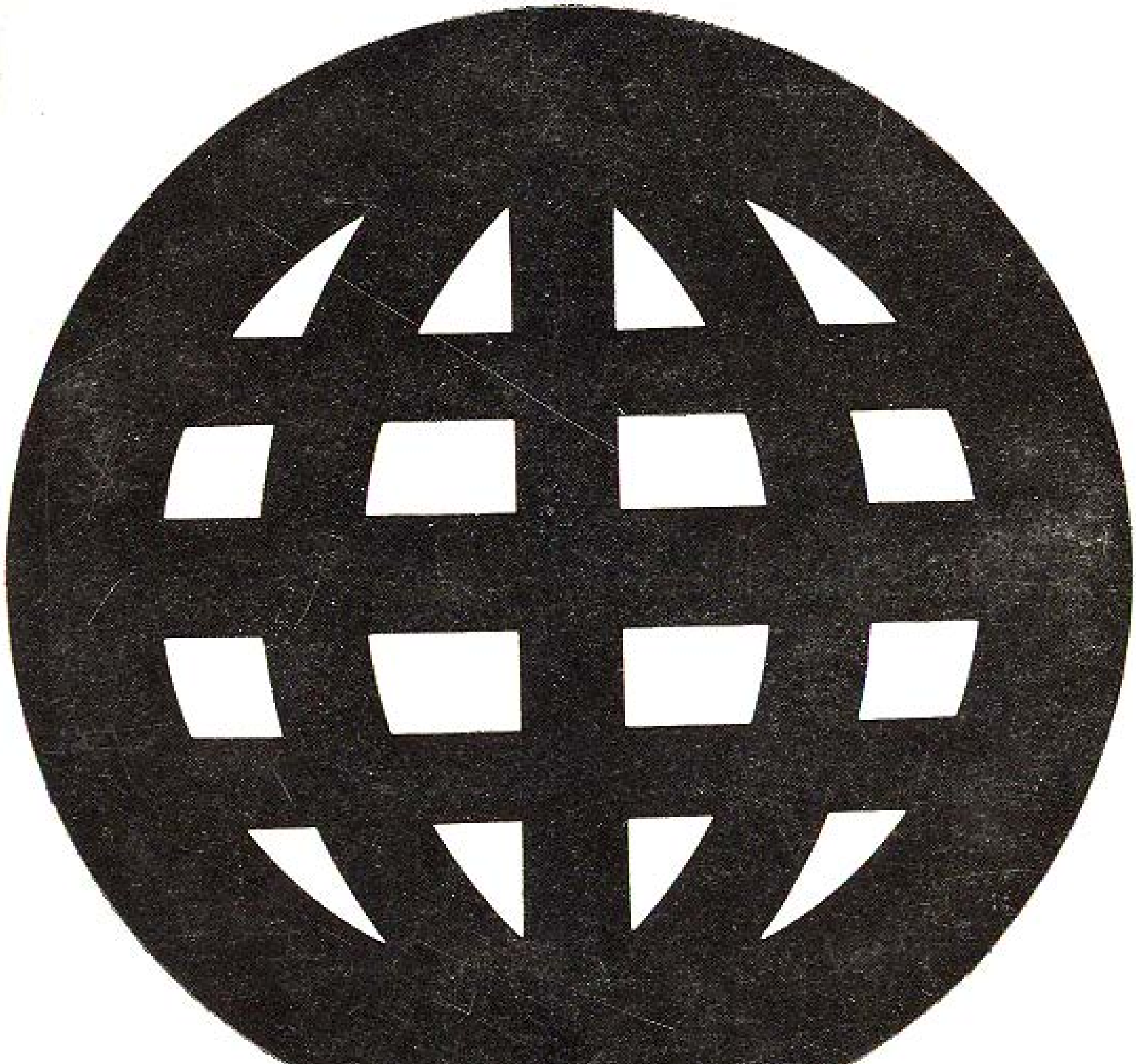
جرج گاموف

نیروی ثقل

ترجمهٔ رضا اقصی



جورج گاموف

نیروی ثقل

ترجمهٔ رضا اقصی

شرکت سهامی کتابهای جیبی
تهران - خیابان شاهرضا - خیابان خارک - شمارهٔ ۶۵
تلفن ۶۵۷۶۳

با همکاری مؤسسهٔ انتشارات فرانکلین

این کتاب در پنج هزار نسخه در شرکت سهامی افست به چاپ رسید.

چاپ اول، شرکت سهامی کتابهای جیبی ۱۳۴۷

... از روی کندشدن مشهود دوران‌زمین می‌توان حساب کرد که عقب‌نشینی ماه ۸٫۵ میلیمتر ($\frac{1}{3}$ اینچ) در هر دوران کامل است. بنابراین‌هر وقت که یك ماه‌نو مشاهده می‌کنید از شما دورتر از ماه نو پیشین است ...

... این‌بیان که «آنچه بالامی‌رود باید پایین بیاید» بیانی است قدیمی و کلاسیك‌که دیگر صحت ندارد . بعضی از راکتهایی که در سالهای اخیر از سطح زمین پرتاب‌شده ماهواره‌هایی از زمین شده اند ، با عمری جاودان ...

فهرست مطالب

پیشگفتار

ثقل بر جهان حکمفرمایی می کند. یکصد بیلیون ستارهٔ کهکشان ما را بههم پیوسته نگاه می‌دارد؛ زمین‌را بر گرد خورشید وماه را بر گرد زمین به دوران در می‌آورد؛ سیب را بر درخت می‌رساند و مانع سقوط هواپیما بر زمین‌می‌شود. در تاریخ درك ثقل به وسیلهٔ انسان سه نام بزرگ وجود دارد: گالیله، که نخستین کسی بود که سقوط آزاد و سقوط غیر آزاد را مطالعه کرد؛ ایزاك نیوتن، که‌نخستین بار ثقل را همچون نیرویی جهانی تصور کرد؛ و آلبرت اینشتین، که گفت ثقل چیزی نیست جز انحنای فضا چهار بعدی.

در این کتاب از این سه مرحله بحث خواهیم کر

یك فصل برای کارهای گالیله، شش فصل در نظریات نیوتن و پیشرفت حاصل از آنها، یك فصل مختص اینشتین، و یك فصل به فرضیات بعد از اینشتین در بارهٔ رابطه میان ثقل و دیگر پدیده‌های فیزیکی. تأکید در بارهٔ «کلاسیکها» در این مبحث از این واقعیت برخاسته است که تئوری ثقل جهانی یك تئوری کلاسیك است. بسیار محتمل است که رابطه‌ای پنهانی میان ثقل از یك طرف و میدان برقاطیس و ذرات مادی از طرف دیگر وجود داشته باشد، اما هنوز هیچ کس آمادگی ندارد که بگوید این چه نوع رابطه‌ای است. و راهی برای پیشگویی نیست که چه وقت وچه پیشرفت مهمی در این زمینه صورت خواهد گرفت.

با در نظر گرفتن سهم «کلاسیکی» تئوری گرانش، مؤلف ناچار بوده است که تصمیم مهمی در بارهٔ کاربرد ریاضیات بگیرد. وقتی که نیوتن نخستین بار ثقل جهانی را تصور کرد، هنوز ریاضیات به اندازه‌ای توسعه نیافته بود که نیازمندیهای نتایج نجومی نظریات وی را برطرف سازد. از رو نیوتن می بایست روش ریاضی خاص خودرا، که اکنون

معروف به‌حساب دیفرانسیل و انتگرال است، بیشتر برای جوابگویی به مسائلی که از تئوری گرانش جهانی برمی‌خاست، به‌کار بندد. بنابراین، نه فقط از نظر تاریخی، معقول این است که این کتاب بحثی از اصول حساب دیفرانسیل را حاوی باشد. خواننده‌ای که توانایی این را دارد که درفصل سوم کتاب، که‌در آن ازحساب دیفرانسیل بحث شده است، متمرکز شود، به یقین از آن به عنوان مبانی‌مطالعات بعدی درفیزیك‌استفاده خواهد کرد. ازطرف دیگر، کسانی که از فورمولهای‌ریاضی‌بیم دارند می‌توانند، بدون آنکه‌برای درك موضوعهای‌بعدی دچارزحمت شوند، این فصل را نادیده بگیرند. اما اگر میل دارید که علم فیزیك یاد بگیرید، **سعی‌کنید** که فصل سوم را بفهمید.

جورج گاموف

دانشگاه کولورادو
۱۳ ژانویهٔ ۱۹۶۱

فصل ۱

چگونه چیزها فرو می‌افتند

مفهوم «بالا» و «پایین» از زمانی بس قدیم متداول است، و این بیان که «هرچیز که بالا می‌رود باید فروافتد» ممکن است توسط یک آدم نئاندرتال برچیزی نقش شده باشد. در زمانهای بسیار قدیم، زمانی که جهان‌را مسطح می‌پنداشتند، «بالا» امتداد آسمان، یعنی جایگاه خدایان بود، درحالی که «پایین» امتدادی بود به سوی زیر جهان. آنچه جنبهٔ الاهی نداشت تمایلی‌طبیعی به‌فروافتادن داشت، وفرشته‌ای که از آسمان‌اعلا فرو می‌افتاد ناچار به جهنم سفلا و اصل می‌شد؛ و با آنکه منجمان عالیقدر یونان باستان، همچون

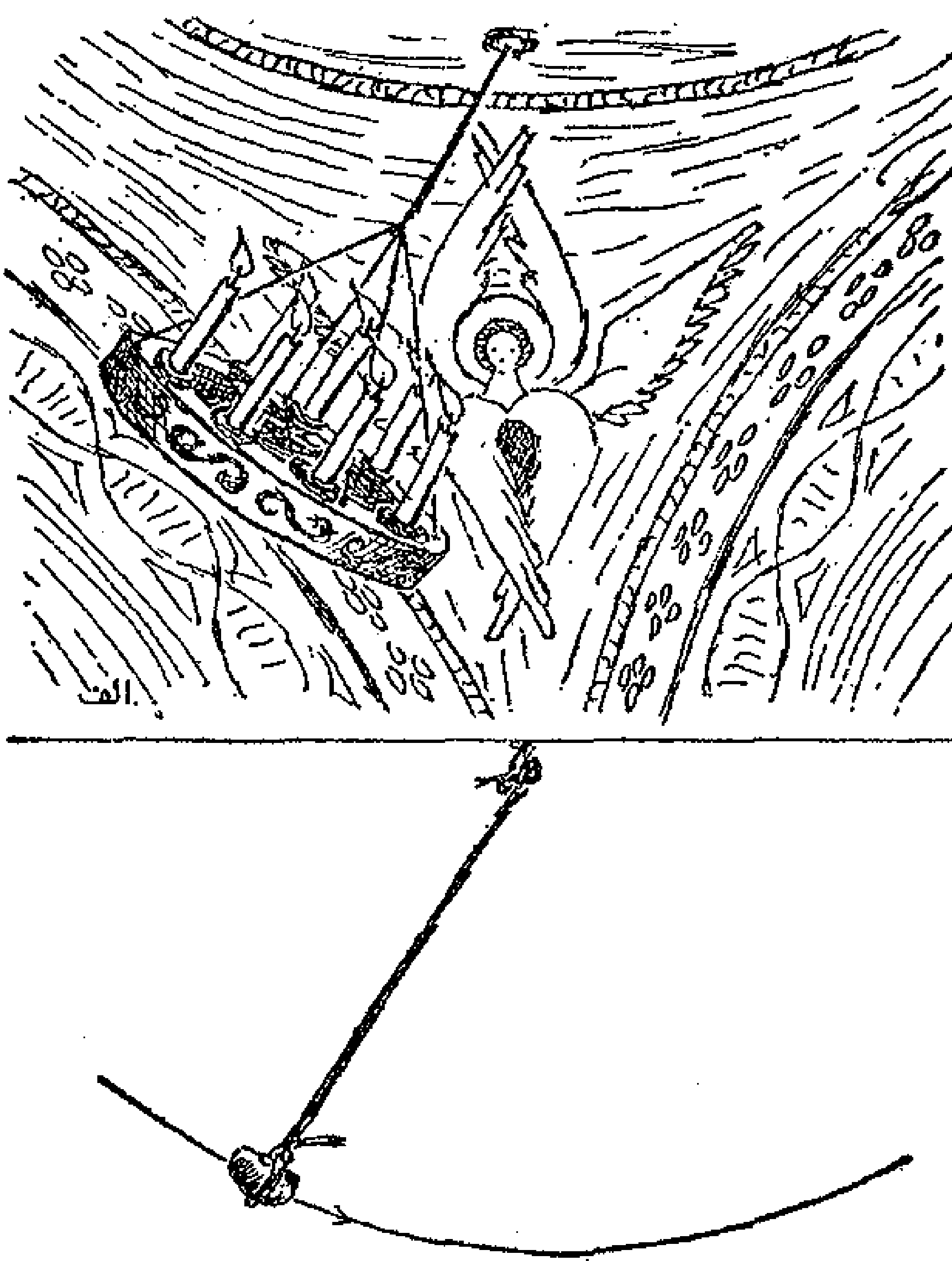
اراتوستنس و آریستارخوس، قاطعترین دلایل را بر گردی زمین عرضه داشتند، مفهوم امتدادهای «بالا و پایین» درفضا در سراسر قرون وسطا باقی ماند، و به این نظریه که زمین ممکن است کروی باشد طعنه می‌زد. البته چنین استدلال می‌شد که اگر زمین گرد باشد، آنوقت مردمانی که در نقاط متقاطر کرهٔ زمین زندگی می کنند به فضای خالی زیرین فرو خواهندافتاد و، بدتر از همه، همهٔ آب اقیانوسها در همان امتداد فرو خواهد ریخت .

وقتی که با سفر ماژلان به دور زمین، کرویت زمین عاقبت در نظر هر کس محرز شد، لازم می آمد که مفهوم «بالا و پایین» همچون امتدادی مطلق در فضا تغییر یابد. کرهٔ زمین به‌حالت سکون در مرکز جهان در نظر گرفته شده بود، درحالی که دیگر اجرام آسمانی، متصل به کراتی بلورین، بر گرد آن در گردش بودند. این تصور از جهان، یا کیهانشناخت، از منجم یونانی بطلمیوس و از ارسطوسر- چشمه گرفته بود. حرکت طبیعی تمام اجسام مادی رو به مرکز زمین بود، و تنها آتش، که چیزی الاهی در خود

داشت، از این‌قانون‌تبعیت نمی کرد، و از کنده‌های‌سوزان رو به بالا برمی‌خاست. قرنها فلسفهٔ ارسطویی و علم‌مدرسی بر اندیشهٔ آدمی‌غلبه داشت. پرسشهای علمی بااستدلالهای جدلی پاسخ داده می‌شد، و هیچ کوششی برای بررسی درستی یا نادرستی احکام، از راه آزمایش مستقیم، صورت نمی گرفت. مثلاچنین می‌پنداشتند که اجسام سنگین‌تندتر از اجسام‌سبك فرومی‌افتند، اما هیچ مدرکی در دست نیست که در آن روزها کوششی برای بررسی حرکت اجسامی که فرو می‌افتند، به عمل آمده باشد. فیلسوفان به این متعذر می‌شدند که سقوط آزاد تندتر از آن است که‌بتواند با چشم آدمی بررسی شود.

نخستین برخورد واقعاً علمی به موضوع طرزسقوط اجسام از طرف دانشمند معروف ایتالیایی گالیله (گالیلئو گالیلئی، ۱۵۶۴ ـ ۱۶۴۲) در زمانی صورت گرفت که‌علم و هنر داشت از خواب تاریك قرون وسطایی خود بیدار می‌شد. بنا به روایت تاریخ، که جالب ولی شاید نادرست ست، همهٔ اینها در روزی آغاز شد که گالیلهٔ جوان در

کلیسای جامع شهر پیزا درمراسم‌عبادت شرکت کرده بود، و بدون خیال به‌جاری که از سقف آویخته بود نگاه می‌کرد. یکی از حضار جار را رو به خود کشید و، پس‌از روشن کردن شمعهایش، آن را به حال خود آزاد ساخت. آنوقت گالیله مشاهده کرد که جار به پیش و پس حرکت می‌کند (شکل ۱)؛ و در ضمن متوجه شد که، گرچه دامنهٔ نوسانها تدریجاً که جار به حالت سکون نزدیك می‌شود کوتاهتر می‌شود، مدت هر نوسان (دورهٔ نوسان) یکسان باقی‌می‌ماند. چون به خانه‌باز گشت، مصمم شد که مشاهدهٔ تصادفی خود را، با استفاده از سنگی آویخته به ریسمان، که دورهٔ نوسان آن را به وسیلهٔ ضربان نبضش اندازه گرفت، مورد بررسی قرار دهد. نتیجهٔ بررسی این شد که حق با وی بوده است؛ دورهٔ نوسان، هر قدرهم که نوسانها کوتاهتر می‌شد، همیشه ثابت باقی می‌ماند. از آنجا که گالیله مغز محققی داشت، دست به‌یك سلسله آزمایشهایی زد، و سنگهایی به وزنهای مختلف با ریسمانهایی به طولهای متفاوت به‌کار برد. این بررسیها وی را به کشف حیر



شكل ۱. يك جار(الف) و يك سنگ آويخته به ريسمان (ب)، هرگاه رشتهٔ اتصالی هردو به يك اندازه بلند باشد، دورهٔ نوسانشان با هم برابر است.

نگیزی کشانید. با آنکه دورهٔ نوسان بستگی به طول

ریسمان دارد (هرچه ریسمان بلندتر باشد بیشتر است) ، هیچ بستگی به وزن سنگ آویخته ندارد. این مشاهده به طور قاطعی با این اصل مسلم مورد قبول متناقض بود که اجسام سنگین تندتر از اجسام سبك فرو می‌افتند. بدیهی است که حرکت یك آونگ چیزی نیست جز سقوط آزاد وزنه‌ای که از امتداد قائمی که به واسطهٔ اتصال به ریسمان اختیار کرده منحرف می‌شود و بر قوسی از یك دایره، که مرکزش نقطهٔ تعلیق است، حرکت می کند (شکل ۱).

اگر اجسام سبك و سنگین آویخته به ریسمانهای همطول، که به یك اندازه از وضع تعادل خود منحرف شده‌اند، درمدتهای متساوی به وضع تعادل خود باز گردند، باید وقتی‌هم که همه با هم از یك ارتفاع فرو می‌افتند، همزمان بایکدیگر به‌زمین برسند. برای اثبات این‌واقعیت برای طرفداران مکتب ارسطویی، گالیله به برج کج پیزا (یا برجی‌دیگر) بالا رفت (یاشاید یکی از شاگردان خود را به این کار گمارد) و دو وزنه، یکی سبك ودیگری سنگین، را با هم فرو افکند. این دو وزنه در یك زمان به زمین

رسیدند و مخالفان گالیله را متعجب ساختند (شکل۲).

ظاهراً هیچ مدرك رسمی دربارهٔ این آزمایش وجود ندارد، اما واقع امر این است که گالیله کسی است که کشف کرد که سرعت سقوط آزاد به جرم اجسام ساقط بستگی ندارد. این حکم بعداً با آزمایشهای دقیق فراوان اثبات شد، و ۲۷۲ سال پس از مرگ گالیله، اینشتین آن را به عنوان شالودهٔ تئوری نسبیت نیروی ثقل به‌کار برد، که بعداً در همین کتاب مورد بحث قرار خواهد گرفت.

به آسانی می‌توان آزمایش گالیله را، بدون دیدار ار شهر پیزا، انجام داد. برای این کار، یك سکهٔ پنجریالی و یك تکهٔ کوچك کاغذ اختیار کنید و آنها را با هم ازیك ارتفاع فرو افکنید؛ سکه تندتر فرو می‌افتد . اگر یك لولهٔ استوانه شکل خالی شده از هوا داشته باشید، خواهید دید که سکه، تکهٔ کاغذ، و یك پرسبك، همه درست بایك سرعت در لوله فرو می‌افتند .

مرحلهٔ بعدی مطالعهٔ گالیله در سقوط اجسام یافتن رابطهٔ ریاضی بود میان مدت‌زمان لازم برای سقوط‌ومسافت

شکل۲. آزمایش گالیله در پیزا

پیموده‌شده در مدت سقوط. از آنجا که سرعت حرکت‌در سقوط آزاد به اندازه‌ای است که مشاهدهٔ جزئیات آن به وسیلهٔ چشم آدمی نامیسر است، و نیز چون گالیله افزار و اسبابهای مدرنی چون دستگاه فیلمبرداری در اختیار نداشت، بر آن شد که نیروی ثقل را به وسیله‌ای «رقیق» کند. برای این کار، گلوله‌هایی‌را که از موادمختلف‌ساخته شده بود بر سطح شیبداری قرار داد تا به‌جای‌آنکه سقوط آزاد داشته باشند و به طور قائم بر زمین فرو افتند، در امتداد سطح شیبدار سقوط کنند. او به‌درستی‌چنین استدلال کرد که چون سطح شیبدار یك اتکای نسبی برای اجسام سنگینی که بر روی آن قرار داده شده‌اند فراهم‌می‌سازد، حرکت حاصل باید شبیه‌سقوط آزاد باشد جز اینکه مدت سقوط، در ارتفاع معین، به نسبتی که بستگی به شیب‌سطح دارد، افزایش خواهد یافت. برای اندازه گیری زمان، گالیله از یك ساعت آبی استفاده کرد، و مدت زمان را از وزن مقدار آبی که در فواصل مختلف از ساعت فروریخته بود به دست آورد. گالیله مواضع مختلف اجسام را در

ضمن حرکت بر سطح شیبدار در مدتهای متساوی نشان کرد .

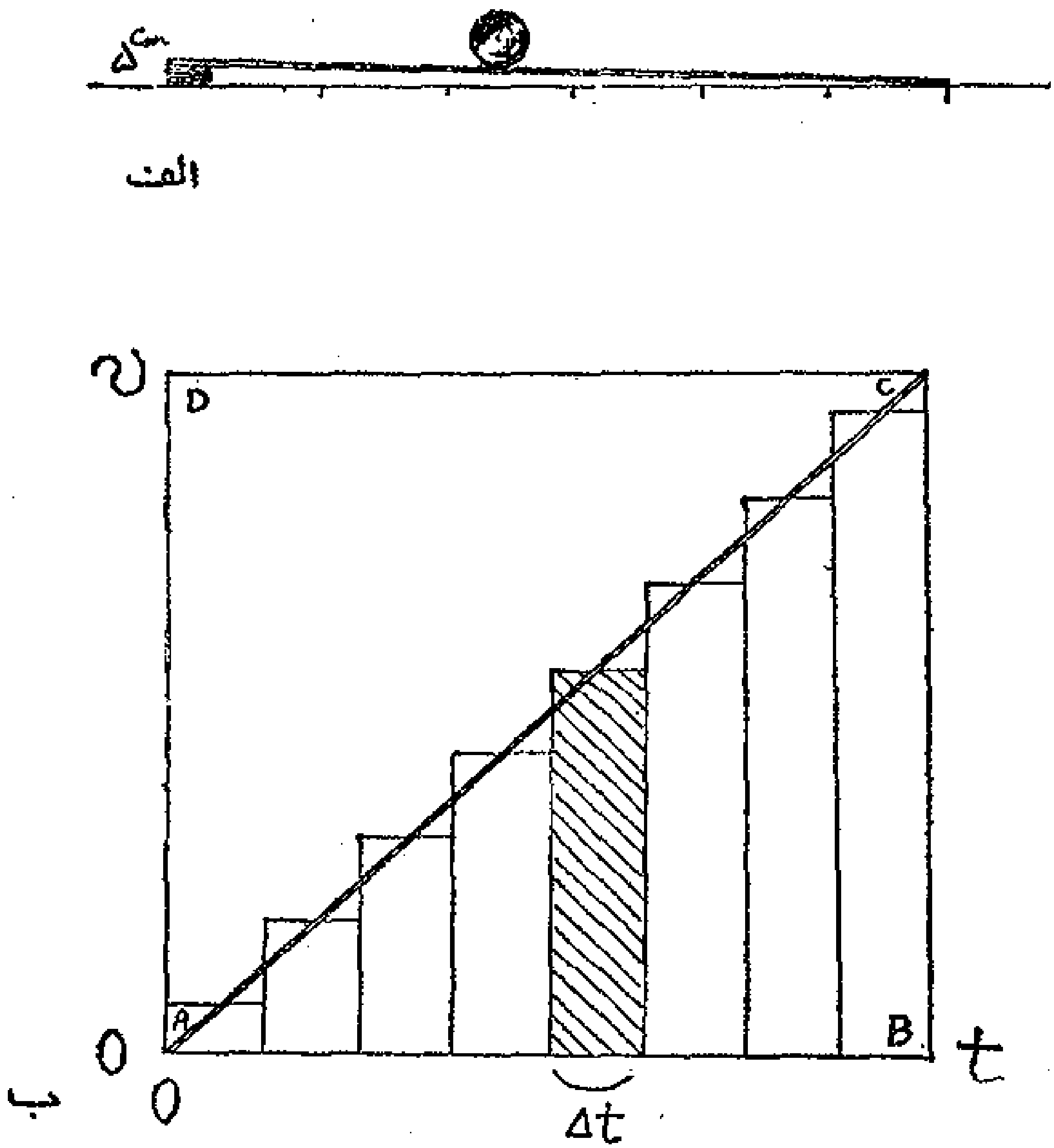
شما نیز می‌توانید این آزمایش گالیله را تکرار کنید و نتایجی را که وی به دست آورد * بررسی کنید . یك مقوای صاف به‌طول ۱۸۰ سانتیمتر بگیرید: یك سر آن را به اندازهٔ ۵ سانتیمتر از کف میز یا کف اطاق بلند کنید و زیر آن‌دو کتاب بگذارید(شکل۳ الف). شیب مقوا عبارت خواهد بود از $\frac{۵}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳۶}$، و همین مقدار ضریبی است که‌به نسبت آن نیروی ثقل‌مؤثر بر جسم کاهش می‌یابد. اکنون یك استوانهٔ فلزی بگیرید و آزادانه آن را بر روی سطح مقوا از بالای آن رها کنید. به یك ساعت صدادار یا یك مترونوم گوش فرادهید وموضع استوانه را در پایان ثانیهٔ اول، دوم، سوم، چهارم، وپنجم نشان کنید. (آزمایش باید

* چون نویسنده شخصاً یك آزمایشگر نیست، نمی‌تواندبراساس تجربهٔ خودش بگوید که انجام دادن آزمایش گالیله تا چه اندازه آسان است . اما از منابع مختلف شنیده است که این آزمایش چندان هم آسان نیست، و توصیه می‌کند که خوانندهٔ این کتاب مهارت خود رادر انجام دادن آن بیازماید .

چند بار تکرار شود تا این مواضع کاملا درست به دست آید.) در تحت این شرایط، فواصل متوالی از بالای مقوا ۱/۳۲ ، ۵/۳ ، ۱۱/۹۲ ، ۲۱/۲ ، و ۳۳ سانتیمتر خواهد بود. مشاهده می کنیم، چنانکه گالیله نیزمشاهده کرده بود، که مسافتهای پیموده شده در پایان ثانیهٔ دوم، سوم، چهارم، و پنجم به ترتیب ۴، ۹، ۱۶، و ۲۵ برابر مسافت پیموده‌شده در ثانیهٔ اول است. این آزمایش ثابت می کند که سرعت در سقوط آزاد چنان تغییر می کند که **مسافتهای پیموده‌شده به وسیلهٔ یك جسم‌متحرك به نسبت مجذور مدت‌زمان حرکت باشد**. ($۲^۲=۴$ ؛ $۳^۲=۹$ ؛ $۴^۲=۱۶$ ؛ $۵^۲=۲۵$).

همین آزمایش را با یك‌استوانهٔ چوبی، و سپس بااستوانه‌ای سبکتر (مثلا از چوب سفید) انجام دهید؛ آنوقت خواهید یافت که سرعت حرکت و مسافتهای پیموده‌شده درپایان مدت زمانهای متوالی همیشه ثابت باقی می‌مانند.

مشکلی که گالیله با آن رو به رو شد پیدا کردن قانون تغییر سرعت با زمان بود، تغییر سرعتی که بستگی «مسافت ـ زمان» بیان‌شده در بالا ناشی از آن بود. گالیله



شکل ۳. (الف) یك استوانهٔ متحرك بر یك سطح شیبدار؛
(ب) روش گالیله برای انتگراسیون.

در کتاب گفتگو در بارهٔ دو علم نو نوشته است که‌در صورتی مسافتهای پیموده‌شده به نسبت مجذور زمان تغییر می کنند

که سرعت حرکت متناسب با زمان تغییر کند. در شکل ۳ب شکلی تا اندازه‌ای نو از استدلال گالیله نشان داده‌ایم. نموداری را در نظر بگیرید که در آن سرعت حرکت (v) در مقابل زمان (t) رسم‌شده است. اگر v مستقیماً متناسب با t باشد، خط مستقیمی به دست خواهد آمد که از (o;o) به (t;v) کشیده شده است. حال مدت زمان میان o و t را به مدت‌زمانهای بسیار کوتاه تقسیم کنیم وخطوط قائمی را که در شکل نشان داده شده رسم کنیم، تا به این ترتیب عده‌ای مربع مستطیل دراز و باریك تشکیل شود. اکنون می‌توانیم‌شیب‌ملایم مربوط به حرکت اتصالی‌جسم را به یك نوع پلکانی تبدیل کنیم که حرکتی نامنظم را نشان می‌دهد که در آن سرعت دفعتاً به‌مقدار اندك تغییر می‌کندو مدت کوتاهی ثابت‌می‌ماند تا دوباره در پلهٔ‌بعدی اندکی تغییر کند. هرگاه فواصل زمانی را رفته رفته کوتاهتر وعدهٔ آنها را رفته رفته زیادتر کنیم، اختلاف میان شیب ملایم و پلکان رفته رفته کمتر می‌شود تا جایی که، با افزایش عدهٔ تقسیمات تا بینهایت، از میان برود.

در هر فاصلهٔ زمانی کوتاه، فرض می‌شود که حرکت با سرعت ثابت مربوط به آن زمان انجام می گیرد، ومسافت پیموده‌شده برابر است با حاصل ضرب این سرعت در مدت زمان. اما چون سرعت برابر است با ارتفاع مستطیلهای باریك، و فاصلهٔ زمانی برابر است با قاعدهٔ آنها، این حاصل ضرب برابر است با مساحت مربع مستطیل.

با به‌کار بردن همین استدلال برای هریك از مربع مستطیلها، به این نتیجه می‌رسیم که مسافت کل پیموده‌شده در مدت زمان (o,t) برابر است با سطح پلکان یا، درحد، با سطح مثلث ABC . اما این سطح نصف سطح مربع‌مستطیل ABCD است که به نوبهٔ خودش برابر است با حاصل‌ضرب قاعدهٔ t در ارتفاع v . بنابراین ، می‌توانیم برای مسافت پیموده شده در مدت زمان t چنین بنویسیم:

$$S = \frac{1}{2} vt$$

که در آن v سرعت در زمان t است. اما، بنا بر فرض ، v متناسب است با t ، بطوری که:

$$v = at$$

که در آن a مقداری است ثابت به نـــام **شتاب** یا میزان تغییر سرعت. با ترکیب این دو فـــورمول چنین خواهیم داشت:

$$S = \frac{1}{2} a t^{2}$$

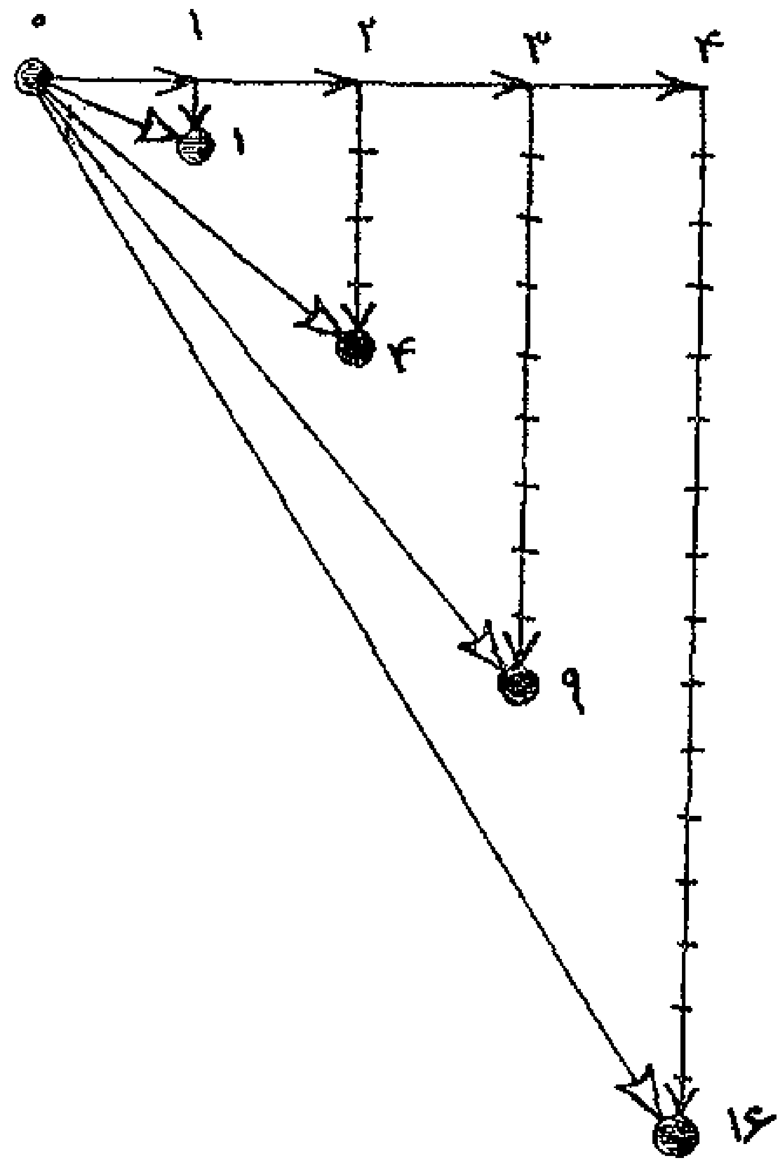
که ثابت می‌کند که مسافت پیموده‌شده به نسبت مجـذور زمان تغییر می‌کند.

