلهای حلزونی کمک زیادی به پژوهشهای درباره فراروند شنوایی کرده است. مثلاً يك روش آزمایشی برای تعیین نواحی گوناگون پرده بازپلر که در فرکانسهای بخصوصی تحریک می‌گردند این است که يك یا چند قسمت از پرده را قطع یا خراب می‌کنند و سپس تغییراتی را که در منحنی نمایش تغییرات پتانسیل بر حسب فرکانس پیدا می‌شود مشاهده می‌کنند. این روش از سایر روشها عملیتر است، و از روشهای دیگر ساده تر و رضایتبخشتر نیز هست. مثلاً بر روش مشاهده ارتعاشهای پرده بوسیله میکروسکوپ برتری دارد.

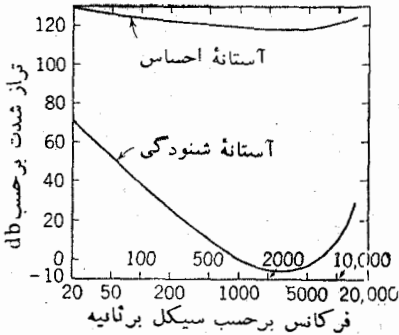
هنوز پاسخ قطعی به این پرسش داده نشده است که آیا پتانسیلی که در یاخته‌های موپین پدید می‌آید مستقیماً سبب تحریک عصبهای شنوایی می‌شود که به آنها اتصال دارند یا اینکه پتانسیلهای آثاری شیمیایی در گره‌های واسطه بوجود می‌آورند و این آثار عصبهای شنوایی را تحریک می‌کنند. در هر حال به احتمال بسیار زیاد این گونه پتانسیلهای سهم اساسی در فراروند شنوایی ما دارند.

13.6 آستانه‌های گوش^۲. یکی از ساده‌ترین اندازه‌گیریهای مربوط به توانایی گوش تعیین این است که حداقل تراز شدت قابل درک چگونه با فرکانس تغییر می‌کند. حداقل شدت آکوستیکی را که برای تشخیص يك فرکانس لازم است **آستانه شنوایی^۳** یا **آستانه شنودگی^۴** همان فرکانس می‌نامند. اندازه‌گیری مربوط به این آستانه‌ها بوسیله‌ عدده از پژوهشگران صورت گرفته است. چنانکه انتظار می‌رود، نتیجه‌های اندازه‌گیری روی مردم از شخصی به شخصی دیگر به طرز فوق‌العاده تغییر می‌کند. حتی اگر همه دارای شنوایی عادی باشند و نیز مشاهده گردیده که آستانه شدت نیز تابع سن گوش‌دهنده است، و با بالا رفتن سن حساسیت گوش نسبت به فرکانسهای زیاد بسیار کم می‌شود. بعلاوه، شکل صحیح منحنی آستانه باطریقی که با آن تراز شدت صوت اندازه‌گیری شده تغییر می‌کند، یعنی مثلاً اندازه‌گیری در لاله گوش یا در میدان آزاد وجایی که سر گوش‌دهنده در میدان نبوده به عمل آمده است. همچنین شکل منحنی آستانه شدت تابع امتداد تابش پرتوهای صوتی است و اینکه صدا با يك گوش یا بسا دو گوش شنیده شده باشد. شکل 13.9 نمونه پاسخ برای هر دو گوش است و تراز شدت در

1) ganglions 2) thresholds of ear 3) threshold of hearing
4) threshold of audibility

میدان آزاد صوت و ذر راستای نامشخصی تعیین گشته است. همچنین آستانه‌ها برحسب تراز شدت با دسی بل بیان گردیده‌اند. باید توجه داشت که اگر آستانه‌ها را برحسب تراز فشار نسبت به 0.0002 میکروبار اندازه گرفته بودیم باز در میزانی که روی محور عرضها برای تراز شدتها تعیین کرده بودیم تقریباً تغییری حاصل نمی‌گردید.

فرکانسی که در آن حداکثر حساسیت وجود دارد برای گوش عادی در نزدیکی $3,000$ سیکل بر ثانیه است. تا حدودی می‌توان آن را به حساب رزونانس درمجرای شنوایی گذاشت، چنانکه در بخش 13.4 گفته شد. ولی بیگمان عاملهای مهمتری در این خاصیت دخیل هستند. منحنی آستانه شنوایی در فرکانسی نزدیک به $1,000$ سیکل بر ثانیه از خط صفر db عبور می‌کند و با کم شدن فرکانس بطور منظمی زیاد می‌شود؛ چنانکه در فرکانس 50 سیکل بر ثانیه حداقل شدتی که برای قابل درک کردن آن لازم است حدود یک میلیون برابر شدتی است که برای



شکل 13.9. آستانه‌های گوش بر حسب db نسبت به 10^{-12} وات بر متر مربع.

درک فرکانس $3,000$ لازم بود. اندازه‌هایی که منحنی آستانه برای فرکانس کمتر از 30 سیکل بر ثانیه نشان می‌دهد قابل اعتماد نیستند، زیرا در این فرکانسها شدتی که برای قابل درک کردن آنها لازم است به اندازه‌ای زیاد است که نمی‌توان از پیداشدن هارمونیکها در سرچشمه صوت جلوگیری کرد. چون توانایی گوش در تشخیص و تمیز ارتفاع در حدود این فرکانسها نسبتاً ضعیف است، ممکن است هارمونیکها را به جای صدای اصلی گرفت. حتی اگر منبع صوت معلوم باشد و بدانیم که دقیقاً موجهای سینوسی با فرکانس مشخصی بیرون می‌فرستند، بواسطه ناخطی بودن سازوکار شنوایی خودگوش، چنانکه در بخش 13.9 درباره آن خواهیم گفت، ممکن است از روی توهم صداهایی را بعنوان فرکانس اصلی تشخیص بدهیم که عملاً ناشیدنی هستند.

در فرکانسهای زیاد نیز منحنی آستانه صعود می‌کند، و میزان افزایش در نزدیکی حدبالاتر آنچنان سریع است که می‌توان گفت در آنجا انقطاع تند صورت می‌گیرد. در حدود این فرکانس است که بزرگترین اختلافها در گوش شنوندگان مشاهده می‌گردد؛ مخصوصاً اگر بعضی از آنها بیش از 30 سال داشته باشند. فرکانس انقطاع برای مرد یا زن جوان ممکن است به $20,000$ برسد و حتی در مواردی به $25,000$ سر می‌زند، ولی کسانی که سنشان 40 یا 50 باشد به ندرت می‌توانند فرکانس بیش از $15,000$ را درک کنند، و حتی فرکانس انقطاع برای کمتر از $10,000$ سیکل بر ثانیه است. در فرکانسهای کمتر از $1,000$ سیکل بر ثانیه اصلاً آستانه تابع سن شنونده نیست.

حساسیت گوش آدمی نسبت به صداهایی که شدت کم دارند شگفت‌انگیز است. درفاصله فرکانسهای بین 1,000 تا 5,000 سیکل بر ثانیه حداقل فشار آکوستیکی قابل درک کمتر از 0.0002 میکروبار است، و چنانکه سابقاً گفتیم دامنه ارتعاش که در این تغییر فشار در پرده صماخ پیدا می‌شود در حدود 10^{-9} سانتیمتر است. از محاسبه معلوم می‌شود که در حدود این فرکانسها تغییرات فشار بر اثر آغالش گرمایی^۱ مولکولهای هوا تقریباً نزدیک به حداقل فشار آکوستیکی قابل درک است، و از اینرو هر اندازه حساسیت شنوایی گوش مساحی زیادتر باشد موجب می‌گردد که نوفه مربوط به گرما را بیشتر درک کنیم و اثر آن، صدای هیس است که دائماً وجود دارد و در شنیدن صداهایی که شدتشان کم است مزاحمت ایجاد می‌کند. در نتیجه احتمال نمی‌رود جانورانی یافته شوند که شنوایی آنان در حدود این فرکانسها تیزتر از شنوایی انسان باشد، زیرا گوش آنها هم در معرض اثر پوششی که نوفه‌های گرمایی تولید می‌کنند واقع می‌شود. با اینهمه، به‌خوبی معلوم گشته است که بسیاری از جانوران، مانند سگها قادرند صوتهایی را که فرکانسشان خیلی بالاتر از فرکانس قابل درک انسان است بخوبی بشنوند.

وقتی شدت موجهای آکوستیکی زیاد شود صوت بلندتر می‌گردد، و به جای شنیدن آن در گوش خود احساس قلقلک می‌کنیم. این تراز شدت که در شکل 13.9 نیز نموده شده کمتر از آستانه شنوایی تابع فرکانس است، و مقدارش در حدود 120db است؛ و آن را آستانه احساس^۲ می‌نامند. مانند آستانه دیگر که در پایین واقع است از شخصی به شخصی دیگر تغییر می‌کند ولی تغییراتش به اندازه تغییراتی که در باره آستانه شنوایی پیدا می‌شود نیست. وقتی شدت را از این مرحله نیز بیشتر کنیم احساس قلقلک به احساس درد تبدیل می‌گردد، و در این حال تراز شدت 140db است. اگر تحریک ممتد تا حدود زیادی از این ترازهای شدت بگذرد، سازوکار شنوایی ضایع می‌گردد. سرانجام، اگر گوش در معرض صوتی با تراز شدت بیش از 160db واقع شود فوراً خراب خواهد شد.

باید دانست، آستانه‌هایی که نام بردیم مربوط به تن خالص^۳ است. در باره نوفه‌هایی که طیف اتصالی داشته باشند نتیجه‌های مشابهی گزارش داده شده است. با اینهمه، در نوفه ممتد با نوار پهن وقتی به آستانه‌ها می‌رسیم که تراز شدت در هر پهنای نوار بحرانی^۴ (بخش 13.11) در نقطه‌ای از مقیاس فرکانس به ترازهای شدت مذکور برسد.

13.7 بلندی^۵. در بحث مقدماتی آکوستیک غالباً گفته می‌شود که یکی از خصوصیت‌های

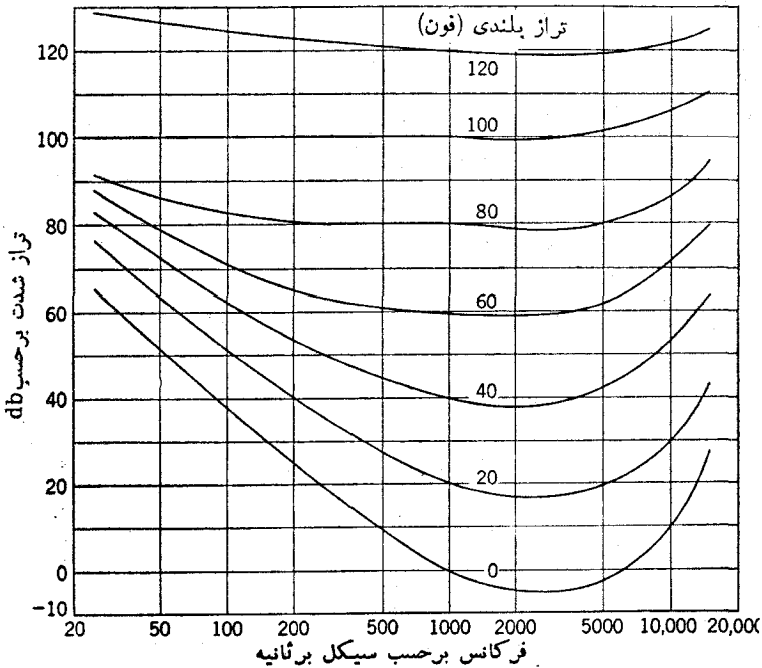
(۱) thermal agitation، حرکت تصادفی مولکولها یا دیگر ذره‌های تشکیل‌دهنده ماده که با گرما همراه است. «آغالش» اسم مصدر «آغالیدن» است که در فرهنگ معین چنین معنی شده: «انگیختن»، «آشفتن»، «پراکندن». از آنجا که هر یک از این سه مصدر معادل یک واژه علمی انگلیسی گرفته شده، در برابر agitation «آغالش» نهاده شد. -م.

2) threshold of feeling

(۳) pure tones؛ صوتی با یک فرکانس که توسط ارتعاشهای هارمونیک ساده و بدون تنهای فرعی تولید می‌شود. -م.

4) critical bandwidth 5) loudness

ذاتی صوت که معمولاً آن را **بلندی** می نامند بوسیله شدت صوت تعیین می گردد. اگر این بیان را درست تعبیر کنند کاملاً صحیح است، ولی قدری گمراه کننده می نماید، زیرا مانند این است که بگوئیم شدت و بلندی هر دو مترادف با یکدیگرند. اگر به شکل 13.9 مراجعه کنیم، با یک نظر اجمالی ملاحظه خواهیم کرد که این مطلب صحیح نیست. مثلاً، تن خالصی که تراز شدت آن 20db و فرکانسش $1,000$ سیکل بر ثانیه باشد کاملاً قابل درک و شنیده شدن است؛ در صورتی که صدایی با فرکانس 100 سیکل بر ثانیه که تراز شدت آن همان 20db باشد کاملاً پایینتر از آستانه شنوایی قرار می گیرد، و هیچ شنیده نمی شود. پس بلندی چنین صدایی تنها تابع شدتش نیست، بلکه تابع فرکانس آن هم هست.

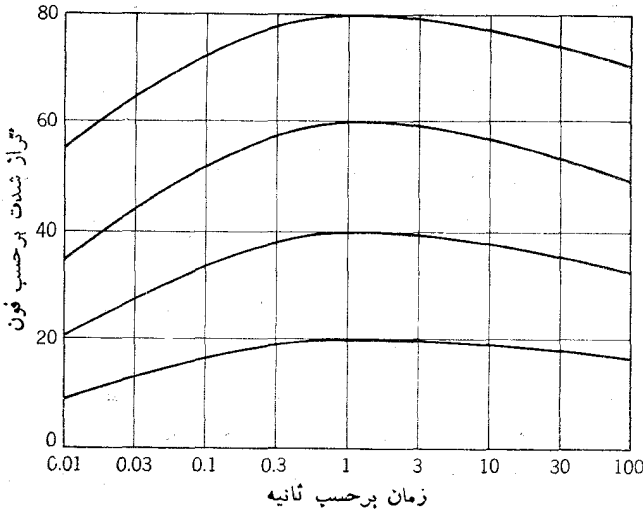


شکل 13.10. منحنیهای با تراز بلندی مساوی بر حسب db نسبت به 12-10 وات بر متر مربع.

اگرچه سازکار شنوایی ما برای اندازه گیریهای از نوع کمی مناسب نیست، ولی وقتی دو تن خالص با فرکانسهای مختلف پدید آوریم، می بینیم که در باره تساوی یا تفاوت بلندی آنها بین عده زیادی گوش دهنده توافق قابل قبولی وجود دارد. بنا بر این امکان دارد که یک منحنی سرتاسری که در تمام طول آن بلندی ثابت باشد مانند آنچه در شکل 13.10 نموده شده رسم کنیم. معلومات این منحنیها را به این طریق به دست آورده اند که تن مأخذ سنجش را که $1,000$ سیکل بر ثانیه باشد و تن دومی که فرکانس دیگری داشته متناوباً تولید کرده اند.

تراز شدت تن دوم را طوری تغییر می‌دهند که گوش‌دهنده تساوی بلندی را بین تن مآخذ سنجش و تن دوم تصدیق کند. واحد تراز بلندی فون^۱ است. مقدار عددی بلندی (بر حسب فون) هر صوت مساوی است با تراز شدت متعلق به صدای با فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه بر حسب db ؛ در صورتی که عده‌ای از شنوندگان بطور متوسط آن دو صدا را به يك اندازه بلند تشخیص دهند. مثلاً تن خالصی با فرکانس 100 سیکل بر ثانیه با تراز شدت $50db$ به همان اندازه بلند شنیده می‌شود که تن خالصی با فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه که دارای تراز شدت $20db$ باشد، از اینرو تراز بلندی صدای با فرکانس 100 سیکل بر ثانیه را بنا به تعریف برابر با 20 فون می‌گیرند. باید گفت، بر طبق تعریف تراز بلندی، همه منحنی‌هایی که در شکل 13.10 تراز بلندی معینی را مشخص می‌سازند خط تراز شدت مربوط به بلندی خود را در فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه قطع می‌کنند.

تراز بلندی صوت به مجردی که تولید می‌شود به ماکسیمم خود نمی‌رسد. مقدارش به سرعت و در مدت کوتاهی بالا می‌رود، و پس از آن رفته‌رفته نزدیک به مقدار ثابتی می‌رسد، و در مورد صوتهایی که مدت زیادی طول بکشند کاهش می‌یابد.^۲ چون معتقدیم که عناصر مکانیکی گوش بسیار میرا هستند نمی‌توان میزان نمو تراز بلندی مشاهده شده را به حساب آنها گذاشت، و احتمالاً این میزان نمو در اثر پاسخ عناصر عصبی دستگاه شنوایی پیدامی‌شود. شکل 13.11 رابطه بین تراز بلندی صوت را با طول مدتی که آن صوت ادامه داشته است نشان می‌دهد. در این شکل تراز بلندی بر حسب فون است، و در هر نوبت تراز بلندی همان صوت که به مدت يك ثانیه دوام داشته است بعنوان صوت محرك و مآخذ سنجش قرار گرفته است.



شکل 13.11. رابطه میان تراز بلندی و زمان ادامه صوت.

1) phon 2) Munson, *J. Acoust. Soc. Am.*, **19**, 584 (1947).

باید تأکید کرد که اگرچه وقتی تراز بلندی دو صدا بر حسب فون مساوی باشند شنونده معمولی هر دو را به یک اندازه بلند تصور می‌کند، ولی این سبب نمی‌شود که خیال کنیم بلندی ظاهری صوت مستقیماً با تراز بلندی آن که بر حسب فون داده شده متناسب است. یعنی مثلاً بگوییم صدایی که تراز بلندی‌اش 60 فون است دو برابر بلندتر از صدایی است که تراز بلندی‌اش 30 فون باشد. همیشه ممکن نیست که در میان عده‌ای از شنوندگان این توافق حاصل شود که تشخیص دهند صوتی دو برابر صوت دیگری بلندی دارد، اما آزمایش‌های ساده از این نوع بطور قطع ثابت می‌کنند که بلندی ظاهری با تراز بلندی متناسب نیست. آزمایش‌های دقیقتر دیگری که بوسیله روش‌های نامستقیم انجام یافته‌اند نشان می‌دهند که نسبت دو بلندی نیز متناسب با ازدیاد تراز بلندی نیست؛ حال آنکه ممکن بود بواسطه ماهیت لگاریتمی تعریف فون چنین انتظاری داشته باشیم. مثلاً وقتی تراز بلندی را از 10 فون به 20 فون افزایش می‌دهیم بلندی ظاهری با ضریبی تقریباً مساوی با 6 تغییر می‌کند؛ در صورتی که ترقی مشابه 50 فون به 60 فون بلندی ظاهری را فقط با ضریب 2 ترقی می‌دهد.

در یک مقیاس اندازه‌گیری حقیقی بلندی اگر عده واحدهای بلندی را دو برابر کنیم باید بلندی ذهنی نیز دو برابر شود. بهمین طریق اضافه کردن تعداد واحدهای بلندی با ضریب 10 باید موجب اضافه شدن بلندی ذهنی با ضریب 10 باشد و غیره. یکی از روش‌های برقراری چنین میزانی تابع این است که فرض کنیم صوتی را که با دو گوش خود می‌شنویم به نظرمان می‌آید که از حیث بلندی درست دو برابر همان صوتی است که با یک گوش شنیده باشیم. صوتی را که تراز بلندی آن نسبتاً کم باشد بوسیله گیرنده تلفن به هر دو گوش وارد می‌سازند و پس از آن همان صوت را با تراز بلندی قدری بیشتر با همان وسیله به یک گوش او وارد می‌کنند، و این عمل را متناوباً انجام می‌دهند. در ضمن عمل از شخص گوش‌دهنده می‌خواهیم که صوتی را که به یک گوش او وارد می‌شود طوری تغییر دهد که بلندی آن مساوی بلندی صوتی شود که با دو گوش می‌شنود. وقتی این عمل انجام گیرد فرض ما این است که اگر این دو تراز متناوباً با هر دو گوش شنیده شوند به نظر خواهد آمد که نسبت بلندی ظاهری آنها مثل نسبت 2 به 1 است. این آزمایش را پشت سرهم در ترازهای بلندی اولیه بیشتر و بیشتر در طول شدت‌های قابل درک باید تکرار کرد.

طریقه نامستقیم دیگر برای فرض متکی است که چون دو تن خالصی که فرکانس آنها گوناگونند دو محل مختلف از پردهٔ بازیلر را تحریک می‌کنند، پس اگر هر دو را با هم تولید کنیم پاسخها باید قابل جمع کردن باشند. دو صدا از این گونه را طوری می‌زنند که بلندی آنها مساوی باشد. سپس آنها را با هم تولید می‌کنند. یک بار حاصل جمع این دو صوت و بار دیگر فقط یکی از مؤلفه‌ها را متناوباً به گوش وارد می‌سازند. مانند گذشته از گوش‌دهنده می‌خواهند که با تغییر دادن صدای مؤلفه، بلندی آن را برابر با بلندی صوت آمیخته سازد. وقتی این عمل انجام گردید بلندی ذهنی این صوت را دو برابر بلندی ذهنی هر یک از دو

مؤلفه صوت آمیخته محسوب می‌دارند. آزمایشهایی همانند آنچه گفتیم انجام داده‌اند، و در هر نوبت تعدادی تن خالص را با هم ترکیب کرده‌اند، و بدین ترتیب توانسته‌اند بلندی ذهنی صوتی را به نسبت 1 بر 10 تعیین کنند.

نتیجه‌های آزمایشهایی را که در بالا ذکر کردیم فلچر به کار برده و رابطه‌ای بین تراز بلندی، برحسب فون، و بلندی ذهنی برحسب سون^۱، برقرار کرد.^۲ واحد بلندی سون است، و آن را برابر بلندی صوتی با فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه می‌گیرند که تراز شدتش 40db یا تراز بلندیش 40 فون باشد. همچنین این واحد برابر است با بلندی هرگونه صوتی که تراز بلندی آن 40 فون باشد. نتیجه‌های کار فلچر در شکل 13.12^۳ نموده شده‌اند. در این شکل تراز بلندی برحسب فون روی محور طولها و بلندی ذهنی برحسب سون روی محور عرضها برده شده است. با ملاحظه این منحنی می‌بینیم که اگرچه این منحنی در پایین خمیدگی دارد، ولی قسمتی که مربوط است به مقادیرهای بیش از یک سون نسبتاً با خط مستقیم نمایش داده شده است. در قسمت بالایی منحنی مزبور، جایی که بلندی صوت آنها در فاصله صوتهای با بلندی مطبوع و صوتهای با بلندی نامطبوع واقع است، اگر تراز بلندی را به اندازه 10 فون افزایش دهیم معادل با این است که بلندی ذهنی را تقریباً دو برابر کرده باشیم، و ترقی نیم فون در تراز بلندی با حداقل تغییر قابل درک در بلندی ذهنی ارتباط دارد.

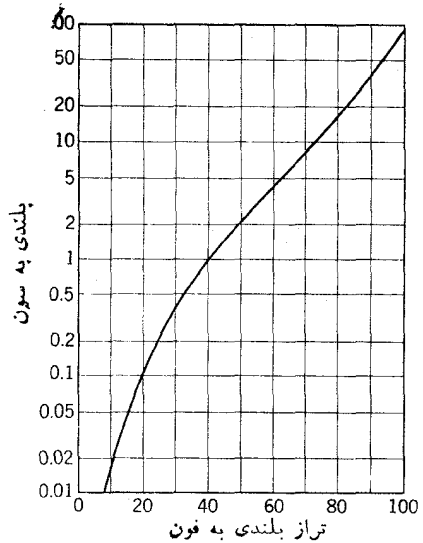
اگر L نماینده بلندی برحسب سون و LL نماینده تراز بلندی برحسب فون باشد، می‌توان معادله‌ای تجربی نوشت که با تقریب خوبی در فاصله 40 تا 100 فون بین این دو مقدار برقرار باشد

$$\begin{aligned} \log L &= 0.033(LL - 40) \\ &= 0.033LL - 1.32 \quad (13.1) \end{aligned}$$

اما وقتی فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه باشد مقدار عددی تراز بلندی LL برحسب فون برابر است با تراز شدت IL برحسب db. بنابراین معادله 5.44 را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$LL = 10 \log (I/I_0)$$

یا چون $I_0 = 10^{-12}$ وات بر متر مربع است، خواهیم داشت



شکل 13.12. منحنی بلندی برحسب تراز بلندی.

$$LL = 10 \log I + 120$$

چون LL را در معادله 13.1 بگذاریم، می شود

$$\log L = 0.033 (10 \log I + 120) - 1.32 = 0.33 \log I + 2.64$$

که ساده شده به شکل زیر در می آید

$$L = 445 I^{0.33} \quad (13.2)$$

چنانکه دیده می شود، بلندی ذهنی L برحسب سون، متعلق به صوت با فرکانس 1,000 سیکل برثانیه، در این حدود تقریباً با ریشه سوم شدت که برحسب وات بر متر مربع است تغییر می کند. برای اینکه بلندی ذهنی صوتی را دو برابر سازیم لازم است توان سرچشمه ای را که صوت را بیرون می دهد هشت برابر ترقی دهیم.

تا اینجا ما بررسی خود را فقط به عاملهایی که بر احساس بلندی تن خالصی مؤثرند محدود کرده ایم. حال بلندی صوت محرکی را که بیش از فرض تن خالصی در آن، به حقیقت نزدیکتر باشد در نظر بگیریم یعنی مثلاً نوفه ای با نوار وسیع، گفتار، یا ترکیبی از تنهای خالص موسیقی، یا نوفه کارخانه. بلندی این گونه صوتها را می توان بوسیله آزمونهای پرزحمت روانشناسی تعیین کرد. ولی امکان آن نیز هست که بلندی آنها را با اندازه گیریهای فیزیکی تخمین بزنیم. در این صورت باید از منحنی 13.12 که مربوط به بلندی تن خالصی است استفاده کنیم. چندین نفر از پژوهشگران¹ بلندی ذهنی صوتهای آمیخته را اندازه گرفته اند و چنین یافته اند که بلندی را می توان با جمع کردن بلندیهای (نه شدتها) یک مؤلفه های آن پیشبینی کرد. ولی در صورتی که بین مؤلفه ها فعل و انفعالاتی صورت گیرد این روش دیگر نمی تواند به کار رود. مثلاً مؤلفه هایی که بلندی آنها را با هم جمع می کنیم باید از لحاظ فرکانس کاملاً از هم دور و جدا باشند تا هر دو موجب تحریک یک عصب معین از پرده بازیگر نگردند.

یک روش عملی برای تعیین بلندی هر نوع صوت آمیخته که با دقت قابل قبولی انجام می گیرد در زیر شرح داده می شود.

1. طیف صوت را به نوارهای با فرکانس گوناگون که عرض هر یک دست کم بزرگتر از عرض نوار بحرانی شنوایی باشد ولی عرض هر یک زیادتراً از نیم اکتاو نباشد تقسیم کنید.
2. تراز شدت (یا تراز فشار) هر نوار را برحسب db معین کنید.
3. به کمک منحنی شکل 13.10 تراز بلندی مربوط به تراز شدت هر نوار را برحسب فون درمورد تراز شدتهایی که در شماره 2 و برای فرکانس متوسط نوار به دست آمده است تعیین کنید.
4. از رابطه بین بلندی و تراز بلندی که در شکل 13.12 داده شده استفاده کنید و

1) Beranek et al. *J. Acoust. Soc. Am.*, **23**, 261 (1951).

بلندی را برحسب سون برای هر يك از نوارها بیابید.

5. مقدارهای بلندی را که برای هر يك به دست آورده‌اید با هم جمع کنید تا سون مجموع به دست آید.

برای اینکه نمونه‌ای از روش بالا داده باشیم شش تن خالص بسا فرکانسهای 125، 250، 500، 1,000، 2,000، و 4,000 سیکل برثانیه را که هر يك دارای تراز شدت 60db است در نظر می‌گیریم و برای تعیین بلندی مجموع آنها به شرح زیر اقدام می‌کنیم. دانسته‌هایی که برای این ترکیب به کار می‌روند در جدول زیر نوشته شده‌اند. نتیجه نهایی که 22.0 سون باشد بنا بر شکل 13.12 تقریباً معادل است با 80 فون که در فرکانس 1,000 سیکل برثانیه بنوبه خود برابر با 80db است. چون مجموع شدتهای شش صوت مؤلفه با تراز شدتی که فقط برابر با 67.8db است معادل است، بنابراین آشکار است که وقتی انرژی صوتی در فاصله نسبتاً وسیعی از فرکانسها توزیع شده باشد تراز شدت آن از تراز شدتی که بريك فرکانس متمرکز باشد بیشتر است.

بلندی (سون) تراز بلندی (فون) تراز شدت فرکانس
(سیکل برثانیه)

0.7	35	60	125
3.0	54	60	250
4.3	59	60	500
4.5	60	60	1000
5.0	62	60	2000
4.5	60	60	4000

22.0 جمع

هیچ‌گونه اسبابی وجود ندارد که بتواند به درستی بلندی صوت مرکبی را که دارای مؤلفه‌های با فرکانس مختلف باشد اندازه بگیرد. ولی يك نوع اسباب از نوع تجارتي به نام تراز صوت سنج در دست است که می‌تواند دقیقاً تراز شدت این‌گونه صوتها و بلندی آنها را با دقتی پذیرفتنی اندازه‌گیری کند. همه این‌گونه اسبابها بر يك اصل معین کار می‌کنند؛ بسا وجودی که در طرح هر يك بین سازندگان گوناگون اختلاف هست. هرگونه تراز صوت سنج از قسمتهای زیر ترکیب یافته است. يك میکروفون حساس با پایداری نسبتاً خوب، يك تقویت‌کننده خطی، يك یا چند تنگنده^۲، يك دسته شبکه‌های توزین فرکانس، و يك صفحه مدرج. ولتاژهای الکتریکی مربوط به صوت که بوسیله میکروفون گرفته می‌شوند نخست تقویت می‌گردند و مقدار تقویت لازم بوسیله تنگنده‌ها تعیین می‌شود. پس از تقویت شدن، داخل

1) sound level meter

۲) attenuator. صفت فاعلی مصدر «تنگیدن»؛ وسیله‌ای برای ایجاد تنگش. لطفاً به پانویست صفحه ۲۳۸ رجوع کنید. — م.

شبکه توزین فرکانس مناسبی می‌گردند و سپس وارد دستگاه درجه‌بندی شده می‌شوند. دستگاه اخیر طوری درجه‌بندی شده است که تراز صوت را نسبت به مآخذ سنجش استاندارد که 10^{-12} وات بر متر مربع باشد بر حسب دسی بل نشان می‌دهد. مقصود از کار گذاشتن شبکه توزین فرکانس در این دستگاه این است که حتی الامکان تراز صوت سنج بتواند عددهایی را نشان دهد که نزدیک به تراز بلندی آنهاست. چنانکه در شکل 13.10 دیده می‌شود، اندازه عددی تراز بلندی بر حسب فون و تراز شدت بر حسب db برای صوتهای بلند در هر فرکانس که باشند تقریباً با هم برابرند، ولی در شدتهای کم و برای فرکانسهایی که غیر از 1,000 سیکل بر ثانیه هستند این دو مقدار بسیار با هم فرق دارند. از اینرو، در تراز شدتهای بالا نیازی به نصب شبکه توزین فرکانس در دستگاه تراز صوت سنج نیست، ولی در شدتهای پایین لازم است شبکه‌ای از این قبیل استعمال شود تا فرکانسهای بالا و پایین هر دو را به مقاداری متناسب که عددهای روی صفحه مدرج دستگاه در این فرکانسها تراز بلندی را همانسان که گوش احساس می‌کند نشان دهد. ترتیب ایده‌آل این است که شبکه‌ای توزین فرکانس بسازیم که دائماً در تغییر باشد. ولی ساختن چنین اسبابی دشوار و گران است، و عملاً دیده شده که کافی است دو شبکه ثابت داشته باشیم، یکی برای استفاده در مورد ترازهای بلندی در حدود کمتر از 55 فون و دیگری برای فاصله بین 55 و 85 فون.

برای کسب اطلاعات بیشتر در باره توزین فرکانس و خصوصیهای دیگر تراز صوت سنج‌ها به خواننده توصیه می‌شود که به مطبوعات انجمن استانداردهای آمریکا رجوع کند.^۲

13.8 ارتفاع^۳ و طنین^۴. از جنبه درک ذهنی صوت می‌توان گفت که هر صوتی که بطور دائم برقرار باشد عموماً سه خاصیت متمایز دارد که آن را از صوت دائم دیگر مشخص می‌سازد. یکی از این سه خاصیت بلندی صوت است که در بخش گذشته از آن بحث کردیم. دومین خاصیت ذهنی ارتفاع آن است. ارتفاع هم مانند بلندی خصوصیتی پیچیده است که تابع یک کمیت فیزیکی تنها نیست. ارتفاع صوتهای موسیقی اساساً بوسیله فرکانس تعیین می‌گردد، ولی در عین حال تابع شدت و شکل موج آن صوتها نیز هست. مثلاً هرگاه تن خالصی به فرکانس 100 یا 200 سیکل بر ثانیه، ابتدا با تراز بلندی معتدل و پس از آن با تراز بلندی زیاد ادا شود همه شنوندگان خواهند گفت که ارتفاع صدای دوم یعنی صدای بلندتر از ارتفاع صدای اول کمتر بوده است؛ در صورتی که می‌دانیم فرکانس در هر دو ثابت مانده است. آزمایشهایی از این گونه ثابت کرده‌اند که وقتی بلندی صوتی را زیاد می‌کنیم تنزل ارتفاع در فرکانسهای پایین آشکارتر است، و هنگامی که تراز بلندی این فرکانسها را از 40 فون به 100 فون برسانیم برای اینکه ارتفاع آن ثابت بماند باید فرکانس صوت را ده درصد بالا ببریم. تغییر ارتفاع بواسطه بلندی در فرکانس 100 سیکل بر ثانیه، بیشترین است. همچنین این تغییر

(۱) سوم شخص مفرد مضارع مصدر «تنگیدن». به پانوشت صفحه ۲۳۸ رجوع کنید. - م.

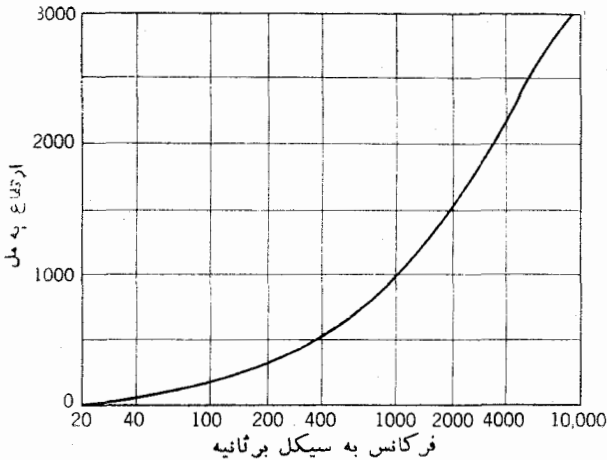
2) *Sound Level Meters for Measurement of Noise and Other Sounds*, Z24.3-1944, American Standards Association (1944). 3) pitch 4) timbre

برای تنه‌های خالص سینوسی آشکارتر است. برای فرکانسهای بین 1,000 و 5,000 سیکل بر ثانیه یعنی در فاصله‌ای که گوش حساسیت بیشتری دارد ارتفاع صوت نسبتاً به بلندی آن وابسته نیست. باید تأکید کرد که تغییرات قابل ملاحظه‌ای که در اثر بلندی در ارتفاع پیدا می‌شوند، و از آن بحث کردیم، فقط ویژه تنه‌های خالص است. برای صوتهای موسیقی معمولی، مانند صدای ویولن، کلارینت، ترومپت، و غیره تغییرات ارتفاع کوچکترند، و معمولاً به یک پنجم نمی‌رسند. این موضوع را می‌توان انتظار داشت زیرا قضیه فوریه ثابت می‌کند که موجهای پیچیده و مختلط آکوستیکی را که بوسیله سازها پدید می‌آیند می‌توان به یک فرکانس اصلی و یک سری هارمونیکها که دامنه بعضی ممکن است بسیار بزرگ باشد، حتی بزرگتر از دامنه فرکانس اصلی، تجزیه کرد. در نتیجه حتی وقتی که فرکانس صوت اصلی در فاصله فرکانسهای باشد که کاهش زیاد در ارتفاع پیدا می‌کنند ولی هارمونیکها دارای فرکانسی هستند که تغییرات ارتفاع در آنها بسیار کم است، یا ارتفاع آنها با افزایش بلندی زیاد می‌شود، به قسمی است که گوش سری کامل مؤلفه‌ها را اصولاً در ارتفاع مساوی و ثابت احساس می‌کند.

برای یافتن ارتباط بین احساس ذهنی ارتفاع و خواص فیزیکی فرکانس از راه‌های مختلف کوشش به عمل آمده است. یک روش این است که دو تن خالص متفاوت را متناوباً برای گوش‌دهنده تولید کنیم. بلندی این دو صوت با هم برابر و معمولاً 40 یا 60 فون باشد. از شنونده بخواهیم که فرکانس یکی از دو صوت را طوری میزان کند که ارتفاع آن در نظرش درست نصف ارتفاع دیگر شود. این آزمایش را برای سری فرکانسهای که در فاصله شنوایی قرار دارند تکرار کنیم. چنانکه انتظار می‌رود، توافق در تشخیص شنوندگان گوناگون به هیچ روی قطعی نیست، ولی نتیجه متوسطی که به دست می‌آید آشکارا ثابت می‌کند که ارتفاع و فرکانس بایکدیگر متناسب نیستند. مثلاً فرکانسی را که گوش نصف فرکانس 200 سیکل بر ثانیه تشخیص می‌دهد نزدیک به فرکانس 100 سیکل بر ثانیه است، ولی فرکانسی که به نظر می‌آید نصف 5,000 سیکل بر ثانیه باشد کمتر از 2,000 سیکل بر ثانیه است. باید کاملاً توجه داشت که هنگام انجام دادن این گونه آزمایشها دوفرکانس را باید متناوباً و نه با یکدیگر تولید کنیم. اگر دو صوت داشته باشیم که به گوشمان نسبت ارتفاع آن دو مانند 2 به 1 باشد و با هم به صدا در آیند، نتیجه آنها خیلی ناجور است؛ حال اگر این دو صدا را توأمأً به گوش شخصی وارد سازیم وی بی‌اراده صدای با فرکانس کمتر را طوری تغییر می‌دهد که فرکانس آن نصف فرکانس صدای دیگر بشود؛ یعنی یک اکتاو پایین باشد، و بدینسان از ناجوری ترکیب دو صدا جلوگیری می‌کند.

اگر ما فرکانسی را مأخذ سنجش قرار دهیم، امکان خواهد داشت که چند عدد به ارتفاع ذهنی نسبت دهیم، و از این راه برای ارتفاع مقیاسی بسازیم. فرکانسی که معمولاً مأخذ سنجش گرفته می‌شود 1,000 سیکل بر ثانیه است و صوت مربوط به آن را 1,000 واحد ذهنی ارتفاع یا 1,000 مل^۱ می‌گیرند. مل از واژه ملودی مشتق شده است. بنابراین مشاهده‌ها را

ممکن است جمع آوری کرد و به شکل يك منحنی در آورد که ارتباط بین فرکانس و ارتفاع را نشان دهد (مانند شکل 13.13). این منحنی بخصوص، در تراز بلندی 60 فون تهیه شده است.



شکل 13.13. ارتفاع بر حسب فرکانس.

روش دیگری برای پیدا کردن معلومات جهت رسم این نوع منحنی این است که حداقل تغییر فرکانس قابل درک، یعنی Δf را بیابیم و سپس ببینیم که این مقدار بر حسب فرکانس متوسطی که برای این کار از آن استفاده کرده ایم چگونه تغییر می کند. در یکی از این گونه آزمایشها تن خالصی تولید کرده آن را به مدت يك ثانیه با فرکانس ثابت ادامه داده اند، سپس فرکانس صوت را با کندی تغییر داده و آن را به فرکانسی که فقط به مقدار کمی از فرکانس اول بیشتر بوده است برده اند و در این حال نیز به مدت يك ثانیه این صوت را ادامه داده اند. پس از آن با کندی صوت را به فرکانس اول برگردانیده اند. معمولاً این تغییر فرکانس Δf را ابتدا به اندازه ای کوچک می گیرند که تشخیص آن ممکن نباشد، و سپس آن را متدرجاً زیاد می کنند. در فرکانسهای کمتر از 500 سیکل بر ثانیه حداقل قابل درک Δf تقریباً ثابت بوده و برای تراز بلندی 60 فون مقدارش تقریباً 3 سیکل بر ثانیه بوده است. با اینهمه در فرکانسهای بالاتر نسبت $\Delta f/f$ تقریباً ثابت است و برای همین تراز بلندی این نسبت در حدود 0.002 و 0.003 است. اگر در اینجا فرض جسورانه ای کنیم، مبنی بر این که در هر تراز بلندی همه مقادیرهای Δf ، صرف نظر از مقدار مطلقشان، دارای مقدار ذهنی مساوی با یکدیگر هستند؛ یعنی مربوط به همان مقدار مل می باشند، در این صورت می توانیم از انتگراسیون نموداری برای به دست آوردن رابطه بین ارتفاع و فرکانس استفاده کنیم. منحنی ای که بدین طریق رسم شده به طرز شگفتی با روشی که برای رسم منحنی به طریق نیم ارتفاع به دست آورده بودیم مطابقت دارد، و این می رساند که فرض بالا دست کم ارزش بسیار دارد.

این موضوع جالب توجه خواهد بود اگر نتایج تابعیت ارتفاع از فرکانس را مقایسه کنیم با طریقی که در آن جای فیزیکی متعلق به ناحیهٔ ماکسیمم تحریک در پردهٔ بازپلر برحسب فرکانس تغییر می‌نماید. این گونه مقایسه نشان می‌دهد که هر گاه دو صوت داشته باشیم که اختلاف ارتفاعشان به اشکال قابل تشخیص باشد فاصلهٔ نقطه‌های ماکسیمم تحریک مربوط به آنها روی پردهٔ بازپلر برحسب میلیمتر مقدار ثابتی است. به‌سختی دیگر، وقتی از شنونده بخواهیم که ارتفاع صوت مخصوصی را به نصف کاهش دهد او بطور خودکار فرکانس را طوری کم می‌کند که محل تحریک ماکسیمم واقع روی پردهٔ بازپلر، خود را از محل اول تغییر داده و آن را در نیمه راه بین رأس و محل سابق قرار می‌دهد.

احساس ارتفاع از تن آمیخته^۱ ای که دارای هارمونیکها و صوت با فرکانس بیشتر از صوت اصلی باشد تنها تابع کمترین فرکانس نیست، بلکه تابع فرکانسها و دامنه‌های صوتهای دیگر توأم با آن نیز هست. مثلاً اگر تن آمیخته‌ای تشکیل شده باشد از فرکانسهای 100، 200، 300، 400، و 500 سیکل بر ثانیه و همهٔ این مؤلفه‌ها به یک بلندی باشند، ارتفاع مشاهده شده در حدود 160 مل است، و اگر مؤلفهٔ با فرکانس 100 سیکل بر ثانیه را از این مجموع حذف کنیم مشاهده می‌شود که ارتفاع بقیه بساز برابر با 160 مل باقی می‌ماند. همچنین، یک دسته مؤلفه‌های مساوی و آمیخته که با فرکانسهای 400، 600، 800، و 1,000 سیکل بر ثانیه دارای ارتفاع در حدود 300 مل خواهد بود و اگر فرکانسهای 500، 700، و 900 را به آنها بیفزاییم ارتفاع حاصل تا حدود 160 مل کاهش می‌یابد. از بررسی مثالهای بالا آشکار می‌شود که ارتفاع یک سری کامل از هارمونیکهایی که همگی دارای بلندی مساوی باشند بوسیله حداقل تفاضل فرکانسها تعیین می‌گردد، نه بوسیلهٔ کمترین فرکانس میان آنها. همین پدیده را البته با وسعت کمتری می‌توان در بارهٔ صوتی موسیقی مشاهده کرد که دامنهٔ هارمونیکهای آن از دامنهٔ صوت اصلی بسیار کوچکتر باشد. منشاء این گونه اثرها در خصوصیت ناخطی بودن حس شنوایی است، و این را در بخش 13.9 بحث خواهیم کرد.

وقتی تعداد مؤلفه‌های صوت آمیخته، زیاد باشد و این صوتها نیز نزدیک به یکدیگر باشند، یعنی قسمت نسبتاً زیادی از پردهٔ بازپلر را بپوشانند، صوت خاصیت داشتن ارتفاع را از دست می‌دهد و مانند نوفه می‌گردد. یک نمونه نوفه‌ای است که بر اثر گرما پیدا می‌شود، که تمام فرکانسهای مؤلفه‌ها تقریباً دارای شدت یکسان هستند، بطور پیوسته در سراسر فاصلهٔ فرکانسهای قابل شنیدن قرار گرفته‌اند. چنین نوفه‌ای شکل مخصوصی دارد که شبیه به صدای سرخ کردن غذا و یا صدای ریزش آب است و آن را نوفهٔ سفید^۲ می‌نامند.

طنین نواهای موسیقی نیز خاصیتی ذهنی است که به ما امکان می‌دهد دو صوتی را که تراز شدت و فرکانس اصلی آنها مساوی باشند ولی شکل موج آنها متفاوت باشد از یکدیگر تشخیص دهیم. به سختی دیگر، احساس طنین مبین توانایی ما در تشخیص صدای ویولن از صدای ترومپت است، ولو اینکه هر دو این سازها یک نت معین را با بلندی یکسان بنوازند.

طنین مانند بلندی و ارتفاع یکی از خصوصیت‌های پیچیده صوت است، و اگرچه اساساً تابع شکل موج صوتی است که می‌شنویم ولی تابع شدت و فرکانس آن نیز هست. مثلاً اگر یک نت موسیقی که بوسیله ویولن نواخته شده ضبط گردد و دوباره با همان بلندی بوسیله دستگاه ضبط صوتی از نوع بس‌همانده^۱ تولید شود این صوت را تقریباً نمی‌توان از صوت اصلی تشخیص داد. از سوی دیگر، اگر تمام مشخصات صوت و ساز را ثابت نگهداریم ولی تراز بلندی را 20 فون یا بیشتر بیفزاییم صوت دستگاه ضبط صوت طبیعی به نظر نخواهد آمد، و می‌رساند که طنین آن تغییر کرده است. بهمین طریق اگر صفحه گرامافون یا فیلمی که نتی را روی آن ضبط کرده‌ایم با سرعت بسیار نسبت به سرعت هنگام ضبط حرکت دهیم، یعنی بدینوسیله شکل موج و ساختمان هارمونیکها را ثابت گذارده ولی فرکانسهای اصلی را زیاد کنیم، صدایی که دوباره تولید می‌شود برای ما همان صدای ویولونی نخواهد بود که ابتدا ضبط کرده بودیم. موسیقیدانان برای انواع طنینها صفتهای گوناگونی چون ملایم، روشن، چین‌دار، برنجی^۲، و غیره به کار می‌برند، ولی تاکنون هیچگونه کوششی جهت برقراری واحدی ذهنی برای طنین مانند واحدهای ذهنی که برای بلندی و ارتفاع تعیین گشته است به عمل نیامده و بواسطه پیچیدگی موضوع احتمال کامیابی در کوششی که به کار رود نیز در میان نیست.

13.9 زنش، هارمونیکهای شنودی^۳، تنهای ترکیبی. در بخش 1.11 گفته شد که وقتی دو تن ساده هارمونیک تقریباً به یک شدت باشند ولی فرکانسشان چند سیکل در ثانیه تفاوت داشته باشد، بطور خطی ترکیب می‌شوند، و دامنه ارتعاش منتجه آنها به میزانی مساوی با اختلاف فرکانس آنها کم و زیاد می‌گردد. اگر دو هارمونیک نامبرده در ناحیه شنوایی قرار گرفته باشند صوت نیز به شکل تن واحدی شنیده می‌شود که بلندی آن با نرمی و بطور منظم به میزان اختلاف فرکانس تغییر می‌کند، و در این حال گویند که دو تن با یکدیگر زنش کرده‌اند، و آنچه می‌شنویم صدای زنش است. هم اکنون این پدیده را با دانسته‌های کنونیمان در باره فراروند شنوایی توضیح داده‌اند، زیرا دو فرکانس به اندازه‌ای نزدیک و مشابه با یکدیگرند که هر دو یک قسمت از پرده بازپلر را متأثر می‌سازند، و بنابراین هر دو دارای یک ارتفاع هستند. وقتی دو تن متناوباً دارای یک فاز و فاز مخالف می‌گردند، یعنی هنگامی که دو صوت هم‌فاز شده و سپس در فاز مخالف قرار می‌گیرند ارتعاشهایی را در این پرده تولید می‌کنند که دامنه آنها متناوباً بزرگ و کوچک می‌شود، و این به نوبه خود سبب می‌شود که بلندی آن نیز متناوباً افزایش یا کاهش یابد. مشاهده میزان زنش بین دو تن اساس روش بسیار دقیقی است برای اینکه این دو صدا را هم‌فرکانس کنیم؛ یعنی زنش بین آن دو را صفر گردانیم، و همین روش برای هماهنگ کردن سازهای گوناگون موسیقی به کار می‌رود. چون اختلاف بین دو فرکانس زیاد شود میزان زنش نیز افزایش می‌یابد، و تا میزان 6 یا 7 زنش در ثانیه، صوت زنش، خاصیت تغییر نرم و ملایم خود را حفظ می‌کند. وقتی میزان

1) high fidelity

2) brassy

3) aural harmonics

زنش بیشتر شود، دیگر بلندی صوت زنش بطور ملایم تغییر نمی‌کند، بلکه در فاصله‌هایی صوت بسیار شدید می‌گردد، و اگر باز میزان زنش ترقی یابد صوت زنش ناصاف و خشن و ناموزون می‌شود. میزان زنش که موجب صوت خشن می‌گردد علاوه بر عاملهای دیگر تابع فرکانس متوسط است و برای فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه در حدود 170 زنش در ثانیه می‌باشد. علت فیزیولوژیکی احساس خشونت و ناموزونی زنش در مواقعی که تعداد زنش در ثانیه بالا باشد برخلاف حالتی که زنش بطور ملایم و منظم به گوش می‌رسد هنوز به خوبی دانسته نشده است، و شاید این پدیده در اثر تحریک قسمت‌های وسیعتر ازجایهای مختلف پردهٔ بازپلر وجود پیدا می‌کند.

هرگاه دو تن خالص داشته باشیم که در ناحیهٔ شنوایی واقع باشند و اختلاف آنها در فرکانس آنها باشد، و تفاضل دو فرکانس نیز در ناحیه شنوایی قرار داشته باشد، وقتی دو صوت نامبرده را تولید کنیم صوتی همفرکانس با فرکانس تفاضل دو صوت نیز خواهیم شنید؛ بویژه اگر دو صوت اصلی را به قدر کافی بلند تولید کرده باشیم. صدای منتهجه را **تن تفاضل** می‌نامند، و وجود آن نتیجهٔ مستقیم ناخطی بودن خصوصیت‌های گوش است؛ زیرا چنانکه در بخش 1.10 آمد، ترکیب خطی دو فرکانس پدیدهٔ متناوبی از نوع تفاضل دو فرکانس اصلی تولید نمی‌کند. برعکس اگر این دو فرکانس را به دستگاهی ناخطی وارد سازیم، یعنی مثلاً دستگاهی باشد که پاسخ آن به جای اینکه متناسب با توان اول محرک تغییر کند با توان دوم محرک تغییر یابد، در این صورت به کمک تبدیلیهای مثلثاتی می‌توان به آسانی ثابت کرد که پاسخ دستگاه نه تنها شامل فرکانسهای اصلی است بلکه شامل فرکانسهای معادل مجموع یا معادل تفاضل دو فرکانس نیز هست. معمولاً مدارهای الکتریکی ناخطی را در فرستنده‌ها یا گیرنده‌های رادیویی به منظور تولید حاصل جمع یا تفاضل دو فرکانس به کار می‌برند. اثبات ریاضی تولید صوتهایی که از جمع یا تفریق دو فرکانس بوسیلهٔ سازوکارهای ناخطی پیدا می‌شوند بعنوان تمرین به خواننده واگذار می‌گردد (مسئله 13.6).

قبل از ادامهٔ بحث دربارهٔ **تنهای ترکیبی** از نوعی که در بالا ذکر کردیم، خوب است دلیلهایی را که ثابت می‌کنند سازوکار شنوایی دارای خواص ناخطی است از نظر بگذرانیم. دو راه آزمایشی مختلف برای بررسی این مسئله موجودند؛ یکی مبتنی بر مشاهدات ذهنی است و دیگری بر پایهٔ اندازه‌گیری پتانسیل حلزونی نهاد شده. برای توضیح روش اول ببینیم پاسخ ذهنی تن خالص که فرکانس آن نسبتاً پایین، مثلاً در حدود 200 سیکل بر ثانیه باشد و با بلندی کافی ادا شود چه اندازه است. اگر گوش کاملاً خاصیت خطی بودن داشته باشد تنها تنی که شنیده می‌شود صوت فرکانسی است که روی آن تأثیر کرده، ولی یک تجزیهٔ مثلثاتی از نوعی که در بند گذشته بیان داشتیم ثابت می‌کند که هرگاه گوش تا اندازهٔ بسیار کمی هم خاصیت ناخطی داشته باشد صوتهایی را نیز خواهیم شنید که فرکانس آنها مضر بهای صحیح 200 سیکل بر ثانیه است. این فرکانسهای بالا را که **هارمونیکهای** **شوندنی** نامیده می‌شوند

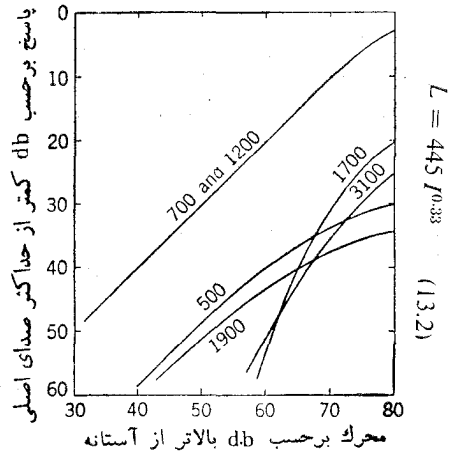
هر گوش ورزیده‌ای می‌تواند عملاً تشخیص دهد. یک روش برای آشکارتر کردن هارمونیکهای شنودی این است که تن دیگری تولید کنیم که تقریباً به همان فرکانسی باشد که انتظار داریم در هارمونیکهای شنودی موجود باشد. مثلاً اگر فرکانس این تن دوم 603 سیکل بر ثانیه باشد با هارمونیک شنودی سوم به فرکانس 200 سیکل بر ثانیه، ثانیه‌ای 3 بار می‌زند، و کم و زیادی بلندی را به آسانی می‌توان تشخیص داد. از آنجا که پدیده‌ی زنش وقتی آشکارتر است که دامنه مؤلفه‌های آن برابر باشند، بنابراین می‌توان پنداشت که بلندی ذهنی هارمونیکهای شنودی مساوی با بلندی آن تن اضافی است که قویترین زنشا را پدید می‌آورد. روش دوم برای به دست آوردن اطلاعات درباره‌ی ناخطی بودن گوش از طریق اندازه‌گیری پتانسیلهای حلزونی است. از آنجا که استعمال این روش نیازمند به عمل جراحی است، در مورد جانوران به کار می‌رود. ولی شباهت تشریحی بین سازوکار شنوایی جانوران و آدمی این احتمال را قوی می‌سازد که چنانچه این اندازه‌گیریها در مورد گوش انسان نیز به عمل آیند نتیجه‌های کاملاً مشابه به دست خواهند آمد. چنانکه در بخش 13.5 گفتیم، ارتباط نزدیک میان پتانسیلهای حلزونی و شنوایی ما را مطمئن می‌سازد که دامنه‌ها، فرکانسها، و شکل موجهای مربوط به پتانسیلهای حلزونی نماینده‌ی کاملاً دقیق‌ی از صوتهایی هستند که جانوران مورد آزمایش شنیده‌اند. اگر تن خالص با شدت کم به گوش وارد شود، پتانسیل حلزونی دارای موجهایی سینوسی با فرکانسی مساوی با آن تن می‌گردد. ولی اگر شدت تابش این تن را زیاد کنیم تاییدگی‌ای که نشانه‌ی تولید هارمونیکهای شنودی است پدید می‌آید. یک نوع از ادوات الکتریکی را که تجزیه‌کننده‌ی هارمونیک نام دارد، می‌توان برای تعیین فرکانسها و دامنه‌ی نسبی هارمونیکهای مؤلفه موج تاییده به کار برد، و از این راه اندازه‌گیری شدتهای نسبی هر کدام از هارمونیکها را معلوم ساخت.

نتیجه‌هایی که از هر دو روش به دست آمده‌اند نشان می‌دهند که تنهای با فرکانس بیش از 500 سیکل بر ثانیه که تراز بلندی آنها از 40 فون کمتر باشد هارمونیکهای شنودی، چشمگیری پدید نمی‌آورند. با وجود این در فرکانس نزدیک به 100 سیکل بر ثانیه تراز بلندی که در آن در صدا تاییدگی پیدا می‌شود کمتر از 20 فون است. و چون تراز بلندی‌ها رفته‌رفته زیاد کنیم هارمونیکها به ترتیب ظاهر می‌شوند؛ یعنی نخست هارمونیک یکم، سپس هارمونیک دوم، سوم، چهارم، و بدینسان. بطور کلی، بلندی ذهنی تمام هارمونیکهای شنودی از بلندی صوت اصلی کمتر است، و هر اندازه رتبه‌ی آنها بالا می‌رود بلندی آنها کاهش می‌یابد، یعنی هارمونیک دوم بلندتر از هارمونیک سوم است، و بدینسان. با این همه، هرگاه صوتی با ارتفاع کم ولی با شدت زیاد تولید کنیم، مثلاً صوتی با فرکانس 60 سیکل بر ثانیه با تراز شدت 100db، ممکن است هارمونیک دوم از صوت اصلی بلندتر شود، و بلندی تعدادی از هارمونیکهای بالاتر به بلندی صوت اصلی برسد.

وجود تنهای ترکیبی از نوع جمعی یا تفاضلی را می‌توان بوسیله‌ی هر یک از این دو روشی

که مورد بحث قرار دادیم جستجو کرد. بطور کلی تنهای تفاضلی با تراز شدتی پایینتر از تراز شدت تنهای جمعی آشکار می‌گردند، ولی در هر حال وجود هر دو نوع تن مشاهده شده است. نتیجه‌های نمونه‌ای که بوسیله

نیومن، استیونس، و دیویس^۱ به دست آمده‌اند در شکل 13.14 نموده شده‌اند. منحنیهای این شکل نشان می‌دهند که چگونه پاسخ تن مرکب در مورد چهار نوع از این تنها با تغییر محرك تغییر می‌کنند. معلوماتی که برای رسم این منحنیها به کار رفته‌اند از راه اندازه‌گیری پتانسیلهای حلزونی گوش گر به‌دست آمده‌اند که هنگام تحریک بوسیله دو تن خالص با فرکانسهای 700 و 1,200 سیکل بر ثانیه پیدا شده‌اند. چنانکه دیده‌می‌شود، تن تفاضلی 500 سیکل بر ثانیه (1,200 - 700)



شکل 13.14. تنهای ترکیبی شنودی.

