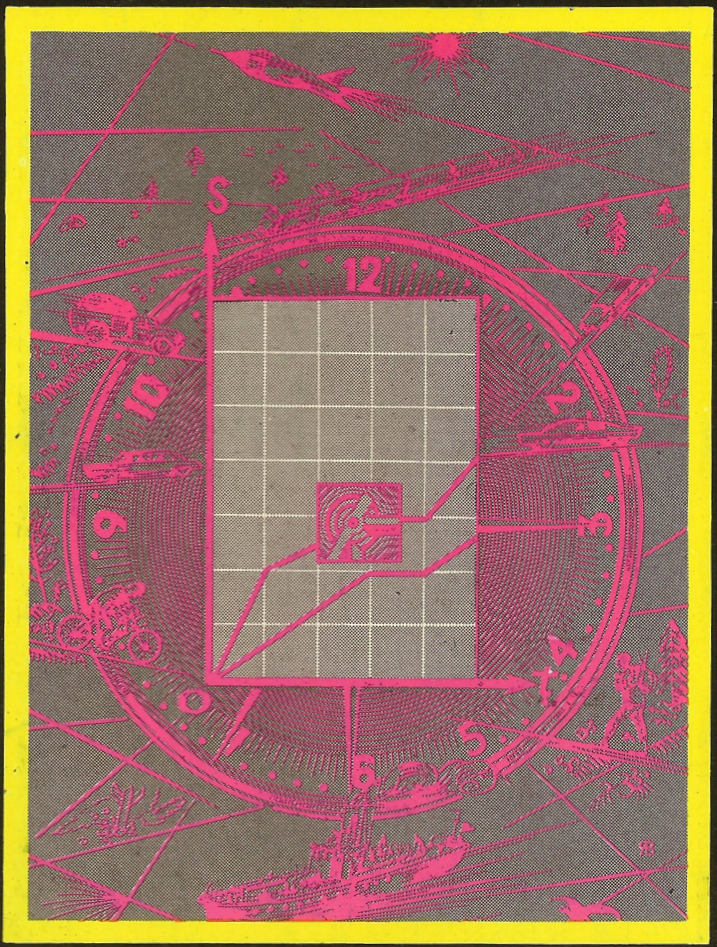
نگاهی به فیزیک

ل. تاراسو ـ آ. تاراسوا

مترجم: علی معصومی



این کتاب، نگاه مجددی است بر مطالب درسی فیزیك در سطح دبیرستان و درس عمومی فیزیك دانشگاهی. در **نگاهی به فیزیك**، مفاهیم و مطالبی که دانش‌آموزان و دانشجویان در کلاسهای فیزیك باآن سروکار داشته‌اند، به‌صورت محاوره و مباحثه ــ میان استاد و شاگرد ــ مطرح شده است. کتاب **نگاهی به فیزیك**، به‌عنوان کتاب مکمل درسی مورد استفاده قرار خواهد گرفت. هدف این کتاب، تأکید بر تجزیه و تحلیل و در نهایت، درك مفاهیم و قوانین است. بسیاری از مسائل مطرح‌شده، از آزمونهای ورودی انستیتوی مهندسی الکترونیك مسکو (۶۶ـ۱۹۶۴ م.) انتخاب شده است. کتاب **نگاهی به فیزیك**، بیشتر برای کسانی مفید خواهد بود که در آستانهٔ آزمونهای نهائی دبیرستانی و یا کنکور ورودی مؤسسات آموزش عالی هستند. موفق باشید.

ل. تاراسو
آ. تاراسوا

نگاهی به فیزیک

مترجم: علی معصومی

چاپ اول: زمستان ۱۳۶۳

لوتاراسو ـ آلدینا تاراسوا
L. Tarasov and A. Tarasova

نگاهی به فیزیک

Questions and Problems
In School Physics

مترجم: علی معصومی
چاپ دوم: زمستان ۱۳۶۵
فیلم و زینگ، لیتوگرافی تصویر
تعداد ۵۰۰۰ نسخه در «شرکت ایران‌چاپ» به‌چاپ رسید
حق هرگونه چاپ و انتشار، مخصوص نشر گستره است
ایران: تهران، خیابان انقلاب، خیابان دانشگاه، کوچهٔ پورجوادی، شمارهٔ ۱۳
تلفن: ۶۶۰۳۸۸

فهرست مطالب

پیشگفتار	۹
مقدمه	۱۱
۱) چگونه نمودارهای حرکت برروی خط راست را، در سینماتیک بررسی کنیم؟	۱۳
۲) نیروهای وارد بریک جسم را، چگونه‌نشان‌می‌دهید؟	۲۱
۳) آیا می‌توانید نیروی اصطکاک را معین‌کنید؟	۳۵
۴) برقوانین نیوتن چقدر احاطه دارید؟	۴۱
۵) چگونه به حل مسائل سینماتیک بپردازیم؟	۵۵
۶) چگونه به حل مسائل دینامیک بپردازیم؟	۶۷
۷) آیا به حساب‌آوردن نیروی اصطکاک، حل مسائل دینامیک را خیلی مشکل‌تر می‌کند؟	۷۵
۸) درباره حرکت دورانی	۸۳
۹) بی‌وزنی را، چگونه توضیح دهیم؟	۱۰۱
۱۰) چگونه قوانین بقای انرژی و اندازه حرکت خطی را بکار ببریم؟	۱۰۷
۱۱) حرکت ارتعاشی هارمونیک (همآهنگ)	۱۲۹
۱۲) پاندول، درحالت بی‌وزنی چه وضعی دارد؟	۱۳۹
۱۳) تاچه حد در تجزیه نیروها مهارت دارید؟	۱۴۷
۱۴) درباره تعادل اجسام چه می‌دانیم؟	۱۵۵
۱۵) چگونه گرانیگاه را مشخص کنیم؟	۱۶۳
۱۶) آیا قانون ارشمیدس را می‌دانید؟	۱۷۱
۱۷) آیا نیروی‌ارشمیدس، درسفینه‌فضایی‌هم‌عمل‌می‌کند؟	۱۷۹

۱۸) درباره نظریه جنبشی ــ ملکولی مواد، چه‌می‌دانید؟ ۱۸۳
۱۹) رفتار ویژه آب را در انبساط گرمائی، چگونه توجیه‌می‌کنید؟ ۱۹۷
۲۰) تاچه حد از قوانین گازها آگاهی‌دارید؟ ۱۹۹
۲۱) مسائل مربوط به‌قانون گازها را، چگونه حل‌می‌کنید؟ ۲۱۳
۲۲) بحث درباره نظریه‌میدان ۲۲۵
۲۳) چگونه میدان الکترواستاتیک راتوضیح بدهیم؟ ۲۳۱
۲۴) خطوط نیرو در مجاورت سطح اجسام رسانا، چه وضعی دارند؟ ۲۴۱
۲۵) حرکت درمیدان الکترواستاتیک یکنواخت را، چگونه بررسی می‌کنید؟ ۲۴۵
۲۶) آیا می‌توانید قانون کولن‌را به‌کار ببرید؟ ۲۵۷
۲۷) آیا قانون اهم را می‌دانید؟ ۲۶۷
۲۸) آیا می‌توان خازن را در مدار جریان‌مستقیم‌قرارداد؟ ۲۷۹
۲۹) چگونه مقاومت بخش‌های انشعابی یکمدار را محاسبه‌کنیم ۲۸۵
۳۰) چرا لامپ می‌سوزد؟ ۲۹۱
۳۱) می‌دانید پرتوهای نور چگونه بازتاب می‌یابند ومی‌شکفند؟ ۲۹۹
۳۲) چگونه تصویر را در آینه‌هاو عدسی‌ها رسم‌کنیم؟ ۳۰۹
۳۳) تاچه‌حد در مسائل مربوط به آینه‌ها وعدسی‌ها مهارت دارید؟ ۳۱۹
پاسخ مسائل ۳۲۶
یادآوری نکته‌ها و قوانین ۳۳۱

بنام خدا

پیشگفتار

این جزوه کوچک، نگاه مجددی بر مطالب درسی فیزیک در سطح دبیرستان و درس عمومی فیزیک‌دانشگاهی می‌اندازدو مفاهیم و مطالبی را که دانش‌آموزان و دانش‌جویان در کلاسهای فیزیک با آن سروکار داشته‌اند، به صورت محاوره‌ای ـ میان استاد و شاگردان ـ به صورتی تازه و موشکافانه مجددا "مطرح می‌کند، و با بهره‌جوئی از محیط مباحثه، به ذکر بسیاری از اشتباهات و سوءتفاهمات رایج در بیان مفاهیم و حل مسائل، می‌پردازد.

پس، این دفتر را باید به عنوان مکمل کتاب درسی مورد استفاده قرار داد. اگر در طول سال تحصیلی از آن استفاده می‌کنید می‌توانید پس از هر فصل درسی کلاسی، فصل مربوط به آنرا در این کتاب بخوانید و مسائل آنرا حل کنید. بدین‌ترتیب میتوان حتی از سال اول تجربی مطالعه این کتاب را آغاز کرد.

برخود لازم می‌دانم این نکته را یادآوری کنم که: هدف این جزوه، تاکید برتجزیه و تحلیل و درنهایت، درک مفاهیم و قوانین است. پیداست که درک مطالب، ضامن موفقیت دانش‌آموز در حل مسائل و کشف و ابداع است. کسی که فیزیک را بفهمد، مطمئنا" در امتحانات دبیرستانی و کنکورهای ورودی پیروز خواهد بود. اما ناگفته نماند که این کتاب، نه حل‌المسائل است و نه راهنمای کنکور، بلکه، وسیله‌ای است برای تشخیص

نقاط ضعف و رفع آنها.

مربیان دانشمند، بی‌شک در این کتاب مطلب تازه‌ای نخواهند یافت؛ اما به‌طرز ارائه تازه‌ای از مطالب درسی برخواهند خورد؛ و از سر لطف، نظرهای انتقادی واصلاحی خود رابه آدرس ناشر ارسال خواهند فرمود.

در پایان متن، برای مراجعه سریع شمابه پاره‌ای از قوانین و نکات مهم، فهرستی عرضه شده است.

با آرزوی توفیق

علی معصومی شهریور ۶۳

مقدمه

مؤلفان این کتاب،شیوه مکالمه بین "معلم" و "شاگرد" را برای تحلیل همه‌جانبه اشتباهاتی که در کار داوطلبان ورود به‌مؤسسات عالی مهندسی دیده می‌شود مناسب یافته‌اند. این کتاب با ارائه شیوه‌ها و راههای مختلف حل هر مساله،شما را برای شرکت در آزمونها و پرهیز از تکرار اشتباهات آماده می‌کند. بسیاری از مسائل مطرح شده،که پاسخ آنها در پایان کتاب آمده است،از آزمونهای ورودی انستیتوی مهندسی الکترونیک مسکو در سالهای ۱۹۶۶ – ۱۹۶۴ برگزیده شده است.

تحلیل و بررسی اشتباهات داوطلبان آزمونها،بسیار سازنده است. بدین ترتیب می‌توان به‌جنبه‌های مختلف مساله توجه کرد، نکات ظریف را دریافت و به‌درک کاملتر و اساسی‌تری رسید. می‌دانیم که هر مساله تنها یک راه حل صحیح دارد،حال آنکه بی‌نهایت راه حل نادرست می‌توان برای آن اندیشید. این راه حلهای نادرست را می‌توان تماما" پیش‌بینی کرد،که‌بسیاری از آنها در سکوت داوطلب مدفون می‌شوند، اما بسیاری از راه‌حلهای نادرست از فرط تکرار به‌صورت سنت درآمده است و این کتاب به‌این دسته از پاسخها می‌پردازد.

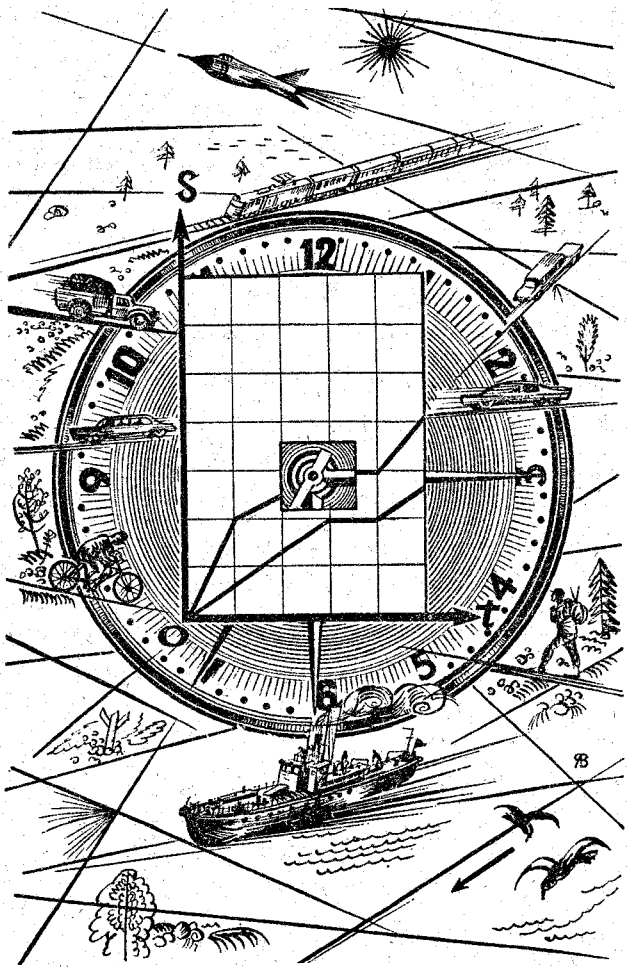
هشدار می‌دهیم که این جزوه کتاب درسی نیست و از نظم و سلسله مراتب ویژه برنامه‌های درسی دبیرستان تبعیت نمی‌کند،پس برای کسانی که تازه می‌خواهند فیزیک بخوانند بهیچوجه مناسب نیست.بلکه بیشتر به‌درد کسانی می‌خورد که پس از گذراندن دوره‌های درسی دبیرستان،و در آستانه آزمونهای نهائی یا ورودی،می‌خواهند بر دانش خود بیفزایند و برای پیروزی آماده شوند.

خواننده مطلوب ما کسی است که درسهای دبیرستانی را به‌پایان

رسانده، درک نسبتا" مناسبی از موضوع علم فیزیک دارد، اصول و فرمولها را بخاطر دارد، می‌تواند قوانین مختلف را بیان کند و واحدهای اندازه‌گیری را خوب می‌شناسد. چنین خواننده‌ای، در برزخ میان دبیرستان و دانشگاه حال می‌گذراند و می‌خواهد به‌دانشگاه راه یابد. در این صورت، این کتاب با توسعه دامنه دانش او بدردش می‌خورد.

پیش از هرچیز، کتاب ما نشان می‌دهد که حفظ کردن مطالب درسی علاوه بر اینکه مشقت‌بار است، بی‌حاصل است. دانش‌آموز بایستی بیاموزد که چگونه فکر کند و بدون از حفظ کردن کتاب، مطالب را یاد بگیرد. امیدواریم کتاب ما بتواند گامی در این مسیر باشد.

مؤلفان



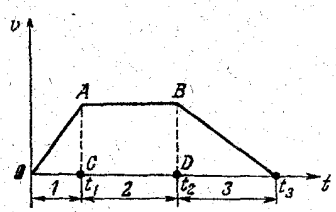
سینماتیک را از یاد نبرید ! موضوع چگونگی حرکت جسم در زمان و مکان، هم از لحاظ فیزیکی و هم از لحاظ علمی قابل توجه است .

۱) چگونه نمودارهای حرکت بر روی خط‌راست را درسینماتیک بررسی کنیم؟

معلم ــ شما حتما" نمودارهائی را دیده‌اید که نشان می‌دهند چگونه تندی در حرکت متشابه التغیر بر روی خط راست در مدت حرکت، به‌مسافت بستگی دارد. حالا در شکل ۱ نمودار تندی متحرکی را برحسب زمان می‌بینید. آیا می‌توانید با توجه به‌این شکل،نمودار مسافت طی شده را برحسب زمان رسم کنید؟

شاگرد ــ والله من تابحال چنین نموداری را رسم نکرده‌ام.

معلم ــ کار سختی نیست. بگذارید با هم مساله را حل کنیم. قبل از هر کار تمام مدت حرکت را به‌سه بخش تقسیم می‌کنیم. جسم در قسمت اول چه نوع حرکتی دارد و برای تعیین مسافت طی شده در این بخش چه فرمولی داریم؟



شکل (۱)

شاگرد ــ در قسمت اول حرکت،جسم با شتاب ثابت و بدون تندی اولیه حرکت می‌کند . فرمول محاسبه مسافت عبارت است از :

$$S(t) = \frac{1}{2} at^2 \qquad (1)$$

که در آن،a شتاب حرکت جسم است .

معلم ــ می‌توانید از روی نمودار تندی ، شتاب حرکت جسم را معین کنید ؟

شاگرد ــ بلی ، شتاب عبارت است از تغییر تندی در واحد زمان یا نسبت طول $\overline{AC}$ به‌طول $\overline{OC}$.

معلم ــ خوب . حالا برویم به‌سراغ قسمتهای دوم و سوم .

شاگرد ــ در قسمت دوم جسم با تندی ثابت v ،که در پایان قسمت اول حرکت بدست آورده است،حرکت می‌کند . فرمول مسافت برای این قسمت :

$$S = vt$$

است .

معلم ــ اجازه، اجازه، جوابتان دقیق نیست . در این قسمت حرکت یکنواخت از مبداء زمان شروع نشده است،بلکه از زمان t_1 آغاز شده است . از مبداء حرکت تا زمان t_1 ،متحرک مسافت $\frac{1}{2} at_1^2$ را طی کرده بود بنابراین ،بستگی مسافت به تندی در قسمت دوم،از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$S(t) = \frac{1}{2} at_1^2 + v(t - t_1) \qquad (2)$$

با توجه به‌این موضوع،حالا لطفا" رابطه را برای مسافت طی شده در قسمت سوم بنویسید .

شاگرد ــ حرکت در قسمت سوم،متشابه التغیر کند شونده است . اگر اشتباه نکنم ،فرمول محاسبه مسافت در این قسمت را به‌این صورت می‌نویسیم :

$$s(t) = \frac{1}{2}at_1^2 + v(t_2 - t_1) + v(t - t_2) - \frac{1}{2}a_1(t - t_2)^2$$

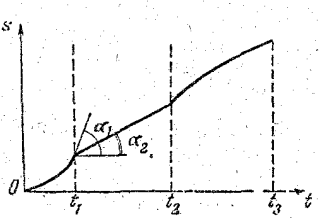
که در آن، a_1 عبارت است از شتاب در مرحله سوم که نصف شتاب در مرحله اول است، چون در مرحله سوم، مسافت دو برابر مسافت مرحله اول است.

معلم ــ رابطه‌ای را که شما بدست آوردید می‌توان به‌صورت زیر ساده کرد:

$$s(t) = \frac{1}{2}at_1^2 + v(t - t_1) - \frac{1}{2}a_1(t - t_2)^2 \quad (۳)$$

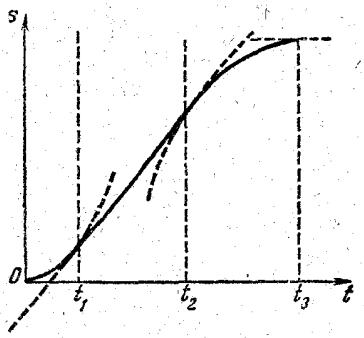
حالا باید نتایج تساویهای (۱) و (۲) و ۳ را خلاصه کنیم.

شاگرد ــ بله. نمودار مسافتی که در مرحله اول طی شده است سهمی است و در مرحله دوم یک خط مستقیم و در مرحله سوم بازهم سهمی است ولی انحنای آن رو به پائین است.



شکل (۲)

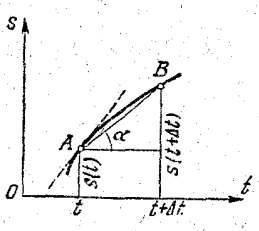
معلم ــ در رسم نمودار مرتکب دو اشتباه شده‌اید: یکی اینکه نمودار مسافت نبایستی به‌صورت منکسر و زاویه‌دار باشد بلکه بایست هموار باشد بنحوی که سهمی‌ها بر خط مستقیم مماس باشند. دیگر اینکه راءس سهمی آخری بایستی درست مربوط به لحظه t_3 باشد. بنابراین نمودار به‌شکل زیر درمی‌آید:



شکل (۳)

شاگرد ـ ممکن است توضیح بفرمائید ؟

معلم ـ اجازه بدهید یک قسمت از نمودار مسافت ـ زمان را در نظر بگیریم :



شکل (۴)

سرعت متوسط متحرک در فاصله زمانی t و $t + \Delta t$ از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$\overline{U}(t) = \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t} = \tan\alpha$$

که در آن α زاویه بین وتر AB و محور افقی است.

برای تعیین سرعت متحرک در لحظه t بایستی حد این مقدار

متوسط را هنگامی که $\Delta t \to 0$ بدست آوریم، بنابراین:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t} \qquad (۴)$$

در حد، وتر AB تبدیل به‌مماسی بر منحنی نمودار مسافت ــ زمان در نقطه A می‌شود، (خط‌چین در شکل ۴). تانژانت زاویه‌ای که این مماس با محور افقی می‌سازد مقدار سرعت را در لحظه t نشان می‌دهد. بهمین ترتیب می‌توان سرعت متحرک را در هر لحظه با رسم مماسی بر منحنی در همان لحظه و محاسبه تانژانت زاویه آن با محور افقی مشخص کرد.

اما اجازه بدهید لحظه‌ای به‌نموداری که شما رسم کردید برگردیم، (شکل ۲). از روی این نمودار می‌توان گفت که در هریک از لحظه‌های t_1 و t_2 سرعت متحرک دارای دو مقدار مختلف است. اگر از سمت چپ به t_1 نزدیک شویم سرعت با تانژانت α_1 مساوی می‌شود و اگر از سمت راست به t_1 نزدیک شویم سرعت برابر با تانژانت α_2 می‌شود. پس از روی این نمودار، سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 منفصل است، حال آنکه از روی شکل ۱ می‌توان دید که این موضوع در عمل صحیح نیست.

شاگرد ــ متوجه شدم. پیوستگی نمودار سرعت نشان می‌دهد که نمودار مسافت ــ زمان بایستی هموار باشد.

معلم ــ راءس‌های دو سهمی به‌لحظات 0 و t_3 مربوط‌اندچون‌در این دو لحظه سرعت متحرک برابر با صفر می‌شود و خط مماس بر منحنی در این دو نقطه با محور افقی موازی می‌شود.

حالا با استفاده از مقدار سرعتی که از روی نمودار شکل (۱) بدست می‌آورید، مسافت طی شده بوسیله متحرک در پایان لحظهٔ t_2 را بدست آورید.

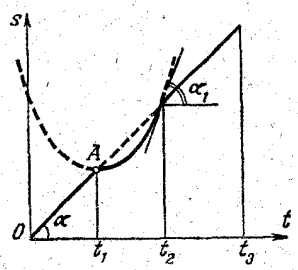
شاگرد ــ ابتدا از روی نمودار سرعت در مرحله‌اول، شتاب را معین می‌کنیم و پس از آن سرعت مرحله دوم را بدست می‌آوریم. بعد، از رابطه (۲) استفاده می‌کنیم. بنابراین مسافت طی شده در فاصله زمانی t_2 از

رابطه زیر بدست می‌آید :

$$S(t_2) = \frac{1}{2} a t_1^2 + v(t_2 - t_1)$$

معلم ــ کاملا" صحیح . ولی راه ساده‌تری هم وجود دارد . مسافت طی شده در مدت t_2، از لحاظ مقدار عددی با مساحت شکل $OABD$ زیر منحنی سرعت ــ زمان در فاصله ot_2 مساوی است . اجازه بدهید مسالهٔ دیگری را برای اطمینان از یادگیری موضوع، مطرح کنم :

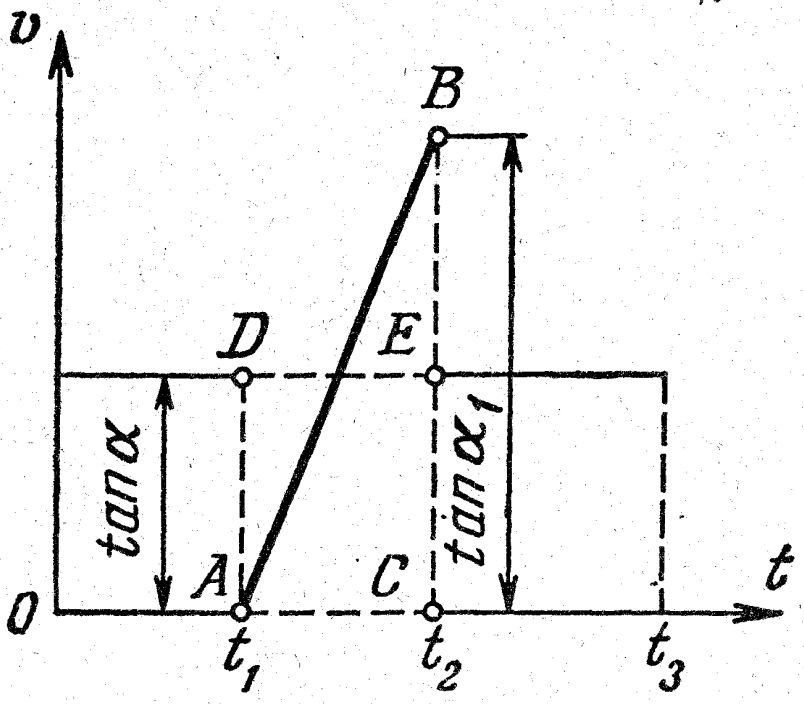
فرض کنید نمودار مسافت ــ زمان دارای شکستگی و زاویه باشد ، مثلا" در نمودار شکل ۵ که در آن قسمت منحنی بخشی از یک سهمی است که راس آن در نقطه A قرار دارد .



شکل (۵)

از روی این نمودار، چگونه نمودار سرعت ــ زمان متحرک را رسم می‌کنید ؟

شاگرد ــ چون در نمودار مسافت ــ زمان شکستگی وجود دارد، پیدا است که نمودار سرعت ــ زمان در لحظه‌هائی که نمودار مسافت شکستگی دارد، غیر پیوسته است . بنابراین نمودار سرعت ــ زمان به‌شکل زیر درمی‌آید :

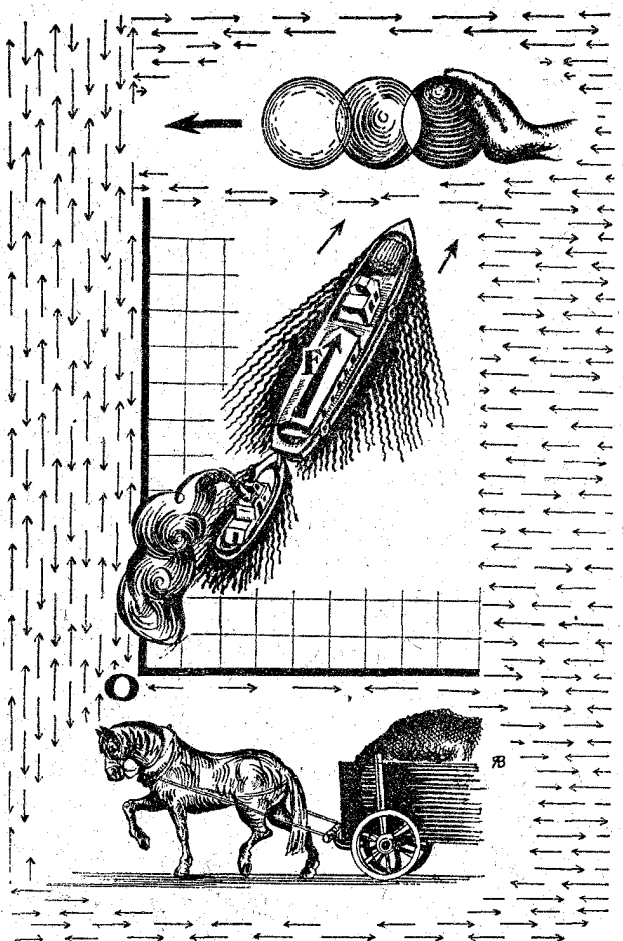


شکل (۶)

معلم ــ خوب. طول خط $\overline{BC}$ نشان دهندهٔ چیست؟

شاگرد ــ طول این خط با $tg\alpha_1$ (در شکل ۵) برابر است ولی اندازه زاویه α را نمی‌دانیم.

معلم ــ مهم نیست. خیلی راحت می‌توان طول $\overline{BC}$ را معین‌کرد. توجه داشته باشید که متحرک می‌توانست مسافت طی شده در مدت t_3 را با سرعت ثابت هم طی کند (خط مستقیمی که به‌فاصله زمانی t_2 و t_3 مربوط است، ادامه خط مستقیمی است که به‌فاصله زمانی 0 و t_1 مربوط است). مسافت طی شده را می‌توان با محاسبه مساحت شکل زیر منحنی تعیین کرد. مساحت مستطیل $ADEC$ در شکل (۶) با مساحت مثلث ABC مساوی است بنابراین $BC = ۲EC$، یعنی اگر از سمت چپ به لحظه t_2 نزدیک شویم، سرعت حرکت دو برابر سرعت ثابتی است که متحرک هنگام حرکت یکنواخت از 0 تا t_1 و از t_2 تا t_3 داشته است.



مفهوم نیرو یکی از اساسی‌ترین مفاهیم فیزیکی است. آیا می‌توانید از آن به‌راحتی استفاده کنید؟ آیا برقوانین دینامیک احاطه کافی دارید؟

۲) نیروهای وارد بر یک جسم را چگونه نشان می‌دهید؟

شاگرد ــ مسائل مکانیک از بقیه مسائل مشکلتر است. حل این مسائـل را باید از کجا شروع کرد؟

معلم ــ در اغلب موارد، حل این مسائـل را بایستی با توجه به نیروهای وارد بر جسم، شروع کرد. به‌عنوان مثال این حالت‌ها را که در این شکل می‌بینید در نظر بگیرید:

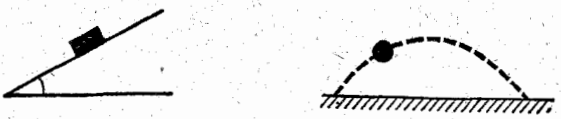
الف) جسمی را در امتـدادی کـه با افق زاویه مشخصی می‌سازد، پرتاب کرده‌ایم.

ب) جسمی از روی یک سطح شیبدار به‌پائین می‌لغزد.

ج) جسمی که به‌انتهای نخی آویزان است در صفحه قائمی دوران دارد.

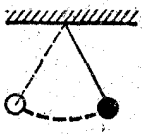
د) جسم مورد نظر یک پاندول است.

حالا شما با کمک بردار، نیروهای وارد بر هر جسم را نشان دهید و بگوئید که هربردار نمایش چیست؟



(الف) (ب)

شکل (۷)

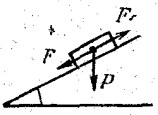


(د)

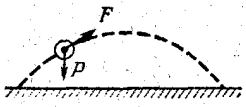
(ج)

شکل (۷)

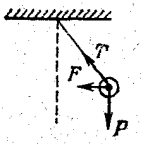
شاگرد ــ برای حالت الف P نیروی وزن جسم و F نیروی پرتاب است. در حالت ب، P وزن و F نیروی لغزاننده جسم و F_f نیروی اصطکاک است. در حالت ج، P وزن، F_C نیروی جذب به‌مرکز و T کشش نخ است و بالاخره در حالت د، P وزن و F نیروی نگهدارنده و T کشش نخ است.



(ب)



(الف)

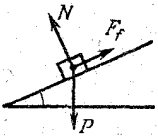


(د)

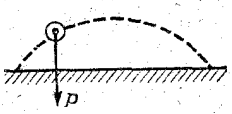
(ج)

شکل (۸)

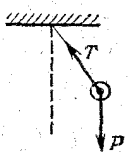
معلم ــ در هر چهار مورد اشتباه دارید. نیروها را بایستی نظیر شکل ۹ نشان دهید:



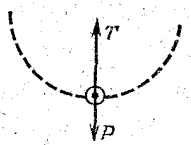
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل (۹)

موضوعی که بایستی کاملا" برای شما روشن باشد اینستکه،نیرو نتیجه تاءثیر متقابل اجسام بر یکدیگر است. بنابراین برای نمایش نیروهای وارد بر هر جسم، ابتدا باید معین کنید چه اجسامی بر آن تاءثیر می‌گذارند. در حالت الف زمین جسم را به‌سوی خود جذب می‌کند. تنها نیروئی که برجسم وارد می‌شود، p وزن آن است. اگر می‌خواستیم مقاومت هوا یعنی عمل باد را هم در نظر بگیریم،بایستی نیروهای دیگری را در شکل رسم کنیم: "نیروی پرتاب" که شما در شکل خود نشان داده‌اید، در عمل، وجود خارجی ندارد.

شاگرد ــ ولی برای پرتاب جسم بالاخره باید نیروئی بر آن وارد کرد.

معلم ــ درست است. برای پرتاب جسم حتما" نیرو لازم است،

اما در حالت الف، با حرکت جسم پس از پرتاب شدن سر و کار داریم یعنی پس از آنکه نیرو، به‌جسم سرعت اولیه لازم را داده است و دیگر قطع شده است. نیرو را نمی‌توان "اندوخت". همینکه تاءثیر اجسام بر یکدیگر قطع شود، نیرو هم قطع می‌شود.

شاگرد ــ پس اگر فقط وزن بر جسم اثر می‌کند، چرا جسم به‌جای حرکت در مسیر منحنی به‌طور قائم پائین نمی‌افتد؟

معلم ــ چیزی که باعث تعجب شما شده است، اینستکه راستای حرکت جسم بر راستای نیروی وارده بر آن منطبق نیست. این امر با قانون دوم نیوتن مطابقت دارد. سوءال شما نشان می‌دهد که درباره قوانین نیوتن به‌حد کافی دقت نکرده‌اید. بعدا" در درس چهارم در این‌باره مفصل بحث خواهیم کرد. حالا بگذارید به‌بررسی چهار حالت حرکت جسم ادامه بدهیم. در حالت ب، جسم روی سطح شیبدار به‌پائین می‌لغزد. چه اجسامی بر آن تاءثیر می‌گذارند؟

شاگرد ــ دو جسم. یکی زمین و دیگری سطح شیبدار.

معلم ــ درست است. حالا به‌سادگی می‌توانیم نیروهای وارد بر جسم را معین کنیم. از طرف زمین نیروی P بر جسم وارد می‌شود و سطح شیبدار نیروهای F_f یعنی اصطکاک و N یعنی عکس‌العمل سطح را بر جسم وارد می‌آورد. شما در شکلی که رسم کردید اصلا" N را به‌حساب نیاوردید.

شاگرد ــ اجازه بدهید، چطور سطح شیبدار می‌تواند دو نیرو بر جسم وارد کند؟

معلم ــ سطح شیبدار در حقیقت فقط یک نیرو بر جسم وارد می‌کند ولی ما با دو موءلفه آن که یکی موازی سطح شیبدار است (نیروی اصطکاک) و دیگر عمود بر آن (نیروی عکس‌العمل سطح) کار داریم. فرمول نیروی اصطکاک یعنی:

$$F_f = \mu N \qquad (۵)$$

نشان می‌دهد که این دو نیرو دارای یک منشاء هستند. درباره فرمول

(۵) در بخش (۳) مفصلتر صحبت خواهیم کرد.

شاگرد ــ در شکلی که من کشیدم نیروی لغزاننده‌ای را رسم کردم که جسم را به‌پائین سطح شیبدار می‌لغزاند. با توجه به‌توضیحات شما چنین نیروئی وجود ندارد. ولی من بارها اصطلاح "نیروی لغزش" را شنیده‌ام. دراین‌باره چه می‌فرمائید؟

معلم ــ بلی، این اصطلاح رایج است، ولی باید بدانید که نیروی لغزش یکی از مؤلفه‌های نیروی وزن خود جسم است. از این مؤلفه‌ها یکی موازی سطح و دیگری عمود بر آن است. اگر شما نیروی وزن را در شکل نشان داده‌اید و نام‌گذاری کرده‌اید دیگر لازم نیست برای مؤلفه آن هم اسم انتخاب کنید.

خوب، در حالت (ج) جسم در یک صفحه قائم می‌چرخد. چه اجسامی بر آن اثر می‌گذارند؟

شاگرد ــ دو جسم، یکی زمین و دیگری نخ.

معلم ــ درست است. بهمین دلیل هم فقط دو نیرو بر آن اثر می‌گذارد، یکی وزن و دیگری کشش نخ.

شاگرد ــ نیروی جذب به‌مرکز چه می‌شود؟

معلم ــ عجله نکنید. در حل مسائلی مربوط به‌گردش اجسام در مدار دایره‌ای، آنقدر اشتباه اتفاق می‌افتد که من تصمیم گرفته‌ام در بخش (۸) مفصلا" درباره آن صحبت کنم. فعلا" فقط می‌خواهم اشاره‌کنم که نیروی جذب به مرکز یک نیروی جدید یا مستقل یا اضافی نیست بلکه بر آیند همهٔ نیروهای وارد بر جسم‌است. درحالت (ج)، هنگامی که جسم در پائین‌ترین نقطه مُسیر است، نیروی جذب به‌مرکز عبارت است از تفاضل نیروی وزن جسم و کشش نخ.

شاگرد ــ اگر اشتباه نکنم نیروی نگه‌دارنده در حالت (د) هم برآیند کشش نخ و نیروی وزن جسم است.

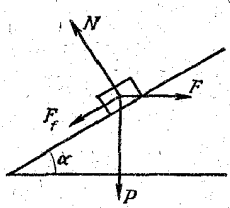
معلم ــ کاملا" درست است. در این حالت هم مانند حالت ج، نخ و زمین بر جسم تاءثیر می‌گذارند. بنابراین دو نیرو بر آن وارد می‌شود، یکی وزن جسم و دیگری کشش نخ.

در اینجا، مجددا" تاءکید می‌کنم که، نیروها تنها به‌علت تاءثیر

متقابل اجسام موجودیت پیدا می‌کنند. بنابراین، نمی‌توان بطور دلخواه از هر نیروی دم دست استفاده کرد. اگر اجسامی را که بر جسم مورد نظر شما تاءثیر می‌گذارند معین کنید، می‌توانید به‌راحتی نیروهائی را که بر آن جسم وارد می‌شود مشخص کنید.

شاگرد ــ ممکن است درباره‌ٔ موارد پیچیده‌تر هم توضیحی بدهید؟

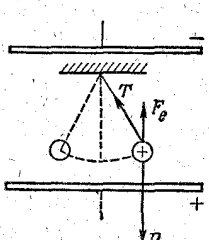
معلم ــ موارد پیچیده فراوان است، مثلا "، نیروی ثابت‌وافقی F بر جسمی وارد می‌شود، ولی جسم در اثر آن در طول یک سطح شیبدار بالا می‌رود. نیروها را که در این حالت بر جسم اثر می‌گذارند می‌توان به‌این شکل نشان داد:



شکل (۱۰)

به‌عنوان مثال دیگر، می‌توان از پاندولی استفاده کرد که دارای بار الکتریکی است و میان دو صفحه موازی پک خازن قرار داده شده و درحال نوسان‌است. در این حالت، ما نیروی جدیدی داریم که آنرا به F_e نمایش می‌دهیم.

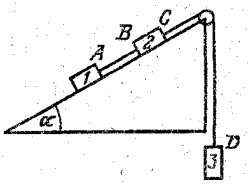
این نیرو را میدان الکتریکی خازن بر بار الکتریکی پاندول وارد می‌آورد.



شکل (۱۱)

پیدا است، که نمی‌شود همهٔ مواردی را که در مسائل مختلف پیش می‌آید، ذکر کرد.

شاگرد ــ اگر در یک مساله چند جسم داشته باشیم، جریان به‌چه صورتی درخواهد آمد؟ مثلا" موردی که در شکل (۱۲) دیده می‌شود.

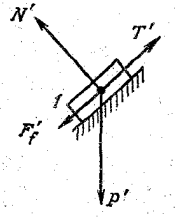


شکل (۱۲)

معلم ــ در هر نوبت باید بر شما روشن باشد که حرکت کدام جسم یا کدام ترکیب اجسام مورد نظر است. اجازه بدهید برای مثال، حرکت جسم شماره ۱ را در نظر بگیریم. زمین، سطح شیبدار و نخ AB بر جسم ۱ اثر می‌گذارند.

شاگرد جسم ۲ روی جسم ۱ اثر نمی‌گذارد؟

معلم ــ چرا ولی آنهم بوسیله همین نخ AB بر ۱ اثر می‌گذارد. نیروهائی که بر جسم ۱ وارد می‌آیند، عبارتند از: P' نیروی وزن، F'_f نیروی اصطکاک، N' نیروی عکس‌العمل سطح شیبدار و T' کشش نخ AB، شکل (۱۳ ــ الف).



شکل (۱۳ ــ الف)

شاگرد ــ چرا نیروی اصطکاک در این شکل رو به‌طرف چپ است؟ به‌نظر می‌رسد که جهت این نیرو بایستی رو به‌طرف راست باشد.

معلم ــ برای تعیین جهت نیروی اصطکاک بایستی اول مشخص کنیم جسم در چه جهتی حرکت می‌کند. اگر جهت حرکت در مساله بیان نشده باشد، ما در ابتدای حل مساله جهت نیروی اصطکاک را دلخواه می‌گیریم. مثلا"، در مساله بالا من فرض کرده‌ام که جسم ۱ همراه با بقیه اجسام متصل به آن، رو به‌سمت راست حرکت می‌کنند و قرقره در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد. البته ما در آغاز کار جهت حرکت را نمی‌دانیم و تنها پس از گذاشتن مقادیر عددی در فرمولها می‌توانیم آنرا مشخص کنیم. اگر فرض من غلط باشد مقداری که برای شتاب بدست می‌آورم منفی خواهد شد. در این صورت، باید جهت حرکت را عکس آنچه در آغاز فکر کرده بودم بگیرم و در نتیجه جهت نیروی اصطکاک را هم عوض کنم، پس از آن می‌توانم برای محاسبه شتاب رابطه‌ای بدست بیاورم و با جایگزین کردن مقادیر عددی صحت آنرا امتحان کنم.

شاگرد ــ چرا باید دوباره علامت شتاب را امتحان کرد؟ وقتی که حرکت را به‌سمت راست فرض کردید و شتاب منفی شد، معلوم است که در فرض دوم مقدار آن مثبت می‌شود.

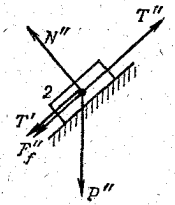
معلم ــ نه، در حالت دوم هم مقدار شتاب می‌تواند منفی باشد.

شاگرد ــ متوجه نمی‌شوم. اگر جسم به‌سمت راست حرکت نکند معلوم است که به‌سمت چپ حرکت می‌کند. مگر اینطور نیست؟

معلم ــ فراموش نکنید که جسم می‌تواند ساکن هم باشد. بعدا" به‌این مطلب می‌رسیم و پیچیدگی‌هائی را که در اثر توجه به‌نیروی اصطکاک پیش می‌آید، مفصلا" بررسی می‌کنیم (بخش ۷).

فعلا"، فرض می‌کنیم قرقره در جهت عکس حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد، ببینیم حرکت جسم ۲ به‌چه صورت درمی‌آید.

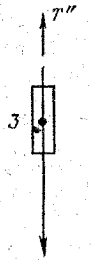
شاگرد ــ اجسامی که بر جسم ۲ اثر می‌گذارند عبارتند از: زمین، سطح شیبدار، نخ AB و نخ CD. نیروهای وارد بر جسم را در شکل (۱۳ ــ ب) می‌بینیم:



شکل (۱۳ ــ ب)

معلم ــ خیلی خوب. حالا سراغ جسم ۳ برویم.

شاگرد ــ بر جسم ۳ فقط زمین و نخ CD اثر می‌گذارند و نیروهای وارد بر آن را در شکل (۱۳ ــ ج) می‌بینیم:



شکل (۱۳ ــ ج)

معلم ــ حالا، پس از مشخص شدن نیروها، می‌توانیم معادلات حرکت هر جسم را بنویسیم و دستگاه‌های معادلات را حل کنیم.

شاگرد ــ شما قبلا" گفتید که لازم نیست یک یک اجسام را در نظر بگیریم بلکه می‌توانیم این مجموعه را به‌عنوان یک کل مورد نظر قرار دهیم.

معلم ــ بله، جسم‌های ۱ و ۲ و ۳ را می‌توان با هم مطالعه کرد. در این صورت، کشش نخ به‌شکل نیروهای داخلی ــ یعنی نیروهای بین اجزای سیستم مورد مطالعه ــ درمی‌آید و لازم نیست آنرا در محاسبات خود مداخله دهیم. بنابراین، سیستمی که شامل سه جسم است به‌عنوان

یک کل،تنها با زمین و سطح شیبدار در حال تاءثیر خواهد بود .

شاگرد ــ اجازه بدهید نکته‌ای را روشن کنیم . هنگام مشخص کردن نیروها در شکلهای(۱۳ ــ ب) و(۱۳ ــ ج)کشش نخ‌را در دو سوی قرقره یکسان فرض می‌کنیم . آیا این فرض درست است ؟

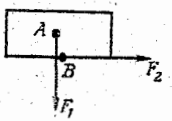
معلم ــ اگربخواهیم خیلی دقیق باشیم ،نه.اگرقرقره‌درجهت‌عقربه‌های ساعت بچرخد،کشش نخ CD در قسمتی که به‌جسم ۳ متصل است بیشتر از کشش آن در محل اتصال به‌جسم ۲ است . این اختلاف کشش باعث چرخش شتابدار قرقره می‌شود . ما در مثالهای خود از جرم قرقره و در نتیجه شتاب حرکت آن صرفنظر می‌کردیم و آنرا تنها وسیله‌ای برای تغییر جهت حرکت نخ می‌دانستیم . بهمین دلیل کشش نخ CD را در دو سوی قرقره یکسان گرفتیم . به‌عنوان قاعده،ما از جرم قرقره صرفنظر می‌کنیم مگر اینکه عکس‌آن تصریح شود . آیا موضوع روشن است ؟

شاگرد ــ یک سوءال هم درباره نقطه‌ای که نیروها بر آن وارد می‌شود دارم . شما در همه شکلها نیروها را در یک نقطه وارد می‌آورید . آیا اینکار صحیح است ؟ آیا نیروئی مانند اصطکاک را می‌توان به‌گرانیگاه جسم وارد آورد ؟

معلم ــ فراموش نکنید که ما در بررسی‌های سینماتیک و دینامیک ، اجسام را به‌عنوان نقطه مادی یا ذره درنظر می‌گیریم ولی برای روشنتر کردن موقعیت در شکلهای خود،آنها را به‌صورت جسم رسم می‌کنیم . بنابراین می‌توان تمام نیروهای وارد بر جسم را بر یک نقطه وارد آورد .

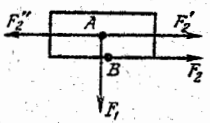
شاگرد ــ قبلا" به‌ما گفته‌اند که هرچه موضوع را ساده‌تر کنیم از دقت آن کم می‌کنیم . وقتی جسم را به‌صورت نقطه مادی در نظر می ــ گیریم در چه موردی دقت خود را از دست می‌دهیم ؟

معلم ــ در این صورت،ما از گشتاور چرخش که می‌تواند باعث چرخاندن جسم شود صرفنظر می‌کنیم . نقطه مادی فقط دارای حرکت انتقالی است . مثالی بزنم : فرض کنید دو نیرو به دونقطهٔ مختلف یک جسم وارد می‌شود : F_1 به‌نقطه A و F_2 به‌نقطه B شکل (۱۴ ــ الف).



شکل (۱۴ ــ الف)

حالا نیروی F'_2 را که مساوی و موازی F_2 است و نیروی F''_2 را که مساوی F_2 ولی در جهت مخالف آن است به نقطه A وارد می‌آورم. شکل (۱۴ ــ ب).



شکل (۱۴ ــ ب)

چون این دو نیرو یکدیگر را خنثی می‌کنند وارد آوردن آنها تأثیری در مساله نمی‌گذارد. با این همه شکل(۱۴ ــ ب) را می‌توان به‌شرح زیر تفسیر کرد: نیرهای F_1 و F'_2 باعث حرکت انتقالی جسم می‌شوند، ولی زوج نیروی F_2 و F''_2 باعث چرخیدن (غلطیدن) جسم می‌شوند. به‌عبارت دیگر، می‌توان نیروی F_2 را به‌نقطه A منتقل ساخت به‌شرط آنکه گشتاور چرخش جسم را در محاسبات خود بیاوریم. پیدا است که اگر جسم را به‌عنوان نقطه مادی در نظر بگیریم دیگر گشتاوری در میان نخواهد بود.

شاگرد ــ گفتید اگر جسم را ذرهٔ مادی بگیریم فقط دارای حرکت انتقالی خواهد بود، در حالیکه قبلا" ما درباره حرکت نقطه مادی در مسیر دایره‌ای شکل بحث کردیم.

معلم ــ دو موضوع کاملا" متفاوت را با یکدیگر قاطی کردید.

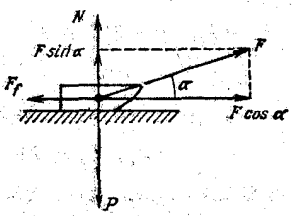
حرکت انتقالی یک نقطه مادی می‌تواند در مسیرهای مختلفی صورت بگیرد، منجمله دایره. وقتی می‌گویم نقطه مادی چرخش ندارد، منظورم این است که از چرخش آنها به‌گرد خود، یعنی به‌گرد محوری که از میان آنها می‌گذرد، معنا ندارد.

۳) آیا می‌توانید نیروی اصطکاک را معین کنید؟

معلم ــ در این بخش می‌خواهیم مفصلا" درباره نیروی اصطکاک در مسائل مختلف بحث کنیم . در اینجا اصطکاک خشک لغزشی مورد نظر است،یعنی اصطکاک بین دو سطح که در میان آنها روغن یا ماده دیگری موجود نباشد .

شاگرد ــ در این مورد که همه‌چیز روشن است .

معلم ــ با این همه در امتحانات اشتباهات زیادی در محاسبه نیروی اصطکاک بچشم می‌خورد . این موضوع نشان می‌دهد که محاسبه آن برای همه‌کس کار آسانی نیست . شکل (۱۵) را در نظر بگیرید . یک سورتمه به‌وزن P را بوسیله طنابی با نیروی F در راستائی که با امتداد افق زاویه α می‌سازد می‌کشیم . ضریب اصطکاک k است،تعیین کنید نیروی اصطکاک لغزشی را .



شکل (۱۵)

شاگرد ــ اینکه ساده است . نیروی اصطکاک برابر kP می‌شود .

معلم ــ کاملا" غلط است . این نیروی اصطکاک با kP برابر نمی‌ــ

شود بلکه مساوی است با KN که در آن N، نیروی عکس‌العمل سطح است. رابطه (۵) در بخش ۲ را بخاطر بیاورید.

شاگرد ــ خوب این دو رابطه چه فرقی دارند.

معلم ــ در یک حالت خاص ممکن است وزن جسم با نیروی عکس‌العمل برابر شود، ولی بطور کلی، این دو نیرو با هم متفاوتند. در همین مثال، نیروهائی که به‌سورتمه وارد می‌شوند. عبارتند از: P وزن سورتمه، N نیروی عکس‌العمل سطح، F_f نیروی اصطکاک لغزشی و F کشش طناب. نیروی F را به دو مؤلفه قائم ($F\,Sin\,\alpha$) و افقی ($F\,Cos\,\alpha$) تجزیه کرده‌ایم. همه نیروهائی که در راستای قائم عمل می‌کنند یکدیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین:

$$N = P - F\,Sin\,\alpha \qquad (۶)$$

همانطور که می‌بینید این نیرو با وزن سورتمه برابر نیست. بلکه به‌اندازه $F\,Sin\,\alpha$ از آن کمتر است. علت آنهم معلوم است. طناب ضمن کشیدن سورتمه به‌جلو، آن را کمی به‌بالا می‌کشد. این امر باعث می‌شود که، نیروئی که سورتمه به‌تکیه‌گاه خود وارد می‌آورد کمتر شود و در نتیجه نیروی عکس‌العمل هم کاهش یابد. بنابراین:

$$F_f = k\,(p - F\,Sin\,\alpha) \qquad (۷)$$

اگر طناب کاملاً" در امتداد افق بود، $\alpha = ۰$ می‌شد و آنوقت $N = P$ و در نتیجه $F_f = kP$ می‌شد.

شاگرد ــ تا حالا در این موضوع دقت نکرده بودم.

معلم ــ این اشتباهی است که در امتحان، خیلی‌ها مرتکب می‌شوند. همه اینها نیروی اصطکاک را به‌جای آنکه حاصلضرب نیروی عکس‌العمل سطح و ضریب اصطکاک بگیرند، حاصلضرب وزن و ضریب اصطکاک می‌گیرند. شما سعی کنید مواظب این اشتباه باشید.

شاگرد ــ من از این به‌بعد از یک قانون تبعیت می‌کنم: برای

تعیین نیروی اصطکاک ، ابتدا نیروی عکس العمل سطح را تعیین کنید .

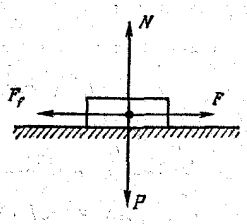
معلم ــ خوب تا اینجا ما درباره نیروی اصطکاک لغزشی صحبت کردیم . حالا می‌خواهیم درباره اصطکاک درحالت سکون بحث کنیم . این نیرو دارای ویژگی‌هائی است که معمولا" بچه‌ها به‌آن توجه کافی نمی‌کنند . اجازه بدهید مثالی بزنم . جسمی بطور ساکن روی یک سطح افقی قرار گرفته و نیروی افقی F بر آن وارد می‌شود تا آنرا به‌حرکت درآورد . نیروی اصطکاک در این حالت چقدر است ؟

شاگرد ــ در این حالت $P = N$ درست است ؟

معلم ــ درست است . ادامه بدهید .

شاگرد ــ در نتیجه نیروی اصطکاک با kP برابر می‌شود .

معلم ــ بازهم یک اشتباه مشهور . شما نیروی اصطکاک لغزشی را با نیروی اصطکاک سکون عوضی گرفتید . اگر جسم روی سطح می‌لغزید حرف شما درست بود، ولی در اینجا جسم ساکن است و همه نیروهائی که به‌جسم وارد می‌شوند یکدیگر را خنثی می‌کنند . به‌شکل(۱۶) توجه‌کنید :



شکل (۱۶)

چهار نیروبر جسم وارد می‌شود : P وزن آن ، N عکس‌العمل‌سطح ، F نیرو برای حرکت و F_f نیروی اصطکاک . P و N همدیگر را خنثی می‌کنند و در نتیجه F و F_f هم یکدیگر را خنثی می‌کنند و بنابراین :

$$F_f = F \qquad (۸)$$

شاگرد ــ پس نیروی اصطکاک سکون، به‌نیروی خارجی که برای حرکت به‌جسم وارد می‌شود بستگی دارد.

معلم ــ درست است. هرچه نیروی F بیشتر باشد، نیروی اصطکاک سکون هم بیشتر می‌شود. حداکثر مقدار نیروی اصطکاک سکون از رابطه زیر بدست می‌آید:

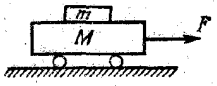
$$F_{max} = k_0 N \qquad (۹)$$

ضریب اصطکاک k_0 کمی از ضریب k، که در رابطه (۵) برای محاسبه اصطکاک لغزشی بکار رفت، بیشتر است. همین که مقدار نیروی خارجی یعنی F به $k_0 N$ برسد، جسم شروع به‌لغزش می‌کند. در این هنگام $k = k_0$ می‌شود و نیروی اصطکاک مقداری کاهش می‌یابد. از این به‌بعد هرچقدر هم نیروی F زیاد شود دیگر نیروی اصطکاک زیاد نمی‌شود (مگر در سرعت‌های خیلی زیاد) و جسم با شتاب افزاینده تدریجی حرکت می‌کند. نقطهٔ ضعف دانش‌آموزان در حل سؤالات مربوط به اصطکاک، با توجه به‌یک مثال دیگر، بیشتر روشن می‌شود: هنگامی که جسمی به‌وزن P روی سطح شیبداری به‌زاویه شیب α در حال سکون است، چه نیروی اصطکاکی بر آن وارد می‌شود؟

خیلی از بچه‌ها جوابهای غلطی به‌این پرسش می‌دهند. بعضی از آنها می‌گویند نیروی اصطکاک برابر است با kP و گروهی می‌گویند این نیرو برابر است با $kN = kP\cos\alpha$.

شاگرد ــ متوجه هستم. چون جسم درحال سکون است بایستی نیروی اصطکاک سکون را درنظر بگیریم. این نیرو را با استفاده از شرایط تعادل نیروهائی که در امتداد سطح شیبدار بر جسم‌وارد می‌شوند، بدست می‌آوریم. در حالتی که مورد نظر ما است، دو نیرو وجود دارد: F_f نیروی اصطکاک و $P\sin\alpha$ نیروی لغزاننده‌ای که جسم را به‌پایین سطح شیبدار می‌راند. بنابراین $F_f = P\sin\alpha$.

معلم ــ کاملا" صحیح. برای نتیجه‌گیری، مساله‌ای را که در شکل (۱۷) مطرح شده است درنظر بگیرید.



شکل (۱۷)

باری به‌جرم m را روی ارابه‌ای به‌جرم M قرار داده‌ایم . حداکثر نیروی اصطکاک سکون بین بار و ارابه را با ضریب k_0 مشخص می‌کنیم و میان ارابه و زمین نیروی اصطکاک را ناچیز فرض می‌کنیم . حداقل نیروئی را حساب کنید، که لازم است به‌ارابه وارد آوریم ، تا جسم از روی آن بلغزد .

شاگرد ــ ابتدا F را آنقدر کوچک فرض می‌کنم که بار نتواند از روی آن بلغزد . دراین صورت هر دو جسم دارای شتابی می‌شوند که از رابطه نیز بدست می‌آید :

$$a = \frac{F}{M+m}$$

معلم ــ درست است . این شتاب چه نیروئی را بر بار وارد می ــ آورد ؟

شاگرد ــ بار در اثر این شتاب تحت اثر نیروی اصطکاک سکون واقع می‌شود ، بنابراین :

$$F_f = ma = \frac{Fm}{M+m}$$

طبق این رابطه اگر F زیاد شود F_f هم زیاد می‌شود . ولی این افزایش حدی دارد و حداکثر مقدار آن عبارت است از :

$$F_f max = k_0 N = k_0 mg$$

در نتیجه،حداکثر مقدار F که می‌تواند همچنان بار و ارابه را به عنوان یک کل واحد با هم حرکت دهد،از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$k_0 mg = \frac{F m}{M + m}$$

و از اینجا :

$$F = (M + m) k_0 g$$

این حداقل نیروئی است که در اثر آن،بار شروع به لغزیدن می ـ کند .

معلم ـ راه حل شما کاملا " صحیح است . طرز استدلال شما خیلی خوب است .

۴) بر قوانین نیوتن چقدر احاطه دارید؟

معلم ــ لطفا" قانون اول نیوتن را بیان کنید.

شاگرد ــ هر جسم در حالت سکون یا حرکت یکنواخت روی خط راست می‌ماند، مگر آنکه تاءثیر اجسام دیگر باعث تغییر حالت آن شود.

معلم ــ آیا این قانون نسبت به‌هر مبداء معتبر است؟

شاگرد ــ متوجه سوءالتان نمی‌شوم.

معلم ــ وقتی می‌گوئید جسمی ساکن است، آنرا نسبت به‌جسم دیگری که در آن مورد خاص به‌عنوان مبداء یا مرجع انتخاب می‌شود، ساکن فرض می‌کنید. صحبت از سکون یا حرکت یک جسم بدون در نظر گرفتن مبداء بی‌معنا است. طبیعت و چگونگی حرکت هرجسم به‌انتخاب دستگاه مبداء بستگی دارد. به‌عنوان مثال، جسمی که در کف واگن راه‌آهن قرار داده شده‌است، نسبت به‌دستگاه مختصاتی که به‌قطار چسبیده است ساکن است. ولی نسبت به‌دستگاه مختصاتی که به‌ریل چسبیده است، متحرک است. حالا به سوءال خود برمی‌گردم. آیا قانون اول نیوتن نسبت به‌هر مبداء معتبر است؟

شاگرد ــ خوب، احتمالا" بلی.

معلم ــ مثل اینکه این سوءال برای شما غیر منتظره است. آزمایش نشان می‌دهد که قانون اول نیوتن نسبت به‌هر مبداء صادق نیست. برای مثال همان جسم را که در کف واگن راه‌آهن قرار داده شده است درنظر بگیرید. ابتدا به‌موقعیت مکانی جسم، نسبت به‌دستگاه مختصاتی که به‌واگن متصل است، می‌پردازیم. از اصطکاک میان جسم و کف واگن صرفنظر می‌کنیم. مشاهده نشان می‌دهد که جسم ساکن است ولی ناگهان در کف واگن شروع به‌لغزیدن می‌کند، بدون آنکه ظاهرا" علتی برای این امر

موجود باشد. به‌این ترتیب قانون اول نیوتن نقض می‌شود. معمولا" این جریان را چنین توضیح می‌دهند که: واگن در حال حرکت یکنواخت روی خط مستقیم، به‌علت ترمز شروع به‌کُند شدن می‌کند و جسم به‌علت فقدان اصطکاک، حالت حرکت یکنواخت خود را بر روی خط راست نسبت به‌ریل راه‌آهن ادامه می‌دهد. از این موضوع نتیجه می‌گیریم که قانون اول نیوتن، نسبت به‌دستگاه مختصات متصل به‌ریل راه‌آهن، معتبر است. ولی در مورد دستگاه مختصات متصل به‌واگنی که در حال کند شدن است، صادق نیست.

هر دستگاه مختصاتی را که قانون اول در آن صادق است، دستگاه مختصات اینرسی می‌خوانیم و هر دستگاه مختصاتی را که این قانون در آن معتبر نیست، دستگاه مختصات غیر اینرسی می‌نامیم. در بیشتر پدیده‌هائی که با آنها سر و کار داریم، می‌توانیم دستگاه مختصاتی را که به‌زمین یا به‌اجسامی که نسبت به‌زمین ساکنند متصل است و یا با سرعت ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، دستگاه مختصات اینرسی بگیریم. دستگاه مختصات غیر اینرسی، دستگاهی است که با شتاب حرکت می‌کند نظیر سیستمی که درحال دوران است، آسانسور با حرکت کند شونده یا تند شونده و نظایر آنها. توجه داشته باشید که در دستگاه مختصات غیر اینرسی، نه‌تنها قانون اول نیوتن، بلکه قانون دوم هم معتبر نیست. چون این قانون، حالت خاصی در قانون اول است.

شاگرد ــ اگر قوانین نیوتن در دستگاههای مختصات شتابدار صادق نیست، تکلیف مکانیک در این دستگاهها چه می‌شود؟

معلم ــ این قوانین را در دستگاههای مختصات غیر اینرسی هم می‌توان بکار برد، به‌شرط آنکه یک نیروی اضافی به‌جسم مورد نظر وارد کنیم. مقدار این نیرو که نیروی اینرسی خوانده می‌شود برابر است با حاصلضرب جرم جسم و شتاب دستگاه مختصات، و جهت آن با جهت شتاب جسم مخالف است. باید تاءکید کنم که چنین نیروئی عملا" وجود ندارد، ولی به‌صورت مجازی درنظر گرفته می‌شود تا قوانین نیوتن در دستگاه غیر اینرسی هم معتبر باشد.

توصیه می‌کنم برای حل مسائل، حتما" از دستگاههای مختصات

اینرسی استفاده کنید چون دراین صورت،فقط با نیروهای واقعا" موجود سر و کار خواهید داشت.

شاگرد ــ ولی اگر خودمان را به‌استفاده از دستگاههای مختصات اینرسی محدود کنیم نمی‌توانیم مسائلی نظیر مسائل مربوط به‌جسمی راکه روی یک صفحه دوار قرار دارد بررسی کنیم.

معلم ــ اینطور نیست. انتخاب دستگاه مختصات دراختیار شماست. اگر در مساله‌ای مانند جسم روی صفحه دوار،شما دستگاه مختصات خود را متصل به‌خود صفحه دوار انتخاب کنید، جسم ساکن به نظر می‌رسد.

ولی اگر دستگاه مختصات را متصل به‌زمین (دستگاه مختصات اینرسی) بگیرید جسم در حال حرکت در مسیر دایره‌ای بنظر می‌رسد. توصیه می‌کنم حتما" دستگاه مختصات اینرسی انتخاب کنید.

حالا لطفا" قانون دوم نیوتن را توضیح دهید.

شاگرد ــ این قانون را به‌صورت $F = ma$ می‌نویسیم که در آن F نیروی وارد بر جسم، m جرم جسم و a شتاب آن است.

معلم ــ این جواب مختصر و غیر مفید را غالبا" در پاسخ این سوءال می‌شنوم. باید عرض کنم که در توضیح شما سه اشکال وجود دارد، که یکی از آنها خیلی مهم است.

اولا": نیرو نتیجه شتاب نیست، بلکه برعکس،شتاب نتیجه وارد آمدن نیرو است. بنابراین،منطقی‌تر اینست که،قانون دوم را به‌صورت زیر بنویسیم:

$$a = k\frac{F}{m} \qquad (10)$$

که در آن k ضریب تناسب است و به‌واحدهای اندازه‌گیری کمیت‌های موجود در فرمول،بستگی دارد. در توضیح شما اسمی از ضریب تناسب نبود.

ثانیا" ــ جسم در اثر تمام نیروهائی که بر آن وارد می‌شود شتاب می‌گیرد،هرچند بعضی از این نیروها یکدیگر را خنثی کنند. بنابراین در

بیان قانون بجای کلمه "نیرو" باید اصطلاح "نیروی برآیند" را بکار برد.

و اما سومین اشکال که از همه مهمتر است اینستکه،قانون دوم نیوتن بیان کننده رابطه میان نیرو و شتاب است. اما شتاب و نیرو هر دو کمیتهای برداری هستند و علاوه بر مقدار،جهتشان هم مهم است. در توضیح شما جهت هیچ نقشی ندارد واین یک نقص اساسی است. شما قسمت بسیار مهمی از قانون دوم نیوتن را از قلم انداختید. بیان صحیح این قانون چنین است:

شتاب حرکت یک جسم با برآیند نیروهائی که بر آن وارد می‌شود، به‌طور مستقیم و با جرم جسم،به‌طور معکوس متناسب است و جهت آن با جهت برآیند نیروها یکی است.

این توضیح را می‌توان در فرمول زیر خلاصه کرد:

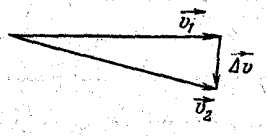
$$\vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m} \qquad (11)$$

(در این فرمول پیکانها علامت بزدار هستند.)

شاگرد ــ در بخش ۲،که درباره نیروهای وارد بر جسمی که با زاویه‌ای نسبت به‌افق‌پرتاب می‌شود بحث می‌کردید،گفتید که بعدا" نشان می‌دهید که جهت حرکت هر جسم لزوما" بر جهت نیروی وارده بر آن منطبق نیست و برای نمونه،به‌قانون دوم نیوتن اشاره کردید.

معلم ــ درست است. فکر می‌کنم الان موقع مناسبی برای بحث در این‌مورد باشد. ببینیم شتاب چیست. همانطور که می‌دانید،شتاب بوسیله تغییر تندی در واحد زمان مشخص می‌شود. درشکل (۱۸) بردارهای $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ نشان‌دهنده تندی حرکت یک جسم در لحظات نزدیک بهم t و $t+\Delta t$ است. تغییر تندی در مدت Δt عبارت است از بردار $\Delta\vec{V}$ که از رابطه زیر بدست می‌آید: $\Delta\vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$. طبق تعریف شتاب از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\vec{a}(t) \cong \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} \qquad (12)$$



شکل (۱۸)

یا دقیقتر بگوئیم :

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\Delta V}}{\Delta t} \qquad (۱۳)$$

معلوم است که، بردار شتاب با بردار $\vec{\Delta V}$ هم‌راستا و هم‌جهت است و $\vec{\Delta V}$ **عبارت است از: تغییر تندی در فاصله کوتاهی از زمان.** مطابق شکل (۱۸) بردارهای تندی و بردار تغییر تندی می‌توانند جهت‌های کاملا" متفاوتی داشته باشند، یعنی در حالت کلی بردار شتاب و بردارهای تندی در جهات مختلف هستند. آیا موضوع روشن است؟

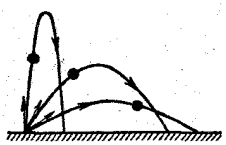
شاگرد ــ بلی، حالا می‌فهمم. برای مثال وقتی جسمی روی محیط دایره حرکت می‌کند، تندی آن در راستای مماس بر دایره است ولی شتاب آن در راستا و جهت شعاع دایره به‌طرف مرکز است (شتاب جانب مرکز).

معلم ــ مثال کاملا" بجائی است. حالا برگردیم بر سر رابطه (۱) و نشان بدهیم که دقیقا" این شتاب است که در جهت نیروی وارد بر جسم قرار می‌گیرد، نه تندی. و این مقدار شتاب است که به‌نیرو بستگی دارد، نه تندی. از طرف دیگر، طبیعت حرکت جسم در هر لحظه خاص بوسیله جهت و مقدار تندی در آن لحظه تعیین می‌شود. (بردار تندی همواره بر مسیر حرکت مماس است).

چون شتاب و تندی، بردارهای متفاوتی هستند، ممکن است در حالت کلی، جهت حرکت جسم بر جهت نیرو منطبق نباشد. بنابراین، کیفیت حرکت جسم درهر لحظه را نمی‌توان منحصرا" بوسیله نیروهائی که در آن لحظه بر جسم وارد می‌شود، معین کرد.

شاگرد ــ در حالت کلی این حرف درست است، ولی گاهی هم جهت نیرو و تندی برهم منطبق می‌شود.

معلم ــ کاملا" صحیح است. این موضوع گاهی اتفاق می‌افتد. جسمی را بلند کنید و آنرا طوری رها کنید که دارای سرعت اولیه نشود. در این‌مورد جهت حرکت با جهت نیروی جاذبه زمین یکی است. البته در همین مورد هم اگر شما سرعت اولیه‌ای در راستای افق به‌جسم بدهید، دیگر جهت حرکت بر جهت نیروی جاذبه منطبق نمی‌شود و جسم در امتداد یک سهمی حرکت خواهد کرد. در هر دو مورد تنها یک نیرو بر جسم وارد می‌شود و آنهم نیروی وزن است،ولی کیفیت حرکت متفاوت است. به‌نظر یک فیزیکدان،این تفاوت ناشی از تفاوت شرایط اولیه است: در حالت نخست،جسم در آغاز حرکت دارای سرعت نبود و در حالت دوم،یک سرعت افقی داشت. در شکل(۱۹) مسیرپرتاب اجسامی را می‌بینید که با سرعت اولیه در جهت‌های مختلف پرتاب شده‌اند و همه هم، تحت تاءثیر نیروی وزن قرار دارند.



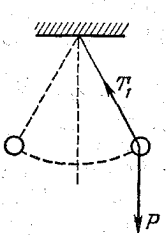
شکل (۱۹)

شاگرد ــ آیا منظور اینست که چگونگی حرکت جسم در هر لحظه، علاوه بر نیروئی که در این لحظه بر جسم وارد می‌شود،به‌شرایط اولیه حرکت بستگی‌دارد؟

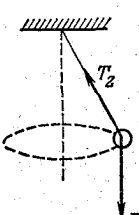
معلم ــ بلی. باید تاءکید کنم که شرایط اولیه،نشان دهنده وضع "پیش از تاریخ" جسم است. این شرایط،حاصل نیروهائی است که در گذشته وجود داشته‌اند. این نیروها دیگر بر جسم اثر نمی‌گذارند،ولی نتایج عملکرد آنها بروز می‌کند. از دیدگاه فلسفی،این امر نشان‌دهنده رابطه گذشته و حال است که اصل علیت خوانده می‌شود. توجه داشته

باشید که اگر در فرمول قانون دوم نیوتن به‌جای شتاب تندی بکار می ـ رفت،رابطه میان گذشته و حال نشان داده نمی‌شد . در این حالت،تندی جسم در هر لحظه (یعنی چگونگی حرکت جسم در هر لحظه) دقیقا" بوسیله نیروهائی که در آن لحظه بر جسم وارد می‌شود تعیین می‌گردید و گذشته،هیچ نوع تاءثیری بر آینده نداشت .

برای روشن کردن موضوع،مثال دیگری می‌زنم : درشکل (۲۰) بر گلوله‌ای که از یک قطعه نخ آویزان شده است دو نیرو وارد می‌شود . یکی وزن و دیگری کشش نخ . گلوله را از حالت تعادل خارج می‌کنیم تا پس از رها شدن،در صفحه قائمی شروع به‌نوسان کند . اما اگر پیش از رها شدن ، آنرا در جهتی عمود بر صفحه نوسان،دارای سرعت اولیه کنیم،با سرعت ثابت روی محیط یک دایره افقی حرکت خواهد کرد . همانطور که می ـ بینیدگلوله بر حسب شرایط اولیه،یا در یک صفحه قائم نوسان می‌کند شکل (۲۰ ـ الف) .یاباسرعت ثابت،روی محیط یک دایره حرکت می‌کند شکل (۲۰ ـ ب) .ودرهر دو حالت،فقط دو نیرو بر آن اثر می‌کند : وزن گلوله و کشش نخ .



شکل (۲۰ ـ الف)



شکل (۲۰ ـ ب)

شاگرد ـ در این مثال متوجه کاربرد قانون‌های نیوتن نشدم .