روش تقسیم یك شکل هندسی معین به بخشهای بسیار کوچك و توجه به اینکه، با افزودن عدهٔ این بخشها تاجایی که عدهٔ آنها بینهایت بزرگ و سطح آنها بینهایت کوچك شود، چه روی می‌دهد کاری است که در قرن سوم پیش از میلاد توسط ریاضیدان یونانی ارشمیدوس در تجزیهٔ حجم یك مخروط و دیگر اجسام هندسی صورت گـــرفت. امـا گالیله نخستین کسی است که این روش را در پدیده‌هـای مکانیکی به‌کار بست، و درنتیجه نظامی بنیاد گذارد که بعدها، دردست نیوتن، بـه صورت مهمترین شاخه‌هـای عـلوم ریاضی در آمد.

کمك دیگر گالیله به‌علم نوپای مکانیك کشف اصل

انطباق حرکت بود. اگر سنگی را در امتداد افقی پرتاب کنیم، و اگر نیروی ثقلی درکار نباشد، سنگ در امتداد یك خط مستقیم حرکت خواهد کرد، همان طور که یك گلولهٔ بیلیارد بر روی میز حرکت می کند. هرگاه، از طرف دیگر، سنگ را فقط آزادانه از بالا رها کنیم ، بـا سرعتی که توصیف‌شد، فرو خواهد افتاد. در واقع در اینجا انطباق دو حرکت‌درکار است: سنگ با سرعت ثابت‌افقی حرکت می کند ودرضمن با حرکتی شتابدار فرومی‌افتد. نمودار این وضع در شکل ۴ نشان داده شده است، که در آن سهمهای شماره‌دار افقی و قائم مسافات پیموده‌شده در این دو نوع حرکت را نشان می‌دهند. موضع سنگ در نتیجهٔ این دو حرکت می‌تواند با سهمهای مورب شماره‌دار نشان داده شود، که تدریجاً درازترمی‌شوند و بر گرد نقطهٔ مبدأ می گردند .

چنین سهمهایی که مواضع متوالی یك شیء متحرك را نسبت به نقطهٔ مبدأ نشان می‌دهند **حاملها** یـا **بردارهای انتقالی** نامیده شده‌اندو با **طول** و **امتداد** خوددر فضامشخص



شکل ۴. ترکیبی‌از حرکت افقی با سرعت ثابت و حرکت قائم با شتاب ثابت.

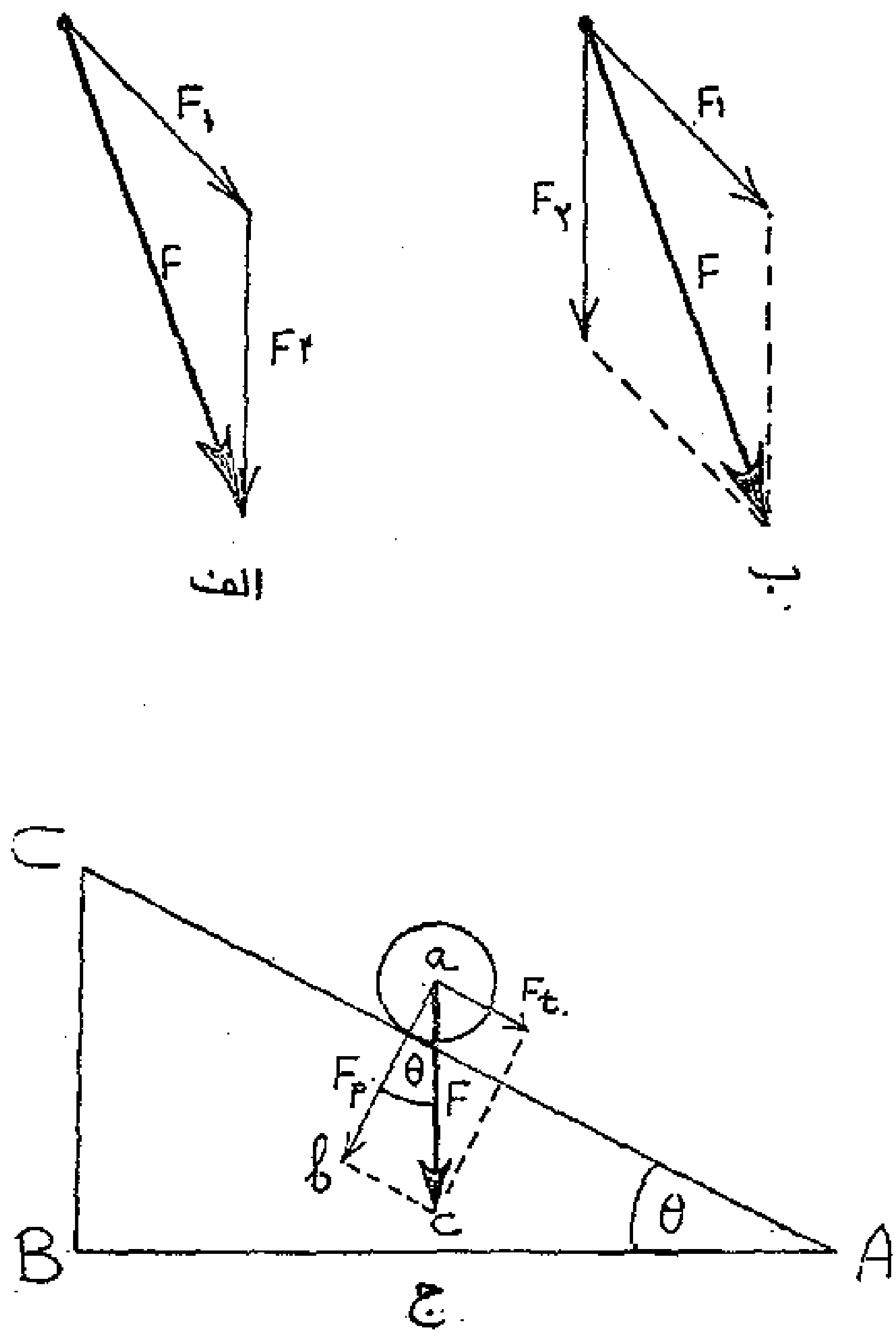
می‌شوند. هرگاه بر شیء متوالیاً چند انتقال وارد شود، و هر انتقال با حامل انتقالی مربوط به خود نشان داده شده باشد، موضع نهایی می‌تواند با یك حامل انتقالی مشخص شود که مجموع حاملهای انتقالی اصلی است. فقط هر سهم

را به دنبال دیگری چنان رسم کنید که از انتهای سهم پیشین آغاز شود (شکل ۴)، و انتهای سهم آخری را با خطی مستقیم به ابتدای سهم اولی متصل کنید. با یك مثال عادی می‌توان چنین گفت: هواپیمایی که از تهران به اصفهان و از اصفهان به شیراز و سپس از شیراز به آبادان می‌رود می‌توانـد از تهران با خطی مستقیم به آبادان پرواز کند. راه دیـگر برای افزودن دو حامل بر یکدیگر این است که هـر دو سهم را از یك نقطهٔ مبدأ رسم کنیم و بر روی آن دو حامل متوازی‌الاضلاعی بسازیم و قطر آن را مطابق شکل ۵ الف و ب رسم کنیم. با مقایسهٔ این دو روش ترسیمی، به آسانی می‌بینیم که هر دو به یك نتیجه می‌رسند.

مفهوم حاملهای انتقالی و جمع کردن آنها را می‌توان به مقادیر مکانیکی دیگری تعمیم داد که امتدادی معین در فضا دارند. یك کشتی را در نظر بگیرید که در مسیری از شمال غرب چند میل دریایی مسافت می‌پیماید، و ملوانی بر عرشهٔ آن از محل عزیمت تا بندرگاه با سرعت چند متر در دقیقه می‌دود. هر دو حرکت را می‌توان با سهمهایی نشان

داد که در امتداد حرکت‌هستند و طولشان متناسب است با سرعتهای مربوط به حرکت (که البته باید هر دو برحسب یك واحد نشان داده شوند). سرعت ملوان نسبت به آب اقیانوس چقدر است؟ آنچه باید کرد این است که دوحامل سرعت را بنابر دستور فوق بر هم بیفزاییم، یعنی قطر یك متوازی الاضلاع را به دست آوریم که اضلاع آن‌دوحامل اصلی است.

نیروها نیز می‌توانندبا حاملهایی مشخص شوند که امتداد نیروی مؤثر و مقدار آن را نشان می‌دهند، و می‌توانند مطابق همین دستور بر هم افزوده شوند. مثلا حامل نیروی‌ثقلی رادر نظر بگیریم که برجسمی واقع بر یك سطح شیبدار وارد می‌شود (شکل ۵ج). البته این حامل‌درامتداد قائم رو به پایین است، اما اگر روش جمع حاملها را معکوساً در نظر بگیریم، می‌توانیم آن را همچون‌مجموع دو (یا چند)حامل نشان دهیم که در امتدادهای معین‌هستند. در مثالی که ذکرشد دوحامل می‌خواهیم که یکی برامتداد سطح شیبدار ودیگری عمود برآن باشد، چنانکه درشکل



شکل ۵. (الف)و (ب)دو راه افزودن حاملها بر یکدیگر؛ (ج) نیروهای وارد بر استوانه‌ای که بر یک سطح شیبدار قرار دارد.

نشان داده شده‌است. متوجه می‌شویم که مثلثهای قائم‌الزاویهٔ

ABC و abc (حاصل از حاملهای F ، $F_۲$ و $F_۴$) متشابهند، چون زوایای A و a در آنها مساوی است. بنابر قضایای هندسه

$$\frac{F_۲}{F} = \frac{BC}{AC}$$

و این معادله حکمی را که از آزمایش گالیله با سطح شیبدار، بیان کردیم توجیه می کند.

با استفاده از داده‌های حاصل از آزمایشهای با سطح شیبدار، می‌توان دریافت که شتاب سقوط آزاد $۹۸۱ cm/s^۲$ است. این مقدار اندکی با عرض جغرافیایی بر سطح کرهٔ زمین و با ارتفاع نسبت به سطح دریا تغییر می کند.

فصل ۲

سیب و ماه

●

داستان کشف قانون ثقل جهانی به وسیلهٔ نیوتن با توجه به سیبی که از درختی فرو افتاد (شکل ۶)، ممکن است همان اندازه افسانه‌ای باشد که داستان توجه گالیله به جار آویخته بر سقف کلیسای جامع پیزا یا فرو افکندن وزنه‌هایی از بالای برج پیزا؛ اما همین داستان نقش سیبها را در افسانه و در تاریخ افزایش می‌دهد. سیب نیوتن حقاً با سیب حوا، که موجب بیرون راندن وی از بهشت شد، و با سیب پاریس، که جنگ تروا را بر پا کرد، و با سیب ویلیام‌تل که در تشکیل یکی از استوارترین وصلح‌دوستترین

کشورهای جهان دخالت داشته، همه در یك جا قرار می‌گیرند. شکی نیست که وقتی که ایزاك نیوتن ۲۳ ساله به جنس‌وطبع ثقل می‌اندیشید، فرصت‌کافی‌داشت که سیبهایی را که از درخت فرو می‌افتند مشاهده کند؛ در آن زمان وی در روستایی در لینکلنشر سکونت کرده بود تا از بیماری طاعون که در ۱۶۶۵ در لندن همه گیر شده و دانشگاه کیمبریج را تعطیل کرده بود، دوری جوید. در نوشته‌هایش نیوتن چنین تذکر می‌دهد: «در این سال به این فکر افتادم که ثقل را به مدار ماه تعمیم دهم، و نیروی لازم برای نگاه داشتن ماه برمدارش را با نیروهای ثقل بر سطح زمین مقایسه کنم.» استدلال وی دراین باره، که بعداً در کتاب **اصول ریاضی فلسفهٔ طبیعی** او آمده است، تقریباً چنین است: اگر از قلهٔ یك کوه گلوله‌ای در یك امتداد افقی پرتاب کنیم، حرکتش منتجهٔ دوحرکت خواهدبود: الف) حرکتی افقی با سرعت اولیهٔ هنگام خروج ازدهانهٔ تفنگ؛ ب) یك حرکت سقوط آزاد تند شونده تحت اثر نیروی ثقل. در نتیجهٔ ترکیب این دو حرکت، گلوله

مسیری شلجمی خواهد پیمود و در محلی به زمین اصابت می کند. اگر زمین مسطح بود، گلوله در هر حال به‌زمین اصابت می کرد، اما در جایی بسیار دور از محل پرتاب. ولی چون زمین گرد است سطح آن پیوسته در زیر گلوله خمیدگی دارد و، در یك سرعت معین حد، مسیر منحنی گلوله همان شکل انحنای زمین را پیدا خواهد کرد. در نتیجه، اگرمقاومت هوا وجود نداشته باشد، گلوله‌هرگز به زمین نخواهد رسید و در ارتفاع ثابتی پیوسته بر گرد زمین می گردد. نخستین نظریهٔ مربوط به یك قمرمصنوعی همین نظریه بوده است، و نیوتن آن را به وسیلهٔ شکلی مصور ساخته که بسیار شبیه است به اشکالی که امروز در مقالات معمولی مربوط به‌موشك و قمرمصنوعی می‌بینیم. البته قمرهای مصنوعی از قلل کوهها پرتاب نمی‌شوند، اما نخست تقریباً در امتداد قائم به ورای حد جو زمین بالا فرستاده می‌شوند، و سپس سرعت افقی لازم برای‌حرکت دورانی به آنها داده می‌شود. بادر نظر گرفتن حرکت‌ماه همچون سقوط پیوسته‌ای که دائماً از زمین دور می‌شود،

نیوتن توانست نیروی ثقلی را که برجرم ماه واردمی‌شود محاسبه کند. این محاسبه، که تا اندازه‌ای به شکل نو در آمده چنین بوده است:

فرض کنید که ماه بر مداری دایره‌شکل بر گرد زمین حرکت می کند (شکل ۷). موضع آن در یك لحظهٔ معین M و سرعتش عمود بر شعاع مدار v است. اگر ماه از طرف زمین جذب نمی‌شد، در امتداد یك خط مستقیم حرکت می کرد، وپس ازمدت زمان کوتاه Δt در موضع M' قرارمی گرفت، بطوری که $\overline{MM'} = v\Delta t$. امادرحرکت ماه حرکت دیگری نیز هست که سقوط آزاد آن به‌سوی زمین است. بنابراین مدار حرکت ماه خم می‌شود و ، به جای آنکه‌به موضع M' برسد، به نقطهٔ M'' از مدار دایره‌ای خود می‌رسد، و $M'M''$ مسافتی است که ماه در مدت زمان کوتاه Δt به سوی زمین سقوط کرده است. اکنون مثلث‌قائم‌الزاویهٔ EMM' رادر نظر بگیرید وقضیهٔ فیثاغورس را در بارهٔ آن به‌کار ببندید که چنین است:

$$(\overline{EM''} + \overline{M''M'})^{2} = \overline{EM}^{2} + \overline{MM'}^{2}$$

یا

$$\overline{EM''}^{2} + 2\overline{EM''} \cdot \overline{M''M'} + \overline{M''M'}^{2} = \overline{EM}^{2} + \overline{MM'}^{2}$$

چون $\overline{EM} = \overline{EM''}$، هرگاه طرفین معادلهٔ بالا را بر $2\overline{EM}$ تقسیم کنیم، خواهیم داشت:

$$\overline{M''M'} + \frac{\overline{M''M'}^{2}}{2\overline{EM}} = \frac{\overline{MM'}^{2}}{2\overline{EM}}$$

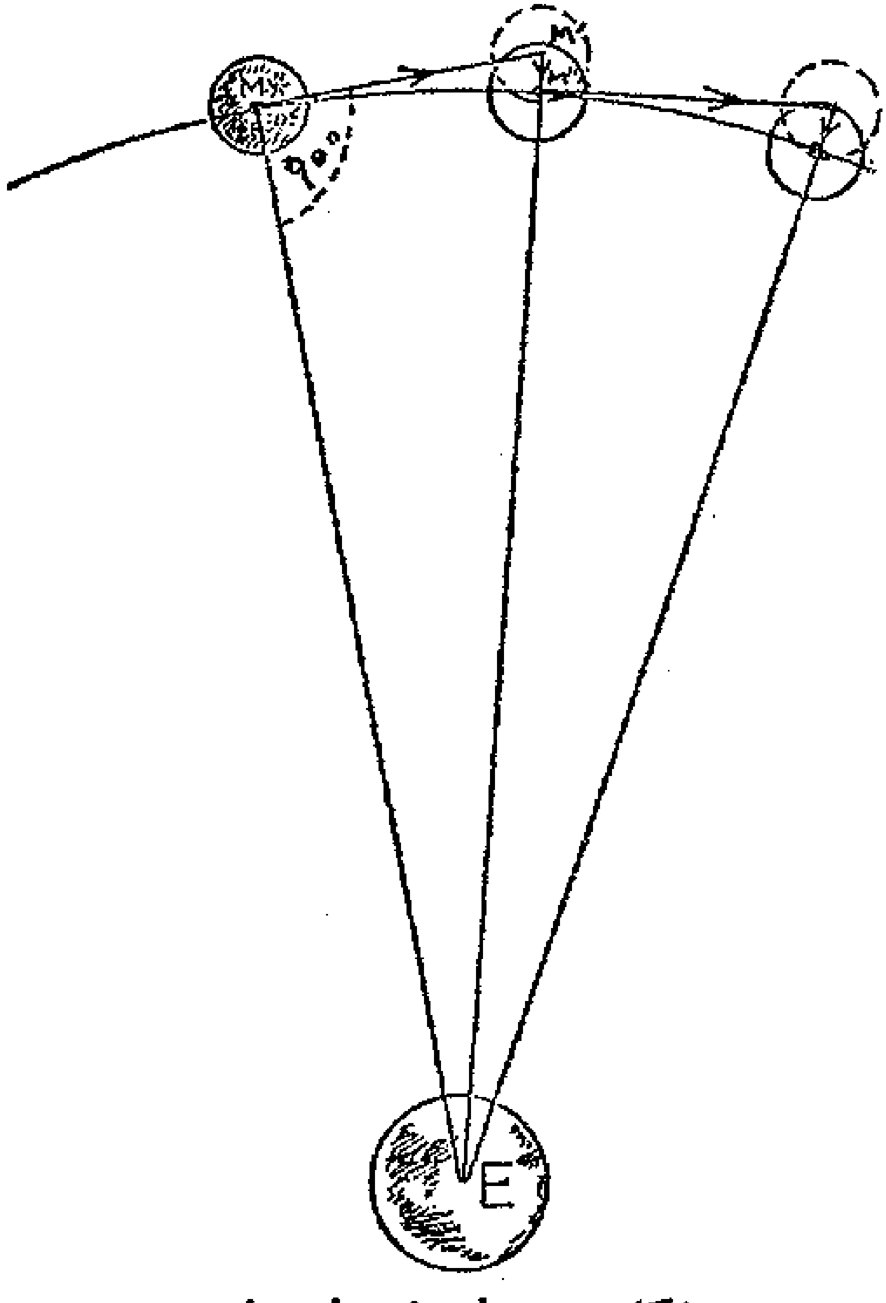
حالا استدلال مهمی پیش می‌آید. اگر مدت زمانهای رفته رفته کوتاهتری در نظر بگیریم، $\overline{M''M'}$ رفته رفته کوچکتر می‌شود، و دو جملهٔ سمت چپ معادله هر دو رفته رفته به صفر نزدیك مـی‌شوند. امـا چون جملهٔ دوم شامل **مجذور** $\overline{M''M'}$ است، ازجملهٔ اول تندتر به‌صفر نزدیك می‌شود؛ در واقع اگر $\overline{M''M'}$ مقادیر زیر را اختیار کند:

$\frac{1}{10}$؛ $\frac{1}{100}$؛ $\frac{1}{1000}$؛ و غیره

مجذور آن مقادیر زیر خواهد بود:

$\frac{1}{100}$؛ $\frac{1}{10000}$؛ $\frac{1}{1000000}$؛ و غیره

بنا براین به ازای فواصل زمانی بـه اندازهٔ کافی کوچك ممکن است از جملهٔ دوم سمت چپ معادله در مقابل جملهٔ



شکل ۷. محاسبهٔ شتاب ماه

اول صرف نظر کرد و چنین نوشت:

$$\overline{M''M'} = \frac{\overline{MM'}^{۲}}{۲\overline{EM}}$$

که البته وقتی کاملا درست است که $\overline{M''M'}$ بینهایت کوچك

باشد. از آنجا که $\overline{MM'} = v\Delta t$ و $EM = R$، می‌توانیم معادله فوق را به صورت زیر بنویسیم:

$$\overline{M''M'} = \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{R}\right)\Delta t^2$$

هنگام بحث در مطالعات گالیله دربارهٔ قانون سقوط دیدیم که مسافت پیموده‌شده در فاصلهٔ زمانی کوتاه Δt برابر است با $\frac{1}{2}a\Delta t^2$، که در آن a شتاب است، بطوری که با مقایسهٔ این دو عبارت نتیجه می‌گیریم که $\frac{v^2}{R}$ شتاب a را نمایش می‌دهد که با آن شتاب ماه به سوی زمین سقوط می‌کند، ولی هرگز به آن نمی‌رسد.

بنابراین می‌توانیم این شتاب را چنین بنویسیم:

$$a = \frac{v^2}{R} = \left(\frac{v}{R}\right)^2 R = \omega^2 R$$

که در آن $\omega = \frac{v}{r}$ عبارت است از **سرعت زاویه‌ای** ماه بر مدارش. سرعت‌زاویه‌ای ω (امگا) در هر حرکت دورانی به صورتی بسیار ساده بادورهٔ‌تناوب T آن حرکت بستگی دارد؛ زیرا در واقع می‌توانیم معادله را چنین بنویسیم:

$$\omega = \frac{2\pi v}{2\pi R} = 2\pi\frac{v}{s}$$

که در آن $s=2\pi R$ طول کل مدار است. ظاهراً دورهٔ تناوب T برابراست با $\frac{s}{v}$، بطوری که معادله چنین می‌شود :

$$v = \frac{2\pi}{T}$$

ماه در ۲۷٫۳ روز، یا $2{,}35\times10^{6}$ ثانیه یك دوران کامل بر گرد زمین می کند. هرگاه این مقدار را به جای T قرار دهیم، خواهیم داشت : $\omega= 2{,}67\times10^{-6}$ با چنین مقداری برای ω و $R=384400\,km=3{,}844\times10^{10}\,cm$، نیوتن برای‌شتاب ماه مقدار $0{,}27\,cm/s^2$ به دست آورد که ۳۶۴۰ بار کوچکتر است از شتاب $981\,cm/s^2$ بر سطح کرهٔ زمین. بنا براین آشکار می‌شود که نیروی ثقل با افزایش مسافت کاهش می‌یابد؛ اما این کاهش تابع چه قانونی است؟سیبی که فرو می‌افتد در فاصلهٔ ۶۳۷۱ کیلومتر از مرکز زمین است و ماه در مسافت ۳۸۴۴۰۰ کیلومتر، یعنی ۶۰٫۱ برابر

دورتر است. بـا مقایسهٔ دو نسبت ۳۶۴۰ و ۱/۶۰، نیوتن متوجه شد که نسبت اول درست مساوی است با مجذور نسبت دوم. مفهوم این است کـه قـانون ثقل بسیار ساده است :

نیروی جاذبه به نسبت عکس مجذور مسافت کاهش می‌یابد.

اما اگر زمین سیب و ماه را جذب مـی کند، چـرا قبول نکنیم که خورشید هم زمین و دیگر سیارات را جذب می کند و آنها را برمدارشان نگاه می‌دارد؟ و آنوقت باید جاذبه‌ای نیز میان هر یك از سیارات وجود داشته باشد که، به نوبه خود، حرکتشان را برگرد پیکر مرکزی منظومهٔ شمسی آشفته می‌سازد؛ و اگر چنین باشد، سیبها نیز باید یکدیگر را جذب کنند، گرچه نیروی جاذبهٔ میان آنهـا ممکن است به اندازه‌ای ضعیف باشد که حواس ما نتوانند آن را درك کند. آشکارا این نیروی جاذبهٔ گرانشی جهانی باید بستگی به جرم اجسامی که برهم اثر می کنند داشته باشد. بنا بر یکی از قوانین اساسی مکانیك که نیوتن وضع کرد،

یك نیروی معین که بر جسمی مـادی وارد می‌شود به آن شتابی می‌دهد که متناسب است با نیرو ومعکوساً متناسب است با جرم جسم؛

واضح است برای آنکه سرعت دو جسم، که جرم یکی دو برابر جرم دیگری است، برابر شود باید نیروی وارد بر جسم اول دو برابر نیروی وارد بر جسم دوم باشد. پس، بنابر یافتهٔ نیوتن که تمام‌اجسام، مستقلاً از وزنشان، با یك شتاب درمیدان ثقل سقوط می کنند، باید نتیجه گرفت که نیروهایی که آن دو جسم را به پایین می کشند متناسب با جرم آنها هستند، یعنی‌متناسبند با مقاومت در برابر شتاب. و، اگر چنین است، ممکن است این انتظار نیز برود که نیروی گرانش متناسب با جرم جسم دیگر باشد. جاذبهٔ گرانشی میان زمین و ماه بسیار زیاد است، زیرا که هر دو جسم بسیار سنگین هستند. جاذبهٔ میان زمین و یك سیب خیلی کمتر است، زیرا که سیب بسیار کوچك است،وشتاب میان دو سیب بایدکاملا صرف نظر کردنی باشد. با استفاده از استدلالی نظیر آنچه گذشت، نیوتن به بیان **قانون ثقل جهانی** رسید ، که به موجب آن **هر دو جسم مادی یکدیگر را با نیرویی جذب می‌کنند متناسب با حاصل ضرب جرمها، و معکوساً متناسب با فواصلشان از یکدیگر.** اگر M_1 و M_2 جرم-

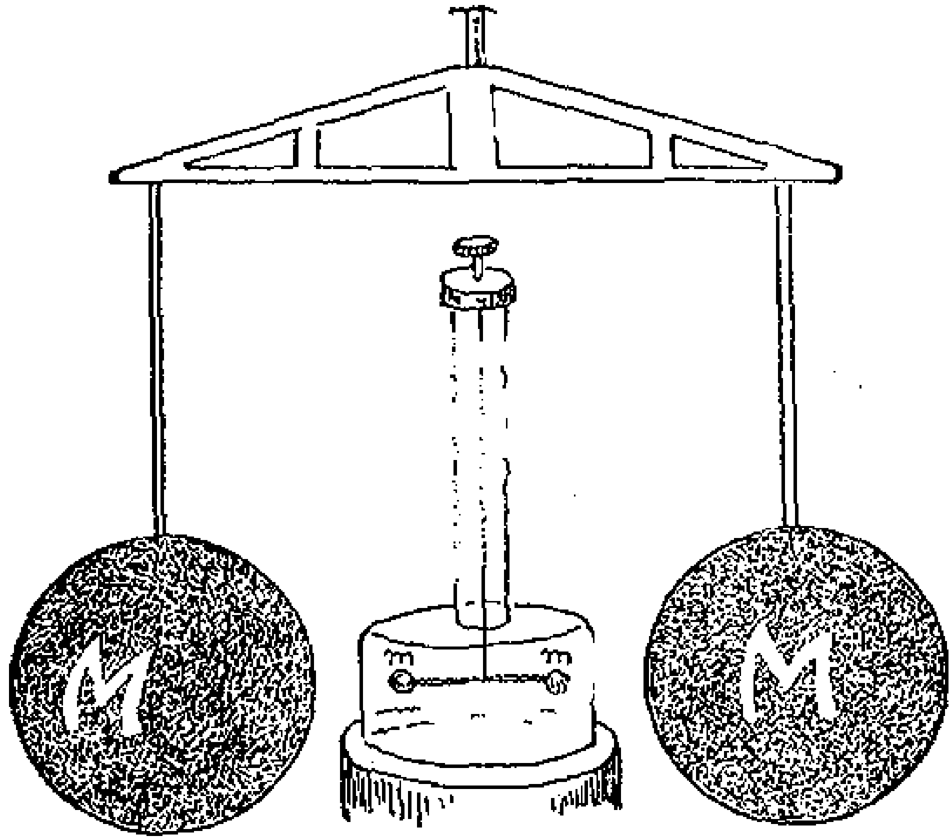
های دو جسمی باشند که بر هم اثر می کنند، و R فـاصلهٔ میان آنها باشد، نیروی گرانشی عمل متقابل این دو جسم بافورمول سادهٔ زیر بیان خواهد شد:

$$F = \frac{G M_1 M_2}{R^2}$$

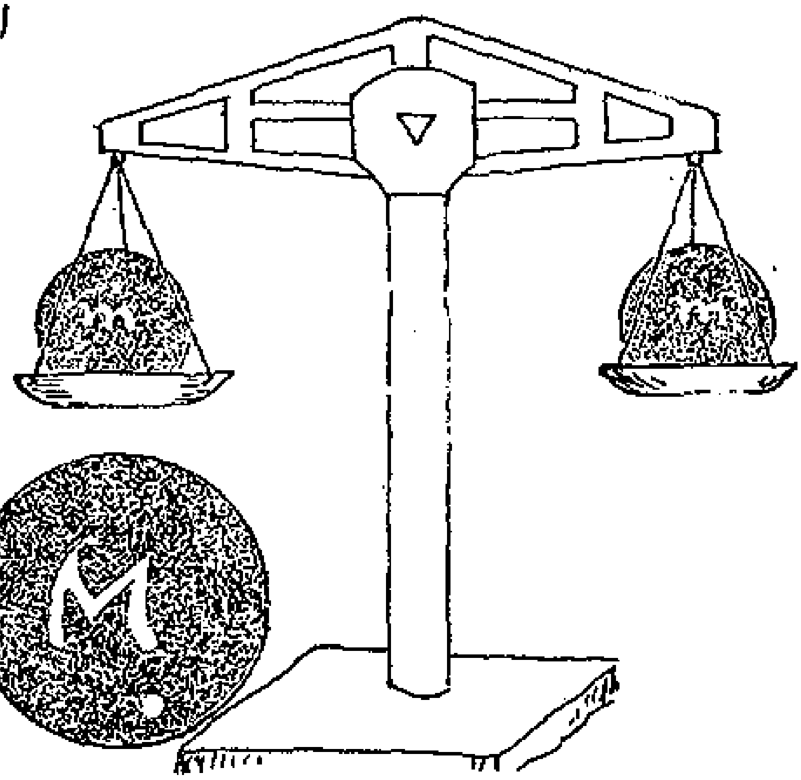
که در آن G (به جای ثقل) یك مقدار ثابت جهانی‌است.

