



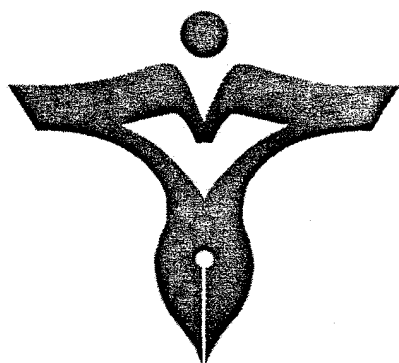
معماهای
خوش ترکیب

جلد

مؤلفین: حسن باطنی، حمیدرضا خلیلی

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

معماهای خوش ترکیب



انتشارات فوشفوان

مؤلفان : حسن باطنی ، حمیدرضا خلیلی

سرشناسه

: باطنی، حسن، ۱۳۵۰ -

عنوان و نام پدید آوران : معماهای خوش ترکیب / مؤلفان : حسن باطنی، حمیدرضا خلیلی .

مشخصات نشر : تهران، خوشخوان، ۱۳۸۷ .

مشخصات ظاهری : ۱۵۲ ص . : مسمور، جدول .

شابک : ۹۷۸ - ۹۶۴ - ۸۶۰۱ - ۹۷ - ۶ :

وضعیت فهرست نویسی : فیپا

موضوع : معماها .

موضوع : معماهای منطقی .

شناسه افزوده : خلیلی، حمیدرضا .

رده بندی کنگره : ۱۳۸۷ / ۶ م ۲ ب / ۱۴۹۳ GV

رده بندی دیویی : ۷۳ / ۷۹۳

شماره کتاب شناسی ملی : ۱۶۳۴۸۳۰



انتشارات خوشخوان

معماهای خوش ترکیب

مؤلفان : حسن باطنی، حمیدرضا خلیلی

ویراستار : الهام عسگری

حروف چین : امیرحسین منافی

طراح جلد : سعیده ترقی جاه

گرافیکست : سعید حسامی

چاپ اول : بهار ۸۸

تیراژ : ۲۰۰۰ نسخه

قیمت : ۲۱۰۰

کلیه ی حقوق برای انتشارات خوشخوان محفوظ است .

ISBN : 978 - 964 - 8601 - 97 - 6

شابک : ۹۷۸ - ۹۶۴ - ۸۶۰۱ - ۹۷ - ۶

فهرست

صفحه	عنوان معما	صفحه	عنوان معما
۲۱	۱۰۰ تا ۱۰۰ تومان	۱	سود سوزآور
۲۲	راست و دروغ	۲	زنجیر "مارکو" (۱)
۲۳	تثلیث زاویه	۳	زنجیر "مارکو" (۲)
۲۴	رسم زاویه ی یک درجه	۴	تعداد فرزندان
۲۵	گردش پول	۵	کی؟ کجا؟ چه کار؟
۲۶	مسیر حرکت مگس	۶	جریمه ی شکست
۲۷	تکه های کاغذ	۷	بخش پذیری
۲۸	راست گو و دروغ گو	۸	دزدی طلا
۲۹	پدر بزرگ = نوه	۹	دلار = دلار
۳۰	جمعیت	۱۰	مهمان ناخوانده
۳۱	مقلوب عدد	۱۱	تلفن آقای نظری
۳۲	ظرف شیر	۱۲	چند راه؟
۳۳	راز درخت	۱۳	اصل دیریکله
۳۴	هشت رخ	۱۴	رنگ کلاه
۳۵	۱۰۰۰ بساز	۱۵	پنج نفر در پارک
۳۶	هدیه ی پادشاه	۱۶	تقسیم شترها
۳۷	ثروت بی پایان	۱۷	عقربه های ساعت
۳۸	دیر یا زود	۱۸	برش موکت
۳۹	پرتاب دارت	۱۹	عکس یادگاری
۴۰	دایره ی مرگ	۲۰	سکه های ۹ گرمی

فهرست

صفحه	عنوان معما	صفحه	عنوان معما
۶۱	داستان سه شهر	۴۱	۱۱ رقمی
۶۲	پول گم شده	۴۲	تعویض جا
۶۳	راز یک عدد	۴۳	اسب یا الاغ
۶۴	گوسفندان دو برادر	۴۴	شکار خرس
۶۵	مسابقه ی شطرنج	۴۵	کادوی تولد
۶۶	دوی ۱۰۰ متر	۴۶	تخریب مربع
۶۷	بازی با چوب کبریت	۴۷	ماهگیری
۶۸	برنده ی همیشگی	۴۸	امتیاز آزمون
۶۹	سه مرغ	۴۹	فرد خالدار
۷۰	تعداد صفحات کتاب	۵۰	آن روی سکه
۷۱	عدد صعودی	۵۱	چند مداد ، چند تومان ؟
۷۲	شاگرد باهوش	۵۲	ارقام مجهول
۷۳	مربع وفقی (جادویی)	۵۳	عیالوار
۷۴	تکرار رقم ۶	۵۴	فوتبالیست ناشی
۷۵	دانشجویان و زبان خارجه	۵۵	دزدی به شیوه ی گلدکوئیست
۷۶	باز هم مسابقه ی شطرنج	۵۶	عدد طولانی
۷۷	جام حذفی	۵۷	کمر بند زمین
۷۸	سیزده جلد	۵۸	ایستگاه آتش نشانی
۷۹	ضرب = جمع	۵۹	معمای گوسفندی
۸۰	$۴ + ۵ = ۹$	۶۰	جشن فارغ التحصیلی

فهرست

صفحه	عنوان معما	صفحه	عنوان معما
۹۲	دستمزد ساعتی	۸۱	کلاه بردار ناشی
۹۳	نصف + نصف	۸۲	حل دستگاه
۹۴	برگه های یک کتاب	۸۳	ارث پدری
۹۵	گنج بی پایان	۸۴	تقسیم گردو
۹۶	پوشاندن صفحه ی شطرنج	۸۵	قیمت کتاب
۹۷	شیر قهوه	۸۶	صفر روی تخته سیاه
۹۸	دزد انگشتر	۸۷	تعویض صندلی
۹۹	بزرگتر اما کوچکتر	۸۸	سه شغل برای سه نفر
۱۰۰	شماره ی موبایل	۸۹	دو تا شیر آب
۱۰۱	پاسخ معماها	۹۰	سه تا شیر آب
		۹۱	دو تا شیر آب و یک دریچه

پیشگفتار مؤلفین

به نام آن که جان را فکرت آموخت

این کتاب ، مجموعه ای است از مسأله های هوش و معماهای منطقی که قبل از مطالعه ی آن بهتر است به نکات زیر توجه نمایید :

۱ - در کتاب های درسی و آموزشی کمتر به مسأله های هوش توجه شده ، حال آن که می دانیم این گونه مسأله ها نقش بسزایی در پرورش خلاقیت دانش آموزان دارد ؛ تا جایی که بسیاری از دانش آموزان در پی حل مسأله های هوش ، به تدریج به المپیادهای علمی علاقمند شده اند . از طرفی کمبود کتابهایی مشتمل بر مسأله های فکری و هوش ، انگیزه ای شد تا به تألیف این کتاب اقدام نماییم .

۲ - تلاش شده است مسأله ها به صورت داستانی مطرح شود و در حد امکان واقع بینانه و جذاب باشد تا حسن کنجکاوی را در مخاطب برانگیزد .

۳ - سعی نکرده ایم مسأله ها را به ترتیب خاصی طبقه بندی کنیم ؛ چه از لحاظ موضوع و چه از لحاظ سطح دشواری . زیرا هدف از طرح این مسأله ها بارور کردن قدرت اندیشه است ؛ همان گونه که در طول زندگی ، هر روز با مسأله هایی تازه مواجه می شویم و باید برای حل آن چاره ای بیندیشیم . روزگار این مسأله ها را به صورت طبقه بندی شده و به ترتیب خاصی در پیش روی ما قرار نمی دهد . لذا باید عادت کنیم در صورتی که با مسأله ای تازه رو به رو شدیم بتوانیم با کمک قدرت اندیشه ی خود ، به حل آن همت گماریم .

۴ - مسأله ها به گونه ای مطرح شده اند که برای حل آن نیازی به دانستن فرمول ها یا معلومات ریاضیات پیشرفته نداشته باشید و با حدّ اقل دانش ریاضی و بیشتر با تکیه بر قدرت تفکر و هوش خود بتوانید به حلّ مسأله ها اقدام نمایید .

۵ - توصیه می کنیم به صورت انفرادی اقدام به حل مسأله ها نکنید . بهتر است با دوستان خود به صورت گروهی به حلّ مسأله ها بپردازید . هر یک از شما برای حلّ مسأله ها ، راه حلی پیشنهاد خواهید کرد . در مورد آن ها بحث کنید . سعی کنید اشکالات ، اشتباهات و نقاط ضعف راه حل های پیشنهادی

را بیابید و در نهایت راه درست را پیدا کنید . به طور حتم اگر چند نفر با هم در مورد مسأله ای تفکر و بحث کنند و راه حل ارائه دهند ، بسیار مفید تر از آن است که یک نفر به تنهایی به حل آن مسأله پردازد .

۶- مسأله های هوش که در این کتاب آمده برای همه ی آدم های باهوش و علاقمند به اندیشیدن ، مفید است . دانش آموزان ، دانشجویان ، معلمین ، حتی کسانی که سر و کارشان با تحصیل و تدریس نیست ، می توانند با اندیشیدن به مسأله های این کتاب ، هوش خود را بسنجند . در ضمن با مسأله های این کتاب می توانید هر کسی را که مدعی باهوش بودن ، است به مبارزه بطلبید .

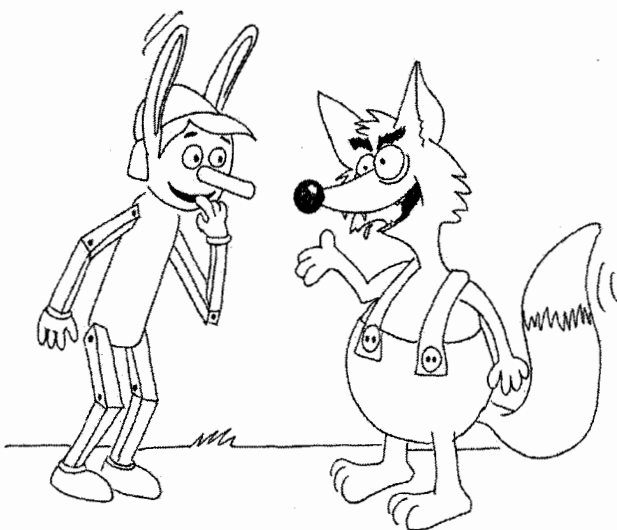
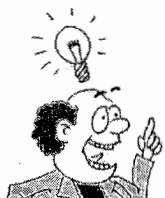
۷- به لطف و یاری خداوند ، تلاش و همت ما بر آن است تا در ادامه ی این مجموعه ، مسأله های هوش دیگری را در جلد های بعدی این کتاب ، در اختیار علاقمندان قرار دهیم . امید است که مورد توجه قرار گرفته و مفید واقع شود .

۸- با کشف پاسخ مسأله ی ۱۰۰ ، می توانید با پدید آورندگان این کتاب تماس گرفته و نظر خود را درباره ی این کتاب مطرح نمایید .

با سپاس فراوان

بیست و هشتم آبان یکهزار و سیصد و هشتاد و هفت

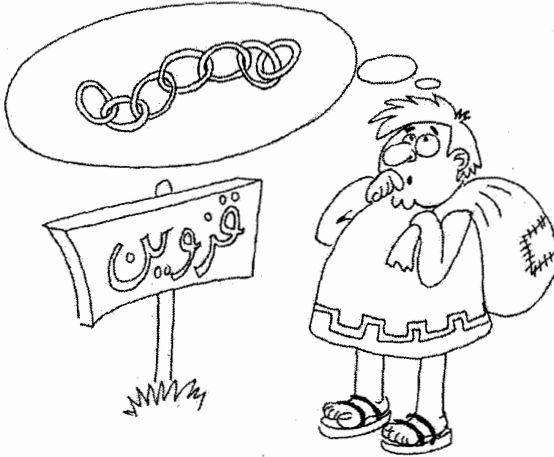
حمید رضا خلیلی - حسن باطنی



۱ - روزی پینوکیو با شوق و ذوق فراوان نزد پدر ژپتو آمد و گفت : « پدر! شانس بزرگی به ما رو کرده است ، دیگر لازم نیست این قدر کار کنی و زحمت بکشی » پدر ژپتو گفت : « چطور مگه ؟ چه اتفاقی افتاده است ؟ » پینوکیو ادامه داد : « امروز من معامله سودآوری کرده ام ، وقتی به خانه بر می گشتم روباه مکار را دیدم ، روباه به من این طور پیشنهاد کرد که تا یک ماه ، هر روز یک میلیون تومان به من بدهد ، در عوض چیزی که من باید به روباه بدهم بدین ترتیب است که روز اول تنها یک ریال به او بپردازم روز دوم ۲ ریال ، روز سوم ۴ ریال ، ... ، به همین ترتیب هر روز دو برابر روز قبل بپردازم تا پایان یک ماه .» پدر ژپتو با شنیدن این ماجرا به پینوکیو هشدار داد که شاید کاسه ای زیر نیم کاسه باشد . شما چطور فکر می کنید ؟ در پایان یک ماه پینوکیو چقدر سود خواهد کرد !!!



زنجیر " مارکو " (۱)



۲- مارکوپلو در یکی از سفر های خود وارد شهر « قزوین » شد . او می خواست یک هفته در این شهر بماند در حالی که پولی به همراه نداشت . در عوض زنجیری از جنس طلا با هفت حلقه به صورت شکل زیر در اختیار داشت .



ناچار به مسافرخانه ای رفت و ماجرا را توضیح داد . صاحب مسافرخانه به او

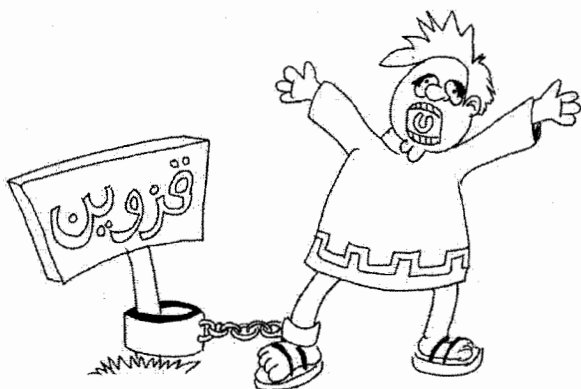
پیشنهاد داد که به ازای هر شب اقامت در مسافرخانه ، همان شب ، مارکو یک حلقه از حلقه های زنجیر را به او بدهد . از آنجایی که امکان داشت مارکو زودتر از یک هفته آنجا را ترک کند ، نمی خواست تمام حلقه ها را یکجا به صاحب مسافرخانه بدهد . پس به ناچار باید بعضی از حلقه های زنجیر را برش می داد . صاحب مسافرخانه از او خواست کمترین تعداد حلقه را برش دهد .

به نظر شما حداقل با برش چند حلقه و کدام حلقه ها می توان به مقصود رسید؟

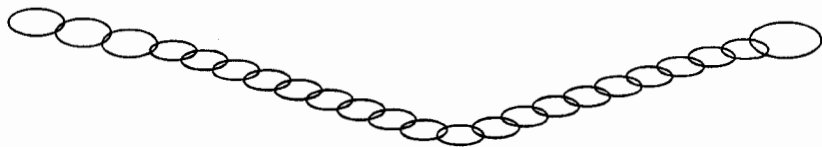




زنجیر " مارکو " (۲)



۳- در مسئله قبل اگر مدت اقامت مارکو در قزوین ۲۳ روز بود و او یک زنجیر با ۲۳ حلقه در اختیار داشت ،



حداقل چند حلقه را باید برش می داد تا بتواند هر شب یک حلقه به صاحب مسافرخانه بدهد ؟





۴- به گفتگوی دو ریاضیدان A و B توجه کنید :

A : چند تا بچه دارید و چند ساله اند ؟

B : سه فرزند دارم که حاصل ضرب سن آنها ۳۶ می باشد و مجموع سن آنها برابر است با شماره پلاک خانه من .

A : من شماره پلاک خانه شما را می دانم با این حال اطلاعات کافی را برای پیدا کردن سن بچه ها ندارم .

B : حق با شماست فراموش کردم بگویم که بزرگترین فرزندم اکنون با پدر بزرگش به پارک رفته است .

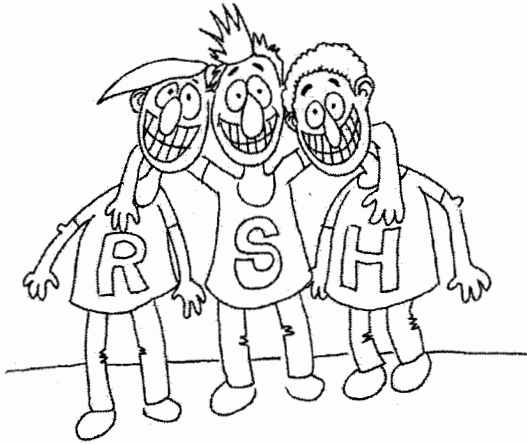
A : متشکرم . حالا می توانم سن فرزندانت را تعیین کنم .

آیا شما هم می توانید سن فرزندان ریاضیدان B را تعیین کنید ؟





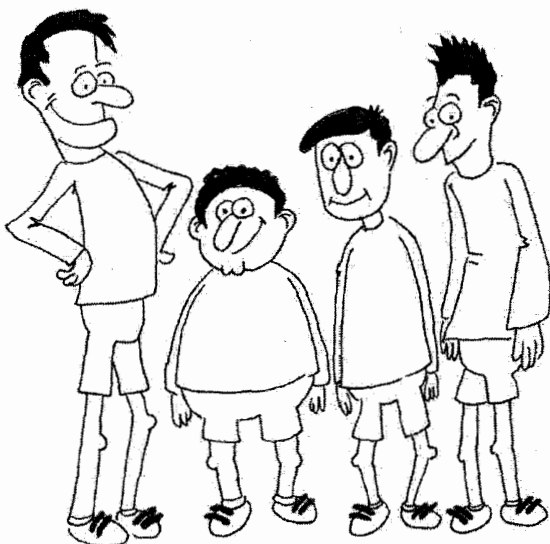
کی؟ کجا؟ چه کار؟



۵- سه دوست به نام های حسین ، سهراب و رسول در یک مهمانی شرکت کردند . مشخص شد که یکی از آنها مهندس برق ، دیگری ناشر و یکی از آنها هم معلم است ، در ضمن یکی از آنها متولد شهر قزوین ، دیگری متولد شهر سراب و یکی هم متولد شهر دامغان می باشد . با توجه به جملات زیر مشخص کنید هر کدام از افراد در چه شهری متولد شده و چه شغلی دارد .

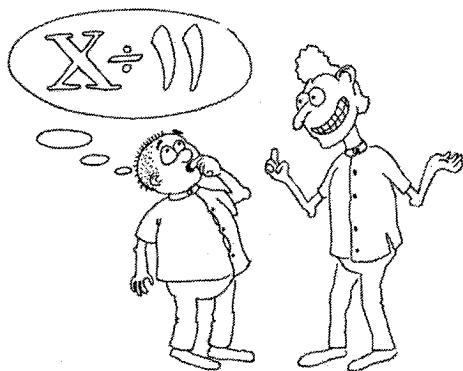
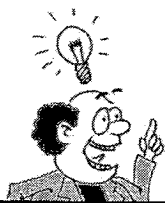
- ۱ (مهندس برق تاکنون در شهر دامغان نبوده است و از حسین کوچکتر است .
- ۲ (ناشر متولد شهر سراب است و همسرش با همسر حسین نسبت فامیلی دارد .
- ۳ (رسول می گوید : من هرگز در شهر قزوین نبوده ام .





۶- چهار نفر بازیکن با هم قرار گذاشتند که هر کس در بازی باخت به هر کدام از سه نفر دیگر به اندازه پولی که دارند بپردازد (به عبارت دیگر مقدار پول هر یک را دو برابر کند) . چهار دور بازی کردند و هر کدام فقط یک بار بازی را باختند . پس از پایان بازی ها وقتی به موجودی هایشان رسیدگی کردند معلوم شد که هر کدام ۱۲۸۰ تومان دارند . در ابتدای بازی هر کدام چقدر پول داشتند ؟





۷- رضا به یوسف گفت: از کجا می توان فهمید یک عدد بر ۱۱ بخش پذیر است یا نه؟ یوسف گفت: کافی است آن عدد را بر ۱۱ تقسیم کنیم اگر باقیمانده صفر شد می توان گفت آن عدد بر ۱۱ بخش پذیر است. رضا گفت: روش ساده تری برای این کار وجود دارد. آیا آن روش را بلدی؟ یوسف: «نه». رضا: «می توان به این ترتیب عمل کرد. از سمت راست به چپ یکی در میان ارقام را با علامت های "+" و "-" مشخص می کنیم. اگر مجموع این اعداد مضرب ۱۱ باشد، آن عدد بر ۱۱ بخش پذیر است.»

مثال: آیا عدد ۳۴۱۵۸۳ بر ۱۱ بخش پذیر است؟

$$+3 - 8 + 5 - 1 + 4 - 3 = 0$$

از آنجایی که صفر، مضرب ۱۱ است، عدد ۳۴۱۵۸۳ نیز بر ۱۱ بخش پذیر است.

بعد از این توضیحات رضا مسئله ای به شرح زیر مطرح کرد:

بزرگترین عدد ۹ رقمی را بنویسید که مضرب ۱۱ بوده و در آن هیچ یک از رقم ها، تکراری نباشد. سپس کوچکترین عدد ۹ رقمی مضرب ۱۱ که در آن هیچ یک از رقم ها تکراری نباشد را بیابید.

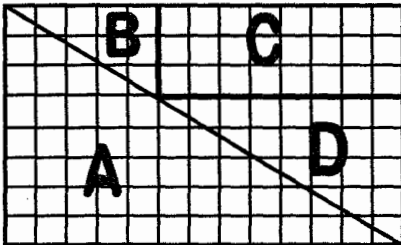




دزدی طلا



۸ - همه طلا فروشان شهر ورقه های طلای خود را که ابعاد آن ۱۳×۸ می باشد را جهت برش به تنها برشکار شهر تحویل می دهند و او طبق نقشه ای که در زیر طراحی کرده است ورقه ها را به ۴ بخش تقسیم کرده و به آنها تحویل می دهد . پس از مدتی شاگرد برشکار متوجه می شود که برشکار در کار خود نیرنگی به کار می برد و مقداری طلا برای خود بر می دارد . او که به کار استادش شک کرده بود ، مساحت چهار قطعه ای را که در شکل زیر مشاهده می شود محاسبه کرد :



$$A \text{ مساحت قطعه} = (۸ \times ۱۳) \div ۲ = ۵۲$$

$$B \text{ مساحت قطعه} = (۵ \times ۳) \div ۲ = ۷/۵$$

$$C \text{ مساحت قطعه} = ۳ \times ۸ = ۲۴$$

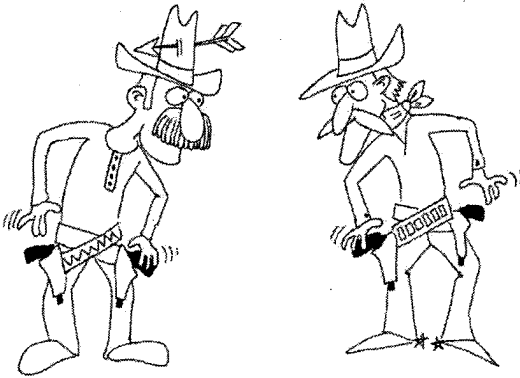
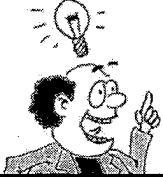
$$D \text{ مساحت قطعه} = (۸ \times ۵) \div ۲ = ۲۰$$

و مجموع مساحت های این چهار قطعه را حساب کرد :

$$۵۲ + ۷/۵ + ۲۴ + ۲۰ = ۱۰۳/۵$$

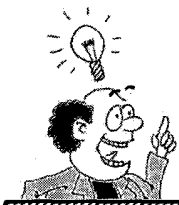
در صورتی که مساحت مستطیل اولیه که از طلا فروشان می گرفت $۸ \times ۱۳ = ۱۰۴$ بوده است . به نظر شما این اختلاف از کجا پدید آمده است ؟





۹- شهر A در کشور کانادا هم مرز شهر B در کشور آمریکا می باشد . به دلیل تیرگی روابط بین این دو شهر ، اهالی شهر A تصمیم گرفتند ارزش دلار آمریکا را تا میزان ۸۰ سنت (هر دلار ۱۰۰ سنت می باشد) کاهش دهند ، همچنین اهالی شهر B نیز تصمیم گرفتند ارزش دلار کانادا را تا میزان ۸۰ سنت پایین بیاورند . یک روز یکی از اهالی شهر A که یک دلار آمریکا داشت به شهر B رفت و یک بسته شکلات به قیمت ۲۰ سنت خرید . فروشنده دلار آمریکایی را گرفت و به جای پس دادن پول خرد ، یک دلار کانادا (که ارزشش در آمریکا برابر ۸۰ سنت آمریکا بود) به مرد داد ، مرد خیلی شگفت زده شد و فوراً به شهر خود برگشت و یک بسته شکلات ۲۰ سنتی دیگر خرید ؛ یک دلار کانادا را به فروشنده داد و به جای ۸۰ سنت بقیه پول ، یک دلار آمریکا گرفت . تا این جا او همان یک دلار آمریکا را که در آغاز داشت ، هنوز دارد و ۲ بسته شکلات هم صاحب شده است . او که از این کار لذت برده بود ، دائماً بین این دو شهر در رفت و آمد بود و شکلات می خرید . به نظر شما چه کسی پول شکلات او را می پرداخته است ؟





۱۰- حسین و سهراب به ترتیب ۵ و ۳ قرص نان داشتند . هنگامی که می خواستند مشغول خوردن شوند ، رسول هم به آنها پیوست و هر سه به مقدار مساوی از نان ها خوردند . رسول بابت مقدار نانی که خورده بود ۸۰۰ تومان به آن دو داد و رفت . سهراب گفت : باید ۸۰۰ تومان را بین خود به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم . حسین گفت : خیر باید هر کس متناسب با مقدار نانی که داشته است ، سهم خود را از پول بردارد یعنی من ۵۰۰ تومان و تو ۳۰۰ تومان . به نظر شما پیشنهاد کدام یک از این دو نفر منطقی است ؟ شاید هم نظر شما غیر از این دو راه باشد !! بیشتر فکر کنید .



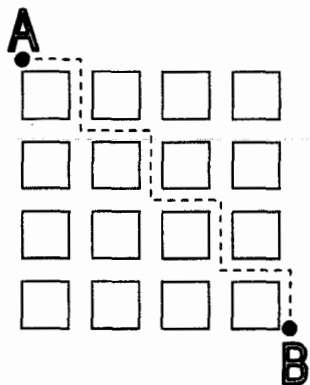
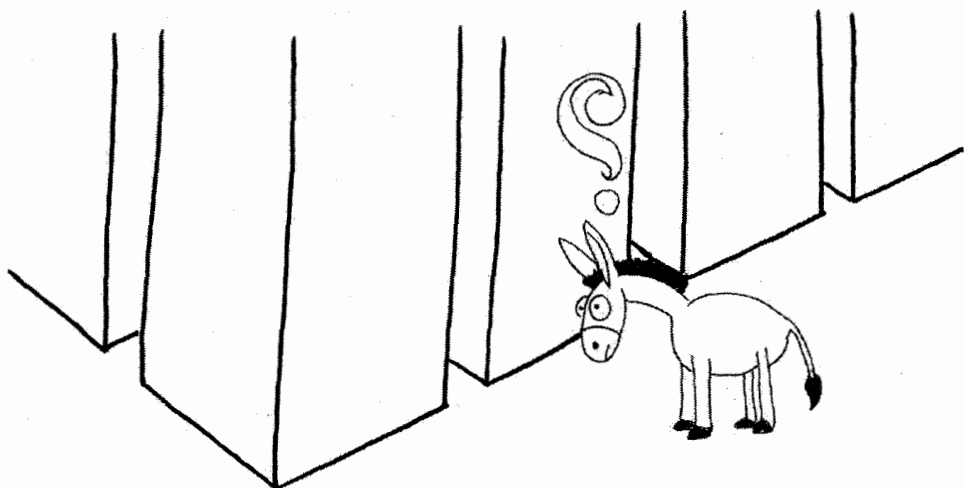


تلفن آقای نظری



۱۱- در یک شهر ، هر عدد چهار رقمی شماره تلفن یکی از اهالی شهر است . شماره تلفن آقای نظری که در این شهر زندگی می کند ، ۱۳۸۸ می باشد . مدتی است که گوشی تلفن او ایراد پیدا کرده است ؛ به این ترتیب که دکمه ی شماره ی ۴ آن از کار افتاده است . او به چند نفر از اهالی شهر نمی تواند تلفن بزند ؟

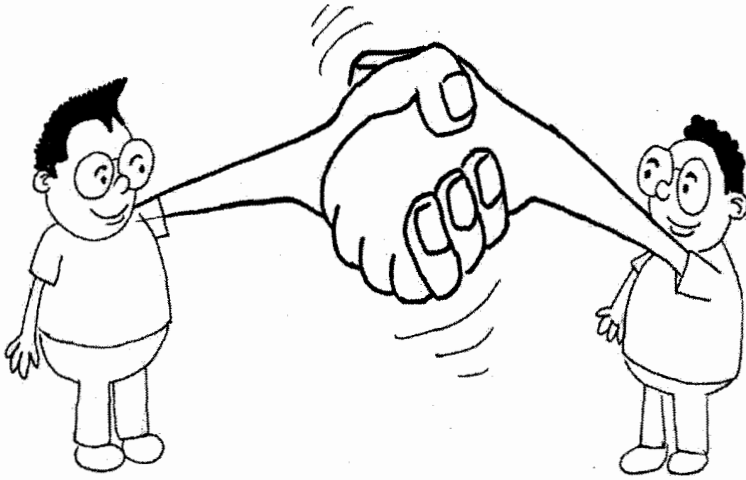




۱۲- در شکل مقابل می بینید که قطعه زمینی به ناحیه های مربع شکل تقسیم شده است. راهی به وسیله خط چین از A به B مشخص شده است و البته این تنها راهی نیست که برای عبور از A به B وجود دارد. شما حساب کنید چند راه با طول برابر با

مسیر مشخص شده بین این دو نقطه می توان پیدا کرد؟





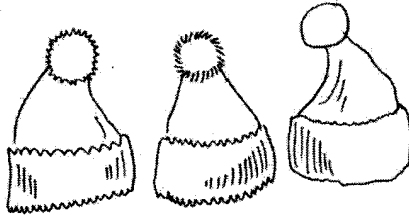
۱۳- الف) در گردهمایی فارغ التحصیلان دبیرستان تیزهوشان ۱۰۰ نفر حاضر شدند و بعضی از آنها با هم دست دادند. (بدیهی است که هیچ دو نفری بیش از یک بار با هم دست ندادند.) ثابت کنید در میان این افراد حداقل دو نفر یافت می شوند که تعداد دست دادنشان، با هم برابر باشد.

ب) در یک مزرعه ۳۳ گاو و گوسفند وجود دارد که در چهار رنگ مختلف می باشند ثابت کنید «حداقل ۵ حیوان می توان یافت که از یک نوع و از یک رنگ باشند».