معلم ـ جای تعجب نیست . خیلی از بچه‌ها برای پیدا کردن نیروهائی که بر یک جسم وارد می‌شود،استدلال خود را برپایه چگونگی حرکت جسم متکی می‌کنند . در حالیکه باید قبل از هر چیز،معین کنند چه اجسام دیگری بر آن تاءثیر می‌گذارند . شما هم،اگر یادتان باشد،

همین اشتباه را می‌کردید. و به‌همین دلیل هم در رسم شکلهای (۸ ــ ج) و (۸ ــ د)، میان نیروهائی که در دو حالت بر جسم وارد می‌شد، تفاوت قائل شده بودید. در حالیکه عملا" در هر دو حالت، دو نیروی مشابه بر جسم وارد می‌شد: یکی وزن آن و دیگری کشش نخ.

شاگرد ــ پس می‌توان گفت که یک مجموعه مشخص ازنیروها، می‌تواند باعث حرکت‌های متفاوتی شود. بنابراین، اطلاعاتی را که در مورد چگونگی حرکت جسم بدست‌می‌آوریم، نمی‌توان نقطه عزیمتی برای تعیین نیروهای وارد بر جسم دانست.

معلم ــ موضوع را دقیق بیان کردید، ولی لازم نیست که حتما" در یک طرف قضیه افراط کنیم. درست است که یک مجموعه واحد از نیروها، همانطور که در شکل(۲۰) دیدیم، می‌تواند باعث ایجاد حرکت‌های متفاوت شود. ولی نباید فراموش کرد که، رابطه عددی میان نیروها در حرکت‌های مختلف باهم تفاوت دارد.

معنای این حرف اینست که در حرکت‌های مختلف، برآیند نیرو ــ های ایجاد کننده حرکت، با هم فرق دارند. بنابراین، مثلا" در حرکت یکنواخت گلوله روی محیط دایره، نیروی برآیند عبارت است از نیروی جذب به‌مرکز و در نوسان در صفحه قائم، نیروی برآیند عبارت است از نیروی نگه‌دارنده.

بنابراین، اطلاعات بدست آمده درباره حرکت جسم را نمی‌توان به‌عنوان پایه‌ای برای تعیین نیروهای وارد بر جسم انتخاب کرد، ولی بهیچوجه نمی‌توان آنرا بیهوده دانست.

در این رابطه بیائید به‌مثال شکل(۲۰) برگردیم. فرض می‌کنیم زاویه میان امتداد نخ و امتداد قائم معلوم باشد و وزن گلوله را هم بدانیم. می‌خواهیم کشش نخ را در حالت‌های زیر محاسبه کنیم.

۱) جسم نوسان کننده در بالاترین موقعیت خود واقع باشد.

۲) جسم با سرعت ثابت روی محیط دایره افقی حرکت می‌کند.

در حالت اول، نیروی برآیند همان نیروی نگه‌دارنده است که بر راستای نخ عمود است. بنابراین می‌توان P یعنی نیروی وزن گلوله را به دو مؤلفه تجزیه کرد، یکی در امتداد نیروی برآیند و دیگری عمود بر

آن (یعنی در امتداد نخ) ، نیروهائی که عمود بر نیروی برآیند یعنی در امتداد نخ عمل می‌کنند،باهم برابرند شکل (۲۱ ــ الف) .بنابراین :

$$T_1 = P\cos\alpha$$

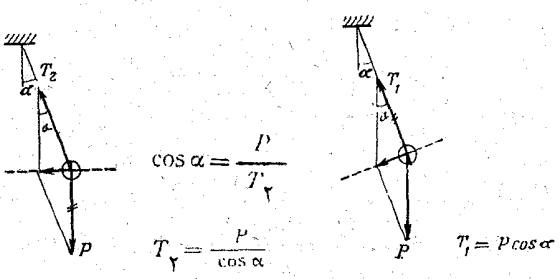
در حالت‌دوم ،نیروی برآیند همان نیروی جذب به‌مرکز است که راستای افقی دارد . T_2 یعنی نیروی کشش نخ را به‌دو مؤلفه افقی و قائم تجزیه می‌کنیم . نیروهائی که عمود بر نیروی برآیند عمل کنند با هم برابرند،بنابراین[1] :

$$T_2\cos\alpha = P \qquad \text{یا} \qquad T_2 = \frac{P}{\cos\alpha}$$

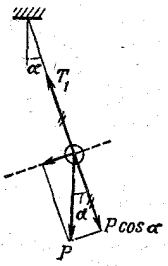
همانگونه که دیده می‌شود،آگاهی بر کیفیت حرکت جسم برای یافتن نیروی کشش نخ بدرد می‌خورد .

---

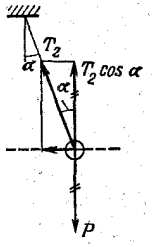
۱) همانطور که پیشتر هم در متن کتاب اشاره شد،می‌توان به‌جای تجزیه نیروها،از قاعده بدست آوردن برآیند استفاده کرد . این شیوه هم آسانتر است و هم منطقی‌تر.بنابراین،شکلهای (۲۱ ــ الف) و (۲۱ ــ ب) به‌صورت زیر درمی‌آیند و T_1 و T_2 به سادگی از روی آنها محاسبه می‌شود : (مترجم)



شکل (۲۱ ــ الف) مکرر شکل (۲۱ ــ ب) مکرر



شکل (۲۱ ــ الف)



شکل (۲۱ ــ ب)

شاگرد ــ اگر درست فهمیده باشم، با دانستن تأثیر اجسام می توانیم نیروهای وارد بر آن را معین کنیم و با دانستن شرایط اولیه می ــ توانیم کیفیت حرکت جسم را مشخص کنیم، یعنی اندازه و راستای تندی جسم را هر لحظه بدست آوریم. از طرف دیگر، اگر نوع حرکت جسم را بدانیم، می‌توانیم رابطه میان نیروهای وارد بر آن را بدست آوریم. درست است؟

معلم ــ کاملا"، اما اجازه بدهید جلو برویم. این مساله نسبتا" ساده را درباره قانون دوم نیوتن در نظر بگیرید: "دو جسم به‌جرمهای M و m را به‌یک اندازه از سطح زمین بالاتر برده‌ایم و باهم رها کرده‌ایم. اگر مقاومت هوا برای هر دوی آنها یکی باشد، آیا با هم به‌زمین می‌رسند؟ برای ساده کردن مساله، فرض می‌کنیم مقاومت هوا ثابت باشد."

شاگرد ــ چون مقاومت هوا برای هردوی آنها یکسان است، می‌توانیم از آن صرفنظر کنیم. در نتیجه، دو جسم با هم به‌زمین می ــ رسند.

معلم ــ اشتباه می‌کنید. نمی‌توانید از مقاومت هوا صرفنظر کنید. مثلا" جسم M را در نظر بگیرید. دو نیرو بر آن وارد می‌شود، یکی Mg وزن آن و دیگری F نیروی مقاومت هوا. برآیند نیروهای وارد بر آن $Mg - F$ است، از اینجا می‌توان شتاب حرکت آنرا محاسبه کرد:

$$a = \frac{Mg - F}{M} = g - \frac{F}{M}$$

می‌بینیدکه ، جسم سنگینتر شتاب بیشتری دارد .وبنابراین ،زودتر به زمین می‌رسد .

یکبار دیگر تاءکید می‌کنم،در محاسبه شتاب حرکت جسم بایستی تمام نیروهای وارد بر آن را در نظر گرفت و برای اینکار،باید ابتدا برآیند نیروها را بدست آورد . در این رابطه،اصطلاح "نیروهای رانش" قابل انتقاد است . این اصطلاح نارسا است،چون اگر آنرا در مورد یک نیرو یا چند نیرو بکار بریم، ممکن است تصور شود که می‌خواهیم نقش ایجاد کننده شتاب را به‌آن‌ها محول کنیم و اهمیت و نقش بقیه نیروها را ناچیز بشماریم . اینکار کاملا" خطا است . حرکت یک جسم نتیجه عمل همه نیروهائی است که بر آن وارد می‌شود، بدون هیچ استثناء (البته شرایط مقدماتی در نظر گرفته می‌شود) .

حالا مثالی برای قانون سوم نیوتن بیاوریم . اسبی شروع به‌کشیدن یک درشکه می‌کند ، در نتیجه،اسب و درشکه با شتاب معینی شروع به حرکت می‌کنند . به‌موجب قانون سوم نیوتن،درشکه با نیروئی اسب را به‌عقب می‌کشد که برابر است با نیروئی که اسب بر درشکه وارد می‌آورد . این دو نیرو باهم برابرند و تنها،جهتشان باهم مخالف است . پس چرا هم اسب و هم درشکه،با شتاب به‌طرف جلو حرکت می‌کنند ؟

شاگرد ــ من قبلا" راجع به‌این موضوع فکر نکرده‌ام،ولی تناقضی هم در آن نمی‌بینم . اگر نیروئی که اسب بر درشکه وارد می‌آورد با نیروئی که درشکه بر اسب وارد می‌آورد خنثی می‌شد ، توضیح شتاب خیلی دشوار می‌شد . ولی این دو نیرو نمی‌توانند یکدیگر را خنثی کنند، چون‌بر دو جسم مختلف وارد می‌شوند : یکی بر اسب و دیگری بر درشکه .

معلم ــ توضیح شما به‌زمانی مربوط می‌شود که درشکه را به‌اسب نبسته باشیم . در این‌صورت اسب فقط می‌تواند درشکه را هل بدهد و در نتیجه،اسب به‌سوئی و درشکه به‌سوی دیگرحرکت کند . ولی حالتی که من ارائه کردم،کاملا" متفاوت است . اسب به‌درشکه بسته شده است . این دو

به‌یکدیگر چسبیده‌اند و به‌عنوان یک سیستم واحد، حرکت می‌کنند. بنابراین، نیروهای متقابلی که شما ذکر کردید به‌اجزای مختلف یک سیستم وارد می‌شود. در حرکت این سیستم به‌عنوان یک کل واحد، این نیروها، نیروهای داخلی به‌حساب می‌آیند و یکدیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین، شما هنوز به‌سؤال من پاسخ نداده‌اید.

شاگرد ــ خوب، پس در این‌صورت نمی‌دانم. شاید در اینجا نیروی عمل، کاملا" به‌وسیله نیروی عکس‌العمل خنثی نمی‌شود. علاوه بر این، اسب یک موجود زنده است.

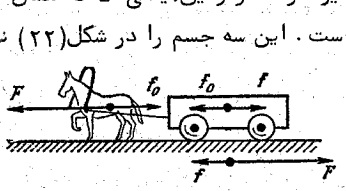
معلم ــ خیال‌پردازی نکنید. چرا همینکه با کمی اشکال مواجه شدید، می‌خواهید از قوانین اصولی مکانیک چشم‌پوشی کنید. برای پاسخ دادن به‌پرسش من، نیازی به تجدیدنظر در قانون سوم نیوتن نیست. بلکه برعکس، این قانون را می‌توان به‌عنوان پایه‌ای برای بحث انتخاب کرد.

براساس قانون سوم نیوتن، تأثیر متقابل اسب و درشکه نمی‌تواند منجر به‌حرکت سیستم به‌عنوان یک کل واحد شود. یا به‌عبارت دقیقتر، نمی‌تواند به‌کل سیستم شتاب بدهد. بنابراین، بایستی به‌دنبال تأثیرات کمکی دیگری بگردیم، یعنی دست کم یک یا دو جسم را مشخص کنیم که بر اسب و درشکه اثر می‌گذارند. در این مساله، زمین جسم مورد نظر است. در نتیجه بجای یک تأثیر، ما با سه اثر مختلف سر و کار داریم:

۱) تأثیر اسب و درشکه بر یکدیگر، f_0.

۲) تأثیر اسب و زمین بر یکدیگر، یا نیروی F، که اسب را در مقابل فشار زمین بجلو می‌راند.

۳) تأثیر درشکه و زمین، یعنی f، که همان نیروی اصطکاک میان زمین و درشکه است. این سه جسم را در شکل(۲۲) نشان داده‌ایم.



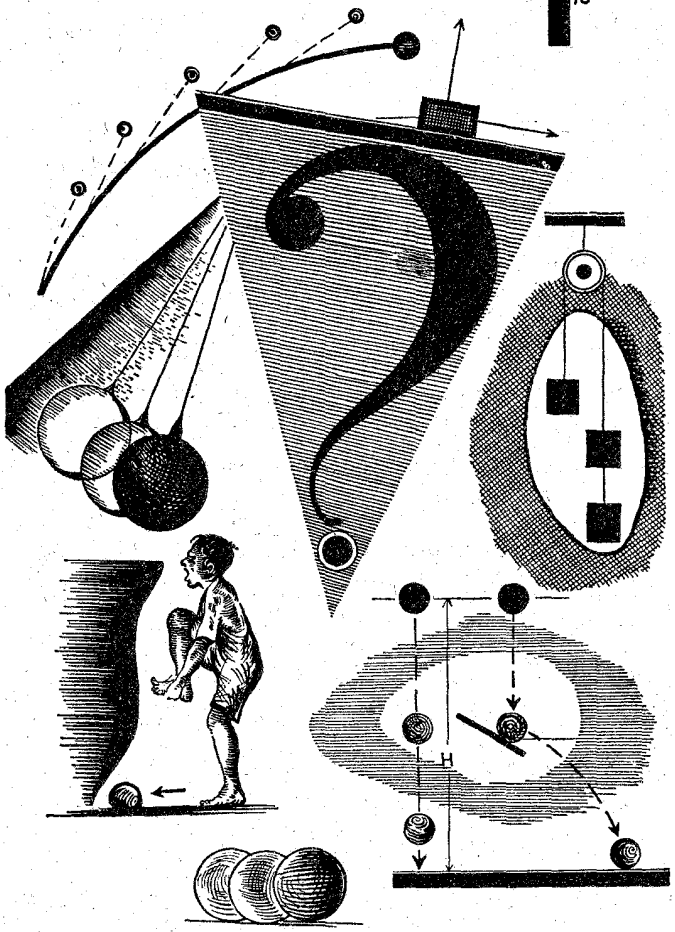
شکل (۲۲)

در این شکل اسب، درشکه و زمین‌را می‌بینید که بر هر کدام دو نیرو وارد می‌شود،که نتیجه تاءثیر متقابل هر جسم با دو جسم دیگر است. شتاب حرکت سیستم اسب‌و درشکه،حاصل عمل برآیند همه نیروهای وارد بر آن است. بر این سیستم جمعا" چهار نیرو وارد می‌شود، که برآیند آنها ($F-f$) باعث شتاب حرکت سیستم می‌شود. بنابراین، شتاب حرکت به‌تاءثیر متقابل اسب و درشکه بر یکدیگر مربوط نیست.

شاگرد ــ بنابراین،زمین فقط محل روی‌دادن حرکت نیست،بلکه عنصر فعالی است که در حرکت،سهم دارد.

معلم ــ بلی. باید اضافه کنم که،اگر درشکه و اسب را روی یک سطح یخ‌بسته قرار دهیم و بدینوسیله تاءثیر متقابل سیستم و زمین را در راستای افقی از میان ببریم، حرکت اتفاق نمی‌افتد.

باید تاءکید گردد که هیچ تاءثیر داخلی،میان اجزای یک سیستم، نمی‌تواند به‌سیستم شتاب بدهد. اینکار تنها از نیروهای خارجی ساخته است. شما نمی‌توانید خود را به‌کمک موهای سرتان یا بندکفشتان بلند کنید. این استنتاج عملی مهمی از قانون سوم نیوتن است.



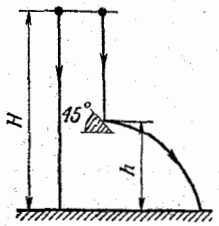
اگر مکانیک را خوب بدانید، به‌سادگی مسائل را حل می‌کنید. عکس این موضوع هم صادق است: اگر مسائل را خوب حل می‌کنید، معلوم است که مکانیک را به‌خوبی می‌دانید. بنابراین، با حل مسائل بیشتر، دانش مکانیک خود را وسیعتر کنید.

۵) چگونه‌به‌حل مسائل سینماتیک بپردازیم ؟

معلم ــ فرض کنید دو جسم از یک ارتفاع معین سقوط می‌کنند ، یکی بدون سرعت اولیه و دیگری با سرعت اولیه‌ای در راستای افقی . از مقاومت هوا صرفنظر می‌کنیم . زمان سقوط این دو جسم به‌سطح زمین را باهم مقایسه کنید .

شاگرد ــ حرکت جسمی که بصورت افقی پرتاب می‌شود، ترکیبی از دو حرکت افقی و قائم است . مدت زمان پرتاب را مؤلفه قائم حرکت تعیین می‌کند و حرکت قائم دو جسم، دارای مشخصات مشترکی است (ارتفاع یکسان و فقدان مؤلفه قائم سرعت اولیه). بنابراین، زمان حرکت هر دو با هم مساوی است و مقدار آن از رابطه $t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$ بدست می‌آید، که در آن H ارتفاع سقوط است .

معلم ــ کاملا" صحیح . حالا اجازه بدهید حالت پیچیده‌تری را در نظر بگیریم . فرض کنید هر دو جسم از ارتفاع H بدون سرعت اولیه سقوط کنند، ولی یکی از آنها در سر راه به‌یک سطح محکم که با زمین زاویه ۴۵ درجه می‌سازد، برخورد کند . در نتیجه این برخورد، راستای تندی جسم به‌صورت افقی درمی‌آید . ارتفاع نقطه برخورد جسم با سطح را h می‌گیریم . زمان رسیدن این دو جسم به‌زمین را باهم مقایسه کنید .



شکل (۲۳)

شاگرد ــ هر دو جسم همزمان به‌ارتفاع h می‌رسند. در اثر برخورد باسطح،یکی از آنها در راستای افقی دارای مؤلفه تندی می‌شود، ولی این مؤلفه افقی نمی‌تواند بر مؤلفه قائم حرکت جسم،اثری داشته باشد. بنابراین،در این حالت هم،زمان سقوط دو جسم یکسان خواهد بود.

معلم ــ پاسخ شما صحیح نیست. درست است که مؤلفه افقی سرعت،اثری بر حرکت قائم جسم و زمان سقوط ندارد. اما جسم در هنگام برخورد با سطح شیبدار،نه‌تنها دارای مؤلفه افقی تندی می‌شود، بلکه مؤلفه قائم تندی خود را از دست می‌دهد و این امر بر زمان سقوط تاءثیر می‌گذارد. پس از برخورد با سطح شیبدار، جسم بدون سرعت اولیه از ارتفاع h سقوط می‌کند. این برخورد باعث تاءخیر در حرکت قائم جسم می‌شود و زمان سقوط آن افزایش می‌یابد. زمان سقوط برای جسمی که مستقیما" به‌زمین سقوط می‌کند، $\sqrt{\frac{۲H}{g}}$ است و برای جسمی که پس از برخورد به‌زمین می‌رسد، $\sqrt{\frac{۲(H-h)}{g}} + \sqrt{\frac{۲h}{g}}$ است.

در اینجا سوءالاتی مطرح می‌شود: "اگر بخواهیم زمان سقوط به حداکثر مقدار خود برسد،چه نسبتی باید بین h و H باشد؟" به‌عبارت دیگر،سطح شیبدار را باید در چه ارتفاعی قراردهیم تا بیشترین تاءثیر را در تاخیر سقوط جسم داشته باشد؟

شاگرد ــ نمی‌توانم جواب دقیقی به این سوءال شما بدهم، فقط به‌نظرم می‌رسد که نسبت $\frac{h}{H}$ نباید ۱ یا صفر شود،چون این دو حالت به‌معنای عدم حضور سطح شیبدار است. بنابراین،سطح شیبدار باید در محلی بین زمین و نقطه شروع سقوط قرار گیرد.

معلم ــ بررسی کیفی شما درست است و باید عرض کنم که، به‌راحتی می‌توانید جواب دقیق پرسش را بدست آورید. زمان سقوط جسم را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$t=\sqrt{\frac{۲H}{g}}\left(\sqrt{۱-x}+\sqrt{x}\right)$$

که در آن، $x=\frac{h}{H}$.

حالا باید برای x مقداری بدست آوریم که بـه‌ازاء آن، $t(x)$ بیشترین مقدار خود را داشته باشد. ابتدا طرفین رابطه بالا را به‌توان دو می‌رسانیم:

$$t^2 = \frac{2H}{g}\left[1 + 2\sqrt{(1-x)x}\right]$$

اگر زمان ماگزیمم باشد، مجذور آنهم بایستی ماگزیمم باشد. از رابطه اخیر پیدا است که t^2 در صورتی ماگزیمم مقدار خود را دارد، که مقدار $y = (1-x)x$ (مقدار زیر رادیکال) بیشترین مقدار خود را داشته باشد. بنابراین، برای حل مساله کافی است ماگزیمم معادله درجه دوم زیر را معین کنیم:

$$y = -x^2 + x = -(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$$

برای آنکه y ماگزیمم باشد، بایستی مقدار داخل پرانتز برابر با صفر باشد و در نتیجه $x = \frac{1}{2}$ و بنابراین $\frac{h}{H} = \frac{1}{2}$ و از آنجا، $h = \frac{1}{2}H$.

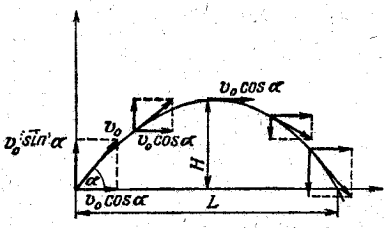
مثال‌های بعدی ما برای بررسی شیوه حل مسائل سینماتیک، بر محور پرتاب اجسام در راستائی که با افق زاویه می‌سازد، متمرکز است. (زاویه‌ای را که راستای پرتاب با افق می‌سازد، زاویه ارتفاع می‌خوانیم).

شاگرد ــ در حل اینطور مسائل وضع خوبی ندارم.

معلم ــ اجازه بدهید با یک مساله رایج شروع کنیم. "جسمی با سرعت V_0، در راستائی که با افق زاویه α می‌سازد، پرتاب شده است. T زمان پرتاب، H ارتفاع اوج و L برد پرتاب را معین کنید."

طبق معمول، قبل از هرچیز نیروهائی را که بر جسم وارد می‌شود معین می‌کنیم. در این مساله، تنها نیروئی که بر جسم اثر می‌کند جاذبه است. در نتیجه، جسم در راستای افقی شتاب ندارد و با حرکت یکنواخت در این راستا پیش می‌رود. و در راستای قائم، با شتاب ثابت g حرکت می‌کند. ما این دو مؤلفه را جدا از هم بررسی می‌کنیم و برای اینکار،

بردار تندی اولیه را به‌دو موءلفه قائم $V_0 Sin\alpha$ و موءلفـــه افقـــی $V_0 Cos\alpha$ تجزیه می‌کنیم . آنطور که درشکل (۲۴) می‌بینید ،موءلفه افقی تندی در تمام مدت پرتاب ثابت می‌ماند،در حالیکه موءلفه قائم آن تغییر می‌کند .



شکل (۲۴)

حال به‌موءلفه قائم حرکت می‌پردازیم . زمان پرتاب عبارت است از $T = T_1 + T_2$،که درآن T_1 زمان صعود (با شتاب ثابت کاهنده) و T_2 زمان نزول (با شتاب ثابت افزاینده) است . تندی قائم جسم در نقطه اوج،یعنی در لحظه $t = T_1$،برابر با صفر است . از طرف دیگر،این تندی را می‌توان با فرمولی که نشان‌دهنده بستگی تندی حرکت کند ـ شونده و شتاب ثابت دارای زمان است ، نمایش داد . بنابراین :

$$0 = V_0 Sin\alpha - gT_1$$

یا

$$T_1 = \frac{V_0 Sin\alpha}{g} \qquad (۱۴)$$

پس‌از تعیین T_1 می‌توان نوشت :

$$H = V_0 T_1 Sin\alpha - \frac{gT_1^2}{2} = \frac{V_0^2 Sin^2\alpha}{2g} \qquad (۱۵)$$

زمان $T_۲$ را می‌توان زمان حرکت جسمی دانست که از ارتفاع H، بدون سرعت اولیه، سقوط می‌کند. یعنی:

$$T_۲ = \sqrt{\frac{۲H}{g}} = \frac{V_۰ Sin\alpha}{g}$$

همانطور که دیده می‌شود، زمان صعود و نزول باهم برابرند و زمان کل حرکت:

$$T = \frac{۲\ V_۰ Sin\alpha}{g} \qquad (۱۶)$$

برای تعیین برد پرتاب، از مؤلفه افقی حرکت استفاده می‌کنیم. همانطور که پیشتر گفتیم، جسم با تندی ثابت در راستای افقی حرکت می‌کند. بنابراین:

$$L = (\ V_۰ Cos\alpha\ )\ T = \frac{V_۰^۲ Sin۲\alpha}{g} \qquad (۱۷)$$

از این رابطه معلوم می‌شود که، اگر دو جسم با سرعت اولیه مساوی در دو راستای عمود بر هم پرتاب شوند، همزمان باهم سقوط می‌کنند.

آیا تا اینجا همه‌چیز روشن است؟

شاگرد ــ بلی.

معلم ــ خوب. بگذارید مساله را کمی پیچیده‌تر کنیم: فرض کنید در مساله پیش، باد در راستای افقی با نیروی F در جهت موافق حرکت، بر جسم اثر کند. اگر وزن جسم P باشد، T زمان پرتاب، H ارتفاع نقطه اوج و L برد پرتاب را تعیین کنید.

شاگرد ــ برعکس مساله قبل، در اینجا حرکت جسم در راستای افقی یکنواخت نیست و در این راستا، دارای شتابی است که از رابطه $a = \frac{F}{P} g$ بدست می‌آید.

معلم ــ آیا در مؤلفه قائم حرکت هم تغییری ایجاد می‌شود؟

شاگرد ــ چون نیروی باد در راستای افقی اثر می‌کند، نمی‌تواند

تاءثیری بر موءلفه قائم حرکت داشته باشد .

معلم ــ خوب ، مقدار کدامیک از کمیت‌ها با مقدار آنها در مساله قبل مساوی است ؟

شاگرد ــ T زمان پرتاب و H ارتفاع اوج،چون این کمیت‌ها براساس حرکت قائم جسم معین می‌شوند و مقدارشان همان مقادیری است که در مساله قبل بدست آوردیم .

معلم ــ عالی است . درباره برد پرتاب چه می‌گوئید ؟

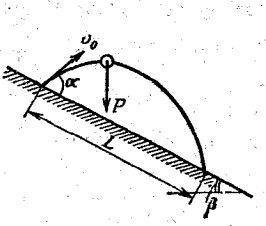
شاگرد ــ چون شتاب افقی و زمان پرتاب را داریم، می‌توانیم بنویسیم :

$$L = (V_0 \cos\alpha)\, T + \frac{1}{2} a T^2 = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} + \frac{2F}{p}\,\frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{g}$$

معلم ــ کاملا" درست است . این رابطه را می‌شود به‌این صورت هم نوشت :

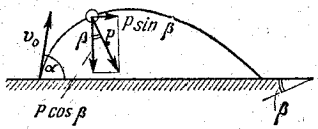
$$L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}\left(1 + \frac{F}{P}\tan\alpha\right) \qquad (18)$$

حالا به‌سراغ مساله دیگری برویم : جسمی را با زاویه α نسبت به‌سطح شیبداری که خود با افق زاویه β می‌سازد،پرتاب می‌کنیم . تندی اولیه پرتاب V_0 است . L فاصله نقطه پرتاب تا نقطه رسیدن به‌روی سطح شیبدار را معین کنید . شکل (۲۵)



شکل (۲۵)

شاگرد ــ قبلا" هم این مساله را دیده‌ام و نتوانسته‌ام حل کنم .
معلم ــ آیا این مساله شبیه مساله قبل نیست ؟
شاگرد ــ والله من متوجه شباهت آنها نمی‌شوم .
معلم ــ فرض کنید شکل (۲۵) را به‌اندازه زاویه β بچرخانیم تا سطح شیبدار به صورت افقی درآید شکل (۲۶ ــ الف) .



شکل (۲۶ ــ الف)

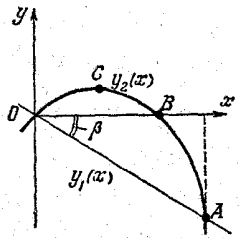
در این صورت نیروی جاذبه، دیگر به‌صورت قائم بر جسم وارد نمی‌شود و ما آنرا به‌دو مؤلفه قائم $P\ Cos\beta$ و افقی $P\ Sin\beta$ تجزیه می‌کنیم . مساله درست شبیه به‌مساله قبل شد که در آن، $P\ Sin\beta$ نقش نیروی باد و $P\ Cos\ \beta$ نقش نیروی جاذبه را بازی می‌کند . بنابراین می‌توانیم رابطه (۱۸) را بکار ببریم، بشرطی که بجای F و P و g به ترتیب $P\ Sin\beta$ ، $P\ Cos\beta$ و $g\ Cos\beta$ بگذاریم . بنابراین :

$$L = \frac{V_0^2\ Sin 2\alpha}{g\ Cos\beta}\ (1 + tan\beta\ tan\alpha) \qquad (۱۹)$$

اگر $\beta = 0$ باشد، این رابطه به‌رابطه (۱۷) تبدیل می‌شود . یک روش دیگر برای حل این مساله اینست که، مبداء مختصات را در نقطه پرتاب قرار دهیم و سطح شیبدار را با تابع درجه اول زیر، در این دستگاه مختصات نشان دهیم : شکل (۲۶ ــ ب) .

$$y = -x\ tan\beta$$

در همین دستگاه، مسیر پرتاب یک سهمی به‌معادله زیر است :



شکل (۲۶ـ ب)

$$y_2 = a x^2 + bx$$

که در آن، ضریب‌های a و b برحسب V_0 و α و β بیان می‌شوند.

اینک نوبت به‌مختصات نقطه A، محل برخورد y_1 و y_2 می‌رسد. برای این منظور، دو تابع y_1 و y_2 را باهم برابر قرار می‌دهیم:

$$-x \tan \beta = a x^2 + bx$$

و از این رابطه $x_A = \dfrac{\tan\beta + b}{-a}$ بدست می‌آید. با توجه به‌شکل به راحتی می‌توان مسافت $L = OA$ را بدست آورد:

$$L = \frac{x_A}{\cos\beta} = -\frac{\tan\beta + b}{a \cos\beta} \qquad (۲۰)$$

تنها کاری که مانده است اینست که، ضرایب a و b را برحسب V_0، α و β بیان کنیم. برای انجام این‌کار، دو نقطه B و C از سهمی را انتخاب می‌کنیم و معادله سهمی را برای هرکدام از آنها می‌نویسیم:

$$\left.\begin{aligned} y_{2C} &= a x_C^2 + b x_C \\ y_{2B} &= a x_B^2 + b x_B \end{aligned}\right\}$$

مختصات B و C برای ما معلوم است.بنابراین،از دو رابطه فوق می‌توانیم a و b را محاسبه کنیم .

شاگرد ــ من راه حل اولی را بیشتر می‌پسندم .

معلم ــ خوب،این به‌سلیقه مربوط است . این دو راه حل باهم تفاوتهای اساسی دارند . روش اولی را روش "فیزیکی" می‌خوانند و در آن از قرینه‌سازیهای خاص برداشت فیزیکی استفاده می‌شود،ما در راه حل خود تا حدودی به‌تغییر برداشت پرداختیم و مساله را به‌مساله قبلی همراه با نیروی باد شبیه ساختیم . روش دومی،روش "ریاضی" است و در آن،ما از معادلات و مختصات محل برخورد دو تابع استفاده کردیم . به عقیده من روش اولی ظریفتر است،ولی قابلیت تعمیم کمتری دارد . عرصه کاربرد روش دومی،بسیار گسترده‌تر است . مثلا"،در موردی که مقطع تپه‌ای که جسم از آن پرتاب می‌شود،خط مستقیم نیست،این روش قابل کاربرد است.و البته بجای توابع خطی نظیر y_1،بایستی انواع دیگری از توابع را بکار گرفت که با شکل مقطع تپه مناسب باشند . در این گونه حالت‌ها،روش اول قابل کاربرد نیست . باید اشاره کنم که،گستردگی کاربرد روش ریاضی به‌علت طبیعت انتزاعی آنست .

مسائل :

۱) جسم الف را با سرعت $۲۰ m/s$ در امتداد قائم به‌بالا پرتاب کرده‌ایم . جسم ب،که با سرعت $۴ m/s$ همزمان با الف در راستای افقی پرتاب شده است،در چه ارتفاعی با آن برخورد می‌کند ؟ فاصله افقی میان نقطه‌های آغاز پرتاب ۴ متر است . زمان حرکت دو جسم را تاهنگام برخورد و سرعت هرکدام را در آن لحظه،بدست آورید .

۲) از نقطه A به‌ارتفاع ۲ متر و نقطه B به‌ارتفاع ۶ متر،دو جسم همزمان به‌سوی یکدیگر پرتاب می‌شود . اولی به‌صورت افقی،با سرعت $۸ m/s$ و دیگری،رو به‌پائین با زاویه ۴۵ درجه نسبت به‌افق و با سرعت اولیه‌ای که منجر به‌برخورد دو جسم در هوا می‌شود . فاصله افقی میان دو

نقطه A و B ، ۸ متر است . سرعت اولیه جسم دوم ، مختصات (x و y) نقطه برخورد ، زمان حرکت اجسام تاهنگام برخورد و سرعت (V_A و V_B) دو جسم را به‌هنگام برخورد محاسبه کنید . مسیر حرکت اجسام هر دو در یک صفحه واقع است .

۳) دو جسم با سرعت‌های V_1 و V_2، با زاویه‌های α_1 و α_2 با افق، از نقطه‌ای پرتاب می‌شوند . پس از مدت زمان t، فاصله این دو جسم از یکدیگر چقدر خواهد بود؟ مساله را در دو حالت زیر حل کنید :

الف ــ مسیر پرتاب دو جسم در یک صفحه واقعست و دو جسم در دو جهت مخالف پرتاب می‌شوند .

ب ــ مسیرهای پرتاب در دو صفحه عمود بر یکدیگر واقعند .

۴) جسمی بدون سرعت اولیه از ارتفاع H سقوط می‌کند و در ارتفاع h، با سطح شیبداری به‌زاویه ۳۰° با افق برخورد الاستیک می ــ کند . زمان رسیدن جسم به‌زمین چقدر است .

۵) جسمی به‌وزن P را با چه زاویه‌ای نسبت به‌افق پرتاب کنیم، تا ارتفاع اوج آن با برد پرتاب یکی شود؟ فرض‌کنید بادی با نیروی ثابت F، موافق جهت پرتاب بوزد .

۶) سنگی را در جهت عمود بر یک سطح شیبدار به‌زاویه شیب α، به‌بالا پرتاب می‌کنیم . اگر سرعت اولیه آن V_0 باشد، در چه فاصله‌ای از محل پرتاب به‌زمین می‌افتد؟

۷) پسری که‌قد او ۱/۵ متر است، در فاصله ۱۵ متری یک حصار به ارتفاع ۵ متر ایستاده است و سنگی را با زاویه ۴۵° نسبت به‌افق پرتاب می‌کند . حداقل سرعت پرتاب چقدر باید باشد، تا سنگ از روی حصار رد شود؟

۶) چگونه به‌حل مسائل دینامیک بپردازیم ؟

معلم ــ در حل‌مسائل دینامیک،نکته مهم اینست که نیروهای وارد بر جسم را بدرستی معین کنیم . (بخش ۲) .

شاگرد ــ قبل از اینکه چیزی بفرمائید سوءالی داشتم . فرض کنید نیروهای وارد بر جسم را به‌درستی معین کرده باشم ، قدم بعدی چیست ؟

معلم ــ اگر نیروها در امتداد یک خط‌راست نباشند،بایستی آنها را به‌مؤلفه‌های عمود بر هم تجزیه کرد و هر مؤلفه را در همان جهت خودش مورد بررسی قرارداد . چند توصیه عملی هم در این زمینه مناسب است . اولا" ــ نیروها را با مقیاسهای بزرگ رسم کنید،تا شکلتان شلوغ نشود . بنابراین،زیاد به‌فکر صرفه‌جوئی در مصرف کاغذ نباشید . ثانیا" ــ قبل از بررسی کامل و دقیق نیروها،به‌تجزیه آنها نپردازید . ابتدا همه نیروهای لازم را مشخص کنید ، بعد به‌تجزیه آنها بپردازید . بالاخره،پس از تجزیه نیروها فقط به‌مؤلفه‌های آنها کار داشته باشید و خودشان را فراموش کنید . یا خود نیروها،یا مؤلفه‌های آنها . راه وسطی وجود ندارد.

شاگرد ــ راستای تجزیه را چگونه معین کنیم ؟

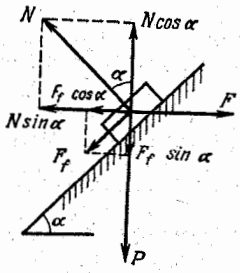
معلم ــ راستای تجزیه را نوع حرکت جسم معین می‌کند و چگونگی این حرکت،از دو حالت بیرون نیست :

۱) جسم ساکن است،یا با حرکت یکنواخت در امتداد مستقیم پیش می‌رود .

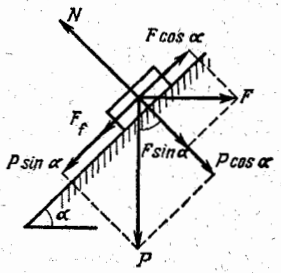
۲ ــ جسم با شتاب حرکت می‌کند و جهت شتاب (یا حداقل علامت آن)،در مساله معلوم است .

در حالت اول،در انتخاب راستای تجزیه آزادید . به‌عنوان مثال، درشکل (۲۷) فرض کنید که جسم با سرعت ثابت روی سطح شیبدار به‌بالا

کشیده می‌شود. در این مورد راستای تجزیه را می‌توانید راستای افقی و قائم بگیرید، یا می‌توانید آنرا در امتداد سطح شیبدار و عمود بر آن بگیرید و هیچکدام هم بردیگری رجحان ندارد. شکل (۲۷ ــ الف و ۲۷ ــ ب):



شکل (۲۷ ــ الف)



شکل (۲۷ ــ ب)

چون در این حالت حرکت یکنواخت است، مجموع جبری مؤلفه ــ های نیرو در هر راستا را مساوی صفر قرار دهید. مثلاً" برای شکل (۲۷ ــ الف) می‌نویسید:

$$\left.\begin{aligned} N\,Cos\alpha - F_f\,Sin\alpha - P = 0 \\ F - F_f\,Cos\alpha - N\,Sin\alpha = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (۲۱)$$

و برای شکل (۲۷ ــ ب)

$$\left.\begin{aligned} N - P\,Cos\alpha - F\,Sin\alpha = 0 \\ F_f + P\,Sin\alpha - F\,Cos\alpha = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (۲۲)$$

شاگرد ــ این دو دستگاه معادله که با هم خیلی فرق دارند.
معلم ــ فرق دارند، ولی هردو به‌یک نتیجه می‌رسند. فرض کنید از

ما خواسته‌اند که نیروی F را طوری تعیین کنیم که‌جسم با سرعت ثابت از سطح شیبدار بالا رود. رابطه (۲۱) با توجه به‌رابطه $F_f = \mu N$ به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\left.\begin{aligned} N(Cos\alpha - \mu\, Sin\alpha) - P = 0 \\ F - N(\mu\, Cos\alpha + Sin\alpha) = 0 \end{aligned}\right\}$$

از معادله اول نتیجه می‌گیریم:

$$N = \frac{P}{Cos\alpha - \mu\, Sin\alpha}$$

اگر در معادله دوم بجای N مقدار بالا را قراردهیم، خواهیم داشت:

$$F = P\,\frac{\mu\, Cos\alpha + Sin\alpha}{Cos\alpha - \mu\, Sin\alpha}$$

از رابطه (۲۲) هم، مقدار F دقیقا" همین اندازه بدست می‌آید.

شاگرد ــ در حالتی که جرکت شتابدار است چه می‌کنیم؟

معلم ــ در این حالت، راستای تجزیه نیروها به‌راستای شتاب حرکت جسم (یا راستای برآیند نیروها) بستگی دارد. نیروها را باید به مؤلفه‌هائی در راستای شتاب حرکت و مؤلفه‌هائی در راستای عمود بر راستای شتاب حرکت، تجزیه کرد. جمع جبری مؤلفه‌هائی که در راستای عمود بر راستای شتاب عمل می‌کنند صفر خواهد بود و جمع جبری مؤلفه‌هائی که در راستای شتاب عمل می‌کنند، طبق قانون دوم نیوتن، برابر است با حاصلضرب جرم جسم و شتاب حرکت آن.

فرض می‌کنیم در همین مثالی که داشتیم، جسم با شتاب ثابت و معینی از سطح شیبدار بالا رود. با توجه به‌نکاتی که گفته شد، بایستی نیروها را مانند شکل (۲۷ ــ ب) تجزیه‌کرد. دراین‌صورت بجای دستگاه معادلات (۲۲)، روابط زیر را خواهیم داشت:

$$\left.\begin{aligned} N - P\,Cos\alpha - F\,Sin\alpha &= 0 \\ F\,Cos\alpha - F_f - P\,Sin\alpha &= ma = P\frac{a}{g} \end{aligned}\right\} \quad (۲۳)$$

بازهم با توجه به $F_f = \mu N$، می‌توانیم شتاب این حرکت را به طریق زیر محاسبه کنیم :

$$a = \frac{g}{P}\left[F\,Cos\alpha - (P\,Cos\alpha + F\,Sin\alpha)\,\mu - P\,Sin\alpha\right]$$

شاگرد ــ در مسائلی شبیه به‌این‌که در آن شتاب وجود دارد ، آیا می‌توانیم نیروها را در راستای دیگری بجز راستای شتاب تجزیه کنیم ؟ چون با توجه به‌توضیحات شما،من فکر می‌کنم نباید اینکار را بکنیم .

معلم ــ سوءال شما نشان می‌دهد که بایستی چند نکته را روشن کنیم . البته در مسائلی هم که شتاب وجوددارد می‌توان نیروها را در دو جهت دلخواه عمود بر هم تجزیه کرد،ولی در اینصورت ناچارید علاوه بر نیروها ، بردار شتاب را هم در آن دو راستا تجزیه کنید . این روش کار شما را شلوغ‌تر و پیچیده‌تر می‌کند . برای پرهیز از دشواریهای غیر ضروری، بهتر است همان روشی را که من توصیه کردم بکار ببندید . راستای حرکت جسم همیشه معلوم است (یا لااقل علامت آن مشخص است). بنابراین، بهتر است آنرا به‌عنوان راستای تجزیه انتخاب کنید . یکی از اموری که باعث می‌شود بچه‌ها در امتحان،بخصوص در حل مسائل نسبتا " پیچیده دینامیک،سردرگم بمانند این است که نمی‌توانند جهت و راستای مناسبی برای تجزیه نیروها پیدا کنند .

شاگرد ــ تا اینجا ما فقط درباره تجزیه نیروها در دو راستا صحبت کردیم . ولی احتمالا " در حالت‌های کلی بایستی نیروها را در سه راستای عمود بر هم تجزیه کرد،چون فضا درواقع سه‌بعدی است .

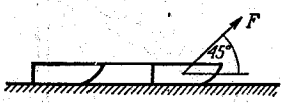
معلم ــ کاملا " حق با شما است . ما،در این مسائل با پدیده‌هائی که در یک صفحه اتفاق می‌افتد سر و کار داریم . بنابراین،تنها درباره دو بعد صحبت می‌کنیم . درحالت کلی سه راستا برای تجزیه نیروها داریم و همه نکاتی که درباره صفحه دو بعدی گفتیم، درباره تجزیه نیروها در

فضای سه بعدی هم صادق است .

مسائل :

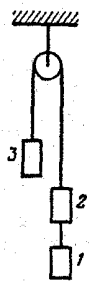
۸) نیروی 3^{Kgf} را در راستائی که با افق زاویه ۳۰° می‌سازد بر جسمی به‌جرم $5Kg$ وارد می‌آوریم . ضریب اصطکاک لغزشی میان جسم و سطح اتکای آن ۰/۲ است . جسم، در مدت ۱۰ ثانیه پس از وارد شدن نیرو چه سرعتی می‌گیرد، و در این مدت نیروی اصطکاک چقدر کار صورت می‌دهد ؟

۹) دو سورتمه به‌جرم $m_1 = m_2 = 15\,Kg$ را با طناب بهم بسته‌ایم و آنها را با نیروی $F = 12\,Kgf$ بوسیله طنابی که با افق زاویه ۴۵° می‌سازد، می‌کشیم . ضریب اصطکاک بین کف سورتمه‌ها و سطح برف ۰/۰۲ است، معین کنید شتاب حرکت سورتمه‌ها ، کشش طنابی که دو سورتمه را به‌هم وصل می‌کند ، و نیروئی را که لازم است تا سورتمه‌ها را با سرعت ثابت به‌حرکت درآورد .



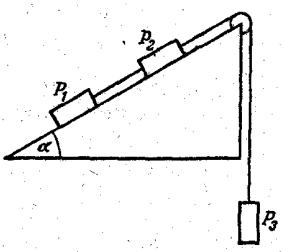
شکل (۲۸)

۱۰) سه وزنه به‌جرم هرکدام $2\,Kg$ را مطابق شکل ۲۹ به‌طنابی که از روی یک قرقره ثابت می‌گذرد آویزان کرده‌ایم . شتاب حرکت سیستم و کشش نخی که وزنه‌های ۱ و ۲ را بهم وصل کرده است چقدر است ؟



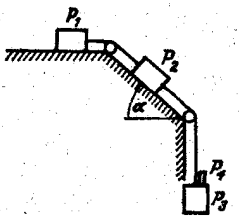
شکل (۲۹)

۱۱) در شکل ۳۰، شتاب حرکت و کشش نخها را محاسبه کنید. $P_3 = 8\,Kgf$ و $P_2 = 2\,Kgf$ و $P_1 = 4\,Kgf$ و $\alpha = 30^\circ$ از نیروی اصطکاک صرفنظر کنید.



شکل (۳۰)

۱۲) در سیستم شکل ۳۱، $P_1 = 1\,Kgf$ و $P_2 = 2\,Kgf$ و $P_3 = 5\,Kgf$ و $P_4 = 0/5\,Kgf$ و $\alpha = 30^\circ$ و ضریب اصطکاک میان وزنه‌ها و سطح، ۰/۲ است. شتاب حرکت وزنه‌ها، کشش نخ‌ها و نیروئی را که P_4 با آن P_3 را به‌سمت پائین می‌برد محاسبه کنید.



شکل (۳۱)

۷) آیا به‌حساب آوردن نیروی اصطکاک، حل مسائل دینامیک را خیلی مشکل‌تر می‌کند؟

معلم ــ اگر نیروهای اصطکاک را هم در مسائل منظور کنیم، حل آنها خیلی مشکل می‌شود.

شاگرد ــ در بخش ۳ درباره نیروی اصطکاک بحث کردیم. اگر جسمی در حال‌حرکت باشد، نیروی اصطکاک از رابطه $F_f = \mu N$ بدست می‌آید. و اگر جسم ساکن باشد، نیروی اصطکاک برابر است با نیروئی که آنرا از حالت سکون خارج کند. بنظر من، این موضوع قابل فهم و به‌یاد ــ ماندنی است.

معلم ــ درست است، ولی شما یک موضوع مهم را ندیده گرفته‌اید. شما فرض می‌کنید که پاسخ سؤالاتی را که من مطرح می‌کنم می‌دانید:

۱) جسم ساکن است یا حرکت می‌کند؟

۲) اگر جسم حرکت می‌کند، جهت حرکت آن کدام است؟

واقعاً" هم اگر پاسخ این پرسش‌ها را از پیش بدانیم، کار ما نسبتاً" ساده می‌شود. در غیر اینصورت، از همان آغاز با دشواری روبرو می‌شویم و بایستی به تحقیق برای یافتن این پاسخ‌ها بپردازیم.

شاگرد ــ یادم می‌آید که در بخش ۲، وقتی درباره انتخاب جهت و راستای نیروی اصطکاک بحث می‌کردیم، درباره این موضوعات صحبت شد.

معلم ــ در اینجا می‌خواهیم مفصلتر صحبت کنیم. به‌عقیده من، مشکلات مربوط به نیروی اصطکاک هم بوسیله دانش‌آموزان و هم بوسیله طراحان مسائل کتابهای درسی دست کم گرفته شده است. بگذارید به شکل (۱۰) برگردیم. در این شکل α زاویه شیب سطح، P وزن جسم، F نیروی وارد بر جسم و μ ضریب اصطکاک، معلوم است. برای سادگی، فرض

می‌کنیم $\mu = \mu_0$، که در آن μ_0 ضریبی است برای تعیین حداکثر نیروی اصطکاک سکون. نوع حرکت و شتاب حرکت را معین کنید.

فرض می‌کنیم جسم از سطح شیبدار بالا رود. در این حالت می‌توانیم نیروها را مانند شکل (۲۷ ـ ب) تجزیه‌کنیم و رابطه‌ای‌راکه در بخش ۶ داشتیم برای محاسبه شتاب بکار ببریم:

$$a = \frac{g}{P}\left[F\cos\alpha - P\sin\alpha - (P\cos\alpha + F\sin\alpha)\mu\right] \quad (۲۴)$$

با توجه به‌این رابطه، شرط این که جسم روی سطح شیبدار بالا رود اینست که:

$F\cos\alpha - P\sin\alpha - (P\cos\alpha + F\sin\alpha)\mu \geq 0$ باشد.

این شرط را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$F \geq P\frac{\mu\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$$

یا:

$$F \geq P\frac{\mu + \tan\alpha}{1 - \mu\tan\alpha} \quad (۲۵)$$

فرض دیگر ما اینست که زاویه شیب سطح چندان بزرگ نباشد، در این صورت:

$$(1 - \mu\tan\alpha) > 0$$

یا:

$$\tan\alpha < \frac{1}{\mu} \quad (۲۶)$$

و اما اگر جسم از سطح شیبدار به‌پائین بلغزد. بازهم نظیر شکل (۲۷ ــ ب) نیروها را تجزیه می‌کنیم، منتها جهت نیروی اصطکاک را عکس حالت قبلی می‌گیریم. در نتیجه، مقدار شتاب از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$a = \frac{g}{P}\left[P\,Sin\alpha - F\,Cos\alpha - (P\,Cos\alpha + F\,Sin\alpha)\mu\right] \quad (۲۷)$$

و به‌موجب این رابطه، شرط حرکت جسم به‌طرف پائین سطح شیبدار به صورت زیر در می‌آید:

$$P\,Sin\alpha - F\,Cos\alpha - (P\,Cos\alpha + F\,Sin\alpha)\,\mu \geqslant 0$$

یا:

$$F \leqslant P\,\frac{Sin\alpha - \mu\,Cos\alpha}{Cos\alpha + \mu\,Sin\alpha}$$

و یا

$$F \leqslant P\,\frac{tan\alpha - \mu}{1 + \mu\,tan\alpha} \quad (۲۸)$$

در این حالت بایستی فرض کنیم که زاویه شیب، خیلی کوچک نباشد. یعنی: $(tan\,\alpha - \mu) > 0$ باشد و از آنجا:

$$tan\,\alpha > \mu \quad (۲۹)$$

با ترکیب روابط ۲۵، ۲۶، ۲۸ و ۲۹ به‌نتایج زیر می‌رسیم:

۱) اگر در مورد یک سطح شیبدار نامساوی $\mu < tan\,\alpha < \frac{1}{\mu}$ صادق باشد:

الف ــ اگر $F > \frac{P(\mu + tan\alpha)}{1 - \mu\,tan\alpha}$ باشد، جسم با شتابی که از

رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود از سطح شیبدار بالا می‌رود.

ب ـ اگر $F = \frac{P(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}$ باشد، جسم یا با حرکت یکنواخت از سطح شیبدار بالا می‌رود یا ساکن می‌ماند.

ج ـ اگر $F < \frac{P(\tan\alpha - \mu)}{1 + \mu\tan\alpha}$ باشد، جسم با شتابی که از رابطه (۲۷) بدست می‌آید از سطح شیبدار پائین می‌آید.

د ـ اگر $F = \frac{P(\tan\alpha - \mu)}{1 + \mu\tan\alpha}$ باشد، جسم یا با حرکت یکنواخت از سطح شیبدار پائین می‌آید یا ساکن می‌ماند.

هـ ـ اگر $\frac{P(\tan\alpha - \mu)}{1 + \mu\tan\alpha} < F < \frac{P(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند.

توجه داشته باشید که اگر F از مقدار $\frac{P(\tan\alpha - \mu)}{1 + \mu\tan\alpha}$ به مقدار $\frac{P(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}$ افزایش یابد، نیروی اصطکاک سکون به‌تدریج از مقدار $\mu(P\cos\alpha + F\sin\alpha)$ به‌صفر تنزل می‌کند و پس از معکوس شدن جهت آن، مقدارش باز به $\mu(P\cos\alpha + F\sin\alpha)$ می‌رسد و در تمام این حالت، جسم درحال سکون می‌ماند.

۲) اگر در مورد سطح شیبدار شرط:

$$0 < \tan\alpha \leq \mu$$

برقرار باشد:

الف ـ در صورتیکه $F > \frac{P(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}$ باشد، جسم با شتابی که از رابطه (۲۴) بدست می‌آید از سطح شیبدار بالا می‌رود.

ب ـ اگر $F = \frac{P(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}$ باشد جسم یا با حرکت یکنواخت از سطح شیبدار بالا می‌رود یا ساکن می‌ماند.

ج ـ در صورتیکه $F < \frac{P(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند. در این حالت حتی اگر F برابر با صفر شود، جسم رو به‌پائین حرکت نمی‌کند.

۳) بالاخره، اگر در سطح شیبدار شرط:

$$\tan\alpha \geq \frac{1}{\mu}$$

صادق باشد :

الف ــ در صورتیکه $F < \frac{P(\tan\alpha - \mu)}{1 + \mu \tan\alpha}$ باشد، جسم با شتابی که مقدار آن از رابطه (۲۷) بدست می‌آید به‌پائین حرکت می‌کند .

ب ــ اگر $F = \frac{P(\tan\alpha - \mu)}{1 + \mu \tan\alpha}$ باشد، جسم یا با حرکت یکنواخت از سطح شیبدار پائین می‌رود یا ساکن می‌ماند .

ج ــ اگر $F > \frac{P(\tan\alpha - \mu)}{1 + \mu \tan\alpha}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و حرکت رو به‌بالا غیر ممکن است . ظاهرا" چون F را می‌توان به میزان دلخواه افزایش داد، این امر غیرقابل قبول به‌نظر می‌رسد . پاسخ اینستکه، شیب سطح آنقدر زیاد است که افزایش F منجر به افزایش سریع‌تر فشار جسم بر سطح می‌شود .

شاگرد ــ تا حالا در مدرسه چنین آزمایشی را ندیده‌ام .

معلم ــ به‌همین علت توجه شما را به‌آن جلب کردم . البته معمولا" در امتحانات، شما با نمونه‌های ساده‌تری سر و کار دارید. مثلا" اصطکاک را حذف می‌کنند، یا اگر اصطکاک باشد، نوع حرکت را در مساله مشخص می‌کنند . ولی داشتن اطلاعاتی عمیق‌تر در این‌باره، خالی از فایده نیست .

شاگرد ــ اگر $\mu = 0$ باشد چه اتفاقی می‌افتد ؟

معلم ــ در غیبت اصطکاک، همه‌چیز ساده می‌شود . برای هر زاویه شیب، نتایج زیر بدست می‌آید :

اگر $F > P \tan\alpha$ باشد، جسم با شتاب زیر از سطح شیبدار بالا می‌رود :

$$a = \frac{g}{P} (F \cos\alpha - P \sin\alpha) \qquad (۳۰)$$

اگر $F = P \tan\alpha$ باشد، جسم یا ساکن می‌ماند و یا با حرکت یکنواخت از سطح شیبدار بالا یا پائین می‌رود .

اگر $F < P \tan\alpha$ باشد، جسم با شتابی که از رابطه زیر بدست می‌آید از سطح شیبدار پائین می‌رود :

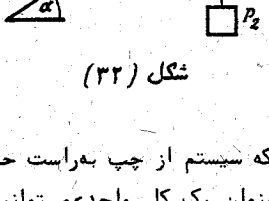
$$a = \frac{g}{p}\ (\ p\ Sin\alpha - F\ Cos\alpha\ ) \qquad (۳۱)$$

توجه داشته باشد که دو رابطه ۳۰ و ۳۱ فقط در علامت اختلاف دارند. بنابراین، در حل مسائل می‌توانید هر جهتی را که می‌خواهید برای حرکت در نظر بگیرید و پس از محاسبه شتاب، به‌علامت آن توجه کنید.

اگر $a > 0$ باشد، جهتی که انتخاب کرده‌اید درست است.

اگر $a < 0$ باشد، جهت، عکس جهتی است که شما انتخاب کرده‌اید.

اینک به یک مساله دیگر می‌پردازیم: "دو جسم P_1 و P_2 را با نخی بهم وصل کرده و نخ را از روی یک قرقره می‌گذرانیم. جسم P_1 را روی سطح شیبداری به‌زاویه شیب α و ضریب اصطکاک μ قرار می‌دهیم. جسم P_2 در سمت دیگر از نخ آویزان می‌کنیم، شکل (۳۲). شتاب حرکت سیستم را حساب کنید."



شکل (۳۲)

فرض می‌کنیم که سیستم از چپ به‌راست حرکت می‌کند. با توجه به حرکت سیستم، به‌عنوان یک کل واحد، می‌توانیم رابطه زیر را برای شتاب بنویسیم:

$$a = g\ \frac{P_2 - p_1\ Sin\alpha\ - p_1 \mu\ Cos\alpha}{P_1 + P_2} \qquad (۳۲)$$

اگر جهت حرکت سیستم را از راست به‌چپ بگیریم، شتاب از رابطه

زیر بدست می‌آید :

$$a = g\,\frac{P_1 \sin\alpha - P_2 - P_1\,\mu\cos\alpha}{P_1 + P_2} \qquad (۳۳)$$

برای آنکه حرکت از چپ به‌راست باشد بایستی

$$\frac{P_2}{P_1} \leqslant \frac{1}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}$$ گردد .

رابطه (۳۳) نشان می‌دهد که برای حرکت از راست به‌چپ،شرط لازم عبارتست از :

$$\frac{P_2}{P_1} \geqslant \frac{1}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}$$

که البته در اینجا یک شرط دیگر هم لازم است : زاویه شیب نباید خیلی کوچک باشد،بطوریکه $\tan\alpha > \mu$. اگر $\tan\alpha \leqslant \mu$ باشدهرچقدر هم که $\frac{P_2}{P_1}$ بزرگ باشد،سیستم از راست به‌چپ حرکت نمی‌کند .
اگر $\tan\alpha > \mu$ باشد،جسم در صورت برقراری رابطه زیر در حال سکون می‌ماند :

$$\frac{1}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} < P < \frac{1}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}$$

اگر $\tan\alpha \leqslant \mu$ باشد،جسم تنها درصورتی به‌حال سکون می ـ ماند که :

$$P > \frac{1}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}$$

باشد .

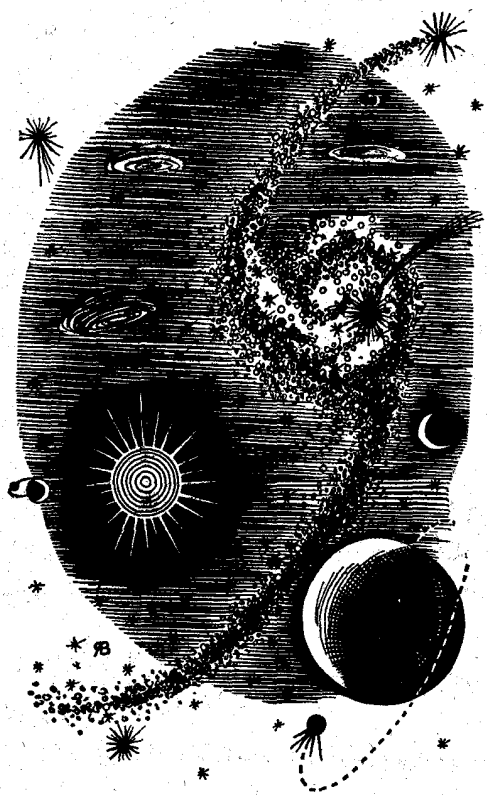
شاگرد ـ اگر α یا μ تغییر کند چه اتفاقی می‌افتد ؟

معلم ــ این موضوع را به‌عنوان تکلیف به‌شما محول می‌کنم. (به‌مسائل شماره ۱۳ و ۱۴ توجه کنید).

مسائل:

۱۳) مساله شکل ۳۲ را با فرض معلوم بودن α و $\frac{P_2}{P_1}$، برای مقادیر مختلف μ توضیح دهید.

۱۴) همین مساله را با فرض معلوم بودن μ و $\frac{P_2}{P_1}$، برای مقادیر مختلف α تشریح کنید. برای سادگی، تنها دو حالت $\frac{P_2}{P_1} = ۱$ و $\frac{P_2}{P_1} = \frac{۱}{۲}$ را در نظر بگیرید.



حرکت دایره‌ای، ساده‌ترین نوع حرکت در مسیر منحنی است. شناخت ویژگی‌های این حرکت بسیار مهم است. بگذارید حرکت یکنواخت و متغیر یک نقطه مادی بر روی محیط دایره و گردش ماهواره‌ها به‌دورزمین را در نظر بگیریم. به‌این ترتیب، به‌بحث درباره علل فیزیکی بی‌وزنی اجسام می‌رسیم.

۸) درباره حرکت دورانی

معلم ــ تجربه نشان داده است که پرسش‌ها و مساله‌های مربوط به حرکت دورانی، بنظر شاگردها خیلی سخت می‌آید. در جوابهائی که در امتحان به‌این سوءالها داده می‌شود، معمولا" اشتباهات مشخصی دیده می‌شود. برای نشان دادن این موضوع، بگذارید فرض کنیم دانش آموز دیگری هم در بحث ما شرکت دارد. این دانش آموز نمی‌داند ما قبلا" درباره‌ٔ چه‌چیزهائی بحث کرده‌ایم. بنابراین، ما با دو دانش‌آموز سر و کار داریم که یکی را "*الف*" و دیگری را "ب" می‌نامیم.

حالا خواهش می‌کنم دانش آموز "ب" نیروهائی را که بر سفینه یا قمر مصنوعی، در مدار حرکت بدور زمین، وارد می‌شود مشخص کند. می‌توانیم از مقاومت هوا و جاذبه ماه، خورشید و دیگرجرمهای آسمانی صرف‌نظر کنیم.

ب ــ دو نیرو بر سفینه وارد می‌شود، یکی جاذبه زمین و دیگری نیروی گریز از مرکز.

معلم ــ با نیروی جاذبه مخالفتی ندارم، ولی نمی‌دانم نیروی گریز از مرکز را از کجا آورده‌اید. ممکن است بیشتر توضیح بدهید؟

ب ــ اگر این نیرو نبود سفینه در مدار نمی‌ماند.

معلم ــ خوب، در آن‌صورت چه می‌شد؟

ب ــ به‌روی زمین سقوط می‌کرد.

معلم (خطاب به "الف") ــ یادتان هست قبلا" چه گفتیم؟ این مثال جالبی است از اشتباهی که معمولا" هنگام مشخص کردن نیروها اتفاق می‌افتد. علت این اشتباه آن است که افراد به‌جای در نظر گرفتن تاءثیر متقابل اجسام، به‌طبیعت حرکت آنها توجه می‌کنند. البته سفینه

باید در مدار خود بماند و بنابراین به‌یک نیروی مشخص نیازمند است که آنرا در جای خود نگه‌دارد. ولی اگر نیروئی به‌نام گریز از مرکز وجود داشت، باعث می‌شد که سفینه از مدار خارج شود. چون در اینصورت همه نیروهای وارد بر سفینه خنثی می‌شدند و سفینه با سرعت ثابت روی یک خط راست پیش می‌رفت.

الف ــ نیروی گریز از مرکز هیچوقت بر روی جسم در حال دوران وارد نمی‌شود، بلکه معمولا" به‌صورت کشش جلوه می‌کند (مثلا" کشش نخ). نیروئی که بر جسم در حال دوران وارد می‌شود، نیروی جذب به‌مرکز است.

ب ــ منظورتان اینستکه فقط نیروی وزن بر سفینه اثر می‌کند؟

معلم ــ بلی، فقط وزن.

ب ــ سفینه به‌زمین سقوط نمی‌کند؟

معلم ــ سقوط یعنی حرکت در اثر نیروی جاذبه، پس سفینه در حال سقوط است. اما در اینجا سقوط به‌معنای دور زدن به‌گرد زمین است و تا زمان نامعینی ادامه می‌یابد. قبلا" نشان دادیم که جهت حرکت جسم، لزوما" بر جهت نیروی وارد بر آن منطبق نیست. (به‌بخش ۴ رجوع شود).

ب ــ وقتی درباره جاذبه زمین و نیروی گریز از مرکز صحبت می‌کردم، به‌فرمول:

$$\frac{G\,m\,M}{r^{2}}=\frac{m\,v^{2}}{r} \qquad (۳۴)$$

فکر می‌کردم که طرف اول آن نیروی جاذبه است (m = جرم سفینه و M = جرم زمین، r = شعاع دوران و G = ثابت جاذبه) و طرف دوم آن نیروی گریز از مرکز است (v = سرعت سفینه). بنظر شما این فرمول غلط است؟

معلم ــ نه، فرمول کاملا" صحیح است ولی تعبیر شما غلط است. شما این فرمول را نشان‌دهنده تعادل میان دو نیرو می‌دانید، در حالیکه این فرمول صورت دیگری از قانون دوم نیوتن است، یعنی:

$$F = ma \qquad (\text{الف} - ۳۴)$$

که در آن $F = G\frac{mM}{r^۲}$ و $a = \frac{V^۲}{r}$ شتاب جانب مرکز است.

ب ــ درست است که این تعبیر به‌ما اجازه می‌دهد نیروی گریز از مرکز را از محاسبات خود خارج کنیم، ولی آیا نیروی جذب به‌مرکز هم وجود ندارد؟ شما که از آن اسمی نبردید؟

معلم ــ در این مورد، نیروی جذب به‌مرکز همان نیروی جاذبه میان سفینه وزمین است. تأکید می‌کنم که این جاذبه فقط و فقط یک نیرو است، نه دو نیروی متفاوت.

ب ــ پس اصلا" به‌نیروی جذب به‌مرکز احتیاجی نداریم.

معلم ــ نه، این اصطلاح فقط به‌درد گیج کردن مردم می‌خورد. نیروی جذب به‌مرکز، نیروئی نیست که مستقلا" همراه با نیروهای دیگر بر جسم وارد شود. برعکس، این نیرو عبارت است از برآیند همه نیروهائی که بر جسم وارد می‌شود و آن را با سرعت ثابت در مدار دایره‌ای شکل به حرکت درمی‌آورد. مقدار $\frac{mV^۲}{r}$ نشان‌دهندهٔ یک نیروی تنها نیست، بلکه حاصلضرب جرم جسم و شتاب جانب مرکز یعنی $\frac{V^۲}{r}$ است. این شتاب به‌سمت مرکز است و در نتیجه، برآیندهمه نیروهائی که بر جسم در هنگام حرکت روی دایره با سرعت ثابت وارد می‌شود به‌طرف مرکز دایره اثر می‌کند. بنابراین، شتاب جانب مرکز وجود دارد و نیروهائی در کار است که رویهمرفته این شتاب را به‌جسم می‌دهند.

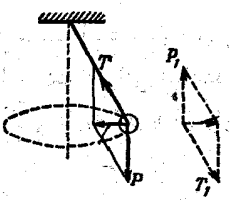
ب ــ این نوع تفسیر حرکت را دوست دارم. در حقیقت این حرکت جزو موارد استاتیک نیست که برای آن، تعادل نیروها لازم باشد، بلکه حرکت دینامیکی است.

الف ــ اگر بتوانیم از مفهوم "نیروی جذب به‌مرکز" صرفنظر کنیم، مطمئنا" می‌توانیم از به‌کار بردن "نیروی گریز از مرکز" هم پرهیز کنیم، حتی در مورد کشش نخ.

معلم ــ ممکن است "نیروی جذب به‌مرکز" را به‌عنوان برآیند چند نیرو بکار برد، ولی نیروی گریز از مرکز در بسیاری از موارد اصلا" معنی ندارد.

الف ــ این جمله آخر شما را نفهمیـــدم . نیروی گریز از مرکز را می‌توان به‌عنوان عکس‌العمل نیروی جذب به‌مرکز به‌شمار آورد . اگر در بسیاری از موارد این نیروی عکس‌العمل وجود نداشته باشد،آیا قانون سوم نیوتن در آن موارد صادق نیست ؟

معلم ــ قانون سوم نیوتن فقط در مورد نیروهای واقعی که در اثر تاءثیر متقابل اجسام معیـن می‌شوند صادق است و در مورد برآیند این نیروها صدق نمی‌کند . با کمک پاندول مخروطی،که با آن آشنا هستید، می‌شود این موضوع را نشان داد .



شکل (۳۳)

بر گلوله آونگ دو نیرو وارد می‌شود،یکی P یعنی نیروی وزن آن و دیگری T یعنی نیروی کشش نخ . این دو نیرو با هم به‌گلوله شتابی جانب مرکز می‌دهند و مجموعهٔ آنها،نیروی جذب به‌مرکز خواندهٔ می ــ شود . نیروی P در اثر تاءثیر متقابل گلوله و زمین بدست می‌آید . نیروی عکس العمل در بـرابـر آن P_1 اسـت ، که از طرف گلوله بر زمین وارد می‌شود . نیروی T از تاءثیر گلوله و نخ بر یکدیگر حاصل می‌شود و عکس العمل آن یعنی T_1 ، بر نخ وارد می‌آید . برآیند دو نیروی P_1 و T_1 ،همان نیروئی است که معمولا " از آن به‌عنوان نیروی گریز از مرکز نام می‌برند . اما این نیرو بر چه‌چیزی وارد می‌شود ؟ یکی از مؤلفه‌های این نیرو بر زمین وارد می‌شود و مؤلفه دیگر آن بر نخ . به‌این ترتیب،آیا می‌توانیم آنرا یک نیرو بدانیم ؟ چنین نیروئی از لحاظ فیزیک کاملا " بی‌معنا است .

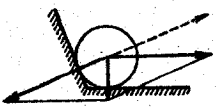
الف ــ آیا موردی هست که نیروی گریز از مرکز وجود داشته

باشد؟

معلم ــ در مورد گردش سفینه به‌دور زمین،نیروی جذب به‌مرکز نیروئی است که زمین بر سفینه وارد می‌آورد و آنرا بسوی خود می‌کشد و نیروی گریز از مرکز،نیروئی است که سفینه به‌یاری آن زمین را به‌طرف خود می‌کشد . البته این در حالتی است که فقط دو جسم،یعنی زمین و سفینه،بر یکدیگر تاءثیر نمایند .

ب ــ شما گفتید که قانون سوم نیوتن درمورد برآیند نیروها صادق نیست . به‌نظر من این قانون در مورد موءلفه‌های نیروی واقعی هم صادق نیست . نظر شما چیست؟

معلم ــ نظر شما درست است . در این رابطه اجازه دهید مثالی بزنم که هیچ شباهتی با حرکت دورانی نداشته باشد . یک گلوله در کف اتاق،درست درکنار دیواری که با کف اتاق زاویه منفرجه می‌سازد،قرار می‌دهیم :



شکل (۳۴)

نیروی وزن گلوله را به‌دو موءلفه تجزیه می‌کنیم ، یکی عمود بر دیوار و دیگری موازی با کف اتاق . به‌جای نیروی وزن،از این دو موءلفه استفاده می‌کنیم . اگر قانون سوم نیوتن در مورد موءلفه‌های نیرو صادق باشد ، دیوار بایستی نیروی عکس‌العملی در برابر موءلفه عمود بر آن وارد آورد . در این صورت،هیچ نیروئی وجود ندارد که موءلفه موازی با کف اتاق را خنثی کند و درنتیجه گلوله در امتداد افقی با شتاب حرکت می‌کند . پیداً است که این موضوع در فیزیک معنائی ندارد .

الف ــ ما مرتبا" درباره حرکت یکنواخت بر روی دایره صحبت می‌کنیم . اگر جسمی با حرکت متغیر در روی دایره حرکت کند چه می‌شود؟ مثلا" جسمی که از بالای حلقه‌ای که به‌طور قائم نگه داشته شده

است به‌پائین می‌لغزد. حرکت این جسم یکنواخت نیست‌چون مرتبا" بر تندی آن افزوده می‌شود. در این مورد چه توضیحی می‌توان داد؟

معلم ــ اگر جسمی با سرعت ثابت روی دایره حرکت کندبرآیند همهٔ نیروهای وارد بر آن رو به‌طرف مرکز دارد،که باعث شتاب جانب مرکز می‌شود. در حرکت غیر یکنواخت بر روی دایره،نیروی برآیند به‌صورت تغییر ناپذیر رو به‌طرف مرکز نیست. در این صورت،یکی از مؤلفه‌های نیرو به‌جانب مرکز متوجه است. و مؤلفه دیگر آن بر مدار مماس است. مؤلفه نخست،به‌جسم شتاب جانب مرکز می‌دهد و مؤلفه دوم،باعث شتاب مماسی است که سرعت را تغییر می‌دهد. چون سرعت جسم تغییر می‌کند،شتاب جانب مرکز یعنی $\frac{V^2}{r}$ هم متغیر است.

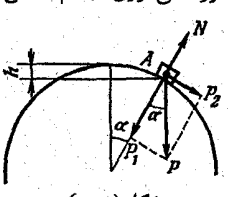
الف ــ آیا می‌توانیم $a = \frac{V^2}{r}$ را شتاب لحظه‌ای و V را سرعت لحظه‌ای جسم بدانیم؟

معلم ــ کاملا". شتاب جانب مرکز در حرکت یکنواخت بر روی دایره ثابت است ولی درحرکت غیر یکنواخت تغییر می‌کند.

الف ــ در این حرکات چطور می‌توانیم چگونگی تغییر سرعت را بفهمیم؟

معلم ــ در این مورد معمولا" از قانون بقای انرژی استفاده می‌کنیم. اجازه بدهید مثالی بزنم: فرض کنید جسمی از بالای یک حلقه به شعاع R که به‌طور قائم نگه‌داشته شده است بدون اصطکاک به پائین می‌لغزد. در نقطه‌ای که به اندازه h پائینتر از محل شروع حرکت است چه نیروئی این جسم را روی سطح حلقه نگه می‌دارد؟ سرعت جسم در بالای حلقه صفر است. پیش ازهر کار بایستی معین کنیم چه نیروهائی برجسم اثر می‌گذارند.