بوسیله محرك نسبتاً کوچکی ظاهر می‌گردد ولی شدت آن از سایرین بیشتر است. دومین تنی که شدت زیادی دارد تن جمعی 1,900 سیکل بر ثانیه (1,200 + 700) است. در این شکل منحنیهای مربوط به هارمونیکهای رتبه بالا یعنی فرکانس تفاضلی 1,700 سیکل بر ثانیه (2 × 1,200 - 700) و تن جمعی 3,100 سیکل بر ثانیه (2 × 1,200 + 700) نیز دیده می‌شوند. می‌بینیم که این تنها ابتدا بوسیله محرکی بسیار شدیدتر از محرك تن ترکیبی رتبه یکم ظاهر می‌گردند که چون محرك زیادتر شود پاسخ آنها هم از پاسخ تنهای ترکیبی رتبه یکم بالاتر میگردد. تنهای ترکیبی رتبه بالاتر از قبیل تنهای با فرکانس 200، 300، 1,000، 2,200، 2,600، و 3,300 سیکل بر ثانیه نیز مشاهده گردیده‌اند.

وجود تنهای ترکیبی می‌تواند توضیحی باشد برای رابطه غیرطبیعی موجود بین ارتفاع تن آمیخته و هارمونیکهای درون آن، چنانکه در بخش 13.8 از آن سخن گفتیم. در آنجا گفته‌ایم که هرگاه تنی تنها شامل مؤلفه‌های 200، 300، 400، و 500 سیکل بر ثانیه باشد، ارتفاع آن 160 مل به نظر می‌آید. اکنون با این توضیحات آشکار می‌گردد که فرکانس 100 سیکل بر ثانیه که از مجموعه حذف شده بود دوباره از راه تنهای ترکیبی در گوش شنونده به طریق تفاضلی وجود پیدا می‌کند. طراحان دستگاههای رادیوی ارزان قیمت^۲ غالباً از این پدیده استفاده می‌کنند. وقتی جریان متناوب با فرکانس 60 سیکل بر ثانیه را بوسیله دستگاه مستقیم‌کننده تمام موج، مستقیم کنیم مهمه^۲ مزاحم 120 سیکل بر ثانیه نیز در صوت

1) Newman, Stevens, and Davis, *J. Acoust. Soc. Am.*, 9, 107 (1937).

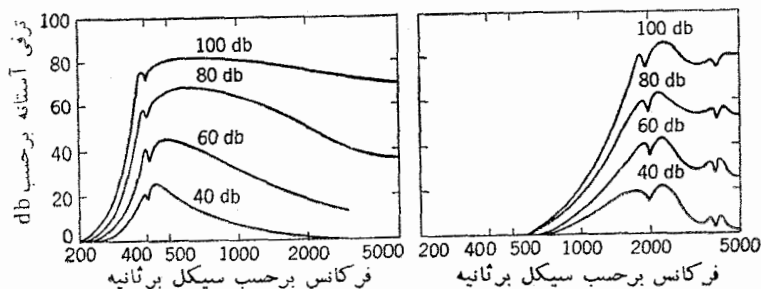
2) hum

بازداده پیدا می‌شود. از آنجا که عناصر مدار الکتریکی که برای حذف این همه‌مه لازمند دارای حجم و بهای بسیارند، دشواری را چنین حل می‌کنند که مدار گیرنده و بلندگو را طوری طرح می‌ریزند تا نتوانند فرکانسهای کمتر از 140 سیکل بر ثانیه را با انرژی آکوستیکی قابل ملاحظه‌ای از خود بیرون دهند. این فرکانس کمتر از یک اکتاو در زیر C متوسط قرار دارد، و از اینرو هنگام تولید دوباره صوت فرکانسهای پایین در آن وجود ندارند، مگر اینکه صوتهای حذف‌شده دوباره در گوش شخص گوش‌دهنده به شکل صدای تفاضلی بین هارمونیکهای بالا پیدا شوند.

علت ناخطی بودن ساز و کار شنوایی هنوز کاملاً تعیین نگشته است. ابتدا چنین می‌پنداشتند که این تابیدگی اساساً در گوش میانی بواسطه ناخطی بودن اتصالات مکانیکی بین استخوان ریزه‌هایی که پرده صماخ را به درجه بیضوی متصل می‌سازند پیدا می‌شود. گرچه راست است که اتصال بین استخوان ریزه‌ها مقداری خواص ناخطی وارد می‌سازد، به خصوص وقتی که شدت زیاد باشد، ولی دلیلهای آزمایشی موجودند که می‌رسانند علت اصلی تابیدگی در گوش درونی است نه در گوش میانی، و این خاصیت ناخطی با ناخطی بودن یاخته‌های موئن همراه است.

13.10 پوشش بوسیله تن خالص. همه کس به این حقیقت واقف است که شنیدن و فهمیدن سخنرانی با وجود صدای زمینه نسبتاً بلند و مزاحم، مانند صدای ناله مولد بزرگ برق یا غرش هواپیما، دشوار است. در چنین حالتی گوییم که صدای مورد نظر ما یا سیگنال مورد توجه ما بوسیله صدای زمینه پوشیده شده است. درجه پوشندگی بر طبق تعریف حدی است که صدای پوشنده آستانه شنوایی صدای پوشیده‌شده را بالا می‌برد، و این مقدار عموماً بر حسب دسی بل بیان می‌گردد. بطور کلی صوت پوشنده و صوت پوشیده‌شده هر دو از لحاظ شکل موج و ساختمان فرکانس پیچیده هستند. با اینهمه، تاکنون اطلاعاتی از اصول اساسی که بنیاد این پدیده بر آنها استوار است در موردهایی که صوتهای پوشنده و پوشیده شده هر دو سینوسی باشند به دست آمده است. در آزمایشی که در این باره به عمل می‌آید صدای پوشنده دائماً در تراز شدت ثابتی تولید می‌شود. سپس تن سیگنال مورد نظر را رفته رفته از ترازى که زیر تراز شنیدن باشد بالا می‌برند تا به حدی برسیم که قابل تشخیص باشد. نتیجه‌های نمونه این آزمایشها در شکل 13.15 در مورد دو صدای پوشنده یکی A با فرکانس 400 سیکل بر ثانیه، و دیگری صوت B با فرکانس 2,000 سیکل بر ثانیه نموده شده است. در هر کدام از آنها فرکانس صدای پوشیده شده بر محور طولها و ترقی آستانه صدای پوشیده شده برای شدتهای مختلف صدای پوشنده بر حسب db بر محور عرضها برده شده است. چنانکه ملاحظه می‌شود، پوشیده شدن تن خالص بوسیله تن خالص دیگر وقتی هر دو به یک فرکانس باشند آشکارتر است و بطور کلی هر صوت سیگنالهای با فرکانس بالاتر را زیادتر و مؤثرتر از سیگنالهای با فرکانس پایینتر می‌پوشاند. مثلاً سیگنالی که دارای فرکانس 1,000 سیکل

بر تائیه و تراز شدت 40db باشد بوسیله صوتی که فرکانس آن 400 و تراز شدتش 80db باشد کاملاً پوشانیده می‌شود. ولی همین سیگنال تراز شدت 40db در حضور صدای $2,000$ سیکل بر تائیه که دارای همان تراز شدت 80db باشد خیلی بالاتر از آستانه شنوایی قرار گرفته است. تصور هارمونیکهای شنودی که در اثر تنهای پوشنده تولید می‌گردند می‌تواند توضیحی بر این پدیده باشد. در مورد تن پوشنده 400 سیکل بر تائیه و تراز شدت 80db هارمونیکها عبارتند از 800 ، $1,200$ ، $1,600$ ، و بدینسان سیکل بر تائیه که تراز بلندی هر کدام به تراز بلندی صوت اصلی می‌رسد، و از آنجا که بالاخره یکی از این هارمونیکهای بالا تقریباً دارای فرکانس واقع در ناحیه بالای شنوایی است، بنا بر این آن فرکانس را خواهد پوشانید. از طرف دیگر، هارمونیکهای شنودی که دایر فرکانس $2,000$ سیکل بر تائیه پدید می‌آیند، دارای فرکانس $4,000$ و بیشترند، و از اینرو سیگنال $1,000$ سیکل بر تائیه را نمی‌پوشانند. گاهی که در هر یک از این منحینها به چشم می‌خورد مربوط به وقتی است که فرکانس تن پوشنده تقریباً مساوی با فرکانس سیگنال باشد، و نماینده روی دادن زنش است که می‌تواند بعنوان کمک برای تشخیص وجود سیگنال به کار رود.



شکل 13.15. پوشش یک تن خالص بوسیله تن خالص دیگر.

نتیجه‌های آزمایشهایی که در بالا شرح دادیم امکان آن را به دست می‌دهند تا در باره طریقی که تن خالص بتواند سیگنال آمیخته‌ای مانند سخنرانی را پوشاند پیشبینی کیفی کنیم. طیف کامل فرکانسهای گفتار از زیر 200 سیکل بر تائیه تا بالای $10,000$ سیکل بر تائیه ممتد است ولی امتحانات تلفظی ثابت کرده‌اند که نوار فرکانس مکالمه که برای فهمیدن دارای اهمیت است از $1,000$ تا $2,500$ سیکل بر تائیه گسترده است. اگر فقط این نوار را تولید کرده و سایر فرکانسها را بوسیله شبکه صافی حذف کنیم به قابل فهم بودن گفتار صدمه مهمی وارد نمی‌شود، با وجودی که صدا قدری غیرطبیعی می‌گردد، و صدای مرد از صدای زن تشخیص داده نمی‌شود. در دستگاههای تلفنی عادت بر این است که نواری را که از 250 تا 2750 سیکل بر تائیه باشد به کار می‌برند، ولی فرکانسهای پایینی که در این نوار قرار دارند در قابلیت فهم مکالمه اثر چندانی ندارند، و عمل اساسی آنها این است که صدای تولید شده را طبیعی می‌سازند. از آنچه گفتیم می‌توان انتظار داشت که تن خالصی دارای بیشترین

خاصیت پوشندگی است که فرکانس آن در حدود 500 سیکل بر ثانیه باشد، زیرا هارمونیکهایی از آن که قویتر باشند از لحاظ فرکانس در نواری که برای تلفظ خوب به کار می رود پخش گردیده اند. همچنین می توان نتیجه گرفت که موجهای تابیده، مانند موجهای مربع یا سری هایی که از تپه ها درست می شوند در عمل نویسندگی مؤثرتر از تنهای خالص هستند، زیرا این قبیل صداها خود هارمونیکهای متعددی دارند. آزمایشهای عملی هر دو نتیجه گیری را اثبات می کنند.

13.11 پوشش بوسیله نوفه. صوت پوشنده ای که بیشتر مورد استفاده است از نوع نوفه می باشد، که اصولاً دارای طیفی پیوسته از فرکانسهاست. در سیستم مخابرات الکتریکی، مانند رادیو یا تلفون، این نوع تداخل موجی ممکن است مربوط به نوفه معمولی اتاق واقع در ابتدا یا انتهای خط یا مربوط به دستگاه فرستنده و چراغهای گرمایی دستگاه یا مربوط به نوفه اتمسفر باشد. واضح است که برای مهندس ارتباط بسیار جالب است که بتواند مقدار پوشندگی قابل قبول دستگاه را تعیین کند، و راهی برای کاستن از این نوع تداخل موجها بیابد. نوفه اتاق را می توان با نصب مواد گیرنده صوت کم کرد، و نوفه مدار الکتریکی را با طرح ریزی شایسته ای می توان کاهش داد؛ ولی با تمام اینها در عمل همیشه مقداری نوفه که عمل پوشندگی را انجام می دهد برجای می ماند.

اگرچه در این نوع نوفه ها زمینه انرژی در تمام طول نوار آن توزیع شده است، ولی این توزیع الزاماً یکنواخت نیست. طریقی را که شدت بر حسب فرکانس تغییر می کند می توان با یک منحنی یا نمودار نشان داد، که در حقیقت نماینده طیف صوت نوفه است. روی محور طول این نمودارها، فرکانسهای مختلف، و روی محور عرضها تراز طیف^۱ صوت در هر فرکانس را برده اند. برای هر فرکانس معین f تراز طیف شدت^۲ بر حسب تعریف عبارت است از تراز شدت صوتی که درون نواری به عرض یک سیکل بر ثانیه واقع باشد و بر وسط فرکانس f متمرکز شده باشد. همین طور، تراز طیف فشار^۳ بر حسب تعریف تراز فشار نواری به عرض یک سیکل بر ثانیه است. از لحاظ نظری، طیف نوفه را ممکن است به این طریق اندازه بگیریم که نوفه را بوسیله یک سیستم خطی شامل میکروفون و تقویت کننده اخذ کنیم و ولتاژ نتیجه را از شبکه صافی که نوار گذر از آن یک سیکل بر ثانیه بوده و فرکانس مرکز آن را بتوان در حدود فرکانسهای شنوایی قرار دارد بگذرانیم. در عمل مشکل است یک صافی بتواند چنین نوار باریکی را گذر دهد و دارای خاصیت قطع تیز هم باشد و از اینرو معمولاً لازم می شود که صافی ای به کار بریم که نوار گذر آن وسیعتر باشد. هرگاه نوار گذر از صافی بطور قابل قبولی باریک باشد و طیف صوت دارای قله های تیز نباشد، دیده می شود که در مورد هر فرکانس معین f که مرکز گرفته شود وقتی مقدار شدت صوت I را از درون شبکه اندازه بگیریم و به پهنای نوار تقسیم کنیم این نسبت تقریباً ثابت می ماند. بنابراین، تراز طیف شدت ISL را در هر فرکانسی که باشد می توان

بدینسان اندازه گرفت که مقدار شدتی را که از درون این صافی وسیع می‌گذرد تعیین کنیم و تراز طیف را از معادله زیر به دست آوریم

$$ISL = 10 \log \frac{I}{I_0 \Delta f} \quad (13.3)$$

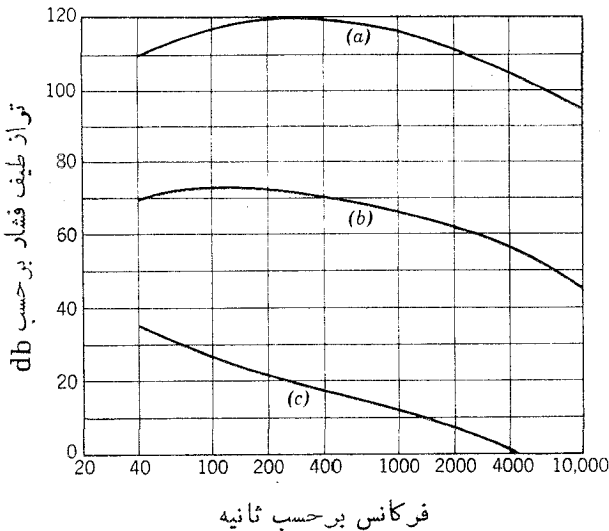
در رابطه بالا I_0 شدت مآخذ سنجش، یعنی 10^{-12} وات بر متر مربع است و Δf پهنای نوار صافی بر حسب سیکل بر ثانیه، چون جزء $10 \log I/I_0$ در حقیقت اندازه تراز شدت IL متعلق به نوار Δf است، معادله 13.3 را می‌توان به طریق زیر نیز نوشت

$$ISL = IL - 10 \log \Delta f \quad (13.4)$$

این موضوع را بعنوان تمرین به عهده خواننده می‌گذاریم که ثابت کند تراز طیف فشار، PSL نیز بوسیله رابطه زیر محاسبه می‌گردد

$$PSL = SPL - 10 \log \Delta f \quad (13.5)$$

SPL تراز طیف فشار است که در نواری به پهنای Δf سیکل بر ثانیه اندازه‌گیری شده باشد.



شکل 13.16. نمونه ترازهای طیف فشار نسبت به 0.0002 میکرو بار بر حسب db. (a) در فاصله 10 فوتی از موتور توربو جت که تراز فشار کلی آن 150 db بوده است. (b) کارخانه نوبه آلودی که بر روی هم تراز فشار آن 102 db بوده است. (c) نوبه معمولی اتاق که بر روی هم 50 db تراز فشار آن است.

تراز طیف نوبه عموماً تابع فرکانس f است. شکل 13.16 سه نمونه از تابعیت تراز طیف از فرکانس را نشان می‌دهد. در عمل هر سه منحنی این شکل از اندازه‌گیری‌هایی به دست

آمده‌اند که نوار گذر از صافی آن به‌جای داشتن پهنای یک سیکل برثانیه دارای پهنای نیم اوکتاو بوده‌اند. اگر از صافی با پهنای نوار یک سیکل برثانیه استفاده کرده بودند بیگمان در مورد موتور جت و کارخانه نوفه‌آلود بر هر یک از منحنیهای طیف یک یا چند قله خیلی تیز نیز مشاهده می‌گردید. باید در نظر گرفت که تراز طیف هر سه نوفه که در شکل 13.16 نموده شده‌اند با افزایش فرکانس متدرجاً کاهش می‌یابد، و این از خصوصیت‌های صوت‌های طبیعی است. با وجود این ممکن است نوفه‌ای پدید آوریم که تراز طیف آن در طول تمام فرکانسهای شنیدنی ثابت بماند. این‌گونه نوفه را نوفه «سفید» می‌نامند.

بوسیله هر یک از سه منحنی شکل 13.16 می‌توان تراز فشار صوتی کلی را در طول تمام نوار میان 40 و 10,000 سیکل برثانیه حساب کرد. اگرچه مفهوم تراز فشار کلی از حیث معنی از مفهوم آنچه که با استفاده از رسم تراز طیف به دست می‌آید کمتر است، چون نتیجه اندازه‌گیری نوفه با روش اول مستقیماً با یک عدد داده می‌شود، عموماً آن را به کار می‌برند؛ یعنی مقدار تراز فشار کلی را بوسیله دستگاهی به نام تراز صوت سنج مستقیماً اندازه‌گیری می‌کنند. مقدار تراز فشار کلی را نیز می‌توان با استفاده از منحنیهای ترازطیف حساب کرد. یکی از روشهای این محاسبه را بقرار زیر ذکر می‌کنیم:

(1) فرکانسهای موجود را در نوارهایی به پهنای مناسب به‌منظور تخمین ترازطیف فشار *PSL* در هر نوار تقسیم کنید.

(2) تراز طیف فشار میانگین هر نوار را تخمین بزنید.

(3) تراز فشار نوار یعنی *PBL* را برای هر کدام از نوارهای بالا محاسبه کنید. این

عمل اصولاً وارونه عملی است که منجر به معادله 13.5 شده و با رابطه زیر داده می‌شود

$$PBL = PSL + 10 \log \Delta f \quad 13.6$$

Δf پهنای نوار بر حسب سیکل برثانیه است.

(4) هر تراز فشار نوار را به شدت (یا شدت نسبی) تبدیل کنید.

(5) شدتها (یا شدتهای نسبی) را با یکدیگر جمع کنید تا شدت کلی به دست آید.

(6) شدت کلی را به تراز فشار صوتی کلی تبدیل کنید. روشی که در بالا ذکر شد ممکن

است به‌همین آسانی برای تبدیل منحنیهای ترازهای طیف شدت به تراز شدت کلی به‌کار رود.

برای جمع کردن دسی‌بلها با یکدیگر جداولهای متعددی ساخته‌اند. بدین وسیله می‌توان

ترازهای نوارها را که در قسمت (3) بر حسب *db* داده شده مستقیماً با هم ترکیب کرد، و

بی‌آنکه لازم شود شدتها را با هم ترکیب کنیم تراز کلی شدت را به دست آوریم.

بعنوان مثال درباره روشی که در بالا ذکر شد فرض کنیم می‌خواهیم تراز فشار کلی نوفه

کارخانه‌ای را که با منحنی (*b*) شکل 13.16 داده شده تعیین کنیم. داده‌هایی که برای این

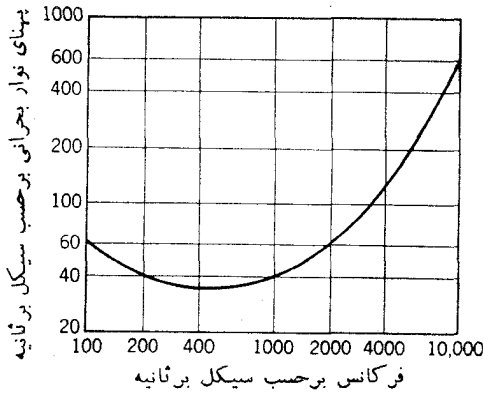
محاسبه لازمند در جدول زیر خلاصه گردیده‌اند. می‌بینیم که سرانجام شدت 15×10^{-3}

وات بر متر مربع معادل است با تراز فشار *db* 102.

نوار فرکانس (سیکل بر ثانیه)	پهنای نوار (سیکل بر ثانیه)	تراز طیف PSL (db)	تراز نوار PBL (db)	شدت I (watt/m ²)
40-100	60	72	90	1×10^{-3}
100-200	100	73	93	2×10^{-3}
200-400	200	72	95	3×10^{-3}
400-1000	600	68	96	4×10^{-3}
1000-2000	1000	64	94	2.5×10^{-3}
2000-4000	2000	59	92	1.5×10^{-3}
4000-10,000	6000	52	90	1×10^{-3}
			جمع	15×10^{-3}

هرگاه نوار بسیار باریکی از نوفه، یعنی نواری که پهنایش فقط چند سیکل بر ثانیه باشد، تن خالصی را پپوشاند مانند این است که تن خالص دیگری که دارای شدت نوفه است و فرکانس آن برابر فرکانس مرکز نوفه باشد تن خالص اول را پوشانیده باشد. در نتیجه وقتی که تراز طیف نوفه نسبتاً ثابت باشد، شدت نوار باریکی از این نوفه مستقیماً متناسب است با پهنای Δf ، و از اینرو اثر پوشش آن که بر حسب db بیان می‌شود، مستقیماً با مقدار $10 \log \Delta f$ زیاد می‌شود. ولی با تغییر دادن نوار نوفه به عرض نواری می‌رسیم که پهنای نوار بحرانی^۱ نام دارد^۲، و پس از آن هر اندازه پهنای نوار نوفه را زیاد کنیم دیگر اثر پوششی بر تن خالصی که دارای فرکانس مرکز نوفه باشد ندارد، یا اثرش بسیار کم و چشم‌پوشیدنی است. ظاهراً وقتی به پهنای نوار بحرانی می‌رسیم که نوفه تمام فرکانسهایی را شامل باشد که یک ناحیه از پردهٔ بازیر را متأثر می‌کنند، و این ناحیه همان ناحیه‌ای باشد که تن خالص پوشیده شده آن را متأثر می‌سازد. هرگاه نوفه‌ای خارج از پهنای نوار بحرانی به آن اضافه کنیم نتیجه صدایی ناخوشایند خواهد بود، ولی اثری بر پوشش تن خالص ندارد. در شکل 13.17 پهنای نوار بحرانی به پیروی از فرکانس تن خالص رسم گردیده است. دومین خاصیت بسیار مهمی که در پوششندگی پهنای نوار بحرانی وجود دارد این است که آستانهٔ طبیعی شنوایی تن پوشانیده شده را تا تراز نوار بحرانی که بر حسب db بیان شده باشد بالا می‌برد؛ یعنی تا تراز نواری از نوفه که در نوار بحرانی است ترقی می‌دهد. وقتی پهنای نوار بحرانی Δf_c و تراز میانگین طیف تعیین گردیدند محاسبهٔ تراز نوار بحرانی، یعنی CBL ، را می‌توان با استفاده از معادلهٔ 13.6 که در این حالت بخصوص به شکل زیر نوشته می‌شود انجام داد

$$CBL = PSL + 10 \log \Delta f_c \quad (13.7)$$



شکل 13.17. پهنای نوار بحرانی برای پوشش تنهای خاص.

به عنوان مثال از طریق محاسبه معلوم کنیم آستانه طبیعی شنوایی صوتی به فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه توسط نوفه درون اتاق که با منحنی شکل 13.16c نشان داده شده تا چه مقدار بالا می‌رود. پهنای نوار بحرانی مربوط به فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه در شکل 13.17 با فرکانس 40 سیکل بر ثانیه داده شده است. تراز طیف فشار نوفه اتاق در 1,000 سیکل بر ثانیه در شکل 13.16c برابر با 13db است. از اینرو، تراز نوار بحرانی می‌شود $CBL = 13 + 10 \log 40 = 29db$ ، به جای صفر دسی‌بل که مقدار طبیعی آن است، و در شکل 13.9 داده شده است. البته چنانچه تراز نوار بحرانی نوفه زیر آستانه شنوایی طبیعی صدای با فرکانس مورد نظر واقع شود، هیچ‌گونه پوششی اتفاق نمی‌افتد. حضور نوفه زمینه آستانه تشخیص منبعهای نوفه دیگر را نیز بالا می‌برد. در این حالت آستانه طبیعی تشخیص نوفه پوشیده شده در یک نوار بحرانی تا تراز نوفه پوشیده در همان نوار بالا می‌رود. از آنجا که گفتار دارای صوت منظم و نوفه هر دو است، مقدار درصد شمرده‌گی یا مفهوم بودن آن بواسطه صوتهای پوشیده کاهش می‌یابد. در اینجا مجال شرح جزئیات این مطلب نیست. خواننده علاقه‌مند را به مراجع عمومی که در آغاز این فصل بیان داشتیم، و همچنین به آن که در زیر نشانی داده شده است مراجعه می‌دهیم.^۱

13.12 تعیین محل سرچشمه صوت بوسیله دو گوش. همه می‌دانند که می‌توانند با دقت بسیار امتداد سرچشمه صوت را تعیین کنند. آزمایشگران گوناگون کوشیده‌اند تا این روش را که جایگزینی دوگوشی^۲ نام دارد تجزیه و تحلیل کنند. اگر مسئله را از نظر اصولی بررسی کنیم می‌بینیم دو عامل اساسی می‌توانند در تشخیص امتداد ورود صدا به ما کمک کنند:

1) French and Steinberg, *J. Acoust. Soc. Am.*, **19**, 90 (1947).

2) binaural localization

(1) شدت نسبی صوت در دو گوش، و (2) زمان نسبی ورود آن به گوشها، یا می‌توان در مورد موجهای صوت ممتد گفت اختلاف فاز موجود بین موجهایی که به گوش راست و به گوش چپ می‌رسند. چنانکه در گذشته گفتیم بیشتر صوتهای معمولی که می‌شنویم از لحاظ ساختمان دارای شکل موج و فرکانس پیچیده و مختلطی هستند. با اینهمه، اهمیت نسبی دو عاملی را که در بالا ذکر کردیم می‌توان با آزمایشهای مصنوعی ظاهر ساخت؛ به این طریق که به هر یک از دو گوش شخص تن خالص ممتدی را بوسیله گیرنده تلفونی وارد می‌سازند و سپس شدت نسبی یا فاز نسبی یکی را نسبت به دیگری تغییر می‌دهند.

از نظر تصور پدیده شکست موجهای صوتی که در اطراف مانع کوچکی مانند سر انسان پیدا می‌شود، می‌توان از طریق نظری یا آزمایشی ثابت کرد که برای فرکانسهای کمتر از 1,000 سیکل بر ثانیه اختلاف شدتی که از سرچشمه دور به دو گوش ما می‌رسد بسیار ناچیز است، و اگر لازم شود که بوسیله تشخیص شدت تنها امتداد ورود صوت را تعیین کنیم باید متوجه باشیم که این کار در مورد صوتهایی که ارتفاع کمی داشته باشند عملاً ممکن نیست. در فرکانسهای بالاتر سر شخص گوش‌دهنده تولید سایه مشخص در موجهای صوتی می‌کند، و شدت صوت در گوش که بیشتر متوجه به منبع صوت باشد به مقدار زیادی بیشتر از شدت آن در گوش مقابل آن است، و از اینرو برای صداهایی که در حدود این فرکانسها باشند شدت نسبی که با دو گوش تشخیص می‌دهیم می‌تواند ما را به راستای منبع صوت هدایت کند. این امر نه تنها صحت دارد بلکه در فرکانسی حدود 3,000 سیکل بر ثانیه سایه صوت که بوسیله لاله گوش پیدا می‌شود به اندازه‌ای مشخص است که تشخیص این را که صوتی که بگوش او می‌رسد از منبعی است که در جلو یا عقب او قرار گرفته است ممکن می‌سازد.

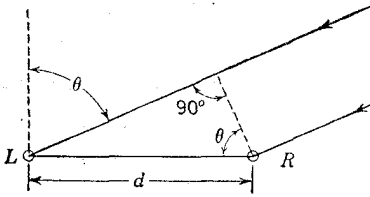
اثبات آزمایشی این نتیجه‌ها بدینسان حاصل می‌گردد که تن خالصی را بوسیله گیرنده تلفونی به هر یک از دو گوش شنونده وارد می‌سازند، و درحالی که تمام عاملهای دیگر را ثابت نگاه می‌دارند شدت صوتی را که به یکی از گوشهای او می‌رسد بیشتر از شدت صوت وارد به گوش دیگر می‌سازند. پس از آن از شنونده می‌خواهند یقین کند که آیا منبع صوت در طرف راست یا در چپ سطح متوسط بین دو گوش او قرار دارد. در فرکانسهای پایین نتیجه‌های این آزمایشها با هم تطبیق ندارند، ولی در فرکانسهای بالاتر از 1,000 سیکل بر ثانیه بیشتر شنوندگان مایلند که امتداد منبع صوت را در طرفی از سطح میانه دو گوش قرار دهند که گوش صدای بلندتر را درک کرده است.

حال برگردیم به اثر اختلاف فازی که به گوشها می‌رسد. می‌دانیم که اختلاف فاز تنها تابع فاصله بین دو گوش یا کیفیت توجیه سر شخص گوش‌دهنده نیست، بلکه تابع طول موج صوت نیز هست. برای تنهای خالص که فرکانس آنها پایین باشد، و در نتیجه دارای طول موج نسبتاً طویل هستند، اختلاف فاز بین صوتهایی که به دو گوش می‌رسند کسر نسبتاً کوچکی از طول موج هستند؛ حتی اگر یکی از دو گوش در راستای منبع قرار گیرد. مثلاً می‌دانیم که فاصله بین دو گوش در حدود 20 سانتیمتر است و این مقدار معادل سه درصد طول موج صوتی به فرکانس 50 سیکل بر ثانیه است. از اینرو، احتمال نمی‌رود که اختلاف فازی که مربوط

به این کسر کوچک از طول موج باشد قابل درک شود. وقتی فرکانس را زیاد کنیم طول موج کوتاه می‌شود، و در نتیجه اختلاف فاز ترقی می‌کند، تا برسیم به حدود 850 سیکل بر ثانیه که در این موقع فاصله بین دو گوش مساوی با نیم طول موج صداست. یعنی اگر گوش را روبروی منبع صوت قرار دهیم اختلاف فاز برابر با 180° می‌گردد. در فرکانس بالاتر از این بنظر نمی‌رسد گوشه که به طرف منبع است بیش از 180° نسبت به گوش دیگر تقدم فاز داشته باشد،

بلکه چنین می‌نماید که به اندازه زاویه کمتر از 180° نسبت به گوش دیگر تأخیر دارد. در نتیجه، در فرکانسهای بالا قضاوت درباره راستای منبع صوت اگر تنها بر اختلاف فاز متکی باشد دارای ابهام است.

شکل 13.18 رابطه بین تأخیر فاز و زاویه ورود صوت را از منبعی در فاصله دور نشان می‌دهد. در این شکل d فاصله بین دو گوش و θ زاویه بین امتداد ورود صوت با سطح میانه دو گوش است. بنابراین فاصله اضافی را که سیم موج^۱ در رسیدن به گوش چپ نسبت به گوش راست می‌پیماید عبارت خواهد بود از $d \sin \theta$ و از اینرو تأخیر نسبی زمان رسیدن سیم موج به گوش چپ می‌شود



شکل 13.18. جایگزینی درگوشی توسط اختلاف فاز.

$$\Delta t = \frac{d \sin \theta}{c} \quad (13.8)$$

c سرعت انتشار صوت است. تأخیر فاز $\Delta \phi$ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta \phi = \omega \Delta t = \omega \frac{d \sin \theta}{c} = kd \sin \theta \quad (13.9)$$

که در آن k مساوی ω/c است. از آنجا که وقتی θ کم شود $\Delta \phi$ نیز کاهش می‌یابد، می‌بینیم که اگر شنونده روبروی منبع قرار گیرد تأخیر فاز کمتر از زمانی است که یکی از گوشهای خود را برابر امتداد منبع قرار دهد. بنابراین انتظار می‌رود که در این شرایط امکان داشته باشد امتداد منبع تن خالص را تخمین بز نیم ولو این که فرکانس بیش از 850 سیکل بر ثانیه باشد.

از ملاحظه آنچه گفته شد به نظر می‌آید که تعیین محل صوت بوسیله گوش از طریق استفاده از اختلاف فاز برای نوار فرکانسهای بین 200 و 800 سیکل بر ثانیه مشخصتر باشد. آزمایشهای متعددی به عمل آمده که در آنها فاز تن خالصی را که به یک گوش وارد شده

نسبت به فاز همان تن که به گوش دیگر همان شخص وارد شده است تغییر داده اند. عموماً گوش‌دهنده متمایل به این است که منبع صوت را در طرفی تشخیص دهد که تقدم فاز وجود دارد، ولی نتیجه‌های حاصل از توافق و تطبیق با یکدیگر بسیار دور هستند. بعضی از گوش‌دهندگان اثر بارزی را که تابع امتداد است گزارش می‌دهند، حال آنکه کسان دیگری در همان شرایط هیچ‌گونه واکنشی از این قبیل ندارند.

اگر آثار بلندی نسبی و فاز نسبی هر دو را بحساب بیاوریم می‌بینیم که توانایی ما در تعیین محل منبع تن خالصی در فرکانسهای میانه حداقل دقت را دارد، زیرا این فرکانسها برای درست کردن سایه قابل ملاحظه‌ای از صوت بسیار پائین هستند و نیز برای اینکه بطور رضایت بخشی از طریق استفاده از اختلاف فاز به کار روند بسیار بالا می‌باشند. این نتیجه‌گیری از راه آزمایش به اثبات رسیده است، این طور که بلندگویی را که صدای دائمی می‌دهد در فاصله شخصی که چشمهایش را بسته‌اند قرار داده‌اند. در حین آزمایش صدلی را که آن شخص رویش نشسته می‌چرخانند، یا بلندگو را در انتهای میله بلندی نصب کرده در اطراف سر گوش‌دهنده به حرکت درمی‌آورند. این نوع آزمایشها می‌رسانند که در تخمین محل امتداد صوت بزرگترین اشتباهها هنگامی پیدا می‌شود که فرکانس در حدود 1,500 سیکل بر ثانیه باشد. همچنین نشان می‌دهند که در فرکانسهای پایین شخص نمی‌تواند میان صداهای دومنبع که در جلو و عقب سر او قرار دارند فرقی بگذارد، در صورتی که در فرکانس بالاتر از 5,000 سیکل بر ثانیه در تشخیصی که بوسیله ربعهای جلو و عقب سر به عمل می‌آید نسبتاً اختلال کمی وجود دارد و بدین ترتیب معلوم می‌شود که تخمین امتداد صوت که آیا در جلو یا در عقب سر گوش‌دهنده واقع است بر پایه اختلاف شدت قرار دارد. تأکید می‌شود که همه این‌گونه آزمایشها باید در بیرون و در فضای آزاد یا در اتاقی انجام گیرد که دیوارهایش از لحاظ جذب صوت خاصیت فوق‌العاده داشته باشند، در غیر این صورت تأثیر برگشت موجهای صوتی موجب تحویل نتیجه‌های بی ارزش خواهد بود.

در بحثی که گذشت صوت را به تن خالص محدود کردیم، و همچنین فرض کردیم که شنونده قادر نیست که سر خود را به اطراف حرکت دهد و امتداد منبع را پیدا کند. در عمل هیچ‌یک از این دو محدودیت به کار نمی‌رود، و از اینرو، توانایی آن را داریم که امتداد ورود صوتهای معمولی را با دقت بسیار زیادتری از آنچه بطور مصنوعی در باره تن خالص تشخیص می‌دادیم تشخیص دهیم. ماهیت پیچیده و مختلط صوتهای معمولی موجب این است که در این قبیل صوتها طیفی از فرکانسها در بیشترین قسمت حدود شنوایی ما وجود داشته باشد، و از اینرو اختلاف در بلندی و فاز هر دو ممکن است برای تشخیص محل صوت به کار روند. علاوه وقتی ما برای تعیین محل صوت کوشش می‌کنیم معمولاً سر خود را به عقب و جلو می‌بریم تا اتفاقاً بامنبع صوت روبرو شویم، و از این راه عملاً روش صفر را که دقیقتر از روش به کار بردن اختلاف فاز یا بلندی است به کار می‌بریم.

مسائل

13.1. (a) با استفاده از منحنیهای شکلهای 13.10 و 13.12 تراز بلندی و بلندی

تن خالصی به فرکانس 100 سیکل بر ثانیه را که دارای تراز شدت 60 دسی بل باشد تعیین کنید. (b) تراز شدت این تن را تا چه مقدار باید پایین بیاوریم تا بلندی آن یک دهم مقداری که در قسمت (a) پیدا کردیم بشود؟ (c) تراز شدت آن را چقدر بالا ببریم تا بلندی آن ده برابر مقداری گردد که در قسمت (a) پیدا کرده‌ایم؟

13.2. شش تن خالصی با ترازهای شدت مربوط به خود به شرح زیر مفروضند: 50 سیکل بر ثانیه با 85db، 100 سیکل بر ثانیه با 80db، 200 سیکل بر ثانیه با 75db، 500 سیکل بر ثانیه با 80db، 1,000 سیکل بر ثانیه با 75db، 10,000 سیکل بر ثانیه با 70db. (a) تراز بلندی هر یک از تنها را معلوم کنید. (b) به فرض اینکه تراز شدت هر کدام آنها 30db کاهش یابد مقدار جدید تراز بلندی هر یک را پیدا کنید. (c) وقتی تراز شدت هر یک را به اندازه 30db پایین آوردیم از راه محاسبه معلوم کنید که تراز بلندی هر کدام از آنها بر حسب فون چه اندازه کاهش یافته است.

13.3. (a) تراز شدت کلی هر شش تنی را که در مسئله 13.2 ذکر کردیم پیدا کنید. (b) بلندی کلی آن شش تن را بر حسب سون بیابید. (c) اگر بخواهیم تنها صدای 1,000 سیکل بر ثانیه دارای بلندی قسمت (b) شود تراز شدت آن چه مقدار باید بشود؟

13.4. سه تن خالص با فرکانسهای زیر و تراز شدت نسبت به 0,0002 میکروبار مفروضند: 100 سیکل بر ثانیه با 60db، 200 سیکل بر ثانیه با 60db، 500 سیکل بر ثانیه با 55db. (a) کدام تن بلندترین است؟ (b) هرگاه هر سه با هم به صدا درآیند تراز فشار کلی آنها چه مقدار می‌شود؟ (c) تراز بلندی کلی آنها بر حسب فون چه اندازه است؟

13.5. فشار موجهای آکوستیکی وارد بر پرده صماخ گوش به فرض با معادله $p = P \cos \omega t$ نموده می‌شود که P دامنه فشار است. با قبول اینکه پاسخ ذهنی عصب شنوایی با رابطه زیر داده شده

$$r = a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3$$

که در آن همه ضریبهای a ثابت هستند، اثبات کنید که پاسخ شامل یک جمله ثابت و سه جمله دیگر با فرکانسهای ω ، 2ω و 3ω است. دامنه هر یک از جمله‌ها را بر حسب P و a حساب کنید.

13.6. فرض کنیم که برای فشاری لحظه‌ای و خفیف به مقدار p پاسخ گوش فقط با دو جمله به شکل زیر نموده می‌شود

$$r = a_1 p + a_2 p^2$$

a و p هر دو همان تعریفی را دارند که در مسئله 13.5 گفتیم. اگر صوت تابش شامل دو حرکت موجی با فرکانسهای ω_1 و ω_2 باشد فشاری تولید کنند که با معادله زیر داده شده است

$$r = P_1 \cos \omega_1 t + P_2 \cos \omega_2 t$$

فرکانسها و دامنه‌های پاسخ را پیدا کنید.

13.7. منشأ تنهای ترکیبی با فرکانس 200، 300، 1,000، 2,200، و 3,300 سیکل بر ثانیه را که در بخش 13.9 بیان داشته‌ایم پیدا کنید.

13.8. با استفاده از شکل 13.15 تعیین کنید، (a) تراز شدت تن بافرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه چه اندازه باشد تا آن را در حضور تن بافرکانس 2,000 سیکل بر ثانیه که دارای تراز شدت 80db است بتوان شنید؟ (b) تراز شدت تن با فرکانس 5,000 سیکل بر ثانیه چه مقدار باید باشد تا در حضور تن با فرکانس 2,000 سیکل بر ثانیه شنیده شود؟

13.9. میکروفونی خازنی را برای اندازه‌گیری تراز طیف نوفه‌ای به کار برده‌اند، و ملاحظه شده است که ولتاژ مدار باز آن 0.001 ولت می‌شود. درجه‌بندی پاسخ ولتاژ مدار باز این میکروفون نسبت به 1 ولت بر میکروبار برابر است با 50db —. اگر پهنای نواری که از صافی توأم با میکروفون گذر کرده 50 سیکل بر ثانیه باشد معلوم کنید تراز طیف فشار نوفه نسبت به 0.0002 میکروبار چه مقدار است؟

13.10. نوفه‌ای در دست داریم که طیف آن بطریقی است که شدت I_1 متعلق به هر یک از نوارهای به پهنای 1 سیکل بر ثانیه آن با معادله $I_1 = 10^{-6}/f$ وات بر متر مربع داده شده است. f فرکانس مرکز نوار بر حسب سیکل بر ثانیه است. (a) تراز طیف شدت را در فرکانسهای 100، 500، و 1,000 سیکل بر ثانیه محاسبه کنید. (b) تراز شدت نوار کامل شامل فرکانسهای بین 100 و 1,000 سیکل بر ثانیه چه اندازه است؟ (c) بلندی نوار کامل فرکانسهای بین 100 و 1,000 سیکل بر ثانیه را پیدا کنید.

13.11. نوفه‌ای داریم که ریشه دوم متوسط مربعات فشار آن $P_1 = 500/f$ میکروبار است، که P_1 فشار نواری به پهنای 1 سیکل بر ثانیه است که بر مرکز فرکانس f سیکل بر ثانیه قرار گرفته باشد. (a) معادله کلی تراز طیف فشار، PSL ، این صوت را بنویسید. (b) اگر فرکانس را در هر اکتاو بر حسب db بیان کنیم تغییرات تراز فشار طیف چگونه می‌شود؟ (c) هرگاه از این نوفه نواری به پهنای 50 سیکل بر ثانیه در نظر بگیریم که بر مرکز فرکانس 2,500 سیکل بر ثانیه واقع باشد، تراز این نوار چه اندازه است؟

13.12. (a) تراز فشار کلی صوت را برای نواری که از 200 تا 2,000 سیکل بر ثانیه در طیف گفتار شکل 13.13 گسترده باشد پیدا کنید. (b) بلندی این نوار فرکانس را محاسبه کنید. (c) تراز بلندی این نوار فرکانس چه مقدار است؟

13.13. در کارخانه‌ای طیف نوفه با شکل 13.16b نموده شده است. اگر بخواهیم تن خالص به فرکانس 200 سیکل بر ثانیه در آنجا شنیده شود تراز فشار آن را چه مقداری بدهیم؟

13.14. با استفاده از شکلهای 13.16c و 13.17، مطلوب است محاسبه ترازهای نوارهای بحرانی نوفه درون اتاق را در فرکانسهای 100، 200، 400، 1,000، 2,000، و 4,000 سیکل بر ثانیه، و نتیجه را بر حسب فرکانس رسم کنید. (b) این نوفه در چه فرکانسی بر افزایش آستانه تشخیص تن خالص دارای اثر ماکسیمم است؟

آکوستیک ساختمانی

14.1 پیشگفتار. اگرچه از ابتدای اجتماع مردم در سالنهای بزرگ سخنرانی یا کلیساها آکوستیک محیطهای بسته دارای اهمیت آشکاری بوده است ولی خرافات بهت آور آن برجای بوده تا اینکه سباین^۱ در سال 1895 اندازه گیریهای کمی را جایگزین آنها کرد، و از اینرو اطلاعات علمی که بر پایه محکمی استوار بود کم کم جای آن موهومات را گرفت. سباین مطالعه بسیار درباره خواص آکوستیکی اتاقها، ارتباط تجربی بین بازآوایش^۲ محیط بسته، اندازه آن، و مقدار ماده جاذب صوت موجود در آن را پیدا کرد. تعریفی که از T ، زمان بازآوایش محیط بسته کرد چنین است: عده ثانیهای که لازم است تا شدت صوتی که تراز آن $60db$ بالاتر از آستانه شنوایی است به تراز آستانه شنوایی برسد. این تعریف هنوز تنها پارامتر مهم در تشخیص خاصیت آکوستیکی اتاقها به شمار می رود.

معادله ساده‌ای که سباین نوشت چنین است

$$T = \frac{0.049V}{a} \quad (14.1)$$

معادله بالا برای محاسبه زمان بازآوایش اتاق به کار می رود، و برای تعیین آن فقط کافی است حجم V اتاق و پارامتر a ، ظرفیت کلی جذب انرژی آکوستیکی اتاق، را بدانیم متفرعات نظری این فرمول اساساً بر مفهوم آکوستیک هندسی یا پرتوی نهاده شده‌اند. در این نظریه فرض این است که انرژی صوتی که از منبعی واقع در داخل اتاق بیرون می آید به شکل پرتوهای^۳ واگرا^۴ از آن خارج می شود، و هر بار این پرتوها به دیوار اتاق برخورد قسمتی

1) Sabine, *Collected Papers on Acoustics*, Harvard University Press (1922).

۲) reverberation. «بازآوایش» اسم مصدر «بازآوایدن» [= باز (پیشوند تکرار) + آوا (صوت) + یه (میانوند خوشاوایی) + دن (علامت مصدری)] است. -م.

3) ray

4) divergent

از آنها باز می‌تابد، و قسمت دیگر بنا بر فرمولهایی که در فصل 6 به دست آوردیم در دیوار جذب می‌شوند. پس از تعداد زیادی بازتابهای پیاپی می‌توان پذیرفت که صوت در داخل اتاق پخش شده است، یعنی چگالی متوسط انرژی E در تمام حجم اتاق به يك اندازه است، و از اینرو احتمال انتشار صوت در همه سوهای گوناگون اتاق یکسان است. البته این نظریه رفتار واقعی موجهای صوتی در اتاق را بیش از حد ساده می‌کند، بویژه آنچه را که مربوط به فرکانسهای پایین است؛ زیرا عاملهای مهمی چون مدهای عادی ارتعاش اتاق، جاهای خاص مواد جاذب گوناگون، تداخل و پراش موجهای صوتی، و پارامترهای متعلق به شکل اتاق، مثلاً اثرهای متمرکز کردن پرتوهای صوتی، را نادیده می‌گیرد. با اینهمه، همین فرمول غالباً نتیجه‌های کلی رضایت‌بخشی به دست می‌دهد، و چون روش بسیار ساده‌تر از روش آکوستیک موجی است، نخست آن را بررسی می‌کنیم.

وقتی منبع ساده صوت در فضای بسته و محدودی قرار گیرد پرتوهایی که از آن برمی‌خیزند به دیوارها برمی‌خورند، و هر بار که به دیوار برخورد کنند قسمتی از آنها بازتابیده می‌شود. در نتیجه موجهایی که از آغاز همراه پرتو مستقیم صوتی روانه و متوجه نقطه معینی از اتاق بودند بوسیله عده زیادی موجهای بازتابیده دیگر دنبال می‌گردند. ممکن است فرض کرد که فازها و دامنه‌های موجهای بازتابیده بطور اتفاقی و نامنظم توزیع گشته‌اند؛ به طریقی که عمل آنها در خنثا کردن یکدیگر در اثر پدیده تداخل ناچیز و چشم‌پوشیدنی می‌شود. اگر منبع صوت پیوسته کار کند، شدت انرژی آکوستیکی در هر نقطه اتاق بیش از حالتی می‌شود که منبع در فضای آزاد یا خیلی دور از دیوار بازتاباننده باشد، و اضافه شدتی که پیدا می‌شود غالباً بیش از ده برابر است. در هر نوع محوطه مسدود ازدیاد شدت صوت متناسب است با زمان بازآوایش. از اینرو برای اینکه صوت ضعیفی در همه جا شنیده شود بایسته است که زمان بازآوایش آن زیاد باشد.

فرض کنیم منبع صوت خاموش شود، در این صورت در نقطه‌ای به فاصله d از منبع صوت دریافت مستقیم پرتوهای صوتی پس از گذشتن زمان $t = d/c$ متوقف می‌گردد. c سرعت انتشار صوت در هوای اتاق است. با اینهمه، دریافت پرتوهای بازتابیده ادامه می‌یابد و این موجها که امتداد اتفاقی دارند به سرعت پشت سر یکدیگر می‌رسند، و لسی شدتشان رفته رفته ضعیفتر می‌گردد. وجود این انرژی آکوستیکی که به شکل بازآوایش ادامه پیدا می‌کند مانع تشخیص فوری صوت منبع جدید دیگر می‌شود یعنی آنرا می‌پوشاند، مگر اینکه زمان بازآوایش صوت اول به اندازه‌ای ادامه یابد که تراز شدت آن نسبت به تراز شدت اولیه خود به اندازه 5 یا 10 db کم شود. چون زمان بازآوایش T اندازه مستقیم ادامه صوت را به دست می‌دهد، اگر بخواهیم اثر پوشندگی را کم کنیم باید T را کاهش دهیم و به حداقل برسانیم. انتخاب بهترین زمان بازآوایش برای محوطه معین باید چنان باشد که این دو وضع نهایی را در بر گیرد.

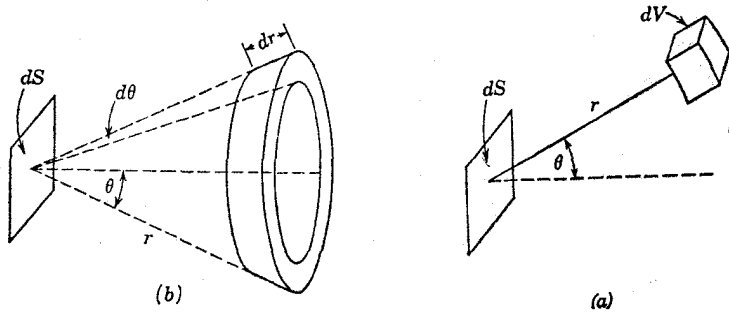
عامل مهم دیگری که در طرح ریزی اتاق یا هر محوطه بسته دیگری باید در نظر داشت توانایی آن در حذف صداهایی است که از خارج می‌رسند، یا کم کردن اثر پوشندگی آنهاست.

اگرچه خاصیت تراگسیل آکوستیکی دیوار محوطه (بخش 6.5) مهمترین عاملی است که باید در این باره در نظر داشت، با این‌همه اگر زمان بازآوایش کوتاه و خاصیت جذب آکوستیکی کلی داخلی زیاد باشد تراز نوفه محیط که بوسیله دیوارها به‌درون نفوذ می‌کنند کاهش بسیار می‌یابد.

14.2 نمو شدت صوت در اتاق زنده^۱ - نظریه کلاسیک بر تو. هر گاه منبع صوتی پیوسته در محوطه بسته‌ای تولید صوت کند آشکار است که تنها بواسطه جذب صوتی که در درون یا در دیوارها صورت می‌گیرد هیچ‌گاه شدت صوت بسیار زیاد نمی‌شود. در محوطه‌های بسته کوچک یا متوسط جذب صوت ناچیز است، و از اینرو میزان ازدیاد شدت و حداکثر آن هر دو بوسیله توانایی جذب دیوارهایی که محوطه را در میان گرفته‌اند کنترل می‌شود. اگر توانایی جذب باشد شدت به تندی حداکثر خود را که در هر نقطه مقدارش کمی زیادتر از شدت بر تو مستقیم است پیدا می‌کند. برعکس اگر توانایی جذب کم باشد نمو شدت به آهستگی صورت می‌گیرد و مدت زمانی طول می‌کشد تا شدت مقدار نهایی خود را پیدا کند. این‌گونه اتاقها را اتاق زنده می‌نامند، و استعمال نظریه بر تو آکوستیکی درباره آنها نتیجه‌هایی می‌دهد که با اندازه‌گیریهای آزمایشی مطابقت قابل قبولی دارند.

وقتی منبع صوت در اتاقی زنده شروع به انتشار کند در اثر بازتابهای پیاپی از دیوارها توزیع انرژی با گذشت زمان رفته‌رفته یکنواخت می‌شود. سرانجام می‌توان پذیرفت که توزیع انرژی آکوستیکی در همه جای اتاق بجز در نقطه‌های بسیار نزدیک به منبع کاملاً یکنواخت شده و امتداد جریان انرژی به کلی اتفاقی است. در واقع، چنانچه منبع صوت، تن خالصی با یک فرکانس تولید کند در اتاق موجهای ایستاده پدید می‌آیند، و از اینرو تغییرات زیادی در شدت صوت از نقطه‌ای به نقطه دیگر مشاهده می‌گردد. ولی اگر منبع صوت دارای نواری یکنواخت از فرکانسهای مختلف باشد و پهنای آن دست‌کم نیم اکتاو باشد، یا تن خالصی باشد که روی نواری با فرکانس مشابه با خود رفت و آمد کند، اثر تداخلی که ذکر کردیم بسیار ضعیف و ناچیز می‌گردد و می‌توان از آن چشمپوشید.

اکنون رابطه میان جریان انرژی یا شدت را با چگالی انرژی برای موجهای صوتی که بطور اتفاقی و نامشخصی توزیع گشته‌اند به‌دست می‌آوریم. بویژه میزان برخورد انرژی موجهای صوتی را به دیوارهای اتاق پیدا می‌کنیم. شکل 14.1a را در نظر بگیریم. در این شکل ds عنصری از سطح دیوار و dV عنصر حجمی از محیط است که به فاصله r از ds قرار گرفته است. زاویه r با عمود بر ds عبارت است از θ . چگالی متوسط انرژی را که بفرض در محیط مقدار ثابتی دارد با ρ نمایش می‌دهیم. انرژی آکوستیکی موجود در dV می‌شود ρdV . سطح کره به شعاع r که dV را در بر دارد $4\pi r^2$ است، و سطح تصویر ds بر هر قسمتی از سطح کره برابر با $ds \cos \theta$ خواهد بود. بنابر این نسبت $(ds \cos \theta) / (4\pi r^2)$ کسری



شکل 14.1. عنصرهای حجمی و سطحی که برای به دست آوردن معادله شدت صوت پخش شده به کار می‌روند.

از انرژی dV را تشکیل می‌دهد که بواسطه انتقال مستقیم بر سطح dS برمی‌خورد، و از اینرو انرژی که از طرف dV مستقیماً بر dS وارد می‌شود چنین است

$$\Delta E = \frac{\epsilon dV dS \cos \theta}{4\pi r^2} \quad (14.2)$$

حال فرض کنیم که عنصر حجمی dV قسمتی از پوسته کروی به شعاع r و به کلفتی dr باشد که مرکز آن بر dS قرار دارد. انرژی آکوستیکی ΔE که از طرف همه این پوسته کروی به dS می‌رسد چنین به دست می‌آید که منطقه دایره‌ای به شعاع $r \sin \theta$ را که در آن θ مقدار ثابت باشد مطابق شکل 14.1b در نظر بگیریم و انتگرال آن را بر روی تمام سطح پوسته حساب کنیم. حجم این منطقه $2\pi r \sin \theta r dr d\theta$ است، و از اینرو انتگرال آن بین صفر و $\pi/2$ چنین است

$$\Delta E = \frac{\epsilon dS dr}{2} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \frac{\epsilon dS dr}{4} \quad (14.3)$$

چون این انرژی در زمان $\Delta t = dr/c$ از همه سو به سطح dS می‌رسد، پس میزان رسیدن انرژی به dS می‌شود

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\epsilon c dS}{4} \quad (14.4)$$

یا به مقدار $\epsilon c/4$ در واحد سطح. شدت چنین صوت پخش شده‌ای روی دیوار چنین است

$$I = \frac{\epsilon c}{4} \quad (14.5)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، این مقدار برابر با یک چهارم مقداری است که به کمک فرمول 5.37 برای موج تختی که با چگالی انرژی مساوی بطور عمود به سطح بتابد محاسبه گردد. اکنون فرض کنیم $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ نماینده ضریبهای جذب باشند و هر کدام کسری از انرژی اتفاقی جذب شده باشد که بوسیله مواد گوناگون سطحهای S_1, S_2, S_3, \dots که سطح درونی اتاق را پوشانیده‌اند و یا بوسیله سطح جذب‌کننده دیگری که در اتاق است به عمل آمده، در این صورت میزان جذب بوسیله این سطوح می‌شود

$$\frac{\delta c}{4} (\alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2 + \alpha_3 S_3 + \dots)$$

اکنون اگر a را برابر با توان جذب کلی اتاق زنده بگذاریم، خواهیم داشت

$$a = \sum \alpha_i S_i \quad (14.6)$$

بنابراین میزان جذبی که در بالا گفتیم بطور ساده‌تری چنین نموده می‌شود

$$\frac{\delta c a}{4}$$

این میزان که انرژی صوتی با آن در سطحهای اطراف اتاق جذب می‌شود، بعلاوه میزان $V d\epsilon/dt$ که انرژی درون اتاق با آن افزایش می‌یابد، باید برابر باشد با W که نماینده میزان انرژی تولید شده است. بنابراین معادله اصلی دیفرانسیل که نشان‌دهنده نمو انرژی صوتی درون اتاق زنده باشد چنین خواهد بود

$$V \frac{d\epsilon}{dt} + \frac{ac\epsilon}{4} = W \quad (14.7)$$

اکنون فرض کنیم که منبع صوت در زمان $t=0$ به کار افتاده باشد، بنابراین حل معادله دیفرانسیل بالا چنین می‌شود.

$$\epsilon = \frac{4W}{ac} (1 - e^{-\frac{ac}{4V}t}) \quad (14.8)$$

و با استفاده از معادله 14.5 معادله نماینده شدت را می‌توان دوباره به شکل زیر نوشت

$$I = \frac{W}{a} (1 - e^{-\frac{ac}{4V}t}) \quad (14.8a)$$

یا اگر معادله 5.33b را به کار بریم معادله بر حسب مقدار متوسط مربعات فشار آکوستیکی P^2 چنین خواهد شد

$$P^2 = \frac{4W\rho_0c}{a} (1 - e^{-\frac{ac}{4V}}) \quad (14.8b)$$

این نتیجه‌ها از حیث شکل شبیه نتیجه‌هایی هستند که در بارهٔ نمو جریان الکتریکی مستقیم در مدار شامل خودالقای L و مقاومت R حاصل می‌شود. بویژه، پایای زمانی این فراروند $4V/ac$ است. پس اگر a کوچک باشد پایای زمانی بزرگ می‌شود، و در نتیجه زمان نسبتاً درازی لازم است تا شدت به مقدار نهائی خود، یعنی

$$I_{\infty} = \frac{W}{a} \quad (14.9)$$

که در بخش 14.1 پیشبینی کرده بودیم برسد. همچنین معادله 14.9 می‌رساند که وقتی a کوچک باشد شدت نهائی زیاد می‌گردد. حدنهائی چگالی انرژی و متوسط مربعات فشار به ترتیب با رابطه‌های زیر نموده می‌شوند

$$\delta_{\infty} = \frac{4W}{ac} \quad (14.9a)$$

و

$$P_{\infty}^2 = \frac{4W\rho_0c}{a} \quad (14.9b)$$

چون محاسبه‌های ریاضی این قسمت بر اساس فرض توزیع انرژی آکوستیکی به شکل پنخش است، در به‌کاربردن معادله‌های ذکر شده محدودیتهایی وجود دارند. مثلاً معادلهٔ 14.8 را نمی‌توان به‌کار برد مگر اینکه زمان t به اندازهٔ کافی طول بکشد تا هر کدام از پرتوهای اصلی و اولیه بتوانند چندین مرتبه روی سطحهای اطراف انعکاس کنند. برای اتاق کوچک این زمان در حدود 0.05 ثانیه کافی به نظر می‌رسد، و برای سالن سخنرانی بزرگ ممکن است تا 0.1 ثانیه ترقی کند. معادلهٔ 14.9 می‌رساند که چگالی انرژی نهائی تابع حجم و شکل اتاق نیست و مقدار آن در همهٔ نقطه‌های اتاق یکسان است، و این مقدار تابع جذب کلی a است که با معادلهٔ 14.6 تعریف گردیده. البته در مورد اتاقهای کروی و اتاقهایی که دارای دیوارهای منحنی هستند این موضوع صحیح نیست، زیرا این‌گونه دیوارها خاصیت متمرکز کردن پرتوها را با تعریف کاملاً مشخصی دارا هستند. همچنین نمی‌توان این معادله‌ها را در مورد اتاقهایی که شکل غیرمعمولی داشته باشند یا اتاقهایی که دارای فرو رفتگیهای عمیق هستند یا در مورد اتاقهایی که بوسیلهٔ دری به یکدیگر اتصال دارند به‌کار برد. بعلاوه این فرمولها را نمی‌توان برای اتاقهایی به‌کار برد که بعضی از سطحهای اطراف آن دارای ضریب جذب α نسبتاً زیاد باشد زیرا چگالی انرژی در نزدیکی چنین دیواری از چگالی انرژی نقطه‌های دیگر اتاق به مراتب کوچکتر است.