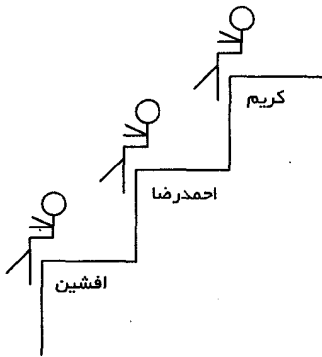


رنگ کلاه



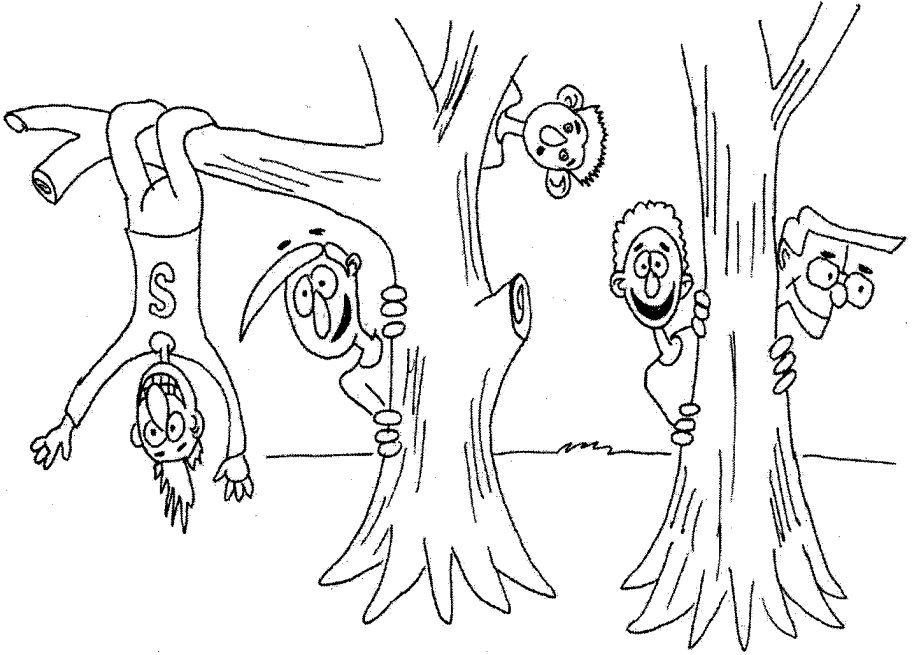
۱۴ - سه دوست به نام های کریم ، احمد رضا و افشین برای تماشای مسابقه فوتبال به استادیوم ورزشی رفتند و روی صندلی هایی که مطابق شکل پشت سر هم بود

نشستند . هیچ کدام حق ندارند پشت سر خود را ببینند و احمد رضا می تواند افشین را ببیند ولی افشین هیچ یک از دو دوست خود را نمی بیند . فرد چهارمی نزد این سه نفر آمد و به آنها گفت که از داخل کیسه ای که دو کلاه سفید و سه کلاه سیاه دارد ، سه کلاه بیرون می آورد و هر یک از کلاه ها را بر سر یکی از آنها می گذارد به طوری که هیچ یک از آنها کلاه خود را



نمی بیند . این فرد پس از آنکه این کار را انجام داد از کریم ، پرسید آیا رنگ کلاه خود را می دانی ؟ کریم گفت : « خیر » و صدای او را احمد رضا و افشین هم شنیدند . سپس از احمد رضا پرسید : « آیا رنگ کلاه خود را می دانی ؟ » احمد رضا گفت : « خیر » . اما وقتی او رنگ کلاه افشین را پرسید ، افشین پاسخ درست داد . چطور ممکن است افشین رنگ کلاه خود را بداند در حالیکه رنگ کلاه هیچ کدام از دوستانش را ندیده است ؟



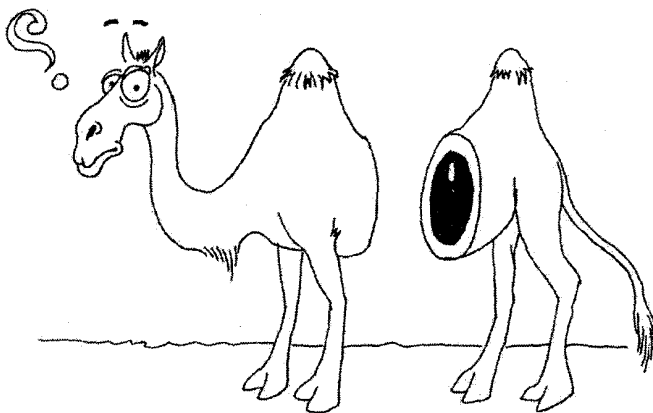


۱۵ - حسین یک روز در میان به پارک می رود . رسول دو روز در میان به پارک می رود . سهراب ۳ روز در میان ، حسن ۴ روز در میان و عباس ۵ روز در میان به پارک می روند . در سی و یکم شهریور سال گذشته همگی به پارک رفتند . در پاییز آن سال در چند روز همگی به پارک رفتند ؟





تقسیم شترها

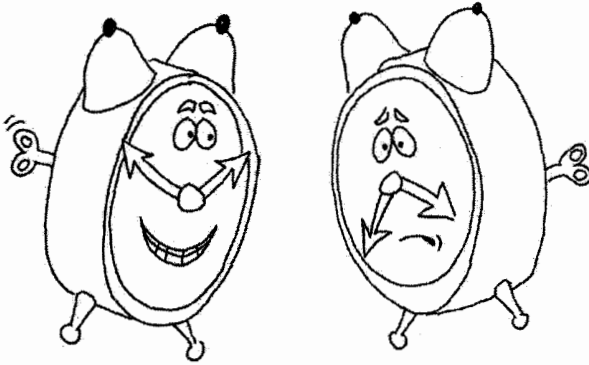


۱۶- در کتاب ناسخ التواریخ ، جلد سوم آمده است ؛ سه مرد بر آن بودند که ۱۷ شتر مشابه را به نسبت های $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ میان خود تقسیم کنند . اما چون هیچ یک از سه مدعی حاضر نمی شد حتی از ذره ای از سهم خود به نفع دیگری بگذرد ، یا اینکه با به میان نهادن مقداری پول مشکل تقسیم به نسبت را حل کند ، کار آنان به مشاجره و بن بست رسید . ناگزیر برای حل اختلاف و داوری نزد حضرت علی (ع) رفتند . ایشان با شنیدن موضوع دعوی ، تدبیری خردمندانه اندیشیدند . به نظر شما حضرت علی (ع) چگونه مشکل آنها را حل کرد ؟





عقربه های ساعت



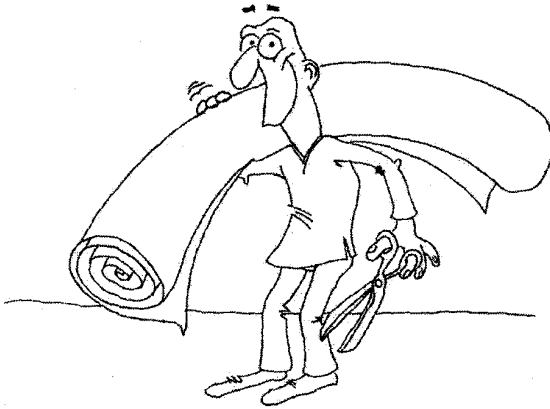
۱۷- الف) در ساعت $9:30'$ زاویه بین عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار چقدر می باشد؟

ب) در ساعت $5:12'$ زاویه بین عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار چقدر می باشد؟





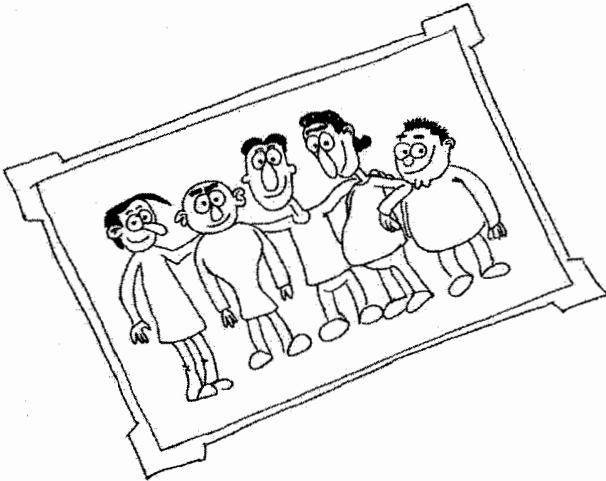
برش موکت



۱۸- روزی آقای جدایی در محل کارش بود که همسرش با او تماس گرفت و گفت : « هنگام بازگشت به منزل ، خرید موکت را فراموش نکن . » آقای جدایی یک قطعه موکت مستطیل شکل که طول آن ۱۰ متر و عرض آن ۳ متر بود خرید و به منزل برد . سپس طول و عرض راهرویی را که قرار بود موکت شود اندازه گیری کرد طول آن ۱۵ متر و عرض آن ۲ متر بود .

او به همسرش گفت : « چه جالب ، مساحت موکت و مساحت راهرو دقیقاً با هم برابرند . » همسرش گفت : « بسیار خوب ، اما سعی کن با کمترین برش کار را انجام دهی . » آقای جدایی که فرد با هوشی بود توانست فقط با یک برش این کار را انجام دهد . (برش لازم نیست به صورت یک خط مستقیم باشد بلکه می تواند به صورت یک خط شکسته باشد .) به نظر شما آقای جدایی چگونه این کار را انجام داد ؟





- ۱۹- پنج نفر به نام های « حسین » ، « حسن » ، « عباس » ، « رسول » ، « سهراب » در یک ردیف در کنار هم ایستادند و « حمیدرضا » یک عکس یادگاری از آنها گرفت توضیحات زیر مربوط به ترتیب ایستادن آنها در این عکس می باشد :
۱. حسین سمت چپ حسن قرار دارد .
 ۲. حسن در کنار عباس نیست .
 ۳. رسول بین سهراب و حسین ایستاده است .
- ترتیب ایستادن این ۵ نفر را در عکس مشخص کنید .





سکه های ۹ گرمی



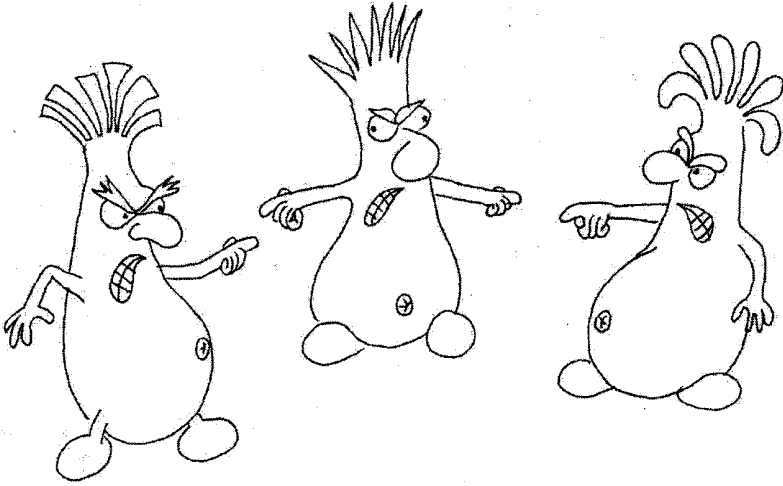
۲۰- پادشاهی بزرگان خاندان سلطنتی را فراخواند تا وزیر اعظم خود را از میان آنها برگزیند. او آزمایشی به شرح زیر ترتیب داد تا کسی را که از همه باهوش تر است برای تصدی این پست مهم انتخاب کند. به همین منظور ۱۰ کیسه را از قبل آماده کرده بود و در هر کیسه ۱۰۰ سکه طلا قرار داد. پادشاه رو به آنان کرد و گفت: « همه سکه های یکی از کیسه ها تقلبی است و سکه های ۹ کیسه دیگر همگی سالم اند. وزن هر سکه سالم ۱۰ گرم و وزن هر سکه تقلبی ۹ گرم می باشد. در ضمن وزنه های یک گرمی تا ۱۰۰۰ گرمی به تعداد کافی موجود می باشد. هر کس بتواند فقط با یک بار توزین، کیسه حاوی سکه های تقلبی را مشخص کند، وزیر اعظم من خواهد بود. به علاوه همه این سکه ها را به عنوان پاداش دریافت خواهد کرد.» به نظر شما چگونه میتوان این کار را انجام داد؟





۲۱- سیروس در روستایی زندگی می کرد او تعداد زیادی مرغ و خروس و جوجه داشت . در این روستا قیمت هر خروس ۵ تومان ، قیمت هر مرغ ۳ تومان و قیمت هر سه جوجه ۱ تومان تعیین شده بود . روزی « مراد خان » که بسیار ظالم بود سیروس را دید و به او گفت : « باید برای من تعدادی خروس و تعدادی مرغ و تعدادی جوجه بیاوری به طوری که هم تعداد آنها روی هم ۱۰۰ باشد و هم قیمت کل آنها ۱۰۰ تومان بشود . و گرنه هر آنچه مرغ و خروس و جوجه داری به زور از تو خواهم گرفت . » سیروس که در حل این مساله درمانده بود و بسیار نگران بود به خانه رفت . « سپهر » پسر سیروس که پدرش را ناراحت دید موضوع را از پدر پرسید . پدر ماجرا را برایش تعریف کرد . سپهر به پدرش در حل مساله کمک کرد سیروس مرغ ها ، خروس ها و جوجه ها را برای مراد خان برد و پولش را دریافت کرد . مراد خان که خیلی عصبانی شده بود به سیروس گفت : « باید فردا هم به همین ترتیب عمل کنی یعنی روی هم ۱۰۰ تا مرغ و خروس و جوجه برابیم بیاوری طوری که قیمت آن ها روی هم ۱۰۰ تومان شود ولی تعداد هر یک از آنها با امروز فرق داشته باشد . » سیروس بار دوم هم به کمک پسرش سپهر توانست مساله را حل کند . ولی مراد خان که می خواست به هر ترتیبی شده مرغ ها ، خروس ها و جوجه های سیروس را تصاحب کند برای بار سوم هم از سیروس خواست که به همان ترتیب عمل کند با این شرط که تعداد هر کدام از مرغ ها و خروس ها و جوجه ها با دو روز قبل فرق کند ولی همچنان تعداد آن ها روی هم ۱۰۰ و قیمت کل آن ها هم ۱۰۰ تومان باشد . سیروس برای بار سوم هم به کمک سپهر مساله را حل کرد و بالاخره مراد خان را از رو برد . تعداد مرغ ها ، خروس ها و جوجه ها را که سیروس هر بار برای مراد خان برده است ، پیدا کنید .





۲۲- در سرزمین عجایب ، سه طایفه « راز امارا » و « کاجایانا » و « ناظاریا » زندگی می کردند . جهانگردی که به این سرزمین رفته بود از کد خدای هر یک از سه طایفه درباره طایفه های دیگر پرس و جو کرد ؛

- کدخدای « راز امارا » گفت : « کاجایانا » همیشه دروغ می گویند .

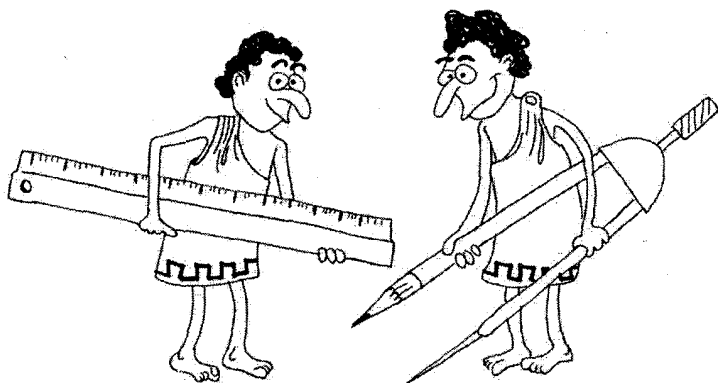
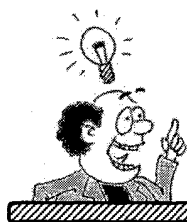
- کدخدای « کاجایانا » گفت : « راز امارا » همیشه دروغ می گویند .

- کدخدای « ناظاریا » گفت : هم « کاجایانا » و هم « راز امارا » دروغ گویند .

جهانگرد با خود اندیشید و پی برد که یکی از این سه نفر حتماً دروغ گفته است .

چه کسی مطمئناً دروغگو است ؟



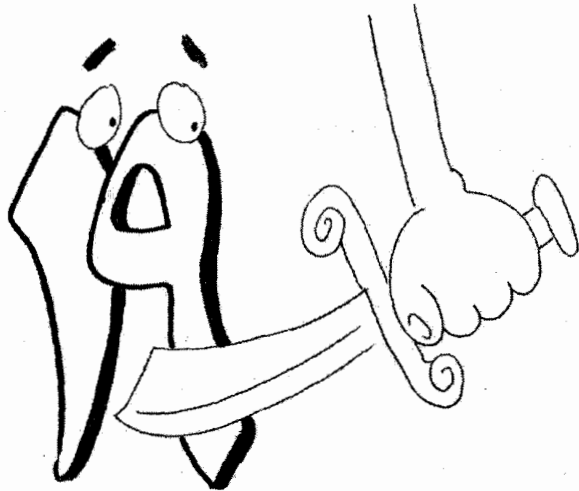


۲۳- در مهندسی و معماری زیاد پیش می آید که باید زاویه ای را به سه زاویه برابر تقسیم کنند . در یونان باستان خواستند این عمل را تنها به کمک خط کش و پرگار انجام دهند اما نتوانستند و پی بردند که این کار نشدنی است ولی نتوانستند این موضوع را ثابت کنند البته بعدها به روش هندسی ثابت شد که نمی توان به کمک خط کش و پرگار، هر زاویه ی دلخواهی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرد . البته ابزارهایی ساخته شده اند که می تواند با دقت قابل قبولی این کار را انجام دهد بطوری که نیازهای معماران را برآورده کند . حال ما یک زاویه ی ۵۴ درجه داریم و می خواهیم به کمک خط کش و پرگار آن را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم . چگونه چنین کاری را می توان انجام داد ؟





رسم زاویه ی یک درجه



۲۴- با استفاده از روش های ترسیم هندسی به آسانی می توان زاویه ای برابر با زاویه ی مفروض رسم کرد .
فرض کنید یک زاویه ۱۹ درجه در اختیار داریم چگونه می توان به کمک آن زاویه ای یک درجه رسم کرد ؟



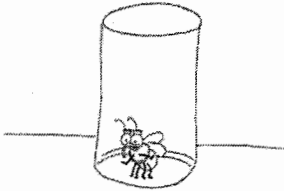


۲۵- سهراب ، حسین و رسول روی هم ۴۸ تومان پول دارند .

سهراب به مقداری که حسین پول دارد به او پول می دهد . سپس حسین به مقداری که رسول پول دارد به او پول می دهد . آن گاه رسول به مقداری که سهراب پول دارد به او پول می دهد . در این هنگام مقدار پول هر سه نفر برابر شده است . مقدار پول هر یک در آغاز چقدر بوده است ؟



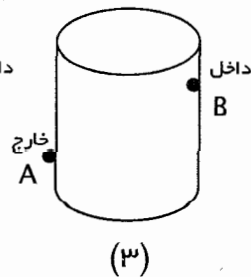
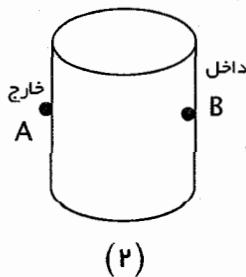
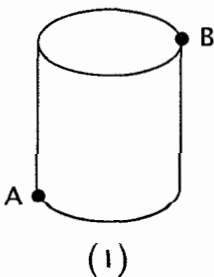
مسیر حرکت مگس



۲۶- الف) در شکل (۱) استوانه ای را می بینید که محیط قاعده آن ۴۰ و ارتفاع آن ۱۵ سانتی متر است. یک مگس در نقطه ی A قرار دارد و می خواهد به سمت قطره عسلی که در نقطه B چسبیده است حرکت کند. کوتاه ترین مسیری که مگس می تواند طی کند چند سانتی متر است؟

ب) در شکل (۲) استوانه ای به محیط قاعده ۴۸ و ارتفاع ۱۵ سانتی متر را می بینید. این بار، مگس در ارتفاع ۱۰ سانتی متری خارج استوانه در نقطه A قرار دارد و قطره عسل در همین ارتفاع اما درون استوانه در نقطه B قرار دارد. کوتاه ترین مسیری که مگس می تواند طی کند چند سانتی متر است؟

ج) در شکل (۳) استوانه ای به محیط قاعده ۴۸ و ارتفاع ۲۰ سانتی متر را می بینید که مگس در ارتفاع ۹ سانتی متری خارج استوانه و قطره عسل در ارتفاع ۱۳ سانتی متری درون استوانه است. در این صورت کوتاه ترین مسیری چند سانتی متر است؟ (توجه کنید در همه ی قسمتهای این مسأله، بال های مگس کنده شده است و او فقط می تواند راه برود.)



تکه های کاغذ



۲۷- کامران ، مرتضی و نادر در یک کلاس درس می خوانند . روزی معلم به هر کدام از آنها ۵ تکه کاغذ داد و گفت : « شما می توانید بعضی از این کاغذها را به ۵ تکه تقسیم کنید . و دوباره هر کدام از شما بعضی از تکه ها را به ۵ تکه کوچکتر تقسیم کنید و ... »

هر کدام این عمل را چندین بار تکرار کردند و در پایان کار ، هر کدام تعداد تکه های به دست آمده را شمارش کردند .

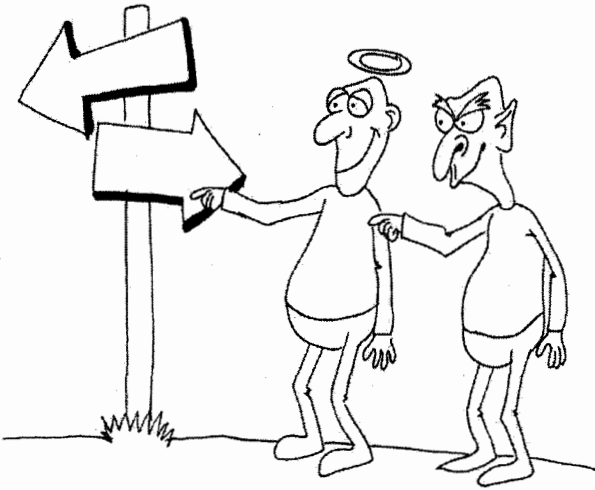
کامران ۱۳۸۸ تکه ، مرتضی ۲۰۰۹ تکه و نادر ۱۴۳۰ تکه کاغذ به دست آورده بودند .

کدام یک از آنها کار خود را درست انجام داده است ؟ چرا ؟





راست گو و دروغ گو

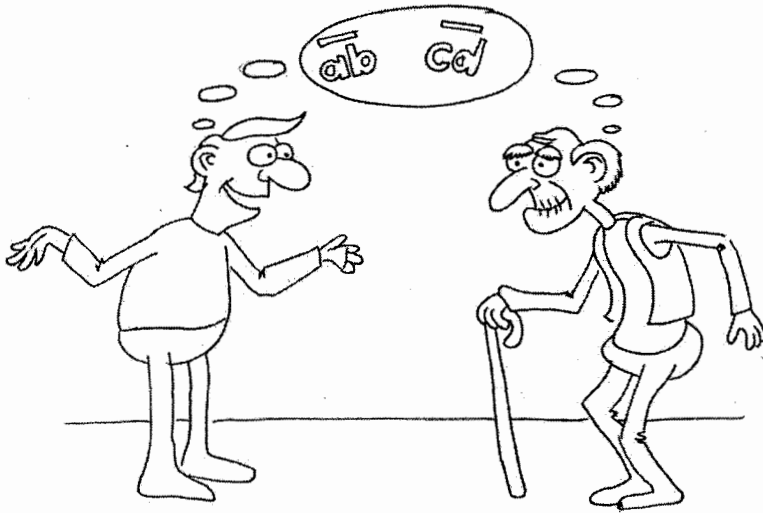


۲۸- ناصر به نزدیکی یک دو راهی رسید که یکی از راه ها به شهر « راستگو ها » و راه دیگر به شهر « دروغگو ها » ختم می شد البته ناصر نمی دانست کدام راه به کدام شهر ختم می شود . فردی از شهر راستگو ها (که همیشه راست می گویند) و فردی از شهر دروغگو ها (که همیشه دروغ می گویند) را دید . البته ناصر نمی دانست کدامیک راستگو و کدام یک دروغگو است . او چطور می تواند تنها با پرسیدن یک سؤال از یکی از این دو نفر ، راه شهر راستگویان را پیدا کند ؟





پدر بزرگ = نوه



۲۹- در سال ۱۳۸۸ فرزند با خود اندیشید که سن او برابر است با دو رقم سمت راست سال تولدش . او این کشف خود را برای پدر بزرگش بازگو کرد . پدر بزرگ در کمال ناباوری گفت : « چه جالب ! سن من هم برابر است با دو رقم سمت راست سال تولدم ! » فرزند این موضوع را باور نکرد ، اما وقتی سن پدر بزرگ را پرسید به درستی گفته او پی برد . آیا می توانید سن فرزند و پدر بزرگش را تعیین کنید ؟





- ۳۰- در یک «بخش» سه روستای A و B و C در نزدیکی هم قرار دارند. هر روستا شامل چهار منطقه جنوبی، شمالی، شرقی و غربی می باشد. مشخص کنید در این «بخش» چند نفر زندگی می کنند؟ با توجه به این که می دانیم:
- الف) جمعیت روستای A، ۳۹ نفر بیشتر از جمعیت روستای B می باشد. در ضمن جمعیت روستای A، ۷۷ نفر کمتر از جمعیت روستایی C می باشد.
- ب) در این بخش $\frac{7}{13}$ بچه ها مشغول تحصیل می باشند.
- ج) قبل از نوروز امسال، دولت تعداد ۶۸۰ بن خرید کالا برای اهالی این بخش ارسال کرد به هر نفر یک بن اهداء شد و تعدادی هم اضافه آمد و آن را برگرداندند.
- د) در این بخش تعداد بزرگترها ۲۰% بیشتر از تعداد بچه ها می باشد.
- ه) اگر به هر یک از مناطق جنوبی روستاها ۱۶ نفر جدید اضافه شوند و از هر یک از مناطق شرقی ۱۰ نفر به منطقه غربی همان روستا بروند و ۱۴ نفر از مناطق شمالی خارج شده و به شهر بروند، آن گاه در مجموع سه روستا، تعداد ساکنین منطقه های جنوبی، شرقی، غربی و شمالی یکسان می شود.





abcde

x

4

edcba

۳۱- روزی آقای حمیدی در کلاس درس نظریه ی اعداد رو به دانش آموزی کرد و

پرسید : « آیا می دانی مقلوب یک عدد یعنی چه ؟ »

دانش آموز گفت : « آیا منظور شما همان معکوس یک عدد است ؟ »

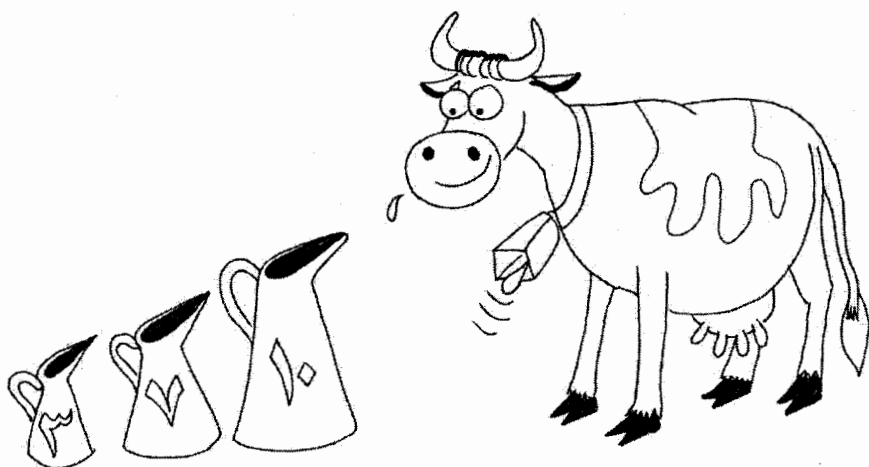
معلم گفت : « خیر ، مقلوب یک عدد یعنی این که ترتیب قرار گرفتن ارقام آن عدد

را برعکس کنیم . مثلاً: مقلوب عدد ۱۳۵۴ ، عدد ۴۵۳۱ می باشد . »

در ادامه آقای حمیدی رو به دانش آموزان کرد و پرسید : « کدام یک از شما

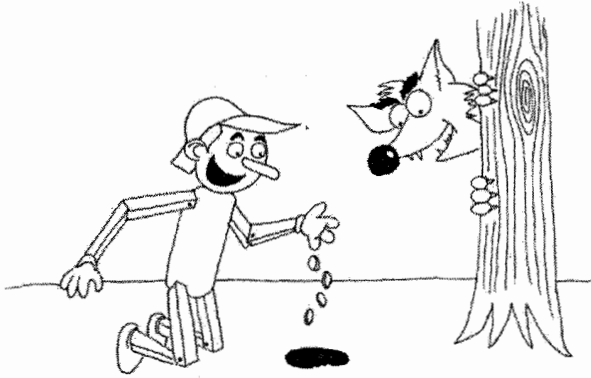
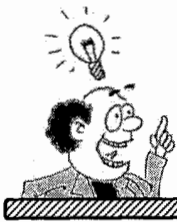
می توانید عددی پنج رقمی بیابید که با ۴ برابر مقلوبش برابر باشد ؟ »





۳۲- روزی « پرویز » گاوهای خود را دوشید و شیر آنها را برای فروش به بازار برد در بازار دو مشتری به نام های « محمد » و « مهرداد » برای خرید شیر به او مراجعه کردند . هر کدام از آنها مقدار ۵ لیتر شیر احتیاج داشتند . پرویز نگاهی به ظرفهای باقی مانده کرد و دریافت که یک ظرف ۱۰ لیتری پر از شیر و دو ظرف خالی به گنجایش ۷ لیتر و ۳ لیتر دارد . او باید شیرها را طوری تقسیم کند که در هر یک از دو ظرف ۱۰ لیتری و ۷ لیتری مقدار ۵ لیتر شیر بماند به نظر شما او چگونه می تواند این کار را انجام دهد ؟





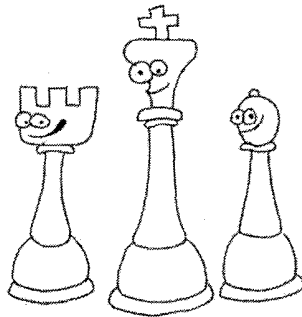
۳۳- یک روز « روباه مکار » به پینوکیو گفت : « من زمین اسرار آمیزی را می شناسم که هر چقدر پول در آن بکاری ، فردای آن روز دو برابر آن را به تو می دهد . « پینوکیو با اصرار از او خواست که آن زمین اسرار آمیز را به او نشان دهد . روباه مکار گفت : « اگر می خواهی آن جا را به تو نشان بدهم ، یک شرط دارد . هر بار که پولی در آن می کاری و دو برابر آن را برداشت می کنی ، باید ۱۲۰ تومان به من بدهی . « پینوکیو کمی فکر کرد و پذیرفت . روز اول پینوکیو تمام پول خود را در آن زمین اسرار آمیز در گودالی پنهان کرد فردای آن روز وقتی به سراغ گودال رفت مشاهده کرد که مقدار پولش دو برابر شده است . خیلی خوشحال شد و بلافاصله ۱۲۰ تومان به روباه مکار داد . و بقیه پول را در گودال پنهان کرد . فردای آن روز باز پولش دو برابر شد و ۱۲۰ تومان به روباه مکار داد و بقیه پول را در گودال کاشت . روز سوم باز پولش دو برابر شد و طبق قرار ۱۲۰ تومان به روباه داد . با کمال تعجب متوجه شد که هیچ پولی برایش نمانده است .

پینوکیو در ابتدا چقدر پول داشته است ؟





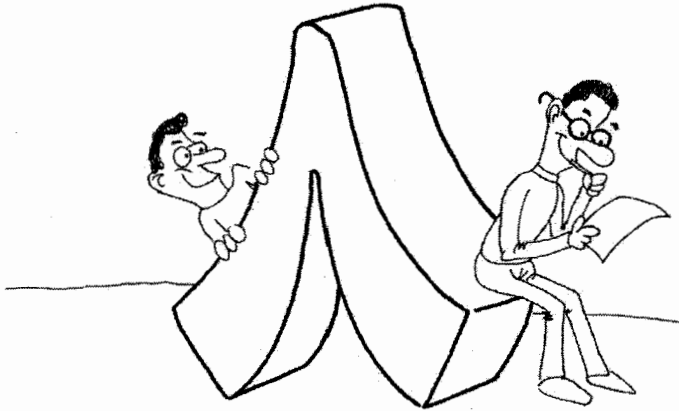
هشت رخ



۳۴- اعداد ۱ تا ۶۴ را مطابق شکل در ۶۴ خانه ی صفحه ی شطرنج نوشته ایم .
هشت مهره ی رخ را طوری در خانه های صفحه ی شطرنج قرار داده ایم که هیچ یک
نمی توانند یکدیگر را بزنند . مجموع اعدادی را که در این هشت خانه نوشته شده
است بیابید .

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲
۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸
۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶
۵۷	۵۸	۵۹	۶۰	۶۱	۶۲	۶۳	۶۴





۳۵- یک روز سعید ، شهاب را در مدرسه دید و با حالتی شگفت زده به او گفت :
« من امروز با مسئله جالبی برخورد کردم . سوال این بود که چگونه می توان فقط با
استفاده از هشت تا رقم "۸" عدد ۱۰۰۰ را بسازیم . (استفاده از چهار عمل
اصلی و توان و کنار هم قرار دادن اعداد و پراتنز مجاز است) » شهاب گفت : این
مسئله ی پیش پا افتاده ای است .

$$۸۸۸ + ۸۸ + ۸ + ۸ + ۸ = ۱۰۰۰$$

جواب مسئله اینگونه است :

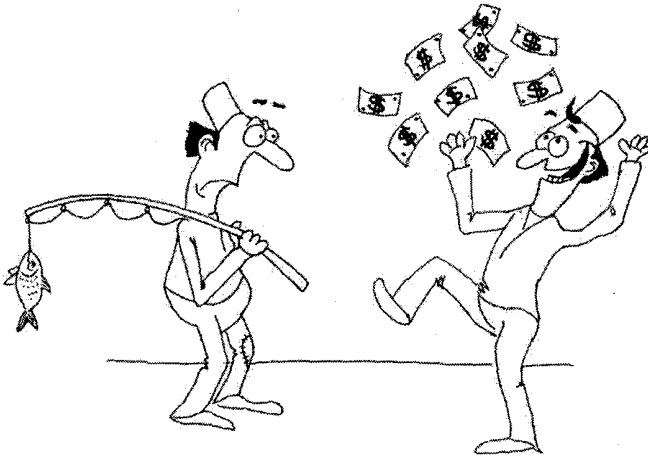
اگر راست می گویی این مسئله را حل کن :

با استفاده از هشت رقم مشابه و همان شرایط عدد ۱۰۰۰ را بساز . یعنی با هشت
تا "۱" عدد ۱۰۰۰ را بساز ، بار دیگر با هشت رقم "۲" عدد ۱۰۰۰ را بساز و ...