نیوتن آنقدر زنده نماند تا دلیل تجربی مستقیمی در بارهٔ قانون جاذبهٔ خودش که میان دو جسم به کوچکی سیب بر قرار است عرضه کند، اما سه ربـع قرن پس از مرگش یك انگلیسی هوشمندتر به‌نام هنری کوندیش این دلیل‌را عرضه‌داشت. برای اثبات وجودجاذبهٔ گرانشی‌میان هر دو جسم به‌هراندازه، کوندیش ابزارهای بسیارظریفی به‌کار برد که درعهد خودش نشانهٔ حد اعلای مهارت تجربی بود،و حال آنکه امروز آنها رادر هر آزمایشگاه‌می‌توان یافت، و به کمك آنها قانون جاذبهٔ نیوتن را اثبات کرد. اصل ترازوی کوندیش در شکل ۸ نشان داده شده است . میلهٔ سبکی که یك گلولهٔ کوچك به هر سر آن متصل است

به نخ بسیار نازك و درازی آویزان است و در جعبه‌ای شیشه‌ای قرار گرفته تا از جریان هوا ایمن باشد. در خارج جعبه شیشه‌ای دو گلولهٔ بسیار سنگین آویخته شده که می‌توانند بر گرد یك محور دوران کنند. پس از آنکه مجموعه به حال تعادل قرار می گیرد، وضع گلولهٔ بزرگ را تغییر می‌دهند، و آنوقت مشاهده می‌شود که میلهٔ حامل گلوله‌های کوچك،در نتیجهٔ جاذبهٔ گرانشی، بهاندازهٔ زاویه معینی روبه گلولهٔ بزرگ می‌چرخد. با اندازه گیری زاویهٔ انحراف ودانستن مقدار مقاومت نخ در مقابل پیچش، کوندیش توانست نیرویی را که از طرف گلوله‌های بزرگ بر گلوله‌های کوچك واردمی‌شد اندازه بگیرد. ازراه این آزمایشها وی چنین یافت که مقدار عددی ضریب G در فورمول نیوتن، هر گاه طولها و جرمها و زمان به ترتیب بر حسب سانتیمتر و گرم و ثانیه حساب شود، برابر است با $۶٫۶۶ \times ۱۰^{-۸}$. با استفاده ازاین مقدار می‌توان حساب کرد که نیروی ثقل میان دو سیبی که نزدیك هم قرار گرفته‌اند معادل است با وزن یك بیلیونیم یك اونس(قریب



الف



شکل۸. اصل ترازوی کوندیش (الف)، و (ب) شکل تغییر یافتهٔ آن به وسیلهٔ بویز.

۰/۰۰۰۰۰۰۰۳ گرم)!

چ.و. بویز (۱۸۵۵ـ۱۹۴۴)، فیزیکدان بریتانیایی، مختصر تغییری در آزمایش کوندیش صورت داد: پس از آنکه دووزنهٔ متساوی را در ترازو به حال تعادل درآورد (شکل ۸)، گلوله‌ای زیر یکی از دو صفحه قرار داد و انحرافی جزئی مشاهده کرد؛ جاذبه کرهٔ زمین بر این گلوله بر اثر جاذبهٔ گلولهٔ سنگین افزایش یافته بود. از روی انحراف مشهود، بویز توانست نسبت جرم گلوله به جرم زمین را حساب کند. بنابر محاسبهٔ وی، جرم زمین 6×10^{24} کیلوگرم به‌دست آمد.

فصل ۳

حساب دیفرانسیل

●

ممکن است درک این موضوع دشوار باشد که چرا نیوتن، که نظریهٔ اساسی ثقل جهانی‌را درهمان آغاز کارهای علمی خود به دست آورده بود، اشاعهٔ آن را قریب بیست سال به تأخیر انداخت تاوقتی که بتواندیك بیان کاملاً ریاضی از تئوری‌ثقل‌جهانی در کتاب‌معروفش، **اصول ریاضی فلسفهٔ طبیعی**، عرضه کند.

دلیل یك چنین تأخیر طولانی این بود که نیوتن، گرچه نظریهٔ روشنی دربارهٔ قوانین فیزیکی ثقل داشت، روشهای ریاضی‌برای بسط تمام نتایج قانون اساسی مربوط

به عمل متقابل دو جسم مادی هنوز در اختیارش نبود. اطلاعات ریاضی زمانش برای حل مسائلی که در موردعمل متقابل گرانشی میان اجسام رخ می‌داد، ناکافی بود. مثلا در بررسی موضوع زمین ـ ماه که در فصل پیش توصیف شد، نیوتن بایستی فرض کند که نیروی ثقل معکوساً متناسب است با مجذور فاصلهٔ میان مراکز این دوجسم. اما وقتی که یك سیب به وسیلهٔ کرهٔ زمین جذب می‌شود، نیرویی که آن را به‌پایین می کشد ترکیب شده است از عدهٔ بیشماری نیروهای مختلف که بر اثر جذب سنگهای واقع در اعماق زیر ریشه‌های درخت‌سیب، از نیروی جاذبهٔ‌سنگهای کوهها، از نیروی جاذبهٔ آب اقیانوسها، و از نیروی جاذبهٔ هستهٔ آهنین مرکززمین‌حاصل‌شده‌اند. برای آنکه اثرمجموعهٔ این‌نیروها، که با آنهازمین بر سیب و بر ماه اثرمی کند، به دست آید، نیوتن ناچار بود ثابت کند که اثر مجموعهٔ همهٔ این نیروها همچون اثر نیروی واحدی است که‌اگر تمام جرم زمین درمرکز آن تمرکز داشت، اثر می‌کرد.

این مسئله که شبیه، اما کمی پیچیده‌تر از مسئله‌ای است که گالیله در بارهٔ حرکت ذرات با سرعت هموارهرو به تزاید با آن رو به رو بود، خارج بود از حدود منابع و اطلاعات ریاضی عهد نیوتن ، و نیوتن ناچار بود ریاضیات شخصی خود را به‌کار بندد. بااین کار، نیوتن چیزی را بنیان گذارد که امروز **حساب دیفرانسیل و انتگرال** نام دارد . این شاخه از ریاضیات، که امروز یك «واجب» مطلق در مطالعهٔ جمیع علوم فیزیکی‌است و رفته رفته در زیستشناسی و رشته‌های دیگر اهمیت پیدا می کند، با نظامهای رسمی ریاضی این تفاوت را دارد که از روشی استفاده می کند که در آن خطوط و سطوح واحجام هندسهٔ رسمی به عدهٔ بسیار زیاد از بخشهای بسیار کوچك تقسیم شده‌اند، و روابطی‌را میان این بخشهای بسیار کوچك، وقتی که اندازهٔ آنها به صفر نزدیك‌می‌شود، پیدا می کند. سابقاً به‌این‌نوع استدلال در تجزیهٔ نیوتن از شتاب ماه برخوردیم (فصل دوم) که در آن جملهٔ دوم سمت چپ معادله در مقابل جملهٔ اول صرف نظر کردنی می‌شد (با در نظر گرفتن تغییر موضع

ماه در مدت زمان بسیار کوتاه). حرکتی کلی را در نظر بگیریم که در آن مختصات x یك شیء متحرك نسبت به زمان t داده شده‌است. درزبان عادی مفهوم این‌است که‌مقدار x، با تغییر مقدار t ، به‌طرز منظم و معینی تغییر می کند. در ساده‌ترین حالت ، x ممکن‌است متناسب با t باشد، یعنی

$$x = A\,t$$

که در آن A مقداری است ثابت که دو طرف معادله را متساوی می‌سازد. دراین حالت، که حالتی‌است بسیارساده، دولحظهٔ t و $t+\Delta t$ اختیار می کنیم که در آن Δt افزایش بسیار کوتاه زمان‌است، که بعداً صفر خواهد شد. مسافت پیموده‌شده در این فاصلهٔ زمان ظاهراً چنین است :

$$A\,(t+\Delta t) - At = A\Delta t$$

که با تقسیم بر Δt، درست مقدار A را به دست می‌دهد . در این حالت حتی احتیاج به این نداریم که Δtرا بینهایت کوچك کنیم، زیرا که خود به خود از معادله خارج شده است. بنا براین برای میزان تغییر زمانی x ، یا چنانکه گالیله آن را نامید « تفاضل x » ، خواهیم داشت

$$x = A$$

نقطهٔ بالای متغیر x میزان تغییر آن را نشان می‌دهد.

اکنون حالت تا اندازه‌ای پیچیده‌تر

$$x = At^{2}$$

را در نظر بگیریم. باز هم تغییر x را در زمانهای Δt و $t + \Delta t$ به دست می‌آوریم :

$$A(t + \Delta t)^{2} - At^{2}$$

که با بسط آن چنین خواهیم داشت:

$$At^{2} + 2At\Delta t + A\Delta t^{2} - At^{2} = 2At\Delta t + A\Delta t^{2}$$

از تقسیم آن بر Δt دوجمله‌ای زیر به دست می‌آید:

$$2At + A\Delta t$$

وقتی که Δt بینهایت کوچك شود، جملهٔ دوم ازمیان می‌رود و برای تفاضل(تغییر) مقدار $x = At^{2}$ خواهیم داشت:

$$\dot{x} = 2At$$

اگر حالت

$$x = At^{3}$$

را در نظر بگیریم، باید عبارت زیر را حساب کنیم :

$$A(t + \Delta t)^{3} - At^{3}$$

که پس از بسط و تقسیم بر Δt به‌صورت زیر در می‌آید

$$3At^2 + 3At\Delta t + A\Delta t^2$$

وقتی که Δt بینهایت کوچك می‌شود، دو جملهٔ آخر در مقابل جملهٔ اول صرف نظر کردنی می‌شوند و برای «تفاضل» $x = At^3$ خواهیم داشت

$$\dot{x} = 3At^2$$

همین کار را در مورد $x = At^4$ و $x = At^5$، و غیره می‌توانیم انجام دهیم، و «تفاضلهای» $4At^3$ ، $5At^4$، و غیره را به دست بیاوریم. به‌آسانی یك قانون کلی برای به دست آوردن تغییر x به دست می‌آید : **تفاضل (تغییر) $x = At^n$، که در آن n یك عدد منطق است ، برابر است با nAt^{n-1}**

در مثالهای بالا تفاضلهای مقادیری را پیدا کردیم که به نسبت مستقیم زمان، به نسبت مجذور زمان، بـه نسبت مکعب زمان، وغیره تغییر می کرد. اما اگر تغییرات به نسبت معکوس نمایندههای مختلف زمان باشد، چـه پیش می‌آید؟ می‌دانیم که

$$t^{-1} = \frac{1}{t}\ ;\ t^{-2} = \frac{1}{t^2}\ ;\ t^{-3} = \frac{1}{t^3};\ \cdots\cdots$$

با استفاده از این نماینده‌های منفی و به‌کار بستن روش بالا، خواهیم دید که «تفاضلهای»

$x = At^{-1}$; $x = At^{-2}$; $x = At^{-3}$; ⋯

عبارت خواهد بود از

$\dot{x} = -At^{-2}$; $\dot{x} = -2At^{-3}$; $\dot{x} = -3At^{-4}$; ⋯

علامت منها به این علت است که در حالت تناسب **معکوس**، مقادیر متغیر با افزایش زمان کاهش می‌یابند، و میزان تغییر منفی است. اما دستور کلی برای محاسبهٔ تغییرات همان است که در حالت تناسب مستقیم دیدیم: برای به‌دست آوردن تغییرات، **مقدار اصلی معادلهٔ حرکت را در نمایندهٔ آن ضرب می‌کنیم و از نمایندهٔ آن یك واحد می‌کاهیم.**

نتیجهٔ بحث فوق در جدول زیر آمده است:

$X =$	At^{-3}; At^{-2}; At^{-1}; At; At^{2}; At^{3}; At^{4};…
$\dot{X} =$	$-3At^{-4}$; $-2At^{-3}$; $-At^{-2}$; A; $2At$; $3At^{2}$; $4At^{3}$;…

در حالی که $\dot{x}$ در علامتگذاری نیوتن میزان تغییر x را نشان می‌دهد، $\ddot{x}$ نشانهٔ میزان تغییر این تغییر x است.

پس، مثلا در حالت $x = At^3$ خواهیم داشت.

$$\dot{x} = 3At^2 \quad \text{و} \quad \ddot{x} = \boxed{3At^2}^{\cdot} = 3A \times 2t = 6At$$

بــه همین نحو، $\dddot{x}$ ، کــه میزان تغییر $\ddot{x}$ است، در همین حالت، چنین خواهد شد:

$$\dddot{x} = \boxed{6At}^{\cdot} = 6A$$

اکنون می‌توانیم این دستورهای ساده را درفورمول گالیله برای سقوط آزاداجسام مادی به‌کار بندیم. درفصل اول یافتیم که مسافت s پیموده شده در مدت زمان t از فورمول زیر به دست می‌آید:

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

چون سرعت v میزان تغییر مــوضع متحرك است، چنین خواهیم داشت:

$$v = \dot{s} = \frac{1}{2} a \times 2t = at$$

که می‌رساند که سرعت متناسب است با زمان. برای شتاب a ، که میزان تغییر سرعت (یا میزان تغییر میزان تغییر موضع است)، چنین خواهیم داشت :

$$a = \ddot{S} = \dot{V} = a$$

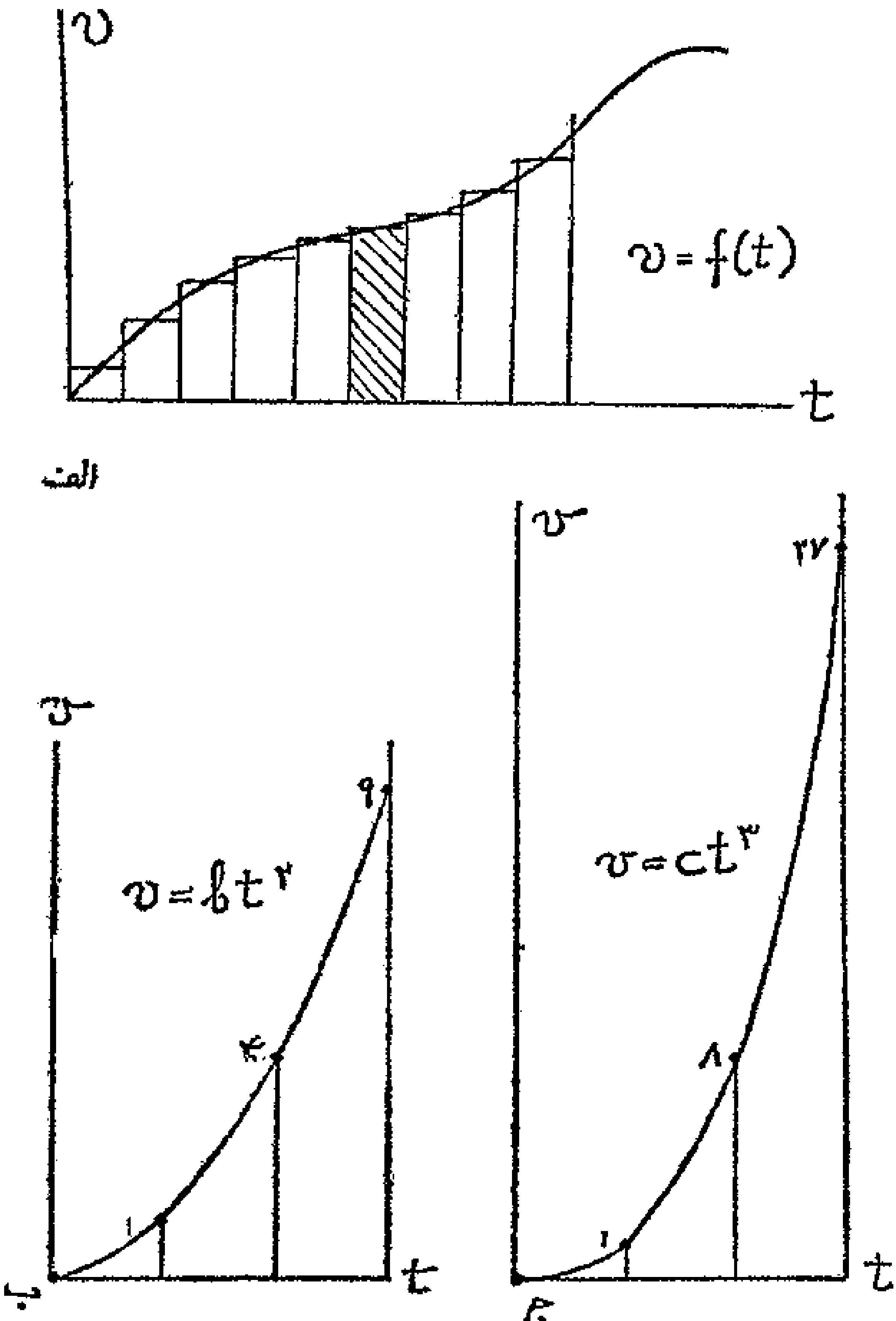
پیش از آنکه به این بحث پایان دهیم، باید توجه کنیم که علامتگذاری نیوتن برای تغییرات‌حرکت‌اکنون خیلی به ندرت در کتابهای امروزی به‌کار برده می‌شود. درهمان زمان که نیوتن روش خود را دربارهٔ تغییراتی که امروز به حساب دیفرانسیل موسوم است تکمیل می کرد، گاتفرید لایبنیتس در همین زمینه، با اصطلاحات و روش علامتگذاری تا اندازه‌ای متفاوت کار می کرد. آنچه‌نیوتن «تفاضلهای» اول، دوم، سوم، و غیره نامید، لایبنیتس آنها را مشتق اول، دوم، سوم، وغیره نام گذاشت و به جای علامتهای $\dot{x}$ ، $\ddot{x}$ ، $\dddot{x}$ ، و غیره علامتهای زیر را نوشت :

$$\frac{dx}{dt} \text{ ؛ } \frac{d^2x}{dt^2} \text{ ؛ } \frac{d^3x}{dt^3} \text{ ؛ } \cdots$$

اما البته محتویات ریاضی هر دو روش یکی است .

در حالی که حساب دیفرانسیل رابطهٔ میان بخشهای اشکال هندسی را ، هنگامی که این بخشها بسیار کوچك می‌شوند، در نظر می گیرد، حساب انتگرال (جامعه) وظیفهٔ کامل متضادی دارد : انتگرالگیری (انتگراسیون) بخشهای بسیار کوچك به‌صورت اشکالی با اندازهٔ معین. با این‌روش درفصل اول جایی روبه‌رو شدیم که روش گالیله را درجمع عدهٔ بیشماری مستطیلهای کوچك، که سطح آنهاحرکت یك ذره را در مدت زمان بسیار کوتاه نشان می‌داد، وصف کردیم. روشهای مشابهی پیش از گالیله توسط ریاضیدانان یونانی برای یافتن حجم مخروط و دیگر اشکال سادهٔ هندسی به‌کار رفته بود ، اما روش کلی برای حل این گونه مسائل هنوز شناخته نشده بود.

برای فهم رابطهٔ میان حساب دیفرانسیل و حساب انتگرال ، حرکت نقطه‌ای را در نظر بگیریم که سرعتش به وسیلهٔ تابع $v(t)$، چنانکه در شکل ۹ نشان داده شده ، مشخص شده است. با استفاده از همان استدلالی که در



شکل ۹. انتگرالگیری (الف) تابع اختیاری؛ (ب) تابع کوادریك؛ (ج) تابع مکعبی.

حالت سادهٔ شکل ۳ نشان داده شده، نتیجه می گیریم که مسافت پیموده‌شدهٔ x در مدت زمان t به وسیلهٔ سطح زیر منحنی سرعت به دست می‌آید. میزان تغییر s درهر لحظه از روی سرعت حرکت در آن لحظه به دست می‌آید، بطوری که در علامتگذاری نیوتن ولایبنیتس به ترتیب می‌توان نوشت.

$$\dot{s} = v \quad \text{یا} \quad \frac{ds}{dt} = v$$

پس، اگر v بر حسب تابع زمان داده شده باشد، s باید تابعی از زمان باشد که تفاضل (یا مشتق) آن برابر است با v. درحالت حرکت متشابه‌التغییر

$$v = at$$

بطوری که باید تابعی از زمان چنان پیدا کنیم که «تفاضل» آن برابر با at باشد. با توجه به جدول صفحهٔ ۵۱، مشاهده می‌کنیم که «تفاضل» At^{2} برابر است با $2At$، بطوری که مشتق $\frac{1}{2}At^{2}$ برابر با At است. پس اگر به‌جای A حرف a را بگذاریم، خواهیم‌داشت: $s = \frac{1}{2}At^{2}$.

البته این همان نتیجه‌ای است که گالیله با ملاحظات صرفاً هندسی به دست آورد.

اما دو حالت پیچیده‌تر را در نظر بگیریم که در یکی از آنها سرعت همچون مجذور زمان و در دیگری همچون مکعب زمان افزایش می‌یابد. برای این دو حالت باید چنین نوشت:

$$V = bt^{2} \quad \text{و} \quad V = ct^{3}$$

این دو حالت با نمودارهای شکل ۹ نشان داده شده است، و درست مانند حالت سادهٔ پیش، مسافتهای پیموده‌شده به وسیلهٔ سطوح زیر منحنیها نموده شده‌اند. اما، چون در اینجا به جای خطوط مستقیم خطوط منحنی داریم، دستور هندسی‌ساده‌ای برای یافتن مساحت این سطوح نیست. با استفاده ازروش نیوتن، بازهم بامراجعه به‌جدول صفحهٔ ۵۳ مشاهده می کنیم که مشتقهای At^{3} و At^{4} به ترتیب $3At^{2}$ و $4At^{3}$ است، که تفاوت آنها با بیان دادهٔ‌شدهٔ سرعتها فقط‌ضرایب‌عددی آنهاست. پس اگر $3A=b$ و $4A=c$ فرض شود، مساحت سطوح زیر دو منحنی چنین است:

$$S_b=\frac{۱}{۳}\,bt^{۳} \qquad \text{و} \qquad S_c=\frac{۱}{۴}\,ct^{۴}$$

این روش کاملا کلی است و برای هر نماینده‌ای از t می‌تواند به‌کار رود، و نیز در هر عبارت پیچیده‌ای، چون عبارت زیر، صادق است:

$$V = at + bt^{۲} + ct^{۳}$$

که برای آن چنین خواهیم داشت:

$$S=\frac{۱}{۲}\,at^{۲}+\frac{۱}{۳}\,bt^{۳}+\frac{۱}{۴}\,ct^{۴}$$

از این بحث نتیجه می گیریم که حساب انتگرال بر عکس حساب دیفرانسیل است: **مسئله در اینجا یافتن تابع مجهولی است که مشتق آن برابر تابع معلوم باشد**. پس اکنون می‌توانیم جدول صفحهٔ ۵۱ را با تغییر ترتیب ستونهای افقی آن و تغییر ضرایب عددی، به شکل زیر بنویسم:

$\dot{x} =$	$At^{-۴};\quad At^{-۳};\quad At^{-۲};\ A;\ At;\ At^{۲};\ At^{۳};\dots$
$x =$	$-\frac{A}{۳}t^{-۳};\ -\frac{A}{۲}t^{-۲};\ -At^{-۱};\ At;\ \frac{A}{۲}t^{۲};\ \frac{A}{۳}t^{۳};\ \frac{A}{۴}t^{۴};\dots$

می گوییم که x انتگرال $\dot{x}$ است. در علامتگذاری نیوتن

چنین می نویسند :

$$x = (\dot{x})'$$

ودر علامتگذاری لایبنیتس چنین نوشته می‌شود :

$$x = \int \dot{x} dt$$

که در آن علامت $\int$ همان علامت کشیده‌شدهٔ حرف S است که حرف اول کلمهٔ Sum (= جمع) را نشان می ـ دهد .

اکنون این جدول‌نو را در مورد همان مثال‌قدیمی حرکت متشابه‌التغییر به‌کار بندیم . چون شتاب ثابت است :

$$\ddot{x} = a \quad \text{یا} \quad \boxed{\dot{x}} = a$$

که از آن رابطهٔ زیر نتیجه می‌شود :

$$\dot{x} = \int a dt = at$$

با یك انتگرالگیری دیگر و توجه به جدول نو ، چنین به دست می آید :

$$x = \int at \quad dt = \frac{a}{۲} t^{۲}$$

یعنی همان نتیجه‌ای که قبلا به دست آوردیم . اگر شتاب ثابت نباشد ، ولی متناسب با زمان باشد ، خواهیم‌داشت:

$$\ddot{X} = bt$$

$$\dot{X} = \int bt \quad dt = \frac{۱}{۲} bt^{۲}$$

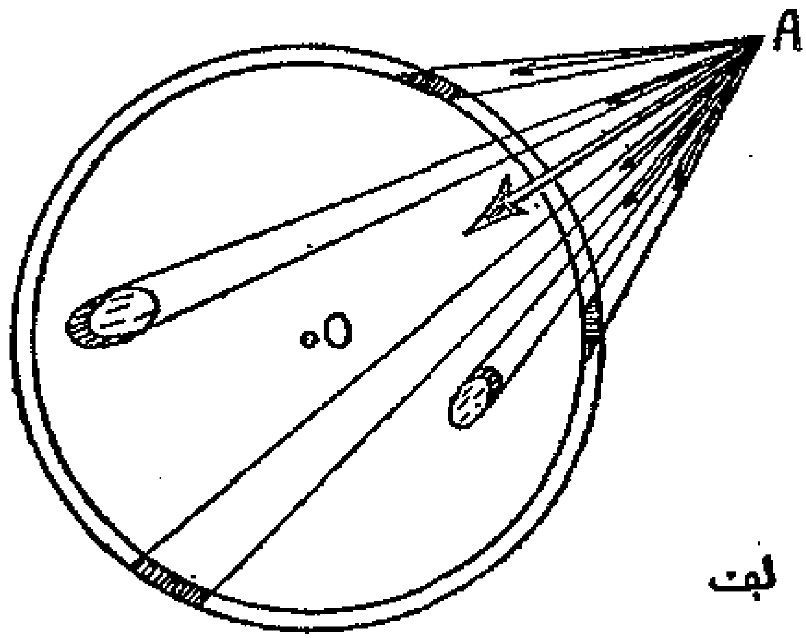
$$X = \int \frac{۱}{۲} bt^{۲} \cdot dt = \frac{b}{۲} \int t^{۲} \cdot dt = \frac{b}{۶} t^{۳}$$

پس در این حالت مسافت پیموده‌شده به وسیلهٔ یـك جسم متحرك به نسبت مکعب زمان تغییر خواهد یافت.

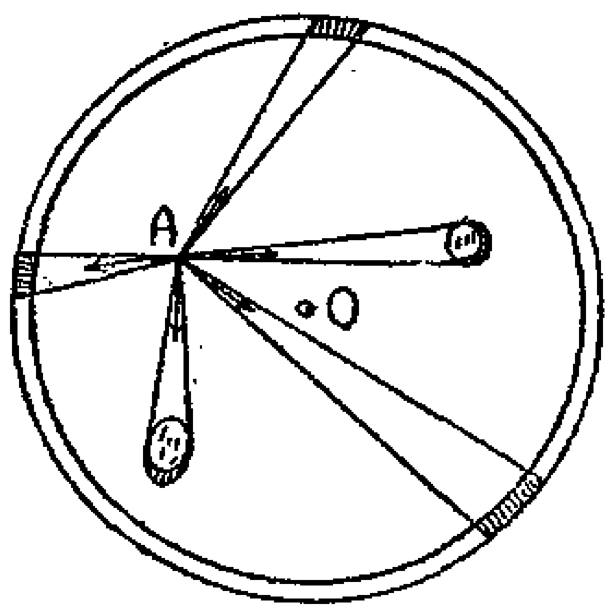
بیان مقدماتی حساب دیفرانسیل‌وانتگرال‌می‌تواند به سه بعد نیز تعمیم داده شود، وقتی که سه بعد X و Y وZ هر سه وجود دارند. اما این موضوع را به خـوانندگـانی واگذار می کنیم که بحث فوق را زیاد ساده یافته‌اند .

با تکمیل اصول اساسی حساب دیفرانسیل، نیوتـن

آنها را در حل‌مسائلی به‌کار بست که در تئوری ثقل‌جهانی او وجود داشت ، و در مرحلهٔ اول در مسئلهٔ نیروی ثقلی که به وسیلهٔ پیکر زمین بر هر جسم مادی کوچك در هر فاصله از مرکزش وارد می‌شود . بدین منظور، زمین را به پوسته‌های‌متحدالمرکز نازکی تقسیم کرد وعمل گرانشی هر یك را جداگانه در نظر گرفت (شکل ۱۰) . برای استفاده ازحساب‌انتگرال باید سطح‌پوسته‌را به‌عدهٔفراوانی نواحی کوچك با مساحتهای متساوی تقسیم کرد ، و سپس نیروی گرانشی وارد از هر ناحیه رابر جسم O ، به‌موجب قانون عکس مجذور محاسبه کرد . این تجزیه منجر می‌شود به عدهٔ بسیار فراوان حاملهای نیرویی که بر نقطهٔ O وارد می‌شوند، و این حاملها باید بنابر قوانین جمع حاملها با هم‌جمع (انتگرال) شوند. حل واقعی این‌مسئله خارج از اصول مقدماتی بحث‌شده تاکنون است، اما نیوتن به حل آن اقدام کرد. نتیجه این بود که وقتی که نقطهٔ O خارج از پوستهٔ کروی واقع بود، تمام حاملها بر هم افزوده شده حامل واحدی تشکیل می‌دادند که



لف



ب

شکل ۱۰. (الف) نیروی گرانشی وارد از پوستهٔ کروی بر یك نقطهٔ خارجی؛ (ب) همین حالت، اما نقطهٔ درونی به‌جای نقطهٔ خارجی.

برابر با نیروی ثقلی بود که وجود می‌داشت هرگاه تمام جرم پوستهٔ کروی در مرکزش متمرکز بود. در حالتی که نقطهٔ O درون پوسته باشد، مجموع حاملها صفر است، بطوری که **هیچ نیروی ثقلی بر جسم وارد نمی‌شود.** این نتیجه نگرانی نیوتن را در بارهٔ نیروی جاذبهٔ وارد از طرف زمین بر سیب از میان برد، و قانون ثقل جهانی را که به هنگام جوانیش در باغ دهکدهٔ لینکلنشر بیان کرده بود، توجیه کرد.