14.3 تباهی^۱ صوت در اتاق زنده. معادله دیفرانسیل تباهی موجهای صوتی که بطور یکنواخت در اتاق زنده توزیع و پخش شده باشند مستقیماً بدین‌سان به دست می‌آید که در معادله 14.7 مقدار W را برابر با صفر بگذاریم. بفرض اینکه منبع صوت در لحظه $t=0$ خاموش باشد و ϵ_0 نماینده توزیع یکنواخت انرژی در این لحظه باشد، وقتی t زیاد شود خواهیم داشت

$$\epsilon = \epsilon_0 e^{-\frac{ac}{4V}t} \quad (14.10)$$

همچنین، شدت I در هر زمان t با شدت اولیه I_0 با رابطه زیر بستگی دارد

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{ac}{4V}t} \quad (14.10a)$$

اکنون اگر اوبراتور^۲ $10 \log$ را به دو طرف معادله بالا وارد سازیم، می‌شود

$$\Delta \text{IL} = 10 \log e^{-(ac/4V)t} = \frac{10}{2.3} \ln e^{-(ac/4V)t} = -\frac{1.087act}{V}$$

که $\Delta \text{IL} = 10 \log(I/I_0)$ نماینده تغییر تراز شدت برحسب db است. آشکار است که در اتاق زنده تراز شدت و تراز فشار صوتی مربوط به آن با گذشت زمان به نرخ تباهی^۳ ثابتی برابر با D دسی‌بل در ثانیه برحسب رابطه زیر کاهش می‌یابد

$$D = \frac{1.087ac}{V} \quad (14.11)$$

برطبق پیشنهاد اصلی سباین، زمان بازآوایش را چنین تعریف می‌کنیم و می‌گوییم T زمانی است که لازم است تا تراز صوتی در اتاق به اندازه $60db$ میرا گردد، یعنی

$$T = \frac{60}{D} = \frac{55.2V}{ac} \quad (14.12)$$

چنانچه V را برحسب متر مکعب و سطحهای S_i که برای محاسبه a در نظر گرفته شده‌اند برحسب مترمربع بیان شوند و $c = 343$ متر بر ثانیه باشد معادله 14.12 به شکل زیر در می‌آید

$$T = \frac{0.161V}{a} \quad (14.12a)$$

1) decay

2) operator

3) decay rate

در مهندسی آکوستیکی معمول این است که V را برحسب فوت مکعب و a را برحسب سباین تعیین می‌کنند، که واحد جذب صوت است و آن نماینده سطحی است که مقدار جذب معادل باشد با جذب جسمی به مساحت یک فوت مربع که دارای خاصیت جذب کامل باشد. معادله 14.6 را می‌توان برای محاسبه مقدار جذب صوت برحسب سباین به کاربرد، مشروط بر اینکه S_r برحسب فوت مربع گرفته شود. با به کاربردن این واحدها معادله 14.12 بدین شکل در خواهد آمد

$$T = \frac{0.049V}{a} \quad (14.12b)$$

از معادله‌های بالا چنین نتیجه می‌شود که زمان بازآوایش اتاق زنده را می‌توان فوراً محاسبه کرد، بشرط اینکه حجم اتاق و مقدار کلی جذب در آن معلوم باشند. از آنجا که مقدار جذب کلی a ممکن است با داخل کردن مواد جاذب صوت در دیوارها یا خارج کردن مواد جاذب صوت از آنها تغییر کند، زمان بازآوایش اتاق زنده را باید دقیقاً کنترل کرد. بعلاوه اندازه‌گیری تغییر زمان بازآوایش که در نتیجه اضافه کردن سطح معینی از ماده جاذب صوت پیدا می‌شود در اتاق مخصوص زنده‌ای انجام می‌شود که «اتاق بازآوایش» نام دارد. در این اتاق با روش استانداردهای ضریبهای جذب اجسام را اندازه می‌گیرند.

14.4 اثر زمان بازآوایش بروضوح صداهای ملفوظ. برای نشان دادن ارزش فرضهای مختلفی که برای به دست آوردن معادله‌های مربوط به بازآوایش اتاق زنده به کار بردیم مثال زیر را می‌آوریم. فرض کنیم اتاق مکعب مستطیلی داریم به ابعاد $10 \times 15 \times 30$ فوت که سطحهای اطراف آن دارای ضریب جذب متوسط $\bar{\alpha} = 0.1$ هستند. بنابراین $V = 4,500 \text{ ft}^3$ و $a = 2(10 \times 15 + 10 \times 30 + 15 \times 30) \times 0.1 = 180$ و از اینرو

$$T = \frac{0.049 \times 4500}{180} = 1.23 \text{ sec}$$

که با آنچه در اتاق زنده معمولی موجود است مطابقت نزدیکی دارد. معادله 14.9 حدنهایی شدتی را که از منبع 10 میکروواتی در این اتاق حاصل می‌گردد به مقدار زیر تعیین می‌کند

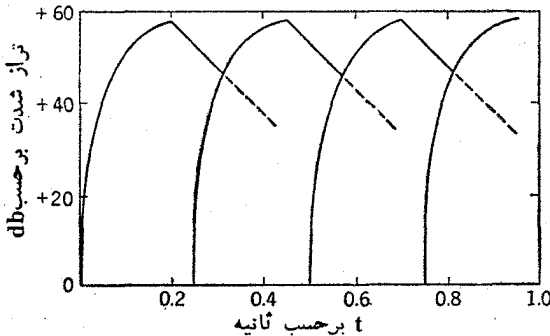
$$I = \frac{10}{180} = 0.055 \text{ microwatt/ft}^2 = 0.59 \text{ microwatt/m}^2$$

که معادل است با تراز شدت 58 db . حال برای مقایسه شدتی را حساب می‌کنیم که بوسیله تراگیل مستقیم در فاصله 15 فوتی از منبعی که در وسط اتاق قرار گرفته باشد، یعنی روی دورترین دیوار پدید می‌آید

$$I = \frac{10}{4\pi \times 15^2} = 0.0035 \text{ microwatt/ft}^2 = 0.038 \text{ microwatt/m}^2$$

این مقدار معادل $46db$ است، که فوق‌العاده کمتر از مقدار قبلی است.

شکل 14.2 نمودار نمو و تباهی تراز شدت صوت در چنین اتاقی است. در این شکل فرض این است که منبع صوت عبارت از سیلابهایی است که پشت سرهم گفته شده‌اند، و هر کدام دارای توان ده میکرووات است و در مدت 0.2 ثانیه ادا گشته و فاصله بین پایان یک سیلاب و آغاز سیلاب بلافاصله آن 0.05 ثانیه بوده است. در این شکل دیده می‌شود که صوت اولیه در فاصله 0.2 ثانیه تا نزدیک به $58db$ ترقی می‌کند، و سپس تا $50db$ کاهش می‌یابد، یعنی نزدیک به $7.5db$ زیر سیلاب دومی به نقطه وسط آن، یعنی به نقطه‌ای که برای آن $t = 0.35$ ثانیه است می‌رسد. در این لحظه ممکن است اولین سیلاب را نوفه پوشنده‌ای بدانیم که تراز شدت آن به اندازه $7.5db$ پایینتر از تراز شدت صدایی است که به آن گوش می‌دهیم.



شکل 14.2. تراز شدت سیلابهایی که پشت سرهم ادا می‌شوند در اتاق زنده.

این مقدار پوشندگی چشمپوشدنی است. با اینهمه، اگر همین سیلابها را با سرعتی دو برابر سابق ادا کنیم اختلاف موجب پوشندگی که بواسطه اختلاف تراز با سیلابهای ماقبل پیدا می‌شود کم می‌گردد و تقریباً $3db$ می‌شود. در نتیجه صدای زمینه گنج‌کننده ظاهر می‌شود و گفتار را نامفهوم می‌سازد. در این حال اتاقی که بعنوان مثال ذکر کردیم به شکلی در آمده است که می‌توان گفت بیش از حد بازآوایش دارد.

عموماً اتاقی که ابعاد آن به اندازه‌ای که ذکر کردیم باشد از لحاظ آکوستیکی رضایت‌بخش است، مشروط بر اینکه مقدار جذب صوت را در آن زیاد کنیم تا زمان بازآوایش آن در حدود 0.6 ثانیه بشود. توزیع انرژی صوتی در اتاقهایی که زمان بازآوایش آنها در این حدود باشد دیگر واجد شرایطی که در موقع به دست آوردن معادله $14.12b$ فرض کرده‌ایم نیست، و از اینرو مناسبتر این است که آنها را اتاقهای مرده بنامیم و برای محاسبه زمان بازآوایش آنها باید معادله $14.12b$ را قدری تغییر دهیم.

حال ببینیم مقدار حجم اتاق بر روی تراز شدت صوت ادا شده چه تأثیری دارد. فرض کنیم حجم اتاق ذکر شده را ده برابر کنیم، بدون آنکه زمان بازآوایش آن که 1.23 ثانیه باشد تغییر نکند. از ملاحظه فرمول $14.12b$ معلوم می‌شود که لازم است مقدار جذب کلی a را نیز ده برابر کنیم. در این صورت تراز شدت صوتهایی که بوسیله همان سیلابهای دفعه پیش پیدا می‌شود به اندازه $10db$ پایینتر خواهد افتاد، یعنی به $48db$ می‌رسد. در نتیجه احتمال دارد که این سیلابها بوسیله نوبه زمینهای که در اتاق موجود است پوشیده شوند، و حتی ممکن است برای بعضی از شنندگان تراز شدتشان پایینتر از تراز آستانه شنوایی آنها قرار گیرد. این اشکال بدینسان مرتفع می‌گردد که گوینده توان صوتی باز داده سیلابهای خود را نیز ده برابر کند، و بدین راه تراز شدت سیلابها را به $58db$ برساند.

از سوی دیگر، اگر حجم اولیه اتاق نامبرده را صد برابر کنیم، یعنی به حجم سالنهای بزرگ برسائیم، برای سخنگو اگر محال نباشد بسیار دشوار خواهد بود که توان باز داده صدای خود را به اندازه‌ای بالا ببرد تا تراز شدت صوت در سالن $58db$ گردد. در این گونه سالنها لازم است سیستمی به کار بریم که هنگام سخن گفتن با جمعیت، تراز شدت بسیار و کافی بدون تولید بازآوایش بیش از حد، بوجود آورد.

14.5 تباهی صوت در اتاق مرده. هنگامی که معادله $14.12b$ را برای زمان

بازآوایش اتاق زنده به دست می‌آوردیم فرض ما این بود که عده برگشته که توأم با نمو یا تباهی صوت صورت می‌گیرد و همچنین کسری از انرژی که در هر برگشت موج بر می‌گردد کافی خواهد بود تا در اتاق، توزیع چگالی انرژی را بطور یکنواخت تأمین کند. آشکار است معادله‌ای که سابقاً برای نمو و تباهی صوت پیدا کرده‌ایم نمی‌تواند برای حالت حد به کار رود، زیرا در این حالت مواد دیوارها هر کدام به فرض دارای ضریبی برابر با واحد جذب صوت هستند؛ در نتیجه انرژی برگشته مساوی با صفر خواهد بود و از اینرو انرژی موجود عبارت می‌شود از انرژی موج مستقیم که از منبع صوت بر می‌خیزد. در این شرایط زمان بازآوایش T باید صفر باشد، در صورتی که معادله $14.12b$ در همین حالت برای T مقدار معین $0.049V/S$ را می‌دهد که در آن S مساحت کلی سطح داخلی اتاق است. بطریق مشابهی می‌توان پیشبینی کرد که اگر متوسط ضریب جذب صوت از 0.2 تجاوز کند این معادله نتیجه غلطی را در جهت اضافه می‌دهد، و اشتباه آن در حدود ده درصد است. بنابراین برای مطالعه و بررسی نمو و تباهی صوت در اتاق مرده راه نوین دیگری باید برگزید.

یکی از این روشها بوسیله ایرینگ^۱ پیشنهاد شده است. او چنین تصور کرد که برگشتهای متعدد از دیوارها را می‌توان معادل تعدادی منبعهای تصویری دانست، و این منبعها همه وقتی وجود پیدا می‌کنند که منبع حقیقی به کار افتد. بنابراین تشکیل انرژی آکوستیکی در هر نقطه عبارت خواهد بود از اجتماع اجزایی که پشت سر یکدیگر به آن نقطه می‌رسند و

1) Eyring, J. Acoust. Soc. Am., 1. 217 (1930).

متعلقند به منبع حقیقی و به اولین برگشت مربوط به تصویرهایی که توان آنها $W(1 - \bar{\alpha})$ است و به دومین برگشت مربوط به تصویرهای به توان $W(1 - \bar{\alpha})^2$ ، و غیره . . . تا اینکه تمام منبعهای تصویری با هر توان قابل ملاحظه‌ای که باشند شرکت کنند. همچنین وقتی منبع حقیقی خاموش شود، بنا بر فرض تمام منبعهای تصویری همزمان با آن خاموش می‌گردند. از اینرو تباهی چگالی انرژی درون اتاق از اتلاف پشت سرهم تابش آکوستیکی حاصل می‌گردد، به این طریق که ابتدا از منبع حقیقی آغاز می‌شود سپس تصویرهای رتبه اول و پس از آن تصویرهای رتبه دوم و غیره خاموش می‌گردند.

اگر این فرارونده که برای نمو و تباهی انرژی آکوستیکی درون اتاق فرض شده صحیح باشد، و مسلماً از فرضیه دیگر که مبتنی بر قبول یکنواخت بودن توزیع انرژی است به صحت نزدیکتر است، می‌توان ثابت کرد که معادله نمو و تباهی چگالی انرژی آکوستیکی به شکل زیر در می‌آید

$$\varepsilon = \frac{4W}{-cS \ln(1 - \bar{\alpha})} \left[1 - \exp \frac{cS \ln(1 - \bar{\alpha})t}{4V} \right] \quad (14.13)$$

این معادله مشابه معادله 14.8 است که برای اتاق زنده به دست آورده‌ایم؛ به استثنای اینکه جمع کل جذبی که در اتاق انجام می‌شود با رابطه زیر داده شده

$$a = -S \ln(1 - \bar{\alpha}) \quad (14.14)$$

در رابطه بالا S حاصل جمع کلیه سطحهای داخلی اتاق و $\bar{\alpha}$ متوسط ضریب جذب صوت است که با رابطه زیر داده می‌شود

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum \alpha_i S_i}{S} \quad (14.15)$$

همچنین معادله تباهی انرژی صوتی در چنین اتاقی خواهد شد

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \exp \frac{cS \ln(1 - \bar{\alpha})t}{4V} \quad (14.16)$$

و معادله نرخ تباهی بر حسب دسی‌بل در ثانیه می‌شود

$$D = - \frac{1.087cS \ln(1 - \bar{\alpha})}{V} \quad (14.17)$$

و معادله زمان بازآوایش (که با واحد مهندسی معمولی داده می‌شود) عبارت است از

$$T = \frac{0.049 V}{-S \ln(1 - \bar{\alpha})} \quad (14.18)$$

راه دیگر برای طرح مسئله تباهی انرژی صوتی در اتاق بوسیله ناریس^۱ پیشنهاد شده و آن این است که فرض می‌کند هر بار که برگشت حاصل می‌شود مقدار انرژی برگشته برابر با $(1 - \bar{\alpha})$ ضرب در مقدار انرژی تابش است، و بدیهی است که انرژی برگشته از انرژی تابش کمتر خواهد بود. بعلاوه، میانگین مسیر آزاد L که بر حسب تعریف فاصله متوسطی است که پرتو صوتی در هوای درون اتاق بین دو برخورد پیاپی با دیوار می‌پیماید، بنا بر نظریه و آزمایش^۲ بوسیله معادله زیر مشخص می‌گردد

$$L = \frac{4V}{S} \quad (14.19)$$

چنانکه هر یک از پرتوها در زمان t ثانیه به اندازه n دفعه که از فرمول زیر به دست می‌آید انعکاس پیدا می‌کنند

$$n = \frac{ct}{L} = \frac{Sct}{4V} \quad (14.20)$$

از اینرو چگالی متوسط انرژی در زمان t از مقدار اولیه ρ_0 تنزل می‌یابد و بر طبق معادله زیر به ρ می‌رسد

$$\rho = \rho_0(1 - \bar{\alpha})^{\frac{Sct}{4V}} \quad (14.21)$$

در اینجا موضوع را به خواننده وا می‌گذاریم تا ثابت کند رابطه بالا معادل است با رابطه 14.16، و در نتیجه این نظریه برای زمان بازآوایش مانند نظریه ایرینگ به همان معادله 14.18 منجر می‌گردد. بطور کلی، معادله 14.18 زمانی کوتاهتر برای بازآوایش نسبت به معادله 14.12b به دست می‌دهد. اصولاً این در نتیجه حقیقتی است مبنی بر اینکه اتلاف انرژی پنهانی $\bar{\alpha}\epsilon$ که در هر برگشت فرعی صورت می‌گیرد و با معادله 14.18 نموده شده است مقدار متوسطش بیش از مقداری است که در فاصله متوسط بین برگشتها در اثر جذب دائمی صورت گرفته و با معادله 14.12b داده می‌شود. مثلاً زمان بازآوایش اتاقی که در بخش 14.4 در نظر گرفتیم وقتی بوسیله معادله 14.18 محاسبه شود به جای 1.23 ثانیه عدد 1.18 ثانیه به دست می‌آید. این اختلاف جزئی اهمیت عملی ندارد. ولی درباره اتاق مرده، یعنی اتاقی که برای آن $\bar{\alpha} > 0.2$ باشد، وقتی زمان بازآوایش را اندازه می‌گیریم تطبیق نتیجه آن با فرمول 14.18 به مراتب بهتر از تطبیق آن با فرمول 14.12b است. بعلاوه، معادله 14.18 زمان بازآوایش را برای حالت حد که در آن $\bar{\alpha} = 1$ است برابر با صفر می‌دهد، و این حالتی است که تمام سطحهای داخلی اتاق باماده جاذب صوت کاملاً پوشانیده

1) Knudsen, *Architectural Acoustics*, p. 603, John Wiley and Sons (1932).

2) Kosten, *Acustica*, **10**, 245 (1960).

شده باشند. باید گفت که یکی از موارد ضعیف نظریه‌ای که به کمک آن معادله 14.18 را به دست آوردیم این است که این معادله وقتی کاملاً صدق می‌کند که همه سطوحی که اتاق را از داخل محدود کرده‌اند دارای ضریب جذب مساوی باشند.

طریق متفاوت دیگری که برای حل مسئله تباهی صوت در اتاق مرده به کار رفته بوسیله میلینگتن¹ پیشنهاد شده است. نظریه آنها می‌رساند که مقدار جذب کلی در اتاق از رابطه زیر به دست می‌آید

$$a = \sum -S_i \ln(1 - \alpha_i) \quad (14.22)$$

که منجر می‌گردد به معادله زیر که مربوط به محاسبه زمان بازآوایش است

$$T = \frac{0.049 V}{\sum -S_i \ln(1 - \alpha_i)} \quad (14.23)$$

باید توجه داشت که معادله 14.23 مربوط به اتاق مرده را می‌توان از معادله 14.12b که برای اتاق زنده نوشته‌ایم به دست آورد؛ بدین‌سان که ضریب مؤثر جذب صوتی α_e را که به شکل زیر تعریف می‌شود

$$\alpha_e = -\ln(1 - \alpha_i) \quad (14.24)$$

به جای α_i در معادله 14.6 بگذاریم. این می‌رساند که تا آنجا که به تأثیر روی زمان بازآوایش مربوط است موادی که فوق‌العاده جاذب هستند از آنچه بوسیله ضریب جذب حقیقی خود یعنی α_i که در فصل 6 تعریف گردیده مؤثر ترند. مثلاً وقتی $\alpha_i > 0.63$ باشد معادله 14.24 نشان می‌دهد که $\alpha_e > 1$.

تجربه نشان می‌دهد که هرگاه مواد مختلفی که دارای ضریبهای جذب بسیار متفاوتی باشند در اتاق نصب گردند معادله 14.23 بهترین معادله برای پیشبینی زمان بازآوایش است. در موقع محاسبه زمان بازآوایش اتاقها در این کتاب چنین عمل می‌کنیم که هر کدام از معادله‌های 14.12b یا 14.18 یا 14.23 را که برای حالت خاصی مناسبتر باشد به کار می‌بریم. برای آگاهی از جزئیات تحلیل و تجزیه ارزش نسبی نظریه‌های مختلفی که جهت تباهی صوت در محوطه بسته گفته شده است به خواننده توصیه می‌شود که به بحث جامعی که بوسیله یانگ به عمل آمده مراجعه کند.²

14.6 تأثیر جذب صوت در هوا بر بازآوایش. در نظریه‌هایی که در باره بازآوایش گفتیم موضوع جذب صوت در هوا از قلم افتاده است. با اینهمه، چنانکه در فصل 9 بحث کردیم،

1) Millington, *J. Acoust. Soc. Am.*, **4**, 69 (1932); Sette, *J. Acoust. Soc. Am.*, **4**, 193 (1932).
2) Young, *J. Acoust. Soc. Am.*, **31**, 912 (1959).

همه موجهای صوتی وقتی در محیطی از شاره انتشار پیدا کنند مقداری از انرژی خود را از دست می‌دهند. بویژه شدت موجهای تخت برطبق معادله زیر کاهش می‌یابد

$$I = I_0 e^{-2\alpha x} = I_0 e^{-mx} \quad (14.25)$$

در این فصل $m = 2\alpha$ را به‌عنوان پایای تنکس محیط استعمال به کار می‌بریم تا از اشتباه با α که در بخش 9.5 برای تنکس در شاره به کار رفته و α که در این فصل نماینده ضریب جذب سطحی است اجتناب شود. در زمان t موج آکوستیکی فاصله $x = ct$ را می‌پیماید، و در نتیجه معادله 14.25 را می‌توان بدین شکل نوشت

$$I = I_0 e^{-mct} \quad (14.25a)$$

اگر اثر این جذب را که در هوا روی می‌دهد در معادله $14.10a$ که تباهی صوت را در اتاق به دست می‌دهد بگذاریم، معادله‌ای که نتیجه می‌شود به شکل زیر خواهد بود

$$I = I_0 e^{-(a/4V + m)ct} \quad (14.25b)$$

در نتیجه معادله مربوط به زمان بازآوایش چنین می‌شود

$$T = \frac{0.049V}{a + 4mV} \quad (14.26)$$

در معادله بالا پایای تنکس m باید برحسب واحدهای ft^{-1} بیان گردد. باید گفت که هنگام به کار بردن این معادله، جذب کلی باید از معادله 14.6، 14.14، یا 14.22 برحسب اینکه اتاق از نوع زنده یا مرده باشد گرفته شود. اهمیت نسبی جذب در هوا را می‌توان بوسیله مقایسه نسبی جمله دوم با جمله اول مخرج رابطه 14.26 تعیین کرد. چنانکه پیشینی می‌شود، در اتاقهای باحجم بزرگ جذب صوت در هوا زیادتر است، زیرا در این گونه اتاقها مسیر موجهایی که پشت سرهم منعکس می‌شوند نسبتاً طویل است. از آنجا که m با زیاد شدن فرکانس زیاد می‌شود، جذب صوت در هوا در فرکانسهای بیش از 1,000 سیکل بر ثانیه بیش از جذب در فرکانسهای کمتر است. سرانجام، در اتاقهایی که خاصیت بازآوایش آنها فوق‌العاده زیاد باشد، یعنی α نزدیک به صفر باشد، قسمت عمده جذب صوت در هوا روی می‌دهد نه در دیوارهای اتاق. اندازه‌گیری زمان بازآوایش در چنین اتاقهایی وسیله آزمایش بسیار خوبی برای تعیین پایای تنکس گازهاست که در فصل نهم به آن اشاره کردیم.

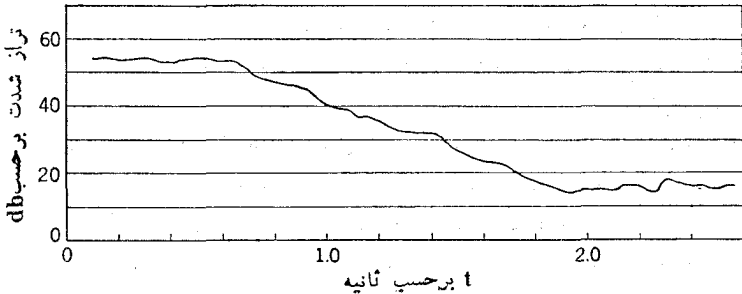
14.7 اندازه‌گیری زمان بازآوایش. اگرچه تکنیکهای متعددی برای اندازه‌گیری

زمان بازآوایش در محیط بسته اختراع گردیده، ولی بیشتر این روشها را می‌توان به یکی از دو طریقه اساسی دسته‌بندی کرد. یکی از این طریقهها شامل روشهایی است که مبتنی بر قضاوت ذهنی شنونده است؛ به این معنی که شنونده فاصله زمانی را که تراز شدت صوت تا

آستانه شنوایی یعنی تا 60db کاهش می‌یابد تعیین می‌کند. در طریقهٔ دوم نوعی دستگاه ثابت که با سرعت زیاد کار می‌کند برای ثبت تغییرات تراز شدت بر حسب گذشت زمان به کار می‌رود. روش سباین را می‌توان به طریقهٔ اول نسبت داد زیرا در این روش فاصلهٔ زمانی را که لازم است تا صدای ارگی که 60db بالاتر از آستانهٔ شنوایی است تباهیده شود و به آستانهٔ شنوایی برسد به کمک ساعت تعیین می‌کنند. بعدها در این روش اصلی ظرافت کاری زیادی برای زیاد کردن دقت آن به عمل آمده است. یکی از دشواریهای اساسی که در همهٔ اندازه‌گیریهای زمان بازآوایش با آن مواجه می‌شوند وجود آهنجاری‌های محلی است که در نتیجهٔ تشکیل موجهای ایستاده در آن محل وجود پیدا می‌کند. روشی را که سباین برای از بین بردن این اشکال به کار می‌برد این بود که در نزدیکی مرکز اتاقی که بازآوایش داشت سطحهای بزرگ منعکس‌کنندهٔ قرار می‌داد و در موقع اندازه‌گیری، این سطحها را می‌چرخاند تا الگوی موجهای ایستادهٔ درون اتاق را تغییر دهد و در نتیجه اثر آهنجاری محلی را خنثا کند. روش دیگر این است که تعداد زیادی اندازه‌گیری در نقاط مختلف اتاق به عمل آید. اما روشی که فعلاً معمول است این است که نوسانگر خاصی را که به کندی فرکانس صدای بلندگو را تغییر می‌دهد در موقع اندازه‌گیری به کار می‌اندازند، و بدین طریق در الگوی موجهای ایستاده دائماً تغییر حاصل می‌شود و آهنجاری خنثا می‌گردد. روش معمولی برای به دست آوردن تراز شدت اصلی که باید به اندازهٔ 60db بالاتر از آستانهٔ شنوایی باشد این‌طور اجرا می‌گردد که ابتدا یک یا چند بلندگو را با شدت کمی به کار می‌اندازند چنانکه صدای حاصل در همهٔ نقطه‌های محیط بسته، فقط با کمترین احساس ممکن شنیده شود، سپس توان در داده را با ضریب 10^6 ، یعنی (60db) بالاتر می‌برند. پس از آنکه حالت ثابتی در اتاق برقرار گردید دستگاه محرک را قطع می‌کنند و زمان بازآوایش را به کمک کرومومتر یا زمان سنج الکتریکی اندازه می‌گیرند.

روش قطعی و مسلمتر این است که از نوعی دستگاه ثابت تراز صوت که بتواند با سرعت کار کند برای این عمل استفاده کنند. موجهای صوتی که بوسیله میکروفون میزان شده‌ای اخذ می‌گردند تقویت و مستقیم شده و تراز شدت آن بوسیلهٔ قلمی بر روی نوار کاغذ ثبت می‌گردد. دستگاههای ثابتی از این‌گونه ساخته شده‌اند که می‌توانند تغییرات تراز شدت صوت را تا زیادتر از 1,000 دسی‌بل برثانیه پیروی کنند. شکل 14.3 شامل یک منحنی است که تباهی تراز شدت صوت را با این روش ثبت کرده است. در این مثال نوار کاغذ با سرعت 5 سانتیمتر برثانیه از زیر قلم عبور می‌کند، چنانکه هر سانتیمتر از طول آن که محور طول را تشکیل می‌دهد نمایندهٔ 0.2 ثانیه است. نرخ تباهی بر حسب دسی‌بل برثانیه مستقیماً از روی این منحنی به کمک شیب آن اندازه‌گیری می‌شود، و از نتیجهٔ آن می‌توان زمان بازآوایش را به دست آورد. در منحنی شکل 14.3 نرخ تباهی تقریبی 30 دسی‌بل برثانیه است که زمان بازآوایش را $2 = 60/30$ ثانیه به دست می‌دهد. برتری این روش بر روشهای دیگر این

است که اشتباههای مربوط به قضاوت شخصی در اندازه‌گیری حذف می‌شوند. بعلاوه، بوسیله این روش که ثبت پایدار نرخ تباهی ترازدشت به‌عمل آمده می‌توان در صورت لزوم صحت آن را با اندازه‌گیری به دفعات مختلف پژوهش کرد. زمانهای بازآوایش کمتر از 0.1 ثانیه را می‌توان با این روش اندازه‌گرفت. نوع دیگر دستگاه ثبات اوسیلوگراف با پرتوهای کاتودی است که حرکت نقطه روشن آن به‌کندی صورت می‌گیرد؛ بعلاوه، اثر نور تا مدتی روی صفحه باقی می‌ماند. برای به‌دست آوردن نمونه ثبت این دستگاه از وسایل عکاسی استفاده می‌کنند.



شکل 14.3. منحنی تباهی بازآوایش.

کار اولیه‌ی سپاین درباره‌ی اندازه‌گیری زمان بازآوایش محدود بود به یک فرکانس 512 سیکل بر ثانیه، حال آنکه کارهای بعدی او شامل اندازه‌گیری با فرکانسهای اوکتاو بین 64 و 4096 سیکل بر ثانیه بوده است. عادت موجب شده است که اهمیت زیادی به فرکانس 512 سیکل بر ثانیه داده شود، چنانکه وقتی عبارت **زمان بازآوایش** بدون ذکر فرکانس گفته می‌شود ذهن انسان متوجه تن خالص یا صدای متغیری می‌شود که تشکیل نواری از نوفه را می‌دهد که برفرکانس 500 سیکل بر ثانیه متمرکز است. اگر ضریبهای جذب صوت تقریباً مستقل از فرکانس باشند، کافی است اندازه‌گیری زمان بازآوایش با یک فرکانس تنها خصوصیتهای بازآوایش محیط بسته را تعیین کند، ولی اگر مقدار این ضریبها با تغییر فرکانس زیاد تغییر کند این موضوع صحت نخواهد داشت. در این شرایط لازم است زمان بازآوایش برای حدود فرکانسهایی که برای گفتار یا موزیک دارای اهمیت است مشخص گردد. این فرکانسها که برای این حدود به‌عنوان نماینده انتخاب می‌شوند معمولاً عبارتند از 125، 500، 1,000، و 2,000 سیکل بر ثانیه.

پرسی که همیشه مطرح است این است که بهترین و مناسبترین زمان بازآوایش زمان برای محوطه بسته مفروضی چه اندازه باید باشد؛ عاملهای مهمی که هنگام پاسخ به این پرسش باید ملحوظ گردند عبارتند از اطلاع در باره اندازه یا حجم محوطه بسته و کاربرد اصلی آن. مثلاً در اتاقهای کوچک یا با اندازه متوسط اگر زمان بازآوایش تقریباً 0.5 ثانیه باشد می‌توان گفتگوها، تبادل نظر، و کارهای معمولی دقتی را با کمترین اشکال صوت داد. می‌توان انتظار داشت که در محوطه‌ای که اختصاصاً برای سخنرانی عمومی تهیه شده است

زمان بازآوایش کوتاه باشد تا از روی هم‌افتادن سیلابها جلوگیری کند. این شرطی است که در تئاترها یا محوطه‌های باز موجود است زیرا در این‌گونه مکانها زمان بازآوایش وجود ندارد، و تنها اشکالی که برای سخنران پیش می‌آید این است که صدای نسبتاً شدید و کافی تولید کند. باینهمه، سخنران مایل به وجود شرایطی که خاصیت جذب بسیار صوت را بوجود می‌آورد نیست، زیرا چنین محیطی به نظر مرده و بی‌علاقه به سخنران جلوه می‌کند. بعلاوه، خاصیت تشدید صوت که با بازآوایش همراه است در چنین محیطی موجود نیست، و از اینرو فشار زیادی برای ادای مطلب به‌گوینده وارد می‌گردد. بهترین شرایط پذیرفتنی برای سخنگو و شنوندگان، مربوط به وقتی است که زمان بازآوایش در حدود 0.8 ثانیه برای تالارهای سخنرانی به حجم 50,000 فوت مکعب باشد و اگر حجم محوطه از 1,000,000 فوت مکعب تجاوز کند زمان بازآوایش باید تا حدود 1.5 ثانیه و بیشتر افزایش یابد. از آنجا که سرعت بیان مانند بلندی صوت در قابل تشخیص بودن آن عامل مهمی است، سخنرانی که به آهستگی و شمرده سخن بگوید می‌تواند حتی در محوطه‌ای که زمان بازآوایش آن بهترین و مناسبترین نیست سخنان خود را برای شنوندگان قابل تشخیص کند.

مسئله مشخص کردن بهترین و مناسبترین زمان بازآوایش برای محیطهایی که اساساً برای نواختن موسیقی یا تولید دوباره آن طرح‌ریزی می‌شوند بسیار پیچیده‌تر از تعیین بهترین زمان بازآوایش برای سالن سخنرانی است، زیرا برحسب نوع موسیقی و تأثیری که از آن انتظار داریم مناسبترین زمان بازآوایش تغییر می‌کند. به عبارت کلی‌تر، محوطه و زمان بازآوایش آن در حقیقت قسمتی از اسبابی است که در آن محوطه نواخته می‌شود، و این عامل آگاهانه یا ناآگاهانه در ضمیر آهنگساز، رهبر ارکستر، یا هنرمند در موقع تنظیم ارکستر یا نواختن آن وجود دارد. بطور کلی، محوطه‌هایی که برای اجرای موسیقی طرح‌ریزی می‌شوند باید نسبت به محوطه‌هایی با همان اندازه که برای گفتار و سخنرانی تهیه می‌گردند دارای خاصیت بازآوایش بیشتری باشند. بهترین و مناسبترین زمان بازآوایش از مقدار 1 ثانیه برای اتاقهای کوچکی که تکنوازان استفاده می‌کنند تا حدود 2.5 ثانیه برای ارگ و اجرای موسیقی مذهبی در کلیساهای بزرگ تغییر می‌کند.

در موقع طرح محوطه‌ای برای ضبط صوت یا برای استودیو جهت انتشارات تلویزیونی توصیه می‌شود که زمان بازآوایش را قدری کمتر از آنچه در باره اتاقهای مختص موزیک که در بالا گفتیم در نظر بگیریم؛ زیرا خصوصیت‌های بازآوایش اتاقهایی که برای شنیدن به کار خواهند رفت بر خصوصیات بازآوایش اتاقهای اصلی که در آن صدا ضبط شده است اضافه می‌گردد. یکی از عاملهایی که هنگام طرح سالنهای موسیقی یا سخنرانی باید در نظر گرفت اثر حضور شنوندگان سالن، بر زمان بازآوایش سالن است. از آنجا که ضریب جذب صوت برای يك فرد معمولی در حدود 4.5 سباین است، اگر تعداد شنوندگان تغییر کند امکان دارد که تغییر فاحشی در زمان بازآوایش سالن ایجاد گردد. این تغییر بخصوص وقتی سالن برای تمرین مورد استفاده قرار می‌گیرد بسیار آشکارتر است، و رهبران ارکستری که به این مطلب آشنا نباشند ممکن است در باره انتخاب بهترین تراز بلندی و میزان تعادل موسیقی سالن

به اشتباه بیفتند. اثر تغییر عده شنوندگان را می‌توان بدین‌طریق کم کرد که پشت‌سندلیهای مخصوص آنها را با ماده‌ای که خاصیت جذب صوت نسبتاً زیادی داشته باشد پوشانند تا بدین‌طریق مقدار جذب کلی‌سندلی خالی تقریباً برابر با‌سندلی پر باشد. برای کسب اطلاعات بیشتر در باره فایده در نظر گرفتن زمان بازآوایش در موقع طرح محوطه‌ای که از نظر آکوستیکی شایسته باشد خواننده را به کتابهای زیر رجوع می‌دهیم.^۱

14.8 ضریبهای جذب صوت. روش استاندارد اندازه‌گیری ضریب مؤثر جذب صوت، یعنی α_e ، برای ماده‌ای معین از راه پژوهش اثر آن بر زمان بازآوایش یا نرخ تباهی تراز شدت صوت در محوطه مسدود است. محوطه‌های مسدود مخصوصی برای استفاده از این‌گونه اندازه‌گیریها ساخته می‌شوند که اتاق بازآوایش^۲ نام دارند. نخستین موضوع لازم این است که سطح دیوارهای این اتاق بسیار منعکس‌کننده باشند چنانکه وقتی هیچگونه نمونه‌ای برای اندازه‌گیری داخل آن نیست زمان بازآوایش آن بسیار زیاد باشد؛ همچنین حجم آن باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا از اهمیت تشکیل یک موج ایستاده تنها بگذرد، و سرانجام باید که سطحهای آن نامنظم باشند یا اینکه پره‌های چرخان بزرگی در آن کار بگذارند تا میزان موجهای صوتی را در آن افزایش دهد.

هنگام نبودن ماده جاذب صوت زمان بازآوایش چنین اتاقی بوسیله معادله مربوط به اتاق زنده چنین داده می‌شود

$$T = 0.049V/a \quad (14.27)$$

V جمع کل حجم اتاق بر حسب فوت مکعب، و a جمع کل مقدار جذب است که بر حسب سباین با معادله 14.6 حساب می‌شود. اگر سطحی برابر با S از دیوار با ماده جاذب صوت مورد مطالعه پوشانیده شود زمان بازآوایش جدید T' چنین خواهد بود

$$T' = \frac{0.049V}{a + S(\alpha_e - \alpha_0)} \quad (14.28)$$

α_e ضریب جذب مؤثر ماده مورد مطالعه، و α_0 ضریب جذب مؤثر قسمتی از سطح دیوار است که بوسیله ماده نامبرده پوشانیده شده است. اگر این دو معادله را به منظور حذف a با هم ترکیب کنیم می‌شود

$$\alpha_e = \frac{0.049V}{S} \left(\frac{1}{T'} - \frac{1}{T} \right) + \alpha_0 \quad (14.29)$$

- 1) Knudsen, *Architectural Acoustics*, John Wiley and Sons (1932); Knudsen and Harris, *Acoustical Designing in Architecture*, John Wiley and Sons (1950).
- 2) reverberation chamber

یادآوری می‌شود که اندازه‌گیریهایی که در معادله 14.29 قید گردیده اندازه‌گیری مستقیم α یعنی ضریب جذب انرژی صوتی که بطور اتفاقی تابش یافته باشد نیست، بلکه فقط اثر این ضریب را بر زمان بازآوایش اتاق مخصوص مورد عمل، اندازه می‌گیرد. از آنجا که زمان بازآوایش تابع پارامترهایی چون پنخس صوت در اتاق، ابعاد، و محل قرار گرفتن نمونه ماده‌جاذب صوت است، اندازه‌گیریهایی که در اتاقهای ساخته شده با مواد مشابه صورت گیرد دارای تفاوت جزئی در مقدار ضریب جذب خواهد بود. اگر خواسته باشیم برای مقدار ضریب جذب انرژی صوتی که بطور اتفاقی تابش می‌یابد، یعنی برای α مقداری به دست آوریم شاید تغییر دادن معادله میلینگتن-ست ما را تا اندازه‌ای به مقصود برساند در این صورت α بدین شکل داده خواهد شد

$$-\ln(1 - \alpha) = \frac{0.049V}{S} \left(\frac{1}{T'} - \frac{1}{T} \right) + \alpha_0 \quad (14.30)$$

غالباً کمیتی که در اتاقهای بازآوایش اندازه‌گرفته می‌شود تباهی تراز فشار صوت بر حسب دسی‌بل بر ثانیه است نه زمان بازآوایش. ازاینرو، در این شرایط سودمندتر است که از معادله 14.12 برای حذف T و T' در معادله 14.29 استفاده کنیم. پس از انجام دادن این عمل، خواهیم داشت

$$\alpha_c = \frac{0.00081V}{S} (D' - D) + \alpha_0 \quad (14.31)$$

D' تباهی اندازه‌گرفته شده با وجود ماده مورد مطالعه و D تباهی اندازه‌گرفته شده در نبودن این ماده در اتاق است.

جدول 14.1 ضریبهای جذب مؤثر صوت

ماده	125	500	2000
قابهای آکوستیکی	0.16	0.50	0.80
کچ آکوستیکی	0.30	0.50	0.55
دیوار آجری بدون رنگ	0.02	0.03	0.05
پرده سبک	0.04	0.11	0.30
پرده سنگین	0.10	0.50	0.82
نمد	0.13	0.56	0.65
کف اتاق از سیمان	0.01	0.02	0.02
کف اتاق از چوب	0.06	0.06	0.06
کف اتاق پوشیده از قالی	0.11	0.37	0.27
تیشیه	0.04	0.05	0.05
مرمر یا قابهای صیقلی	0.01	0.01	0.02
کچ	0.04	0.05	0.05
بشم کوهی	0.35	0.63	0.83
قاب یا چوب سرو	0.10	0.10	0.08

مقدارهایی که در این جدول آمده‌اند نماینده مقدار واقعی هستند، زیرا مقدار واقعی آنها تابع کفتمی و طرز سوارکردن و نصب آنها در اتاق است.

جدول 14.1 حاوی ضریبهای جذب مؤثر صوت α برای مواد معمولی مورد استعمال است. برای تعیین این عددها افراد مختلفی از طریق اندازه گیری زمان بازآوایش کار کرده اند. برای اطلاع از جزئیات مربوط به ضریبهای جذب صوت مواد مخصوص به خواننده توصیه می شود که به نشریه «ضریبهای جذب صوت مواد در معماری آکوستیک» که بوسیله انجمن مواد آکوستیکی هر سال چاپ می شود رجوع کند. باید در نظر داشت که توان جذب صوت بیشتر مواد با زیاد شدن فرکانس زیاد می گردد و هر اندازه ماده ای جذب کننده تر باشد این پدیده بیشتر مشهود می گردد. در نتیجه زمان بازآوایش بیشتر محوطه های مسدود در فرکانسهای بالا بسیار کوتاهتر از زمان بازآوایش آن در فرکانسهای پایین است.

14.9 اندازه گیری باز داده آکوستیکی منبعهای صوتی در اتاقهای زنده. اگر چه دقیقترین روش اندازه گیری باز داده آکوستیکی منبعها در اتاق بی پژواک که در بخش 10.13 بیان داشتیم به عمل می آید، با اینهمه این گونه باز داده ها را می توان با دقت بسیار زیادی در اتاق باز آوایش نیز اندازه گرفت. هنگامی که انرژی صوتی در اتاق باز آوایش کاملاً پخش شده باشد توان آکوستیکی که با معادله 14.9b داده می شود چنین خواهد بود

$$W = \frac{P^2 a}{4\rho_0 c} \quad (14.32)$$

که P ریشه دوم متوسط مربعات فشار است، و بنا بر فرض بطور یکنواخت در اتاق توزیع گشته. این فشار را می توان مستقیماً بوسیله میکروفون میزان و مدرج شده ای اندازه گرفت. اگر واقعاً P بطور یکنواخت در تمام اتاق توزیع شده باشد یک اندازه گیری کافی خواهد بود. ولی وقتی چنین نیست چندین اندازه گیری باید کرد، و متوسط را به دست آورد؛ یا اینکه میکروفون را که روی بازویی نصب شده به سرعت دست کم به اندازه ربع طول موج چرخاند تا فشار متوسط را نشان دهد. تنها مقدار مجهول دیگری که در معادله 14.32 وجود دارد a پایای جذب اتاق است. اگر ضریبهای جذب صوت موادی که در دیوارهای اتاق نصب شده اند معلوم باشد a را می توان به کمک معادله هایی که در این فصل بیان داشتیم اندازه گرفت. در غیر این صورت آن را می توان به کمک معادله 14.12 از راه اندازه گیری زمان باز آوایش T حساب کرد. وقتی پایای a را بین دو معادله 14.12 و 14.32 حذف کنیم باز داده آکوستیکی بر حسب وات می شود

$$W = \frac{13.9P^2 V}{\rho_0 c^2 T} \quad (14.33)$$

P بر حسب نیوتن بر متر مربع، V بر حسب متر مکعب، و T زمان باز آوایش بر حسب ثانیه است. اگر مقدار مناسب $\rho_0 c^2$ متعلق به هوا را در آن بگذاریم، V بر حسب فوت مکعب، P بر حسب میکروبار، و T بر حسب ثانیه باشد معادله بالا به یک معادله عملی مهندسی درمی آید

که در آن W برحسب وات، V فوت مکعب، P میکروبار، و T ثانیه است.

$$W = 2.8 \times (P^2 V / T) \times 10^{-8} \quad (14.34)$$

14.10 استفاده از مواد جاذب صوت برای کاهش نوفه در اتاقها. هر زمان منبعی با صدای دایم از قبیل بادزن برقی و یا موتور در اتاقی قرار گیرد دو میدان صوتی بوجود می‌آیند. میدان اول مربوط به صوت مستقیمی است، که از منبع برمی‌خیزد. میدان دیگر مربوط به بازآوایش است که در اثر انعکاسهای روی دیوارها پیدا می‌شود. ریشه دوم متوسط مربعات فشار، یعنی P_r ، که بوسیله میدان مستقیم صوت بوجود می‌آید در صورتی که فرض کنیم صوت بطور یکنواخت در همه سو منتشر گشته است در سیستم MKS از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{P_a^2}{\rho_0 c} = I = \frac{W}{4\pi r^2} \quad (14.35)$$

r فاصله شعاعی از مرکز مؤثر منبع صوت است، و W باز داده آکوستیکی منبع برحسب وات است. از سوی دیگر، ریشه دوم متوسط مربعات فشار مربوط به بازآوایش صوت یعنی P_r در صورتی که معادله 14.32 را دوباره بنویسیم چنین می‌شود

$$P_r^2 = \frac{4\rho_0 c W}{a} \quad (14.36)$$

اگر این دو معادله را با هم جمع کنیم متوسط مربعات فشار، P_r^2 ، می‌شود

$$P^2 = \rho_0 c W \left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{a} \right) \quad (14.37)$$

معادله بالا نشان می‌دهد که در نقطه‌های نزدیک به منبع، یعنی نقطه‌هایی که r به اندازه‌ای کوچک باشد که $4\pi r^2 \ll (a/4)$ ، زیاد یا کم کردن مقدار مواد جاذب صوت بر روی دیوارهای اتاق اثر زیادی بر اندازه تراز فشار صوت ندارد. برعکس، در فاصله‌هایی که برای آنها $4\pi r^2 \gg (a/4)$ باشد تراز فشار صوت با دو برابر کردن جذب کلی صوت a به اندازه 3db کم می‌شود. مثلاً کارگری که سر او در نزدیکی ماشین پرسر و صدا قرار گیرد از اضافه شدن مواد جاذب صوت در اتاق چندان استفاده‌ای نمی‌کند. ولی کارگرانی که در فاصله قابل ملاحظه‌ای از ماشین قرار گرفته باشند در مقابل هر بار که a دو برابر شود به اندازه 3db تراز فشار بر آنها کمتر وارد می‌گردد. نمونه دیگر آنکه وقتی دو نفر به تنهایی در اتاق باشند و نسبتاً نزدیک به یکدیگر قرار گیرند خصوصیت‌های آکوستیکی اطراف اتاق بر روی اندازه توانایی آنها برای مبادله گفتگوی بین خودشان تأثیر چندانی ندارد. با اینهمه، اگر عده زیادی

سخنگو در اتاق باشند تراز فشار صوت در اثر بازآوایش به اندازه $10 \log N$ بالا می‌رود. N شمارهٔ صحبت‌کننده‌هاست، از اینرو در این حال گفتگو دشوار می‌گردد، مگر اینکه جذب کلی a نسبتاً زیاد باشد. این موضوع روشن می‌سازد که چرا در سالنهای رقص و غذاخوری بزرگ هنگامی که عدهٔ زیادی حضور داشته باشند انتقال و مبادله مکالمه به اشکال صورت می‌گیرد.

برای نشان‌دادن فایدهٔ معادله‌های بالا اکنون مثالی می‌زنیم. فرض کنیم که در سالی به ابعاد $40 \times 20 \times 5$ متر که دارای زمان بازآوایش 3 ثانیه است، یکصد نفر صحبت‌کننده هر کدام توان باز داده‌ای برابر با 100 میکرووات دارا هستند حضور داشته باشند. چون مقادیر لازم را در معادلهٔ $14.12a$ ببریم خواهیم داشت

$$a = \frac{0.161 \times 4000}{3} = 215 \text{ metric sabins}$$

فشار صوت بازآواینده^۱ که از معادلهٔ 14.36 به دست می‌آید می‌شود

$$P_r = \left[\frac{4 \times 415 \times 0.01}{215} \right]^{1/2} = 0.28 \text{ newtons/m}^2$$

که معادل است با 83 db ، تراز این صدای زمینه برای انتقال گفتگو بسیار است. مثلاً هر گاه مقادیر لازم را در معادلهٔ 14.35 بگذاریم مشاهده می‌شود که اگر در میدان فشار مستقیم صحبت‌کننده بایستیم همین فشار پیدا می‌شود، به شرط اینکه به اندازهٔ ۲، که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید، از او فاصله داشته باشیم

$$r = \left[\frac{415 \times 0.0001}{4\pi} \right]^{1/2} \cdot \frac{1}{0.28} = 0.2 \text{ meters}$$

قابل توجه این است که هر گاه تمام یکصد نفر صحبت‌کننده در سالن باز دادهٔ آکوستیکی خود را تا 10 میکرووات کاهش دهند تراز صدای زمینهٔ صوت بازآواینده تا مقدار مطلوب 73 db پایین می‌آید، بی آنکه تراز فشار نسبی میدان مستقیم صوت را تغییر دهیم. متأسفانه وقتی عدهٔ زیادی صحبت‌کننده در سالن به مشخصات ذکر شده انجمن کرده باشند پدیده‌ای که اصطلاحاً «اثر کوکتل پارتی»^۲ نامیده می‌شود ظاهر می‌گردد. یعنی هر یک از افراد برای اینکه صدایش شنیده شود می‌کوشد صدای خود را بالاتر ببرد. بطور متوسط این عمل کمکی به زیاد شدن قابلیت فهم در گفتگو نمی‌کند، بلکه سبب می‌گردد که تراز زمینه به مقدار نامطلوب و ناخوش‌آیندی بالا برود.

برای به دست آوردن اطلاع بیشتر دربارهٔ کنترل نوفه و کم کردن آنها خواننده را به

1) reverberant

2) MacLean, *J. Acoust. Soc. Am.*, **31**, 79 (1959).

کتابهای زیر نشانی می‌دهیم.^۱

14.11 موجهای ایستاده در محوطه بسته. در بخش 14.7 بیان داشتیم که برای دوری از ناجوربهای محیط انتشار که بواسطه پیدایش موجهای ایستاده پدید می‌آیند لازم است که در موقع اندازه‌گیریهای مربوط به بازآوایش روشی به کار بریم تا حد متوسط اندازه‌ها حاصل گردد، و برای این کار گفتیم که ممکن است در حین عمل صفحات بزرگ منعکس‌کننده‌ای را به چرخش واداشت یا منبع صوتی را که صدا را بطور ناموزون بلند و پایین می‌کند به صدا در آوریم، و یا بالاخره عده زیادی اندازه‌گیری را در نقاط مختلف سالن انجام دهیم و از نتیجه‌ها متوسط بگیریم. در سال 1930 آشکار گردید که حتی به کار بردن این‌گونه عملیات همیشه کافی نیست، و اساساً بررسی موضوع از طریق صوت هندسی یا پرتوی برای پایه‌گذاران نظریه قابل قبولی درباره صوتی که در محیط مسدود قرار گرفته ناکافی است. طریق کافیترولی متأسفانه دشوارتر آن است که بررسی موضوع بر اساس آکوستیک موجی قرار گیرد، یعنی مبتنی باشد بر حرکت موجه در فضای سه بعدی بسته. بخصوص معلوم شد که امکان دارد تکنیک ریاضی آکوستیک موجی را در مسائل آکوستیک ساختمانی محوطه‌های ساده از قبیل جعبه‌های قائم‌الزاویه و لوله‌های استوانه‌ای یا پوسته‌های کروی شکل به کار برند، و از این راه مفهومها و معادله‌های تازهای بیابند که بتوان به کمک آنها خصوصیت‌های صداهای دائم و گذرای درون محوطه مسدود را مورد بحث قرار داد. بعلاوه، حتی در محیط‌هایی که شکل درهم و پیچیده داشته باشند چنانکه آکوستیک موجی نتواند حل صریحی برای آن پیدا کند آن را برای روشن کردن و تکمیل نتیجه‌هایی که از به کار بردن معادله‌های قراردادی آکوستیک هندسی حاصل می‌گردد استعمال می‌کنند.

از نظر آکوستیک موجی اتاق را می‌توان رزوناتور پیچیده‌ای دانست که چندین مد ارتعاش مجاز می‌تواند داشته باشد، و هر کدام از مدها دارای فرکانس مخصوص به خود است که مربوط است به موج آزادی که میراگشته. وقتی منبع صوت در داخل چنین رزوناتوری به کار افتد ارتعاش دائمی با فرکانس منبع صوت در آن دایر می‌گردد. بعلاوه، ارتعاش آزاد گذرایی حاصل می‌شود که از ترکیب مدهای معمولی ارتعاشی درون اتاق پیدا شده‌اند. این ارتعاش گذرا ترکیبی است از مدهای معمولی مورد لزومی که بتوانند در شرایط اولیه آکوستیکی اتاق صدق کنند. اگر منبع صوت بطور دائم کار کند هر کدام از فرکانسهای مؤلفه که ارتعاش گذرا را تشکیل می‌دادند بطور نمایی با میزانی مخصوص به خود میرا می‌گردد و تنها ارتعاش پایدار باقی خواهد ماند.

وقتی منبع صوت را خاموش کنیم موجهای پایدار که فرکانس صوت اصلی را داشتند فوراً متوقف می‌گردند. ولی ارتعاشهای پایدار را می‌توان در هر لحظه ترکیبی از عده زیادی

1) Harris, *Handbook of Noise Control*, McGraw-Hill Book Co. (1957); Beranek, *Noise Reduction*, McGraw-Hill Book Co. (1960).

موجهای ایستاده مخصوص اتاق پنداشت، چنانکه حرکت اجباری یا اولیه تار را می توانستیم ترکیبی از جمله‌های سری فوریه بدانیم. دامنه هر یک از این موجهای ایستاده اساساً تابع فرکانس منبع صوت، امپدانس هر کدام از موجها که بستگی با این فرکانس دارد، و محل منبع صوت در اتاق است. در نتیجه وقتی منبع صوت را خاموش کنیم چنین تصور می شود که انرژی آکوستیکی در این موجهای ایستاده باقی می ماند، مخصوصاً بیشتر در آنها که دارای فرکانس نزدیک به فرکانس منبع صوت باشند. در حینی که این موجها بطور نمایی بسر طبق خواص ارتعاش آزاد مربوط به خود میرا می شوند عموماً با هم ترکیب شده تولید زنش می کنند. تپشهای میرای نتیجه این ارتعاشهای آزاد پدیده بازآوایش را بوجود می آورند.

نباید انتظار داشت که موجهای آکوستیکی برای زمان بازآوایش اتاق مقدار معینی به دست دهند، مگر اینکه تمام مدهای ارتعاشی تحریک شده بایک نرخ تباهیده گردند. برخلاف آن می توان پیشبینی کرد که نرخ تباهی انرژی آکوستیکی ابتدا سریع است و زمان بازآوایش آن کوتاه است، و در حالی که موجهایی که سریعتر میرا می شوند. بترتیب از بین می روند، این انرژی نیز متدرجاً توأم با زمانهای بازآوایش طولانیتر کاهش می یابد. این رفتار در باره فرکانسهای پایین درون اتاق بازآوایشی که دیوارهای بطور مشخص دارای خاصیت جذب مختلف باشند بخوبی دیده می شود.