هدیه ی پادشاه



۳۶- پادشاه کشور « راشیتستان » برای جلب حمایت مردم فقیر کشورش تصمیم گرفت به هر مرد ۱۰۰ هزار تومان و به هر زن ۴۰ هزار تومان به عنوان کمک ، هدیه بدهد . او که می خواست فشار مالی زیادی بر خزانه سلطنتی وارد نشود ، هنگام صبح وارد شهری شد که جمعیت آن ۳۰۰۰ نفر بود . زیرا او می دانست که در این هنگام ۶۰ درصد مردان به قصد ماهیگیری از شهر خارج شده اند و او می تواند از اعطاء کمک مالی به آنها صرف نظر کند . آیا می توانید بدون آن که تعداد مردان و تعداد زنان را بدانید حساب کنید که پادشاه چقدر پول باید صرف کمک به مردم این شهر بکند ؟





۳۷- شما می توانید با مقدار پولی که دارید هر چیزی را با هر قیمتی خریداری کنید! تعجب نکنید به مطلب زیر توجه کنید:

فرض کنید که A ، مقدار پول شما و B ، مقدار پولی است که شما نیاز دارید.

$$M = \frac{A+B}{2}$$

میانگین این دو عدد برابر است با:

$$A + B = 2M$$

که از آن نتیجه می شود:

طرفین این تساوی را در $A - B$ ضرب کنید:

$$(A + B)(A - B) = 2M(A - B)$$

$$A^2 - B^2 = 2MA - 2MB$$

$$A^2 - 2MA = B^2 - 2MB$$

به طرفین تساوی مقدار M^2 را اضافه کنید:

$$A^2 - 2MA + M^2 = B^2 - 2MB + M^2$$

$$(A - M)^2 = (B - M)^2$$

به کمک اتحاد دوم داریم:

$$A - M = B - M$$

از دو طرف جذر می گیریم:

$$A = B$$

در نتیجه:

یعنی موجودی پول شما برابر است با مقدار پولی که به آن نیاز دارید.

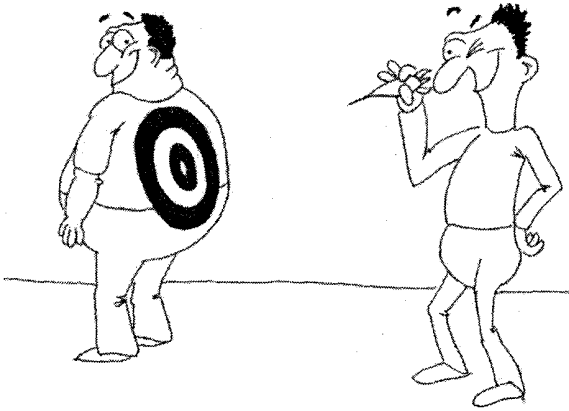
به نظر شما آیا این محاسبه اشکال دارد؟ اشکال آن کجاست؟



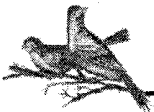


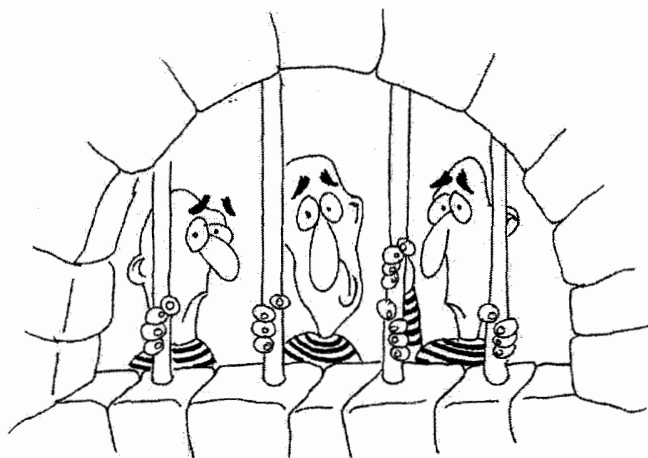
۳۸- دیروز حمید قدم زنان از مدرسه به خانه رفت و او با سرعت ۳ کیلومتر بر ساعت حرکت کرد و نیم ساعت بعد از ظهر به منزل رسید. مادرش گفت: «چرا دیر آمدی؟ فردا زودتر به خانه برگرد.» به همین دلیل او امروز با سرعت ۶ کیلومتر بر ساعت حرکت کرد و نیم ساعت قبل از ظهر به منزل رسید. مادرش او را دوباره مورد سرزنش قرار داد و گفت: «چرا این قدر زود آمدی؟ نمی توانی یک روز دقیقاً سر ساعت ۱۲ ظهر به خانه برگردی؟» به نظر شما حمید با چه سرعتی حرکت کند تا دقیقاً رأس ساعت ۱۲ ظهر به منزل برسد؟





۳۹- تعدادی دانش آموز در مسابقه پرتاب دارت شرکت کردند . قرار شد شرکت کنندگان دو به دو با هم مسابقه دهند . (به صورت دوره ای یعنی هر دو نفر با هم فقط یک بار مسابقه دهند .) در هر مسابقه برای نفر برنده ۲ امتیاز و برای بازنده صفر امتیاز در نظر گرفته شد و در صورت تساوی به هر نفر یک امتیاز داده شد . در پایان رتبه های شرکت کنندگان و امتیازات هر کدام مشخص شد . امتیاز نفرات اول تا سوم به ترتیب ۷ ، ۵ و ۳ می باشد . در این مسابقات چند نفر شرکت کرده اند و شرکت کنندگان بعدی هر کدام چند امتیاز کسب کرده اند ؟ (اگر تعداد امتیازات دو نفر یکسان باشد رتبه آنها بر حسب قرعه مشخص می شود) .

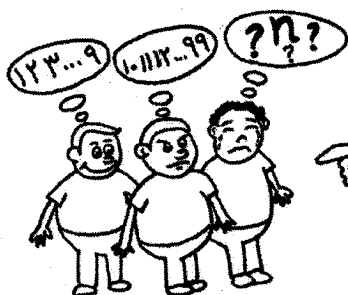




۴۰- تعداد زندانیان به ۱۰۰ نفر رسید . پادشاه ظالم که نمی خواست هزینه و زحمت آنان را متحمل شود تصمیم گرفت به یک نفر از آنها شانس آزادی بدهد و بقیه را اعدام کند . به همین خاطر دستور داد ۱۰۰ چوبه دار واقع بر محیط دایره به فاصله های مساوی از یکدیگر آماده کردند و چوبه های دار را از ۱ تا ۱۰۰ به ترتیب شماره گذاری کردند . قرار شد هر زندانی را پای یکی از چوبه های دار قرار دهند . اجرای حکم اعدام از مردی که پای چوبه دار شماره ۱ ایستاده شروع می شود و او را اعدام می کنند پس از آن یکی در میان نوبت به اعدام سایر زندانیان فرا می رسد .

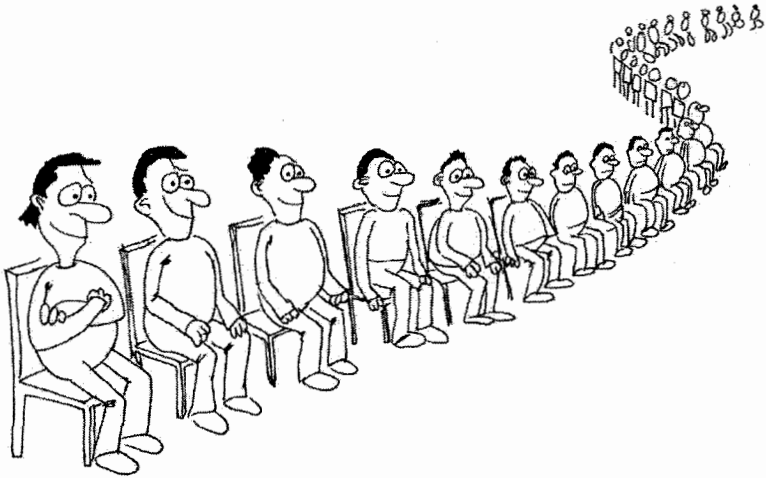
این روند تا زندانی شماره ۹۹ ادامه می یابد . زندانی شماره ی ۱۰۰ فعلاً زنده می ماند و نوبت به نفر بعدی که هنوز زنده مانده (یعنی زندانی شماره ۲) می رسد و به همین ترتیب کار ادامه می یابد . در پایان آخرین نفر آزاد می شود . شماره ی چوبه دار زندانی آزاد شده چند است ؟





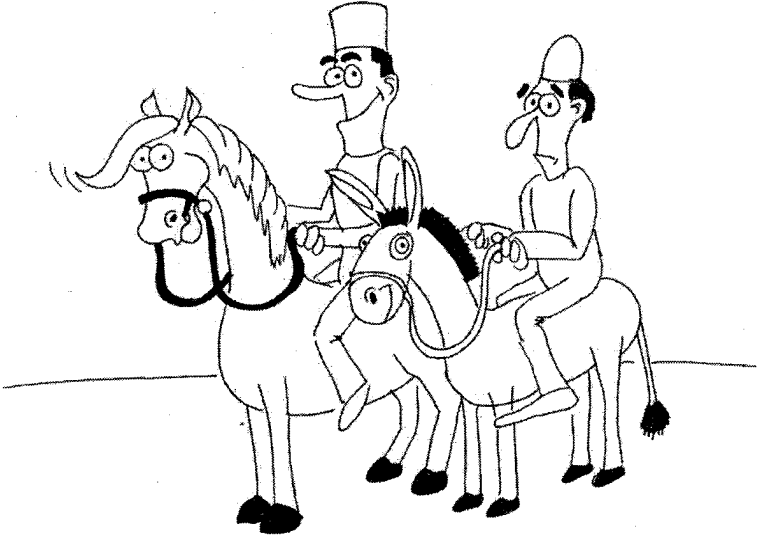
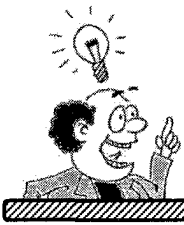
۴۱- معلم از حسین پرسید: «چند عدد یک رقمی وجود دارد؟» سپس از سهراب پرسید: «چند عدد دو رقمی وجود دارد؟» و... در نهایت از رسول پرسید: «چند عدد n رقمی وجود دارد؟» حتماً شما پاسخی را که حسین و سهراب داده اند می دانید. اما پاسخ سؤالی که معلم از رسول پرسید چیست؟





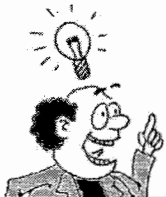
۴۲- ۱۳۸۸ نفر در یک ردیف کنار هم هر کدام روی یک صندلی نشسته اند آنها فقط این اجازه را دارند که هر دو نفری که فقط یک نفر بین آنها قرار دارد جایشان را با هم عوض کنند . آیا این افراد می توانند طوری جا به جا شوند که ترتیب قرار گرفتن آنها کنار هم ، برعکس حالت اولیه شود ؟





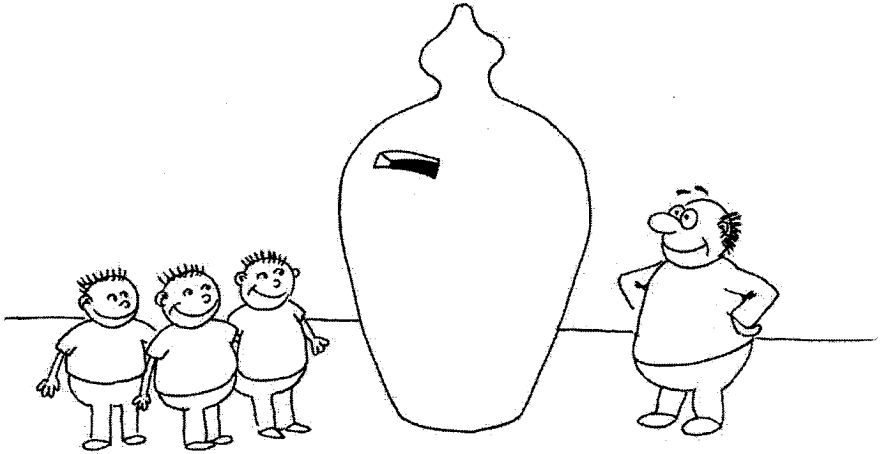
۴۳- رسول مسافت خانه تا مزرعه را با اسب در مدت ۲۰ دقیقه می پیماید
برادرش نادر همین مسیر را با الاغ در مدت ۳۰ دقیقه می پیماید . یک روز نادر
سوار بر الاغ از خانه به سمت مزرعه حرکت کرد ۵ دقیقه بعد ، رسول سوار بر
اسب به سمت مزرعه حرکت کرد . پس از چند دقیقه رسول به نادر خواهد رسید ؟





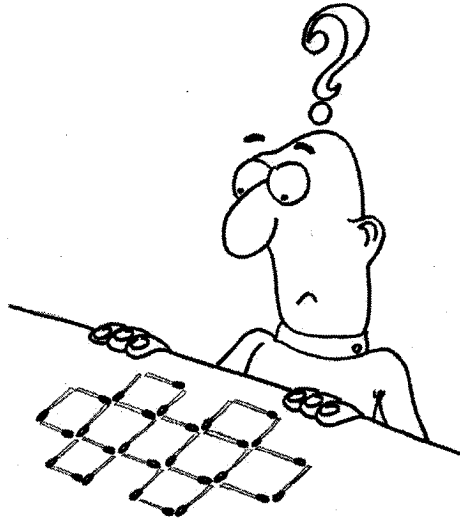
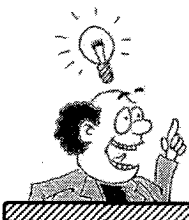
۴۴- یک شکارچی به شکار خرس رفت . بعد از جستجو خرسی را در فاصله ۵۰۰ متری خود دید . اما چون موقعیت استقرار مناسبی برای شکار خرس نداشت از جای خود حرکت کرد و ۱۰۰ متر به سمت شرق رفت . خرس همچنان در جای خود ثابت مانده بود ؛ اما باز هم فاصله شکارچی از خرس همان ۵۰۰ متر بود . چون شکارچی این بار هم موقعیت خوبی برای شکار خرس نداشت دوباره از جای خود حرکت کرد و ۲۰۰ متر دیگر به سمت شرق رفت . با اینکه خرس همچنان بی حرکت در جای خود مانده بود ؛ اما این بار هم فاصله شکارچی از خرس ۵۰۰ متر بود . رنگ پوست خرس را تعیین کنید . !!





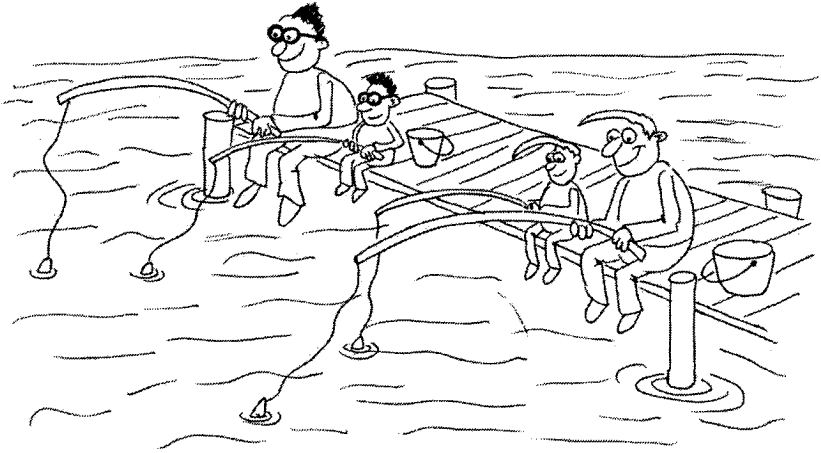
۴۵- پدری سه فرزند به نام های سهراب ، رسول و حسین داشت . او از بدو تولد هر یک از فرزندانش به هر یک از آن ها در روز تولدشان به اندازه سن شان هزار تومانی می داد : در آغاز تولد هر یک صفر هزار تومان ، در یک سالگی یک هزار تومان ، در دو سالگی دو هزار تومان و تاکنون در مجموع حسین ۵۵ هزار تومان ، رسول ۱۵۳ هزار تومان و سهراب ۶۰ هزار تومان دریافت کرده اند . کدام یک از این سه نفر بزرگترند ؟ چرا ؟





۴۶- چنانچه در شکل فوق مشاهده می کنید « آقای خرسندی » می خواهد با برداشتن تعدادی چوب کبریت شکل را طوری تخریب کند که هیچ مربعی در شکل باقی نماند . او حداقل چند چوب کبریت بردارد تا هیچ مربعی دیده نشود ؟





۴۷- غلامحسن و پسرش به همراه پرویز و پسرش به ماهی گیری رفتند و جمعاً ۳۵ ماهی گرفتند . تعداد ماهی هایی که غلامحسن گرفت سه برابر تعداد ماهی هایی بود که پسرش میید کرده بود . تعداد ماهی هایی که پرویز میید کرده بود مساوی تعداد ماهی هایی بود که پسرش میید کرده بود . اگر اسم پسر پرویز ، محمّد باشد اسم پسر غلامحسن چیست ؟

(روش بدست آوردن پاسخ این مسأله کاملاً منطقی و با استفاده از قوانین دقیق ریاضی است . پس راجع به آن با جدّیت فکر کنید .)

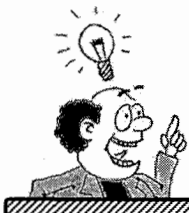




۴۸- روزی آقای زندی تژاد ، دبیر ریاضی دبیرستان علامه امینی ، وارد کلاس شد و از دانش آموزان آزمون شامل پنجاه سؤال چهار گزینه ای به عمل آورد . پس از اتمام آزمون و اعلام پاسخ درست هر سؤال از دانش آموزان خواست که هر کس خودش نمره ی آزمون خود را محاسبه کند . به این صورت که برای هر پاسخ درست ۴ نمره ی مثبت و برای هر پاسخ غلط ۱ نمره ی منفی در نظر بگیرد و برای سؤال های بدون پاسخ ، نمره ی صفر در نظر گرفته شود . در میان دانش آموزان سه نفر به نام های « درخشان تژاد » ، « شرافت » و « حسن پور » نمره های خود را بدین ترتیب اعلام کردند :

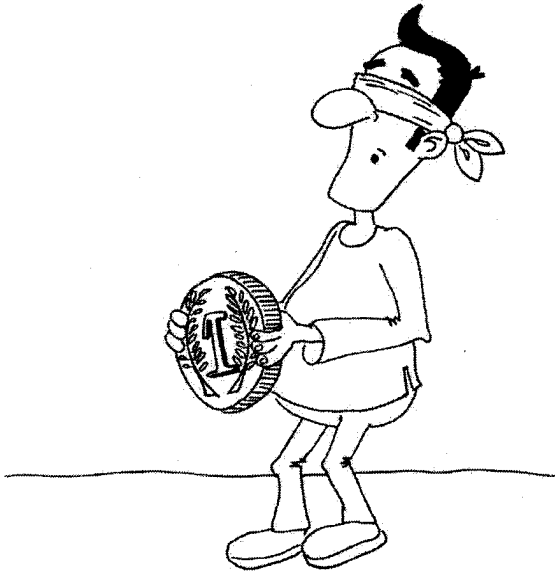
حسن پور = ۱۹۱ ، شرافت = ۱۸۹ ، درخشان تژاد = ۱۸۷
 آقای زندی تژاد بعد از شنیدن نمرات آن ها فهمید که یکی از آن ها در محاسبه نمره ی خود اشتباه کرده است ! به نظر شما چه کسی نمره ی خود را اشتباه محاسبه کرده است ؟ دلیل ادعای خود را بیان کنید .





۴۹- در قبیله ی «گورامی» وجود دارند افرادی که صورتشان خالدار است . اما هیچ وسیله ای برای دیدن صورت خود ندارند و فقط می توانند صورت دیگران را ببینند و هیچ کس حق ندارد به دیگران در مورد خال صورت شان اطلاعاتی بدهد . همه افراد این قبیله هر روز یکدیگر را می بینند . روزی رئیس قبیله دستور داد که از فردا هر کس متوجه شد که صورتش خالدار است تا پایان روز فرصت دارد خودش را بکشد افراد قبیله که به شدت تابع رئیس قبیله بودند همگی اجرای حکم را پذیرفتند . سه روز بعد ، سه نفر از افراد قبیله خود را کشتند . به نظر شما این سه نفر چگونه متوجه وجود خال در صورت خود شده اند ؟



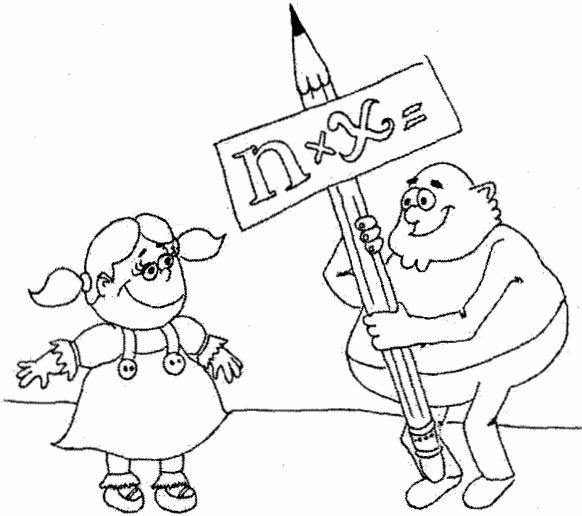


۵۰- تعداد ۱۳۸۸ سکه روی یک میز قرار دارد بطوری که ۱۷ تا از آن ها به « رو » و بقیه به « پشت » چیده شده اند . فردی با چشم بسته چگونه می تواند این سکه ها را به دو بخش (نه لزوماً مساوی) تقسیم کند به طوری که تعداد «رو» ها در هر دو بخش با هم مساوی باشند .
این فرد می تواند سکه ها را پشت و رو کرده یا جابجا کند و راهی برای تشخیص « رو » بودن یا « پشت » بودن سکه ها ندارد .





چند مداد ، چند تومان ؟

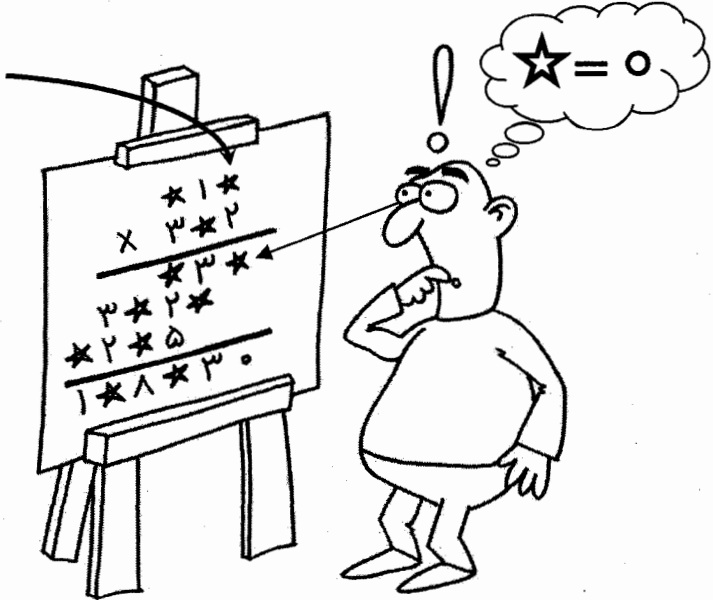


۵۱ - مهدی به خواهرش اکرم گفت : « چند (بیش از یک) مداد خریده ام که قیمت هر کدام بیش از یک ریال است . »
(قیمت مدادها یکسان و بر حسب ریال با یک عدد طبیعی برابر است .)
اکرم گفت : « کلاً چند ریال پرداختی و چند مداد خریدی ؟ »
مهدی که نمی خواست پاسخ اکرم را آشکارا به او بگوید ، کمی فکر کرد و گفت :
« قیمت کل مدادها بین ۲۰۰ ریال و ۳۰۰ ریال است . اما اگر قیمت کل مدادها را به تو بگویم می توانی تعداد مدادها را مشخص کنی . »
اکرم که خیلی باهوش بود با کمی فکر کردن ، توانست هم تعداد مدادها و هم قیمت هر مداد را تعیین کند . او چگونه این کار را انجام داد ؟





باید ۵ باشد



۵۲ - روزی معلم در کلاس عمل ضربی را پای تخته نوشت که بعضی از ارقام آن نامشخص بود و به جای آنها ستاره قرار داشت و از دانش آموزان خواست تا با استدلال کافی ارقام مجهول را بیابند. عمل ضرب را در تصویر بالا مشاهده می کنید. حسین که شاگرد خوب کلاس بود، پس از اندکی فکر کردن گفت: به جای ستاره ی مشخص شده در تصویر باید رقم صفر قرار بگیرد چون در حاصل ضرب، رقم یکان، صفر است.

لذا رقم یکان عدد سه رقمی سطر اول باید ۵ باشد. معلم او را تشویق کرد و ...

آیا می توانید بقیه ارقام مجهول را بیابید؟





۵۳- استاد هدایتی به شاگردش «خلیلی» گفت: «در آپارتمان مجاور خانه ما چهار خانواده زندگی می‌کنند که همگی دارای فرزند می‌باشند: خانواده ی «یار احمدی» بیشترین تعداد فرزند را دارد. خانواده ی «صادق» تعداد فرزندان کمتر از خانواده ی «یار احمدی» می‌باشد و خانواده ی «احمدی» از خانواده ی «صادق» هم فرزندان کمتری دارد. خانواده ی «یاری» فرزندان از همه کمتر است. کل تعداد فرزندان چهار خانواده از پانزده تا کمتر است و اگر تعداد فرزندان خانواده ها را در هم ضرب کنیم، عدد حاصل برابر شماره پلاک منزل من می‌شود. به نظر تو تعداد فرزندان هر خانواده چقدر است؟»
خلیلی پاسخ داد: «من شماره پلاک منزل شما را فراموش کرده ام.»

استاد هدایتی گفت: «حتی اگر هم آن را به خاطر داشتی باز هم اطلاعات کافی برای حل این معما را نداشتی. یک راهنمایی دیگر می‌کنم. تعداد فرزندان خانواده ی «احمدی» برابر است با تعداد دفعاتی که تو به خانه ما آمده ای.»
خلیلی که می‌دانست چند بار به خانه استاد رفته است، با این اطلاعات توانست معما را حل کند. آیا شما با این اطلاعات می‌توانید تعداد فرزندان هر خانواده را تعیین کنید؟





۵۴ - احمد ، حبیب و عباس در حیاط مدرسه فوتبال بازی می کردند و ناظم مدرسه در دفتر خود که مشرف به حیاط مدرسه بود ، حضور داشت . ناگهان توپ به شیشه ی پنجره برخورد کرد و شیشه شکست . ناظم که متوجه نشد چه کسی این کار را کرده به سراغ سه نفری که در حیاط مدرسه بودند رفت .

ضمن سؤال و جواب ، هر یک از این سه نفر دو جمله بیان کردند :

احمد : من شیشه را نشکسته ام . حبیب هم مرتکب این اشتباه نشده است .

حبیب : احمد این کار را نکرده است . عباس مقصر است .

عباس : من شیشه را نشکسته ام . احمد شیشه را شکسته است .

معلوم شد که یکی از این سه نفر هر دو جواب را نادرست داده است ، دیگری هر دو جواب را صحیح گفته است و یکی هم یک جواب درست و یک جواب نادرست داده است . چه کسی شیشه را شکسته است ؟





دزدی به شیوه ی گلدکوئیست

۵۵ - در یک کشور با جمعیت ۵۵۹۲۴۰۵۰ نفر، ده نفر صاحب یک شرکت خودرو سازی هستند که در فروش خودروهای تولیدی، درمانده اند. آنها برای فروش خودرو ها از یک حيله استفاده می کنند به این ترتیب که در روزنامه ها آگهی می کنند که: « با پرداخت یک میلیون تومان صاحب خودروی ۴ میلیون تومانی شوید » البته آنها در ازای یک میلیون تومان، یک خودروی ۴ میلیونی تحویل متقاضی نمی دهند؛ بلکه هر متقاضی، باید علاوه بر پرداخت یک میلیون تومان به شرکت ۴ متقاضی جدید نیز معرفی نماید، بطوری که هر متقاضی جدید نیز یک میلیون تومان به شرکت بپردازد. هر متقاضی جدید نیز که مبلغ یک میلیون تومان خود را پرداخت کرده است، می تواند با معرفی ۴ متقاضی دیگر که هر یک مبلغ یک میلیون تومان به شرکت می پردازند، صاحب یک خودرو شود و ...

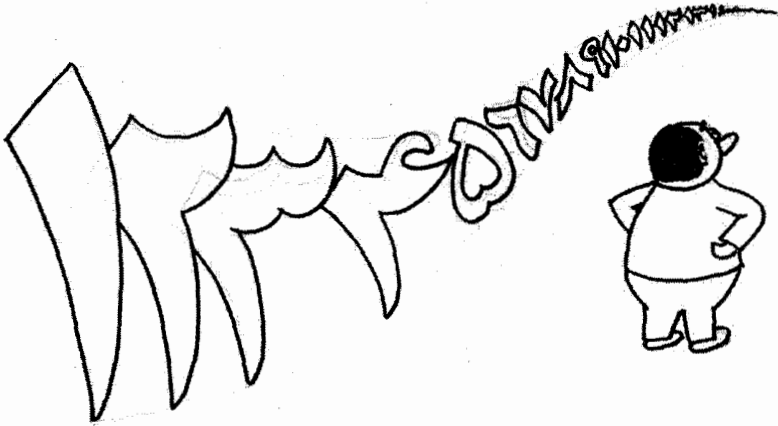
در روز اول، هر یک از این ده نفر موفق به یافتن ۴ متقاضی خرید خودرو با شرایط فوق شدند. در روزهای بعد، شرکت فقط از طریق متقاضیان قبلی، اقدام به فروش خودرو با شرایط فوق نمود. در ضمن، هر یک از افرادی که در این کشور زندگی می کنند، فقط یک بار اجازه دارند متقاضی خرید خودرو از این شرکت شوند. همچنین هر فرد متقاضی در یک روز قادر به یافتن چهار متقاضی جدید می شود.