الف ــ دو نیرو یکی وزن جسم یعنی p و دیگری عکس‌العمل سطح یعنی N.



شکل (۳۵)

معلم ــ درست است. بعد چکار می‌کنید؟

الف ــ همانطور که گفتید، برآیند این دو نیرو را معین می‌کنم و آنرا به دو مؤلفه تجزیه می‌کنم: یکی در امتداد شعاع و دیگری مماس بر دایره.

معلم ــ صحیح است. اما بهتر است از همان ابتدا خود نیروها را به مؤلفه‌هایشان تجزیه کنید. چون در اینصورت، فقط با یک نیرو سر و کار دارید و آنهم وزن است.

الف ــ آیا کار من در شکل (۳۵) درست است؟

معلم ــ نیروی P_2 ایجاد کننده شتاب مماسی است و فعلاً" به‌آن کاری نداریم. برآیند نیروهای P_1 و N باعث شتاب جانب مرکز می‌شود پس:

$$P_1 - N = \frac{mv^2}{R} \qquad (۳۵)$$

سرعت جسم در نقطه A، بوسیله قانون بقای انرژی محاسبه می‌شود:

$$Ph = \frac{1}{2} mv^2 \qquad (۳۶)$$

با توجه به‌شکل می‌توان نوشت:

$$P_1 = P \cos\alpha = P\frac{R-h}{R}$$

اگر دو رابطه (۳۵) و (۳۶) را با توجه به‌تساوی فوق ترکیب کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{P}{R}(R-h) - N = \frac{2Ph}{R}$$

طبق قانون سوم نیوتن، نیروئی که جسم را بر حلقه می‌فشارد با نیروی N برابر است و از رابطه فوق می‌توان نیروی N را بدست آورد:

$$N = P\frac{R - ۳h}{R} \qquad (۳۷)$$

ب ــ شما فرض کرده‌اید که در نقطه A، جسم همچنان روی سطح حلقه بماند، ولی ممکن است قبل از رسیدن به A، جسم از روی حلقه بپرد.

معلم ــ می‌توانیم نقطه‌ای را که جسم در آنجا از حلقه جدا می‌شود پیدا کنیم. این نقطه مربوط به‌زمانی است که نیروی فشاردهنده جسم به‌حلقه، صفر شود. در نتیجه، در رابطه (۳۷) می‌توان N را مساوی صفر گرفت و h را محاسبه کرد، که در این حالت آنرا $h_۰$ می‌نامیم. پس:

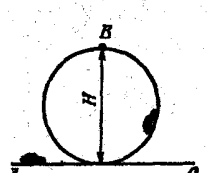
$$h_۰ = \frac{R}{۳} \qquad (۳۸)$$

رابطه (۳۷) تا هنگامیکه $h < h_۰$ است صادق است و در صورت $h \geqslant h_۰$ ، $N = ۰$ می‌شود.

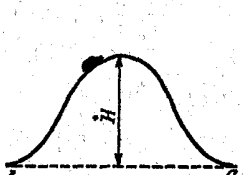
الف ــ تا آنجا که من می‌دانم، در روابط (۳۵) و (۳۶) از دو قانون فیزیکی استفاده شده است.

معلم ــ خوب متوجه شده‌اید. در رابطه (۳۵) از قانون دوم نیوتن استفاده می‌شود و در رابطه (۳۶) از قانون بقای انرژی. متاءسفانه، خیلی از دانش آموزان نمی‌دانند در حل مساله از کدام قانون استفاده می‌کنند و این نکته مهمی است. یک مثال بزنم:

به‌جسمی سرعت $V_۰$ می‌دهیم، به‌نحوی که بتواند از نقطه A به نقطه C برسد. این جسم می‌تواند از یکی از دو مسیری که در شکل (۳۶) نشان داده شده است به‌نقطه C برسد:



(الف)



(ب)

شکل (۳۶)

در هر دو مسیر جسم بایستی تا نقطه ای به‌ارتفاع H صعود کند، ولی از دو طریق متفاوت. کمترین مقدار V_0 را معین کنید. از اصطکاک صرف‌نظر شود.

ب ــ فکر می‌کنم در هر دو حالت،کمترین مقدار V_0 یکی باشد. چون اصطکاک در کار نیست و در هر دو مسیر،جسم بایستی به‌یک اندازه صعود کند. این مقدار سرعت را با استفاده از قانون بقای انرژی محاسبه می‌کنیم:

$$mgH = \frac{1}{2} mV_0^2 \Longrightarrow V_0 = \sqrt{2gH}$$

معلم ــ جوابتان غلط است. شماتوجه نکردید که در حالت اول، جسم با حرکت دورانی از نقطه اوج می‌گذرد.بنابراین،در نقطه B سرعت آن V_1 خواهد بود که مقدار آن از رابطه (۳۵) بدست می‌آید. چون حداقل سرعت مورد نظر است، ما شرایطی را در نظر می‌گیریم که در آن نیروی فشارنده جسم بر سطح اتکای خود در نقطه B صفر باشد. در اینصورت فقط نیروی وزن بر جسم اثر می‌کند و به‌آن شتاب جانب مرکز می‌بخشد. بنابراین:

$$mg = \frac{mV_1^2}{R} = \frac{2mV_1^2}{H} \qquad (۳۹)$$

و قانون بقای انرژی به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{1}{2} mV_0^2 = \frac{1}{2} mV_1^2 + mgH \Longrightarrow V_0 = \sqrt{\frac{5}{2} gH} \qquad (۴۰)$$

در حالت دوم جسم می‌تواند با سرعتی بسیار نزدیک به‌صفر از نقطه اوج بگذرد و آنچه شما گفتید درمورد آن درست است.

ب ــ حالا متوجه شدم. در حالت اول اگر جسم در نقطه B سرعت نداشته باشد فرو می‌افتد.

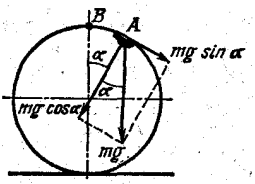
معلم ــ اگر در حالت اول جسم همانطور که شما گفتید با سرعت

$V_0 = \sqrt{2gH}$ حرکت می‌کرد هرگز به‌نقطه B نمی‌رسید و قبل از رسیدن به‌آن می‌افتاد. پیشنهاد می‌کنم ارتفاعی را که در حالت اول جسم با سرعت $V_0 = \sqrt{2gH}$ می‌تواند به‌آن برسد بدست آورید.

الف ــ اجازه بدهید من حل کنم.

معلم ــ بفرمائید.

الف ــ در نقطه‌ای که جسم می‌افتد نیروی عکس‌العمل سطح صفر است. بنابراین در این نقطه فقط نیروی وزن بر جسم اثر می‌کند. ما نیروی وزن را به‌دو مؤلفه تجزیه می‌کنیم: یکی در امتداد شعاع که مقدار آن $mg\ Cos\alpha$ و دیگر عمود بر شعاع که مقدار آن $mg\ Sin\alpha$ است:



شکل (۳۷)

مؤلفه شعاعی باعث ایجاد شتابی می‌شود که مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$mg\ Cos\alpha = \frac{mV_2^2}{R} \qquad (41)$$

که در آن V_2 سرعت جسم در نقطه A است. برای محاسبه آن از رابطه انرژی استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{2}\ m\ V_2^2 + m\ g\ h = \frac{1}{2} m\ V_0^2 \qquad (42)$$

با ترکیب دو رابطه (۴۱) و (۴۲) و توجه به‌این موضوع که $Cos\alpha = \frac{h-R}{R}$ به‌این نتیجه می‌رسیم که:

$$mg\ (h-R)=m\,V_{\circ}^{۲}-۲mgh$$

و از آنجا :

$$h=\frac{۲\,V_{\circ}^{۲}+gH}{۶g} \qquad (۴۳)$$

اگر در این رابطه به‌جای $V_{\circ}$ مقدار آنرا از رابطه $V_{\circ}^{۲}=۲gH$ بگذاریم :

$$h=\frac{۵}{۶}H$$

معلم ــ کاملا" صحیح است . توجه داشته باشید که شما از رابطه (۴۳) می‌توانید سرعت اولیه جسم را برای طی کردن حلقه بدست آورید . برای این منظور باید در این رابطه $H=h$ بگیرید :

$$H=\frac{۲\,V_{\circ}^{۲}+Hg}{۶g}$$

و از آنجا :

$$V_{\circ}=\sqrt{\frac{۵}{۲}gH}$$

الف ــ رابطه (۴۳) مربوط به‌هنگامی است که جسم از مسیر خود به‌خارج می‌افتد ، آیا می‌توانیم آنرا برای موردی بکار ببریم که در آن جسم در مسیر خود می‌ماند ؟

معلم ــ به‌خارج افتادن جسم در بالاترین نقطه مسیر به‌معنای خارج افتادن آن نیست بلکه به‌معنای عبور از آن نقطه و ادامه حرکت بر روی دایره است .

ب ــ می‌توان گفت انگار جسم فقط برای یک لحظه از مسیر به‌خارج می‌افتد .

معلم ــ کاملا" درست است . برای جمع بندی ، یک مساله ارائه می‌ــ

کنم . "جسمی در پائین یک سطح شیبدار با زاویه شیب α قرار دارد . این سطح با سرعت زاویه‌ای ثابت ω به‌دور به محور قائم می‌چرخد . فاصله جسم تا محور چرخش برابر R است . پیدا کنید حداقل مقدار ضریب k_0 را برای آنکه جسم بدون لغزیدن همچنان روی سطح در حال چرخش بماند . " بایستی توضیح دهم که این ضریب نشان‌دهنده‌حداکثر مقدار نیروی اصطکاک استاتیک است . برای حل مساله بگذارید اول با این سئوال شروع کنیم ، چه نیروهائی بر جسم وارد می‌شود ؟

الف ــ سه نیرو بر جسم وارد می‌شود : P وزن جسم ، N نیروی عکس‌العمل سطح و F_f نیروی اصطکاک .

معلم ــ کاملا" صحیح است . خدا را شکر که اسمی از نیروی جذب به‌مرکز به‌میان نیاوردید . خوب بعد ؟

الف ــ بعد این نیروها را به‌مؤلفه‌هائی در راستای سطح و عمود بر آن تجزیه می‌کنیم مثل شکل (۳۸ــ ب) .

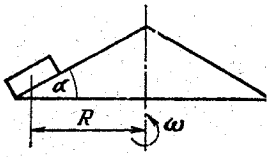
معلم ــ فعلا" تعبیر شما را قبول می‌کنم ولی این شیوه تجزیه نیروها را نمی‌پسندم . بگوئید جسم در چه راستائی شتاب می‌گیرد ؟

الف ــ شتاب در راستای افقی و رو به‌جانب مرکز است .

معلم ــ خوب . پس به‌این دلیل است که شما نیروها را به‌مؤلفه‌های موازی با راستای شتاب و عمود بر آن تجزیه کردید . یادتان هست در بخش ۶ چه گفتیم ؟

الف ــ حالا می‌فهمم . تجزیه نیروها به‌دو مؤلفه افقی و قائم در شکل (۳۸ ــ ج) نشان داده شده است . مؤلفه‌های قائم یکدیگر را خنثی می‌کنند و مؤلفه‌های افقی به‌جسم شتاب می‌دهند . بنابراین :

$$\left.\begin{aligned} N\,Cos\,\alpha + F_f\,Sin\,\alpha &= P \\ F_f\,Cos\,\alpha - N\,Sin\,\alpha &= \frac{m\,V^2}{R} \end{aligned}\right\}$$

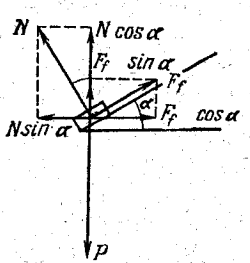


شکل (۳۸ــالف)

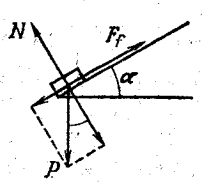
با توجه به‌اینکه: $F_f = k_0 N$

و $\frac{V^2}{R} = \omega^2 R$ و $m = \frac{P}{g}$ این روابط به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\left.\begin{aligned} N(\cos\alpha + k_0 \sin\alpha) &= P \\ N(k_0 \cos\alpha - \sin\alpha) &= p\omega^2 Rg \end{aligned}\right\}$$



شکل (۳۸ــج)



شکل (۳۸ــب)

ب ــ در این دستگاه دو معادله و سه مجهول داریم یکی k_0، یکی P و دیگری N.

معلم ــ عیب ندارد چون مجبور نیستیم هر سه مجهول را بدست بیاوریم، بلکه کافی است k_0 را محاسبه کنیم. اگر دو معادله را بر هم تقسیم کنیم دو مجهول دیگر حذف می‌شود.

الف ــ پس از تقسیم دو رابطه خواهیم داشت:

$$\frac{Cos\alpha + k_{\circ} Sin\alpha}{k_{\circ} Cos\alpha - Sin\alpha} = \frac{g}{\omega^{۲} R}$$

که از آن مقدار $k_{\circ}$ بدست می‌آید :

$$k_{\circ} = \frac{\omega^{۲} R\ Cos\alpha + g\ Sin\alpha}{g\ Cos\alpha - \omega^{۲} R\ Sin\alpha} \quad (۴۴)$$

معلم ــ برای آنکه رابطه (۴۴) برقرار باشد لازم است :
$g\ Cos\alpha - \omega^{۲} R\ Sin\alpha > ۰$ باشد که می‌توان آن را به‌این صورت نوشت :

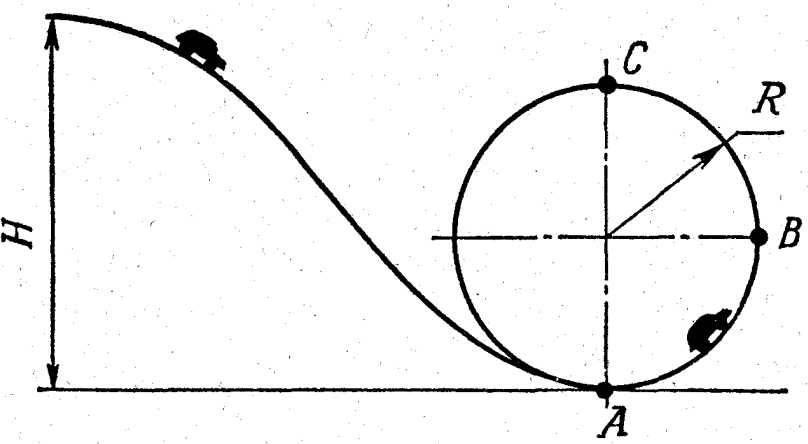
$$tan\alpha < \frac{g}{\omega^{۲} R} \quad (۴۵)$$

اگر شرط (۴۵) نباشد هیچ نیروی اصطکاکی قادر نخواهد بود جسم را روی سطح شیبدار چرخان نگاه دارد .

مسائل :

۱۵) نسبت نیروئی که یک تانک نظامی بر وسط یک پل قوسی شکل برجسته وارد می‌آورد به‌نیروئی که همین تانک بر وسط یک پل قوسی شکل فرو رفته وارد می‌کند چقدر است؟ شعاع انحنای پل در دو حالت ۴۰ متر و سرعت‌تانک $۴۵\ Km/h$ است .

۱۶) جسمی از ارتفاع $H = ۶۰\ cm$ بدون اصطکاک به‌پائین می ــ لغزدو حلقه‌ای به‌شعاع $R = ۲۰\ cm$ را طی می‌کند . نسبت‌نیروهائی‌راکه جسم در نقاط A و B و C بر سطح مسیر وارد می‌آورد محاسبه کنید .

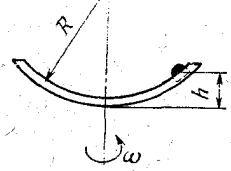


شکل ۳۹

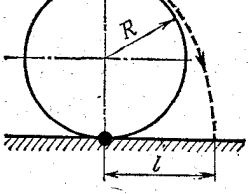
۱۷) می‌خواهیم جسمی را که به‌نخی به‌طول R بسته‌ایم در صفحه قائمی به‌چرخش درآوریم . اگر کشش نخ در پائینترین نقطه حرکت ده برابر وزن جسم باشد سرعت خطی آن در بالاترین نقطه چقدراست؟

۱۸) سفینه‌ای با زمان تناوب T در یک مدار دایره‌ای به‌شعاع ۱/۵ برابر شعاع یک سیاره کروی به‌دور این سیاره می‌چرخد . جرم حجمی ماده متشکله سیاره را بدست آورید .

۱۹) جسمی به‌وزن m می‌تواند بدون اصطکاک روی یک سطح قوسی‌به‌شعاعR بلغزد اگر این سطح با سرعت زاویه‌ای ثابت ω به‌دور یک محور قائم بچرخد و جسم در ارتفاع h به‌حال سکون بایستد معین کنید اولا" ــ ارتفاع h را . ثانیا" ــ نیروی F که جسم بر سطح وارد می‌آورد .



شکل (۴۰)



شکل (۴۱)

۲۰) حلقه‌ای به‌شعاع R به‌طور قائم روی زمین قرارداده شده است. جسمی بدون اصطکاک از بالای‌آن به‌پائین می‌لغـزد. محل سقوط این جسم بر روی زمین تا محل اتکای حلقه با زمین چقدر فاصله خواهد داشت؟

۹) بی وزنی را چگونه توضیح دهیم؟

معلم ــ شما بارها این عبارت را شنیده‌اید که: "وزن اجسام در روی خط استوای هر سیاره کمتر از وزن آن اجسام در قطب‌های سیاره است". از این عبارت چه می‌فهمید؟

شاگرد ب ــ من این موضوع رااینطور درک می‌کنم که:

نیروی کششی که زمین در استوا بر اجسام وارد می‌کند به‌دو علت از نیروئی که در قطب بر آنها وارد می‌آورد کمتر است. اولا" ــ برجستگی زمین در دو قطب کمتر از برجستگی آن در استوا است. بنابراین جسمی که در روی خط استوا قرار می‌گیرد از مرکز زمین فاصله بیشتری دارد. ثانیا" براثر گردش زمین به‌دور محور خود نیروی جاذبه در استوا به‌علت اثر نیروی جذب به‌مرکز کاهش می‌یابد.

الف ــ ممکن است موضوع را یک خرده روشنتر کنید.

ب ــ در استوا نیروی جذب به‌مرکز از نیروی از نیروی جاذبه کم می‌شود.

الف ــ با این حرف موافق نیستم. اولا" ــ نیروی جذب به‌مرکز بر جسمی که در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند وارد نمی‌شود و ما در فصل ۸ در این‌باره گفتگو کردیم. ثانیا" ــ حتی اگر چنین نیروئی وجود داشت نمی‌توانست از تساوی نیروی جاذبه در این حالت در مقایسه با نیروی جاذبه در غیبت گردش زمین جلوگیری کند. نیروی جاذبه یعنی $G\frac{mM}{r^2}$ نمی‌تواند صرفا" به‌این دلیل که نیروهای دیگری هم بر جسم وارد می‌شود تغییر کند.

معلم ــ همانطور که می‌بینید موضوع "سنگینی اجسام" به‌آن سادگی که در آغاز به‌نظر می‌رسد نیست. تعداد بسیار زیادی از دانش ــ

آموزان در پاسخ دادن به سوءالهای مربوط به‌این عنوان درمی‌مانند. در واقع اگر بپذیریم که تعریف "وزن یک جسم" عبارت است از نیروی کششی که زمین بر جسم وارد می‌آورد، بایستی بپذیریم که‌کاهش $G\frac{mM}{x^2}$ در استوا صرفا" به‌خاطر شکل زمین صورت می‌گیرد.

ب ــ ولی اثر گردش زمین چه می‌شود؟

معلم ــ خوب. هرچند معمولا" در زندگی روزمره ما "وزن جسم" را همان نیروی کششی می‌دانیم که زمین بر آن وارد می‌کند ولی هنگامی که می‌خواهیم آنرا اندازه بگیریم از ترازوی فنری یا نیروسنج استفاده می‌کنیم یعنی نیروئی را که جسم بر زمین وارد می‌آورد اندازه می‌گیریم. به‌عبارت دیگر ما عکس‌العمل سطح را معین می‌کنیم (نیروئی که جسم بر تکیه‌گاه خود وارد می‌سازد طبق قانون سوم نیوتن با عکس العمل سطح تکیه‌گاه برابر است).

بنابراین عبارت "وزن جسم در استوا کمتر است" یعنی اینکه در استوا جسم نیروی کمتری بر تکیه‌گاه خود وارد می‌آورد.

اگر نیروی جاذبه را در قطب با حرف P_1 و در استوا با حرف P_2 نشان دهیم و عکس العمل سطح را در قطب با N_1 و در استوا با N_2 مشخص کنیم، چون جسم در قطب ساکن است و در استوا روی محیط یک دایره حرکت می‌کند می‌توان نوشت:

$$P_1 - N_1 = 0$$
$$P_2 - N_2 = m a_{cp}$$

که در این رابطه a_{cp} عبارت است از شتاب جانب مرکز. دو رابطه فوق را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$N_1 = P_1 \qquad (۴۶)$$
$$N_2 = P_2 - m a_{cp}$$

ازاین رابطه پیدا است که N_2 از N_1 کوچکتر است چون اولا" به

علت‌شکل زمین P_2 از P_1 کوچکتر است. ثانیا" ـ از P_2 مقدار ma_{cp} به‌علت گردش زمین به‌دور خودش کم می‌شود.

ب ـ پس وقتی می‌گوئیم "جسم نیمی از وزن خود را از دست داده است" منظورمان این نیست که نیروی جاذبه وارد بر آن از سوی زمین یا هر سیارهٔ دیگر نصف شده است.

معلم ـ خیر. نیروی جاذبه ابدا" تغییرنمی‌کند. منظور جمله‌ای که شما ذکر کردید اینست که نیروی وارد بر تکیه‌گاه جسم (یا به‌عبارت دیگر نیروی عکس‌العمل سطح) نصف می‌شود.

ب ـ پس می‌توان از شر (وزن داشتن) به‌یکباره خلاص شد. مثلا" می‌توان گودالی کند تا جسم و تکیه‌گاهش به‌درون آن سقوط‌کند. در این حالت جسم هیچ نیروئی بر تکیه‌گاه خود وارد نمی‌کند. آیا این امر بدان معنا است که جسم بکلی "وزن خود را از دست می‌دهد"؟ و آیا این همان حالت "بی‌وزنی" است؟

معلم ـ شما مستقلا" به‌نتیجه صحیحی رسیدید. درواقع حالت بی‌وزنی یک حالت سقوط‌آزاد است. دراین رابطه لازم است به‌چند نکته اشاره کرد. ما قبلا" "بی‌وزنی" را به‌عنوان حالتی توجیه می‌کردیم که در آن نیروی کشش زمین بوسیله یک نیروی دیگر خنثی می‌شد. مثلا" در مورد ماهواره‌ها نیروی جذب به‌مرکز کارخنثی کردن وزن را برعهده داشت. این جریان را به‌شرح زیر توضیح می‌دادیم: "نیروئی که ماهواره را به‌سمت زمین می‌کشدبوسیلـه نیروی جذب به مرکز خنثی می‌شود و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر ماهواره صفر می‌گردد و این امر با حالت بی‌وزنی مطابقت دارد.

اما حالا شما می‌دانید که این توضیح درست نیست چون تمام این استدلال بر این پایه متکی است که چون هیچ نیروی جذب به‌مرکزی بر ماهواره وارد نمی‌شود پس ماهواره وزن ندارد. اتفاقا" اگر "بی‌وزنی را حالتی بدانیم که در آن نیروی جاذبه بوسیله نیروی دیگری خنثی می‌شود، منطقا" بایستی جسم در حالتی که روی سطح افقی ساکن می‌ماند بی‌وزن باشد، چون این بهترین موردی است که می‌دانیم نیروی وزن بوسیله نیروی عکس‌العمل سطح خنثی می‌شود. عملا" برای ایجاد حالت

بی‌وزنی لازم نیست که نیروی جاذبه را خنثی کنیم ، برعکس برای آنکه جسمی بی‌وزن باشد باید شرایطی فراهم آید که طی آن هیچ نیروی دیگری بجز جاذبه بر جسم وارد نشود . به‌عبارت دیگر بایستی نیروی عکس‌العمل سطح صفر باشد . حرکت جسمی که در اثر نیروی جاذبه صورت می‌گیرد سقوط خوانده می‌شود . در نتیجه بی‌وزنی یک حالت سقوط است . سقوط آسانسور در یک معدن یا گردش یک ماهواره به‌دور زمین مثالهای خوبی برای این حالت است .

الف ــ در بخش ۸ هم گفتید که گردش ماهواره به‌دور زمین چیزی نیست مگر سقوط ماهواره بر زمین در یک مهلت زمانی بسیار طولانی .

معلم ــ درست است و این موضوع را می‌توان با روش رسم نمودار کاملا" روشن کرد . تصور کنید که بر قله یک کوه بلند ایستاده‌اید و سنگی را بطور افقی پرتاب می‌کنید . در این جریان از مقاومت هوا صرفنظر می‌کنیم . هر چقدر سرعت اولیه سنگ بیشتر باشد برد آن هم بیشتر خواهد بود . شکل (۴۲ ــ الف) نشان می‌دهد که چگونه مسیر پرتاب با افزایش تدریجی سرعت اولیه تغییر می‌کند .بالاخره برای یک سرعت اولیه مشخص که آنرا V_1 نامگذاری می‌کنیم این مسیر یک مدار دایره‌ای شکل می‌شود و سنگ به‌ماهواره زمین تبدیل می‌شود . باتوجه به‌رابطهٔ :

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}} \qquad (۴۷)$$

مـی‌بینیم که اگر شعاع مدار ماهواره یعنی r را تقریبا" برابر با شعاع زمین بگیریم $V_1 \cong ۸\ Km/s$ می‌شود .

الف ــ اگر سرعت اولیه را بازهم بیشتر کنیم چه اتفاقی می‌افتد ؟

معلم ــ هرچه سرعت اولیه بیشتر شود مسیر بیشتر حالت بیضی می‌گیرد (شکل ۴۲ ــ ب) . اگر سرعت اولیه به‌مقدار معین V_2 برسد **مسیر سنگ به یك سهمی تبدیل می‌شود و سنگ دیگر ماهوارهٔ زمین به‌حساب** نمی‌آید . سرعت V_2 را "سرعت فرار" می‌خوانیم . طبق محاسبات مقدار این سرعت تقریبا" $۱۱\ Km/s$ است که تقریبا" $\sqrt{۲}$ برابر V_1 است .

الف ــ شما حالت "بی‌وزنی" را به‌عنوان حالت سقوط تعریف

کردید. از طرفی گفتید که اگر سرعت اولیه پرتاب سنگ به "سرعت فرار" برسد سنگ مدار زمین را ترک خواهد کرد. در این صورت نمی‌توان گفت که سنگ در حال سقوط بر روی زمین است. در این صورت بی‌وزنی سنگ را چگونه تعبیر می‌کنید؟

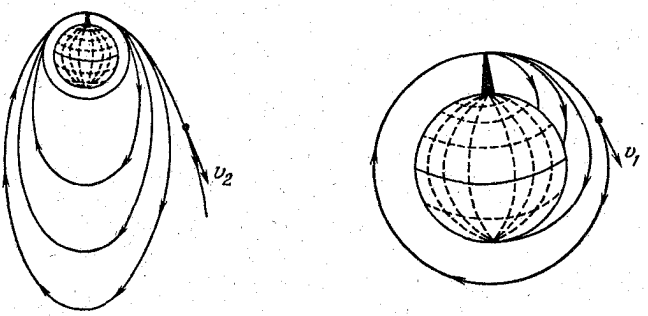
معلم ــ خیلی ساده است. در این‌حالت بی‌وزنی سنگ به معنای سقوط بر روی خورشید است.

الف ــ بنابراین به‌طور کلی بی‌وزنی یک سفینه فضائی در فضای بین ستارگان به‌معنای سقوط‌آن در میدان جاذبه یک جرم کیهانی است.

معلم ــ کاملا" صحیح است.

ب ــ با همه این توضیحات هنوز تعبیر بی‌وزنی به‌معنای سقوط نیازمند روشنگری بیشتری است. مثلا" چتربازی که سقوط می‌کند حالت بی‌وزنی را حس نمی‌کند.

معلم ــ درست است. بی‌وزنی به‌معنای هر نوع سقوط نیست. بی‌وزنی عبارت است از سقوط‌آزاد یعنی حرکت جسم تنها و تنها در اثر نیروی جاذبه. قبلا" هم گفتم برای آنکه جسمی بی‌وزن شود بایستی شرایطی خلق کرد که در آن هیچ نیروی دیگری بجز نیروی جاذبه بر جسم وارد نشود. در مثال سقوط چترباز یک نیروی دیگر بجز نیروی جاذبه در کار است و آنهم نیروی مقاومت هوا است.

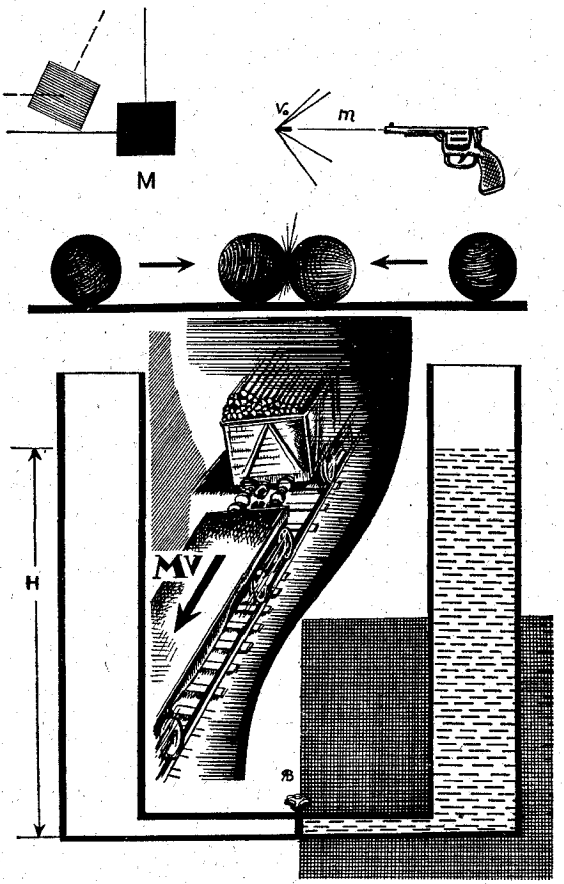


(ب) (الف)

شکل (۴۲)

مسأله:

۲۱) جرم حجمی مواد متشکله سیاره کروی شکلی را که زمان تناوب گردش روزانه آن ۱۰ ساعت است و اجسام در استوای آن بی‌وزن هستند محاسبه کنید.



نقش قوانین فیزیکی بقا، به‌ندرت دست بالا گرفته می‌شود. این قوانین، عام‌ترین قواعدی هستند که بر پایه تجارب نسلهای بسیار بشری بنیاد شده‌اند. کاربرد ماهرانه قوانین بقا، حل بسیاری از مسائل دشوار را آسان می‌کند. اینک به‌قوانین بقای انرژی و گشتاور، نظری می‌اندازیم.

۱۰) چگونه قوانین بقای انرژی و اندازه حرکت خطی را بکار ببریم؟

معلم ــ کارمان را با چند مساله ساده شروع می‌کنیم. اولین مساله: "چند جسم از حالت سکون از بالای دو سطح شیبدار بدون اصطکاک به‌ارتفاع H و به‌زوایای شیب α_1 و α_2 به‌پائین می‌لغزند. تندی آنها را در پائین مسیر بدست آورید." دومین مساله: "می‌دانیم که فرمول $V = \sqrt{2as}$ برای بدست آوردن تندی نهائی حرکت اجسام برحسب شتاب و مسافت را وقتی بکار می‌بریم که تندی اولیه صفر باشد. اگر جسم دارای سرعت اولیه V_0 باشد این فرمول به‌چه صورتی درمی‌آید" مساله سوم: "جسمی را از ارتفاع H با تندی اولیه V_0 در راستای افقی پرتاب می‌کنیم. تندی آنرا در هنگام رسیدن به‌زمین محاسبه کنید." مساله چهارم: "جسمی را با تندی اولیه V_0 در راستائی که با افق زاویه α می‌سازد به‌بالا پرتاب می‌کنیم. بالاترین نقطه‌ای که جسم در مسیر حرکت خود به‌آن می‌رسد چه ارتفاعی دارد؟"

الف ــ من مساله اولی را به‌این ترتیب حل می‌کنم: ابتدا یکی از سطوح شیبدار را در نظر می‌گیرم مثلا" آن یکی که زاویه شیبش α_1 است. دو نیرو بر جسم وارد می‌شود: یکی نیروی جاذبه P و دیگری عکس‌العمل سطح یعنی N_1. P را به دو مؤلفه $P \sin\alpha_1$ در راستای سطح و $P \cos\alpha_1$ عمود برسطح تجزیه می‌کنیم. رابطه میان نیروهای عمود بر سطح را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$P \cos\alpha_1 - N_1 = 0$$

و رابطه میان نیروهای موازی سطح را به‌ترتیب زیر نشان می‌دهیم:

$$P \, Sin \, \alpha_1 = \frac{P \, a_1}{g}$$

که در آن a_1 شتاب حرکت جسم است و مقدار آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود :

$$a_1 = g \, Sin \alpha_1$$

اگر مسافت پیموده شده را به‌حرف S_1 نشان دهیم مقدار آن عبارت خواهد بود از :

$$S_1 = \frac{H}{Sin \, \alpha_1}$$

پس می‌توان نوشت :

$$V_1 = \sqrt{2 \, a_1 \, S_1} = \sqrt{\frac{2 g \, H \, Sin \, \alpha_1}{Sin \, \alpha_1}} = \sqrt{2gH}$$

(تندی حرکت جسم در پایان مسیر)

چون این رابطه به‌مقدار زاویه شیب بستگی ندارد می‌توان آنرا برای سطح شیبدار α_2 هم بکار برد .

برای حل مساله دوم از معادلات سرعت و مسافت استفاده می‌کنیم :

$$V = V_0 + a \, t$$
$$S = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

اگر مقدار t در رابطه اول یعنی $t = \frac{V - V_0}{a}$ را در رابطه دوم قرار دهیم، خواهیم داشت :

$$S = \frac{V_0 \, (V - V_0)}{a} + \frac{a}{2} \, \frac{(V - V_0)^2}{a^2}$$

یا :

$$۲Sa = ۲\ V_۰V\ -۲\ V_۰^۲ + V^۲ - ۲\ V_۰V_۰ + V_۰^۲$$

و در نتیجه :

$$V = \sqrt{۲\,a\,S + V_۰^۲} \qquad (۴۸)$$

برای حل مساله سوم ابتدا موءلفه‌های افقی $V_۱$ و قائم $V_۲$ مربوط به‌تندی نهائی حرکت را بدست می‌آوریم . چون در راستای افقی جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند $V_۱ = V_۰$. در راستای قائم جسم با شتاب g حرکت می‌کند ولی دارای سرعت اولیه نیست . بنابراین می‌توانیم از فرمول $V_۲ = \sqrt{۲gH}$ استفاده کنیم . طبق قانون فیثاغورث :

$$V = \sqrt{V_۱^۲ + V_۲^۲} = \sqrt{V_۰^۲ + ۲gH} \qquad (۴۹)$$

در بخش ۵،۱ تقریبا" مسأله چهارم را بحث کرده‌ایم . ابتدا بایستی تندی اولیه را به‌موءلفه‌های افقی و قائم $V_۰ \cos\alpha$ و $V_۰ \sin\alpha$ تجزیه کنیم . در حرکت قائم با استفاده از رابطه بستگی تندی با زمان در حرکت شتابدار کند شونده زمان صعود یعنی $t_۱$ را محاسبه می‌کنیم . می‌دانیم که :

$$V_V = V_۰ \sin\alpha - g\,t$$

و چون در زمان $t = t_۱$ سرعت حرکت جسم به‌صفر می‌رسد :

$$۰ = V_۰ \sin\alpha - g\,t_۱$$

و در نتیجه :

$$t_1 = \frac{V_0}{g} Sin\,\alpha$$

اینک با قراردادن مقدار t_1 در معادله مسافت ارتفاع H را بدست می‌آوریم :

$$H = (V_0 Sin\,\alpha)\ t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{V_0^2}{2g} Sin^2\alpha$$

معلم ـ جوابهای شما در هر چهار مورد صحیح است ولی من با روشی که برای حل این مسائل درپیش گرفتید موافق نیستم . همه این مسائل را با استفاده از قانون بقای انرژی می‌توان به‌شیوه بسیار راحت‌تری حل کرد .

در مساله اول قانون بقای انرژی به‌صورت $mgh = \frac{1}{2} m V^2$ نوشته می‌شود که از آن تندی به‌سادگی محاسبه می‌شود :

$$V = \sqrt{2gH}$$

در مساله دوم قانون بقای انرژی به‌صورت زیر درمی‌آید :

$$\frac{1}{2} m V_0^2 + mas = \frac{1}{2} m V^2$$

که در آن mas عبارت است از کار نیروهائی که جسم را با شتاب a به حرکت درمی‌آورند . از این رابطه نتیجه می‌گیریم که :

$$V_0^2 + 2aS = V^2 \quad \Longrightarrow \quad V = \sqrt{2aS + V_0^2}$$

برای حل مسأله سوم، می‌توان نوشت :

$$mgH + \frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} m V^2 \Longrightarrow V = \sqrt{2gH + V_0^2}$$

در مساله چهارم می‌دانیم که انرژی جسم در هنگام پرتاب $\frac{1}{2} m V_0^2$ است و در بالاترین نقطه پرتاب برابر با $mgH + \frac{1}{2} m V_1^2$ می‌شود. چون V_1 در نقطه اوج با $V_0 \cos\alpha$ مساوی است قانون بقای انرژی به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = mgH + \frac{1}{2} m V_0^2 \cos^2\alpha$$

و در نتیجه:

$$H = \frac{V_0^2}{2g}(1 - \cos^2\alpha) \Longrightarrow H = \frac{V_0^2}{2g} \sin^2\alpha$$

الف ــ درست است. استفاده از قانون بقای انرژی خیلی ساده‌تر است.

معلم ــ متاسفانه بسیاری از شاگردان به‌خوبی از این قانون استفاده نمی‌کنند و در نتیجه برای حل مساله لقمه را از پشت سر می‌گردانند و احتمال اشتباه را افزایش می‌دهند. توصیه می‌کنم: تا آنجا که می‌توانید از قانون بقای انرژی در حل مسائل استفاده کنید.

شاید بپرسید: چگونه می‌توان در کاربرد این قانون مهارت یافت؟

الف ــ گمان نمی‌کنم مهارت خاصی لازم باشد، این قانون خیلی ساده است.

معلم ــ سادگی یا پیچیدگی قوانین فیزیکی، ربطی به‌مهارت آدم در کاربرد آنها ندارد. اجازه بدهید مثالی بزنم. فرض کنید جسمی با سرعت ثابت روی محیط دایره‌ای در سطح افقی حرکت می‌کند و اصطکاکی هم در کار نباشد. بر این جسم نیروی جذب به‌مرکز وارد می‌شود. مقدار کار حاصل از تاءثیر این نیرو در یک دور گردش جسم را معین کنید.

الف ــ مقدار کار از ضرب کردن نیرو در مقدار جا به‌جائی نقطه

اثر آن بدست می‌آید بنابراین :

$$W = \left(\frac{m V^{۲}}{R}\right)(۲\pi R) = ۲\pi m V^{۲}$$

که در آن R شعاع دایره مسیر، m جرم و V تندی حرکت جسم است .

معلم ــ به‌موجب قانون بقای انرژی کار نمی‌تواند کاملا" از بین برود . اینک مقدار کاری که شما محاسبه کرده‌اید کجا می‌رود ؟

الف ــ صرف چرخیدن جسم می‌شود .

معلم ــ متوجه نمی‌شوم . لطفا" واضحتر بیان کنید .

الف ــ این کار صرف نگاهداشتن جسم بر روی مدار دایره‌ای می‌شود .

معلم ــ استدلالتان غلط است . برای نگاهداشتن جسم در مدار گردش احتیاجی به‌کار نیست .

الف ــ پس باید بگویم که‌نمی‌توانم به‌سوءال شما پاسخ صحیح بدهم .

معلم ــ انرژی داده شده به‌جسم به‌قول فیزیکدانها از طریق کانالهای زیر توزیع می‌شود :

۱ ــ افزایش انرژی جنبشی جسم .

۲ ــ افزایش انرژی پتانسیل جسم .

۳ ــ کاری که جسم روی اجسام دیگر صورت‌می‌دهد .

۴ ــ گرمای حاصله از اصطکاک .

در بسیاری موارد دانش‌آموزان به‌روشنی این اصل کلی را درک نمی‌کنند .

حالا به‌کار نیروی جذب به‌مرکز بپردازیم . چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند انرژی جنبشی آن زیاد نمی‌شود پس کانال نخست مسدود است. جسم روی سطح افقی حرکت می‌کند بنابراین انرژی پتانسیل آن هم تغییر نمی‌کند و کانال دوم نیز مسدود می‌ماند . جسم بر روی اجسام دیگر کار صورت نمی‌دهد و کانال سوم هم بسته است. بالاخره چون اصطکاک در کار نیست کانال چهارم هم بسته است .

الف ــ پس اصلا" جائی برای کار نیروی جذب به‌مرکز نمی‌ماند.

معلم ــ به‌این ترتیب خیر ولی حالا به‌عهده شما است که موضع خود را دراین باره مشخص کنید. یا به‌تمام سوابق فیزیکی خود پشت‌پا بزنید و قانون بقای انرژی را نفی کنید یا آنرا بپذیرید و نقطه عزیمت خود قرار دهید.

الف ــ فکر می‌کنم باید به‌این نتیجه برسیم که نیروی جذب به‌مرکز اصولا" کاری صورت نمی‌دهد.

معلم ــ این یک استنتاج منطقی است. باید اشاره کنم که‌این قضاوت نتیجه مستقیم قانون بقای انرژی است.

ب ــ همه اینها درست ولی فرمول کار انجام شده بوسیله یک جسم به‌چه صورت درمی‌آید؟

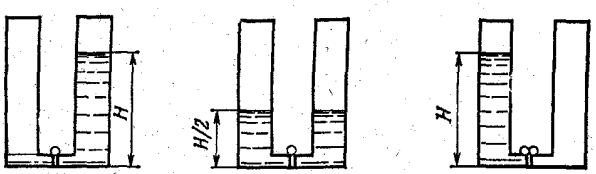
معلم ــ در فرمول کار علاوه بر نیرو و مسافت بایستی کسینوس زاویه میان راستای نیرو و حرکت را هم منظور کرد یعنی:

$$W = F\ S\ Cos\alpha$$

در حالت مورد بحث $Cos\alpha = ۰$

الف ــ درست است. اصلا" بیاد کسینوس نبودم.

معلم ــ بگذارید مثال دیگری ارائه کنم. دو ظرف مرتبط را در نظر بگیرید که بوسیله یک لوله باریک و یک شیر بهم راه دارند. در ابتدای کار ظرف سمت چپ را تا ارتفاع H از یک مایع پر می‌کنیم. (شکل ۴۳ ــ الف).



شکل (۴۳)

شیر را باز می‌کنیم تا مایع به‌طرف ظرف سمت راست جریان یابد. هنگامی که ارتفاع مایع در دو ظرف به $\frac{H}{2}$ می‌رسد جریان متوقف می‌شود (شکل ۴۳ ــ ب). برای محاسبه انرژی پتانسیل در ابتدا و انتهای کار بایستی وزن مایع موجود در هر ظرف را در نصف ارتفاع ستون مایع ضرب کنیم. در آغاز انرژی پتانسیل برابر است با $\frac{PH}{2}$ و در آخر کار برابر است با $\frac{PH}{4} = \frac{P}{2} \times \frac{H}{4} + \frac{P}{2} \times \frac{H}{4}$. بنابراین در آخر کار انرژی پتانسیل مایع نصف انرژی پتانسیل آن در آغاز کار خواهد بود. نصف دیگر این انرژی چه شده است؟

الف ــ سعی می‌کنم به‌شیوه‌ای که شما توصیه کرده‌اید استدلال کنم. انرژی پتانسیل $\frac{PH}{4}$ می‌تواند به‌صورت کاری که بر روی اجسام دیگر انجام می‌شود به‌صورت گرمای حاصله از اصطکاک و به‌صورت افزایش انرژی جنبشی مایع درآید. درست است؟

معلم ــ کاملا". ادامه بدهید.

الف ــ در مساله مورد نظر مایعی که از یک ظرف به‌ظرف دیگر جریان می‌یابد کاری بر اجسام دیگر صورت نمی‌دهد و در وضعیت نهائی به‌علت آن که در حالت سکون است انرژی جنبشی ندارد. پس تنها راه این است که بگوئیم نیمی از انرژی پتانسیل به‌علت وجود اصطکاک به‌گرما تبدیل شده است. البته نمی‌دانم در این مورد با چه نوع اصطکاکی سر و کار داریم.

معلم ــ استدلال خوبی کردید و به‌نتیجه درستی رسیدید. در این‌جا باید مختصری درباره اصطکاک صحبت کنیم. می‌توانیم مایع را به لایه‌های متعددی تقسیم کنیم که هرکدام از آنها دارای آهنگ جریان معین و خاصی است. هرچه این لایه‌ها به‌دیواره‌های ظرف نزدیکتر باشند سرعت جریان آنها کمتر خواهد بود. میان این لایه‌ها تبادل ملکول صورت می‌گیرد و در نتیجه ملکولهای سریعی که حرکت منظم دارند به‌میان ملکولهای کندی که دارای حرکت منظم هستند می‌روند و یا عکس این جریان اتفاق می‌افتد. پس می‌توان گفت که لایه "سریعتر" به لایه "کندتر" شتاب افزاینده و لایه "کندتر" به لایه "سریعتر" شتاب کاهنده می‌دهد. بنابراین میان لایه‌ها نوعی اصطکاک درونی وجود دارد.

تفاوت زیاد میان سرعت لایه‌های میانی و لایه‌های مجاور دیواره‌ها این اصطکاک را قویتر می‌کند. توجه داشته باشید که در مجاورت دیواره‌ها ملکولهای مایع و دیواره ظرف بر هم تاءثیر می‌کنند. اگر مایع بتواند دیواره را تر کند. لایه چسبیده به‌دیواره عملا" در حال‌سکون خواهد بود.

الف ــ آیا با توجه به‌این جریانات می‌توان گفت که دمای نهائی مایع رویهمرفته از دمای اولیه بالاتر است؟

معلم ــ بله، همین‌طور است. حالا اجازه بدهید شرایط مساله را تا حدودی تغییر بدهیم. فرض کنید مایع و دیواره ظرف تاءثیری برهم نداشته باشند. در این صورت سرعت جریان همه لایه‌ها با هم مساوی خواهد بود و اصطکاک داخلی وجود نخواهد داشت. در این شرایط چگونه مایع از ظرفی به‌ظرف دیگر جریان می‌یابد؟

الف ــ در این حالت مایع دارای انرژی جنبشی می‌شود و انرژی پتانسیل خود را به‌تدریج از دست می‌دهد. به‌عبارت دیگر حالتی‌که در شکل (۴۳ ــ ب) نشان داده شده حالت سکون نیست بلکه مایع همچنان به‌حرکت خود از ظرف چپ به‌ظرف راست ادامه می‌دهد تا به‌حالتی که در شکل (۴۳ ــ ج) نمایش داده شده است برسد. در این حالت انرژی پتانسیل مجددا" به‌میزان اولیه خود می‌رسد.

معلم ــ پس از این مرحله مایع چه حالتی می‌گیرد؟

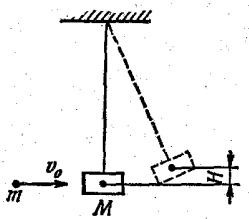
الف ــ مایع در جهت مخالف جاری می‌شود و از ظرف سمت راست به ظرف سمت چپ می‌رود، در نتیجه سطح مایع در دو ظرف به‌صورت متناوب بالا و پائین می‌رود.

معلم ــ اگر در این دو ظرف جیوه بریزیم می‌توانیم این حرکت تناوبی را ببینیم، چون می‌دانیم که جیوه ظرف شیشه‌ای را تر نمی‌کند. البته این حرکت تناوبی با گذشت زمان کند می‌شود چون‌نمی‌توان تاءثیرات متقابل میان ملکولهای مایع و ظرف را کاملا" ازمیان برد.

الف ــ با این حساب می‌توان قانون بقای انرژی را عملا" بکار بست.

معلم ــ یک مساله دیگر: "گلوله‌ای‌به‌جرم m با تندی V_0 در

راستای افقی شلیک می‌شود و به‌قطعه چوبی به‌جرم M که از یک نخ آویزان است اصابت می‌کند و در آن فرو می‌رود. در اثر این برخورد نخ از حالت تعادل‌خارج می‌شود و گلوله تا ارتفاع H بالا می‌رود. ارتفاع H را برحسب پارامترهای دیگر محاسبه کنید." (شکل ۴۴)



شکل (۴۴)

الف ــ تندی حرکت قطعه چوب و گلوله بلافاصله پس از برخورد را با V_1 نشان می‌دهیم و برای محاسبه آن قانون بقای انرژی را بکار می‌بریم بنابراین:

$$\frac{1}{2} mV_0^2 = \frac{1}{2} (m + M) V_1^2 \qquad (۵۰)$$

و در نتیجه:

$$V_1 = V_0 \sqrt{\frac{m}{M+m}} \qquad (۵۱)$$

با در دست داشتن مقدار V_1 و کاربرد مجدد قانون بقای انرژی می‌توان نوشت:

$$(m + M) gH = \frac{1}{2} (m+M) V_1^2 \qquad (۵۲)$$

از ترکیب روابط (۵۰) و (۵۲) رابطه زیر بدست می‌آید:

$$(m+M)gH = \frac{1}{2} m V_0^2$$

و در نتیجه:

$$H = \frac{V_0^2}{2g} \frac{m}{M+m} \qquad (۵۳)$$

معلم (خطاب به ب) ــ نظر شما درباره این راه حل چیست؟

ب ــ با این راه حل موافق نیستم. به‌ما گفته‌اند که در اینگونه موارد بایستی از قانون بقای‌اندازه حرکت استفاده کنیم. بنابراین به‌نظر من بایستی بجای رابطه (۵۰) از رابطهٔ

$$m V_0 = (m+M)\ V_1 \qquad (۵۴)$$

استفاده کرد چون اندازه حرکت گلوله پیش از برخورد با قطعه چوب با اندازه حرکت مجموعه گلوله و چوب پس از برخورد مساوی است. از این رابطه نتیجه می‌گیریم که:

$$V_1 = V_0 \frac{m}{M+m} \qquad (۵۵)$$

اگر این مقدار را بجای V_1 در رابطه (۵۲) قرار دهیم خواهیم داشت:

$$H = \frac{V_0^2}{2g} \frac{m^2}{(m+M)^2} \qquad (۵۶)$$

معلم ــ در این‌جا ما با دو عقیده و دو نتیجه متفاوت سر و کار داریم. در یک مورد قانون بقای انرژی جنبشی و در مورد دیگر قانون بقای اندازه‌حرکت دربارهٔ برخورد گلوله با چوب اعمال شده است. کدام‌یک از این دو شیوه صحیح است؟

آقای الف شما چطور از موضع خود دفاع می‌کنید؟

الف ــ والله من فقط می‌دانم که استفاده از قانون بقای اندازه حرکت بذهنم نرسید.

معلم (خطاب به ب) ــ شما چطور؟

ب ــ والله نمی‌دانم چطور به‌اثبات نظرم بپردازم. فقط یادم می‌آید که هروقت صحبت از برخورد پیش می‌آمد کاربرد قانون بقای اندازه حرکت معتبرتر از قانون بقای انرژی محسوب می‌شد و چون در مورد این مساله من هم از این سنت پیروی کرده‌ام بنظرم می‌رسد که راه حل پیشنهادی من صحیح باشد.

معلم ــ فی‌الواقع حق با شما است ولی اجازه بدهید تعمق بیشتری بکنیم. برخوردی که در نتیجه آن اجسام برخورد کننده بهم می‌چسبند یا در یکدیگر فرو می‌روند "برخورد کاملا" ناکشسان" خوانده می‌شود. نمونه اینگونه برخوردها، وجود وضع پایدار در اجسام برخورد کننده است،که در نتیجه آن مقدار مشخصی گرما تولید می‌شود. پس رابطه (۵۰) که فقط انرژی جنبشی اجسام را درنظر می‌گیرد در اینجا صادق نیست و بایستی رابطه (۵۴) یعنی قانون بقای اندازه حرکت را برای محاسبه تندی حرکت قطعه چوب و گلوله پس از برخورد بکار برد.

الف ــ منظورتان اینست که قانون بقای انرژی در برخوردهای کاملا" ناکشسان صادق نیست؟ این قانون که کلی است.

معلم ــ قانون بقای انرژی در این مورد کاملا" صدق می‌کند ولی قانون بقای انرژی جنبشی به‌تنهائی در مورد آن صادق نیست. متوجه باشید بقای انرژی جنبشی نه بقای انرژی کل. اگر گرمای حاصله را به Q نمایش دهیم برای این برخورد کاملا" ناکشسان می‌توان دستگاه معادلات زیر را نوشت:

$$\left.\begin{aligned} m V_{\circ} &= (m+M)\ V_{1} \\ \frac{1}{2} m V_{\circ}^{2} &= \frac{M+m}{2} V_{1}^{2} + Q \end{aligned}\right\} \qquad (۵۷)$$

که در آن نخستین رابطه نشان‌دهنده قانون بقای اندازه حرکت و دومین رابطه نشان‌دهنده قانون بقای انرژی است. البته هم انرژی مکانیکی و

هم انرژی گرمائی. در این دستگاه دو مجهول داریم یکی V_1 و دیگری Q. با محاسبه مقدار V_1 از رابطه‌اول و قراردادن آن در رابطه دوم خواهیم داشت:

$$Q = \frac{1}{2} mV_0^2 - \frac{1}{2} \frac{m^2(m+M)}{(m+M)^2} V_0^2 = \frac{1}{2} m V_0^2 \left(1 - \frac{m}{M+m}\right) \qquad (۵۸)$$

از این رابطه پیداست که هرچقدر جرم M بزرگتر باشد انرژی بیشتری به‌گرما تبدیل می‌شود. در حد،هنگامی که M به‌سمت بی‌نهایت میل کند خواهیم داشت: $Q = \frac{1}{2} m V_0^2$ یعنی همه انرژی جنبشی اجسام به‌گرما تبدیل می‌شود و این طبیعی است. مثلا" در هنگام فرو رفتن گلوله در دیوار این امر اتفاق می‌افتد.

الف ــ آیا ممکن است در یک برخورد ابدا" حرارت ایجاد نشود؟

معلم ــ بله در برخوردهای "کاملا" کشسان" مثلا" برخورد دو گلوله فولادی که با مقداری تسامح برخورد کاملا" کشسان به‌شمار می‌آید این امر ممکن است.در این حالت گلوله‌ها صرفا" تغییر شکل می‌دهند و گرما ایجاد نمی‌شود. پس از برخورد گلوله‌ها مجددا" شکل اولیه خود را بازمی‌یابند.

الف ــ پس در برخوردهای کاملا" کشسان قانون بقای انرژی و قانون بقای انرژی جنبشی یکی می‌شود.

معلم ــ درست است؟

الف ــ در این مورد متوجه نمی‌شوم چطور می‌توان قانونهای بقای انرژی و اندازه حرکت را با هم وفق داد. چون در حل مساله برخوردها برای مقدار سرعت اجسام پس از برخورد به دو اندازه مختلف رسیدیم. شاید قانون بقای اندازه حرکت در برخورد کاملا" کشسان صدق نمی‌کند.

معلم ــ اتفاقا" هر دو قانون بقای انرژی جنبشی و اندازه حرکت در این مورد صدق می‌کند. ولی چون در برخوردهای کاملا" کشسان

اجسام پس از برخورد هرکدام با تندی متفاوتی به‌سوئی می‌روند، بنابراین برخلاف برخوردهای ناکشسان که طی آنها اجسام پس از برخورد دارای تندی یکسان می‌شوند در برخوردهای کشسان هر جسم تندی خاص خود را دارد. پس با دو معادله و دو مجهول سر و کار داریم. بگذارید با یک مثال موضوع را روشن کنیم: جسمی به‌جرم m و تندی V_0 بطور کشسان با جسمی به‌جرم M که در حال سکون است برخورد می‌کند. در نتیجه اجسام پس از برخورد به‌عقب رانده می‌شوند. اگر تندی m را پس از برخورد به V_1 و سرعت M را پس از برخورد به V_2 نشان دهیم، قانون بقای انرژی و اندازه حرکت به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\left.\begin{aligned} mV_0 &= MV_2 - mV_1 \\ \frac{1}{2}mV_0^2 &= \frac{1}{2}MV_2^2 + \frac{1}{2}mV_1^2 \end{aligned}\right\} \qquad (۵۹)$$

به‌علامت منفی در رابطه اول توجه داشته باشید. علت وجود این علامت همان است که گفتیم اجسام پس از برخورد به‌عقب می‌پرند.

ب ــ از پیش که نمی‌توان معین کرد هر جسم پس از برخورد در چه جهتی حرکت می‌کند. آیا ممکن نیست جسم m پس از برخورد در همان جهت حرکت اولیه ولی با سرعت کمتری به‌حرکت ادامه دهد؟

معلم ــ کاملا" ممکن است. در چنین موردی مقدار V_1 از حل دستگاه معادلات (۵۹) با علامت منفی بدست می‌آید.

ب ــ فکر می‌کنم نسبت جرم‌های m و M تعیین کننده جهت حرکت اجسام پس از برخورد باشد.

معلم ــ درست است. اگر $m < M$ باشد جسم m به‌عقب برمی‌گردد و اگر $m = M$ باشد چون این جسم پس از برخورد به‌حال سکون می‌ماند و اگر $m > M$ باشد با سرعت کمتر در همان جهت پیشین به حرکت ادامه می‌دهد. در حالت کلی لزومی ندارد نگران جهت حرکت باشید، کافی است جهتی را انتخاب کنید و محاسبات خود را انجام دهید. اگر جائی اشتباه کنید علامت اندازه‌هائی که برای مجهول بدست

آورده‌اید آنرا مشخص می‌کند.

ب ــ می‌دانیم که پس از برخورد دو گلوله ممکن است جهت حرکتشان با هم زاویه معینی بسازد. ما در مساله خودمان فرض کردیم که حرکت در راستای مستقیم صورت بگیرد که یک حالت خاص بود.

معلم ــ درست است. موردی که مطرح شد برخورد مرکزی نامیده می‌شود که طی آن گلوله‌ها پیش و پس از برخورد بر روی خط و اصل مرکز ــ هایشان حرکت می‌کنند. بعداً درباره برخوردهای غیر مرکزی هم صحبت خواهیم کرد. بگذارید ببینم تا اینجا همه‌چیز واضح است؟

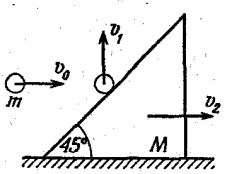
الف ــ فکر می‌کنم حالا متوجه جریان شده باشم. به‌نظر من در هر برخورد (چه کشسان و چه ناکشسان) دو قانون بقا صدق می‌کند: یکی انرژی و دیگری اندازه حرکت. تفاوت چگونگی برخوردها منجر به نوشتن معادلات متفاوت برای این دو قانون می‌شود. در برخوردهای ناکشسان لازم است گرمای حاصل از برخورد را مد نظر داشت.

معلم ــ نظرات شما درست و بجا است.

ب ــ تا آنجا که من فهمیده‌ام برخوردهای کاملاً کشسان و کاملاً غیر کشسان دو مورد حدی هستند. آیا می‌شود آنها را برای توضیح موارد واقعی بکار برد؟

معلم ــ سوءال بجایی است. در هر برخوردی ناچار مقداری گرما ایجاد می‌شود یعنی تغییر شکل کشسان ایده‌آل وجود ندارد و اجسام ممکن است با تندی‌های مختلف از هم جدا شوند و حرکت کنند. با این همه در موارد واقعی می‌توان از این دو مدل ساده حدی برحسب مورد استفاده کرد.

حالا به‌مثالی درمورد برخورد کشسان غیر مرکزی بپردازیم: "جسمی به‌شکل یک سطح شیبدار به‌زاویه شیب ۴۵ درجه به جرم M روی یک سطح افقی قرار دارد. گلوله‌ای به‌جرم m با تندی V_0 بطور افقی با آن برخورد می‌کند و درنتیجه برخورد در راستای قائم به‌هوا پرتاب می‌شود و سطح شیبدار بدون اصطکاک روی سطح افقی می‌لغزد. تندی اولیه گلوله را درهنگام آغاز پرتاب در راستای قائم بدست آورید". (شکل ۴۵) کدامیک از شما مایلید این مساله را حل کنید؟



شکل (۴۵)

ب ـ اجازه بدهید من حل کنم . تندی گلوله پس از برخورد را V_1 و تندی حرکت جسم M را V_2 می‌نامیم . چون برخورد کشسان است می‌توانیم فرض کنیم که انرژی جنبشی ثابت می‌ماند پس:

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} M V_2^2 \qquad (۶۰)$$

حالا به یک رابطه دیگر احتیاج داریم که از قانون بقای اندازه حرکت بدست می‌آید :

$$m V_0 = M V_2 + m V_1 \qquad (۶۱)$$

اما در مورد این رابطه اخیر مطمئن نیستم چون راستای V_1 و V_2 برهم عمود است .

معلم ـ رابطه (۶۰) درست است اما رابطه (۶۱) درست نیست . قانون بقای اندازه حرکت یک رابطه برداری است چون می‌دانیم اندازه حرکت برداری است‌همراستا و هم‌جهت با تندی . اگر تندی‌ها همه در یک راستا باشند می‌توان به‌جای رابطه برداری از یک رابطه اسکالر معادل استفاده کرد همانطور که ما در برخوردهای مرکزی دیدیم . ولی در حالت کلی بایستی تندی را به‌مؤلفه‌هائی در راستاهای عمود بر هم تجزیه کرد و برای هر راستا جداگانه قانون بقای اندازه حرکت را نوشت (اگر برخورد در یک صفحه روی بدهد می‌توان دو معادله اسکالر نوشت) .

در مساله مورد نظر ما دو راستا عبارتند از راستاهای افقی و قائم . در راستای افقی قانون بقای اندازه حرکت به‌صورت زیر در می ـ آید :

$$mV_{\circ} = M V_{۲} \qquad (۶۲)$$

از دو رابطه (۶۰) و (۶۲) تندی اولیه محاسبه می‌شود :

$$V_{۱} = V_{\circ}\sqrt{\frac{M-m}{M}}$$

ب ـ درباره‌ٔ راستای قائم چه می‌گوئید ؟

معلم ـ در نگاه اول چنین به‌نظر می‌رسد که قانون بقای اندازه حرکت در این راستا صدق نمی‌کند ، چون پیش از برخورد در این راستا تندی وجود ندارد اما پس از برخورد اندازه حرکت $m V_{۱}$ رو به‌بالا وجود دارد . در اینجا جسم دیگری هم به‌محاسبات وارد می‌شود : زمین . اگر ممانعت زمین نبود M پس از برخورد به‌طور افقی حرکت نمی‌کرد . اگر جرم زمین را به M_e و سرعتی را که در نتیجه برخورد پیدا می‌کند V_e بنامیم چون اصطکاک وجود ندارد و زمین و جسم در راستای قائم بر هم اثر می‌گذارند جهت V_e رو به‌پائین و در راستای قائم خواهد بود . رابطه (۶۲) تغییری نمی‌کند . ولی رابطه‌ای که قانون بقای اندازه حرکت را در راستای قائم نشان می‌دهد به‌صورت زیر درمی‌آید :

$$m V_{۱} - M_e V_e = \circ \qquad (۶۳)$$

ب ـ چون زمین هم وارد میدان شده است باید در معادله انرژی (۶۰) هم تجدید نظر کرد .

معلم ـ شما دراین‌باره‌پیشنهادی دارید ؟

ب ـ می‌توانیم برای زمین جمله‌ای را که نشان‌دهنده انرژی حاصل از برخورد است به‌معادله اضافه کنیم و بنویسیم :

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} M V_2^2 + \frac{1}{2} M_e V_e^2 \qquad (۶۴)$$

معلم ــ پیشنهاد معقولی است ولی لازم نیست معادله (۶۰) را تغییر داد. چون از حل معادله (۶۳) تندی زمین برابر با $V_e = \frac{m V_1}{M_e}$ می‌شود. با توجه به‌بزرگی M_e تندی حرکت زمین یعنی V_e تقریبا" برابر با صفر می‌شود. اگر جمله آخری رابطه (۶۴) را به‌صورت $(M_e V_e) \times \frac{V_e}{2}$ بنویسیم چون $M_e V_e$ مقدار معینی است حاصلضرب آن در V_e برابر با صفر می‌شود. پس تاءثیر زمین در این مساله به‌شیوه عجیبی صورت می‌گیرد. در عین حال که دارای اندازه حرکت معینی می‌شود دارای انرژی نمی‌شود. به‌عبارت دیگر در قانون بقای اندازه حرکت ظاهر می‌شودولی در قانون بقای انرژی حضور ندارد. این مورد نشان می‌دهد که قانونهای بقای انرژی و اندازه حرکت ذاتا" متفاوت و مستقلند.

مسائل:

۲۲) جسمی به‌جرمی $۳Kg$ با تندی اولیه $۲ m/s$ در راستای قائم از ارتفاع مشخصی به‌پائین می‌افتد و پس از ۱۰ ثانیه تندی آن به $۵۰ m/s$ می‌رسد. کاری را که در این فاصله برای غلبه بر مقاومت انجام شده است حساب کنید. نیروی مقاومت را در این فاصله ثابت فرض کنید.

۲۳) جسمی از سطح شیبداری با زاویه شیب ۳۰ درجه به‌پائین می‌لغزد و به‌حرکت خود بر روی سطح افقی ادامه می‌دهد سپس متوقف می‌شود. اگربدانیم مسافتی که جسم بر روی سطح افقی طی کرده است با طول سطح شیبدار مساوی است ضریب اصطکاک را بدست آورید.

۲۴) بازده سطح شیبدار را در حالتی که جسم با حرکت یکنواخت از آن به‌پائین می‌لغزد حساب کنید.

۲۵) گلوله‌ای به‌جرم m و حجم V از ارتفاع H در آب می‌افتد و به‌اندازه h در آب فرو می‌رود و چون سبکتر ازآب است به‌بالای آب

پرتاب می‌گردد. اگر مقاومت آبرا ثابت فرض کنیم مقدار آن و ارتفاع h_1 را که گلوله پس از بیرون پریدن از آب به‌آن می‌رسد حساب کنید. جرم حجمی آب را ρ_w بگیرید و ازمقاومت هوا صرفنظر کنید.

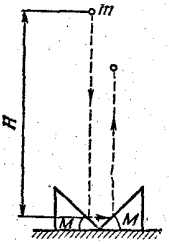
۲۶) لکوموتیوی به‌جرم ۵۰ تن با تندی ۱۲ Km/hr با یک قطار باری ۳۰ تنی که روی ریل متوقف است برخورد می‌کند. تندی حرکت این مجموعه را پس از پیوستن به‌یکدیگر حساب کنید. اگر نیروی مقاومت ۵ درصد وزن کل باشد پس از طی چه مسافتی این دو متوقف می‌شوند؟

۲۷) توپی به‌جرم M که در پای تپه‌ای به‌شیب α واقع است گلوله‌ای به‌جرم m و تندی V_0 را در راستای افقی شلیک می‌کند. در اثر عکس‌العمل شلیک، توپ چه مسافتی از تپه بالا می‌رود؟ ضریب اصطکاک میان توپ و تپه را k بگیرید.

۲۸) دو گلوله به‌جرمهای M و M ۲ از نخی بطول ℓ به‌یک نقطه آویزان شده‌اند. گلوله M را به‌یکسو می‌کشیم و پس از آنکه راستای نخ آن با امتداد قائم زاویه α ساخت آنرا رها می‌کنیم تا با تندی خطی V_0 به‌سوی وضعیت اولیه خود برگردد. این گلوله‌ها پس از برخورد تا چه ارتفاعی به بالا حرکت می‌کنند در صورتیکه: ۱) برخورد کاملا" کشسان باشد. ۲) برخورد کاملا" غیر کشسان باشد (دو گلوله پس از برخورد بهم بچسبند).

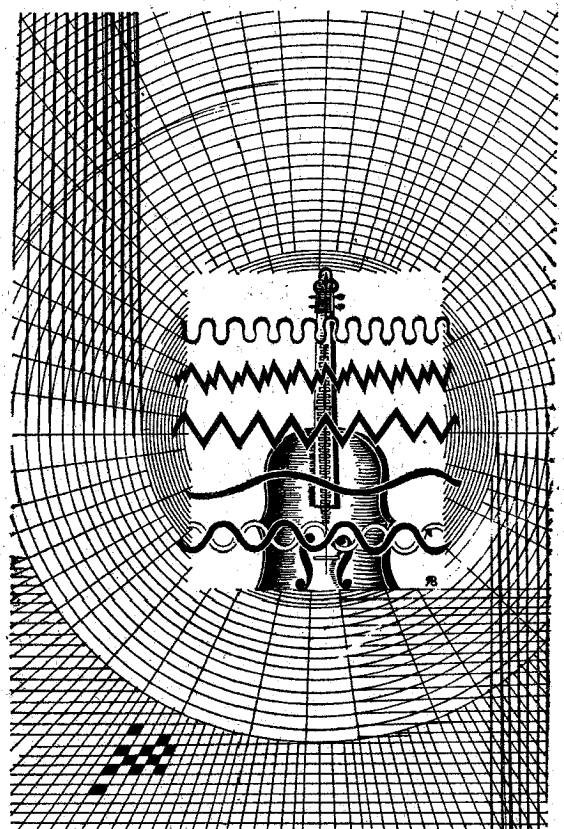
۲۹) گلوله‌ای به‌جرم M از نخی به‌طول ℓ آویزان است. فشنگی به‌جرم m بطور افقی به‌آن اصابت می‌کند و در آن فرو می‌رود. برای آنکه گلوله در صفحه قائم یک دور کامل بزند حداقل تندی فشنگ‌بایستی چقدر باشد؟

۳۰) دو گوه به‌زاویه شیب ۴۵° درجه‌و جرم M را روی یک سطح افقی قرار داده‌ایم (شکل ۴۶). گلوله‌ای به‌جرم m ($m << M$) از ارتفاع H بطور آزاد سقوط می‌کند و پس از برخورد متوالی با دو سطح گوه‌ها بطور قائم به‌بالا می‌پرد. ارتفاع پرتاب را محاسبه کنید. برخوردها را کشسان بگیرید و فرض کنید که میان گوه‌ها وسطح اصطکاک وجود ندارد.



شکل (۴۶)

۳۱) گُوه‌ای به‌زاویه ۳۰° و جرم M روی یک سطح افقی قرار دارد. گلوله‌ای به‌جرم m بطور آزاد از ارتفاع H سقوط می‌کند و پس از برخورد کشسان با گوه، با زاویه ۳۰° نسبت به‌افق پرتاب می‌شود. در این حرکت گلوله تا چه ارتفاعی بالا می‌پرد؟ (اصطکاک میان گوه و سطح افقی را ناچیز بگیرید).



جهان پیرامون ما، پر از نوسانات و امواج است. در هنگام مطالعه بخشی از علم فیزیک که با این پدیده‌ها سر و کار دارد، همواره این موضوع را به‌خاطر داشته باشید.

بیائید ارتعاشهای هماهنگ و به عنوان یک مورد مشخص از آن، نوسانات پاندول ساده ریاضی را در نظر بگیریم. رفتار پاندول را در دستگاه مختصات غیر اینرسی تحلیل می‌کنیم.

۱۱) حرکت ارتعاشی هارمونیک (هماهنگ)

معلم ــ بسیاری از دانش‌آموزان درک روشنی از حرکت ارتعاشی هارمونیک‌ندارند. برای‌شروع‌بحث‌بگوئیداین‌حرکت‌راچطورتعریف‌می‌کنید؟

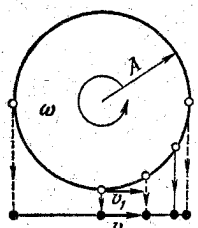
الف ــ ارتعاشهایی که از قانون سینوس تبعیت کنند هارمونیک خوانده می‌شوند و x، یعنی میزان انحراف جسم از وضع تعادل،طبق رابطه زیر برحسب زمان تغییر می‌کند:

$$x = A\ Sin(\ \omega t + \alpha\ ) \qquad (۶۵)$$

در این رابطه A دامنه نوسان (حداکثر میزان انحراف از وضع تعادل)، ω فرکانس دورانی ($\omega = \frac{۲\pi}{T}$ ، T پریود نوسان است) و α فاز اولیه است (میزان انحراف جسم از وضع تعادل در لحظه $t = ۰$). با مطالعه حرکت تصویر نقطه‌ای که با سرعت زاویه‌ای ثابت ωروی محور محیط دایره‌ای به‌شعاع A دوران می‌کندمی‌توان به‌روشنی حرکت ارتعاشی هماهنگ را مجسم کرد. (شکل ۴۷)

ب) من تعریف بهتری برای این حرکات دارم. می‌دانیم که ارتعاش نتیجه عمل نیروی نگهدارنده است یعنی نیروئی که جهت آن همواره به‌سوی وضع تعادل است و مقدار آن با میزان دوری جسم از وضع تعادل متناسب است. در ارتعاشهای هماهنگ، اندازه نیروی نگهدارنده F با میزان انحراف جسم از وضع تعادل یعنی x متناسب است. بنابراین:

$$F = kx \qquad (۶۶)$$



شکل (۴۷)

این‌گونه نیروها را نیروی *کش سانی* می‌خوانیم.