مشخصات فرکانسهای ارتعاشی موجهای ایستاده درون اتاق اصولاً تابع شکل و اندازه آن است، در صوتی که نرخ تباهی آنها مخصوصاً تابع شرایط دیوارهای آن می باشد، یعنی تابع پاکیری ویژه آکوستیکی معمولی دیوارها یا تابع ضریب جذب آنهاست. این موضوع موجب خوشوقتی است زیرا برای ما ممکن می سازد که ساده ترین شرایط ممکن را برای دیوارها بوجود آوریم، که عبارت باشد از انتخاب دیوارهایی که کاملاً سخت هستند و میرایی ندارند تا استخراج معادله برای فرکانسهای مخصوص آن ساده گردد. در این صورت اثر شرایط آکوستیکی دیوارها بر میرایی ارتعاشها منحصر خواهد شد به اغتشاشی که در این شرایط حاصل می گردد.

اینک ساده ترین محوطه مسدودی را در نظر بگیریم، مثلاً اتاق مکعب مستطیلی به ابعاد l_x, l_y, l_z و معادله کلی موجهای تخت (6.46) را می توان به شکل زیر نوشت

$$p = A e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)} \quad (14.38)$$

اگر معادله بالا در معادله کلی موجها صدق کند

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (14.39)$$

پایاهای k_x, k_y, k_z باید در معادله زیر صدق کنند

$$k = \frac{\omega}{c} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \quad (14.40)$$

خواننده می‌تواند با گذاشتن معادله 14.38 مستقیماً در معادله 14.39 رابطه بالا را اثبات کند. بعلاوه، k_x/k ، k_y/k و k_z/k کسینوسهای هادی هستند که راستای انتشار موجهای آکوستیکی نسبت به محوره‌های x و y و z را تعیین می‌کنند. اکنون اگر یک یا دو یا سه علامت منفی درون معادله 14.38 را به علامت مثبت تبدیل کنیم، هفت معادله اضافی دیگر مشابه با معادله 14.38 پیدا می‌شوند که مقدار هر یک مساوی k_x و k_y و k_z هستند. این معادله‌های هشتگانه نماینده خانواده موجهای تختی هستند که در اثر انعکاس موج اصلی از شش دیوار که محوطه را مسدود کرده‌اند بوجود آمده‌اند.

چون فرض کرده‌ایم دیوارها سخت هستند سرعت ذرات هوا در نزدیکی هر دیوار موازی با آن خواهد بود، یعنی مؤلفه عمودی آن صفر است. اگر گوشه‌ای از اتاق را مبدأ مختصات بگیریم شرط کرانه‌ای بالا به شکل زیر نوشته می‌شود

$$u=0 \quad \text{برای } x=0 \quad \text{و برای } x=l_x$$

$$v=0 \quad \text{برای } y=0 \quad \text{و برای } y=l_y$$

$$w=0 \quad \text{برای } z=0 \quad \text{و برای } z=l_z$$

پیش از به‌کاربردن شرایط مرزی بالا لازم است معادله‌هایی برای u ، v ، و w برحسب p پیدا کنیم. برای حرکتهای موجی متناوب معادله 5.8 را به این شکل می‌نویسیم

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = j\omega\rho_0 u$$

و از اینرو

$$u = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (14.41)$$

و معادله‌های مشابهی برای v و w برحسب $\partial p/\partial y$ و $\partial p/\partial z$ پیدا می‌شوند. هرگاه شرطهای مرزی $x=0$ و $y=0$ و $z=0$ را به معادله‌های مربوط به سرعتهای ذره‌ای که از دسته معادله‌های هشتگانه، شامل معادله 14.38، به‌دست می‌آیند ببریم معادله موج‌ایستاده به شکل زیر حاصل می‌گردد

$$p = P (\cos k_x x \cos k_y y \cos k_z z) e^{j\omega t} \quad (14.42)$$

باید در نظر داشت که روی دیوارها، برای $x=0$ و $y=0$ و $z=0$ چنانکه پیشبینی می‌شد شکمهای ارتعاشها قرار دارند.

چون معادله 14.42 را در معادله 14.41 بگذاریم سرعت ذره در امتداد محور x ها

می شود

$$\dot{u} = \frac{k_x P}{j\omega\rho_0} (\sin k_x x \cos k_y y \cos k_z z) e^{j\omega t} \quad (14.43)$$

که البته به ازای $x=0$ ، صفر خواهد شد. اگر شرط اضافی را که به ازای $x=l_x$ مقدار $u=0$ می شود در معادله 14.43 بگذاریم، $\sin k_x l_x = 0$ خواهد شد، یا

$$k_x = \frac{n_x \pi}{l_x} \quad n_x = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (14.44)$$

همچنین

$$k_y = \frac{n_y \pi}{l_y} \quad n_y = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (14.44a)$$

و

$$k_z = \frac{n_z \pi}{l_z} \quad n_z = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (14.44b)$$

بنابراین معادله 14.42 معادله کلی فشار در هر یک از موجهای ایستاده ای است که بتواند در داخل محوطه بسته به شکل مکعب مستطیل که دارای دیوارهای سخت باشد وجود پیدا کند، و پایاهای مؤلفه طول موج، یعنی k_x ، k_y ، و k_z که در این معادله قرار دارند محدود به مقدارهایی هستند که بترتیب بوسیله معادله های 14.44a و 14.44b و 14.44c داده می شوند. این محدودیت بنویسه خود فرکانسهای مدهای مجاز معمولی ارتعاش را که با معادله زیر داده می شود محدود می سازد

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{2} \left[\left(\frac{n_x}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y} \right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (14.45)$$

باید در نظر بگیریم که در حالت خاصی که $n_y = n_z = 0$ است هر دو معادله 14.42 و 14.45 به شکلی درمی آیند که با آنها آشنایی کامل داریم، یعنی به شکل معادله موجهای تختی که در لوله با محور x موازیند و دارای سرپوشی صلب در نقطه $x=l_x$ و $x=0$ هستند.

یکی از مدهای معمولی خاص ارتعاش مربوط به هر دسته از مقادیرهای n_x ، n_y ، و n_z را می توان به این طریق ایجاد کرد که موجی را در امتداد هر گونه ترکیبی از کسینوسهای هادی $\pm k_x/k$ ، $\pm k_y/k$ ، و $\pm k_z/k$ به ارتعاش در آورده بگذاریم که از دیوارهای مختلف منعکس شود و موج ایستاده تشکیل دهد. از طرف دیگر، اگر موجی در امتدادی شروع

به انتشار کنند که امتداد و فرکانس آن در شرایط ذکر شده صدق نکند، موجهای برگشته بایکدیگر بطور نامتناوب تداخل می کنند و در نتیجه موج ایستاده ای که تشکیل می شود منظم نخواهد بود.

جدول 14.2 فرکانسهای مخصوص اتاق مستطیل $10 \times 15 \times 20$ فوتی کمتر از 100 سیکل بر ثانیه

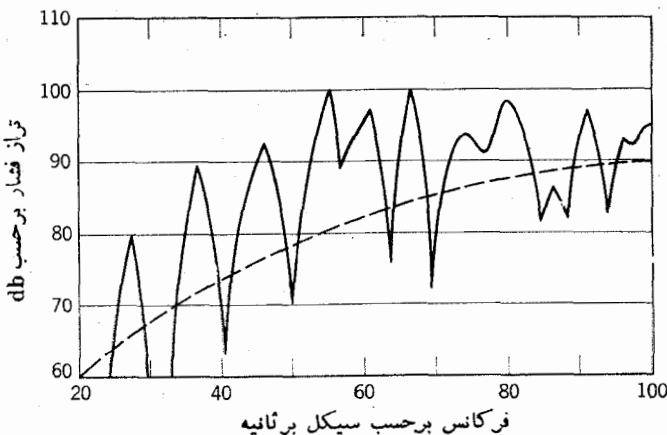
n_x	n_y	n_z	f , سیکل بر ثانیه	n_x	n_y	n_z	f , سیکل بر ثانیه
0	0	1	27.5	1	0	2	77.5
0	1	0	36.6	0	2	1	78.5
0	1	1	45.9	0	0	3	82.5
1	0	0	55.0	1	1	2	86.0
0	0	2	55.0	0	1	3	90.2
1	0	1	61.5	0	2	2	91.5
0	1	2	66.0	1	2	0	91.5
1	1	0	66.0	1	2	1	95.5
1	1	1	71.5	1	0	3	99.0
0	2	0	73.2				

به عنوان مثال مدهای معمولی ارتعاش اتاقی به ابعاد $10 \times 15 \times 20$ فوت را در نظر بگیریم. جدول 14.2 شامل تمام فرکانسهای اختصاصی کمتر از 100 سیکل بر ثانیه است که برای سرعت انتشار صوت برابر با 1100 فوت بر ثانیه محاسبه شده است.

اطلاع از فرکانسهای اختصاصی هر اتاق برای دانستن خصوصیتهای آکوستیکی آن اتاق ضروری است، زیرا اتاق در حکم رزوناتور است، و چنانچه صوتی که در اتاق درست می شود دارای فرکانسی نزدیک به فرکانس اختصاصی اتاق باشد هوای درون آن به شدت ارتعاش خواهد کرد. مثلاً داده هایی که در جدول 14.2 آمده اند نشان می دهند که دو ممد ارتعاشی مختلف دارای فرکانس اختصاصی 55 سیکل بر ثانیه هستند، و از اینرو اتاق نامبرده بخصوص در فرکانس 55 سیکل بر ثانیه به شدت رزونانس می کند و نسبت به این فرکانس پاسخ شدید دارد. همین خاصیت است که اندازه گیری باز داده بلندگو را که در اتاق باز آوایش انجام شده باشد مخدوش می کند و سبب می گردد که نتیجه های حاصل از لحاظ ضابطه خواص بلندگو مفهوم محدودی داشته باشد. بعلاوه، وقتی $n_x = 1$ باشد جمله $\cos k_x x$ در معادله 14.42 به ازای $x = l_x/2$ صفر خواهد بود، و در نتیجه موج ایستاده 100 دارای گره فشار در صفحه ای است که از وسط اتاق می گذرد و بر محور x عمود است. بنابراین مشاهده می گردد که اگرچه فشارهای صوتی در سطح دو دیوار y در فرکانس 55 سیکل بر ثانیه نسبتاً زیادند، ولی مقدار آنها بر سطحی که از وسط اتاق به موازات دیوارهای نامبرده بگذرد بسیار کمتر است. برعکس، موج ایستاده 002 که دارای همان فرکانس است، روی سطح دو دیوار y و x و y سطح موازی با آنها که از مرکز اتاق گذشته باشد دارای فشار صوتی نسبتاً زیادی است. در حقیقت هر اتاق یا محوطه ای بسته خصوصیتهای خود را بر خصوصیتهای هر نوع منبع صوتی که در آن واقع باشد تحمیل می کند، چنانکه تغییرات فشار صوت که در حین حرکت دادن میکروفون

از نقطه‌ای به نقطه دیگر اتاق مشاهده می‌گردد یا بواسطه تغییر دادن فرکانس دیده می‌شود ممکن است خصوصیت‌های واقعی باز داده منبع را کاملاً پنهان کند. چنانکه در گذشته گفتیم، به همین دلیل اندازه‌گیری منحنیهای پاسخ بلندگو را باید در هوای آزاد یا در اتاق مرددای که مخصوصاً برای این‌گونه اندازه‌گیریها ساخته شده و اتاق بی‌پژواک نام دارد انجام داد. اگر ضریب جذب صوت دیوارهای اتاق بی‌پژواک بزرگتر از 0.99 باشد، فشارهای صوتی که از هر نوع موج ایستاده درون اتاق حاصل می‌گردد در مقابل فشار صوتی که مستقیماً از منبع میکروفون وارد می‌شود چشمپوشیدنی خواهند بود.

هریک از مدهای معمولی ارتعاشهای درون محوطه بسته را وقتی می‌توان به حداکثر خود برانگیخت که منبع صوت را در نقطه‌هایی بگذاریم که الگوی موج ایستاده معینی در آن نقطه‌ها دارای حداکثر دامنه فشار باشد. معادله 14.42 می‌رساند که دامنه‌های فشار همه موجهای ایستاده درون اتاق مکعب مستطیل در گوشه‌های آن دارای مقدار ماکسیمم هستند. بنابراین اگر منبع صوت را در یکی از گوشه‌ها قرار دهیم امکان خواهد داشت که همه مدهای مجاز ارتعاش به حداکثر برانگیخته شوند. به همین طریق، اگر میکروفون را در گوشه اتاق قرار دهیم حداکثر فشار صوتی هر یک از مدهای معمولی ارتعاش درون اتاق را که برانگیخته شده باشد اندازه می‌گیرد. برعکس اگر منبع صوت در ناحیه‌ای قرار گیرد که مد معینی از ارتعاش در آنجا فشارش بر گره قرار گرفته باشد آن مد بطور بسیار ضعیفی برانگیخته می‌شود یا اصلاً برانگیخته نمی‌شود. مثلاً اگر بلندگو را در مرکز اتاق مکعب مستطیل قرار دهیم و فرکانس را از پایین شروع کنیم و متدرجاً بالا ببریم فقط 10 درصد مدها برانگیخته می‌شوند در عمل فقط آن مدهایی برانگیخته می‌شوند که برای هر سه مقدار n_x ، n_y و n_z عددهای زوج انتخاب شده باشند.



شکل 14.4. پاسخ مد عادی اتاق مکعب مستطیل در فرکانسهای پایین.

یک مثال نمونه برای انتقال صوت از بلندگویی که در گوشه اتاق مکعب مستطیل به ابعاد

$10 \times 15 \times 20$ فوت قرار گرفته به میکروفونی که در گوشه مقابل آن روی همان قطر واقع شده در شکل 14.14 دیده می‌شود. این منحنی را بدین‌سان به دست آورده‌اند که فرکانس تن خالص را به آهستگی از 20 سیکل بر ثانیه تا 100 سیکل بر ثانیه زیاد کرده‌اند و در هر نوبت باز داده میکروفون را نیز اندازه گرفته‌اند. منحنی خط چین مربوط به اندازه‌گیری مشابه باز داده بلندگوست که در اتاق بی‌بزاوک به عمل آمده است. در این شکل تأثیر قابل ملاحظه اتاق کاملاً نمایان است. وقتی بلندگو یا میکروفون را در وسط اتاق قرار دهیم تنها حداکثر فشار مربوط به مدهای 002 در 55 سیکل بر ثانیه و 020 در فرکانس 73.2 سیکل بر ثانیه و 022 در فرکانس 91.5 قابل مشاهده هستند.

14.12 توزیع فرکانس در مدهای معمولی. مطالعه معادله 14.45 ما را بر آن می‌دارد که هر یک از فرکانسهای اختصاصی f را برداری بدانیم که در فضای نمودار فرکانس دارای مؤلفه‌های $n_x c/2l_x$ ، $n_y c/2l_y$ و $n_z c/2l_z$ است. از اینرو هر یک از مدهای معمولی ارتعاش را ممکن است در این فضای فرکانس با نقطه‌ای نمایش داد. مؤلفه x این بردار (باملاحظه جدول 14.2) عبارت از عدد کاملی از واحدهای به طول $c/2l_x$ است، و همچنین مؤلفه y عدد کاملی از $c/2l_y$ و بدینسان. طول خطی که این نقطه را به مبدأ متصل می‌سازد اندازه فرکانس مخصوص این مد معمولی معین است. چند نقطه اختصاصی از این نوع در شکل 14.5 نموده شده‌اند. آشکار است که این نقطه‌ها محل تقاطع خانه بندی مکعب مستطیل شکلی هستند که ابعاد آنها f_x ، f_y و f_z به ترتیب برابر با $c/2l_x$ ، $c/2l_y$ و $c/2l_z$ هستند. بعلاوه تمام مدهای معمولی با فرکانس اختصاصی f و پایینتر در هشتان فضای فرکانس بین مقادیر مثبت f_x ، f_y و f_z و سطح کروی به شعاع f قرار دارند.

این روش نمایش مدهای معمولی ارتعاش که بوسیله خانه بندی نقطه‌های مشخص در فضای فرکانس عمل می‌شود بسیار سودمند است، زیرا بوسیله آن می‌توان عده و نوع مدهایی را که فرکانس مخصوص آنها در فاصله معینی قرار دارد محاسبه کرد. محاسبه مستقیم و شمارش فرکانسهای مخصوصی که از فرکانس معینی پایینتر باشند بسیار مشکل است، و از اینرو بهتر است معادله‌هایی به دست آوریم که مقدار تقریبی این نوع شمارش را به دست بدهد. یکی از روشهای ساده این است که تصور کنیم هر نقطه از خانه بندی یک قطعه مکعب مستطیل شکل را در فضای فرکانس اشغال کرده، و ابعاد این قطعه عبارتند از $c/2l_x$ ، $c/2l_y$ و $c/2l_z$ ، و حجم آن $c^3/8V$ است، از آنجا شماره نقطه‌ها را این‌جور پیدا می‌کنیم که $\pi f^3/6$ ، حجم هشتان به شعاع f را، بر $c^3/8V$ تقسیم کنیم. بنابراین شماره تقریبی N مدهای معمولی ارتعاش چنین می‌شود

$$N = \frac{4\pi V}{3c^3} f^3 \quad (14.46)$$

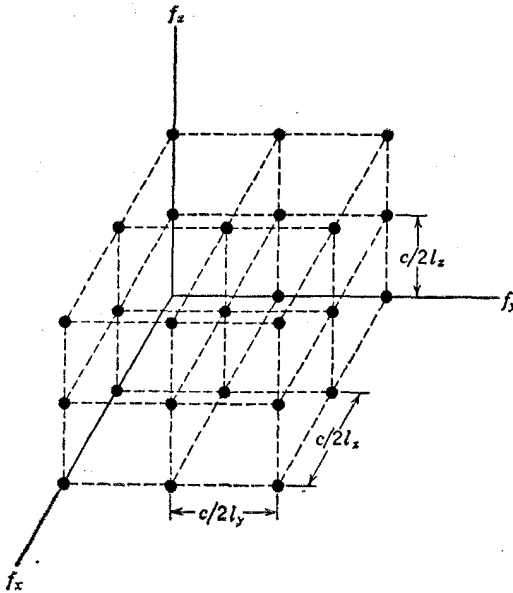
V حجم اتاق است.

به عنوان مثال، شماره مدهای زیر فرکانس 100 سیکل بر ثانیه را که در اتاق به ابعاد $10 \times 15 \times 20$ فوت درست می شود در نظر بگیریم می شود

$$N = \frac{4\pi \times 3000}{3 \times 1100^3} 100^3 = 9.5$$

مقایسه عدد بالا با عدد صحیح 19 که از جدول 14.2 به دست می آید اشتباه شگرفی را نشان می دهد. رابطه دقیقتری برای N چنین است

$$N = \frac{4\pi V}{3c^3} f^3 + \frac{\pi S}{4c^2} f^2 + \frac{L}{8c} f \quad (14.47)$$



شکل 14.5. نقطه های مشخص در فضای فرکانس.

S سطح کلی دیوارهاست و با رابطه زیر داده می شود

$$S = 2(l_x l_y + l_y l_z + l_x l_z)$$

و L مجموع طول بدهای اتاق است

$$L = 4(l_x + l_y + l_z)$$

جمله‌های اضافی در این معادله بواسطه داخل کردن قسمتی از فرکانس فضایی خارج از هشتان $\pi f^3/6$ است، که همراه است با نقطه‌های خانه‌بندی که در امتداد محورهای f_x ، f_y ، f_z یا در سطحی که شامل این محورهاست قرار دارند. شماره‌مدهای عادی اتاق نامبرده با فرکانس کمتر از 100 سیکل بر ثانیه که بسا استفاده از معادله 14.47 حساب شود برابر با 18.5 در می‌آید، و این عدد توافق بسیار خوبی با عدد 19 دارد که محاسبه دقیق آن است. کمیت سودمندتر شماره‌مدهای معمولی است که فرکانس آنها در نواری به پهنای Δf به مرکز f قرار داشته باشند. رابطه تقریبی برای این کمیت که با ΔN نمایش داده می‌شود از طریق دیفرانسیل گرفتن از معادله 14.47 به دست می‌آید. نتیجه این است

$$\Delta N = \left(\frac{4\pi V}{c^3} f^2 + \frac{\pi S}{2c^2} f + \frac{L}{8c} \right) \Delta f \quad (14.48)$$

رابطه بالا می‌رساند که شماره‌مدهای معمولی ارتعاش در يك نوار فرکانس معین Δf وقتی فرکانس مرکزی f یا اندازه محیط بسته زیاد شود به سرعت ترقی می‌کند. مثلاً برای اتاقی که سابقاً گفتیم هرگاه نوار Δf برابر با 10 سیکل بر ثانیه و متمرکز بر 1,000 سیکل بر ثانیه باشد معادله بالا مقدار ΔN را برابر با 286 می‌دهد، حال آنکه اگر همین نوار بر 100 سیکل بر ثانیه متمرکز می‌بود نتیجه محاسبه برابر با عدد 3 می‌شد. در نتیجه فاصله‌های بین فرکانسهای اختصاصی در فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه در اتاق بقدری بهم نزدیکند که رزونانس مخصوص آنها چشمپوشیدنی است، و در عوض می‌توان اتاق را برای داشتن همه فرکانسهای واقع در این ناحیه مهیا دانست.

از آنجاکه الگوی موجهای ایستاده مربوط به هر فرکانس مخصوص، معمولاً توأم است با دسته‌ای کسینوس هادی معین، هر مقدار افزایش ΔN موجب افزایش اتفاقی بودن موجهای مربوط به آنهاست. این استنباط از راه مشاهده تأیید گشته است، زیرا معادله‌های متکی بر خاصیت بازآوایش که بر اساس فرض اتفاقی بودن توزیع انرژی به دست آمده، مانند معادله 14.12b، در فرکانسهای بالا و یا در حجم زیاد توافق بهتری با نتیجه‌های آزمایشی دارند و می‌دانیم که این دو عامل هر دو موجب ازدیاد ΔN هستند.

سرانجام، مشاهده شده است که هر اندازه تقارن اتاقها بیشتر شود پاسخ آنها کمتر یکنواخت است. این نتیجه افزایش تعداد مدهای معمولی تبهگن است که تنزل یافته‌اند، یعنی موجهایی که هر یک n های مخصوص به خود دارند، ولی فرکانس مخصوص آنها مشترک است. جدول 14.2 نشان می‌دهد که در اتاق نامبرده سه حالت تنزل در فرکانسهای کمتر از 100 سیکل بر ثانیه موجود است، و آنها عبارتند از 55، 66، و 91.5 سیکل بر ثانیه. اگر محاسبه‌ای شبیه به آنچه گذشت برای فرکانسهای مخصوص اتاقی به شکل مکعب انجام شود نتیجه آن از لحاظ تنزل فرکانسها بدتر است. تنزل سه‌جانبه و حتی شش‌جانبه در این حالت

معمولی است. در این اتاق پاسخ، بسیار نامنظم می‌گردد، زیرا دسته‌بندی فرکانسهای مخصوص موجب پیداشدن فاصله زیادی می‌گردد که در آن هیچ نوع فرکانس اختصاصی وجود ندارد.

14.13 میرایی موجهای ایستاده. برای بررسی میرایی موجهای ایستاده در محوطه بسته مکعب مستطیل شکل، اگر آنها را به سه گروه تقسیم کنیم بهتر خواهد بود. يك گروه تشکیل شده از موجهای محوری که برای آنها دو تا از η ها صفرند. این گونه موجهای محوری به موازات یکی از محورههای x ، y ، یا z در حرکتند. گروه دوم از موجهای مماسی تشکیل شده، که برای آنها فقط یکی از η ها صفر است. این موجها که به موازات يك جفت ازدیوارها انتشار می‌یابند در اثر برخورد با چهار دیوار دیگر جذب می‌گردند. سرانجام، گروه سوم از موجهای مورب تشکیل شده از اینرو هیچ يك از η ها صفر نیست. چون آرایش موجهای فردی که موجهای ایستاده مورب را تشکیل می‌دهند با هرشش دیوار تلاقی می‌کند، میزان میرایی آنها تحت تأثیر خاصیت جذب صوت تمام دیوارها قرار می‌گیرد.

می‌توان جمله میراگری را به شکل $e^{-\beta t}$ در معادله موجهای ایستاده نامیرا، یعنی در معادله 14.42 وارد ساخت؛ بدین‌سان که به جای $j\omega$ مقدار $j\omega - \beta$ را در آن بنهیم. پس، معادله موجهای ایستاده میرا به شکل زیر در می‌آید

$$\mathbf{p} = P \cosh \left[(\beta_x - j\omega_x) \frac{x}{c} + \phi_x \right] \cosh \left[(\beta_y - j\omega_y) \frac{y}{c} + \phi_y \right] \\ \times \cosh \left[(\beta_z - j\omega_z) \frac{z}{c} + \phi_z \right] e^{(j\omega - \beta)t} \quad (14.49)$$

ϕ_x ، ϕ_y ، و ϕ_z پایاهای فاز هستند که بوسیله شرطهای کرانه‌ای تعیین می‌گردند و باید به ترتیب به ازای $x=0$ ، $y=0$ ، و $z=0$ نیز صدق کنند، اگر معادله 14.49 را مستقیماً در معادله کلی موجها (14.39) بگذاریم می‌بینیم که ω ها و β ها محدودند به مقادیر مجاز معینی که در رابطه زیر صدق می‌کنند

$$(j\omega - \beta)^2 = (j\omega_x - \beta_x)^2 + (j\omega_y - \beta_y)^2 + (j\omega_z - \beta_z)^2 \quad (14.50)$$

صورت سودمندتر معادله 14.50 این‌جور به دست می‌آید که مقادیر حقیقی و انگاری را با هم مساوی بگیریم. معادله‌های منتهی عبارتند از

$$\omega^2 - \beta^2 = (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) - (\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2) \quad (14.50a)$$

و

$$\beta = \beta_x \frac{\omega_x}{\omega} + \beta_y \frac{\omega_y}{\omega} + \beta_z \frac{\omega_z}{\omega} \quad (14.50b)$$

باید دانست که اگر $\beta_x = \beta_y = \beta_z = 0$ باشد $\beta = 0$ خواهد بود. پس حرکت موجی نامیرا است و معادله 14.50a که فرکانسهای اختصاصی مد معمولی را می‌دهد به شکل زیر درمی‌آید

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$$

که معادل است با معادله 14.40.

از لحاظ نظری باید امکان داشته باشد که شرطهای مرزی را در سطح دیوارهای مختلف به کار برده و مقادیرهای مجاز را برای آرایش پایاهای ω_x ، ω_y ، ω_z ، β_x ، β_y ، β_z ، ϕ_x ، ϕ_y ، ϕ_z و غیره تعیین کرد. در عمل، مسئله به قدری پیچیده می‌گردد که اکنون می‌توان فقط آن را در حدود فرکانسهای محدود یا در مورد آرایش ساده فیزیکی مخصوصی که به مواد جاذب صوت داده شده به کار برد.

به عنوان یک حالت ساده، تنها مد ارتعاش موجهای محوری x را در نظر بگیریم. در این صورت $\omega_y = \omega_z = 0$ است، وانگهی فرض می‌کنیم که سطح دیوارهای عمود بر محورهای y و z کاملاً سخت باشند، و از این رو صوت را جذب نمی‌کنند. در نتیجه، $\beta_y = \beta_z = \phi_x = \phi_z = 0$. با این فرضهای ساده کننده، معادله 14.49 به صورت زیر کوتاه می‌شود

$$p = P \cosh \left[(\beta - j\omega) \frac{x}{c} + \phi_x \right] e^{(j\omega - \beta)t} \quad (14.51)$$

در معادله بالا زیرنویسهای β_x و ω_x را حذف کرده‌ایم، زیرا در این حالت هر دو به ترتیب برابرند با β و ω . با استفاده از رابطه‌های معمولی که بین فشار و سرعت ذره‌ای موجودند خواننده می‌تواند ثابت کند که

$$u = \frac{P}{\rho_0 c} \sinh \left[(\beta - j\omega) \frac{x}{c} + \phi_x \right] e^{(j\omega - \beta)t} \quad (14.52)$$

و بنوبه خود، پایداری ویژه آکوستیکی z_x در هر نقطه از موج ایستاده برابر است با

$$z_x = \frac{p}{u} = \rho_0 c \coth \left[(\beta - j\omega) \frac{x}{c} + \phi_x \right] \quad (14.53)$$

پرسشی که اکنون مطرح می‌شود این است که در موقع به کار بردن شرطهای مرزی در موج ایستاده چه خاصیت فیزیکی از دیوار را باید استعمال کرد. ضریب جذب α ، که در گذشته تعریف کرده‌ایم، خاصیت مناسبی نیست زیرا این ضریب مقدار جذب متوسط موجهایی را که از همه سو به دیوار برمی‌خورند نمایش می‌دهد. راه دیگر این است که ضریب مناسبی مانند θ را برای هر یک از تابشهای به زاویه θ تعریف کنیم. با اینهمه، ساده‌ترین و مستقیمترین راه این است که مفهوم ضریب جذب را فراموش کنیم و به جای آن خصوصیتهای جاذب بودن دیوارها را بوسیله پایداری ویژه آکوستیکی عادی z_R تعیین کنیم، و آن عبارت است از نسبت

فشار به سرعت معمولی هوا در سطح دیوار. معمول است که پاگیری ویژه آکوستیکی عادی جسمی را نسبت به هوا بوسیله معادله زیر بیان کنند

$$z_n = (r_n + jx_n)\rho_0 c \quad (14.54)$$

که $\rho_0 c = 415 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{sec}$ یا در دستگاه MKS، 415 ریل است.

اگر شرط مرزی بالا را در معادله 14.53 وارد سازیم به ازای $x=0$ می شود

$$-(r_n + jx_n) = \coth \phi_x \quad (14.55)$$

علامت منفی برای این است که وقتی فشار مثبتی به دیوار وارد شود سرعت ذره‌ای منفی تولید خواهد کرد. رویهم رفته، ϕ_x مختلط است. خوشبختانه بسیاری از موادی که برای پوشیدن سطح دیوار به کار می‌روند دارای این خاصیت هستند که در آنها $r_n \gg 1$ و $r_n \gg x_n$ است. اگر این مطلب درباره مثال خاصی که مورد بررسی ماست صحیح باشد خواهیم داشت

$$\phi_x \approx -\frac{1}{r_n} \quad (14.56)$$

اکنون اگر شرط مرزی را که $z_x \approx r_n \rho_0 c$ باشد به ازای $x=l_x$ به کار بریم می‌شود

$$r_n \approx \coth \left[(\beta - j\omega) \frac{l_x}{c} - \frac{1}{r_n} \right] \quad (14.57)$$

جمله سمت راست معادله بالا را ممکن است بسط داد و چنین نوشت

$$r_n \approx \frac{1 - j \tanh \left(\frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n} \right) \tan \frac{\omega l_x}{c}}{\tanh \left(\frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n} \right) - j \tan \frac{\omega l_x}{c}} \quad (14.58)$$

از آنجا که r_n کمیتی حقیقی است، جمله سمت راست معادله 14.58 نیز باید حقیقی باشد. و این موجب می‌شود که

$$\tan \frac{\omega l_x}{c} = 0$$

یا

$$\frac{\omega l_x}{c} = n\pi \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (14.59)$$

این رابطه معادل است با $f = nc/2l_x$ و این جمله می‌رساند که فرکانسهای مخصوص موج محوری میرا مشابه اند با فرکانسهای مخصوص موج محوری نامیرا که با گذاشتن $n_y = n_z = 0$ در معادله 14.45 به دست می‌آیند. یادآوری می‌شود که چنانچه پاگیری ویژه آکوستیکی عادی دیوار طوری باشد که r_n در برابر x_n بزرگ نباشد، موج میرا و موج نامیرا دیگر دارای فرکانسهای مخصوصی مشابه نخواهند بود.

اگر قسمتهای حقیقی باقیمانده معادله 14.58 را برابر بگیریم خواهیم داشت

$$r_n = \frac{1}{\tanh\left(\frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n}\right)}$$

یا

$$\frac{1}{r_n} = \tanh\left(\frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n}\right) \quad (14.60)$$

از آنجا که $1/r_n \ll 1$ است، به جای تانژانت هیپر بولیک می‌توان نخستین جمله بسط سری را نهاد یعنی

$$\frac{1}{r_n} = \frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n}$$

که وقتی برای β حل شود می‌شود

$$\beta = \frac{2c}{r_n l_x} \quad (14.61)$$

چون چگالی انرژی \mathcal{E} در هر نقطه از موج ایستاده متناسب است با مربع فشار، چگالی انرژی موج آزاد میرا بطور نمایی با زمان کاهش می‌یابد، زیرا $(e^{-\beta t})^2 = e^{-2\beta t}$ و از اینرو،

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-2\beta t} = \mathcal{E}_0 e^{-[4c/(r_n l_x)]t} \quad (14.62)$$

که \mathcal{E}_0 چگالی انرژی موج در زمان $t=0$ است، یعنی زمانی که منبع صوت خاموش می‌شود. نرخ تباهی مربوط بر حسب دسی بل در ثانیه چنین است

$$D = -10 \log e^{-(4c/(r_n l_x))t} = \frac{17.3c}{r_n l_x} \quad (14.63)$$

اگر زمان بازآوایش را از رابطه $T=60/D$ حساب کنیم، خواهیم داشت

$$T = \frac{3.45 r_n l_x}{c} \quad (14.64)$$

برای اینکه رابطه بالا را، که زمان بازآوایش را می‌دهد، با آنچه در گذشته در این فصل بیان داشتیم بتوانیم مقایسه کنیم لازم است که نوعی ارتباط بین مقاومت ویژه آکوستیکی نسبی معمولی، یعنی r_n که مربوط به دیوار است با ضریب جذب صوت دیوار، α ، برقرار سازیم. متأسفانه بین این دو کمیت رابطه‌ی کلی ساده‌ای موجود نیست. ولی در مثال مخصوصی که مورد بحث ماست، و در آن $r_n \gg x_n$ و $r_n \gg 1$ فرض می‌شوند، ضریب تراگسیل صوت مربوط به دیوار که با معادله 6.66 تعیین می‌گردد و بنابراین مساوی با α_0 است، ممکن است ساده شده به شکل زیر در آید

$$\alpha_0 = \frac{4r_n \cos \theta}{(r_n \cos \theta + 1)^2} \quad (14.65)$$

باید متوجه بود که تعریفی را که برای r_n در معادله 6.66 کرده‌ایم بسا آنچه در این فصل به کار می‌بریم متفاوت است.

وقتی ضریب جذب متوسط α را در بخش 14.2 تعریف می‌کردیم برای موجهایی که روی دیوارها می‌افتند فرض این بود که توزیع راستاهایشان بطور پراکنده است. به کمک استدلالی شبیه به آنچه هنگام به دست آوردن معادله 14.3 گفتیم می‌توان ثابت کرد که کسری از مقدار انرژی جذب شده، یعنی $(\Delta E)_{\text{abs}}$ که از طرف عنصر dS جذب گردیده، با رابطه زیر تعیین می‌گردد

$$(\Delta E)_{\text{abs}} = \frac{\varepsilon dS dr}{2} \int_0^{\pi/2} \alpha_0 \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (14.66)$$

اگر α_0 را از معادله 14.65 بگیریم و در معادله 14.66 بگذاریم، و انتگرال‌گیری مشابه را انجام دهیم، می‌شود

$$(\Delta E)_{\text{abs}} = \frac{\varepsilon dS dr}{4} \cdot \frac{8}{r_n} \left[1 + \frac{1}{1+r_n} - \frac{2}{r_n} \ln(1+r_n) \right] \quad (14.67)$$

بر طبق معادله 14.3 کسری از انرژی که بر عنصر dS تابیده $\Delta E = \varepsilon dS dr / 4$ است، و از اینرو ضریب جذب α برابر است با تقسیم معادله 14.67 بر این عبارتی که برای ΔE به دست آورده‌ایم، یا

$$\alpha = \frac{8}{r_n} \left[1 + \frac{1}{1+r_n} - \frac{2}{r_n} \ln(1+r_n) \right] \quad (14.68)$$

وقتی $r_n > 100$ باشد، معادله بالا ساده می‌شود و به شکل زیر در می‌آید

$$\alpha \approx \frac{8}{r_n} \quad (14.68a)$$

که اشتباه نسبی آن از ده درصد تجاوز نمی‌کند. این معادله ساده‌ترین ارتباط ممکن بین ضریب جذب صوت در تابش اتفاقی، یعنی α ، و مقاومت ویژه آکوستیکی نسبی معمولی، r_n ، است. متأسفانه این معادله ساده را فقط می‌توان دربارهٔ سطحهایی که r_n آن زیاد باشد به کار برد؛ یعنی سطحهایی که ضریبهای جذب آنها کوچک باشند، و بنابراین بحث ما برمی‌گردد به موضوع موجهای ایستاده درون اتاق زنده.

اگر r_n را از معادله $14.68a$ در معادله 14.64 بپریم می‌شود

$$T = \frac{27.6l_x}{\alpha c} \quad (14.69)$$

اگر صورت و مخارج کسر بالا را در $2l_y l_z = 2S_x$ ضرب کنیم، که S_x عبارت باشد از مساحت یکی از دیوارهایی که به محور x عمود است، در این صورت

$$T = \frac{55.2V}{2S_x \alpha c} = \frac{0.049V}{a_x} \quad (14.69a)$$

در رابطه بالا $a_x = 2S_x \alpha$ است، و آن نمایندهٔ جذبی است که در دیوار عمود بر x به عمل می‌آید. مقایسه با معادله $14.12b$ نشان می‌دهد که موجهای ایستادهٔ محوری x در این اتاق بخصوص، با همان میزانی میرا می‌شوند که در آکوستیک هندسی برای موجهای صوتی که توزیعشان در محفظه‌ای با حجم و سطح جذب کلی یکسان اتفاقی بود پیشبینی می‌شد. به عکس این موضوع میزان میرایی در موجهای ایستادهٔ محوری y و z هر یک فقط نصف میزان میرایی موجهای ایستادهٔ محوری x است. در نتیجه، زمان بازآوایش آنها که با رابطه 14.70 داده می‌شود دو برابر می‌گردد، یعنی

$$T_{y,z} = \frac{0.049V}{0.5a_x} \quad (14.70)$$

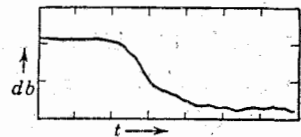
کوچکتر بودن میرایی در موجهای محوری y و z به این علت است که میانگین متوسط مربع فشارها که وسیلهٔ این مدها در سطح جذب‌کنندهٔ S_x پیدا می‌شود فقط نصف میانگین متوسط مربع فشارها در سطحهای غیر جاذب S_y و S_z است. این خاصیت یکی از اصول مهمی را که از نظریهٔ موجی صوت استنباط می‌گردد نمایش می‌دهد، و آن اینکه سطح جاذب هنگامی در میرایی موجهای ایستاده مؤثرتر است که در ناحیهٔ حداکثر میانگین متوسط مربع فشار قرار گیرد. از اینرو، مؤثرترین طریقه برای کم کردن مدی از ارتعاش که نامطلوب باشد این است که مادهٔ جاذب صوت را در قسمتهایی از دیوار قرار دهیم که در آنجاها فشارهای صوتی مربوط به آن مد ماکسیمم باشد. در نتیجه، گذاشتن مواد جاذب صوت در گوشه‌ها، بطور متوسط دو برابر مؤثرتر از این است که آن را در جاهای دیگر بگذاریم، زیرا همهٔ موجهای ایستاده‌ای که در اتاق پیدا می‌شوند در گوشه‌ها دارای فشار ماکسیمم هستند.

امکان دارد معادله‌ای کلیتر از معادله‌های $14.69a$ و 14.70 به دست آورد که به ترتیب برای موجهای مایل و موجهای مماسی درون اتاق زنده نوشته شده‌اند. یکی از این نوع معادله‌ها به شکل زیر است.

$$T \approx \frac{0.049V}{\epsilon_{n_x} a_x + \epsilon_{n_y} a_y + \epsilon_{n_z} a_z} \quad (14.71)$$

عاملهای ϵ_n به ازای $n=0$ مساوی با 0.5 و به ازای $n > 0$ مساوی با 1.0 هستند. این عاملها موجب این می‌شوند که معادله بالا با معادله $14.12b$ که با فرض یکنواخت بودن توزیع صوت نوشته شده بود تفاوت داشته باشد. مقادیرهای a_x ، a_y ، و a_z به ترتیب نماینده جذب کلی دیوارهای عمود بر محورهای x ، y ، و z هستند.

از آنجا که هر سه ϵ_n در مورد موجهای ایستاده مایل برابر با واحد هستند، زمان بازآوایش این گونه موجها در يك اتاق زنده مشابه است با آنچه معادله کلاسیک سباین (14.1) به دست می‌دهد. از سوی دیگر، برای موجهای مماسی یا موجهای محوری يك یا تعداد بیشتری از ϵ_n ها برابر با 0.5 هستند، چنانکه زمان بازآوایش مربوط به این موجها قدری بیشتر از زمان بازآوایش موجهای مایل است. مثلاً در اتاقی که هر شش سطح دیوارهای آن با يك ماده جذب صوت پوشیده شده باشد زمان بازآوایش موجهای محوری، مماسی، و مایل به ترتیب با یکدیگر به نسبت $6:5:4$ مرتبط هستند. در چنین اتاقی زمان بازآوایش که در مورد صدای اصلی با فرکانس پایین اندازه‌گیری شود ممکن است به سرعت با تغییرات فرکانس وقتی اولین و پس از آن دومین موجهای ایستاده به شدت برانگیخته شوند تغییر کند، و از اینرو در این فرکانسها زمان بازآوایش معنی خاصی دارد که فقط مربوط است به حذف چند نوع مخصوص از مدهای معمولی اتاق. در حدود فرکانسهای میانه، منحنی میرایی اندازه‌گیری شده بر حسب تراز شدت را، می‌توان انتظار داشت که با خط شکسته‌ای مانند آنچه در شکل 14.6 رسم شده نموده شود. در این شکل شیب‌دارترین قسمت اولیه منحنی مربوط است به میزان میرایی موجهای مایل، قسمت میانی منحنی مربوط است به میرایی موجهای مماسی، و سرانجام قسمت آخر که شیب آن کمتر است مربوط به میرایی موجهای محوری می‌باشد. پس زمان حقیقی که لازم است تا تراز شدت به اندازه 60 دسی بل افت کند تابع مقادیر نسبی انرژی آکوستیکی است که انواع مختلف موجهای ایستاده دارا هستند.



شکل 14.6. تأثیر موجهای ایستاده بر منحنی تباهی بازآوایش.

برای فرکانسهای بالایی که بیشتر انرژی آکوستیکی آنها در موجهای مایل باقی می‌ماند در منحنی‌ای که میرایی تراز شدت را نشان می‌دهد شکستگی ظاهر می‌شود، چنانکه تا 20 یا 30 دسی بل از منحنی تقریباً با خط مستقیم نموده می‌شود. شیب این خط را می‌توان برای

تعیین زمان بازآوایش که همراه با قسمت عمده انرژی آکوستیکی موجود است به کار برد. در نتیجه فقط در حدود این فرکانسهاست که مفهوم زمان بازآوایش بخودی خود ضابطه‌ای است برای قضاوت در باره خصوصیت‌های آکوستیکی محوطه بسته.

به کار بردن روشهای مکانیک موجی در آکوستیک، با وجود پیچیدگی بیشتر تکنیکهای ریاضی آن، دانسته‌های ما را درباره رفتار صوت در محوطه‌های بسته بطور چشمگیری افزایش داده است. این روش بطرز قابل تحسینی موضوع عاملهای مختلف از قبیل شکل محیط بسته، اثر توزیع مواد مختلف جاذب صوت، خاصیت صوت در اتاق مرده، و سرانجام تأثیر محل فرستنده یا گیرنده صوت را در اتاق در بر می‌گیرد. خواننده علاقه‌مند به این موضوع می‌تواند مثالهای متعددی را که در آن این روش به کار رفته است در مجله‌های مربوط به پژوهشهای آکوستیکی پیدا کند.^۱

با پیدایش آکوستیک موجی، اهمیت مفهوم مواد جاذب صوت تا اندازه‌ای کم شده است. اگر پانگیری ویژه آکوستیکی معمولی سطح دیوارهای مختلف معلوم باشد، امکان خواهد داشت که موضوع موجهای صوتی درون محوطه بسته را با همه جزئیاتش بررسی کنیم، بی آنکه به جدول ضریبهای جذب صوت مراجعه‌ای شود. عملاً مفهوم پانگیری ویژه آکوستیکی معمولی مواد، اساسیتر و اندازه‌گیری آن از اندازه‌گیری ضریب جذب صوت آسانتر است.

پیش از آنکه به این فصل پایان دهیم، یادآوری می‌شود که پانگیری ویژه آکوستیکی معمولی ماده در حقیقت یک خاصیت اصلی فیزیکی نیست. برعکس فقط پارامتر مناسبی است برای بحث در باره اثر سطح دیوارهای محیط بسته بر موجهای صوتی. اما نظریه موقتر دیگری پیشنهاد شده که بوسیله آن انتشار موجهای میرای درون جامدها را بر حسب خواص فیزیکی اصلی آنها، مانند چگالی، اندازه خلل و فرج، و مقاومت به جریان مورد بحث قرار می‌دهد.^۲ به عنوان محصول فرعی این نظریه ممکن است معادله‌ای برای پانگیری ویژه آکوستیکی معمولی بر حسب این کمتهای اصلیتز بیان داشت؛ و از این راه توانایی ما برای طرح تهیه مواد جهت سطح دیواره که خواص آکوستیکی مخصوصی دارا باشد افزایش می‌یابد.

مسائل

14.1. (a) با استفاده از معادله $14.8a$ معادله‌ای کلی بنویسید که میزان نمو تراز شدت را در اتاق زنده بر حسب دسی‌بل برثانیه تعیین کند. (b) نرخ نمو در زمان $t=0$ و $t=\infty$ چه اندازه است؟ (c) در چه زمان t نرخ نمو مساوی است با پایای نرخ تباهی که با معادله 14.11 داده شده؟

14.2. هنگامی که شرایط حالت ثابت و دائم در اتاق زنده مفروضی برقرار گردید

1) Morse and Bolt, *Revs. Modern Phys.*, **16**, 69 (1944).

2) Zwicker and Kosten, *Sound Absorbing Materials*, Elsevier Publishing Co. (1949).

تراز فشار اندازه گرفته شده در آن نسبت به 0.0002 میکروبار 74 دسی بل بوده است. (a) در صورتی که متوسط ضریب جذب صوت مربوط به دیوارها 0.05 باشد، تعیین کنید میزان جذب انرژی صوتی بوسیله دیوارها در هر متر مربع بر حسب وات بر متر مربع چه اندازه است؟ (b) اگر جمع کل سطحهای جاذب صوت در اتاق 50 متر مربع باشد، میزان توان صوتی که در اتاق تولید شده است چه اندازه است؟

14.3. یک اتاق کوچک بازآوایش با دیوارهایی که از سیمان پوشیده شده داریم. ابعاد داخلی آن $6 \times 7 \times 8$ فوت است. (a) مطلوب است محاسبه آخرین حالت ثابت برای تراز فشار بر حسب دسی بل در صورتی که فرکانس برابر با $2,000$ سیکل بر ثانیه و باز داده منبع آکوستیکی 7.5 میکرووات باشد. ضریب جذب صوت سیمان 0.02 است. (b) ازنهنگام به کارافتادن منبع چند ثانیه طول می کشد تا تراز فشار با اختلاف $3db$ مانده به تراز فشار قسمت (a) برسد؟ (c) وقتی شخصی وارد این اتاق می شود تراز فشار به اندازه $3db$ کاهش می یابد. معادل توانایی جذب صوت این شخص را بر حسب سیاین پیدا کنید.

14.4. در اتاقی به ابعاد $10 \times 10 \times 4m$ متوسط ضریب جذب صوت $\bar{\alpha} = 0.1$ است. (a) زمان بازآوایش آن را حساب کنید. (b) توان آکوستیکی باز داده منبع صوت چه اندازه باشد تا در حالت ثابت تراز فشار نسبت به 0.0002 میکروبار به اندازه $60db$ بالا برود. (c) به چه نرخ بر حسب وات بر متر مربع انرژی صوتی بر روی دیوارهای اتاق وارد می شود؟ **14.5.** در یک سالن سخنرانی زمان بازآوایش 2 ثانیه اندازه گرفته شده است. ابعاد آن $7 \times 15 \times 30m$ است. (a) چه توان آکوستیکی لازم است تا در سالن مورد بحث تراز فشار پایداری برابر با $60db$ نسبت به 0.0002 میکروبار موجود شود؟ (b) متوسط ضریب جذب صوت موادی که از آن دیوارها پوشیده شده اند چقدر است؟ (c) اگر 400 نفر در سالن باشند و هر یک 0.5 سیاین متری (0.5 متر مربع از سطحی که بطور کامل جاذب باشد) به سالن اضافه کنند زمان بازآوایش تازه آن چه مقدار خواهد شد؟ (d) تراز فشار جدید منبعی که در قسمت (a) ذکر شده چه مقدار می گردد؟

14.6. اتاقی مکعب مستطیل 10 فوت ارتفاع، 20 فوت پهنا، و 30 فوت طول دارد. دیوارهای آن از گچ و چوب و شیشه پوشیده شده اند، و ضریب جذب متوسط کلی آن 0.05 است. کف اتاق با قالی ای با ضریب جذب ($\alpha = 0.2$)، و سقف آن با قابهای آکوستیکی با ضریب جذب ($\alpha = 0.6$) پوشانیده شده است. ده نفر که در سالن حضور دارند هر یک معادله با 4.5 سیاین. (a) زمان بازآوایش را با استفاده از رابطه $14.12b$ که متعلق به اتاق زنده است محاسبه کنید. (b) زمان بازآوایش را با استفاده از رابطه 14.18 که معادله ایرینگ-ناریس در باره اتاق مرده است محاسبه کنید. (c) زمان بازآوایش را با استفاده از رابطه 14.23 که معادله میلینگتن برای اتاق مرده است حساب کنید.

14.7. سطح داخلی سالنی که ابعاد آن $200 \times 50 \times 30$ فوت تعیین شده دارای ضریب جذب متوسط $\bar{\alpha} = 0.25$ است. (a) زمان بازآوایش سالن چقدر است؟ از معادله ایرینگ-ناریس استفاده کنید. (b) توان باز داده آکوستیکی منبع صوت چه مقدار باشد تا

تراز فشار در حالت ثابت نسبت به 0.0002 میکروبار $65db$ گردد؟ (c) مقدار متوسط ضریب جذب صوت چه مقدار باید باشد تا گوینده‌ای که دارای باز داده 100 میکرووات انرژی آکوستیکی است وقتی حالت ثابت در سالن برقرار می‌گردد تراز فشاری برابر با $65db$ نسبت به 0.0002 میکروبار تولید کند؟ (d) آیا ایجاد شرط اخیر عملی است؟ برای پاسخ دادن به این پرسش زمان بازآوایش، تلفظ واضح، و حضور شنوندگانی که امکان دارد در سالن باشند در نظر گرفته شود.

14.8. اتاقی مکعب شکل به ضلع 10 فوت در دست است. روی دیوارهای آن با قابهای آکوستیکی، سقف آن با گچ آکوستیکی، و کف آن با قالی پوشیده شده است. (a) با استفاده از ضریبهای مؤثری که در جدول 14.1 آمده‌اند، و به کار بردن معادله $14.12b$ زمان بازآوایش را برای فرکانس 500 سیکل بر ثانیه محاسبه کنید. (b) محاسبه را برای فرکانس 125 سیکل بر ثانیه تکرار کنید. (c) همچنین محاسبه را برای فرکانس $2,000$ سیکل بر ثانیه نیز تجدید کنید.

14.9. منبع نوفه‌ای به توان باز داده 10 میکرووات و فرکانس 125 سیکل بر ثانیه مفروض است. (a) تراز فشار صوتی زمینه‌ای که در محوطه اتاق مسئله 14.8 تولید می‌کند بر حسب دسی بل چقدر است؟ (b) تراز بلندی آن بر حسب فون چه اندازه است؟ (c) قسمت (a) و (b) را برای منبع نوفه‌ای به فرکانس 500 سیکل بر ثانیه تکرار کنید.

14.10. اتاق مکعب مستطیلی به ابعاد $30 \times 18 \times 12$ فوت مفروض است. (a) مسیر آزاد متوسط پرتوهای صوتی در این اتاق چه مقدار است؟ (b) اگر کاهش متوسط تراز شدت در هر برخورد با دیوار اتاق $1db$ باشد تعیین کنید مقدار متوسط ضریب جذب صوت در اتاق چقدر است؟ (c) نرخ تباهی صوت را بر حسب دسی بل بر ثانیه بر حسب تعداد برخوردها با دیوارها در ثانیه تعیین کنید. (d) نرخ تباهی را بوسیله معادله 14.17 تعیین کنید و نتیجه را با قسمت (c) مقایسه کنید.

14.11. اتاق مکعب شکلی به ضلع 10 فوت در دست است. (a) مسیر متوسط آزاد پرتوهای صوتی را در اتاق پیدا کنید. (b) عده برگشتها در یک ثانیه را که یک پرتو متوسط بر روی دیوارها انجام می‌دهد حساب کنید. (c) اگر در هر انعکاسی بر روی دیوار میزان افت انرژی $1.5db$ باشد، زمان بازآوایش را محاسبه کنید. (d) مقدار متوسط ضریب جذب صوت دیوارها چقدر است؟ (e) مقدار $\bar{\alpha}$ را که در قسمت (d) به دست آورده‌اید به کار برید و زمان بازآوایش اتاق را حساب کنید، و نتیجه را با آنچه در قسمت (c) به دست آورده‌اید مقایسه کنید.

14.12. (a) ثابت کنید که معادله زمان بازآوایش اتاق مرده (14.18 یا 14.23) را ممکن است بوسیله معادله اتاق زنده ($14.12b$) به دست آورد، در صورتی که قبول کنیم ضریب جذب مؤثر $\alpha_e = -I_n(1 - \alpha)$ است که در آن α ضریب حقیقی جذب انرژی تابشی اتفاقی باشد. (b) مقادیر ضریب مؤثر جذب، یعنی α_e را به ازای $\alpha = 0.1$ ، $\alpha = 0.5$ و 0.75 حساب کنید. (c) برای چه مقداری از $\bar{\alpha}$ زمان بازآوایشی که بوسیله معادله

14.18 محاسبه شود برابر بنا نصف زمان بازآوایشی است که بوسیله معادله اتاق زنده (14.12b) حساب شده باشد؟ (d) مقدار ضریب جذب مؤثر صوت مربوط به ضریب متوسط که در قسمت (c) تعیین گشته است چه اندازه است؟ هر گونه ارتباطی را که بین پاسخهای قسمت (c) و (d) وجود دارد توضیح دهید.

14.13. با استفاده از تساوی $(1 - \alpha) = e^{\ln(1 - \alpha)}$ ثابت کنید که معادله 14.21 معادل است با معادله 14.16.

14.14. در یک اتاق بازآوایش شامل هوای کاملاً خشک و در فرکانس 6,000 سیکل بر ثانیه، زمان بازآوایش T ، 20 ثانیه بوده است. وقتی رطوبت در هوای اتاق باشد زمان بازآوایش T' برابر با 5 ثانیه می شود. (a) با استفاده از این دو زمان بازآوایش و ضریب جذب محیط که به ترتیب بنا m و m' نمایش داده می شوند، معادله ای بنویسید که تسایع خصوصیت های سطح و حجم اتاق نباشد. (b) با استفاده از معادله ای که پیدا کرده اید m' را بر حسب ft^{-1} که از طریق مقادیرهای اندازه گیری شده T و T' به دست آمده و همچنین m که از راه محاسبه از جدول 9.1 به دست می آید حساب کنید.

14.15. (a) ثابت کنید که پایای m در معادله 14.26، دارای واحدهای ft^{-1} است. (b) با استفاده از منحنی شکل 9.6 و داده های جدول 9.1، مقدار m را برای فرکانس 6,000 سیکل بر ثانیه با وجود رطوبت نسبی 40 درصد در اتاق پیدا کنید. (c) اگر فقط جذب صوت بر سطح دیوارها را در نظر بگیریم، زمان بازآوایش که از طریق محاسبه برای فرکانس 6,000 سیکل بر ثانیه در اتاقی به حجم 10,000 فوت مکعب به دست می آید برابر با 1.2 ثانیه می شود. حال اگر رطوبت نسبی هوای این اتاق 40 درصد باشد زمان بازآوایش حساب شده چه می شود؟

14.16. زمان بازآوایش معمولی در یک اتاق کوچک بازآوایش به ابعاد $9 \times 10 \times 11 ft$ چهار ثانیه است. (a) ضریب جذب مؤثر صوت سطح کلی این اتاق چه مقدار است؟ (b) وقتی $50 ft^2$ از سطح اتاق را با قابهای آکوستیکی بپوشانیم زمان بازآوایش 1.3 ثانیه می شود. ضریب جذب مؤثر قابهای آکوستیکی را پیدا کنید. (c) اگر همه سطح داخلی اتاق را با همین نوع قاب آکوستیکی بپوشانیم زمان بازآوایش چه مقداری پیدا می کند؟

14.17. (a) معادله 14.34 را از معادله 14.33 به دست آورید. (b) اگر در اتاقی مکعب شکل به حجم $1,000 ft^3$ منبع صوتی بگذاریم که انرژی باز داده آن 0.001 وات باشد، تراز فشار مؤثری که در اتاق پیدا می شود چه اندازه خواهد بود؟ زمان بازآوایش اتاق که با اندازه گیری تعیین شده برابر است با 0.3 ثانیه. (c) ضریب مؤثر جذب صوت در دیوارهای اتاق چه اندازه است؟

14.18. منبع صوتی داریم که پرتوهای آن راستای معینی دارند و سازه راستاوری آن 10 تعیین گشته است. توان باز داده آکوستیکی منبع 100 میکرووات، حجم اتاق 5,000 فوت مکعب، و زمان بازآوایش آن 0.7 است. مطلوب است تعیین حداکثر فاصله نقطه ای مانند A واقع در اتاق را که در میدان مستقیم پرتوهای صوتی قرار گرفته باشد و تراز فشار

صوت در آن نقطه نسبت به تراز فشار میدان بازآوایش به اندازه $10db$ بالاتر باشد.