فصل ۴

مدارهای سیاره‌ای

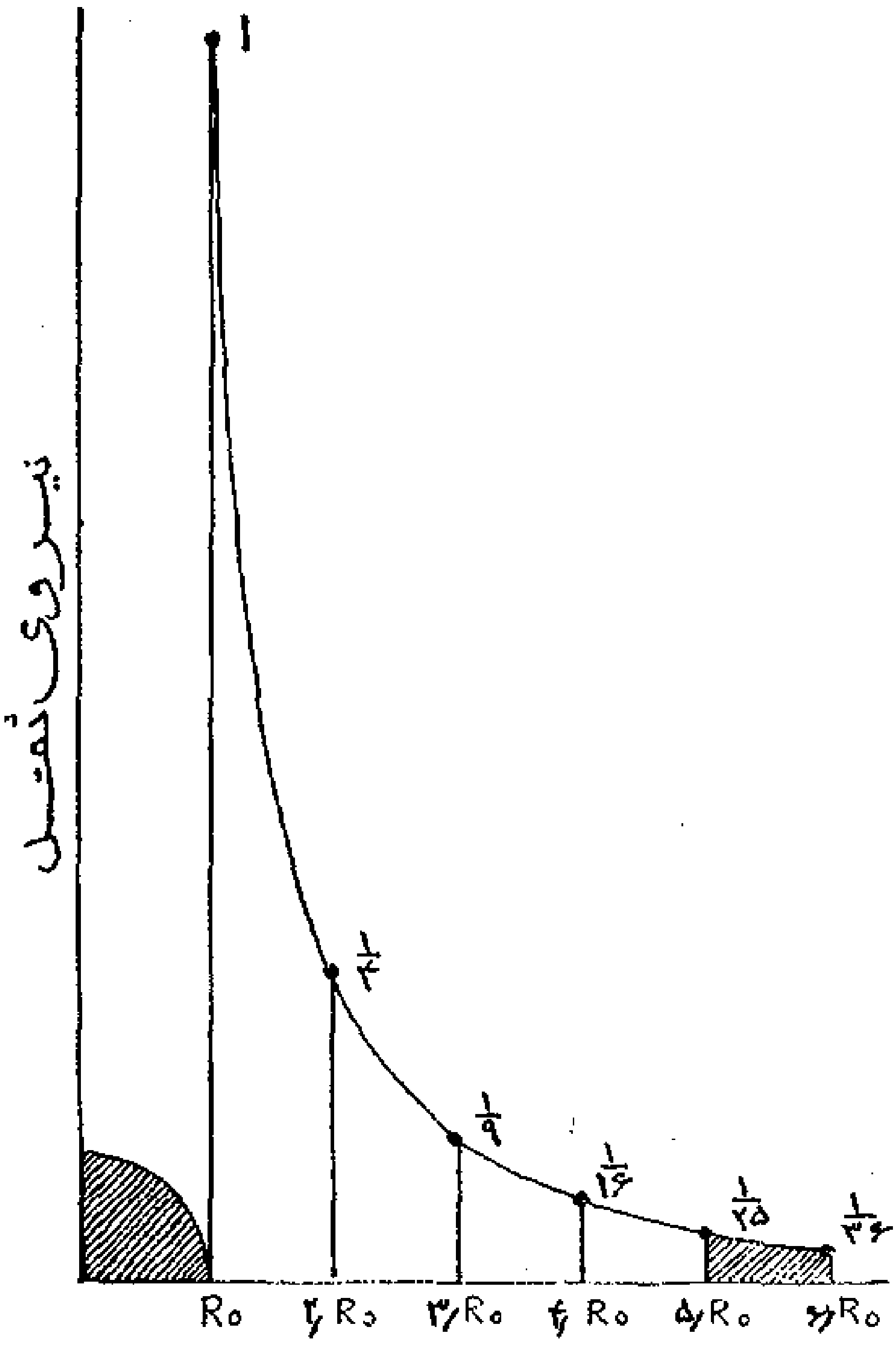
●

اکنون که مختصری در باب حساب دیفرانسیل و انتگرال آموختیم، می‌توانیم آن را درحرکت‌اجسام طبیعی‌ومصنوعی فلکی تحت تأثیر نیروی ثقل به‌کار بندیم. نخست حساب کنیم که با چه سرعتی‌یک موشک‌باید از سطح زمین‌پرتاب شود تا بتواند از مرز ثقل زمین بیرون برود. چند باربر را در نظر بگیرید که باید یک پیانوی بزرگ را از کف کوچه تا طبقهٔ معینی از یک ساختمان بلند بالا ببرند. هر کس (و خصوصاً باربران) این را قبول دارد که بالا بردن یک پیانوی بزرگ به طبقهٔ سوم ، سه بار بیشتر زحمت‌دارد

(یا کار لازم دارد) تا بالا بردن همان پیانو بــه طبقهٔ اول . کار لازم برای بالا بردن مبل واثاث سنگین با وزن آنها نیز متناسب است، و با بالا بردن شش صندلی بــه طبقه‌ای معین، شش بار بیشتر کار انجام می گیرد تا با بالا بردن فقط یك صندلی به همان طبقه .

اما در موردکار لازم برای بالا فرستادن یك موشك به ارتفاعی که آن را در مداری معین قرار دهد چه می‌توان گفت، یا کاری که برای باز هم بالاتر فرستادن آن لازم است ، تا بر ماه فرو افتد ؟ در حل این گــونــه مسائل باید به یادبیاوریم که‌نیروی ثقل با فاصلهٔ ازمرکز زمین کاهش می‌یابد ؛ هر قدر ارتفاع شیء از زمین زیادتر باشد بالاتر فرستادن آن آسانتر است .

شکل ۱۱ تغییر نیروی گــرانشی را با فاصلــهٔ از مرکز زمین نشان می‌دهد. برای محاسبهٔکار کل لازم‌برای بالا بردن جسمی از سطح زمین (بــه فاصلهٔ R_0 از مرکــز زمین) تامسافت R، با توجه‌به‌کاهش دائمی نیروی گرانشی، مسافت از R_0 تا R را بــه تعداد بسیار زیادی مسافتهــای



شکل ۱۱ . کاهش نیروی گرانشی با مسافت (R_0 شعاع زمین است)

کوچك d_r تقسیم می کنیم، و کارانجام‌یافته در این مسافت کوچك را در نظر می گیریم. چون برای اندك تغییری درمسافت، نیروی ثقل می‌تواند عملاً ثابت در نظر گرفته شود (باربران پیانوی بزرگ را به یاد بیاورید)، کار انجام‌یافته حاصل ضرب نیرویی است که شیء را حرکت می‌دهد در مسافت پیموده‌شده؛ یعنی سطح مربع مستطیل‌خطچین درشکل۱۱. اگر به‌حد تغییرمکان بینهایت کوچك‌برسیم، نتیجه می گیریم که‌کار کل برای بالا بردن شیء از R_0 به R مساحت سطح زیر منحنی نمایش نیروی جاذبه‌است، یا باعلاماتی که‌درفصل‌پیش به‌کار رفت، انتگرال

$$W = \int_{R_0}^{R} \frac{GMm}{r^2}\, dr = GMm \int_{R_0}^{R} \frac{1}{r^2} dr$$

(چون مقادیر ثابت در انتگرالگیری تغییر نمی کند، GMm را از داخل علامت انتگرال خارج کرده پس از به دست آوردن نتیجهٔ انتگرال، آن را در نتیجه ضرب‌می‌کنیم). با توجه به جدول صفحهٔ ۵۸، چنین می‌یابیم که

انتگرال $\frac{1}{r^2}$ برابر است با $-\frac{1}{r}$ (زیرا مشتق $\frac{1}{r}$، $-\frac{1}{r^2}$ است). پس کار انجام‌یافته چنین است:

$$W = -\frac{GMm}{R} - \left(-\frac{GMm}{R_0}\right) = GMm\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R}\right)$$

عبارت

$$P_R = -\frac{GM}{R}$$

(مربوط به واحد جرم که باید بالا برده شود) **پوتانسیل گرانشی** نامیده شده، و می‌گوییم که کار انجام‌یافته برای بالا بردن یك واحد جرم از سطح زمین به ارتفاع معین در فضا برابر است با اختلاف پوتانسیلهای گرانشی دراین دو محل.

این ملاحظات ساده، درهمان مراحل اولیهٔ مطالعاتش، بر نیوتن معلوم بود، اما او با کاری بس دشوارتر روبه‌رو بود که عبارت بود از توضیح صحیح قوانین حرکت سیارات بر گرد خورشید، وحرکت اقمارسیارات ـ قوانینی که بیش از نیم‌قرن پیش از زمان نیوتن به‌وسیلهٔ یوهانس کپلر، منجم آلمانی، کشف شده بود. در مطالعهٔ حرکت

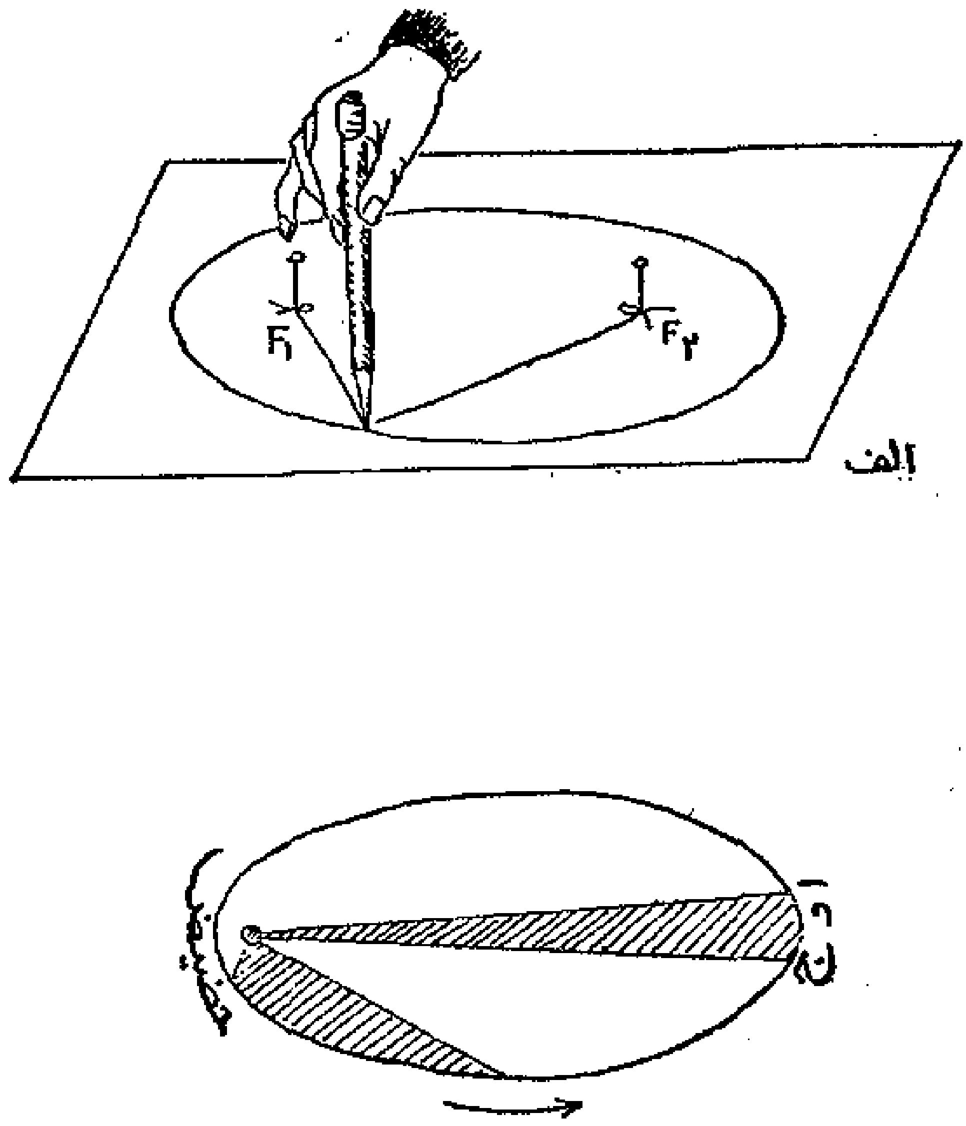
سیارات نسبت به ستاره‌های ثابت، کپلر داده‌هایی داشت که از معلم خود تیکو براهه به دست آورده بود. کپلر چنین یافت که **مدارهای همهٔ سیارات بیضیهایی است که خورشید در یکی از دو کانون آنها واقع است.** ریاضیدانان یونان باستان بیضی را همچون مقطع عرضی مخروطی تعریف کرده بودند که از تقاطع یک سطح مستوی مورب نسبت به محور مخروط حاصل می‌شود. اگر سطح مستوی عمود بر محور مخروط باشد، بیضی مقطع به یک دایره تبدیل می‌شود. تعریف مشابه دیگری از یک بیضی این است: منحنی مسدودی با این خاصیت که مجموع فواصل هر نقطهٔ آن از دو نقطهٔ ثابت واقع بر روی قطر اطول، به نام **کانونها**، همیشه مقداری است ثابت. این تعریف راه مناسبی برای رسم بیضی به وسیلهٔ دو سنجاق (یا میخ) و یک رشته نخ، مطابق شکل ۱۲، به دست می‌دهد.

قانون دوم کپلر بیان می کند که **حرکت سیارات بر مدار بیضی شکل آنها چنان انجام می‌گیرد که یک خط فرضی مار بر مرکز خورشید و مرکز ستاره، سطوح متساوی از مدار سیاره‌ای را در فواصل زمان متساوی می‌روبد** (شکل ۱۲).

بالاخره، قانون سوم، که کپلر نه سال بعد آن را منتشر کرد، بیان می کند که **مجذور زمانهای تناوب دوران سیارات مختلف به نسبت مکعبات فواصل متوسط آنها ازخورشید است.** پس، مثلاً مسافات عطارد، زهره، مریخ، و مشتری، بر حسب مسافت زمین تا خورشید (که «واحد نجومی» مسافت خوانده می‌شود) اینهاست: ۰٫۳۸۷، ۰٫۷۲۳؛ ۱٫۵۲۴؛ ۵٫۲۰۳، در حالی که زمان تناوب دوران آنها به ترتیب ۰٫۲۴۱؛ ۰٫۶۱۵؛ ۱٫۸۸۱؛ و ۱۱٫۸۶۰ سال است. اگر مکعبات سلسلهٔ اعداد فواصل و مجذور سلسلهٔ اعداد زمانهای تناوب‌را حساب می کنیم، می‌بینیم که هردو به ترتیب با هم برابرند، یعنی ۰٫۰۵۸۰؛ ۰٫۳۷۸۵؛ ۳٫۵۳۹۶؛ ۱۴۰٫۸۵.

نیوتن در مطالعات اولیهٔ خود، برای سهولت، مدار ماه را یك دایرهٔ کامل درنظر گرفت، و این تقریب وی را به نتیجه‌ای نسبتاً مقدماتی در قانون ثقل رسانید که در فصل ۲ ذکر شد. با انجام دادن این مرحلهٔ مقدماتی کار، لازم بود ثابت کند که اگرقانون ثقل جهانی کاملاً درست

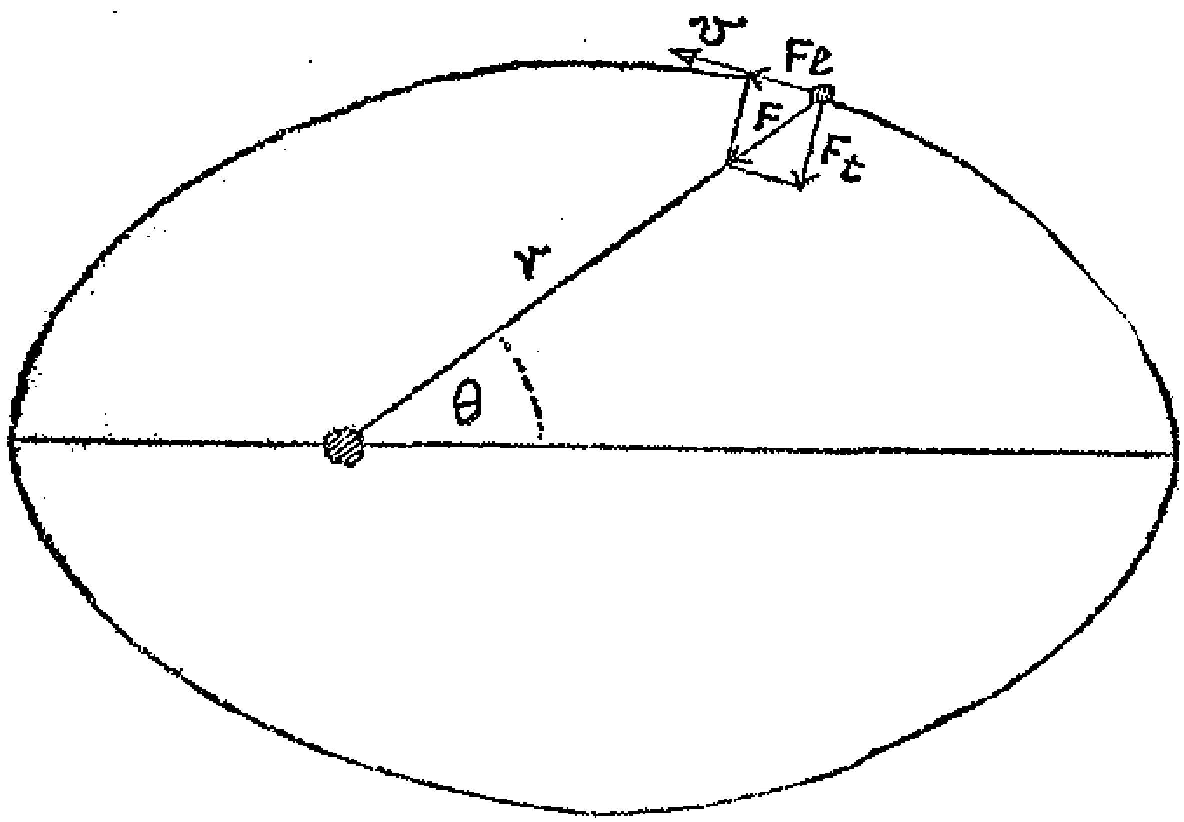
است، مدارهای سیاره‌ای مشتق از دوایر باید بیضیهایی



شکل ۱۲. (الف) یک‌راه ساده برای رسم یک‌بیضی؛ (ب) قانون دوم کپلر

باشند که خورشید در یکی از کانونهای آنها واقع است. البته همین موضوع در مورد ماه نیز هست، زیرا مدار آن کاملا دایره نیست، بلکه بیضی است. نیوتن نتوانست

منحصراً از راه‌هندسهٔ رسمی دایره و خط دلیلی بر این‌امر بیاورد، وچنانکه قبلاً شرح داده‌شد، وی حساب‌دیفرانسیل را اصولاً در مورد همین مسئله وضع کرد و بـه‌کار بست. اصول حساب دیفرانسیل کــه در فصل قبل بیان شد برای اثبات اینکه مدارهای سیاره‌ای نیوتن‌باید بیضی باشندکافی نیست، اما امید هست که این بحث بــه خواننده لااقل در درك این موضوع کمك کند کـه نیوتن چگونه موضوع را حل کرده است. درشکل ۱۳ حرکت یك سیاره رابر مدار معین ´OO با سرعت مشخص v نشان داده‌ایم. بــرای این گونه حرکات مناسب این است کـه موضع سیاره را در هر لحظه، با بـه دست دادن فاصلهٔ r آن از خورشید و زاویهٔ θ کــه خط واصل از خورشید بـه سیاره (شعاع حامل) با امتداد ثابتی در فضا (یعنی امتداد بـه سوی ستارهٔ ثابتی در دایرةالبروج) می‌سازد، توصیف کنیم. در حالی که موضع سیاره با مختصات r و θ مشخص شده، میزان تغییر موضع آن از روی تفاضلهای $\dot{r}$ و $\dot{\theta}$ به دست می‌آیــد، و میزان ایـن تغییر (یعنی شتاب) از تفاضلهــای دوم $\ddot{r}$ و $\ddot{\theta}$ حاصل



شکل ۱۳. نیروهایی که بر حرکت یک سیاره بر مسیر بیضی‌شکل آن اثر می‌کنند.

می‌شود. نیروی‌ثقل $F = \frac{GMm}{r^2}$ که برسیاره وارد می‌شود، در اصطلاح کلی، چنانکه در حرکت مستدیر بود، عمود بر مدارش نیست. بنا براین، با به‌کار بستن جمع نیروها، می‌توانیم نیرو را به دو مؤلفه تجزیه کنیم: یکی F_ℓ برامتداد مدار، ودیگر F_t عمود بر آن (ℓ و t نشانهٔ طولی و عرضی است).

با این تجزیه و با استفاده از قانون اساسی‌مکانیك

نیوتن، که شتاب حرکت در هر امتداد را متناسب بامؤلفهٔ نیرویـی بیان می کند کـه در آن امتداد وارد می‌شود، معادلاتی به دست می‌آید که به **معادلات دیفرانسیل** حرکت سیاره موسوم است. این معادلات روابط میان مختصات r و Θ، تفاضلهای $\dot{r}$ و $\dot{\Theta}$، و تفاضلهای دوم $\ddot{r}$ و $\ddot{\Theta}$ را بەدست می‌دهند. بقیهٔ کار چیزی جز ریاضیات صرف نیست ــ فقط یافتن اینکه r و Θ باید بستگی به زمان داشته باشند تا دیفرانسیل تفاضلهای اول و دوم آنها، و نیز خود آنها، در معادلات دیفرانسیل صدق کنند؛ و جواب این است که حرکت باید بر روی یك بیضی انجام گیرد که خورشید در یکی از کانونهای آن قرار گرفته است و شعاع حامل در فواصل زمانی متساوی سطوحی مساوی بر سطح آن می‌پیماید.

در حالی کـه در اینجا تـوانستیم فقط یك اشتقاق «وصفی» از دو قانون اول ودوم کپلر بدهیم، از قانون‌سوم می‌توانیم اشتقاقی کاملاً درست بدهیم، با این فرض ساده‌ـ کننده کەمدارهای سیاره‌ای دایره‌اند. در واقع، در فصل ۲

دیدیم که شتاب مرکزگرای (متوجه به یك مرکز) یك حرکت مستدیر $\frac{v^2}{R}$ است، که در آن v سرعت حرکت جسم متحرك R شعاع مدار است. چون حاصل ضرب شتاب مرکزگرا در جرم باید برابر نیروی جاذبهٔ گرانشی باشد، ممکن است چنین نوشت:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{GMm}{R^2}$$

از طرف دیگر، چون طول مدار مستدیر $2\pi R$ است، دورهٔ تناوب T یك دوران ظاهراً از فورمول زیر به‌دست می‌آید:

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

که از آن این فورمول نتیجه می‌شود:

$$V = \frac{2\pi R}{T}$$

اگر این مقدار v را در معادلهٔ اول قرار دهیم، خواهیم داشت

$$\frac{m \times 4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{GMm}{R^2}$$

که پس از اختصار چنین می‌شود:

$$4\pi^2R^3 = GMT^2$$

این فورمول نشان می‌دهد که **مکعبات R متناسب با مجذورات T هستند**، که همان قانون سوم کپلر است.

با به‌کار بستن دقیقتر حساب دیفرانسیل وانتگرال می‌توان نشان داد که همین قانون در مورد کلی مدارهای بیضی‌شکل نیز صادق است.

بنابراین، با اختراع ریاضیات لازم برای حل مسئله، نیوتن توانست نشان دهد که حرکت اعضای خانوادهٔ خورشید بایداز قانون ثقل جهانی‌وی تبعیت‌کند.

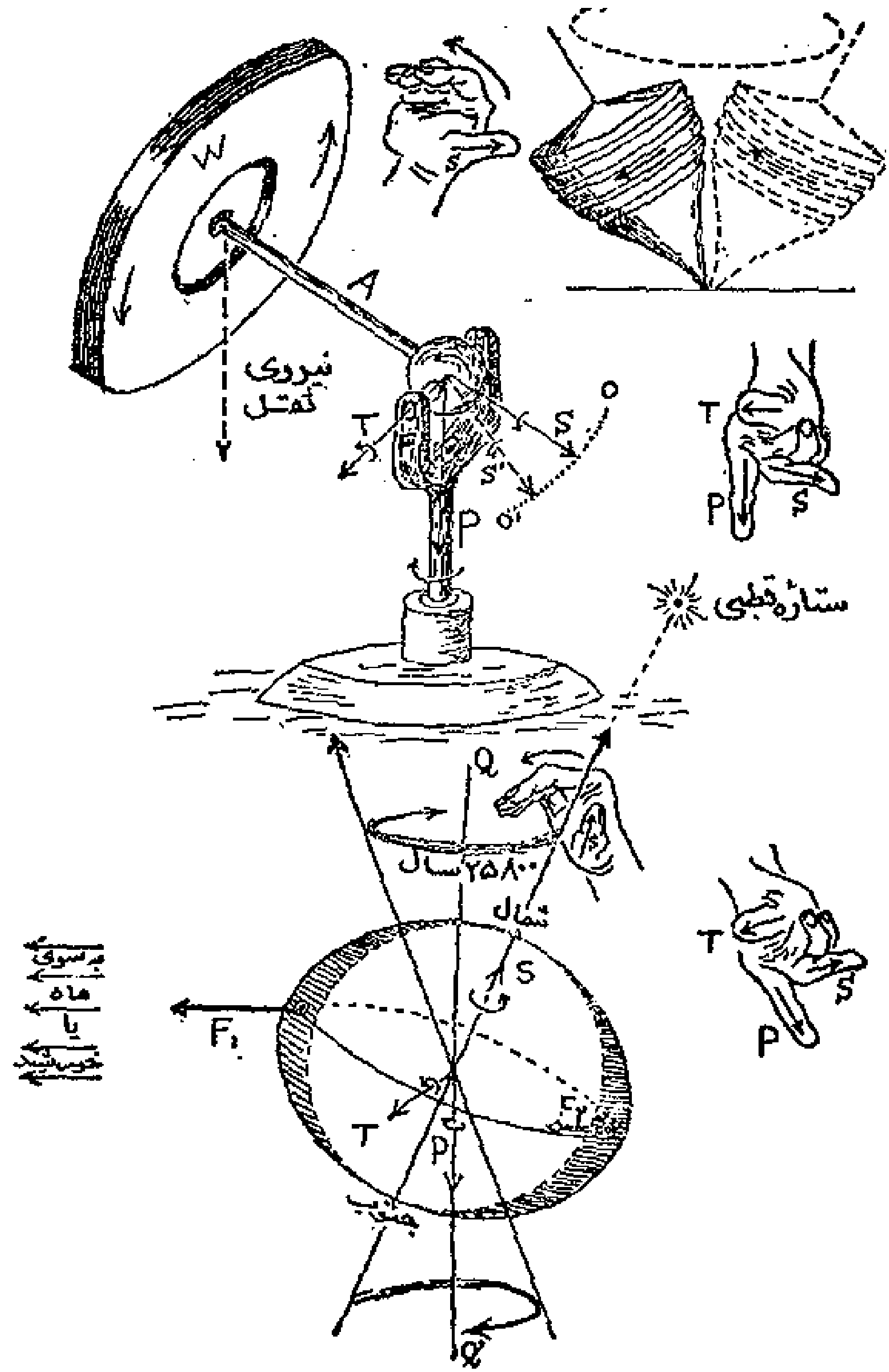
فصل ۵

زمین چون فرفره‌ای گردان

●

نیوتن پس از حل این مسئله که چگونه نیروهای ثقل زمینی ماه را بر مدارش نگاه می‌دارند، و چگونه خورشید زمین و نیز دیگر سیارات را بر مسیری بیضی‌شکل می‌چرخانند، توجه خویش را به این موضوع معطوف داشت که این دو جسم آسمانی چه تأثیری بر دوران کرهٔ زمین بر گرد محورش دارند. وی دریافت که زمین، به علت دوران محوریش، باید شکل یك کره گون فشرده را داشته باشد، زیرا که ثقل در نواحی استوایی تا حدی با نیروی مرکز-گریز جبران می‌شود. البته شعاع استوایی زمین نزدیك

۲۱ کیلومتر از شعاع قطبی آن بزرگتر است ، و شتاب ثقل در استوا ۳ر۰ درصد کمتر از شتاب در قطبین است . بنابراین زمین را می‌توان همچون کره‌ای به شمار آورد که یك برآمدگی استوایی آن را فرا گرفته (سطح خطچین در قسمت پایین شکل ۱۴) که حدود ۲۱ کیلومتر در استوا ضخیمتر است و به تدریج رو به قطب به سمت صفر می‌رود. در حالی که نیروهای گرانشی خورشید و ماه که بر مادهٔ قسمت کروی زمین وارد می‌شوند معادلند با نیرویی واحد که بر مرکز آن وارد شود، نیروهایی که بر برآمدگی استوایی وارد می‌شوند بدین نحو توازن پیدا نمی‌کنند. واضح است که چون نیروی ثقل با مسافت کاهش می‌یابد، نیروی F_1 که بر قسمت برآمده‌ای وارد می‌شود که رو به جسم کشنده است (خورشید یا ماه) بزرگتر است از نیروی F_2 که بر برآمدگی مقابل وارد می‌شود. درنتیجه نیرویی چرخشی پدید می‌آید که می‌خواهد محور دوران زمین را راست کند و آن را بر سطح مدار زمین (دایرةالبروج) یا بر سطح مدار ماه عمود سازد.



شکل ۱۴ فرفرهٔ گردان و زمین گردان.

برای پاسخ دادن به این پرسش، باید درك کنیم که کرهٔزمین ما درحرکت خود در واقع‌فرفرهٔ عظیم گردانی است مانند همهٔ فرفره‌هایی که از کودکی با آنها آشنا بوده‌ایم. وقتی که‌فرفره به‌سرعت می‌چرخد نمی‌افتد، اما نسبت به کف میز یا کف اطاق که بر روی آن می‌چرخد وضع موربی دارد، و درضمن چرخیدن محور دورانش مخروطی بر گرد قائم (گوشه راست بالای شکل ۱۴) می‌پیماید. فقط وقتی که چرخش‌فرفره به‌علت اصطکاك، کند شود، فرفره برزمین می‌افتد. یك نمونهٔ کاملترفرفره، که برای آزمایشهای مکانیك به‌کار می‌رود، در شکل ۱۴ (نیمهٔ بالای شکل) نشان داده شده است. این فرفره عبارت است از یك چنگال F که می‌تواند حول یك محور قائم دوران کند و میلهٔ A را، که می‌تواند آزادانه حول نقطهٔ تعلیق به بالا و پایین حرکت کند، نگاه دارد. در انتهای آزاد میله یك چرخ W متصل است که بر روی جعبهٔ ساچمه‌ای با اصطکاك بسیار کم دوران می کند . اگر چرخ در گردش نباشد ، وضع عادی مجموعه چنان است که میله رو به پایین مایل است و چرخ بر میز متکی است . اما

اگر چرخ را به سرعت بچرخانیم، اوضاع بـه‌کلی تغییر می‌کند، وازنظر کسی که‌این پدیده را نخستین‌بار مشاهده می‌کند تقریباً باورنکردنی می‌نماید. میله و چرخ فرو نمی‌افتند، و مادام که چرخ در گردش است، چرخ و میله وچنگال بر گرد محور قائم‌به کندی دوران‌می کنند. اسباب معروف به **ژیروسکوپ** بر همین اصل ساخته شده است، کـه کاربردهای عملی فراوان دارد، از آن جمله « قطبنمـای ژیروسکوپی » که کشتیها را در اقیانوسها و هواپیماها را درهوا هدایت می‌کند.

شاید جالبترین کاربرد ژیروسکوپ را ژان پـرن، فیزیکدان فرانسوی، انجام داده باشد، که ژیروسکوپی‌را در چمدان خود گذاشت و آن را در ایستگـاه راه آهـن پاریس بررسی کرد. وقتی که باربر ایستگـاه چمدان را گرفته همراه ژان پرن در ایستگاه راه می‌رفت، درسریك پیچ که می‌خواست بپیچد، متوجه شد که چمدان نمی‌خواهد با وی همراهی کند. چون خواست با نیرویـی چمدان را همراه بکشد، چمدان در دستش شروع کرد به چرخیدن

(شکل ۱۵). باربر در حالی که فریاد می‌زد «شیطان بایـد در چمدان باشد»، آن را رها کرد و بگریخت. یـک سال

شکل ۱۵. آزمایش ژان پرن

بعد، ژان پرن برندهٔ جایزه نوبل شد، ولـی نـه بـرای آزمایشهای مربوط به ژیروسکوپ، بلکه برای کارهایی که درحرکت حرارتی مولکولها انجام داده بود.

برای درك رفتار خاص ژیروسکوپ، باید شما را با حاملی که سرعت حرکت دورانی را نمایش می‌دهـد آشنا سازیم. در فصل ۱ دیدیم که‌سرعت‌حرکت انتقالی‌می‌تواند با سهمی (حامل) نشان داده شود که در امتداد حرکت‌رسم شده وطولش‌متناسب‌است با اندازهٔ سرعت. در مورد دوران نیز همین روش به‌کار می‌رود. سهمی بر محور دوران رسم می‌کنند که طولش مربوط باشدبه سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری‌شده‌برحسبُ عدهٔ دورانهادردقیقه یا برحسب‌هرواحد معادل دیگر. جهت سهم با این قرار داد مشخص شده است:

هرگاهٔ انگشتان خم‌شدهٔ دست راست خـود را در امتداد دوران نگـــاه داریـد ، شست شمـــا امتداد سهم را نشان خواهـــد داد

(دستور پیچ دست راست). در قسمت بالای شکل ۱۴، حامل S سرعت دورانی چرخ را نشان مـی‌دهد . پیچش (نیروی پیچش) مربوط به ثقل به وسیلهٔ حامـل T نشان داده شده

است که از شاخه‌های چنگال می گذرد . با تعمیم دادن قوانین حرکت انتقالی به حرکت دورانی، انتظارمی‌رود که میزان تغییر سرعت‌متناسب با نیروی پیچش وارد باشد. در نتیجه، تأثیر ثقل بر یك فرفرهٔ گردان تغییرسرعت دورانی خواهد بود که به وسیلهٔ حامل S نشان داده شده نسبت به تغییری که حامل ´S نشان می‌دهد، یعنی دوران بر حول محور قائم؛ و این درست همان چیزی است که در رفتار یك فرفرهٔ گردان مشاهده می‌شود.