معلم ــ هر دو تعریف صحیح و رسا هستند. در تعریف اول ارتعاشات هماهنگ براساس چگونگی ایجادشان بیان شده‌اند و در تعریف دوم، بر پایه علت ایجادشان. به‌عبارت دیگر، در تعریف اول از توضیح زمانی ــ مکانی یا سینماتیکی ارتعاش استفاده شده است و در تعریف دوم، از توضیح علّی یا دینامیکی آن بهره‌گیری شده است.

ب ــ کدامیک از این دو تعریف بهتر است؟ آیا بر هم هیچ امتیازی ندارند؟

معلم ــ تعریف اول رویهمرفته بر دیگری رجحان دارد، چون کاملتر است.

ب ــ ولی چیزی که چگونگی ارتعاش را معین می‌کند، طبیعت نیروی نگهدارنده است. پس چرا تعریف دوم را کامل نمی‌دانید؟

معلم ــ آخر استدلال شما کاملا" هم درست نیست. چگونگی ارتعاش را فقط طبیعت نیروی نگهدارنده تعیین نمی‌کند.

الف ــ پس حالا هنگامی است که باید بخاطر آوریم که چگونگی حرکت هر جسم در هر لحظه مشخص، هم به‌نیروهای وارد بر آن بستگی دارد و هم به‌شرایط اولیه آن، یعنی مکان و تندی جسم در لحظه شروع. در بخش ۴ در این‌خصوص بحث کردیم.

معلم ــ کاملا" صحیح است. مثلا" در همین موضوع مورد بحث، چگونگی ارتعاش به‌نیروی نگهدارنده و شرایط اولیه آغاز حرکت بستگی دارد.

می‌دانیم که ارتعاش به‌شیوه‌های مختلف صورت می‌گیرد. مثلا": می‌توان جسمی رابه‌میزان‌معینی از وضع تعادل خارج و سپس به‌آرامی رها کرد. جسم شروع به‌نوسان می‌کند. اگر نوسان از لحظه صفر آغاز شود، با کاربرد رابطه (۶۵) مقدار فازاولیه برابر $\frac{\pi}{۲}$ می‌شود، یعنی $\alpha=\frac{\pi}{۲}$، و میزان انحراف جسم از وضع تعادل، همان دامنه نوسان است. جسم را تا هر فاصله‌ای می‌توان از وضع تعادل خارج کرد و برای هر حالت، دامنه نوسان متفاوتی بطور دلخواه بدست آورد.

در شیوه دیگری برای ایجادنوسان، باهل دادن جسمی که در حالت تعادل قرار دارد، به‌آن سرعت اولیه معینی می‌بخشیم. جسم شروع به‌نوسان می‌کند. اگر نقطه شروع نوسان را مبداء یا موقعیت صفر بگیریم، با توجه به‌رابطه (۶۵)، $\alpha = ۰$ می‌شود. دامنه نوسان به‌مقدار سرعت اولیه‌ای که به‌جسم می‌دهیم بستگی دارد. میان‌این دو حالت، حالتهای بی‌شماری برای ایجاد نوسان وجود دارد. به‌عنوان مثال، جسم را از وضع تعادل خارج می‌کنیم و همزمان آنرا هل می‌دهیم، یا به‌آن ضربه می‌زنیم. در همه این حالت‌ها مقادیر A، دامنه نوسان و α، فاز اولیه نوسان معین است.

ب ــ منظورتان این است که کمیت‌های A و α، به‌طبیعت نیروی نگهدارنده بستگی ندارد؟

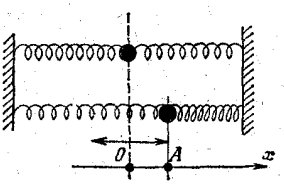
معلم ــ همین‌طور است. تعیین مقدار این دو کمیت دراختیار شما است و بوسیله روشی که برای ایجاد نوسان انتخاب می‌کنید، در عین حال مقدار این کمیت‌ها را تعیین می‌کنید. نیروی نگهدارنده یا ضریب k در رابطه (۶۶) سرعت زاویه‌ای ω یا پریودنوسان را مشخص می‌کند. می‌توان گفت که پریود نوسان جزو مشخصات ذاتی یا درونی جسم در حال نوسان است و دامنه A و فاز اولیه α تابع شرایط بیرونی ایجاد کننده نوسان است.

حالا اگر بر سر تعریف‌های ارتعاش هماهنگ برگردیم، می‌بینیم که تعریف دینامیکی هیچ اطلاعاتی درباره دامنه و فاز اولیه نوسان به‌ما نمی‌دهد، ولی تعریف سینماتیکی، شامل این اطلاعات است.

ب ــ در تعیین دامنه نوسان دست ما کاملا" باز است، آیا این

کمیت در نوسان هماهنگ بی‌اهمیت است؟

معلم ــ ابدا". دامنه نوسان بسیار مهم است. بگذارید برای اثبات این موضوع مثالی بزنم. گلوله‌ای به‌جرم m را به‌انتهای دو فنر کش‌سان وصل کرده‌ایم تا در راستای افقی با دامنه A نوسان هماهنگ داشته باشد (شکل ۴۸) نیروی نگهدارنده بوسیله ضریب کش‌سانی k که نشان‌دهنده خاصیت کش‌سانی فنرها است، تعیین می‌شود. انرژی گلوله در حال نوسان را محاسبه کنید.



شکل (۴۸)

الف ــ برای تعیین انرژی گلوله، بایستی حداکثر انحراف آن از وضع تعادل را بررسی کنیم ($x = A$). در این‌حالت، سرعت گلوله صفر است و انرژی کل مکانیکی آن، همان انرژی پتانسیل است. این انرژی را می‌توان به‌عنوان کاری که با تغییر مکان گلوله به فاصله $x = A$ از وضع تعادل در برابر نیروی نگهدارنده F صورت می‌گیرد به‌حساب آورد. پس:

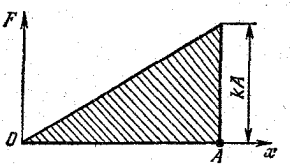
$$W = F A \qquad (۶۷)$$

و با توجه به‌این که $F = k A$:

$$W = k A^2$$

معلم ــ روال استدلال شما درست است، ولی مرتکب یک اشتباه

شده‌اید . رابطه (۶۷) تنها در موردی قابل کاربرد است که نیرو، مقدار ثابتی داشته باشد . در مساله مورد نظر ما، مطابق شکل ۴۹، نیروی F بر حسب فاصله تغییر می‌کند .



شکل (۴۹)

کار انجام شده بوسیله این نیرو در مسافت $x = A$، برابر است با مساحت شکل محصور بین نمودار و محور x . این شکل مثلث است و مساحت آن $\frac{k A^2}{2}$ می‌شود پس:

$$W = \frac{1}{2} k A^2 \qquad (۶۸)$$

همانطور که در این رابطه دیده می‌شود، انرژی کل جسم در حال ارتعاش با مجذور دامنه ارتعاش متناسب است . این امر نشان می‌دهد که دامنه نوسان، تا چه حد در بررسی چگونگی حرکت ارتعاشی مهم است .

اگر $0 < x < A$ باشد ، انرژی کل W عبارت است از مجموع دو انرژی جنبشی و پتانسل، بنابراین :

$$W = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 \qquad (۶۹)$$

بکمک تساوی (۶۹) می‌توان سرعت نوسان جسم را در هر فاصله x از وضع تعادل، محاسبه کرد . اینک نوبت به‌این پرسش می‌رسد که، پریود نوسان گلوله شکل ۴۸ را چگونه می‌توان بدست آورد ؟

ب ــ برای بدست آوردن فرمول محاسبه زمان تناوب، به‌معادلات دیفرانسیل نیاز داریم .

معلم ــ حرف شما درست است،ولی اگر از هر دو تعریف سینماتیک و دینامیک نوسان استفاده کنیم، می‌توانیم بدون محاسبه دیفرانسیل پریود را بدست آوریم . با توجه به‌شکل ۴۷،که نمایش تصویری تعریف سینماتیکی است ، تندی جسم در لحظه عبور از وضع تعادل از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$V_1 = \omega A = \frac{2\pi A}{T} \qquad (۷۰)$$

از طرفی با توجه به‌رابطه (۶۸)،که از تعریف دینامیکی بدست آمده است،می‌توان نتیجه گرفت که :

$$\frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} k A^2 \qquad (۷۱)$$

(چون هنگام عبور از وضع تعادل،انرژی کل جسم همان انرژی جنبشی است)باترکیب‌روابط(۷۰) و (۷۱)نتیجه می‌گیریم که $\frac{4\pi^2 A^2 m}{T^2} = k A^2$ و در نتیجه،پریودحرکت از تساوی زیر بدست می‌آید :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (۷۲)$$

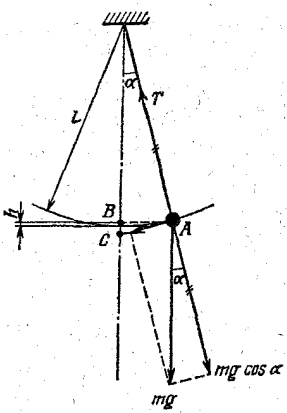
همانطور که دیده می‌شود،پریود حرکت نوسان منحصرا" بوسیله خواص سیستم نوسان کننده تعیین می‌شود و به‌چگونگی ایجاد نوسان بستگی ندارد .

الف ــ معمولا" هنگامی که از نوسان صحبت می‌کنیم،بیش از آنکه گلوله چسبیده به‌فنر را در نظر داشته باشیم،به‌پاندول توجه داریم . می‌توانیم این نتایج را در مورد پاندول هم تعمیم بدهیم ؟

معلم ــ برای آنکه بتوانیم این نتایج را برای پاندول بکار ببریم، باید ببینیم چه‌چیزی نقش ضریب کشسانی k را در حرکت پاندول به‌عهده دارد . بدیهی است که پاندول در اثر نیروی جاذبه نوسان می‌کند و نیروی کشسانی در حرکت آن مؤثر نیست . فرض کنید گلوله‌ای

را از نخی به‌طول L آویزان کرده و آنرا به‌اندازه‌ای از وضع تعادل خارج کرده‌ایم که با امتداد قائم ، زاویه بسازد (شکل ۵۰) .

دو نیرو بر گلوله اثر می‌کند،یکی mg نیروی وزن و دیگری T کشش نخ . برآیند این دو نیرو را نیروی نگهدارنده می‌خوانیم و همانطور که در شکل دیده می‌شود،مقدار آن برابر است با $mg\,Sin\,\alpha$



شکل (۵۰)

الف ــ در این شکل کدامیک از طولهای $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ را میزان انحراف پاندول از وضعیت تعادل به‌حساب می‌آوریم ؟

معلم ــ چون بحث ما دربارهٔ نوسان هماهنگ پاندول است، بایستی حداکثر مقدار زاویه انحراف بسیار کوچک باشد.یعنی :

$$\alpha << 1^{rad} \qquad (۷۳)$$

البته اگر مقدار این زاویه برحسب درجه اندازه‌گیری شود،بایستی آنرا کمتر از ۱۰ درجه انتخاب کرد . در این‌صورت،میان طولهای $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ تفاوت قابل توجهی نیست،بنابراین :

$$\overline{AB} = L\ Sin\alpha \cong \overline{AC} = L\ tg\alpha$$

اگر مقدار $x = \overline{AB} = L\ Sin\alpha$ را در معادله (۶۶) بگذاریم رابطه نوسان پاندول به‌صورت زیر در می‌آید:

$$mg\ Sin\alpha = k\ L\ Sin\alpha \qquad (۶۶\text{ـ الف})$$

و در نتیجه:

$$k = \frac{mg}{L} \qquad (۷۴)$$

اگر این رابطه را در تساوی ۷۲ قرار دهیم، فرمول پریود نوسان هماهنگ پاندول به‌دست می‌آید:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (۷۵)$$

برای بحث درمورد انرژی پاندول باید توجه داشت هنگامی که گلوله در حالت حداکثر انحراف از وضع تعادل قرار می‌گیرد به‌اندازه h از ارتفاع اولیه خود بالاتر می‌رود و در این حالت انرژی کل آن برابر است با mgh پس:

$$W = mgh = mgL\,(۱ - Cos\alpha) = ۲\,mgL\,Sin^{۲}\frac{\alpha}{۲} \qquad (۷۶)$$

این رابطه برای تمام مقادیر α صادق است. برای آنکه آنرا به رابطه (۶۸) تبدیل کنیم لازم است شرط هماهنگی یعنی نامساوی (۷۳) برقرار باشد. در این صورت مقدار $Sin\alpha$ با مقدار زاویه α برحسب رادیان یکی می‌شود و رابطه (۷۶) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$W \cong ۲mgL\left(\frac{\alpha}{۲}\right)^۲ = mgL\frac{\alpha^۲}{۲}$$

با توجه به رابطه (۷۴) می‌توان نوشت:

$$W = kL^۲\frac{\alpha^۲}{۲} = k\frac{(L\alpha)^۲}{۲} \cong k\frac{(\overline{AB})^۲}{۲}$$

این رابطه دراساس با رابطه (۶۸) یکی است.

ب ــ اگر درست بیاد بیاورم پیشتر در بررسی نوسان پاندول اصلا" صحبتی دربـاره‌ٔ کوچک بودن زاویه انحراف به‌میان نمی‌آمد.

علم ــ اگر فقط انرژی گلوله پاندول یا کشش نخ را بخواهیم احتیاجی به‌این شرط نداریم. در موردی که بررسی کردیم درحقیقت به‌جای پاندول به‌مطالعه حرکت گلوله روی محیط یک دایره قائم می‌پرداختیم. اگر پریود حرکت از رابطه (۷۵) بدست بیاید نوسان پاندول هماهنگ خواهد بود. و ناچار زاویه انحراف بایستی بسیار کوچک باشد. مثلا" در مساله شماره ۳۳ اندازه زاویه اهمیتی ندارد در حالیکه در مساله شماره ۳۴ این موضوع کاملا" مهم است.

مسائل:

۳۲) اگر طبق شکل ۴۸ گلوله‌ای به‌صورت هماهنگ نوسان کند نسبت تندی حرکت آنرا در دو نقطه یکی به‌فاصله نصف دامنه و دیگری به‌فاصله یک سوم دامنه از وضع تعادل بدست آورید.

۳۳) گلوله‌ای را که از نخ آویزان است به‌اندازه ۶۰ درجه از راستای قائم منحرف و سپس رها می‌کنیم. نسبت کشش نخ در وضعیت تعادل به‌کشش نخ در حالت حداکثر انحراف چقدر است؟

۳۴) نخی را که گلوله‌ای از آن آویزان است به‌اندازه ۵ درجه از وضع تعادل منحرف و آزاد می‌کنیم. اگر فرکانس دوران نوسان پاندول $۲\ 1/sec$ باشد تندی حرکت‌گلوله‌رادرهنگام عبورازوضع تعادل‌پیداکنید.

۱۲) پاندول در حالت بی‌وزنی چه وضعی دارد؟

معلم ــ فرض کنید به‌دیوار یک آسانسور میخی کوبیده‌ایم و گلوله‌ای را که به‌نخی به‌طول L بسته‌ایم از آن آویزان می‌کنیم. گلوله را به‌طور هماهنگ به‌نوسان درمی‌آوریم. اگر آسانسور با شتاب a بالا رود پریود نوسان پاندول چه‌مقدار می‌شود؟

الف ــ می‌دانیم که در این حالت ما احساس مقداری افزایش وزن می‌کنیم، بنابراین پاندول هم باید این افزایش وزن را "احساس کند"، در نتیجه، پریود آن از رابطه:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}} \qquad (۷۷)$$

۷۷ بدست می‌آید. ولی البته نمی‌توانم این فرمول را به‌صورت کاملا" دقیق، بدست آورم.

معلم ــ این فرمول درست است ولی برای دقت آن بایستی از یک زاویه جدید به‌قضیه نگاه کنیم. تا اینجا ما همواره با اجسامی سر و کار داشتیم که در مختصات اینرسی واقع بودند و از مختصات غیر اینرسی پرهیز می‌کردیم و در بخش ۴ درمورد مختصات غیر اینرسی به‌شما هشدار دادم.

اما در این مورد بایستی مختصات غیر اینرسی را که به‌آسانسور شتابدار متصل است بکار بگیریم. اگر یادتان باشد در بررسی حرکت جسمی به‌جرم m در مختصات غیر اینرسی با شتاب a یک نیروی قراردادی اضافی بر جسم وارد می‌آوردیم. این نیرو را نیروی اینرسی می‌خوانیم که مقدار آن برابر است با ma و در جهت مخالف شتاب وارد

می‌شود . پس از این کار می‌توانیم از فکر حرکت مختصات منصرف شویم و حرکت را در مختصات اینرسی فرض کنیم . در مورد آسانسور بایستی نیروی ma را بر گلوله وارد آوریم که مقدارش ثابت است و همواره با نیروی جاذبه mg هم راستا و هم‌جهت است . پس در رابطه (۷۵) به‌جای g بایستی $(g+a)$ قراردهیم و نتیجتا" همان فرمول را که شما گفتید بدست آوریم .

الف ــ بنابراین اگر آسانسور با شتاب a رو به‌پائین حرکت کند بایستی بجای g مقدار $(g-a)$ را قرار دهیم چون ma درجهت مخالف نیروی جاذبه عمل می‌کند . درست است ؟

معلم ــ کاملا" در این صورت پریود نوسان پاندول از رابطهٔ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}} \qquad (۷۸)$$

بدست می‌آید . این رابطه در حالاتی معتبر است که $a<g$ باشد . هرچه مقدار a به g نزدیکتر شود پریود نوسان پاندول بزرگتر می‌شود . هنگامی که $a=g$ شود حالت بی‌وزنی پیش می‌آید ، بنظر شما وضع پاندول در این حالت به‌چه صورتی درمی‌آید ؟

الف ــ با توجه به فرمول (۷۸) در این حالت پریود نوسان بی ــ نهایت بزرگ می‌شود . یعنی پاندول باید قاعدتا" ساکن شود .

معلم ــ بگذارید بعضی‌ازجزئیات پاسخ شمارا روشنترکنیم . درآغاز کار پاندول در آسانسور در حال نوسان است . ناگهان طناب حافظ آسانسور پاره می‌شود و آسانسور بطور آزاد سقوط می‌کند . اگر از مقاومت هوا صرفنظر کنیم وضع پاندول به‌چه صورت درمی‌آید ؟

الف ــ همانطور که گفتم پاندول می‌ایستد .

معلم ــ پاسخ شما کاملا" صحیح نیست . پاندول تنها در صورتی نسبت به‌آسانسور در حالت سکون واقع می‌شود که گلوله آن هنگام آغاز سقوط در وضعیت ماکزیمم انحراف از راستای قائم باشد . در غیر این صورت‌گلوله با حرکت یکنواخت با سرعتی مساوی آنچه در هنگام آغاز سقوط داشته است به‌گردش روی محیط دایره قائم ادامه خواهد داد .

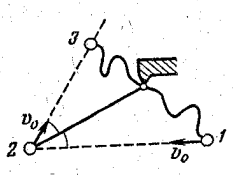
الف ــ حالا متوجه می‌شوم .

معلم ــ پس حالا باید بتوانید رفتار پاندولی را که در یک سفینه فضائی در حالت بی‌وزنی قرار دارد با یک شکل نشان دهید .

الف ــ در سفینه گلوله پاندول در انتهای نخ یا نسبت به‌سفینه در حالت سکون است یا در روی محیط دایره‌ای به‌شعاع طول نخ در حال نوسان است . البته اگر سقف و دیوارهای سفینه مزاحم نباشند .

معلم ــ تصویری که ارائه می‌دهید کامل نیست . فرض کنید ما در یک سفینه درحالت بی‌وزنی باشیم . انتهای نخ پاندول را می‌گیریم و طوری نصب می‌کنیم که سقف و دیوارهای سفینه مزاحم حرکت آن نباشند . اینک با دقت گلوله را رها می‌کنیم . گلوله ساکن می‌ماند . در اینصورت دو حالت متمایز خواهیم داشت : ۱) نخ شل است . ۲) نخ سخت کشیده است .

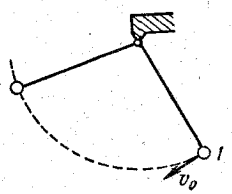
. الت اول را مورد بر سی قرار می‌دهیم . درشکل (۵۱ ــ الف) در آغاز کار گلو پاندول در وضعیت ۱ قرار دارد . اگر سرعتی برابر با V_0 به‌گلوله بدهیم با همین سرعت در راستای خط مستقیم پیش می‌رود تا به وضعیت ۲ برسد که در آن نخ به‌صورت کشیده درمی‌آید . در این لحظه عکس‌العمل نخ بر گلوله وارد می‌شود و در نتیجه راستای حرکت تغییر می‌کند و گلوله با حرکت یکنواخت در امتداد خط‌راست به‌وضعیت ۳ می‌رسد . در این حالت نادر انعکاس،قانون تساوی زوایای تابش و بازتابش صدق می‌کند .



شکل (۵۱ ــ الف)

اینک به‌سراغ حالت دوم برویم : ابتدا نخ را می‌کشیم تا سخت

شود و سپس گلوله را رها می‌کنیم ، گلوله مانند شکل (۵۱ ــ ب) در جای خود به‌حالت ساکن در وضعیت ۱ می‌ایستد . اگر به‌آن در راستائی عمود بر نخ سرعت اولیه V_0 بدهیم گلوله با سرعت ثابت روی محیط دایره شروع به‌گردش می‌کند . صفحه دوران بوسیله نخ و بردار سرعت تعیین می‌شود .



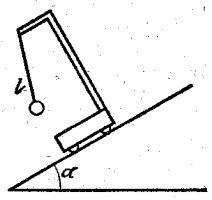
شکل (۵۱ ــ ب)

حالا به‌این مساله‌توجه کنید : "مانندشکل (۵۲ ــ الف) گلوله‌ای را از نخی به‌طول L آویزان کرده و انتهای آزاد نخ را به‌میله‌ای که روی یک ارابه نصب شده‌است وصل می‌کنیم . ارابه از یک سطح شیبدار بدون اصطکاک با شیب α به‌پائین می‌لغزد . پریود نوسان این پاندول را که در مختصاتی با شتاب مشخص حرکت می‌کند بدست آورید ." توجه دارید که در این مورد شتاب دستگاه با شتاب جاذبه یک زاویه معین می‌سازد . این موضوع پرسش دیگری پیش می‌آورد : "راستای تعادل نخ پاندول کدام است ؟"

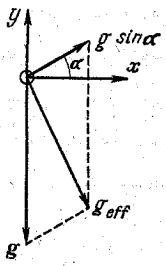
الف ــ یک‌بار می‌خواستم مساله‌ای نظیر این را بررسی کنم ولی درماندم .

معلم ــ پریود نوسان پاندول در این مورد هم از فرمول ۷۵ بدست می‌آید . با این تفاوت که بایستی نظیر جریان آسانسور به‌جای g شتاب موءثر مشخصی قرار دهیم . این شتاب را به g_{eff} نشان می‌دهیم و مقدار آن برابر است با جمع برداری شتاب جاذبه و شتاب دستگاه مورد نظر . در این جریان بایستی کاملا" دقت کنیم چون در این جمع برداری ، علامت بردار شتاب دستگاه مخالف با علامت g است

چون نیروی اینرسی در جهت مخالف حرکت سیستم عمل می‌کند. در شکل (۵۲ ــ ب) بردارهای شتاب نمایش داده شده است و $g\ Sin\alpha$ همان شتاب ارابه است.



شکل (۵۲ ــ الف)



شکل (۵۲ ــ ب)

برای بدست آوردن g_{eff} می‌نویسیم:

$$g_{eff} = \sqrt{g^2_{effx} + g^2_{effy}}$$

$$= \sqrt{(g\ Sin\alpha\ Cos\alpha)^2 + (g - g Sin^2\alpha)^2} = g\ Cos\alpha \qquad (۷۹)$$

و بنابراین:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g\ Cos\alpha}} \qquad (۸۰)$$

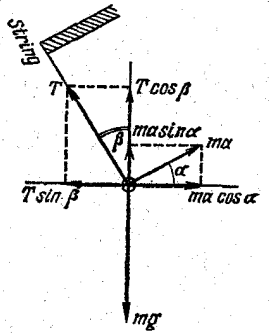
الف ــ راستای تعادل نخ چگونه تعیین می‌شود؟

معلم ــ همان راستا و جهت شتاب g_{eff} راستا و جهت تعادل نخ است. با توجه به رابطه ۷۹ به‌سادگی دیده می‌شود که این راستا با

راستای قائم زاویه α می‌سازد. به‌عبارت دیگر در حالت تعادل، نخ پاندول در ارابه‌ای که از سطح شیبدار پائین می‌لغزد بر سطح شیبدار عمود است.

ب ــ نمی‌توان این نتیجه را به‌طریق دیگر بدست آورد؟

معلم ــ چرا. اگر وضعیت تعادل گلوله پاندول را نسبت به‌ارابه در نظر بگیریم می‌توان مستقیما" به‌این نتیجه رسید. نیروهائی که بر گلوله وارد می‌شود عبارتند از: mg وزن گلوله، T کشش نخ و ma نیروی اینرسی (شکل ۵۳). زاویه نخ با امتداد قائم را β می‌نامیم و نیروها را به مؤلفه‌های افقی و قائم تجزیه می‌کنیم و شرط تعادل را برای نیروهای هر جهت می‌نویسیم:



شکل (۵۳)

$$\left.\begin{aligned} T\ Cos\beta + ma\ Sin\alpha &= mg \\ T\ Sin\beta &= ma\ Cos\alpha \end{aligned}\right\} \qquad (۸۱)$$

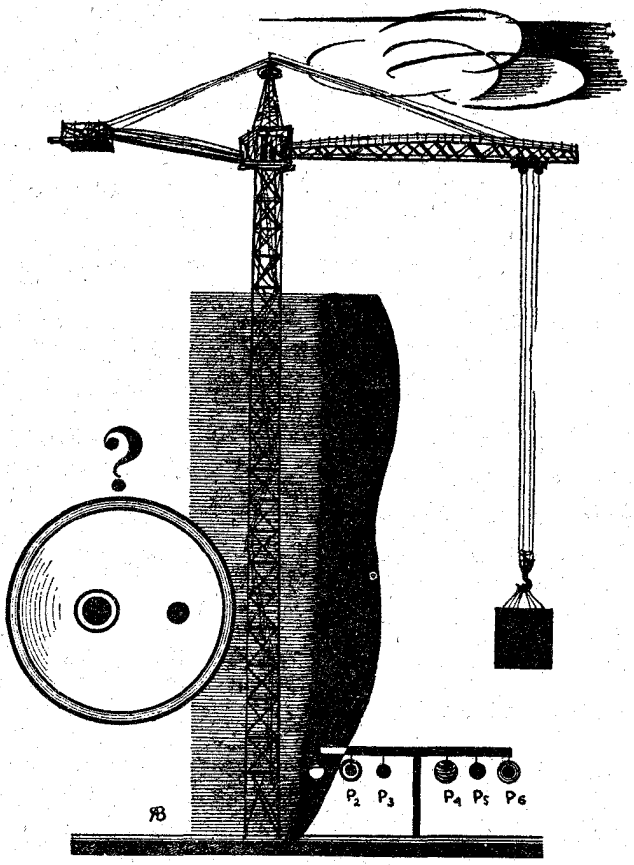
می‌دانیم که $a = g\ Sin\alpha$ است. بنابراین، روابط به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\left.\begin{aligned} T\ Cos\beta &= mg\ (۱ - Sin^{۲}\alpha) \\ T\ Sin\beta &= mg\ Sin\alpha\ Cos\alpha \end{aligned}\right\}$$

از تقسیم این دو رابطه نتیجه می‌شود که: $Cotg\beta = Cotg\alpha$
و درنتیجه $\beta = \alpha$ یعنی راستای تعادل نخ پاندول بر سطح شیبدار عمود است.

ب ــ من با دقت کامل به‌توضیحات شما توجه کردم و به‌این نتیجه رسیدم که جواب من به سؤال شما غلط نبود. چون نیروهای جاذبه و جذب به‌مرکز را به‌عنوان نیروهای وارد بر سفینه به‌حساب آوردم. البته پاسخ من به‌دستگاه مختصاتی که به‌سفینه متصل است مربوط می‌شود و نیروی جذب به‌مرکز در این حالت همان نیروی اینرسی است. در دستگاه غیر اینرسی متصل به‌سفینه ما درمورد استاتیک با اشکال برخورد می‌کنیم و در مورد دینامیک اشکالی نداریم. اینجا مساله تعادل نیروهائی درمیان است که یکی از آنها نیروی جذب به‌مرکز اینرسی است.

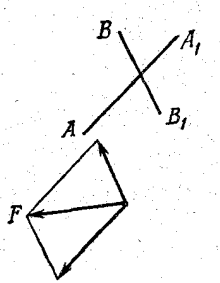
معلم ــ این نوع برخورد با مساله‌سفینه مجاز است ولی در رابطه با نیروی جذب به‌مرکز در بخش ۸ آنرا جزو نیروهای اینرسی به‌حساب نیاوردید، بلکه تنها به‌فکر یافتن چیزی بودید که از سقوط سفینه به‌زمین جلوگیری کند. بعلاوه در موردی که شما ذکر کردید لزومی نداشت که به دستگاه مختصات چسبیده به‌سفینه منتقل شویم، جوهر فیزیکی مسأله بدون مداخله دادن نیروی جذب به‌مرکز اینرسی واضح‌تر دیده می‌شود. توصیه قبلی من هنوز هم معتبر است: اگر ضرورت خاصی وجود ندارد از بکار گرفتن دستگاه مختصات غیر اینرسی پرهیز کنید.



قوانین استاتیک، همان قوانین تعادل است. این قوانین را به دقت مطالعه کنید. فراموش نکنید که این قوانین ارزش علمی عظیمی دارند. سازنده‌ای که از دانش اساسی قوانین استاتیک بی‌بهره باشد، فریب می‌خورد. ما مثالهائی از نمایش قوانین تجزیه نیروها خواهیم دید. بحث آینده ما، درباره شرایط تعادل اجسام و کاربرد آنها برای یافتن قوانین گرانیگاه اجسام خواهد بود.

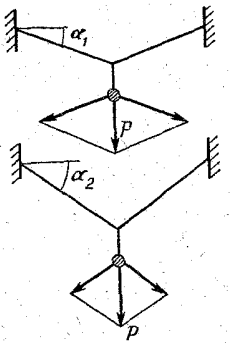
۱۳) تا چه حد در تجزیه نیروها مهارت دارید؟

معلم ــ چون در حل بیشتر مسائل مکانیک با تجزیه نیروها سر و کار داریم بایستی با تفصیل بیشتری دراین‌باره گفتگو کنیم . برای آنکه یک نیرو را در دو راستا تجزیه کنیم باید دو خط مستقیم از نوک و دو خط مستقیم از انتهای بردار نیرو بگذرانیم به‌نحوی که هر زوج از این خطوط با راستای تجزیه نیروها موازی باشد . در نتیجه متوازی الاضلاعی بدست می‌آید که اضلاع آن همان مؤلفه‌های مورد نظر است .



شکل (۵۴)

در شکل (۵۴) نیروی F را به دو مؤلفه در راستاهای AA_1 و BB_1 تجزیه کرده‌ایم حالا اجازه بدهید در این مورد به‌یک مسأله توجه کنیم : "دو وزنه مشابه P را از وسط دو نخ آویزان کرده‌ایم . وسط هر دو نخ به‌پائین کشیده می‌شود بطوری که اولی با راستای افقی زاویهٔ α_1 و دومی زاویه α_2 می‌سازد . کشش کدام یک از نخ‌ها بیشتر است؟



شکل (۵۵)

الف ــ نیروی وزن را طبق قاعده در هر دوحالت تجزیه می‌کنیم و نتیجه می‌گیریم که $T = \frac{P}{2Sin\alpha}$ [1] . بنابراین نخی که کمتر به‌پائین کشیده شده‌است نیروی کشش بیشتری دارد .

معلم ــ کاملا " صحیح . خوب آیا بنظر شما می‌توانیم نخ را آنقدر محکم بکشیم که وزنه نتواند آنرا به‌پائین بکشد ؟

الف ــ باید بتوانیم .

معلم ــ با عجله جواب ندهید . برای پاسخ دادن از نتایجی‌که خودتان بدست آورده‌اید استفاده کنید .

الف ــ ببخشید . نمی‌توانیم نخ را آنقدر محکم کنیم که هیچ زاویه‌ای با راستای افقی نسازد . چون برای کم شدن زاویه α بایستی کشش را زیاد کنیم در نتیجه هرقدر هم که نخ محکم باشد در اثر نیروی کششی که برای ایجاد زاویه خیلی کوچک لازم است پاره می‌شود .

معلم ــ توجه داشته باشید که پائین آمدن نخ حاصل خواص کش‌سانی آن است که اجازه می‌دهد طول نخ زیاد شود . اگر طول نخ زیاد نشود (شکل آن تغییرنکند) نمی‌توان هیچ وزنه‌ای از آن آویخت . این

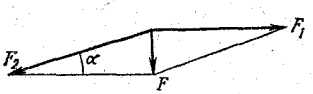
---

[1] $Sin\alpha = \frac{\frac{P}{2}}{T} = \frac{P}{2T} \Rightarrow 2T\,Sin\alpha = P \Rightarrow T = \frac{P}{2Sin\alpha}$

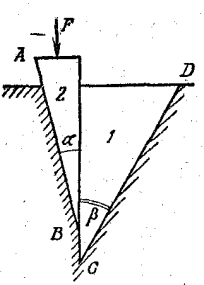
خاصیت نشان می‌دهد که در مهندسی ساختمان بررسی استحکام مصالح مختلف به‌قابلیت آنها در تحمل تغییر شکل حاصل از کش‌سانی بستگی دارد (به‌اصطلاح مهندسین مصالح باید جای نفس‌کش داشته باشد). مصالح خیلی خشک مناسب نیستند چون در برابر کوچکترین تغییر شکلی درهم می‌شکنند. این مصالح حتی وزن خود را هم نمی‌توانند تحمل کنند.

اگر از وزن نخ صرفنظر کنیم می‌توانیم با استفاده از قانون "هوک" درباره نیروی کش‌سانی فنر یا نخ (به‌مساله ۳۵ توجه کنید) رابطه میان P وزن جسم و α زاویه انحراف نخ را از راستای افقی را بدست آوریم.

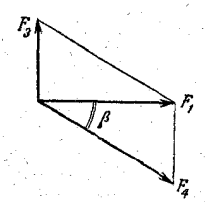
بگذارید مثال دیگری بزنیم. به‌موجب یک ضرب‌المثل روسی "گوه را فقط گوه بیرون می‌کشد" در شکل (۵۶ـ الف) این ضرب‌المثل را بوسیله تجزیه نیروها مجسم کرده‌ایم. با فرو کردن گوه شماره ۲ در یک شکاف گوه شماره ۱ را از این شکاف بیرون می‌آوریم. نیروی F که صرف اینکار می‌شود و زوایای α و β معلوم هستند. گوه شماره ۱ با چه نیروئی از شکاف خارج می‌شود؟



(ب)



(الف)



(ج)

شکل (۵۶)

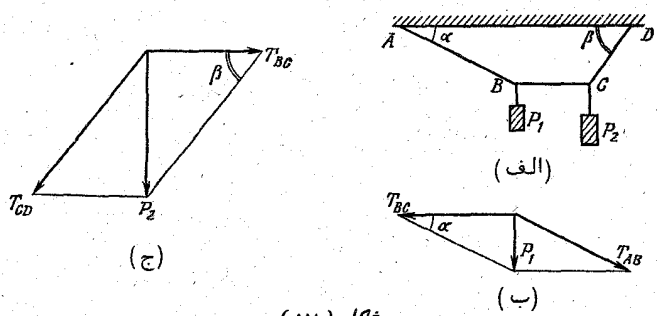
الف ــ حل این مساله برای من خیلی سخت است.

معلم ــ خوب، ابتدا نیروی F را به‌دو مؤلفه افقی و عمودی بر وجه AB تجزیه می‌کنیم. این مؤلفه‌ها را درشکل (۵۶ ــ ب) با نامهای F_1 و F_2 نشان داده‌ایم. مؤلفه F_2 بوسیله عکس‌العمل دیواره شکاف خنثی می‌شود و مؤلفه $F_1 = \frac{F}{\tan\alpha}$ بر گوه شماره ۱ وارد می‌شود. اینک مؤلفه F_1 را به‌دو مؤلفه در راستای قائم و و راستای عمود بر وجه CD مربوط به گوه ۱ تجزیه می‌کنیم و این مؤلفه‌ها را به ترتیب F_3 و F_4 می‌نامیم (شکل ۵۶ ــ ج). مؤلفه F_4 بوسیله عکس‌العمل سطح دیواره سمت راست شکاف خنثی می‌شود و مؤلفه F_3 باعث خروج گوه ۱ از شکاف می‌شود و این همان نیروئی است که مورد نظر ما بود. از روی شکل پیدا است که:

$$F_3 = F_1 \tan\beta = F\frac{\tan\beta}{\tan\alpha}$$

حالا به‌مثال سوم توجه کنید. "وزنه‌های P_1 و P_2 را مطابق شکل (۵۷ ــ الف)طوری از نخ آویزان کرده‌ایم که آن قسمت از نخ که بین P_1 و P_2 قرار گرفته است افقی باشد. اگر زاویه α معلوم باشد زاویه β و نیروی کشش در قطعات AB ، BC و CD از نخ را حساب کنید." این مساله شباهت زیادی به‌مساله گوه‌ها دارد.

الف ــ ابتدا وزن P_1 را به دو مؤلفه در راستای AB و BC تجزیه می‌کنیم و از آنجا نتیجه می‌گیریم که(شکل (۵۷ ــ ب):



شکل (۵۷)

$$T_{AB}=\frac{P_1}{Sin\alpha} \quad و \quad T_{BC}=\frac{P_1}{tan\alpha}$$

بنابراین کشش در دو قطعه از قطعات نخ فورا" بدست می‌آید. بعد نوبت به‌وزن P_2 می‌رسد که آنرا هم در راستای BC و CD تجزیه می‌کنیم (شکل ۵۷ ـ ج) و نتیجه می‌گیریم که:

$$T_{BC}=\frac{P_2}{tan\beta} \quad و \quad T_{CD}=\frac{P_2}{Sin\beta}$$

اینک اگر مقادیر بدست آمده برای T_{BC} در دو مورد را باهم مساوی قرار دهیم به‌نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\frac{P_1}{tan\alpha}=\frac{P_2}{tan\beta} \Longrightarrow \beta = arc\ tan\ \frac{P_2\ tan\alpha}{P_1}$$

اگردر رابطهT_{CD} بجای β این مقدار را قراردهیم کشش نخ CD برحسب مقادیر معلوم بدست می‌آید.

معلم ـ به‌این ترتیب پیدا کردن پاسخ کامل مساله یعنی محاسبه مقدار T_{CD} خیلی دشوار می‌شود.

الف ـ در پاسخ مسأله مشکل ما فقط پیدا کردن سینوس قوسی است که مقدار آن $arc\ tan\beta$ است یعنی:

$$T_{CD}=\frac{P_2}{Sin\ \left(\ arc\ tan\frac{P_2 tan\alpha}{P_1}\right)}$$

معلم ـ پاسخ شما درست است ولی برای ساده‌تر شدن آن می‌توانیم $Sin\beta$ را برحسب $tan\beta$ به‌صورت زیر بنویسیم:

$$Sin\beta=\frac{tan\beta}{\sqrt{1+tan^2\beta}}$$

و چون:

$$\tan\beta = \tan\alpha \frac{P_2}{P_1}$$

می‌توان نوشت:

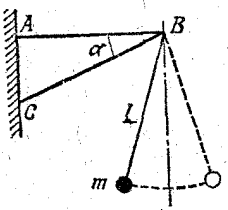
$$T_{CD} = \frac{P_1}{\tan\alpha} \sqrt{1 + (\frac{P_2}{P_1})^2 \tan^2\alpha}$$

ب ــ چقدر به ریاضیات احتیاج داریم!

معلم ــ فیزیک بدون ریاضیات نمی‌تواند نفس بکشد.

مسائل:

۳۵) به‌وسط یک نخ کش‌سان که به‌دو دیواره یک آسانسور محکم شده است وزنه‌ای آویخته‌ایم و نخ با راستای افقی زاویه α برابربا ۳۰ درجه می‌سازد. وقتی که آسانسور با شتاب به‌حرکت درمی‌آید این زاویه ۴۵ درجه می‌شود. مقدار و جهت شتاب آسانسور ا معین کنید. (از وزن نخ صرفنظر شود).

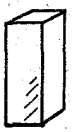


شکل (۵۸)

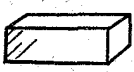
۳۶) گلوله m به‌جرم $m = ۱۰۰g$ از نخی به‌طول $L = ۱^m$ به یک تکیه‌گاه مثلث شکل به زاویه راس $\alpha = ۳۰°$ مطابق شکل ۵۸ آویزان است. گلوله را با تندی $۲\ m/s$ در راستای افقی به‌حرکت در ــ می‌آوریم تا مانندآونگ نوسان کند. نیروهای وارد بر قطعات AB و BC را هنگامی که گلوله در حداکثر انحراف ازوضع تعادل است حساب کنید.

۱۴) درباره تعادل اجسام چه می‌دانیم؟

معلم ــ در شکل ۵۹ دو حالت تعادل یک آجر نمایش داده شده است. هر دو حالت تعادل پایدار را نشان می‌دهند ولی میزان پایداری آنها متفاوت است. کدام یک از این دو حالت تعادل پایدارتر است؟



(ب)



(الف)

شکل (۵۹)

الف ــ پیدا است که حالت الف پایدارتر است.

معلم ــ چرا؟

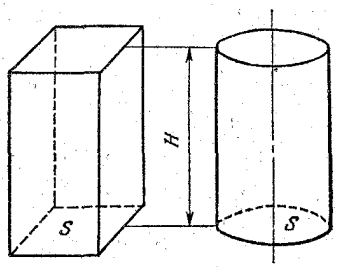
الف ــ چون در این حالت گرانیگاه جسم به‌زمین نزدیکتر است.

معلم ــ درست است ولی این تنها علت پایداری حالت الف نیست.

ب ــ در حالت الف سطح اتکاء از سطح اتکاء در حالت ب بزرگتر است.

معلم ــ این دلیل هم کافی نیست. برای روشن کردن موضوع به‌تعادل یک منشور مربع القاعده و یک استوانه توجه کنید. (شکل ۶۰ ــ الف) فرض کنید ارتفاع هر دو جسم H و سطح قاعده هردو S باشد. در این مورد گرانیگاه هر دو جسم از سطح زمین به‌یک فاصله است و سطح اتکاء هر دو با هم مساوی است ولی میزان پایداری تعادل آنها یکی

نیست . میزان پایداری هر حالت خاص تعادل،آن مقدار انرژی است که بطور دائم صرف برآشفتن آن حالت جسم می‌شود .



شکل (۶۰ــالف)

ب ــ منظورتان از عبارت "بطور دائم" چیست؟

معلم ــ منظور اینست که جسم را می‌توان به‌حالتی درآورد که به خودی خود نتواند به‌حالت اولیه بازگردد و مقدار انرژی مورد نظر برابر است با حاصلضرب وزن جسم در ارتفاعی که گرانیگاه باید بالا رود تا جسم نتواند به‌وضعیت اولیه بازگردد .

در مثال منشور و استوانه شعاع استوانه از رابطه $R=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ و ضلع قاعده منشور از رابطه $a=\sqrt{S}$ بدست می‌آید . برای بهم زدن تعادل استوانه ، گرانیگاه آن بایستی به‌اندازهٔ :

$$h_1 = \sqrt{(\frac{H}{2})^2 + R^2} - \frac{H}{2}$$

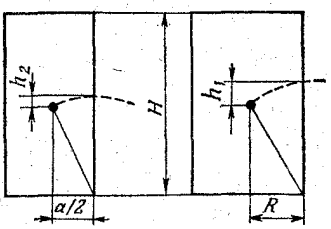
بالا رود و در مورد منشور این مقدار عبارت است از :

$$h_2 = \sqrt{(\frac{H}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2} - \frac{H}{2}$$

چون :

$$\frac{\frac{a}{2}}{R} = \frac{\sqrt{\pi S}}{2\sqrt{S}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} < 1$$

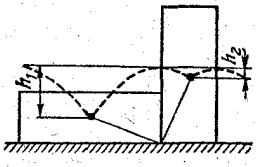
پس $h_2 < h_1$ و بنابراین استوانه پایدارتر است.



شکل (۶۰ ــ ب)

حالا پیشنهاد می‌کنم به‌مثال اول خود یعنی مقایسه دو وضعیت آجر برگردیم.

الف ــ اگر ما آجر را برگردانیم از یک حالت تعادل به‌حالت تعادل دیگری می‌رسد. خط نقطه‌چین شکل ۶۱ مسیری را که گرانیگاه آجر طی این جریان می‌پیماید نشان می‌دهد.



شکل (۶۱)

برای تغییر وضعیت آجری که در حالت خوابیده قرار دارد گرانیگاه آن به‌اندازه h_1 بالا می‌رود و برای اینکار به‌اندازه mgh_1 انرژی لازم است اما برای تغییر وضعیت آن از حالت ایستاده گرانیگاه بایستی به‌اندازه h_2 بالا رود و mgh_2 انرژی برای اینکار لازم است. پایدارتر بودن تعادل آجر در حالت خوابیده معلول این واقعیت است که:

$$mgh_1 > mgh_2 \qquad (۸۲)$$

معلم ــ شما بالاخره به‌علت اساسی پایدارتر بودن تعادل آجر در حالت خوابیده رسیدید.

ب ــ ولی پیداست که h_1 و h_2 به‌نوبه خود به‌فاصله گرانیگاه جسم از سطح زمین و مقدار سطح اتکاء جسم بستگی دارد. نمی‌توانیم بگوئیم میزان پایداری تعادل به‌بلندی گرانیگاه از سطح زمین و مقدار سطح قاعده بستگی دارد؟

معلم ــ چرا. می‌شود گفت تا آنجا که این کمیت‌ها بر تفاوت میان h_1 و h_2 اثر می‌گذارند این حرف صحیح است چون همانطور که دیدیم در مثال استوانه و منشور گفتگو دربارهٔ فاصله گرانیگاه از زمین و مقدار سطح اتکاء برای تشخیص پایداری تعادل کافی نیست. علاوه بر این توجه داشته باشید که تا اینجا فرض ما این بوده است که جسم تماما" از یک ماده ساخته شده است. در این صورت از شرط هندسی $h_1 > h_2$ می‌توان به‌نامساوی ۸۲ رسید. ولی اگر اجسام از مواد مختلف ساخته شده باشند حتی اگر $h_1 < h_2$ باشد ممکن است نامساوی ۸۲ برقرار باشد. مثلا" تعادل آجری از جنس چوب پنبه در حالت خوابیده از تعادل آجر سربی در حالت ایستاده ناپایدارتر است. خوب حالا ببینیم برای تعادل اجسام چه شرایطی را می‌شناسید؟

الف ــ مجموع نیروهای وارد بر جسم بایستی صفر باشد و راستای بردار نیروی وزن از داخل محدودهٔ سطح اتکا بگذرد.

معلم ــ خوب است ولی بهتر است برای کاربردهای عملی شرایط را به‌صورت عام‌تر و مطمئن‌تری بیان کنیم. دو شرط برقراری تعادل را بایستی از هم متمایز ساخت.

شرط اول: مؤلفه‌های نیرو در هر راستا بایستی یکدیگر را خنثی کنند. یعنی جمع جبری مؤلفه‌های هر راستا برابر با صفر باشد. این شرط به‌ما امکان می‌دهد که به‌تعداد راستاهای مستقل موجود رابطه بنویسیم مثلا" در مسائل یک بعدی یک رابطه، در مسائل دوبعدی دو رابطه و در مسائل کلی سه‌رابطه.

شرط دوم (شرط مربوط به‌گشتاور) : مجموع جبری گشتاورهای نیروها نسبت به‌هر نقطه بایستی صفر باشد . در این حالت گشتاورهای رو به یک جهت گردش (مثلا " جهت گردش عقربه‌های ساعت) را مثبت و گشتاروهای مخالف را منفی می‌گیریم . برای مشخص کردن شرط گشتاور، به ترتیب زیر عمل می‌کنید :

۱ ــ نیروها را معین کنید .

۲ ــ نقطه‌ای را به‌عنوان محور گردش در نظر بگیرید .

۳ ــ گشتاور همه نیروها را نسبت به‌این نقطه حساب کنید .

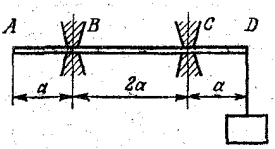
۴ ــ جمع جبری گشتاورها را مساوی صفر قرار دهید .

در کاربرد شرط گشتاور به‌این نکات توجه داشته باشید :

۱ ــ شرایط فوق در موردی بکار می‌رود که نیروها و بازوهای گشتاور همه در یک صفحه واقع باشند . (مساله سه‌بعدی نباشد)

۲ ــ جمع جبری گشتاورها نسبت به‌هر نقطه چه در داخل جسم و چه در خارج آن بایستی صفر باشد . توجه کنید که مقدار هر گشتاور با انتخاب این نقطه فرق می‌کند ولی جمع جبری آنها همواره صفر می‌ماند . برای درک بهتر شرایط تعادل به‌این مساله دقت کنید : "میله‌ای به‌وزن P_1 به‌نقاط B و C (شکل (۶۲ ــ الف) اتکاء دارد . در نقطه D جسمی به‌وزن P_2 را از میله آویخته‌ایم . با توجه به‌اینکه $\overline{AB}=a$ و $\overline{BC}=2a$ و $\overline{CD}=a$ نیروهای عکس‌العمل N_B و N_C را در دو نقطه اتکا بدست آورید . این عکس‌العملها را در راستای قائم در نظر بگیرید . "

طبق معمول ابتدا نیروهای وارد بر جسم را معین کنید .



شکل (۶۲ ــ الف)

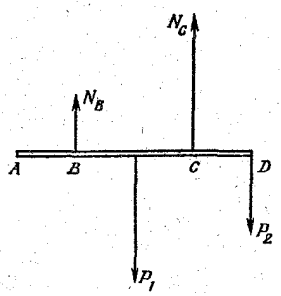
الف ــ به‌این میله چهار نیرو وارد می‌شود P_1 ، P_2 ، N_B و N_C.

معلم ــ این چهار نیرو را در تصویر نمایش دهید.

الف ــ نمی‌دانم این نیروها رو به بالا هستند یا رو به پائین.

معلم ــ فرض کنید که نیروهای عکس‌العمل رو به بالا داشته باشند.

الف ــ پس در شکل (۶۲ ــ ب) نمایش نیروها را ملاحظه می‌کنید. بعد نوبت به‌مشخص کردن شرط اول تعادل می‌رسد یعنی:



شکل (۶۲ ــ ب)

$$N_B + N_C = P_1 + P_2$$

معلم ــ با این تساوی مخالفتی ندارم ولی در این مساله استفاده از شرط دوم یعنی شرط گشتاور خیلی راحت‌تر است. یکبار گشتاور را نسبت به‌نقطه B و یکبار نسبت به نقطه C تعیین می‌کنیم.

الف ــ باشد. اگر به‌این ترتیب عمل کنیم خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{ll} aP_1 - 2aN_C + 3aP_2 = 0 & \text{نسبت به‌نقطه } B \\ 2aN_B - aP_1 + aP_2 = 0 & \text{نسبت به‌نقطه } C \end{array}\right\} \quad (۸۳)$$

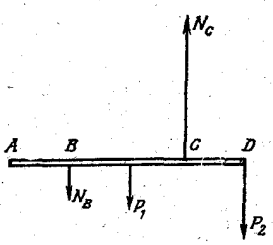
معلم ــ خوب شد . می‌بینید که هریک از معادله‌های بالا شامل یک مجهول است که به‌راحتی قابل محاسبه است .

الف ــ از حل این معادلات نتیجه می‌گیریم که :

$$N_B = \frac{P_1 - P_2}{2} \qquad (۸۴)$$

$$N_C = \frac{P_1 + 3P_2}{2} \qquad (۸۵)$$

معلم ــ حاصل تساوی ۸۵ همیشه مثبت است بنابراین عکس‌العمل N_C همانطور که قبلا" فرض کرده بودیم رو به بالا است . نتیجه تساوی ۸۴ اگر $P_1 > P_2$ باشد مثبت اگر $P_1 < P_2$ باشد منفی و اگر $P_1 = P_2$ باشد صفر است . پس اگر $P_1 > P_2$ باشد N_B همانطور که فرض کردیم رو به‌بالا است (شکل ۶۲ ــ ب) و اگر $P_1 < P_2$ باشد رو به پائین است (شکل ۶۲ ــ ج) و اگر $P_1 = P_2$ باشد نیروی عکس العمل N_B وجود ندارد .

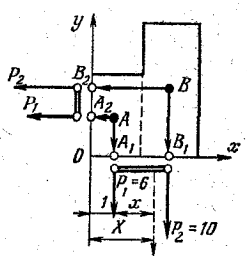


شکل (۶۲ ــ ج)

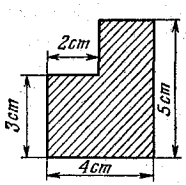
۱۵) چگونه گرانیگاه را مشخص کنیم؟

معلم ــ در بسیاری موارد تعیین گرانیگاه یک جسم یا ترکیبی از چند جسم برای دانش‌آموزان خیلی دشوار است. آیا پیشنهادی برای ساده کردن این کار دارید؟

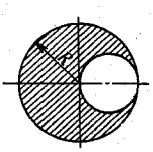
الف ــ خیر. من نمی‌دانم گرانیگاه دو جسمی را که در شکلهای (۶۳ ــ الف) و (۶۴ ــ الف) می‌بینید چطور تعیین کنم.



شکل (۶۳ ــ ب)



شکل (۶۳ ــ الف)



شکل (۶۴ ــ الف)

معلم ــ خیلی خوب. در مورد اول می‌توان سطح را به‌ترتیبی که در شکل (۶۳ ــ ب) دیده می‌شود به‌دو مستطیل تبدیل کرد. گرانیگاه مستطیل ۱ را A و گرانیگاه مستطیل ۲ را B می‌خوانیم.

وزن مستطیل‌ها به‌علت همگن بودن آن‌ها با مساحتشان متناسب است پس می‌توان وزن مستطیل ۱ را ۶ و وزن مستطیل ۲ را ۱۰ واحد گرفت. اگر تصاویر A و B را روی محورهای مختصات A_1 و A_2 و B_1 و B_2 بنامیم. جرم میله‌های A_1B_1 و A_2B_2 با جرم مستطیل‌های نظیرشان برابر می‌شود البته با این فرض که جرم در دو سر هر میله متمرکز باشد. در نتیجه برای پیدا کردن گرانیگاه جسم کافی است که گرانیگاه میله‌های A_1B_1 و A_2B_2 را بدست آوریم. موقعیت این دو گرانیگاه در دستگاه xy مختصات گرانیگاه جسم را تعیین می‌کند.

بگذارید مساله را کامل کنیم. ابتدا محل گرانیگاه A_1B_1 را با استفاده از گشتاور نیرو بدست می‌آوریم:

$$۶x = ۱۰(۲ - x) \Longrightarrow x = \frac{۵}{۴}\ cm$$

در نتیجه X گرانیگاه جسم در دستگاه مختصات بدین ترتیب محاسبه می‌شود:

$$X = (۱ + x)\ cm = ۱ + \frac{۵}{۴} = \frac{۹}{۴}\ cm$$

به‌همین شیوه برای A_2B_2:

$$۶y = ۱۰(۱ - y)$$
$$\Longrightarrow y = \frac{۵}{۸}\ cm \Longrightarrow Y = (۱/۵ + y) = \frac{۱۷}{۸}\ cm$$

الف ــ متوجه شدم. راجع به X فکر کرده بودم ولی نمی‌دانستم که Y هم به‌همین ترتیب بدست می‌آید.

معلم ــ حالا به‌مورد دوم بپردازیم. برای تعیین گرانیگاه شکل (۶۴ ــ الف) دوشیوه وجود دارد. به‌عنوان مثال بجای دایره دارای یک سوراخ گرد می‌توان مجموعه‌ای متشکل از دو جسم را در نظر گرفت یعنی دایره‌ای با دو سوراخ دایره‌ای شکل متقارن که‌یک، دایره در یکی از

سوراخهای آن قرار داده‌ایم (شکل ۶۴ ــ ب).

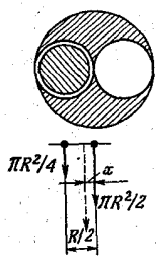
گرانیگاه این اجسام در مرکز هندسی آنها واقع است. با توجه به تناسب وزن اجسام با مساحت آنها می‌توان نوشت

$$\text{واحد } \frac{\pi R^2}{2} = \pi R^2 - \frac{2\ \pi\ R^2}{4} = \text{وزن دایره با دو سوراخ}$$

و

$$\text{واحد } \frac{\pi R^2}{4} = \text{وزن دایره کوچک}.$$

نابراین کافی است که نقطه اثر برآیند دو نیروی موازی $\frac{\pi R^2}{4}$ و $\frac{\pi R^2}{2}$ را بدست آوریم. فاصله گرانیگاه تا مرکز هندسی دایره بزرگ را x می‌نامیم. از روی شکل دیده می‌شود که:

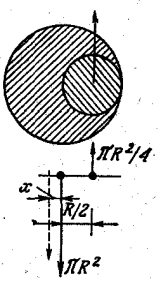


شکل (۶۴ ــ ب)

$$\frac{\pi R^2}{4}\left(\frac{R}{2} - x\right) = \frac{\pi R^2}{2}\, x \Longrightarrow x = \frac{R}{6}$$

درشیوه‌دیگر برای تعیین گرانیگاه این جسم، می‌توان آنرا مجموعه‌ای از یک دایره بدون سوراخ و دایره‌ای با وزن منفی در همان محلی که‌سوراخ قراردارد تصور کرد. (شکل ۶۴ ــ ج). این وزن منفی را برای خنثی کردن وزن مثبت دایره کوچک در نظر می‌گیریم. کل این مجموعه جانشین دایره اصلی سوراخدار می‌شود. در این حالت هم کافی

است نقطه اثر برآیند دو نیروی $\frac{\pi R^2}{4}$ و πR^2 را بدست آوریم (شکل ۶۴ ـ ج).



شکل (۶۴ ـ ج)

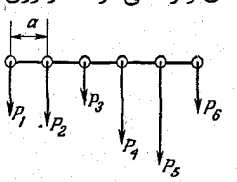
همانطور که در شکل دیده می‌شود:

$$\pi R^2 x = \frac{\pi R^2}{4}\left(\frac{R}{2} + x\right)$$

از حل این رابطه همان نتیجه قبلی یعنی $x = \frac{R}{6}$ بدست می‌آید.

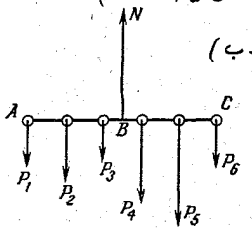
الف ـ من شیوه اول را ترجیح می‌دهم چون در آن از وزن منفی کمک نمی‌گیریم.

معلم ـ خوب. حالا بیائید "گرانیگاه میله‌ای را بدست آوریم که نیروی وزن شش وزنه P_1 ، P_2 ، ... و P_6 به‌فاصله a از یکدیگر بر آن وارد می‌شود. از وزن میله صرفنظر کنید" (شکل ۶۵ ـ الف).



شکل (۶۵ ـ الف)

شکل (۶۵ ـ ب)



الف ــ ابتدا دو تا از وزنه‌ها مثلا " P_1 و P_2را در نظر می‌گیریم و نقطه اثر برآیند آنها را بدست می‌آوریم .

بعد در روی شکل وزنه‌های P_1 و P_2 را حذف می‌کنیم و بجای آنها برآیندشان یعنی $P_1 + P_2$ را قرار می‌دهیم . به‌این ترتیب به‌جای شش وزنه پنج وزنه خواهیم داشت . عین همین‌کار را دربارهٔ دو وزنه دیگر انجام می‌دهیم‌تا بالاخره به‌آخرین برآیند برسیم . نقطه اثر این برآیند همان گرانیگاه است .

معلم ــ راه پیشنهادی شما کاملا "درست است ولی راه دور و دراز و پرزحمتی است .برای حل این مساله شیوه ظریف‌تری وجود دارد . برای اینکار فرض می‌کنیم میله را از روی گرانیگاه آن یعنی نقطه B به‌حال تعادل درآورده‌ایم .

ب ــ (حرف معلم را قطع می‌کند) ما که هنوز نمی‌دانیم گرانیگاه کجا است . چه طوری آن را بین P_3 و P_4 گرفتید ؟

معلم ــ جای این نقطه اصلا " مهم نیست و ما از این موضوع که نقطه B بین نقطه اثر P_3 و P_4 واقع است هیچ استفاده‌ای نمی‌کنیم . پس فقط فرض می‌کنیم که تکیه‌گاه را روی گرانیگاه گرفته‌ایم . چون میله در حال تعادل است نیروی عکس‌العمل تکیه‌گاه یعنی N بایستی نیروهای وزن شش وزنه را که همه در یک راستا هستند خنثی کند . پس:

$$N = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 \quad (۸۶)$$ (شرط اول تعادل)

برای استفاده از شرط دوم تعادل یعنی شرط گشتاور نقطه A را به عنوان مرکز انتخاب می‌کنیم . در این حالت گشتاور همه نیروها میله را در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخانند و گشتاور N آنرا در جهت مخالف می‌چرخاند بنابراین :

$$N(\overline{AB}) = aP_2 + 2\,aP_3 + 3a\,P_4 + 4a\,P_5 + 5\,a\,P_6 \quad (۸۷)$$

از ترکیب این دو رابطه می‌توان طول $\overline{AB}$ یعنی فاصله گرانیگاه

میله تا نقطه A در انتهای میله را بدست آورد.

$$\overline{AB} = \frac{a P_2 + 2a P_3 + 3a P_4 + 4a P_5 + 5a P_6}{P1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6} \quad (۸۸)$$

الف ـ واقعا" هم این روش ساده‌تر است.

معلم ـ یک نکته دیگر را هم در نظر بگیرید. پیچیدگی روش پیشنهادی شما با تعداد وزنه‌ها متناسب است. هرچه تعداد وزنه‌ها بیشتر باشدکار شما دشوارتر می‌شود، اما در راه حل پیشنهادی من با افزایش هر وزنه تنها یک جمله به‌صورت و یک جمله به‌مخرج رابطه ۸۸ افزوده می‌شود.

ب ـ آیا تنها به‌کمک گشتاور می‌توان گرانیگاه میله را پیدا کرد؟

معلم ـ بله. اگر شرط تعادل برای گشتاور نیروها را نسبت به دو نقطه مختلف بنویسیم می‌توانیم گرانیگاه را بدست آوریم. بگذارید این کار را دقیقا انجام دهیم.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{نسبت به‌نقطه } A & N(\overline{AB}) = aP_2 + 2aP_3 + 3aP_4 + 4aP_5 + 5aP_6 \\ \text{نسبت به‌نقطه } C & N(5a - \overline{AB}) = aP_5 + 2aP_4 + 3aP_3 + 4aP_2 + 5aP_1 \end{array}\right\}$$

از تقسیم این دو رابطه نتیجه می‌گیریم که:

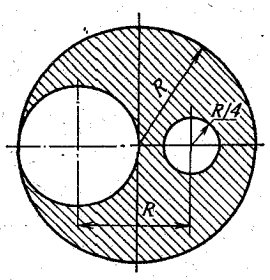
$$\frac{\overline{AB}}{5a - \overline{AB}} = \frac{a P_2 + 2 a P_3 + 3 a P_4 + 4 a P_5 + 5 a P_6}{a P_5 + 2 a P_4 + 3 a P_3 + 4 a P_2 + 5 a P_1} \quad (۸۹)$$

که پس از ساده کردن،همان رابطه ۸۸ را به‌ما می‌دهد.

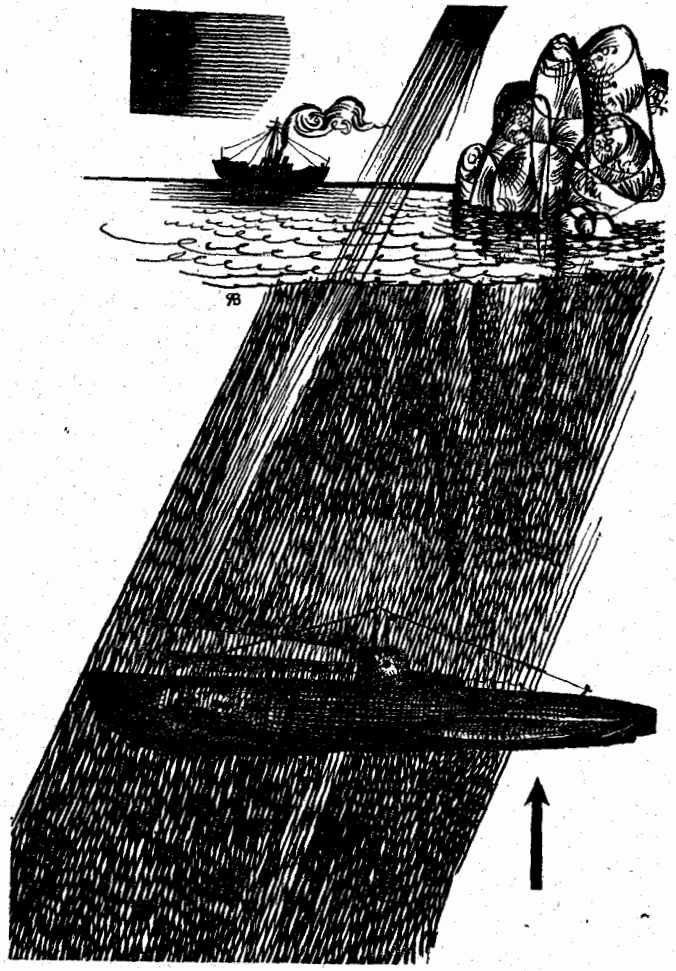
مسائل:

۳۷) گرانیگاه جسم دایره‌ای شکلی را که در تصویر ۶۶ می ـ بینید تعیین کنید. شعاع سوراخها به‌ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ شعاع خود

جسم است.



شکل (۶۶)



قانون ارشمیدس کمتر مورد توجه قرار می‌گیرد، واین امر، یکی از خطاهای دانش‌آموزانی است که خود را برای شرکت در امتحانات آماده می‌کنند. در این‌باره می‌توان پرسش‌ها و مسائل بسیار جالبی طرح کرد. ما کاربرد این قانون را درباره اجسام در حالت بی‌وزنی، بررسی می‌کنیم.

۱۶) آیا قانون ارشمیدس را می‌دانید؟

معلم ــ آیا قانون ارشمیدس را می‌دانید؟

الف ــ البته. نیروی بالا برنده‌ای که هنگام فرو بردن جسم در مایع بر آن وارد می‌شود با وزن مایع جابجا شده بوسیله جسم برابر است.

معلم ــ درست است ولی باید بدانید که این قاعده در مورد گازها هم صادق است. حالا بفرمائید چگونه می‌توان این ادعا را به‌صورت تئوری ثابت کرد؟

الف ــ اثبات قانون ارشمیدس؟

معلم ــ بله.

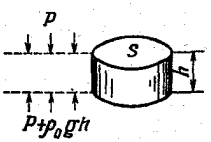
الف ــ ولی این قانون مستقیماً از طریق تجربه بدست آمده است.

معلم ــ درست است ولی با اینهمه با توجه به‌روابط مربوط به انرژی می‌توان آنرا بدست آورد.

فرض کنید که جسمی به‌حجم V و جرم حجمی ρ را یکبار در خلاء و بار دیگر در مایعی به جرم حجمی ρ_0 تا ارتفاع H بالا برده‌اید. در حالت اول مقدار انرژی لازم برابر با ρgVH است و در حالت دوم انرژی لازم از این مقدار کمتر است چون بالا بردن جسمی‌به‌حجم V تا ارتفاع H در مایع با پائین آمدن همین حجم از مایع به‌ارتفاع H همراه می‌شود. بنابراین در حالت دوم انرژی لازم برابر با $(\rho gVH - \rho_0 gVH)$ می‌شود. تفاوت انرژی در این دو حالت $(\rho_0 gVH)$ عبارت است از کاری که بوسیله یک نیروی معین انجام می‌شود. بنابراین درمایع نیروئی برابر با $F = \rho_0 gV$ بر جسم اثر می‌کند و بالا بردن آنرا سهلتر می‌کند.

این نیرو را نیروی ارشمیدس می‌خوانیم و پیدا است که این نیرو بـا وزن مایع جابجا شده برابراست. توجه‌داشته‌باشیدکه‌دراین بررسی انرژی تلف شده بوسیله اصطکاک جسم و مایع را ناچیز گرفته‌ایم.

قانون ارشمیدس را به‌شیوه دیگری هم می‌توان استنتاج کرد. فرض کنید جسمی که در مایع فرو می‌رود به‌شکل استوانه‌ای به‌ارتفاع h و سطح قاعده S باشد. (شکل ۶۷). اگر فشار وارد بر قاعده بالا را P بنامیم،



شکل (۶۷)

فشار وارد بر قاعده پائینی برابر با $P + \rho_0 g H$ می‌شود بنابراین تفاوت فشار بر این دو قاعده برابر با $\rho_0 g H$ خواهد شد. اگر این تفاوت فشار را در S یعنی سطح قاعده ضرب کنیم خواهیم داشت: $F = \rho_0 ghs$ که جهت آن رو به‌بالا است و چون $V = hs$ یعنی حجم استوانه می‌توان نوشت $F = \rho_0 gV = m_0 g$ و قانون ارشمیدس‌بدست می‌آید.

الف ــ پس قانون ارشمیدس از طریق استدلال منطقی هم بدست می‌آید.

معلم ــ پیش از آنکه جلوتر برویم بگذارید شرط غوطه‌ور ماندن اجسام را مرور کنیم.

الف ــ من این شرط را به‌خاطر دارم. به‌موجب قانون ارشمیدس وزن جسم باید بوسیله نیروی ارشمیدس خنثی شود.

معلم ــ کاملا" صحیح است. بگذارید مثالی بزنم. یک قطعه یخ در یک ظرف آب شناور است. آیا اگر این قطعه یخ ذوب‌شود سطح آب تغییر می‌کند؟

الف ــ خیر چون وزن قطعه یخ بوسیله نیروی ارشمیدس خنثی

می‌شود و بنابراین با وزن آب جابجا شده مساوی است. وقتی که یخ ذوب می‌شود به‌مقداری آب تبدیل می‌شود که حجمش با حجم آبی که قبلا" جابجا شده بود برابر می‌شود.

معلم ــ کاملا" صحیح. حالا فرض کنید یک قطعه سرب در وسط قطعه یخ داشته باشیم. در این حالت سطح آب پس از ذوب یخ چه تغییری می‌کند؟

الف ــ مطمئن نیستم ولی فکر می‌کنم سطح آب کمی پائینتر برود ولی دلیلی برای اثبات این ادعا ندارم.

معلم ــ اگر حجم سرب ویخ را V ، حجم سرب را v ، حجم آب جابه‌جا شده بوسیله آن قسمت از یخ که در آب فرو رفته‌است را V_1 ، جرم حجمی آب را ρ_0 ، جرم حجمی یخ را ρ_1 و جرم حجمی سرب را ρ_2 بنامیم، وزن یخ و سرب برابر با $\rho_1 g (V-v) + \rho_2 g v$ می‌شود که بوسیله نیروی ارشمیدس یعنی $\rho_0 g V_1$ خنثی می‌شود بنابراین:

$$\rho_1 g (V-v) + \rho_2 g v = \rho_0 g V_1 \qquad (۹۰)$$

پس از ذوب، یخ به‌آب تبدیل می‌شود که V_2 حجم آن از رابطه زیربدست می‌آید:

$$\rho_1 g (V-v) = \rho_0 g V_2$$

اگر این رابطه را با تساوی ۹۰ ترکیب کنیم خواهیم داشت:

$$\rho_0 g V_2 + \rho_2 g v = \rho_0 g V_1$$

و در نتیجه:

$$V_2 = V_1 - v \frac{\rho_2}{\rho_0} \qquad (۹۱)$$

بنابراین پیش از ذوب یخ، حجم آب جا به‌جا شده بوسیله آب V_1 است. و پس از آن یخ ذوب شده و سرب حجمی برابر با $(V_2 + v)$ را اشغال می‌کنند. این دو حجم را با هم مقایسه می‌کنیم تا معلوم شود که سطح آب در ظرف چه تغییری می‌کند. رابطه ۹۱ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$V_2 + v = V_1 - v\frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_0} \qquad (۹۲)$$

چون $\rho_2 > \rho_0$ است (یعنی سرب از آب سنگین‌تر است) می‌توان نتیجه گرفت که $V_1 > (V_2 + v)$ در نتیجه معلوم می‌شود که در اثر ذوب یخ سطح آب پائین می‌رود. اگر ظرف را استوانه‌ای به‌سطح قاعده S فرض کنیم و تفاضل دو حجم یعنی $V_1 - (V_2 + v)$ را بر آن تقسیم کنیم اندازه پائین رفتن آب بدست می‌آید. پس:

$$h = v\frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_0 S} \qquad (۹۳)$$

آیا حل مساله را خوب فهمیدید؟

الف ــ کاملا"،

معلم ــ خوب پس بگذارید ببینیم اگر به‌جای قطعه سرب یک قطعه چوب پنبه به‌حجم v و جرم حجمی ρ_3 در داخل قطعه یخ بود چه می‌شد؟

الف ــ فکر می‌کنم سطح آب کمی بالاتر بیاید.

معلم ــ چرا؟

الف ــ وقتی که سرب در میان قطعه یخ بود سطح آب پائین می‌رفت. چون سرب از آب سنگینتر بود حال چون چوب پنبه از آب سبکتر است قاعدتا" بایستی عکس جریان اتفاق بیفتد و سطح آب بالا بیاید.