اولی: با این روش شرکت سود می برد یا زیان؟

ثانی: پس از چند روز متقاضیان دیگر قادر به یافتن چهار متقاضی جدید نخواهند شد؟

ثالث: چند نفر از متقاضیان پس از پرداخت یک میلیون تومان قادر به یافتن ۴ متقاضی جدید نخواهند شد و در نتیجه خودرو دریافت نمی کنند؟





۵۶ - عددهای طبیعی ۱ تا ۲۵۴۷ را به دنبال هم می نویسیم؛ عدد حاصل چند رقمی است؟

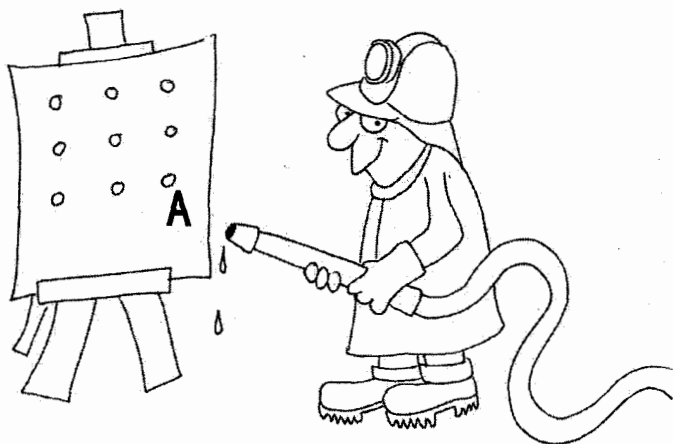
۱۲۳۴۵۶۷۸۹۱۰۱۱۱۲ ۲۵۴۶۲۵۴۷





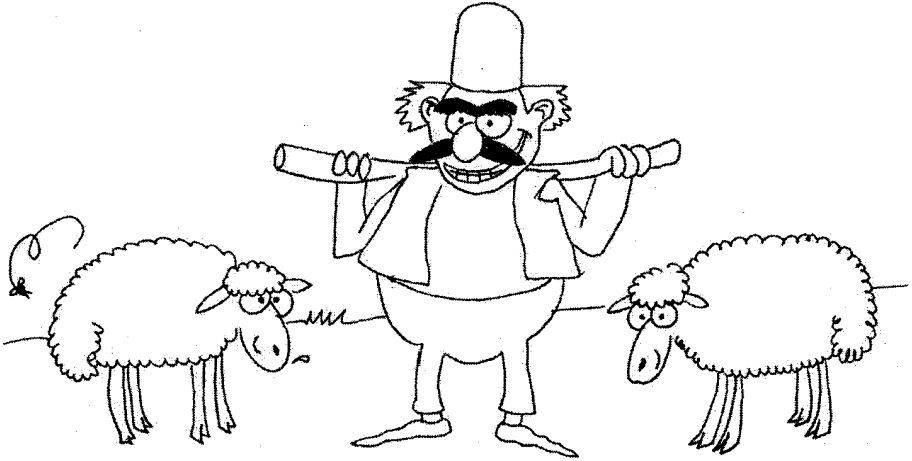
۵۷ - طنابی را روی خط استوا دور کره زمین بصورت یک حلقه بسته ایم . اگر ۱۳ متر به طول این طناب بیفزائیم و آن را مطابق شکل به صورت یک دایره دور کره زمین تصور کنیم بطوری که فاصله همه نقاط طناب تا زمین یکسان باشد ؛ آیا یک انسان می تواند بدون اینکه خم شود از زیر طناب عبور کند ؟





۵۸ - در شهری ۹ ایستگاه آتش نشانی مطابق شکل فوق وجود دارد . آقای آتشکار می خواهد از این ۹ ایستگاه بازدید به عمل آورد . شهردار شهر دستور داده است چهار خیابان مستقیم طوری احداث کنند که آقای آتشکار بتواند از ایستگاه A شروع کرده و با عبور از این چهار خیابان از همه ایستگاه ها بازدید کند و از مقابل هر ایستگاه فقط یک بار عبور کند . چگونه این کار ممکن است ؟





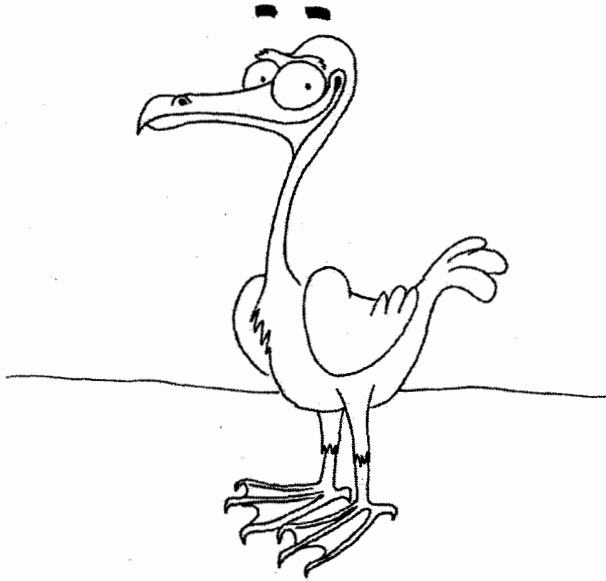
۵۹ - در روستای احمدآباد ، غلامحسین خان بیشترین تعداد گوسفند را در بین اهالی روستا دارد . در ضمن میدانیم تعداد گوسفندان هیچ دو نفری با هم برابر نیست و تعداد افراد روستا از تعداد گوسفندان غلامحسین خان بیشتر است .
تعداد گوسفندان قلی ، فقط از تعداد گوسفندان کامبیز بیشتر است . قلی چند گوسفند دارد ؟





۶۰- پس از برگزاری کنکور سراسری ۱۰ نفر از دانش آموزان « دبیرستان حمید » تصمیم گرفتند به مناسبت پایان دوره پیش دانشگاهی مجلس جشنی به صرف ناهار در رستوران تشکیل دهند . وقتی همه جمع شدند ، در مورد جای نشستن دور یک میز گرد بحث کوچکی در گرفت . یکی پیشنهاد کرد بر حسب حروف الفبا کنار هم بنشینند ، دیگری گفت بر حسب سن ، سومی گفت بر حسب معدل نمره ها و ... صاحب رستوران پیشنهاد جالبی داد . او گفت : دوستان جوان ! از مجادله دست بردارید . همان طور که هستید پشت میز بنشینید و یکی از شماها یادداشت کند که الآن به چه ترتیبی نشسته اید . فردا دوباره برای ناهار خوردن به اینجا بیایید و به ترتیب دیگری بنشینید ، پس فردا باز هم به ترتیب جدیدی و ... تا اینکه همه حالت های ممکن را امتحان کنید . من به شما قول می دهم وقتی دوباره نوبت به همین ردیفی رسید که امروز نشسته اید ، شما را برای هر روز با بهترین ناهاری که مایل باشید مجانی پذیرائی کنم . پس از چند روز آن ها موفق می شوند دوباره به همان ترتیب روز اول دور میز بنشینند و غذای مجانی بخورند ؟





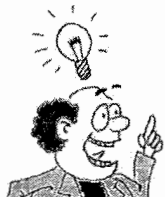
۶۱- پرنده ای با سرعت ثابت ۲۰ کیلومتر در ساعت ، از قطب شمال به سمت قطب جنوب حرکت کرد و بعد از ۱۰۰۰ ساعت پرواز ، به قطب جنوب رسید !! فاصله ی شهر A از شهر B ۱۵۰۰۰ کیلومتر است . فاصله ی شهر A از شهر C هم ۱۵۰۰۰ کیلومتر است . شهر B به شهر A نزدیک تر است یا به شهر C ؟





۶۲- سه نفر به رستوران رفتند حساب آن ها ۳۰۰۰ تومان شد . نفری ۱۰۰۰ تومان پرداختند ولی صندوق دار گفت : اشتباه کرده ام و ۵۰۰ تومان به آن ها پس داد . آن ها ۲۰۰ تومان آن را انعام دادند و نفری ۱۰۰ تومان برداشتند . به این ترتیب هر کدام ۹۰۰ تومان و روی هم ۲۷۰۰ تومان پرداخته اند ۲۰۰ تومان هم انعام داده اند . روی هم می شود ۲۹۰۰ تومان . به نظر شما ۱۰۰ تومان دیگر کجا رفته است !؟



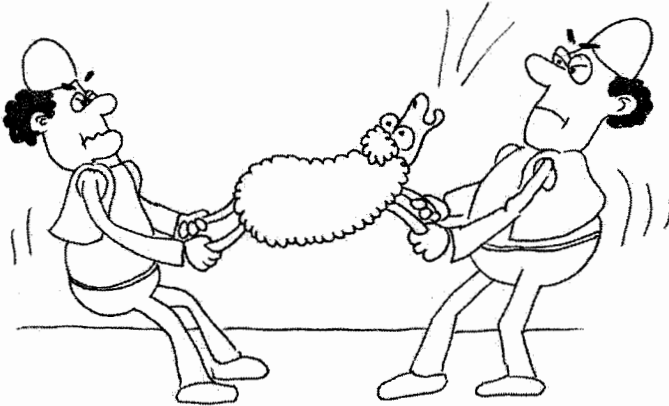


۶۳ - چهار رقم متوالی را پشت سر هم از چپ به راست نوشته ایم و سپس جای دو رقم سمت چپ را با هم عوض کرده ایم . به این ترتیب عددی چهار رقمی به دست آمده است که مجذور کامل است . این عدد را پیدا کنید .





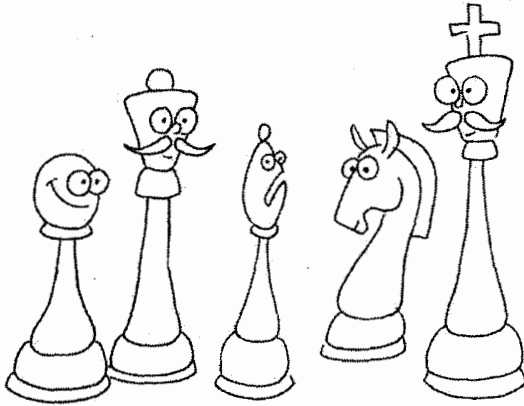
گوسفندان دو برادر



۶۴- دو برادر تعدادی گوسفند داشتند و تصمیم گرفتند آن ها را بفروشند و پول آن ها را بین خود به طور مساوی تقسیم کنند . « آن ها هر گوسفند را به قیمت تعداد همه گله (بر حسب تومان) فروختند . » از آن جایی که هیچ کدام تقسیم کردن بلد نبودند ، ناچار برادر بزرگتر گفت : « هر یک به نوبت ۱۰ تومان از پول را بر می داریم » و خودش این کار را شروع کرد . پس از او برادر کوچکتر ۱۰ تومان برداشت و ... تا جایی که وقتی برادر بزرگتر ۱۰ تومان برداشت ، مقدار پولی که باقی مانده بود کمتر از ۱۰ تومان بود . این مقدار پول باقیمانده را برادر کوچک برداشت و با لحنی اعتراض آمیز گفت : « تو بیشتر از من پول برداشته ای . باید مقداری پول به من بدهی که سهم ما با هم برابر شود . »

برادر بزرگتر چند تومان باید به برادر کوچکتر پول بدهد ؟





۶۵- در یک مسابقه شطرنج ۸ نفر شرکت کردند . مسابقات به این ترتیب انجام می شود که هر نفر باید با هر ۷ نفر دیگر مسابقه دهد و در صورت برد ۱ امتیاز ، در صورت تساوی نیم امتیاز و در صورت باخت صفر امتیاز کسب خواهد کرد . بعد از پایان مسابقه معلوم شد که هیچ دو نفری امتیاز برابر ندارند و امتیاز شطرنج بازی که به مقام دوم رسید ، با مجموع امتیازات ۴ نفر آخر برابر بود نتیجه بازی بین نفر سوم و پنجم چگونه بوده است ؟





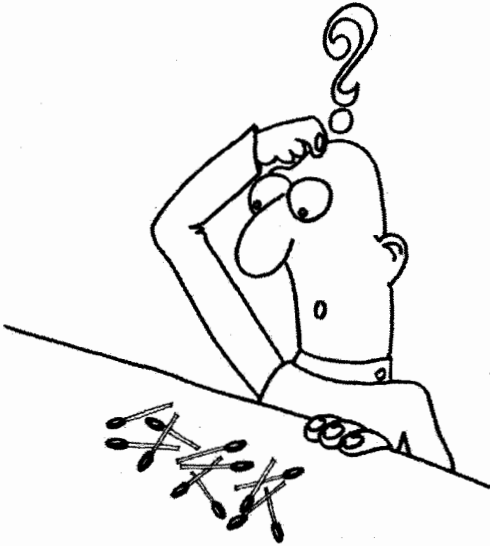
۶۶- در مسابقه دوی صد متر چهار نفر به نام های فرید ، حسین ، امید و طاها شرکت کردند سه نفر از تماشاچی ها در مورد نتایج مسابقه به صورت زیر صحبت کردند :

تماشاچی اول : به نظرم طاها دوم و امید سوم شد .

تماشاچی دوم : نه ! طاها به مقام اول رسید و فرید دوم شد .

تماشاچی سوم : هر دوی شما اشتباه می کنید . حسین دوم شد و امید چهارم شد . معلوم شد هر کدام از این سه تماشاچی یک پاسخ درست و یک پاسخ نادرست داده اند . رتبه های این چهار نفر را مشخص کنید .

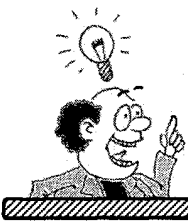




۶۷ - الف) با ۱۲ چوب کبریت شکلی بسازید که مساحت آن ۹ « کبریت مربع » باشد .

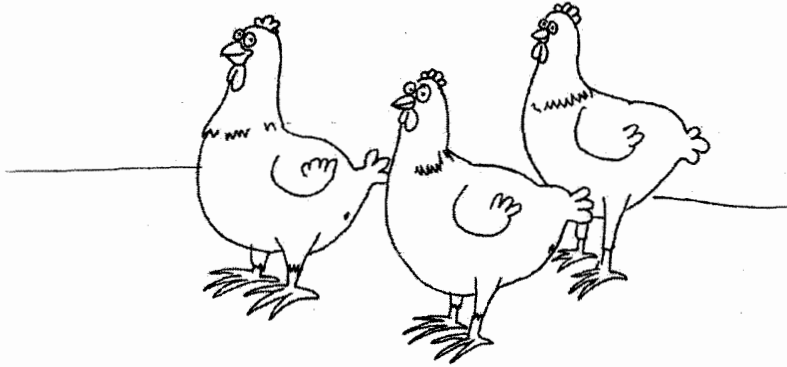
- ب) با ۱۲ چوب کبریت شکلی بسازید که مساحت آن ۸ کبریت مربع باشد .
- ج) با ۱۲ چوب کبریت شکلی بسازید که مساحت آن ۷ کبریت مربع باشد .
- د) با ۱۲ چوب کبریت شکلی بسازید که مساحت آن ۶ کبریت مربع باشد .
- ه) با ۱۲ چوب کبریت شکلی بسازید که مساحت آن ۵ کبریت مربع باشد .
- و) با ۱۲ چوب کبریت شکلی بسازید که مساحت آن ۴ کبریت مربع باشد .
- ز) با ۱۲ چوب کبریت شکلی بسازید که مساحت آن ۳ کبریت مربع باشد .





۶۸ - شهرام و حسن در یک بازی رقابت می کنند . بازی به این صورت است که ۲۲ چوب کبریت در یک ردیف کنار هم چیده شده اند . هر بازیکن در هر بار نوبت خویش می تواند ۱ ، ۲ ، یا ۳ چوب کبریت بردارد . برنده کسی است که آخرین چوب کبریت (یا آخرین چوب کبریت ها) را بردارد . شهرام بازی را شروع می کند . او چه روشی را پیش بگیرد که در هر صورت برنده ی بازی باشد ؟





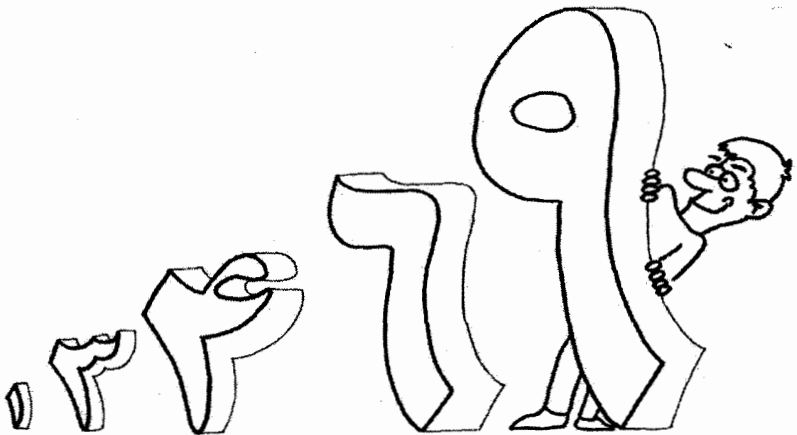
۶۹ - فرزاد ۵۱۰ تومان و سجاد ۴۲۰ تومان داشتند . این دو نفر پول های خود را روی هم گذاشتند و سه مرغ جمعاً به قیمت ۹۳۰ تومان خریدند . در راه بازگشت به منزل ، فرید را که مرد ساده لوح و ولخرج شهرستان بود دیدند و یکی از مرغ ها را به قیمت ۹۳۰ تومان به او قالب کردند . سپس تصمیم به تقسیم پول و مرغ ها گرفتند . سجاد اصرار داشت که حتماً هر دو مرغ را می خواهد آن ها در این کار درمانده شدند که چگونه باید سهم هر کدام را مشخص کنند . آنها را یاری دهید .





۷۰- آقای «حروف چین» کتابی را برای چاپ آماده می‌کرد. او صفحات این کتاب را شماره گذاری کرد. در پایان کار او متوجه شده که برای شماره گذاری صفحه های این کتاب ۱۳۵۰ رقم به کار رفته است. آیا شما می‌توانید مشخص کنید که این کتاب چند صفحه دارد؟

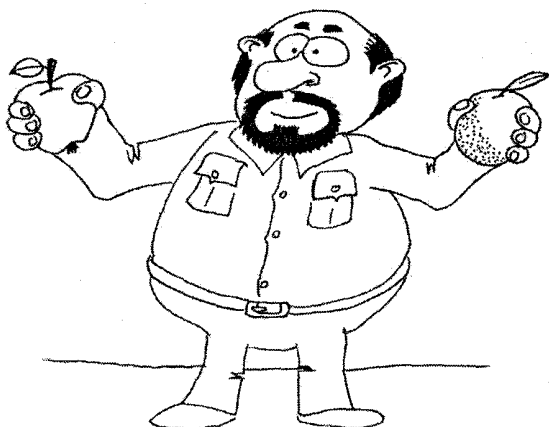




۷۱- روزی معلم در کلاس ضمن تدریس گفت : « بچه ها ! اگر عددی مانند ۱۳۴۶۹ را که ارقام آن از چپ به راست صعودی هستند را « عدد صعودی » بنامیم ؛ چه کسی می تواند مشخص کند که چند عدد پنج رقمی با ارقام مختلف وجود دارد که « صعودی » باشند ؟

و سؤال بعدی این است که : چند عدد پنج رقمی با ارقام مختلف وجود دارد که ارقام آن از چپ به راست « نزولی » باشند ؟





۷۲ - آقای « قاسملو » صاحب یک مغازه ی میوه فروشی است . او می خواهد از بین دو نفر به نام های « علیرضا » و « مصطفی » آن را که با هوش تر است به شاگردی برگزیند . او سه جعبه در بسته را به آن دو نشان داد و گفت : « در یکی از این جعبه ها فقط سیب و در جعبه دیگر فقط پرتقال و در جعبه دیگر هم سیب و هم پرتقال وجود دارد . » آنها به جعبه ها نگاه کردند . بر روی یکی از جعبه ها نوشته شده بود « سیب » ، روی جعبه ی دیگر « پرتقال » و روی جعبه ی بعدی « سیب و پرتقال » . آقای قاسملو به علیرضا و مصطفی گفت : « هیچ یک از نوشته ها به درستی ، مشخص کننده میوه های داخل جعبه نیست . شما باید با برداشتن فقط یک میوه از یکی از جعبه ها و بدون نگاه کردن به سایر میوه های جعبه ، محتویات هر یک از سه جعبه را مشخص کنید . » به نظر شما چگونه می توان این کار را انجام داد؟





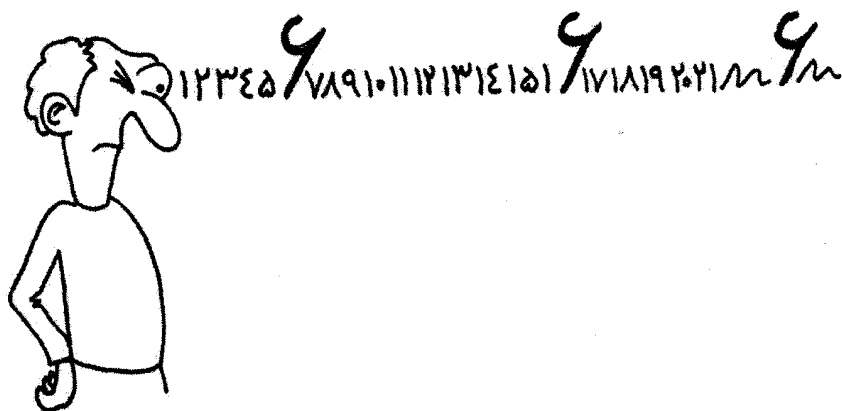
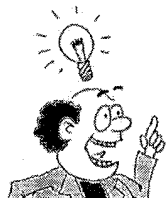
مربع وقتی (جادویی)

۷۳- الف) اعداد ۱، ۲، ۳، ...، ۹ را در جدول مقابل طوری قرار دهید که مجموع اعداد واقع در هر سطر و هر ستون و دو قطر با هم برابر باشد.

ب) اعداد ۱ تا ۱۶ را در یک جدول 4×4 طوری قرار دهید که مجموع اعداد واقع در هر سطر و هر ستون و در دو قطر با هم برابر باشد.

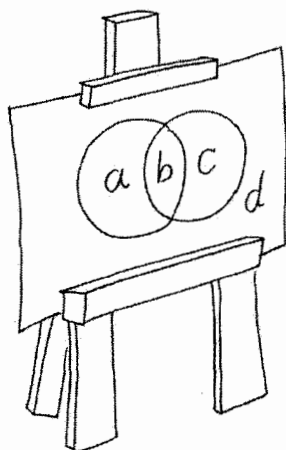
ج) اعداد ۱ تا ۲۵ را در یک جدول 5×5 طوری قرار دهید که مجموع اعداد واقع در هر سطر و هر ستون و در دو قطر با هم برابر باشد.





۷۴- سعید دانش آموز باهوش و بسیار بازیگوشی بود که در کلاس با شیطنت ها و گاهی هم سوالات عجیب و غریب ، معلم ها را کلافه کرده بود . معلم ریاضی که اصلاً حوصله ی سر و کله زدن با سعید را نداشت برای این که او را مشغول کند از او پرسید : سعید جان ! اگر عددهای طبیعی از ۱ تا ۵۱۴۵۲ را به دنبال هم بنویسیم آیا می توانی مشخص کنی که چند بار باید از رقم ۶ استفاده کنیم ؟ سعید توانست جواب این سؤال را پیدا کند . در ضمن معلم هم به خواسته ی خود رسید . آیا شما می توانید پاسخ این سؤال را بیابید !؟





۷۵- تعداد ۱۸۰ دانشجو در دانشگاه شهید بهشتی در رشته کامپیوتر تحصیل می کنند . می دانیم ۵۳ نفر از آنها با هیچ یک از زبان های انگلیسی و فرانسوی آشنایی ندارند . در ضمن ۵۱ نفر با زبان فرانسوی آشنا هستند و ۸۴ نفر با زبان انگلیسی آشنا هستند . چند نفر با هر دو زبان آشنا هستند ؟





باز هم مسابقه ی شطرنج



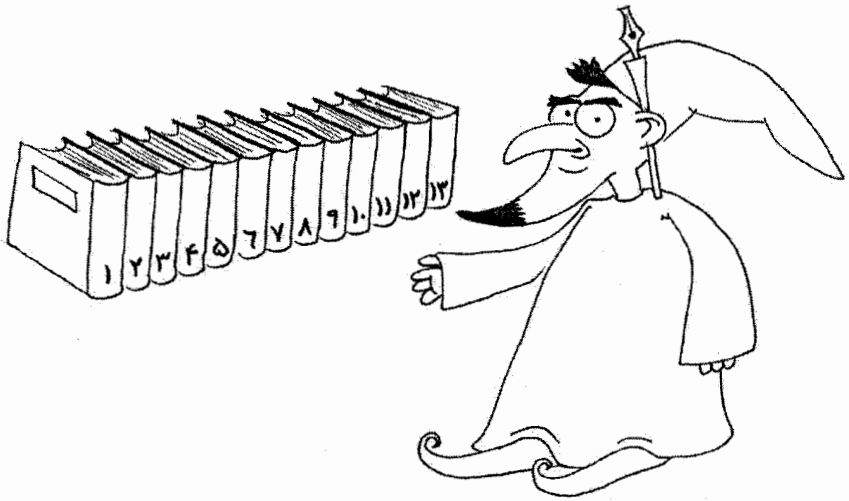
۷۶- در یک مسابقه شطرنج دو نفر از کلاس اول و چند نفر از کلاس دوم دبیرستان شرکت کردند . همه با هم به صورت دوره ای مسابقه دادند . (هر نفر با هر کدام از بازیکنان دیگر یک بار مسابقه داد) در پایان دو نفر بازیکن کلاس اول روی هم ۸ امتیاز آوردند و دانش آموزان کلاس دوم امتیازهای مساوی کسب کردند . چند نفر از کلاس دوم در مسابقه شرکت کردند ؟ مسأله چند جواب دارد ؟ (در هر مسابقه نفر برنده یک امتیاز ، بازنده صفر امتیاز و در صورت تساوی ، هر کدام ۰/۵ امتیاز کسب می کنند)





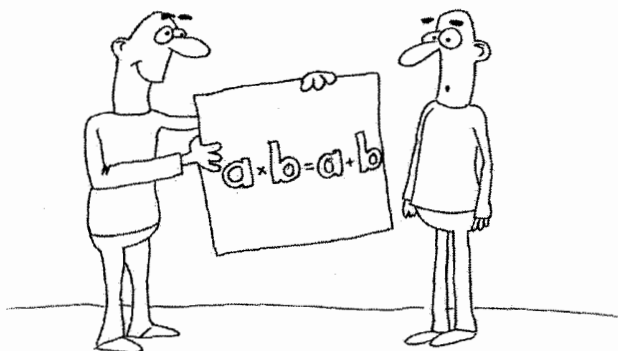
۷۷- تعداد ۲۸۵ تیم فوتبال برای کسب عنوان قهرمانی با هم مسابقه دادند . مسابقه ها به شیوه حذفی برگزار شد . به این ترتیب که طبق قرعه تیم ها دو به دو ، با هم مسابقه می دادند و تیم بازنده از دور مسابقات حذف می شد و تیم های برنده دوباره طبق قرعه به صورت دو به دو مسابقه می دادند و ... در صورتی که بازی در وقت قانونی به تساوی کشیده می شد ، ضربات پنالتی نتیجه نهایی را مشخص می کرد . اگر در مرحله ای تعداد تیم ها فرد بود ، یکی از تیم ها به قید قرعه بدون انجام بازی به مرحله دیگر راه می یافت . چند مسابقه باید انجام پذیرد تا تیم قهرمان مشخص شود ؟





۷۸- کتابی در ۱۳ جلد نگاشته شده است . که تعداد صفحات هر ۱۳ جلد یکسان است . از اولین صفحه جلد اول تا آخرین صفحه جلد سیزدهم را با اعداد ۱ ، ۲ ، ۳ ، . . . شماره گذاری کرده ایم . در هر جلد شماره صفحه اول را با شماره صفحه آخر جمع کردیم مجموع این ۱۳ عدد ۳۰۴۳۳ شده است . هر جلد کتاب چند صفحه دارد ؟





۷۹- صادق به نادر گفت: « آیا می توانی دو عدد متفاوت چنان پیدا کنی که مجموع شان با حاصل ضرب شان برابر باشد؟ » نادر گفت: « این که خیلی آسان است ۲ و ۲ چون $۲ \times ۲ = ۲ + ۲$ ». صادق گفت: « آی کیو! گفتم دو عدد متفاوت! » نادر خیلی فکر کرد ولی نتوانست جوابی بیابد. به همین خاطر وقتی به خانه رفت با برادرش در این مورد همفکری کرد. برادرش که استاد ریاضی بود برای نادر چند نمونه از این گونه اعداد مثال زد:

$$۱۱ + ۱/۱ = ۱۲/۱$$

$$۱۱ \times ۱/۱ = ۱۲/۱ \quad \text{مثلاً:}$$

$$۳ + ۱/۵ = ۴/۵$$

$$۳ \times ۱/۵ = ۴/۵ \quad \text{و یا:}$$

$$۶ + ۱/۲ = ۷/۲$$

$$۶ \times ۱/۲ = ۷/۲ \quad \text{و:}$$

آیا شما می توانید فرمولی را که برادر نادر با استفاده از آن این گونه اعداد را بیان می کرد بیابید؟

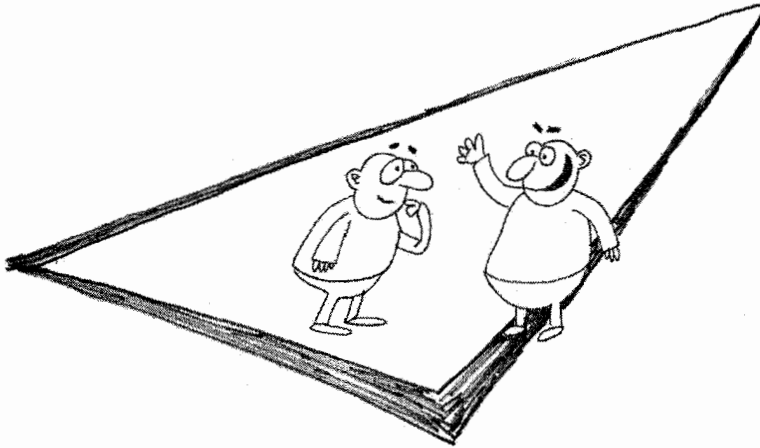


$$۴ + ۵ = ۹$$



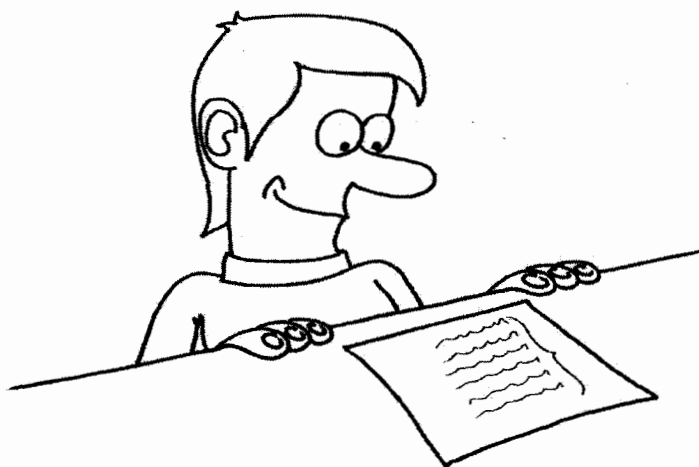
۸۰- در عمل جمع بالا ، هر حرف به جای یک رقم به کار رفته است و حرف های مختلف نماینده ی رقم های متفاوت می باشند . میدانیم عدد چهار رقمی five مضرب ۵ و عدد چهار رقمی four مضرب ۴ و عدد nine مضرب ۳ می باشد . مشخص کنید به جای هر حرف چه رقمی باید قرار بگیرد .





۸۱- عباس زمینی دارد به شکل مثلث به اضلاع ۵۰ ، ۵۰ و ۶۰ متر . مهرداد زمینی دارد به شکل مثلث به اضلاع ۵۰ ، ۵۰ و ۸۰ متر . عباس می خواهد مهرداد را فریب دهد به همین خاطر به او پیشنهاد می کند که زمین هایشان را با هم معاوضه کنند و در عوض عباس فقط یکصد هزار تومان به مهرداد بدهد . مهرداد با این که می دانست قیمت هر متر از زمین هایشان خیلی بیشتر از یکصد هزار تومان است ، معامله را پذیرفت . آیا عباس واقعاً مهرداد را فریب داده است ؟ توضیح دهید .



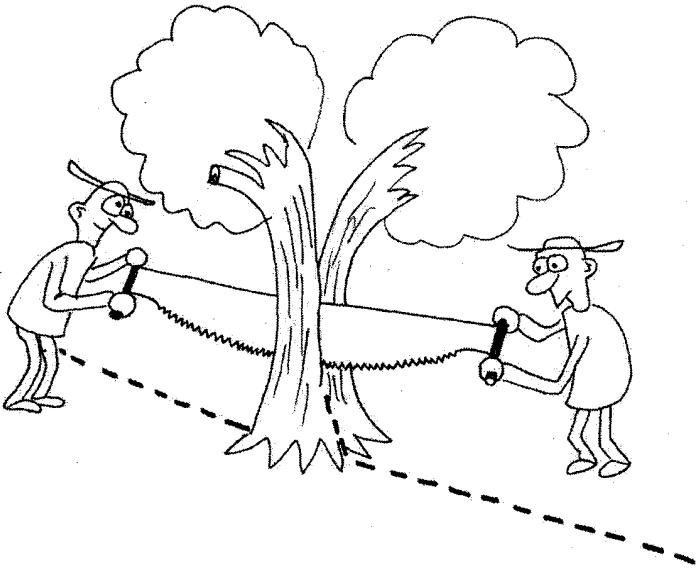


۸۲- دستگاه شش معادله شش مجهولی زیر را حل کنید :

$$\begin{cases} x + 11y + 21z + 31t + 41u + 51v = 105 \\ 2x + 12y + 22z + 32t + 42u + 52v = 110 \\ 3x + 13y + 23z + 33t + 43u + 53v = 115 \\ 4x + 14y + 24z + 34t + 44u + 54v = 120 \\ 5x + 15y + 25z + 35t + 45u + 55v = 125 \\ 6x + 16y + 26z + 36t + 46u + 56v = 130 \end{cases}$$

با کمی دقت در ضرایب معادلات فوق ، در خواهید یافت که یک روش سریع و آسان برای یافتن جواب وجود دارد و نیازی به روش های متعارف حل دستگاه نیست .



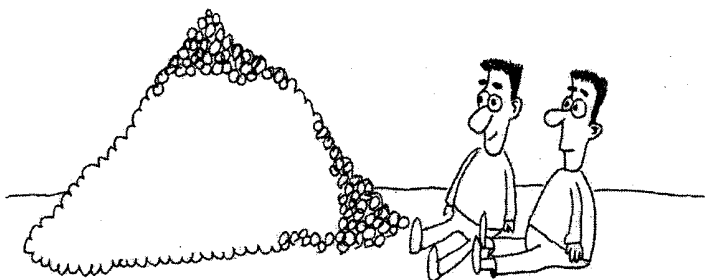


۸۳- پدری از دنیا رفت و زمینی به شکل مستطیل را که در آن ۱۰۰۰ درخت گردو به صورت پراکنده وجود داشت؛ برای دو پسرش به ارث گذاشت. دو پسر تصمیم گرفتند زمین را با یک خط مستقیم طوری به دو بخش تقسیم کنند که در هر بخش دقیقاً ۵۰۰ درخت گردو وجود داشته باشد. (مساحت زمین‌ها اهمیتی ندارد) آیا این کار در هر صورت امکان پذیر است؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، روشی برای این کار ارائه دهید.