رابطهٔ فضایی میان سرعت زاویه‌ای چرخ گردان ، نیروی پیچش ، و حرکتی که نتیجه می‌شود در شکل ۱۴ به‌وسیلهٔ دستها نشان داده شده‌است. اگر انگشت میانهٔ دست راستتان را در امتداد حامل دوران و شست را در امتداد حامل پیچش قراردهید، انگشت نشانه دوران نتیجهٔ مجموعه را نشان می‌دهد .

پدیده‌ای که هم اکنون توصیف کردیم به **رقص‌محور** معروف است ودرحرکت‌دورانی همهٔ اجسام، خواه‌ستاره یا سیاره باشندخواه‌اسباببازی یاالکترونهای اتوم‌متداول‌است.

در حرکت زمین، رقص محوری در نتیجهٔ جاذبهٔ گرانشی خورشید و ماه حاصل می‌شود و نقش جاذبهٔ ماه مؤثرتر است زیرا که، چون جرم آن کمتر از جرم خورشیداست، به زمین خیلی نزدیکتر است. اثر رقص محوری ماه ـ خورشید محور زمین‌را سالی ۵۰ ثانیهٔ زاویه‌ای می‌چرخاند وموجب می‌شود که‌درهر ۲۵۸۰۰ سال‌یك‌دایرهٔ کامل بپیماید. این پدیده، که نتیجه‌اش تغییرات کندی در تاریخ آغاز بهار و پاییز است(تقدیم اعتدالین)، به وسیلهٔ منجم یونانی هیپارخوس درحدودسال ۱۲۵ق‌م کشف شد، اما توضیح آن تا بیان ثقل جهانی نیوتن به تعویق افتاد.

فصل ۶

کشندها

●

یك اثر دیگر خورشید و ماه بـر کـرهٔ زمین تغییر شکل روزانهٔ پیکر زمین است که بیشتر در پدیدهٔ کشندهای اقیانوسی (جزر و مد) مشاهده می‌شود. نیوتن دریافت که بالا آمدن و پایین رفتن سطح اقیانوسها نتیجهٔ جاذبهٔ گرانشی خورشید وماه بر آب اقیانوسهاست، تأثیر ماه، به علت آنکه با تمام کوچکیش نسبت به خورشید، خیلی خیلی به ما نزدیکتر از خـورشید است، بسیار زیادتر است. وی چنین استدلال کرد کـه چون نیروهای ثقل بـا افزایش مسافت کاهش می‌یابند، کشش وارد بر آب اقیانوسها در طرف روشن خورشید

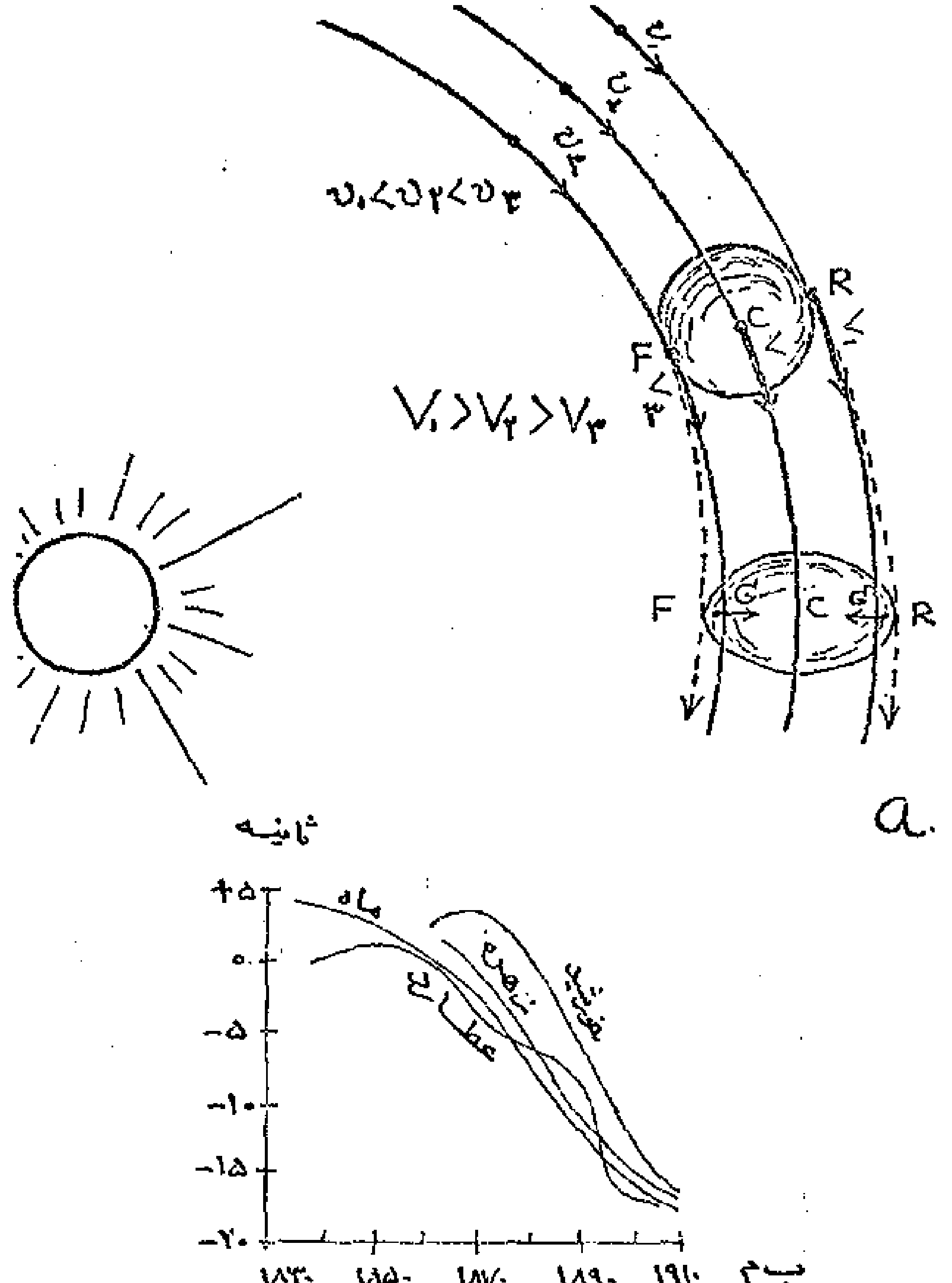
و ماه نسبت به ما بزرگتر است از کششی که از طرف مقابل وارد می‌شود، و در نتیجه باید آب را از سطح معمولی آن بلند کند.

بسیاری از مردم که نخستین بار این توضیح کشندی را شنیدند درك این موضوع را دشوار یافتند که چرا دو موج کشندی وجود دارد، که یکی در طرف رو به ماه یا خورشید است و دیگری در طرف مقابل که در آنجا آب اقیانوسی ظاهراً در جهت مخالف کشش گرانشی حرکت می کند. برای توضیح این موضوع باید تا اندازه‌ای از دینامیك منظومهٔ خورشید ــ زمین ــ ماه بحث کنیم. اگر ماه در وضع معینی، مثلاً دربالای برج بلندی که درجایی بر روی سطح زمین بر پا شده، ثابت بود، یا آنکه خود زمین بر اثر یك نیروی غیر طبیعی در جایی از مدارش ثابت نگاه داشته شده بود، آبهای اقیانوسی طبیعتاً در یك طرف جمع می‌شدند، و در طرف مقابل آب پایین‌می رفت. اما چون ماه بر گرد زمین و زمین بر گردخورشید دوران می کند، وضع کاملاً متفاوت است.

نخست کشندهای خورشیدی را در نظر بگیریم. چون زمین، در حرکتش بر گرد خورشید، یکپارچه باقی می‌ماند، سرعت خطی طرفی از زمین که رو به خورشید است (F درشکل ۶ الف) کمتر است‌از سرعت خطی‌مرکز (C) زمین، که آن هم به نوبت خود کمتراست ازسرعت خطی طرف مقابل (R، پشت به خورشید). از طرف‌دیگر، چنانکه درفصل ۴ دیدیم، سرعتهای خطی حرکت دورانی مداری بر اثر ثقل خورشید باید با افزایش فاصلهٔ تا خورشید کاهش یابد. بنابراین، نقطهٔ F به سرعتی خطی کوچکتر از آنچه برای برقرار نگاه داشتن حرکت دورانی لازم است نیاز دارد، و در نتیجه متمایل به این خواهد بود که رو به خورشید منحرف شود، چنانکه در شکل ۶ الف به وسیلهٔ سهم خطچین در F نشان داده شده است. به همین نحو، نقطهٔ R به سرعتی خطی بزرگتر از آنچه برای مدار مستدیرش لازم است نیاز دارد، ومتمایل به این خواهد بود که از خورشید دور شود (سهم خطچین در R). بنابراین، اگر جاذبه‌ای میان بخشهای مختلفی

که مادهٔ زمین را تشکیل می‌دهند وجود نداشت، همهٔ آنها از هم متلاشی می‌شدند و به شکل قرص پهناوری بر سطح دایرةالبروج پراکنده می گشتند. اما چنین اتفاقی روی نمی‌دهد ، زیرا که جاذبهٔ گرانشی G میان بخشهای مختلف زمین آنها را به هم‌متصل نگاه می‌دارد . نتیجه‌ای که میان این دو حالت نهایی پدید می آید این‌است که کرهٔ زمین در امتداد شعاع مداری خودش کشیده می‌شود و در هر یك از از دو طرفش یك برآمدگی پدید می آید .

در مورد کشندهای ماه، اگر به یاد بیاوریم که زمین و ماه هردو برگرد مرکز ثقل مشترك حرکت می کنند، استدلال عیناً همین است. چون ماه تقریباً هشتاد بار سبکتر از زمین است ، مرکز ثقل مشترك میان آن دو در فاصلهٔ $\frac{۱}{۸۰}$ مرکز زمین است. اگر به یاد بیاوریم که این مسافت برابر است با ۶۰ برابر شعاع زمین، نتیجه می گیریم که مرکز ثقل مجموعهٔ زمین ـ ماه در ۳٫۴ = $\frac{۶۰}{۸۰}$ شعاع زمین از مرکزش واقع شده است . آبهای اقیانوسی دو برآمدگی تشکیل می‌دهند ، که یکی به سوی مرکز ثقل



شکل ۱۶.(الف) مبدأ نیروی‌کشندی؛ (ب) تأخیر ظاهری در حرکت اجسام فلکی

مشترك (که نیز امتداد رو به ماه است) ودیگری در امتداد مخالف است.

وقتی که خورشید و زمین و ماه بر یك خط مستقیم واقعند ــ یعنی در هنگام آغاز ماه نو و بدر ــ عمل کشندی ماه و خورشید برهم افزوده می‌شود و کشندها به خصوص بلنداست. اما درهنگام تربیع اول وتربیع آخر، کشندهای بلند ماه با کشندهای پست خورشید منطبق می‌شوند، و نتیجهٔ کلی خفیف خواهد شد.

چون زمین کاملاسختپا نیست، نیروهای کشندی ماه ــ خورشیدپیکر آن را تغییرشکل می‌دهند، گرچه این تغییر شکلها بسیار خفیفتر از آنهایی است که در پوستهٔ مایع پدید می‌آید. فیزیکدان امریکایی ا. ا. مایکلسن از آزمایش‌های خود دریافت که هر ۱۲ ساعت یك بار سطح زمین به اندازهٔ تقریباً ۳۰ سانتیمتر تغییر شکل می‌دهد. چون تغییر شکل پوستهٔ جامدزمین به کندی و آرامی صورت می‌گیرد، ما به این موضوع پی نمی‌بریم که بر یك شالودهٔ سنگی زندگی می‌کنیم. اما وقتی که کشند اقیانوسی را درسواحل

قاره‌ها مشاهده می کنیم، باید به یاد بیاوریم که آنچه می‌بینیم فقط اختلاف میان حرکت قائم خشکی و آب است.

کشندهای اقیانوسی، که اطراف کرهٔ زمین ما روی می‌دهند، در قعر اقیانوس متحمل اصطکاك می‌شوند (خصوصاً در حوضه‌های کم عمق مانند دریای برینگ) و نیز در برخورد با خطوط ساحلی انرژی از دست می‌دهند. دو دانشمند بریتانیایی، سر هرلد جفریز و سر جفری تیلر، چنین تخمین زدند که کار کلی که به وسیلهٔ کشندها پیوسته انجام می گیرد بالغ بر حدود دو بیلیون اسب بخاراست. در نتیجهٔ این از دست رفتن انرژی، زمین در دوران خود بر محورش کند می‌شود، درست مانند چرخهای اتوموبیل وقتی که نیروی ترمزها بر آنها وارد می‌شود. بامقایسهٔ این از دست رفتن انرژی در کشندها با انرژی کل دوران زمین، پی‌می‌بریم که زمین به اندازهٔ ۰٫۰۰۰۰۰۰۰۲ ثانیه در هردوران کند می‌شود؛ هر روز به اندازهٔ دوصدمیلیونیم ثانیه از روزقبل بلندتر است. این تغییر بسیار کوچك‌است، و راهی برای اندازه گیری آن از امروز به فردا، یا از

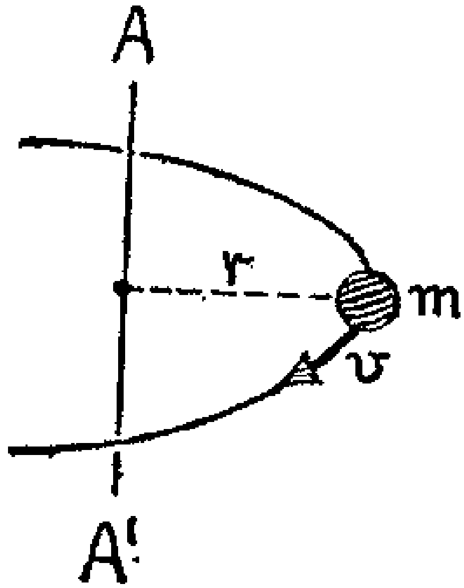
سالی به سال بعد، وجود ندارد. اما هر سال که می گذرد تأثیر آن بر هم انباشته می‌شود . صد سال محتوی ۳۶۵۲۵ روز است، بطوری که‌یك‌قرن پیش از این روزها ۰٫۰۰۰۷ ثانیه کوتاهتر از امروز بوده است. به طور متوسط، از آن زمان تا کنون، طول روز ۰٫۰۰۰۳۵ ثانیه کوتاهتر ازامروز بوده است. اما چون ۳۶۵۲۵ روز از آن زمان گذشته‌است، اشتباهی که بر هم انباشته شده باید چنین باشد:

۳۶۵۲۵ × ۰٫۰۰۰۳۵ = ۱۴ثانیه

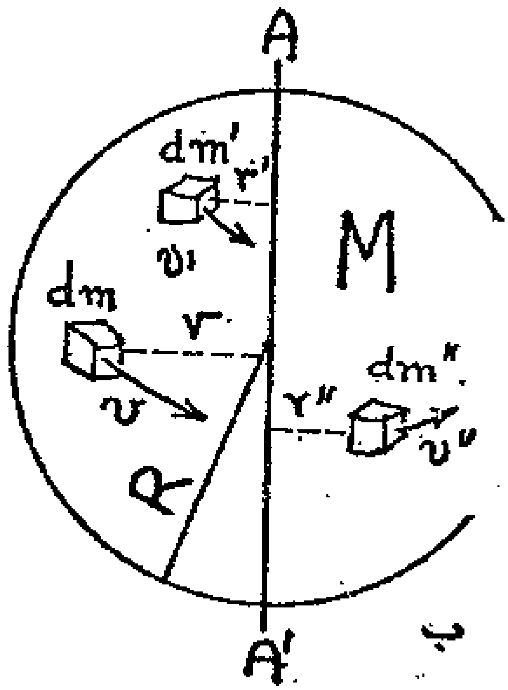
چهارده ثانیه در یك قرن رقم کوچکی است، امادر رصدهـــای دقیق و محاسبات نجومی قـابل ملاحظه است. این کند شدن دوران زمین بـر گرد محـورش در واقــع آشفتگیی را که مدتهای مدید بـرای منجمـان معما بـود توضیح می‌داد . با مقایسهٔ مواضع خورشید، ماه، عطارد ، وزهره نسبت به ستار گان ثابت، منجمان متوجه شدند که این مواضع، با مقایسه بامواضعی که‌از آنها یك قرن‌پیش بر اساس مکانیك آسمانی اندازه گیری شده، ظاهراً بـه طور منظم جلو است (شکل ۱۶ ب). اگـر یك بـر نـامـهٔ

تلویزیونی پانزده دقیقه پیش از موعدی که شما انتظار دارید آغاز شود، اگر پانزده دقیقه پیش از بسته شدن مغازه‌ای به آنجا بروید و ببینید که مغازه بسته است، و اگر با اطمینان به اینکه بموقع به قطار خواهید رسید به آن نرسید، نباید ایستگاه تلویزیون، مغازه، وخط آهن را سرزنش کنید، بلکه باید ایراد را بر ساعت خود وارد بدانید. احتمالا ساعت شما ۱۵ دقیقه کند است. به همین نحو اختلاف ۱۵ ثانیه در زمانیابی وقایع نجومی باید به کندشدن دوران زمین مربوط باشد نه به تند شدن حرکت همهٔ اجسام آسمانی. تا وقتی که به کند شدن دوران زمین پی نبرده بودند، منجمان زمین را همچون ساعت کاملی می‌دانستند، اکنون با معلوماتی که به دست آورده‌اند تصحیح لازم مربوط به اصطکاک کشندی را انجام می‌دهند.

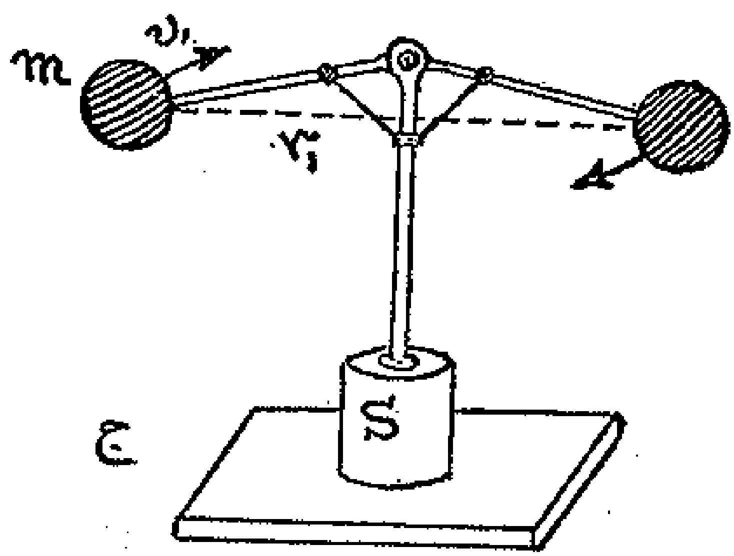
در آغاز همین قرن، منجم بریتانیایی جورج داروین، پسر مؤلف معروف کتاب **اصل انواع**، به مطالعهٔ این موضوع دست زد که چگونه عاقبت فقدان انرژی به وسیلهٔ اصطکاک کشندی مجموعهٔ زمین ـ ماه را متأثر می‌سازد.



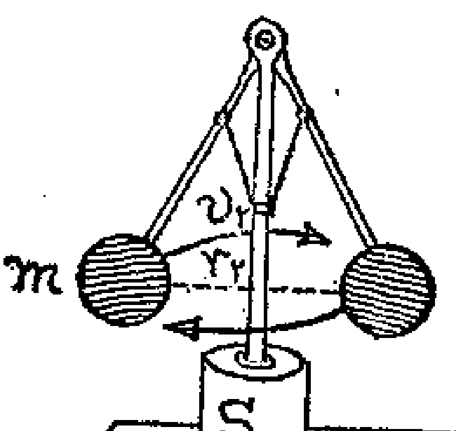
الف



ب



ج



د

شکل ۱۷ . مقدار حرکت‌زاویه‌ای یك جسم گردان عبارت است از (الف) حاصل ضرب جرم جسم(m)درسرعت (v) و در مسافت آن‌ازمحور دوران (r).محاسبهٔ‌مقدار حرکت زاویه‌ای یك جسم گردان سختپا(ب) ازجمع کردن‌مقدارحرکت‌های زاویه‌ای عدهٔ بینهایت‌زیادقطعات

کوچك dm، dm´، dm˝، ... به‌دست‌می آید. تغییر سرعت برای محفوظ

برای فهم استدلال داروین باید با یك کمیت مکانیکی مهم آشنا شویم که **مقدار حرکت زاویه‌ای** یك جسم دوران کننده نامیده شده است. جسمی به جرم m را در نظر بگیریم که با سرعت v حول محور ثابت ́AA و به فاصلهٔ r از آن دوران می کند(شکل۱۷). این جسم ممکن است کرهٔ زمین باشد که حول خورشید دوران می کند، یا ماه باشد که بر گرد زمین در گردش است، یا فقط سنگی باشد که به ریسمانی بسته شده و کودکی آن را می‌چرخاند. مقدار حرکت زاویه‌ای I ، بنابر تعریف ، حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن و در فاصله‌اش از محور دوران است:

$$I = m v r$$

اگر جسم مادی، خواه چرخ گردان باشد یا کرهٔ زمین، بر گرد محوری دوران کند که از مرکزش می گذرد (شکل ۱۷ ب)، وضع تا اندازه‌ای پیچیده‌تر می‌شود. در حالی که در حالت قبل همهٔ بخشهای جسم با تقریباً یك سرعت حرکت می کردند (تا وقتی که اندازهٔ جسم نسبت به اندازهٔ مدارش کوچك باشد)، بخشهای مختلف جسمی

که حول مداری مارّ برمرکزش دوران می کند سرعتهای کاملاً متفاوتی دارند ؛ هر چه بخشی از جسم از محور دوران دورتر باشد، سرعتش بیشتراست.در مورد کرهٔزمین مثلاً ، نقاط واقع در استوا سرعتشان بیش از سرعت نقاط واقع بر دوایر شمالگان‌و جنوبگان است، و نقاط واقع‌در قطبها اصلاً حرکت نمی کنند . پس چگونه می‌توانیم مقدارحرکت زاویه‌ای را در چنین حالتی تعیین کنیم ؟ البته راهش این است که از حساب انتگرال استفاده کنیم.

تمام جرم m جسم‌را به‌عدهٔ فراوان تکه‌های کوچك dm ، ´dm ، ″dm ، . . . تقسیم می کنیم و مقدار حرکت زاویه‌ای هریك از آنها را حساب می کنیم. سه تکه ازاین تکه‌های کوچك که‌در شکل نشان داده شده‌اند در فواصل r ، ´r ، و ″r از محور قرارگرفته‌اند و سرعتهای آنها به ترتیب v ، ´v ، و ″v است،سرعتهایی که‌البته متناسب بااین فواصل‌است. برای به دست‌آوردن مقدار حرکت‌زاویه‌ای I برای تمامی‌جسم، بایدمقدار حرکت زاویه‌ای‌همهٔتکه‌ها را انتگرالگیری کنیم ، یعنی :

$$I = \int dm_i \; v_i \; r_i$$

که در آن انتگرالگیری بر تمامی جسم صورت گرفته‌است.
نتیجهٔ این انتگرال چنین است:

$$I = \frac{۲}{۵} \; v_r \; r$$

که در آن r شعاع جسم دوران کننده و v_r سرعت نقاط واقع در استوای آن است.

یکی از قوانین اساسی مکانیک کلاسیک نیوتن قانون **بقای مقدار حرکت زاویه‌ای** است که بیان آن چنین است: اگر اجسامی به هر عده داشته باشم که بر گرد محورهایشان دوران می‌کنند، و بر گرد یکدیگر نیز دوران دارند، **مقدار حرکت زاویه‌ای کل مجموعه باید همیشه مقداری ثابت بماند.**

یك آزمایش سادهٔ دبیرستانی در بارهٔ این قانون را می‌توان بااستفاده از اسبابی انجام‌داد که در پایین شکل ۱۷ نشان داده شده‌است. این اسباب عبارت است ازدو وزنه در انتهای دو میله‌ای که به بالای یك محور افقی متصل‌شده‌اند،

و محور می‌تواند با اصطکاك ناچیزی در درون حفرهٔ S دوران کند. با یك اسباب مخصوص (که در شکل نشان داده نشده) می‌توانیم به‌میل خود وزنه‌ها را بلند کنیم(شکل ۱۷ ج) یا آنها را پایین بیاوریم (شکل ۱۷ د).

فرض کنید که وزنه‌ها در بالا به‌وضع (C)قرارداد‌ند و در این حالت مجموعه را بر گرد محورش می‌چرخانیم، و در نتیجه به آن مقدار معینی مقدار حرکت زاویه‌ای می‌دهیم. مقدار حرکت زاویه‌ای هروزنه، بنابر تعریف پیش، برابر خواهد بود با $m\,v_1 r_1$ که v_1 و r_1 همان مفهومی را دارند که در شکل ۱۷ ج آمده است. درضمن اینکه مجموعه می‌چرخد، وزنه‌ها را پایین می‌آوریم تا در وضع نشان داده شده درشکل ۱۷ج چنان قرار گیرند که فاصلهٔ r_2 آنها از محور نصف فاصلهٔ r_1 شود. چون mvr نباید تغییر کند، کاهش r به نسبت ۲ باید منجر شود به افزایش v به همان نسبت ۲. بنابراین قانون بقای مقدار حرکت زاویه‌ای ایجاب می‌کند که سرعتها دو برابر شوند و بدین ترتیب درحالت دوم مشاهده می‌شود که $v_2 = 2\,v_1$

این اصل در مورد بندبازان سیرکها و سرسره بازان روی یخ به کارمی‌رود. بندبازی که برروی یك ریسمان، یا سرسره بازی که برروی یخ، با سرعت نسبتاً کمی‌حرکت می کنند، درحالی که‌دستهای‌خود راازدوطرف باز کرده‌اند، ناگهان دستهای‌خود را به بدن می‌چسبانند ومثل گردابهای درخشانی می‌شوند.

به منظومهٔ زمین ــ ماه باز می گردیم، و نتیجه می‌گیریم که‌قانون بقای‌مقدارحرکت زاویه‌ای ایجاب‌می کند که کند شدن دوران کرهٔ زمین بر گرد محورش بر اثر اصطکاك کشندی باید منجر به افزایش مقدار حرکت زاویه‌ای ماه در حرکت مداریش بر گرد زمین بشود.

چگونه این افزایش مقدارحرکت زاویه‌ای بر حرکت ماه‌تأثیر می کند؟ مقدارحرکت زاویه‌ای حرکت مداری ماه چنین است:

$$I = mvr$$

که در آن m جرم ماه، v سرعت آن، و r شعاع مدارماه است . ازطرف دیگر، قانون ثقل نیوتن، توأم با فورمول

نیروی مرکز گریز چنین می‌دهد :

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

که در آن M جرم زمین است . پس

$$\frac{GM}{r} = v^2$$

از این رابطه و رابطهٔ بالا برای مقدار I ، نتیجه مـی‌شود که

$$r = \frac{I^2}{GMm^2}$$

و

$$V = \frac{GMm}{I}$$

وخواننده، اگر قادر به انتگرالگیری نیست، می‌تواندقول مؤلف‌را قبول کند. از فورمولهای بالاچنین نتیجه می‌شود :

افزایش مقدار حرکت‌زاویه‌ای ماه در حرکتش برگرد زمین باید منجر به افزایش مسافت آن از زمین و کاهش سرعت خطی آن بشود .

از روی کند شدن مشهود دوران زمین‌می‌توان‌حساب کرد که عقب‌نشینی ماه ۸٫۵ میلیمتر ($\frac{1}{3}$ اینچ) در هـر

دوران کامل است. بنابراین هر وقت که یك ماه نو مشاهده می کنید از شما دور تر از ماه نو پیشین است. $\frac{1}{2}$ اینچ در هر ماه نسبت به مسافتهای نجومی تغییر ناچیزی است، اما از طرف دیگر، منظومهٔ زمین ـ ماه باید از بیلیونها سال پیش وجود داشته باشد. با افزایش این ارقام کوچك بر هم، جورج داروین چنین یافت که بین چهار و پنج بیلیون سال پیش ازاین زمین و ماه باید خیلی بههم نزدیك بوده باشند، و اشاره بدین کرد که ممکن است زمانی هم به هم چسبیده بوده و جسم واحدی تشکیل می‌داده‌اند (**زمینماه یا ماهزمین**). تقسیم این جسم واحد به دو جزء ممکن است بر اثر نیروی کشندی ثقل خورشید، یا بر اثر حادثه‌ای دیگر، سالها قبل‌در منظومهٔ شمسی‌رخ داده باشد. فرضیهٔ داروین منبع اختلافاتی است میان دانشمندانی که به مطالعهٔ مبدأ ماه علاقه‌مندند. درحالی که عده‌ای طرفدار این عقیده‌اند، عده‌ای دیگر سخت با آن مخالفند.

ممکن‌است‌اندکی‌در بارهٔ آیندهٔ ماه،چنانکه می‌تواند بر اساس مکانیك آسمانی محاسبه شود، گفته شود. یکی

از نتایج عقب‌نشینی تدریجی ماه این است که سرانجام به اندازه‌ای از زمین دور خواهدشد که دیگر حتی به عنوان جانشین‌فانوسها به هنگام شب مفید واقع نخواهد شد. در ضمن، کشندهای خورشیدی تدریجاً دوران زمین را کند می‌کنند (به این شرط که اقیانوسها یخ نزنند)، و زمانی فرا خواهد رسید که **طول مدت یك شبانه روز بیش از طول یك ماه خواهد شد**. آنوقت‌اصطکاك مربوط به کشندهای ماه متمایل به‌تند کردن دوران زمین می‌شود و، به‌موجب‌قانون بقای مقدار حرکت زاویه‌ای، ماه شروع به بازگشت به سوی زمین خواهد کرد تا عاقبت به همان‌جا برسد که هنگام تولدش در آنجا بوده است. در این مکان نیروهای ثقل زمین شاید ماه را پاره‌پاره کنند و حلقه‌ای به شکل حلقهٔ زحل از قطعات آن بر گرد زمین تشکیل دهند. اما تاریخ این حوادث، چنانکه از مکانیك آسمانی به دست آمده، به اندازه‌ای دور است که تا آن زمان شاید خورشید سوختش را تمام کرده و تمامی منظومهٔ شمسی در تاریکی فرو رفته باشد.

فصل ۷

پیروزیهای مکانیک آسمانی

●

در مدت یك قرن تخمی که بیان قانون ثقل جهانی نیوتن و اختراع حساب دیفرانسیل و انتگرال او کاشت به‌صورت جنگلی زیبا ولی انبوه رشد کرد. در محاسبات ریاضیدانان فرانسوی بزرگی چون ژوزف لویی لاگرانژ (۱۷۳۶ـ ۱۸۱۳) و پیر سیمون پاسکال (۱۷۴۹ ـ ۱۸۲۷)، مکانیك آسمانی به‌حد تکاملی رسید که تا آن زمان درعلم به‌دست نیامده بود. این نظریه که مبدأ آن‌قوانین سادهٔ کپلردربارهٔ حرکت سیارات بود، ودرست‌می بوداگرسیاراتمنحصراً تحت تأثیر ثقل خورشیدی حرکت می کردند، بادرنظر گرفتن

اعمال‌متقابل‌یا **اختلالات** میان سیارات به‌حداعلای پیچیدگی رسید. البته چون جرمهای سیاره‌ای خیلی کوچکترند از جرم خورشید، اختلالات حاصل در حرکات آنها به علت عمل متقابل گرانشی بسیار خفیف است، اما اگر اندازه گیریهای دقیق نجومی مورد نظر باشد، باید این اختلالات را به‌حساب آورد. این نوع محاسبات مقدار بسیار زیاد وقت و کار می گیرد (امروز حسابگرهای الکترونی کار را آسان کرده‌اند). مثلاً یك منجم امریکایی به نام ا. و. براون تقریباً بیست سال برای محاسبهٔ داده‌های لازم برای تدوین سه جلد کتاب **جداول‌ماه** صرف کرد.