معلم ــ اشتباه می‌کنید. حرف شما در صورتی درست است که پس از ذوب یخ، چوب‌پنبه درون آب غوطه‌ور بماند. ولی می‌دانیم که چوب‌پنبه بعلت سبک بودن پس از ذوب یخ به‌روی سطح آب می‌آید و در آنجا

شناور می‌ماند . بنابراین در برخورد با مثالهائی که ناظر بر اجسام سبکی نظیر چوب پنبه هستند بایستی دقت کافی کرد . با توجه به‌رابطه ۹۱ تفاوت حجم اشغال شده بوسیله یخ و چوب‌پنبه قبل از ذوب یخ و حجم اشغال شده بوسیله آب حاصل از ذوب یخ از تساوی زیر بدست می‌آید :

$$V_1 - V_2 = v\frac{\rho_3}{\rho_0} \qquad (۹۴)$$

شرط شناور ماندن چوب پنبه بر روی آب آنست که :

$$\rho_3 v = \rho_0 V_1 \qquad (۹۵)$$

در این رابطه V_1 حجم آن بخشی از چوب پنبه است که درون آب باقی می‌ماند . از ترکیب این دو رابطه نتیجه می‌گیریم که :

$$V_1 = V_2 + v_1$$

بنابراین حجم جا به‌جا شده بوسیله یخ دقیقا" با مجموع حجم آب حاصل از ذوب یخ و حجم آب جا به‌جا شده بوسیله قسمت غوطه‌ور چوب پنبه مساوی است . پس در این حالت سطح آب تغییر نمی‌کند .

الف ــ اگر به‌جای سرب یا چوب پنبه یک حباب هوا در میان قطعه یخ داشته باشیم چه اتفاقی می‌افتد ؟

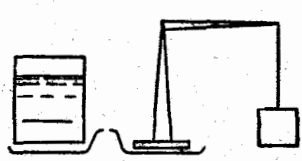
معلم ــ پس از ذوب یخ این حباب هوا رها می‌شود و به‌سادگی می‌توان دریافت که سطح آب تغییری نمی‌کند ، درست شبیه مثال چوب ــ پنبه .

الف ــ عجب مساله‌های جالبی را می‌شود برای کاربرد نیروی ارشمیدس طرح کرد ؟

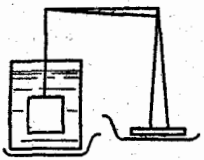
معلم ــ متاءسفانه بچه‌ها به‌این نیرو کمتر توجه می‌کنند .

بگذارید یک مثال دیگر بیاوریم . در یک کفه ترازو ظرفی قرار می‌دهیم که محتوی مقداری آب‌است و در کفه دیگر پایه‌ای می‌گذاریم که

وزنه‌ای از آن آویزان شده است. به‌نحوی که ترازو در حال تعادل بماند. شکل (۶۸ ــ الف). اگر پایه را طوری بچرخانیم که وزنه در ظرف آب قرار بگیرد به‌علت سبکتر شدن وزنه تعادل برهم می‌خورد شکل (۶۸ ــ ب) برای ایجاد تعادل مجدد به‌چه وزنه‌ای نیاز داریم؟



شکل (۶۸ ــ الف)



شکل (۶۸ ــ ب)

الف ــ وقتی که وزنه در آب قرار می‌گیرد وزن آن به‌اندازه وزن آب هم حجمش کم می‌شود. اگر این مقدار کاهش وزن را به P نشان دهیم معلوم است که به‌همین اندازه وزنه در کفه دیگر نیاز داریم تا تعادل برقرار شود.

معلم ــ اشتباه است. اگر قانون سوم نیوتن را به‌خاطر بیاورید می‌بینید که نیروی وارد شده از طرف آب بر وزنه رو به‌بالا درست برابر نیروئی است که وزنه رو به‌پائین بر آب وارد می‌آورد. درنتیجه همانقدر که وزن کفه جامل پایه کاهش می‌یابد وزن کفه حامل ظرف آب افزایش می‌یابد، بنابراین وزنه لازم برای حفظ تعادل دو برابر P خواهد بود. یعنی بایستی وزنه‌ای برابر با $2P$ در کفه حامل وزنه بگذاریم.

الف ــ درست متوجه نشدم، چون به‌نظر من تاءثیر آب و وزنه غوطه‌ور در آن چندان شباهتی به‌تاءثیر متقابل دو جسم در مکانیک ندارد.

معلم ــ عرصه کاربرد قانون سوم نیوتن فقط به‌مکانیک محدود نمی‌شود. در بسیاری از تاءثیرات متقابل، اصل تساوی عمل و عکس‌العمل صدق می‌کند. البته در مورد این مثال می‌توان شیوه دیگری انتخاب کرد تا جا برای این اعتراض باقی نماند. می‌توانیم دو کفه ترازو و اجسام

درون آنها را کـلا" یک سیستم بگیریم که وزن آن عبارت است از وزن مجموعه کفه‌ها و اجسام . وزن این سیستم نباید به‌علت تاءثیر جزئی از آن بر جزء دیگرش تغییر کند . پس اگر در جائی از این سیستم وزن به‌اندازه P کم‌شود در جای دیگر آن بایستی وزن به‌همین اندازه افزایش یابد . بنابراین پس از غوطه‌ور شدن وزنه در آب تفاوت وزن دو کفه برابر با $2P$ می‌شود .

مسائل :

۳۸) یک ظرف استوانه به‌سطح مقطع S را از آب پر می‌کنیم و قطعه یخی را که محتوی یک گلوله سربی است در آن غوطه‌ور می‌کنیم . حجم یخ و سرب با هم ، V می‌باشد و $\frac{1}{20}$ این حجم دربالای‌سطح‌آب قرار گرفته است . پس از ذوب یخ آب چقدر کاهش می‌یابد ؟ جرم حجمی آب ، یخ و سرب را معلوم حساب کنید .

۱۷) آیا نیروی ارشمیدس در سفینه فضائی هم عمل می‌کند؟

معلم ــ آیا بنظر شما نیروی ارشمیدس در سفینه فضائی در حالت بی‌وزنی هم عمل می‌کند؟

الف ــ فکر نمی‌کنم. قانون ارشمیدس بر پایه تفاوت جرم حجمی دو حجم مساوی از جسم و مایع بنا شده‌است ونشان دهنده تفاوت میزان کار لازم برای بالا بردن حجم مساوی از جسم و مایع به‌یک ارتفاع معین است. در حالت بی‌وزنی مقدار کار لازم برای بالا بردن جسم و مایع صفر است و بنابراین تفاوتی در میزان کار دیده نمی‌شود.

با بررسی اختلاف فشار وارد بر سطح فوقانی و تحتانی جسم غوطه‌ور در مایع هم به‌همین نتیجه می‌رسیم چون در حالت بی‌وزنی اختلاف میان این دو فشار و در نتیجه نیروی ارشمیدس از میان می‌رود. علاوه بر اینها در حالت بی‌وزنی اصولاً" بالا و پائین معنای خود را از دست می‌دهند.

بنابراین در حالت بی‌وزنی نیروی ارشمیدس بر اجسام غوطه‌ور وارد نمی‌شود و قانون ارشمیدس در حالت بی‌وزنی معتبر نیست.

ب ــ من با مطلب آخر حرف الف موافق نیستم. من مطمئنم که قانون ارشمیدس در حالت بی‌وزنی معتبر است. اجازه بدهید کمی دقیقتر استدلال کنیم. به‌جای آنکه مستقیماً" به‌حالت بی‌وزنی بپردازیم به‌چگونگی وضع در آسانسوری می‌پردازیم که با شتاب a در جهت g یعنی شتاب جاذبه حرکت می‌کند. اگر $a < g$ باشد به‌راحتی دیده می‌شود که نیروی ارشمیدس طبق رابطه زیر بر جسم غوطه‌ور در مایع وارد می‌شود:

$$F = \rho_{\circ} (g - a) V$$

و وزن مایعی که بوسیله حجم جسم جا به‌جا می‌شود برابر با $\rho_0 (g - a) v$ است بنابراین نیروی ارشمیدس با وزن مایع جا به‌جا شده مساوی است و قانون ارشمیدس در این حالت صادق است. اگر شتاب a را به‌تدریج زیاد کنیم تا به g برسد نیروی ارشمیدس بتدریج کم می‌شود ولی در عین حال وزن مایع هم حجم جسم نیز کاهش می‌یابد. به‌عبارت دیگر حتی در هنگامیکه a به‌طرف g میل می‌کند قانون ارشمیدس صادق است. در حد یعنی هنگامی که $a = g$ می‌شودوبه‌حالت بی‌وزنی می‌رسیم، هم نیروی ارشمیدس و هم وزن مایع هم حجم جسم صفر می‌شود. در نتیجه می‌توان گفت که در حالت بی‌وزنی هم قانون ارشمیدس صادق است. اجازه بدهید با یک مثال مطلب را روشن کنم. فرض کنید یک قطعه چوب پنبه در یک ظرف آب شناور باشد. با توجه به رابطه ۹۵ نسبت حجم غوطه‌ور چوب پنبه به کل حجم آن با نسبت جرم حجمی چوب‌پنبه و آب برابر است پس:

$$\frac{v_1}{v} = \frac{\rho_3}{\rho_0} \qquad (۹۷)$$

حالا این ظرف را در آسانسور می‌گذاریم و آنرا با شتاب a به‌پائین می‌فرستیم. چون این کار تغییری در جرم حجمی نمی‌دهد رابطه ۹۷ برقرار می‌ماند. به‌عبارت دیگر در ضمن حرکت شتابدار وضعیت چوب پنبه نسبت به سطح آب نسبت به‌حالت بی‌شتاب ثابت می‌ماند. این امر در مورد حد یعنی هنگامی که $a = g$ می‌شود و حالت بی‌وزنی دست می‌دهد نیز درست است.

پس وضعیت چوب پنبه نسبت به‌سطح آب که براساس قانون ارشمیدس تعیین می‌شود از شتاب آسانسور مستقل است.

در این حالت تفاوتی میان حالت بی‌وزنی و باوزنی وجود ندارد.

معلم ـ باید بگویم که هر دوی شما اصل موضوع را درست بیان می‌کنید ولی من با الف موافقم یعنی معتقدم که: قانون ارشمیدس در حالت بی‌وزنی صادق نیست.

ب ــ پس باید دلایل مرا رد کنید .

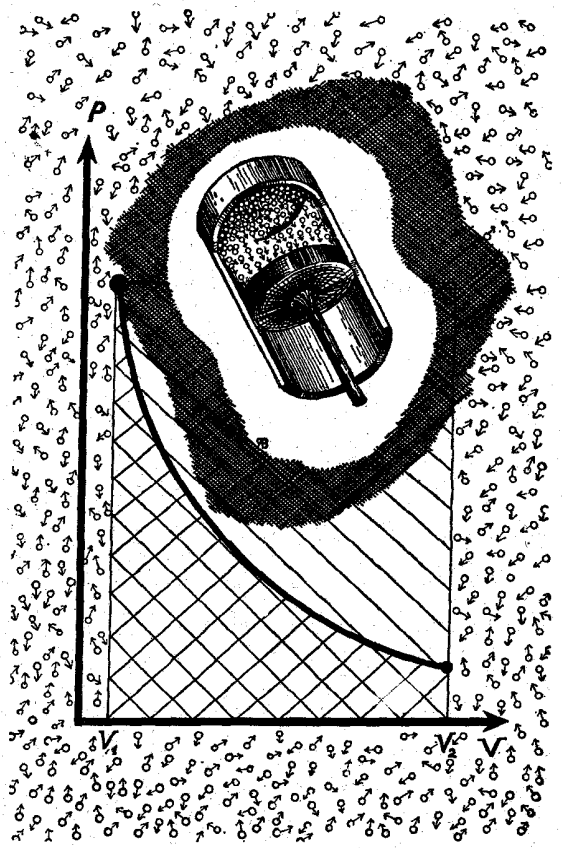
معلم ــ همین کار را هم می‌کنم . بحث شما بر دو اصل متکی است اول اینکه در حالت $a<g$ جسم دقیقا" طبق قانون ارشمیدس در مایع سبک می‌شود . و دوم اینکه این حالت در حد هم اتفاق می‌افتد . یعنی در هنگامی که $a=g$ ، و حالت بی‌وزنی رخ می‌دهد . با نکته اول مخالفتی ندارم ولی با دومی موافق نیستم .

ب ــ شما که منکر نیستید که چوب پنبه در حالت بی‌وزنی همان وضعیت اولیه را دارد و این وضعیت مستقیما" از قانون ارشمیدس تبعیت می‌کند .

معلم ــ این حرف درست است . وضعیت چوب پنبه نسبت به سطح آب ثابت می‌ماند ولی نه طبق قانون ارشمیدس . اگر در این حالت آنرا با دست در آب فرو ببرید درهمان عمق باقی می‌ماند در حالی که اگر کوچکترین اختلافی میان a و g باشد چوب پنبه دقیقا" طبق قانون ارشمیدس به‌سطح آب برمی‌گردد . پس میان حالت بی‌وزنی و حالتی که حتی ناچیزترین وزن وجود داشته باشد تفاوت اساسی دیده می‌شود . به عبارت دیگر درست در لحظه انتقال از حالت وزن به‌حالت بی‌وزنی یک تغییر ناگهانی روی می‌دهد یا یک جهش اتفاق می‌افتد که کلا" کیفیت وضع را دگرگون می‌کند .

ب ــ این جهش از کجا ناشی می‌شود؟ در استدلال من مقدار شتاب a به‌آرامی به‌مقدار g نزدیک می‌شود .

معلم ــ این واقعیت از آنجا منشاء می‌گیرد که در لحظه تساوی $a=g$ یک تقارن مشخص آشکار می‌شود : تفاوت بین "بالا" و "پائین" از بین می‌رود و الف به‌این نکته اشاره کرد . حتی تا هنگامی که مقدار $(g-a)$ بی‌نهایت کوچک باشد ولی هنوز کاملا" به‌صفر نرسیده باشد می‌توان در مساله جهتی را بنام "بالا" در نظر گرفت و نیروی ارشمیدس دقیقا" در همین جهت عمل می‌کند . اما همین‌که g با a مساوی شد این جهت از میان می‌رود و از لحاظ فیزیکی همه جهت‌ها یکسان می‌شوند . منظور من از جهت همین است . از بین رفتن یا بوجود آمدن تقارن همواره با یک جهت همراه است .



فیزیک جدید، اساسا" فیزیک ملکولی است . بنابراین، کسب دانش در مورد اصول نظریه جنبشی ـ ملکولی مواد ، حتی اگر تنها گاز کامل یعنی ساده‌ترین مثال آنرا در نظر بگیریم حائز اهمیت خاص است . مساله استثنائی بودن انبساط و انقباض آب در اثر گرما، بحث جداگانه‌ای است . قوانین گازها به‌تفصیل بررسی و در حل مسائل خاص مهندسی به‌کار برده می‌شود .

۱۸) درباره نظریه جنبشی ـ ملکولی مواد چه می‌دانید؟

معلم ـ به‌این سوءال که معمولا" در امتحانات می‌آید توجه کنید: اصول بنیادی نظریه جنبشی ـ ملکولی ماده کدامند؟ شما به‌این پرسش چگونه پاسخ می‌دهید؟

الف ـ من دو اصل را ذکر می‌کنم. اولی اینست که همه اجسام از ملکول تشکیل شده‌اند و دومی اینکه ملکولها در حال حرکت گرمائی بی نظم هستند.

معلم ـ پاسخ شما هم مانند بیشتر پاسخها کوتاه و ناقص است. بیشتر دانش‌آموزان در مورد این پرسش یک برداشت رایج دارند. بچه‌ها به‌طور کلی نمی‌دانند درباره اصول بنیادی نظریه جنبشی ـ ملکولی چه باید گفت و تنها به‌گفتن چند نکته کلی قناعت می‌کنند. به‌نظر من،این نظریه را باید با تفصیل توضیح داد. من برای شروع کار، سعی می‌کنم ابتدا اصولی را ذکر کنم که واقعا" بنیادی به‌حساب می‌آیند.

۱ ـ ماده دارای ساختار "دانه دانه" است و از ملکول یا اتم تشکیل شده است. یک ملکول ـ گرم از هر ماده صرفنظر از حالت فیزیکی آن دارای $N_A = ۶ \times ۱۰^{۲۳}$ عدد ملکول است (عدد آووگادرو).

۲ ـ ملکولهای جسم در حال حرکت گرمائی مداومند.

۳ ـ طبیعت حرکت گرمائی ملکولها به‌طبیعت واکنش‌های متقابل آنها و تغییراتی که در ضمن تبدیل حالت ماده می‌پذیرند بستگی دارد.

۴ ـ شدت حرکت گرمائی ملکولها به‌دمای مطلق جسم (T) بستگی دارد. این نظریه ثابت می‌کند که انرژی متوسط هر ملکول جداگانه (e) با دمای مطلق T متناسب است بنابراین مثلا" در مورد گازهای تک اتمی:

$$e = \frac{۳}{۲} kT$$

که در این رابطه:

$$K = ۱/۳۸ \times ۱۰^{-۱۶} \frac{erg}{deg} \qquad (۹۸)$$

است و ثابت بولتزمن خوانده می‌شود.

۵ ــ براساس نظریه، انرژی کل هر جسم عبارت است از:

$$E = E_k + E_p + U \qquad (۹۹)$$

در این رابطه E_k انرژی جنبشی کل جسم است، E_p انرژی پتانسیل کل جسم در یک میدان خارجی مشخص و U انرژی مربوط به‌حرکت گرمائی ملکولهای جسم است. انرژی U را انرژی درونی جسم هم می‌خوانند. مهمترین مشخصه نظریه، به‌حساب آوردن انرژی درونی در رابطه با تعادل انرژیها است.

ب ــ ما بیشتر در شیمی با ملکول ــ گرم و عدد آووگادرو سر و کار داشتیم.

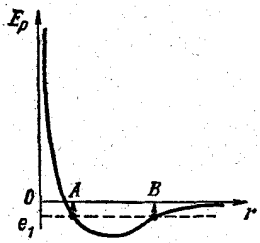
معلم ــ درست است. به‌همین دلیل غالب کسانی که در امتحانات فیزیک شرکت می‌کنند توقع ندارند از آنها در مورد ملکول گرم سوءال شود و معمولا "عدد آووگادرو را تنها مخصوص گازها می‌دانند. متوجه باشید!: ملکول ــ گرم عبارت است از مقداری ماده که جرم آن برحسب گرم از لحاظ عددی با جرم ملکولی ماده برابر باشد، (وزن ملکولها هرگز آن‌طور که بعضی از شاگردان خیال می‌کنند برحسب گرم اندازه‌گیری نمی‌شود.)، اتم ــ گرم مقدار ماده‌ایست که جرم آن بر حسب گرم از لحاظ عددی با جرم اتمی مساوی باشد، و عدد آووگادرو نشان دهنده تعداد ملکولهای موجود در یک ملکول ــ گرم یاتعداد اتمهای موجود در یک اتم ــ گرم هر جسم است بدون در نظر گرفتن حالت فیزیکی آن جسم.

لازم است اشاره کنم که عدد آووگادرو پلی است میان مشخصات میکروسکوپی و ماکروسکوپی ماده. به‌عنوان مثال به‌کمک عدد آووگادرو می‌توان یکی از مشخصات میکروسکوپی ماده مانند فاصله متوسط میان ملکولها و اتمها را برحسب جرم حجمی و جرم ملکولی یا اتمی بیان کرد. بـه‌عنوان مثال آهـن را در نظر می‌گیریم. جرم حجمـی آهـن $\rho = ۷/۸\ g/cm^۳$ و جرم اتمی آن $A = ۵۶$ است. برای بدست آوردن فاصله متوسط اتمهای آهن می‌گوئیم در A گرم آهن N_A عدد اتم وجود دارد بنابراین در هر گرم آهن $\frac{N_A}{A}$ اتم خواهیم داشت پس در هر سانتیمتر مکعب $\frac{\rho N_A}{A}$ اتم وجود خواهد داشت. در نتیجه حجم هر اتم آهن از رابطه $\frac{A}{\rho N_A}$ برحسب سانتیمتر مکعب به‌دست می‌آید و با محاسبه ریشه سوم این مقدار، فاصله مطلوب بدست می‌آید:

$$x \cong \sqrt[۳]{\frac{A}{\rho N_A}} = \sqrt[۳]{\frac{۵۶}{۷/۸ \times ۶ \times ۱۰^{۲۳}}}\ cm \cong ۲ \times ۱۰^{-۸}\ cm$$

ب ــ کمی پیشتر گفتید که چگونگی حرکت گرمائی ملکولها به‌روابط میان ملکولها بستگی دارد و با تغییر حالت فیزیکی جسم تغییر می‌کند. ممکن است توضیح بیشتری بدهید؟

معلم ــ اگر بخواهیم تاءثیر ملکولها بر یکدیگر را توضیح دهیم باید از منحنی شکل ۶۹ کمک بگیریم. این منحنی بستـــگی‌انرژی پتانسیل E_p حاصل از تاءثیر ملولها به r یعنی فاصله میان مرکز آنها را نشان می‌دهد. هنگامی که فاصله میان ملکولها زیاد است منحنی $E_p(r)$ به‌سمت صفر میل می‌کند یعنی ملکولها عملا" بر هم اثری نمی‌گذارند. با نزدیک شدن ملکولها، منحنی $E_p(r)$ به‌طرف پائین مایل می‌شود و هنگامی که به‌اندازه کافی به‌هم نزدیک شدند شروع به‌دفع یکدیگر می‌کنند و منحنی به‌سمت بالا سیر می‌کند. (وجود نیروی دافعه میان ملکولها نشان می‌دهد که نفوذ آنها به‌داخل یکدیگر ممکن نیست) همان طور که در شکل دیده می‌شود منحنی $E_p(r)$ دارای یک می‌نیمم خاص است.



شکل (۶۹)

ب ــ معنای انرژی منفی چیست؟

معلم ــ همانطور که می‌دانیم انرژی را می‌توان نسبت به‌هر مقدار اندازه گرفت. مثلا" انرژی پتانسیل یک قطعه سنگ را می‌توان نسبت به سطح زمین یا نسبت به‌سطح دریا اندازه‌گیری کرد. در مورد ملکولها نقطه صفر مربوط به انرژی جذب و دفع ملکولهائی است که در فاصله‌ای بی‌نهایت دور از یکدیگر واقعند. بنابراین انرژی منفی ملکولها نشان دهنده آن است که ملکول در دام جاذبه ملکول دیگر است و برای رها ساختن آن باید مقداری انرژی به‌آن داد و بدین وسیله انرژی ملکول را به‌سطح صفر رساند. با توجه به‌شکل ۶۹ فرض کنید ملکول دارای انرژی منفی e_1 باشد. در این مورد با توجه به منحنی می‌بینیم که ملکول نمی‌تواند از همسایه خود دورتر از نقطه B برود یا از نقطه A به‌آن نزدیکتر شود. به‌عبارت دیگر ملکول در میدان جاذبه و دافعه ملکول همسایه بین دو نقطه A و B در نوسان خواهد بود. دقیقتر بگوئیم هر دو ملکول در میدان جاذبه یکدیگر دستگاهی شامل دو ملکول در حال نوسان ایجاد می‌کنند.

در گاز، ملکولها آنقدر از هم دورند که می‌توان تاءثیر آنها را ناچیز گرفت. ملکولها آزادانه حرکت می‌کنند و به‌ندرت به‌هم برمی ــ خورند. هر ملکول دارای سه نوع حرکت است:

حرکت انتقالی، چرخشی به‌دور محور خود و ارتعاشی نسبت به

ملکول دیگر. ملکولهای تک اتمی تنها حرکت انتقالی دارند.

در بلورها، ملکولها چنان به‌هم نزدیکند که جمعا" یک دستگاه هم پیوند تشکیل می‌دهند. در این مورد هر ملکول در میدان نیروی کلی مربوط به‌تمام ملکولها ارتعاش می‌کند. شبکه بلوری که یک ساختار منظم سه‌بعدی است نمونه‌ای از اجتماع ملکولها در دستگاه به‌هم پیوسته ملکولی به‌شمار می‌رود. گوشه‌های شبکه عبارت است از وضعیت تعادل ملکولهای مجزا که حرکات پیچیده ارتعاشی خود را در اطراف آن صورت می‌دهند. باید اشاره کرد که در بعضی موارد ملکولها ضمن تشکیل بلور، خواص فردی خود را تا حدودی حفظ می‌کنند. در این‌گونه موارد باید میان ارتعاش ملکولها در حوزه بلور و ارتعاش اتمها در ملکولهای مجزا جدائی گذاشت. این پدیده هنگامی رخ می‌دهد که انرژی پیوند اتمها در هر ملکول اساسا" از انرژی پیوند ملکولها در شبکه بلور بیشتر باشد. البته در بیشتر موارد ملکولها نمی‌توانند خواص مستقل خود را در شبکه حفظ کنند و در این حالات بلور ظاهرا" به‌جای آن که از ملکولهای مجزا تشکیل شده باشد از اتمهای جداگانه تشکیل می‌شود. پیداست که در این موارد ارتعاش بین ملکولی مفهومی ندارد و باید از ارتعاش اتمها در میدان جاذبه شبکه حرف زد.

این مطالب، حداقل اطلاعاتی است که هر دانش‌آموز باید در مورد حرکات گرمائی اتمی و ملکولی داشته باشد. معمولا"، هنگامی که در مورد چگونگی حرکات گرمائی پرسش می‌شود، دانش‌آموزان برای پوشاندن عدم اطلاع خود فقط می‌گویند که این حرکات "بی‌نظم" است.

ب ــ درباره چگونگی این حرکات در ملکولهای مایعات چه می‌دانیم؟

معلم ــ این حرکات در مایعات نیزقابل ملاحظه است. حالت مایع حالتی است میان گاز و جامد که در آن تاءثیر ذرات بر یکدیگر شدید است و درجه‌ای از بی‌نظمی در ساختمان آن وجود دارد. مشکلی که به‌علت تاءثیر شدید ذرات جداگانه بر یکدیگر در بلور به‌چشم می‌خورد تا حدود زیادی به‌دلیل وجود ساختار منظم شبکه بلوری رفع می‌شود. و مشکلی که در گازها به‌علت وضعیت بی‌نظم ذرات جداگانه وجود

دارد در اثر فقدان کامل تاءثیر متقابل ذرات کاهش می‌یابد. اما در مورد مایعات، هر دو نوع مشکل را داریم بدون آنکه عاملی برای رفع یا کاهش آن در دست باشد. می‌توان گفت که ملکولها در مایعات قاعدتا" مشخصات فردی خود را کاملا" حفظ می‌کنند. در مایعات چندین نوع حرکت وجود دارد: جا به‌جائی ملکولها، چرخش آنها، ارتعاش اتمها در ملکول و ارتعاش ملکولها در حوزه اثر ملکولهای مجاور. بدتر آن که این گونه حرکتها را نمی‌توان جداگانه (یا به‌قول مشهور در شکل خالص) بررسی کرد چون تاءثیر متقابل آنها بسیار شدید است.

ب ــ متوجه نمی‌شوم چطور می‌توان حرکت انتقالی ملکولها را با ارتعاش آنها در میدان تاءثیر ملکولهای مجاور تلفیق کرد.

معلم ــ برای ترکیب این حرکتها چند مدل ارائه شده است. در یک مدل فرض شده است که ملکول مدتی در حوزه جاذبه ملکولهای مجاور ارتعاش می‌کند و پس از آن به‌منطقه دیگری می‌جهد و در حوزه ملکولهای مجاور به‌ارتعاش می‌پردازد. این مدل را "مدل پرش ــ انتشار"[1] می‌خوانند.

ب ــ مثل اینکه اتمها هم به‌همین ترتیب در بلور توزیع می‌شوند.

معلم ــ حق با شماست. فقط به‌خاطر داشته باشید که این‌جریان در بلورها به‌کندی صورت می‌گیرد و پرش به‌حوزه‌های جدید به‌ندرت پیش می‌آید. برحسب یک مدل دیگر ملکولها ضمن ارتعاش در میان ملکولهای اطراف همراه با آنها به‌نرمی در فضا حرکت می‌کنند (شناور می‌شوند) و به‌تدریج تغییر شکل می‌دهند. این مدل را "مدل انتشار پیوسته"[2] می‌نامند.

ب ــ گفتید که مایع دارای حالتی میان جامد و گاز است. مایع به کدامیک از آن دو بیشتر شبیه است؟

معلم ــ خودتان چه فکر می‌کنید؟

---

1) *Jump - diffusion model*

2) *Continous - diffusion model*

ب ــ به‌نظر من مایع به‌گاز نزدیکتر است.

معلم ــ ولی در عمل، مایع به‌بلور نزدیکتراست. می‌بینیم که جرم حجمی، گرمای ویژه و ضریب انبساط حجمی مایعات و بلورها بهم نزدیک است. علاوه بر این گرمای نهان ذوب آنها از گرمای نهان تبخیر بسیار کمتر است. اینها همه شواهدی هستند که شباهت زیاد میان نیروهای پیوند ذرات در بلورها و در مایعات را نشان می‌دهند. یکی دیگر از نتایج این شباهت، درک وجود نمونه‌هائی از آرایش منظم در اتمهای مایعات است. این پدیده که "نظم کوتاه‌برد"[1] خوانده می‌شود، آزمایش پرش پرتو X شناخته شده است.

ب ــ منظور از "نظم کوتاه برد" چیست؟

معلم ــ نظم کوتاه‌برد عبارت است از آرایش منظم تعداد معینی از اتم‌ها یا ملکولهای مجاور در اطراف یک اتم یا ملکول دلخواه. در مایعات برخلاف بلور ما هرچه از این اتم یا ملکول دلخواه دورتر شویم این آرایش منظم مختل می‌شود و به‌تشکیل شبکه بلوری منجر می‌شود در فواصل کوتاه این آرایش شباهت زیادی به‌آرایش اتمهای مواد در حالت جامد دارد. در شکل (۷۰ــ الف) نظم دوربرد یک زنجیره از اتمها نشان داده شده است. می‌توان این نظم را با نظم کوتاه‌بردی که در شکل (۷۰ــ ب) نشان داده شده است مقایسه کرد. شباهت مایعات و بلورها باعث شده است که مایعات را با اصطلاح "شبه بلور" بنامند.

(الف)

(ب)

شکل (۷۰)

---

1) *Short - range order*

ب ــ در این صورت می‌توان با مایعات رفتاری مشابه با بلورها داشت.

معلم ــ در مورد تاءکید بر اهمیت و کاربرد بجای اصطلاح "شبه بلور" به‌شما هشدار می‌دهم. اولا" ــ توجه داشته باشید که حالت مایع به‌دامنه‌وسیعی‌ازدماهای‌مختلف‌مربوط‌است‌وخواص‌دینامیکی‌ــ‌ساختاری‌مایعات را نمی‌توان در تمام این محدوده همواره یکسان یا حتی مشابه دانست. مایعات در حوالی نقطه بحرانی، همه شباهتهای خود با جامدات را از دست می‌دهند و به‌تدریج به‌حالت گازی درمی‌آیند. بنابراین مفهوم شبه بلوری تنها در حوالی نقطه ذوب تا حدی درست درمی‌آید. ثانیا" ــ طبیعت تاءثیرات متقابل ملکولها در مایعات مختلف متفاوت است، در نتیجه مفهوم شبه بلور را نمی‌توان به یکسان در مورد همه مایعات بکار برد. مثلا" آب بیشتر از فلزات مذاب خصلت شبه بلوری دارد و این موضوع برای توضیح بسیاری از خواص ویژه آن مناسب است (به بخش ۱۹ مراجعه کنید).

ب ــ پس مثل این که نمی‌توان تصویر ساده‌ای از حرکات گرمائی ملکولها در مایعات به‌دست آورد.

معلم ــ کاملا" حق با شما است. فقط موارد انتهائی نسبتا" ساده است، حالات میانی همیشه پیچیده هستند.

الف ــ در امتحانات ورودی فیزیک سوءالی در مورد اساس نظریه جنبشی ــ ملکولی مواد داشتیم. حرکت براونی هم جزو این نظریه است؟

معلم ــ بله، حرکت براونی شاهد تجربی قاطعی است که اصول اساسی نظریه جنبشی ــ ملکولی ماده را اثبات می‌کند. ولی آیا شما این حرکت را خوب می‌شناسید؟

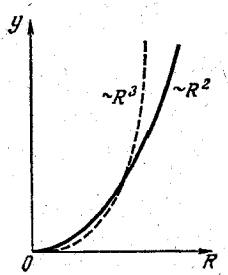
الف ــ همان حرکت گرمائی ملکول‌ها است.

معلم ــ اشتباه می‌کنید. حرکت براونی را می‌توان با میکروسکوپ‌ــ های معمولی مشاهده کرد. این حرکت عبارت است از حرکت ذرات مجزای ماده که بوسیله ملکولها در ضمن حرکت گرمائی بمباران می‌شوند. از دیدگاه ملکولی این ذرات، اجسام ماکروسکپی به‌حساب می‌آیند،

هرچند که از دیدگاه معمولی خیلی ریز و کوچکند. ذرات براونی در نتیجه برخوردهای تصادفی پیوسته در محیط که معمولا" نوعی سیال است به‌حرکت نامنظم می‌پردازند.

ب ــ چرا ذرات براونی باید کوچک باشند؟ چرا این حرکت در مورد ذرات نسبتا" بزرگی مانند تفاله چای درلیوان مشاهده نمی‌شود؟

معلم ــ به دو دلیل. اولا"، تعداد برخورد ملکولها با یک ذره با سطح آن ذره متناسب است و جرم ذره با حجم آن تناسب مستقیم دارد. بنابراین با افزایش اندازه R یعنی شعاع ذره، تعداد برخورد ملکولها با



شکل (۷۱)

آن متناسب با R^2 افزایش می‌یابد و جرم جسم که باید در اثر این برخورد جابه‌جا شود متناسب با R^3 زیاد می‌شود. بنابراین همراه با افزایش ابعاد جسم، حرکت دادن آنها برای ملکولها سخت‌تر می‌شود. برای روشن شدن این موضوع به‌دو منحنی شکل ۷۱ یعنی $y = R^2$ و $y = R^3$ توجه کنید. همانطور که می‌بینید منحنی درجه دو به‌ازاء مقادیر کوچک R بالاتر از منحنی درجه سه قرارمی‌گیرد و به‌ازاء مقادیر بزرگ R منحنی درجه سه بالاتر از منحنی درجه دو واقع می‌شود. پس نتیجه می‌گیریم که اثر سطح هنگامی که R کوچک است موءثرتر است و اثر حجم هنگامی که R بزرگ است، بیشتر به‌حساب می‌آید.

ثانیا" ــ ذرات براونی باید آن‌قدر کوچک باشند که در مجموع، تعداد برخوردهائی که در واحد زمان از جهات مختلف با آن صورت

می‌گیرد با هم‌مساوی نشود. برای آن که نسبت تفاوت تعداد این برخوردها به‌کل برخوردها بزرگتر باشد باید سطح ذره کوچک باشد.

الف ــ چه اطلاعات دیگری باید در مورد اثبات نظریه جنبشی ــ ملکولی داشته باشیم؟

معلم ــ بهترین دلیل اثبات این نظریه کاربرد موفقیت آمیز آن در توضیح بسیاری از پدیده‌های‌فیزیکی است. به‌عنوان مثال، می‌توان به یاری این نظریه، فشار گازها به‌دیواره ظرف را توضیح داد. فشار P عبارت است از مؤلفه‌های عمودی نیروی F که بر هر واحد سطح دیواره‌ٔ ظرف وارد می‌شود. چون داریم که:

$$F = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta (mv)}{\Delta t} \qquad (۱۰۰)$$

برای پیدا کردن فشار باید اندازه حرکت را که در اثر ضربه برخورد ملکولهای گاز در هر واحد زمان بر هر واحد از سطح دیواره ظرف وارد می‌شود به‌دست آورد.

فرض کنید ملکولی به‌جرم m با تندی v در راستائی عمود بر دیواره ظرف به‌سوی آن حرکت می‌کند. در اثر برخورد الاستیک با دیواره جهت حرکت ملکول معکوس می‌شود و با همان تندی v از دیواره دور می‌شود. تغییر اندازه حرکت ملکول در این جریان برابر است با $\Delta(mv) = m\Delta v = ۲mv$. این اندازه حرکت به‌دیواره منتقل می‌شود. برای سادگی فرض می‌کنیم که همه ملکولهای گاز دارای تندی v و شش جهت حرکت یعنی دو جهت در راستای هر محور دستگاه مختصات سه بعدی باشد. دیواره ظرف را عمود بر یکی از این محورها می‌گیریم. در این صورت تنها ملکولهائی می‌توانند طی یک واحد زمان خود را به دیواره برسانند که اولاً ــ فاصله آنها از دیواره حداکثر برابر با v باشد و ثانیاً ــ جهت حرکت آنها به‌سوی دیواره باشد. از آن جا که هر واحد حجم گاز شامل $\frac{N}{V}$ عدد ملکول است، در هر واحد زمان هریک از این ملکولها به‌اندازه $۲mv$ اندازه حرکت به‌دیواره انتقال می‌دهند هر واحد سطح دیواره اندازه حرکتی معادل $v \times \frac{۱}{۶}(\frac{N}{V}) \times ۲mv$ دریافت می‌ـ

کند . براساس تساوی (۱۰۰) این همان فشاری است که باید محاسبه کنیم . بنابراین :

$$P = \frac{۲}{۳} \frac{N}{V} \frac{mv^۲}{۲} \qquad (۱۰۱)$$

با توجه به‌تساوی (۹۸) می‌توانیم به‌جای $\frac{mv^۲}{۲}$ که انرژی ملکول است مقدار $\frac{۳}{۲}kT$ بگذاریم . این رابطه درمورد حرکت انتقالی همه ملکولها با هر تعداد اتم صحیح است . بدین ترتیب معادله ۱۰۱ به صورت زیر درمی‌آید :

$$PV = NkT \qquad (۱۰۲)$$

توجه کنید که این رابطه را با ساده‌کردن مساله به‌دست آورده‌ایم . مثلا" سرعت همه ملکولهای گاز را یکی گرفته‌ایم . اما تئوری نشان می‌دهد که این رابطه با رابطه‌ای که از طریق کاربرد روش‌های دقیقتر بدست می‌آید مطابقت دارد .

تساوی (۱۰۲) به‌خوبی با اندازه‌گیری‌های مستقیم تاءیید می‌شود و این امر نشان‌دهنده صحت مفهوم نظریه جنبشی ـ ملکولی است که برای بدست آوردن تساوی از آن استفاده شد .

حالا بگذارید پدیده جوشیدن و تبخیر مایعات را براساس این نظریه بررسی کنیم . پدیده تبخیر را چگونه توضیح می‌دهید ؟

الف ـ ملکولهائی که با سرعت زیاد در مایع حرکت می‌کنند بر جاذبه ملکولهای دیگر غالب می‌شوند و از سطح مایع بیرون می‌پرند .

معلم ـ چه عواملی تبخیر را شدت می‌دهند ؟

الف ـ اولا" ـ افزایش سطح آزاد مایع ، ثانیا" ـ گرما دادن به مایع .

معلم ـ باید توجه داشته باشید که تبخیر یک جریان دو سویه است : در همان هنگام که بخشی از ملکولها مایع را ترک می‌کنند ، بخشی دیگر به‌مایع بازمی‌گردند . هرگاه نسبت تعداد ملکولهائی که خارج می ـ

شوند به‌ملکولهائی که وارد می‌شوند بیشتر شود تبخیر شدت بیشتری می‌گیرد .دو عاملی که شما نام بردید این نسبت را افزایش می‌دهند ، اما باید فکری برای جلوگیری از بازگشت ملکولها به‌مایع بکنیم . مثلا" وزاندن باد در سطح مایع باعث پراکنده شدن ملکولهای فراری و کاهش احتمال بازگشت آنها به مایع می‌شود . به‌همین دلیل است که لباس‌های شسته در باد زودتر خشک می‌شوند .

اگر میزان فرار و بازگشت ملکولها مساوی باشد حالت تعادل دینامیکی پیش می‌آید و بخار در بالای آب به‌صورت اشباع شده درمی‌آید . گاهی اوقات لازم می‌آید که جریان تبخیر را مهار کنیم . مثلا" تبخیر سریع آب موجود در نان مطلوب نیست . برای آن که نان خشک نشود آن را در کیسه یا جعبه‌های دربسته نگه‌داری می‌کنیم . در این حالت ملکولهای فراری در ظرف می‌مانند و یک لایه بخار اشباع شده در بالای سطح نان تشکیل می‌دهند و ازتبخیر بعدی جلوگیری می‌کنند . حالا ، لطفا" جریان جوشیدن را توضیح بدهید .

الف ــ جریان جوشیدن هم مانند جریان تبخیر است و شدت بیشتری دارد .

معلم ــ این توضیح را اصلا" نمی‌پسندم . خیلی از بچه‌ها همین‌طور جواب می‌دهند . هنگامی که مایع را حرارت می‌دهیم میزان محلول بودن گازهای موجود در آنرا کم می‌کنیم . در نتیجه در مایع حبابهای گاز تشکیل می‌شود . این حبابها در ته و کناره‌های ظرف پیدا می‌شود . در این حباب‌ها تبخیر صورت می‌گیرد و به‌زودی پر از بخار اشباع شده می‌شوند و همراه با افزایش دمای مایع ، فشار این بخار هم افزایش می‌یابد . در یک دمای معین ، فشار بخار اشباع شده درون حبابها با فشاری که از خارج بر حبابها وارد می‌شود مساوی می‌گردد . این فشار برابر است با فشار اتمسفر به‌علاوه فشار لایه‌ای از مایع که در بالای حباب قراردارد . از این لحظه حبابها به‌سرعت به‌طرف سطح مایع بالا می‌روند و مایع می‌جوشد . پس جریان جوشیدن با جریان تبخیر تفاوت اساسی دارد . تبخیر در هر دمائی صورت می‌گیرد در حالی که جوشیدن تنها در دمائی که اصطلاحا" نقطه جوش خوانده می‌شود روی می‌دهد . بگذارید

یادتان بیاورم که اگر جریان جوشیدن شروع شد دیگر هرچقدر به‌مایع گرما بدهید دمای آن بالاتر نمی‌رود. دمای مایع درحال جوش تا پایان آخرین قطره آن ثابت می‌ماند.

از این بحث نتیجه می‌گیریم که با کاهش فشار محیط نقطه جوش مایع پائین می‌آید. در این مورد مساله‌ای را بررسی می‌کنیم:

در یک ظرف مقدار کمی آب در دمای محیط داریم. بوسیلهٔ تلمبه تخلیه، هوای موجود در ظرف را خالی می‌کنیم. چه اتفاقی می‌افتد؟

الف ــ با تخلیه هوا، فشار در ظرف کم می‌شود و نقطه جوش پائین می‌آید. اگر نقطه جوش تا دمای محیط پایین بیاید، آب در همان دمای محیط به‌جوش می‌آید.

معلم ــ آیا در این حالت ممکن است آب به‌جای جوشیدن، یخ بزند؟

الف ــ نمی‌دانم

معلم ــ این موضوع به‌آهنگ تخلیه هوا از ظرف بستگی دارد. اگر این جریان کند باشد، آب دیر یا زود به‌جوش می‌آید. ولی اگر سریع صورت بگیرد آب یخ می‌زند. در نتیجه تخلیه هوا و به‌همراه آن بخار آب، جریان تبخیر بسیار شدید می‌شود. چون در جریان تبخیر، ملکولهای پر انرژی، سطح آب را ترک می‌کنند، ملکولهای برجا مانده کم انرژی و سردند. اگر هوا به‌کندی تخلیه شود، اثر خنک شدن با کسب گرما از خارج جبران می‌شود و دمای آب ثابت می‌ماند. اگر هوا به‌سرعت تخلیه شود، گرمای دریافتی نمی‌تواند با اثر خنک شدن رقابت کند و دمای آب شروع به‌نزول می‌کند. همین که این اتفاق شروع شد امکان جوشیدن آب کم می‌شود. اگر تخلیه سریع هوا ادامه یابد دمای آب تا نقطه انجماد پائین می‌آید و مقدار آبی که تبخیر نشده در ظرف مانده است به‌یخ تبدیل می‌شود.

۱۹) رفتار ویژه آب را در انبساط گرمائی چگونه توجیه می‌کنید؟

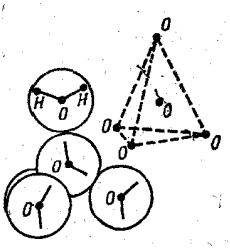
معلم ــ انبساط آب در اثر گرما چه ویژگی‌هائی دارد؟

الف ــ هنگامی که دمای آب از صفر درجه به‌چهار درجه سانتی‌گراد می‌رسد، جرم حجمی آن افزایش می‌یابد و از دمای چهار درجه به بعد آب انبساط می‌یابد.

معلم ــ این موضوع را چگونه توضیح می‌دهید؟

الف ــ نمی‌دانم.

معلم ــ این خصیصه متمایز آب به‌ساختمان اتمی آن مربوط می‌شود. ملکولهای آب تنها به‌یک صورت می‌توانند برهم اثر بگذارند: هر ملکول آب می‌تواند چهار ملکول دیگر را در مجاورت خود بپذیرد به نحوی که مرکز آنها یک چهار وجهی را ایجاد کند. شکل (۷۲).



شکل (۷۲)

این امر ساختار شکننده و شبکه مانند شبه بلوری آب را به‌وجود می‌آورد. البته در مورد آب هم مانند دیگر مایعات تنها درباره بردهای محدود می‌توان سخن گفت (به‌بخش ۱۸ مراجعه‌کنید). هر چقدر از یک

ملکول معین دورتر شویم این نظم به‌سبب خمیدن و گسستن پیوندهای بین ملکولی به‌تدریج تغییر صورت می‌دهد. با افزایش دما، پیوندهای میان ملکولها بیش از پیش می‌شکند و تعداد ملکولهائی که پیوندهای اشغال نشده دارند و فضاهای خالی ساختار چهار وجهی را پر می‌کنند زیاد می‌شود و در نتیجه خصلت شبه بلوری آب کاهش می‌یابد. این ساختار شبکه مانند آب به‌عنوان ماده شبه بلور، رفتار خلاف قاعده آب به‌ویژه غرابت انبساط گرمائی آن را توضیح می‌دهد. از یکسو افزایش دما باعث تشد ارتعاش ملکولها و در نتیجه افزایش فاصله متوسط میان ملکولهای آب می‌شود و ملکولها ظاهرا" "متورم" می‌شوند. از سوی دیگر افزایش دما سبب خراب شدن ساختار شبکه مانند آب می‌شود و طبعا" ملکولها را به هم نزدیکتر می‌سازد. عامل نخست یعنی تشدید ارتعاش، جرم حجمی آب را کاهش می‌دهد. این عامل در جامدات باعث انبساط می‌شود. و اما عامل دوم یعنی فرو ریختن ساختار، برعکس جرم حجمی آب را افزایش می‌دهد. در فاصله صفر تا چهار درجه سانتی‌گراد، اثر تخریب ساختار عمده است، اما از چهار درجه به‌بعد تاءثیر افزایش ارتعاشات پیشی می‌گیرد و از آن پس جرم حجمی آب کم می‌شود.

۲۰) تا چه حد از قوانین گازها آگاهی دارید ؟

معلم ــ لطفا" رابطه قانون عمومی گازها را بنویسید .

الف ــ این قانون به‌شکل :

$$\frac{P\,V}{T}=\frac{P_0\,V_0}{T_0} \qquad (۱۰۳)$$

نوشته می‌شود که در آن P ، V و T به‌ترتیب فشار، حجم و دمای جرم معینی از گاز در شرایط مشخص و P_0 ، V_0 و T_0 همان مشخصات در حالت شروع است . دما را برحسب درجات کلوین بکار می‌بریم .

ب ــ من ترجیح می‌دهم این قانون را به‌صورت :

$$P\,V=\frac{m}{\mu}\,R\,T \qquad (۱۰۴)$$

بنویسیم که در آن m جرم گاز، μ جرم ملکول ــ گرم و R ثابت عمومی گازها است .

معلم ــ هر دو رابطه درست است . (خطاب به ب) شما از ثابت عمومی گازها استفاده کردید . مقدار این ثابت را چطور محاسبه می ــ کنید ؟ فکر نمی‌کنم کسی بتواند آن را حفظ کند .

ب ــ برای محاسبه R ، از رابطه ۱۰۳ استفاده می‌کنم که در آن P_0 ، V_0 و T_0 به‌جرم گاز مورد نظر تعلق دارد و در شرایط استاندارد در نظر گرفته شده است . یعنی $P_0=۷۶\ cm\,Hg$ (سانتی‌متر جیوه) ، $T_0=۲۷۳\ ^\circ k$ و $V_0=\frac{m}{\mu}\times ۲۲/۴\ lit$ ، چون هر ملکول ــ گرم گاز در شرایط استاندارد ۲۲/۴ لیتر حجم دارد . نسبت $\frac{m}{\mu}$ تعداد

ملکول ــ گرم‌های موجود در جرم گاز را نشان می‌دهد. اگر این اعداد را در رابطه ۱۰۳ قرار دهیم خواهیم داشت:

$$P\,V=\frac{m}{\mu}\,T\,\frac{۷۶\ cm\,Hg\ \times ۲۲/۴\ lit}{۲۷۳\ ^{\circ}k}$$

اگر این رابطه را با ۱۰۴ مقایسه کنیم می‌بینیم که:

$$R=۶/۲\,\frac{cm\,Hg\,lit}{^{0}k}$$

معلم ــ من عمداً" برای آن که ببینید فرمولهای ۱۰۳ و ۱۰۴ در اصل یکی‌هستند از شما خواستم این محاسبات را انجام دهید. متاءسفانه دانش آموزان فقط معادله ۱۰۳ را می‌دانند و تا حدودی با معادله ۱۰۴ آشنا هستند که معادل رابطه ۱۰۲ است که قبلاً" براساس ملاحظات جنبشی ــ ملکولی آنرا بدست آوردیم. با مقایسه معادلات ۱۰۲ و ۱۰۴ معلوم می‌شود که $R=NK$ و $\frac{m}{\mu}$ بنابراین:

$$R=\frac{N}{\frac{m}{\mu}}\,k=N_A\,k \qquad (۱۰۵)$$

پس ثابت عمومی گازها عبارت است از حاصلضرب عدد آووگادرو و ثابت بولتزمن.

خوب، حالا ببینیم می‌دانید چطور باید از قانون عمومی گازها استفاده کرد. لطفاً" منحنی فرایند ایزوباریک یعنی فرایندی را که طی آن فشار گاز همواره ثابت می‌ماند روی محورهای V و T رسم کنید.

الف ــ تا آن‌جا که یادم می‌آید این فرآیند به‌صورت خط مستقیم نمایش داده می‌شد.

معلم ــ چرا به‌یاد می‌آورید؟ می‌توانید رابطه ۱۰۴ را بکار ببرید و براساس آن حجم گاز را به‌صورت تابع دمای آن بنویسید:

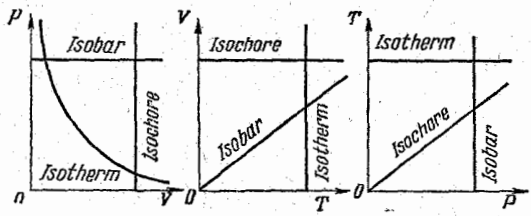
الف ــ از رابطه۱۰۴ می‌توان نتیجه گرفت که:

$$V = \frac{m}{\mu} \quad \frac{R}{P} T \qquad (۱۰۶)$$

معلم ــ آیا در این رابطه فشار به‌دما بستگی دارد.

الف ــ در این حالت خیر چون ما با فشار ثابت کار می‌کنیم.

معلم ــ خوب پس حاصلضرب $\frac{m}{\mu} \frac{R}{P}$ در رابطه ۱۰۶ یک ضریب ثابت است، بنابراین، حجم با دمای مطلق گاز دارای رابطه خطی است. فرایندهای ایزوباریک (فشار ثابت)، ایزوترمال (دمای ثابت) و ایزوکریک (حجم ثابت) را در دستگاههای مختصات P و V رسم می‌کنند و رسم این فرایندها در دستگاههای مختصات V و T یا T و P مشکل است. در شکل (۷۳) این سه فرایند در سه دستگاه مختصات متفاوت رسم شده است.



شکل (۷۳)

ب ــ درباره‌فرایندایزوباریک در دستگاه مختصات V و T سوءالی دارم. هم در معادله ۱۰۶ و هم در شکل (۷۳) می‌بینیم که اگر دما به‌سمت صفر میل کند، حجم هم به‌سمت صفر میل می‌کند ولی در عمل حجم هیچ گازی از مجموع حجم ملکولهای آن کمتر نمی‌شود. اشتباه استدلال من در کجاست؟

معلم ــ معادلات ۱۰۲ و ۱۰۳ و ۱۰۴ و ۱۰۶ به‌گاز کامل مربوط می‌شود. گاز ایده‌آل مدل ساده شده گاز واقعی است و در آن اندازه ملکولها و نیروی کشش بین آنها ناچیز فرض می‌شود. همه نمودارهای شکل (۷۳) به‌این مدل گاز کامل مربوط می‌شود.

ب ــ چرا قانون گازها با اطلاعات تجربی که ما درباره گازهای

واقعی به‌دست می‌آوریم تطبیق می‌کند؟

معلم ــ توجه داشته باشید که این گونه آزمایش‌ها در دمای خیلی پائین انجام نمی‌شود. گاز واقعی اگر خیلی سرد یا خیلی فشرده نباشد، روابط مربوط به گازهای کامل درباره آن صدق می‌کند. مثلا" درباره گازهای هوا نظیر ازت و اکسیژن در فشار معمولی و دمای محیط می‌توان این روابط را به‌کار بست.

ب ــ منظورتان اینست که اگر نمودار بستگی حجم و دما را در یک فرایند ایزوباریک مربوط به‌گازهای واقعی رسم کنیم، در دمای نسبتا" کافی بر نمودار خط راست شکل (۷۳) منطبق می‌شود و در دمای پائین بر آن منطبق نمی‌شود؟

معلم ــ کاملا". علاوه بر این به‌خاطر داشته باشید که اگر دما خیلی پائین برود، گاز به‌مایع تبدیل می‌شود.

ب ــ درست است. عبور نمودار معادله ۱۰۶ در تصویر ۷۳ از مبداء مختصات از لحاظ فیزیکی بیانگر هیچ مفهومی نیست. آیا بهتر نیست این منحنی را قبل از رسیدن به‌صفر قطع کنیم؟

معلم ــ لازم نیست. چون این نمودارها به‌مدل گاز مربوطند. این مدل در بعضی از فواصل صادق است.

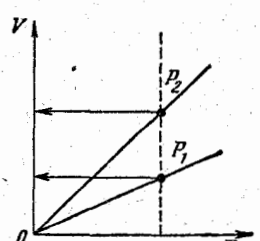
حالا یک پیشنهاد دارم. در شکل (۷۴) دو فرایند ایزوباریک در دستگاه مختصات V و T نمایش داده شده است: فشار در یکی از فرایندها P_1 و در دیگری P_2 است. کدام یک از این فشارها بیشتر است؟

الف ــ به‌احتمال زیاد، P_2 از P_1 بیشتر است.

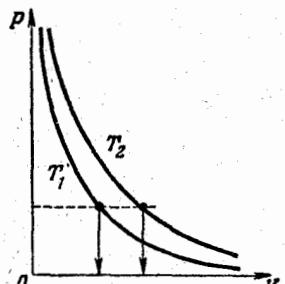
معلم ــ بدون فکر کردن جواب می‌دهید. ظاهرا" چون فرایند مربوط به P_2 شیب کمتری دارد شما به‌این نتیجه رسیده‌اید. و لی این نتیجه‌گیری کاملا" غلط است. تانژانت زاویه میل نمودار ایزوباریک از رابطه $\frac{m}{\mu} \times \frac{R}{P}$ به‌دست می‌آید. از این رابطه معلوم می‌شود که هر چقدر فشار بیشتر باشد، زاویه شیب نمودار کمتر است، بنابراین در نمودار تصویر ۷۴، $P_1 < P_2$. با یک استدلال دیگر هم می‌توان به‌نتیجه مشابهی رسید. اگر در همین تصویر یک فرایند ایزوترمیک را با

خط نقطه‌چین نشان دهیم، محل تقاطع آن با نمودار ایزوباریک یعنی نقطه P_2 در برابر مقدار حجمی واقع می‌شود که از حجم مربوط به P_1 بیشتر است. می‌دانیم که در دمای معین هرچقدر حجم گاز کمتر شود، فشار آن بهمان نسبت بیشتر می‌شود. در نتیجه $P_2 > P_1$.

الف ــ مطلب کاملا" روشن شد.



شکل (۷۴)



شکل (۷۵)

معلم ــ حالا به‌شکل (۷۵) توجه کنید که در آن دو فرآیند ایزوترمیک در دستگاه مختصات P و V نشان داده شده‌است. این دو فرایند به‌یک مقدارمساوی گاز در دماهای T_1 و T_2 مربوط می‌شوند. کدام دما بیشتر است؟

الف ــ برای‌پیدا کردن پاسخ من یک نمودار ایزوباریک به‌صورت خط نقطه‌چین رسم می‌کنم. چون در فشار ثابت هرچقدر دمای گاز بیشتر باشدحجم آن نیز بیشتر می‌شود، منحنی T_2 به‌دمای بالاتر مربوط می‌شود.

معلم ــ درست است. یادتان باشد هرچقدرنمودار ایزوترمیک به‌مبداء مختصات P و V نزدیکتر باشد، دماکمتر است.

ب ــ در دبیرستان ما فقط قوانین بویل ــ ماریوت و شارل ــ گیلوساک را می‌خواندیم.

معلم ــ در این مورد باید به‌نکته‌ای اشاره کنم که به‌یاری آن می‌توان این قوانین در در رابطه کلی جای داد. قانون بویل ــ ماریوت،

بستگی P به V در فرایند ایزوترمیک را نشان می‌دهد. فرمول این قانون به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$P = \frac{\text{مقدار ثابت}}{V} \qquad (۱۰۷)$$

که در آن $\frac{m}{\mu} RT$ = مقدار ثابت.

قانون گیلوساک نشان دهنده بستگی P به متغیر T در فرایند ایزوکریک است و فرمول آن عبارت است از:

$$P = \text{مقدار ثابت} \times T \qquad (۱۰۸)$$

که در آن $\frac{m}{\mu} \frac{R}{V}$ = مقدار ثابت.

قانون گیلوساک در فرایند ایزوباریک نشان می‌دهد که چگونه V به T بستگی دارد و رابطه آن به‌صورت:

$$V = \text{مقدار ثابت} \times T \qquad (۱۰۹)$$

نوشته می‌شود که در آن $\frac{m}{\mu} \frac{R}{P}$ = مقدار ثابت.

(پیداست که رابطه ۱۰۹ همان رابطه ۱۰۶ است). درباره این قوانین باید چند نکته را ذکر کرد:

۱) همه این قوانین به‌گاز کامل مربوطند و تنها در صورتی که گاز واقعی برحسب مدل گاز کامل توضیح داده شود می‌توان آنها را در مورد گاز واقعی بکار برد.

۲) در هرکدام از این قوانین یکی از متغیرها ثابت فرض می‌شود و رابطه میان دو متغیر باقیمانده بیان می‌گردد.

۳) به‌راحتی دیده می‌شود که این قانونها از قانون عمومی گازها به‌دست می‌آیند که رابطه میان هر سه متغیر را بدون قید شرط خاص بیان می‌کند.

۴) مقدار ثابت در هریک از این قوانین برحسب همان متغیر —

هائی بیان می‌شود که باعث تغییر حالات جرم معینی از گاز می‌شود. به عبارت دیگر می‌توان این قوانین را به‌صورت زیر نوشت:

$$P = \frac{P_0 V_0}{V} \qquad (۱۰۷\text{ـ الف})$$

$$P = \frac{P_0}{T_0} T \qquad (۱۰۸\text{ـ الف})$$

$$V = \frac{V_0}{T_0} T \qquad (۱۰۹\text{ـ الف})$$

الف ــ حالا اساس قوانین گازها برای من روشن شد.

معلم ــ در این صورت بگذارید ادامه بدهیم. یک مثال می‌زنم. یک گاز چنان انبساط می‌یابد که بین حجم و فشار آن رابطه زیر برقرار باشد:

$$PV^2 = \text{مقدار ثابت} \qquad (۱۱۰)$$

معلوم کنید در این حالت گاز را سرد کرده‌ایم یا حرارت داده‌ایم.

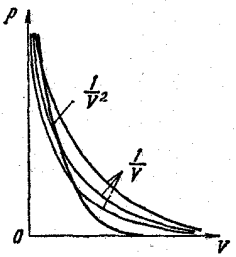
الف ــ آیا در این حالت حتما" دمای گاز تغییر می‌کند؟

معلم ــ اگر دما ثابت بماند، گاز طبق قانون بویل ــ ماریوت (رابطه ۱۰۷) منبسط می‌شود. در این نوع فرایندکه ایزوترمیک خوانده می‌شود $P \propto \frac{1}{V}$ در حالیکه در مثال ما $P \propto \frac{1}{V^2}$.

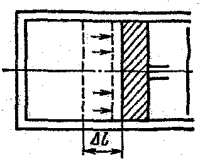
الف ــ شاید بهتر باشد نمودار این رابطه را رسم کنم. شکل (۷۶).

معلم ــ فکر خوبی است. ازاین نمودار چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

الف ــ همانطور که در این نمودار دیده می‌شود، هرچقدر منحنی نمایش $P \propto \frac{1}{V^2}$ به طرف حجم بیشتر می‌رود، گاز به‌حالت ایزوترمیک نزدیک به‌مبداء درمی‌آید یعنی به‌حالت ایزوترمیک در دماهای نزولی. این موضوع نشان می‌دهد که در این حالت گاز سرد‌تر می‌شود.



شکل (۷۶)



شکل (۷۷)

معلم ــ کاملا" صحیح. بگذارید این نتیجه را طور دیگری جمله ــ بندی کنیم. بهتر است بگوئیم: این نوع انبساط تنها در صورتی ممکن است که گاز سرد شود.

ب ــ آیا با بررسی فرمولها هم می‌توان این نتیجه را بدست آورد؟

معلم ــ حتما". اگر دو حالت گازرا به P_1 ، V_1 ، T_1 و P_2، V_2 ، T_2 نشان دهیم، قانون عمومی گازها برای هر حالت به صورتهای زیر در می‌آید:

$$P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1$$

$$P_2 V_2 = \frac{m}{\mu} R T_2$$

اگر طرفین رابطه اول را در V_1 و طرفین رابطه دوم را در V_2 ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$P_1 V_1^2 = \frac{m}{\mu} R T_1 V_1$$

$$P_2 V_2^2 = \frac{m}{\mu} R T_2 V_2$$

اگر طرفین رابطه‌ها را با هم مساوی قرار دهیم و عوامل مشترک را حذف کنیم خواهیم داشت:

$$T_1 V_1 = T_2 V_2 \qquad (۱۱۱)$$

از این رابطه پیدا است که اگر مثلا" حجم گاز دو برابر شود، دمای مطلق آن نصف می‌شود.

الف ــ آیا می‌توانیم بگوئیم در هر فرایند، متغیرهای P و V و T در هر لحظه و در هر شرایط طبق قانون عمومی گازها با هم ارتباط می‌یابند؟

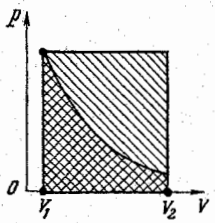
معلم ــ حتما"، قانون عمومی گازها اصولا" رابطه‌ای است میان این پارامترها در هر شرایطی.

حالا درباره چگونگی تبادل انرژی میان گاز و محیط پیرامون در فرایندهای مختلف صحبت کنیم. فرض کنید گاز در حال انبساط باشد که در این حالت همه اجسامی را که از افزایش حجم آن جلوگیری می‌کنند، عقب می‌زند (مثلا" پیستونی را که می‌تواند در یک سیلندر حرکت کند). برای این عمل، گاز باید کار انجام دهد. این کار را در فرایند ــ های ایزوباریک می‌توان به‌راحتی محاسبه کرد. فرض کنید گاز به‌صورت ایزوباریک منبسط شود و پیستونی به‌سطح مقطع S را به‌فاصله ΔL عقب براند شکل (۷۷). در این حالت فشاری را که از طرف گاز بر پیستون وارد می‌شود به P نشان می‌دهیم و مقدار کار انجام شده به‌وسیله گاز را از رابطه زیر حساب می‌کنیم:

$$W = F\Delta L = (PS)\Delta L = P(S\Delta L) = P(V_2 - V_1) \qquad (۱۱۲)$$

در این رابطه V_1 و V_2 حجمهای اولیه و نهائی گاز است. مقدار کاری که در فرایندهای غیر ایزوباریک انجام می‌شود به‌سادگی قابل محاسبه نیست چون در انبساط گازها مقدار فشار تغییر می‌کند. در حالت کلی کار انجام شده به‌وسیله گاز هنگامی که حجم آن از V_1 به V_2 می‌ــ

رسد با سطح زیر منحنی $P(V)$ محصور بین دو حجم V_1 و V_2 برابر است. در شکل (۷۸)مقدار کاری که در انبساط ایزوبارک و ایزوترمیک از حجم V_1 تا حجم V_2 انجام گرفته است به‌ترتیب به‌صورت سطح هاشور خورده ساده و سطح هاشور خورده دوبل نشان داده شده است.



شکل (۷۸)

نقطه شروع در هر دو حالت یکی است.

بدین ترتیب گاز در هنگام انبساط با صرف مقداری از انرژی درونی خود بر روی اشیاء پیرامون خود کار انجام می‌دهد. کار انجام شده به‌طبیعت فرایند انبساط بستگی دارد. توجه داشته باشید که اگر گاز متراکم شود کار بر روی آن صورت می‌گیرد و در نتیجه انرژی درونی آن افزایش می‌یابد.

باید توضیح بدهم که انجام کار تنها راه مبادله انرژی میان گاز و محیط پیرامون نیست. مثلا" در فرایند انبساط ایزوترمیک، گاز به‌مقدار W کار انجام می‌دهد و مقدار W از انرژی درونی خود را از دست می‌دهد، اما از طرف دیگر براساس رابطه (۹۸) در بخش ۱۸، ثابت ماندن دمای گاز به‌معنای آن است که U یعنی انرژی درونی گاز بدون تغییر می‌ماند. (بگذارید یادتان بیندازم که U به‌وسیله حرکت گرمائی ملکولها تعیین می‌شود و انرژی متوسط هر ملکول با دمای مطلق آن متناسب است.) سوءال این است که: برای انجام کار چه نوع انرژی به‌کار می‌رود؟

ب ــ معلوم است. انرژی گرمائی که از محیط به‌گاز می‌رسد صرف

کار می‌شود .

معلم ــ درست است . در این حالت به‌این نتیجه می‌رسیم که گاز دست کم از دو کانال به‌تبادل انرژی با محیط می‌پردازد : یکی با انجام کار از طریق تغییر حجم و دیگری از طریق انتقال گرما .

در این جریان رابطه تعادل گرمائی به‌صورت زیر درمی‌آید :

$$\Delta U = Q - W \qquad (۱۱۳)$$

در این رابطه ΔU مقدار افزایش انرژی درونی گاز است که با افزایش دمای آن مشخص می‌شود . Q مقدار گرمائی است که از محیط به‌گاز منتقل می‌شود ، و W کاری است که گاز بر روی اشیاء پیرامون صورت می‌دهد . رابطه (۱۱۳) نخستین قانون ترمو دینامیک خوانده می‌شود . حتما" متوجه شده‌اید که این رابطه عمومی و کاربردی است و نه‌تنها برای گازها بلکه برای همه مواد صادق است .

ب ــ برای جمع‌بندی مطالب ، می‌توانیم بگوئیم در فرایند ایزو ــ ترمیک همه گرمائی که به‌گاز می‌رسد مستقیما" به‌کاری که گاز انجام می ــ دهد تبدیل می‌شود . در این صورت فرایندهای ایزوترمیک در دستگاههای عایق بندی شده انجام نمی‌گیرد .

معلم ــ کاملا" درست است . حالا به‌انبساط ایزوباریک گاز از زاویه تغییر انرژی نگاه کنیم .

ب ــ گاز منبسط می‌شود یعنی کار صورت می‌دهد . در این حالت با توجه به‌رابطه (۱۰۶) دمای گاز افزایش می‌یابد . یعنی انرژی درونی آن زیاد می‌شود ، بنابراین در این حالت مقدار نسبتا" زیادی گرما به گاز منتقل می‌شود ، قسمتی از این گرما صرف افزایش انرژی درونی می‌شود و قسمتی به‌کار انجام شده به‌وسیله گاز تبدیل می‌گردد .

معلم ــ بسیار خوب . به یک مثال دیگر توجه کنید . گازی را آن‌قدر گرم می‌کنیم که دمای آن به‌اندازه ΔT افزایش یابد . این عمل را دو بار انجام می‌دهیم یکبار با حجم ثابت و یکبار با فشار ثابت . آیا در هر دو حالت به‌یک مقدار گرما احتیاج داریم ؟

الف ــ فکر می‌کنم بله.

ب ــ ولی به‌نظر من به‌دو مقدار مختلف گرما احتیاج داریم. در حجم ثابت، کار صورت نمی‌گیرد و گرما صرف افزایش انرژی درونی گاز و در نتیجه افزایش دمای آن می‌شود در این حالت:

$$Q_1 = C_1 \Delta T \qquad (۱۱۴)$$

در فشار ثابت، گرم کردن گاز با انبساط آن همراه است که در اثر آن کاری برابر با $W = P(V - V_1)$ انجام می‌شود. بخشی از گرمای Q_2 صرف زیاد کردن انرژی درونی و بخشی از آن صرف انجام این کار می‌شود. پس:

$$Q_2 = C_1 \Delta T + P(V - V_1) \qquad (۱۱۵)$$

پیداست که $Q_1 < Q_2$.

معلم ــ من با «ب» موافقم. مقدار گرمائی که دمای جسم را یک درجه بالا می‌برد به چه نامی خوانده می‌شود؟

ب ــ گرمای ویژه.

معلم ــ از مثال اخیر چه نتیجه‌ای در مورد گرمای ویژه به‌دست می‌آید؟

ب ــ گاز دارای دو گرمای ویژه متفاوت است یکی مربوط به حجم ثابت و یکی مربوط به‌فشار ثابت. گرمای ویژه مربوط به حجم ثابت (که در رابطه فوق با حرف C_1 مشخص شده است) از گرمای ویژه مربوط به فشار ثابت کمتر است.

معلم ــ آیا می‌توانید گرمای ویژه مربوط به فشار ثابت را بر حسب C_1 یعنی گرمای ویژه مربوط به حجم ثابت بنویسید؟

ب ــ سعی می‌کنم. اگر این گرمای ویژه را با حرف C_2 نشان دهیم، طبق تعریف خواهیم داشت: $C_2 = \frac{Q_2}{\Delta T}$ اگر از رابطه ۱۱۵ مقدار Q_2 را به‌دست آوریم و دراین رابطه قرار دهیم نتیجه می‌شود:

$$C_۲ = C_۱ + \frac{P\,(V - V_۱)}{\Delta T} \qquad (۱۱۶)$$

معلم ــ خیلی زود متوقف شدید، چون می‌توانید قانون عمومی گازها را به‌صورت زیر بنویسید :

$$P\,(V - V_۱) = \frac{m}{\mu} R(T - T_۱) = \frac{m}{\mu} R\ \Delta T$$

حالا اگر در رابطه ۱۱۶ به‌جای $P(V - V_۱)$ مقدار مساوی آن را از این رابطه قرار دهید خواهید داشت :

$$C_۲ = C_۱ + \frac{m}{\mu} R \qquad (۱۱۷)$$

و در مورد یک ملکول گرم گاز این فرمول ازاین هم ساده‌تر می ــ شود :

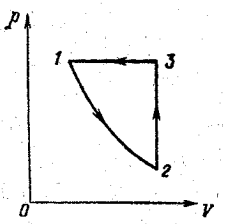
$$C_۲ = C_۱ + R \qquad (۱۱۸)$$

در نتیجه می‌توانیم فرایندی را در نظر بگیریم که از بخش‌های ایزوترمیک، ایزوکریک و ایزوباریک تشکیل شده باشد. (شکل ۷۹ الف در دستگاه مختصات P و V) لطفاً" شما همین فرایند را به طور کیفی در دستگاه مختصات V و T رسم کنید و کیفیت تبادل انرژی میان گاز و محیط را در هر جزء فرایند بررسی کنید .

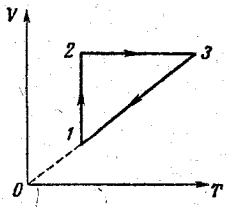
ب ــ در نمودار دستگاه V و T ، چرخه تغییرات به‌صورت نمودار شکل(۷۹ ــ ب) درمی‌آید .

معلم ــ کاملا" درست است . لطفا" حالا به‌توضیح چگونگی مبادله انرژی در هر جزء نمودار بپردازید .

ب ــ در بخش ۲ ــ ۱ گاز به‌طور ایزوترمیک منبسط می‌شود . در این حالت مقداری گرما از اطراف می‌گیرد که صرف انجام کار می‌شود و انرژی درونی آن ثابت می‌ماند در بخش ۳ ــ ۲ گاز به‌طور ایزوکریک



شکل (۷۹ـ الف)



شکل (۷۹ـ ب)

(حجم ثابت) گرم می‌شود. چون در این بخش، حجم تغییر نمی‌کند کاری هم انجام نمی‌گیرد و انرژی درونی به‌علت جذب گرما از اطراف، زیاد می‌شود. در بخش ۱ ــ ۳ گاز به‌طور ایزوباریک (فشار ثابت) فشرده می‌شود و دمای آن افت می‌کند. در این بخش به‌گاز کار داده می‌شود اما انرژی درونی آن کاهش می‌یابد. معنای این امر آن است که گاز به‌محیط اطراف خود گرما می‌دهد.

معلم ــ استدلال شما کاملا" صحیح است.

الف ــ این بحث نشان داد که دانش من از قوانین گاز چقدر کم است. ولی به‌نظر من بعضی از این مطالب از سطح برنامه دبیرستان و آمادگی کنکور بالاتر است.