14.19. موتوری داریم که تراز فشار صوت بازآواینده آن پایدار و $74db$ نسبت به 0.0002 میکروبار در اتاقی به ابعاد $10 \times 20 \times 50ft$ است. زمان بازآوایش اندازه گیری شده آن 2 ثانیه است. (a) توان آکوستیکی باز داده موتور چقدر است؟ (b) چه مقدار واحد مواد جذب صوت اضافی بر حسب سباین به این اتاق بیفزاییم تا تراز صوت را از آنچه بوده $10db$ پایینتر بیاورد؟ (c) پایینترین فرکانس موجهای مایل با چه عددی داده می شود؟

14.20. اتاقی مکعب شکل به ضلع 5 متر در دست است. (a) فرکانس مخصوص مد معمولی اتاق که دارای پایینترین فرکانس مربوط به موجهای محوری باشد چقدر است؟ (b) پایینترین فرکانس موجهای مماسی چقدر است؟ (c) پایینترین فرکانس موجهای مایل چقدر است؟

14.21. دالانی مکعب مستطیل دارای 2 متر عرض، 3 متر ارتفاع، و 10 متر طول است. (a) از روی محاسبه و رسم، متوسط عدد فرکانسهای مجاز درون آن را بر حسب نواری به پهنای یک سیکل بر ثانیه که ممکن است در فرکانسهای 100، 200، 300، 400، 500، و 600 سیکل پیدا شود تعیین کنید. (b) بالاتر از چه فرکانس متوسطی عدد فرکانسهای مجاز بر حسب یک سیکل بر ثانیه همیشه از دو تجاوز می کند؟

14.22. اتاقی به ابعاد $4 \times 6 \times 10m$ مفروض است. (a) فرکانس مد ارتعاش 111 در این اتاق چه اندازه است؟ (b) اگر ضریب جذب متوسط صوت در این فرکانس 0.1 باشد مطلوب است تعیین اینکه زمان بازآوایش این مد 111 چه اندازه است؟ (c) حداقل فرکانسی که برای آن متوسط تعداد مدهای عادی بر حسب نواری یک سیکل بر ثانیه از 5 تجاوز می کند چقدر است؟

14.23. اتاقی مکعب مستطیل به ابعاد $10 \times 15 \times 20ft$ دارای پاکگیری ویژه نسبی معمولی آکوستیکی $r_n = 20$ است. (a) برای پرتوهای صوتی که بطور اتفاقی در اتاق پخش شده باشند ضریب جذب صوت دیوارها چه مقدار خواهد بود؟ (b) زمان بازآوایش اتاق برای موجهای مایل چه مقدار است؟ (c) زمان بازآوایش برای موجهای محوری موازی با طولترین بُعد اتاق چه اندازه است؟

14.24. اتاق مکعب شکلی به ضلع 5 متر در دست است. (a) همه فرکانسهای مخصوص واقع بین 30 و 70 سیکل بر ثانیه را برای این اتاق محاسبه کنید و آنها را در جدولی وارد سازید. (b) محل سطحهای گرهی را برای هر یک از این فرکانسهای مخصوص تعیین کنید. (c) اگر همه سطحهای اتاق دارای ضریب جذب مؤثر $\alpha_e = 0.1$ باشند زمان بازآوایش برای هر یک از مدهای مخصوص معمولی که در بالا گفتیم چه مقدار می شود؟

14.25. اتاقی مکعب شکل به ضلع 15 فوت دارای ضریب جذب صوت مؤثر 0.25 در سقف و کف اتاق و ضریب جذب صوت مؤثر 0.05 در دیوارهای اطراف است. (a) زمان بازآوایش موجهای محوری که به سقف و کف اتاق برمی خوردند چه اندازه است؟ (b) زمان بازآوایش موجهای مماسی که به همه چهار دیوار برخورد می کند چقدر است؟ (c) زمان

بازآوایش موجهای مایلی که به همهٔ سطحها برخورد می‌کنند چه اندازه است؟

14.26. سرعت صوت در بتن 3,500 متر بر ثانیه، و چگالی بتن 2,700 کیلوگرم بر متر مکعب است. (a) مقاومت ویژهٔ آکوستیکی معمولی بتن نسبت به آب چقدر است؟ (b) با به کار بردن معادلهٔ 14.68، ضریب جذب صوت در بتن را برای پرتوهای با تابش اتفاقی نسبت به آب پیدا کنید. (c) اگر تانکی مکعب شکل به ضلع 3 متر داشته باشیم که سطح دیوارهای آن با بتن پوشیده شده باشد، و آن را از آب پر کرده باشیم، زمان بازآوایش را برای موجهای صوتی درون آب محاسبه کنید. فرض می‌کنیم که سطح فوقانی آب در مجاورت هوا قرار گرفته، و همهٔ انرژی تابشی منعکس می‌شود.

14.27. سطح دیواری به فرض دارای مقاومت ویژهٔ آکوستیکی معمولی $r_n = 4$ نسبت به آب است. (a) بوسیلهٔ معادلهٔ 14.65 ضریب جذب این دیوار را برای موجهای تخت تابشی که با زاویهٔ 0 تا 90° به آن تابیده می‌شوند حساب کنید، و نتیجه‌ها را رسم کنید. (b) بوسیلهٔ معادلهٔ 14.68، ضریب جذب صوت را برای دیوار در مورد پرتوهای صوتی اتفاقی محاسبه کنید.

14.28. در اتاقی مکعب مستطیل، دیوارهای $\gamma\%$ دارای مقاومت ویژهٔ آکوستیکی معمولی r_n نسبت به هوا هستند. همهٔ دیوارهای دیگر بفرص بطور کامل منعکس کننده هستند. (a) ضریب جذب صوت α_n مربوط به این دو دیوار در تابش عمودی صوت چقدر است؟ (معادلهٔ 14.65 را به کار ببرید). (b) با استفاده از روش ناریس (بخش 14.5)، معادلهٔ کلی نرخ تباهی را بر حسب دسی بل بر ثانیه، برای موجهای محوری موازی با محور x پیدا کنید. فرض می‌کنیم که این موجهای محوری در هر برخورد با دیوارهای $\gamma\%$ طوری منعکس می‌شوند که کسر $(1 - \alpha_n)$ از انرژی تابشی را همراه دارند. (c) ثابت کنید معادله‌ای که در قسمت (b) به دست آوردید به ازای $r_n \gg 1$ معادل است با معادلهٔ 14.63.

14.29. جعبهٔ بلندگویی که پشت آن بسته است به ابعاد $2 \times 3 \times 4$ ft است. سطح درونی آن با مواد جاذب صوتی پوشانیده شده است که ضریب جذب صوت آنها 0.2 است. (a) اثر رزونانس درونی را وقتی صرف نظر کردنی می‌گیریم که متوسط عدهٔ مدهای معمولی ارتعاش آن در نوار یک سیکل بر ثانیه بزرگتر از واحد بشود. مطلوب است تعیین این فرکانس برای حجم درونی جعبهٔ بلندگو. (b) ادامه هر نوع ارتعاش گذرای بلندگو تا اندازه‌ای تحت تأثیر طول زمان بازآوایش جعبه است. تعیین کنید زمان بازآوایش موجهای مایل درون جعبه را. (c) اگر موجهای صوتی را با حالت ثابت در داخل جعبهٔ بلندگو بتابانیم، فشار صوتی زیادی در حجم داخل جعبه پیدا می‌شود. اینک اگر 0.1 وات توان آکوستیکی در داخل جعبه تابیده شود تراز فشار صوت در حالت ثابت چه مقدار خواهد شد؟ (d) فرکانسهای ارتعاش سه عدد از پایینترین مدهای معمولی موجهای ایستادهٔ درون جعبه را پیدا کنید.

آکوستیک زیر آبی^۱

15.1 پیشگفتار. چنانکه می‌توان پیشبینی کرد، استعمال موجهای صوتی درون آب برای تراگیل اطلاعات اصولاً مورد علاقهٔ دریا نوردان است. یکی از نخستین کاربردهای آنها نصب زنگهایی درون آب و اتصال آنها به کشتیهای فانوسدار بوده است. صوت درون آب که بوسیلهٔ این زنگها تولید می‌شد تا فاصلهٔ زیادی در آب تراگیلیده می‌شد، و از اینرو ممکن بود که بوسیلهٔ استتسکوپ^۲ یا میکروفونی که در بدنهٔ کشتی دیگری تعبیه شده بود وجود آنها را آشکارید^۳. حال اگر دو دستگاه گیرنده در جهت مخالف یکدیگر نصب شده باشند و یکی از آنها را به گوش راست و دیگری را به گوش چپ متصل سازند ممکن خواهد بود که در اثر خاصیت تشخیص امتداد بوسیلهٔ دو گوش محل تقریبی کشتی فاسو ندار را پیدا کرد. این اسباب بسیار ساده برای دوری از خطرهای دریایی در مواقعی که شرایط دید واضح در دریا موجود نبوده بسیار با ارزش بوده است.

در سال 1912 فسندن^۴ نوعی منبع صوتی الکترو دینامیکی زیر آبی ساخت که در فرکانسهای میان 500 و 1,000 سیکل بر ثانیه کار می‌کرد. وقتی توان باز دادهٔ این منبع را زیاد کردند برد آن در زیر آب نیز افزایش یافت، و ممکن گردید که کشتیها با این اسباب با الفبای مرس ارتباط برقرار کنند. با تکمیل تراگذارهای گیرنده و فرستنده، اقدام طبیعی دیگر این بود که آنها را برای تعیین ژرفای آبها به کمک اندازه گیری زمان برگشت صوت از کف اقیانوس به کار برند. یکی از نتیجه‌های این پیشرفت ساختن دستگاه فرا صوتی نوینی به نام ژرفاسنج^۵ است. این دستگاه تپه‌های صوتی کوتاهی تولید می‌کند، و به سوی کف دریا

1) underwater acoustics 2) stethoscope

۳) مصدر مرخم «آشکاریدن» (to detect) به معنای: پیدا کردن، کشف کردن، نمایان ساختن، آشکار کردن. -م.

4) Fessenden 5) fathometer

می‌فرستد و زمان رفت و برگشت آن را اندازه می‌گیرد. این اندازه‌گیری که بر روی نوار کاغذ متحرک ثبت می‌گردد ژرفا را نشان می‌دهد.

با تکمیل انواع مختلف تراگذارهایی که در بخش 12.8 و 12.14 به آنها اشاره کردیم، و تراگذار «چراغ‌قوه‌ای» نام دارند، و استفاده از توانایی آنها برای تراگسیل فرکانسهای فراصوتی که طول موجشان در آب نسبت به ابعاد جانبی سطح تابنده تراگذار کوچک است ممکن گردیده پرتوهای صوتی را به صورت تابه باریکی تهیه کردند که مانند نوار چراغ‌قوه بتوان آنها را در راستاهای گوناگون تابانید. چنانکه در فصل 12 گفته شد، این گونه تراگذارها را نیز ممکن است به‌عنوان گیرنده در هیدروفونها به‌کار برد، و از اینرو در بیشتر دستگاهها يك تراگذار تنها برای هر دو مقصود نصب گردیده است. با دستگاهی از این گونه، امکان دارد محل منعکس‌کننده صوت را که در حقیقت هدف است، با مشاهده راستایی که در آن راستای پژواک قویتر درست می‌شود تشخیص داد، و همچنین با اندازه‌گیری زمان برگشت تپه کوتاهی که ارسال شده بود و به شکل پژواک برگشته است فاصله آن را تعیین کرد. تراگذارهای فراصوتی و همچنین هیدروفونهای صوتی و شبکه هیدروفونها را نیز برای گوش‌دادن به صوتهایی که از کشتیهای دور برمی‌خیزند به‌کار می‌برند. در زمان جنگ این گونه گوش‌دادنها بسیار سودمند است، زیرا به این ترتیب اگر نتوان فاصله کشتی یا زیردریایی را تعیین کرد ولی می‌توان دست‌کم پی‌آنکه حضور کشتی گوش‌دهنده آشکار گردد حدودی را که در آن زیردریایی یا کشتی دیگر قرار گرفته معین کرد.

جالبترین پیشرفت در ساختمان و کاربردها و نیز بزرگترین کوششهایی که در آکوستیک زیرآبی شده توأم با مسائلی است که مربوطند به طریقه آشکاریدن محل، تعیین مسیر و دسته‌بندی آنها در مورد کشتیهای جنگی روی آبی و زیر آبی است. معمولاً به این قبیل اسبابها در این قسمت از آکوستیک نامهای عام می‌گذار، مانند سونار که از حروف نخست عبارت *Sound Navigation and Ranging* گرفته شده است. در موقع حل این مسئله لازم دیده شده که وسایل مؤثر نوینی برای تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی آکوستیکی زیر آبی که دارای توان و شدت زیاد باشد ساخته شود و نیز ضروری بود که برای آشکارش وجود منبع صوت دستگاهی تهیه گردد که بتواند با وجود نوفه‌های پوشاننده زمينه، سیگنالهای ضعیفی را که از راه می‌رسند آشکار و ضبط کند. مطالب دیگری که به همین اندازه مهمند عبارتند از مطالعه پدیده‌های اساسی مانند واگرایی، جذب، بازتاب، شکست، پاشند، پراش، و غیره که برای موجهای صوتی فرستاده شده در آب دریا پیدا می‌شود. مقصود اصلی و اساسی ما در این مبحث پژوهش درباره خواص آکوستیکی اساسی آب دریا و نشان‌دادن خاصیت عجیب آن و محدودیتهایی است که در تراگسیل انرژی آکوستیکی به فاصله‌های بسیار زیاد وجود دارند. مقصود دوم ما این است که بعضی از پارامترهای سیستم را توصیف یا تعریف کنیم. این پارامترها در موقع طرح دستگاه سونار برای هر مشخصاتی که ساخته شود لازمند.

قابل فهمترین خلاصه مر بوط به آکوستیک زیر آبی دستگاههای سونار در نشریه ای است به نام *declassified Summary Technical Reports of Division 6 of the National Defense Research Committee* که زمان کوتاهی پس از جنگ جهانی دوم انتشار یافته است. مجلدات مهم مر بوط به مسائل اساسی آکوستیک عبارتند از: (1) جلد 6A، اقیانوس نگاری نظامی؛ (2) جلد 7، اصلهای صوت زیر آبی؛ (3) جلد 8، فیزیک صوت در دریا. مجلدات دیگری که به پارامترهای اصلی و اختصاصی سونارهای با سیستمهای گوناگون مر بوطند عبارتند از: (4) جلد 9، شناسایی صوتهای زیر آبی؛ (5) جلد 14، دستگاههای سونار برای گوش دادن؛ (6) جلد 15، سونارهای فاصله یاب با پژواک؛ (7) جلد 16، دستگاههای سونار «تجزیه کننده»؛ (8) جلد 17، دستگاههای سونار FM. سه مأخذ اضافی دیگر که درباره آکوستیک زیر آبی بطور عمیقتری از آنچه در این کتاب آمده بحث می کنند در پانوشت نام برده می شوند^۱.

15.2. سرعت صوت در آب دریا. در بخش 5.5 گفته شد که سرعت صوت در آب شیرین تابع دماست. دو عامل اضافی دیگر بر سرعت صوت در آب دریا تاثیر دارند و آن دو عبارتند از شوری آب و تغییرات فشار که بر حسب تغییر ژرفای آب پیدا می شود. هر کدام از این دو عامل موجب افزایش سرعت صوت هستند، و اثر ترکیبی آنها با معادله تقریبی زیر نموده می شود

$$c = 1449 + 4.6t - 0.055t^2 + 0.0003t^3 + (1.39 - 0.012t)(S - 35) + 0.017d \quad (15.1)$$

c سرعت صوت بر حسب متر بر ثانیه، t دمای آب بر حسب سانتیگراد، S شوری آب که بر حسب یک در هزار بیان می شود، و بالاخره d ژرفای زیر سطح خارجی آب بر حسب متر است. این معادله از ساده کردن معادله های بسیار پیچیده ای به دست آمده که بوسیله ویلسن^۳ و دیگران به دست آمده اند و مناسب ترین معادله ها از لحاظ تطبیق با داده های آزمایشی هستند. معادله 15.1 با تقریب کمتر از یک متر بر ثانیه برای شرایط دما و شورا که در عموم اقیانوسها معمول است دقیق است. باید در نظر گرفت که سرعت صوت در سطح دریا در صفر درجه سانتیگراد در صورتی که شوری آب 35 در هزار باشد 1449 متر بر ثانیه است، در صورتی که در همین شرایط سرعت انتشار صوت در آب شیرین 1403 متر بر ثانیه است.

1) Officer, *Introduction to the Theory of Sound Transmission*, McGraw-Hill Book Co. (1958); Horton, *Fundamentals of Sonar*, U. S. Naval Institute (1959); Albers, *Underwater Acoustics Handbook*, Pennsylvania State University Press (1960).

۲) salinity: میزان شوری. این واژه به قیاس گرما، درازا، و پهنا ساخته شده است. -م.

3) Wilson, *J. Acoust. Soc. Am.*, **32**, 641 (1960).

در مواقعی که محاسبه‌های ما شامل سرعت انتشار صوت در آب دریاست، بهتر و کافی‌تر آن است که سرعت استاندارد را به کار بریم نه سرعتی را که از رابطه 15.1 به دست می‌آید. در این کتاب سرعت استاندارد را 1,500 متر بر ثانیه می‌گیریم. این عدد با آنچه در آبهای سطحی نواحی معتدل با عرض جغرافیایی متوسط اندازه‌گیری شده مطابقت دارد. این سرعت مربوط به انتشار صوت در سطح دریا در دمای 13° سانتیگراد و شورای 35 در هزار است، و چنانچه این کمیتها را در معادله 15.1 بگذاریم همین عدد به دست خواهد آمد.

همراه با انتخاب سرعت استاندارد، پاگیری مخصوص استاندارد $\rho_0 c$ نیز وجود دارد. از آنجا که چگالی آب دریا با فشار، دما، و شورای گفته شده در بالا 1026.4 کیلوگرم بر متر مکعب است، پاگیری مخصوص استاندارد مربوط به آن می‌شود

$$\rho_0 c = 1.54 \times 10^6 \text{ بر مترمربع ثانیه MKS یا کیلوگرم بر مترمربع ثانیه}$$

طریقه عمل ما در این کتاب این است که در موقع محاسبه عددی مربوط به رابطه‌های بین فشار آکوستیکی و سرعت ذره‌ای و شدت صوت در آب دریا همیشه از عدد بالا استفاده کنیم.

15.3 اتلاف صوت در تراگسیل از آب دریا. اگر آبهای اقیانوس بیکران و همگن می‌بودند فقط دو عامل واگرایی و جذب صوت سبب می‌گردیدند که هراندازه از منبع صوت دور شویم تراز فشار تابع صوتی کاهش یابد. مثلاً، موجی را که به‌طور کروی در چنین محیطی واگرا می‌شود می‌توان با معادله زیر نمایش داد

$$P_2 = P_1 (r_1/r_2) e^{-\alpha(r_2-r_1)} \quad (15.2)$$

P_1 و P_2 به ترتیب فشار آکوستیکی در فاصله‌های r_1 و r_2 از مرکز ظاهری انتشار موجها و α پایای جذب محیط بر حسب نپر بر متر است. وقتی $20 \log$ را در طرفین معادله 15.2 وارد سازیم، می‌شود

$$20 \log P_2 = 20 \log P_1 + 20 \log (r_1/r_2) - 8.7\alpha(r_2 - r_1)$$

که اگر $a = 8.7\alpha$ پایای جذب بر حسب دسی بل بر متر باشد و آن را در رابطه بالا بگذاریم خواهیم داشت

$$20 \log P_1 - 20 \log P_2 = 20 \log (r_2/r_1) + a(r_2 - r_1)$$

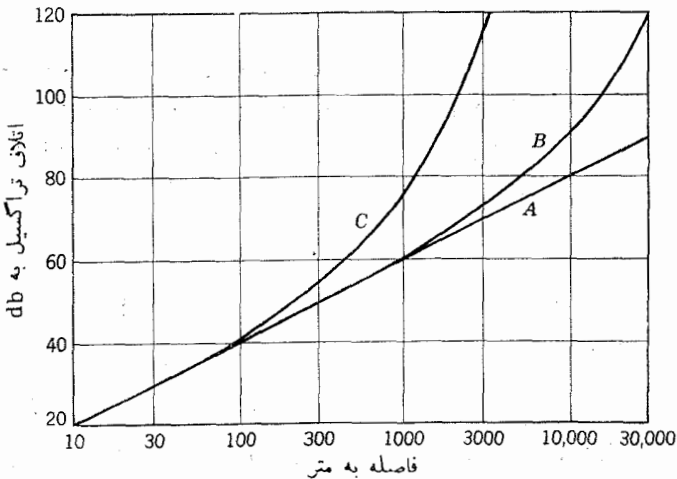
قسمت سمت چپ معادله بالا نماینده کاهش تراز فشار صوت در وقتی است که موج از r_1 به r_2 می‌رود، و از اینرو می‌توان این قسمت را با حرف H نمایش داد، که H اتلاف تراگسیل است و بر حسب دسی بل بوسیله معادله زیر بیان می‌گردد

$$H = 20 \log (r_2/r_1) + a(r_2 - r_1) \quad (15.3)$$

معمولاً اتلاف تراگسیل را که در مسافت r پیدا می‌شود نسبت به تراز فشاری که در فاصله یک متری از مرکز مؤثر صوت واقع باشد می‌سنجند. اگر این موضوع را به کار ببریم مقدار اتلاف در موقع تراگسیل و انتشار صوت از فاصله مأخذ سنجش تا هر فاصله‌ای که با r نموده شود عبارت خواهد بود از

$$H = 20 \log r + ar \quad (15.4)$$

درباره پایای جذب a برای موجهای صوتی که در آب دریا انتشار یابند در بخش 9.6 بحث کرده‌ایم و بستگی آن به فرکانس و دما را در معادله 9.33 نشان داده‌ایم. مقدار عددی این ضریب را در دمای 15°C یا 5°C ممکن است بوسیله معادله‌های 9.34 و $9.34a$ یا از شکل 9.7 به دست آورد. مثلاً در آب دریا با 5°C مقدار $a = 0.00001$ دسی بل بر متر برای 1 کیلوسیکل بر ثانیه، و مقدار $a = 0.001$ دسی بل بر متر برای 10 کیلوسیکل بر ثانیه، و سرانجام $a = 0.015$ دسی بل بر متر برای 50 کیلو سیکل بر ثانیه پیدا می‌شود.



شکل 15.1. منحنیهای نشان‌دهنده بستگی اتلاف تراگسیل به فاصله و فرکانس. منحنی A برای 1 کیلوسیکل بر ثانیه، منحنی B برای 10 کیلوسیکل بر ثانیه، منحنی C برای 50 کیلوسیکل بر ثانیه.

در شکل 15.1 منحنیهایی رسم شده‌اند که از راه محاسبه با فرمول 15.4 به دست آمده‌اند و مقدار اتلاف تراگسیل بر حسب فاصله r را برای هر یک از سه فرکانس بالا نشان می‌دهند. نظری به منحنی A از این شکل نشان می‌دهد که در فرکانسهای پایین، مانند 1 کیلوسیکل بر ثانیه، همه اتلاف تراگسیل به سبب واگرایی کروی تابع صوتی است. با وجود این وقتی که فرکانس و فاصله زیاد می‌شوند منحنیهای B و C نشان می‌دهند که اتلاف مربوط به جذب بزرگتر و بزرگتر می‌گردد. اگر دیفرانسیل معادله 15.4 را نسبت به r حساب

کنیم می‌شود

$$\frac{dH}{dr} = \frac{20}{2.3} \cdot \frac{d(\ln r)}{dr} + a = \frac{8.7}{r} + a \quad (15.5)$$

که میزان اتلاف تراگسیل را درموقع پیمودن مسافت برحسب db/m به‌دست می‌دهد. اینک فاصله عبوری r_c را بطوری تعریف کنیم که در مقدار کمتر از آن، میزان تنکشی که در اثر واگرایی پیدا می‌شود بزرگتر از تنکشی باشد که بواسطه جذب صوت صورت می‌گیرد، و برعکس درفاصله بیش از r_c تنکش مربوط به جذب، بیش از تنکش مربوط به واگرایی تأبه باشد. در این صورت با گذاشتن $a = 8.7/r_c$ مقدار r_c با رابطه زیر نموده می‌شود

$$r_c = \frac{8.7}{a} \quad (15.6)$$

برای فرکانس 10 کیلوسیکل برثانیه، r_c به حدود 8,700 متر می‌رسد، حال آنکه برای فرکانس 50 کیلوسیکل برثانیه مقدار آن فقط 600 متر است. از این بحث چنین نتیجه می‌شود که اگر مقصود فرستادن موجهای صوتی درون آب به مسافت دور باشد باید موجهای با فرکانس کم را به کار برد تا اتلاف آن هنگام تراگسیل می‌نیم باشد.

وقتی اتلاف انرژی آکوستیکی را در موقع تراگسیل آن در اقیانوس اندازه‌گیری می‌کنند معمولاً عددی به دست می‌آید که از عددی که توسط معادله 15.4 پیشبینی می‌شود بزرگتر است. عاملهایی که موجب این اختلاف هستند عبارتند از: واگرایی اضافی یا همگرایی جزئی که در اثر شکست حاصل می‌گردد، تداخل سازنده و مخرب که با انتشار در چندین جهت همراهند و از کف اقیانوس و سطح دریا انعکاس پیدا می‌کنند، پراش و پاشند ناشی از ناهمگنی آب (به بخش 9.8 رجوع کنید). اگر بخواهیم وضع ایده‌آل را بررسی کنیم امکان دارد که برای تغییر درهراتلاف تراگسیل، بوسیله معادله‌ها مقادیرهای پژوهشی آنها را به‌دست آوریم. با اینهمه اقیانوسها از لحاظ خصوصیتهاشان به اندازه‌ای متغیرند که معمولاً اثر جمیع خواص را بر رویهم می‌ریزند و آن را با حرف A نمایش می‌دهند، که آهنگاری تراگسیل نامیده می‌شود. حاصل جمع اتلاف تراگسیل در موقع انتشار برحسب دسی بل با رابطه زیر بیان می‌شود

$$H = 20 \log r + ar + A \quad (15.7)$$

اگرچه عاملهای بسیاری توانایی ما را در فرستادن انرژی صوتی درون آب محدود

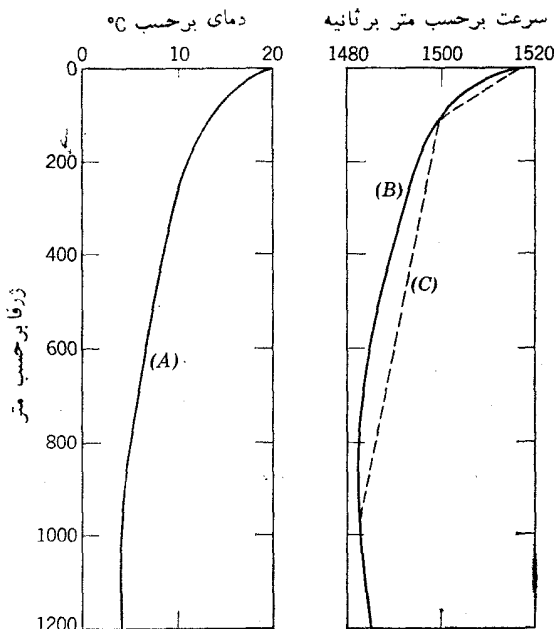
(۱) چیزی که برخلاف قاعده کلی یا آن چیزی است که پیشبینی می‌شود، انحراف از قاعده، نامتعارف، آهنگاری [= آ (پیشوند نفی) + هنجار (راه، روش، طریق، طرز، قاعده، قانون) + ی (پسوند اسم ساز)] معادل است با واژه انگلیسی anomaly. «ناهنجار» و «بی‌هنجار» مادلند با دو واژه دیگر. -م.

می‌سازند، باید گفت که موجهای صوتی از لحاظ تراگسیل انرژی درون آب به مراتب نیرومندتر از انواع مختلف موجهای الکترومغناطیسی هستند. مثلاً پایینترین فرکانس موجهای رادیویی که 30 کیلوسیکل بر ثانیه باشد در هر 30 سانتیمتر یک دسی بل تنکیده می‌شود و فرکانسهای بالاتر با سرعت بیشتری تنکیده می‌گردند. همچنین، پخش و پاشند تابع نوری که از آب دریا عبور کند به اندازه‌ای در آن محیط زیاد است که برای هر منظور عملی که باشد در فاصله بیش از 200m متر محیط برای آن کدر می‌گردد، و نافذترین پرتوهای γ در هر 1.5 سانتیمتر یک دسی بل ضعیف می‌شود. در مقایسه با وسایل دیگر، استعمال پرتوهای صوتی برای تراگسیل انرژی درون آب دریا بسیار خوب است و فقط در مورد تراگسیل مؤثر موجهای رادیویی و نوری در هوا یا در خلأ توانایی پرتوهای صوتی فوق‌العاده کمتر است.

15.4 پدیده‌های شکست. مهمترین پدیده‌ای که واگرایی کروی ساده و انتشار مستقیم تا به صوتی در آب دریا را مختل می‌سازد پدیده شکست است که در اثر تغییر سرعت انتشار حاصل می‌گردد. چنانکه از معادله 15.1 پیداست، عاملهای اصلی و عمده‌ای که بر سرعت انتشار صوت در داخل آب دریا تأثیر دارند عبارتند از دما، شورا، و ژرفا. تغییرات شورا در نزدیکی دهانه رودخانه‌های بزرگ دارای اهمیت است، زیرا در آنجا مقدار بسیار زیادی آب شیرین وارد دریا می‌گردد؛ همچنین است در نزدیکی جریانهای درون اقیانوس، مانند گلف‌استریم، و در مجاورت سطحی که باران و تبخیر در آنجا حداکثر اثر خود را می‌بخشد. تغییرات سرعت بر حسب زیاد شدن ژرفا که بواسطه زیاد شدن فشار پیدا می‌شود کاملاً منظم است. مثلاً برای هر یک متر افزایش ژرفا 0.017 متر بر ثانیه افزایش سرعت حاصل می‌گردد. تغییرات سرعت بر حسب ژرفا برای ژرفاهای کم، زیاد نیست و اگر تغییرات دما زیاد باشد می‌توان آن را نادیده گرفت. مثلاً تغییر سرعت انتشار برای ژرفای 100 متر که در نتیجه ازدیاد فشار حاصل می‌گردد در حدود 0.1 درصد است. برعکس، تغییرات سرعت انتشار که در نتیجه تغییرات دما حاصل می‌گردد معمولاً خیلی زیاد است، و به مقدار زیادی کم و زیاد می‌شود، بویژه در نزدیکی سطح آب، یعنی در محلی که عاملهایی چون فصل سال، زمان روز یا شب، ابری بودن هوا، وجود سرعت باد و حالت دریا تمام اینها عاملهایی هستند که در تغییر دما مؤثر به شمار می‌روند. وجود اختلاف جزئی در حدود 5°C در نخستین 100 متر کاملاً معمولی است، و چون تغییر در سرعت انتشار در اثر تغییر دمای 0.2 درصد برای هر یک درجه سانتیگراد است، برای دمایی در حدود 15°C تأثیر آن بر سرعت کار پیشبینی مسیر صحیح تابع صوتی را در آب به کلی مشکل می‌سازد. اثر شکستی که در نتیجه این پیدا می‌شود بر انتشار موجهای صوتی، از بسیاری جهات مانند اثر هوای گرم شده بر انتشار پرتوهای نوری است.

در ژرفای بیشتر از 100 متر زیر آب، معمولاً دما با نظم بیشتری کاهش می‌یابد تا برسیم به ژرفای 500 تا 1,500 متر که در این فاصله دمای آب به 4°C می‌رسد، و پس از آن دما با کندی زیاد، کم می‌شود تا به کف دریا برسیم. منحنی A در شکل 15.2 نمونه‌ای

از منحنیهای دما شیب^۱ است، و طریقی را که دما با ژرفای آب دریا تغییر می کند نشان می دهد؛ و منحنی B از همین شکل نماینده تغییر سرعت بر حسب تغییر ژرفاست. باید گفت که وقتی به ناحیه نزدیک به سطح آب که دارای دمای ثابت باشد یعنی به عمق 1,000 متر برسیم سرعت فقط بر طبق تأثیر میزان ازدیاد فشار که 0.017 متر بر ثانیه است زیاد می گردد.



شکل 15.2. (A) دما شیب نمونه. (B) منحنی سرعت صوت بر حسب ژرفا. (C) منحنی ساده شده سرعت صوت بر حسب ژرفا.

مسیر پرتوی صوتی را در محیطی که سرعت در آن بر حسب ژرفا تغییر می کند می توان با استفاده از قانون اسنل^۲ حساب کرد. یکی از صورتهای این قانون بیان می دارد که پرتو صوتی باید راهی را برگزیند که برای آن رابطه زیر محقق باشد

$$\frac{\cos \theta}{c} = \frac{1}{c_0} \quad (15.8)$$

θ زاویه پرتو با خط افقی است در ژرفایی از آب که سرعت صوت در آنجا c است، و c_0 سرعت حقیقی یا به دست آمده از راه برونیا بش^۳ است در ژرفایی که پرتو در آنجا افقی می گردد. وقتی مسیر هر نوع پرتو مفروضی را در محیطی که تغییرات سرعت با پیچیدگی همراه باشد

1) thermocline

2) Snell

3) extrapolation

رسم می‌کنیم (مانند شکل 15.2) بهتر است که مسیر را شکسته به قطعات جداگانه‌ای تقسیم کنیم که طول آنها به قدری کوتاه باشد که بتوان تغییر سرعت انتشار را در طول هر قطعه ثابت فرض کرد.

اکنون ثابت می‌کنیم که مسیر پرتوهای صوتی در لایه یا طبقه‌ای از آب که سرعت انتشار در آن در امتداد قائم به مقدار ثابت g تغییر کند یک دایره است. دایره‌ای به شعاع R ، که در شکل 15.3 نموده شده، در نظر بگیریم. بنابراین از اینرو

$$\Delta d = d_2 - d_1 = R(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (15.9)$$

ولی $c_2 = c_1 + g \Delta d$ است، و از اینرو

$$\Delta d = \frac{c_2 - c_1}{g} \quad (15.10)$$

وقتی این دو معادله را با قانون اسنل (15.8) ترکیب کنیم و Δd ، c_1 ، c_2 ، $\cos \theta_1$ و $\cos \theta_2$ را حذف کنیم می‌شود

$$R = \frac{c_0}{-g} = \frac{c}{-g \cos \theta} \quad (15.11)$$

باید دانست که در وضعی که در شکل 15.3 نموده شده تغییر سرعت طبیعتاً منفی در می‌آید و از اینرو شعاع خمیدگی R مثبت است. اگر تغییر سرعت مثبت بود R منفی می‌شد و خمیدگی منحنی به جای اینکه رو به پایین باشد رو به بالا می‌رفت.

وقتی شعاع خمیدگی هر یک از قطعات معلوم باشد مسیر حقیقی را می‌توان رسم کرد، یا بوسیله یکی از معادله‌های مثلثاتی آن را حساب کرد. معادله‌های سودمند برای این گونه محاسبه شامل معادله 15.9 و معادله زیر است

$$\Delta x = R(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \quad (15.12)$$

Δx مسافتی است افقی که پرتو صوتی شکل 15.3 پیموده است در حالی که فاصله قائم Δd را نیز پیموده باشد، و

$$\Delta x = \Delta d \cot \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) \quad (15.12a)$$

به عنوان مثال یک پرتو صوتی را در نظر بگیرید که از آغاز موازی با سطح آب دریا باشد و ساختمان سرعت آن با منحنی C شکل 15.2 نمایش داده شود. از آنجا که

$$g' = \frac{1500 - 1518}{100} = -0.18$$

است، شعاع خمیدگی این پرتو در لایه بالا می شود

$$R' = \frac{1518}{0.18} = 8400 \text{ m}$$

پس پرتو صوتی در ژرفای 100 متر زاویه θ_1 را با خط افقی به طرف پایین درست می کند که مقدارش بر طبق آنچه از معادله 15.8 به دست می آید برابر است با 8.8° ، یعنی

$$\cos \theta_1 = \frac{c_1}{c_0} = \frac{1500}{1518} = 0.9881$$

سرانجام، مسافت افقی x_1 که برای رسیدن به این ژرفا پیموده شده عبارت می شود از

$$x_1 = R' \sin \theta_1 = 8400 \sin 8.8^\circ = 1300 \text{ m}$$

وقتی پرتو صوتی وارد لایه دوم می شود تغییر سرعت آن چنین است

$$g'' = \frac{1482 - 1500}{900} = -0.02$$

چنانکه شعاع خمیدگی مسیر به شکل زیر تغییر می کند

$$R'' = \frac{1518}{0.02} = 75,100 \text{ m}$$

در کف لایه دوم، در ژرفای 1,000 متر، سرعت انتشار صوت به حداقل مقدار خود یعنی 1482 متر بر ثانیه می رسد، و در نتیجه پرتو صوتی زاویه ماکسیمم با خط افقی برابر با 12.4° می سازد. با نهادن در معادله 15.12 خواهیم داشت

$$\Delta x''' = 75,100 (\sin 12.4^\circ - \sin 8.8^\circ) = 4900 \text{ m}$$

که مقداری است که پرتو صوتی در مسیر افقی در لایه دوم پیموده است.

در ژرفای زیر 1,000 متر، دما تقریباً ثابت است، ولی سرعت انتشار با زیاد شدن ژرفا شروع به زیاد شدن می کند، زیرا فشار نیز زیاد می شود، و از این رو تغییر سرعت به مقدار مثبت $+0.017$ پیدا می شود. و چون پرتو صوتی بر مسیر دایره ای که به سوی بالا خم شده

است حرکت می‌کند شعاع خمیدگیش خواهد شد

$$R''' = \frac{1518}{-0.017} = -89,000 \text{ m}$$

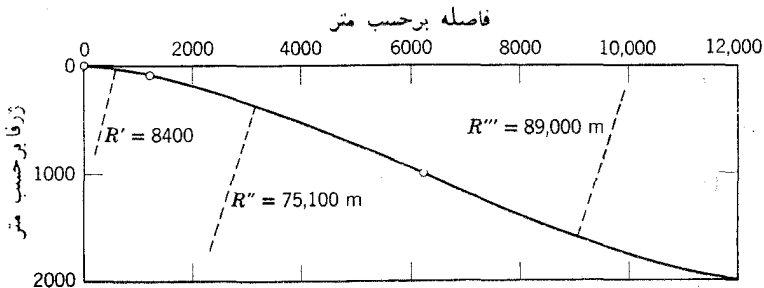
مسیر منحنی برگشته به سمت بالا که به این شعاع باشد نمونه‌ای از خمیدگی همه پرتوهای صوتی است که از لایه‌های همدمای آب می‌گذرند. مسیر پرتو صوتی تا ژرفای 2,000 متری در شکل 15.4 نموده شده است. در لایه سوم در آخر کار به شکل پرتوی افقی در می‌آید و در این حال ژرفای آن به 3,100 متر می‌رسد و سرعت آن که دائماً زیاد شده است مقدار 1518 متر بر ثانیه را که در سطح نیز دارا بود به دست می‌آورد. مسافت افقی پیموده شده در لایه سوم خواهد بود

$$\Delta x''' = 89,000 \sin 12.4^\circ = 19,000 \text{ m}$$

بنابراین جمع کل فاصله افقی مسیر پیموده شده بوسیله پرتو صوتی تا رسیدن به حداکثر ژرفای آب می‌شود

$$x = 1300 + 4900 + 19,000 = 25,200 \text{ m}$$

پس از آنکه پرتو صوتی به حداکثر ژرفای خود رسید به شکل پرتوی افقی دوباره به سطح باز می‌گردد؛ به این معنی که مسیری را که قرینه مسیر سابق است از پایین به بالا می‌پیماید. در موقع رسیدن دوباره به سطح آب جمع کل مسافت افقی که پرتو صوتی پیموده به مقدار 50,400 متر رسیده است.

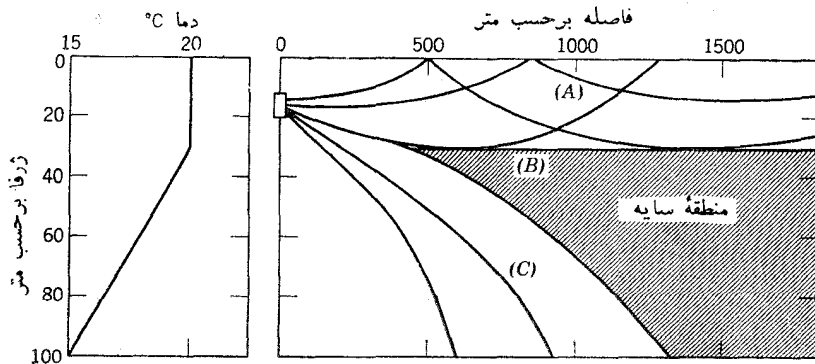


شکل 15.4. مسیر یک پرتو صوتی که تحت تأثیر شکست قرار گرفته.

دو نوع گوناگون آهن‌جاری تراکسیل، که بر اثر شکست پدید می‌آیند، هنگامی که پرتوهای صوتی در طول مسیرهایی مانند مسیر شکل 15.4 منتشر می‌شوند وجود دارند. مثلاً هیدروفونی که در آب کم عمق به فاصله 6,000 متر از منبع نصب شده باشد سیگنال را بطریقی بسیار ضعیف دریافت می‌کند، زیرا محور اصلی تابع صوتی در این فاصله در ژرفای

1,000 متری سطح آب قرار گرفته است. مقادارهای نمونه A در این فاصله در حدود 30 تا 50 دسی بل هستند. برعکس پرتوهایی که در فاصله 50,000 متری به نواحی نزدیک به سطح آب می‌رسند، تمایل به جمع شدن دارند و در نتیجه سیگنالها را قویتر از سیگنالهایی که از همین فاصله به شکل کره‌های واگرا در آبی که سرعت انتشار در آن ثابت باشد درست می‌کنند. در این حالت A ممکن است خیلی بزرگ و ولی منفی باشد، یعنی اتلاف تراگیل کمتر از آنچه با معادله 15.4 داده شده خواهد بود.

اکنون وضعی را در نظر می‌گیریم که ممکن است شکست پرتوهای صوتی هنگام گذشتن از محیط نمونه دیگری که گرادیان دما دارد، مانند شکل 15.5، آهنجاری تراگیل پدید آورد. در این مثال فرض می‌کنیم که لایه فوقانی آب همدمما باشد و ژرفای آن به 30 متر برسد، و دیگر اینکه زیر این لایه، دما در هر متر به اندازه 0.07°C کاهش می‌یابد. در این شکل مسیر چندین پرتو صوتی از منبعی که در ژرفای 15 متر از سطح آب قرار گرفته رسم گردیده است. در نقطه A سیگنالهایی که دریافت می‌شوند بسیار نزدیک به سیگنالهایی هستند که برای موج کروی واگرای ساده محاسبه می‌گردد، و از اینرو آهنجاری تراگیل چشمپوشیدنی خواهد بود. در زیر قسمت A قسمت B قرار دارد که آن را منطقه سایه می‌نامند، و در این منطقه فشار صوتی از لحاظ نظری صفر است، زیرا هیچ پرتوی به این منطقه وارد نمی‌شود. در عمل فشار صوتی در منطقه سایه هیچ‌گاه صفر نیست، و این به علت بی‌نظمی در گرادیان دما، باشند در اثر خشونت موجهای سطحی یا بواسطه ناهمگنی نقاط مختلف آب، و غیره است. با اینهمه، ترازهای آنها با در نظر گرفتن آهنجاری تراگیل به اندازه 30db از آنچه که با فرض ساده واگرایی کروی پیشبینی می‌شوند کمتر است. زیر منطقه سایه، ناحیه دیگر C موجود است، و اندازه فشار صوتی در این ناحیه بین دو مقدار مربوط به نقطه‌های A و B که به یک فاصله افقی از نقطه O در نظر گرفته شده باشند قرار دارد. کاهش فشار صوتی در



شکل 15.5. (a) دما شیب. (b) مسیر نمونه پرتوهای صوتی.

این ناحیه زائیده شکست بیشتری است که در لایهٔ تحتانی صورت می‌گیرد، و در نتیجه پرتوهای صوتی بیش از آنچه برای موج واگرایی کروی ساده پیشبینی می‌شود پخش می‌گردند.

افزایش واگرایی در ناحیهٔ C از شکل 15.5 می‌تواند نمونه‌ای باشد از وقتی که اتلاف تراگیل زیاد می‌گردد، و این وقتی صورت می‌گیرد که پرتوهای صوتی هنگام گذشتن از لایه‌ای آب به لایه‌ای دیگر که وضع سرعت در آن بسیار متفاوت است شکسته می‌شوند. این پدیده را معمولاً اثر لایه^۱ می‌نامند. مثالی دیگر از این اثر در شکل 15.6 نموده شده است. در این شکل مشاهده می‌گردد که سرعت در ژرفای d ناگهان از c_1 تنزل می‌کند و به مقدار c_2 می‌رسد. d را ژرفای لایه^۲ می‌نامند. هرگاه معادله‌هایی را که در بخش 6.6 برای تراگیل مایل موجهای تخت از محیطی به محیط دیگر پیدا کرده‌ایم ساده کنیم می‌توانیم آهنجاری تراگیل آنها را تخمین بزنیم. با ترکیب معادلهٔ 6.54 با معادلهٔ 6.56 ممکن است ثابت کرد که دامنهٔ فشار P_2 مربوط به موج تراگیلیده نسبت به P_1 که دامنهٔ موج تابش باشد از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$P_2 = P_1 \frac{2\rho_2 c_2 \cos \theta_i}{\rho_2 c_2 \cos \theta_i + \rho_1 c_1 \cos \theta_t} \quad (15.13)$$

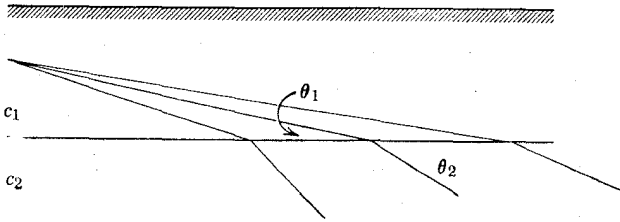
وقتی به جای $\cos \theta_i$ و $\cos \theta_t$ به ترتیب $\sin \theta_2$ و $\sin \theta_1$ را بگذاریم و فرض کنیم که $\rho_1 c_1 \approx \rho_2 c_2$ باشد، معادلهٔ 15.13 به معادلهٔ زیر تبدیل می‌شود

$$P_2 = P_1 \frac{2 \sin \theta_1}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2} \quad (15.14)$$

آهنجاری تراگیل مربوط که با $A = 20 \log(P_1/P_2)$ داده می‌شود چنین است

$$A = 20 \log \frac{\sin \theta_1 + \sin \theta_2}{2 \sin \theta_1} \quad (15.15)$$

به‌عنوان مثال، فرض کنیم $c_1 = 1,500$ متر بر ثانیه، $c_2 = 1,490$ متر بر ثانیه، و $\theta_1 = 1^\circ$ باشد. چون این مقادیر را در رابطهٔ 15.8 بگذاریم زاویهٔ شکست $\theta_2 = 6.7^\circ$ به دست می‌آید، که با گذاشتن این مقدار در رابطهٔ 15.5، آهنجاری تراگیل 12db حاصل می‌شود. هنگام جنگ، دانستن اینکه گرادیانهای دما آنچنان هستند که منطقه‌های سایه یا اثرهای لایه پدید می‌آورند برای فرماندهان زیر دریاییها و پادزیر دریاییها^۳ اهمیت بسیار دارد. مثلاً، در وضعی که شکل 15.15 نشان می‌دهد یک زیر دریایی که در فاصلهٔ 1,500 متری از ناوشکنی مجهز به سونار قرار گیرد اگر در ژرفای 50 متری باشد به احتمال قوی محلش کشف نمی‌گردد، حال آنکه اگر در ژرفای 20 متری باشد به آسانی آشکار خواهد شد.



شکل 15.6. آهنگاری تراگسیل که بر اثر افزایش واگرایی در ژرفای لایه پدید آمده است.

15.5 کانالهای صوتی. نوعی شکست که توجه خاصی به آن مبذول می‌گردد در ژرفاهای زیاد پیدا می‌شود، یعنی جایی که دما بطور یکنواخت کاهش می‌یابد تا به 4°C برسد. در این ژرفاها اوضاع فیزیکی در سراسر سال پایدار و یکنواخت باقی می‌ماند. چنانکه در بخش 15.4 گفتیم، در این ژرفا سرعت انتشار موجهای دارای حداقل خود را دارد، ولی در ژرفای کمتر سرعت بر اثر افزایش دما زیاد می‌شود، و در ژرفای زیادتر نیز سرعت انتشار افزایش می‌یابد، زیرا فشار مایع در اینجا بیشتر است. در نتیجه چنین اوضاعی است که همه پرتوهایی که از ابتدا در ناحیه حداقل سرعت واقع بوده‌اند بشرطی که زاویه کوچکی با امتداد افقی بسازند خمیده می‌شوند و دوباره به سوی همین ناحیه بازمی‌گردند. یعنی بسوی سطح خارجی یا کف دریا متوجه نمی‌شوند؛ و در این حال دالانی تشکیل می‌دهند که **کانال صوتی** ژرفا نام دارد.

موجهای صوتی که در این کانال انتشار می‌یابند مجبورند که در همین کانال باقی بمانند، و در نتیجه به تندی موج منتشر در آبی که سرعت در همه نقاطش یکسان است وازمی‌گرایند. واگرایی آنها تا فاصله r_1 کروی است، و r_1 جایی است که به اصطلاح در آن فاصله کانال پر شده است، و از آنجا به بعد انتشار پرتوها بیشتر استوانه‌ای خواهد بود. در این شرایط، اتلاف تراگسیل که همراه با واگرایی است، بوسیله معادله زیر داده می‌شود

$$H = 20 \log \frac{r_1}{1} + 10 \log \frac{r}{r_1} = 10 \log r_1 + 10 \log r \quad (15.16)$$

که از $20 \log r$ که اتلاف تراگسیل موجهای کروی در فاصله r است کمتر است. از آنجا که مقدار جذب فرکانسهای شنیدنی در آب دریا بسیار کم است، مؤلفه‌های صوتی سیگنالهای کم فرکانس که بر اثر انفجار مواد منفجره در این کانال پدید آمده‌اند تا مسافت بسیار زیادی منتشر می‌شوند. این گونه سیگنالها در يك ساعت تا بیش از 3,000 کیلومتر در آب پیش رفته‌اند. استفاده از کانال صوتی ژرف به عنوان وسیله‌ای برای نجات در دریا، وسیله بسیار امیدبخشی است. بر طبق این تکنیک، که آن را **سوفارا** می‌نامند (ساخته شده از حرفهای

نخست عبارت: *Sound Fixing And Ranging*), هرگاه کشتی به نجات نیازمند باشد مقداری مواد منفجره مخصوص عمل در ژرفا (تقریباً چهار پوند ماده منفجره TNT بسنده است) به دریا می اندازد تا در کانال صوتی ژرف منفجر شود. محل انفجار را از تفاوت زمان رسیدن موجها به سه یا چند ایستگاه گوش دهنده می توان تعیین کرد.

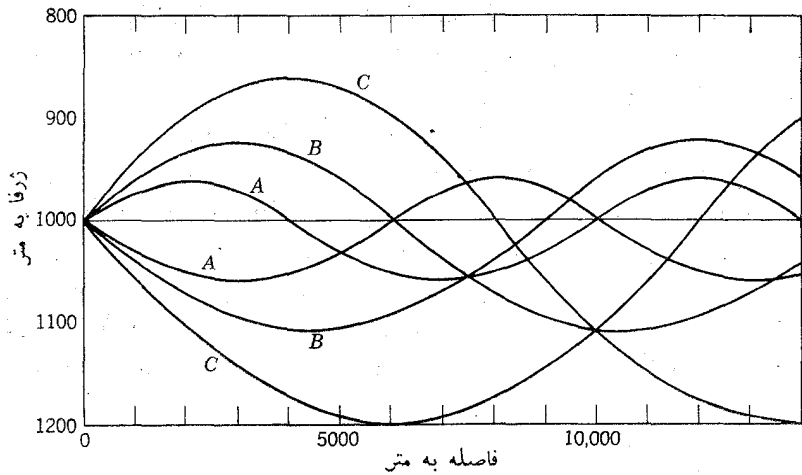
برای تجزیه و تحلیل این نوع تراگسیل، فرض کنیم که سرعت انتشار با نرخ یکنواخت g' متر در ثانیه در هر متر بالاتر از محور کانال صوتی زیاد می شود؛ یعنی ژرفای ناحیه سرعت می نیم c_m با نرخ ثابت g' متر در ثانیه در هر متر واقع در زیر این محور افزایش می یابد. وقتی گرادیان سرعت، یعنی g' ثابت بماند پرتوهایی که محور کانال صوتی را در جهتی رو به بالا قطع کنند و دارای زاویه θ_0 با خط افقی باشند روی قوسی به شعاع R' انتشار می یابند و محور کانال صوتی را در فاصله ای افقی قطع می کنند که با رابطه زیر داده می شود

$$\Delta x' = 2R' \sin \theta_0 = \frac{2c_m}{g' \cos \theta_0} \sin \theta_0 = \frac{2c_m}{g'} \tan \theta_0 \quad (15.17)$$

و بهمین ترتیب، پرتوهای صوتی که محور کانال صوتی را در راستایی رو به پایین قطع کنند و با خط افقی زاویه θ_0 داشته باشند محور را دوباره در فاصله افقی زیر قطع می کنند

$$\Delta x'' = 2R'' \sin \theta_0 = \frac{2c_m}{g''} \tan \theta_0 \quad (15.18)$$

رویه مرفته، هر نوع پرتوی که یک بار از محور کانال صوتی با زاویه θ_0 بگذرد، این محور را بارها از بالا و پایین با زاویه θ_0 قطع خواهد کرد، و فاصله زمانی بین دو عبور متناوب از رابطه های 15.17 و 15.18 به دست خواهند آمد. باید گفت که وقتی زاویه عبور θ_0 به اندازه ای بزرگ باشد که پرتوی که در لایه بالاتر قرار گرفته به سطح آب نزدیک شود دیگر امکان ندارد که تصور کنیم گرادیان سرعت این پرتو ثابت است. در عوض، می توان مسیر را به قطعات جداگانه ای مانند آنچه به عنوان مثال در بخش 15.4 بیان کردیم تقسیم کرد. شکل 15.7 مسیرهای چند پرتو را به عنوان نمونه نشان می دهد که در کانال صوتی ژرف انتشار یافته اند، و برای آنها گرادیان سرعت در بالای محور آن 0.027 متر بر ثانیه در هر متر و در پایین 0.018 متر بر ثانیه در هر متر بوده است. موضوع جالب این است که زمانی که لازم است تا پرتوی که در راستای محور انتشار می یابد فاصله افقی معینی را بپیماید بیشتر از زمان مربوط به پرتوهایی چون B و C است که با زاویه کوچک در همان فاصله محور را قطع می کنند. این پدیده را می توان با گوش دادن به سیگنال سونار بخوبی مشاهده کرد، زیرا ابتدا صدا غرش کثن در حالی که شدت آن تا مدت ده ثانیه رو به افزایش است به گوش می رسد، سپس وقتی نوبت رسیدن پرتوهایی که با سرعت کندتر در راستای محور کانال حرکت می کنند می رسد غرش ناگاه خاموش می شود. برای اینکه این رفتار را بیشتر توضیح دهیم، می کوشیم رابطه ای برای سرعت متوسط افقی پرتوهایی که محور کانال را با زاویه θ_0 قطع



شکل 15.7. انتشار پرتوهای صوتی در کانال صوتی زرف. منحنی A برای پرتو با زاویه 2° . منحنی B برای پرتو با زاویه 3° . منحنی C برای پرتو با زاویه 4° .

می‌کنند به دست آوریم. سرعت لحظه‌ای انتشار موجها بنا بر قانون اسنل چنین است

$$c = \frac{c_m \cos \theta}{\cos \theta_0}$$

c_m سرعت می‌نیممی است که پرتوها در مسیر خود هنگام برخورد با محور کانال دارا هستند. مؤلفه افقی این سرعت می‌شود $c \cos \theta$ ، و از اینرو

$$c_x = \frac{c_m \cos^2 \theta}{\cos \theta_0} \quad (15.19)$$

از این معادله نمایان است که اگر $\cos^2 \theta > \cos \theta_0$ باشد، $c_x > c_m$ خواهد بود، و برعکس. از طرف دیگر، اگر مقدار متوسط $\cos^2 \theta$ را در طول مسیر از وقتی که θ از θ_0 شروع می‌شود و به صفر می‌رسد تا وقتی که دوباره به θ_0 برمی‌گردد حساب کنیم، و رابطه‌ای را که پیدا می‌کنیم در معادله 15.19 بگذاریم، سرعت متوسط افقی در مسیر یک سیکل می‌شود

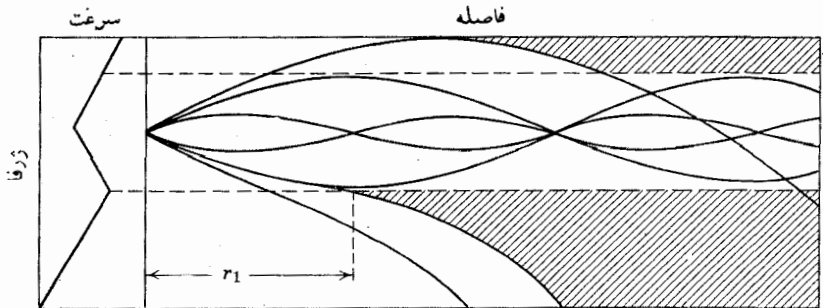
$$\bar{c}_x = \frac{c_m}{2} \left(\frac{1}{\cos \theta_0} + \frac{\sin \theta_0}{\theta_0} \right) \quad (15.20)$$

سازمان گرمایی اقیانوسها طوری است که ممکن نیست پرتوهای صوتی محور کانال صوتی زرف را با زاویه بیش از 13° قطع کنند بدون آنکه به سطح خارجی یا به کف اقیانوس برخورد کنند. بنابراین می‌توان معادله 15.20 را با نهادن اولین دو جمله بسط سری $\cos \theta_0$ و $\sin \theta_0$ در آن ساده کنیم. در نتیجه

$$\bar{c}_x = c_m \left(1 + \frac{\theta_0^2}{6} \right) \quad (15.21)$$

θ_0 بر حسب رادیان است. معادله بالا نشان می‌دهد که همه پرتوهایی که به محور برخورد می‌کنند دارای سرعتی زیادتر از c_m هستند، به استثنای آنها که با زاویه $\theta_0 = 0$ محور را تلاقی می‌کنند.

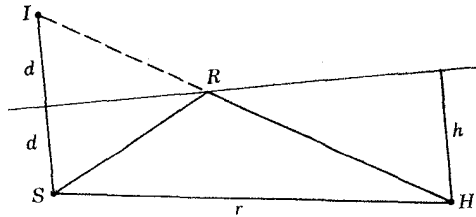
کانالهای صوتی کمی اهمیت تری در نزدیکی سطح آب نیز وجود دارند، و آن وقتی است که لایه همدم یا لایه‌ای با گرادیان سرعت مثبت زیر لایه‌ای با گرادیان منفی قرار گرفته باشد. شکل 15.8 مثال نمونه‌ای از وجود کانال صوتی نزدیک به سطح آب است. فاصله r_1 که در این شکل دیده می‌شود مربوط است به محلی که در آن واگرایی موجها تغییر کرده واز حالت کروی به حالت استوانه‌ای تبدیل می‌گردد.



شکل 15.8. نمودار نماینده تشکیل کانال صوتی نزدیک به سطح آب.

15.6 تأثیر انعکاس سطحی بر اتلاف تراکمیل. هرگاه منبع موجهای آکوستیکی واگرا در آب دریا قرار گیرد ممکن است موجهایی که از سطح آب به داخل منعکس می‌شوند و همچنین موجهایی که از کف دریا برگشت می‌کنند هر دو در نقطه‌ای با موج مستقیم ترکیب شوند و اثر خود را با اثر موج مستقیم توأم کنند. این موجهای زیاد در این ترکیب بسته به فاشان، ممکن است یکدیگر را تقویت کنند و دامنه فشار بزرگتری از دامنه فشار موج مستقیم تولید کنند یا برعکس یکدیگر را خنثا سازند و فشار کمتری پدید آورند. در آبهای کم ژرفا تأثیر موجهایی که از سطح آب به داخل منعکس می‌شوند و تأثیر موجهایی که از کف آب باز می‌گردند به یک اندازه مهم است. برعکس، وقتی منبع صوت و هیدروفون گیرنده هر دو نزدیک به سطح آب قرار گرفته باشند موجهای مربوط به انعکاس از کف دریا در صورتی که ژرفای آب زیاد باشد بسیار ضعیفند. در این شرایط پدیده‌های تداخل که مشاهده می‌گردند زائیده ترکیب موجهای مستقیم با موجهایی است که پس از برگشت روی سطح آب به داخل روانه هستند.