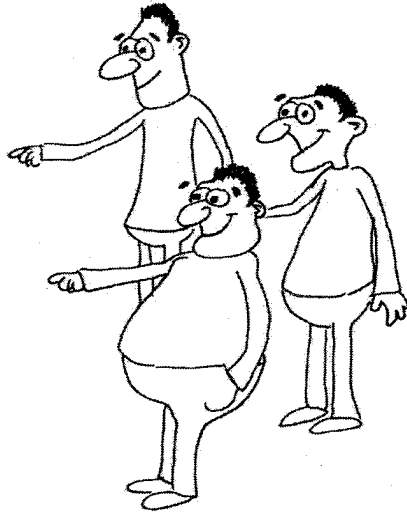
تقسیم گردو



۸۴- وحید و سعید تصمیم گرفتند تعدادی گردو را به طور مساوی بین خودشان تقسیم کنند. آنها پس از شمارش گردو ها متوجه شدند برای این کار یک گردو کم دارند. در همین هنگام مجید از راه رسید و آنها مجبور شدند گردو ها را به سه قسمت مساوی تقسیم کنند. این بار هم متوجه شدند که یک گردو کم دارند. پس از چند لحظه سر و کله حمید پیدا شد. آنها خواستند گردو ها را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنند. باز دیدند که یک گردو کم دارند. به همین ترتیب نفرات پنجم تا دهم سر رسیدند و در هر بار برای تقسیم گردو ها به طور مساوی یک گردو کم می آمد. حداقل تعداد گردوها را حساب کنید.

آیا با اضافه شدن یک نفر دیگر به آنها مشکل تقسیم گردو ها حل می شد؟





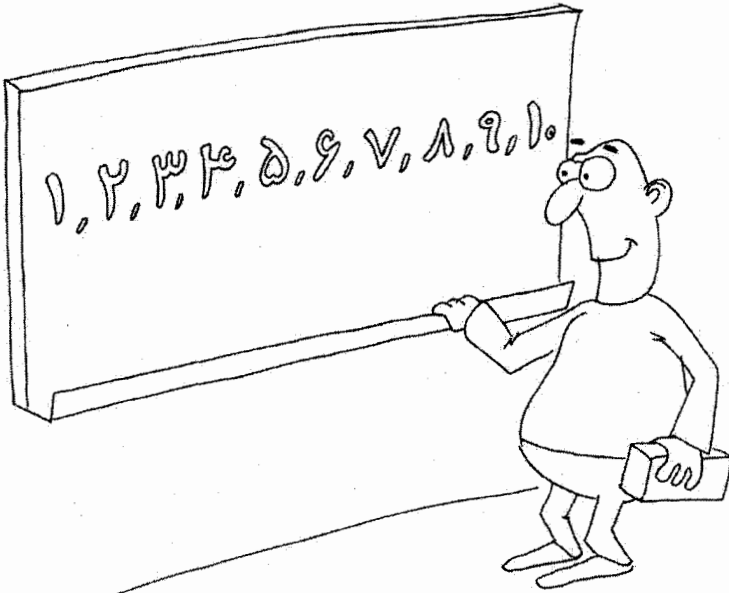
۸۵- سه نفر به نام های « حاجی » ، « شفیع » و « قلی » هر کدام مقداری پول دارند . آنها می خواهند کتابی را خریداری کنند .
« حاجی » برای خرید کتاب ۳۶ ریال کم دارد .
« شفیع » برای خرید کتاب ۳۲ ریال کم دارد .
« قلی » برای خرید کتاب ۷ ریال کم دارد .

آنها پول هایشان را روی هم می گذارند ولی باز هم مقدار پولشان برای خرید کتاب کافی نیست . قیمت کتاب را تعیین کنید . (قیمت کتاب بر حسب ریال یک عدد طبیعی است)





صفر روی تخته سیاه



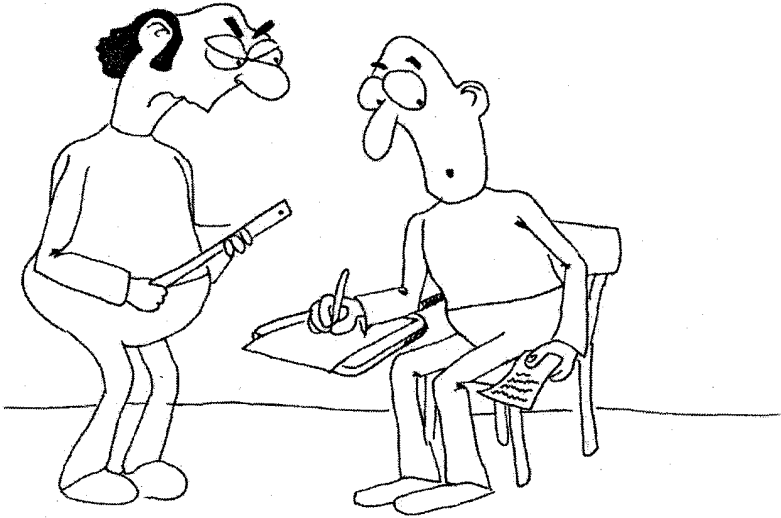
۸۶- روی تخته سیاه عدد های زیر نوشته شده است :

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ ، ۷ ، ۸ ، ۹ ، ۱۰

در هر مرحله ، دو عدد را پاک می کنیم و به جای آنها تفاضل شان را می نویسیم

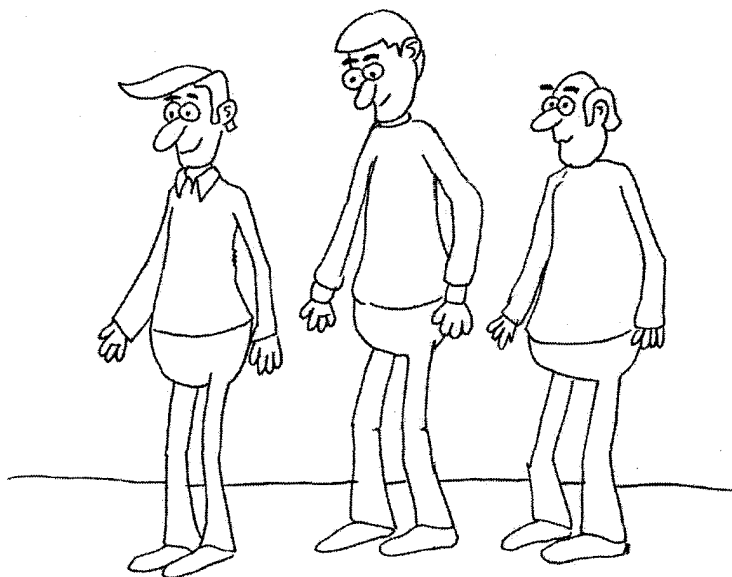
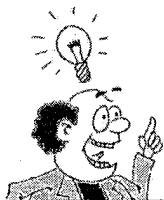
آیا ممکن است پس از چند گام ، تنها عدد صفر روی تخته سیاه باقی بماند ؟





۸۷- در جلسه امتحان تعداد ۱۰۵ صندلی به طور مرتب مستطیل وار کنار هم چیده شده اند . در این جلسه روی هر صندلی یک دانش آموز نشسته است . ناظم مدرسه از دانش آموزان می خواهد که هر کدام از جای خود برخیزند و در صندلی مجاور (یعنی صندلی جلو ، عقب ، سمت راست یا سمت چپ هر کدام که خودشان خواستند) بنشینند . آیا چنین کاری امکان پذیر است ؟ توضیح دهید .





۸۸ - « موسی » ، « علی » و « محمد » در یک مجموعه آموزشی کار می کنند . یکی از آنها مدیر ، دیگری معاون آموزشی و دیگری مسئول برگزاری آزمون ها می باشند می دانیم :

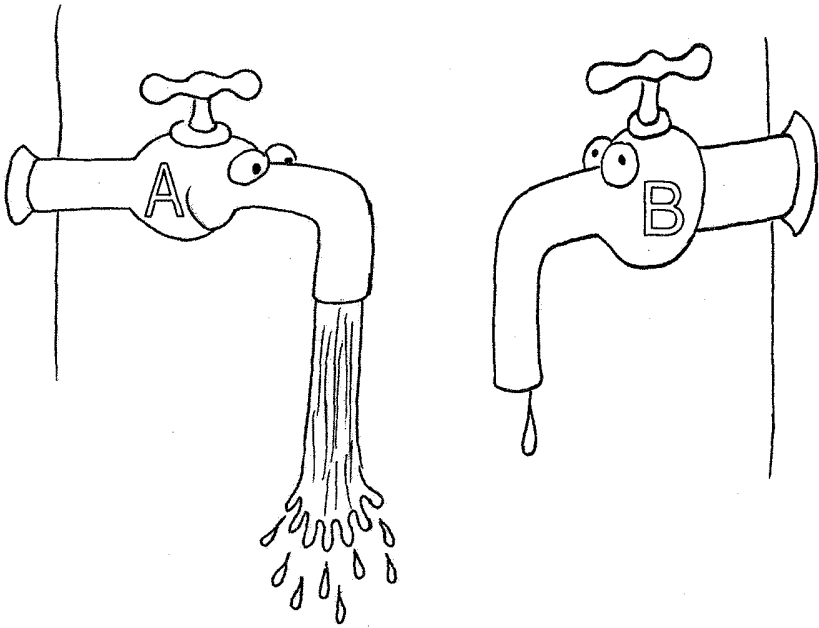
الف) مسئول برگزاری آزمون ها هنوز ازدواج نکرده است و قدش از دو نفر دیگر کوتاه تر است .

ب) محمد که پسر موسی است به تازگی ازدواج کرده و از مدیر بلند قدتر است . شغل هر یک از این سه نفر را مشخص کنید .





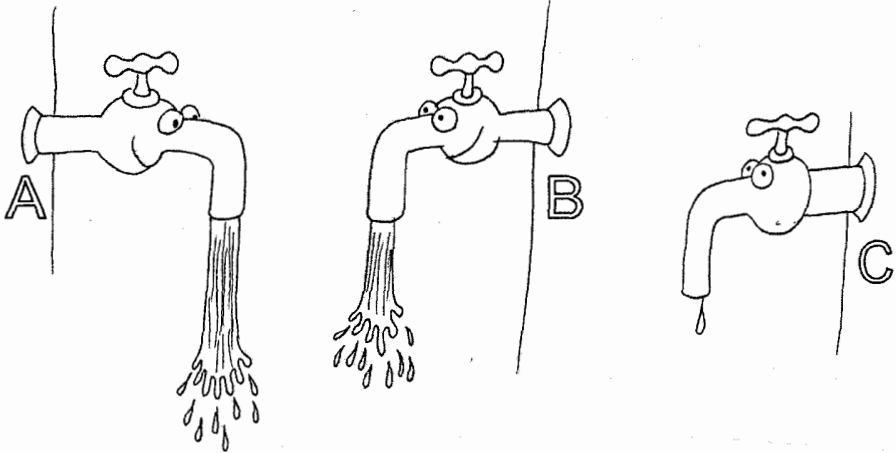
دو تا شیر آب



۸۹- اگر شیر A به تنهایی باز باشد ، حوض آب را در ۲ ساعت پر می کند . اما اگر شیر B به تنهایی باز باشد ، همان حوض را در ۳ ساعت پر می کند . آیا می توانید مشخص کنید که اگر هر دو شیر با هم باز باشند این حوض را در چه مدتی پر می کنند ؟



سه تا شیر آب

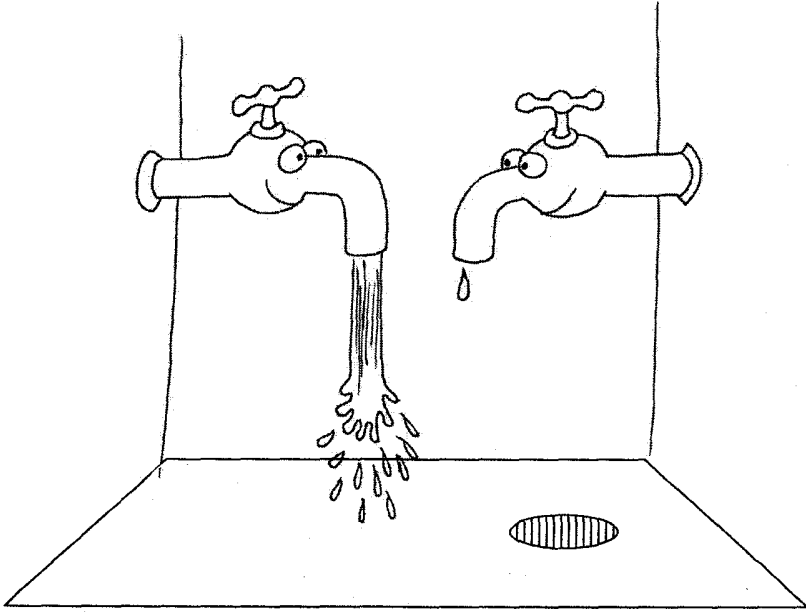


۹۰ - اگر شیر A به تنهایی باز باشد، حوض آب را در ۴ ساعت پر می کند. اگر شیر B به تنهایی باز باشد، همان حوض را در ۶ ساعت پر می کند. و اگر شیر C به تنهایی باز باشد، همان حوض را در ۱۲ ساعت پر می کند. اگر هر سه شیر با هم باز باشند، حوض در چه مدتی پر خواهد شد؟



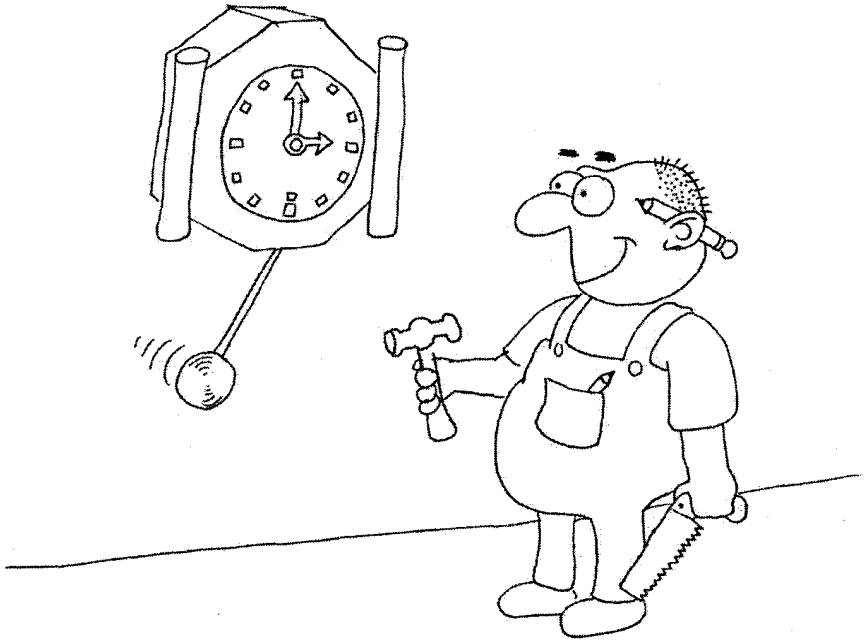


دو تا شیر آب و یک دریچه



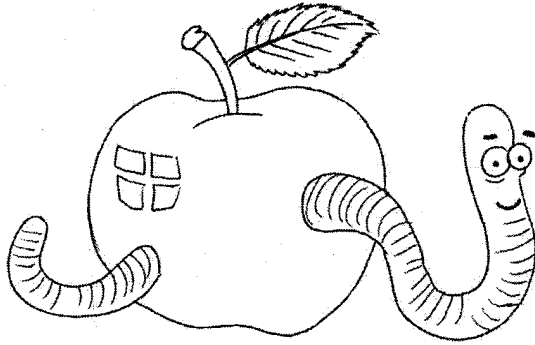
۹۱ - شیر A به تنهایی یک حوض را در ۳ ساعت پر می کند و شیر B به تنهایی همان حوض را در ۲ ساعت پر می کند . در کف حوض دریچه ای وجود دارد که اگر حوض پر از آب باشد ، در ۶ ساعت آن را خالی می کند . اگر هر دو شیر و نیز دریچه تخلیه را همزمان باز کنیم ، چه مدت طول می کشد تا حوض پر شود ؟





۹۲ - « یوسف » در کارگاه نجاری « استاد نامی » مشغول به کار شد . او هر روز از ساعت ۸ صبح تا ۸ شب در آنجا کار می کرد . مقرر شد هر بار که عقربه های دقیقه شمار و ساعت شمار دیواری کارگاه بر هم عمود شدند ؛ استاد ، ۱۰۰۰ تومان به یوسف بدهد . یوسف با خود اندیشید که در هر ساعت ۲ بار عقربه های ساعت بر هم عمود می شوند و در طی یک روز کار مبلغ ۲۴ هزار تومان مزد خواهد گرفت . آیا او درست فکر کرده است ؟ به نظر شما او در طی یک روز کار چه مبلغی را دریافت خواهد کرد ؟





۹۳- جعبه ای پر از سیب است . نصف سیب ها به اضافه نصف یک سیب را برداشتیم . بار دوم از سیب های باقیمانده باز هم نصف سیب ها به اضافه نصف یک سیب را برداشتیم . بار سوم باز هم از سیب های باقیمانده در جعبه ، نصف آنها را به اضافه نصف یک سیب بیرون آوردیم . پس از هفتمین بار که این عمل را انجام دادیم ، سیبی در جعبه باقی نماند . در آغاز چند سیب در جعبه بوده است ؟





۹۴- رضا از یک کتاب ۱۰۰۰ برگه که صفحات آن از ۱ تا ۲۰۰۰ شماره گذاری شده بود ۳۵ برگ از جاهای مختلف جدا کرد. سپس ۷۰ عددی را که در صفحه های این ۳۵ برگه وجود داشت را با هم جمع کرد. حاصل جمع، کدام یک از اعداد زیر می تواند باشد؟

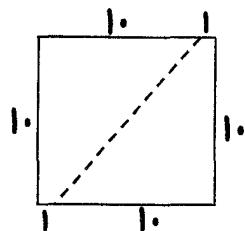
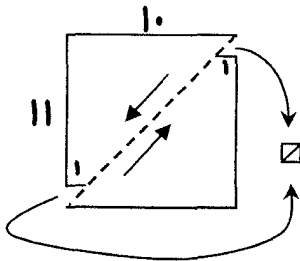
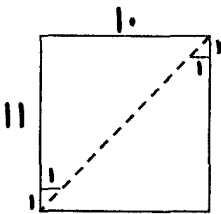
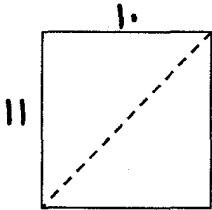
۲۴۷۵ (۴)

۴۱۶۵ (۳)

۴۱۲۶ (۲)

۲۴۸۳ (۱)





۹۵- یک جادوگر با استفاده از مقداری طلا، مقادیر نامحدودی طلا تولید می‌کرد. به این ترتیب که یک ورقه نازک طلا به ابعاد 11×10 سانتی متر را اختیار کرده و چهار عمل زیر را به ترتیب روی آن انجام می‌داد.

(۱) با ترسیم یک قطر ورقه آن را به دو قسمت تقسیم می‌کرد.

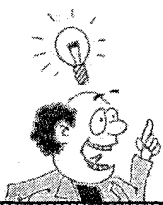
(۲) دو مثلث کوچک متساوی الساقین (که طول هر یک از ساق‌های آنها یک سانتی متر باشد) در دو طرف قطر رسم شده می‌برید و از شکل جدا می‌کرد.

(۳) با کنار هم نهادن این دو مثلث بریده شده یک مربع کوچک به ضلع یک سانتی متر ایجاد کرد که این مربع در واقع مقدار طلای تولید شده بود.

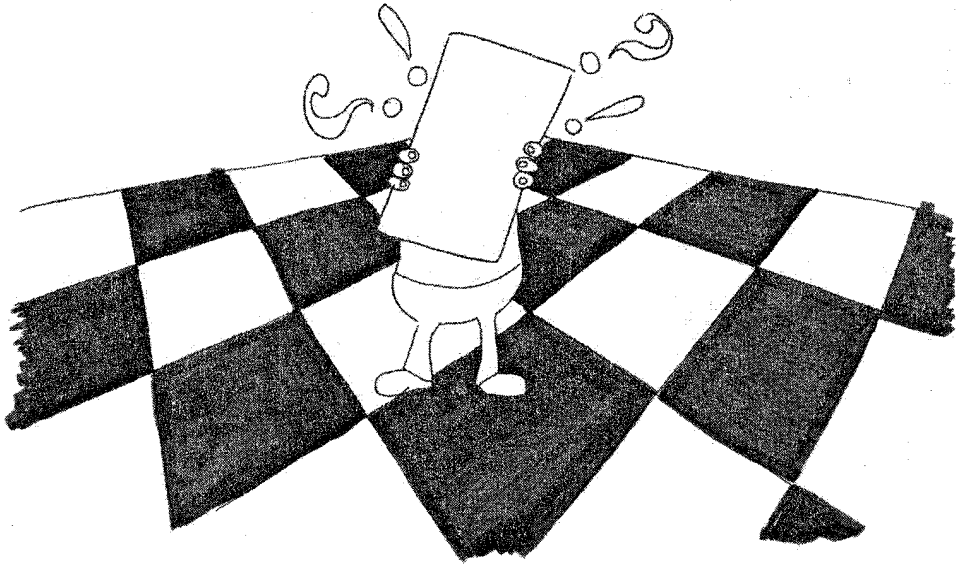
(۴) سپس از بقیای دو مثلث بزرگ تشکیل شده مستطیل اولیه به ابعاد 11×10 سانتی متر به صورت روبرو تشکیل می‌شد.

به نظر شما مقدار اضافه‌ی طلا، زاینده کدام اشتباه است؟





پوشاندن صفحه ی شطرنج



۹۶- یک صفحه ی شطرنجی 8×8 در اختیار داریم و ۳۱ قطعه مقوا به شکل مستطیل که هر قطعه می تواند ۲ خانه ی صفحه ی شطرنج را بپوشاند . آیا با این ۳۱ قطعه می توانیم ۶۲ خانه ی صفحه ی شطرنج را بپوشانیم به طوری که دو خانه ی خالی در دو گوشه ی مقابل صفحه ی شطرنج واقع باشند ؟



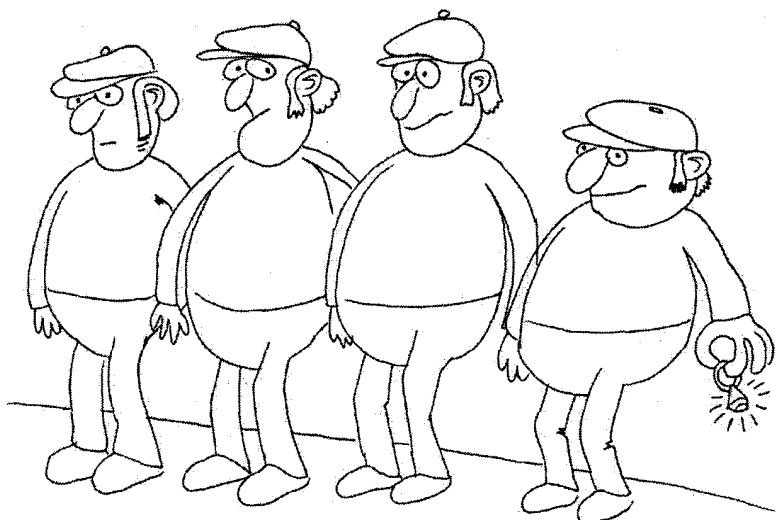


شیر قهوه



۹۷- در یک فنجان مقداری شیر و در فنجان دیگر همان مقدار قهوه وجود دارد .
یک قاشق شیر از فنجان اول بر می داریم و در فنجان دوم می ریزیم و خوب هم
می زنیم سپس از مخلوط شیر و قهوه که در فنجان دوم است ، یک قاشق
برمی داریم و در فنجان اول می ریزیم . کدام بیشتر است : مقدار شیری که در
فنجان دوم است یا مقدار قهوه ای که در فنجان اول است ؟

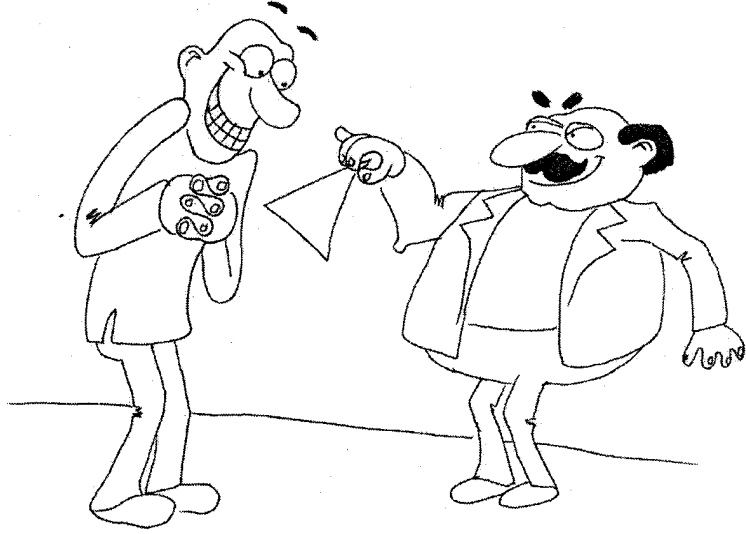




۹۸- چهار نفر به نام های احمد ، محمود ، حامد و حمید متهم به دزدی یک انگشتر طلا شدند . در بازجویی مقدماتی هر کدام یک جمله به شرح زیر گفتند :

حامد : من آن را بر نداشتم
محمود : حمید دروغ می گوید
احمد : حمید انگشتر را برداشته است
معلوم شد که فقط یک نفر از این افراد راست گفته است و بقیه دروغ گفته اند
مشخص کنید چه کسی راست گفته است و چه کسی انگشتر را دزدیده است ؟





۹۹- «میران» که رئیس یک شرکت تجاری است ، قرار بود زمینی به شکل مثلث به اضلاع ۴۰ و ۳۷ و ۱۳ را به یکی از کارکنان خود به نام «فرزاد» به عنوان دستمزد سالانه اعطا کند . در هنگام تحویل زمین ، «میران» به «فرزاد» پیشنهاد کرد که به جای آن زمین ، قطعه زمین مثلثی شکل دیگری به اضلاع ۵۲ و ۴۱ و ۱۵ را تحویل بگیرد . «فرزاد» که دید اندازه اضلاع زمین مثلثی شکل جدید بزرگتر است خوشحال شد و از این سخاوت آقای «میران» تشکر کرد . «حسن» که یکی از دوستان «فرزاد» بود ، وقتی از این ماجرا مطلع شد ، به «فرزاد» گفت که در این ماجرا ضرر کرده است . به نظر شما با توجه به این که اندازه های اضلاع مثلث بزرگتر شده است ، چرا «حسن» این گونه نظر داده است ؟



پاسخ ها



پاسخ ها



۱ - مشخص است که در پایان یک ماه، روباه ۳۰ میلیون تومان به پینوکیو پول خواهد داد اما مبلغی را که پینوکیو به روباه می پردازد عبارتست از:

روز اول :	۱ ریال = 2^0
روز دوم :	۲ ریال = 2^1
روز سوم :	۴ ریال = 2^2
روز چهارم :	۸ ریال = 2^3
.....
.....
.....
روز سی ام :	2^{29} ریال = ۵۳۶۸۷۰۹۱۲

کل مبلغی را که پینوکیو پرداخته است برابر است با :

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{29} =$$

$$2^{30} - 1 =$$

$$(2^{10})^3 - 1 = 1024^3 - 1 \cong$$

$$1000^3 = 1000000000 \text{ ریال}$$

مبلغی را که پینوکیو پرداخته است تقریباً برابر است با : صد میلیون تومان

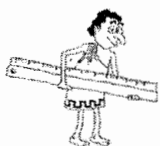
خودتان مقدار سودی ! که پینوکیو در این معامله برده است ، پیدا کنید !!!

توجه داشته باشید حاصل تساوی فوق از اتحاد زیر بدست آمده است :

$$1 + x^1 + x^2 + x^3 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

۲- فقط یک برش کافی است . مارکو باید حلقه شماره ۳ را برش دهد و همان حلقه را شب





پاسخ ها



اول به صاحب مسافرخانه بدهد . برای شب دوم حلقه های ۱ و ۲ را داده و حلقه شماره ۳ را پس می گیرد . شب سوم حلقه ۳ را هم می دهد . شب چهارم حلقه های ۳ و ۲ و ۱ را گرفته و رشته ای که شامل چهار حلقه ۴ و ۵ و ۶ و ۷ است را به صاحب مسافرخانه می دهد و شب پنجم ...

۳- دو برش در حلقه های شماره ۴ و ۱۱ برای انجام این کار کافی است . به روشی مشابه روش سؤال قبل می توان مسأله را حل کرد .

۴- با کمی دقت معلوم می شود که عدد ۳۶ را به هشت صورت می توان به صورت ضرب سه عدد طبیعی نوشت :

مجموع سه عدد		
$1 \times 1 \times 36$	—————→	۳۸
$1 \times 2 \times 18$	—————→	۲۱
$1 \times 3 \times 12$	—————→	۱۶
$1 \times 4 \times 9$	—————→	۱۴
$1 \times 6 \times 6$	—————→	۱۳
$2 \times 2 \times 9$	—————→	۱۳
$2 \times 3 \times 6$	—————→	۱۱
$3 \times 3 \times 4$	—————→	۱۰

با توجه به اینکه ریاضیدان A با دانستن شماره پلاک (جمع سه عدد) باز هم نتوانست سن بچه ها را تعیین کند ، نتیجه می گیریم شماره ی پلاک ، عدد ۱۳ بوده است که به دو صورت $1 + 6 + 6 = 13$ و $2 + 2 + 9 = 13$ به دست آمده است . وقتی ریاضیدان B از بزرگترین فرزندش سخن به میان آورد ، نتیجه می گیریم سن فرزندانش ۹ و ۲ و ۲





پاسخ ها



بوده است چون در حالت ۶ و ۶ و ۱۰ بزرگترین فرزند وجود ندارد .

۵- از آنجایی که مهندس برق از حسین کوچکتر است و همسر حسین با همسر ناشر نسبت فامیلی دارد معلوم می شود که حسین ، مهندس برق نیست و ناشر هم نیست .
پس : حسین ، معلم است .

مهندس برق دامغانی نیست و ناشر ، سرابی است پس مهندس برق اهل قزوین است و حسین اهل دامغان است .

از این که رسول در قزوین نبوده است می توان نتیجه گرفت او مهندس برق نیست و چون حسین معلم است در نتیجه : رسول ناشر است .

لذا حسین معلم و متولد دامغان است .

سهراب مهندس برق و متولد قزوین است .

رسول ناشر و متولد سراب است .

۶- مراحل کار در جدول زیر نشان داده شده است :

مراحل کار			
نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	نفر چهارم
۱۲۸۰	۱۲۸۰	۱۲۸۰	۱۲۸۰
۶۴۰	۶۴۰	۶۴۰	۳۸۴۰
۳۲۰	۳۲۰	۳۲۰	۱۹۲۰
۱۶۰	۳۰۴۰	۱۶۰۰	۹۶۰
۲۹۶۰	۱۵۲۰	۸۰۰	۴۸۰

طبق جدول فوق کافیتست وضعیت بازیکنان را از آخرین مرحله به اولین مرحله بررسی کنیم . یعنی در هر مرحله مقدار پول سه نفر را نصف کنیم و مجموع مقادیری که از آنها کم شده است به پول نفر بازنده اضافه کنیم .





پاسخ ها



۷- بزرگترین : ۹۸۷۶۵۲۴۱۳

کوچکترین : ۱۰۲۳۴۷۵۸۶

۸- شیب وتر مثلث B، $\frac{۳}{۵}$ و شیب وتر مثلث D، $\frac{۵}{۸}$ است و چون $\frac{۳}{۵} \neq \frac{۵}{۸}$ پس وتر های دو مثلث B و D در یک امتداد نیستند. پس شکل A در واقع یک چهار ضلعی است؛ که مساحت آن $\frac{۵۲}{۵}$ می باشد.

در واقع استاد برشکاری هیچ نیرنگی بکار نبرده است و این شاگرد است که بر اثر بی دقتی تصور کرده است که شکل A یک مثلث قائم الزاویه است.

۹- فرض کنید قیمت یک کیلو برنج در رشت ۱۰۰۰ تومان و در زنجان ۱۵۰۰ تومان باشد و قیمت یک چاقو در زنجان ۱۰۰۰ تومان و در رشت ۱۵۰۰ تومان باشد. شخصی یک کیلو برنج دارد او برنج را به زنجان برده ۱۵۰۰ تومان می فروشد و یک چاقو می خرد و ۵۰۰ تومان هم برایش می ماند. سپس به رشت می رود و چاقو را به قیمت ۱۵۰۰ تومان می فروشد و یک کیلو برنج به قیمت ۱۰۰۰ تومان می خرد و ۵۰۰ تومان دیگر برایش می ماند. اکنون او علاوه بر اینکه یک کیلو برنجی که در ابتدا داشت را دارد، ۱۰۰۰ تومان هم سود کرده است و این همان معنای تجارت است. آیا به نظر شما اشکالی در کار وجود دارد؟! مسأله ی فوق دقیقاً به همین ماجرا شبیه است.

همان طور که برنج در زنجان ۱۵۰۰ تومان و در رشت ۱۰۰۰ تومان ارزش دارد، دلار آمریکا هم در آمریکا یک دلار و در کانادا ۸۰ سنت ارزش دارد. همین طور چاقو به دلار کانادا شباهت دارد. و سودی که این فرد می برد همان سود تجارت است.