معلم ــ اگر توجه کرده باشید متوجه شده‌اید کـــــه این بحث رویهمرفته به‌موارد خاص کاربرد قوانین عمومی گاز می‌پرداخت. آن‌چه باعث می‌شود شما این بخش را سنگین حس کنید، تجاوز آن از حد برنامه نیست بلکه این واقعیت است که شما قوانین گازها را دقیقا" درک نکرده‌اید. متاسفانه کمتر دانش آموزی از حد درک سطحی قوانین گاز پا بالاتر می‌نهد.

۲۱) مسائل مربوط به‌قانون گازها را چگونه حل می‌کنید؟

الف ــ دلم می‌خواهد بدانم چطور قوانین گازها را برای حل مسائل بکار ببرم.

معلم ــ به‌نظر من تقریبا" همه مسائلی که در امتحانات راجع به گازها می‌آید آسان است. بیشتر این مسائل را می‌توان به‌دو دسته عمده تقسیم کرد:

گروه اول: مسائلی که براساس تغییر حالت جرم معینی از گاز طرح می‌شود و جرم در آن نقشی ندارد. گاز در نتیجه انبساط یا گرم شدن و یا فرایندهائی نظیر اینها از حالتی که متغیرهای آن P_1 و V_1 و T_1 است به‌حالتی که متغیرهای آن P_2 و V_2 و T_2 است می‌رسد. قانون عمومی گازها رابطه میان این متغیرها را در دوحالت فوق بدین صورت نشان می‌دهد:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \qquad (۱۱۹)$$

و مجهول مساله یکی از این شش متغیر است.

گروه دوم: مسائلی که حالت گاز در آنها بلاتغییر می‌ماند ولی جرم در آنها نقش دارد. مجهول این مسائل عبارت است از محاسبه مقدار جرم برحسب متغیرهای دیگر یا محاسبه یک متغیر برحسب جرم و بقیه متغیرها. در این نوع مسائل، جرم ملکولی گاز باید معلوم باشد.

ب ــ فکر می‌کنم بهترین راه حل مسائل گروه دوم استفاده از معادله ۱۰۴ باشد.

معلم ــ البته می‌توان از این رابطه استفاده کرد: البته در این

صورت باید ثابت عمومی گازها یعنی R را بدانیم و قاعدتا" کمتر کسی این عدد را از حفظ می‌داند. بنابراین روش مطمئن‌تر حل این نوع مسائل بدین ترتیب است که فرض کنیم گاز در حالت استاندارد (متعارف) باشد و متغیرهای آن را به P_S، V_S و T_S نشان دهیم. در این صورت رابطه عمومی به‌صورت:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_S V_S}{T_S} \qquad (۱۲۰)$$

در می‌آید که در آن:

$$V_S = \frac{m}{\mu} \times ۲۲/۴ lit$$

ب ــ به‌نظر من این روش به‌هیچ وجه از کاربرد معادله ۱۰۴ ساده‌تر نیست. چون در این صورت باید اندازه‌های $P_S = ۷۶ cm\,Hg$، $T_S = ۲۷۳^\circ k$ و $\frac{V_S}{\frac{m}{\mu}} = ۲۲/۴\ lit$ را از بر کنیم و از برکردن یک عدد یعنی مقدار R از این آسانتر است

معلم ــ با وجود این مشکلات به‌نظر من این روش ساده است چون از برداشتن این سه مقدار راحت‌است. فرض کنید می‌خواهیم حجم ۵۸ گرم هوا را در فشار ۸ اتمسفر و دمای $۹۱^\circ C$ به‌دست آوریم. اگر بخواهیم این مساله را با روشی که من پیشنهاد می‌کنم حل کنیم باید توجه داشته باشیم که هر ملکول گرم هوا ۲۹ گرم جرم دارد پس ۵۸ گرم آن دو ملکول گرم است. در شرایط استاندارد این مقدار هوا ۴۴/۸ لیتر حجم دارد، طبق رابطه ۱۲۰:

$$V = V_S \frac{P_S T}{P T_S} = ۴۴/۸\ lit \times \frac{۱ \times ۳۶۴}{۸ \times ۲۷۳} = ۷/۵\ lit$$

ب ــ شما فرض کردید که $P_S = ۱\ atm$. ولی شرایط مسأله‌احتمالا" به‌اتمسفر موجود مربوط است که در این‌صورت باید از $P_S = ۱/۰۳۴\ atm$ استفاده کنید.

معلم ــ درست است. بین اتمسفر فیزیکی و صنعتی در حالت استاندارد تفاوت هست ولی در این جا ما از این تفاوت صرف‌نظر کردیم.

الف ــ در حل مسائل گروه‌های اول و دوم معمولاً" چه نوع مشکلاتی پیش می‌آید؟

معلم ــ همان‌طور که گفتم این مسائل بسیار ساده است.

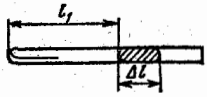
الف ــ باشد، ولی بالاخره دانش‌آموزان اشتباهات خاصی می‌کنند.

معلم ــ از بی‌توجهی شاگردان که بگذریم، مشکل معمولاً" در محاسبه فشار گاز در حالتهای مختلف بروز می‌کند. مثلاً" به‌مثال لوله شیشه‌ای که یک طرف آن بسته است توجه کنید. این لوله شامل یک ستون جیوه است که مقداری هوا را در لوله زندانی می‌کند. این لوله می‌تواند در یک صفحه قائم به‌گردش درآید. در آغاز کار طول ستون هوا L_1 (تصویر ۸۰ ــ الف) و در حالت بعدی L_2 (تصویر ۸۰ ــ ب) است. طول ستون هوا یعنی L_2 را در حالتی که لوله با راستای قائم زاویه α می‌سازد محاسبه کنید. تصویر (۸۰ ــ ج) فشار اتمسفر را به P_A نشان می‌دهیم و برحسب طول ستون جیوه بدست می‌آوریم و طول ستون جیوه را به ΔL نشان می‌دهیم. در حالت اول پیداست که فشار هوای محبوس در لوله با فشار اتمسفر یکی است، در حالت دوم این فشار برابر است با $(P_A - \Delta L)$ زیرا در این حالت فشار اتمسفر با مجموعه‌فشار ستون جیوه و هوای محبوس در لوله خنثی می‌شود. با استفاده از قانون بویل ــ ماریوت می‌توان نوشت:

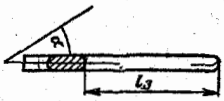
$$L_1 P_A = L_2 (P_A - \Delta L)$$

و از آن‌جا، فشار اتمسفر را به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

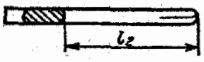
$$P_A = \Delta L \frac{L_2}{L_2 - L_1} \qquad (۱۲۱)$$



شکل (۸۰ـ الف)



شکل (۸۰ـ ج)



شکل (۸۰ـ ب)

در حالت سوم بخشی از وزن ستون جیوه به‌وسیله عکس‌العمل دیواره لوله خنثی می‌شود. در نتیجه فشار هوای درون لوله برابر با ($P_A - \Delta L \cos\alpha$) می‌شود با استفاده از قانون بویل ـ ماریوت در مورد حالت‌های اول و سوم می‌توان نوشت:

$$L_1 P_A = L_3 (P_A - \Delta L \cos\alpha)$$

و از این رابطه فشار اتمسفر به‌دست می‌آید:

$$P_A = \Delta L \frac{L_3 \cos\alpha}{L_3 - L_1} \qquad (۱۲۲)$$

اگر مقادیر سمت راست معادلات ۱۲۱ و ۱۲۲ را مساوی یکدیگر قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{L_2}{L_2 - L_1} = \frac{L_3 \cos\alpha}{L_3 - L_1}$$

که از این رابطه طول مورد نظر به‌ترتیب زیر به‌دست می‌آید:

$$L_{۳}=\frac{L_{۱}\ L_{۲}}{L_{۲}-(L_{۲}-L_{۱})\cos\alpha} \qquad (۱۲۳)$$

می‌بینید که اگر $\cos\alpha=۱$ باشد، $L_{۳}=L_{۲}$ می‌شود و معادله به‌حالت دوم مربوط می‌گردد و اگر $\cos\alpha=۰$ شود $L_{۳}=L_{۱}$ می‌شود و معادله به‌حالت دوم مربوط می‌گردد و اگر $L=۰$ شود $L_{۳}=L_{۱}$ خواهد شد که به حالت اول مربوط است.

الف ــ دو گروه مساله‌ای که‌شما دسته‌بندی کردید برای من کاملا" واضح شد. ولی، اگر درامتحان، ترکیبی از این دو نوع مساله آمد چکار کنیم؟

معلم ــ البته ممکن است این نوع مسائل در امتحان بیاید. مثلا" ممکن است بگوئید در فشار ۲ اتمسفر ۱۶ گرم اکسیژن یک ظرف ۵ لیتری را پر می‌کند. اگر فشار گاز به ۵ اتمسفر و حجم آن به یک لیتر برسد، دمای آن چقدر تغییر می‌کند؟

الف ــ با در دست داشتن جرم، فشار و حجم اکسیژن، دما به‌راحتی محاسبه می‌شود. هر ۱۶ گرم اکسیژن ۰/۵ ملکول گرم است و حجم آن در شرایط استاندارد $۱۱/۲lit$ می‌شود. بنابراین:

$$T_{۱}=T_{S}\frac{p_{۱}V_{۱}}{P_{S}V_{S}}=۲۷۳\ \frac{۲\times۵}{۱\times۱۱/۲}=۲۴۴^{\circ}k \qquad (۱۲۴)$$

معلم ــ کاملا" درست است. در این مرحله شما این مساله را به‌عنوان نمونه‌ای از مسائل گروه دوم حل کرده‌اید.

الف ــ حالا با توجه به‌دمای $T_{۱}$ می‌توانیم دمای نهائی یعنی $T_{۲}$ را به‌دست آوریم:

$$T_{۲}=T_{۱}\frac{P_{۲}V_{۲}}{P_{۱}V_{۱}}=۲۴۴\ \frac{۵\times۴}{۲\times۵}=۴۸۸^{\circ}K$$

با مقایسه این نتیجه با تساوی (۱۲۴) معلوم می‌شود که دما به‌اندازه ۲۴۴ درجه افزایش یافته است.

معلم ــ راه حل کاملا" درستی‌است. در قسمت دوم مانند حل

مسائل گروه اول رفتار کردید.

ب ــ در آغاز بحث هنگام صحبت دربارهٔ گروه‌بندی مسائل شما گفتید که بیشتر مسائل در این گروه جای می‌گیرند آیا مسائلی هم وجود دارد که در این دسته‌بندی جای نگیرد؟

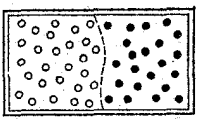
معلم ــ بله. در این دو گروه مساله فرض ما این بود که جرم گاز بلاتغییر بماند. اما می‌توان مسائلی طرح کرد که در آنها جرم گاز ثابت نباشد مثلا" گاز به‌ظرف وارد یا از آن خارج شود. می‌توانیم این نوع مسائل را گروه سوم بنامیم. البته برای حل این دسته از مسائل راه حل آماده‌ای نداریم و هرکدام از آنها راه حلی خاص خود دارند، اما می‌توان آنها را ترکیبی از دو گروه دیگر دانست. با دو مثال این موضوع را روشن می‌کنیم.

در یک ظرف مقداری گاز $27°C$ در فشار ۲۰ اتمسفر نگهداری می‌شود. اگر نیمی از گاز موجود در ظرف از آن خارج شود و دمای گاز باقیمانده $50°C$ افزایش یابد فشار آن به‌چه مقدار می‌رسد؟

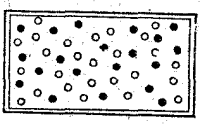
در این مسأله حالت گاز تغییر می‌کند بنابراین به‌مسائل گروه اول شباهت دارد، اما تفاوت در آن است که جرم هم تغییر می‌کند. برای استفاده از قانون عمومی گازها باید به‌بررسی تغییر حالت یک جرم مشخص از گاز بپردازیم. این جرم مشخص جرم گازی است که از ظرف خارج می‌شود. اگر متغیرهای نهائی آن را P_2 ، V_2 و T_2 بنامیم $T_2 = (273 + 27 + 50) = 350°K$ و $V_2 = V$ که حجم ظرف است و P_2 همان فشاری است که باید بدست آوریم. متغیرهای گاز در آغاز کار را چگونه بیان می‌کنیم؟

الف ــ دمای گاز خارج شده با دمای کل گاز یکی است $T_1 = 273 + 27 = 300°k$ حجم آن نصف حجم ظرف یعنی $\frac{V}{2}$ و فشار آن به‌اندازه فشار کل گاز $P_1 = 20\ atm$ خواهد بود.

ب ــ من معتقدم متغیرهای گاز در آغاز کار را می‌توان با آن‌چه شما گفتید متفاوت گرفت: $T_1 = 300°k$ ، حجم همان حجم کل گاز $V_1 = V$ ولی فشار نصف فشار کل گاز یعنی $P_1 = 10\ atm$.



شکل (۸۱ـالف)



شکل (۸۱ـ ب)

معلم ـ چون در رابطه، فشار و حجم به‌صورت حاصلضرب نوشته می‌شود، پیشنهاد هر دوی شما برخلاف ظاهر متفاوتشان، به‌یک نتیجه می‌رسد. به‌این دلیل درباره این تفاوت بحث نمی‌کنیم. برای ساده شدن کار، ملکولهائی را که در آخر کار از ظرف خارج می‌شوند "سیاه" و ملکولهائی را که در آن باقی می‌مانند "سفید" فرض می‌کنیم. بدین ترتیب تا این‌جا موافقت کرده‌ایم که ملکولهای سفید در ظرف بمانند و ملکولهای سیاه ظرف را ترک کنند. حالت آغازی گاز را به دو ترتیب می‌توان بررسی کرد:

۱) ملکولهای سیاه و سفید را طوری از هم جدا کنیم که حجم ظرف به‌دو بخش مجزا تقسیم شود و در یک بخش تنها ملکولهای سفید و در بخش دیگر تنها ملکولهای سیاه وجود داشته باشد. (شکل (۸۱ ـ الف).

۲) ملکولهای سیاه و سفید را به‌طور یکنواخت مخلوط فرض کنیم به‌نحوی که هر بخش از حجم ظرف شامل مقادیر مساوی از دو نوع ملکول باشد. (تصویر ۸۱ ـ ب). در حالت اول ملکولهای هر نوع تشکیل یک جسم گازی شکل به‌حجم $\frac{V}{۲}$ و فشار $۲۰\ atm$ می‌دهند که این فشار بر دیواره‌های ظرف و بر سطح مرزی جدا کننده دو بخش وارد می‌شود. در حالت دوم دونوع‌ملکول به‌طور یکنواخت در تمام حجم ظرف V پراکنده شده و فشار وارد بر دیواره‌های ظرف در هر نقطه نیمی متعلق به ملکولهای سفید و نیمی متعلق به ملکولهای سیاه خواهد بود. در این

حالت $V_1 = V$ و $P_1 = ۱۰ atm$. برای روشن شدن موضوع اخیر باید قانون فشارهای جزئی را به‌یاد بیاوریم : فشار مخلوط گازها مساوی است با مجموع فشارهای هر گاز مجزا . باید تاءکید کنم که در این‌جا با مخلوط گازها سر و کار داریم . چون انواع ملکولها با هم مخلوط شده‌اند .

ب ــ فکر می‌کنم شیوه برخورد دومی صحیح‌تر باشد چون این ملکولها واقعا" هم در عمل با هم مخلوطند .

معلم ــ در این مساله به‌خصوص هر دو شیوه به‌یک اندازه درست است . فراموش نکنید که این تقسیم پیش خودی ما،کاملا" دلبخواه است .

به‌حل مساله بپردازیم . رابطه عمومی گازها را برای جرم گازی که در ظرف باقی مانده است می‌نویسیم :

$$\frac{۱۰V}{۳۰۰} = \frac{P_۲ V}{۳۵۰}$$

و از این رابطه $P_۲ = ۱۱/۷ atm$ محاسبه می‌شود .

حالا به مسأله دیگری توجه کنید : مقداری گاز به‌حجم V را تحت فشار $P_۰$ در ظرفی نگهداری می‌کنیم . این گاز را به‌کمک تلمبه‌ای‌به‌حجم v تخلیه می‌کنیم (تصویر ۸۲) برای آنکه فشار گاز درون ظرف به P_n برسد چندبار باید تلمبه بزنیم ؟

الف ــ این مساله خیلی ساده است : اگر n بار تلمبه بزنیم حجم گازی که از ظرف خارج می‌شود n برابر حجم پیستون تلمبه یعنی v می‌شود . بنابراین می‌توان قانون بویل ــ ماریوت را به‌صورت زیر نوشت :

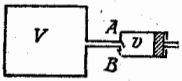
$$P_۰ V = P_n (V + nv)$$

که از حل آن n به‌دست می‌آید .

معلم ــ این رابطه به‌چه جرم گاز مربوط می‌شود ؟

الف ــ به‌جرمی که در آغاز کار در ظرف داریم .

معلم ــ ولی حتی با یکبار تلمبه‌زدن هم مقداری از این جرم از ظرف خارج می‌شود . چون با پیش راندن پیستون به‌سمت چپ ، منفذ A



شکل (۸۲)

بسته و منفذ B گشوده می‌شود و گاز از آن خارج می‌شود. به‌عبارت دیگر n بار افزایش حجم گاز هربار به اندازه v به‌جرم ثابتی از گاز مربوط نمی‌شود. بنابراین رابطه‌ای که شما نوشتید نادرست است.

بگذارید هر یکبار تلمبه زدن را جداگانه بررسی کنیم. از نخستین حرکت شروع می‌کنیم. برای جرم اولیه موجود در ظرف می‌توان نوشت:

$$P_0 V = P_1 (V+v)$$

که در آن P_1 فشار گاز است در هنگامی که پیستون تلمبه برای نخستین‌بار به‌آخرین حد سمت راست رسیده باشد. پیستون دوباره به وضعیت اولیه خود در سمت چپ بازمی‌گردد. در این حالت، همانطور که قبلا" گفته شد، منفذ A مسدود می‌شود و جرم گازی که در ظرف می‌ماند از جرم اولیه کمتر است. فشار در این حالت P_1 است. برای جرم باقیمانده می‌توان نوشت:

$$P_1 V = P_2 (V+v)$$

که در آن P_2 فشار گاز پس از پایان دومین‌بار تلمبه‌زدن است. اگر با دفعات متوالی تلمبه‌زدن‌اینکار را ادامه دهیم، به یک سری تساوی مربوط به‌قوانین بویل ماریوت دست می‌یابیم

$$\left.\begin{aligned} P_0V &= P_1(V+v)\\ P_1V &= P_2(V+v)\\ P_2V &= P_3(V+v)\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ P_{n-1}V &= P_n(V+v) \end{aligned}\right\} \qquad (۱۲۵)$$

هریک از این معادلات به یک جرم مشخص گاز مربوط می‌شود. از حل دستگاه فوق نتیجه می‌گیریم که:

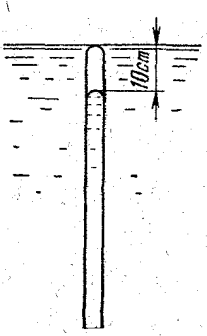
$$P_n = P_0\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$$

اگر از طرفین این رابطه لگاریتم بگیریم خواهیم داشت:

$$n = \frac{\log\left(\frac{P_n}{P_0}\right)}{\log\left(\frac{V}{V+v}\right)} \qquad (۱۲۶)$$

مسائل:

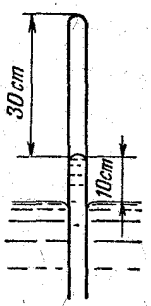
۳۹) یک لوله آزمایش شیشه‌ای را به‌طور کامل در یک ظرف جیوه



شکل (۸۳)

فرو برده‌ایم شکل (۸۳) طول ستون هوائی که در لوله می‌ماند ۱۰^{Cm} است. برای آنکه سطح جیوه‌موجوددر لوله درست هم سطح با جیوه‌ظرف شود، انتهای بالائی لوله را تا چه ارتفاعی باید از سطح جیوه ظرف بالاتر ببریم؟ فشار را فشار استاندارد بگیرید. در صورتیکه بدانیم سطح مقطع لوله $۱^{Cm^۲}$ است، جرم هوای موجود در لوله را حساب کنید. دما را ۲۷^{oC} بگیرید.

۴۰ ــ دهانه باز یک لوله آزمایش را رو به‌پائین درون یک ظرف جیوه فرو می‌بریم شکل (۸۴) اگر دما از ۲۷^{oC} به ۷۷^{oC} سانتی‌گراد برسد، سطح جیوه چقدر تغییر می‌کند؟ انبساط گرمائی لوله را ناچیز بگیرید و فشار را فشار استاندارد حساب کنید. در صورتیکه بدانیم سطح مقطع لوله $۰/۵^{Cm^۲}$ باشد حجم هوای درون لوله را بدست آورید.



شکل (۸۴)

۴۱ ــ مقداری هوا را در دمای ۲۷^{oC} در ظرفی به‌حجم ۵ لیتر با فشار ۲۰ اتمسفر نگهداری می‌کنیم. برای آن که فشار گاز درون ظرف به ۱۰ آتمسفر برسد چقدر گاز باید از آن خارج شود؟

۴۲ ــ مقداری گاز را در سلیندری‌زیر یک پیستون به سطح مقطع $۲۰^{Cm^۲}$ و جرم ۵^{Kg} نگه‌داری می‌کنیم. اگر دما از ۲۰^{oC} به ۱۰۰^{oC} برسد و گاز به‌طور ایزوباریک رفتار کند چه‌مقدار کار به‌وسیله آن صورت می‌گیرد؟ مساله را در دو مورد حل کنید:

۱) ظرف به‌طور افقی قرار گرفته باشد. شکل (۸۵ ــ الف)

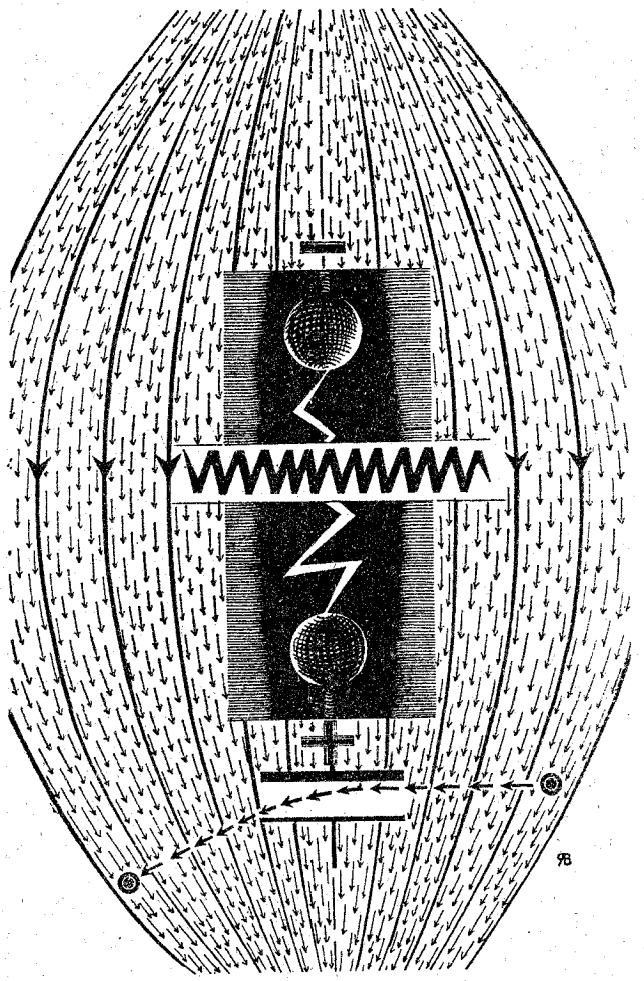
۲) ظرف به‌طور قائم قرار گرفته باشد شکل (۸۵ ــ ب) .
حجم اولیه گاز را ۵ لیتر بگیرید و فشار را استاندارد حساب کنید .

شکل (۸۵ ــ الف)

شکل (۸۵ ــ ب)

۴۳ ــ در لوله آزمایش وارونه و قائمی که سطح مقطع آن $۰/۵ Cm^۲$ است ستونی از هوا به‌طول $۴۰ Cm$ داریم . این ستون هوا به‌وسیله ستونی از جیوه به‌طول $۸ Cm$ از هوای خارج جدا می‌شود . دمای هوا $۲۷^\circ C$ است . اگر دما ۳۰ درجه افزایش یابد و راستای لوله بطور همزمان آنقدر کج شود که با راستای قائم زاویه ۶۰° بسازد طول ستون هوا چگونه تغییر می‌کند ؟ فشار را فشار استاندارد بگیرید . جرم هوای محبوس در لوله را محاسبه کنید .

۴۴ ــ در اتاقی به‌ابعاد $۶ m \times ۵ m \times ۳/۵ m$ در دمای $۱۵^\circ C$ و رطوبت ۵۵٪ چه جرم بخار آب وجود دارد ؟ آیا اگر دمای هوا به $۱۰^\circ C$ برسد ژاله ایجاد خواهد شد ؟ اگر فشار هوا $۷۵ Cm\ Hg$ باشد چه بخشی از جرم هوای موجود در اتاق را بخار آب تشکیل می‌دهد ؟



میدان چیست؟ چگونه آنرا تعریف می‌کنیم؟ حرکت در میدان چگونه صورت می‌گیرد؟ اگر میدان الکتریکی ساکن را به‌عنوان مثال انتخاب کنیم می‌توانیم به‌بهترین وجه با این مسائل اساسی فیزیک برخورد کنیم.

در این قسمت به‌بحث درباره حرکت ذرات باردار در میدانهای یکنواخت الکترواستاتیک می‌پردازیم و چند مسأله در مورد قانون کولن حل می‌کنیم.

۲۲) بحث درباره نظریه میدان

معلم ــ میدان یکی از مفاهیم بنیادی فیزیک است. برای آن که دربارهٔ موضوع مشخصی بحث کنیم به‌میدان الکترواستاتیک توجه می‌کنیم. شما دربارهٔ میدان چه می‌دانید؟ به‌نظر شما میدان چیست؟

الف ــ باید اعتراف کنم که در این مورد نظرات مبهمی دارم. میدان چیزی است تصوری و نامرئی یا نوعی طیف که در عین حال در فضا وجود دارد. من با تعریف میدان به‌عنوان پدیدهٔ مادی مخالفتی ندارم ولی در ضمن از آن سر درنمی‌آورم. وقتی دربارهٔ ماده صحبت می‌شود می‌دانم دربارهٔ چه‌چیزی گفتگو می‌شود ولی هنگامی که نام میدان به‌میان می‌آید چیزی نمی‌فهمم.

ب ــ به‌نظر من مفهوم میدان قابل درک است. ماده در حالت معمولی دارای شکل متراکمی است در حالیکه میدان همان ماده است که در فضا به‌شدت "پخش" شده است. البته ما با چشم غیر مسلح قادر به دیدن میدان نیستیم ولی با تدبیرهای ساده می‌توانیم آن را "ببینیم". میدان عامل انتقال واکنش میان اجسام است. مثلا" میدان الکترو ــ استاتیک، واکنش میان بارهای الکتریکی ثابت را منتقل می‌سازد. می‌توان گفت که هر بار الکتریکی در اطراف خود یک میدان ایجاد می‌کند و این میدان بر بار الکتریکی دیگر اثر می‌گذارد. عین همین مطلب را در مورد این‌بار اخیر هم می‌توان گفت. به‌این ترتیب تاءثیرهای کولنی صورت می‌گیرد.

الف ــ ولی آیا حتما" یک عامل واسطه لازم است؟ چه عیب دارد بگوئیم بارهای الکتریکی بدون هیچ واسطه‌ای برهم اثر می‌گذارند؟

ب ــ این نظر با مخالفت‌های بسیاری رو به‌رو می‌شود. فرض کنید

در یک لحظه یکی از بارها به‌علتی جا به‌جا شود. اگر از دیدگاه "واکنش بلاواسطه" به‌قضیه نگاه کنیم بار دوم هم باید در همان لحظه جا به‌جا شود. این رویداد در صورتی اتفاق می‌افتد که از بار اول علامتی فوری به‌بار دوم برسد. این موضوع با اصول بنیادی نظریه نسبیت تعارض دارد. در حالیکه اگر به‌وجود یک عامل انتقال واکنش یعنی میدان معتقد باشیم خواهیم دید که علائم بوسیله آن از یک‌باربه‌باردیگر منتقل می ـ شود. سرعت انتقال هم در این جریان محدود است، بنابراین از هنگامی که جا به‌جائی بار اول تمام می‌شود تا هنگامی که بار دوم شروع به حرکت می‌کند مدتی طول می‌کشد. در این مدت فرمان جا به‌جائی تنها در میدان وجود دارد.

الف ـ با وجودهمه این توضیحات من مایلم تعریف دقیقی از میدان بشنوم.

معلم ـ من با توجه کامل به مباحثه شما گوش دادم. متوجه شدم که ب کتابهائی را که به‌طور عام در مورد فیزیک نوشته شده خوانده و به مسائل فیزیک مدرن علاقه زیاد دارد و در نتیجه دارای صفتی شده است که می‌توان آنرا تفکر جستجوگر نامید. از نظر وی میدان یک مفهوم کاملا" واقعی و معمولی است. نظرات وی در مورد میدان به‌عنوان یک عامل انتقال درست است، اما الف خود را به‌متن‌های درسی محدود می‌سازد و در نتیجه تفکر وی فاقد دورپروازی است. البته قصد ناراحت کردن کسی را ندارم، تنها می‌خواهم بگویم که غالب دانش‌آموزان در برخورد با این گونه مسائل درمانده می‌شوند. شاید تعجب‌آور باشد ولی اکثریت قریب به‌اتفاق شاگردان حتی یک کتاب علمی عام نخوانده‌اند. خوب، حالا به‌مسأله اصلی خودمان برگردیم. (خطاب به الف) شما تعریف دقیقی از میدان می‌خواستید و بدون این تعریف، میدان را مبهم می‌دانید. از طرفی شما گفتید که ماده را می‌شناسید ولی آیا واقعا" تعریف دقیقی از ماده می‌دانید؟

الف ـ به‌نظر من مفهوم ماده به‌چنین تعریفی نیاز ندارد. چون ماده را می‌توانیم با دست "لمس" کنیم.

معلم ـ در این صورت میدان هم به‌تعریف دقیق نیازی ندارد

چون آن هم قابل "لمس" است اما البته نه‌به‌وسیله دست. اگر به‌دنبال تعریف برویم در وضع خطیری قرار می‌گیریم. برای آن که تعریف دقیق و از لحاظ منطقی فارغ از خطا باشد باید مفهوم را براساس مفاهیم بنیادی تعریف کرد. اما اگر خود مفهوم یک مفهوم بنیادی باشد چاره چیست؟ مثلا" می‌توانید خط راست را در هندسه تعریف کنید؟ در مورد ماده و میدان هم وضع به‌همین منوال است. این دو مفهوم از مفاهیم بنیادی به‌شمار می‌روند و مشکل بتوان تعریف مشخص و مستقلی برای آنها یافت.

الف ــ نمی‌شود یک تعریف دست کم قابل قبول پیدا کرد؟

معلم ــ چرا، البته می‌شود. تنها باید به‌یاد داشته باشیم که این نوع تعریف دارای حد و مرز مشخصی نیست و بسیاری چیزها در آن جا می‌گیرد. ماده به‌صورتهای مختلفی وجود دارد. ماده می‌تواند در محدودهٔ کم و بیش مشخصی از فضا متراکم (یا به‌اصطلاح مستقر) شود نیز می‌تواند به‌صورت نامستقر بماند. ماده در حالت اول "جوهر" یا "جسم" خوانده می‌شود و در حالت دوم "میدان" نام می‌گیرد. این دو حالت با وجود خصایصی که آنها را از هم متمایز می‌کند دارای خصایص مشترکی هستند. مثلا" همان‌طور که از انرژی واحد حجم ماده صحبت می‌کنیم می‌توانیم از انرژی واحد حجم میدان هم سخن بگوئیم یا می‌توانیم دربارهٔ همان واحد حجم ماده و همان واحد حجم میدان گفتگو کنیم. هر نوع میدان یک نوع واکنش را منتقل می‌کند و براساس این واکنش می‌توان ویژگی‌های میدان را در هر نقطه دلخواه تعیین کرد. مثلا" هر جسم باردار در فضای اطراف خود میدان الکترواستاتیک ایجاد می‌کند. برای نمایش دادن این میدان و اندازه‌گیری شدت آن در هر نقطه، لازم است جسم باردار دیگری را در آن نقطه قرار دهیم و نیروئی را که بر آن وارد می‌شود محاسبه کنیم. البته این جسم دوم باید آن‌قدر کوچک باشد که اثرات مختل کنندهٔ آن بر میدان قابل صرفنظر کردن باشد.

خواص ماده حد و مرز مشخص دارد و روند جستجوی آگاهی ابدی است. ما گام به‌گام در جاده شناخت و کاربرد عملی خواص مواد پیرامون

خود پیش می‌رویم . در این مسیر ناچاریم همواره به‌تابلوهای راهنمای جاده توجه کنیم . اینک چیزی را به‌نام "میدان" می‌نامیم و این "چیز" که مفاکی ماقبل تاریخی به‌نظر می‌رسید امروز "میدان" خوانده می‌شود و ما تا آن حد که بتوانیم به‌نحو رضایتبخش از این مفهوم استفاده کنیم آنرا می‌شناسیم . بله، امروز در این مورد زیاد می‌دانیم اما تا دانستن همه‌چیز راهی دراز در پیش داریم . تلاش برای ارائه تعریف قاطع درست مانند تلاش برای تعیین عمق دره‌ای بی‌انتها است .

ب ــ من فکر می‌کنم مفهوم میدان هم مانند بسیاری از مفاهیم مربوط به‌جهان مادی مفهوم بی‌حد و مرزی باشد و به‌همین دلیل ارائه یک تعریف قاطع برای آن غیر ممکن به‌نظر می‌رسد .

معلم ــ کاملا" با شما موافقم .

الف ــ من با نکته‌ای که در مورد جسم و میدان به‌عنوان دو حالت مستقر و غیر مستقر ماده بیان کردید قانع شدم ، ولی نفهمیدم چرا قضیه گشادگی مفاهیم فیزیکی و ابدیت یادگیری را مطرح کردید . چون با شنیدن این موضوع همه آن روشنی و وضوح از بین رفت و مجددا" تیرگی و ابهام در ذهنم ایجاد شد .

معلم ــ متوجه وضعی که دچار آن شده‌اید هستم . شما در پی تعریف شایسته‌ای برای میدان هستید حتی اگر این تعریف کاملا" هم دقیق نباشد . دلتان می‌خواهد این تعریف طوری باشد که بتوانید آنرا از بر کنید و هر وقت لازم شد ارائه بدهید . مایل نیستید این نظر را بپذیرید که وضعیت به‌هیچ وجه یک وضعیت ایستا نیست بلکه برعکس، محل‌تحرک و پویائی است . نباید به‌این نتیجه برسید که همه چیز مبهم و تیره است . به‌عقیده من همه موجودات از آن جهت که به تغییر گرایش دارند پویا می‌شوند . هر تعریف دقیق در ذات خود چیزی جامد و نهائی است ولی مفاهیم فیزیکی را بایستی در حالت گسترش آنها مورد مطالعه قرار داد . آن‌چه دیروز در مورد میدان می‌دانستیم با آن چه امروز در این مورد می‌دانیم تفاوت می‌کند . به‌عنوان مثال در فیزیک مدرن مرز قاطعی میان جسم و میدان وجود ندارد و هر دو قابل تبدیل به‌یکدیگرند . اما بحث در این مورد را باید به‌بعد موکول کنیم .

ب ــ بحث فیزیکی شما جنبه فلسفی گرفت.

معلم ــ طبیعی است، چون بحث در مورد مفاهیم فیزیکی مستلزم دانستن زمینه تفکر جدلی است. در غیر این‌صورت همواره خطر انحراف از فلسفه طبیعت وجود دارد. به‌همین دلیل است که شما را به‌مطالعه کتابهای مختلف توصیه می‌کنم چون بدین وسیله ابزار تفکر شما صیقل می‌یابد و پویا و انعطاف‌پذیر می‌شود.

به‌عنوان نتیجه بحث، باید عرض کنم که الف از ابهام و عدم دقت گریزان است و در جستجوی حداکثر دقت است و در این راه فراموش می‌کند که حتی دقت هم حدی دارد. جهانی را تصور کنید که در آن همه‌چیز دارای دقت کامل باشد. آیا از ابتدائی بودن و عجز آن از پیشرفت درشگفت نمی‌شوید؟ فکر کنید و در تصمیم‌گیری عجله به‌خرج ندهیدو بگذارید فعلا" مسأله را از زاویه دیگری طرح کنیم. به‌این سوال توجه کنید: میدان را چگونه توضیح می‌دهیم؟ مطمئنم که بسیاری از افراد پس از شنیدن پاسخ این پرسش خواهند گفت: "حالا فهمیدم میدان چیست؟"

۲۳) چگونه میدان الکترو استاتیک را توضیح دهیم ؟

معلم ــ بحثی را که در بخش پیش شروع کردیم با این پرسش ادامه می‌دهیم : "میدان الکترواستاتیک را چگونه توضیح می‌دهیم ؟"

ب ــ میدان الکترو استاتیک را به‌وسیله بردار نیروی مشخصی بیان می‌کنیم که شدت میدان الکتریکی خوانده می‌شود . در هر نقطه میدان ، E یعنی شدت میدان دارای جهت و مقدار عددی معینی است . اگر از یک نقطه میدان به‌نقطه دیگر در مسیری که همواره بردار شدت میدان بر آن مماس است حرکت کنیم ، مسیر حرکت ما و مسیرهای مشابه آن خطوط نیروی میدان خوانده می‌شوند . خطوط نیرو برای نمایش تصویری میدان بسیار مناسب است .

معلم ــ خوب ، حالا استدلال خود را صحیح‌تر کنیم . نیروی کولنی واکنش میان دو بار q_1 و q_2 که با یکدیگر به‌اندازه r فاصله دارند از رابطه :

$$F_e = \frac{\cdot\, q_1\ q_2}{r^2} \qquad (۱۲۷)$$

بدست می‌آید و شدت میدان را به‌وسیله رابطه

$$E(r) = \frac{q_1}{r^2} \qquad (۱۲۸)$$

محاسبه می‌کنیم و رابطه نیرو و شدت میدان از رابطه

$$F_e = E(r)\, q_2$$

بدست می‌آید.

رابطه ۱۲۸ نشان می‌دهد که بار q_1 در اطراف خود میدانی ایجاد می‌کند که شدت آن در فاصله r از رابطه $\frac{q_1}{r^2}$ محاسبه می‌شود. رابطه ۱۲۹ نشان می‌دهد که این میدان نیروئی برابر $E(r)\,q_2$ بربار q_1 که در فاصله r نسبت به‌بار q_2 واقع است وارد می‌سازد. این روابط E را به‌عنوان عامل واسطه و شاخص میدان معرفی می‌کنند. دامنه کاربرد این روابط تا کجاست؟

ب ــ رابطه ۱۲۷ در مورد دو بار نقطه‌ای صادق است و دامنه کاربرد دو رابطه دیگر هم در همین حد است چون از رابطه ۱۲۷ به‌دست آمده‌اند.

معلم ــ در مورد روابط ۱۲۷ و ۱۲۸ حرف شما صحیح است، اما رابطه ۱۲۹ دامنه کاربرد وسیع‌تری دارد. شدت میدان E صرفنظر از شکل جسم باردار یا تعداد بارهای نقطه‌ای بر بار q_0 نیروئی وارد می‌کند که مقدار آن برابر است با حاصلضرب شدت میدان درآن نقطه و مقدار بار q_0. شکل کلی‌تر رابطه ۱۲۹ به‌صورت زیر است:

$$\vec{F_e} = \vec{E}(\vec{r})\, q_0 \qquad (۱۳۰)$$

که در آن پیکانها نشانه بردار است. این رابطه نشان می‌دهد که اگر بار q_0 مثبت باشد جهت نیروئی که در هر نقطه بر بار q_0 وارد می‌شود با جهت شدت میدان یکی است و اگر q_0 منفی باشد این دو جهت عکس یکدیگرند.

بدین ترتیب استقلال مفهوم میدان حس می‌شود. هر بار الکتریکی یک میدان خاص الکتریکی در اطراف خود ایجاد می‌کند ولی نوع تاءثیر همه این میدانها بر باری که در محدودهٔ آن قرار می‌گیرد با رابطه ۱۳۰ بیان می‌شود. برای محاسبه نیروئی که بریک بار الکتریکی وارد می‌شود باید ابتدا شدت میدان را در نقطه استقرار بار بدست آورد. بنابراین محاسبه شدت میدان مربوط به هر بار یا هر مجموعه بار دارای اهمیت است. فرض کنید دو بار q_1 و q_2 داریم. مقدار و جهت

شدت میدان مربوط به هر بار را می‌توان در هر نقطه دلخواه به‌دست آورد. بازهم فرض کنید در نقطه‌ای از فضا که با بردار $\vec{r}$ مشخص می‌شود شدت این میدانها با بردارهای $\vec{E}_1(\vec{r})$ و $\vec{E}_2(\vec{r})$ نشان داده می‌شود. برای محاسبه برآیند بردارهای شدت میدان بایستی بردارهای شدت میدان را به‌طور برداری با هم جمع کرد:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) \qquad (۱۳۱)$$

تاءکید می‌کنم که این بردارها را باید جمع برداری کنیم. (خطاب به الف) متوجه هستید؟

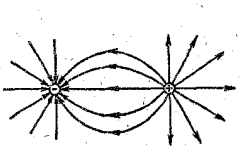
الف ــ بله، می‌دانم که شدت‌میدان جمع برداری می‌شود.

معلم ــ خوب، حالا می‌توانیم ببینیم چطور می‌توانیم این معلومات را در عمل بکار ببریم. لطفا" خطوط نیروی میدان دو بار غیر همنام q_1+ و q_2- را در صورتی که بدانیم مقدار یکی از آنها مثلا" q_1+ چند برابر مقدار دیگری باشد رسم کنید.

الف ــ متاءسفانه نمی‌توانم، چون قبلا" موردی مشابه آن ندیده‌ام.

معلم ــ شما چه نوع میدانی را مطالعه کرده‌اید؟

الف ــ من طرز رسم خطوط میدانی را که به‌وسیله دو بار نقطه‌ای مساوی ایجاد می‌شود بلدم. این خطوط‌را در شکل ۸۶ نشان داده‌ام.



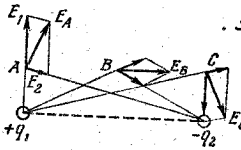
شکل (۸۶)

معلم ــ شکلی که رسم کرده‌اید دقیق نیست ولی به‌طور کیفی خطوط میدان مربوط به دو بار مساوی و غیر همنام را مشخص می‌کند. اگر

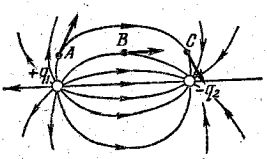
یکی از بارها بیشتر شود برای خطوط چه اتفاقی می‌افتد؟

الف ــ نمی‌دانم.

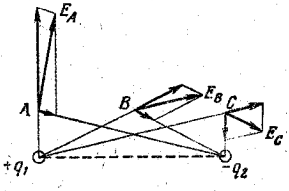
معلم ــ پس بگذارید به جمع جبری بردارهای شدت میدان بپردازیم. کار خود را با مورد ساده‌ای که در آن بارها با هم مساوی هستند شروع می‌کنیم. شکل (۸۷ ــ الف) سه نقطه A و B و C را انتخاب می‌کنیم و برای هرکدام از آنها دو بردار شدت میدان $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در نظر می‌گیریم، ($\vec{E}_1$ برای q_1 + و $\vec{E}_2$ برای q_2 −) و E_A و E_B و E_C برآیندهای آنها را به‌دست می‌آوریم. این برآیندها در هر نقطه باید بر خطوط میدان مماس باشد. این سه بردار چگونگی راستای خطوط نیروئی را که در شکل (۸۸ــ الف) نمایش داده شده است مشخص می‌کند. عدم دقت شکلی که شما رسم کرده‌اید با توجه به خطوط سمت چپ بار q ــ و سمت راست q + روشن می‌شود.



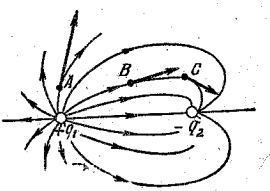
شکل (۸۷ ــ الف)



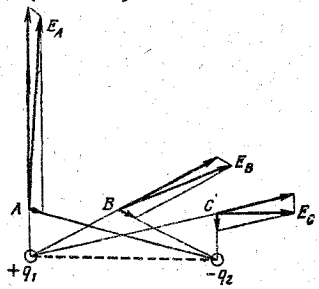
شکل (۸۸ ــ الف)



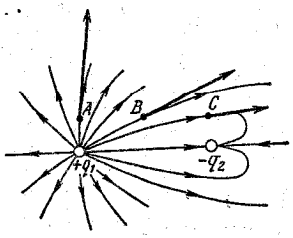
شکل (۸۷ ــ ب)



شکل (۸۸ ــ ب)



شکل (۸۷ ــ ج)



شکل (۸۸ ــ ج)

فرض کنید که بار q_1+ از لحاظ مقدار دو برابر شود و بار q_2 – نصف گردد. شکل (۸۷ – ب). بازهم سه نقطه A و B و C را انتخاب می‌کنیم و بردارهای E_A و E_B و E_C را به‌دست می‌آوریم. درشکل (۸۸ – ب) خطوط نیروی مربوط به‌این بردارها رسم شده است. بالاخره اگر بار دیگر q_1 را دو برابر و q_2 را نصف کنیم شکل (۸۷ – ج) و به‌ترتیب فوق عمل کنیم خطوط نیروی شکل (۸۸– ج) را به‌دست خواهیم آورد.

همانطور که می‌بینید هر قدر که بار q_1 + بیشتر می‌شود اثر آن قویتر می‌شود و میدان آن بر میدان مربوط به q_2 – فشار وارد می‌آورد.

الف – حالا معنای خطوط نیروی اطراف بار الکتریکی برایم روشن شد.

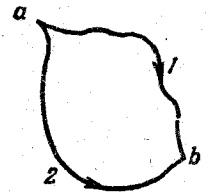
معلم – به‌بحث خود در مورد میدان الکترواستاتیک ادامه بدهیم. این میدان دارای خاصیت مهمی است که آن را در ردیف جاذبه قرار می‌دهد. این خاصیت‌آن است که: کار انجام شده به‌وسیله نیروهای میدان در یک مسیر مسدود همواره برابر با صفر می‌شود. به‌عبارت دیگر هنگامی که بار الکتریکی در میدان حرکت می‌کند و بار دیگر به‌محل اولیه خود برمی‌گردد کاری که به‌وسیله نیروهای میدان انجام شده است برابر با صفر است. این کار در بعضی از بخشهای مسیر مثبت و در بخشهای دیگر منفی است و جمع همه این مقادیر صفر می‌شود. از این خاصیت نتایج مهمی گرفته می‌شود. می‌توانید این نتایج را بیان کنید؟

ب – خیر.

معلم – خوب من به‌شما کمک می‌کنم. شما احتمالا" متوجه شده‌اید که خطوط نیروی میدان الکترواستاتیک مسدود نیستند. چون هر خط از بار الکتریکی مثبت شروع و به‌بار منفی ختم می‌شود یا به‌سوی بی‌نهایت می‌رود (یا از بی‌نهایت می‌آید). آیا می‌توانید این شرایط را با خاصیتی که در بالا در مورد میدان الکترواستاتیک گفتم ارتباط بدهید؟

ب – فکر می‌کنم بتوانم. اگر یک خط نیرو در میدان الکترو استاتیک مسدود باشد با تعقیب آن به‌نقطه اول حرکت می‌رسیم. اگر بار در راستای یک خط نیرو حرکت کند علامت کار انجام شده تغییر نمی‌کند و در نتیجه کار برابر با صفر نمی‌شود. از طرف دیگر کاری که در یک

راستای مسدود صورت می‌گیرد برابر با صفر است. بنابراین خطوط نیروی میدان نمی‌توانند مسدود باشند.



- شکل (۸۹)

معلم ــ کاملا" درست است. یک نتیجه دیگر از خاصیت میدان الکترواستاتیک گرفته می‌شود: کاری که در حرکت یک بار الکتریکی از نقطه‌ای به‌نقطه دیگر صورت می‌گیرد به‌مسیر انجام کار بستگی ندارد. به عنوان مثال می‌توان بار الکتریکی را از نقطه a از طریق مسیر ۱ یا ۲ به‌نقطه b رساند. شکل (۸۹) اگر کار انجام یافته در مسیر ۲ را A_2 بنامیم و مدار کاملی از a به b از مسیر ۱ و از b به a از مسیر ۲ انتخاب کنیم، مجموع کار صورت گرفته در یک دور کامل برابر با $A_1 + (-A_2) = A_1 - A_2$ خواهد شد. چون کار صورت گرفته در یک مدار مسدود با صفر برابر است نتیجه می‌گیریم که $A_1 = A_2$. این واقعیت که کار مربوط به حرکت بار الکتریکی از مسیر مستقل است و تنها به‌نقطه شروع و خاتمه کار بستگی دارد، شاخص چگونگی میدان است. بدین ترتیب پای شاخص دیگری به‌میان می‌آید: پتانسیل. پتانسیل برعکس شدت میدان کمیتی غیر برداری است که بر حسب کار انجام یافته بیان می‌شود.

ب ــ در دبیرستان خوانده‌ایم که پتانسیل میدان هیچ معنای فیزیکی ندارد و تنها اختلاف پتانسیل میان هر دو نقطه میدان از لحاظ فیزیکی معنا دار است.

معلم ــ حق با شما است. با بحثی که داشتیم می‌توانیم اختلاف پتانسیل را دقیقا" تعریف کنیم: اختلاف پتانسیل میان دو نقطه a و b

از یک میدان (که به‌صورت $\phi_a - \phi_b$ نوشته می‌شود) و خارج قسمت کار انجام شده به‌وسیله نیروهای میدان در هنگام حرکت بار q_0 از a به b بر مقدار بار q_0 است. یعنی:

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{A_{a \to b}}{q_0} \qquad (۱۳۲)$$

اگر از حضور میدان در فاصله بی‌نهایت دور صرفنظر کنیم (یعنی $\varphi_\infty = 0$) رابطه ۱۳۲ به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\varphi_a = \frac{A_{a \to \infty}}{q_0} \qquad (۱۳۳)$$

بدین ترتیب می‌توان پتانسیل میدان در هر نقطه را برحسب کار صورت گرفته به‌وسیله نیروهای میدان در هنگام حرکت بار مثبت واحد از نقطه مورد نظر تا بی‌نهایت تعیین کرد. اگر کار به‌وسیله نیروهای میدان صورت نگیرد بلکه در برابر نیروهای میدان انجام شود، پتانسیل هر نقطه کاری است که برای انتقال بار مثبت واحد از بی‌نهایت تا نقطه مورد نظر انجام می‌شود. طبعاً" این تعریف نمی‌تواند محملی برای اندازه‌گیری عملی پتانسیل میدان در هر نقطه باشد چون ما به‌بی‌نهایت دسترسی نداریم و درست به‌همین دلیل است که می‌گوئیم پتانسیل میدان دارای معنای فیزیکی نیست در حالیکه اختلاف پتانسیل دارای معنا است. می‌توان گفت که پتانسیل در هر نقطه را می‌توان با دقت یک ثابت دلخواه تعیین کرد و این ثابت عبارت است از مقدار پتانسیل در بی‌نهایت. ما پتانسیل را نسبت به‌این مقدار می‌سنجیم. برای اطمینان خاطر، مقدار پتانسیل در بی‌نهایت را صفر می‌گیریم.

در محدودهٔ این فرضیات، پتانسیل میدانی که در اطراف بار نقطه‌ای q_1 ایجاد می‌شود در نقطه‌ای به‌فاصله r از بار برابر است با:

$$\varphi(r) = \frac{q_1}{r}$$

در محاسبه پتانسیل میدان مربوط به چند بار در فاصله $\vec{r}$ هم اشکالی وجود ندارد .

ب ــ می‌توانیم پتانسیل‌های مربوط به چند بار را به‌طور جداگانه $\varphi_1(\vec{r})$ $\varphi_2(\vec{r})$ و ... بنامیم و پتانسیل کل را از جمع جبری این پتانسیل‌ها بدست آوریم :

$$\varphi(\vec{r}) = \varphi_1(\vec{r}) + \varphi_1(\vec{r}) + \cdots \qquad (۱۳۵)$$

در این حاصل جمع ، پتانسیلهای مربوط به‌بارهای منفی را با علامت منفی و مربوط به‌بارهای مثبت‌را با علامت مثبت به‌کار می‌بریم .

معلم ــ کاملا" صحیح. حالا بگذارید کمی هم دربارهٔ سطوح هم پتانسیل صحبت کنیم . مکان هندسی نقاطی از میدان که پتانسیل آنها یکی است سطوح هم‌پتانسیل خوانده می‌شوند . بر هر نقطه میدان یک خط نیرو و یک سطح هم‌پتانسیل‌می‌گذرد . حالت این خط‌و سطح نسبت به‌هم چگونه است ؟

ب ــ در هر نقطه خط‌نیرو بر سطح هم‌پتانسیل عمود است .

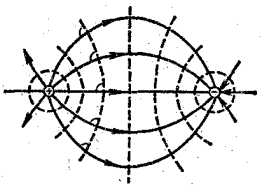
معلم ــ می‌توانید این موضوع را ثابت کنید .

ب ــ احتمالا" خیر .

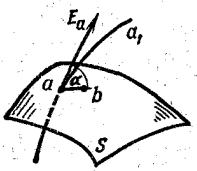
معلم ــ اثبات آن چندان دشوار نیست . فرض‌کنید خط نیروی aa_1 و سطح هم‌پتانسیل S شکل (۹۰) از نقطه a می‌گذرند . شدت میدان در نقطه a را با بردار $\vec{E}_a$ نشان می‌دهیم . اگر بار q_0 را از نقطه a به‌نقطه دیگری مانند b که بر روی سطح هم‌پتانسیل قراردارد منتقل کنیم و فاصله a تا b را که بسیار کوتاه است با ΔL نشان دهیم کاری که در این جابه‌جائی صورت می‌گیرد از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

$$A = F_e \Delta L \cos\alpha = E_a q_0 \Delta L \cos\alpha \qquad (۱۳۶)$$

در این رابطه α زاویه بین بردار $\vec{E}_a$ و راستای حرکت است .



شکل (۹۱)



شکل (۹۰)

این مقدار کار را می‌توان به‌صورت اختلاف پتانسیل میان نقاط a و b نشان داد:

$$A = q_0 (\varphi_a - \varphi_b) \qquad (۱۳۷)$$

چون هر دو نقطه a و b بر روی یک سطح هم‌پتانسیل واقعند $\varphi_a = \varphi_b$ و با توجه به‌این‌تساوی، کار A در رابطه (۱۳۷) صفر می‌شود. اگر این نتیجه را در رابطه (۱۳۶) به‌حساب بیاوریم خواهیم داشت:

$$E_a \; q_0 \; \Delta L \; Cos\alpha = 0 \qquad (۱۳۸)$$

از میان عوامل سمت چپ این رابطه تنها $Cos\alpha$ می‌تواند صفر باشد که از آن نتیجه می‌شود که $\alpha = 90^\circ$. می‌دانید که این نتیجه را در مورد هر راستای حرکت از a به b می‌توان به‌دست آورد به‌شرط‌آنکه حرکت در محدوده سطح هم‌پتانسیل S باشد. انحنای سطح S بر محاسبات ما اثری نمی‌گذارد چون ΔL بسیار کوچک است.

برای نمایش میدان الکترو استاتیک علاوه بر خطوط میدان از مقاطع سطوح هم‌پتانسیل هم استفاده می‌شود. با استفاده از خاصیت عمود بودن خطوط نیرو بر سطوح هم‌پتانسیل می‌توان با در دست داشتن یکی از آنها دیگری را به‌دست آورد. (خطاب به‌الف) آیا می‌توانید در شکل (۸۸ ــ الف) مقاطع سطوح‌هم‌پتانسیل را رسم کنید؟ برای آن که این

مقاطع با خطوط نیرو اشتباه نشوند آنها را با خط نقطه‌چین مشخص کنید.

الف ــ خطوط نقطه‌چین را طوری رسم می‌کنم که در همه‌حال بر خطوط نیرو عمود باشند شکل (۹۱).

معلم ــ شکلی که رسم کرده‌اید درست است.

۲۴) خطوط نیرو در مجاورت سطح اجسام رسانا چه وضعی دارند؟

معلم ــ ببینیم وضع یک جسم رسانا در میدان الکترو استاتیک به چه صورتی در می‌آید. می‌دانید که هر جسم رسانا در میدان الکتریکی با کمیتی به‌نام ظرفیت مشخص می‌شود، ولی چرا همواره از ظرفیت صحبت می‌شود و از دی الکتریک نامی به‌میان نمی‌آید؟

الف ــ نمی‌دانم.

معلم ــ ظرفیت یک رسانای منفرد را را چطور تعریف می‌کنید؟

الف ــ ظرفیت عبارت است از مقدار الکتریسیته‌ای که به رسانا داده می‌شود تا پتانسیل آن به‌اندازه یک واحد افزایش یابد.

معلم ــ توجه داشته باشید که حالا شما از پتانسیل به‌عنوان یکی از مشخصات جسم صحبت‌می‌کنید، در حالیکه تا حالا آن را از مشخصات میدان حساب می‌کردیم که از نقطه‌ای به‌نقطه دیگر مقدار آن تغییر می‌کرد. پتانسیل تابع مختصات هر نقطه از میدان است. آیا می‌توانیم آنرا یکی از مشخصات جسم بدانیم؟ و اگر می‌توانیم چرا؟

ب ــ اگر جسم رسانا باشد این موضوع ممکن است. واقعیت این است که تمام نقاط جسم رسانائی که در میدان الکتریکی قرار گرفته است دارای پتانسیل مساوی هستند. جسم رسانا جسم هم‌پتانسیل است.

معلم ــ این ادعا را برچه اساسی بیان می‌کنید؟

ب ــ جسم رسانا دارای بارهای آزاد است. بنابراین اگر اختلاف پتانسیل در کار باشد، جریان الکتریکی ایجاد خواهد شد و این موضوع غیر ممکن است.

معلم کاملا" صحیح است. می‌توان گفت هنگامی که جسم رسانا در میدان الکتریکی واقع می‌شود، بارهای آزاد آن چنان توزیع می‌شود که

شدت میدان در داخل جسم همواره صفر باشد. این امر باعث می‌شود که تمام نقاط سطح و درون جسم هم‌پتانسیل بمانند. یکنواخت بودن پتانسیل تمام نقاط جسم به‌ما اجازه می‌دهد که درباره پتانسیل جسم رسانا بحث کنیم. باید اشاره کنم که در دی الکتریک بار آزاد وجود ندارد و بنابراین توزیع مجدد بار اتفاق نمی‌افتد. بارهای آزاد در جسم رسانا چگونه توزیع می‌یابند؟

ب ــ این‌بارها در روی سطح متمرکز می‌شوند و هرچقدر انحنای یک بخش از سطح رسانا بیشتر باشد بارها در آن‌جا متراکم‌تر خواهند بود و حداکثر مقدار بار در نقاط نوک‌تیز جمع می‌شود.

معلم ــ کاملا" صحیح. حالا روشن شد که چرا ما جسم رسانا را در میدان الکتریکی، جسم هم‌پتانسیل می‌خوانیم. از این موضوع نتیجه می‌گیریم که سطح هر جسم رسانا در میدان الکتریکی یک سطح هم‌پتانسیل است. براساس این تصور بگوئید خطوط نیروی میدان در مجاورت سطح جسم رسانا چه وضعیتی دارند؟

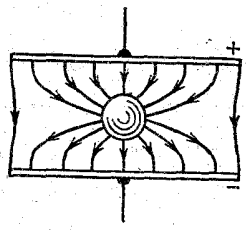
ب ــ چون این خطها باید همواره بر سطح هم‌پتانسیل عمود باشند پیداست که با سطح زاویهٔ قائمه می‌سازند.

معلم ــ متاءسفانه بسیاری از دانش‌آموزان این موضوع را نمی‌دانند. شما به‌راحتی می‌توانید خطوط نیروی میدان را در یک خازن متوازی السطوح که یک جسم فلزی کره‌ای در میان دو سطح آن قرار گرفته است رسم کنید. البته معمولا" دانش آموزان در برخورد با این نوع مسائل گیج می‌شوند.

ب ــ خطوط نیرو باید هم بر صفحات خازن و هم بر سطح جسم کروی عمود باشند بنابراین شکل این خطوط مانند شکلی است که در شکل (۹۲) دیده می‌شود.

معلم ــ درست است. نمی‌دانم چرا بچه‌ها متوجه نمی‌شوند که خطوط میدان باید از کره فلزی بگذرد.

حالا به‌این مسأله توجه کنید، یک بار نقطه‌ای $+q$ در فاصله r از سطح زمین واقع است. این‌بار باید باری با علامت مخالف در زمین القا کند. در نتیجه نیروی جاذبه الکتریکی میان این بار و زمین ایجاد

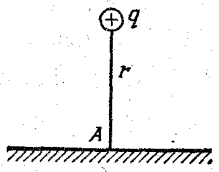


شکل (۹۲)

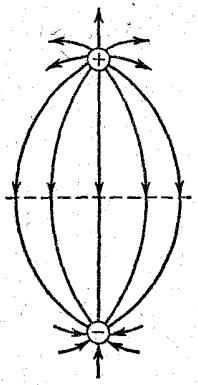
می‌شود . این نیرو را حساب کنید . لطفا" هر دوی شما به‌حل این مسأله بپردازید .

الف ــ باری که در زمین القا می‌شود باید برابر $q+$ باشدبنابراین نیروی جاذبه باید به‌اندازه $\frac{q^2}{r}$ باشد .

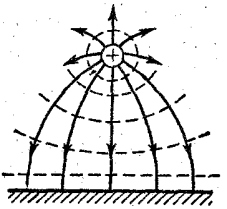
ب ــ من موافق نیستم . الف فرض کرده است که بار القا شده در زمین در یک نقطه متمرکز است (نقطه A شکل ۹۳ الف) در حالیکه عملا" بار القا شده در سطح زمین توزیع می‌شود . به‌این دلیل از پیش می‌دانیم که نیرو از $\frac{q^2}{r}$ کمتر خواهد بود .



شکل (۹۳ ــ الف)



شکل (۹۳ ــ ج)



شکل (۹۳ ــ ب)

معلم ــ کاملا" موافقم . در این صورت چطور می‌توانیم این نیرو را محاسبه کنیم ؟

ب ــ به‌نظر من باید اول میدان الکتریکی میان بار q و سطح زمین را امتحان کنیم . سطح زمین یک سطح هم‌پتانسیل است ، در نتیجه سطوح هم‌پتانسیل در نزدیکی سطح زمین تقریبا" مسطح خواهند بود و در عین حال این سطوح در نزدیکی بار q باید به‌شکل کروی باشند . با توجه به‌این معلومات می‌توانیم مقطع سطوح هم پتانسیل را رسم کنیم . پس از رسم این مقاطع خطوط میدان را عمود بر آنها رسم می‌کنیم . در شکل (۹۳ ــ ب) خطوط پر ، نمایش‌خطوط نیروی میدان‌وخطوط نقطه‌چین ، نشان دهنده مقاطع سطوح هم پتانسیل است .

معلم ــ لطفا" ، همین خط استدلال را ادامه بدهید . خطوط میدان در شکل (۹۳ ــ ب) شمارا به یاد چه موضوعی می‌اندازد ؟

ب ــ این خطوط تا حد زیادی شبیه به خطوط نیروی میدان میان دو بار نقطه‌ای مساوی و مختلف العلامه است . این تصویر را در سمت راست رسم می‌کنیم شکل (۹۳ ــ ج) حالا همه‌چیز روشن است . در هر دو مورد شکل میدان درنزدیکی بار $q+$ مشابه است . براساس رابطه (۱۳۰) این امر نشان می‌دهد که در هر دو مورد مقدار نیروئی که بر $q+$ وارد می‌شود مساوی است ، پس نیروی مورد نظر برابر است با $\frac{q^2}{4\pi r^2}$.

معلم ــ استدلال شما جای حرف ندارد . این مسأله نشان می‌دهد که مفهوم میدان تا چه حد می‌تواند به‌ما کمک کند .

۲۵) حرکت در میدان الکترو استاتیک یکنواخت را چگونه بررسی می‌کنید؟

معلم ــ فرض کنید یک بار الکتریکی در یک میدان یکنواخت یعنی میدانی که شدت آن E هم از لحاظ مقدار و هم از لحاظ راستا و جهت در همه نقاط میدان یکسان است حرکت کند. میدان الکتریکی بین دو صفحه موازی یک خازن را می‌توان میدان یکنواخت به‌شمار آورد. آیا بین این مساله و مساله بخش پیش شباهتی وجود دارد.

ب ــ به‌نظر من این مساله شباهت زیادی به‌حرکت جسم در میدان جاذبه دارد. در فواصل نسبتا" کوتاه، میدان جاذبه زمین را می‌توان یکنواخت به‌حساب آورد.

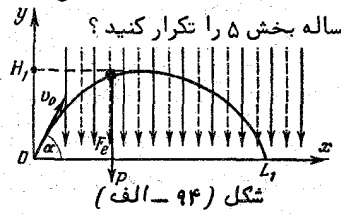
معلم ــ کاملا" درست است. در میدان الکترو استاتیک نیروئی که بر جسم وارد می‌شود از رابطه $F = Eq$ به‌دست می‌آید که به‌جسم شتابی برابر با $a = \frac{Eq}{m}$ می‌دهد. در میدان جاذبه، نیرو از رابطه $P = mg$ به‌دست می‌آید و شتاب حرکت جسم برابر با g است. در این روابط، m جرم و q بار الکتریکی جسم است.

معلم ــ خوب است همه بچه‌ها بدانند که حرکت هر جسم در هر میدان یکنواخت از لحاظ علم‌الحرکات یکسان است. تنها اختلاف در مقدار نیروئی است که در هر میدان بر جسم وارد می‌شود. حرکت جسم باردار در میدان الکتریکی یکنواخت درست نظیر حرکت یک قطعه سنگ در میدان جاذبه زمین است. بگذارید مساله‌ای را در نظر بگیریم که در آن جسم به‌طور همزمان در دو میدان الکتریکی و جاذبه حرکت کند: جسمی به‌جرم m و بار $q+$ با زاویه α به‌نسبت به افق با سرعت اولیه V_0 به‌سمت بالا پرتاب می‌شود. جسم به‌طور همزمان در میدان جاذبه و میدان الکتریکی به‌شدت E حرکت می‌کند. خطوط نیروی هر دو میدان به

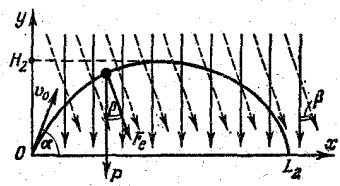
طور قائم رو به پائین هستند شـــکل (۹۴ ــ الف) تعیین کنید زمان پرتاب (T_1) و دامنه یا برد حرکت (L_1) و حداکثر ارتفاع یا اوج (T_1) حرکت را.

ب ــ دو نیرو بر جسم وارد می‌شود. نیروی وزن یعنی $P=mg$ و نیروی الکتریکی یعنی $Fe = Fq$. در این مسأله این نیروها باهم موازیند. با روشی که دربخش ۵ دیدیم، سرعت اولیه را به دو مولفه در دو راستا تجزیه می‌کنیم . . .

معلم ــ (در حالی که سخنان ب را قطع می‌کند) صبر کنید! آیا می‌خواهید حل مساله بخش ۵ را تکرار کنید؟



شکل (۹۴ ــ الف)



شکل (۹۴ ــ ب)

ب ــ بله، اما کمی مختصرتر.

معلم ــ احتیاجی نیست. می‌توانید مستقیما" از نتایج تساویهای (۱۵) و (۱۶) و (۱۷) استفاده کنید. فقط توجه داشته باشید که حالا جسم در میدان جاذبه قویتری حرکت می‌کند که با شتـــاب $g + \frac{Eq}{m}$ مشخص می‌شود. اگر در معادلات ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ به‌جای g مقدار:

$$(g + \frac{Eq}{m}) \qquad (۱۳۹)$$

را قرار دهیم خواهیم داشت:

$$T_1 = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g + \frac{Eq}{m}} \qquad (۱۴۰)$$

$$L_1 = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g + \frac{Eq}{m}} \qquad (۱۴۱)$$

$$H_1 = \frac{1}{2} \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{g + \frac{Eq}{m}} \qquad (۱۴۲)$$

الف ــ در این جا یک نکته هست که من آنرا نمی‌فهمم . در مقایسه با مسأله بخش ۵ یک نیروی اضافی F_e به‌جسم وارد می‌شود . این نیرو بطور قائم رو به‌طرف پائین وارد می‌شود و بنابراین نباید بر حرکت افقی جسم اثری داشته باشد . پس چرا در حل مساله این نیرو بر مقدار برد L_1 اثر می‌گذارد ؟

معلم ــ برد حرکت به‌زمان پرتاب بستگی دارد و این زمان با توجه به‌حرکت قائم جسم تعیین می‌شود .

حالا اجازه بدهید در شرایط مساله تغییر مختصری ایجاد کنیم .

فرض کنید که خطوط نیروی میدان الکتریکی با راستای قائم زاویه‌ای برابر با β بسازد . (تصویر ۹۴ ــ ب) بازهم T_2 و L_2 و H_2 را حساب کنید .

الف ــ ابتدا F_e را به دو مؤلفه قائم ($F_e\cos\beta$) و افقی ($F_e\sin\beta$) تجزیه می‌کنیم . این مسأله مرا به‌یاد مسأله‌ای که در بخش ۵ در مورد باد داشتیم می‌اندازد . در این مسأله مؤلفه $F_e\sin\beta$ نقش نیروی باد را بازی می‌کند .

معلم ــ کاملا" درست است . تنها به‌یاد داشته باشیدکه برعکس آن مسأله در این‌جا ما نیروی قائم متفاوتی داریم : $mg + F_e\cos\beta$.

الف ــ من از روابط ۱۵ و ۱۶ و ۱۸ استفاده می‌کنم و در آن به‌جای g و $\frac{F}{p}$ مقادیر زیر را قرار می‌دهم :

$$\left.\begin{array}{ll} \text{به‌جای } g\text{،} & \left(g + \frac{Eq\cos\beta}{m}\right) \\ \text{به‌جای } \frac{F}{P}\text{،} & \frac{Eq\sin\beta}{mg + Eq\cos\beta} \end{array}\right\} \quad (۱۴۳)$$

در نتیجه روابط زیر به‌دست می‌آید :

$$T_۲ = \frac{۲V_۰ \sin\alpha}{g + \frac{Eq\cos\beta}{m}} \quad (۱۴۴)$$

$$= \frac{V_۰^۲ \sin ۲\alpha}{g + \frac{Eq\cos\beta}{m}} \left(۱ + \frac{Eq\sin\beta\ tg\ \alpha}{mg + Eq\cos\beta}\right) \quad (۱۴۵)$$

$$H_۲ = \frac{۱}{۲} \frac{V_۰^۲ \sin^۲\alpha}{g + \frac{Eq\cos\beta}{m}} \quad (۱۴۶)$$

معلم ــ کاملا" درست است. متاءسفانه غالب دانش‌آموزان از کشف مشابهت میان حرکت در میدان جاذبه و حرکت در میدان الکتریکی یکنواخت عاجزند. در نتیجه این نوع مسائل به‌نظرشان سخت می‌آید.

الف ــ ما این نوع مسائل را قبلا" نداشته‌ایم. تنها مسائل مشابهی که داشته‌ایم به‌حرکت الکترن در میان صفحات موازی خازن مربوط می‌شد که در آن تاءثیر میدان جاذبه نادیده گرفته می‌شود. تا آن جا که یادم می‌آید این نوع مسائل خیلی مشکل به‌نظر می‌رسید.

معلم ــ همه این مسائل موارد خاصی از مساله شکل (۹۴ ــ الف) هستند و در حرکت الکترون در خازن از اثر میدان جاذبه صرفنظر می‌شود. بگذارید مسأله‌ای مطرح کنیم :

الکترونی که سرعت حرکت آن $V_۱$ است با زاویه $\alpha_۱$ نسبت به افق وارد خازن متوازی السطوح می‌شود و با زاویه $\alpha_۲$ آنرا ترک می کند شکل (۹۵). طول صفحه خازن را L بگیرید. شدت میدان الکتریکی خازن E و انرژی جنبشی الکترون هنگام ترک خازن را تعیین کنید. m جرم و q بار الکتریکی الکترن معلوم است. من سرعت الکترن را هنگام

خروج از خازن V_2 می‌گیرم . سرعتی که الکترون به‌موازات صفحات خازن دارد ثابت است و زمان حرکت الکترون بین صفحات خازن از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

$$T = \frac{L}{V_1 \cos\alpha_1}$$

مؤلفه‌های قائم سرعت حرکت الکترن در آغاز و پایان مسیر با رابطه حرکت با شتاب ثابت با هم ارتباط می‌یابند :

$$V_2 \sin\alpha_2 = V_1 \sin\alpha_1 - \frac{Eq}{m} T =$$

$$V_1 \sin\alpha_1 - \frac{Eq}{m} \frac{L}{V_1 \cos\alpha_1}$$

از این رابطه شدت میدان الکتریکی خازن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید :

$$E = (tg\ \alpha_1 - tg\ \alpha_2) \frac{mV_1^2 \cos^2\alpha_1}{qL} \qquad (۱۴۷)$$

انرژی جنبشی الکترون هنگام خروج عبارت است از :

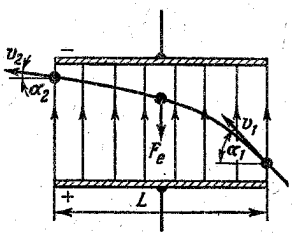
$$\frac{1}{2} mV_2^2 = \frac{1}{2} mV_1^2 \frac{\cos^2\alpha_1}{\cos^2\alpha_2} \qquad (۱۴۸)$$

آیا همه‌چیز روشن است ؟

الف ــ بله .