حال معادله‌ای را می‌نویسیم که نتیجه ترکیب موجهایی است که بطور مستقیم در امتداد



شکل 15.9. نمودار برای محاسبه اثرهای تصویری سطحی.

شکل 15.9 منتشر می‌شوند با موجهایی که دارای مسیر SRH بوده و از سطح آب به درون بازگشته باشند. به منظور محاسبه طول مسیر SRH مناسب این است که فرض کنیم موجهای منعکس از یک منبع تصویری I (شکل 15.9) برخاسته‌اند. به همین مناسبت این پدیده را که همراه با تأثیر موجهای منعکس و ترکیب آنها با موجهای مستقیم است غالباً اثرهای تصویری^۱ می‌نامند. فشار مختلط p_1 متعلق به موجهای مستقیم را بوسیله معادله معمولی موجهای کروی به شکل زیر نمایش دهیم

$$p_1 = \frac{A_1}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (15.22)$$

به همین طریق فشار p_2 مربوط به موج منعکس چنین است

$$p_2 = \frac{-\mu A_1}{r + \Delta r} e^{j[\omega t - k(r + \Delta r)]} \quad (15.23)$$

فاصله کلی از محل تصویر I تا محل هیدروفون H است. علامت منفی برای نشان دادن تغییر فاز 180° است که در موقع انعکاس از فصل مشترک آب و هوا پیدا می‌شود، و μ ضریب انعکاس فشار، یعنی خارج قسمت B_1/A_1 معادله 6-56 است. برای سطح دریا در موقعی که صاف باشد، یعنی وقتی سطح دریا نسبت به طول موج صوت تابش هموار باشد، انعکاس مانند انعکاس از سطح صیقلی انجام می‌گیرد؛ از اینرو $\mu \approx 1$. اما وقتی سطح دریا خشن باشد انعکاس پخش می‌شود و $\mu \rightarrow 0$.

حاصل جمع فشار آکوستیکی مختلط در محل دستگاه گیرنده هیدروفون که با

$$p = p_1 + p_2$$

$$p = \frac{A_1}{r} e^{j(\omega t - kr)} \left[1 - \frac{\mu e^{-jk\Delta r}}{1 + (\Delta r/r)} \right] \quad (15.24)$$

در حالت کلی، خارج قسمت دامنه فشار موجهای ترکیب شده به دامنه فشار موج مستقیم تنها،

بوسیلهٔ جمله مختلطی نموده می‌شود که درکروشهٔ معادلهٔ 15.24 قرار دارد. با اینهمه، اگر ژرفای d مربوط به منبع و ژرفای h مربوط به هیدروفون هر دو نسبت به r کوچک باشند امکان دارد ثابت کنیم که

$$\Delta r \approx \frac{2hd}{r} \quad (15.25)$$

در این شرایط $\Delta r/r \ll 1$ است، و هرگاه درمخرج معادلهٔ 15.24 قرار گرفته باشد می‌توان از آن چشمپوشید. وقتی که درون کروش حساب شود، منتهجاً دامنهٔ فشار موجهای ترکیبشده می‌شود

$$P = \frac{A_1}{r} (1 + \mu^2 - 2\mu \cos k\Delta r)^{1/2} \quad (15.26)$$

معادلهٔ بالا نشان می‌دهد که بسته به ارتباط فاز مخصوص بین دو موج، دامنهٔ فشار حاصل ترکیب آنها بین دو مقدار $(1 + \mu)P_1$ و $(1 - \mu)P_1$ تغییر می‌کند، که $P_1 = A_1/r$ دامنهٔ فشار موج تابش تنهاست. آهنجاری تراگیل مربوط به آن که با فرمول $A = 20 \log(P_1/P)$ نموده می‌شود چنین است

$$A = -10 \log (1 + \mu^2 - 2\mu \cos k\Delta r) \quad (15.27)$$

به عنوان مثال مخصوص فرض کنیم $\mu = 1$ باشد. بنابراین معادلهٔ 15.26 ساده می‌شود و به شکل زیر در می‌آید

$$P = 2P_1 \sin \frac{k\Delta r}{2} = 2P_1 \sin \frac{khd}{r} \quad (15.28)$$

آشکار است که دو موج یکدیگر را به حداکثر تقویت می‌کنند اگر

$$\frac{khd}{r} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \text{ etc.}$$

باشد، و یکدیگر را تضعیف می‌کنند اگر رابطهٔ زیر برقرار باشد

$$\frac{khd}{r} = \pi, 2\pi, 3\pi, \text{ etc.}$$

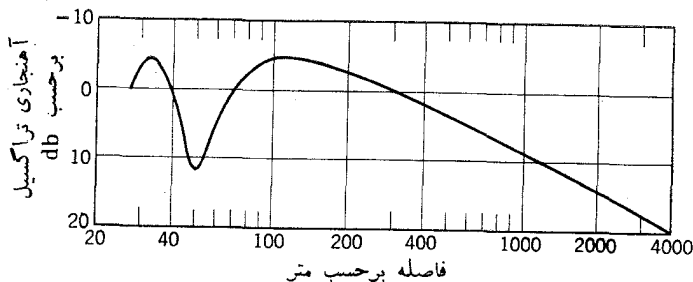
مهمترین موقعیت عملی وقتی پیدا می‌شود که $khd/r \ll 1$ باشد. در این صورت

$$P = \frac{2P_1khd}{r} \quad (15.29)$$

و چون $P_1 = A_1/r$ است، رابطه بالا می‌شود

$$P = \frac{2A_1 khd}{r^2} \quad (15.29a)$$

باید دانست که برای فاصله‌های زیاد r که بتوان فرمول 15.29a را به کار بریم دامنه فشار به جای ضریب $1/r$ بسا ضریب $1/r^2$ کاهش می‌یابد. در نتیجه اتلاف تراگیل با فرمول $40 \log r$ انجام می‌گیرد نه با فرمول $20 \log r$. یعنی هر زمان فاصله دو برابر شود به جای اینکه اتلاف به میزان 6db زیاد شود که ویژه موجهای کروی ساده و اگر است، به میزان 12db افزایش می‌یابد. یادآوری می‌شود که وقتی $\mu = 1$ باشد میدان صوت متعلق به جفت منبع-تصویر که در بالا گفتیم، مشابه است با میدان همال آکوستیکی که در بخش 10.6 درباره‌اش بحث کردیم.



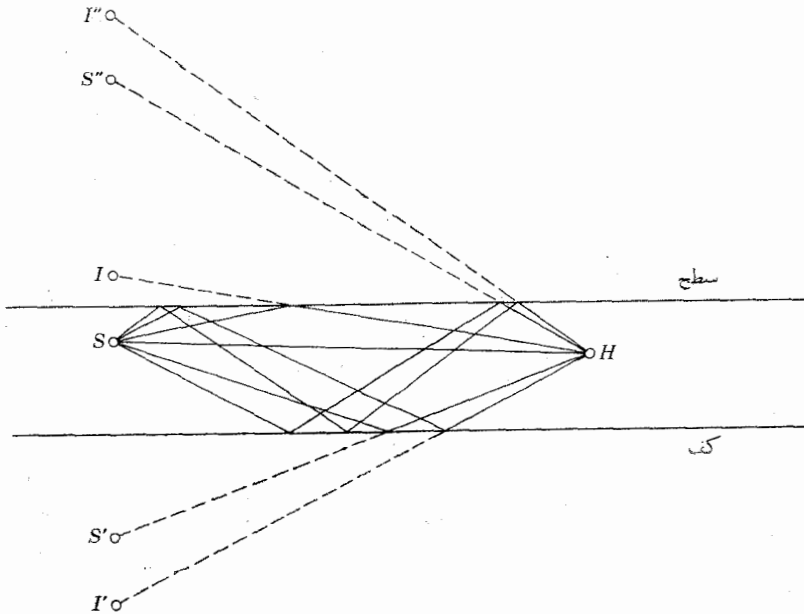
شکل 15.10. مثال آهنجاری تراگیل که زاینده اثر تصویری سطحی است.

شکل 15.10 رسم نتیجه محاسبه مقدارهای آهنجاری تراگیل است که با استفاده از معادله 15.27 با فرضهای زیر به دست آمده: فرکانس 200 سیکل بر ثانیه، ژرفای منبع صوت 10 متر، ژرفای هیدروفون گیرنده 20 متر، و ضریب انعکاس فشار $\mu = 0.8$. وقتی مقدارهای اتلاف تراگیل را بطور آزمایشی در فرکانسهای پایین اندازه‌گیرند مشاهده می‌شود که نتیجه‌های حاصل با نتیجه‌هایی که از راه محاسبه با فرمول 15.27 به دست می‌آیند به خوبی تطبیق می‌کنند. ولی در فرکانسهای بالا، یعنی بالاتر از 5 کیلوسیکل بر ثانیه، بین موجهای مستقیم و موجهای برگشته از سطح آب تداخل کم‌اهمیتی پیدا می‌شود، و گویا اثرهای شکست وجود آن را می‌پوشاند. با اینهمه، حتی در این فرکانسها بدون شك تغییرات تندی را که غالباً در اتلاف تراگیل مشاهده می‌گردد می‌توان به تداخل نسبت داد.

15.7 پدیده‌های مربوط به انعکاس از کف دریا. تأثیر انعکاس از کف دریا بر اتلاف تراگیل قدری پیچیده‌تر از تأثیر انعکاس از سطح است. از جمله کف دریا از لحاظ ماهیت

آکوستیکی و شب بسیار متغیرتر از سطح است. در آب ژرف پرتوهای بازگشته از کف دریا وقتی اهمیت دارند که پرتوهای مستقیم در اثر ترکیب با پرتوهای برگشته از سطح، خنثا شده باشند. یا اینکه پرتوهای مستقیم با شیب تندی بطرف پایین شکسته شده باشند. پرتوهایی که از کف دریا منعکس می‌شوند، بنا بر فرض اتلافی مربوط به انعکاس به مقدار $10 \log \alpha_r$ پیدا می‌کنند. α_r ضریب انعکاس است که در بخش 6.7 در باره آن توضیح داده‌ایم. این ضریب تابع دو عامل است، یکی زاویه‌ای که پرتو تابش با کف دریا دارد و دیگری ماهیت آکوستیکی کف دریا؛ یعنی تابع پاگیری ویژه آکوستیکی آن است. مقادیر نمونه این اتلاف مربوط به انعکاس از 10 تا 20db برای موجهای صوتی که بطور عمودی بر کف می‌تابند و 5db مربوط به وقتی که پرتو تابش تقریباً موازی با کف باشد تغییر می‌کند.

در نتیجه کثرت انعکاسهایی که در سطح و کف دریا اتفاق می‌افتند، پیشبینی خصوصیت‌های انتشار صوت در آب کم‌تر فایده‌آمیز از پیشبینی خصوصیت‌های انتشار صوت در آب ژرف است. یکی از روشهای نظری برای حل این مسئله شامل حلی است که با تصور پرتو صوتی همراه است. در این تصور میدان صوتی درست شده است از تعداد بینهایت زیادی دسته تصویرهای منبع که در سطح و در کف پیدا می‌شوند. شکل 15.11 نموداری است که قسمتی از بینهایت



شکل 15.11. جفتهای همال که زائیده انعکاسهای بی‌دری از سطح و کف آب کم‌تر فایده‌آمیز هستند.

دسته‌های تصویرهای مربوط به منبع S را که نزدیک به سطح است نشان می‌دهد. این منبع S را می‌توان چنین تصور کرد که با اولین تصویری که از انعکاس از سطح پیدا می‌شود، یعنی با

I يك همال آکوستیکی تشکیل داده باشند. این همال پس از آن به شکل S' / I' و S'' / I'' وغيره بواسطه تکرار انعکاس در سطح و درکف تکرار می گردد. در نتیجه، خصوصیتهاي ميدان صوتی منتجه، تقريباً مشابه با خصوصیتهاي جفت منبع-تصوير است که در بخش 15.6 در باره اش بحث کردیم. در فاصلههاي که نسبت به ژرفای آب زیاد باشد و برای طول موجهايی که از این ژرفا بزرگتر باشند، فشار آکوستیکی با ضريب $1/4^2$ کاهش می یابد، فشارهای نزدیک به سطح آب ضعیفند، و چون به سوی کف آب نزدیک شویم ملاحظه می شود که فشارها از یک یا چند ناحیه ماکسیمم فشار عبور می کنند.

راه حل نظری دیگر در مورد انتشار صوت در آب کم ژرفا حل مدهای معمولی نامیده می شود. در این نظریه میدان صوت بوسیله دستهای بینهایت از تابهايی به نام مدهای معمولی تعریف می گردند و هر کدام از این تابها که شرایط مرزی در آن صدق می کند حلی برای معادله موجها به شمار می رود. اگرچه شکل حل معادله موج که در آب کم ژرفا انتشار می یابد از راه حل مدهای معمولی به کلی از راه حل بسا طریقه تصور پرتوهای صوتی متفاوت است، ولی می توان ثابت کرد که هر دو آنها در حقیقت معادل با یکدیگرند. به کمک راه حلی که از طریقه فرض پرتوهای صوتی صورت می گیرد می توان میدان صوتی را تا فاصله دو یا سه برابر ژرفای آب حساب کرد؛ در صورتی که برای ژرفاهای بیشتر آسانتر این است که از طریق حل مدهای معمولی عمل شود. برای کسب اطلاع بیشتر درباره جزئیات حل بوسیله مدهای معمولی به خواننده توصیه می شود که به مدرکهای زیر رجوع کند.¹

15.8 تراز منبع. در سراسر بحثهایمان در باره اتلاف تراگسیل، باید به یاد داشت که این اتلاف از راه اندازه گیری یا محاسبه نسبت به محل مأخذ سنجشی که از مرکز مؤثر منبع صوت يك متر فاصله داشته به دست آمده است. در نتیجه، اگر بخواهیم ترازهای سیگنال واقعی را که در فاصله مشخصی پیدا می شود پیشبینی کنیم لازم است که از تراز فشار صوتی در موقعیت مأخذ سنجش آگاه باشیم. تراز فشار صوتی بر حسب دسی بل نسبت به يك میکروبار در محل مأخذ سنجش را بر حسب تعریف تراز منبع S می نامند. تراز منبع اصولاً تابع دو عامل است یکی باز داده آکوستیکی W که از منبع خارج می شود، و دیگری ضریب راستاوری d . برای منبع موجهای کروی که انتشار آن در همه راستاها باشد، مقدار شدت I بر حسب وات بر متر مربع در فاصله يك متر از مرکز مؤثر منبع در صورتی که باز داده آن W باشد عبارت است از $I = W / 4\pi$. ریشه دوم متوسط مربعات فشار آکوستیکی P بر حسب نیوتن بر متر مربع با رابطه زیر داده می شود

$$p^2 = \frac{\rho_0 c W}{4\pi} = \frac{1.54 \times 10^6 W}{4\pi}$$

1) Officer, *Introduction to the Theory of Sound Transmission*, pp. 117-145, McGraw-Hill Book Co. (1958); Perkins, *Theory of Propagation of Explosive Sound in Shallow Water*, Geol. Soc. Amer., Mem. 27 (1948). 2) source level

که تراز منبع را به مقدار زیر تعیین می‌کند

$$S = 20 \log 10P = 71 + 10 \log W \quad (15.30)$$

مقدار بالا بر حسب دسی بل نسبت به یک میکروبار است. باید در نظر داشت که اگر بخواهیم معادله 15.30 تراز فشار صوتی را نسبت به یک میکروبار بر حسب دسی بل بدهد، که معادل است با 0.1 نیوتن بر متر مربع، لازم است که $10P$ را در این معادله بگذاریم، هر گاه اساساً مقدار P بر حسب نیوتن بر متر مربع داده شده باشد.

وقتی که منبع صوت راستایی باشد، تراز منبع در امتداد محورش با ضریب راستاوری d_f زیاد می‌شود (بخش 7.11)، و البته این در صورتی است که آن را با منبعی بسنجیم که باز داده آکوستیکی آن مساوی با باز داده آکوستیکی منبع «همه راستایی» باشد و باز داده آکوستیکی کلی آن همین اندازه باشد. بنابراین، تراز محوری منبع راستایی چنین است

$$S = 71 + 10 \log W + d_i \quad (15.31)$$

در نوع معمولی از تراصداسی راستایی در دستگاههای سونار به کار می‌روند. یک نوع از آن دارای سطح تابنده‌ای است، یا اینکه عناصر منفرد را بر روی صفحه‌ای منحنی بقسمی از لحاظ فاز نصب کرده‌اند که جمع آنها معادل است با سطح صاف تابنده. اگر ابعاد جانبی صفحه تابنده این گونه تراگذار بزرگتر از طول موج باشد، ضریب راستاوری آن بوسیله معادله 7.61a به صورت زیر داده می‌شود

$$d = 10 \log \frac{4\pi S}{\lambda^2} \quad (15.32)$$

S مساحت صفحه تابنده تراگذار، و λ طول موج تابنده شده است. نوع معمولی دیگر تراگذار دارای صفحه تابنده استوانه‌ای است. این گونه تراگذار تابع استوانه‌ای می‌تاباند که راستایی آن فقط در سطحهایی است که محور استوانه را شامل می‌شوند. ضریب راستاوری تراگذار استوانه‌ای به ارتفاع h و شعاع a از رابطه زیر به دست می‌آید

$$d = 10 \log \frac{2h}{\lambda} \quad (15.33)$$

به شرطی که $h > \lambda$ باشد.

در موقع اندازه‌گیری تراز منبعهای صوتی، بیشتر لازم می‌شود که تراز فشار صوتی را در فاصله بیش از یک متر از مرکز مؤثر منبع اندازه بگیریم. این الزام وقتی پیش می‌آید که منبع صوت به قدری بزرگ باشد که موقعیت محل مأخذ سنجش که به فاصله یک متر از مرکز

مؤثر منبع باید واقع باشد در داخل آن قرار می‌گیرد؛ مثلاً منبع صوتی کسروی به شعاع 2 متر چنین است. دلیل دیگری برای اندازه‌گیری تراز منبع در فاصله بیش از یک متر این است که می‌خواهیم از عملهای مشوش‌کننده‌ای که با میدان نزدیک همراهند و در بخش 7.11 در باره‌شان بحث کردیم دوری شود. با اینهمه، اگر تراز فشار صوتی که بوسیله یک منبع تولید می‌شود در فاصله r از مرکز مؤثر منبع اندازه‌گیری شود می‌توان آن را به تراز منبع تبدیل کرد و برای این کار جمله $20 \log r$ را به حاصل اندازه‌گیری باید اضافه کنیم.

15.9 عاملهای مؤثر بر ترازهای پژواک. وسیله‌ای که برای تعیین فاصله پژواک از هدف

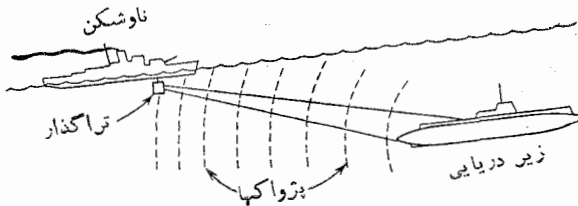
زیرآبی طرح می‌شود (شکل 15.12)، باید بتواند سه عمل اساسی زیر را انجام دهد:

- (1) باید بتواند صوت زیرآبی را با تراز منبع کافی تولید کند تا پژواک نسبتاً ضعیفی که از هدف دور برمی‌خیزد در میان نوفه‌های زمینه قابل تشخیص باشد.
- (2) زمان لازم برای رسیدن تپه صوتی به هدف و برگشت از آن را باید بتواند اندازه‌گیرد و این اندازه‌گیری باید بطریقی تبدیل به فاصله برحسب متر یا یارد گردد.
- (3) راستایی که پژواک از آن برمی‌گردد، یعنی زاویه حامل هدف یا گاهی زاویه هدف را، که زیر افق قرار گرفته، باید با دقت 1° تعیین کند.

تراز فشار صوتی E (نسبت به یک میکروبار) متعلق به پژواک صوتی برگشته از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E = S - H + T - H = S + T - 2H \quad (15.34)$$

S تراز منبع تراگذار تراگسیلنده، T قدرت هدف مربوط به جسمی است که صوت را منعکس می‌کند، و H اتلاف تراگسیل مربوط به یک بار پیمودن مسافت بین تراگسیلنده و هدف است.



شکل 15.12. تعیین فاصله پژواک در زیردریایی.

قدرت هدف جسم منعکس‌کننده از رابطه زیر حساب می‌شود

$$T = 20 \log (P_s/P_i) \quad (15.35)$$

P_i فشار صوتی است که بر هدف می‌تابد، و P_s فشار صوتی است که از هدف به خارج پاشیده می‌شود، و این مقدار باید در فاصله یک متری از مرکز مؤثر صوت پاشیده شده اندازه‌گیری

شود. قدرت هدف برحسب دسی بل بیان می‌شود، و اندازه‌ای را که تراز منبع ظاهری صوت پاشیده شده بوسیله هدف، از تراز فشار صوتی تابش زیادتر است تعیین می‌کند.

قدرت هدف شیء منعکس‌کننده اساساً برحسب اندازه و شکل آن و کسری از انرژی آکوستیکی که تابیده شده است، تعیین می‌گردد. مثلاً ممکن است ثابت کرد که قدرت هدف کره‌ای که کاملاً منعکس‌کننده و به شعاع a باشد، و انرژی صوتی گرفته شده را بطور یکنواخت در همه راستاها منتشر کند از رابطه زیر به دست می‌آید

$$T = 20 \log (a/2) \quad (15.36)$$

این معادله می‌رساند که کره به قطر 2 متر دارای قدرت هدف صفر دسی بل است. چنین هدفی با صفر دسی بل را می‌توان مربوط به هدفی دانست که موجهای صوتی را با تراز منبع مؤثر مساوی با فشار موجهای صوتی تابش پس می‌تاباند. برای کره‌های بزرگتر، تراز منبع تابش آنها زیادتر از تراز صوت تابش خواهد بود، و برعکس.

قدرت هدف شیء نامنظم، مانند زیردریایی را می‌توان مربوط به کیفیت راستای آن نسبت به صوت تابش دانست. برای هر راستای مخصوصی می‌توان فرض کرد هدف دارای مقطع σ مترمربع است که سطح پاشنده مؤثر آن باشد. می‌توان ثابت کرد که قدرت هدف مربوط به آن چنین است

$$T = 10 \log (\sigma/4\pi) \quad (15.37)$$

بستگی قدرت هدف به امتداد صوت تابش بوسیله اندازه‌گیریهای آزمایشی به اثبات رسیده است. مثلاً، قدرتهای هدف زیردریاییهای از نوع ناوگانهای جنگ جهانی دوم اندازه‌گیری شده و نتیجه چنین بوده است: اگر صداهای تابش به جلو این کشتیها برخورد داشته قدرت هدف آن دارای حداقل $10db$ بوده است، برای صوتهایی که به پهلو کشتی می‌رسیده‌اند $25db$ ، و برای صوتهایی که از عقب به آن می‌رسیده‌اند $15db$ بوده است.

به عنوان مثال، تراز پژواک نمونه‌ای که در شرایط زیر از روی هدف برگشته است محاسبه می‌شود. موج برگشته متعلق به انعکاس از یک زیردریایی است که قدرت هدف آن $20db$ و در فاصله $5,000$ متری از تراگذار تراگسیلنده قرار داشته است. فرکانس تراگذار 20 کیلوسیکل بر ثانیه و ضرب راستاوری پرتوها نیز $20db$ بوده است. تراز منبع از طریق محاسبه بوسیله فرمول 15.31 چنین است

$$S = 71 + 10 \log 2000 + 20 = 124 \text{ db}$$

ضرب جذب صوت آب دریا برای 20 کیلوسیکل بر ثانیه، چنانکه از معادله 9.34 حساب می‌شود 0.004 دسی بل بر متر است که چون آن را در معادله 15.7 بگذاریم اتلاف تراگسیل مربوط به یک راه (رفتن یا برگشتن) را به شکل زیر به دست می‌دهد

$$H = 20 \log 5000 + 0.004 \times 5000 + A = 94 + A$$

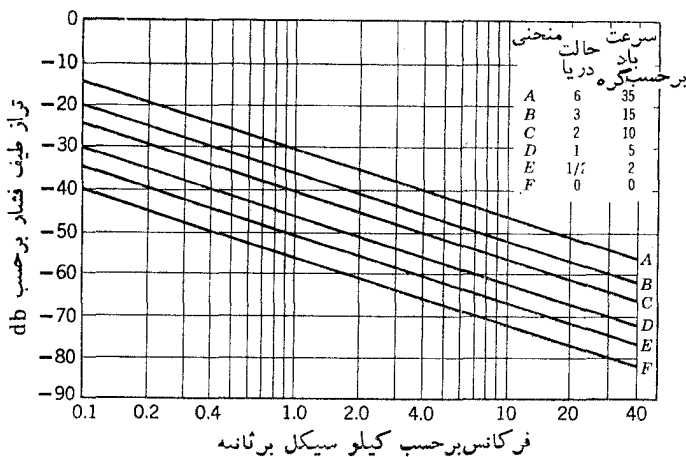
سرانجام، چون مقادارها را در رابطه 3.3 ، 15 بپریم، می شود

$$E = 124 + 20 - 2(94 + A) = -44 - 2A$$

که برای تراز پژواک حاصل گردیده است. نمایان است که حتی اگر اتلاف مربوط به آهنجاری تراگسیل وجود نداشت، یعنی اگر $A = 0$ بود، تراز پژواک برگشته در شرایط مفروض مربوط می شد به فشار صوتی کمتر از 0.01 میکروبار. عاملهایی که بتوانند قابلیت تشخیص این گونه سیگنالهای ضعیف را تقویت کنند در دو بخش زیر بررسی می شوند.

15.10 پوشش با نوفه. دو نوع اساسی نوفه، پژواکهایی را که از هدف زیر آبی برگشته باشند، می پوشانند. نوع اول آنهایی هستند که همیشه در دریا وجود دارند، و حتی زمانی که تراگذار، صوتی نمی فرستد نیز در درون آب هستند. این نوفهها شامل صدای محیط دریا، صداهای ماشینها و پره های کشتیها که به منظور تعیین فاصله بوسیله پژواک به کار افتاده باشند، و صداهای اغتشاش و چرخش آب در نزدیکی تراگذار دستگاه سونار هستند. نوع دوم نوفههایی هستند که از عده زیادی پژواک درست شده اند و این پژواکها در نتیجه اشپای پاشنده کوچکی هستند که در اطراف هدف قرار گرفته اند. این نوع دوم نوفه پوشاننده را به باز آوایش نسبت می دهند، و ما در بخش 15.11 در باره اش بحث خواهیم کرد.

صدای محیط دریا در نتیجه جمع شدن همه نوفههایی است که در داخل اقیانوس پیدا می شوند. با اینهمه، منبع عمده آن در اثر وجود باد و عمل موجها بر سطح آب است. شکل



شکل 15.13. تراز طیف فشار نوفه دریا برای حالت های گوناگون دریا و سرعت های گوناگون باد بر حسب db نسبت به یک میکروبار.

15.13 رسم مقادارهای متوسط تراز طیف فشار نوفه دریا را بر حسب فرکانس در شش حالت

گوناگون دریا و سرعت باد نشان می‌دهد. یادآوری می‌شود، خطهایی که در شکل دیده می‌شوند متوسط آماری اندازه‌گیرها را نشان می‌دهند؛ زیرا انحراف استاندارد هر یک از اندازه‌ها در حدود $5db$ است. جالب این است که می‌بینیم نه باد و نه حالت دریا هیچ یک هیچ اثر مشخصی بر کیفیت توزیع طیف فشار ندارند، زیرا همه این خطها کاهش یکنواخت طیف فشار را بر حسب فرکانس در حدود $5db$ نشان می‌دهند. این رفتار را می‌توان با رابطه زیر نمایش داد

$$N_f = N_1 - 17 \log f \quad (15.38)$$

N_f تراز طیف در فرکانس f کیلوسیکل بر ثانیه، و N_1 تراز طیف در فرکانس یک کیلوسیکل بر ثانیه است. نوفه محیط دریا تا ژرفای چند صد متر به نظر ایزوتروپ می‌آید، یعنی بطور مساوی از همه سو وارد می‌شود و تابع ژرفا هم نیست.

وجود همیشگی نوفه درونی محیط دریا موجب می‌گردد که برای قابل تشخیص بودن پژواکهای سونار محدودیت زیادی موجود باشد. وقتی یک کشتی ژرفایاب که بوسیله پژواک تعیین فاصله می‌کند با سرعت چشمگیری حرکت کند، نوفه خودش معمولاً بزرگتر از نوفه دریاست. این نوفه مربوط به خود کشتی با زیاد شدن سرعت آن زیاد می‌گردد. در مورد ناوشکن اگر سرعت حرکت آن از 15 گره دریایی تجاوز کند، نوفه خود کشتی ممکن است برای هر گره اضافی $2db$ بالا برود. همچنین اثر نوفه مربوط است به محل تراگذار گیرنده، نوع کشتی و امتداد پژواکی که دریافت می‌شود. در معنی، از یک وضع تا وضع دیگر به اندازه‌ای نتیجه‌ها تغییر می‌کنند که نمی‌توان مقادیرهای نمونه‌ای برای آن بیان داشت.

در همه دستگاههای تعیین فاصله بوسیله پژواک، یک تراگذار گیرنده راستایی به کار می‌رود. این تراگذار ممکن است همان تراگذاری باشد که برای فرستادن به کار رفته، یا تراگذار دیگری است که مخصوصاً برای گیرندگی نصب شده است. به علت راستایی بودن تراگذار گیرنده، تراز فشار مؤثر نوفه پوشاننده توسط ضریب راستاوری گیرنده (d_r) کاهش می‌یابد. یک عامل اضافی دیگر بر تراز مؤثر نوفه پوشنده تأثیر می‌گذارد، و آن پهنای نوار W بر حسب سیکل بر ثانیه متعلق به دستگاه گیرنده است. برای اینکه تپه پژواک کوتاه مدت همه ارزش و مقدار خود را حاصل کند و در نتیجه امکان انتقال فرکانس پژواک که بوسیله پدیده دوپلر پیدا می‌شود حاصل گردد، لازم است که پهنای نوار فرکانس محدود باشد. از اینرو تراز مؤثر نوفه پوشنده L_n بر حسب دسی بل چنین خواهد بود

$$L_N = N_f + 10 \log W - d_r \quad (15.39)$$

جمله $10 \log W$ تراز طیف N_f را بر طبق معادله 13.6 به تراز نوار تبدیل می‌کند. برای هر دستگاه آشکارس سونار، خواه سیگنال پژواک شنودنی عرضه شود یا دیدنی، تراز پژواک E که احتمال آشکارس را با تقریب 50 درصد تعیین می‌کند، با تراز مؤثر نوفه L_N توسط معادله زیر ارتباط دارد

$$E = L_N + M_N \quad (15.40)$$

کمیت M_N را تفاضل بازشناسی^۱ دستگاه آشکارساز برای پوشاندن نوفه می نامند. این برحسب دسی بل بیان می شود و بسته به دستگاه آشکارساز، ممکن است مثبت یا منفی باشد. به عنوان مثالی برای به کار بردن معادله 150.40، فرض کنیم دستگاه گیرنده مثالی که در بخش 15.9 زدیم دارای نواری به پهنای 1,000 سیکل بر ثانیه و تفاضل بازشناسی $+3db$ باشد، و دیگر اینکه همین تراگذار کار گیرنده و فرستنده هر دو را انجام دهد، چنانکه $d_r = 20db$ باشد، و نوفه پوشنده^۲ مربوط به حالت دریا با $3db$ نموده شود. در شکل 15.13 مشاهده می گردد که تراز طیف $N_f = -57db$ برای این حالت دریا و فرکانس 20 کیلوسیکل بر ثانیه است. از اینرو

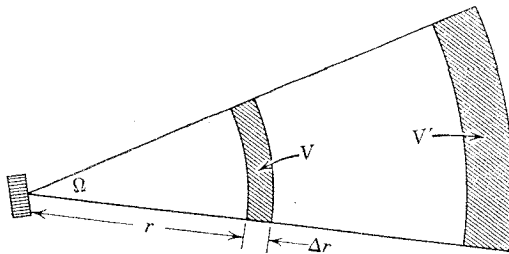
$$L_N + M_N = -57 + 10 \log 1000 - 20 + 3 = -44 \text{ db}$$

وقتی این تراز را مقایسه کنیم با آنچه سابقاً درباره تراز پژواک حساب کرده ایم، یعنی با $(-44 - 2A)$ ، ملاحظه می کنیم که احتمال آشکارساز در صورتی که $A = 0$ باشد در حدود پنجاه درصد است. با اینهمه، اگر $A = 10db$ که عدد بسیار کوچکی برای فاصله 5,000 متری است گرفته شود، نارسایی تراز حقیقی پژواک که برابر $-64db$ است نسبت به تراز پژواک مورد لزوم که $-44db$ است، به اندازه ای زیاد است که احتمال آشکارساز صفر است. معادله هایی را که در این بخش و دو بخش گذشته به دست آوردیم، ممکن است به طریقه های مختلف با هم ترکیب کرد تا بتوان معادله هایی به دست آورد که برای طرح سونار و پیشبینی توانایی آنها سودمند باشد. یکی از این گونه معادله ها را این جور به دست می آوریم که عبارت های E و L_N را از معادله های 15.34 و 15.39 گرفته در معادله 15.40 ببریم و آن را برای اتلاف تراگیسل در دوار (درف و برگشت) یعنی $2H = 40 \log r + 2ar + 2A$ بنویسیم

$$40 \log r + 2ar + 2A = S + T + d_r - N_f - M_N - 10 \log w \quad (15.41)$$

این معادله فرازنده^۲ که برحسب r نوشته شده معادله اساسی تعیین فاصله بوسیله پژواک است و کاربردهای فراوان دارد. مثلاً، تأثیر فاصله آشکارساز را که در نتیجه تغییر هر یک از جمله های سمت راست معادله بالا پیدا می شود می توان حساب کرد. از آنجا که بیشتر جمله هایی که در این معادله قرار دارند تابع فرکانس هستند، می توان منحنی هایی را از طریق محاسبه تعیین کرد که نشان دهنده تابعیت فاصله آشکارساز از فرکانس باشند؛ و بدین طریق بهترین فرکانسها را که متناسب با هر وضع بخصوصی باشد انتخاب کرد.

15.11 پوشش بوسیله بازآوایش. هر زمان تپه کوتاهی از انرژی صوتی در درون اتاق تولید گردد صوت از دیوارها، سقف، و کف اتاق بارها می‌پژواکد. این پدیده که در فصل 14 پیرامونش بحث کردیم بازآوایش نام دارد. وقتی يك تپه صوتی برای تعیین فاصله در اقیانوس تولید می‌گردد پدیده سطحی مشابهی اتفاق می‌افتد که آن را نیز **بازآوایش** می‌نامند. با اینهمه، با وجودیکه اقیانوس سطح و کف دارد، ولی فاقد چهار دیوار اتاق معمولی است، و معادله‌ها و علت‌های بازآوایش زیر آبی هر دو قدری با آنچه در اتاق روی می‌دهد تفاوت دارند. اگر سطح و کف دریا مانند آینه صاف می‌بودند، و اگر منعکس‌کننده‌های داخلی مانند حباب هوا و ماهی یا ناهمگنی‌گرمایی وجود نداشت، هیچ صوتی به‌سوی تراگذار پاشیده نمی‌شد، و هیچ بازآوایشی پدید نمی‌آمد. ولی در کف دریا ناصافی‌فراوانی وجود دارد، بعلاوه هر موج کوچکی در سطح اقیانوس صوت را می‌پاشد، و هر جسمی در اقیانوس تعداد زیادی اجزای پاشنده دارد. اثر ترکیبی پژواک‌هایی که از همه این پاشنده‌ها حاصل می‌گردد تراز بازآوایشی پدید می‌آورد که پژواک اصلی از روی هدف مورد نظر را، مثلاً يك زیر دریایی را، می‌پوشاند.



شکل 15.14. حجم فعال V که در زمان $t = 2r/c$ تولید بازآوایش می‌کند.

به‌عنوان مثالی مشخص، معادله را برای تراز بازآوایشی پیدا می‌کنیم که بر اثر پاشند از طرف عده زیادی پاشنده‌های کوچک که بطور یکنواخت در درون اقیانوس متفرق گشته‌اند حاصل می‌گردد. بعلاوه، فرض کنیم که تراگذار فرستنده تپه کوتاهی از انرژی را در زمان Δt ثانیه تولید می‌کند، و اینکه انرژی صوتی بطور یکنواخت در تابه‌ای که زاویه فضایی Ω استرادیان را پوشانیده است تابانیده می‌شود و هیچ‌گونه انرژی در خارج از این تابه تابیده یا اخذ نمی‌گردد. این تپه قطاری از موج به‌طول $\Delta r' = c\Delta t$ تولید می‌کند. در هر زمان t قسمت پاشیده نشده باقیمانده از انرژی صوتی تابیده شده در پوسته کروی به شعاع $r' = ct$ و کلفتی $\Delta r'$ می‌ماند. این پوسته که بوسیله امتداد تابه صوتی قطع می‌گردد در شکل 15.14 با حرف V' نموده شده است. اینک فرض کنیم که همان تراگذار برای هر دو مقصود فرستادن و گرفتن به کار رود. چون موج‌های برگشته که در فاصله زمانی t تولید بازآوایش می‌کنند در این زمان بطرف پاشنده رفته و برگشته‌اند، لازم است که انعکاس آنها از روی پاشنده واقع در پوسته به شعاع $r = ct/2$ و کلفتی $\Delta r = c\Delta t/2$ باشد. این قسمت در شکل 15.14 با حجم V نموده شده

است. حجم V را حجم فعال می‌نامند، و مقدار آن از معادلهٔ زیر به دست می‌آید.

$$V = \Omega r^2 \Delta r \quad (15.42)$$

بار دیگر فرض کنیم که: (1) تعداد متوسط پاشنده‌ها در واحد حجم n است؛ (2) هر پاشنده که در عمل وارد شود صوت را با مقطع σ که سطح هدف نامیده می‌شود قطع می‌کند؛ (3) صوتی که بوسیلهٔ یک پاشنده قطع شده است دوباره بطور یکنواخت در همه سو منتشر می‌گردد. با این فرضها ممکن است ثابت کرد صوتی که دارای خاصیت بازآوایش است و از روی مانعی در زمان t پس از ارسال به سمت تراگذار پاشیده شده است، بطور متوسط دارای همان تراز فشاری است که از روی یک هدف با قدرت هدف زیر بر خاسته باشد

$$T_R = 10 \log \frac{n\sigma V}{4\pi} = 10 \log \frac{n\sigma r^2 \Delta r \Omega}{4\pi} \quad (15.43)$$

بنابراین تراز فشار صوتی L_R (مأخذ سنجش 1 میکروبار) از بازآوایشهای برگشته بوسیلهٔ معادلهٔ مشابه با معادلهٔ 15.34 به شکل زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned} L_R &= S + T_R - 2H \\ &= S + 10 \log n\sigma + 10 \log \Delta r + 10 \log \frac{\Omega}{4\pi} + 20 \log r - 2H \\ &= S + 10 \log n\sigma + 10 \log \frac{c \Delta t}{2} - d_r - 20 \log r - 2a_r - 2A' \quad (15.44) \end{aligned}$$

به جای جملهٔ $10 \log (\Omega/4\pi)$ در معادلهٔ بالا $-d_r$ ، که ضریب راستاوری تراگذارگیرنده است گذاشته شده و A' آنجاری تراگیل بازآوایشهاست. باید متوجه بود که آنجاری تراگیل A' که توأم با بازآوایش است، و در اثر کثرت عدهٔ پاشنده‌هایی که در فاصلهٔ r قرار دارند پیدا می‌شود با آنجاری A که مربوط به یک هدف واقع در فاصلهٔ r است کاملاً تفاوت دارد.

نتیجه‌های مهم متعددی ممکن است از معادلهٔ 15.44 به دست آورد که مهمترین آنها عبارتند از:

(1) تراز بازآوایش L_R با زیاد شدن تراز منبع مستقیماً زیاد می‌شود. از آنجاکه تراز پژواک E نیز با زیاد شدن S مستقیماً افزایش می‌یابد، بنابراین تفاضل $E - L_R$ تابع S نیست. پس هر وقت بازآوایش پژواک را ببوشاند باز یاد کردن باز دادهٔ آکوستیکی تراگذار، درگیرندگی دستگاه بهبودی حاصل نمی‌گردد.

(2) تراز بازآوایش با زیاد شدن زمان تپهٔ Δt زیاد می‌شود، و از اینرو تفاضل $E - L_R$ ممکن است با کم شدن Δt زیاد شود، و در نتیجه قدرت آشکارساز پژواک زیاد می‌گردد،

بشرطی که تنزل Δt درجه آشکارشدن پژواک را در نتیجهٔ عاملهای دیگر پایین نیاورد.
 (3) کاهش تراز بازآوایش بازآوردن فاصله بوسیلهٔ جملهٔ $(20 \log r + 2ar + 2A')$ -
 داده شده است. این مقدار کمتر از مقدار مربوط به تراز پژواک است که با جملهٔ
 $(40 \log r + 2ar + 2A)$ - داده می‌شود. بنابراین اگر بازآوایش، پژواک وارد از فاصله
 r را بپوشاند هرچه فاصلهٔ هدف زیادتر شود عمل پوشش بیشتر می‌گردد.
 (4) تراز بازآوایش بوسیلهٔ یکی از این دو عامل زیاد می‌شود، یکی عدهٔ پاشنده‌ها
 در واحد حجم و دیگری متوسط مقطع آنها. نمونهٔ عددی حاصل ضرب $m\sigma$ از مقدار 10^{-6}
 تا $10^{-7} m^{-1}$ تغییر می‌کند، و این مطلب می‌رساند که پاشنده‌ها، هم از لحاظ وسعت کوچک
 هستند و هم در داخل اقیانوس زیاد از یکدیگر متفرق می‌باشند.
 به‌عنوان مثالی برای استفاده از معادلهٔ 15.44، تراز بازآوایش را برای تراگذاری
 که در بخش 15.9 درباره‌اش بحث کردیم محاسبه می‌کنیم، در حالی که زمان تپه 0.1 ثانیه
 و $m\sigma = 10^{-6} m^{-1}$ باشد

$$L_R = 124 + 10 \log 10^{-6} + 10 \log \frac{1500 \times 0.1}{2} - 20 \\ - 20 \log 5000 - 2 \times 0.004 \times 5000 - 2A' \\ = -51 - 2A'$$

به‌همان ترتیبی که دربارهٔ نوفهٔ پوشنده عمل کردیم، برای اینکه تراز پژواک 50 درصد
 احتمال آشکارشدن داشته باشد باید با تراز بازآوایش بوسیلهٔ رابطهٔ زیر مربوط شود

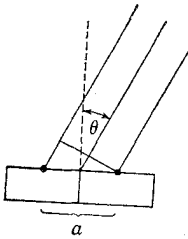
$$E = L_R + M_R \quad (15.45)$$

M_R تفاضل بازشناسش دستگاه آشکارش برای پوشاندن بازآوایش است، و معمولاً با M_N که
 مربوط به نوفهٔ پوشاننده است فرق دارد. مقدار عددی M_R ممکن است اندازه‌های مثبتی بگیرد
 و این در موقعی است که تراز بازآوایش با دامنهٔ زیادی کم و زیاد شود، یا اینکه مقادیرهای
 منفی بگیرد و آن مربوط به حالتی است که سرعت حرکت هدف در آب به اندازه‌ای زیاد
 است که اختلاف چشمگیری بین تغییر فرکانس در اثر پدیدهٔ دوپلر و تغییر فرکانس در اثر
 بازآوایش تولید می‌کند. اگر در این حالت مقدار $(44 + 2A)$ - را به جای E در معادلهٔ
 15.45 بگذاریم همچنین به جای L_R مقدار $(51 + 2A')$ - را در آن معادله ببریم، تفاضل
 بازشناسش لازم دستگاه آشکارش برای احتمال آشکارش 50 درصد چنین خواهد بود

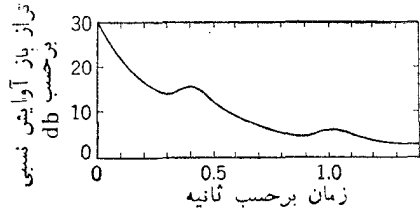
$$M_R = 7 + 2(A' - A) db$$

با یک تغییر جزئی نظریهٔ مربوط به بازآوایش حجمی را که در بالا بیان کردیم می‌توان
 در مورد پاشنده که در سطح یا در کف دریا روی می‌دهد به کار برد. اما اختلاف اول در این
 است که ما با انعکاسهایی سروکار داریم که از سطح فعال S برمی‌خیزند نه از حجم فعال V .
 سطح S سطحی است که از تقاطع حجم V با سطح یا کف دریا پیدا می‌شود. اختلاف دوم بین

دو نوع بازآوایش از این حقیقت سرچشمه می‌گیرد که تا حجم V قبلاً سطح یا کف دریا را قطع نکند سطح S وجود پیدا نمی‌کند.



شکل 15.16. استفاده از تراگذار برش داده‌شده برای تعیین راستا.



شکل 15.15. تباهی بازآوایش در آب زرف.

شکل 15.15 نمونه منحنی تباهی بازآوایش است و این با آنچه در باره تراگذاری که در ژرفای 10 متری از آب قرار گرفته مشاهده می‌شود مطابقت دارد. پس از گذشتن زمان تقریبی 0.3 ثانیه، بازآوایشهای اولیه که تراز نسبتاً بالایی دارند و از طریق پخش حجمی پیدا شده‌اند بوسیله بازآوایشهای متعلق به سطح تکمیل می‌گردند و تقریباً پس از گذشت یک ثانیه از شروع تپه، دومین ازدیاد بازآوایش در اثر پاشند از کف دریا ظاهر می‌گردد. اگر منبعی را به کار بریم که راستاوری آن بسیار قوی باشد، و تابه آن را بطور افقی درون آب روانه سازیم، حجم فعال تابه، نه سطح و نه کف دریا هیچ یک را قطع نمی‌کند، مگر اینکه زمان نسبتاً زیادی بگذرد، و بعلاوه بازآوایشهای مکمل مربوط به سطح یا کف دریا از آنچه در شکل 15.15 نموده شده ضعیف‌ترند. برعکس، اگر آب کم‌ژرفا باشد تراز بازآوایشهای مربوط به سطح و کف دریا از تراز بازآوایش حجمی بالاتر است.

15.12 پارامترهای دیگری که در سونارهایی که با پژواک‌کاری کنند دارای اهمیت هستند. چنانکه تاکنون یادآور شده‌ایم، فاصله زمانی t بین تراگسیل تپه و گرفتن پژواک آن از دو $t/2$ تشکیل شده که هر یک برابر است با زمان رفت یا برگشت. بنابراین فاصله خواهد بود

$$r = \frac{ct}{2} = 750t \text{ m} \quad (15.46)$$

توانایی جدا کردن دو پژواک متعلق به دو هدف مختلف واقع در یک فاصله تابع فاصله زمانی Δt است که در آن تپه در حال ارتعاش بوده است. پژواکهایی را که از دو هدف نامبرده می‌رسند می‌توان از هم جدا کرد بشرطی که اختلاف فاصله آنها بزرگتر از Δr باشد

$$\Delta r = \frac{c \Delta t}{2} = 750 \Delta t \text{ m} \quad (15.47)$$

دو روش اصلی موجودند که می‌توان به کمک آنها امتداد هدفی را که پژواک آن بوسیله دستگاه گرفته شده تعیین کرد. ساده‌ترین آنها این است که تابع صوتی را در راستایی بفرستیم که پژواک آن قویتر است. از آنجا که تراگذار برای موجهایی که می‌فرستد و موجهایی که می‌گیرد دارای خاصیت راستایی است، بنابراین اگر محور تراگذار از مرکز هدف بگذرد تراز پژواک ماکسیمم خواهد بود. اگر از تراگذار برش داده استفاده شود روش پیچیده ولی فوق‌العاده دقیقتری می‌توان به کار برد. در این تراگذار سطح آن در امتداد خط قائم به دو قسمت مساوی تقسیم گردیده است، هر دو قسمت در موقع فرستادن تپه همزمان اند. هنگام گرفتن سیگنالها هر قسمت عمل جداگانه‌ای انجام می‌دهد، و ارتباط بین فاز دو سیگنال گرفته شده بوسیله آنها را می‌توان بطور متناسبی به کمک شبکه‌های الکتریکی با هم مقایسه کرد. اگر پژواک دارای راستایی است که در سمت راست محور مرکزی تراگذار زاویه θ را می‌سازد، مانند آنچه در شکل 15.16 نموده شده، سیگنالی که در سمت راست گرفته شده نسبت به سیگنالی که در سمت چپ گرفته شده به اندازه زیر تقدم دارد

$$\Delta\phi = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta \text{ radians} \quad (15.48)$$

a فاصله بین دو مرکز مؤثر دو نیمه سطح تراگذار و λ طول موج صوت در آب است. در تراگذار به شکل مربع مستطیل، a نصف پهناست. در تراگذار دایره‌ای a قدری کمتر از شعاع است. امتداد هدف را می‌توان با دقت زیاد بدین سان تعیین کرد که تراگذار را بچرخانیم تا زاویه $\Delta\phi$ برابر با صفر شود. بعلاوه، جهت اختلاف فاز که در بودن هدف را از محور نشان می‌دهد، یعنی تقدم یا تأخیر فاز موجود در قسمت سمت راست برای متصدی دستگاه، هدایت‌کننده خوبی است، و از اینرو او می‌تواند آنقدر تراگذار را در جهت لازم بچرخاند تا تابع صوتی را بر هدف متمرکز سازد. استعمال تراگذار برش داده شده برای تعیین راستای صوت زیر آبی، شبیه به کاربردن دو گوش برای تعیین راستای صوت در هواست. برای هر مقدار از θ که باشد، هر چه طول موج کوتاهتر شود $\Delta\phi$ بیشتر خواهد بود. بنابراین هر اندازه فرکانس تپه بالاتر باشد تعیین راستای هدف با دقت بیشتری نسبت به فرکانسهای پایین ممکن می‌گردد.

فرکانسهایی که معمولاً در تعیین فاصله بوسیله پژواک به کار می‌روند به اندازه‌ای بالا هستند که یا در بیرون فاصله شنوایی قرار دارند یا دست کم به اندازه‌ای بالا هستند که فرکانسهای نزدیک و بالاتر از 1,000 سیکل بر ثانیه را دارا می‌باشند، زیرا در نزدیکی فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه حس شنوایی ما تمیز تر است. وقتی پژواکها را بوسیله‌ای قابل رؤیت سازیم، مثلاً بوسیله روشن‌تر کردن نقطه نورانی یا به کمک جابجایی آن در روی صفحه اوسیلوگراف کاتودی، یا بوسیله‌ای دیگر آنها را مطالعه کنیم ملاحظه می‌کنیم که سیگنال مشاهده شده پوششی از پژواکهای با فرکانس زیاد است، که فرکانس آن مفهومی ندارد. برعکس وقتی بخواهیم پژواکها را از طریق شنیدنی مشاهده کنیم فرکانس پژواک را بوسیله نژس با نوسانگر محلی پایین می‌آوریم تا در فاصله شنوایی مطلوب، مثلاً در 800 سیکل بر ثانیه قرار گیرد.

بطور کلی فرکانس پژواک برگشته همانند فرکانس تأییده شده توسط تراگذار نیست. این تغییر در نتیجه پدیده مشهور **دوپلر** است، و این اثر وقتی نمایان می شود که هدف یا تراگذار هر کدام یا هر دو نسبت به آب حرکت کنند. خواننده می تواند ثابت کند که فرکانس دوپلر f_d که به سوی تراگذار باز می گردد تقریباً با معادله زیر داده می شود

$$f_d = f_0 \left[1 + \frac{2(v_s \cos \theta_s - v_t \cos \theta_t)}{c} \right] \quad (15.49)$$

v_s سرعت منبع صوت نسبت به آب، و v_t سرعت هدف نسبت به آب است. در این معادله θ_s و θ_t زاویه هایی هستند که بین امتداد سرعت های مربوط و شعاع حامل منبع - هدف قرار دارند، و f_0 فرکانس راننده است که به تراگذار داده شده. وقتی سرعت منبع معلوم باشد اطلاع در باره سرعت هدف را می توان بوسیله فرکانس پژواک برگشته تعیین کرد. باید در نظر داشت که در موقع تولید زنش با ارتعاش های فراصوتی برای رسیدن به فرکانس 800 سیکل بر ثانیه اختلاف فرکانس بین موج فرستاده شده و موج گرفته شده تغییر نمی کند، و در نتیجه نسبت فرکانسها اصولاً تغییر می کند. این مطلب سبب می گردد که اثر دوپلر بطور فوق العاده ای زیاد گردد، و در نتیجه تشخیص حرکت هدف آسانتر شود.

15.13 خصوصیت های اصلی سونارهای گوش دهنده غیر فعال. استفاده از روش گوش-

دادن غیر فعال برای کشف زیر دریایی های دشمن و تعیین محل آنها از چندین جهت از روش تعیین فاصله بوسیله پژواک متفاوت است. در روشی که در آن پژواک به کار می رود کشتی جوینده از روی عمده سیگنال های صوتی را پیوسته درون آب می فرستد به امید اینکه این پرتوهای صوتی به هدفی برخوردند و انرژی برگشته کافی باشد تا بتوان بدین وسیله محل هدف را تعیین کرد. سرچشمه اصلی در این حالت کشتی جوینده ای است که پرتوهای صوتی را می فرستد، و هدف در حکم سرچشمه ثانوی است. بنابراین اتلاف تراگسیل، مربوط به روش دوراهی است (راه رفت و برگشت). در صورتی که در روش گوش دادن تنها، سرچشمه عبارت خواهد بود از سیگنالها و صداهایی که مستقیماً بدون اراده از کشتی ای که تعیین محل آن مورد نظر ماست برمی خیزند. بنابراین اتلاف تراگسیل انرژی توأم با آن مربوط به یک راه است. تصور موضوع اخیر می رساند که اتلاف تراگسیل در حالتی که فقط مربوط به گوش دادن باشد بسیار کمتر است و از اینرو امکان کشف هدف از فاصله دورتر بوسیله روش گوش دادن بیشتر از کشف هدف بوسیله تعیین فاصله به کمک پژواک است؛ به شرطی که باز داده صوتی هدف نسبت به باز داده استانده تراگذاری که در روش پژواک به کار می رود کمتر نباشد. باز داده صوتی زیر دریاییها و کشتیهای روی آبی که با سرعت معمولی در حرکت باشند معمولاً به مقداری است که می توان بوسیله سونار دستگاه گوش دهنده وجود آنها را در فاصله بیش از فاصله ای که با روش پژواک تعیین می گردد تشخیص داد. اما تعیین محل بوسیله پژواک فاصله و شعاع حامل را بطور دقیقتر معلوم می سازد؛ در صورتیکه سونارهای گوش دهنده در وضع عادی فقط شعاع حامل یا راستای

هدف را تعیین می‌کنند.

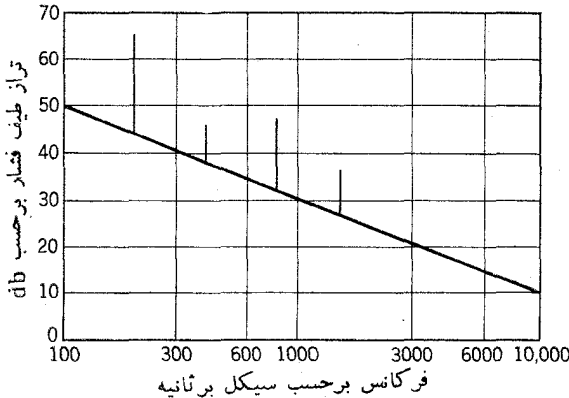
روش گوش‌دادن معمولاً در زیردریاییها به کار می‌رود. کشتی روی آبی از زیردریایی نوقفه بسیار زیادتری تولید می‌کند، و این نوقفه با صداهایی که برای آشکارسدن سایر کشتیها به کار می‌رود آمیخته می‌گردد. ولی زیردریاییها که نسبتاً بی سروصدا و آرامند، قادرند به آسانی حضور کشتیهای روی آب را بدون آنکه خودشان آشکاریده شوند آشکارند. روش گوش‌دادن نیز نقش بسیار مهمی در آشکارسش زیردریاییها بوسیله ایستگاههای ساحلی و بندری دارد. این روش برای آشکارسدن وجود زیردریایی بوسیله شناور صوتی رادیودار نیز استعمال می‌شود. دستگاه اخیر که از هواپیما به سطح دریا انداخته می‌شود عبارت است از یک هیدروفون گوش‌دهنده و یک دستگاه رادیو که صداهای گرفته‌شده را برای هواپیما می‌فرستد.

عاملهای فیزیکی که در کار گوش‌دادن دخالت دارند اصولاً همانهایی هستند که در روش تعیین فاصله بوسیله پژواک سهیم بودند. کشتی هدف مانند سرچشمه صوت عمل می‌کند، و صداهای آن باید از آب عبور کرده به دستگاه شامل هیدروفون گیرنده برسد و این دستگاه در میان نوقفه‌های زمینه آن صدا را آشکارد. توانایی آشکارسدن سیگنالها و صداهای رسیده مر بوط به عاملهای زیر است:

1. ماهیت سیگنال صوتی که از سرچشمه برخاسته است.
2. مقدار اتلاف تراگسیل مر بوط به یک راه که بین فرستنده و گیرنده در داخل آب روی می‌دهد.
3. ماهیت نوقفه پوشاننده.
4. ضریب راستاوری دستگاه هیدروفون گیرنده.
5. تفاضل بازشناسش و پهنای نوار دستگاه آشکارسش.

15.14 باز داده آکوستیکی کشتیها. باز داده صوتی کشتیها اصولاً از دو منبع سرچشمه می‌گیرد. یکی را نوقفه تخلیه می‌نامند، که در اثر حرکت پره‌های کشتی ایجاد می‌شود، و دیگری نوقفه مر بوط به ماشینهاست. بطور کلی این صدا دارای طیف پیوسته است که تراز آن با زیاد شدن فرکانس پایین می‌آید و در این طیف صوتی خطهای قوی هر کدام از ماشینهای مؤلفه همراه است. خط مر بوط به دستگاه عمده‌ای که سبب حرکت به جلو می‌شود معمولاً در میان قویترین این خطها از همه برجسته‌تر است. نوقفه تخلیه وقتی ایجاد می‌شود که پرها طوری با سرعت بچرخند که در مجاورت تیغه‌ها تقلیل فشاری که بر طبق قانون برنولی حادث می‌گردد سبب شود حبابهای هوا و بخار آب تشکیل شود. وقتی از مجاورت خیلی نزدیک به پرها دور شویم فشار آب به حال عادی هیدروستاتیک خود باز می‌گردد و این سبب می‌شود که حبابها بترکند و طیفی پیوسته از صوتی شبیه بصدای سرخ‌کردن در روغن پدید آید. وقتی محور حرکت به کندی بچرخد نوقفه تخلیه وجود ندارد. با اینهمه، وقتی سرعت محور

طوری باشد که تولید تخلیه و حباب شود، تراز نوفه آن معمولاً نسبت به تراز فشار کلی سداهای دیگری که بوسیله کشتی تولید می‌شوند بالاتر است. چون شروع تخلیه بوسیله پرها با زیاد شدن فشار استاتیک به تأخیر می‌افتد، زیردریایی‌هایی که زیر آب قرار دارند ممکن است در حینی که سرعت خود را زیاد می‌کنند به کمک زیاد کردن ژرفای خود در آب از آغاز شدن نوفه تخلیه جلوگیری کنند.