۱۰- هر دو نظریه اشتباه می باشد. در کل ۸ نان وجود داشت که مقدار نانی که هرکدام خورده اند $\frac{۸}{۳}$ است بنابراین حسین از ۵ نانی که آورده است $\frac{۸}{۳}$ آن را خودش خورده و $(۵ - \frac{۸}{۳} = \frac{۷}{۳})$ را به رسول داده است. به همین ترتیب سهراب از ۳ قرص نان که آورده $\frac{۸}{۳}$ را خودش خورده و $(۳ - \frac{۸}{۳} = \frac{۱}{۳})$ آن را به رسول داده است. پس باید ۸۰۰ تومان پول





پاسخ ها

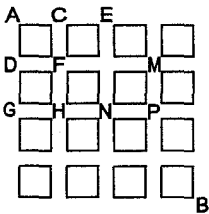


را به نسبت $\frac{7}{3}$ به $\frac{1}{3}$ یا همان ۷ به ۱ تقسیم کنیم . یعنی سهم حسین ۷۰۰ تومان و سهم سهراب ۱۰۰ تومان است .

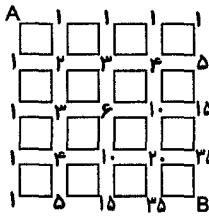
۱۱- تعداد کل عدد های چهار رقمی برابر است با ۹۰۰۰ . تعداد عدد های چهار رقمی که در آن ها رقم ۴ بکار نرفته است را با استفاده از اصل ضرب بدست می آوریم :

$$\text{یکان دهگان صدگان هزارگان} \\ 8 \times 9 \times 9 \times 9 = 5832$$

که اگر عدد ۵۸۳۲ را از تعداد کل عدد های چهار رقمی کم کنیم، حاصل، تعداد عدد های چهار رقمی است که در آن ها رقم چهار بکار نرفته باشد: $9000 - 5832 = 3168$



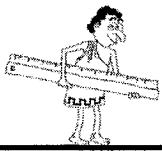
۱۲- با توجه به شکل اگر برای رسیدن از نقطه A به نقطه M ، X راه وجود داشته باشد و برای رسیدن از نقطه A به نقطه N ، Y راه وجود داشته باشد بدیهی است که برای رسیدن از نقطه A به نقطه P ، $(X+Y)$ راه وجود خواهد داشت .



برای رسیدن از نقطه A به نقطه C ، یک راه و برای رسیدن از A به D نیز یک راه وجود دارد بنابراین برای رسیدن از A به F ، ۲ راه وجود خواهد داشت . به همین ترتیب تعداد راه های رسیدن از A به سایر نقاط را نیز می توان محاسبه کرد . با توجه به جدول مقابل ، تعداد راه های رسیدن از A به B ، ۷۰ راه می باشد .

۱۳- الف) تعداد دست دادن ها می تواند هر یک از اعداد ۰ ، ۱ ، ۲ ، ... ، ۹۹ باشد . اگر کسی یافت شود که با ۹۹ نفر دست داده باشد ، قطعاً نمی توان فردی را یافت که با صفر نفر دست داده باشد و بالعکس . بنابراین تعداد حالات ممکن برای تعداد دست دادن ها ۹۹ می باشد . حال آن که تعداد این افراد ۱۰۰ نفر می باشد . پس طبق اصل لانه ی کبوتر حداقل دو نفر هستند که تعداد دست دادن هایشان با هم برابر است .





پاسخ ها



ب) ۳۳ حیوان در دو نوع مختلف داریم طبق اصل لانه ی کبوتر حداقل ۱۷ حیوان از یک نوع جود دارد . این ۱۷ حیوان هم نوع در چهار رنگ مختلف می باشند پس طبق اصل یاد شده ، حداقل ۵ حیوان از این ۱۷ حیوان هم نوع ، هم رنگ می باشند .

۱۴- رنگ کلاه های احمد رضا و افشین هر دو با هم سفید نبوده است چون اگر چنین بود ، کریم به سهولت می فهمید که رنگ کلاه خودش سیاه است . پس رنگ کلاه های احمد رضا و

افشین	احمد رضا	
سیاه	سفید	۱
سیاه	سیاه	۲
سفید	سیاه	۳

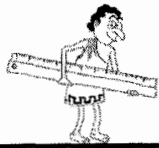
افشین سه حالت مقابل را می تواند داشته باشد . رنگ کلاه افشین سفید نبوده است چون اگر چنین بود ، احمد رضا که کلاه او را می دید ، خیلی زود متوجه می شد که کلاه خودش سیاه بوده است . بنابراین رنگ کلاه افشین سیاه بوده است .

	شماره ی روزهایی که به پارک می روند
حسین	۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۱۰ و ...
رسول	۳ و ۶ و ۹ و ۱۲ و ۱۵ و ...
سهراب	۴ و ۸ و ۱۲ و ۱۶ و ۲۰ و ...
حسن	۵ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ و ۲۵ و ...
عباس	۶ و ۱۲ و ۱۸ و ۲۴ و ۳۰ و ...

۱۵- روزهای فصل پائیز را از ۱ تا ۹۰ شماره گذاری می نمایم . روزهایی را که هر یک از این ۵ نفر به پارک می روند در جدول مقابل مشاهده می نمایید . همانطور که مشاهده می شود شماره روزهایی که حسین به پارک

می رود مضرب ۲ ، شماره روزهایی که رسول به پارک می رود مضرب ۳ ، ... ، شماره روزهایی که عباس به پارک می رود مضرب ۶ می باشد . بنابراین شماره روزی که هر پنج نفر به پارک می روند مضرب مشترک ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ یعنی مضرب ۶۰ می باشد . تنها مضرب ۶۰ در بین اعداد ۱ تا ۹۰ همان عدد ۶۰ است که مربوط به سی ام آبان است .

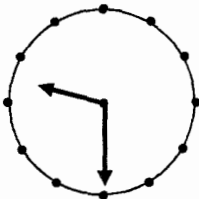




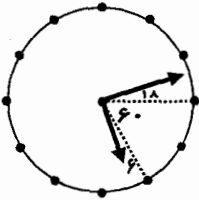
پاسخ ها



۱۶- روش حضرت علی (ع) در حل مسئله چنین بود : که یک نفر شتر از آن خویش بر تعداد شترها افزودند و مجموع آنها را به ۱۸ رساندند . سپس با تقسیم ۱۸ بر عدد های ۲ و ۳ و ۹ و به ترتیب ۹ و ۶ و ۲ (مجموعاً ۱۷ شتر) به دست آمد که هر یک از این ارقام قدری بیشتر از سهم مورد درخواست آن سه مرد بود و همگی خشنود و سپاسگزار شدند . پس از تقسیم عادلانه شتران آن حضرت شتر خویش را پس گرفتند .



۱۷- الف) از آنجایی که کل دایره یک کمان ۳۶۰ است و به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده است ، پس هر کمان کوچک ۳۰ درجه می باشد . وقتی عقربه ی دقیقه شمار یک دوران کامل ۳۶۰ درجه انجام می دهد ، عقربه ساعت شمار یک کمان کوچک (۳۰ درجه) را می پیماید . حال که عقربه دقیقه شمار نیم دور (۱۸۰ درجه) را پیموده است ، بنابراین عقربه ساعت شمار نیمی از کمان کوچک (یعنی ۱۵ درجه) را طی کرده است . با توجه به شکل زاویه بین دو عقربه ، شامل ۳/۵ کمان کوچک می باشد و اندازه زاویه برابر است با :

$$3\frac{1}{5} \times 30 = 105$$


ب) اگر عقربه دقیقه شمار ۳۶۰ درجه حرکت کند ، عقربه ی ساعت

شمار ۳۰ درجه حرکت می کند . حال که عقربه دقیقه شمار دو کمان کوچک به علاوه $\frac{2}{5}$ یک کمان کوچک (یعنی $2\frac{2}{5}$ کمان که اندازه آن برحسب درجه $72 = 30 \times 2\frac{2}{5}$ می باشد) را طی کرده است ، با یک تناسب ساده می توان فهمید ، عقربه ساعت شمار چند درجه از عدد ۵ فاصله گرفته است .

$$\frac{360}{30} = \frac{72}{x} \Rightarrow x = 6$$

واضح است که زاویه ی بین دو عقربه ، شامل دو قسمت ۳۰ درجه ای و یک قسمت ۶ درجه ای و یک قسمت ۱۸ درجه ای می باشد . یعنی :

$$6 + 60 + 18 = 84$$

یادداشت : به کمک تناسب می توان ثابت کرد ، زاویه ی بین عقربه های ساعت شمار و

$$\left| 30h - \frac{11}{2}m \right| \quad h : m' \text{ برابر است با :}$$

در همین مسئله با استفاده از این فرمول می توانستیم زاویه بین دو عقربه را بدست

$$\left. \begin{matrix} h = 5 \\ m = 12 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left| 30 \times 5 - \frac{11}{2} \times 12 \right| = 150 - 66 = 84 \quad \text{آوریم :}$$



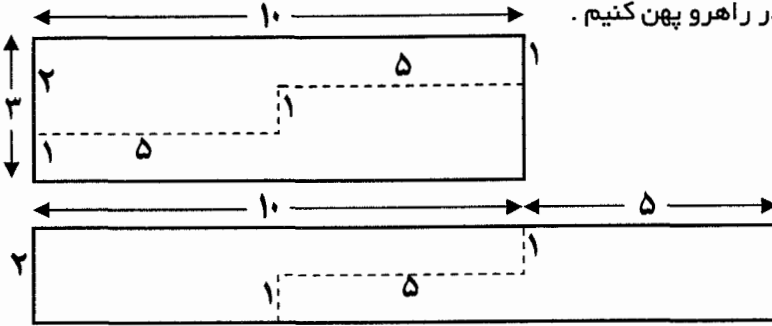


پاسخ ها



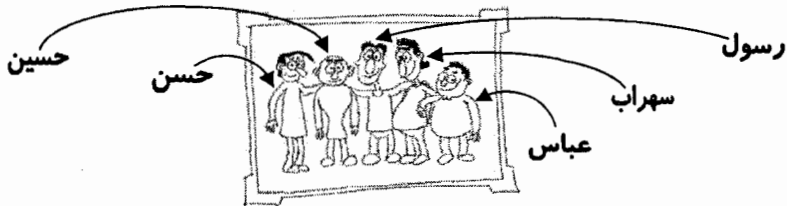
۱۸- کافی است موکت 10×3 را مطابق شکل (۱) از روی خط چین برش دهیم و آن را

مطابق شکل (۲) در راهرو پهن کنیم .



۱۹- سهراب و رسول و حسین کنار یکدیگرند و حسن و عباس در طرفین قرار دارند .

حسین سمت چپ حسن قرار دارد پس ترتیب قرار گرفتن آن ها به فرم زیر است .



۲۰- کیسه ها را از ۱ تا ۱۰ شماره گذاری می کنیم . از داخل کیسه شماره ۱ ، یک سکه

بیرون می آوریم ، از کیسه شماره ۲ ، دو سکه بیرون می آوریم ، ... و از کیسه

شماره ۱۰ ، ده سکه بیرون می آوریم . تعداد کل سکه ها برابر خواهد بود با :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 = 55$$

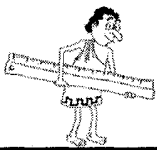
اگر همه سکه ها سالم بودند ، وزن این مجموعه ۵۵۰ گرم می شد .

حال اگر وزن این ۵۵ سکه ۵۴۹ گرم شود ، معلوم می شود که حاوی یک سکه تقلبی است

یعنی کیسه شماره (۱) شامل سکه های تقلبی است . اگر وزن این ۵۵ سکه ، ۵۴۸ گرم

شود ، معلوم می شود که کیسه شماره ۲ حاوی سکه های تقلبی است و ...





پاسخ ها



۲۱- تعداد خروس ها را X ، تعداد مرغ ها را Y و تعداد جوجه ها را Z در نظر می گیریم .
با توجه به صورت مسئله داریم :

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{z}{3} = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x - y - z = -100 \\ 15x + 9y + z = 300 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 14x + 8y = 200 \Rightarrow 7x + 4y = 100$$

$$\Rightarrow 7x = 100 - 4y \quad \text{رابطه (۱)}$$

سمت راست رابطه (۱) مضرب ۴ است پس سمت چپ هم مضرب ۴ می باشد یعنی X بر ۴ بخش پذیر است :

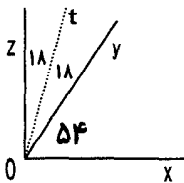
$$X = 4 \Rightarrow Y = 18 , Z = 78$$

$$X = 8 \Rightarrow Y = 11 , Z = 81$$

$$X = 12 \Rightarrow Y = 4 , Z = 84$$

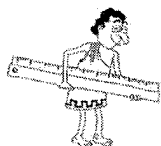
با توجه به رابطه (۱) ، $7x$ باید کوچکتر از ۱۰۰ باشد و x نمی تواند ۱۶ یا بیشتر باشد .
تنها در سه حالت فوقی است که هم تعداد پرنده ها و هم جمع قیمت آن ها ۱۰۰ می باشد .

۲۲- اگر «راز امارا» راست گفته باشد ، از جمله ای که گفته نتیجه می شود که «کاجایانا» دروغ گفته است و اگر «راز امارا» دروغ گفته باشد ، از جمله ای که گفته نتیجه می شود که «کاجایانا» راست گفته است . در هر حالت می توان نتیجه گرفت که «ناظارایا» دروغ گفته است . با بررسی گفته ی «کاجایانا» هم به همین نتیجه خواهیم رسید .



۲۳- زاویه ی 54° درجه ی xOy را در نظر بگیرید ، از نقطه O عمود OZ را بر Ox خارج می کنیم . زاویه ی ZOy ، 36° درجه است .
($90 - 54 = 36$)





پاسخ ها



نیم ساز زاویه ی ZOY را رسم می کنیم . زاویه ی ZOt ، ۱۸ درجه است که دقیقاً ثلث زاویه ۵۴ درجه است و با استفاده از آن می توان زاویه ی ۵۴ درجه را به سه قسمت مساوی تقسیم کرد .

۲۴- میدانیم $۱۹ \times ۱۹ = ۳۶۱$. بنابراین اگر ۱۹ تا زاویه ی ۱۹ درجه را کنار هم قرار دهیم ، ۱ درجه بیشتر از یک دایره کامل می شود و در انتها ، یک زاویه ی ۱ درجه خواهیم داشت .

۲۵- مقدار پول هر یک در هر مرحله طبق جدول زیر است :

سهراب	حسین	رسول	
۱۶	۱۶	۱۶	مرحله ی چهارم (آخر)
۸	۱۶	۲۴	مرحله ی سوم
۸	۲۸	۱۲	مرحله ی دوم
۲۲	۱۴	۱۲	پول هریک در مرحله ی اول

در مرحله نهایی هر یک ۱۶ تومان دارند یعنی در مرحله قبل از آن رسول به مقدار ۱۶ تومان سهراب پول داشته به او پول داده است . یعنی پول سهراب را دو برابر کرده است یعنی سهراب ۸ تومان داشته است که با ۸ تومانی که رسول به او داده است ، پولش ۱۶ تومان شده است . پس رسول ۲۴ تومان داشته است که پس از آن که ۸ تومان به سهراب داده است ، ۱۶ تومان برایش مانده است . به همین ترتیب مراحل قبلی را طبق جدول فوق بررسی نمائید . خواهید دید که در ابتدا سهراب و حسین و رسول به ترتیب ۲۲ و ۱۴ و ۱۲ تومان داشته اند .

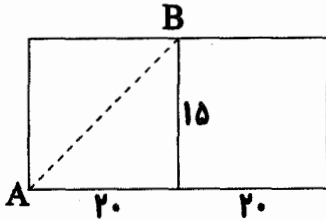




پاسخ ها



۲۶- الف) گسترده شکل (۱) به صورت شکل زیر است .

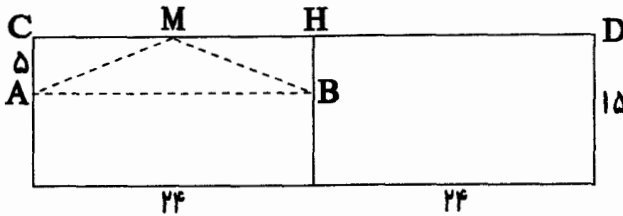


$$AB^2 = 20^2 + 15^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = 25^2$$

$$\Rightarrow AB = 25$$

ب) گسترده شکل (۲) به صورت زیر است :



کوتاهترین مسیر ، AMB می باشد . به طوری که M وسط CH است و AM روی صفحه MB پشت صفحه می باشند . در مثلث قائم الزاویه AMC از رابطه فیثاغورس استفاده کرده و اندازه AM را به دست می آوریم :

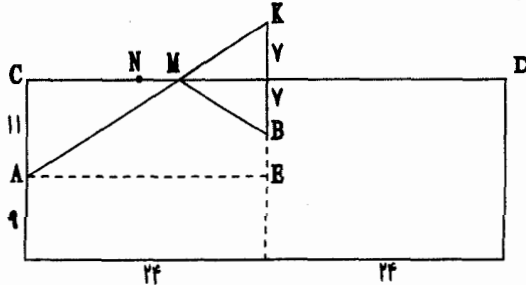
$$AM^2 = 5^2 + 12^2$$

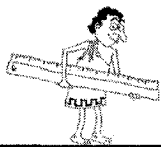
$$AM = 13$$

$$\Rightarrow \overline{AMB} = 13 \times 2 = 26 \quad \text{سانتی متر}$$

کوتاهترین مسیری که مگس می تواند طی کند .

ج) گسترده شکل (۳) به صورت زیر است :





پاسخ ها



قرینه ی B نسبت به خط CD را K می نامیم .

$$AK = AM + MK = AM + MB$$

واضح است که مگس ابتدا باید به لبه ی صفحه (نقطه ای از پاره خط CD) برسد سپس به سمت نقطه B حرکت کند .

ادعا می کنیم مسیر AMB طبق شکل ، کوتاهترین مسیر است . اگر نقطه دیگری مانند N روی CD در نظر بگیریم ، طبق قضیه ی حمار مسیر طولانی تر می شود :

$$AN + NB = AN + NK > AK$$

در مثلث AEK از قضیه فیثاغورس استفاده می کنیم .

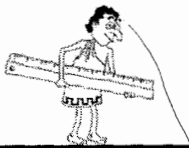
$$AK^2 = AE^2 + KE^2 = 24^2 + 18^2 = 30^2$$

$$\Rightarrow AK = 30 \quad \text{کوتاهترین مسیر مگس}$$

۲۸- اگر یک قطعه کاغذ را به ۵ قطعه تقسیم کنیم ، ۴ قطعه به تعداد قطعات اضافه می شود . یعنی تعداد قطعاتی که اضافه می شود همواره مضرب ۴ است . و چون در ابتدا ۵ تکه کاغذ داشتیم ، تعداد کل قطعات باید به صورت $5+4K$ باشد . که عدد ۲۰۰۹ این ویژگی را دارد .
پس مرتضی ، کار خود را درست انجام داده است .

۲۸- ناصر رو به یکی از آن دو نفر می کند و از او می پرسد : « اگر از فرد دیگر راه شهر راست گویان را سؤال کنم ، کدام راه را به من نشان خواهد داد ؟ » و هر راهی را که به او نشان داد ، ناصر راه دیگر را انتخاب می کند . زیرا : اگر فرد مورد سؤال ، راست گو باشد ؛ که چون نظر فرد دروغگو را از او پرسیده ایم او هم همان نظر فرد دروغگو را به ما می گوید که راه شهر دروغ گویان است . اگر فرد مورد سؤال دروغگو باشد ، نظر فرد راست گو را عوض می کند و به عنوان جواب به ما می گوید . یعنی راه شهر دروغ گویان را به ما می گوید . پس در هر دو صورت باید راهی را انتخاب کرد که فرد مورد سؤال نشان نداده است .





پاسخ ها



۲۹- فرض کنیم سال تولد فرزند عدد چهار رقمی $\overline{13ab}$ باشد. لذا:

$$\overline{1388} - \overline{13ab} = \overline{ab} \Rightarrow 88 = \overline{2ab} \Rightarrow 44 = \overline{ab}$$

یعنی فرزند ۴۴ سال دارد. از آن جایی که عدد ۴۴ تنها جواب معادله فوق است بنابراین حتماً سال تولد پدر بزرگ در قرن گذشته بوده است. یعنی او در سال $\overline{12cd}$ به دنیا آمده است.

$$\begin{aligned} \overline{1388} - \overline{12cd} &= \overline{cd} \\ \Rightarrow \overline{188} - \overline{cd} &= \overline{cd} \Rightarrow \overline{188} = 2\overline{cd} \\ \Rightarrow \overline{cd} &= 94 \quad \text{سن پدر بزرگ} \end{aligned}$$

۳۰- بزرگترها ۲۰٪ بیشتر از بچه‌ها هستند یعنی به ازای هر ۵ بچه، $\frac{12}{100} \times 5 = 6$ بزرگتر وجود دارد. در نتیجه تعداد کل افراد بر ۶ + ۵ یعنی ۱۱ قابل قسمت است. بچه‌ها تحصیل می‌کنند پس تعداد بچه‌ها بر ۱۳ قابل قسمت است. از طرفی تعداد کل افراد $\frac{11}{5}$ تعداد بچه‌هاست و چون تعداد بچه‌ها بر ۱۳ بخش پذیر است پس تعداد کل هم بر ۱۳ بخش پذیر است. از اینکه تعداد کل افراد بر ۱۱ و ۱۳ بخش پذیر است می‌توان نتیجه گرفت، این تعداد بر $11 \times 13 = 143$ هم بخش پذیر است. تعداد افراد روستای B را X در نظر می‌گیریم به این ترتیب تعداد اهالی روستای A برابر $(X + 39)$ و تعداد اهالی روستای C برابر $(X + 77 + 39)$ می‌باشد. پس تعداد کل اهالی این بخش برابر است با:

$$x + x + 39 + x + 39 + 77 = 3x + 155$$

در نتیجه تعداد کل اهالی این بخش از ۱۵۵ بزرگتر است و مضرب ۳ نیست. از طرفی تعداد کل افراد کمتر از ۶۸۰ نفر است. اگر ۱۶ نفر به جنوب روستاها اضافه شود و ۱۴ نفر از شمال کم شود در واقع به هر روستا ۲ نفر اضافه شده است که مجموعاً ۶ نفر به بخش اضافه شده است.





پاسخ ها



(جابجایی ۱۰ نفر از مناطق شرقی به غربی تأثیری در تعداد کل ندارد) و چون با اضافه شدن ۶ نفر، تعداد اهالی ساکن در چهار منطقه یکسان شده است این به این معنی است که تعداد کل افراد با اضافه شدن ۶ نفر، بر ۴ بخش پذیر شده است یعنی تعداد اهالی در ابتدا مضرب ۴ نبوده است.

تاکنون دانستیم که تعداد اهالی بخش :

۱. بر ۱۴۳ بخش پذیر است.

۲. از ۱۵۵ بزرگتر است.

۳. مضرب ۳ نیست.

۴. از ۶۸۰ کوچکتر است.

۵. مضرب ۴ نیست.

با این ترتیب در بین مضارب ۱۴۳ تنها عدد ۲۸۶ جواب مسئله است.

۳۱- حاصل ضرب a ی سطر اول در ۴، یک رقمی شده است؛ پس a یا «۱» است یا «۲». a ی سطر سوم رقم یکان حاصل ضرب یک عدد در ۴ است پس حتماً زوج است. لذا $a=۲$. رقم یکان حاصل ضرب عدد ۴ در e ، برابر ۲ است لذا e ، یا ۳ است یا ۸. از آن جایی که رقم e در سطر سوم باید بزرگتر یا مساوی ۸ باشد، پس: $e=۸$. حاصل ضرب ۴ در d حتماً زوج است که اگر با عدد ۳ (ده بر یک رقم دهگان) جمع شود حاصل فرد می شود یعنی b فرد است. از طرفی حاصل ضرب ۴ در b ی سطر اول ده بر یک تولید نکرده است پس b کمتر از ۳ است. پس $b=۱$. به آسانی می توان دید که $d \geq ۴$ و نیز رقم یکان $(۴ \times d + ۳)$ یک می باشد. یعنی $d=۷$. رقم دهگان $(۴ \times c + ۳)$ باید ۳ باشد. (چرا؟) پس: ۹ یا ۸ یا $c=۷$ و رقم یکان $(۴ \times c + ۳)$ باید c باشد. آزمایش می توان نتیجه گرفت $c=۹$. پاسخ به صورت زیر است:

$$\begin{array}{r} ۲۱۹۷۸ \\ \times ۴ \\ \hline ۸۷۹۱۲ \end{array}$$





پاسخ ها



۳۲- پاسخ را در ۹ مرحله در جدول زیر می بینید :

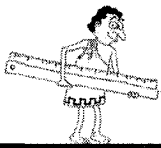
۱۰ لیتری	۷ لیتری	۳ لیتری
۱۰	۰	۰
۳	۷	۰
۳	۴	۳
۶	۴	۰
۶	۱	۳
۹	۱	۰
۹	۰	۱
۲	۷	۱
۲	۵	۳
۵	۵	۰

۳۳- برای حل این مسئله باید داستان را از آخر به اول بررسی کرد . جدول زیر مراحل بازگشتی تغییرات پول را نشان می دهد :

مرحله	پول پینوکیو
۱	۰
۲	۱۲۰
۳	۶۰
۴	۱۸۰
۵	۹۰
۶	۲۱۰
۷	۱۰۵

مقدار پول اولیه





پاسخ ها



پینوکیو در پایان ۰ تومان دارد یعنی در پایان روز سوم برایش ۱۲۰ تومان مانده است ، پس روز سوم ۶۰ تومان در گودال قرار داده بوده که ۱۲۰ تومان برداشت کرده است . یعنی در پایان روز دوم ۱۸۰ تومان داشته است که با دادن ۱۲۰ تومان به روباه ، برایش ۶۰ تومان مانده است . این بدین معنی است که صبح روز دوم ۹۰ تومان را در گودال قرار داده است و روز اول ۲۱۰ تومان برداشت کرده که با دادن ۱۲۰ تومان به روباه برایش ۹۰ تومان مانده است ، یعنی ابتدای کار ۱۰۵ تومان در گودال قرار داده بوده است .

راه دوم : فرض کنیم پینوکیو در ابتدا X تومان پول داشته

مقدار پول پینوکیو در آغاز X

بار اول که پولش دو برابر شد $2X$

وقتی ۱۲۰ تومان به روباه داد $2X - 120$

بار دوم که پولش دو برابر شد $2(2X - 120) = 4X - 240$

مقدار پولش وقتی ۱۲۰ تومان به روباه داد $4X - 360$

بار سوم که پولش دو برابر شد $2(4X - 360) = 8X - 720$

مقدار پولش وقتی ۱۲۰ تومان به روباه داد $8X - 840$

در این هنگام می دانیم مقدار پولش صفر بوده است ، یعنی :

$$8X - 840 = 0 \Rightarrow 8X = 840 \Rightarrow X = 105$$

مقدار پول پینوکیو در آغاز ماجرا

۳۴ - از هر ستون مجاز به انتخاب یک خانه می باشیم ، بنابراین هر یک از اعداد یک تا ۸ (که مؤلفه های اول ستون های اول تا هشتم هستند) ، یک و فقط یک بار انتخاب می شوند . در ضمن از هر سطر نیز مجاز به انتخاب یک خانه می باشیم پس هر یک از اعداد ۰ ، ۸ ، ۱۶ ، ۲۴ ، ۳۲ ، ۴۰ ، ۴۸ ، ۵۶ یک بار انتخاب خواهند شد .





پاسخ ها



1+0	2+0	3+0	4+0	5+0	6+0	7+0	8+0
1+8	2+8	3+8	4+8	5+8	6+8	7+8	8+8
1+16	2+16	3+16	4+16	5+16	6+16	7+16	8+16
1+24	2+24	3+24	4+24	5+24	6+24	7+24	8+24
1+32	2+32	3+32	4+32	5+32	6+32	7+32	8+32
1+40	2+40	3+40	4+40	5+40	6+40	7+40	8+40
1+48	2+48	3+48	4+48	5+48	6+48	7+48	8+48
1+56	2+56	3+56	4+56	5+56	6+56	7+56	8+56

پس در هر حالت مجموع اعداد ۸ خانه انتخابی برابر است با :

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 8) + (0 + 8 + 16 + \dots + 56) = 260$$

۳۵- با هشت رقم "۱" : $(111 - 11) \times (11 - 1)$

با هشت رقم "۲" : $[(22 \times 22) + 2^2] \times 2$

با هشت رقم "۳" : $(3 + 3 + 3 + 3 - 3 + \frac{3}{3})^3$

با هشت رقم "۴" : $(4^4 - 4 - \frac{4}{4} - \frac{4}{4}) \times 4$

با هشت رقم "۵" : $(555 - 55) \times (\frac{5+5}{5})$

با هشت رقم "۶" : $(\frac{66-6}{6})^{\frac{6+6+6}{6}}$

با هشت رقم "۷" : $[77 \times (7 + 7 - \frac{7}{7})] - \frac{7}{7}$

با هشت رقم "۹" : $999 + \frac{9+9}{9} - \frac{9}{9}$

لازم به ذکر است : در روشی که برای ساختن عدد ۱۰۰۰ با استفاده از هشت رقم "۶"

بیان شد ، اگر به جای رقم "۶" هر یک از ارقام ۱ تا ۹ قرار گیرد ، باز هم عدد ۱۰۰۰

بدست می آید .





پاسخ ها



۳۶- اگر تعداد مردان را x فرض کنیم تعداد زنان $(3000 - x)$ خواهد بود ۶۰ درصد مردان خارج از شهر هستند پس تعداد مردانی که در شهر می باشند $\frac{40}{100}x$ خواهد بود و پولی که باید شاه پردازد برابر خواهد بود با :

$$\left(\frac{40}{100}x \times 1000000\right) + [(3000 - x) \times 400000] =$$

$$400000x + 120000000 - 400000x = 120000000$$

پادشاه باید ۱۲۰ میلیون تومان هزینه کند . (مشاهده می شود که مقدار پولی که پادشاه باید هزینه کند به تعداد مردان بستگی ندارد .)

۳۷- اگر A و B دو عدد متفاوت باشند ، یعنی مقدار پول شما کمتر از مقدار پول مورد نیاز شما باشد $(A < B)$ آنگاه M که میانگین این دو عدد است بین A و B خواهد بود ، یعنی :
 $A < M < B$ ، پس :

$$A < M \Rightarrow A - M < 0$$

$$M < B \Rightarrow B - M > 0$$

از طرفی از تساوی $x^2 = y^2$ نمی توان نتیجه گرفت که $x = y$ برای مثال می دانیم $5^2 = (-5)^2$ ولی $5 \neq -5$ ، بلکه $|5| = |-5|$.

بنابراین از تساوی $(A - M)^2 = (B - M)^2$ نمی توان نتیجه گرفت :

$$A - M = B - M$$

بلکه می توان نتیجه گرفت :

$$|A - M| = |B - M|$$

از آنجایی که $A - M$ یک عدد منفی است و $B - M$ یک عدد مثبت است . از تساوی
 اخیر نتیجه می شود که :

$$-(A - M) = B - M \Rightarrow M - A = B - M$$

و یا $A + B = 2M$. که همان فرض مسئله است .

۳۸- با توجه به این که سرعت ، دو برابر شده است ، زمان رسیدن به منزل نصف می شود





پاسخ ها



با توجه به این که نسبت به دفعه اول یک ساعت زودتر به منزل رسیده است ، پس مدت زمان رسیدن حمید به منزل در دفعه اول ۲ ساعت و در دفعه دوم ۱ ساعت است . در دفعه اول او با سرعت ۳ کیلومتر بر ساعت حرکت کرده است و ۲ ساعت در راه بوده است بنابراین فاصله مدرسه و خانه ۶ کیلومتر می باشد و زمان حرکت حمید از مدرسه به سمت منزل ساعت ده و نیم می باشد . حال برای این که مسافت ۶ کیلومتر را در یک ساعت و نیم طی کند تا دقیقاً رأس ساعت ۱۲ برسد ، لازم است که سرعت او ۴ کیلومتر در ساعت

باشد . زیرا : $\text{کیلومتر بر ساعت } ۴ = \frac{۶}{۱/۵} = \text{سرعت} \Rightarrow \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \text{سرعت}$

۳۹- فرض کنیم تعداد شرکت کنندگان در مسابقه n نفر باشد پس تعداد بازی های انجام شده $\frac{n(n-1)}{۲}$ می باشد و هر بازی ۲ امتیاز دارد پس مجموع امتیازات آنها برابر است با $n(n-1)$ که قطعاً از مجموع امتیازات سه نفر اول کمتر نیست ، یعنی :

$$\text{رابطه (۱)} \quad n(n-1) \geq ۱۵ \Rightarrow n \geq ۵$$

از طرفی امتیاز هر یک از شرکت کنندگانی که رتبه چهارم تا آخر را کسب کرده اند از ۳ بیشتر نیست در نتیجه مجموع امتیازات این نفرات حداکثر $۳(n-۳)$ است و داریم :

$$n(n-1) \leq ۳(n-۳) + ۱۵$$

$$\Rightarrow n^2 - n - ۳n \leq -۹ + ۱۵$$

$$\Rightarrow n(n-۴) \leq ۶ \Rightarrow n \leq ۵ \quad \text{رابطه (۲)}$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می شود که $n = ۵$.