معلم ــ یک مساله جالب دیگر موضوع نوسان پاندولی است که گلوله آن باردار شده و در میدان الکتریکی یک خازن متوازی السطوح قرار گرفته است . به‌این مساله توجه کنید :

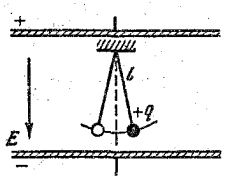
گلوله‌ای‌به‌جرم m و بار الکتریکی q از نخ باریکی به طول L در



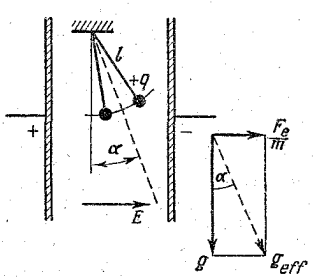
شکل (۹۵)

میان دو صفحه یک خازن مسطح آویزان شده است. شدت میدان درون خازن E است و خطوط نیروی میدان به‌طرف پائین کشیده شده‌اند. شکل (۹۶ ــ الف) زمان تناوب نوسان این پاندول را به‌دست آورید.

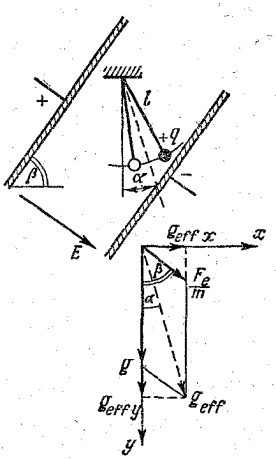
ب ــ چون در این مورد خطوط نیروی میدان الکتریکی و میدان جاذبه هم راستا و هم جهتند می‌توان رابطه ۷۵ را که مخصوص پاندول معمولی است با قراردادن $(g+\frac{Eq}{m})$ به‌جای g بکار برد. بنابراین:



شکل (۹۶ ــ الف)



شکل (۹۶ ــ ب)



شکل (۹۶ ــ ج)

$$T = ۲\pi \sqrt{\frac{L}{g + \frac{Eq}{m}}} \qquad (۱۴۹)$$

معلم ــ کاملا" درست است. همانطور که می‌بینید اگر به مشابهت میان مسائل مربوط به میدانها توجه داشته باشید حل این نوع مسائل بسیار ساده است.

الف ــ روابط ۱۴۹ و ۷۷ از لحاظ ساخت به‌هم شبیهند.

معلم ــ حرف صحیحی است. فقط در رابطه ۷۷ آن چه به شتاب افزوده می‌شود به شتاب دستگاه اینرسی مرجع مربوط می‌شود (یعنی دستگاهی که نوسان پاندول در آن مورد تحقیق قرار می‌گیرد) و در رابطه ۱۴۹ شتاب اضافی به تأثیر جاذبه اضافی مربوط می‌شود. اگر علامت بارهای صفحات خازن معکوس شود این روابط چه تغییری می‌کند؟

الف ــ پرید از رابطه

$$T = ۲\pi \sqrt{\frac{L}{g - \frac{Eq}{m}}} \qquad (۱۵۰)$$

به‌دست می‌آید.

معلم ــ بسیار خوب. اگر شدت میدان را به‌تدریج زیاد کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟

الف ــ پرید زیاد می‌شود و در $E = \frac{mg}{q}$ به بی‌نهایت می‌رسد و اگر E همچنان زیاد شود باید پاندول به‌جای آویزان کردن از صفحه بالائی خازن به صفحه پائینی وصل کنیم.

معلم ــ رابطه زمان تناوب (پرید) در این حالت به چه صورت درمی‌آید؟

الف ــ

$$T = ۲\pi \sqrt{\frac{L}{\frac{Eq}{m} - g}} \qquad (۱۵۱)$$

معلم ــ بسیار خوب. بگذارید مسأله را کمی پیچیده‌تر کنیم: آونگی را در نظر بگیرید که به‌جای نوسان کردن در میان صفحات خازنی

که بطور افقی قرار گرفته‌اند درمیان صفحات خازنی که قائم ایستاده است نوسان کند. شکل (۹۶ ــ ب) در این مورد شتابهای g و $\frac{Eq}{m}$ بر یکدیگر عمودند. پرید نوسان آونگ و زاویه‌ای‌راکه‌راستای پاندول در حالت تعادل با راستای قائم می‌سازد تعیین کنید.

ب ــ اگر شیوه استدلال مربوط به بخش ۱۲ را بکار ببریم به‌این نتیجه می‌رسیم:

۱) زمان تناوب نوسان بر حسب شتاب موءثر یعنی g_{eff} بیان می‌شود که جمع برداری شتاب‌های جاذبه زمین و میدان الکترو استاتیک است.

۲) راستای تعادل نخ آونگ بر بردار شتاب موءثر منطبق است این راستا در شکل (۹۶ ــ ب) به‌وسیله نقطه چین نشان داده شده است. بنابراین:

$$T = ۲\pi \sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^۲ + (\frac{Eq}{m})^۲}}} \qquad (۱۵۲)$$

و

$$tg\alpha = \frac{\frac{Eq}{m}}{g} \qquad (۱۵۳)$$

معلم ــ کاملا" درست است. فکر می‌کنم حالا دیگر بتوانیم به مسأله کلی که در آن صفحات خازن با افق زاویه β می‌سازند بپردازیم شکل (۹۷ ــ ج). در این مساله هم پرید نوسان و زاویه میان راستای تعادل نخ آونگ و راستای قائم را تعیین می‌کنیم.

ب ــ در این جا هم مانند مسأله پیش، شتاب موءثر مجموع برداری شتابهای جاذبه زمین و میدان الکتریکی خازن و راستای آن همان راستای تعادل نخ آونگ است. با استفاده از قانون کسینوس‌ها مقدار این شتاب به‌دست می‌آید:

$$g_{eff}^{۲} = g^{۲} + (\frac{Eq}{m})^{۲} + ۲g\frac{Eq}{m}\cos\beta$$

و در نتیجه:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{Eq}{m}\right)^2 + 2g\,\frac{Eq}{m}\cos\beta}}} \qquad (۱۵۴)$$

مقدار زاویه α هم از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\tan\alpha = \frac{g_{eff\,x}}{g_{eff\,y}} = \frac{\frac{Eq}{m}\sin\beta}{g + \frac{Eq}{m}\cos\beta} \qquad (۱۵۵)$$

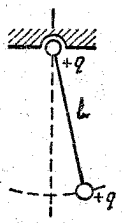
معلم ــ پاسخ درستی است. می‌بینیم اگر $\beta = 0$ باشد نتایج باید همان نتایج مسأله مربوط به صفحات افقی و در صورتی که $\beta = 90^\circ$ باشد نتایج همان نتایج مسأله مربوط به صفحات قائم بشود. لطفا" ببینید همین طور است؟

ب ــ اگر $\beta = 0$ باشد، $\cos\beta = 1$ و $\sin\beta = 0$. در این حالت رابطه ۱۵۴ به رابطه ۱۴۹ تبدیل می‌شود و $\beta = 0$ tg می‌گردد یعنی حالت تعادل نخ حالت قائم است. اگر $\beta = 90^\circ$ شود $\cos\beta = 0$ و $\sin\beta = 1$. در این صورت رابطه ۱۵۴ به رابطه ۱۵۲ تبدیل می‌شود و تساوی ۱۵۵ به تساوی ۱۵۳ بدل می‌شود.

معلم ــ فکر می‌کنم دیگر موضوع نوسان آونگ میان صفحات خازن مسطح برای همه ما کاملا" روشن باشد.

برای نتیجه‌گیری از شما می‌خواهم که پرید نوسان پاندولی را به‌دست آورید که گلوله آن باردار است و در نقطه آویز آن باری مساوی و همنام با بار گلوله وجود دارد شکل (۹۷) البته در این مسأله از خازن خبری نیست.

الف ــ به موجب قانون کولن، گلوله آونگ با نیروئی برابر با $\frac{q^2}{L^2}$ از نقطه آویز رانده می‌شود. این نیرو شتابی برابر با $\frac{q^2}{L^2 m}$ به گلوله وارد می‌آورد. این شتاب باید در محاسبه زمان تناوب در نظر گرفته شود. در نتیجه پرید از رابطه:



شکل (۹۷)

$$T = ۲\pi \sqrt{\frac{L}{g + \frac{q^۲}{L^۲ m}}} \qquad (۱۵۶)$$

به‌دست می‌آید .

معلم (خطاب به ب) ــ آیا شما هم با این نتیجه موافقید ؟

ب ــ خیر ، برای آن که رابطه ۱۵۶ درست باشد باید شتاب $\frac{q^۲}{L^۲ m}$ همیشه در راستای قائم و رو به پائین باشد و در عمل فقط هنگامی که نخ آونگ در حالت تعادل است این شتاب در راستای قائم واقع می‌شود . بنابراین رابطه ۱۵۶ درست نیست ، اما من هم نمی‌توانم رابطه صحیح آنرا به‌دست بیاورم .

معلم ــ همین‌قدر که تشخیص دادید رابطه ۱۵۶ غلط است قدم مهمی است . در این مورد خاص ، نیروی الکتریکی همواره در راستای نخ آونگ عمل می‌کند و به‌وسیله عکس‌العمل یا کشش نخ خنثی می‌شود . بدین ترتیب نیروی الکتریکی ، نیروی برگرداننده نیست و در نتیجه بر زمان تناوب آونگ اثر نمی‌گذارد .

ب ــ آیا منظور این است که نوسان این آونگ با نوسان آونگی که گلوله بدون بارد دارد یکی است و از رابطه ۷۵ به‌دست می‌آید ؟

معلم ــ دقیقاً . در این مورد خاص ، میدان الکتریکی را نمی‌توان به‌هیچ وجه یک میدان یکنواخت به‌حساب آورد و میان آن و میدان جاذبه مشابهتی وجود ندارد .

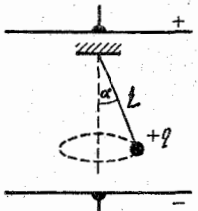
مسائل :

۴۵ ــ یک الکترن در راستائی موازی صفحات خازن در فاصله ۴ سانتی‌متری صفحه مثبت که طول آن ۱۵ سانتی‌متر است حرکت می‌کند. اگر شدت میدان خازن $500\ V/m$ (ولت بر متر) باشد، چقدر طول می‌کشد تا الکترن روی این صفحه بیفتد؟

حداقل سرعتی که الکترن باید داشته باشد تا بدون افتادن بر روی صفحه از خازن خارج شود چقدر است؟ جرم الکترن $9\times10^{-28}g$ و بار آن $4/8\times10^{-10}esu$ (واحد الکترو استاتیک).

۴۶ ــ الکترونی با سرعت $3\times10^{6}\ m/s$ موازی با صفحات یک خازن به‌آن وارد می‌شود. اگر الکترن با زاویه ۳۰° نسبت به‌صفحات خازن از خازن بیرون بپرد، شدت میدان چقدر است؟ طول صفحات خازن $20\ cm$ و جرم و بار الکترن همان است که در مسأله ۴۵ بیان شده است.

۴۷ ــ گلوله‌ای به‌جرم m که از نخی به‌طول L آویزان شده و دارای بار الکتریکی $q+$ است درخازن مسطحی که شدت میدان آن E است با حرکت یکنواخت در یک مسیر دایره‌ای می‌چرخد شکل (۹۸) زاویه راستای نخ آونگ با راستای قائم α است تعیین کنید کشش نخ و انرژی جنبشی گلوله را.



شکل (۹۸)

۴۸ ــ دو گلوله به‌جرم m_1 و m_2 و با بار الکتریکی $+q_1$ و $+q_2$ بوسیله نخی که از روی یک قرقره ثابت می‌گذرد بهم وصل شده‌اند اگر این مجموعه را در میدان الکتریکی که خطوط نیروی آن به طور قائم رو به پائین دارند و شدت میدان یکنواخت آن E است قرار دهیم، شتاب حرکت گلوله‌ها و کشش نخ چقدر خواهد بود؟ تاثیر گلوله‌های باردار را بر یکدیگر ناچیز بگیرید.

۴۹ ــ گلوله‌ای به‌جرم m و بار الکتریکی $+q$ به نخی به‌طول L بسته شده و در میدان الکتریکی یکنواختی که خطوط نیروی آن رو به بالا دارند در یک صفحه قائم می‌چرخد هنگامی که گلوله در بالاترین وضعیت حرکت قرار دارد سرعت افقی آن چقدر باید باشد تا کشش نخ هنگامی که گلوله در پائین‌ترین وضعیت قرار دارد ده برابر وزن گلوله باشد؟

۲۶) آیا می‌توانید قانون کولن را به‌کار ببرید؟

معلم ــ خوب است به تفصیل در مورد قانون کولن و مسائلی که به کاربرد آن مربوط می‌شود بحث کنیم. پیش از هر کار لطفا" قانون کولن را بیان کنید.

الف ــ نیروی جاذبه و دافعه میان دو بار با حاصلضرب آن بارها به‌طور مستقیم و با مجذور فاصله میان آنها به‌طور معکوس متناسب است.

معلم ــ این توضیح کامل نیست. شما نکاتی را از قلم انداخته‌اید.

ب ــ شاید منظورتان این است که دربارهٔ تناسب این نیرو با ثابت دی الکتریک (K_e) محیط صحبت کنیم.

معلم ــ البته ذکر این نکته بد نیست ولی اصل موضوع این نیست. شما فراموش کرده‌اید که نیرو یک کمیت برداری است. در نتیجه هنگام صحبت درباره آن باید علاوه بر مقدار در مورد جهت آن هم گفتگو کرد (بحث ما را در مورد قانون دوم نیوتن در بخش ۴ به‌خاطر بیاورید).

الف ــ متوجه شدم. باید بگوئیم که این نیرو در راستای خط واصل میان دو بار عمل می‌کند.

معلم ــ اینهم کافی نیست. چون در هر راستا دو جهت داریم.

الف ــ پس باید بگوئیم بارهای همنام یکدیگر را دفع و بارهای غیر همنام یکدیگر را جذب می‌کنند.

معلم ــ خوب است. حالا با جمع بندی همه مطالبی که گفتید می‌توانیم شکل کامل قانون را ارائه کنیم. بد نیست اضافه کنیم که این قانون به نیروهای میان دو بار نقطه‌ای مربوط می‌شود.

ب ــ آیا می‌توان این قانون را به‌صورتی نوشت که شامل همه این اطلاعات باشد؟

صورت معمول این قانون یعنی

$$F = B\frac{q_1 q_2}{K_e r^2} \qquad (۱۵۷)$$

درباره جهت، اطلاعاتی ندارد.

معلم ــ می‌توان قانون را طوری نوشت که مفهوم جهت را با خود داشته باشد. ابتدا باید مشخص کنیم کدام نیرو مورد نظر ماست. فرض کنید منظور ما نیروئی باشد که از طرف q_1 بر q_2 وارد می‌شود. در این صورت، مبداء مختصات را بر بار q_1 منطبق می‌کنیم و بردار $\vec{r}$ را از مبداء مختصات تا نقطه استقرار بار q_2 رسم می‌کنیم شکل (۹۹) این بردار، بردار شعاع بار q_2 خوانده می‌شود. در این حالت قانون کولن به‌صورت:

$$\vec{F} = B\frac{q_1 q_2}{K_e r^3}\vec{r} \qquad (۱۵۸)$$

درمی‌آید که در آن B به‌واحدهای انتخاب شده بستگی دارد.

الف ــ در این رابطه که نیرو به‌جای تناسب معکوس با مجذور فاصله با عکس مکعب فاصله متناسب است.

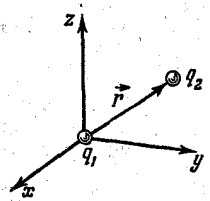
معلم ــ به‌هیچ وجه. بردار $\frac{\vec{r}}{r}$ از لحاظ مقدار برابر با واحد است (واحد بدون دیمانسیون) و بردار واحد خوانده می‌شود و تنها برای مشخص‌کردن جهت بکار می‌رود.

الف ـ منظورتان اینست که برای بیان قانون کولن کافی است که رابطه ۱۵۸ را بنویسیم؟

معلم ــ فقط باید علائمی را که در فرمول بکار رفته‌اند توضیح بدهید.

الف ـ اگر به‌جای رابطه ۱۵۸، رابطه ۱۵۷ را بنویسیم چه می‌شود؟

معلم ــ در این صورت باید با کلام، جهت نیرو را مشخص کنید.



شکل (۹۹)

الف ــ از روی رابطه ۱۵۸ چگونه می‌توان فهمید که نیروی میان بارها جاذبه است یا دافعه.

معلم ــ اگر بارها همنام باشند حاصلضرب $q_1 q_2$ مثبت است. در این صورت بردار $\vec{F}$ با بردار $\vec{r}$ موازی و هم‌جهت است. بردار $\vec{F}$ نیروئی است که بر بار q_2 وارد می‌شود و آن را دفع می‌کند. اگر بارها غیر همنام باشند، $q_1 q_2$ منفی می‌شود و $\vec{F}$ و $\vec{r}$ موازی و مخالف جهتند و بار q_2 به‌وسیله بار q_1 جذب می‌شود.

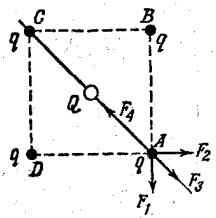
الف ــ لطفاً درباره مضرب B مقداری توضیح بدهید.

معلم ــ این مضرب به‌واحدهای انتخاب شده‌بستگی دارد. اگر سیستم الکترواستاتیکی مطلق ($cgse$)را بکار ببریم $B = ۱$ می‌شود و اگر سیستم بین‌المللی واحدها یعنی (SI) را بکار ببریم $B = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}$ می‌شود که در آن $\varepsilon_۰ = ۸/۸۵ \times ۱۰^{-۱۲}\ C^۲/Nm^۲$ است.

حال به چند مساله در مورد قانون کولن بپردازیم.

مساله ۱ ــ چهار بار مشابه را در گوشه‌های یک مربع قرار داده‌ایم. مقدار بار Q که علامت آن مخالف علامت این چهار بار است و در مرکز مربع قرار گرفته است باید چقدر باشد تا کل دستگاه درحال تعادل باشد؟

الف ــ از این دستگاه، چهار بار معلوم و یک بار مجهول است. برای آن که سیستم در حال تعادل باشد باید برآیند نیروهای وارد بر هر بار صفر باشد. به‌عبارت دیگر با تعادل هریک از این پنج بار سر و کار داریم.



شکل (۱۰۰)

معلم ــ کار اضافی است. از همان آغاز می‌توان دید که بـــار Q صرفنظر از مقدارآن به‌خاطر وضعیت هندسی خود در حال تعادل است. بنابراین شرایط تعادل این بار کمکی به‌حل مساله نمی‌کند. به‌علت تقارن مربع، نیروهای مربوط به چهار بار دیگر با هم مساوی است در نتیجه کافی است شرایط تعادل را تنها در مورد یکی از بارها مشخص کنیم. مثلا" بار گوشه A را انتخاب می‌کنیم. شکـل (۱۰۰) چه نیروهائی بر این بار وارد می‌شود؟

الف ــ نیروی F_1 از طرف بار B و نیروی F_2 از طرف بار D و بالاخره نیروئی که از طرف Q بر A وارد می‌شود.

معلم ــ ببخشید، نیروی مربوط به بار C چه شد؟

الف ــ نیروی این بار به‌وسیله بار Q سد می‌شود.

معلم ــ اشتباه است. به‌خاطر داشته باشید: در هر سیستم بارهای الکتریکی، به هر بار از طرف بقیه بارها نیرو وارد می‌شود و استثنائی در کار نیست. پس باید نیروی F_3 را هم به‌حساب بیاورید.

الف ــ خوب حالا همه‌چیز روشن است. من راستای AB راانتخاب می‌کنم و بقیه نیروهارا روی این راستا تصویر می‌کنم. مجموع جبری این نیروها باید صفر شود پس:

$$F_4 = 2F_1 \cos 45^\circ + F_3$$

اگرهر ضلع مربع را به a نشان دهیم رابطه فوق به‌صورت زیر

درمی‌آید :

$$\frac{Qq}{\frac{a^2}{2}} = \sqrt{2}\ \frac{q^2}{a^2} + \frac{q^2}{2a^2}$$

و از آن‌جا

$$Q = \frac{q}{4}(2\sqrt{2}+1) \qquad (۱۵۹)$$

معلم ــ بسیار خوب . آیا تعادل دستگاه پایدار است ؟

ب ــ خیر ، این تعادل ناپایدار است . چون اگر یکی از بارها تغییر محل دهد ، بقیه بارها هم حرکت می‌کنند و سیستم از هم می ــ پاشد .

معلم ــ حق با شماست . اصولا" نمی‌توان با مجموعه چند بار ساکن سیستمی با تعادل پایدار ایجاد کرد .

مساله ۲ ــ دو گلوله باجرم ، شعاع و بار الکتریکی مساوی از یک نقطه به‌نخهائی با طول مساوی آویزان شده‌اند و در مایعی به قابلیت گذردهی دی الکتریکی K_e و جرم حجمی ρ_0 فرو برده شده‌اند . جرم حجمی گلوله‌ها چقدر باید باشد تا زاویه میان نخها در هوا و در مایع یکی باشد ؟

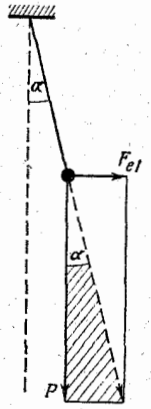
ب ــ جدا شدن نخها به‌علت وجود نیروی دافعه کولنی میان بارهای دو گلوله است . نیروی دافعه در هوا را F_{e1} و در مایع F_{e2} می‌ــ نامیم .

معلم ــ این دو نیرو باهم چه فرقی دارند ؟

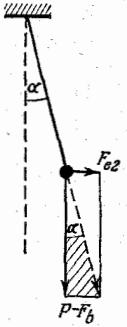
ب ــ چون براساس شرایط مسأله زاویه بین نخها در هر دو مورد مساوی است ، فاصله گلوله‌ها هم در هر دو مورد مساوی است . بنابراین تفاوت نیروهای F_{e1} و F_{e2} تنها در قابلیت گذردهی دی الکتریک است . بنابراین :

$$F_{e_1} = K_e \, F_{e_2} \qquad (۱۶۰)$$

ابتدا از هوا شروع می‌کنم . با توجه به‌تعادل گلوله‌ها نتیجه می‌گیریم که مجموع برداری نیروهای F_{e_1} و نیروهای وزن باید در راستای نخها باشد چون در غیر اینصورت این نیروها به‌وسیله عکس العمل نخ خنثی نمی‌شود . شکل (۱۰۱ ــ الف) در نتیجه :



شکل (۱۰۱ ــ الف)



شکل (۱۰۱ ــ ب)

$$\frac{F_{e_1}}{P} = tg\alpha$$

که α زاویه بین راستای نخ و راستای قائم است . هنگامی که گلوله‌ها را در دی الکتریک فرو می‌بریم نیروی F_{e_2} جای نیروی F_{e_1} را می‌گیرد و به‌جای P یعنی نیروی وزن نیروی $(P - F_b)$ عمل خواهد کرد که در آن F_b نیروی ارشمیدس است . در این مورد هم باز نسبت این نیروها برابر با $tg\alpha$ است شکل (۱۰۱ ــ ب) بنابراین :

$$\frac{F_{e_2}}{P - F_b} = tg\alpha$$

با ترکیب این دو رابطه خواهیم داشت :

$$\frac{F_{e1}}{P}=\frac{F_{e2}}{P-F_b}$$

با استفاده از رابطه ۱۶۰ و $P=Vg\rho$ و $F_b=Vg\rho_0$ نتیجه می‌گیریم :

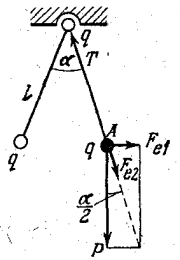
$$\frac{k_e}{\rho}=\frac{1}{\rho-\rho_0}$$

و جرم حجمی ماده‌ای که گلوله‌ها از آن ساخته شده است از رابطه زیر به دست می‌آید :

$$\rho=\frac{\rho_0 k_e}{k_e-1} \qquad (161)$$

معلم ـ بسیار خوب .

مساله ۳ ـ دو کره باردار مشابه به‌جرم m از نخهائی به‌طول L متصل و هر دو از یک نقطه آویزان شده‌اند . در نقطه آویز گلوله‌ای با بار مساوی قرار دارد شکل (۱۰۲) مقدار بار الکتریکی گلوله‌ها را به‌دست آورید . زاویه میان راستای نخها و راستای قائم را α بگیرید .



شکل (۱۰۲)

ب ــ ابتدا گلوله A را در نظر می‌گیریم . چهار نیرو بر این گلوله وارد می‌شود شکل (۱۰۲) . چون گلوله در حال تعادل است ، این نیروها را به دو مؤلفه تجزیه می‌کنیم ...

معلم ــ (کلام ب را قطع می‌کند) : در این مورد ، راه حل ساده‌تری وجود دارد . نیروی حاصل از باری که در محل آویز واقع است اصولاً بر وضع تعادل نخ تأثیر ندارد . نیروی $F_{e۲}$ در راستای نخ در هر وضعیت به‌وسیله عکس‌العمل نخ خنثی می‌شود . بنابراین برای حل مساله می‌توان از وجود بار نقطه آویز صرفنظر کرد . بسیاری از دانش‌آموزان به‌این موضوع توجه نمی‌کنند .

ب ــ پس باید از $F_{e۲}$ صرفنظر کنیم چون جمع برداری $F_{e۱}$ و P باید بر راستای نخها حساب شود .

$$\frac{F_{e۱}}{P} = tg\,\frac{\alpha}{۲} \qquad (۱۶۲)$$

معلم ــ همانطور که می‌بینید این نتیجه به‌بار محل آویز بستگی ندارد .

ب ــ چون

$$F_{e۱} = \frac{q^۲}{۴L^۲ \sin^۲ \frac{\alpha}{۲}}$$

رابطه ۱۶۲ به‌صورت زیر درمی‌آید :

$$\frac{q^۲}{۴L^۲ mg \sin^۲ \frac{\alpha}{۲}} = tg\frac{\alpha}{۲}$$

که اگر آن را برای محاسبه q حل کنیم خواهیم داشت :

$$q = ۲L \sin\frac{\alpha}{۲}\sqrt{mg\ tg\ \frac{\alpha}{۲}} \qquad (۱۶۳)$$

معلم ــ درست .

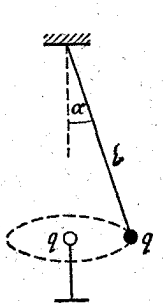
الف ــ آیا موردی هم هست که بار نقطه آویز تاءثیری داشته باشد ؟

معلم ــ بله ، اگر بخواهیم کشش نخ را محاسبه کنیم باید به‌آن توجه کنیم .

مسائل :

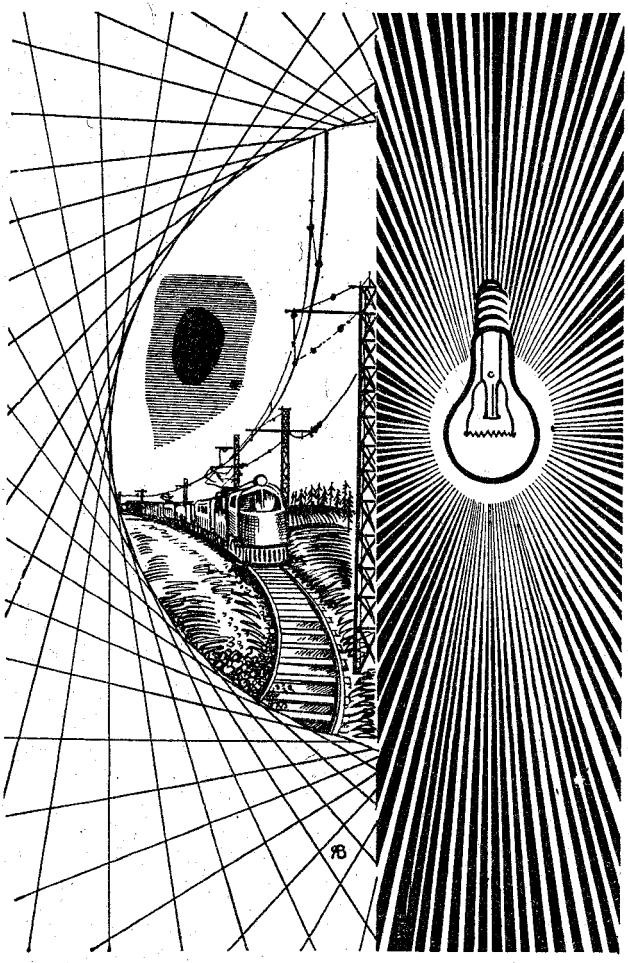
۵۰) ــ بارهای مشابه $q+$ را در راءسهای یک شش‌وجهی قرار داده‌ایم . برای ایجاد تعادل چه باری را باید در مرکز شش‌وجهی قرار دهیم ؟

۵۱) گلوله کروّی به‌جرم m و بار q ازنخی‌به‌طول L آویزان شده و در اطراف باری مساوی باابار خود دوران می‌کند شکل (۱۰۳) زاویه میان نخ و راستای قائم α است . سرعت زاویه‌ای دوران یکنواخت گلوله و کشش نخ را محاسبه کنید .



شکل (۱۰۳)

۵۲) گلوله‌ای به‌جرم m و بار q که به‌نخی به‌طول L وصل شده است در یک صفحه قائم دوران می‌کند . در مرکز دوران باری مساوی و هم علامت با بار گلوله قرار دارد . حداقل سرعت افقی که باید در پائین ــ ترین وضعیت به‌گلوله داده‌شود تا بتواند یک‌دور کامل بزند چقدر است ؟



جریان الکتریسیته بخش تجزیه‌ناپذیر زندگی روزانه ماست و بنابراین باید اهمیت قوانین اهم و ژول ــ لنز را دریافت. از این قوانین تا چه حد با اطلاعیم؟

۲۷) آیا قانون اهم را می‌دانید؟

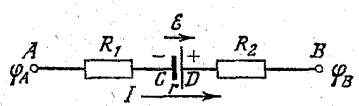
معلم ــ آیا ـ نون اهم را می‌دانید؟

الف ــ البته، فکر می‌کنم همه این قانون راخوب بدانند. این شاید ساده‌ترین موضوع فیزیکی باشد.

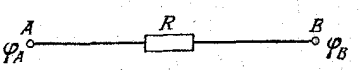
معلم ــ خوب ببینیم. در شکل (۱۰۴ ــ الف) قسمتی از یک مدار الکتریکی را می‌بینید. در این مدار $\mathcal{E}$ نیروی الکترو موتوری (emf) است که از چپ به راست می‌رود و R_1 و R_2 مقاومت مدار و r مقاومت درونی منبع نیروی الکترو موتوری و φ_A و φ_B پتانسیل ابتدا و انتهای این بخش مدار است. جریان از چپ به راست حرکت می‌کند. شدت جریان (I) مدار را به‌دست آورید.

الف ــ ولی این مدار که باز است!

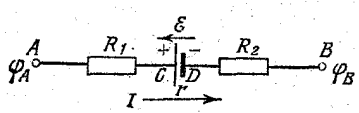
معلم ــ درست است، ولی همانطور که گفتم این بخشی از یک مدار بزرگتر است. درباره بقیه مدار چیزی نمی‌دانیم و چون پتانسیل ابتدا و انتهای مدار را می‌دانیم احتیاجی به‌آن نداریم.



شکل (۱۰۴ ــ الف)



شکل (۱۰۴ ــ ب)



شکل (۱۰۴ ــ ج)

الف ــ ما قبلا" فقط با مدارهای بسته سر و کار داشتیم و در مورد آنها قانون اهم به‌صورت :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \qquad (۱۶۴)$$

درمی‌آمد .

معلم ــ اشتباه می‌کنید . شما بابخش‌های مدار هم سر و کار داشته‌اید . به‌موجب قانون اهم ، شدت جریان در هر جزء از مدار مساوی است با نسبت ولتاژ به‌مقاومت .

الف ــ خوب آیا این هم جزئی از مدار است ؟

معلم ــ کاملا" . این جزء را می‌توان نظیر جزئی دانست که در شکل (۱۰۴ ــ الف) نمایش‌داده شده است . برای این جزء قانون اهم به صورت :

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R} \qquad (۱۶۵)$$

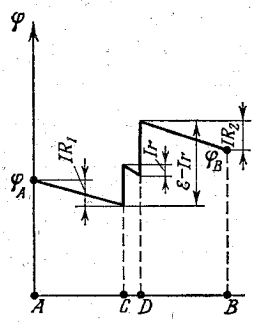
درمی‌آید .

البته شما قبلا" به‌جای $\varphi_A - \varphi_B$ از اصطلاح ساده ولتاژ استفاده می‌کردید و آنرا با V نمایش می‌دادید .

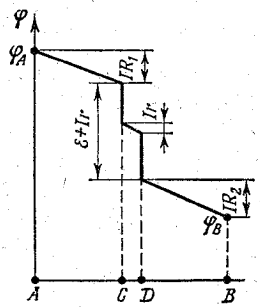
الف ــ بهرحال ما جزء مداری که شبیه (۱۰۴ـالف) باشد نداشته‌ایم .

معلم ــ پس شما قانون اهم را تنها در مورد مدارهای بسته و مدارهائی که در آنها emf وجود ندارد می‌دانید و صورت کلی آن را نمی‌دانید ، بگذارید با هم نگاهی به شکل کلی این قانون بیندازیم . در شکل (۱۰۵ ــ الف) تغییر پتانسیل را در یک بخش از یک مدار می‌بینید . جریان از چپ به راست می‌رود و پتانسیل از A به C افت می‌کند . افت پتانسیل در مقاومت R_1 از رابطه IR_1 به‌دست می‌آید . پس از آن فرض کرده‌ایم که دو صفحه یک منبع الکتریسیته در نقاط C و D قرار گرفته باشد . بین این دو نقطه ، پتانسیل به‌اندازه emf که مقدار آن را با $\mathcal{E}$

نشان داده‌ایم افزایش می‌یابد. از طرفی بین نقاط C و D به‌علت مقاومت درونی r پتانسیل به‌اندازه Ir افت دارد. و سرانجام در مقاومت R_2 پتانسیل به‌اندازه IR_2 افت می‌کند. مجموع افت‌های پتانسیل منهای افزایش پتانسیل مربوط به‌منبع همان V است که اختلاف پتانسیل ابتدا و انتهای این بخش مدار است. پس:



شکل (۱۰۵ـالف)



شکل (۱۰۵ـب)

$$I(R_1 + R_2 + r) - \mathcal{E} = \varphi_A - \varphi_B$$

که اگر آن را برای محاسبه I حل کنیم خواهیم داشت:

$$I = \frac{\mathcal{E} + (\varphi_A - \varphi_B)}{R_1 + R_2 + r} \qquad (۱۶۶)$$

توجه داشته باشید که این یک رابطه کلی است و برحسب شرایط می‌توان روابط مربوط به‌موارد خاص را از آن‌به‌دست آورد. برای ساده ترین جزئی که در آن emf وجود نداشته باشد $\mathcal{E} = 0$ و $r = 0$ است، بنابراین:

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R_1 + R_2}$$

که شبیه به رابطه ۱۶۵ است . برای آن که مدار مسدود باشد ، باید نقطه A را به نقطه B وصل کرد که در این صورت $\varphi_A = \varphi_B$ و

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r}$$

که به رابطه ۱۶۴ شبیه است .

الف ــ معلوم شد که قانون اهم را هم نمی‌دانستیم .

معلم ــ چرا ، در موارد خاص آنرا می‌دانستید . فرض کنید که ولت‌متر را به دو سر منبع CD وصل کرده باشیم ، چون ولت‌متر دارای مقاومت بسیار زیادی است از تاءثیری که بر میزان شدت جریان مدار می‌گذرد صرفنظر می‌کنیم . ولت‌متر چه عددی را نشان می‌دهد ؟

الف ــ تا آن جا که من می‌دانم ولت‌متر باید مقدار افت ولتاژ در مدار بیرون را نشان دهد . اما در این مورد خاص چیزی در مورد مدار خارجی نمی‌دانیم .

معلم ــ برای پاسخ این سوءال اطلاع از مدار خارجی ضرورتی ندارد . اگر دو سر ولت متر را به دو نقطه C و D وصل کنیم ، اختلاف پتانسیل میان این دو نقطه را نشان خواهد داد . این را که می‌دانید ؟

الف ــ بله ، البته .

معلم ــ حالا به شکل (۱۰۵ ــ الف) توجه کنید . پیداست که اختلاف پتانسیل میان C و D برابر است با ($\mathcal{E} - Ir$) . اگر عددی را که ولت‌متر نشان می‌دهد با حرف V نشان دهیم خواهیم داشت :

$$V = \mathcal{E} - Ir \qquad (۱۶۷)$$

من به‌شما توصیه می‌کنم از این رابطه استفاده کنید چون در آن نیازی به‌اطلاع درمورد مقاومت‌های خارجی ندارید . این رابطه در مدارهای نسبتا " پیچیده به‌درد می‌خورد . توجه داشته باشید که رابطه ۱۶۷ براساس یک قانون معروف پایه‌گذاری شده است : اگر مدار بشکند و شدت جریان قطع شود ($I = ۰$) و $V = \mathcal{E}$ خواهد شد . در این حالت

ولت‌متر مقدار emf را نشان خواهد داد. این موضوع روشن است؟

الف ــ بله، کاملا".

معلم ــ برای امتحان یک سوءال می‌کنم که معمولا" پاسخ دادن به آن برای دانش‌آموزان سخت است: یک مدار مسدود از n منبع نیرو تشکیل شده است که به‌طور متوالی به‌هم وصل شده‌اند. هر جزء دارای emf ی به‌اندازه $\mathcal{E}$ و مقاومت داخلی r است. مقاومت سیمهای رابط را صفر می‌گیریم. ولت‌متری که به دو سر یکی از منبع‌ها متصل شده است چه عددی را نشان می‌دهد؟ فرض بر این است که از درون ولت‌متر جریانی نمی‌گذرد.

الف ــ استدلال من نظیر استدلال مساله قبلی است. ولت‌متر مقدار $V=\mathcal{E}-Ir$ را می‌خواند و از قانون اهم مقدار شدت جریان از رابطه $I=\frac{n\mathcal{E}}{nr}=\frac{\mathcal{E}}{r}$ به‌دست می‌آید. اگر این مقدار I را در رابطه قبلی قرار دهیم $V=\mathcal{E}-r\frac{\mathcal{E}}{r}=0$ به‌دست می‌آید. بنابراین ولت‌متر عدد صفر را نشان می‌دهد.

معلم ــ کاملا" صحیح است. تنها توجه داشته باشید که این یک مورد ایده‌آل است. از یک سو از مقاومت سیمهای رابط صرفنظر کرده‌ایم و از یک سو مقاومت ولت‌متر را بی‌نهایت فرض کرده‌ایم، بنابراین در عمل فرمول ما نتیجهٔ درخشانی نخواهد داد.

حالا موردی را در نظر می‌گیریم که در آن جریان در یک جهت و emf در جهت مخالف آن است. به‌شکل (۱۰۴ ــ ج) توجه‌کنید. نمودار تغییر پتانسیل در این بخش از مدار را رسم کنید.

الف ــ آیا امکان دارد که جریان برخلاف emf عبور کند؟

معلم ــ فراموش نکنید که این مجموعه فقط بخشی از یک مدار است. emfهای دیگری هم در مدار وجود دارد که در این بخش قرار ندارند و جریان مربوط به آنها در این بخش برخلاف emf مطلوب عبور می‌کند.

الف ــ متوجه شدم. چون جریان از چپ به راست عبور می‌کند بین نقاط A و C افت پتانسیلی برابر با IR_1 در آن پیدا می‌شود. چون $\mathcal{E}$ در جهت مخالف است، پتانسیل بین C و D به‌جای آن که پتانسیل

کل این بخش مدار را افزایش دهد آنرا به‌اندازه Ir کاهش می‌دهد و افت پتانسیل از D به B به‌اندازه IR_2 خواهد بود. در نتیجه نمودار شکل (۱۰۵ ــ ب) به دست خواهد آمد.

معلم ــ قانون اهم در این حالت به‌چه صورتی درخواهد آمد؟

الف ــ

$$I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) - \mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r} \qquad (۱۶۸)$$

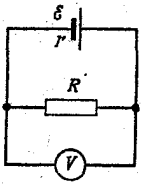
معلم ــ درست. ولی ولت‌متر چه مقداری را نشان می‌دهد؟

الف با توجه به شکل (۱۰۵ ــ ب) می‌بینیم که باید:

$$V = \mathcal{E} + Ir \qquad (۱۶۹)$$

را نشان دهد.

معلم ــ کاملا" درست است. حالا به‌این مساله دقت کنید: در مدارشکل (۱۰۶)، $r = 1\,\Omega$، $R = 10\,\Omega$ و مقاومت ولت‌متر $R_V = 200\,\Omega$. اگر مقاومت ولت‌متر آنقدر زیاد باشد که بر جریان مدار چندان اثری نگذارد خطای نسبی عددی را که ولت‌متر نشان می‌دهد به‌دست آورید.



شکل (۱۰۶)

عددی را که ولت‌متر نشان می‌دهد با V و عددی را که ولت‌متر با مقاومت بی‌نهایت نشان می‌دهد با V_∞ نشان می‌دهیم. بنابراین خطای نسبی از رابطه:

$$f = \frac{V_\infty - V}{V_\infty} = ۱ - \frac{V}{V_\infty} \qquad (۱۷۰)$$

بدست می‌آید .

اگر توجه داشته باشیم که :

$$V_\infty = \frac{\mathcal{E}}{R + r} R \qquad (۱۷۱)$$

رابطه زیر مقدار V را معین می‌کند :

$$V = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{RR_V}{R + R_V}} \frac{RR_V}{R + R_V} \qquad (۱۷۲)$$

اگر روابط ۱۷۱ و ۱۷۲ را در رابطه ۱۷۰ بگذاریم خواهیم داشت :

$$f = ۱ - \frac{R_V(R + r)}{(R + R_V)r + RR_V} =$$

$$۱ - \frac{R_V(R + r)}{(r + R)R_V + rR} = ۱ - \frac{۱}{۱ + \frac{rR}{(r + R)R_V}}$$

چون $R << R_V$ و $r < R$ مخرج کسری که در مخرج کسر آخری دیده می‌شود از یک خیلی کوچکتر می‌شود . بنابراین از رابطه بسط تقریبی زیر که بسیار مفید است استفاده می‌کنیم :

$$(۱ + \lambda)^\alpha \cong ۱ + \alpha\lambda \qquad (۱۷۳)$$

این فرمول در صورتی درست است که $\lambda << ۱$ باشد . البته α می‌تواند هر مقداری اعم از مثبت یا منفی داشته باشد . اگر $\alpha = -۱$ بگیریم

$$\lambda = rR\,(r + R)^{-1}\,R_V^{-1}$$

باشد خواهیم داشت:

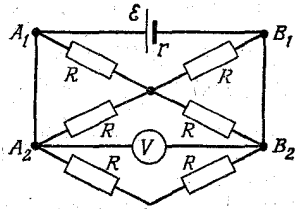
$$f \cong \frac{rR}{(r + R)R_V} \qquad (۱۷۴)$$

اگر اعداد مسأله را در این رابطه قرار دهیم مقدار خطا $f \cong \frac{۱}{۲۲۰} = ۰/۰۰۴۵$ خواهد شد.

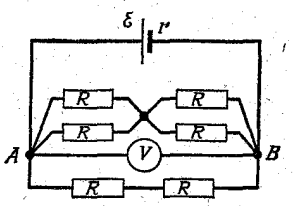
الف ـ معنای این رابطه این است که هرقدر مقاومت ولت‌متر در مقایسه با مقاومت کل مدار بزرگتر باشد، مقدار خطا کمتر است و در نتیجه ما حق خواهیم داشت از تأثیر آن بر روی شدت جریان مدار صرفنظر کنیم.

معلم ـ درست است. فقط در نظر داشته باشید که $R << R_V$ شرط کافی برای کوچک بودن خطای f هست ولی شرط لازم نیست. از رابطه ۱۷۴ معلوم می‌شود که f به‌شرطی کوچک خواهد شد که $r << R_V$ باشد یعنی مقاومت ولت‌متر از مقاومت درونی منبع نیرو خیلی بزرگتر باشد. در این حالت ممکن است مقاومت مدار خارجی زیاد باشد.

به این مساله توجه کنید. در مداری که در شکل (۱۰۷ ـ الف) نشان داده شده است $\mathcal{E} = ۶^V$، $r = \frac{۲}{۳}\,\Omega$ و $R = ۲\,\Omega$، عددی را که ولت‌متر می‌خواند محاسبه کنید.



شکل (۱۰۷ ـ الف)



شکل (۱۰۷ ـ ب)

الف ــ آیا می‌توانیم مقاومت ولت‌متر را بی‌نهایت بزرگ بگیریم ؟

معلم ــ بله، به‌خصوص که مقدار این مقاومت در مساله معین نشده است.

الف ــ ولی آیا جریان از مقاومت‌های وسط مدار هم می‌گذرد یا مستقیما " از A_1 A_2 و B_1 B_2 عبور می‌کند ؟

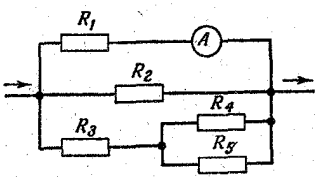
معلم ــ اشتباه نکنید. پیش از آن که به شدت جریان بپردازید، توصیه می‌کنم نمودار را ساده‌تر کنید. چون A_1 A_2 و B_1 B_2 دارای مقاومت نیستند. داریم $\varphi_{A_1} = \varphi_{A_2}$ و $\varphi_{B_1} = \varphi_{B_2}$. بعد از این می‌توانیم از قانون استفاده کنیم : اگر دریک مدار، دو نقطه پتانسیل مساوی داشته باشند می‌توانیم بدون تغییر در شدت جریان این نقاط را به‌هم وصل کنیم. در مساله ما نقطه A_1 روی نقطه A_2 و نقطه B_1 روی نقطه B_2 می‌افتد و مدار به‌شکل مدار شکل (۱۰۷ ــ ب) درمی‌آید. این مدار بسیار ساده است و جواب مسأله از آن به‌راحتی به‌دست می‌آید : ولت‌متر عدد 4^V را نشان می‌دهد. محاسبه را خود شما به‌عنوان تکلیف در خانه انجام بدهید.

مسائل :

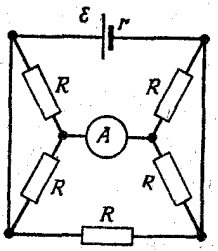
۵۳) یک آمپرسنج را به‌یکی از انشعابات مدار شکل (۱۰۸) وصل کرده‌ایم که جریانی به‌شدت $0/5^A$ را اندازه می‌گیرد. در صورتی که $R_1 = 2^\Omega$، $R_2 = 4^\Omega$ ، $R_3 = 1^\Omega$ و $R_4 = 2^\Omega$ و $R = 1^\Omega$ باشد شدت جریانی را که از R_4 می‌گذرد به‌دست آورید.

۵۴) در مدار شکل (۱۰۹)، $\mathcal{E} = 4^V$ و $r = 1^\Omega$ و $R = 2^\Omega$، آمپرسنج چه عددی را نشان می‌دهد ؟

۵۵) مقاومت یک گالوانومتر $0/2^\Omega$ است. شنتی به‌مقاومت $0/05^\Omega$ را موازی با آن بسته‌ایم. برای آن که مقاومت کل برابر با مقاومت گالوانومتر شود چه مقاومتی را باید به‌طور متوالی به‌این مجموعه ببندیم ؟



شکل (۱۰۸)



شکل (۱۰۹)

۵۶) ولت‌متری به‌مقاومت ۱۰۰^{Ω} به دو سر منبعی با emf ۱۰^{V} بسته شده است. مقاومت درونی منبع ۱^{Ω} است. ولت‌متر چه ولتاژی را نشان می‌دهد؟ خطای نسبی نسبت به‌هنگامی که مقاومت ولت‌سنج بی‌نهایت فرض شود چقدر است؟

۵۷) یک آمپرسنج به‌مقاومت ۱^{Ω} در مداری به‌مقاومت ۴۹^{Ω} که به‌منبعی با emf ۱۰^{V} وصل است متصل شده است. مقاومت درونی منبع ۱^{Ω} است. آمپرسنج چه شدت جریانی را نشان می‌دهد و خطای نسبی این مقدار نسبت به‌هنگامی که مقاومت آن صفر حساب شود چقدر می‌شود؟

۲۸) آیا می‌توان خازن را در مدار جریان مستقیم قرار داد؟

معلم ــ به‌این‌مسأله‌توجه کنید: در مدارشکل (۱۱۰)، C ظرفیت یک خازن است. اگر بدانیم emf مدار $\mathcal{E}$ و مقاومت داخلی منبع r است، مقدار بار Q بر روی صفحات خازن چقدر است؟

الف ــ آیا می‌توانیم در مدار جریان مستقیم، خازن به‌کاربریم؟ می‌دانیم که از خازن جریانی عبور نمی‌کند.

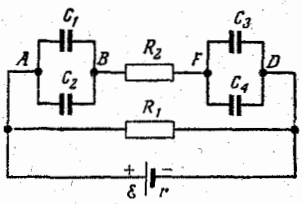
معلم ــ مهم نیست. جریان از دو صفحه به‌صورت دو انشعاب موازی می‌گذرد.

الف ــ درست است. چون جریان از درون خازن عبور نمی‌کند، نمی‌تواند از مقاومت R_1 هم بگذرد. در بخش خارجی مدار، جریان تنها از R_2 می‌گذرد. این جریان از رابطه $I=\frac{\mathcal{E}}{R_2+r}$ به‌دست می‌آید و اختلاف پتانسیل میان نقطه‌های A و B برابر با افت پتانسیل در مقاومت R_2 است، بنابراین:

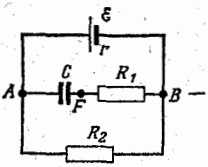
$$\varphi_B-\varphi_A=IR_2=\frac{\mathcal{E}R_2}{R_2+r} \qquad (۱۷۵)$$

ولی از این‌جا به‌بعد نمی‌دانم چه باید کرد. برای پیدا کردن بار الکتریکی صفحات خازن باید اختلاف پتانسیل بین نقاط A و F را معلوم کنیم.

معلم ــ در مورد این که از مقاومت R_1 جریانی نمی‌گذرد حق با شماست. در این صورت تمام نقاط مقاومت دارای پتانسیل مساوی هستند (به بحث بخش ۲۴ رجوع کنید) بنابراین $\varphi_F=\varphi_B$ و با توجه به رابطه ۱۷۵ بار الکتریکی به‌ترتیب زیر به‌دست می‌آید:



شکل (۱۱۱)



شکل (۱۱۰)

$$Q = \frac{C\mathcal{E}R}{R + r} \qquad (۱۷۶)$$

حالا به‌این مسأله دقت کنید: در مدار شکل (۱۱۱)، $\mathcal{E} = ۴^{V}$ ، $R = ۱^{\Omega}$ و $R_۱ = ۳^{\Omega}$ $R_۲ = ۲^{\Omega}$ $C_۱ = ۲^{\mu f}$، $C_۲ = ۸^{\mu f}$، $C_۳ = ۴$ و $C_۴ = ۶^{\mu f}$. بار الکتریکی روی صفحات هر خازن را به‌دست آورید. برای حل این مسأله باید محاسبه ظرفیت خازن معادل خازنهای متوالی را به‌یاد بیاورید.

الف ــ برای محاسبه ظرفیت معادل خازنهای موازی کافی است که ظرفیت‌های آنها را با هم جمع کنیم:

$$C = C_۱ + C_۲ + C_۳ + \cdots \qquad (۱۷۷)$$

و اگر خازنها به‌طور متوالی به‌هم وصل شده باشند، ظرفیت معادل از رابطه‌زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{۱}{C} = \frac{۱}{C_۱} + \frac{۱}{C_۲} + \frac{۱}{C_۳} + \cdots \qquad (۱۷۸)$$

معلم ــ کاملا" درست. حالا با استفاده از قاعده ۱۷۷ ظرفیت میان نقاط A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$C_{AB} = ۲^{\mu f} + ۸^{\mu f} = ۱۰^{\mu f}$$

و بین نقطه‌های F و D .

$$C_{FD} = ۴^{\mu f} + ۶^{\mu f} = ۱۰^{\mu f}$$

اختلاف پتانسیل میان A و D با افت پتانسیل در مقاومت $R_۱$ برابر است ، بنابراین :

$$\varphi_D - \varphi_A = IR_۱ = \frac{\xi R_۱}{R_۱ + r} = ۳^V$$

پیداست که مقاومت $R_۲$ در مدار نقشی ندارد و می‌توان از آن صرفنظر کرد .

چون $C_{AB} = C_{FD}$:

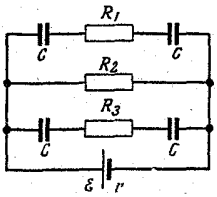
$$\varphi_B - \varphi_A = \varphi_D - \varphi_F = \frac{۳^V}{۲} = ۱/۵^V$$

سرانجام بارهای مورد نظر به‌ترتیب زیر به‌دست می‌آید :

$$Q_۱ = C_۱ (\varphi_B - \varphi_A) = ۳^{\mu C}$$
$$Q_۲ = C_۲ (\varphi_B - \varphi_A) = ۱۲^{\mu C}$$
$$Q_۳ = C_۳ (\varphi_D - \varphi_F) = ۶^{\mu C}$$
$$Q_۴ = C_۴ (\varphi_D - \varphi_F) = ۹^{\mu C}$$

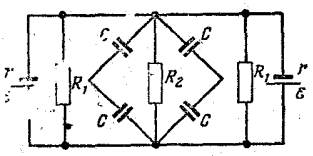
مسائل :

۵۸) در مدار شکل (۱۱۲) ، $\xi = ۵^V$ ، $r = ۱^{\Omega}$ ، $R_۲ = ۴^{\Omega}$ ، $R_۱ = ۳\Omega$ و $C = ۳^{\mu f}$. مقدار بار الکتریکی صفحات هر خازن را به دست آورید .

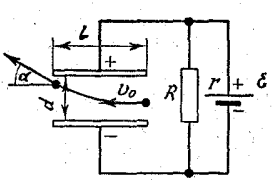


شکل (۱۱۲)

۵۹) با توجه به‌اعدادی که در شکل(۱۱۳) می‌بینید، بار الکتریکی هر خازن را حساب کنید. مقادیر را معلوم بگیرید.



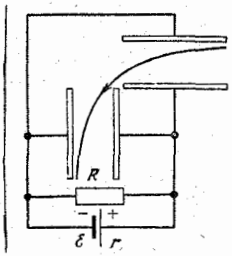
شکل (۱۱۳)



شکل(۱۱۴)

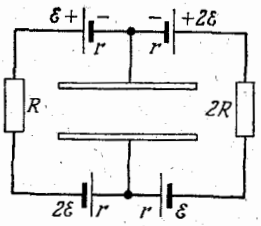
۶۰) خازن مسطحی را که طول صفحات آن L است در مدار شکل(۱۱۴) قرار داده‌ایم. emf منبع ε، مقاومت درونی آن r و فاصله بین صفحات خازن d معلوم است. یک الکترون با سرعت v_0 موازی با صفحات خازن به‌آن وارد می‌شود. برای آن که الکترون با زاویه α از خازن بیرون بپرد مقاومت R که موازی با خازن بسته شده است چقدر باید باشد؟ m جرم الکترون و q بار الکتریکی آن را معلوم بگیرید.

۶۱) در مدار تصویر ۱۱۵ دو خازن مسطح که طول صفحات آن L و فاصله صفحاتشان d است عمود بر هم قرار گرفته‌اند. $\mathcal{E}$ و r منبع نیرو معلوم است. مقاومت R باید چقدر باشد تا یک الکترون با سرعت v_0 موازی با صفحات یک خازن به‌آن وارد و سپس به‌طور موازی با صفحات خازن دوم از آن خارج شود؟ m جرم و q بار الکتریکی الکترون معلوم است.



شکل (۱۱۵)

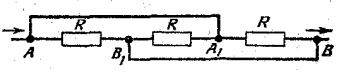
۶۲) خازن مسطحی که طول صفحات آن L و فاصله صفحات آن d است در مدار شکل (۱۱۶) دیده می‌شود. $\mathcal{E}$ و r معلوم است. یک الکترون با سرعت v_0 موازی با صفحات خازن به آن وارد می‌شود. این الکترون با چه زاویه‌ای از خازن بیرون می‌پرد؟ m جرم و q بار الکتریکی الکترون معلوم است.



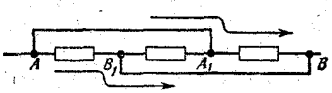
شکل (۱۱۶)

۲۹) چگونه مقاومت بخش‌های انشعابی یک مدار را محاسبه کنیم .

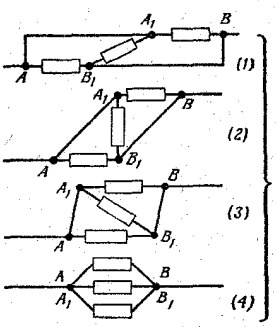
معلم ــ مقاومت بخشی از یک مدار راکه در شکل (۱۱۷ ــ الف) نمایش داده شده است حساب کنید . از مقاومت سیمهای رابط صرفنظر کنید .



شکل (۱۱۷ ــ الف)



شکل (۱۱۷ ــ ب)



شکل (۱۱۷ ــ ج)

الف ــ اگر از مقاومت سیم‌ها صرفنظر کنیم ، مقاومت کل برابر با $3R$ می‌شود .

معلم ــ بدون تأمل جواب ندهید . صرفنظر کردن از مقاومت سیمهای رابط به‌معنای صرفنظر کردن از اتصالها نیست . صرفنظر کردن از

اتصالها یعنی قرار دادن مقاومت بی‌نهایت درمحل‌آنها. در این مدار بر عکس مقاومت در محلهای اتصال برابر با صفر است.

الف ــ درست است، به‌این فکر نیفتاده بودم. حالا با توجه به این نکته به سوءال جواب می‌دهم. درنقطه A جریان به دو قسمت تقسیم می‌شود که این دو قسمت در جهت‌پیکانهائی‌که‌درشکل (۱۱۷ ــ ب) می‌بینید حرکت می‌کنند. در اینحالت مقاومتی که در وسط واقع شده نقشی ندارد و مقاومت کل برابر با $\frac{R}{۲}$ می‌شود.

معلم ــ بازهم اشتباه می‌کنید. من به‌شما توصیه می‌کنم از این قانون استفاده کنید: نقاط هم پتانسیل را تعیین کنید و آنها را بر هم منطبق سازید. در این حالت جریان در انشعابات مدار بدون تغییر می‌ماند ولی نمودار مدار بسیار ساده‌تر می‌شود. در این مورد در بخش ۲۷ بحث کردیم. چون در مساله مورد نظر مقاومت نقاط اتصال صفر است نقاط A و $A_۱$ هم پتانسیلند و پتانسیل نقطه‌های B و $B_۱$ هم مساوی است. براساس قانونی که بیان شد، نمودار را طوری تغییر می‌دهیم که این نقاط بر هم منطبق‌شوند. برای این کار طول سیمهای رابط را به‌تدریج کم می‌کنیم. مراحل مختلف این عمل درشکلهای (۱۱۷ ــ ج) نشان داده شده است. نتیجه نهائی آنست که سه مقاومت به‌طور موازی در مدار واقع می‌شوند و بنابراین مقاومت کل مدار $\frac{R}{۳}$ است.

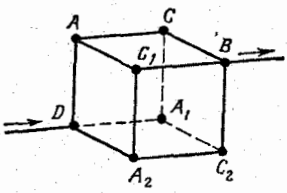
الف ــ درست است. در شکل (۱۱۷ ــ ج) مقاومتهاکاملا" موازی هستند.

معلم ــ یک مثال دیگر: با هشت نقطه اتصال سیمهای رابط یک مکعب می‌سازیم. اگر مقاومت هر ضلع این مکعب R باشد شکل (۱۱۸ ــ الف) و جریان مطابق شکل به این مدار وارد و از آن خارج شود، مقاومت کل مجموعه را به‌دست آورید.

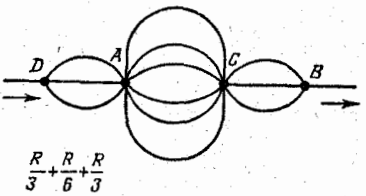
برای حل این مسأله می‌توانید از قاعده‌ای که گفتم استفاده کنید و ابتدا نقاط هم پتانسیل را معین سازید.

الف ــ فکر می‌کنم سه نقطه A، $A_۱$ و $A_۲$ هم پتانسیل باشند شکل (۱۱۸ ــ الف) چون هرکدام از این‌ها از D نقطه ورود جریان به اندازه یک ضلع مکعب فاصله دارند.

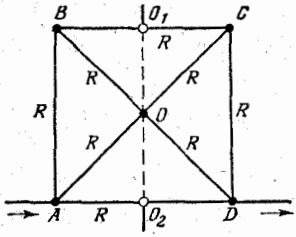
معلم ــ درست است. درباره اضلاع BC_1 ، BC_2 و BC هم این موضوع صادق است، بنابراین C و C_1 و C_2 هم پتانسیل هستند. حالا مکعب را به‌هم می‌ریزیم و اضلاع آنرا طوری خم می‌کنیم که نقاط هم پتانسیل روی هم منطبق شوند. تصویر به‌چه شکلی درمی‌آید؟



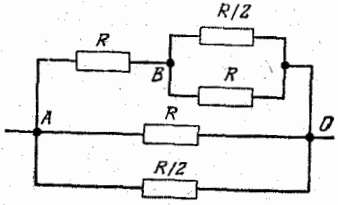
شکل(۱۱۸ ــ الف)



ــ شکل(۱۱۸ ــ ب)



شکل(۱۱۹ ــ الف)



شکل(۱۱۹ ــ ب)

الف ــ شکل شبیه نمودار (۱۱۸ ــ ب) می‌شود.

معلم ــ درست است. این نمودار با آن که بسیار ساده‌تر از نمودار(۱۱۸ ــ الف) است ولی دارای همان مشخصات از لحاظ عبور جریان و اختلاف پتانسیل است. حالا دیگر محاسبه مقاومت معادل کار راحتی است.

الف ــ مقاومت معادل از رابطه

$$\frac{R}{۳}+\frac{R}{۶}+\frac{R}{۳}=\frac{۵R}{۶}$$

به‌دست می‌آید.

ب ــ اگر چند سیم را طبق شکل(۱۱۹ ــ الف) به‌صورت مربعی که

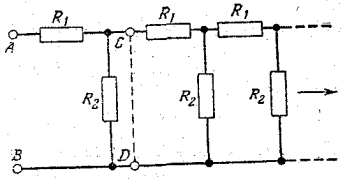
قطرهای آن هم رسم شده است به‌هم ببندیم مقاومت معادل چگونه به دست می‌آید؟

معلم ــ بازهم باید نقاط هم پتانسیل را پیدا کنیم. در این مورد می‌بینیم که شکل مدار دارای محور تقارنی است که با خط نقطه‌چین نمایش داده شده است. پیداست که همه نقاطی که روی این محور واقع شده‌اند دارای پتانسیلی برابر با نصف پتانسیل‌های A و D هستند. پس O و O_1 و O_2 هم پتانسیل هستند و طبق قاعده ما می‌توانیم آنها را بر هم منطبق کنیم. در نتیجه مجموعه مقاومت‌ها به دو بخش مشابه که به‌طور متوالی به‌هم متصلند تقسیم می‌شود. یکی از این بخش‌ها در شکل (۱۱۹ ــ ب) نشان‌داده‌شده‌است و محاسبه مقاومت کل این بخش چندان سخت نیست. اگر مقاومت هر قطعه سیم R باشد، مقاومت کل برابر با $\frac{۴R}{۱۵}$ می‌شود و مجموع مقاومت هر دو بخش به $\frac{۸R}{۱۵}$ می‌رسد.

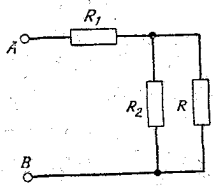
الف ــ پس نکته اصلی پیدا کردن نقاط هم پتانسیل و منطبق ساختن آنها بر یکدیگر است.

معلم ــ بله. حالا به‌مثالی در مورد یک بخش نامحدود از مدار الکتریکی توجه کنید:

مداری شامل مقاومت‌های R_1 و R_2 داریم که بی‌نهایت بار عیناً تکرار شده است شکل (۱۲۰ ــ الف) مقاومت کل میان نقاط A و B را معین کنید.



شکل (۱۲۰ ــ الف)



شکل (۱۲۰ ــ ب)

الف ــ آیا از استقرای ریاضی استفاده می‌کنیم ؟ مثلا" می‌توانیم ابتدا مقاومت یک قطعه، پس از آن دو قطعه و سه قطعه را الی آخر حساب کنیم و نتایج را برای n قطعه بنویسیم و n را به سمت ∞ میل بدهیم ؟

معلم ــ نه، نیازی به‌استقرای ریاضی نداریم . فقط به این نکته توجه داشته باشید که اگر یک قطعه از این مدار را برداریم چون تعداد بی‌نهایت است تاثیری در کل مدار ندارد . بنابراین اولین قطعه مدار را از محلی که در شکل (۱۲۰ ــ الف) با نقطه‌چین مشخص شده است جدا می ــ کنیم . بازهم بی‌نهایت قطعه مدار بر جا می‌ماند و اگر ما مقاومت کل میان نقطه‌های C و D را به‌دست بیاوریم ، همان مقاومت مورد نظر مساله خواهد بود . پس کل مدار را می‌توان با مدار شکل (۱۲۰ ــ ب) نشان داد که مقاومت کل آن از رابطه $R = R_1 + \frac{RR_2}{R + R_2}$ به‌دست می‌آید و این همان مقاومت کل مدار است . پس

$$R = R_1 + \frac{RR_2}{R + R_2} \Longrightarrow R^2 - RR_1 - R_1 R_2 = 0$$

از حل این معادله درجه دو R به‌ترتیب زیر به‌دست می‌آید :

$$R = \frac{R_1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + 4\frac{R_2}{R_1}}\right) \qquad (۱۷۹)$$

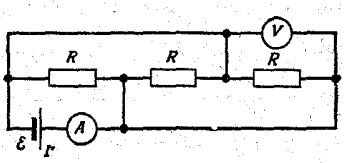
الف ــ روش جالبی است .

مسائل :

۶۳) در مدار شکل (۱۲۱) ، $\mathcal{E} = 47$ ، $r = 1\ \Omega$ و $R = 45\ \Omega$. ولت سنج و آمپرسنج چه مقداری را نشان می‌دهند ؟

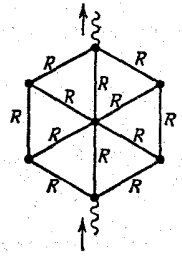
۶۴) مقاومت کل مربع شکل (۱۱۹ ــ الف) را به‌دست آورید به شرطی که از طریق نقاط A و C در یک مدار واقع شده باشد .

۶۵) یک شش ضلعی منتظم و قطرهای آنرا از سیم ساخته‌ایم .

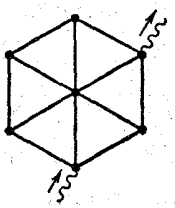


شکل (۱۲۱)

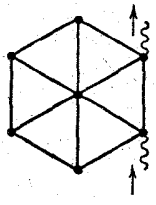
مقاومت هر سیم را R بگیرید و آنرا مطابق‌شکل (۱۲۲ ــ الف) درمدارقرار دهید و مقاومت کل آنرا به‌دست آورید .



شکل(۱۲۲ ــ الف)



شکل(۱۲۲ ــ ب)



شکل(۱۲۲ ــ ج)

۶۶) مقاومت کل شش ضلعی مساله قبل را با توجه به‌نحوه اتصال در شکل (۱۲۲ ــ ب) به دست‌آورید .

۶۷) عیناً همین مساله را در موردشش‌ضلعی‌شکل (۱۲۲ ــ ج)حل کنید .

۳۰) چرا لامپ می‌سوزد ؟

الف ــ چرا لامپ می‌سوزد ؟ آیا ولتاژ زیاد باعث سوختن آن می‌شود یا شدت جریان زیاد ؟

معلم ــ خودتان این پرسش را چطور پاسخ می‌دهید ؟

الف ــ من فکر می‌کنم شدت جریان اگر زیاد شود ، لامپ را می‌سوزاند .

معلم ــ من این پاسخ را چندان خوش ندارم . اولا" اجازه بدهید بگویم سوءال به آن شیوه که شما مطرح کردید گمراه کننده است . لامپ در اثر افزایش گرما که خود در اثر افزایش سریع تاءثیر گرمائی جریان ایجاد می‌شود ، می‌سوزد . افزایش سریع اثر گرمائی جریان خود معلول چند عامل است ، یکی ولتاژی که به دو سر لامپ اعمال می‌شود ، دیگر شدت جریان و بالاخره مقاومت لامپ . دربارهٔ این موضوع بگذارید بار دیگر فرمول محاسبه توان تولیدی یا مصرفی مدار بهنگام عبور جریان از مقاومت R را یادآوری کنیم .

ب ــ من این فرمولها را می‌دانم :

$$P = (\varphi_1 - \varphi_2)\, I \qquad (۱۸۰)$$

$$P = I^2 R \qquad (۱۸۱)$$

$$P = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{R} \qquad (۱۸۲)$$

در این روابط، P توان تولیدی در مقاومت R و $(\varphi_1 - \varphi_2)$ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و I شدت جریان در مقاومت R است .

الف ــ ما معمولا" از فرمول ۱۸۱ استفاده می‌کنیم که در آن توان

برحسب مجذور شدت جریان به‌دست می‌آید .

معلم ــ البته پیداست که هر سه فرمول، یکی هستند و با کاربرد قانون اهم می‌توان آنها را به‌هم تبدیل کرد . به‌همین دلیل در پاسخ به سوءال اول این بحث ، نمی‌توان درباره ولتاژ یا شدت جریان به‌طور مجزا سخن گفت و باید هر سه عامل یعنی شدت جریان، ولتاژ و مقاومت را در نظر گرفت . (خطاب به الف) شما چرا فرمول ۱۸۱ را ترجیح می‌دهید ؟

الف ــ معمولا" ولتاژی که به دو سر لامپ اعمال می‌شود ثابت است، بنابراین بستگی توان به ولتاژ برای ما سودی ندارد و فرمول ۱۸۱ از بقیه مفیدتر است .

معلم ــ فرض شما برای ترجیح این فرمول درست نیست . به‌این مساله توجه کنید : بخش گرم کننده یک اجاق برقی از سه قسمت تشکیل شده است که مقاومت‌های مساوی دارند . اگر این سه قسمت را به‌طور موازی به‌هم ببندیم یک کتری آب را درمدت ع دقیقه به‌جوش می‌آورد ، اگر مقاومتها را به‌صورتی که درشکل (۱۲۳) می‌بینید به‌هم ببندیم ، آب ظرف چه مدتی به‌جوش می‌آید ؟

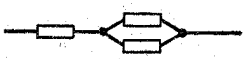
الف ــ ابتدا باید برای هر نوع اتصال مقاومت کل را به‌دست بیاوریم . در حالت اول یعنی موازی بودن هر سه قطعه ، مقاومت معادل از رابطه $R_{\circ} = \frac{R}{۳}$ به‌دست می‌آید و در موارد الف و ب و ج شکل (۱۲۳) روابط زیر مقاومت کل را به دست می‌دهد :

$$\left.\begin{array}{l} \text{الف}\quad R = ۳R \\ \text{ب}\quad R = R + \frac{R}{۲} = \frac{۳}{۲}R \\ \text{ج}\quad R = \frac{۲R^{۲}}{۳} = \frac{۲}{۳}R \end{array}\right\} \qquad (۱۸۳)$$

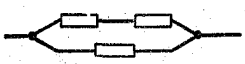
حالا اگر ولتاژ داده شده به‌اجاق را با حرف U مشخص کنیم با استفاده از قانون اهم می‌توانیم شدت جریانی را که در هر مورد از اجاق می‌گذرد به‌دست آوریم . . .

معلم (حرف الف را قطع می‌کند) ــ نیازی به‌محاسبه شدت

شکل (۱۲۳ ـ الف)



شکل (۱۲۳ ـ ب)



شکل (۱۲۳ ـ ج)

جریان نیست. اگر زمان لازم برای جوش آمدن آب کتری را به t_0 ، t_a ، t_b و t_c نشان دهیم، می‌توانیم با ضرب کردن این مقادیر در توان مصرفی، مقدار گرما را به‌دست آوریم. بنابراین با استفاده از فرمول ۱۸۲ خواهیم داشت:

$$\frac{U^2 t_0}{R_0} = \frac{U^2 t_a}{R_a} = \frac{U^2 t_b}{R_b} = \frac{U^2 t_c}{R_c} \qquad (۱۸۴)$$

اگر معادلات ۱۸۳ را در معادلات ۱۸۴ قرار دهیم پس از حذف عوامل مشترک U^2 و $\frac{1}{R}$ خواهیم داشت:

$$۳\ t_0 = \frac{t_a}{۳} = \frac{۲t_b}{۳} = \frac{۳t_c}{۲}$$

که با حل آنها:

$$t_a = ۹\ t_0 = ۵۴^{min}$$
$$t_b = ۹\frac{t_0}{۲} = ۲۷^{min}$$
$$t_c = ۲\ t_0 = ۱۲^{min}$$

به‌دست خواهد آمد. توجه داشته باشید که در این مسأله فرمول ۱۸۲ برای محاسبه توان مناسبتر است درست به‌همان دلیل که ولتاژ دو سر اجاق ثابت است. اما به پرسش دیگری توجه کنید: یک منبع جریان به

نیروی محرکه $\mathcal{E}$ و مقاومت دروسی r را به‌مقاومت خارجی R متصل کرده‌ایم . بازده منبع را به‌دست آورید ؟

ب ــ بازده منبع عبارت است از نسبت توان مفید یعنی توان مصرفی مدار خارجی به توان کل یعنی مجموع توانهای مربوط به مقاومتهای داخلی و خارجی :

$$\eta = \frac{I^2 R}{I^2 (R+r)} = \frac{R}{R+r} \qquad (۱۸۵)$$

معلم درست است . فرض کنید مقاومت داخلی یک منبع ثابت بماند ولی مقاومت خارجی تغییر کند . در این مورد بازده منبع چگونه تغییر می‌کند ؟

ب ــ هنگامی که $R = ۰$ یعنی مدار اصطلاحا "دشورت" باشد $\eta = ۰$ و اگر $R = r$ باشد $\eta = ۰/۵$ و اگر R به بی‌نهایت میل کند ، بازده به سمت یک میل می‌کند .