شکل 15.17. باز داده آکوستیکی ایده‌آلی برای زیردریایی با سرعت متوسط بر حسب دسی بل نسبت به یک میکروبار.

شکل 15.17 رسم طیف ایده‌آلی باز داده آکوستیکی یک زیردریایی است که زیر آب قرار گرفته. مقدارهایی که از آن حاصل می‌شوند مربوط به ترازهای طیف منبع هستند، و این مقادارها در فاصله یک متری از مرکز مؤثر سرچشمه صوت اندازه‌گیری شده‌اند. باید در نظر داشت که بر خط مستقیمی که نماینده طیف پیوسته است خا‌ر‌هایی قرار دارند که مربوط به تراز فشار بالاتری است که به فرکانس مخصوص هر یک از ماشینها تعلق دارد. باز داده آکوستیکی انواع دیگر کشتیها معمولاً خیلی بالاتر است از آنچه در شکل 15.17 برای زیردریایی رسم شده می‌باشد. مثلاً، طیف مربوط به ناوشکن دست کم به اندازه 10db بالاتر است، و طیف ناوهای هواپیمابر 25db بالاتر است.

ترازهای طیفی نموده شده در شکل 15.17 نسبت به یک میکروبار بر حسب db هستند. غالباً باز داده نوفه کشتیها بر حسب دسی بل نسبت به 0.0002 میکروبار اندازه‌گیری و رسم می‌شود، و این سبب می‌گردد که تراز فشار را به اندازه 74db بالاتر از آنچه در شکل 15.17 نموده شود بنماید. با اینهمه، برای اینکه تراز فشاری به کار بریم که در فصل گذشته در باره سیستم تعیین فاصله بوسیله پژواک به کار برده‌ایم باز داده فشار آکوستیکی کشتیها را بر حسب دسی بل نسبت به یک میکروبار اختیار کردیم.

باز داده آکوستیکی کشتی بطریقی که در شکل 15.17 نموده شده دو نوع سیگنال اساسی در فاصله r از کشتی ایجاد می‌کند. یکی از آنها شامل مؤلفه‌های فرکانسهای فردی است که دارای تراز فشار صوتی L_S (نسبت به یک میکروبار) هستند، و بوسیله معادله زیر داده می‌شود

$$L_S = S - H \quad (15.50)$$

S تراز سرچشمه مربوط به هر یک از خارهای فردی که در شکل 15.17 نشان داده شده و H مربوط به اتلاف تراکسیل در پیمایش یک راه بین سرچشمه و گیرنده است. سیگنالهای دیگر از نوارهای فشار L_w تشکیل شده‌اند که با معادله زیر داده می‌شود

$$L_w = S_f + 10 \log w - H \quad (15.51)$$

S_f تراز سرچشمه در فرکانس مرکزی f طیف پیوسته‌ای به پهنای نوار W است.

15.15 پیشبینی فاصله‌های آشکارش گیرنده‌های غیرفعال. دو نوع نوفه اساسی آشکارش سیگنالهایی را که بوسیله معادله‌های 15.50 و 15.51 داده شده‌اند می‌پوشانند. یکی از آنها نوفه مربوط به خودکشتی گوش‌دهنده است. از آنجاکه اثر این صدا تابع عاملهای خصوصی از قبیل نوع مخصوص کشتی، جای قرار گرفتن هیدروفون گیرنده بر روی آن، سرعت کشتی و غیره است بحث کلی در این باره امکان پذیر نیست. با اینهمه، چنانکه درباره سونارهای فعال دیدیم نوفه محیط دریا خاصیت آشکارش سونارهای غیرفعال را نیز محدود می‌سازد. تراز مؤثر این نوفه پوشنده، یعنی L_N بوسیله معادله 15.39 که سابقاً در بخش 15.10 دیدیم داده شده است. همچنین برای 50 درصد احتمال آشکارش لازم است تراز سیگنالهای L_S و L_w بر تیب در معادله‌های زیر صدق کنند

$$L_S = L_N + M_N \quad (15.52)$$

و

$$L_w = L_N + M_N \quad (15.52a)$$

M_N تفاضل بازشناسش دستگاه آشکارش برای نوفه پوشاننده است. وقتی جمله‌های متناسبی را به جای جمله‌های معادله 15.52 بگذاریم، می‌شود

$$20 \log r + ar + A = S + d_r - N_f - M_N - 10 \log w \quad (15.53)$$

معادله بالا برای محاسبه فاصله آشکارش یکی از خطهای مؤلفه تراز منبع S در باز داده آکوستیکی کشتی هدف به کار می‌رود. به شیوه‌ای مشابه، معادله فاصله آشکارش مربوط به تراز طیف پیوسته باز داده S_f می‌شود

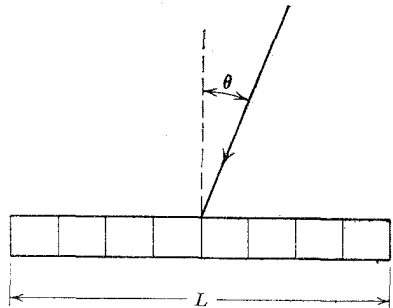
$$\cdot 20 \log r + ar + A = S_f + d_r - N_f - M_N \quad (15.54)$$

M_N برای دستگاههای آشکارش از نوع بصری ممکن است مثبت یا منفی باشد، و پهنای نوار W ممکن است از یک سیکل برثانه به تا 1,000 سیکل برثانه تغییر کند. در دستگاههای آشکارش سمعی، متصدی دستگاه مستقیماً به صدای تجدید و تقویت شده‌ای که بوسیله هیدروفون گرفته شده گوش می‌دهد، و در نتیجه $M_N = 0$ است، و W عبارت می‌شود از پهنای نوار بحرانی متعلق به گوش انسان که در شکل 13.17 نمایش داده شده است. وقتی مؤلفه‌های خطی با فرکانس پایین مربوط به ماشین را بوسیله معادله 15.53 حساب کنیم تغییرات کوچکی که در مقدار ar و d_r بمناسبت تغییر فرکانس پیدا می‌شود نسبتاً مهم نیستند. از اینرو، معمولاً بزرگترین فاصله آشکارش در فرکانسی حاصل می‌شود که برای آن $(S - N_f)$ دارای مقدار حداکثر باشد. برعکس، وقتی فاصله آشکارش گیرنده غیرفعال مربوط به تخلیه یا متعلق به طیف پیوسته نوقه دیگری محاسبه می‌شود اختلاف $(S_f - N_f)$ که در معادله 15.54 قرار دارد تقریباً همیشه مستقل از فرکانس است، و از اینرو حداکثر فاصله در فرکانسی به دست می‌آید که تفاضل $(d_r - ar)$ را به حداکثر برساند.

15.16 گیرنده‌های غیرفعال دستگاه هیدروفون. هر دو معادله 15.53 و 15.54

نشان می‌دهند که اگر ضریب راستاوری دستگاه گیرنده یعنی d_r زیاد شود و تمام عاملهای دیگر ثابت بمانند، فاصله آشکارش نیز زیاد می‌شود. هیدروفون خطی ساده‌ای که در شکل 15.18 نشان داده شده به عنوان هیدروفون گیرنده دستگاههای سونار غیرفعال به مقدار زیادی استعمال شده است. این گونه هیدروفونها معمولاً از یک عده سرامیکهای استوانه‌ای یا عنصرهای مغناطوسنتزکننده به این طریق ساخته شده‌اند که آنها را در امتداد یک خط پهلوی هم نصب می‌کنند و باز داده الکتریکی آنها نسبت بهم بطور سری قرار گرفته است. وقتی موجهای صوتی بر این گونه هیدروفون خطی به طول L طوری تابانیده شوند که راستای تابش با سطح عمودی که بر مرکز هیدروفون گذشته زاویه θ بسازد، ولتاژ E_θ که در آن تولید می‌شود از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E_\theta = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta} \quad (15.55)$$



شکل 15.18. هیدروفون ساخته شده از تکه‌های استوانه شکل که در طول یک خط مستقیم به هم متصل گشته‌اند.

E_0 ولتاژ مربوط به $\theta = 0$ است، و λ طول موج دریاقت شده بوسیله هیدروفون است. وقتی

$L \ll \lambda$ باشد، مسلماً برای تمام زاویه‌های تابش θ مقدار $E_\theta \approx E_0$ خواهد بود، و در نتیجه الگوی گیرندگی هیدروفون برای همهٔ راستاهای یکسان است و $d_r \approx 0$ می‌شود. برعکس وقتی $L > \lambda$ باشد ضریب راستاوری گیرندگی d_r با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$d_r = 10 \log \frac{2L}{\lambda} \quad (15.56)$$

معادلهٔ 15.56 نشان می‌دهد برای اینکه ضریب راستاوی گیرندگی در فرکانسهای پایین زیاد باشد، و در نتیجه فاصلهٔ آشکارس افزوده گردد، لازم است که L نسبت به طول موج بزرگ باشد. در حقیقت در هیدروفون خطی عملاً طول L از دو متر تجاوز نمی‌کند. با اینهمه، دستگاه گیرنده‌ای می‌توان ساخت که معادل این هیدروفونهای خطی طویل باشد. چنین دستگاهی، که آرایش خطی^۱ نام دارد، از تعداد زیادی هیدروفونهای کوچک همه راستایی که به فاصله‌های مساوی از هم قرار دارند ساخته شده است؛ چنانکه در شکل 15.19 دیده می‌شود. اگر باز داده‌های n عدد از این گونه هیدروفونها، که به فاصلهٔ a از یکدیگر قرار دارند، بطور سری بهم متصل شوند، ولتاژ E_θ که در اثر پرتوهای صوتی تابیده شده با زاویهٔ θ تولید می‌گردد خواهد بود

$$E_\theta = E_0 \frac{\sin \left(\frac{n\pi a}{\lambda} \sin \theta \right)}{n \sin \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \right)} \quad (15.57)$$

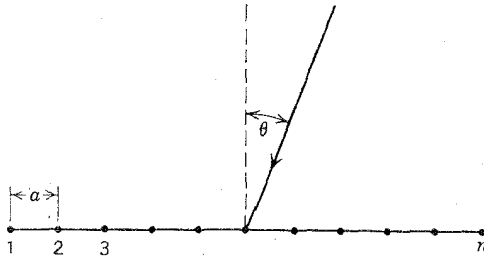
E_0 ولتاژ تولیدشده به ازای $\theta = 0$ است. این موضوع را به عنوان تمرین به خواننده وامی‌گذاریم تا ثابت کند اگر $a < \lambda/4$ باشد الگوی راستاوری که بوسیلهٔ معادلهٔ 15.57 داده می‌شود اصولاً همان است که بوسیلهٔ معادلهٔ 15.55 دربارهٔ هیدروفون خطی به طول $L = na$ داده می‌شد. بنابراین ضریب راستاوری گیرندگی این گونه آرایش خطی عبارت خواهد بود

$$d_r = 10 \log \frac{2na}{\lambda} \quad (15.58)$$

در صورتی که $na > \lambda$ باشد. با استفاده از آرایش خطی دراز که تشکیل شده باشد از عددهٔ زیادی عنصرهای هیدروفون که بطور متناسبی از هم فاصله داشته باشند، امکان دارد که تافرانس 100 میکل بر ثانیه ضریب راستاوری گیرندگی قابل ملاحظهٔ به دست آورد.

برای چرخاندن محور بیشترین حساسیت دستگاه به سوی راستایی که موجهای صوتی از آن سو گرفته شده‌اند هیدروفون خطی را معمولاً به دور محوری می‌چرخانند که از مرکز

آن گذشته باشد تا وقتی که طولش موازی سطح موجهای تابش قرار گیرد. چنین کاری برای آرایش خطی دراز هیدروفونها عملی نیست. به جای این عمل آنها را بدینطریق تحریک الکتریکی می کنند که در سیگنالها، بوسیله هیدروفون مجاور تأخیر الکتریکی کنترل شده‌ای قبل از آنکه عناصر را بطوری سری قرار دهند وارد می سازند. مثلاً اگر فاصله بین دو هیدروفون مجاور a باشد می توان ثابت کرد که با وارد کردن اختلاف فاز متعاقب $\Delta\phi$ رادبان بین سیگنالهای هیدروفونهای مجاور سبب می شویم که امتداد محور اصلی پرتوها به اندازه θ که با معادله 15.48 داده شده هدایت شود.



شکل 15.19. آرایش خطی هیدروفونهای کوچک.

همچنین امکان دارد که به عنوان گیرنده غیرفعال تراگذارهای فردی یا دستگاه آرایش هیدروفونی را به کار برد که سطح مستوی مؤثری به وسعت S داشته باشند. ضریب راستاوری گیرندگی چنین دستگاهی را می توان بوسیله معادله 15.32 حساب کرد.

به عنوان مثال درباره آشکارس گیرنده غیرفعال، فاصله آشکارس شنوایی نوفه با فرکانس 200 سیکل بر ثانیه را که بوسیله يك برجستگی در باز داده آکوستیکی زیر دریایی رسم شده حساب می کنیم (شکل 15.17). دستگاه گیرنده را به فرض متشکل از 20 هیدروفون کوچک می گیریم که با آرایشی به فاصله يك متر از یکدیگر نصب شده باشند. اگر به شکل 15.13 نگاه کنیم می بینیم که در حالت دریا (2) برای فرکانس 200 سیکل بر ثانیه مقدار $N_f = -28\text{db}$ است. خار نوفه در 200 سیکل بر ثانیه که در شکل 15.17 دیده می شود دارای تراز منبع $S = 65\text{db}$ در این فرکانس است. طول موج درون آب می شود

$$\lambda = \frac{1,500}{200} = 7.5\text{ m}$$

پس ضریب راستاوری گیرندگی برای آرایش خطی در این فرکانس از معادله 15.58 به مقدار زیر داده می شود

$$d_r = 10 \log \frac{2 \times 20}{7.5} = 7\text{ db}$$

چون از وسایل سمعی برای آشکارسازی استفاده شده، W بوسیله پهنای نوار بحرانی گوش انسان در 200 سیکل بر ثانیه تعیین می‌گردد، و این مقدار در شکل 13.17 برابر با 40 سیکل بر ثانیه دیده می‌شود. سرانجام برای نمایش سمعی مقدار $M_N = 0$ است. وقتی همه این مقادیر مختلف را در معادله 15.53 بگذاریم نتیجه چنین می‌شود

$$20 \log r + ar + A = 65 + 7 - (-28) - 0 - 10 \quad g \ 40 = 84 \text{ db}$$

اگر فرض کنیم که ar و A هر دو در فرکانس 200 سیکل بر ثانیه کوچک و صرف نظر کردنی هستند، فاصله آشکارسازی پیش‌بینی شده گیرنده غیر فعال خواهد بود

$$r = 16,000 \text{ m}$$

و این عدد نمونه‌ای است از آنچه حقیقتاً در عمل به دست می‌آید.

15.17 کاربردهای دیگر آکوستیک زیر آبی. بسیاری کاربردهای ارتشی و بازرگانی دیگر برای موجهای آکوستیکی زیر آبی پیدا شده‌اند. مثلاً اژدهای آکوستیکی فعال یا غیر فعال هر دو بنوعی طراحی شده‌اند که درست به کشتیها اصابت می‌کنند. مینهای آکوستیکی ممکن است بوسیله نوبه کشتیهای نزدیک تحریک گردند، یا بوسیله منبع صوتی که باز داده‌ای معادل داشته باشد به حرکت درآید. ژرفایا بها را می‌توان برای تعیین ژرفای آب در زیر کشتی و یا برای تعیین محل اجتماع ماهیها به کار برد. سرانجام، موجهای آکوستیکی را می‌توان وسیله‌ای برای تأمین ارتباط زیر آب بوسیله مکالمه دانست. در حالت اخیر آب به عنوان محیطی برای تراگسیل موجهای با فرکانس 8,000 سیکل بر ثانیه به کار می‌رود، که بعداً این فرکانس به فرکانس قابل شنیدن دگر آهنگیده می‌شود. هر نوع دگر آهنگشی را که در ارتباطات رادیویی به کار می‌رود می‌توان در اینجا به کار برد، از قبیل دگر آهنگش دامنه، یا دگر آهنگش یکطرفی با حذف فرکانس ناقل، دگر آهنگش فرکانس یا دگر آهنگش فاز و تعیین فاصله‌های زیادتر از 10 مایل و غیره.

مسائل

گوشزد: در همه مسائلی که در زیر گفته می‌شوند فرض کنید که آهنجاری تراگسیل $A = 0$ و پایای جذب صوت a متعلق به آب با دمای 5°C است. همچنین تمام ترازهای فشار نسبت به یک میکروبار بر حسب دسی بل گفته خواهند شد مگر اینکه بر خلاف آن ذکر شود.

15.1 اگر دمای آب دریا 5°C و شورای آن 32 در هزار باشد، بوسیله معادله 15.1 سرعت صوت را در ژرفای 500 متری حساب کنید. (b) بوسیله معادله 9.34 ضریب جذب صوت (a) را در این آب برای فرکانس 15 کیلوسیکل بر ثانیه محاسبه کنید.

15.2 تراگذار سوناری که دارای فرکانس 30 کیلوسیکل بر ثانیه است در آب دریا

در فاصله 1,000 متری تولید تراز فشار صوتی محوری برابر با 40db می‌کند. (a) تراز فشار صوتی محوری در فاصله یک متری چه اندازه است؟ (b) در فاصله 2,000 متری چه اندازه است؟ (c) در چه فاصله‌ای تراز فشار صوت محوری برابر با 0db می‌شود؟ (d) در چه فاصله‌ای اتلاف کلی تراکسیل که در نتیجه واگرایی کروی پیدا شده مساوی با اتلاف در نتیجه جذب است؟

15.3. ثابت کنید که رابطه $x = \sqrt{2c_0 d / g}$ معادله‌ای تقریبی است که فاصله افقی x را به دست می‌دهد؛ که در آن پرتوی که در آغاز افقی بوده به ژرفای d در لایه‌ای از آب می‌رسد که گرادیان سرعت آن منفی و ثابت به مقدار g است.

15.4. سرعت صوت در آب دریا که شورای آن 35 در هزار باشد بطور یکنواخت کاهش می‌یابد، به این معنی که در سطح آب 1,540 متر بر ثانیه، و در ژرفای 50 متری زیر آب 1,520 متر بر ثانیه است. (a) تغییرات تدریجی سرعت چه اندازه است؟ (b) تغییرات تدریجی دما بطور متوسط چه اندازه است؟ (c) چه مسافت افقی لازم است تا پرتوی افقی که در سطح بوده به ژرفای 50 متر برسد؟ (d) وقتی این پرتو به این ژرفا می‌رسد دارای چه زاویه‌ای رو بطرف پایین است؟

15.5. یک لایه همدمای از آب دریا به دمای 20°C و شورای 35 در هزار است که تا ژرفای 35 متری ادامه دارد. یک تراگذار سونار در ژرفای 10 متری در این لایه همدمای قرار گرفته است. (a) اگر پرتوی افقی از تراگذار بیرون بیاید، در چه فاصله افقی به سطح آب می‌رسد؟ (b) با چه زاویه‌ای رو بطرف پایین پرتو از تراگذار تابانیده شود تا در انتهای لایه همدمای افقی گردد؟ (c) در چه فاصله افقی پرتو قسمت (b) به قسمت انتهایی لایه همدمای می‌رسد؟ (d) سرعت صوت زیر لایه همدمای در هر متر به اندازه 0.2 متر بر ثانیه کاهش می‌یابد. اگر پرتوی از تراگذار از ابتدا با زاویه 3° رو بسوی پایین تابانیده شود در فاصله افقی 2,300 متری این پرتو به چه ژرفایی از سطح آب می‌رسد؟

15.6. تراگذار سوناری در ژرفای 5 متری از آب کم ژرفایی که کف آن در ژرفای 35 متری صاف است قرار گرفته. سرعت صوت بتدریج از سطح آب رو به پایین کاهش می‌یابد، یعنی روی سطح آب برابر با 1,500 متر بر ثانیه و در کف 1,493 متر بر ثانیه است. (a) برای پرتوی که تراگذار را بطور افقی ترک می‌کند از روی محاسبه و رسم مسیر را تعیین کنید تا اینکه در مرتبه دوم به کف بر بخورد. فرض می‌کنیم که اولین برگشت از کف مانند انعکاس از آینه باشد. (b) همینطور از روی محاسبه و رسم مسیر را برای پرتوی که 1° در بالا یا 1° در زیر سطح افقی قرار گرفته باشد تعیین کنید.

15.7. یک دستگاه سونار در ژرفای ده متری از آب قرار داده شده و در اینجا گرادیان سرعت ثابت و منفی و برابر با 0.2 متر بر ثانیه است. سرعت صوت در ژرفایی که تراگذار قرار گرفته 1,500 متر بر ثانیه است. وقتی محور تراگذار را به سوی پایین بلغزانیم ملاحظه می‌شود هنگامی که محور با افق زاویه 6° می‌سازد پرتو سونار روی یک زیر دریایی متمرکز می‌گردد، و فاصله افقی این زیر دریایی از تراگذار 1,000 متر است. (a) ژرفای ظاهری

زیر دریایی چقدر است؟ (b) ژرفای حقیقی زیر دریایی چقدر است؟

15.8. یک کانال صوتی سطحی در نظر بگیرید که تشکیل شده است از لایه‌ای که سرعت صوت در آن از 1,500 متر بر ثانیه کاهش می‌یابد و در فاصله 10 متری زیر آب به 1,498 متر بر ثانیه می‌رسد، و سپس سرعت اضافه می‌شود و در ژرفای 100 متری دوباره به 1,500 متر بر ثانیه می‌رسد. (a) تعیین کنید حداکثر زاویه‌ای که پرتو صوتی ممکن است محور کانال را قطع کند ولی در کانال باقی بماند؟ (b) فاصله افقی برخورد های این قبیل پرتو در قسمت فوقانی کانال چه مقدار است؟ (c) همین موضوع را در قسمت پایینی کانال پیدا کنید. (d) معادله‌ای کلی بنویسید که تمام زاویه‌هایی مانند θ را که پرتوهای خارج شده از منبع صوت واقع بر محور کانال دارا هستند و محور کانال را در فاصله افقی 300 متری قطع می‌کنند شامل باشد.

15.9. (a) معادله 15.21 را از معادله 15.20 به دست آورید. (b) زمانی را که لازم است پرتوی در امتداد محور فاصله افقی قسمت (c) مسئله 15.8 را بپیماید تعیین کنید و این مقدار را مقایسه کنید با زمانی که لازم است تا پرتو صوتی دیگری با بزرگترین مقدار زاویه ممکن که رو به پایین باشد محور را قطع کند؛ و سپس اختلاف این دو زمان را پیدا کنید. (c) درجه ژرفایی مؤلفه افقی سرعت پرتو اخیر از مؤلفه افقی پرتوهای محوری زیادتر می‌شود؟

15.10. سرعت صوت در آب دریا بطور منظم از 1,500 متر بر ثانیه که مربوط به سطح است کاهش می‌یابد. و در ژرفای 600 متری به مقدار 1,470 متر بر ثانیه می‌رسد، و از آن پس دوباره افزایش می‌یابد تا 1,500 متر بر ثانیه در ژرفای 2,400 متری بالا می‌رود. (a) حداکثر زاویه‌ای که پرتو صوتی با محور کانال صوتی ذکر شده قطع می‌کند و به ژرفای 100 متری آب نمی‌رسد چه مقدار است؟ (b) حداکثر دوزاویه‌ای که هر کدام محور کانال را در دفعه اول قطع می‌کنند و این محور را دو مرتبه در فاصله افقی 10,000 متر نیز قطع می‌کنند چنانچه اندازه است؟ (c) اگر هر کدام از دو پرتو قسمت (b) این مسافت افقی را طی کنند اختلاف زمان مربوط به دو پیمایش چقدر خواهد بود؟ (d) اگر پرتوی از ابتدا با زاویه 5° محور را رو به بالا قطع کند چند بار دیگر محور را با پیمودن 10,000 متر فاصله افقی قطع خواهد کرد؟

15.11. (a) معادله 15.25 را به دست آورید. (b) اگر $d = 10$ متر و $h = 10$ متر، و $r = 100$ متر باشد اختلاف بین مقدار صحیح Δr و آنچه از فرمول 15.25 پیدا می‌شود چه اندازه خواهد بود؟

15.12. منبعی صوتی که موجهای کروی واگرا با فرکانس 1,000 سیکل بر ثانیه تولید می‌کند در ژرفای 5 متر زیر آب دریا قرار گرفته است. باز داده آکوستیکی منبع به اندازه‌ای است که ریشه دوم متوسط مربعات دامنه فشار آن در فاصله یک متری از مرکز منبع 200 میکرووات است. (a) فرض کنید که انعکاس از سطح صد درصد باشد؛ یعنی $\mu = 1$. تعیین کنید تراز شدت صوت را در نقطه‌ای به فاصله 200 متر که به ژرفای یک متر از سطح آب واقع باشد. (b) همین محاسبه را برای نقطه‌ای به ژرفای 5 متر انجام دهید. (c) همین

محاسبه برای ژرفای 10 متر انجام شود. (d) تراز شدت صوت که تنها بوسیلهٔ پرتو صوتی مستقیم در فاصلهٔ 200 متری پیدا می‌شود چه اندازه است؟ (e) مسئله را برای $\mu = 0.5$ تکرار کنید.

15.13. (a) به فرض اینکه $\mu = 1$ باشد معادله‌ای برای فاصلهٔ r بر حسب k و b و d بطریقی بنویسید که در خارج از این فاصله آهنگاری تراگیسل که به سبب تأثیر تصویر سطح پیدا می‌شود پیوسته بیش از 10 dB باشد. (b) اگر $f = 500$ سیکل بر ثانیه، $d = 10$ متر، و $b = 20$ متر باشد این فاصله چقدر است؟

15.14. يك منبع صوت موجهای واگرای کروی با فرکانس 50 سیکل بر ثانیه در ژرفای 30 متر زیر آب قرار گرفته است. سطح تحتانی آب در ژرفای 60 متری بر روی کف نسبتاً سختی واقع شده است. فشار آکوستیکی که در فاصلهٔ يك متری از مرکز منبع در داخل آب تولید می‌شود 1000 میکروبار است. ضریب انعکاس فشار از سطح $\mu = 0.8$ و از کف $\mu = 0.5$ است (a) فشاری را که در فاصلهٔ افقی 100 متری از منبع به ژرفای 30 متر بوسیلهٔ پرتو مستقیم و پرتوهای منعکس که از تصویرهای I, S', I', S' مربوط به شکل 15.11 پیدا می‌شود حساب کنید. (b) سرعت صوت را 1500 متر بر ثانیه گرفته و اختلاف فاز بین پرتوهای فوق و دامنهٔ فشار نتیجه را که از ترکیب آنها پیدا شده است حساب کنید.

15.15. يك تراگذار سونار به شعاع 30 سانتیمتر، توان آکوستیکی 5000 وات را با فرکانس 15 کیلو سیکل بر ثانیه به شکل تابه می‌تاباند. این تابه همانند تابه‌ای است که پیستونی دایره‌ای که در دیوارک بیکران نصب شده باشد تولید می‌کند.

(a) ضریب راستاوری تراگیسل تراگذار چه اندازه است؟ (b) تراز منبع محوری تراگذار چه مقدار است؟ (c) در راستای 10 dB - پهنای تابه چقدر است؟

15.16. يك تراگذار استوانهٔ شکل در دست است. ارتفاع آن h و شعاع آن a سانتیمتر است، و مقدار I_s وات بر سانتیمتر مربع را از سطح خود با فرکانس f سیکل بر ثانیه به خارج می‌فرستد. (a) معادله‌ای کلی برای محاسبهٔ سطح منبع S بر حسب فرضهای ذکر شده بنویسید. (b) اگر $I_s = 2$ وات بر سانتیمتر مربع، $f = 25$ کیلو سیکل بر ثانیه، $a = 20$ سانتیمتر، و $b = 30$ سانتیمتر باشد S را حساب کنید. (c) باز دادهٔ آکوستیکی این تراگذار بر حسب وات چه اندازه است؟ (d) ضریب راستاوری آن چیست؟

15.17. يك تراگذار متعلق به دستگاه سونار تابه‌ای با تراز منبع 120 dB تولید می‌کند. فرکانس ارتعاش 15 کیلو سیکل بر ثانیه است، (a) تراز فشار صوت در فاصلهٔ 3000 متری چقدر است؟ (b) تراز پژواک از هدفی کروی شکل به شعاع 20 متر که در فاصلهٔ 3000 متری واقع باشد چه اندازه است؟

15.18. (a) معادلهٔ 15.37 را از معادلهٔ کلی که قدرت هدف را با معادلهٔ 15.35 می‌هد بدست آورید. (b) ثابت کنید که معادلهٔ 15.36 حالت خاصی از معادلهٔ 15.37 است.

15.19. يك نوع دستگاه سونار می‌تواند بكمك تعیین فاصله بوسیلهٔ پژواک در فرکانس 30 کیلو سیکل بر ثانیه تا حداکثر فاصلهٔ به مقدار 3000 متر بر روی زیر دریایی هدف عمل کند.

(a) اگر تراز منبع تراگذار به اندازه 20 db ترقی کند ماکسیمم فاصله جدید آشکارس دستگه سونار برای همان زیر دریایی چه مقدار خواهد بود؟ (b) واگر فرکانس ارسالی را تا 15 کیلو سیکل بر ثانیه پایین بیاوریم بدون آنکه ابعاد فیزیکی تراگذار یا باز داده آکوستیکی آن را از آنچه فاصله آشکارس را تا 3000 متر می رسانید کمتر یا بیشتر نکنیم در اینصورت ماکسیمم فاصله جدید آشکارس چه مقدار می شود؟ فرض کنید که تراگذار تا بهای شبیه به آنچه چراغ قوه دستی تولید می کند پدید آورد و آشکارس بوسیله نوبه محیط پوشانیده می شود.

15.20. (a) مطلوب است تعیین شعاع و باز داده آکوستیکی تراگذار سوناری که تا بهای مانند پرتوهای چراغ قوه با ضریب راستاوری 25 db و تراز منبع 115 db در فرکانس 40 کیلو سیکل بر ثانیه به خارج بفرستد. (b) جعبه شامل مین به شکل کروی به قطر یک متر در فاصله 500 متری از سونار قرار گرفته است، تراز پژواک برگشته از آن چقدر است؟ (c) قابلیت آشکارس این پژواک را با وسائلی سمعی تعیین کنید، در صورتی که پژواک بوسیله نوبه مربوط به حالت دریا برابر با 3 پوشانیده شود. فرض کنید $M_N = 10\text{ db}$ برای صوتی واقع در نوار بحرانی به پهنای 40 کیلو سیکل بر ثانیه باشد.

15.21. اگر دستگه سونار مسئله 15.20 تولید تپه هایی به دوره 0.05 ثانیه کند در چه فاصله تراز باز آوایش که پاشنده هایی به چگالی و اندازه 10^6 m^{-1} درست می شود مساوی خواهد بود با تراز پژواک برگشته از همان جعبه مین که در همان محل قرار گرفته باشد؟

15.22. (a) معادله ای کلی بنویسید که تراز پژواک برگشته از کف اقیانوس به ژرفای r متر را برای ژرفاسنجی که دارای تراگذار یا تراز منبع S و ضریب راستاوری d باشد تعیین کند. فرض کنیم کف اقیانوس دارای ضریب توان انعکاس α_r است، و پرتوهای تابش را بطور پخش منعکس می کند یعنی بطور یکنواخت بر روی یک کره منتشر می سازد. (b) اگر $f = 30\text{ kc/sec}$ ، $d = 20\text{ db}$ ، $S = 100\text{ db}$ و $\alpha_r = 0.1$ باشد تراز پژواک برگشته از کف به ژرفای 1000 متر چه اندازه خواهد بود؟

15.23. معادله 15.49 را با استفاده از رابطه اصلی دوپلر که بصورت زیر است بدست آورد

$$f_u = f_o \left(\frac{c \pm v'}{c \pm v''} \right)$$

v' سرعت ناظر و v'' سرعت منبع نسبت به محیط است. فرض کنید که کشتی حامل منبع صوت و کشتی هدف هر دو در حرکت باشند، ولی سرعت آنها نسبت به سرعت صوت کوچک باشد، برای اینکه در فرکانس 20 کیلو سیکل بر ثانیه جایجایی کلی مربوط به پدیده دوپلر به اندازه 200 سیکل بر ثانیه شود سرعت نسبی بین منبع و هدف چه مقدار باید باشد؟

15.24. (a) صدای یک زیر دریائی که باز داده آکوستیکی آن در شکل 15.17 نموده شده نوار طیف پیوسته ای با فرکانس بین 100 و 300 سیکل بر ثانیه تولید می کند، تراز منبع متعلق به آن را حساب کنید. (b) اگر خار نوبه در فرکانس 200 سیکل بر ثانیه را در نظر بگیریم،

مقدار کلی تراز منبع در این نوار چقدر می‌شود؟ (c) مقدار کلی تراز سطح منبع را برای نواری که بین 1000 و 10000 سیکل بر ثانیه باشد تعیین کنید. (d) باز داده کلی توان آکوستیکی زیر دریایی بالا را بر حسب وات پیدا کنید.

15.25. یک زیر دریایی باز داده صوتی خود را بر طبق شکل 15.17 به خارج می‌فرستد. (a) دستگاه آشکاش هیدروفونی است همه راستایی و تمام فرکانسهای خارج از نوار 300 تا 600 سیکل بر ثانیه را بوسیله صافی خارج می‌سازد، و بعلاوه دارای تفاضل بازشناسش $M_N = 5db$ است. در چه فاصله‌ای احتمال آشکاش زیر دریایی به 50 درصد می‌رسد؛ در صورتی که حالت دریا برابر با 3 باشد؟ (b) بهمین طریق فاصله آشکاش سمعی خارنوفه در فرکانس 200 سیکل بر ثانیه را حساب کنید. برای این آشکاش فرض می‌کنیم $M_N = 0db$ باشد و عمل صافی توأم با پهنای نوار بحرانی گوش انسان صورت می‌گیرد.

15.26. دستگاه گیرنده غیر فعال یک اژدر آکوستیکی روانه مقصد با ضریب راستاوری $10db$ است، و فرکانسهای نوار بین 9 و 10 سیکل بر ثانیه را می‌تواند بگیرد. (a) در صورتی که حالت دریا برابر با 6 باشد تعیین کنید تراز طیف فشار مؤثر نوفه‌ای که بوسیله این تراگذار گرفته می‌شود چه اندازه است؛ (b) اگر تراز سیگنالهایی که در نوار سابق قرار گرفته است برای بکار انداختن سازوکار روانه شدن به مقصد باید به مقدار $5db$ بالاتر از تراز صوت پوشاننده باشد تعیین کنید حداکثر فاصله‌ای را که اژدر می‌تواند به مقصد زیر دریایی روانه شود، در صورتی که باز داده زیر دریایی بر طبق شکل 15.17 انجام می‌گردد.

15.27. (a) معادله‌ای بنویسید که مناسبترین فرکانس f را بر حسب کیلوسیکل بر ثانیه تعیین کند، چنانکه فاصله آشکاش به مقدار مفروض r برای هیدروفونی خطی از نوع غیر فعال برسد. فرض کنید که طیف پیوسته نوفه هدف یعنی S_f مانند نوفه پوشنده N_f هر دو به یک طریق تابع فرکانس باشند، و پایای جذب صوت در آب $f^2 db/m$ باشد. (b) مناسبترین فرکانس برای رسیدن به فاصله 10,000 متر چه مقدار است؟ (c) اگر فرکانس را 1 کیلوسیکل بر ثانیه بگیریم تا چه فاصله‌ای بطور مؤثر تری می‌توان رسید؟

15.28. دو هیدروفون کوچک به فاصله a از یکدیگر قرار گرفته‌اند و باز داده الکتریکی آنها را با اتصال به یکدیگر تأمین کرده‌ایم. (a) معادله‌ای کلی بنویسید که نشان دهد چگونه ولتاژ سری که بوسیله این جفت تولید می‌شود تابع زاویه θ است؛ در صورتی که θ زاویه‌ای است که پرتو تابش با سطح عمود بروسط خط واصل دو هیدروفون می‌سازد. (b) ثابت کنید که نتیجه‌ای که بدست آورده‌اید معادل است با معادله 15.57 در صورتی که $n = 2$ باشد. (c) اگر $a = \lambda$ باشد ولتاژ باز داده درجه راستایی از θ ماکسیمم خواهد بود؛ (d) در صورتی که لب اصلی متمرکز بر $\theta = 0$ باشد پهنای زاویه‌ای تابه را تا راستاهای $6db$ - تعیین کنید.

15.29. یک آرایش خطی از هیدروفونهای کوچک شامل 40 واحد است، که به فاصله 0.5 متر از یکدیگر قرار گرفته و بطور سری به یکدیگر متصل گشته‌اند، (a) در فرکانس 500 سیکل بر ثانیه ضریب راستاوری گیرندگی آن چه مقدار است؟ (b) پهنای زاویه‌ای تابه تا راستاهای

6 db - را برای لپ اصلی الگوی گیرندگی تعیین کنید. (c) راستا و دامنه پاسخ و لثاژ اولین جناح لپ را نسبت به لپ اصلی پیدا کنید. (d) تفاضل بازشناسش بصری دستگاه آشکارش برای نوار به پهنای 1 سیکل بر ثانیه چه مقدار است؟ در صورتی که بخواهیم فرکانس تنهای 500 سیکل بر ثانیه متعلق به نوبه با ترازمبع 60db را در فاصله 100,000 متری وقتی با نوبه حالت دریا برابر با 3 پوشیده شده باشد آشکاریم؟

جدول I پایاهای الاستیک، سرعت صوت، پانگیری مشخص

جمله	چگالی ρ_0 kg/m ³	مدول یانگ γ newtons/m ²	مدول برشی G newtons/m ²	مدول تراکم B newtons/m ²	نسبت پوآسون σ	سرعت صوت بر ثانیه c		پانگیری مشخص MKS rays μg°	
						خطی	حجمی	خطی	حجمی
آلومینیم	2700	7.1×10^{10}	2.4×10^{10}	7.5×10^{10}	0.33	5150	6300	13.9×10^6	17.0×10^6
برنج	8500	10.4	3.8	13.6	0.37	3500	4700	29.8	40.0
سرب	8900	12.2	4.4	16.0	0.35	3700	5000	33.0	44.5
آهن	7700	10.5	4.4	8.6	0.28	3700	4350	28.5	33.5
سرب	11300	1.65	0.55	4.2	0.44	1200	2050	13.6	23.2
نیکل	8800	21.0	8.0	19.0	0.31	4900	5850	43.0	51.5
نقره	10500	7.8	2.8	10.5	0.37	2700	3700	28.4	39.0
پلاتین	7700	19.5	8.3	17.0	0.28	5050	6100	39.0	47.0
شیشه (پیرکس)	2300	6.2	2.5	3.9	0.24	5200	5600	12.0	12.9
شیشه (پیرکس)	2650	7.9	3.9	3.3	0.33	5450	5750	14.5	15.3
کوارتز (پایزیت)	1200	0.4	0.14	0.65	0.4	1800	2650	2.15	3.2
گوبست	2600	—	—	—	—	—	3100	—	8.0
پنبه	920	—	—	—	—	—	3200	—	2.95
چوب پسته	240	—	—	—	—	—	500	—	0.12
چوب بلوط	720	—	—	—	—	—	4000	—	2.9
چوب کاج	450	—	—	—	—	—	3500	—	1.57
لاستیک (سفت)	1100	0.23	—	0.1	0.4	1450	2400	1.6	2.64
لاستیک (نرم)	950	0.0005	—	0.1	0.5	70	1050	0.065	1.0
لاستیک (Rho-c)	1000	—	—	0.24	—	—	1550	—	1.55

(2) جابجایی

(b) آبگرمها

آبگرم	دما °C t	چگالی kg/m ³ ρ ₀	مدول تراکم newtons/m ² B _T	نسبت گرمایی روژه γ	سرعت c	پاگیری مشخص MKS.Rayls ρ ₀ c	ضریب چسبناکی newton sec/m ² η
آب (دیرین)	20	998	×10 ⁹ 2.18	1.004	1481	×10 ⁶ 1.48	0.001
آب (دربا)	13	1026	2.28	1.01	1500	1.54	0.001
آبیل الکل	20	790	—	—	1150	0.91	0.0012
روغن کرچک	20	950	—	—	1540	1.45	0.96
شمه	20	13600	25.3	1.13	1450	19.7	0.0016
بریاصلین	20	870	1.07	1.27	1250	1.11	0.0015
گلیسرین	20	1260	—	—	1980	2.5	1.2

(c) گازها

(در فشار 1.013 × 10⁵ نیوتن بر متر مربع)

گاز	دما °C t	چگالی kg/m ³ ρ ₀	نسبت گرمایی روژه γ	سرعت m/sec c	پاگیری مشخص MKS rayls ρ ₀ c	ضریب چسبناکی newton sec/m ² η
هوا	0	1.293	1.402	331.6	428	0.000017
هوا	20	1.21	1.402	343	415	0.0000181
اکسون	0	1.43	1.40	317.2	453	0.00002
CO ₂ (لوکس کم)	0	1.98	1.304	258	512	0.0000145
CO ₂ (لوکس زیاد)	0	1.98	1.40	268.6	532	0.0000145
هیدروژن	0	0.09	1.41	1269.5	114	0.0000088
بنغاز	100	0.6	1.324	404.8	242	0.000013

جدول II تابعهای مثلثاتی و هیپربولیک

x radians	$\sin x$	$\cos x$	$\sinh x$	$\cosh x$	e^x	e^{-x}
0.0	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.2	0.1987	0.9801	0.2013	1.0201	1.2214	0.8187
0.4	0.3894	0.9211	0.4108	1.0811	1.4918	0.6703
0.6	0.5646	0.8253	0.6367	1.1855	1.8221	0.5488
0.8	0.7174	0.6967	0.8881	1.3374	2.2255	0.4493
1.0	0.8415	0.5403	1.1752	1.5431	2.7183	0.3679
1.2	0.9320	0.3624	1.5095	1.8107	3.3201	0.3012
1.4	0.9854	+0.1700	1.9043	2.1509	4.0552	0.2466
1.6	0.9996	-0.0292	2.3756	2.5775	4.9530	0.2019
1.8	0.9738	-0.2272	2.9422	3.1075	6.0496	0.1653
2.0	0.9093	-0.4161	3.6269	3.7622	7.3891	0.1353
2.2	0.8085	-0.5885	4.4571	4.5679	9.0250	0.1108
2.4	0.6755	-0.7374	5.4662	5.5569	11.023	0.09072
2.6	0.5155	-0.8569	6.6947	6.7690	13.464	0.07427
2.8	0.3350	-0.9422	8.1919	8.2527	16.445	0.06081
3.0	+0.1411	-0.9900	10.018	10.068	20.086	0.04979
3.2	-0.0584	-0.9983	12.246	12.287	24.533	0.04076
3.4	-0.2555	-0.9668	14.965	14.999	29.964	0.03337
3.6	-0.4425	-0.8968	18.285	18.313	36.598	0.02732
3.8	-0.6119	-0.7910	22.339	22.362	44.701	0.02237
4.0	-0.7568	-0.6536	27.290	27.308	54.598	0.01832
4.2	-0.8716	-0.4903	33.336	33.351	66.686	0.01500
4.4	-0.9516	-0.3073	40.719	40.732	81.451	0.01228
4.6	-0.9937	-0.1122	49.737	49.747	99.484	0.01005
4.8	-0.9962	+0.0875	60.751	60.759	121.51	0.00823
5.0	-0.9589	0.2837	74.203	74.210	148.41	0.00674
5.2	-0.8835	0.4685	90.633	90.639	181.27	0.00552
5.4	-0.7728	0.6347	110.70	110.71	221.41	0.00452
5.6	-0.6313	0.7756	135.21	135.22	270.43	0.00370
5.8	-0.4646	0.8855	165.15	165.15	330.30	0.00303
6.0	-0.2794	0.9602	201.71	201.72	403.43	0.00248
6.2	-0.0831	0.9965	246.37	246.38	492.75	0.00203
6.4	+0.1165	0.9932	300.92	300.92	601.85	0.00166
6.6	0.3115	0.9502	367.55	367.55	735.10	0.00136
6.8	0.4941	0.8694	448.92	448.92	897.85	0.00111
7.0	0.6570	0.7539	548.32	548.32	1096.6	0.00091
7.2	0.7937	0.6084	669.72	669.72	1339.4	0.00075
7.4	0.8987	0.4385	817.99	817.99	1636.0	0.00061
7.6	0.9679	0.2513	999.10	999.10	1998.2	0.00050
7.8	0.9985	+0.0540	1220.3	1220.3	2440.6	0.00041
8.0	0.9894	-0.1455	1490.5	1490.5	2981.0	0.00034

جدول III تابعهای بسل

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$J_2(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$	$I_2(x)$
0.0	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000
0.2	0.9900	0.0995	0.0050	1.0100	0.1005	0.0050
0.4	0.9604	0.1960	0.0197	1.0404	0.2040	0.0203
0.6	0.9120	0.2867	0.0437	1.0921	0.3137	0.0464
0.8	0.8463	0.3688	0.0758	1.1665	0.4329	0.0843
1.0	0.7652	0.4401	0.1149	1.2661	0.5652	0.1358
1.2	0.6711	0.4983	0.1593	1.3937	0.7147	0.2026
1.4	0.5669	0.5419	0.2074	1.5534	0.8861	0.2876
1.6	0.4554	0.5699	0.2570	1.7500	1.0848	0.3940
1.8	0.3400	0.5815	0.3061	1.9895	1.3172	0.5260
2.0	0.2239	0.5767	0.3528	2.2796	1.5906	0.6890
2.2	0.1104	0.5560	0.3951	2.6292	1.9141	0.8891
2.4	+0.0025	0.5202	0.4310	3.0492	2.2981	1.1111
2.6	-0.0968	0.4708	0.4590	3.5532	2.7554	1.4338
2.8	-0.1850	0.4097	0.4777	4.1575	3.3011	1.7994
3.0	-0.2601	0.3391	0.4861	4.8808	3.9534	2.2452
3.2	-0.3202	0.2613	0.4835	5.7472	4.7343	2.7884
3.4	-0.3643	0.1792	0.4697	6.7848	5.6701	3.4495
3.6	-0.3918	0.0955	0.4448	8.0278	6.7926	4.2538
3.8	-0.4026	+0.0128	0.4093	9.5169	8.1405	5.2323
4.0	-0.3971	-0.0660	0.3641	11.302	9.7594	6.4224
4.2	-0.3766	-0.1386	0.3105	13.443	11.705	7.8683
4.4	-0.3423	-0.2028	0.2501	16.010	14.046	9.6259
4.6	-0.2961	-0.2566	0.1846	19.097	16.863	11.761
4.8	-0.2404	-0.2985	0.1161	22.794	20.253	14.355
5.0	-0.1776	-0.3276	+0.0466	27.240	24.335	17.505
5.2	-0.1103	-0.3432	-0.0217	32.584	29.254	21.332
5.4	-0.0412	-0.3453	-0.0867	39.010	35.181	25.980
5.6	+0.0270	-0.3343	-0.1464	46.738	42.327	31.621
5.8	0.0917	-0.3110	-0.1989	56.039	50.945	38.472
6.0	0.1507	-0.2767	-0.2429	67.235	61.341	46.788
6.2	0.2017	-0.2329	-0.2769	80.717	73.888	56.882
6.4	0.2433	-0.1816	-0.3001	96.963	89.025	69.143
6.6	0.2740	-0.1250	-0.3119	116.54	107.31	84.021
6.8	0.2931	-0.0652	-0.3123	140.14	129.38	102.08
7.0	0.3001	-0.0047	-0.3014	168.59	156.04	124.01
7.2	0.2951	+0.0543	-0.2800	202.92	188.25	150.63
7.4	0.2786	0.1096	-0.2487	244.34	227.17	182.94
7.6	0.2516	0.1592	-0.2097	294.33	274.22	222.17
7.8	0.2154	0.2014	-0.1638	354.68	331.10	269.79
8.0	0.1716	0.2346	-0.1130	427.57	399.87	327.60

جدول IV تابعهای راستاوری و پاکیری برای پیستون دایره‌ای

z	تابعهای راستاوری		تابعهای پاکیری	
	فشار	ضلعیت	مقاومت	راکتانس
	$\frac{2J_1(x)}{x}$	$\left[\frac{2J_1(x)}{x}\right]^2$	$R_1(x)$	$X_1(x)$
0.0	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000
0.2	0.9950	0.9900	0.0050	0.0847
0.4	0.9802	0.9608	0.0198	0.1680
0.6	0.9557	0.9134	0.0443	0.2486
0.8	0.9221	0.8503	0.0779	0.3253
1.0	0.8801	0.7746	0.1199	0.3969
1.2	0.8305	0.6897	0.1695	0.4624
1.4	0.7743	0.5995	0.2257	0.5207
1.6	0.7124	0.5075	0.2876	0.5713
1.8	0.6461	0.4174	0.3539	0.6134
2.0	0.5767	0.3326	0.4233	0.6468
2.2	0.5054	0.2554	0.4946	0.6711
2.4	0.4335	0.1879	0.5665	0.6862
2.6	0.3622	0.1326	0.6378	0.6925
2.8	0.2927	0.0857	0.7073	0.6903
3.0	0.2260	0.0511	0.7740	0.6800
3.2	0.1633	0.0267	0.8367	0.6623
3.4	0.1054	0.0111	0.8946	0.6381
3.6	0.0530	0.0028	0.9470	0.6081
3.8	+0.0068	0.00005	0.9932	0.5733
4.0	-0.0330	0.0011	1.0330	0.5349
4.5	-0.1027	0.0104	1.1027	0.4293
5.0	-0.1310	0.0172	1.1310	0.3232
5.5	-0.1242	0.0154	1.1242	0.2299
6.0	-0.0922	0.0085	1.0922	0.1594
6.5	-0.0473	0.0022	1.0473	0.1159
7.0	-0.0013	0.00000	1.0013	0.0989
7.5	+0.0361	0.0013	0.9639	0.1036
8.0	0.0587	0.0034	0.9413	0.1219
8.5	0.0643	0.0041	0.9357	0.1457
9.0	0.0545	0.0030	0.9455	0.1663
9.5	0.0339	0.0011	0.9661	0.1782
10.0	+0.0087	0.00008	0.9913	0.1784
10.5	-0.0150	0.0002	1.0150	0.1668
11.0	-0.0321	0.0010	1.0321	0.1464
11.5	-0.0397	0.0016	1.0397	0.1216
12.0	-0.0372	0.0014	1.0372	0.0973
12.5	-0.0265	0.0007	1.0265	0.0779
13.0	-0.0108	0.0001	1.0108	0.0662
13.5	+0.0056	0.00003	0.9944	0.0631
14.0	0.0191	0.0004	0.9809	0.0676
14.5	0.0267	0.0007	0.9733	0.0770
15.0	0.0273	0.0007	0.9727	0.0880
15.5	0.0216	0.0005	0.9784	0.0973
16.0	0.0113	0.0001	0.9887	0.1021

جدول V عملهای تبدیل

کمیت	واحد	مقدار بر حسب واحد MKS را ضرب کنید در	تا مقدار آن در واحدهای CGS بدست آید
طول	meter	10^2	centimeter
جرم	kilogram	10^3	gram
نیرو	newton	10^5	dyne
انرژی	joule	10^7	erg
توان	watt	10^7	erg/sec
چگالی	kilogram/meter ³	10^{-3}	gram/centimeter ³
فشار	newton/meter ²	10	dyne/centimeter ² or microbar
سرعت	meter/sec	10^2	centimeter/sec
چگالی انرژی	joule/meter ³	10	erg/centimeter ³
مدول الاستیک	newton/meter ²	10	dyne/centimeter ²
ضریب چسبناکی	newton sec/meter ²	10	dyne sec/centimeter ²
سرعت حجمی	meter ³ /sec	10^6	centimeter ³ /sec
شدت	watt/meter ²	10^3	erg/sec centimeter ²
پاگیری مکانیکی	MKS mechanical ohm	10^9	CGS mechanical ohm
پاگیری ویژه	MKS rayl	10^{-1}	CGS rayl
پاگیری آکوستیکی	MKS acoustic ohm	10^{-5}	CGS acoustic ohm
نرمش آکوستیکی	meter ⁴ sec ² /kilogram	10^5	centimeter ⁴ sec ² /gram
ایندرانس آکوستیکی	kilogram/meter ⁴	10^{-5}	gram/centimeter ⁴
سختی مکانیکی	newton/meter	10^3	dyne/centimeter
چگالی شار	weber/meter ²	10^1	gauss

صورت نمادها

در زیر نمادهایی که معمولاً بکار می‌روند همراه با معناهای گوناگون و واحدهاشان داده شده‌اند.