اما این مطالعات پرزحمت اغلب نتایج ثمربخش در بر دارد. نزدیك اواسط قرن اخیر، یك منجم فرانسوی به نام ژ. ژ. لووریه، در حالی که محاسبات خود را دربارهٔ حرکت اورانوس که در ۱۷۸۱ برحسب تصادف به وسیلهٔ ویلیام هرشل کشف شده بود، با مواضع رصدشدهٔ آن در ۶۳ سال پس از کشفش مقایسه می کرد، پی برد که باید چیز نادرستی در کار باشد. این اختلافهای میان رصدها و

محاسبات همان اندازه مزاحم بودند کـه ۲۰ ثانیهٔ زاویه‌ـ ای (زاویهٔ حاصل از شخصی کـه در ۱۶ کیلومتری ایستاده است)، و این اختلاف خارج از حدود هر اشتباه رصدی یا نظری واقع بود. لووریه حدس زد کـه اختلافات مربوط است به اختلالات حاصل از سیارهٔ ناشناسی کـه خارج از مدار اورانوس حرکت می‌کند، و دست به کار این‌محاسبه شد کـه جـرم این سیارهٔ فرضی چـه اندازه باید باشد و چگونه باید حرکت کند تا انحرافات مشهود در حرکت اورانوس توجیه‌پذیر باشد. در پاییز سال ۱۸۴۶ لووریـه به ی. گ. گاله دررصدخانهٔ برلن‌چنین نوشت: «تلسکوپ خود را به نقطه‌ای از دایـرةالبروج در صورت فلکی دلو، در طول جغرافیایـی °۳۲۶، متوجـه کنید تـا در یك منطقهٔ یك درجـه‌ای در حول آن نقطه سیاره جدیدی ببینید کـه به‌ستاره‌ای تقریباًازقدرنهم می‌ماند وقرص مشهودی دارد.»

گاله همین کار را کرد. سیارهٔ جدید، که نپتون‌نام یـافت، در شب ۲۳ سپتامبر ۱۸۴۶ کشف شد. یـك منجـم انگلیسی، ج. ك. ادمز، در کشف ریاضی نپتون با لووریـه

شریك بود، اما وقتی که محاسبات خود را به ج. چلیس در رصدخانهٔ کیمبریج اطلاع داد، وی دررصد گیری سرعت کافی به خرج نداد و از قافله عقب ماند.

نظیرهمین داستان، ولی به‌شکلی دیگر، درنیمهٔاول قرن اخیر تکرار شد. دومنجم امریکایی، و. ه. پیکرینگ از رصد خانهٔ هاروارد و پرسیوال لاول مؤسس رصدخانهٔ لاول در آریزونا دراین بحث بودند که اختلالات حرکات اورانوس و نپتون می‌رسانند که بازهم سیارهٔ دیگری در ورای نپتون وجود دارد. اما بیش از ده سال طول کشید تا این سیاره، که پلوتون نام یافت و ممکن‌است قمری گریخته از نپتون باشد، در ۱۹۳۰ توسط ك. و. تامبو از رصدخانهٔ لاول کشف شد.

مثال جالب دیگری از درستی نتایج مکانیك‌آسمانی استفاده از محاسبات زمان گرفتهای خورشید و ماه است برای برقراری مراجعی تاریخی برروی زمین. در ۱۸۸۷، منجم اتریشی تئودور فون اوپولتسر جداولی منتشر کرد که شامل داده‌های حساب شده از تمام گرفتهای خورشید

و ماه در ازمنهٔ گذشته از سال ۱۲۰۷ قبل از میلاد و تمام گرفتهای آینده تا سال ۲۱۶۲ بعد از میلاد بود ــ بر روی هم ۸،۰۰۰ گرفت خورشید و ۵۲۰۰ گرفت ماه (کسوف و خسوف). بااستفاده از این داده‌ها، می‌توان یافت که مثلاً چهار سال در تقویم خودمان عقب هستیم. البته، بنا بر مدارك ثبت‌شدهٔ تاریخی، ماه به عنوان «سوگواری مرگ» هرود شاه یهودا، که در سال آخر سلطنتش فرمان داد که همهٔ کودکان شهر بیت‌لحم را به‌امید اینکه مسیح نوزاد در میان آنهاست کشتار کنند، درخسوف رفت. بنا برجدول‌فون اوپولتسر، تنها گرفت ماه که با این وقایع سازگار است در ۱۳ مارس (جمعه؟) سال ۳ قبل از میلاد روی داده، و ما را به این نتیجه گیری می‌رساند که حضرت مسیح چهار سال زودتر از آنچه تقویم معمولی ما نشان می‌دهد به‌دنیا آمده است.

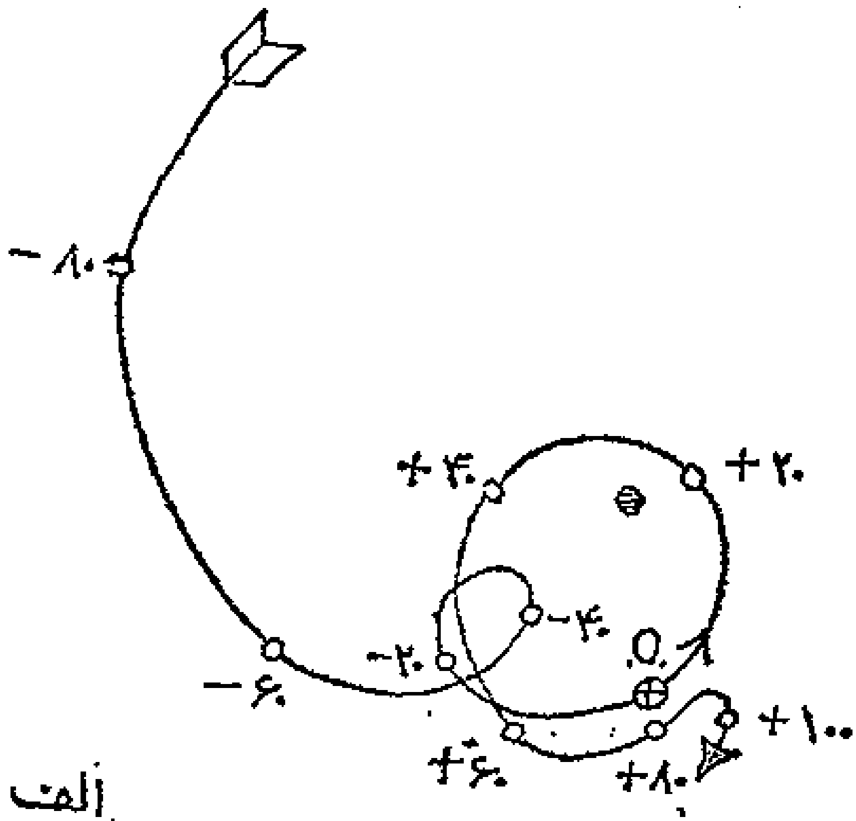
مثالهای دیگر از گرفتهای مهم تاریخی ماه عبارتند از گرفت ۶ آوریل‌سال ۶۴۸ قبل از میلاد، که به مااجازهٔ تثبیت دقیق قدیمترین تاریخ را در وقایعنگاری یونانی

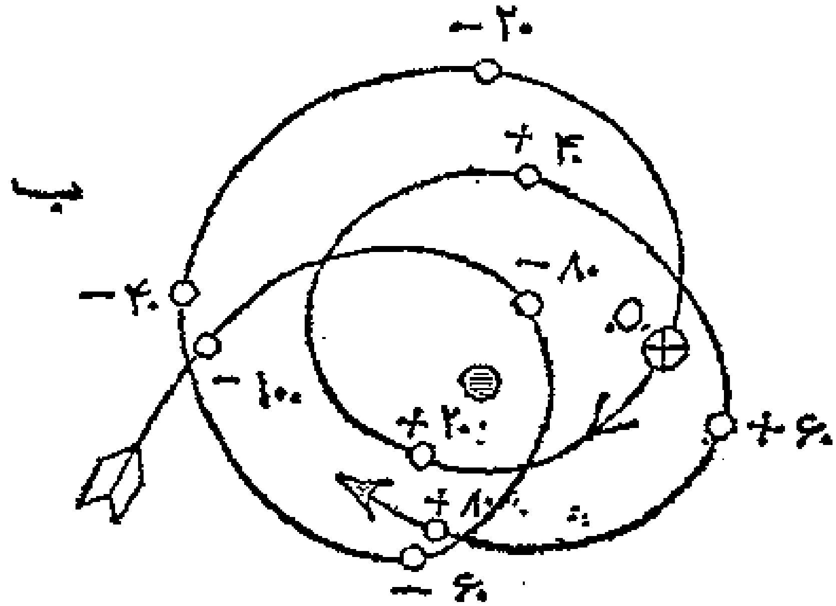
می‌دهد، وخسوف سال ۹۱۱ قبل‌ازمیلاد است که‌وقایعنگاری آشور را برقرار می‌سازد.

چیزی که برای ما ساکنان کرهٔ زمین جالب است محاسبهٔ اختلالات حاصل در مدار زمین بـه وسیلهٔ دیگر سیارات است. بیضی مدارزمین بر گرد خورشید چنان‌تغییرـ ناپذیر نمی‌ماند که اگر زمین همچون سیارهٔ واحدی می‌ـ بود، بلکه بـه کندی بـر اثر نیروهای ثقل دیگر اعضای منظومهٔ شمسی می‌لرزد ومی‌طپد. در فصل ۵ دیدیم که‌رقص محوری ماه ـ خورشید محور دوران کرهٔ ما را بـر سطحی مخروطی درفضا، وبادورهٔ تناوب ۲۵۸۰۰ سال، می‌چرخاند. گذشته از این، مدار زمین، بر اثر نیروهای گرانش وارد از طرف دیگر سیارات منظومهٔ شمسی خروج از مرکز و کجی خود را در فضا تغییر می‌دهـد. تغییرات نتیجه را می‌توان با دقت زیاد از روشهای مکانیك آسمانی محاسبه کرد؛ این تغییرات در شکل ۱۸ بـرای مدت ۱۰۰،۰۰۰ سال در گذشته و ۱۰۰،۰۰۰ سال در آینده نشان داده شده است. قسمت بالای همین شکل تغییرات خروج از مرکز

مدار زمین و دوران محور اطول آن را بــه دست می‌دهد. مدار زمین، گرچه بیضی است، چندان از شکل یك دایره دور نیست، بطوری که کانونهایش خیلی نزدیك به مرکز هندسی بیضی هستند. دایــرهٔ متحرك سفید حرکت کانون را نسبت به مرکز مدار (نقطهٔ بزرگ سیاه) نشان‌می‌دهد. وقتی که دو نقطهٔ کانونی از هم دورند، خروج از مرکــز مدار بزرگ است؛ وقتی که این‌دو نقطه نزدیکند، خروج از مرکـز کوچك است، و هـرگاه دو نقطه بـرهم منطبق شوند، بیضی بــه دایـره تبدیل خواهد شد. در مقیاس این نمودار، قطر مدار درحدود ۷۶ سانتیمتر است.

قسمت پایین شکل تغییرات کجی مدار را نسبت به سطح ثابتی در فضا نشان می‌دهد. آنچه در اینجا نموده‌شده حرکت نقطهٔ تقاطع عمودی است بــرسطح مدار با کــرهٔ ستارگان ثابت. متوجه می‌شویم کــه ۸۰۰۰۰ سال پیش از این، خروج از مرکــز زمین نسبتاً زیاد بـوده و اکنون خیلی کوچکتر است (دایــرهٔ صلیب‌دار در شکل)، و در ۲۰۰۰۰ سال دیگر باز هم کوچکتر خواهد شد.



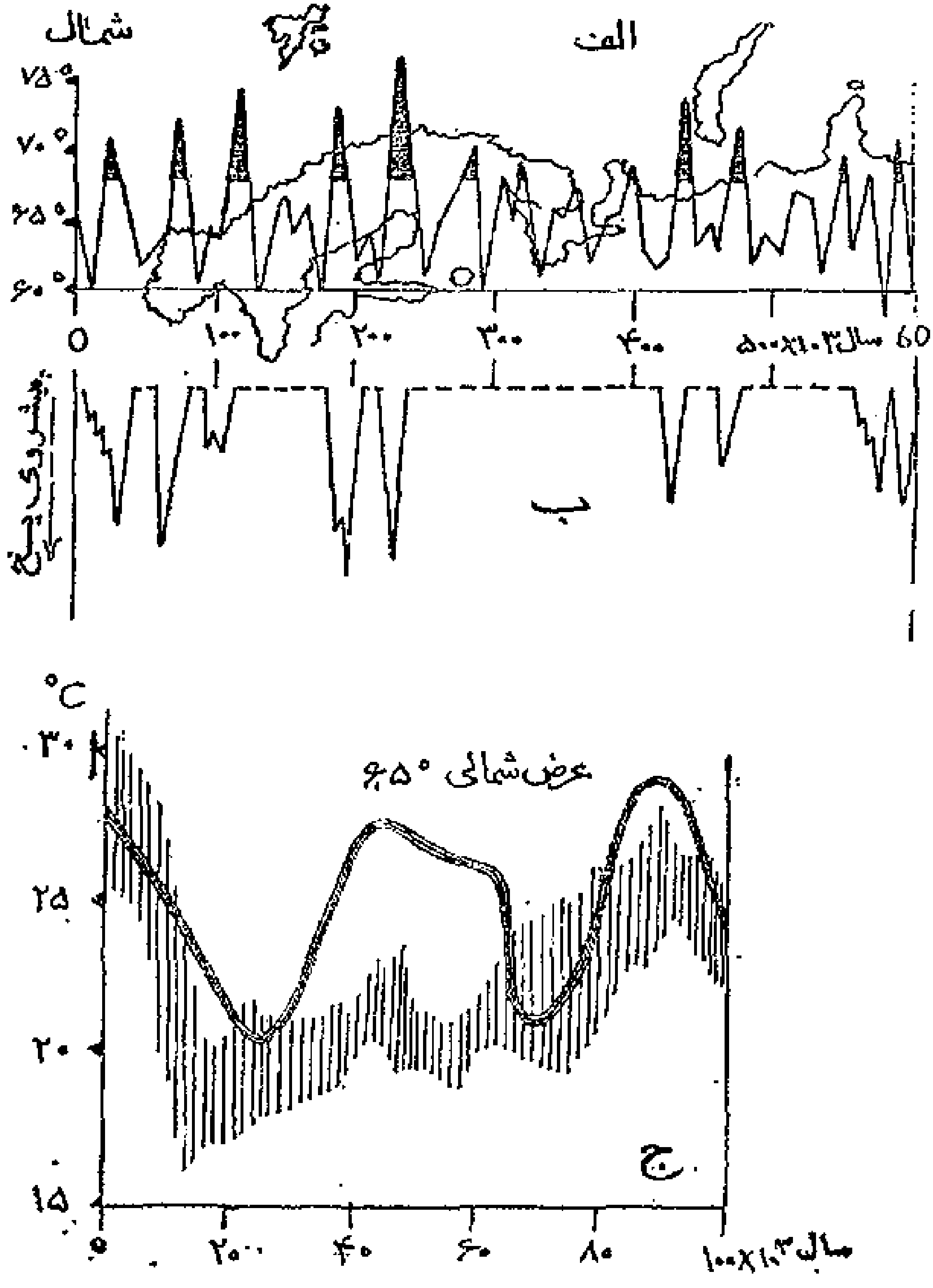


شکل ۱۸. تغییرات خروج از مرکز (الف) و میل(ب) مدار زمین، که بر اثر اختلالات سیاره‌ای حاصل می‌شود. شکلها هزاران‌سال‌را درگذشته ودرآینده نشان می‌دهند.

تغییرات مدار زمین تأثیر عمیقی بر اقلیم کرهٔ مادارد. افزایش خروج از مرکز نسبت میان حداقل و حداکثر مسافت از خورشید را تغییر می‌دهد، تغییری که موجب افزایش اختلاف دما در تابستان و زمستان می‌شود. افزایش میل محور زمین نسبت به سطح مدارش نیز موجب افزایش اختلاف دماهای تابستانی و زمستانی است، زیرا درواقع می‌دانیم که اگر محور دوران زمین بر سطح مدارش عمود بود، دمای زمین در تمام سال ثابت باقی می‌ماند. منجم صرب، م. میلانکوویچ در سال ۱۹۳۸ کوشید تا این اختلاف دماها را برای توضیح دوره‌های یخبندانی به‌کار برد که در آن دوره‌ها یخپهنه‌هایی از شمال متناوباً در عرضهای متوسط در پستبومها پیش و پس می‌رفتند. میلانکوویچ همان محاسبات لووریه را دنبال کرد که شبیه است به آنچه در شکل ۱۸ نشان داده شده است، اما ۶۰۰،۰۰۰ سال به عقب بازگشت. میلانکوویچ مقیاس خویش را مقدار گرمایی اختیار کرد که اکنون از خورشید در طی ماههای تابستان بر واحد سطح در عرض °۶۵ شمالی می‌تابد، و برای

دورانهای گذشته حساب کرد که چه اندازه باید رو به شمال یا رو به جنوب رفت تا همین مقدار گرما به دست آید. نتایج این محاسبات در شکل ۱۹ الف نشان داده شده ، که منطبق است بر پیرامون کناره‌های شمالی اوراسیا. بیشینه‌ها نشانهٔ یك کاهش اساسی در گرمای خورشیدی است، درحالی که کمینه‌ها افزایشها را نشان می‌دهند. بنابراین، مثلاً کمی بیش از ۱۰۰،۰۰۰ سال پیش از این، مقدار گرمایی که به عرض °۶۵ شمالی (نروژ مرکزی) می‌رسیده قابل مقایسه بوده است با آنچه امروز در عرض جغرافیایی سپیتزبرگ می‌رسد. ازطرف دیگر، فقط ۱۰،۰۰۰ سال پیش ازاین نروژ مرکزی اقلیم خورشیدی کنونی اوسلو و استکهلم را داشته است. منحنی شکل ۱۹ب پیشروی جنوبی یخپهنه‌ها راچنانکه در داده‌های زمینشناسی آمده است نشان می‌دهد، و متوجه می‌شویم که سازگاری میان دو منحنی آشکارا جالب است.

منحنی شکل ۱۹ ج ، که مربوط است فقط به آخرین ۱۰۰،۰۰۰ سال، در ۱۹۵۶ به وسیلهٔ هانس سوس از دانشگاه کالیفورنیا منتشر شده و دمای آبهای اقیانوسی



شکل ۱۹. مقایسهٔ منحنیهای اقلیمی میلانکوویچ (الف) با پیشروی یخچالهای گذشته (ب) و با دماهای دیرین اقیانوس (ج).

را در دوره‌های زمینشناسی گذشته نشان می‌دهد، که باروش ماهرانه‌ای که نخست از طرف دانشمند معروف امریکایی هرلد یوری به‌سال ۱۹۵۱ پیشنهاد شد، تخمین شده‌است. این روش بر اساس این واقعیت است که نسبت ایزوتوپهای سنگین وسبك اکسیژن (O^{18} و O^{16}) در نهشتهای رسوبی کربونات‌کلسیوم ($CaCO_3$) در عمق اقیانوس بستگی دارد به دمای آب در دورهٔ رسوب. بنابراین با اندازه گیری نسبت O^{18}/O^{16} در نهشتهای‌اعماق‌مختلف‌زیر کف‌اقیانوسها، می‌توان دمای آب را در یکصدهزار سال با همان دقتی به دست آورد که‌می‌توان آن را با دماسنجی که از یك کشتی به عمق آب برده می‌شود پیدا کرد. منحنی دمای سوس از آبهای اقیانوسی برای ۱۰۰،۰۰۰ سال گذشته با قسمتی از منحنی دمای میلانکوویچ، که برای همان دورهٔ زمانی محاسبه شده، معقولانه سازگار است. بنابراین، علی رغم ایراد بعضی از اقلیمشناسان که «یك اختلاف‌چند درجه در دما نمی‌توانسته‌است‌دوره‌های یخبندان راموجب شده باشد»، به نظر چنین می‌رسد که سرانجام حق با میلانکوویچ بوده

است. از این‌رو ، باید چنین نتیجه بگیریم که ، گرچه سیارات تأثیری بر زندگی فردی اشخاص ندارند (آنچنان که ستاره‌شناسان اصرارداشتند)، محققاً بر زندگی انسان، جانوران، و گیاهان تاریخ زمینشناسی مؤثر بوده‌اند .

فصل ۸

ثقل گریز

این بیان که «آنچه بالا می‌رود باید پایین بیاید» بیانی است قدیمی و کلاسیك که دیگر صحت ندارد. بعضی از راکتهایی که در سالهای اخیر از سطح زمین پرتاب شده ماهواره‌هایی از زمین شده‌اند با عمری جاودان، و حال آنکه بعضی دیگر برای همیشه در فضای میان سیارات گم شده‌اند. با استفاده از مفهوم پوتانسیل گرانشی، که در فصل چهارم توضیح شد، به‌آسانی می‌توانیم سرعتی راحساب کنیم که با آن سرعت جسمی باید از سطح زمین پرتاب شود تاهرگز بازنگردد. دیدیم که کار لازم برای بالا بردن

جرم m از سطح زمین به مسافت R از مرکــز آن عبارت است از

$$GMm\left(\frac{1}{R_0}-\frac{1}{R}\right)$$

که‌در آن G مقدار ثابت گرانشی، M جرم زمین ، m جرم جسم، و R_0 شعاع زمین است. اگر لازم باشد که جسم به آن سوی نقطهٔ بازگشتش برسد، باید $R = \infty$ (بینهایت) اختیار شود. یعنی $\frac{1}{R}=0$. بنابر ایـن کار انجـام‌یافته در این حالت عبارت است از

$$\frac{GMm}{R_0}$$

از طرف دیگر، انرژی جنبشی جسم متحرکی به جرم m و سرعت v چنین است :

$$\frac{1}{۲}mv^{۲}$$

بنابراین، برای آنکه مقدار انرژی کافی به‌آن داده شود تا بر نیروهای ثقل‌زمین فایق آید، باید این‌شرط حاصل‌شود:

$$\frac{1}{۲}mv^{۲}\geqslant\frac{GMm}{R_0}$$

علامت ⩾ یعنی بزرگتراز یا برابر با. چون m از دوطرف معادله حذف شود، نتیجه می گیریم که**سرعت لازم برای پرتاب جسمی به خارج از حوزهٔ تأثیر ثقل زمین بستگی بهسنگینی وسبکی جسم ندارد.**

از معادلهٔ بالا نتیجه می‌شود

$$v \geqslant \sqrt{\frac{۲\,GM}{R_0}}$$

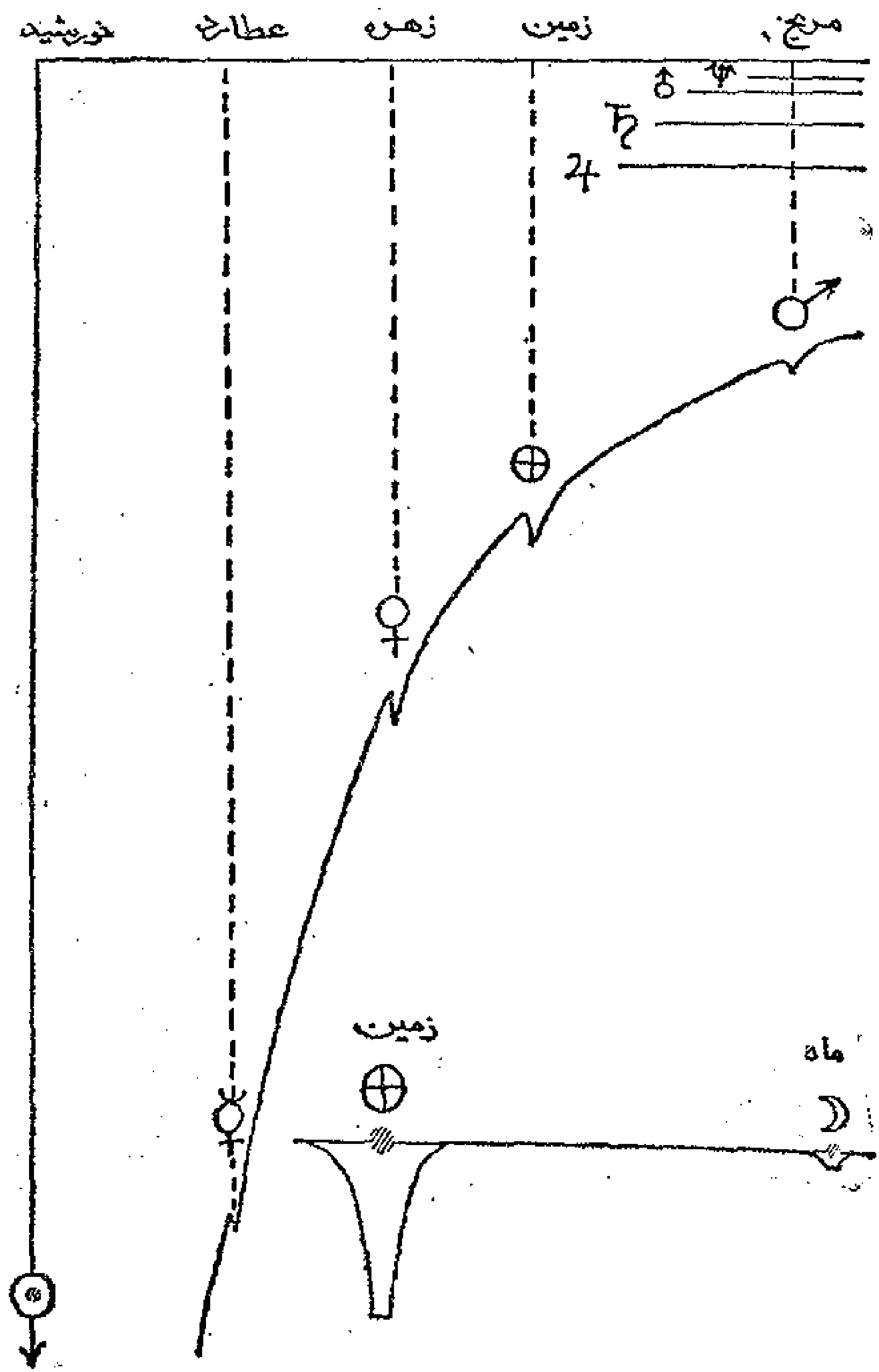
و با $R_0 = ۶٫۳۷ \times ۱۰^{۸}cm$ ، $M = ۶٫۹۷ \times ۱۰^{۲۷}gr$، و $G = ۶٫۶۰ \times ۱۰^{-۸}$ ، مقدار v برابر خواهد شد با ۱۱٫۲Km/s (یا ۲۵۰۰۰ متر/ساعت). این مقدار **سرعت گریز** است، یعنی حد اقل سرعت لازم برای آنکه جسمی پرتاب‌شده با آن سرعت به زمین بازنگردد.

البته با بودن جو زمین اوضاع و احوال پیچیده می‌شود. اگر یك گلولهٔ توپ را با سرعت گریز لازم از زمین پرتاب کرده باشیم، چنانکه در کتاب تخیلی ژول‌ورن، **مسافرت بر گرد ماه**، شرح داده شده، پوکهٔ گلوله هرگز به مقصد نرسیده است. بر خلاف توصیف ژول ورن، چنین

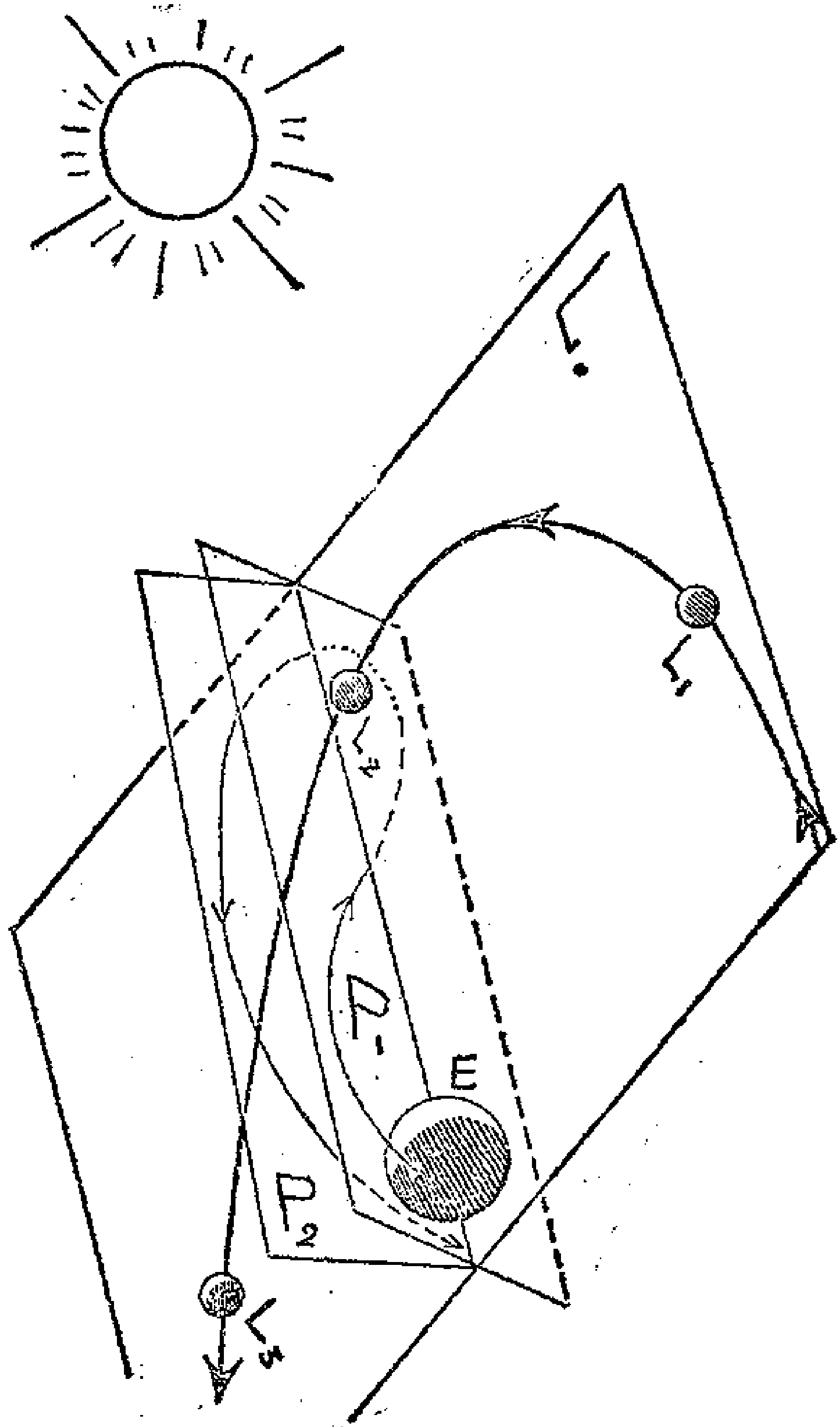
گلوله‌ای بر اثر گرمای حاصل از اصطکاك هوا ذوب شده و پاره‌هایش با از دست دادن انرژی اولیه فرو می‌افتند. در اینجاست که مزیت یك راکت بر یك پوکهٔ گلولهٔ توپ وارد می‌شود. یك راکت از سکوی پرتاب خود به آرامی پرتاب می‌شود و تدریجاً که بالا می‌رود سرعت به دست می - آورد. بدین ترتیب از طبقات سنگین جو زمین باسرعتهایی می گذرد که در آن سرعتها گرمای اصطکاك هنوز چندان مهم نیست، وسرعت کامل خود را در جایی به دست می آورد که هوا رقیقتر از آن است که مقاومت قابل ملاحظه‌ای در مقابل پرواز نشان دهد. البته اصطکاك هوا در آغاز پرواز مقداری از انرژی را می کاهد، اما این کاهش نسبتاً خفیف است.

اکنون می‌توانیم بررسی کنیم که وقتی که راکتی از جو زمین گذشت و همهٔ سوخت خود را به مصرف رساند و سفرش را در فضا آغاز کرد، چه روی می‌دهد. در شکل ۲۰ نمودار پوتانسیل گرانشی در ناحیهٔ سیارات درونی منظومهٔ شمسی (عطارد، زهره، زمین، ومریخ) نشان داده شده است.