معلم ــ کاملا" درست است . در این حالت توان مفید چگونه تغییر می‌کند ؟

ب ــ چون بازده منبع با افزایش R زیاد می‌شود ، پیداست که توان مفید هم افزایش می‌یابد . بطورخلاصه ، هرچه R بزرگتر باشد ، توان مفید هم بیشتر خواهد بود .

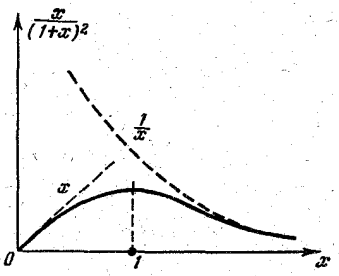
معلم ــ اشتباه می‌کنید . افزایش بازده یعنی افزایش نسبت توان مفید به کل توان و در این حالت توان مفید ممکن است حتی کاهش بیابد توان مفید از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

$$P_u = \frac{\mathcal{E}^2}{(R+r)^2} R = \frac{\mathcal{E}^2}{r} \frac{x}{(x+1)^2} \qquad (۱۸۶)$$

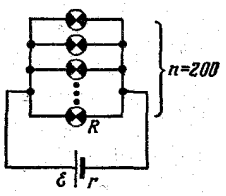
که در آن $x = \frac{R}{r}$. اگر $x << ۱$ باشد $P_u \propto x$ و اگر $x >> ۱$ باشد $P_u \propto \frac{۱}{x}$. توان مفید هنگامی به‌حداکثر مقدار خود می‌رسد که $x = ۱$ باشد . (یعنی $R = r$) که در این حالت $P_u = \frac{\mathcal{E}^2}{۴r}$. در شکل (۱۲۴) نمودار تابع $Y = \frac{x}{(x+1)^2}$ را می‌بینید . دراین نمودار

نحوه تغییرات توان مفید به‌ازاء تغییرات مقاومت خارجی نمایش داده شده است.

حالا به‌این مسأله توجه کنید: ۲۰۰ لامپ مشابه را که هریک از آنها $۳۰۰\,\Omega$ مقاومت دارد به‌طور موازی به‌هم بسته و به‌منبعی به نیروی مجرکه $۱۰۰\,V$ و مقاومت درونی $۰/۵\,\Omega$ متصل‌کرده‌ایم. توان مصرفی هر لامپ و تغییرات نسبی توان یک یک لامپها را در صورت سوختن هر لامپ حساب کنید. از مقاومت سیمهای رابط صرفنظر شود. شکل (۱۲۵)



شکل (۱۲۴)



شکل (۱۲۵)

ب ــ جریان کل مدار عبارت است از $I_t = \frac{\xi}{r + \frac{R}{n}} = ۵۰^A$ جریانی‌که‌ازهرلامپ‌می‌گذرداز‌رابطهٔ $I = \frac{I_t}{n} = ۰/۲۵^A$ به‌دست می‌آید بنابراین می‌توان توان مصرفی هر لامپ را محاسبه کرد: $P = I^۲R = ۳۷/۵\mathrm{W}$. برای محاسبه تغییرات نسبی توان یک لامپ به ازاء سوختن یک لامپ، ابتدا توان $P_۱$ راکه‌توان‌یک‌لامپ از ۱۹۹ لامپ باقیمانده است به‌دست می‌آوریم ونسبت

$$f = \frac{P_۱ - P}{P} \qquad (۱۸۷)$$

را محاسبه می‌کنیم.

معلم ــ من این روش را برای محاسبه نمی‌پسندم. f باید به‌طور

کلی برحسب R و r و n یعنی تعداد لامپ‌ها بیان شود بنابراین :

$$P = \frac{R}{n^2} \frac{\mathcal{E}^2}{(r + \frac{R}{n})^2}$$

$$P_1 = \frac{P}{(n-1)^2} \cdot \frac{\mathcal{E}^2}{(r + \frac{R}{n-1})^2}$$

با قراردادن این مقادیر به‌جای P و P_1 در رابطه ۱۸۷ می‌توانیم f را به‌ترتیب زیر محاسبه کنیم :

$$f = (\frac{P_1}{P} - 1) = \frac{nr + R}{nr - r + R} - 1 = \frac{1}{1 - \frac{r}{nr + R}} - 1$$

کسری که در مخرج معادله آخری می‌بینیم از یک بسیار کوچکتر است (چون تعداد لامپها بسیار زیاد است و مقاومت هرکدام از آنها از مقاومت درونی منبع بسیار بیشتر است) بنابراین با استفاده از فرمول تقریب (۱۷۳) خواهیم داشت :

$$f = (1 - \frac{r}{nr + R})^{-2} - 1 \cong \frac{2r}{nr + R} \quad (۱۸۸)$$

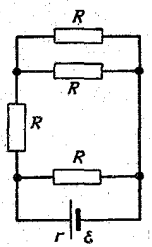
با قراردادن مقادیر عددی، $f = ۰/۰۰۲۵$ به‌دست می‌آید .

ب ــ چرا با روش محاسبه P_1 و قراردادن مقادیر عددی در معادله ۱۸۷ موافق نیستید ؟

معلم ــ دیدید که f برابر با ۰/۰۰۲۵ به‌دست آمد . بنابراین برای محاسبه f باید P_1 را تا چهار رقم اعشاری به‌دست بیاوریم و شما از پیش نمی‌دانید که واقعا " تا چند رقم اعشاری باید پیش بروید . مثلا " در همین مساله اگر شما P_1 را تنها تا دورقم اعشاری به‌دست آورید به این نتیجه می‌رسید که توان P_1 با توان P مساوی است .

مسائل :

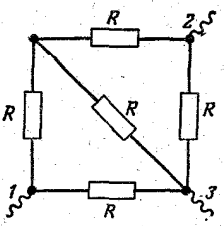
۶۸) در مدار الکتریکی شکل (۱۲۶)، $\mathcal{E} = ۱۰۰\,V$، $r = ۳۶\,\Omega$ و بازده منبع ۵۰٪ است مقاومت R و توان مفید را محاسبه کنید .



شکل (۱۲۶)

۶۹) منبع جریانی را به یک مقاومت خارجی متصل کرده‌ایم که مقاومت آن چهار برابر مقاومت درونی منبع است . اگر مقاومتی دو برابر مقاومت درونی را به‌طور موازی به‌این مقاومت ببندیم ، بازده منبع برحسب درصد چگونه تغییر می‌کند ؟

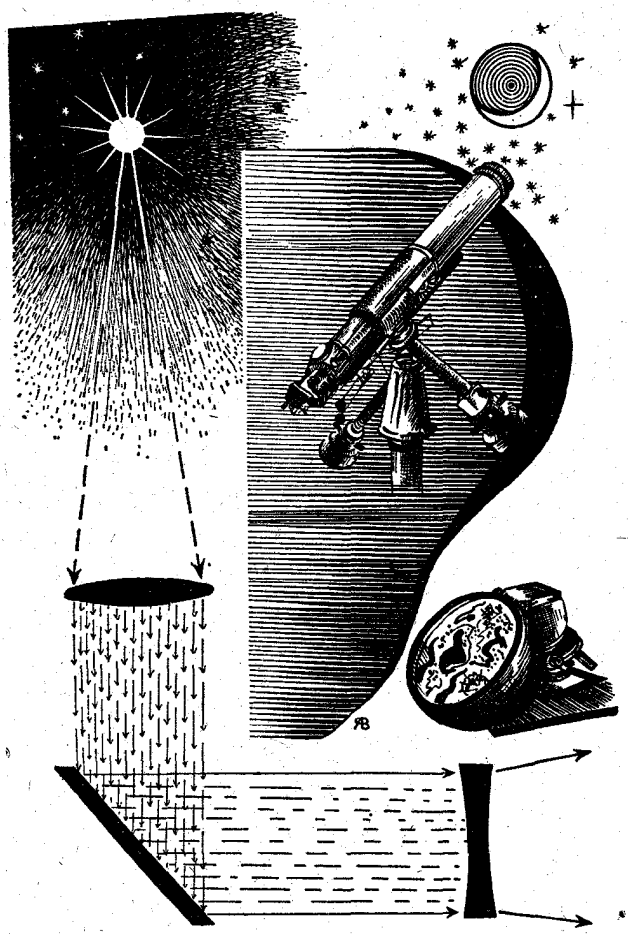
۷۰) چند مقاومت مشابه R را به ترتیبی که در شکل (۱۲۷) می ـ بینید به‌هم متصل ساخته‌ایم یکبار این مجموعه را از نقاط ۱ و ۲ و بار دیگر از نقاط ۱ و ۳ در مدار قرار می‌دهیم . اگر نسبت بازده منبع در این دو حالت $\frac{۱۶}{۱۵}$ باشد ، مقاومت درونی منبع چقدر است ؟ مقدار بازده را در این دو حالت محاسبه کنید .



شکل (۱۲۷)

۷۱) مقاومتهای یک اجاق الکتریکی را مطابق شکل (۱۲۷) به‌هم وصل کرده‌ایم و از نقاط ۱ و ۲ در مدار قرار داده‌ایم و پس از مدت معینی ۵۰۰ g آب را به‌جوش آورده‌ایم. اگر مجموعه را از نقاط ۱ و ۳ به‌برق متصل کنیم در مدتی مساوی با این مدت چه مقدار آب را می‌توان به‌جوش آورد. دمای اولیه آب را در هر دو مورد یکسان بگیرید و از اتلاف انرژی صرفنظر کنید.

۷۲) ۱/۵ لیتر آب $20^{\circ}c$ را به‌مدت ۱۵ دقیقه با یک اجاق الکتریکی که شامل دو مقاومت مشابه است حرارت می‌دهیم. اگر این دو مقاومت با هم به‌طور موازی بسته شوند آب شروع به‌جوشیدن می‌کند و ۱۰۰ گرم آن به‌بخار تبدیل می‌شود. اگر مقاومت‌ها را به‌طور متوالی ببندیم و آب را مدت ۶۰ دقیقه با آن حرارت دهیم چه می‌شود؟ گرمای نهان تبخیر آب cal/g ۵۳۹ است. اگر تنها یکی از مقاومت‌ها در مدار قرار گیرد چه مدت طول می‌کشد تا این مقدار آب به‌جوش بیاید؟



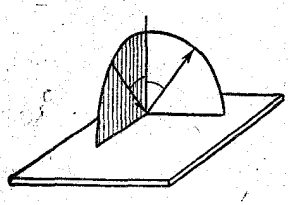
بشر قوانین نورشناسی هندسی را از قرنها پیش می‌دانسته است ، اما ظرافت و کمال این قوانین حتی امروز هم برای ما اعجاب‌انگیز است . خودتان می‌توانید با استفاده از سیستم‌های نوری این نکته را دریابید . در این بخش به‌قوانین بازتابش و شکست نور می‌پردازیم .

۳۱) می‌دانید پرتوهای نور چگونه بازتاب می‌یابند و می‌شکنند؟

معلم ــ لطفا" قوانین بازتابش و شکست نور را بیان بفرمایید.

الف ــ قانون بازتابش می‌گوید: زوایای تابش و بازتابش باهم برابرند و بر طبق قانون شکست نسبت سینوس زوایای تابش و شکست با ضریب شکست محیط برابر است.

معلم ــ دقیق نیست. اولا" نگفتید که پرتوهای تابش، یا باز ــ تابش یا شکست و خط عمود بر محیط هر سه در یک صفحه واقعند چون اگر این موضوع ذکر نشود ممکن است تصور شود که بازتابش مثلا" می‌تواند به شیوه‌ای که درشکل (۱۲۸) می‌بینید، اتفاق بیفتد.



شکل (۱۲۸)

ثانیا" ــ آن چه در مورد قوانین شکست گفتید تنها در مورد خاصی که محیط تابش هوا باشد درست است. اگر پرتو نور از محیطی به ضریب شکست n_1 به سطح مشترک این محیط با محیط شفاف دیگری به ضریب شکست n_2 برخورد کند و زوایای تابش‌وشکست‌رابه‌ترتیب α_1 و α_2 بگیریم قانون شکست نور به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (۱۸۹)$$

در این رابطه اگر محیط تابش هوا باشد $n_1 = 1$ و فرمول به‌مورد خاصی که شما اشاره کردید مربوط می‌شود. حالا به‌این مسأله توجه کنید: سکه‌ای در عمق H در آب قرار دارد اگر از بالا به‌طور قائم به‌آن نگاه کنیم آنرا در چه عمقی می‌بینیم؟

الف ــ می‌دانم که سکه را بالاتر از محل واقعی آن می‌بینم ولی نمی‌دانم دقیقاً" در کجا.

معلم ــ بگذارید از وسط سکه دو پرتو رسم کنیم، یکی پرتو oA و دیگری oB_1B. شکل (۱۲۹). پرتو oA به‌علت عمود بودن بدون شکست به‌مسیر خود ادامه می‌دهد. پرتو oA و پرتوشکست B_1B به چشم ناظر می‌رسند. چشم تصویر سکه را در نقطه برخورد پرتوهای oA و امتداد B_1B یعنی در نقطه o_1 می‌بیند: از روی تصویر پیداست که فاصله دلخواه یعنی h از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$h \tan\alpha_1 = H \tan\alpha_2$$

و از آن جا:

$$h = H \frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} \qquad (۱۹۰)$$

چون زوایای α_1 و α_2 بسیار کوچکند می‌توان $\tan$ و $\sin$ آنها را باهم مساوی گرفت

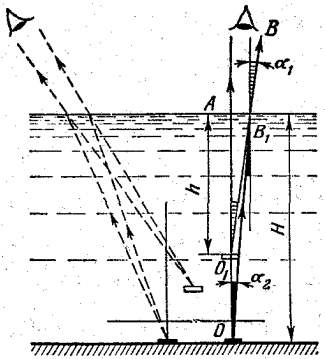
$$\tan\alpha \cong \sin\alpha \cong \alpha \qquad (۱۹۱)$$

و درنتیجه:

$$h \cong H \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{H}{n} \qquad (۱۹۲)$$

چون $n = \frac{۴}{۳}$ پس $h = \frac{۳}{۴} H$.

ب ــ اگر به‌طور مایل به‌سکه نگاه کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟



شکل (۱۲۹)

معلم ــ در این صورت سکه هم بالاتر و هم دورتر دیده می‌شود (خطوط نقطه‌چین در شکل ۱۲۹) و محاسبات خیلی پیچیده‌تر می‌شود. مثلا" به‌این مسأله دقت کنید: شناگری که قد وی h است در ته استخری به عمق H ایستاده است کمترین فاصله‌ای را که وی باید با نقاط ته استخر داشته باشد تا بتواند تصویر آنها را در سطح آب (که به‌صورت یک آینه عمل می‌کند) ببیند به‌دست آورید.

الف ــ این مسأله را می‌توانم حل کنم. فاصله مورد نظر را با حرف L نشان می‌دهم و مسیر نور از نقطه A تا چشم شناگر را مطابق شکل (۱۳۰) رسم می‌کنم. نقطه A نزدیکترین نقطه‌ای است که غواص می‌تواند تصویر آن را در سطح آب ببیند. بنابراین به‌عنوان مثال پرتوی که از نقطه B (که فاصله‌اش تا غواص از فاصله A کمتر است) به سطح آب برمی‌خورد می‌شکند به‌درون آب و به‌سوی شناگر بازنمی‌گردد. (خط نقطه چین در شکل ۱۳۰). زاویه α زاویه حد تابش است و می‌دانیم که:

$$\sin\alpha = \frac{1}{n} \qquad (۱۹۳)$$

و از روی شکل:

$$L = h\tan\alpha + ۲(H-h)\tan\alpha = (۲H-h)\tan\alpha$$

و چون :

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{۱-\sin^۲\alpha}}$$

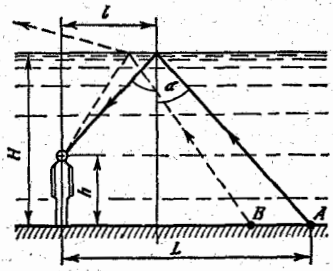
رابطه ۱۹۳ به‌صورت زیر درمی‌آید :

$$L = \frac{۲H-h}{\sqrt{n^۲-۱}} \qquad (۱۹۴)$$

اگر به‌جای n عدد $\frac{۳}{۴}$ بگذاریم :

$$L = \frac{۳}{\sqrt{۷}}(۲H-h)$$

معلم ــ کاملا" درست است. اگر شناگر درست به‌بالای سر خود نگاه کند چه منظره‌ای می‌بیند ؟



شکل (۱۳۰)

الف ــ اگر مستقیماً به بالای سر خود نگاه کند دایره‌ای به‌شعاع $l = \frac{H-h}{n^2-1} = \frac{3}{\sqrt{7}}(H-h)$ را روشن خواهد دید و در بیرون محدودهٔ این دایره تصویر کف استخر را می‌بیند.

ب ــ اگر ته استخر در محلی که شناگر ایستاده است افقی نباشد چه اتفاق می‌افتد؟

معلم ــ در این صورت مطمئناً فاصله L به‌جهت نگاه کردن شناگر بستگی دارد. پیداست که اگر جهت دید شناگر در جهت بالای شیب ته استخر باشد فاصله، می‌نیمم و در جهت عکس فاصله، ماکزیمم خواهد بود. نتایج به‌دست آمده از حل مسأله بالا را تنها در موردی می‌توان بکار برد که راستای دید موازی با ته استخر باشد. در مسأله ۷۴ نمونه‌ای از مسأله با ته شیب‌دار برای حل ارائه شده است.

الف ــ آیا می‌توان با قراردادن مجموعه‌ای از تیغه‌های شفاف متوازی السطوح در مسیر پرتو نور، راستای آنرا تغییر داد؟

معلم ــ خود شماچه فکر می‌کنید؟

الف ــ کلاً فکر می‌کنم این کار ممکن باشد. می‌دانیم که پرتو نور پس از شکست در راستای متفاوتی به‌حرکت ادامه می‌دهد.

ب ــ من با این نظر موافق نیستم! چون پرتو نور پس از خروج از تیغه مجدداً در همان راستای اولیه خود سیر می‌کند.

معلم ــ لطفاً با استفاده از چند تیغه با ضریب شکست مختلف این موضوع را نشان دهید.

ب ــ من سه تیغه به‌ضریب شکست n_1 و n_2 و n_3 انتخاب می‌کنم. مسیر پرتو نور در این سه محیط در شکل (۱۳۱) نشان داده شده است.

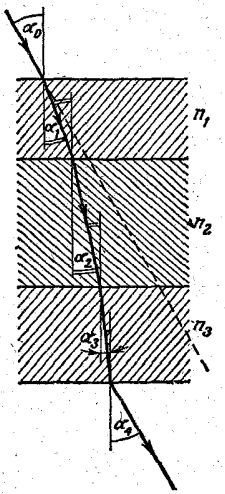
برای پرتو شکست در فاصله هر دو محیط می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha_1} = n_1 \quad ; \quad \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

و

$$\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3} = \frac{n_3}{n_2} \quad ; \quad \frac{\sin\alpha_3}{\sin\alpha_4} = \frac{1}{n_3}$$

و



شکل (۱۳۱)

اگر طرف اول این روابط را درهم و طرف دوم آنها را هم در یکدیگر ضرب کنیم به‌این نتیجه می‌رسیم که $\frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha_4} = 1$ و درنتیجه $\alpha_4 = \alpha_0$ و موضوع ثابت می‌شود.

معلم ــ کاملا" درست. حالا اجازه بدهید محدودیت کاربرد قوانین نورشناسی هندسی را بررسی کنیم.

ب ــ این قوانین در مورد فواصلی که در حدود طول موج نور یا کوتاهتر از آن باشد قابل کاربرد نیست. در این فاصله خواص موجی نور شروع به‌ظهور می‌کنند.

معلم ــ حق با شماست و خیلی از دانش‌آموزان متوجه این موضوع هستند، درباره محدودیت این قوانین در فواصل دور چه می‌دانید؟

ب ــ در فواصل بزرگتر از طول موج نور، نور در محدوده‌ٔ نورشناسی هندسی رفتار می‌کند. بنابراین تصور من اینست که در فواصل طولانی محدودیتی در مورد کاربرد این قوانین نیست.

معلم ــ اشتباه می‌کنید ! به این مورد توجه کنید : شما پرتو نوری را به‌فضا می‌فرستید و از امکان پراش آن صرفنظر می‌کنید . فرض کنید که در مدت یک ثانیه وسیله ارسال پرتو را به‌اندازه ۶۰° بچرخانیم. پرسشی که پیش می‌آید اینست : در ضمن چرخیدن منبع نور، سرعت حرکت نقاط پرتو نور در فاصله ۳۰۰ر۰۰۰ کیلومتری چقدر است ؟

ب ــ متوجه سوءالتان هستم . این نقاط باید با سرعتی بیش از سرعت نور حرکت کنند ، اما براساس نظریه نسبیت ، سرعت حرکت ذرات مادی نمی‌تواند از سرعت حرکت نور بیشتر باشد . البته ما در این جا با پرتو نور سر و کار داریم .

معلم ــ خوب ، مگر پرتو نور ماده نیست ؟ همانطور که می‌بینید ، نورشناسی هندسی در فواصل بزرگ انسجام خود را از دست می‌دهد . باید توجه داشته باشیم که پرتو نور جویباری از ذراتی است که فوتون خوانده می‌شوند . فوتونهائی که قبل از چرخاندن دستگاه تولید نور به فضا پرتاب شده‌اند از جریان چرخش دستگاه "بی‌خبر می‌مانند" و مانند قبل در مسیر حرکت خود به‌حرکت ادامه می‌دهند . فوتونهای جدید در راستای جدید به‌جریان می‌افتد و ما در کل پرتو چرخشی نمی‌بینیم .

ب ــ چطور می‌توانیم به‌طور کمی نحوه محدود شدن کاربرد قوانین نورشناسی هندسی را در فواصل دور معین کنیم ؟

معلم ــ فاصله باید آنقدر باشد که مدت لازم برای طی آن به‌وسیله نور از تمام زمانهائی که در مسأله هست کمتر باشد (مثلا" زمانی بسیار کوتاهتر از مدت لازم برای چرخاندن یک دستگاه ارسال پرتو نور) . در این صورت ، پرتو نور ، در کل از میان نمی‌رود و با اطمینان خاطر می‌توانیم قوانین نورشناسی هندسی را در مورد آن بکار بگیریم .

مسائل :

۷۳) از بالای آب به‌طور قائم به‌جسمی که در زیر آب در زیر یک صفحه شیشه‌ای قرار دارد نگاه می‌کنیم . ضخامت شیشه ۵ cm است و

۱۰^{cm} آب دربالای آن قرار دارد. ضریب شکست شیشه را ۱/۶ بگیرید. تصویر شیئی در چه فاصله‌ای از سطح آب دیده می‌شود؟

۷۴) شناگری که قد وی ۱/۸ متر است در عمق یک استخر ایستاده است و عمق استخر ۵ متر است. کف استخر سطح شیبداری است به زاویه ۱۵°. کمترین فاصله شناگر را تا نقطه‌ای که می‌تواند تصویر آن را که از سطح آب منعکس شده است ببیند به‌دست آورید.

۷۵) بر یک صفحه شیشه‌ای به‌ضخامت ۵^{cm} و ضریب شکست ۱/۵ پرتوی می‌تابد. زاویه تابش چقدر باشد تا پرتو بازتابش این پرتو بر پرتو شکست آن عمود باشد؟

برای این زاویه تابش، میزان جا به‌جائی پرتو را ضمن عبور از تیغه به‌دست آورید.

۷۶) اگر بر صفحهٔ شیشه‌ای به ضخامت d و ضریب شکست n پرتو نوری با زاویه تابشی برابر با زاویه حد تابش شیشه بتابد، مسیر آن چقدر جا به‌جا می‌شود؟

۳۲) چگونه تصویر را در آینه‌ها و عدسی‌ها رسم کنیم؟

معلم ــ در بسیاری از موارد، دانش‌آموزان در رسم تصویر اجسام در آینه‌ها و عدسی‌ها ضعف نشان می‌دهند. اجازه بدهید بعضی از نمونه‌های این ضعف را ارائه‌کنم: مثلا" تصویر نوری را که در آینه مسطح شکل (۱۳۲ ــ الف) تشکیل می‌شود رسم کنید.

الف ــ به‌نظر من چون آینه در محلی بسیار بالاتر از فرد واقع شده است تصویری در آن تشکیل نمی‌شود.

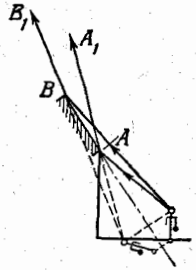
معلم ــ اشتباه می‌کنید. تصویر در آینه تشکیل می‌شود و طرز تشکیل آن در شکل(۱۳۲ ــ ب) نشان‌داده‌شده‌است. یکی از راههای ساده رسم این تصویر عبارت است از رسم امتداد آینه و به‌دست آوردن قرینه شخص نسبت به‌این امتداد.

الف ــ درست ولی آیا فرد می‌تواند این تصویر را ببیند؟

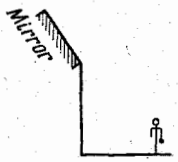
معلم ــ این سوءال کاملا" جدا است. در واقع فرد نمی‌تواند تصویر خود را ببیند چون آینه در محلی بسیار بالاتر واقع شده است و از آن مهمتر مایل است. تصویری که از فرد دراین آینه تشکیل می‌شود تنها برای ناظری که در محدودهٔ زاویه میان پرتوهای AA_1 و BB_1 قرار گرفته است قابل روءیت است.

به‌جا است که به‌خاطر بیاوریم که چشم معمولا" تصویر را یا در محل برخورد پرتوهای واگرائی که از تصویر به‌چشم می‌رسند می‌بیند یا در محل برخورد امتداد این پرتوها. (به شکلهای ۱۲۹ و۱۳۲)ب توجه کنید).

در شکل (۱۳۳) طرز رسم تصویر در دو آینه تخت عمود بر هم را



(ب)



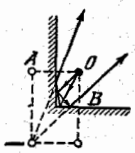
(الف)

شکل (۱۳۲)

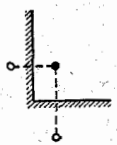
ملاحظه می‌کنید. شکل (۱۳۳ ــ الف).

الف ــ چون هر آینه از جسمی که در مقابل‌آن قرار می‌گیرد یک تصویر می‌دهد پس دو تصویر خواهیم داشت‌که‌درشکل (۱۳۳ ــ ب) دیده می‌شوند.

معلم ــ سومین تصویر را از یاد برده‌اید. توجه داشته باشید که پرتوهای رسیده از شیئی در محدوده‌ٔ زاویه قائمه AOB شکل (۱۳۳ ــ ج) هرکدام دوبار بازتاب می‌یابند: یکبار از روی آینه اول و بار دیگر از روی آینه دوم. درشکل (۱۳۲ ــ ج) مسیر این دو پرتو را می‌بینید. در محل برخورد این پرتوها سومین تصویر تشکیل می‌شود. بعد به مثالهائی در مورد تشکیل تصویر در عدسی‌های همگرا خواهیم پرداخت.



شکل (۱۳۳ ــ ج)



شکل (۱۳۳ ــ ب)

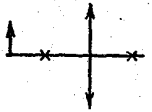
شکل (۱۳۳ ــ الف)

درشکل (۱۳۴ ــ الف) تصویر جسم‌رادر عدسی همگرا رسم کنید.

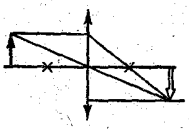
الف ــ خیلی ساده است. این تصویر را درشکل (۱۳۴ــب) می‌ــ

بینید .

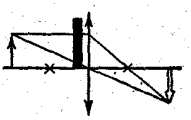
معلم ــ خوب ، حالا فرض کنید یک نیمه عدسی را به‌ترتیبی که در شکل (۱۳۴ ــ ج) می‌بینید با یک‌صفحه کدر بپوشانیم . برای تصویر چه اتفاقی می‌افتد ؟



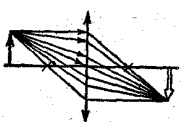
شکل (۱۳۴ ــ الف)



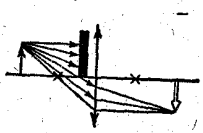
شکل (۱۳۴ ــ ب)



شکل (۱۳۴ ــ ج)



شکل (۱۳۴ ــ د)



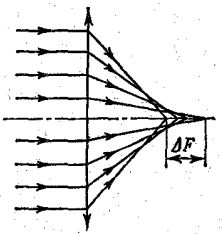
شکل (۱۳۴ ــ هـ)

الف ــ در این صورت تصویر از میان می‌رود .

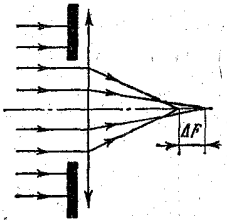
معلم ــ کاملا " در اشتباهید . فراموش نکنید که هر نقطه تصویر از برخورد بی‌نهایت پرتو شکست به‌دست می‌آید (تصویر۱۳۴ ــ د) ولی ما معمولا " به دو پرتو قناعت می‌کنیم . در حالتی که نیمی از عدسی پوشیده است بخشی از پرتوها به‌عدسی نمی‌رسد اما بخش دیگر از قسمت باز عدسی عبور می‌کنند و تصویر را تشکیل می‌دهند (تصویر۱۳۴ ــ هـ) . البته چون تمام پرتوها از عدسی عبور نمی‌کنند تصویر به‌وضوح قبل نخواهد بود .

ب ــ پس در صورتی که نیمی از عدسی را بپوشانیم تنها از وضوح تصویر کاسته می‌شود ، اما در عکاسی می‌دانیم که اگر به‌کمک دیافراگم بخشی از سطح عدسی دوربین را بپوشانیم نور تصویر کمتر می‌شود اما تصویر صافتر و واضحتر می‌شود . در این مورد چه اتفاق می‌افتد ؟

معلم ــ سوءال مناسبی است و به‌من اجازه می‌دهد که بر یک نکته تاءکید کنم . شیوه رسم تصویر به آن ترتیب که ما این‌جا مطرح کردیم بر پایه این فرض قرار داشت که وسائل نوری فاقد عیب‌باشند . البته کلمه "عیب" در این مورد کلمه مناسبی نیست چون به نارسائی یا اشکال در



شکل (۱۳۵ ــ الف)



شکل (۱۳۵ ــ ب)

ساخت و کار عدسی که به‌طور تصادفی پیش می‌آید ارتباط ندارد بلکه خاصیت بنیادی عدسی است.

می‌دانیم که پرتوهای موازی محور اصلی عدسی پس از عبور از عدسی چنان می‌شکنند که در نقاط مختلف (برحسب فاصله پرتوهای تابش از محور اصلی) با محور اصلی برخورد می‌کنند شکل (۱۳۵ ـ الف). بنابراین کانون اصلی عدسی یعنی محل برخورد پرتوهای شکست مربوط به‌پرتوهای تابش موازی محور اصلی کاملا" واضح و مشخص نیست و در نتیجه تصویر بطور مشخص تشکیل نمی‌شود. هر چقدر پرتوها از محور اصلی دورتر باشند عدم وضوح تصویر بیشتر است. در دوربین عکاسی هنگامی که دیافراگم را تنگتر می‌کنیم تنها پرتوهائی به‌عدسی می‌رسند که به‌محور اصلی نزدیکترند و این امر باعث وضوح و روشنی تصویر می ــ شود (تصویر ۱۳۵ ــ ب).

ب ــ پس با استفاده از دیافراگم به‌بهای کم نورتر شدن تصویر آن را واضح‌تر می‌کنیم.

معلم ــ درست است. البته دانش آموزان کاملا" مجازند فرض کنند که پرتوهای موازی محور اصلی همگی پس از شکست در نقطه‌ای که کانون خوانده می‌شود باهم برخورد می‌کنند و اگر این پرتوهای موازی با محور اصلی زاویه تشکیل دهند محل برخوردشان نقطه‌ای در صفحه کانونی عدسی خواهد بود. اما خوب است همواره در نظر داشته باشند که این روش تقریبی است و برای کسب نتایج دقیقتر باید عیوب سیستم

نوری را تصحیح کرد .

الف ــ صفحه کانونی عدسی چیست ؟

معلم ــ صفحه کانونی ، صفحه‌ای است که در نقطه کانون اصلی عمود بر محور اصلی عدسی قرار گرفته است . حالا ببینیم چه تفاوتی میان تصویری که از آینه تخت به‌دست می‌آید با تصویری که عدسی همگرای شکل (۱۳۴) می‌دهد موجود است ؟

الف ــ تصویر در آینه تخت مجازی است ولی تصویر در عدسی حقیقی است .

معلم ــ درست است چه تفاوتی میان تصویر حقیقی و تصویر مجازی وجود دارد ؟

ب ــ تصویر مجازی از برخورد امتداد پرتوهای شکست به‌دست می‌آید در حالیکه تصویر حقیقی از برخورد خود پرتوهای شکست به‌دست می‌آید . به‌همین دلیل است که می‌توان تصویر مجازی را ظاهرا" پشت دیوارها که پرتوهای نور قادر به‌نفوذ در آنها نیست مشاهده کرد .

معلم ــ کاملا" درست است . یادتان باشد که تصویر مجازی را تنها از محلهای معین می‌توان دید اما تصویر حقیقی را می‌توان روی یک پرده نمایش داد و از هر نقطه‌ای آنرا مشاهده کرد . به‌مثال شکل (۱۳۶ الف) توجه‌کنید : مسیر پرتو BB_1B_2 در عدسی مشخص است ، مسیر پرتو AA_1 را معین کنید .

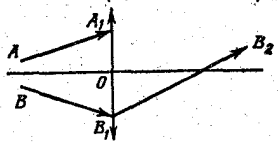
الف ــ در این مثال فاصله کانونی عدسی معین نشده است .

معلم ــ ولی در عوض مسیر پرتو دیگر را قبل و بعد از عبور از عدسی می‌دانیم .

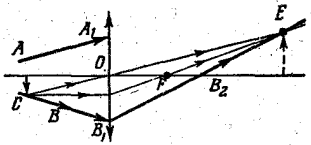
الف ــ این نوع رسم پرتو را نخوانده‌ایم .

ب ــ فکر می‌کنم باید ابتدا فاصله کانونی عدسی را پیدا کنیم . برای این‌کار می‌توانیم در سمت چپ عدسی خطی بر محور اصلی آن عمود کنیم تا در نقطه C با پرتو BB_1 برخورد کند (شکل۱۳۶ــ ب) . از نقطه C پرتوی به مرکز عدسی می‌تابانیم که بدون شکست از عدسی می ــ گذرد و در نقطه E با پرتو B_1B_2 برخورد می‌کند . نقطه E تصویر نقطه C است . حالا اگر از نقطه C پرتوی موازی محور اصلی به‌عدسی

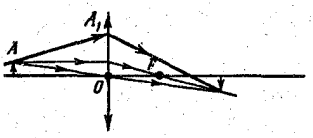
بتابانیم این پرتو هم پس از شکست از نقطه E خواهد گذشت. محل برخورد این پرتو اخیر با محور اصلی عدسی کانون اصلی عدسی است (شکل ۱۳۶ ــ ب).



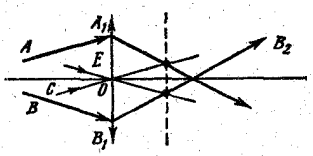
شکل (۱۳۶ ــ الف)



شکل (۱۳۶ ــ ب)



شکل (۱۳۶ ــ ج)



شکل (۱۳۶ ــ د)

پس از تعیین فاصله کانونی، می‌توان به‌راحتی مسیر AA_1 را پس از گذشتن از عدسی مشخص کرد. برای اینکار خطی را در سمت چپ عدسی بر محور اصلی عمود می‌کنیم تا در نقطه‌ای با AA_1 برخورد کند. چون کانون عدسی مشخص شده است می‌توان تصویر محل برخورد این خط با AA_1 را به‌دست آورد. پرتو AA_1 پس از عبور از عدسی از این تصویر می‌گذرد. (شکل ۱۳۶ ــ ج).

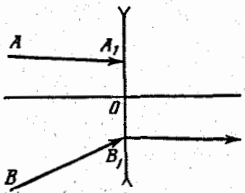
معلم ــ اظهارات شما کاملا" صحیح است. شما با استفاده از تصویر یک شیئی کمکی مساله را حل کردید. این روش برای تعیین تصویر نقطه درخشانی که روی محور اصلی عدسی قرار دارد مناسب است. برای تعیین تصویر باید در محلی که نقطه نورانی واقع است جسمی به‌شکل یک پیکان رسم کنیم و پس از به‌دست آوردن تصویر این جسم محل برخورد آن با محور اصلی تصویر نقطه نورانی خواهد بود.

اما این روش برای حل مثال ما خیلی پر دردسر است. برای تعیین کانون می‌توانیم پرتو EO را موازی با BB_1 طوری رسم کنیم که از مرکز عدسی بگذرد. چون این دو پرتو باهم موازیند پس از شکست در

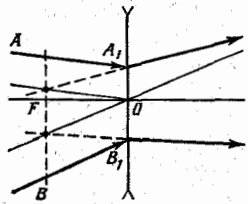
صفحه کانونی عدسی که مقطع آن درشکل (۱۳۶ ــ د) به‌صورت نقطه چین نشان داده شده است باهم برخورد می‌کنند. پرتو Co را هم به‌همین ترتیب موازی AA_1 رسم می‌کنیم تا در صفحه کانونی با آن تلاقی کند. می‌بینید که این روش خیلی ساده‌تر است.

ب ــ بله، روش شما خیلی ساده‌تر است.

معلم ــ همین روش را در مورد یک عدسی واگرا بکار ببرید (شکل ۱۳۷ ــ الف)



شکل (۱۳۷ ــ الف)



شکل (۱۳۷ ــ ب)

ب ــ ابتدا پرتوی موازی BB_1 رسم می‌کنم که از مرکز عدسی بگذرد. برعکس حالت قبل، امتداد پرتوها در سمت چپ عدسی با هم برخورد می‌کند. در نتیجه صفحه کانونی که شامل نقاط برخورد است در سمت چپ عدسی به‌دست می‌آید (شکل ۱۳۷ ــ ب)

معلم ــ (کلام او را قطع می‌کند): توجه داشته باشید که تصویر در عدسی واگرا همیشه مجازی است.

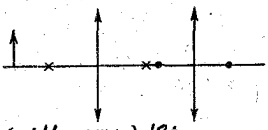
• ب (ادامه می‌دهد) ــ بعد خطی موازی AA_1 از مرکز عدسی رسم می‌کنم و با توجه به‌اینکه امتداد پرتوهای شکست همدیگر را قطع می‌کنند می‌توانم پرتو لازم را رسم کنم.

معلم ــ خوب، حالا بگوئید اگر جسم نسبتا" پهنی داشته باشیم

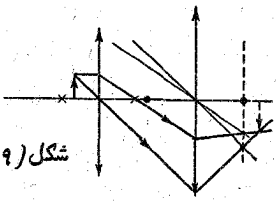
که قسمتی از آن جلوی کانون و عدسی همگرا و قسمتی از آن در پشت کانون قرار گرفته باشد تصویر آن در کجا تشکیل می‌شود؟

ب ــ چند تصویر از چند نقطه مختلف جسم را که در فواصل مختلفی از عدسی قرار دارند به‌دست می‌آورم. تصویر نقاطی که در جلوی کانون واقعند به‌طور مجازی و در سمت چپ عدسی تشکیل می‌شود در حالی که تصویر نقاط دیگر جسم به‌طور حقیقی و در سمت راست عدسی تشکیل می‌شود و تصویر نقاطی که در وسط یعنی روی کانون واقع است در بی‌نهایت تشکیل می‌شود.

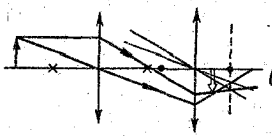
معلم ــ عالی است. پس تصویر جسم از دو قطعه در سمت راست و چپ عدسی تشکیل می‌شود که هرکدام از فاصله معینی از عدسی شروع و تا بی‌نهایت ادامه می‌یابند.



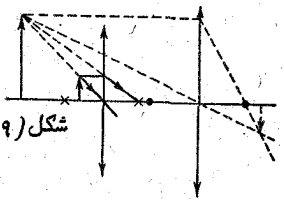
شکل (۱۳۸ ــ الف)



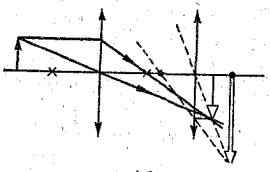
شکل (۱۳۹ ــ الف)



شکل (۱۳۸ ــ ب)



شکل (۱۳۹ ــ ب)



شکل (۱۳۸ ــ ج)

همانطور که می‌بینید پاسخ پرسش "آیا می‌توان به‌طور همزمانْ از یک شیئی تصویر حقیقی و مجازی تشکیل داد؟" مثبت است.

چون ظاهرا" شما در رسم تصویر عدسی‌ها مهارت دارید به‌سراغ مسائل مشکلتری می‌رویم. مثلا": دو عدسی همگرا با کانونهای مختلف را

طوری مقابل هم قرار داده‌ایم که محور اصلی آنها مشترک باشد. تصویر یک شیئی را در این مجموعه رسم کنید (شکل۱۳۸ ــ الف). کانونهای یکی از عدسی‌ها را با x و دیگری را با o نمایش داده‌ایم.

ب ــ ابتدا تصویر شیئی را در عدسی اول به‌دست می‌آوریم و در این حالت موقتاً از وجود عدسی دوم صرفنظر می‌کنیم. پس از آن این تصویر را برای عدسی دوم به‌منزله یک شیئی می‌گیریم و تصویر آنرا در عدسی به‌دست می‌آوریم.

معلم ــ در این جا یک اشتباه رایج دیده می‌شود. پاسخ شما غلط است.

اجازه بدهید دو پرتو نور راکه‌ازنوک جسم به‌طرف عدسی می ــ آید تعقیب کنیم. (شکل ۱۳۸ ــ ب) مسیر این پرتوها را در عدسی اول می‌توان به‌راحتی تعقیب کرد. اما برای ردیابی آنها در عدسی دوم باید از مرکز عدسی دوم دو خط موازی دو پرتو شکست عدسی اول رسم کنیم. با استفاده از این قاعده که پرتوهای موازی پس از عبور از عدسی در صفحه کانونی عدسی باهم برخورد می‌کنند، نقاط برخورد این پرتوها در صفحه کانونی را مشخص می‌کنیم و محل برخورد پرتوهای شکست یعنی تصویر نقطه نوک جسم در عدسی دوم معین می‌شود. در شکل(۱۳۸ ــ ب)این روش رسم را مفصلاً نمایش داده‌ایم. اگر به‌روشی که شما پیشنهاد کردید عمل کنیم به‌نتیجه‌ای می‌رسیم که در شکل(۱۳۸ ــ ج)دیده‌می‌شود. خطهای‌پرمسیر تشکیل تصویر در عدسی اول و خطهای نقطه‌چین مسیر تشکیل تصویر در عدسی دوم را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌کنید که نتیجه کاملاً متفاوت و کاملاً نادرست است.

ب ــ ولی یادم هست که یکبار تصویر را به‌همین صورتی که من گفتم رسم کردیم.

معلم ــ ممکن است. واقعیت اینست که در بعضی از موارد این روش با روشی که من گفتم بر هم تطبیق می‌یابد. مثلاً در همین مثال اگر شیئی در فاصله کانونی عدسی اول واقع شده باشد در شکل(۱۳۹ ــ الف)تصویر به‌روشی که من بیان کردم و در شکل(۱۳۹ــ ب) تصویر به

روشی که شما بیان کردید به‌دست آمده و نتیجه هم یکسان است.

ب ــ چطور می‌توانیم بفهمیم در کدام مورد می‌توان به‌روشی که من گفتم به‌رسم تصویر پرداخت؟

معلم ــ در مورد دو عدسی تعیین شرایطی که تحت آنها می‌توان با این روش به‌رسم تصویر پرداخت مشکل نیست، اما در مورد چند عدسی اوضاع خیلی غامض می‌شود. من توصیه می‌کنم برای پرهیز از دردسر به‌روشی که من گفتم تصویر را رسم کنید.

بگذارید یک سؤال دیگر پیش بکشم: آیا عدسی دو کاو می‌تواند همگرا باشد؟

ب ــ در شرایط معمولی، عدسی دو کاو واگرا است، اما اگر آنرا در محیطی که ضریب شکست آن از ضریب شکست ماده‌ای که عدسی از آن ساخته شده است بیشتر باشد قرار دهیم به عدسی همگرا تبدیل می‌شود. درهمین شرایط عدسی دوکوژ به عدسی واگرا تبدیل می‌شود.

۳۳) تا چه حد در مسائل مربوط به آینه‌ها و عدسی‌ها مهارت دارید؟

معلم ــ در این جا مایلم چند نکته کلی را که در حل مسائل مربوط به آینه‌ها و عدسی‌ها بسیار مفید است خاطرنشان کنم. فرمولهای مربوط به‌حل این مسائل را می‌توان به‌دو دسته تقسیم کرد. دسته اول فرمولهائی که رابطه میان f (فاصله کانونی)، p (فاصله شیئی تا عدسی یا آینه و q (فاصله تصویر تا عدسی یا آینه) را نشان می‌دهند:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q} \qquad (۱۹۵)$$

در این فرمول f و p و q کمیتهای جبری هستند که می‌توانند مثبت یا منفی باشند. تنها سه حالت ممکن است روی دهد که در جدول زیر این حالات را می‌بینید:

عدسی‌های همگرا و آینه‌های مقعر	
$p<f$	$p>f$
۲) $p>0$ و $f>0$ و $q<0$ تصویر مجازی	۱) $p>0$ و $f>0$ و $q>0$ تصویر حقیقی
عدسی‌های واگرا و آینه‌های محدب	
۳) $p>0$ و $f<0$ و $q<0$ تصویر مجازی	

همان‌طور که می‌بینید p همیشه مثبت است، f برای عدسی‌های همگرا و آینه‌های مقعر مثبت و برای عدسی‌های واگرا و آینه‌های محدب منفی است. و q برای تصاویر حقیقی مثبت و برای تصاویر مجازی منفی است.

الف ــ پس این جدول به‌ما کمک می‌کند که از رابطه ۱۹۵ سه فرمول جداگانه به‌دست آوریم که در آنها علامت هر کمیت مشخص شده است:

$$\left.\begin{array}{ll} ۱) & \frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q} \\ ۲) & \frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}-\frac{۱}{q} \\ ۳) & -\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}-\frac{۱}{q} \end{array}\right\} \qquad (۱۹۶)$$

معلم ــ درست همین طور است.

الف ــ تا به‌حال متوجه مشابهت میان عدسی‌ها و آینه‌ها نشده بودم.

معلم ــ دومین دسته فرمولهائی است که فاصله کانونی عدسی‌ها یا آینه‌ها را با دیگر مشخصات آنها ارتباط می‌دهند. در مورد آینه‌ها این فرمول به‌صورت

$$F=\pm\frac{R}{۲} \qquad (۱۹۷)$$

درمی‌آید که در آن R شعاع انحناست. علامت مثبت به‌آینه مقعر و علامت منفی به‌آینه محدب مربوط می‌شود. در مورد عدسی‌ها:

$$\frac{۱}{f}=(n-۱)\left(\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}\right) \qquad (۱۹۸)$$

که در آن n ضریب شکست ماده متشکله عدسی و $R_۱$ و $R_۲$ شعاعهای انحنای عدسی است. اگر R به‌وجه مقعر عدسی مربوط باشد علامت آن را منفی و در صورتی که به‌وجه محدب عدسی مربوط باشد علامت آنرا

مثبت‌می‌گیریم . می‌بینید که‌عدسی‌های دوکاو، تخت کاو و هلالی‌کاو به موجب فرمول ۱۹۸ دارای کانون مثبت و بنابراین همگرا هستند .

الف ــ اگر عدسی را در محیطی به‌ضریب شکست n_0 فرو ببریم در فرمول ۱۹۸ چه تغییری پیدا می‌شود ؟

معلم ــ فرمول به‌صورت :

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (۱۹۹)$$

درمی‌آید .

هنگامی که از محیط رقیقتر $(n_0 < n)$به‌محیط غلیظتر $(n_0 > n)$ حرکت می‌کنیم ، برحسب فرمول ۱۹۹ ، علامت f تغییر می‌کند و عدسی همگرا تبدیل به‌عدسی واگرا یا عدسی واگرا تبدیل به‌عدسی همگرا می ــ شود . بگذارید به حل یک مساله خاص بپردازیم : وجه محدب یک عدسی تخت به‌شعاع R و ضریب شکست n را نقره‌اندود کرده ونوعی آینه مقعر به‌دست می‌آوریم . فاصله کانونی این آینه را به‌دست آورید .

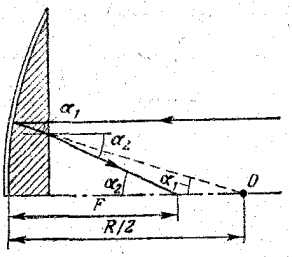
الف ــ لطفا" اجازه بدهید این مسأله را من حل کنم . ابتدا پرتوی موازی محور اصلی به‌سوی این دستگاه می‌فرستیم ، این پرتو پس از بازتابش از روی سطح نقره‌اندود ، می‌شکند و از عدسی خارج می‌شود . شکل (۱۴۰) . اگر پرتو نمی‌شکست در فاصله $\frac{R}{2}$ از آینه با محور اصلی برخورد می‌کرد ، اما بر اثر شکست نقطه برخورد پرتو با محور اصلی به‌آینه نزدیکتر می‌شود . اگر فاصله کانونی مورد نظر را با f نشان دهیم از روی شکل معلوم می‌شود که :

$$\frac{R}{2}\tan\alpha_1 = f\tan\alpha_2$$

چون α_1 و α_2 کوچکند با استفاده از فرمول ۱۹۱ خواهیم داشت :

$$\frac{R}{2f} = \frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} \simeq \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = n$$

و از آن‌جا :



شکل (۱۴۰)

$$f = \frac{R}{2n} \qquad (۲۰۰)$$

ب ــ من راه دیگری برای حل مسأله پیشنهاد می‌کنم . می‌دانیم که اگر دو دستگاه با فواصل کانونی f_1 و f_2 را با هم ترکیب کنیم ، فاصله کانونی مجموعه از رابطه :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \qquad (۲۰۱)$$

به‌دست می‌آید .

در مثال فوق ما یک عدسی به‌فاصله کانونی $f_1 = \frac{R}{n-1}$ (بر اساس رابطه ۱۹۸ که در آن یکی از شعاع‌ها را مساوی با بی‌نهایت گرفته‌ایم) را با یک آینه مقعر به‌فاصله کانونی $f_2 = \frac{R}{2}$ ترکیب کرده‌ایم . بنابراین :

$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{R} + \frac{2}{R} \qquad (۲۰۲)$$

و از آن‌جا :

$$f = \frac{R}{n+1} \qquad (۲۰۳)$$

بنابراین به‌نظر من الف مسأله را صحیح حل نکرده است.

معلم ــ (خطاب به ب) خیر شما اشتباه می‌کنید، رابطه ۲۰۰ درست است.

ب ــ رابطه ۲۰۱ در این مورد درست نیست؟

معلم ــ چرا این رابطه درست است و در این مورد هم صادق است.

ب ــ پس رابطه ۲۰۲ هم باید صحیح باشد.

معلم ــ نه، اشتباه شما درست در همین‌جاست. واقعیت اینست که پرتو نور دو بار در عدسی حرکت می‌کند، بنابراین باید همگرائی یک آینه و دو عدسی را با هم جمع کنید یعنی به‌جای رابطه ۲۰۲ بنویسید:

$$\frac{1}{f} = \frac{2(n-1)}{R} + \frac{2}{R}$$

که از آن رابطه $\frac{1}{f} = \frac{R}{2n}$ یعنی همان رابطه‌ای که الف به‌دست آورد به‌دست می‌آید.

به یک مسأله دیگر توجه کنید: یک عدسی همگرا تصویری از جسم می‌دهد که اندازه‌اش چهار برابر جسم است. اگر جسم 5^{cm} حرکت کند، بزرگنمائی نصف می‌شود. فاصله کانونی عدسی چقدر است؟

الف ــ من همیشه در حل این نوع مسائل دچار اشکال می‌شوم. فکر می‌کنم باید در دو حالت، پرتوهای نور را رسم کنیم و مسیر آنها را با هم مقایسه نمائیم.

معلم ــ می‌توانم بگویم لزومی ندارد که این همه این پرتوها را رسم کنیم. با توجه به فرمول ۱۹۵ می‌توانیم شرایط مسأله را به‌صورت $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1}$ بنویسیم و چون $\frac{q_1}{p_1} = k_1$ یعنی بزرگنمائی در حالت اول می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{k_1 p_1} = \frac{k_1 + 1}{k_1 p_1}$$

یا :

$$p_1 = f\frac{k_1 + 1}{k_1}$$

به‌ترتیب مشابه برای حالت دوم :

$$p_2 = f\frac{k_2 + 1}{k_2}$$

و در نتیجه :

$$p_2 - p_1 = f\frac{k_1 - k_2}{k_1 k_2} \qquad (۲۰۴)$$

طبق معلومات مسأله $p_2 - p_1 = 5^{cm}$ ، $k_1 = 4$ و $k_2 = 2$

بنابراین : $f = 20^{cm}$

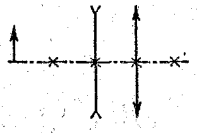
مسائل :

۷۷) یک عدسی به‌فاصله کانونی 30^{cm} از یک جسم تصویر مجازی می‌دهد که اندازه آن $\frac{2}{3}$ اندازه جسم است . نوع عدسی و فاصله جسم تا عدسی را معین کنید . اگر عدسی را 20^{cm} از جسم دورتر کنیم در اندازه و محل تصویر چه تغییری ایجاد می‌شود ؟

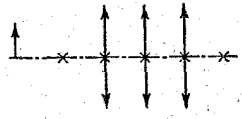
۷۸) یک نقطه نورانی روی محور اصلی یک آینه محدب به‌شعاع انحنای 50^{cm} قرار دارد و فاصله آن تا آینه 15^{cm} است . تصویر این نقطه در کجا تشکیل می‌شود ؟ اگر آینه 15^{cm} از جسم دورتر شود تصویر چه تغییری می‌کند ؟

۷۹) یک دستگاه نوری از یک عدسی همگرا و یک عدسی واگرا تشکیل شده است [(شکل ۱۴۱ ـ الف) xها نشان‌دهنده کانون هستند] فاصله کانونی هر دو عدسی 40^{cm} است . جسمی را در فاصله ۸۰ سانتی‌ـ

متری عدسی واگرا قرار داده‌ایم. تصویر جسم را رسم کنید و محل آنرا محاسبه نمائید.



شکل (۱۴۱ ـ الف)



شکل (۱۴۱ ـ ب)

۸۰) یک سیستم نوری از سه عدسی مشابه و همگرا به‌فاصله کانونی ۳۰^{cm} تشکیل شده است. این عدسی‌ها را مطابق شکل (۱۴۱ ـ ب) نسبت به‌یکدیگر قرار داده‌ایم. جسمی در فاصله ۶۰ سانتیمتری اولین عدسی قرار دارد محل تصویر نهائی آن را تعیین کنید.

۸۱) وجه محدب یک عدسی کاو تخت را نقره اندود کرده‌ایم تا آینه مقعری درست شود. شعاع انحنای وجه محدب ۶۰^{mm} است. جسمی را در فاصله ۲۵ سانتیمتری جلو این آینه گذاشته‌ایم. محل تصویر و بزرگنمائی دستگاه را محاسبه کنید. ضریب شکست ماده متشکله عدسی ۱/۵ است.

۸۲) وجه مقعر یک عدسی کوژ تخت را که شعاع انحنای آن ۵۰^{cm} است نقره اندود کرده‌ایم تا یک آینه محدب به‌دست آید. شیئی را در فاصله ۱۰ سانتیمتری جلو این آینه قرار داده‌ایم. محل تصویر و بزرگنمائی دستگاه را معین کنید. ضریب شکست ماده متشکله عدسی را ۱/۵ بگیرید.

پاسخ مسائل

۱) $V_A = ۱۰/۲ \ m/sec$ و $V_B = ۱۰/۶ \ m/sec$ و $۱ \ sec$ و $۲۰ \ m$

۲) $t = ۰/۵ sec$ و $y = ۰/۸ \ m$ و $x = ۴ \ m$ و $V_۰ = ۱۱/۳ m/sec$

۳) $V_B = ۱۵/۲ m/sec$ و $V_A = ۹/۴ \ m/sec$

(۱) $t\sqrt{v_۱^۲ + v_۲^۲ + ۲ v_۱ v_۲ \cos(\alpha_۱ + \alpha_۲)}$

(۲) $t\sqrt{v_۱^۲ + v_۲^۲ - ۲ v_۱ v_۲ \sin\alpha_۱ \sin\alpha_۲}$

۴) $\frac{۳}{۲}\sqrt{۲\frac{H-h}{g}} + \sqrt{\frac{H+۳h}{۲g}}$

۵) $\cot g\,\alpha = \frac{p - ۴F}{۴p}$

۶) $۲\frac{V_۰^۲}{g}\frac{\sin\alpha}{\cos^۲\alpha}$

۷) $۰۱۳/۸ \ m/sec$

۸) $۱۲۸۰ \ J$ و $۰۳۷/۲ \ m/sec$

۹) $۸/۵ \ N$ و $۴۲ \ N$ و $۲/۶ \ m/sec^۲$

۱۰) $۱۳ \ N$ و $۰۳/۳ \ m/sec^۲$

۱۱) $۵۰/۴ \ N$ و $۳۳/۶ \ N$ و $۳/۵ \ m/sec^۲$

۱۲) $۱/۵ \ N$ و $۱۶/۲ \ N$ و $۸/۸ \ N$ و $۶/۹ \ m/sec^۲$

۱۵) $۰/۴۵$

۱۶) $۰۷ : ۴ : ۱۰$

۱۷) $\sqrt{\Delta gR}$.

۱۸) $\frac{\Lambda \pi}{\Lambda GT^{۲}}$.

۱۹) $F = m\omega^{۲}R$ و $h = R(۱ - \frac{g}{\omega^{۲}R})$.

۲۰) ۰/۱ΔR

۲۱) ۱۲۰ $kg/m^{۳}$

۲۲) ۳۹۰۰ J

۲۳) ۰/۲۷

۲۴) ۰/۵

۲۵) $H - (۱ - \frac{V\rho_{\omega}}{m}) ۲h$ و $h_{۱} = mg(\frac{H}{h} + ۱) - Vg\rho_{\omega}$.

۲۶) ۴/۶۵ m و ۷/۵ km/hr .

۲۷) $h = \frac{V_{۰}^{۲}}{۲g}(\frac{m}{M})^{۲} \frac{\cos^{۲}\alpha \sin\alpha}{\sin\alpha + k\cos\alpha}$.

۲۸) و $(۱) h_{۱} = \frac{۲}{۹g}(۴gL\sin^{۲}\frac{\alpha}{۲} + V_{۰}^{۲})$

$h_{۲} = \frac{۱}{۱۸g}(۴gL\sin^{۲}\frac{\alpha}{۲} + V_{۰}^{۲})$

$(۲) h = \frac{۱}{۱۸g}(۴gL\sin^{۲}\frac{\alpha}{۲} + V_{۰}^{۲})$

۲۹) $V_{min} = \frac{m + M}{m}\sqrt{\Delta gL}$

۳۰) $H\frac{M - m}{M + m}$

(۳۱) $\frac{HM}{۴M + ۳m}$

(۳۲) $\frac{۳}{۴}\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

(۳۳) ۴

(۳۴) ۰/۴۳ m/sec

(۳۵) جهت شتاب رو به بالا و دررا‌ستای‌قائم است ، ۰۲۷/۴ $m/sec^۲$.

(۳۶) ۱/۵۶ N و ۰/۶۲ N و ۱/۲۸ N و ۰۱/۲۸ N.

(۳۷) در فاصلهٔ $\frac{۳}{۲۲}R$ در سمت راست مرکز صفحه .

(۳۸) ۰۰/۰۵ $\frac{V}{S}$

(۳۹) ۱۳/۴ mg و ۰۱۱/۳ cm

(۴۰) ۱۵/۴ mg ، سه سانتی‌متر پائین‌تر .

(۴۱) ۰۵۹ g

(۴۲) ۱۷۱ J ، (۲) ۱۳۸ J (۱) .

(۴۳) ۲۱/۵ mg ، ۱/۵ سانتی‌متر درازتر می‌شود .

(۴۴) ۰/۵۸% ، تشکیل نخواهد شد ، ۰۷۳۵ g.

(۴۵) ۰۳ ×۱۰ -۸ sec ، ۵×۱۰ ۸ m/sec

(۴۶) ۰۱۴۷ V/m

(۴۷) $\frac{(mg + Eq)Lsin\alpha tan\alpha}{۲}$ ، $\frac{mg + Eq}{cos\alpha}$

(۴۸) $\frac{(m_۱ - m_۲)g + E(q_۱ - q_۲)}{m_۱ + m_۲}$ ،

$$\frac{۲m_۱ m_۲ g + (m_۲ q_۱ + m_۱ q_۲)E}{m_۱ + m_۲}$$ و

(۴۹) $\sqrt{۵(mg + Eq)\frac{L}{m}}$

(۵۰) ۰۱/۸۳ q

(۵۱) $\frac{mg}{cos\alpha}$ ؛ $\sqrt{\frac{g}{L\,cos\alpha} - \frac{q^۲}{mL\,۳sin^۳\alpha}}$.

۵۲) $\sqrt{۵gL - \frac{q^۲}{mL}}$.

۵۳) $۰/۲^{A}$.

۵۴) $۰/۱^{A}$.

۵۵) $۰/۱۶^{\Omega}$.

۵۶) $۹/۹^{V}$ ، ۱% .

۵۷) $۰/۱۹۶^{A}$ /۹۶ %

۵۸) $۶\times۱۰^{-۶}C$.

۵۹) $\frac{\xi C R_۱ R_۲}{R_۱ r + ۲R_۲ r + ۲R_۱ R_۲}$.

۶۰) $\frac{rd m V_۰^۲}{\xi qL - dm V_۰^۲ \tan\alpha}$.

۶۱) $\frac{rdm V_۰^۲}{\xi qL - dmV_۰^۲}$.

۶۲) $\arctan \frac{۳\xi qL}{V_۰^۲ md}$.

۶۳) $۰/۲۵^{A}$ ، $۳/۷۵^{V}$.

۶۴) $\frac{۲}{۳}R$.

۶۵) $\frac{۴}{۵}R$.

۶۶) $\frac{۳}{۴}R$.

۶۷) $\frac{۱۱}{۲۰}R$.

۶۸) ۶۰^{Ω} ، ۷۰ W.

۶۹) ۲۸/۶٪ کاهش.

۷۰) ۸۳٪، ۸۹٪، $\frac{R}{۸}$.

۷۱) $۰/۸۰۰^{g}$

۷۲) ۲۱^{min} ، ۱۰۰^{g} آب به‌بخار تبدیل می‌شود .

۷۳) $۱۰/۸^{cm}$.

۷۴) $۷/۴^{m}$

۷۵) $۲/۳^{cm}$ ، ۵۶°

۷۶) $\frac{d}{n}\left(1-\frac{1}{\sqrt{n^{2}+1}}\right)$.

۷۷) $k=۰/۴$ و تصویر ۶^{cm} از عدسی فاصله می‌گیرد ، $d=۱۵^{cm}$ ، عدسی واگرا است .

۷۸) $q_{1}=۱۵۰^{cm}$ ، تصویر حقیقی است و $q=۳/۷۵^{cm}$.

۷۹) در فاصله ۱۰۰ سانتی‌متری سمت راست عدسی همگرا .

۸۰) در مرکز عدسی وسطی .

۸۱) $k=۴$ ، $q=۱۰۰^{cm}$.

۸۲) $k=۰/۶۳$ ، $q=۶/۳^{cm}$.

یادآوری نکته‌ها و قوانین

۱ ــ دستگاه مختصات (مرجع):
مجموعه اجسامی است که نسبت به یکدیگر ساکنند و حرکت و زمان، نسبت به آن سنجیده می‌شود.

۲ ــ کمیت‌برداری:
کمیتی است که دارای راستا و مقدار و جهت باشد. برای نمایش کمیت‌های برداری، پاره‌خط مستقیمی به‌کار می‌بریم که طول آن معرف مقدار و راستای آن، نشان دهنده راستا و پیکان انتهای آن، نشان دهنده جهت است. برداری نظیر بردار A، با دو مولفه‌که در فضای دوبعدی به صورت $A_y = \bar{A}Sin\theta$ و $A_x = \bar{A}Cos\theta$ نمایش داده می‌شوند، و طول یا مقدار آن، که در فضای دوبعدی به‌صورت $\bar{A} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ نشان داده می‌شود، مشخص می‌گردد.

(پیداست که در مورد رسم بردار نیرو، نقطه ابتدای پاره‌خط همان نقطه اثر نیرو است.)

۳ ــ قوانین حرکت نیوتن:
قانون اول) "قانون ماندیا اینرسی" ــ اگر برجسم نیروئی وارد نشود، ساکن خواهد ماند یا به حرکت یکنواخت برروی خط مستقیم ادامه خواهد داد.

قانون دوم) آهنگ تغییر اندازه حرکت هرذره برابر است با برآیند نیروهای وارد برآن یعنی: $F = \frac{ndu}{dt}$ یا $F = \frac{\Delta mV}{\Delta t}$

قانون سوم) نیروهائی که متقابلا" ازطرف دوجسم بر یکدیگر وارد می‌شود، از لحاظ مقدار با هم مساوی و از لحاظ جهت با هم مخالفند.

۴ ــ دستگاه مرجع اینرسی :
دستگاهی است که در آن ، قانون اول نیوتن صادق باشد .

۵ ــ اصل بقای اندازه حرکت :
اندازه حرکت هر دستگاه منفرد (یعنی دستگاهی که از خارج برآن نیرو وارد نمی‌شود) ، همواره ثابت می‌ماند یعنی : $\frac{dp}{dt} = 0$

۶ ــ قانون جاذبه عمومی نیوتن :
هردونقطه مادی موجود در جهان ، یکدیگر را با نیروئی جذب می‌کنند که به‌طورمستقیم به حاصلضرب جرم آن دونقطه و به‌طور معکوس، مجذور فاصله آنها از یکدیگر ، متناسب است : $F_g = G \frac{mm'}{r^2}$

۷ ــ حالت بی‌وزنی :
حالت هر دستگاه مادی است که درآن ، میدان جاذبه خارجی باعث فشار متقابل اجزای دستگاه بریکدیگر نشود . شرایطی که درآن بی‌وزنی اتفاق می‌افتد ، عبارت است از :
الف) به‌جز نیروهای مربوط به‌میدان جاذبه ، هیچ نیروی خارجی دیگری بردستگاه وارد نشود .
ب) ابعاد دستگاه بسیار بزرگ نباشد ، تا بتوان شدت میدان جاذبه را در هر لحظه در تمام نقاط دستگاه ، یکسان دانست .
ج) دستگاه درحال حرکت انتقالی باشد .

۸ ــ برخورد کاملا " کشسان (الاستیک کامل) :
برخوردی است‌که طی آن ، انرژی مکانیکی اجسام به انواع دیگر انرژی غیرمکانیکی تبدیل نشود . دراین نوع برخورد ، انرژی جنبشی کلا" یا جزءا" به انرژی پتانسیل تغییر شکل کشسان ، تبدیل می‌شود . سپس ، اجسام شکل اولیه خود را باز می‌یابند و این انرژی ، باردیگر به‌انرژی جنبشی تبدیل می‌شود و اجسام با تندی مشخصی که مقدار وجهت آن بوسیله قوانین بقای انرژی کل و ممنتوم (اندازه حرکت) تعیین می‌شود ، ازهم دور می‌شوند .

۹ ــ برخورد کاملا " غیرکشسان :
برخوردی است که درآن ، انرژی پتانسیل تغییر شکل اصلا" به وجود نمی‌آید و انرژی جنبشی اجسام ، طی آن به‌طور کلی یا جزئی به انرژی

داخلی تبدیل می‌شود. پس از این برخورد، اجسام یا با سرعت یکسان حرکت می‌کنند یا ساکن می‌مانند. دراین برخورد، قانون بقای اندازه حرکت صادق است. اما به‌جای قانون بقای انرژی مکانیکی، باید از قانون بقای انواع انرژی (یعنی مکانیکی و داخلی) سخن گفت.

۱۰ ــ نیروی جذب به مرکز:

نیروئی است که هنگام گردش جسمی به دور جسم دیگر در راستای شعاع دوران، روبه طرف مرکز برآن جسم وارد می‌شود. این نیرو، نوع جدیدی از نیرو نیست. بلکه هرنوع نیرو، نظیر نیروهای کششی، جاذبه‌ای و الکترواستاتیکی، می‌تواند در عین‌حال نیروی جذب به مرکز باشد.

۱۱ ــ نیروی گریز از مرکز:

بعضی از دانش آموزان تصور می‌کنند که به هنگام گردش جسمی به‌دور جسم دیگر، نیروئی روبه طرف خارج مرکز لازم است تاجسم را، به اصطلاح "از مرکز دور نگاه دارد" یا "آن را به حال تعادل نگاه دارد." باید توجه داشت که اولا": جسم درحال دوران، برای ادامه گردش به نیرو احتیاج دارد (یعنی برآیند نیروهای وارد برآن نباید صفر باشد)، چون در غیراین صورت، طبق قانون اول نیوتن جسم باید در راستای مستقیم به حرکت یکنواخت ادامه دهد. ثانیا": جسم درحال دوران، درحال تعادل نیست (چون جسم درحال تعادل، یا باید ساکن باشد یا حرکت مستقیم الخط یکنواخت داشته باشد). بنابراین، نیروئی لازم نیست که نیروی جذب به مرکز را (به اصطلاح) خنثی سازد. به‌طور خلاصه: جسم درحال دوران دارای شتاب است و برآیند نیروهای وارد برآن، صفر نیست. بنابراین، نیروئی به‌نام گریز از مرکز برای خنثی‌کردن نیروی جذب به‌مرکز، ضرورت ندارد.

۱۲ ــ انواع تعادل:

اگر $u(xyyz)$ تابع انرژی پتانسیل مربوط به یک‌نیروی ذخیره‌شونده (Conservative)باشد، هرگاه آهنگ تغییرات آن دریک راستا صفر باشد، جسم درآن حالت، درحال تعادل انتقالی خواهد بود. این امر درجاهائی صورت می‌گیرد که یا u نسبت به مختصات متغیر ثابت بماند،

یا مقدار آن، ماکزیمم یا مینیمم باشد.

هرگاه u مینیمم باشد، تعادل را پایدار می‌خوانیم. در این صورت، پس از هر نوع جابه‌جائی، جسم با یک نیروی بازدارنده به حالت تعادل بازگردانده می‌شود. به‌عبارت دیگر، برای تغییرمکان جسم در حال تعادل پایدار باید به‌آن کار بدهیم و اینکار، باعث افزایش انرژی پتانسیل جسم میشود.

هنگامی که u ماکزیمم مقدار خود را دارد، تعادل ناپایدار است. در این حالت، هرنوع جابه‌جائی از نقطه تعادل، باعث ایجاد نیروئی می‌شودکه به جابه‌جائی کمک می‌کند و جسم را از نقطه تعادل دورتر می‌برد. در این‌حالت، از خارج کاری به جسم داده نمیشود و کارلازم برای جابه‌جائی جسم، بوسیله نیروهای ذخیره‌ای (Conservative) درونی تامین می‌شود و انرژی پتانسیل جسم کاهش می‌یابد.

زمانی که u ثابت باشد، تعادل جسم خنثی خواهد بود. در این حالت، بدون نیاز به نیروی بازدارنده یا راننده، می‌توان جسم را تا حدی از نقطه تعادل دور ساخت.

توجه داشته باشید که،تعادل را باید همواره در چارچوب دستگاه مختصات معینی بررسی کرد.

۱۳ ــ *قانون اول ترمودینامیک*:

مقدار گرمائی که به هر سیستم داده می‌شود، صرف‌افزایش انرژی درونی سیستم و کاری می‌شود که آن سیستم، برروی اجسام خارجی صورت می‌دهد.

۱۴ ــ *قانون دوم ترمودینامیک*:

هیچ فرایند گرمائی، که نتیجه آن صرفا" جذب گرما از منبعی با درجه حرارت معین و تبدیل کامل آن به‌کار مکانیکی باشد، صورت‌پذیر نیست.

۱۵ ــ *قانون سوم ترمودینامیک*:

حتی به صورت ایده‌آل هم نمی‌توان تحولی یافت که طی آن، با انجام عملیات معین و محدود بتوان دمای سیستمی را به صفر مطلق رساند.

۱۶ ــ *اصل صفرم ترمودینامیک*:

هرگاه دوجسم با جسم ثالثی درحال تعادل گرمائی باشند، خودآن

دوجسم ، بایکدیگر در حال تعادل گرمائی خواهند بود .

۱۷ ــ پتانسیل الکتریکی :

در هر نقطه از میدان الکترواستاتیک ، عبارت است از انرژی پتانسیل به‌ازاء هرواحد بارالکتریکی در آن نقطه .

۱۸ ــ قوانین گیرشف :

الف) قانون انشعاب : جمع جبری جریان وارده به‌هر نقطه انشعاب (راس) ، برابر با صفر است .

ب) قانون مسیرهای مسدود (لوپ) : جمع جبری نیروهای الکتروموتوری هر مسیر مسدود ، برابر جمع جبری حاصلضرب‌های شدت و مقاومت در آن مسیر است .