واحد	معنی	نماد
m/sec ²	شتاب	<i>a</i>
db/m	پایای تنکش	
m (meter)	شعاع	
sabin	جذب کلی	
	دامنه	<i>A</i>
db	آهنگاری تراکسیل	
	دامنه	<i>B</i>
newton/m ²	مدول تراکم	
weber/m ²	چگالی شار مغناطیسی	
m/sec, ft/sec	سرعت موج	<i>c</i>
m ⁴ sec ² /kg	نرمش آکوستیکی	<i>C</i>
farad	نرمش الکتریکی	
m, ft	فاصله بازوفا	<i>d</i>
db	ضریب راستاوری	
meter/volt	ضریب استرین پیرو الکتریکی	<i>D</i>
db/sec	نرخ تباهی	
2.718	سازۀ راستاوری	
volt	پایۀ لگاریتم طبیعی	<i>e</i>
volt	ولتاژ لحظه‌ای	
db	دامنه ولتاژ	<i>E</i>
joule	تراز پژواک	
cycle/sec	انرژی	
newton	فرکانس	<i>f</i>
newton	نیروی لحظه‌ای	
m/sec per meter	دامنه نیرو	<i>F</i>
ampere turn/m	گردادیان سرعت	<i>g</i>
db	شدت میدان مغناطیسی	<i>H</i>
ampere	اتلاف تراکسیل	
	جریان لحظه‌ای	<i>i</i>

واحد	معنی	نماد
watt/m ²	شدت آکوستیکی	I
ampere	دائمه جریان	IL
db	تراز جریان	j
$\sqrt{-1}$	واحد انگاری	k
m ⁻¹	ضریب نروش الکترو مکانیکی	
m	پایای طول موج	l
henry	طول	L
sones	الفای الکتریکی	
m, ft	بلندی	
db	مسیر آزاد میانگین	L _N
db	تراز کوفه	L _R
phon	تراز باز آرایش	LL
ft ⁻¹	تراز بلندی	m
m ⁻¹	پایای تنش	
kg	پولای تغییر وسعت سطح مقطع بوق	
kg/m ⁴	جرم	M
volt/microbar	ایشرفتس آکوستیکی	
newton meter	پاسخ میکروفون	
db	گشتاور نیرو	M _N , M _R
	تفاضل باز شناسش	m, n
db	عقد صحیح	N _f
newton/m ²	تراز طیف نوفه	P
newton/m ² , microbar	فشار آکوستیکی لحظه‌ای	P
newton/m ²	دائمه فشار آکوستیکی	
newton/m ² , microbar	فشار مطلق	
coulomb	فشار مؤثر	
	بار الکتریکی لحظه‌ای	q
m ³ /sec	فاکتور کیفیت	Q
joule/kg °C	قدرت منبع	
m	پایای گاز	r
kg/m ² sec (MKS rayl)	شعاع، فاصله سطحی	
kg/m ⁶ sec	مقاومت آکوستیکی ویژه	R
ohm	مقاومت آکوستیکی	
m	مقاومت الکتریکی	R _m
kg/sec	شعاع خمیدگی	R _M
ohm	مقاومت مکانیکی	R _r
kg/sec	مقاومت حرکتی	
m ² /newton	مقاومت تابش	s
	ضریب نروش	
newton/m	چگالش	
db	پایای سختی مکانیکی	S
m ²	تراز منبع	
db	سطح	SPL
	تراز فشار صوتی	

واحد	معنی	نماد SWR
$^{\circ}\text{C}$ (centigrade)	نسبت موج ایستاده	t
sec	دما	
$^{\circ}\text{K}$ (Kelvin)	زمان	T
sec	دمای مطلق	
sec	دوره ارتعاش	
db	زمان باز آوایش	
newton/m	قلوبت هدف	
newton	کشش پوسته	
db	کشش ناز	
m/sec	اتلاف ترا گسیل	TL
m/sec	مؤلفه‌های سرعت	u, v, w
m/sec	سرعت فلز	v
m ³ /sec	دامنه سرعت	U, V
m ³ , ft ³	سرعت حجمی	U
cycle/sec	حجم	V
watt	پهنای نوار	w
watt	توان آکوستیکی	W
watt	توان الکتریکی	
watt	توان مکانیکی	
m	مختصات قائم	x, y, z
kg/m ² sec (MKS rayl)	مقاومت آکوستیکی ویژه	x
kg/m ⁴ sec	مقاومت آکوستیکی	X
ohm	راکتانس الکتریکی	
m ³	جابجایی حجمی	
kg/sec	راکتانس مکانیکی	X_m
kg/sec	راکتانس ناشی	X_r
ohm	راکتانس حرکتی	X_M
mho	گذارایی الکتریکی	Y
newton/m ³	مغول بانگ	
mho	گذارایی حرکتی	Y_M
kg/m ² sec (MKS rayl)	پاگیری آکوستیکی ویژه	z
kg/m ⁴ sec	پاگیری آکوستیکی	Z
ohm	پاگیری الکتریکی	
kg/sec	پاگیری مکانیکی	Z_m
kg/sec	پاگیری ناشی	Z_r
ohm	پاگیری حرکتی	Z_M
neper/sec	پایای میرایی	α
sabin/ft ²	ضریب جذب	
neper/m	پایای تکتش	
	ضریب بازتاب توان صوتی	α_r
	ضریب تراگسیل توان صوتی	α_e
sec ⁻¹	پایای نمایی زمان	γ
m ⁻¹	نسبت گرمای ویژه	
kg/m	پایای انتشار صوت	
	چگالی عطف	δ

واحد	معنی	نماد
joule/m ³	چگالی انرژی	\mathcal{E}
farad/m	پایای دی الکتریک	ϵ
newton sec/m ²	نفوذپذیری فضای آزاد	ϵ_0
radian, degree	کار آبی	η
m	ضریب برشی چسناکو	θ
joule/m sec °C	زاویه	κ
m	شعاع زیراسیون	λ
henry/m	رسانایی گرمایی	Λ
m	طول موج	μ
kg/m ³	پایای مغناطونگش	μ_0
kg/m ²	نفوذپذیری مضاطبسی	ξ, η, ζ
coulomb/m ²	ضریب بازتاب فشار	ρ
m ²	نفوذپذیری فضای آزاد	σ
sec	مؤلفه های جابجایی	
sec	چگالی سرعت	
radian, degree	چگالی سطحی	
weber/m	چگالی بار الکتریکی	
radian/sec	نسبت پواسون	
steradian	سطح هدف	
	مدول نباهی	τ
	زمان واملش	
	زاویه	ϕ
	عمل تردادیسشر	
	فوکانس زاویه ای	ω
	زاویه فضایی	Ω

پاسخ به مسائل فرد

فصل ۱

1.1. البت

1.3. (a) $-T \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + (l-a)^2}} \right)$

(b) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Tl}{m(l-a)a}}$ (c) $l/2$

1.5. 124 kg 1.7. البت

1.9. $a \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin \frac{2\pi t}{T} + \frac{2}{3\pi} \sin \frac{6\pi t}{T} + \frac{2}{5\pi} \sin \frac{10\pi t}{T} + \dots \right)$

1.11. $R_m = 1.0 \text{ kg/sec}; \quad \omega_d = 9.85 \text{ rad/sec};$
 $A = 0.0402 \text{ m}; \quad \phi = -5.8^\circ$

1.13. البت 1.15. $\sqrt{\omega_0^2 + R_m^2/4m^2} \pm R_m/2m$

1.17. (a) $-(\omega F/Z_m) \sin(\omega t - \phi)$ (b) $\omega_0 / \left(1 - \frac{R_m^2}{2\omega_0^2 m^2} \right)^{1/2}$ (c) البت

فصل ۲

2.1. (a) 11.2 cycles/sec (b) 0.00494 joule (c) 0.99 m/sec

2.3. البت؛ التردد؛ سرعة موج را نشان می‌دهد 2.5. $(9h/n^2\pi^2) \sin(n\pi/3)$

2.7. $B_1 = 0.151 v_0 l^2/c^2; B_3 = -0.0325 v_0 l^2/c^2$
 $B_2 = B_4 = 0$

2.9. (a) 111.8 cycles/sec (b) 0.97 newton

2.11. (a) 54.2 cycles/sec (b) 183 cycles/sec

فصل ۳

3.1. (a) $(2n-1)c/4l$ (b) البت (c) 2525 cycles/sec (d) البت
 (e) $A_1 = 0.000208 \text{ m}; A_3 = -0.000023 \text{ m}; A_5 = 0.0000083 \text{ m}$

3.3. (a) $A = \frac{F \cos k(l-x)}{YSk \sin kl}$ (b) $Z = j\rho cS \tan kl$

(c) $Z = \rho cS$ (d) التردد

3.5. (a) 1780 cycles/sec (b) 350 newtons (c) 1800 cycles/sec

- 3.7. (a) 6800 cycles/sec (b) $x = 0.185$ m
 (c) 1.91 (d) 15,930 cycles/sec
 3.9. 0.35M 3.11. اثبات
 3.13. $A = 0.5a$; $B = -0.365a$; $C = -0.5a$; $D = 0.365a$
 3.15. اثبات 3.17. (a) 36 cycles/sec (b) 2000 newtons

فصل ۴

- 4.1. (a) 0.406A (b) $0.5 = \sin(\pi x/a) \sin(\pi z/a)$ (c) نه ; نوسیم
 4.3. (a) 0.0284 m (b) 0.0485 m
 (c) مربع —395 cycles/sec, 500 cycles/sec
 دایره —574 cycles/sec, 900 cycles/sec
 4.5. اثبات
 4.7. (a) 11,100 cycles/sec (b) 0.00555 m; 0.01275 m (c) 0.00000624 m
 4.9. (a) 4000 newtons/m (b) 6950 cycles/sec
 (c) 2.84×10^{-8} m (d) 1.41×10^{-8} m
 4.11. (a) 153 cycles/sec (b) 194 cycles/sec
 4.13. (a) نوسیم (b) نوسیم (c) 3.15 per cent; 47 per cent
 (d) 1060 cycles/sec
 4.15. (a) 242 cycles/sec; 555 cycles/sec; 870 cycles/sec; 1185 cycles/sec
 (b) هیچ یک; 0.109 m; 0.072 و 0.1595 m; 0.051, 0.117 و 0.183 m
 4.17. 1230 cycles/sec (b) فرکانس را دو برابر کنید
 (c) فرکانس را یک چهارم برابر کنید
 4.19. (a) -0.0025
 (b) $y_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) \left[J_0\left(\frac{6.3r}{a}\right) - 0.0025 I_0\left(\frac{6.3r}{a}\right) \right]$
 (c) نوسیم (d) 0.38

فصل ۵

- 5.1. اثبات ; $p = \rho_0 c u$
 5.3. (a) $\Delta T = \frac{(\gamma - 1) T p}{\gamma P}$ (b) 0.076°C 5.5. اثبات
 5.7. (a) 0.0795 watt/cm² (b) 48,500 newtons/m²
 (c) 0.0328 m/sec (d) 2.18×10^{-7} m
 (e) 2.22×10^{-5} (f) 34,300 newtons/m² (g) 110.7 db
 5.9. (a) 2.92×10^{-8} joule/m³; 0.0632 newton/m²
 (b) 4.55×10^{-5} joule/m³; 316 newtons/m²
 5.11. (a) اثبات (b) 430 rayls; 378 rayls
 (c) 13.8 درصد افزایش (d) 0.56 db افزایش

فصل ۶

- 6.1. (a) 0.0281 newton/m² (b) 0.00169 watt/m²; 0.0000019 watt/m²
 (c) 29.5 db
 (d) 66.5 newtons/m²; 0.0015 watt/m²; 0.5 db (e) 0.109
 6.3. (a) 0.25 (b) 4,440,000 rayls
 6.5. (a) 12.3 (b) 0.385 m و 1.245 m از سفال
 6.7. (a) 1 db (b) 0.2 (c) TL = 0.2 db; 0.05
 6.9. 51.3 db 6.11. (a) 65.5° (b) 0.96

- 6.13. (a) 28.5° (b) 104 newtons/m^2 (c) 4.2 newtons/m^2 (d) 0.00176
 6.15. (a) 69.65° (b) 65.4° (c) 0.077
 6.17. $\alpha_r = \frac{\rho_1^2 c_1^2 (\cos \theta - 1)^2 + \omega^2 \sigma^2 \cos^2 \theta}{\rho_1^2 c_1^2 (\cos \theta + 1)^2 + \omega^2 \sigma^2 \cos^2 \theta}$

فصل ۷

- 7.1. البت ; Derivation
 7.3. $89^\circ, 80^\circ, 28.5^\circ$; 7.5, 72, و 365 rays
 7.5. (a) 2000 microbars (b) 0.027 watt/m²
 (c) 0.68 watt (d) 0.000023 m
 7.7. (a) 0.628 watt
 (b) 5 watts/m²; 64.5 newtons/m²; 0.87 m/sec
 (c) 0.2 watt/m²; 12.9 newtons/m²; 0.046 m/sec
 7.9. $P = \rho_0 c a U_0 / r$; $U = a U_0 / r$; $I = \rho_0 c a^2 U_0^2 / 2r^2$; $W = 2\pi \rho_0 c a^2 U_0^2$
 7.11. البت 7.13. نویسم; 800 cycles/sec
 7.15. (a) 14.8° (b) 114 db
 7.17. (a) $R_r = \frac{4\pi \rho_0 c k^2 a^4}{1 + k^2 a^2}$; $X_r = \frac{4\pi \rho_0 c k a^3}{1 + k^2 a^2}$
 (b) $W = \frac{2\pi \rho_0 c k^2 a^4 U_0^2}{1 + k^2 a^2}$
 7.19. (a) 12.7 watts (b) 0.0098 watt/m² (c) 5.9 db (d) 0.001 kg
 7.21. (a) 0.31 m/sec (b) 15.2 newtons

فصل ۸

- 8.1. (a) 1.94 cm (b) 0.34 microbar
 (c) 452 cycles/sec (d) 452 cycles/sec
 8.3. (a) $I_1/I_2 = 4S_1^2/(S_1 + S_2)^2$ (b) $S_1 > S_2$
 (c) SWR = S_1/S_2 for $S_1 > S_2$; SWR = S_2/S_1 for $S_1 < S_2$
 8.5. (a) $S_2 = 0.33S_1$ (b) $P_c = 2S_1 P/S_2$ (c) 6
 8.7. (a) 164 cycles/sec (b) 174 watts (c) 7.8 watts
 8.9. نویسم
 8.11. (a) $\alpha_t = 4S^2/(2S + S_b)^2$ (b) $\alpha_b = 4SS_b/(2S + S_b)^2$
 (c) $\alpha_t = 0.64$; $\alpha_b = 0.32$ (d) α_r البت = 0.04 باز می نماند زیرا
 8.13. (a) 0.49 m^3 (b) 0.5 8.15. Proof
 8.17. (a) طول = 0.75 m; شعاع = 0.298 m (b) 10.2 db
 8.19. نویسم
 8.21. (a) 9.55 cycles/sec (b) $C = 0.00028 \text{ m}^4 \cdot \text{sec/kg}$; $M = 1.0 \text{ kg/m}^4$
 (c) $-15.1 \text{ j/kg/m}^4 \text{ sec}$

فصل ۹

- 9.1. (a) $2.43 \times 10^{-10} \text{ sec}$ (b) 657 megacycles/sec (c) نویسم
 9.3. $1.66 \times 10^{-10} \text{ sec}$; کمی کوچکتر است
 9.5. (a) $3.18 \times 10^{-5} \text{ sec}$ (b) نویسم (c) 61.5; 32; 12.8
 9.7. (a) 2 db (b) 45 db
 9.9. (a) 0.000154 m (b) 339.4 m/sec (c) 0.039 neper/m (d) 0.68 db
 9.11. (a) 0.147 db/m (b) 0.000096 db/m (c) 0.0024 db/m
 9.13. (a) 46.2 kc/sec (b) 73 حباب در متر مکعب (c) 10 درصد کمتر

فصل ۱۰

- 10.1. (a) البت (b) 1.32
 10.3. (a) البت (b) $(4.05 - j0.063)$ kg/sec
 10.5. (a) 50.4 cycles/sec (b) 2.37 (c) 0.00189 m (d) 0.0005 m
 10.7. (a) 5 kg/sec; 2500 newtons/m; 0.01 kg (b) 13.8 per cent
 10.11. ترمیم 10.13. 0.00885 watt
 10.15. (a) 1040 newtons/m (b) 0.144 m³ (c) 4.75 amperes
 10.17. (a) 0.68 m³ (b) 1.27
 10.19. (a) 136.5 cycles/sec (b) 0.004 m³/sec (c) 0.000327 m
 10.21. $\alpha_t = \frac{2\sqrt{1 - (m/2k)^2}}{1 + \sqrt{1 - (m/2k)^2}}$
 10.23. (a) 18.3 (b) 0.00059 m³/sec (c) 0.0000335 m
 (d) 31.4 در صد (e) 1.22 volts
 10.25. 8.05 watts
 10.27. (a) $R_A = \sqrt{R_B R_V}$ (b) $\eta = \frac{\sqrt{R_V} - \sqrt{R_B}}{\sqrt{R_V} + \sqrt{R_B}}$ (c) $R_r = R_m \sqrt{\frac{R_V}{R_B}}$

فصل ۱۱

- 11.1. (a) 8.33×10^8 ohms/m (b) 0.0417
 11.3. (a) 34,800 cycles/sec (b) -70.4; 360,000 ohms (c) -67.8 db
 11.5. -32 db
 11.7. (a) -100 db (b) -63 db (c) 0.0005
 11.9. (a) ترمیم (b) ترمیم (c) ترمیم (d) میکال بر ثانیه 2150 ماکسیمم فر
 11.11. $F = 2PSkl \cos kx \cos \omega t$; البت 11.13. -68 db
 11.15. (a) -40 db (b) 0.605 newton/m²

فصل ۱۲

- 12.1. (a) 4.6×10^{-8} (b) 3620 newtons/m² (c) 1.24×10^{-10} joule
 12.3. (a) 45.4 kilocycles/sec
 (b) $C_0 = 2.36 \mu\text{mf}$; $C = 0.02 \mu\text{mf}$; $L = 607$ henrys; $R = 8660$ ohms
 12.5. البت
 12.7. (a) 13.67 kilocycles/sec (b) 1.92 watts (c) $192 + j840$ micromhos
 12.9. (a) $\sigma = dF_y/S_y$ (b) 2.75×10^{-6} coulomb (c) 8880 volts
 12.11. (a) 20.5 kilocycles/sec (b) $90 + j400$ micromhos
 (c) 2635 volts (d) 24.08 kilocycles/sec; 17.44 kilocycles/sec
 (e) 90 micromhos (f) 3.13
 12.13. (a) 958 kilocycles/sec (b) 2400 volts (c) 0.0014 watt/cm²
 12.15. (a) البت (b) 0.092; 0.1
 (c) 0.4; 0.18
 12.17. (a) البت (b) البت (c) 0.00029 ولت بر نیوتن بر متر مربع
 12.19. (a) $E/P = e_{11}f/\epsilon_0 c_{11}$ (b) 0.00002 ولت بر نیوتن بر متر مربع
 12.21. (a) $C_0 = 3180 \mu\text{mf}$; $C = 216 \mu\text{mf}$; $L = 0.058$ henry; $R = 2000$ ohms
 (b) 8.2 (c) 0.277
 12.23. (a) -0.715×10^{-4} (b) انقباض 6.85 $\times 10^{-7}$ m
 (c) 39.5 newtons (d) انقباض 2.07 $\times 10^{-7}$ m
 (e) 11.9 newtons

- 12.25. (a) 19.65 kilocycles/sec (b) 8.2 volts (فله)
 12.27. (a) 31 kilocycles/sec (b) $9.43f \times 10^{-9}$ ولت برینون بر متر مربع
 (c) $-180.5 + 20 \log f$
 12.29. (a) 13.5 ohms (b) 26.2 درصد

فصل ۱۳

- 13.1. (a) 36 phons; 0.7 sone (b) 48 db (c) 75 db
 13.3. (a) 87.7 db (b) 80 sones (c) 99 db
 13.5. $a_2 P^2/2$; $(a_1 P + 3a_3 P^3/4)$; $a_2 P^2/2$; $a_3 P^3/4$
 13.9. 47 db
 13.11. (a) $PSL = 128 - 20 \log f$
 (b) به ازای هر اکتاو افزایش فرکانس 6 db کاهش می‌یابد (c) 77 db
 13.13. 89 db

فصل ۱۴

- 14.1. (a) $\frac{dIL}{dt} = \frac{1.087ac}{V(e^{act/4V} - 1)}$ (b) بینهایت؛ صفر (c) $2.76 V/ac$
 14.3. (a) 77.6 db (b) 0.0141 sec (c) 5.85 sabins
 14.5. (a) 0.000061 watt (b) 0.154 (c) 1.12 sec (d) 57.5 db
 14.7. (a) 1.47 sec (b) 0.000635 watt (c) 0.045 (d) No
 14.9. (a) 66 db (b) 52 phons (c) 62 db; 60 phons
 14.11. (a) 6.67 ft (b) 168 (c) 0.238 sec (d) 0.29 (e) 0.238 sec
 14.13. f انبات 14.15. (a) انبات (b) 0.00592 ft^{-1} (c) 0.76 sec
 14.17. (b) 84.2 db (c) 0.272
 14.19. 0.00014 watt (b) 2200 sabins (c) 0.2 sec
 14.21. (a) 0.356; 1.07; 2.15; 3.6; 5.4; 7.6 (b) 288 cycles/sec
 14.23. 0.406 (b) 0.217 sec (c) 0.354 sec
 14.25. (a) 1.22 sec (b) 1.63 sec (c) 1.05 sec
 14.27. (a) نویسیم (b) 0.79
 14.29. (a) 1950 cycles/sec (b) 0.113 sec (c) 116 db
 (d) 138 cycles/sec; 184 cycles/sec; 230 cycles/sec

فصل ۱۵

- 15.1. (a) 1475.1 m/sec (b) 0.00215 db/m 15.3. انبات
 15.5. (a) 1340 m (b) 1.48° (c) 2330 m (d) 308 m
 15.7. (a) 115 m (b) 183.5 m
 15.9. (b) 0.002 sec (c) 100 m و 55 در زرفای میان
 15.11. (b) 0.02 m
 15.13. (a) $r = 6.3 \text{ khd}$ (b) 2640 m
 15.15. (a) 25.5 db (b) 133.5 db (c) 16.66°
 15.17. (a) 44 db (b) -12 db
 15.19. (a) 4000 m (b) 4600 m 15.21. 725 m
 15.23. 7.5 m/sec 15.25. (a) 1260 m (b) 5000 m
 15.27. (a) $f = 470/\sqrt{r}$ (b) 4.7 kilocycles/sec (c) 220,000 m
 15.29. (a) 11.2 db (b) 10.4^2 (c) 12.3 ; $0.22E_0$ (d) $+2 \text{ db}$

واژه‌نامه

I. واژه‌نامه انگلیسی - فارسی

A

acceleration	شتاب
acoustic compliance	نرمش آکوستیکی
acoustic doublet	همال آکوستیکی
acoustic inertance	اینرٹانس آکوستیکی
acoustic intensity	شدت آکوستیکی
acoustic mobility	تحرک آکوستیکی
acoustic ohm	اُهم آکوستیکی
acoustics	آکوستیک، صوتیک
adiabatic	آدیاباتیک، بی‌درو
admittance	گذارایی، ادمیتانس
anechoic chamber	اتاق بی‌بژواک
angular frequency constant	پایای فرکانس زاویه‌ای
anomalous	آهنجار
anomaly	آهنجاری
antinode	شکم، پادگره
applied acoustics	آکوستیک کاربردی
architectural acoustics	آکوستیک ساختمانی
attenuated	تنکیده
attenuate (to)	تنکیدن
attenuating	تنکنده
attenuation	تنکش

attenuation constant	پایای تنکش
aural harmonics	هارمونیکهای شنودی
azimuth	سمت
azimuthal	سمتی

B

band-pass filter	صافی نوار-گذر
band width	پهنای نوار، باند-پهنا
bar	میله
bass-reflex cabinet	جعبه انعکاس بم
beam	تابه
beam width	پهنای تابه، تابه-پهنا
beat	زنش
bending	خمش
bidirectional	دوراستایی
binding energy	انرژی همگیری
blocked impedance	پاگیری بازداشته، امپدانس بازداشته
broad resonance	همنوایی پهن، روزونانس پهن
bulk modulus	مدول تراکم، مدول حجمی

C

cardioid microphone	میکروفون دلوار
cavity	کاواک
chemical relaxation	واهلش شیمیایی

elasticity الاستیسیته
 elastic limit حد الاستیک
 electromagnetic

الکترومغناطیس، برق‌مغناطی

emf نیروی محرکه الکتریکی
 equipartition of energy

برابری انرژی

excite (to) برانگیختن

experience تجربه

experiment آزمایش

exponential اکسپونانسیل، نمایی

exponential horn بوق نمایی

extrapolation برونیاش

F

fathometer ژرفاسنج

feedback فیدبک، پس‌خور

fidelity هماندهی

filter صافی، فیلتر، پالایه

finite baffle دیوارک باکران

first side lobe نخستین بره کناری،

نخستین لب‌کناری

fluid شاره

flux شار

folded horn بوق تاشونده

footnote پانویس

forced oscillation نوسان واداشته

frequency فرکانس

G

gain بهره

gradient گرادینان

graph نگاره

gravitate (to) گراندیدن

gravitation گرانش

gravitational گرانشی
 grid گرید

H

half-power نیم توان

hangover برآهنگ

heat گرما

high fidelity بس هماندهی

high frequency پرفرکانس

high-pass filter صافی بالاگذر

homogeneity همگنی

homogeneous همگن

horn بوق

horn loudspeaker بلندگوی بوق‌دار

hum همهمه

hydrophone هیدروفون

hysteresis پسماند

I

imaginary انگاری

impedance پاگیری، امپدانس

infinite baffle دیوارک بیکران

infinite baffle cabinet

جعبه دیوارک-بیکران

inhomogeneous ناهمگن

infrasonic فرصوتی

in phase همفاز

input در داده

intensity level تراز شدت

irreversible واگشت ناپذیر

isothermal همدم

isotropic ایزوتروپ

K

kettledrum نقاره

L

layer	لایه
line array	آرایش خطی
liquid	آبگون
live room	اتاق زنده
lobe	لب، بره
longitudinal wave	موج طولی
loudness	بلندی
loudspeaker	بلندگو
loudspeaker cabinet	جعبه بلندگو
low-pass filter	صافی پایین-گذر

M

macroscopic	ماکروسکوپی
magnetostriction	مغناطوسنگش
magnetostrictive	مغناطوسنگه
major lobe	بره بزرگ، لب بزرگ
masking	پوشش
mass-loaded bar	میله بارشده
matched	جفتیده
match(to)	جفتیدن
matching	جفتش
matching transformer	ترانسفورماتور جفتگر

mechanical compliance	نرمش مکانیکی
mechanical reactance	راکتانس مکانیکی
mechanical resistance	مقاومت مکانیکی، ایستادگی مکانیکی
medium	محیط
mel	مل
membrane	پوسته

microphone	میکروفون
missile	موشک
mode	مد
moment	گشتاور
monatomic	تک اتمی
motional impedance	پاگیری حرکتی، امپدانس حرکتی

N

nodal lines	خطهای گرهی
nodal points	نقطه‌های گرهی
node	گره
noise	نوفه
nondirectional	ناراستایی
nondissipative	پس ندادنی

O

octant	هشتان
omnidirectional	همه‌راستایی، ویسپ راستایی
oscillator	نوسانگر
output	بازداده
overtone	آبرتن، نت فرعی

P

pair	جفت
pattern	الگو
period	دوره
periodic	دوره‌ای
phase	فاز
phase inverter	فاز برگردان
phenomenon	پدیده
phenomenology	پدیده‌شناسی
phon	فون
pitch	ارتفاع

plane	صفحه
plane wave	موج تخت
plate	ورق
polarization	پولاریزاسیون، قطبش
polarize (to)	پولاریزه کردن، قطبیدن
polarized	قطبیده
polyatomic	چند اتمی
power	توان
pressure	فشار
pressure-gradient microphone	میکروفون گرادیان فشار
pressure level gain	بهره تراز فشار
pressure microphone	میکروفون فشاری
pressure response	پاسخ فشار
primary	نخستین
process	فراروند
pulsating sphere	کره تپنده
pulsation	تپش
pulse	تپه
pure tone	تن خالص، تن ناب
push-pull	پوش پول، ران-کش

Q

quality	کیفیت، چوبی
quality factor	فاکتور کیفیت
quantity	کمیت، چندی

R

radiation impedance	پاگیری تابشی، امپدانس تابشی
radius	شعاع
rate	نرخ
ray	پرتو
rayl	ریل

recognition differential	تفاضل بازشناسش
reed	قمیش
relaxation	واهلش
relaxation time	زمان واهلش
reluctance	ستیزایی
resistance	مقاومت، ایستادگی
resonance	رزونانس، همنوایی
resonator	رزوناتور، همنوآگر
restoring force	نیروی برگرداننده
resultant	برآیند
reverberant	بازآواينده
reverberate (to)	بازآوايدن
reverberation	بازآوايش
reverberation chamaer	اتاق بازآوايش
reversible	واگشت پذیر
rotation	چرخش

S

salinity	شورا
scatterer	پاشنده
scattering	پاشند
secondary	دومینه
selectivity	گزینندگی
sharp resonance	رزونانس تیز، همنوایی تیز
shock wave	موج ضربه‌ای
signal	سیگنال
simple harmonic vibration	ارتعاش هارمونیک ساده
simple source	منبع ساده
single function	تابع یک مقداری
siren	سیرن

sofar	سوفار
sonar	سونار
sonar transducer	تراگذار سونار
stone	سوتن
sound	صوت
sound-controlled microphone	میکروفون صوت-کنترلی
sound level	تراز صوت
sound-powered microphone	میکروفون صوت-توانی
source level	تراز منبع
speaker	بلندگو
specific heat	گرمای ویژه
spherical wave	موج کروی
spike	خار
standard	استانده
standing wave	موج ایستاده
steady state term	جمله پایدار
stiffness constant	پایای سختی
strain	استرین
strength	توانایی، زور
stress	استرس
string	تار
structural relaxation	واهلش ساختمانی
supersonic	ابرصوتی
surface	سطح
susceptance	برگیرایی، سوسپتانس
symbol	نماد

T

temperature	دما
tension	کشش، تنش
test	آزمون
thermal agitation	آغالش گرمایی

thermocline	دماشیب
threshold of audibility	آستانه شنودگی، آستانه شنوایی
timbre	طنین
tone	تن
toroid	چمبروار
torque	گشتاور
transcendental	فرازنده، ناجبری
transducer	تراگذار
transformation	ترادیش، تبدیل
transformation factor	عامل تبدیل، عامل ترادیش
transmission	تراگیل
transmission loss	کاهش تراگیل، اتلاف تراگیل
transverse wave	موج عرضی

U

ultrasonic	فراصوتی
ultrasonics	فراصوت
unattenuated	ناشکیده
underwater acoustics	آکوستیک زیرآبی
unidirectional	یکراستایی

V

vector	بردار
velocity-ribbon microphone	میکروفون سرعتی-نواری
vibrating string	تار مرتعش
vibrator	ارتعاشگر
viscosity	چسبناکی، چسبندگی
voice-coil	پیچک صوتی
voltage drop	افت پتانسیل

volume displacement

تغییر مکان حجمی

volume velocity

سرعت حجمی

W

wave acoustics

آکوستیک موجی

wavecrest

سینغ موج

wavefront

سطح موج

wavelength constant

پایای طول موج

white noise

نوفه سفید

X

xylophone

کسیلوفون

II . واژه نامه فارسی - انگلیسی

detect (to)	آشکاریدن		
detected	آشکاریده		
thermal agitation	آغالش گرمایی		
voltage drop	افت پتانسیل		
exponential	اکسپونانسیل، نمایی		
acoustics	آکوستیک، صوتیک		
underwater acoustics	آکوستیک زیر آبی		
architectural acoustics	آکوستیک ساختمانی		
applied acoustics	آکوستیک کاربردی		
wave acoustics	آکوستیک موجی		
elasticity	الاستیسیته		
electromagnetic pattern	الکترومغناطی، الگو		
impedance	امپدانس، پاگیری		
blocked impedance	امپدانس بارداشته، پاگیری بازداشته		
radiation impedance	امپدانس تابشی، پاگیری تابشی		
motional impedance	امپدانس حرکتی، پاگیری حرکتی		
complex mechanical impedance	امپدانس مکانیکی مختلط، پاگیری مکانیکی مختلط		
binding energy	انرژی همگیری		
imaginary	انگاری		
acoustic ohm	اهم آکوستیکی		
		الف	
		overtone	آبرتَن، نت فرعی
		supersonic	آبرصوتی
		liquid	آبگون
		reverberation chamber	اتاق باز آوایش
		anechoic chamber	اتاق بی پژواک
		live room	اتاق زنده
		dead room	اتاق مرده
			اتلاف تراگسیل، کاهش تراگسیل
		transmission loss	
		admittance	ادمیتانس، گذارایی
		adiabatic	آدیاباتیک، بی درو
		line array	آرایش خطی
		vibrator	ارتعاشگر
		simple harmonic vibration	ارتعاش هارمونیک ساده
		pitch	ارتفاع
		experiment	آزمایش
		test	آزمون
		standard	استانده
			آستانه شنودگی، آستانه شنوایی
		threshold of audibility	
		stress	استرس
		strain	استرین
		disturbance	آشفتگی
		detection	آشکارش

پ

antinode	پادگره، شکم
response	پاسخ
pressure response	پاسخ فشار
scattering	پاشند
scatterer	پاشنده
impedance	پاگیری، امپدانس
	پاگیری بازداشته، امپدانس بازداشته
blocked impedance	
radiation impedance	پاگیری تابشی
motional impedance	پاگیری حرکتی
	پاگیری مکانیکی مختلط، امپدانس مکانیکی مختلط
complex mechanical impedance	
filter	پالایه، صافی، فیلتر
footnote	پانوش
constant	پایا، ثابت
attenuation constant	پایای تنکش
stiffness constant	پایای سختی
wavelength constant	پایای طول موج
angular frequency constant	پایای فرکانس زاویه‌ای
phenomenon	پدیده
phenomenology	پدیده شناسی
diffraction	پراش
diffractor	پراشده
diffract (to)	پراشیدن
diffracted	پراشیده
dispersion	پراکند
ray	پرتو
high-frequency	پرفرکانس
echo	پژواک
echo (to)	پژواکیدن

ب

anomalous	آهنجار
anomaly	آهنجاری
isotropic	ایزوتروپ
resistance	ایستادگی، مقاومت
acoustic inertance	اینرتانس آکوستیکی
reverberation	بازآوایش
reverberant	بازآواینده
reverberate (to)	بازآواییدن
output	بازداده
band width	باند-پهنای، پهنای نوار
equipartition of energy	برابری انرژی
excite (to)	برانگیختن
hangover	بر آهنگ
resultant	بر آید
vector	بردار
electromagnetic	برق‌مغناطی، الکترومغناطیس
susceptance	برگیرایی، سوسپتانس
extrapolation	برونمایش
major lobe	بره بزرگ، لپ بزرگ
high fidelity	بس هماندهی
loudspeaker, speaker	بلندگو
horn loudspeaker	بلندگونی بوق‌دار
loudness	بلندی
horn	بوق
folded horn	بوق تاشونده
exponential horn	بوق نمایی
gain	بهره
pressure level gain	بهره تراز فشار
adiabatic	بی‌درو، آدیاباتیک

couple	تروه
couple (to)	ترویدن
coupled	ترویده
transformation	ترادیسش، تبدیل
intensity level	تراز شدت
sound level	تراز صوت
source level	تراز منبع
compressible	تراکم پذیر، تنج پذیر
compressibility	تراکم پذیری، تنج پذیری
transducer	تراگذار
sonar transducer	تراگذار سونار
transmission	تراگیل
	ترانسفورماتور جفتگر
matching transformer	
volume displacement	تغییر مکان حجمی
	تفاضل بازشناسش
recognition differential	
monatomic	تک اتمی
dissipative	تلف کننده
tone	تن
complex tone	تن آمیخته
difference tone	تن تفاضل
compressible	تنج پذیر، تراکم پذیر
compressibility	تنج پذیری، تراکم پذیری
pure tone	تن خالص، تن ناب
tension	تنش، کشش
attenuation	تنکش
attenuating	تنکننده
attenuate (to)	تنکیدن
pure tone	تن ناب، تن خالص
power	توان
strength	توانایی، زور

feedback	پسخور، فیدبک
hysteresis	پسماند
nondissipative	پس ندادنی
membrane	پوسته
circular	پوسته گرد
membrane	
push-pull	پوش-پول، ران-کش
masking	پوشش
polarization	پولاریزاسیون، قطبش
polarized	پولاریزه، قطبیده
polarize (to)	پولاریزه کردن، قطبیدن
band width	پهنای نوار، باند پهنای
beam width	پهنای تاب، تاب پهنای
voice-coil	پیچک صوتی
continuity	پیوستگی

ت

single-valued	تابع یک مقداری
function	
beam	تابه
beam width	تابه پهنای، پهنای تابه
distortion	تابیدگی، واپیچش
string	تار
vibrating string	تار مرتعش
decay	تباهی
decay (to)	تباهیدن
transformation	تبدیل، ترادیسش
degenerate	تبهگن
pulsation	تپش
pulse	تپه
experience	تجر به
acoustic mobility	تحرک آکوستیکی
coupling	تروش
coupling	ترونده

temperature	دما
thermocline	دماشیب
bidirectional	دوراستایی
period	دوره
periodic	دوره‌ای
secondary	دومینه
duration	دیرش
finite baffle	دیوارک باکران
infinite baffle	دیوارک بیکران
ر	
direction	راستا
directivity	راستاوری
directional	راستایی
mechanical reactance	راکتانس مکانیکی
push-pull	ران-کش، پوش-پول
resonator	رزوناتور، هم‌واگر
resonance	رزونانس، هم‌نوایی
	رزونانس پهن، هم‌نوایی پهن
broad resonance	
sharp resonance	رزونانس تیز، هم‌نوایی تیز
conductance	رسانایی
rayl	ریل
ز	
relaxation time	زمان واهلش
beat	زنش
strength	زور، توانایی
ژ	
fathometer	ژرفاسنج
س	
directivity factor	سازه‌راستاوری
reluctance	ستیزایی
wavecrest	ستیع موج
volume velocity	سرعت حجمی

ث	
constant	ثابت، پایا
ج	
direct current	جریان یکسو
bass-reflex cabinet	جعبه انعکاس بم
loudspeaker cabinet	جعبه بلندگو
infinite baffle cabinet	جعبه بیکران-دیوارک
pair	جفت
matching	جفتش
matched	جفتیده
match (to)	جفتیدن
steady state term	جمله پایدار
چ	
rotation	چرخش
viscosity	چسبناکی، چسبندگی
density	چگالی
toroid	چنبه‌وار
polyatomic	چنداتمی
quantity	چندی، کمیت
quality	چونی، کیفیت
ح	
elastic limit	حدالاستیک
خ	
spike	خار
nodal lines	خطهای گرهی
bending	خمش
curvature	خمیدگی
د	
data	داده‌ها
degrees of freedom	درجه‌های آزادی
input	درداده

	ف		surface	سطح
phase	فاز		wavefront	سطح موج
phase inverter	فاز برگردان		azimuth	سمت
quality factor	فاکتور کیفیت		azimuthal	سمتی
process	فراروند		sofar	سوفار
transcendental	فرازنده، ناجبری		sonic	سون
ultrasonics	فراصوت		sonar	سونار
ultrasonic	فراصوتی		siren	سیرن
frequency	فرکانس		signal	سیگنال
infrasonic	فروصوتی	ش	flux	شار
pressure	فشار		fluid	شاره
phon	فون		acceleration	شتاب
feedback	فیدبک، پسخور		acoustic intensity	شدت آکوستیکی
	ق		radius	شعاع
polarize (to)	قطبیدن، پولاریزه کردن		antinode	شکم، پادگره
polarized	قطبیده، پولاریزه		salinity	شور
polarization	قطبش، پولاریزاسیون			
reed	قمیش	ص	filter	صافی، پالایه، فیلتر
	ک		high-pass filter	صافی بالا-گذر
efficiency	کارایی		low-pass filter	صافی پایین-گذر
deep sound canal	کانال صوتی ژرف		band-pass filter	صافی نوار-گذر
cavity	کاواک		plane	صفحه
	کاهش تراگسیل، اتلاف تراگسیل		sound	صوت
transmission loss			complex sound	صوت آمیخته
pulsating sphere	کره تپنده		acoustics	صوتیک، آکوستیک
direction cosine	کسینوس هادی	ض		
xylophone	کسیلوفون		directivity index	ضریب راستاوری
tension	کشش، تنش	ط		
quantity	کمیت، چندی		timbre	طنین
quality	کیفیت، چونی	ع		
	گ		transformation factor	عامل تبدیل، عامل ترادیش
admittance	گذارایی، ادمیتانس		complex number	عدد مختلط
gradient	گرادیان			
gravitation	گرانش			

missile	موشک
component	مؤلفه، همنه
critical damping	میرایی بحرانی
microphone	میکروفون
cardioid microphone	میکروفون دلووار
	میکروفون سرعتی-نواری
velocity-ribbon microphone	
sound-powered microphone	میکروفون صوت-توانی
	میکروفون صوت-کنترلی
sound-controlled microphone	
pressure microphone	میکروفون فشاری
	میکروفون گرادیان فشار
pressure-gradient microphone	
bar	میله
mass-loaded bar	میله بارشده
	ن
nondirectional	ناراستایی
unattenuated	ناتنکیده
transcendental	ناجبری، فرازنده
inhomogeneous	ناهمگن
overtone	نت فرعی، آبرتن
first side lobe	نخستین بره کناری
primary	نخستینه
rate	نرخ
decay rate	نرخ تباهی
compliance	نرمش
acoustic compliance	نرمش آکوستیکی
mechanical compliance	نرمش مکانیکی
kettledrum	نقاره
nodal points	نقطه‌های گرهی
graph	نگاره
symbol	نماد

gravitational	گرانشی
heat	گرما
specific heat	گرمای ویژه
node	گره
grid	گرید
selectivity	گزینندگی
moment, torque	گشتاور
	ل
layer	لایه
lobe	لپ
major lobe	لپ بزرگ، بره بزرگ
	م
macroscopic	ماکروسکوپی
medium	محیط
mode	مد
decay modulus	مدول تباهی
bulk modulus	مدول تراکم، مدول حجمی
magnetostriction	مغناطو تنگش
magnetostrictive	مغناطو تنگنده
resistance	مقاومت، ایستادگی
mechanical resistance	مقاومت مکانیکی
mel	مل
simple source	منبع ساده
constant pressure curve	منحنی پایا-فشار
cylindrical wave	موج استوانه‌ای
standing wave	موج ایستاده
plane wave	موج تخت
shock wave	موج ضربه‌ای
longitudinal wave	موج طولی
transverse wave	موج عرضی
spherical wave	موج کروی

	ه	
aural harmonics	هارمونیکهای شنودی	
octant	هشتان	
doublet	همال	
acoustic doublet	همال آکوستیکی	
fidelity	هماندهی	
isothermal	همدمما	
in phase	همفاز	
homogeneous	همگن	
homogeneity	همگنی	
resonator	همنواگر، رزوناتور	
resonance	همنوایی، رزونانس	
	همنوایی پهن، رزونانس پهن	
broad resonance		
sharp resonance	همنوایی تیز، رزونانس تیز	
component	همنه، مؤلفه	
hum	هممه	
hydrophone	هیدروفون	
	همه راستایی، ویسپ راستایی	
omnidirectional		
	ی	
unidirectional	یکراستایی	

exponential	نمایی، اکسپونانسیل
diagram	نمودار
oscillator	نوسانگر
damped oscillation	نوسان میرا
forced oscillation	نوسان واداشته
noise	نوفه
white noise	نوفه سفید
restoring force	نیروی برگرداننده
driving force	نیروی راننده
counter emf	نیروی ضد محرکه الکتریکی
emf	نیروی محرکه الکتریکی
half-power	نیم توان
	و
divergent	واگرا
reversible	واگشت پذیر
irreversible	واگشت ناپذیر
relaxation	واهلش
structural relaxation	واهلش ساختمانی
chemical relaxation	واهلش شیمیایی
plate	ورق
	ویسپ راستایی، همه راستایی
omnidirectional	

فهرست راهنما

- | | |
|---|--|
| <p>ارتفاع، ۴۴۴، ۴۳۷</p> <p>استانده‌ها، آکوستیکی، ۱۳۴</p> <p>درجه بندی پاسخهای میکروفون، ۳۵۴</p> <p>آستانه احساس، ۴۳۰</p> <p>آستانه شنوایی، ۴۲۸</p> <p>استرس طولی، ۶۲</p> <p>استرین طولی، ۶۱</p> <p>آکوستیک زیر آبی، ۵۰۱</p> <p>آکوستیک ساختمانی، ۴۵۷</p> <p>آکوستیکی، توان، ۱۹۸، ۱۸۲</p> <p>آکوستیکی، شدت، ۱۷۷، ۱۳۲</p> <p>آکوستیکی، صافی، ۲۳۰، ۲۲۸، ۲۲۴</p> <p>آکوستیکی، مشابهها، ۲۰۸</p> <p>آکوستیکی، همال، ۲۹۰</p> <p>الکترو آکوستیکی، مشابهها، ۲۰۸</p> <p>امپدانس (← پاگیری)</p> <p>اندازه گیریهای تراگذار، پیزوالکتریکی، ۳۹۵</p> <p>مغناطو تنگنده، ۴۰۹</p> <p>اوپراتور لاپلاس، ۱۷۱، ۱۷۰، ۹۲</p> <p>اهم مکانیکی، ۲۳</p> <p>آهنجاری تراگسیل، ۵۰۶</p> <p>اینر تانس، آکوستیکی، ۲۰۸</p> <p>توزیع شده، ۲۱۳</p> | <p>آب دریا، تنکش، ۲۵۸</p> <p>سرعت صوت، ۵۰۳</p> <p>شکست، ۵۰۷</p> <p>اتاق، باز آوایش در، ۴۶۷، ۴۶۴، ۴۵۷</p> <p>مدهای ارتعاشی در، ۴۷۹</p> <p>اتاق باز آوایش، ۴۷۴، ۴۶۴</p> <p>اتاق بی پژواک، ۳۱۳، ۱۴۸</p> <p>اتاق زنده، باز آوایش در، ۴۶۳</p> <p>اثر دما بر سرعت صوت،</p> <p>در آب دریا، ۵۰۳</p> <p>در آب شیرین، ۱۲۸</p> <p>در هوا، ۱۲۷</p> <p>اثر لایه، ۵۱۳</p> <p>ارتباطات زیر آبی، ۵۴۱</p> <p>ارتعاشگر پیزوالکتریکی، ۳۸۸، ۳۶۸</p> <p>ارتعاش، بلور کوآرتز، ۳۸۸، ۳۶۷</p> <p>تار، ۳۶</p> <p>میله، ۶۰</p> <p>نوسانگر ساده، ۲</p> <p>ورق، ۱۰۸</p> <p>ارتعاش عرضی، تار، ۳۶</p> <p>میله، ۷۱</p> <p>ارتعاشهای ساده هارمونیک، ۲، ۷</p> <p>ترکیبهای خطی، ۱۳، ۱۱</p> <p>ورق دایره‌ای، ۱۰۹</p> |
|---|--|

باز آوایش، در آب دریا، ۵۲۹

- بازتاب صوت، از مواد جذب کننده، ۱۴۵، ۱۶۱، ۴۹۲
- در تابش مایل، ۱۶۱
- در لوله، ۲۲۰، ۲۱۴
- در مرزها، ۱۴۰، ۱۵۰، ۱۵۷
- بازداده آکوستیکی کشته‌ها، ۵۳۵
- بلندگو (← بلندگوی باتابش مستقیم و بوق)
- بلندگوی باتابش مستقیم، ۲۷۲
- اندازه‌گیری باز داده، ۳۱۲، ۳۱۴
- پاسخ فرکانس، ۲۸۴، ۳۱۲
- پاگیری، ۲۸۱
- پیچک صوتی، ۲۸۸
- تشعشع همال، ۲۹۰
- توان، ۲۷۷، ۳۱۴
- جمعیه، ۲۹۶
- دیوارک، ۲۹۴
- راستاوری، ۱۸۹
- کارآیی، ۲۷۷، ۲۸۲، ۲۸۸
- مخروطی، ۲۸۵، ۲۸۷
- بلندگوی بوق دار، ۳۰۱
- بلندگوی پیستونی، ایده آل، ۲۷۲
- مثال عددی، ۲۷۹
- بلندگوی دینامیک (← بلندگوی باتابش مستقیم)
- بلندی، ۴۳۰، ۴۳۴
- بلورکوارتز، ۳۶۷
- بوق، پاسخ فرکانس، ۳۱۲
- تاشونده، ۳۱۲
- توان باز داده، ۳۱۰
- دستگاه راننده، ۳۱۰
- کارآیی، ۳۰۹، ۳۱۱
- نمایی، ۳۰۳
- بوق نمایی (← بوق)، ۳۰۳
- پاگیری، آکوستیکی، ۲۰۵
- آکوستیکی توزیع شده، ۲۱۳
- آکوستیکی ویژه، ۱۳۳، ۱۷۴، ۲۰۷، ۴۸۹
- بازداشته یا درگیر، ۲۷۶، ۳۱۴، ۴۰۹
- پیستون، ۱۹۶، ۲۷۲، ۲۸۱، ۵۵۴
- تشعشعی، ۱۹۶، ۲۰۷
- حرکتی، ۲۷۵، ۲۸۲، ۴۰۹
- مشخص محیط، ۱۳۴
- تارمرتض، ۵۳
- مکانیکی، ۲۲، ۵۲
- پاگیری آکوستیکی ویژه، تعریف، ۱۳۳
- عمودی، دیوار، ۱۴۵، ۴۸۹
- موج تخت، ۱۳۳
- موج کروی، ۱۷۴
- پایه‌های پیزوالکتریک، کوارتز، ۳۷۱
- مواد تراگذار، ۳۸۵
- پایای تنکش، ۲۴۴، ۲۴۷، ۲۵۸، ۲۵۹
- پایای سختی فنر، ۲
- پایای طول موج، ۴۳
- پایای فرکانس زاویه‌ای، ۴، ۲۲
- پتانسیل حلزونی، ۴۲۷، ۴۴۲
- پدیده دوپلر، ۵۳۴
- پدیده‌های تراگیسیل، ۱۴۰
- درشاخه جانبی، ۲۲۲
- در لوله، ۲۱۵
- در مرزها، ۱۴۰، ۱۴۵، ۱۴۹، ۱۵۶
- پراش صوت، ۳۴۱
- پوسته، ارتعاش نامتقارن، ۱۰۵
- ارتعاش واداشته، ۱۰۲
- دایره‌ای، ۹۲
- مستطیلی، ۸۹
- پوشش، توسط بازآوایش، ۴۶۵، ۵۲۹
- توسط تن خالص، ۴۴۵

تراز شدت، ۱۳۶
 تراز صوت سنج، ۴۳۶
 تراز طیف فشار، ۴۴۸
 متعلق به نوبه دریا، ۵۲۶
 تراز فشار صوت، ۱۳۶
 تراز منبع، ۵۲۲
 تراز نوار، ۴۴۹
 تراگذار، اندازه گیریها (← اندازه گیریهای تراگذار)
 تراگذار، پیزوالکتریکی، ۳۸۵
 تراز منبع، ۵۲۲
 سونار، ۴۰۵، ۳۸۶
 مغناطوسنگنده، ۴۰۵
 تصحیح انتهایی، رزوناتور هلمهولتس، ۲۰۴
 لوله، ۲۱۹، ۲۰۴
 تغییر مکان و سرعت حجمی، ۲۰۵
 تفاضل بازشناسش، ۵۳۱، ۵۲۸
 تقویت کننده برای میکروفون، ۳۳۳
 تلفن، دامنه فرکانس، ۴۴۶
 دیافراگم، ۱۱۴
 تنکش، پایا (← پایای تنکش)
 تنکش صوت، ۲۳۸
 درآب دریا، ۲۵۸
 درلوله‌ها، ۲۶۰
 درهوا، ۲۵۴
 تنهای ترکیبی، ۴۴۴، ۴۴۱
 تنهای تفاضلی، ۴۴۲
 توانایی منبع، ۱۸۰
 توان گفتار، ۴۲۰
 توان، میانگین در برابر لحظه‌ای، ۲۴
 جایگزینی دوگوشی، ۴۵۱
 جذب صوت، توسط رسانایی گرمایی، ۲۴۷

توسط نوبه، ۵۲۶، ۴۴۷
 پهنای تابه، ۱۸۹
 پهنای نوار بحرانی، ۴۵۰
 پیچک صوتی، ۲۸۸، ۲۷۳
 پیزوالکتریک، اثر، ۳۹۵، ۳۳۴
 پیستون، الگوی بره، ۱۸۷
 تابش از، ۱۸۲
 تابع راستاوری، ۵۵۴، ۱۸۶
 تابعهای پایگیری، ۵۵۴، ۱۹۵
 جرم بارشده، ۱۹۸
 ساده معادل، ۹۸
 شدت صوت در نزدیکی، ۱۹۱
 واکنش محیط، ۱۹۳
 پیوستگی، معادله، ۱۲۱، ۱۶۹
 تابعهای بسل، ۵۵۳، ۹۶
 هیپربولیک، ۵۵۲، ۱۱۰
 تابعهای راستاوری، ۵۵۴
 تابعهای مثلثاتی، ۵۵۲
 تابعهای هیپربولیک، ۵۵۲، ۷۷
 تابیدگی هارمونیک، ۴۴۳، ۲۸۸
 تار، ارتعاش آزاد، ۴۴
 انرژی ارتعاش، ۴۹
 پایه‌ها، ۵۶
 تحریک مضربی و ضربه‌ای، ۴۸
 سختی، اثر، ۵۶
 شرایط مرزی، ۴۱
 معادله موج، ۳۷
 تباهی صوت، در اتاقهای زنده، ۴۹۱، ۴۶۳
 در اتاقهای مرده، ۴۶۶
 تباهی ناپایدار، ۳۲
 تراز بلندی، ۴۳۱

دیوارک، برای بلندگو، ۲۹۴
بیکران، ۱۸۱

راکتانس، آکوستیکی، ۲۰۷
آکوستیکی ویژه، ۱۳۴، ۱۷۴
تابشی، ۱۹۷
مکانیکی، ۲۳

رزوناتور هلمهولتس، ۲۰۳، ۲۱۱
بعنوان شاخه، ۲۲۳

رزونانس، پوسته، ۱۰۷

درلوله‌ها، ۲۱۸

رزوناتور هلمهولتس، ۲۱۰

مکانیکی، ۲۶

ریل، MKS، تعریف، ۱۳۴

زاویه بحرانی، ۱۶۰

زمان بازآوایش، ۴۵۷، ۴۶۳، ۴۶۷، ۴۷۴

اندازه‌گیری، ۴۷۰

مقدارهای مطلوب، ۴۷۳

زمان واهلش، ۲۳۹، ۲۴۱، ۲۴۷، ۲۵۰

زنش، ۴۴۱، ۱۵

ژرفاسنج، ۵۰۱

سازوکار صوت، ۴۱۷

سازه راستاوری، ۱۸۹، ۳۵۲

سباین، تعریف، ۴۶۴

سباین، معادله، ۴۵۷، ۴۶۳

سرعت، پوسته، ۹۰

تار، ۳۸

چسبناکی، ۲۴۲

درآب تازه، ۲۵۶

درآب دریا، ۲۵۸

در شاره‌ها، ۲۴۸

درلوله‌ها، ۲۶۰

در هوا، ۲۵۴، ۴۶۹

مولکولی، ۲۴۹

جعبه بلندگو، ۲۹۶

فاز برگردان، ۲۹۹

چسبناکی، اثر جذب بر، ۲۴۲، ۲۴۷، ۲۶۲

ضریب حجمی، ۲۴۵، ۲۵۷

ضریب سینماتیک، ۲۶۳

چگالش، ۱۱۹

چگالی انرژی، موجهای تخت، ۱۲۸

موجهای طولی، ۱۷۷

حالت پایدار، ۲۱

حل سری، ۹۳

حل نمایی مختلط، ۵

حل هارمونیک ساده، ۴۳

دامنه سرعت، ۲۴

درجه بندی تقابلی میکروفون، ۳۶۰

دستگاه جرم تنظیم شده، ۳۰

دستگاه سختی تنظیم شده، ۳۰

دستگاه مقاومت تنظیم شده، ۳۰

دماشیب، ۵۰۸

دوره (پریود) ارتعاش، ۴

دیپازون، ۸۴

تابش اتفاقی، ۴۶۱، ۴۹۲
 مؤثر، ۴۶۹، ۴۷۵
 ضریب راستاوری، ۱۹۰، ۳۵۲، ۵۲۳

طنین، ۴۳۷

طول موج، ۴۶

طیف صوتی، ۴۴۸، ۵۳۶

عامل ترادیش (تبدیل، بلندگو، ۲۷۵

بلور ارتعاشگر، ۳۷۲

عاملهای تبدیل، ۵۵۵

عنصر بلوری بیمورف، ۳۳۶

فاصله یابی با پژواک، ۵۲۴

فاکتور کیفیت، بلور، ۳۸۱

دستگاه، ۲۷

فرکانس قطع، بوق نمایی، ۳۰۵

گوش، ۴۲۹

فرکانسهای فرا صوتی، ۱

فرکانسهای فرو صوتی، ۱

فرکانسهای مشخص اتاق، ۴۸۳

فرکانسهای هارمونیک، ۴۵، ۴۷

فشار آکوستیکی، ۱۱۹

فون، ۴۳۲

قانون اسنل، ۱۵۸، ۵۰۸

قدرت هدف، ۵۲۵، ۵۳۰

قضیه تقابل، آکوستیکی، ۳۵۶

الکترو آکوستیکی، ۳۵۸

موج، ۴۰

میله، ۶۴

سرعت صوت، در آب، ۵۰۳

در جامدها، ۱۴۷، ۵۵۰

در شاره‌ها، ۱۲۸، ۵۵۱

در هوا، ۱۲۷

مختلط، ۲۴۲، ۲۵۱

سرعت فاز، ۷۷، ۲۴۵، ۲۵۲

سوفار، ۵۱۴

سون، ۴۳۴

سونار، تراگذار، ۳۸۶، ۴۰۵

فاصله یابی پژواکی، ۵۲۴

گوش دادن غیر فعال، ۵۳۴

شدت آکوستیکی، ۱۳۲، ۱۷۷

شکست صوت در آب دریا، ۵۰۷

شکم، ۴۶

شدنایی، آستانه‌ها، ۴۲۸

تشریح، ۴۲۱

دوگوشی، ۴۵۱

نظریه، ۴۲۵

صافی، آکوستیکی، ۲۲۴، ۲۲۸، ۲۳۰

ضریب بازتاب، ۱۴۴، ۱۵۹، ۱۶۲، ۲۱۵، ۲۲۲

ضریب تراگسیل، ۱۴۴، ۱۵۹، ۱۶۲، ۲۱۵

۲۲۳

ضریب تروش الکترو مکانیکی، ۳۷۰، ۴۰۳

ضریب توان مکانیکی، ۲۵

ضریب جذب، اندازه گیری، ۴۷۴

قضیه فوریه، ۴۳۸، ۴۸، ۱۶

کانال صوتی، ۵۱۴

کاهش تراگسیل، از دیوارها، ۱۵۴

در آب دریا، ۵۱۷، ۵۰۴

کاهش نوفه در اتاقها، ۴۷۷

کره، پراش با، ۳۴۱

تپنده، ۱۷۸

گره، ۸۳، ۶۶، ۴۵

گوش (← شنوایی)، ۴۲۱

لاستیک ρ -c، ۳۸۷

لوله، اثر صاف کننده، ۲۲۸

باز، تصحیح انتهای، ۲۱۹

بازتاب، ۲۱۴

بسته، ۲۲۰

تراگسیل، ۲۲۷

جذب چسبناکی، ۲۶۲

رزونانس، ۲۱۸

شاخه، ۲۲۰

معادله بازآوایش ایرینگ، ۴۶۶

مدار معادل الکتریکی، ارتعاشگر بلوری، ۳۷۰

بلندگوی با تابش مستقیم، ۲۷۶، ۲۷۸

شاخه در لوله، ۲۲۲

صافی آکوستیکی، ۲۳۰

گرفتگی در لوله، ۲۳۰

میکروفون زغالی، ۳۲۴

نوسانگر ساده، ۲۸

همنواگر هلمهولتز، ۲۱۰

مدار معادل مکانیکی، بلندگو درجه‌ب، ۲۹۸

میکروفون دینامیک، ۳۳۹

واحد راننده بوق، ۳۰۷

مدول تباهی، ۲۱

مدول تراکم، الاستیسته، ۱۲۷، ۵۵۰

مدول یانگ، ۶۲، ۵۵۰

مشابه‌های الکتروآکوستیکی، ۲۰۸

مشابه‌های آکوستیکی، ۲۰۸

معادله موج، ۳۹

ارتعاش عرضی، ۷۳

برای بوق، ۳۰۳

برای پوسته، ۹۰

برای پوسته گرد، ۹۲

برای تار، ۳۹

برای شاره، ۱۲۳، ۱۷۰

برای موجهای میرا، ۲۴۱

برای میله، ارتعاش طولی، ۶۳

برای ورق نازک، ۱۰۸

حل عمومی، ۳۹

حل موج میرا، ۲۴۲، ۲۶۱

حل هارمونیک ساده، ۴۳، ۱۲۴

کروی، ۱۷۱

میرا، ۲۴۲

مغناطوتنگش، ۴۰۰

مقاومت آکوستیکی، ۲۰۷

آکوستیکی ویژه، ۱۳۴، ۱۷۴

تابشی، ۱۹۷

مکانیکی، ۱۹

مکانیکی، اهم، ۲۳

مل، ۴۳۸

منبع، تصویری، ۴۶۶، ۵۱۸

سرعتی-نواری، ۳۴۶
 ضریب راستاوری، ۳۵۴
 گرادیان فشار، ۳۴۴
 مشخصات راستایی، ۳۵۳، ۳۵۰
 ناراستایی، ۳۵۲
 میله، ارتعاش طولی، ۶۰
 ارتعاش عرضی، ۷۱
 استرس طولی، ۶۲
 استرین خمشی، ۷۱
 استرین طولی، ۶۱
 بارشده، ۶۷
 شرایط مرزی، ۶۵، ۷۰، ۷۸

نپر، ۲۴۶
 نرده‌های دسی بل، ۱۳۶
 نرمش، آکوستیکی، ۲۰۸
 مکانیکی، ۱۹، ۲۰۹
 نسبت پواسون، ۱۰۸، ۵۵۰
 نسبت موج ایستاده، ۱۴۸
 نتهای فرعی، پوسته گرد، ۹۷
 تعریف، ۴۷
 لوله، ۲۲۰
 میله مرتعش عرضی، ۸۱
 تقاره، ۹۹
 نوسانگر ساده، ۲
 فسنندن، ۵۰۱
 نوسانها، انرژی، ۹، ۴۹
 میرا، ۱۹
 واداشته، ۲۱، ۵۱، ۱۰۲
 نوسانهای میرا، ۱۹
 دره‌های اتاق، ۴۸۸
 نوفه، ۴۱۶، ۴۴۷

توانایی، ۱۸۰
 در دیوارک بیکران، ۱۸۱
 ساده، ۱۷۸
 نقطه‌ای، ۱۷۵، ۱۸۰
 منطقه سایه، ۵۱۲
 موج، ایستاده، ۴۴، ۴۷۹، ۴۸۸
 چگالی انرژی، ۱۲۸، ۱۷۷
 عرضی، تار، ۳۰۶
 کروی، ۱۶۸
 موج ایستاده، الگوها، ۱۴۷، ۴۷۹، ۴۸۸
 تار، ۴۴
 در اتاق، ۴۷۹
 میله، ۶۷
 موج کروی، پراگیزی ویژه آکوستیکی،
 ۱۷۴
 شدت، ۱۷۶
 موجهای تخت، آکوستیکی، ۱۱۸
 میرا، ۲۴۲، ۲۶۰
 موجهای مایل، ۱۵۶
 میرایی، بحرانی، ۲۱
 پوسته، ۱۰۴
 چسبناکی، ۲۶۳
 میکروفون، اثرهای پراش، ۳۴۲
 الکترودینامیک، ۳۳۷
 بلوری، ۳۳۴
 پاسخ، ۳۲۶، ۳۴۳، ۳۵۴
 پاسخ میدان آزاد، ۳۴۴
 پیزوالکتریک، ۳۳۴
 خازنی، ۱۰۳، ۳۲۸
 درجه بندی تقابلی، ۳۶۰
 دلوار، ۳۵۲
 زغالی، ۳۲۴
 زیرآبی، ۳۹۰، ۴۰۶

هارمونیکهای شنودی، ۴۴۱

همال آکوستیکی، ۲۹۰

هوا، خواص، ۵۵۱

هیدروفون، پیزوالکتریک، ۳۹۰

آرایش خطی، ۵۳۹

خطی، ۵۳۸

سرامیکی، ۳۹۳

مغناطوسنگنده، ۴۰۶

زیر آبی، ۵۲۶

سفید، ۴۴۹، ۴۴۰

واحدها، انتخاب MKS، ۴

واهلش گرمایی مولکولی، ۲۴۹

ورق، گرد، ۱۰۸، ۱۱۳