شیب اصلی به‌علت جاذبهٔ گرانشی خورشید است که‌مقدارش $\frac{GMs}{r}$ است (M_S جـرم خورشید و r مسافت راکت از خورشید است). بر این شیب « فروافتادگیهای گرانشی » حاصل ازجاذبهٔ اختصاصی سیارات منطبق است. عمق «فرو- افتادگیها» به مقیاس صحیح نشان‌داده شده، اما وسعت آنها خیلی بیش از اندازه رسم‌شده، چه درغیراین صورت درست به شکل خطوط قائم نموده می‌شدند. در گوشهٔ پایین سمت چپ شکل توزیع پوتانسیل گرانشی در فضا میان زمین و ماه نشان داده شده است (بامقیاس خیلی بزرگتر) . چون فاصلهٔ زمین تا ماه خیلی کوچکتراز فاصلهٔ زمین‌تاخورشید است، تغییرپوتانسیل گرانشی خورشید در این ناحیه عملاً نامشهود است. بنابراین، برای فرستادن یك راکت به‌ماه، بایدفقط برثقل زمین فایق‌آمد و سرعت‌کافی برای‌پیمودن بـقیهٔ مسافت در زمـان معقولـی داشت. در اکتبر ۱۹۵۹ راکتبازان روسی این‌کار برجسته را انجام دادندو موفق‌به عکسبرداری آن سوی مـاه شدند . شکـل ۲۱ مسیرراکت لونیك را در راه رفت و بازگشتش نشان می‌دهد .



شکل ۲۰ . شیب پوتانسیل گرانشی در نزدیکی خورشید.
در پایین و سمت راست پوتانسیل گرانشی زمین ـــ ماه



شکل ۲۱. مسیر نخستین راکت که برگرد ماه پرواز کرد.

راکتهایی که هدفشان دیگر سیارات منظومهٔ شمسی است باید نه تنها بر کشش گرانشی زمین فایق آیند، بلکه کشش وارد از طرف خورشید را نیز خنثا کنند. وقتی که راکتی با سرعت باقیماندهٔ کوچکی از ثقل زمین می گریزد، ناچار است که بر مداری نزدیك به مدار زمین حرکت کند و دیگر به خورشید نزدیکتر یا از آن دورتر نشود. برای آنکه از مدارزمین دور شود، راکت باید سرعت کافی برای بالا رفتن از شیب منحنی گرانشی خورشید داشته باشد. چنانکه در شکل ۲۰ می‌توان دید، ارتفاعی که برای رسیدن به مدار ماه باید پیموده شود حدود ۶٫۵ برابر بزرگتر از عمق گودال گرانشی زمین است. چون انرژی جنبشی حرکت به نسبت مجذور سرعت افزایش می‌یابد، سرعت چنین راکتی باید دست کم چنین باشد:

$$۱۱٫۲ \sqrt{۶٫۵} = ۲۸\mathrm{km/s}$$

چراکار آسانتر را اختیار نکنیم، و جای بالا رفتن به مریخ به زهره پایین نرویم؟ مضحك این است که برای پرتابه‌های بالیستیکی، فرو افتادن از شیبها درست همان

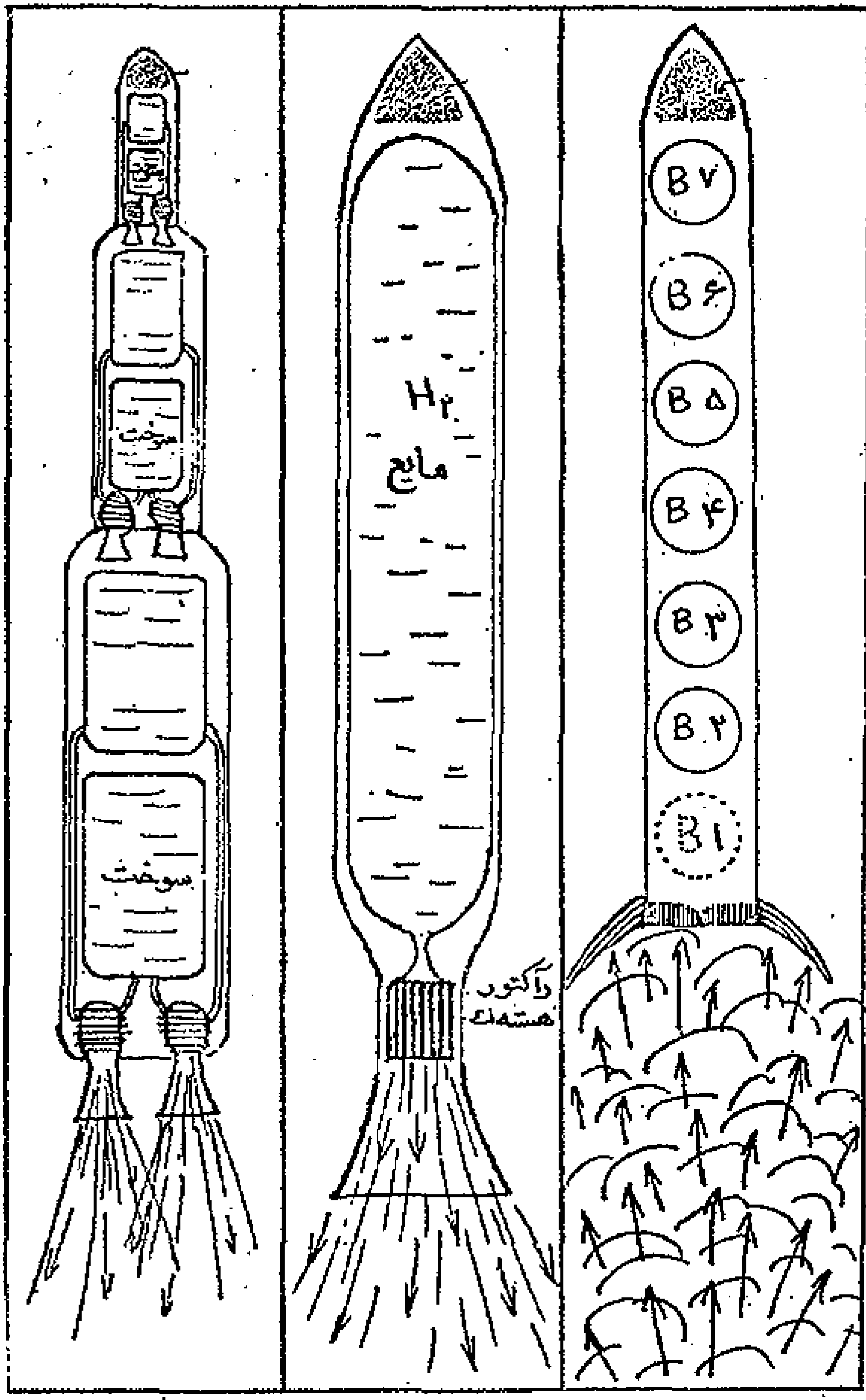
اندازه دشوار است که فرا رفتن از آنها. نکتهٔ مهم در این است که راکت، پس از گریختن از ثقل زمین، مجبور است که برمدار زمین قرار گیرد. اگر لازم باشد که راکت از خورشید دورشود، باید سرعتش به مقدار زیاد افزایش یابد؛ و این امر مستلزم مقادیر بسیار زیاد سوخت اضافی خواهد بود. اما نزدیك شدن به خورشید از ایـن آسانتر نیست! چون راکتی را که درفضای خالی حرکت می کند نمی‌توان برای کم کردن سرعتش ترمز کرد، کاری که در اتوموبیل می‌توان انجام داد؛ سرعتش فقط وقتی می‌تواند کاهش یابد که راکت روانهٔ جتی نیرومندی از جبهٔ خود دفع کند، که این کار هم مستلزم همان مقدار سوخت اضـافـی است که برای افزایش سرعت به وسیلهٔ پرتاب روانهٔ جتی ازدم آن لازم است. اماچون مدار زهره نزدیکتر از مدارمریخ است، تفاوت پوتانسیل گرانشی فقط پنج برابر عمق گرانشی زمین است، و به همین نسبت کار آسانتر است؛ و عملاً هم در ۱۲ فوریهٔ ۱۹۶۱، روسها راکتی به سوی زهره پرتـاب کردند. این راکت هرگز باز نگشت.

همهٔ را کتهایی که تا کنون به فضا فرستاده شده با سوختهای شیمیایی معمولی پرتاب شده‌اند و بر اساس پرتاب چند طبقه‌ای، که در شکل ۲۲ الف نشان داده شده است، بوده‌اند. چندین را کت با اندازه‌های کوچکتر از یکدیگر بر روی‌هم قرار داده شده‌اند، و سفر با راه انداختن موتورهای نخستین طبقه، یعنی بزرگترین را کت که در پایین قرار دارد، آغاز می‌شود. وقتی این ستون توتم[۱] مدرن حداکثر سرعت‌صعودی را به دست آورد ومخزنهای سوخت طبقهٔ اول کاملاً خالی‌شد، این طبقه از بقیهٔ را کت جدا می‌شود و موتورهای را کت طبقهٔ دوم به‌کارمی‌افتند. این فرایند تا وقتی ادامه می‌یابد که آخرین طبقه، که شامل آلات و ادوات‌اندازه گیری، موش، میمون، یا انسان است، به سرعت لازم برسد.

یك امکان دیگر در مطالعات عمیق کنونی استفاده

---

۱. ستون توتم ـ نماد یك شییء مادی‌است‌به نام توتم‌که مهمترین آنهامیان قبایل استرالیا، ملانزی، و امریکای شمالی متداول‌است و مورد احترام و حتی پرستش است. مترجم.



شکل ۲۲. (الف) یك راکت شیمیایی معمولی؛ (ب) راکت هسته‌ای متعارف؛ (ج) راکت هسته‌ای غیرمتعارف.

ازانرژی هسته‌ای است. باید به یاد آورده شود که پرتاب سفینه‌های فضایی مشکلاتی در بر دارد که کاملاً متفاوت است با مشکلات پرتاب سفینه‌های دریایی یا هوایی. برای سفینه‌های دستهٔ اخیر، آنچه مورد نیاز است فقط انرژی است، زیرا که این سفینه‌ها با فشار بر محیط اطراف‌خود، خواه این محیط آب باشدیا هوا، پیش می‌روند. اما دریك خلأ نمی‌توان فشاروارد آورد، وسفینه‌های فضایی براثرمادهٔ معینی که سفینه‌ها همراه دارند و از دماغه‌های آنها دفع می‌شود پیش می‌روند. در راکتهای با سوخت شیمیایی معمولی وضع این است که انرژی بر اثر فعل و انفعال شیمیایی میان‌سوخت واکسنده‌ای (= مادهٔاکسید کننده) که در دو مخزن جداگانهٔ سفینه است حاصل می‌شود، و فراوردهٔ این فعل و انفعال ماده‌ای است که از دماغهٔ سفینه دفع‌می‌شود. ولی‌مزیت‌استفاده‌ازفراورده‌های‌فرایندانرژیزا به عنوان مادهٔ دفع شده با این واقعیت خنثا می‌شود که فراورده‌های احتراق (بیشتر گاز کربونیك و بخار آب) ازمولکولهای نسبتاًسنگین تشکیل یافته‌اند. تئوری ارابه.

های جتی می‌رساند که پیشروی باافزایش وزن مولکولهای تشکیل‌دهندۀ جت کاهش می‌یابد . از این‌رو صرفه در این است که برای جتها سبکترین عناصر(ئیدروژن) به‌کار برده‌شود، اما البته ئیدروژن چون یك‌عنصر است در نتیجه هیچ‌گونه احتراقی حاصل نمی‌شود. با این حال کاری که ممکن است کرد همراه بردن ئیدروژن مایع تنها در یك مخزن و گرم کردن آن به‌وسیلۀ نوعی راکتور تا دمای بسیار زیاد است. شکل اجمالی یك چنین راکت هسته‌ای در شکل ۲۲ ب آمده است

یك پیشنهاد دیگر برای استفاده از انرژی هسته‌ای در پرتاب راکت ، که ابتدا به وسیلۀ دکتر ستانیلا یولم، از آزمایشگاه علمی لوس‌آلاموس پیشنهاد شد ، در شکل ۲۲ ج نشان داده شده است. پیکر راکت مملو است از عدۀفراوانی بمبهای اتومی کوچك که یکی پس ازدیگری از دماغۀعقب بیرون افکنده می‌شوند و در فاصله‌ای از راکت انفجار می‌یابند . گازهای پرسرعت حاصل از این انفجارها راکت را در خود گرفتار می‌سازند که فشاری

بر یك قرص متصل به عقب آن وارد می‌آورد. این لگد-های متوالی حرکت راکت را سریع می کنند تا جایی که سرعت آن به مقدار مورد نظر برسد. مطالعات مقدماتی در بارهٔ چنین روش پرتاب نشان می‌دهد که ممکن است بر طرح رآکتوری ئیدروژن برتر باشد.

دشوار است که در کتابی غیر فنی نظیر این کتاب همهٔ امکاناتی را که درافقهای پیشرفت پرواز فضایی ظاهر می‌شود توصیف کرد، این است که این فصل را با تأکید بر یك نکتهٔ مهم پایان می‌دهیم. با فرستادن سفینه‌های فضایی به نقاط دور دست منظومهٔ شمسی خودمان (و شاید به‌ورای آن) با دو مسئلهٔ آشکارا متفاوت رو به رو می‌شوند: نخست اینکه چگونه از کشش گرانشی زمین بگریزند؛ دیگر آنکه چگونه، پس از گریز، سرعت کافی برای سفر به سوی مقصد به دست آورند؟ تا کنون همهٔ تلاشها دراین جهت محدود به این وظیفه بوده که به راکت سرعت اولیهٔ کافی داده شود تا از ثقل زمین با سرعت باقیمانده‌ای بگریزد که بتواند آن را به جای دیگر برساند. با این

حال، می‌توان این دو وظیفه را از هم جدا کرد وروشهای پرتاب مختلفی برای مرحلهٔ اول و دوم به‌کار برد.

دور شدن از سطح زمین مستلزم یك عمل شدید است، زیرا اگر ضربت موتورها به اندازهٔ کافی نباشد، راکت فقط «پت پت» خواهد کرد اما از سکوی پرواز برنمی‌خیزد. دراینجا روشهای پرتاب شیمیایی یا هسته‌ای بسیار نیرومند لازم است. یك بار که سفینهٔ فضایی از زمین برخاست و بریك مدار قمری بر گرد زمین قرار گرفت، وضع به کلی متفاوت می‌شود. حالا دیگر وقت کافی برای شتاب دادن به‌سفینهٔ‌فضایی دراختیارهست ومی‌توان روشهای پرتاب خفیفتر و باصرفه‌تر به‌کار بست. نیز می‌توان‌انرژی شیمیایی یاهسته‌ای یا، در این مورد ، انرژی ذخیره‌شده به وسیلهٔ اشعهٔ خورشید را به‌کار بست، اما دیگر عجله‌ای در کار نیست و خطر فرو افتادن راکت نیز وجود ندارد. یك سفینهٔ فضایی که بر مداری گرد کرهٔ زمین قرار داده شده است می‌تواند با فرصت کافی پرواز خود را تند کند و، با حرکت بر مسیری مارپیچ که به کندی باز می‌شود،

سرانجام سرعت کافی برای انجام دادن وظیفه‌اش فراهم آورد. به احتمال بسیار قوی ترکیب عمل شدید درهنگام عزیمت و حرکت فضایی آرامتری در بقیهٔ سفر، راه حل آیندهٔ مسئلهٔ سفر فضایی است.

فصل ۹

تئوری ثقل اینشتین*

●

موفقیت عظیم تئوری نیوتن در توصیف حرکات اجسام فلکی تا کوچکترین جزئیات آنها عصر مهمی را در تاریخ فیزیك و نجوم مشخص می کند. با این حال، طبع عمل متقابل گرانشی و به خصوص دلیل تناسب میان جرم گرانشی وجرم لختی، که موجب سقوط همهٔ اجسام بایك شتاب می‌شود، در تاریکی کامل باقی ماند تا وقتی

*محتوی این فصل وفصل بعد دنبالهٔ مقالهٔ مؤلف تحت عنوان «ثقل» است که در مجلهٔ سینتیفیك امریکن، مارس۱۹۶۱، منتشر شده‌است.

که در سال ۱۹۱۴ آلبرت اینشتین مقاله‌ای دراین باره منتشر کرد. ده سال پیش از آن اینشتین تئوری خاص نسبیت خودرا بیان کرده بود، که درآن فرض کرده بود که هیچ مشاهده‌ای دریك فضای (اطاق) مسدود، حتی اگر بتوان آنجارا به یك آزمایشگاه بسیار کامل فیزیکی تبدیل کرد، نمی‌تواند به این پرسش پاسخ دهد که آیا اطاق در حالت سکون بوده یا با سرعت ثابت برامتداد خطی مستقیم حرکت می کرده‌است. براین اساس،اینشتین تصور حرکت یکنواخت مطلق را به دور افکند، مفهوم کهن و متضاد «اترجهانی»را کنار گذاشت، و تئوری‌نسبیت خودرا برپا کرد، که درعلم فیزیك انقلابی به‌وجودآورد. البته هیچ‌اندازه گیری مکانیکی، نوری، یا هر نوع‌اندازه‌گیری فیزیکی دیگر در کابین یك کشتی که در دریای آرامی پیش می‌رود (این فصل کتاب دریکی از کابینهای کشتی **کویین الیزابت** نوشته شده) یا در هواپیمایی که در هوای آرامی در پرواز است وپرده‌های مقابل پنجره‌های آن پایین کشیده شده است نمی‌توان انجام داد که بتواند

اطلاعی در این زمینه بدهد که آیا کشتی یا هواپیما در حرکت است یا ایستاده. اما اگر دریا متلاطم یا هوا طوفانی باشد، یا اگر کشتی به یك یخکوه یا هواپیما به قلهٔ یك کوه اصابت کند، وضع کاملا متفاوت خواهد شد؛ هر نوع انحراف ازحرکت یکنواخت کاملا مشهود خواهد شد.

برای رو به‌رو شدن با این مسئله، اینشتین خودرادر وضع یك فضانورد تصور کرد ودر نظر گرفت که نتایج آزمایشهای فیزیکی گوناگون دریك پایگاه فضایی دوراز هرگونه جرم بزرگ گرانشی چه خواهد بود(شکل۲۳). در یك چنین پایگاه فضایی ساکن، یا متحرك با حرکتی یکنواخت نسبت به‌ستارگان دور، ناظر درون آزمایشگاه وهمهٔ ابزارها که به دیوارها استوار نشده‌اند آزادانه در درون اطاق شناور خواهند شد. در اینجا دیگر «بالا و «پایین» وجود ندارد. اما به محض آنکه موتورهای راکت به کار افتند و اطاق درجهتی شتاب یابد، پدیده‌هایی بسیار مشابه با پدیدهٔ ثقل مشاهده خواهد شد. همهٔ ابزارها و اشخاص داخل اطاق به دیوار مجاور موتورهای راکت

فشرده می‌شوند. این دیوار «کف» اطاق خواهد شد وحال آنکه دیوار مقابل «سقف» اطاق می‌شود. هر کس می‌تواند بر روی یك پای خود بایستد وهر اندازه که مایل است در فضا بایستد، همان‌طور که برروی زمین می‌ایستاد. اگر، گذشته از این، شتاب سفینهٔ فضایی برابر با شتاب ثقل بر سطح زمین شود، اشخاص درون اطاق می‌توانند چنین گمان کنند که سفینهٔ آنان هنوز بر سکوی پرواز متوقف است.

فرض کنید که، برای آزمایش خواص این «ثقل کاذب»، ناظری در درون یك راکت تندشونده باید دو گلولهٔ کروی را با هم رها کند که یکی از آهن و دیگری از چوب است. آنچه «واقعاً» روی خواهد داد می‌تواند در بیان زیر توصیف شود: هنگامی که ناظر دو گلوله را در دستهای خود نگاه داشته است، آنها همراه با سفینهٔ راکتی یك حرکت تندشونده دارند. اما به‌محض آنکه ناظر گلوله‌ها را رها می‌کند، و به این ترتیب از پیکر راکت جدا می‌سازد، هیچ نیروی راننده‌ای دیگر بر آنها وارد

شکل ۲۳. آلبرت اینشتین دریک راکت خیالی

نمی‌شود، و گلوله‌ها پهلو به پهلو با سرعتی برابر با سرعت سفینه به هنگام رها شدن آنها حرکت خواهند کرد. اما خود سفینهٔ راکتی پیوسته سرعت به‌دست می‌آورد و «کف» آزمایشگاه فضایی به آرامی‌دو گلوله را به چنگ‌می‌آورد و به آنها «اصابت می‌کند» . برای ناظری که گلوله‌ها را رها کرده است، این پدیده طور دیگر جلوه گر می‌شود . او گلوله‌ها را می‌بیند که همزمان با هم فرومی‌افتند و به «کف اطاق اصابت می‌کنند» ؛ واو نمایش آزمایشی گالیله در برج پیزا را به یاد خواهد آورد ، و باز هم بیشتر اطمینان پیدا می‌کند که یك میدان یکنواخت گرانشی‌در آزمایشگاه فضایی وجود دارد.

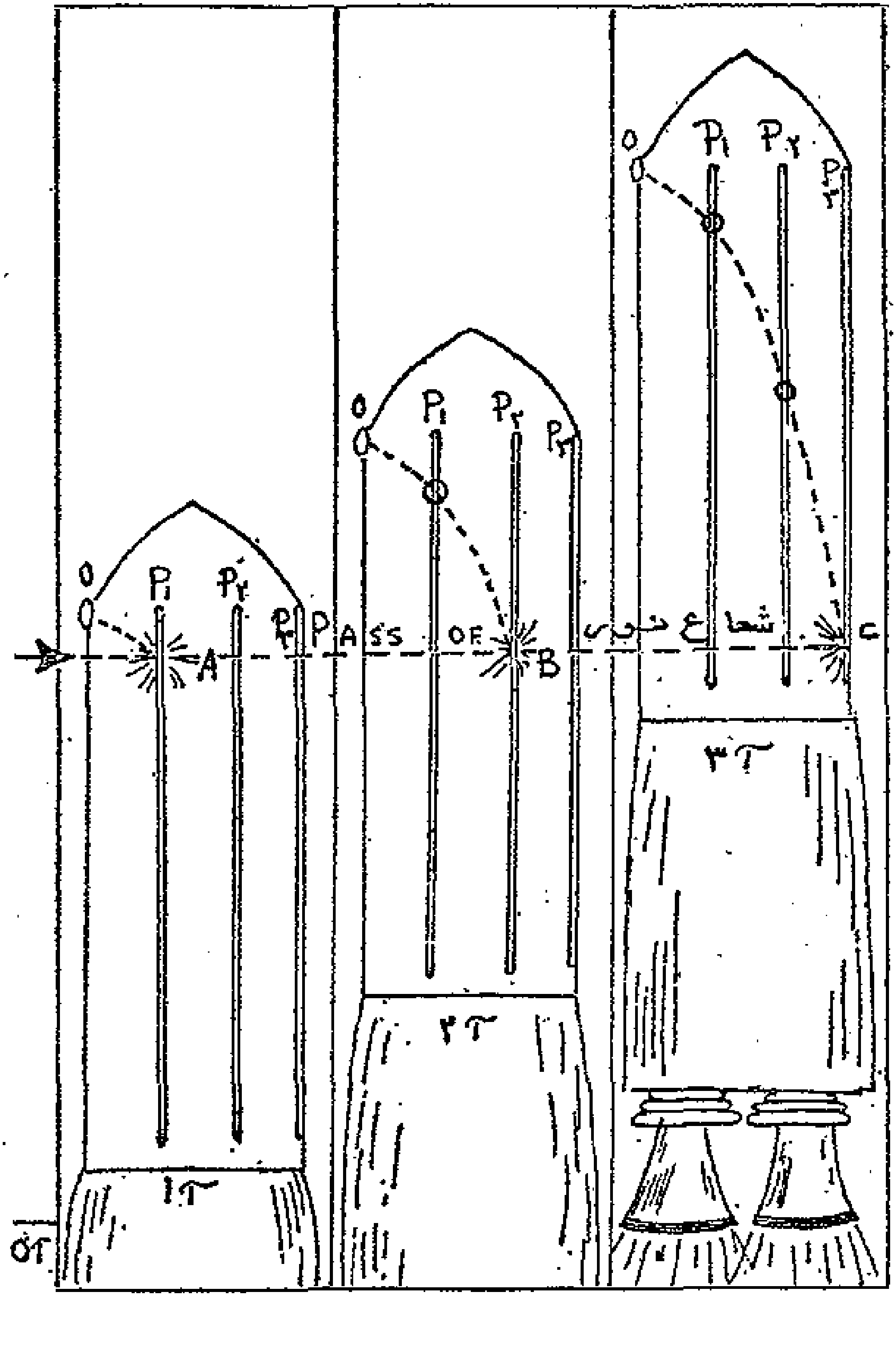
هردو توصیف مربوط به آنچه برسر گلوله‌ها می‌آید صحیح است، و اینشتین برابری دو نظر را درپیریزی نظریهٔ نسبیتی جدیدش دربارهٔ ثقل وارد کرد. اما این‌اصل که معروف است به **اصل برابری** میان مشاهدات انجام‌یافته در یك اطاق متحرك با حرکت تندشونده و در یك میدان ثقل «واقعی» ، اگر فقط دربارهٔ پدیده‌های مکانیکی صدق

کند، ارزش چندان نخواهد داشت . نظر اینشتین بر این بود که این اصل (اصل برابری) کاملا کلی است ودرمورد پدیده‌های نوری و برقاطیس نیزصدق می‌کند.

حال ببینیم که یك پرتو نور ، وقتی کـه در اطاق فضایی ما از دیواری به دیوار دیگر سیر می کند ، چه بر سرش می آید . می‌توانیم مسیر نور را بـاقرار دادن چند صفحهٔ شیشه‌ای فلوئورسان در سراسر آن، یافقط باوزیدن دود سیگار در میان پرتو ، مشاهده کنیم . شکل ۲۴ آنچه را هنگام عبور نور از چند صفحهٔ شیشه‌ای ، کـه به فاصلهٔ متساوی از یکدیگر قرار داده شده‌اند، روی می‌دهد می - نماید . در (الف) نور به بالای صفحهٔ اول می‌خورد و یك لکهٔ فلوئورسان پدید می‌آورد . در (ب) وقتی که نور بـه صفحهٔ دوم می‌رسد ، فلوئورسانسی نزدیکتر به میان صفحه ایجاد می کند . در (ج) نور باز هم پایینتر به صفحهٔ سـوم اصابت می کند . چون حرکت راکت تند شونده است ، مسافت پیموده شده در فاصلهٔ زمانی دوم سه‌بار بزرگتر از فاصلهٔ زمانی اول است ، و در نتیجه سه‌لکهٔ فلوئورسان بر

یك خط مستقیم قرار نگرفته‌اند ، بلکه بر روی یك منحنی (شلجمی) هستند که رو به پایین خمیده است. ناظر درون اطاق که همهٔ پدیده‌های مشهود را مربوط به ثقل می‌داند، از آزمایش خود نتیجه خواهد گرفت که **شعاع نور، هنگام انتشار در یك میدان گرانشی، خم می‌شود.** بدین ترتیب اینشتین نتیجه گرفت که اگر اصل برابری یك اصل فیزیکی کلی است، اشعهٔ نوری که از ستارگان می‌آید ، اگر در مسیرش رو به یك ناظر زمینی از نزدیك خورشید بگذرد، باید خم بشود. نتیجه گیری وی در گرفتِ خورشید به سال ۱۹۱۹ هنگامی تأیید شد که هیئت نجومی بریتانیایی اعزامی به افریقا مواضع ظاهری ستارگان را در نزدیکی گرفتِ خورشید رصد کرد. بدین ترتیب برابری میدان گرانشی و دستگاههای تندشونده یك واقعیت فیزیکی بحث ناپذیر شد .

اکنون باید به یك نوع دیگر از حرکات تندشونده، و رابطهٔ آن با میدان گرانشی، توجه کنیم . تا کنون در موردی سخن گفته‌ایم که مقدار عددی سرعت تغییر می کند



شکل ۲۴. انتشار نور دریك راکت تندشونده.

نه امتداد آن . حرکتی نیز وجود دارد که در آن امتداد سرعت تغییر می کند بدون آنکه مقدار عددی آن تغییر کند ـ یعنی حرکت دورانی . چرخ و فلکی را در نظر بگیرید (شکل ۲۵) که پرده‌ای اطراف آن چنان آویخته شده که مردمان درون چرخ و فلك با نگاه به اطراف نتوانند بگویند که آیا سکوی چرخ و فلك می‌چرخد یا نه . چنانکه هر کس می‌داند ، شخصی که بریك سکوی گردان ایستاده است ، ظاهراً تحت تأثیر نیروی مرکزـ گریزی قرار می گیرد که اورا رو به کنار سکو می‌راند،و گلوله‌ای که برروی سکو قرار دارد می‌غلطد و از مرکز سکو دور می‌شود . نیروی مرکز گریزی که بر هرجسم واقع برسکو وارد می‌شود متناسب است با جرم آن‌جسم، بطوری که در اینجا نیز می‌توان اجسام‌را برابر با میدان ثقل به‌شمار آورد. اما در اینجا یك‌میدان گرانشی خاص وجود دارد که تا حدی با میدانهای اطراف زمین‌وخورشید متفاوت است: قبل از هرچیز ، به جای آنکه جاذبه‌ای را نشان دهد که به نسبت مجذور مسافت از مرکز کاهش

می‌یابد ، مربوط است به دافعه‌ای که به نسبت این مسافت افزایش پیدا می کند . دیگر آنکه به جای داشتن تقارن کروی بر گرد جرم مرکزی ، دارای تقارنی استوانه‌ای بر گرد محور مرکزی است که برمحوردوران سکومنطبق است . اما دراینجا هم اصل برابری اینشتین وارد می‌شود، وآن نیروها می‌توانند همچون نیروهایی‌تعبیر شوند که به وسیلهٔ جرمهای گرایندهٔ‌توزیع شده در فواصل دور بر گرد محور تقارن حاصل می‌شوند .

حوادث فیزیکی که برای چنین سکوی گردانی روی می‌دهد می‌تواند براساس تئوری نسبیت خاص‌اینشتین تعبیر شود که به موجب آن‌طول میله‌های اندازه گیری و سرعت ساعتها از حرکات آنها متأثر هستند. بدیهی است که دو نتیجهٔ اساسی این تئوری اینهاست :

۱. اگر جسم متحرکی را مشاهده کنیم که باسرعت v ازبرابر مامی گذرد، چنین می نماید که درجهت‌حرکتش به‌نسبت ضریب

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

منقبض می‌شود . در ایـن فورمول c سرعت نور است. در سرعتهـای عادی، که نسبت به سرعت نور بسیار کوچکند این ضریب عملاً برابر است با واحـد، و هیچ انقباضـی مشاهده نخواهد شد. اما وقتی که v به سرعت نور نزدیك شود، اثر این ضریب حایز اهمیت بسیار خواهد شد .