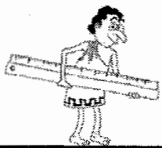
$$n(n-1) = ۵ \times ۴ = ۲۰$$

پس مجموع امتیازات برابر است با

در نتیجه مجموع امتیازات نفرات چهارم و پنجم $۵ = ۲۰ - ۱۵$ می باشد و با توجه به این که هیچ یک نمی توانند بزرگتر از ۳ باشند ، امتیاز نفر چهارم ۳ و امتیاز نفر پنجم ۲ است .

۴۰- ابتدا سعی می کنیم رابطه ای بین تعداد زندانیان و شماره فرد آزاد شده پیدا کنیم .
مسئله را برای تعداد زندانیان کمتر بررسی می کنیم :





پاسخ ها



طبق جدول ، مشخص است که اگر تعداد زندانیان بصورت 2^n باشد ، شماره ی فرد آزاد شده همان 2^n می باشد . در صورتی که تعداد زندانیان یکی کمتر از 2^n باشد ، شماره فرد آزاد شده دو تا کمتر از 2^n است . اگر تعداد زندانیان دو تا کمتر از 2^n باشد ، شماره فرد آزاد شده ، چهار تا کمتر از 2^n است . اگر تعداد زندانیان K تا کمتر از 2^n باشد ، شماره فرد آزاد شده $2K$ تا کمتر از 2^n است . یعنی : $2K - 2^n$.

پس اگر تعداد زندانیان $128 = 2^7$ باشد ، شماره ی فرد آزاد شده همان 128 است حال که تعداد زندانیان 28 واحد کمتر از 128 (یعنی 100 نفر) می باشد ، شماره فرد آزاد شده 56 واحد کمتر از 128 می باشد : $128 - 56 = 72$ = شماره فرد آزاد شده

اگر تعداد زندانیان 1000 نفر بود و شما هم جزء آنها بودید ، در چه جایگاهی می ایستادید ؟ (البته اگر شما هم مایل به زنده ماندن هستید)

تعداد زندانیان	شماره فرد آزاد شده
۱	۱
۲	۲
۳	۲
۴	۴
۵	۲
۶	۴
۷	۶
۸	۸
۹	۲
۱۰	۴
۱۱	۶
۱۲	۸
۱۳	۱۰
۱۴	۱۲
۱۵	۱۴
۱۶	۱۶

کمتر از 128 می باشد :

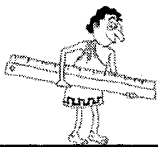
۴۱- می دانیم که تعداد عدد های یک رقمی 9 تا می باشد . برای بدست آوردن تعداد عدد های دو رقمی باید از آخرین عدد دو رقمی یعنی 99 (که بیانگر تعداد اعداد یک رقمی و دو رقمی می باشد) ، تعداد عدد های یک رقمی یعنی 9 را کم کنیم . پس :

$$\text{تعداد عدد های دو رقمی} : 99 - 9 = 90$$

به همین ترتیب تعداد عدد های سه رقمی برابر است با : $999 - 99 = 900$

و تعداد عدد های چهار رقمی برابر است با : $9999 - 999 = 9000$





پاسخ ها



با ادامه دادن این روش خواهیم دید که تعداد عدد های n رقمی $\underbrace{9000 \dots 00}_{n-1 \text{ تا صفر}}$ =

به عبارت دیگر: $9 \times 10^{n-1}$ = تعداد عددهای n رقمی

۴۲- صندلی ها را به ترتیب از شماره ۱ تا ۱۳۸۸ شماره گذاری می کنیم . فردی که روی صندلی شماره (۱) نشسته است می تواند به صندلی شماره ۳ برود و از آن جا به صندلی شماره (۵) برود و ... او فقط می تواند روی صندلی های با شماره فرد بنشیند بنابراین هیچ گاه نمی تواند روی صندلی شماره ۱۳۸۸ قرار گیرد . بطور کلی اگر تعداد صندلی ها فرد بود چنین کاری امکان پذیر بود .

۴۳- اگر نادر ۱۰ دقیقه زودتر از رسول حرکت کند ، آن دو با هم به مزرعه می رسند . حال که نادر ۵ دقیقه زودتر حرکت کرده است ، در وسط راه رسول به نادر خواهد رسید . که این مسافت را رسول در مدت ۱۰ دقیقه طی خواهد کرد .

۴۴- خرس فقط در قطب شمال یا جنوب می تواند باشد . در هیچ نقطه دیگری این اتفاق نمی افتد . بنابراین رنگ پوست خرس سفید می باشد . چون خرس قطبی سفید است .

۴۵- فرض کنیم حسین x سال و رسول y سال و سهراب z سال سن داشته باشند . در این صورت :

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + x &= 55 & \Rightarrow & x = 10 & \text{سن حسین} \\ 1 + 2 + 3 + \dots + y &= 153 & \Rightarrow & y = 17 & \text{سن رسول} \\ 1 + 2 + 3 + \dots + z &= 60 & \Rightarrow & z = ? & \text{سن سهراب} \end{aligned}$$

اما هیچ عدد طبیعی نمی توان به جای z قرار داد . با کمی زیرکی می توان دریافت که روز تولد سهراب یک روز معمولی نمی تواند باشد ؛ بلکه روز تولد او روز ۳۰ اسفند می باشد ! که هر چهار سال یکبار از راه می رسد .





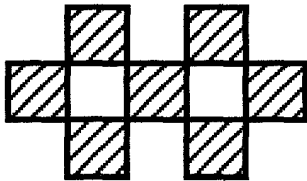
پاسخ ها



پس مبالغ دریافتی او در روزهای تولدش به صورت زیر است :

$$0 + 4 + 8 + 12 + 16 + 20 = 60$$

یعنی سهراب ، ۲۰ سال دارد و از همه بزرگ تر است .



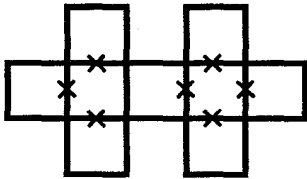
۴۶- چنانچه در شکل دیده می شود، ۷ مربع هاشور خورده

هیچ ضلع مشترکی ندارند پس از هر یک از آن ها باید

حداقل یک چوب کبریت برداشت . می توانیم این هفت

چوب کبریت را طوری بر داریم که مربع های سفید هم

ناقص شوند .



بطور مثال می توان هفت چوب کبریتی را که در شکل با

علامت \times مشخص شده است ، حذف کرد .

۴۷- فرض کنید :

تعداد ماهی هایی که پسر غلامحسن مید کرده است $x =$

تعداد ماهی هایی که غلامحسن صید کرده است $3x =$

تعداد ماهی هایی که پسر پرویز صید کرده است $y =$

تعداد ماهی هایی که پرویز صید کرده است $y =$

بنابراین :

$$x + 3x + y + y = 35 \Rightarrow 4x + 2y = 35 \quad \text{رابطه ی (۱)}$$

با توجه به اینکه x و y اعداد طبیعی اند طرف چپ رابطه ی (۱) همواره عددی زوج است

در حالی که ۳۵ عددی فرد است . پس این معادله جواب ندارد . این به این مفهوم است

که این افراد ، نمی توانند ۴ نفر باشند . سه نفر بودن آن ها را مورد بررسی قرار

می دهیم . می دانیم در جمعی شامل یک پسر و پدرش و پدربزرگش دو پدر و دو پسر

وجود دارد .





پاسخ ها

غلامحسن و پرویز ، یکی پدر و دیگری پدر بزرگ است . اما نام پسر پرویز ، محمد است ؛ بنابراین پدر بزرگ حتماً غلامحسن است ، پرویز پدر است و محمد پسر می باشد . به این ترتیب نام پسر غلامحسن ، پرویز است .

اگر تعداد ماهی هایی را که محمد گرفته است x فرض کنیم ، تعداد ماهی هایی که پرویز گرفته است ، x و تعداد ماهی هایی که غلامحسن گرفته است $3x$ می باشد .

$$x + x + 3x = 35 \Rightarrow x = 7$$

در نتیجه :

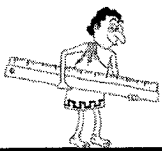
تعداد ماهی های محمد = 7

تعداد ماهی های پرویز = 7

تعداد ماهی های غلامحسن = 21

درست	غلط	نمره	۴۸- طبق جدول زیر با توجه به تعداد پاسخ های درست و غلط بعضی از نمرات ایجاد نمی شود .
۵۰	۰	۲۰۰	در جدول دیده می شود که نمرات ۱۹۱ و ۱۸۷ ایجاد می شود ولی به هیچ صورتی نمره ۱۸۹ تولید نمی شود .
۴۹	۰	۱۹۶	بنابراین « شرافت » نمره خود را اشتباه محاسبه کرده است !
۴۹	۱	۱۹۵	
۴۸	۰	۱۹۲	
۴۸	۱	۱۹۱	
۴۸	۲	۱۹۰	
۴۷	۰	۱۸۸	
۴۷	۱	۱۸۷	
۴۷	۲	۱۸۶	
۴۷	۳	۱۸۵	





پاسخ ها



۴۹- فرض کنید شخص A از این قبیله می بیند که در قبیله هیچ فرد خالدار وجود ندارد. در این صورت نتیجه می گیرد که خودش خالدار است. (او می داند وجود دارند افرادی که خالدار باشند)

حال فرض کنید شخص A می بیند که فقط شخص B از قبیله، خالدار است. چه نتیجه ای می گیرد؟ اگر شخص B خود را تا پایان روز اول بکشد یعنی غیر از او کسی خالدار نبوده است و او فهمیده است که خالدار است. ولی اگر شخص B تا پایان روز اول خودش را نکشد، بدین معنی است که شخص A خالدار است و B او را دیده است و منتظر است او خودش را بکشد. به این ترتیب در پایان روز اول A و B هر دو مطمئن می شوند که خال دارند و روز دوم هر دو خود را می کشند.

به همین ترتیب در صورتی که شخص A در قبیله دو نفر را ببیند که خال دارند و خود را تا پایان روز دوم نکشند، می تواند نتیجه بگیرد خودش هم خالدار است و روز سوم هر سه خود را می کشند.

۵۰- کافی است ۱۷ سکه را برگردانده و در جای دیگر قرار دهد به این ترتیب تعداد « رو » ها در این ۱۷ سکه برابر است با تعداد « رو » ها در باقیمانده سکه ها. فرض کنید از ۱۷ سکه ای که جابجا می کنیم k تا « رو » و بقیه یعنی $(17 - k)$ تا دیگر « پشت » باشند. پس از برگرداندن سکه ها k تا « پشت » و $(17 - k)$ تا « رو » در گروه جدید وجود دارد. از طرفی از ۱۷ سکه ای که در ابتدا « رو » بودند، k تا برداشته شده است پس $(17 - k)$ سکه به « رو » در گروه قبلی موجود است. یعنی تعداد سکه های « رو » در هر دو گروه $(17 - k)$ خواهد بود.

۵۱- اگر قیمت یک مداد را x و تعداد مدادها را n و قیمت کل را A در نظر بگیریم داریم: $n \times x = A$ و می دانیم: $200 < A < 300$





پاسخ ها



به یاد داشته باشید که مهدی به خواهرش گفت: « اگر قیمت کل مدادها را به تو بگویم تو حتماً می توانی تعداد مدادها را مشخص کنی ». برای A چند حالت در نظر می گیریم:

(۱) عددی اول باشد در این صورت n یا x باید ۱ باشند و این خلاف فرض مسأله است پس A عدد اول نیست.

(۲) A عددی مرکب باشد می توان آن را به صورت ضرب دو عدد بزرگ تر از یک نوشت. مثلاً ۲۲۱ که برابر است با ۱۷×۱۳ در این صورت معلوم نیست. $n = ۱۷$ یا $n = ۱۳$. بنابراین اگر A با دانستن n در این حالت نمی تواند مقدار n را تعیین کند.

(۳) A عددی مجذور کامل باشد بنابراین A را می توان به صورت ضرب یک عدد در خودش نوشت اعداد مجذور کامل بین ۲۰۰ و ۳۰۰ این اعداد می باشند.

$$۲۸۹ = ۱۷^2 \quad \text{و} \quad ۲۵۶ = ۱۶^2 \quad \text{و} \quad ۲۲۵ = ۱۵^2$$

اما A نمی تواند ۲۲۵ باشد زیرا در این صورت A را می توان به صورت ۵×۴۵ نیز نوشت هم چنین A نمی تواند ۲۵۶ باشد چون در این صورت A را می توان به صورت ۸×۳۲ نوشت در این حالت ها اگر A با دانستن n نمی تواند مقدار n را بیابد.

اما ۲۸۹ را فقط به صورت ۱۷×۱۷ می توان نوشت. (با توجه به این که قیمت هر مداد و تعداد مدادها هر دو بیش از ۱ می باشند حالت ۱×۲۸۹ نمی تواند پاسخ مسأله باشد). بنابراین: $x = ۱۷$ و $n = ۱۷$

۵۲ - برای آسان تر شدن کار سطرها را شماره گذاری می کنیم.

☆ ۱ ☆	←	سطر (۱)
۳ ☆ ۲	←	سطر (۲)
☆ ۳ ☆	←	سطر (۳)
۳ ☆ ۲ ☆	←	سطر (۴)
☆ ۲ ☆ ۵	←	سطر (۵)
۱ ☆ ۸ ☆ ۳ ۰	←	سطر (۶)



پاسخ ها



واضح است که رقم مجهول ردیف (۲) برابر ۸ است . زیرا تنها از ضرب عدد ۸ در ۱۵ عددی به دست می آید که به ۲۰ ختم می شود .

رقم سمت چپ ردیف (۱) برابر ۴ است زیرا تنها عدد ۴ است که پس از ضرب در ۸ عددی بدست می آید که با ۳ آغاز می شود . (سطر (۴)) پیدا کردن بقیه رقم های مجهول سخت نیست زیرا هر دو عامل ضرب معلوم است و با ضرب کردن این دو عامل می توان رقم های مجهول را بدست آورد . در نهایت ضرب به صورت زیر کامل می شود .

$$\begin{array}{r}
 415 \\
 \times 382 \\
 \hline
 830 \\
 3320 \\
 + 12450 \\
 \hline
 158530
 \end{array}$$

۵۳- دوازده حالت برای تعداد فرزندان این چهار خانواده وجود دارد:

یاری	احمدی	صادق	یار احمدی	پلاک منزل استاد
۱	۲	۴	۷	$1 \times 2 \times 4 \times 7 = 56$
۱	۳	۴	۶	$1 \times 2 \times 4 \times 6 = 48$
۲	۳	۴	۵	$2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$
۱	۲	۳	۷	$1 \times 2 \times 3 \times 7 = 42$
۱	۲	۳	۶	$1 \times 2 \times 3 \times 6 = 36$
۱	۲	۴	۵	$1 \times 2 \times 4 \times 5 = 40$
۱	۲	۳	۵	$1 \times 2 \times 3 \times 5 = 30$
۱	۲	۳	۴	$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$
۱	۲	۳	۸	$1 \times 2 \times 3 \times 8 = 48$
۱	۲	۴	۶	$1 \times 2 \times 4 \times 6 = 48$
۱	۲	۵	۶	$1 \times 2 \times 5 \times 6 = 60$
۱	۳	۴	۵	$1 \times 3 \times 4 \times 5 = 60$





پاسخ ها



جواب معما هیچ یک از ۸ حالت اول نمی باشد زیرا « استاد گفت با دانستن شماره ی پلاک خانه ما نمی توانی معما را حل کنی » در هر یک از این ۸ حالت شماره پلاک با بقیه حالت ها تفاوت دارد . فقط در حالتی که شماره پلاک ۴۸ یا ۶۰ باشد دست یافتن به حل معما نیاز به اطلاعات بیشتری دارد . پس باید فقط چهار حالت آخر را بررسی کنیم . با توجه به این چهار حالت ، خلیلی ۲ یا ۳ بار به منزل استاد رفته (برابر با تعداد فرزندان خانواده احمدی) . اگر او ۲ بار به منزل استاد رفته بود قادر به حل معما نمی شد زیرا در سه حالت از این چهار حالت تعداد فرزندان خانواده احمدی ۲ می باشد . پس خلیلی ۳ بار به خانه استاد رفته است . و جواب مسأله حالت آخر می باشد . یعنی تعداد فرزندان یار احمدی = ۵ ، صادق = ۴ ، احمدی = ۳ و یاری = ۱ می باشد .

۵۴- فرض کنیم جملاتی که احمد گفته است هر دو درست باشد ، در این صورت احمد و حبیب شیشه را نشکسته اند پس عباس این کار را کرده است . با دقت در جملات او مشخص می شود که هر دو جمله ای که گفته است نادرست است . در این صورت هر دو جمله حبیب درست خواهد بود که خلاف فرض مسئله است .

نتیجه این که هر دو جمله احمد نمی تواند درست باشد . با استدلالی مشابه مشخص می شود که هر دو جمله حبیب هم نمی تواند درست باشد . پس هر دو جمله عباس درست است و مقصر احمد است .

۵۵- ابتدا ببینیم در روزهای مختلف ، چند نفر درگیر این ماجرا می شوند و یک میلیون تومان می پردازند :

روز اول :	10×4^1 نفر	روز هفتم :	10×4^7 نفر
روز دوم :	10×4^2 نفر	روز هشتم :	10×4^8 نفر
روز سوم :	10×4^3 نفر	روز نهم :	10×4^9 نفر
روز چهارم :	10×4^4 نفر	روز دهم :	10×4^{10} نفر
روز پنجم :	10×4^5 نفر	روز یازدهم :	10×4^{11} نفر
روز ششم :	10×4^6 نفر		





پاسخ ها



به این ترتیب طی یازده روز اول ، تعداد نفرات درگیر با احتساب صاحبان شرکت برابر است با :

$$10 + 4^1 \times 10 + 4^2 \times 10 + \dots + 4^{11} \times 10 =$$

$$= (1 + 4^1 + 4^2 + \dots + 4^{11}) \times 10 = \frac{4^{12} - 1}{3} \times 10 = 55924050$$

یعنی تا روز یازدهم ، همه ی افراد جامعه ، درگیر می شوند .

این درحالی است که ؛ افرادی که روز یازدهم پول داده اند ، ماشین دریافت نخواهند کرد زیرا دیگر در کشور فردی نمانده است که آنها به شرکت معرفی نمایند .

بنابراین تعداد افرادی که بدون ماشین می مانند ، برابر است با :

$$4^{11} \times 10 = 41943040$$

و تعداد افرادی که ماشین دریافت خواهند کرد ، برابر است با :

$$55924050 - 41943040 = 13981010$$

حالا به راحتی می توان به سوالات داده شده پاسخ داد :

اولاً : شرکت علاوه بر سود حاصل از فروش خودرو ها ، ۴۰ میلیون تومانی را که از ۴۰ نفر روز اول می گیرد ، سود می برد .

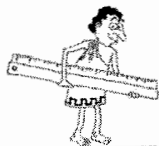
ثانیاً : ۱۱ روز

ثالثاً : ۴۱۹۴۳۰۴۰ نفر

۵۶- اعداد ۱ تا ۲۵۴۷ همه اعداد یک رقمی و دو رقمی و سه رقمی را شامل می شود و در ضمن شامل (۹۹۹ - ۲۵۴۷) تا عدد چهار رقمی نیز می باشد . تعداد ارقام عدد حاصل برابر خواهد بود با :

$$(9 \times 1) + (90 \times 2) + (900 \times 3) + (2547 - 999) \times 4 = 9081$$





پاسخ ها



۵۷- فرض کنید شعاع زمین R باشد در این صورت محیط استوا $۲\pi R$ می باشد . اگر شعاع حلقه جدید را $R + x$ بگیریم که در آن شعاع زمین و x ارتفاع طناب تا سطح زمین باشد ، محیط حلقه برابر خواهد بود با :

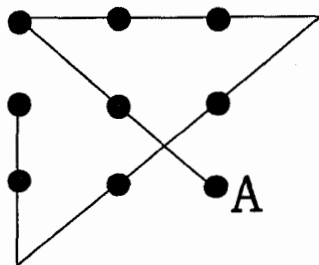
$$۲\pi(R + x) - ۲\pi R = ۱۳$$

$$۲\pi x = ۱۳$$

$$x = \frac{۱۳}{۲\pi} \cong \frac{۱۳}{۲ \times ۳/۱۴} = ۲/۰۷$$

مقدار x از ۲ متر بیشتر است . لذا یک انسان معمولی می تواند به راحتی از زیر طناب عبور کند .

۵۸- در شکل زیر چگونگی احداث این ۴ خیابان نشان داده شده است :



۵۹- فرض کنیم n نفر در این روستا زندگی می کنند . در این صورت تعداد گوسفندان اهالی روستا حداکثر $n - ۱$ است یعنی تعداد اهالی روستا یکی از اعداد $۰, ۱, ۲, ۳, \dots, n - ۱$ است . از آنجائی که تعداد این اعداد ، n تا می باشد و تعداد گوسفندان هر دو فرد با هم فرق دارد ، هر یک از اعداد فوق ، تعداد گوسفندان یکی از اهالی است . و قلی که فقط از یک نفر ، بیشتر گوسفند دارد ، باید یک گوسفند داشته باشد .





پاسخ ها

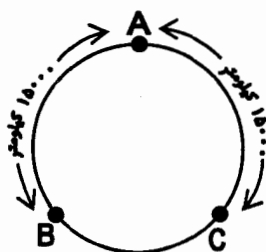


۶۰- تعداد حالتی که ممکن است ۱۰ نفر دور یک میز کنار هم بنشینند ، ۹! است .

$$9! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 = 362880$$

این تعداد روز نزدیک به هزار سال است .

از این جا دلیل دست و دل بازی صاحب رستوران مشخص می شود .



۶۱- فاصله قطب شمال از قطب جنوب برابر خواهد بود با :

$$20 \times 1000 = 20000 \text{ کیلومتر}$$

در نتیجه محیط کره زمین ۴۰۰۰۰ کیلومتر خواهد بود .

بنابر این فاصله شهرهای B و C حداکثر ۱۰۰۰۰ کیلومتر می باشد پس شهر B به شهر C نزدیک تر است .

۶۲- طرز بیان این سؤال اشکال دارد . این مسأله را می توان به این صورت بیان کرد .

این سه نفر ۲۷۰۰ تومان پرداخته اند که از این مبلغ ۲۵۰۰ تومان پول غذا و ۲۰۰ تومان انعام بوده است و اصلاً مشکلی وجود ندارد .

(جمع کردن دو عدد ۲۷۰۰ و ۲۰۰ بی معنی است)

۶۳- ابتدا به این دو نکته توجه کنید و سعی کنید دلیل آن را بیابید .

نکته ۱: اگر عددی مجذور کامل باشد و بر عدد اول p بخش پذیر باشد ، آن گاه حتماً بر p^2 هم بخش پذیر است .

نکته ۲: رقم یکان یک عدد مجذور کامل ، ۰ ، ۱ ، ۴ ، ۵ ، ۶ یا ۹ می تواند باشد . یعنی اگر رقم یکان عددی ۲ ، ۳ ، ۷ یا ۸ باشد ، آن عدد قطعاً مجذور کامل نیست .





پاسخ ها



اینک حل مسئله : تنها ۶ عدد چهار رقمی با ارقام متوالی وجود دارد .

۱۲۳۴ ، ۲۳۴۵ ، ۳۴۵۶ ، ۴۵۶۷ ، ۵۶۷۸ ، ۶۷۸۹

که اگر جای دو رقم سمت چپ آن ها را عوض کنیم ، اعداد زیر بدست می آیند :

۲۱۳۴ ، ۳۲۴۵ ، ۴۳۵۶ ، ۵۴۶۷ ، ۶۵۷۸ ، ۷۶۸۹

۲۱۳۴ : بر ۲ بخش پذیر است ولی بر ۴ بخش پذیر نیست پس طبق نکته ۱ مجذور کامل نیست .

۳۲۴۵ : بر ۵ بخش پذیر است ولی بر ۲۵ بخش پذیر نیست پس طبق نکته ۱ مجذور کامل نیست .

۷۶۸۹ : بر ۳ بخش پذیر است ولی بر ۹ بخش پذیر نیست پس طبق نکته ۱ مجذور کامل نیست .

۵۴۶۷ : رقم یکان این عدد ۷ است پس طبق نکته (۲) مجذور کامل نیست .

۶۵۷۸ : رقم یکان این عدد ۸ است پس طبق نکته (۲) مجذور کامل نیست .

۴۳۵۶ : به کمک تجزیه یا به کمک عمل جذر می توان فهمید که : $۶۶^2 = ۴۳۵۶$ و مجذور کامل است .

۶۴- با توجه به صورت مسئله معلوم است که تعداد ۱۰ تومانی ها فرد است ، حال اگر تعداد گوسفندان را n فرض کنیم ، پول حاصل از فروش آن ها برابر n^2 است. می دانیم هر عدد طبیعی n را می توان به صورت $۱۰a + b$ نوشت به طوری که b رقم یکان آن باشد .

$$\Rightarrow n^2 = ۱۰۰a^2 + ۲۰ab + b^2 = ۱۰(۱۰a^2 + ۲ab) + b^2$$

واضح است که حاصل $(۱۰a^2 + ۲ab)$ یک عدد زوج است . یعنی n^2 شامل زوج تا ۱۰ می باشد به علاوه b^2 . پس b^2 باید شامل فرد تا ۱۰ باشد . b رقم یکان عدد n است پس یکی از ارقام ۰ تا ۹ است که اگر به توان دو برسد اعداد جدول صفحه ی بعد پدید می آید .





پاسخ ها



b	b^2
۰	۰
۱	۱
۲	۴
۳	۹
۴	۱۶
۵	۲۵
۶	۳۶
۷	۴۹
۸	۶۴
۹	۸۱

به سادگی دیده می شود که در بین اعدادی که می توان به b^2 نسبت داد فقط دو عدد ۱۶ و ۳۶ تعداد فردی ۱۰ دارند. (دهگان آن ها فرد است). که رقم یکان هر دوی آن ها ۶ است. یعنی اجباراً رقم یکان n^2 عدد ۶ است. پس به ازای آخرین ۱۰ تومانی که برادر بزرگتر برداشته است، برادر کوچکتر ۶ تومان برداشته است. پس اگر برادر بزرگتر ۲ تومان به برادر کوچکتر بدهد، پول هر دو، مساوی می شود.

۶۵- هر چهار نفر در جمع خودشان ۶ بازی انجام می دهند. پس مجموع امتیازاتی که در بازی های بین خودشان کسب می کنند ۶ امتیاز می باشد. (واضح است که هر کدام از این چهار نفر می توانند در بازی با دیگران امتیازاتی کسب کنند) بنابراین مجموع امتیازات چهار نفر آخر حداقل ۶ می باشد در نتیجه: « نفر دوم حداقل ۶ امتیاز دارد ». حال ثابت می کنیم که امتیاز نفر دوم نمی تواند بیشتر از ۶ باشد. نفر اول یا ۷ امتیاز کسب کرده یا ۶/۵ (زیرا امتیاز او باید از نفر دوم بیشتر باشد) اگر امتیاز نفر اول ۷ باشد، نفر اول هر هفت نفر دیگر را شکست داده است پس نفر دوم را هم شکست داده است و امتیاز نفر دوم از ۶ بیشتر نیست. اگر نفر اول ۶/۵ امتیاز کسب کرده باشد باز هم نفر دوم نمی تواند بیش از ۶ امتیاز داشته باشد (چون امتیاز ها متفاوت است) به این ترتیب امتیاز نفر دوم دقیقاً برابر است با ۶. در نتیجه مجموع امتیازات چهار نفر آخر هم ۶ می باشد. و این همان ۶ امتیازی است که در بازی های مقابل هم بدست آورده اند. یعنی در بازی با چهار نفر اول هیچ امتیازی کسب نکرده اند پس از همه چهار نفر شکست خورده اند یعنی به طور مثال نفر سوم، نفر پنجم را شکست داده است و ...





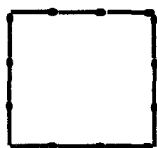
پاسخ ها



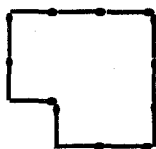
۶۶- از اولی آغاز می کنیم . گفته او مبنی بر اینکه طاهها رتبه دوم را کسب نموده درست نیست زیرا در این صورت باید بپذیریم که تماشاچی دوم در ادعای خود مبنی بر اینکه طاهها مقام اول را بدست آورده است اشتباه کرده ولی ادعای دوم تماشاچی دوم هم قابل قبول نیست زیرا در این صورت هم طاهها و هم فرید به مقام دوم رسیده اند . بنابراین تماشاچی اول در این ادعای خود که امید سوم شده است اظهار نظر صحیح داشته است لذا امید نفر سوم شده است .

ادعای اول نفر سوم درست است چون ادعای دوم او غلط است .
پس حسین نفر دوم شده است در نتیجه ادعای دوم تماشاچی دوم اشتباه است .
پس ادعای اول او درست است یعنی طاهها به مقام اول رسیده است .
و بدیهی است که فرید نفر چهارم شده است .

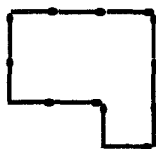
۶۷- پاسخ ، در شکل های زیر ، نشان داده شده است :



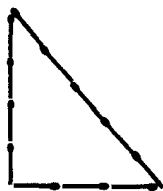
۹
کبریت مربع



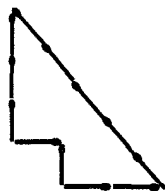
۸
کبریت مربع



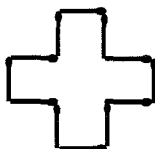
۷
کبریت مربع



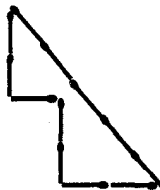
۶
کبریت مربع



۵
کبریت مربع



۵
کبریت مربع

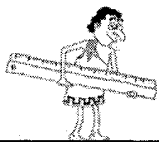


۴
کبریت مربع



۳
کبریت مربع





پاسخ ها



۶۸- اگر نوبت به شخصی برسد و ۴ چوب کبریت مانده باشد در هر صورت این شخص بازنده است چون اگر این شخص ۱ چوب کبریت بردارد، نفر بعدی ۳ چوب کبریت بر می دارد و برنده می شود. اگر این شخص ۲ چوب کبریت بردارد، نفر بعدی ۲ چوب کبریت بر می دارد و برنده می شود. اگر این شخص ۳ چوب کبریت بردارد نفر بعدی ۱ چوب کبریت بر می دارد و برنده می شود.

با تعمیم همین روش اگر نوبت به شخصی برسد و ۸ چوب کبریت مانده باشد نفر بعدی می تواند طوری بازی کند که این شخص بازنده شود و ... پس «شهرام» باید به گونه ای بازی کند که هر بار بعد از برداشتن چند چوب کبریت تعداد چوب کبریت های باقی مانده مضرب ۴ باشد. مشخص است که در آغاز باید ۲ چوب کبریت بردارد تا ۲۰ چوب کبریت بماند «حسن» ۱، ۲ یا ۳ چوب کبریت بر می دارد. شهرام به گونه ای عمل کند که ۱۶ چوب کبریت بماند و ...

۶۹- کل دارایی فرزاد و سجاد در حال حاضر، دو مرغ ۳۱۰ تومانی و مبلغ ۹۳۰ تومان پول می باشد. که ارزش کل آن ها برابر است با: $2 \times 310 + 930 = 1550$
این مبلغ را باید به نسبت سهم اولیه شان بین آن ها تقسیم کرد. با یک تناسب ساده این کار را انجام می دهیم:

$$\frac{510}{930} = \frac{x}{1550} \Rightarrow x = 850 \quad \text{سهم فرزاد}$$

$$1550 - 850 = 700 \quad \text{سهم سجاد}$$

سجاد که اصرار دارد هر دو مرغ را بردارد باید ۸۰ تومان به او برسد زیرا:

$$700 = 310 \times 2 + 80$$

۷۰- تعداد صفحات این کتاب نمی تواند یک عدد چهار رقمی باشد زیرا تعداد ارقام اعداد یک رقمی و دو رقمی و سه رقمی روی هم برابر است با:

$$(1 \times 9) + (2 \times 99) + (3 \times 999) = 2889 > 1350$$





پاسخ ها



تعداد ارقام به کار رفته ۱۳۵۰ تا می باشد که ۱۸۹ تای آن مربوط به اعداد یک رقمی و دو رقمی می باشد . پس تعداد ارقامی که برای شماره گذاری صفحات با شماره سه رقمی به کار رفته است برابر است با : $1161 = 1350 - 189$ و چون هر صفحه با شماره سه رقمی ، دارای ۳ رقم می باشد بنابراین این : $387 = 1161 \div 3$ یعنی ۳۸۷ صفحه از این کتاب شماره سه رقمی دارد . اگر به این تعداد صفحه ، تعداد صفحات با شماره یک رقمی و دو رقمی یعنی ۹۹ صفحه را بیفزاییم تعداد صفحات کتاب معلوم می شود :

$$387 + 99 = 486$$

این کتاب ۴۸۶ صفحه دارد .

۷۱- الف) عدد ۱۲۳۴۵۶۷۸۹ را در نظر بگیرید به هر ترتیبی که چهار رقم را از این عدد حذف کنیم ، عدد پنج رقمی حاصل دارای شرایط مورد نظر ما خواهد بود . تعداد حالات ممکن برابر است با :

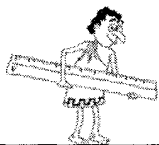
$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \times 5!} = 126$$

ب) عدد ۹۸۷۶۵۴۳۲۱۰ را در نظر بگیرید به هر ترتیبی که پنج رقم را از این عدد حذف کنیم ، عدد پنج رقمی حاصل دارای شرایط مورد نظر ما خواهد بود . تعداد حالات ممکن برابر است با :

$$\binom{10}{5} = \frac{10!}{5! \times 5!} = 252$$

۷۲- از جعبه ای که روی آن نوشته شده است « سیب و پرتقال » یک میوه خارج می کنیم . اگر « سیب » بود ، معلوم می شود محتوای این جعبه فقط سیب است . و جعبه ای که روی آن « پرتقال » نوشته شده است حتماً حاوی « سیب و پرتقال » است و جعبه ای که روی آن « سیب » نوشته شده است ، حاوی پرتقال است . به همین ترتیب اگر میوه ای که از جعبه سیب و پرتقال خارج کردیم ، پرتقال باشد ، با استدلال مشابه می توان محتویات جعبه های دیگر را تعیین کرد .





پاسخ ها



		۱		
	۴		۲	
۷		۵		۳
	۸		۶	
		۹		

۷۳- الف) در هر یک از چهار طرف جدول یک خانه مطابق شکل اضافه می کنیم و اعداد ۱ تا ۹ را به صورت مورب در خانه های جدول وارد می کنیم .
اعدادی را که درون جدول اصلی قرار گرفته اند در جای خود ثابت نگه می داریم .

	۴	۹	۲	
	۳	۵	۷	
	۸	۱	۶	

عدد ۱ را به پایین ترین خانه ی خالی جدول منتقل می کنیم .

عدد ۹ را به بالا ترین خانه ی خالی جدول منتقل می کنیم .

۱	۲	۳	۴
۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

عدد ۳ را به غربی ترین خانه ی خالی جدول منتقل می کنیم .

عدد ۷ را به شرقی ترین خانه ی خالی جدول منتقل می کنیم .

۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
۱۲	۱۱	۱۰	۹
۸	۷	۶	۵
۴	۳	۲	۱

همان طور که مشاهده می شود ، مجموع اعداد هر سطر هر ستون و هر قطر ۱۵ می باشد .

ب) اعداد ۱ تا ۱۶ را در جدول شماره (۱) از بالا به پایین و در جدول شماره (۲) از پایین به بالا مطابق شکل جای گذاری می نماییم .

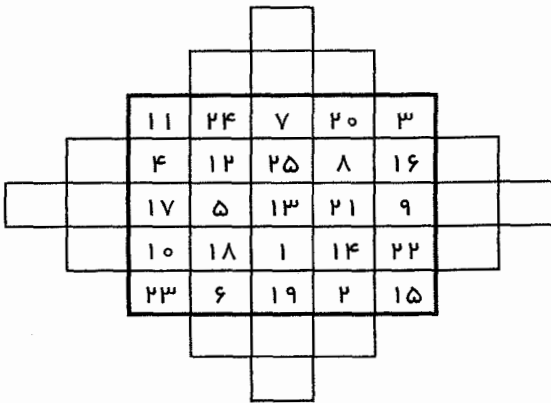
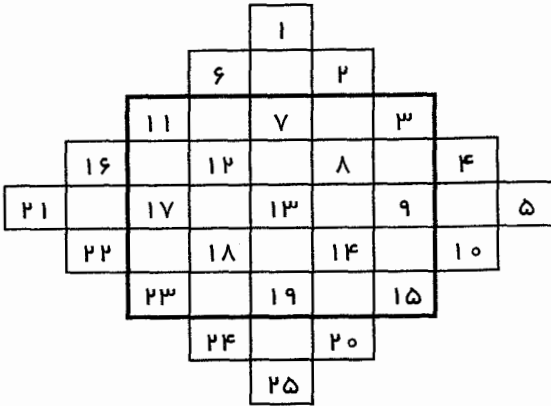
۱	۱۵	۱۴	۴
۱۲	۶	۷	۹
۸	۱۰	۱۱	۵
۱۳	۳	۲	۱۶

سپس اعدادی را که در خانه های هاشور خورده قرار دارند حذف کرده و بقیه ی اعداد را به جدول شماره (۳) منتقل می کنیم .





پاسخ ها



ج (مطابق شکل ، اطراف جدول اصلی ابتدا ۳ و سپس ۱ خانه اضافه می کنیم .

سپس به صورت مورب اعداد ۱ تا ۲۵ را در جدول قرار می دهیم .

هر یک از اعدادی را که خارج از جدول اصلی قرار گرفته اند در همان سطر یا ستون به آخرین خانه خالی جدول منتقل می کنیم .

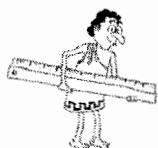
واضح است که مجموع اعداد هر سطر و هر ستون و هر قطر برابر ۶۵ است .

- ۷۴- در اعداد ۱ تا ۱۰ رقم ۶ ، یک بار به کار رفته است .
- در اعداد ۱ تا ۱۰۰ رقم ۶ ، ۲۰ بار به کار رفته است .
- در اعداد ۱ تا ۱۰۰۰ رقم ۶ ، ۳۰۰ بار به کار رفته است .
- در اعداد ۱ تا ۱۰۰۰۰ رقم ۶ ، ۴۰۰۰ بار به کار رفته است .

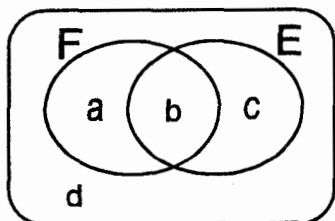
بنابراین تعداد ارقام ۶ به کار رفته در اعداد ۱ تا ۵۱۴۵۲ برابر است با :

$$(۵ \times ۴۰۰۰) + (۱ \times ۳۰۰) + (۴ \times ۲۰) + (۵ \times ۱) = ۲۰۳۸۵$$





پاسخ ها



۷۵- با توجه به نمودار مقابل :

$a =$ تعداد افرادی که فقط با زبان فرانسوی آشنا هستند .

$b =$ تعداد افرادی که هم با زبان فرانسوی آشنا هستند و هم با انگلیسی .

$c =$ تعداد افرادی که فقط با زبان انگلیسی آشنا هستند .

$d =$ تعداد افرادی که نه با زبان فرانسوی آشنایی دارند و نه با زبان انگلیسی .

با توجه به صورت مسئله ، $d = ۵۳$ و $a + b + c + d = ۱۸۰$ ، بنابراین :

$$a + b + c = ۱۲۷ \quad \text{رابطه (۱)}$$

از طرفی : $a + b = ۵۱$ و $b + c = ۸۴$ اگر طرفین دو تساوی اخیر را جمع

کنیم ، خواهیم داشت :

$$a + b + c + b = ۱۳۵ \quad \text{رابطه (۲)}$$

با توجه به رابطه های (۱) و (۲) خواهیم داشت : $b = ۸$

۷۶- فرض کنیم تعداد دانش آموزان کلاس دوم که در مسابقه شرکت کرده اند x باشد ،

در این صورت تعداد کل شرکت کنندگان $x + ۲$ می باشد و تعداد مسابقاتی که بین آنها

برگزار می شود $\frac{(x+۲)(x+۱)}{۲}$ می باشد . هر مسابقه یک امتیاز دارد . پس مجموع

امتیازات همه شرکت کنندگان $\frac{(x+۲)(x+۱)}{۲}$ می باشد . از آنجایی که دو نفر کلاس اولی روی

هم ۸ امتیاز آورده اند پس مجموع امتیازات دانش آموزان کلاس دوم برابر است با :

$$۸ - \frac{(x+۲)(x+۱)}{۲}$$

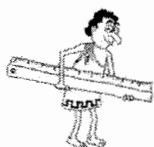
این عدد باید بر X بخش پذیر باشد . پس از ساده کردن داریم :

$$\frac{x^2 + 3x + 2 - 16}{۲} = \frac{x^2 + 3x - 14}{۲}$$

یعنی حاصل کسر روبرو باید یک عدد طبیعی باشد :

$$\frac{x^2 + 3x - 14}{۲x} \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{2x^2 + 6x - 28}{4x} \in \mathbb{N} \Rightarrow x + 3 - \frac{14}{x} \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{14}{x} \in \mathbb{N}$$





پاسخ ها



یعنی شرط لازم برای این که $\frac{x^2+3x-14}{2x}$ عضو اعداد طبیعی باشد، این است که ۱۴ بر x بخش پذیر باشد در این صورت x می تواند ۱ یا ۲ یا ۷ یا ۱۴ باشد.

از آنجایی که مجموع امتیازات دو نفر کلاس اول ۸ است، طبق اصل لانه کبوتر امتیاز یکی از آنها حداقل ۴ است یعنی حداقل با ۴ نفر مسابقه داده است پس تعداد کل شرکت

کنندگان از ۵ کمتر نیست یعنی:

پس x نمی تواند ۱ یا ۲ باشد. در نتیجه:

$$x = 7 \text{ یا } 14$$

اگر $x = 7$ ، آن گاه تعداد شرکت کنندگان ۹ و مجموع امتیازات ۳۶ می باشد در نتیجه مجموع امتیازات دانش آموزان کلاس دوم ۲۸ و امتیاز هر کدام ۴ می باشد و اگر $x = 14$ تعداد شرکت کنندگان ۱۶ و مجموع امتیازات آنها ۱۲۰ می باشد در نتیجه مجموع امتیازات کلاس دومی ها، ۱۱۲ و امتیاز هر کدام ۸ می باشد. پس مسئله دو جواب دارد:

$$x = 7 \quad \text{و} \quad x = 14$$

۷۷- پس از انجام هر بازی، یک تیم از دور مسابقات حذف می شود. برای تعیین قهرمان لازم است ۲۸۴ تیم حذف شوند. پس باید ۲۸۴ بازی انجام شود. به طور کلی برای تعیین قهرمان از بین n تیم، $(n-1)$ بازی لازم است.

۷۸- اگر تعداد صفحات هر جلد کتاب را n در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$(1+n) + ((n+1) + 2n) + ((2n+1) + 3n) + \dots + ((12n+1) + 13n) = 30433$$

$$\Rightarrow 13(13n+1) = 30433$$

$$\Rightarrow n = 180$$

یعنی هر کتاب ۱۸۰ صفحه دارد.





پاسخ ها



۷۹- دو عدد را a و b فرض کنید ، در این صورت :

$$ab = a + b \Rightarrow ab - b = a \Rightarrow b(a-1) = a$$

$$\Rightarrow b = \frac{a}{a-1}$$

عدد a را به طور دلخواه انتخاب می کنیم و عدد b با رابطه فوق به دست می آید . مثلاً اگر a را ۵ در نظر بگیریم ، داریم :

$$b = \frac{5}{5-1} = \frac{5}{4} = 1/25$$

و خواهیم داشت :

$$5 + 1/25 = 6/25 \quad \text{و} \quad 5 \times 1/25 = 6/25$$

۸۰- از این که $e + r = e$ نتیجه می گیریم $r = 0$. از طرف دیگر برای این که عدد five بر ۵ بخش پذیر باشد ، باید رقم یکانش ۰ یا ۵ باشد . ولی چون $r = 0$ و $r \neq e$ پس $e = 5$.

$$\begin{array}{r} \text{f i v e} \\ + \text{f o u e} \\ \hline \text{n i n e} \end{array}$$

ستون سوم جمع را در نظر بگیرید . ۰ باید صفر یا ۹ باشد تا با ۰ جمع شود و رقم یکانش همان ۰ شود . ولی $r = 0$ و $0 \neq r$ پس $0 = 9$ و برای ستون چهارم جمع خواهیم داشت :

$$\text{رابطه (۱)} \quad n = 2f + 1$$

از ستون اول " ده بر یک " تولید نمی شود ، پس : $\text{رابطه (۲)} \quad u + v = 10 + n$

اگر از دو رابطه (۱) و (۲) را حذف کنیم ، خواهیم داشت :

$$u + v = 2f + 11$$

از آنجایی که u و v حداکثر می توانند ۸ باشند ، f حداکثر می تواند ۲ باشد ، ولی اگر $f = 2$ ، باشد لازم است که $n = 5$ و n با e برابر می شود ، پس f حتماً ۱ است و $n = 3$.

$$\text{باید } u + v = 13 \text{ باشد ، پس } u = 6 \text{ (زیرا عدد four مضرب ۴ است)} \quad \text{و } v = 7$$

$$\begin{array}{r} \text{1 1 v e} \\ + \text{1 9 u e} \\ \hline \text{3 1 2 e} \end{array}$$

عدد nine باید بر ۳ بخش پذیر باشد .





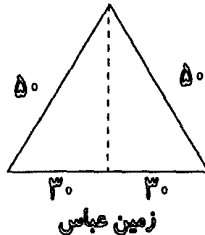
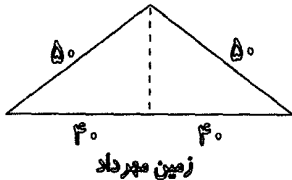
پاسخ ها



پس ا باید ۱، ۴ یا ۷ باشد و چون $f = ۱$ و $v = ۷$ پس $i = ۴$ و جمع به صورت زیر کامل می شود .

$$\begin{array}{r} ۱۴۷۵ \\ + ۱۹۶۰ \\ \hline ۳۴۳۵ \end{array}$$

۸۱- برای محاسبه مساحت زمین مهرداد ابتدا ارتفاع مثلث را با استفاده از رابطه فیثاغورس تعیین می کنیم :



ارتفاع = ۳۰

$$\text{مساحت زمین مهرداد} = \frac{۳۰ \times ۸۰}{۲} = ۱۲۰۰$$

همچنین مساحت زمین عباس را به کمک محاسبه ارتفاع مثلث حساب می کنیم :

ارتفاع = ۴۰

$$\text{مساحت زمین عباس} = \frac{۴۰ \times ۶۰}{۲} = ۱۲۰۰$$

تعجب نکنید مساحت هر دو زمین ۱۲۰۰ متر مربع می باشد . بنابراین عباس سر خودش کلاه گذاشته است .

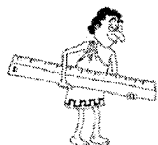
۸۲- چنانچه مشاهده می شود در تمام معادلات ، عدد ثابت برابر است با پنج برابر ضریب Z . بنابراین جواب دستگاه چنین است :

$$x = y = t = u = v = ۰ \quad \text{و} \quad z = ۵$$





پاسخ ها



۸۳- پاسخ مثبت است ، می دانیم هر دو درخت روی یک خط قرار دارند . خط L را چنان در نظر بگیرید که با هیچ یک از خطوطی که از هر دو درخت می گذرد موازی نباشد و همه درخت ها در یک طرف خط L باشند . خط L را به گونه ای که راستای آن تغییر نکند حرکت می دهیم . در هر لحظه حداکثر یک درخت روی آن خواهد بود . هنگامی که از نیمی از درخت ها عبور کردیم ، انتقال را پایان می دهیم .

۸۴- اگر یک گردو به تعداد گردو ها اضافه کنیم ، عدد حاصل بر تمام اعداد ۲ تا ۱۰ بخش پذیر خواهد شد . کوچکترین عددی که چنین ویژگی دارد ، کوچکترین مضرب مشترک عدد های ۲ تا ۱۰ است . یعنی عدد ۲۵۲۰ . پس مشخص می شود : تعداد گردو ها در ابتدا ۲۵۱۹ بوده است .
واضح است که این عدد بر ۱۱ بخش پذیر است .

۸۵- مقدار پول حاجی را x ، پول شفیع را y ، پول قلی را z و قیمت کتاب را A در نظر می گیریم . خواهیم داشت :

$$x + 36 = A \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$y + 32 = A \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$z + 7 = A \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$x + y + z < A \quad \text{رابطه (۴)}$$

اگر طرفین روابط (۱) و (۲) و (۳) را با هم جمع کنیم خواهیم داشت :

$$x + y + z + 75 = 3A$$

$$75 > 2A \quad \text{و با توجه به رابطه (۴) داریم :}$$

$$A < 37.5 \quad \text{و در نتیجه :}$$

$$A > 36 \quad \text{از طرفی می دانیم :}$$

$$A = 37 \quad \text{بنابراین :}$$





پاسخ ها



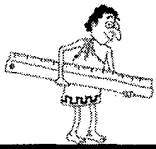
۸۶- اگر مجموع دو عدد زوج باشد ، تفاضل آن ها هم عددی زوج است .
و اگر مجموع دو عدد ، عددی فرد باشد ، تفاضل آن ها هم فرد است .
مجموع اعداد نوشته شده روی تخته سیاه ، ۵۵ می باشد که عددی فرد است . وقتی به جای دو عدد ، تفاضل آنها را می نویسیم ، هم چنان باید مجموع همه اعداد روی تخته سیاه باز هم عددی فرد باشد . در حالی که صفر عددی زوج است و پاسخ پرسش منفی است .

۸۷- مندلی ها را مانند صفحه شطرنج سیاه و سفید فرض کنید . با توجه به این که تعداد مندلی ها فرد است ، تعداد مندلی های سیاه و سفید با هم برابر نیست (زیرا در آن صورت مجموع دو عدد مساوی ، زوج می شد)
مشخص است که اگر دانش آموزی روی مندلی سفید نشسته باشد ، مندلی مجاورش حتماً مشکی است . پس هر دانش آموز که روی مندلی سفید نشسته است باید به مندلی سیاه منتقل شود و بالعکس و این غیر ممکن است ، زیرا تعداد مندلی های سیاه و سفید برابر نیست .

۸۸- محمد که ازدواج کرده است ، مسئول برگزاری آزمون ها نیست و چون از مدیر بلند قد تر است ، پس مدیر هم نیست ، یعنی محمد معاون آموزشی است . موسی هم که پدر محمد است (ازدواج کرده است) پس نمی تواند مسئول برگزاری آزمون ها باشد ، یعنی موسی مدیر است .
در نتیجه علی ، مسئول برگزاری آزمون ها است .

۸۹- شیر A در یک ساعت $\frac{1}{4}$ حوض و شیر B در یک ساعت $\frac{1}{3}$ حوض را پر می کند ، پس در یک ساعت $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ حوض پر می شود . زمان لازم برای پر شدن حوض را با یک تناسب ساده می توان تعیین کرد . برای پر شدن $\frac{5}{6}$ حوض یک ساعت زمان لازم است ، برای پر شدن ۱ حوض زمان لازم برابر است با :





پاسخ ها



$$\frac{5}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1 \times 1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5} \text{ ساعت}$$

زمان لازم برای پر شدن حوض $\frac{6}{5}$ ساعت یا « یک ساعت و ۱۲ دقیقه » می باشد .

نکته : اگر شیر A به تنهایی حوض آب را در a ساعت و شیر B به تنهایی همان حوض را در b ساعت و هر دو شیر با هم همان حوض را در X ساعت پر کنند ، خواهیم داشت :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}$$

در این مسأله داریم :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{6}{5}$$

۹۰ - شیر A در یک ساعت $\frac{1}{4}$ حوض و شیر B در یک ساعت $\frac{1}{6}$ حوض و شیر C در یک

ساعت $\frac{1}{12}$ حوض را پر می کند . بنابراین این سه شیر در یک ساعت $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$

حوض را پر می کنند . پس زمان لازم برای پر شدن حوض ۲ ساعت می باشد .

نکته : اگر شیر A به تنهایی حوض آب را در a ساعت ، شیر B به تنهایی همان حوض را در b ساعت و شیر C به تنهایی همان حوض را در c ساعت و هر سه شیر با هم همان حوض

را در X ساعت پر کنند ، خواهیم داشت :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{x}$$

در این مسأله داریم :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 2$$

۹۱ - شیر A در یک ساعت $\frac{1}{3}$ حوض و شیر B در یک ساعت $\frac{1}{4}$ حوض را پر می کنند و

دریچه در یک ساعت $\frac{1}{6}$ حوض را خالی می کند .





پاسخ ها



پس در یک ساعت $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ حوض پر از آب می شود . در یک ساعت $\frac{2}{3}$ حوض پر می شود در چند ساعت کل حوض پر می شود ؟

$$\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = \frac{1}{\frac{2}{3}} = 1/5$$

نکته : اگر شیر A به تنهایی حوض آب را در a ساعت و شیر B همان حوض را در b ساعت پر کنند و دریچه C حوض پر از آب را در c ساعت خالی کند ، در حالتی که هر دو شیر و دریچه باز باشند X ساعت طول می کشد تا حوض پر شود :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{1}{x}$$

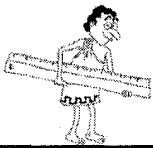
در این مسئله داریم :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

۹۲- او درست فکر کرده بود که در هر ساعت ، ۲ بار عقربه ها بر هم عمود می شوند اما به این نکته دقت نکرده بود که از ساعت ۲ تا ۴ به جای ۴ بار ، ۳ بار عقربه های ساعت بر هم عمود می شوند . همین طور از ساعت ۸ تا ۱۰ .
پس در مدت ۱۲ ساعت ، عقربه ها ۲۲ بار بر هم عمود خواهند شد و دستمزد روزانه یوسف ۲۲۰۰۰ تومان است .

۹۳- این ماجرا را از آخر به اول مورد بررسی قرار می دهیم . با توجه به این که در هر مرحله ابتدا نصف سیب ها را بر می داشتیم و سپس نصف یک سیب را ، بنابراین اگر بخواهیم این دو عمل را از آخر به اول انجام دهیم باید در هر مرحله ابتدا $\frac{1}{4}$ سیب را در جعبه قرار داده و سپس محتوای جعبه را ۲ برابر کنیم . بدین ترتیب طبق جدول صفحه ی بعد ، تعداد سیب های موجود در جعبه ، در آغاز ۱۲۷ سیب بوده است .





پاسخ ها



۰	$\xrightarrow{+\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\xrightarrow{\times 2}$	۱
۱	$\xrightarrow{+\frac{1}{2}}$	$\frac{3}{2}$	$\xrightarrow{\times 2}$	۳
۳	$\xrightarrow{+\frac{1}{2}}$	$\frac{7}{2}$	$\xrightarrow{\times 2}$	۷
۷	$\xrightarrow{+\frac{1}{2}}$	$\frac{15}{2}$	$\xrightarrow{\times 2}$	۱۵
۱۵	$\xrightarrow{+\frac{1}{2}}$	$\frac{31}{2}$	$\xrightarrow{\times 2}$	۳۱
۳۱	$\xrightarrow{+\frac{1}{2}}$	$\frac{63}{2}$	$\xrightarrow{\times 2}$	۶۳
۶۳	$\xrightarrow{+\frac{1}{2}}$	$\frac{127}{2}$	$\xrightarrow{\times 2}$	۱۲۷

۹۴- اولاً: در دو طرف هر برگه دو عدد وجود دارد که یکی فرد و دیگری زوج است پس مجموع آنها فرد خواهد بود. پس از جمع کردن دو عدد موجود در هر برگه عددی فرد به دست می آید. ۳۵ برگه جدا شده از کتاب، شامل ۷۰ عدد می باشد که ۳۵ تای آنها زوج و ۳۵ تای آنها فرد می باشند بدیهی است که حاصل جمع این اعداد عددی فرد خواهد بود. پس گزینه ۲ نمی تواند جواب باشد.

ثانیاً: حداقل عددی که از حاصل جمع این ۷۰ عدد به دست می آید در صورتی حاصل خواهد شد که ۳۵ برگ را از ابتدای کتاب جدا کنیم، یعنی ۱، ۲، ۳، ...، ۷۰ حاصل جمع این اعداد برابر است با:

$$1+2+3+\dots+70 = \frac{70 \times 71}{2} = 2485$$

پس گزینه های ۱ و ۴ نیز نمی توانند جواب باشند. بنابراین گزینه ی ۳ تنها پاسخ مسأله خواهد بود.





پاسخ ها

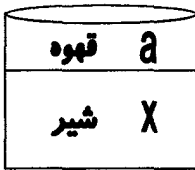


۹۵- طول ساق های مثلث های کوچک بریده شده نمی تواند برابر یک واحد باشد، زیرا ورقه طلایی که این دو مثلث کوچک از آن بریده شده است، مربع نیست! (11×10) .
به این دلیل بر خلاف آن چه که به ظاهر پیداست ابعاد جدید ورقه ی بزرگ طلا $11 \times 9\frac{1}{11}$ یا 10×11 خواهند بود و نه 10×11 .

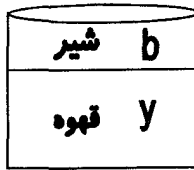
۹۶- هر قطعه مقوا دو خانه مجاور صفحه ی شطرنج را می پوشاند که یکی سفید و دیگری سیاه است. پس ۳۱ خانه سفید و ۳۱ خانه سیاه پوشیده می شود و ۱ خانه سفید و ۱ خانه سیاه باقی می ماند. از طرفی می دانیم دو خانه ای که در دو گوشه مقابل صفحه شطرنج واقع اند هم رنگ می باشند. پس چنین کاری غیر ممکن است.

۹۷- حجم شیر و قهوه در ابتدا برابر بوده است و در آخر کار هم حجم مخلوط در فنجان اول و دوم با هم مساوی است. یعنی هر چقدر از فنجان اول شیر خارج شده است، به همان مقدار قهوه وارد شده است که جمش ثابت مانده است.

به بیان دیگر؛



فنجان اول



فنجان دوم

$$\text{در ابتدا} : x + b = y + a$$

$$\text{در آخر کار} : x + a = y + b$$

اگر طرفین تساوی را با هم جمع کنیم خواهیم داشت :

$$2x + a + b = 2y + a + b$$

$$\Rightarrow x = y \Rightarrow a = b$$

یعنی مقدار شیر فنجان دوم، برابر است با مقدار قهوه در فنجان اول.



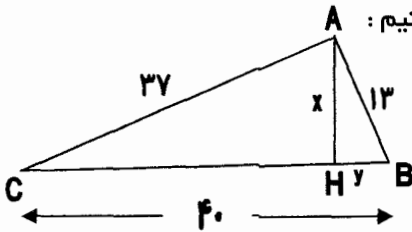


پاسخ ها



۹۸- با کمی دقت متوجه می شویم حامد و محمود و احمد هر سه بر خلاف حمید ، سخن گفته اند . از آنجائیکه فقط یک نفر راست گفته است ، فرد راستگو حمید است و با توجه به آن معلوم می شود حامد دروغ می گوید ، پس حامد انگشتر را برداشته است .

۹۹- مساحت هر یک از دو زمین را محاسبه می کنیم :
در زمین اولی :

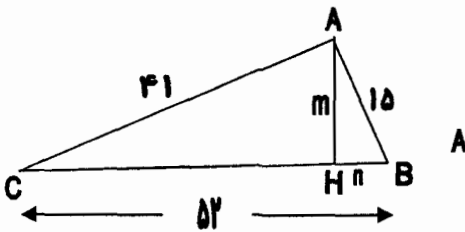


$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13^2 \\ x^2 + (40 - y)^2 = 37^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ x^2 + y^2 + 1600 - 80y = 1369 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 169 + 1600 - 80y = 1369 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow x = 12$$

$$\Rightarrow \text{مساحت زمین اول} = \frac{12 \times 40}{2} = 240$$

در زمین دومی:



$$\begin{cases} m^2 + n^2 = 15^2 \\ m^2 + (52 - n)^2 = 41^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 + n^2 = 225 \\ m^2 + n^2 - 104n + 2704 = 1681 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 225 - 104n + 2704 = 1681 \Rightarrow n = 12$$

$$\Rightarrow m = 9$$

$$\text{مساحت زمین دوم} = \frac{9 \times 52}{2} = 234$$





پاسخ ها



برای فرزند باور کردن این مسئله دشوار بود ولی « حسن » با این محاسبات به او فهماند که « میران » سر او کلاه گذاشته است .

۱۰۰- الف) چون هر دو عدد ، اول می باشند رقم یکان آن ها یعنی b نمی تواند زوج یا ۵ باشد از رقم ۱ هم که نباید استفاده شود ، در ضمن ۹ هم نمی تواند باشد چون در این صورت باید $d = 1$ باشد که با شرط مسأله مغایرت دارد پس b باید ۳ یا ۷ باشد .

$$\begin{array}{r}
 a f g g b \\
 \times \quad \quad \quad f b \\
 \hline
 f h d f d \\
 + a a d b e i \\
 \hline
 a b c d e a d
 \end{array}$$

سطر اول
 سطر دوم
 سطر سوم
 سطر چهارم
 سطر پنجم

از طرفی چون a نمی تواند ۱ باشد بنابراین a حداقل ۲ است اگر $b = 7$ باشد حاصل ضرب b (سطر دوم) در عدد $afggb$ (سطر اول) شش رقمی می شود در حالی که باید حاصل این ضرب پنج رقمی (یعنی عدد $fhdfd$ (سطر سوم)) شود.

پس b نمی تواند ۷ باشد در نتیجه : $b = 3$
 بلافاصله می توان نتیجه گرفت که : $d = 9$

a نمی تواند ۳ باشد چون b مساوی ۳ شده است اگر $a > 3$ باشد آن گاه حاصل ضرب b (که مساوی ۳ می باشد) در $afggb$ (سطر اول) شش رقمی خواهد شد ، در حالی که باید پنج رقمی باشد . پس : $a = 2$.

چون f و a هیچ کدام ۱ یا ۲ نیستند ، پس $f + i = 12$ (در سطر سوم و چهارم) ، در نتیجه $10 + e = 1 + 9 + e$ و از آنجا نتیجه می شود $1 + h + 3 = 9$ (بدیهی است که $1 + h + 3$ نمی تواند ۱۹ شود) ، پس : $h = 5$.

از $f + i = 12$ نتیجه می شود f و a تنها می توانند ۴ و ۸ باشند (از بین ارقام ۰ ، ۴ ، ۶ ، ۷ یا ۸ که باقی مانده اند) و چون ۳ ضرب در $2fgg3$ برابر با $f59f9$ شده است ، قطعاً $f \geq 6$ باشد ، پس $f = 8$ و $i = 4$.

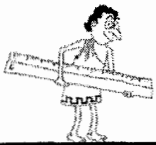
به آسانی می توان نتیجه گرفت که $g = 6$ و $c = 7$.

تا این جا همه رقم ها در ضرب به کار رفته است به غیر از صفر ، پس $e = 0$.
 و ضرب به صورتی که در صفحه ی بعد نشان داده شده است ، کامل می شود :





پاسخ ها



$$\begin{array}{r}
 28663 \\
 \times 83 \\
 \hline
 85989 \\
 229304 \\
 \hline
 2379029
 \end{array}$$

(با قرار دادن ۰۹۱۲ در سمت چپ عدد هفت رقمی جواب ضرب، شماره تلفن همراه آقای باطنی به دست خواهد آمد)

(ب) رقم یکان عدد دوم یا ۰ است یا ۵، اگر $N = 0$ باشد همه ارقام حاصل ضرب N در BBLI صفر می شود که چنین نیست. پس $N = 5$.

$$\begin{array}{r}
 \text{BBLI} \quad (1) \text{ ردیف} \\
 \times \text{KNN} \quad (2) \text{ ردیف} \\
 \hline
 \text{LLFLN} \quad (3) \text{ ردیف} \\
 \text{LLFLN} \quad (4) \text{ ردیف} \\
 + \text{FHNLG} \quad (5) \text{ ردیف} \\
 \hline
 \text{KALAKIN} \quad (6) \text{ ردیف}
 \end{array}$$

از آنجائیکه عدد ردیف (۳) فرد است، پس ا هم فرد بوده است، در ستون دوم L با N جمع شده است و ا بدست آمده است، پس L، زوج است. ده بر یک حاصل ضرب رقم یکان دو عدد حتماً زوج بوده است، زیرا در ضرب رقم یکان ردیف (۲) در رقم دهگان ردیف (۱)، حاصل زوج شده است.

$$\boxed{\text{زوج} = \text{ده بر یک} + (N \times L)}$$

از بین ارقام فرد، فقط ارقام ۱ و ۵ و ۹ هستند که اگر در ۵ ضرب شوند، ده بر یک زوج تولید می کنند.

$I \neq 1$. زیرا در این صورت در ستون دوم جمع، L باید ۶ باشد که غیر ممکن است. ولی ا نمی تواند ۵ باشد، چون N، ۵ است، پس $I = 9$.

بنابراین در ستون دوم جمع، L بدست می آید و $L = 4$.

در ضرب رقم یکان ردیف (۲) در عدد ردیف (۱) حاصل ۴۴۴۵ شده است، پس B حتماً ۸ بوده است.

به این ترتیب اگر عدد ۵ را در عدد ردیف (۱) ضرب کنیم، حاصل ۴۴۲۴۵ به دست می آید و معلوم می شود $F = 2$.





پاسخ ها



اگر به ستون هفتم (ستون آخر) جمع نگاه کنیم، متوجه می شویم که K باید ۳ باشد؛ زیرا نمی تواند با F برابر باشد و از طرفی ده بر یک ستون قبلی نمی تواند بیشتر از یک باشد، پس $K = 3$.
حال هر دو عدد ردیف (۱) و ردیف (۲) معلوم شدند

$$(1) \text{ عدد ردیف } = 8849$$

$$(2) \text{ عدد ردیف } = 355$$

و به راحتی با انجام عمل ضرب، همه حروف به دست می آیند:

$$\begin{array}{r} 8849 \\ \times 355 \\ \hline 44245 \\ 44245 \\ + 26547 \\ \hline 3141395 \end{array}$$

عدد به دست آمده در حاصل ضرب که یک عدد هفت رقمی است، در کنار ۰۹۱۲ شماره ی تلفن همراه آقای خلیلی است. ۰۹۱۲-۳۱۴۱۳۹۵