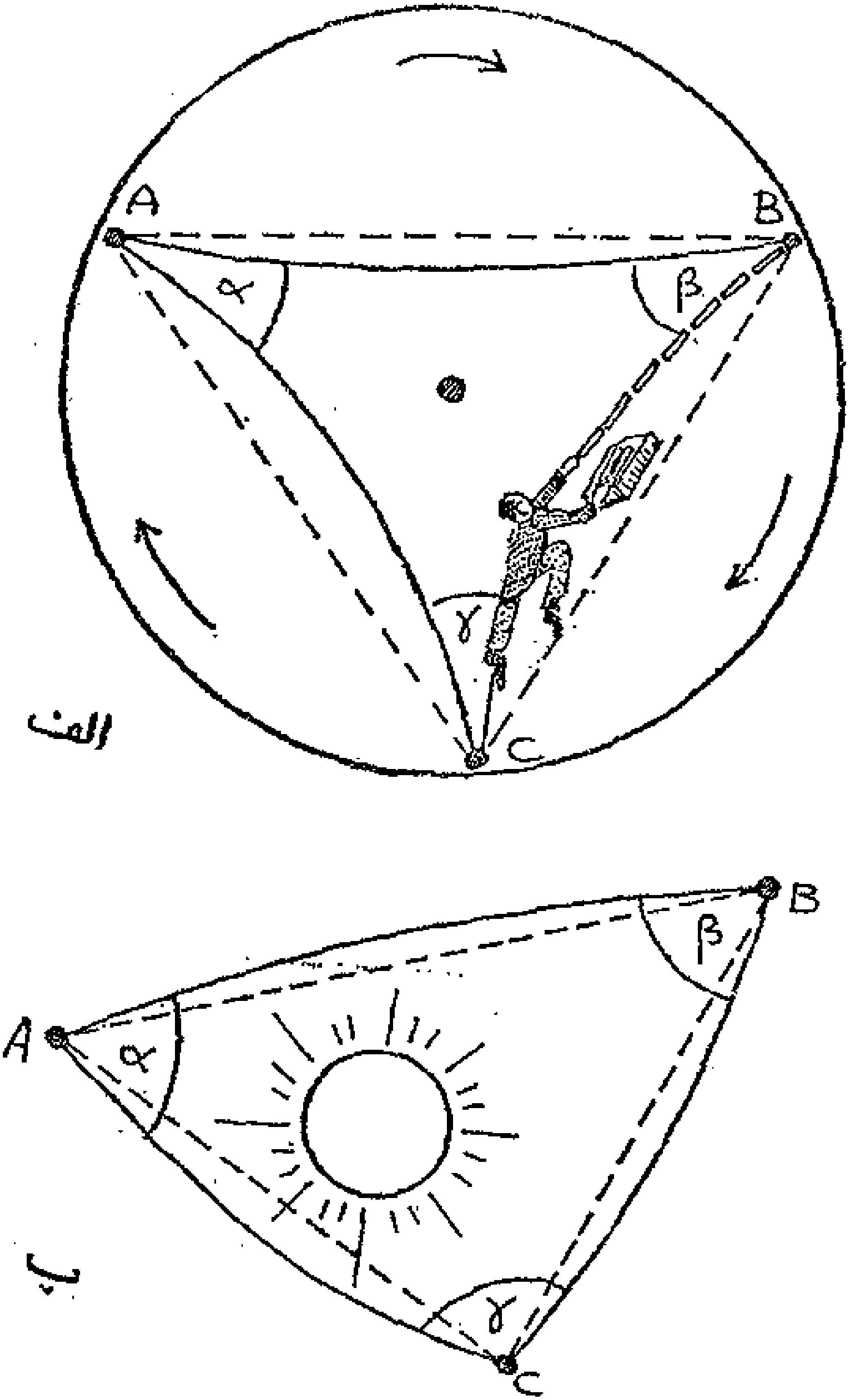
۲. اگر ساعتی‌را مشاهده کنید کـه با سرعت v از مقابل شما می گذرد ، به‌نظر خواهد رسید که کندمی‌شود، و کندشدن حرکت آن به‌نسبت ضریب

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

است. دراینجا هم مثل حالت قبل اثروقتی مشهود است که v به‌سرعت نور نزدیك شود.

اکنون‌با در نظر گرفتن‌این دو اثر، نتایج‌مشاهداتی را که می‌توانند بر یك سکوی گردان انـجام گیرنـد در نظر می گیریم. فرض کنید که می‌خـواهیم قـوانین انتشار نور را میان نقاط مختلف بـر روی سکو بیابیم. دو نـقطهٔ A وB بر محیط قرص گردان چنان انتخاب می کنیم (شکل

۲۵ الف) که یکی منبع نور باشد و دیگری گیرندهٔ نور.
بنابر قانون اساسی نور، نور همیشه بر کوتاهترین مسیر انتشارمی‌یابد. کوتاهترین مسیر میان دو نقطهٔ A و B بر روی قرص گردان چیست؟ برای اندازه گیری طول هر خطی که A و B را به هم متصل می کند، در اینجا روش کهنه اما مطمئنی به‌کار می‌بریم که شمارش مترهایی است که می‌توانند به دنبال هم بر روی خط واصل میان A و B قرار گیرند. اگر قرص گردان نباشد، وضع روشن است و کوتاهترین فاصلهٔ میان A و B بر روی خط مستقیم هندسهٔ کهن اقلیدسی است. اما اگر قرص گردان باشد، مترهایی که به دنبال هم بر خط AB قرار داده می‌شوند با سرعت معینی حرکت می کنند، و در نتیجه انتظار می‌رود که انقباض نسبیتی طول خودرا متحمل شوند. پس به تعداد فراوانی چوبمتر (چوب اندازه گیری) برای پوشاندن مسافت AB احتیاج هست. اما در اینجا وضع جالبی پیش می‌آید. اگر یك چوبمتر را نزدیك به مرکز حرکت دهیم، سرعت خطی آن کوچکتر می‌شود، و دیگر به آن



شکل ۲۵ . (الف) آزمایشهای انجام‌یافته بـر روی یك سکوی گردان ؛ (ب) مثلثبندی برگرد خورشید .

اندازه منقبض نمی‌شود که وقتی که دور از مرکز حرکت می‌کرد منقبض می‌شد. بنابراین، با خم کردن خط حامل چوبمترها به طرف مرکز، به عدهٔ کمتری چوبمتر نیاز داریم، زیرا گرچه مسافت «واقعی» تا اندازه‌ای طویلتر است، این نقص بیش از اندازه با انقباض کمتر هر چوبمتر جبران خواهد شد. اگر امواج نورانی را به جای حامل چوبمترها بگذاریم، به این نتیجه گیری می‌رسیم که شعاع نورانی نیز در جهت میدان گرانشی خم خواهد شد، که در اینجا متوجه به‌خارج مرکز است.

پیش از آنکه سکوی چرخ و فلك را ترك کنیم، یك آزمایش دیگر انجام می‌دهیم. یك جفت ساعت مشابه اختیار کنیم، یکی را در مرکز سکو و دیگری را در کنار آن قرار دهیم. چون ساعت اول در حال سکون است و حال آنکه دومی با سرعت معینی می‌چرخد، ساعت دوم نسبت به ساعت اول مدت زمانی از دست خواهد داد. اگر نیروی مرکز گریزرا همچون نیرویی گرانشی تعبیر کنیم، گوییم که ساعت واقع در پوتانسیل گرانشی بلندتر

(یعنی در امتدادی که نیروی گرانشی در آن امتداد اثر می‌کند) کندتر حرکت می‌کند. این کندی به هر پدیدهٔ فیزیکی، شیمیایی، و زیستشناسی نیز عیناً تعلق می‌گیرد. ماشیننویسی که در طبقهٔ اول ساختمان بلندی، مثلا شرکت ملی نفت ایران کارمی‌کند خیلی کندتر از خواهردوقلویش که در طبقهٔ آخر آن ساختمان به‌کار مشغول است پیر خواهد شد. اما اختلاف بسیار اندك است؛ می‌توان حساب کرد که در مدت ده سال، دختری که در طبقهٔ اول است چند میلیونیم يك ثانیه از خواهر دوقلوی خود که در طبقهٔ آخر است جوانتر مانده است. در تفاوت ثقل میان سطح زمین و سطح خورشید، تأثیر خیلی بیش از این‌است. ساعتی که بر سطح خورشید قرار دارد، نسبت به يك‌ساعت زمینی، يك ده هزارم در صد کند می‌شود. البته هیچ کس نمی‌تواند ساعتی بر سطح‌خورشید بگذارد و مواظب‌حرکت آن باشد،اما کندی مورد انتظار بامشاهدهٔ تواترهای‌خطوط طیفی اتومهای صادر در جو خورشیدی، تأیید شده است .

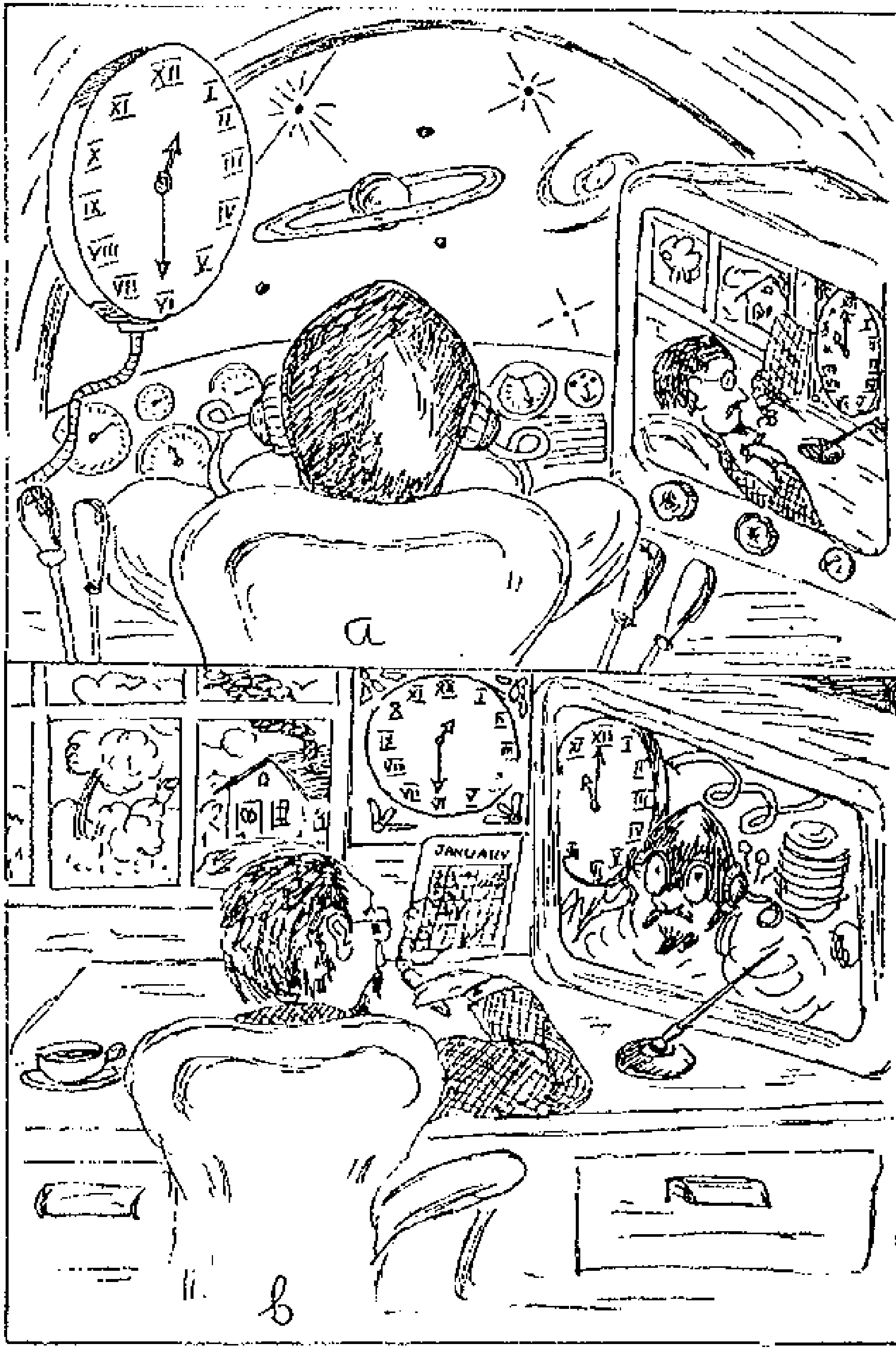
موضوع خواهران دوقلو، که به علت کار کردن در

مکانهای باپوتانسیل گرانشی متفـاوت، اختلاف سن پیدا می کنند، به موضوع برادران دوقلویی می‌ماند که یکی از آنها در خانه نشسته و دیگری در سفر است. دو بـرادر دوقلو تصور کنیم که یکی خلبان سفینهٔ فضایی و دیـگری کارمند یك فرودگاه فضایی در سطح زمین است. بـرادر خلبان درسفینهٔ فضایی خود که سرعتی نزدیك بـه سرعت نور دارد، به مأموریتی در یکی ار ستارگان دور می‌رود، در حالی که برادر دوقلویش کارش را در فرودگاه انجام می‌دهد. بنابر نظر اینشتین هر برادر کندتر از دیـگری پیر می‌شود. بنابر این، وقتی که برادر خلبان بـه زمین باز می گردد، انتظار می‌رود که برادرکارمند فـرودگـاه خود را جوانتراز خود بیابد، اما برادر فرودگاهی‌درست نتیجهٔ مخالف‌را می گیرد. این ظاهراً نا معقول‌است،زیرا، مثلاً اگر سن را از روی سفید شدن مو اندازه بگیرند، دو برادرمی‌توانند، فقط بانگاه کردن خـودشان در یـك آینه، پی ببرند که کدام یك مسنتر است.

پاسخ به این تناقض آن است که بیان مربوط بـه

سن نسبی دو برادر تنها وقتی درست است که در چارچوب تئوری خاص نسبیت واقع شود، که فقط حرکت یکنواخت را در نظر می گیرد. در این حالت برادر خلبان هرگز باز نخواهد گشت و در نتیجه نخواهد توانست پهلوی برادر خود در برابر آینه بایستد و رشد موهایشان را اندازه بگیرد. بهترین کاری که این دو برادر می‌توانند بکنند استفاده از دو دستگاه تلویزیون است: یکی در فرودگاه فضایی که برادر خلبان و ساعتش را در سفینهٔ فضایی نشان می‌دهد، و دیگری در سفینهٔ فضایی که برادر کارمند فرودگاه را سر میزکارش با ساعتی که بالای سر او نصب است نشان می‌دهد (شکل۲۶).

دکتر یوجین فینبرگ، از دانشگاه واشینگتن، وضع را نظراً بر اساس قوانین کاملامعروف انتشار علائم رادیویی بررسی کرد، و نتیجه این بود که با نگاه بر صفحهٔ تلویزیون، **هر برادر** مشاهده خواهد کرد که برادر دیگرش جوانتر مانده‌است. اگر برادر خلبان که در پرواز است باز گردد، باید نخست سفینهٔ فضایی خود را کند سازد، آن را کاملا



شکل ۲۶. گذران سن نسبی برادران دوقلو ، آنچنان که بر صفحهٔ تلویزیون مشاهده می‌شود.

متوقف کند، و سپس آن را به سوی خانه راه بیندازد.
این الزام برادران دوقلو را در اوضاع و احوال کاملا متفاوتی قرار می‌دهد. چنانکه قبلا دیدیم، تندی و کندی برابرند با یك‌میدان گرانشی که سرعت‌کار ساعت را، مانند سرعت پدیده‌های دیگر، کند می‌سازد؛ و عیناً مانند ماشین‌نویسی که درطبقهٔ اول شرکت ملی نفت‌کار می کند و سنش کندتر از سن خواهرش که در طبقهٔ آخر است می‌گذرد، سن برادر خلبان فضایی در حال پرواز نیز کندتر از سن برادر دوقلویش که برسطح زمین است می گذرد. بنابراین، اگر مدت پرواز به اندازهٔ کافی طولانی باشد، خلبانی که به‌زمین باز می گردد، بادیدن سرطاس و براق برادر دوقلوی خود سبیل خویش را تاب خواهد داد، و در اینجا هیچ تناقضی وجود ندارد.

یك آزمایش جالب در تأیید کند شدن زمان براثر ثقل (اگر تأیید دیگری لازم است) به وسیلهٔ س.ف.سینگر، از دانشگاه مریلند، پیشنهاد شده است، که قراردادن یك ساعت اتومی است در قمرهایی بر مدارهای مستدیر که‌در

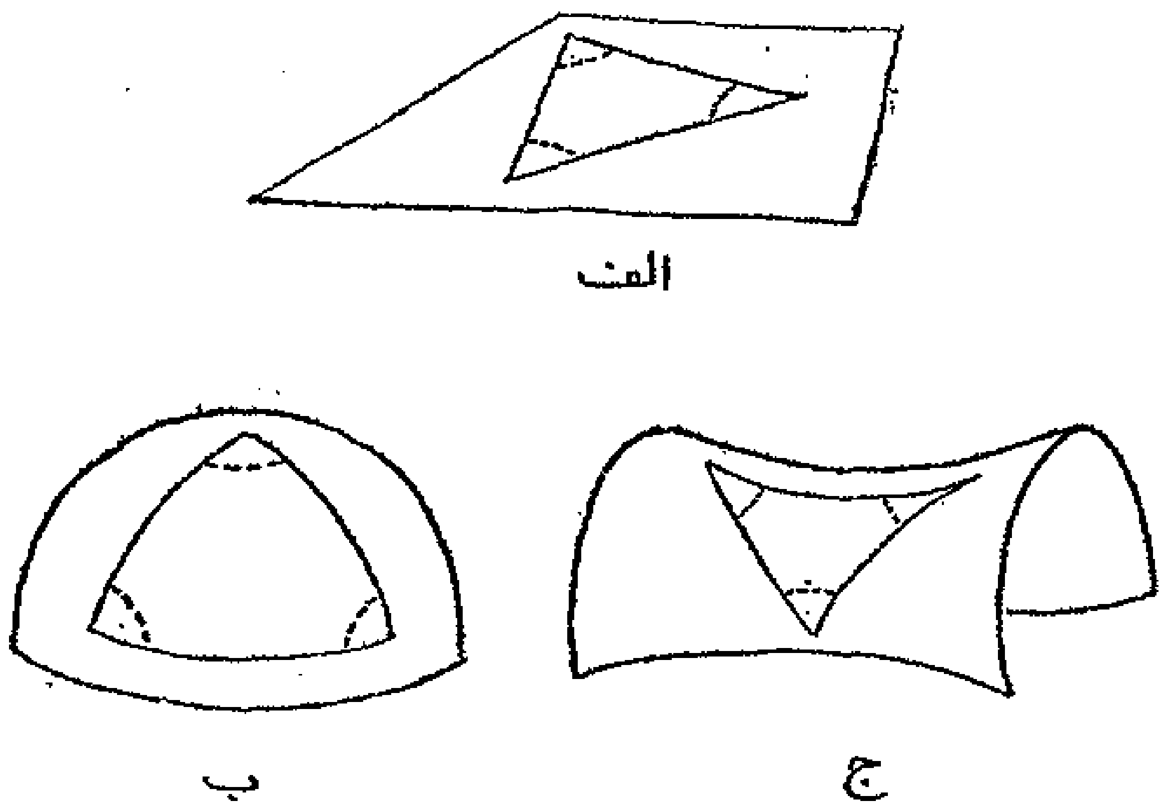
ارتفاعهای متفاوت از سطح زمین حرکت می کنند. حساب شده است که برای قمری که در ارتفاعی کمتر از شعاع زمین سیر می کند، اثر نسبیتی عمدهٔ کند شدن ساعت در نتیجهٔ سرعتش خواهد بود که مقدار آن از روی ضریب $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ به‌دست می آید. اما در ارتفاعات بیشتر، انتظار می‌رود که تأثیر سرعت بسیار کم اهمیت باشد و ساعت، به جای کند شدن، تند شود، زیرا که در میدان گرانشی ضعیفتر قرار گرفته‌است (چنانکه دختر واقع درطبقهٔ آخر ساختمان شرکت ملی نفت است). هیچ شکی نیست که این آزمایش جالب تئوری اینشتین را تأیید خواهد کرد.

این بحث ما را به این نتیجه گیری می‌رساند که نور، ضمن انتشار در یك میدان گرانشی، یك خط مستقیم سیر نمی کند بلکه در امتداد میدان انحنا می‌یابد، و به علت انقباض چوبمترها، کوتاهترین فاصلهٔ میان دو نقطه یك خط مستقیم نیست، بلکه آن نیز خطی است منحنی که در امتداد میدان گرانشی خمیده است. اما چه تعریف دیگر غیر از مسیر نور درخلأ یا کوتاهترین فاصلهٔ میان دو نقطه

می‌توان به یك «خط مستقیم» داد؟ نظر اینشتین این بود که باید تعریف کهن یك«خط مستقیم» در مورد میدان گرانشی نگاه داشته شود، اما به جای اینکه گفته شود اشعهٔ نور و کوتاهترین مسافات منحنی هستند، گفته شود که فضا خودش انحنا دارد. تصور نظریهٔ فضای سه بُعدی منحنی دشوار است، چه رسدبه تصور یك فضای چهاربعدی‌منحنی، که زمان در آن بعد چهارم است. بهترین راه استفاده از تشبیه یا سطوح دو بعدی است که آنها را به آسانی می ـ توانیم درگ کنیم. همهٔ ما با هندسهٔ مسطحهٔ اقلیدسی آشنا هستیم، که مربوط است به انواع اشکالی که می‌توان آنها را بر یك سطح مستوی رسم کرد. اما اگر به جای یك سطح مستوی، اشکال هندسی را بر یك سطح منحنی رسم کنیم، قضایای هندسهٔ اقلیدسی دیگر صدق نمی کنند. این مطلب در شکل ۲۷ نشان داده شده، که مثلثهایی بر سطح مستوی (الف)، بر سطح کروی (ب)، و بر سطحی که‌سطح زینی خوانده می‌شود (ج) رسم شده است.

در مورد یك مثلث مسطح، مجموع سه زاویه همیشه

برابر است با ۱۸۰ درجه. درمورد یك مثلث کروی، مجموع سه زاویه همیشه بزرگتر از ۱۸۰ است و فزونی آن بستگی دارد به نسبت اندازهٔ مثلث به اندازهٔ کره. در موردمثلثهای رسم‌شده بر سطح زینی، مجموع زوایا کوچکتر از ۱۸۰ درجه است. خطوطی که مثلثهای کروی وسطح زینی را تشکیل می‌دهند از نقطه نظر سه‌بعدی «مستقیم» نیستند، بلکه «مستقیمترین» ـ یعنی کوتاهترین ـ فواصل میان دو



شکل ۲۷. مثلثهایی بر یك سطح مستوی (الف)، بر یك کره (ب)، و بر یك سطح زینی (ج).

نقطهٔ واقع بر سطح غیر مستوی هستند. بـرای آنـکه در اصطلاحگذاری اشتباهی رخ ندهد، ریاضیدانان این خطوط را **خطوط ژئودزی** نامیده‌اند.

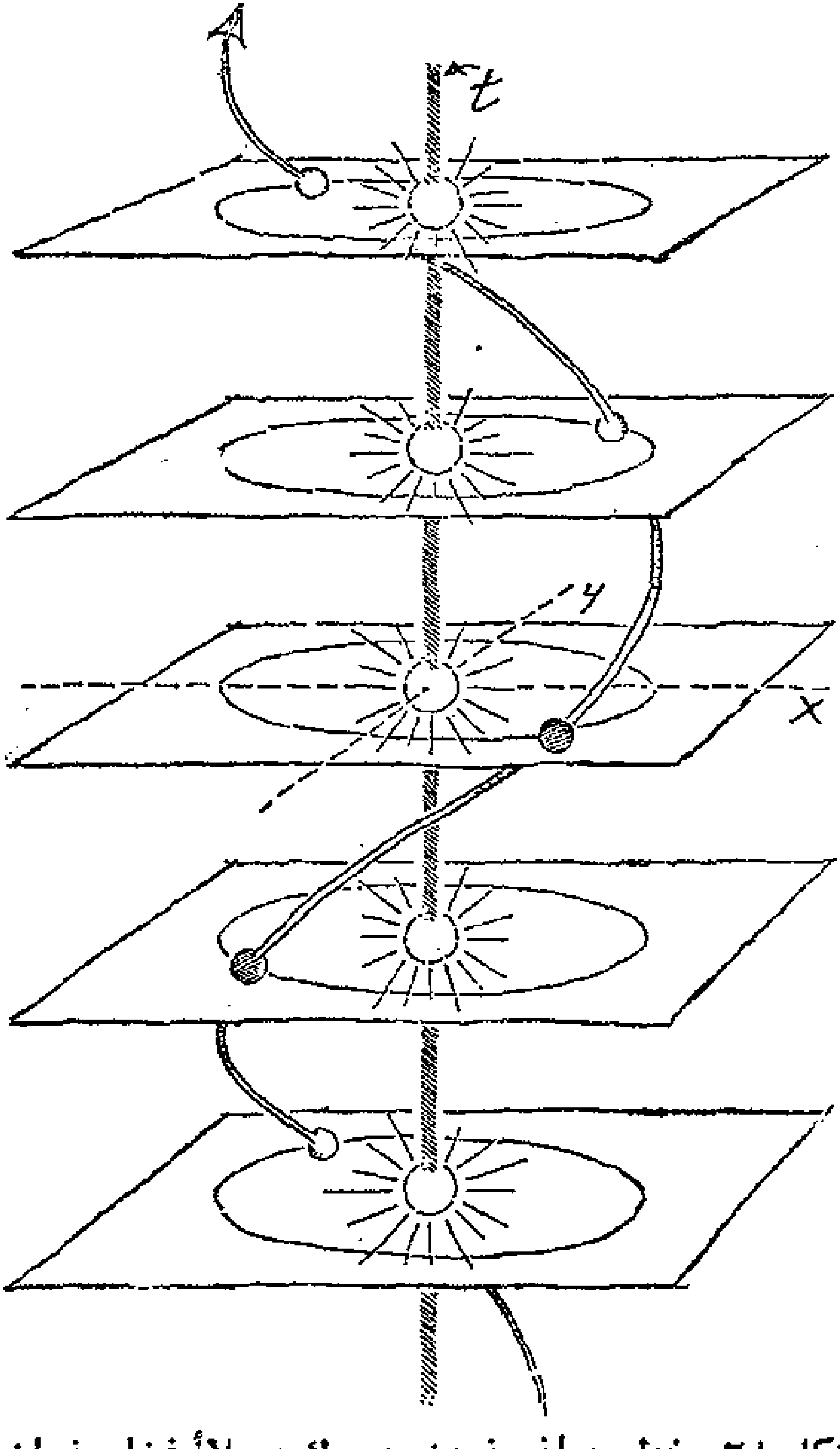
به همین نحو می‌توانیم در بارهٔ خطوط ژئودزی یـا کوتاهترین خطوط در فضایی سه‌بعدی بحث کنیم کـه دو نقطه‌ای را به هم متصل می‌کنند که نور بـر امتداد آنهـا انتشار می‌یابد؛ و با اندازه گیری مجموع سه زاویهٔ یـك مثلث در فضا، می‌توانیم فضارامسطح بخوانیم اگر مجموع زوایا ۱۸۰ درجه باشد، کـره‌مانند یا بـا انحنـای مثبت بخوانیم‌اگر مجموع زوایا بزرگتر از ۱۸۰ باشد، و زیـن مانند یا با انحنای‌منفی‌بخوانیم‌اگر مجموع زوایا کوچکتر از ۱۸۰ درجه باشد. سه منجم فرض کنید که به ترتیب بر روی زمین و زهره و مریخ قرار گرفته‌اند و زوایای مثلثی را اندازه می‌گیرند که اضلاعش اشعهٔ نوری است که میان این سه ستاره سیر می‌کند. چون، چنانکـه دیـدیـم، اشعهٔ نوری که در میدان گرانشی خـورشید انتشار می‌یـابد در امتداد نیروی ثقل خم می‌شود،وضع چنان است که درشکل

۲۵ ب نموده شده‌است، ومجموع زوایای مثلث بزرگتر از ۱۸۰ به دست خواهد آمد. معقول این خواهد بود که در این حالت چنین بیان کنیم که نور بر کوتاهترین فواصل، یا خطوط ژئودزی، سیر می کند، اما فضای اطراف خورشید در جهت مثبت انحنادارد. به همین نحو، در میدانی گرانشی که معادل است بامیدان نیروی مرکز گریز بر یك قرص گردان (شکل ۲۵ الف)، مجموع زوایای مثلث کوچکتر از ۱۸۰ درجه‌است، وفضا باید درجهت منفی خمیده شده باشد.

استدلالهایی که درفوق گذشت شالودهٔ تئوری هندسی ثقل اینشتین را نشان مـی‌دهد . این تئوری اینشتین نظریهٔ کهن نیوتن را به‌دور می‌افکند، که به‌موجب آن جرمهای بسیار بزرگ از قبیل خورشید ، در فضای اطراف میدان نیرویی تولید می کنند که سیارات را بر مسیرهای منحنی، به‌جای مسیرهای مستقیم، به‌حرکت درمی آورند. درتصویر اینشتین خود فضا منحنی می‌شود وسیارات بر «مستقیمترین» خطوط ـ یعنی خطوط ژئـوذری ـ در این فضـای منحنی حرکت می کنند. برای آنکه اشتباهی رخ ندهد، بایـد

افزوده شود که دراینجا خطوط ژئودزی درملأ چهار بعدی فضا ـ زمان است، والبته نادرست است که بگوییم خود مدارها خطوط ژئودزی در فضای چهار بعدی هستند. وضع اجمالاً در شکل ۲۸ مصور شده است، که محور زمان t و دو محور x و y واقع برسطح مداررا نشان می‌دهد. خط مارپیچ، موسوم به **خط‌جهانی**، یك جسم متحرك (در این حالت زمین) خط ژئودزی درملأ فضا ـ زمان* است. تفسیر اینشتین ازثقل همچون انحنای ملأ فضا ـ زمان به‌نتایجی اندك متفاوت با پیشبینی تئوری رسمی نیوتن می‌رسد، و بدین ترتیب تحقیق رصدی را میسر می‌سازد. مثلاً ۴۳ ثانیهٔ زاویه‌ای تقدیم محور بزرگتر عطارد را در یك قرن توضیح می‌دهد، و بدین ترتیب یکی از اسرار مکانیك آسمانی رسمی را حل می‌کند.

* در اینجا باید توجه شود که مقیاسهای قائم و افقی در شکل ۲۸ لزوماً با واحد های متفاوت داده شده است. البته، درحالی‌که‌شعاع مدار زمین فقط ۸ دقیقه است (اگربرحسب مدت زمان سیرنور بیان شود)، مسافت از یك‌سطح ماه ژانویه تا سطحی دیگر یك سال است ـ یعنی ۶۰ هزار باربزرگتر. بنابراین، با مقیاس صحیح، خط ژئودزی نسبت به خط مستقیم انحراف خواهد داشت، اما بسیارکم.



شکل ۲۸. خط جهانی زمین متحرک درملأ فضا ـ زمان
در اینجا در دستگاه مختصاتی نشان داده شده که محور
زمان t قائم و دو محور x و y فضایی است .

فصل ۱۰

مسائل حل‌نشدهٔ ثقل

●

در دفتر یادداشت آزمایشگاهی مایکل فاراده (۱۷۹۱ ـ ۱۸۶۷) ، کــه سهم مهمی در شناساندن برق و مغناطیس دارد ، مقدمهٔ جالبی در سال ۱۸۴۹ هست :

ثقل. به‌یقین این نیرو باید بتواند یك رابطهٔ آزمایشی با برق و مغناطیس و دیگر نیروهاداشته باشد، بطوری که در عمل متقابل و تـأثیر معادل از آنها ساخته شده است . یك لحظه در نظر بگیریم که چگونه ، به‌وسیلهٔ واقعیت و آزمایش، با این موضوع برخوردکنیم.

اما آزمــایشهای فراوانی که این‌فیزیکدان‌معروف

کوششهــای فراوان ، اینشتین و کسانی کــــه از او پیروی می کردند نتوانستند هیچ ارتبـاطی بـــا الکترودینـامیك مکسول برقرار کنند.

تئوری ثقل اینشتین کما بیش معاصر بود با **تئوری کوانتوم**، اما در مدت ۴۵ سالی که از ظهور این دو تئوری می گذرد بهمیزان کاملاً متفاوت تکامل یافته‌اند. تئوری کوانتوم، که به‌وسیلهٔ ماکس پلانك پیشنهاد شد و به‌وسیلهٔ نیلس بوهر، لویی دو بروی، اروین شرودینگر ، ورنــرهایزنبرگ و دیگران پیش‌رفت ، پیشرفت‌عظیمی نصیبش شد و به‌صورت نظام وسیعی تکامل یــافت که ساختمــان درونی اتومها و هسته‌های آنها را مشروحاً توضیح و تعبیر می کند. ازطرف دیگر، تئوری ثقل اینشتین تا امروز همچنان که نیم قرن پیش آن را بیان کرد، باقی‌مانده‌است. درحالی که صدها، وحتی‌هزارهادانشمند شاخه‌های گوناگون تئوری کوانتوم را مطــالعه مــی کننـد و آن را در بسیاری از زمینه‌هــای پژوهشهای خود به‌کار می‌بندند ، فقط معدودی هستند کــه وقت وعلاقهٔخودرا صرف این‌می کنند که پیشرفت بیشتری

در مطالعهٔ گرانش به دست آورند . آیا ممکن است چنین باشد که فضای خالی ساده‌تر از اجسام مادی‌است ؟ یا آنکه نبوغ اینشتین آنچه را ممکن بوده است در بارهٔ ثقل در زمان ما انجام گیرد انجام داده است و در نتیجه یك نسل را از امید پیشرفت بعدی محروم کرده است .

با تبدیل ثقل به خواص هندسی یك‌ملأ فضا ـ زمان، اینشتین اطمینان یافته بود که میدان برقاطیس(=الکترو-مانیتیك) نیز باید تفسیر هندسی خالصی داشته باشد. اما **تئوری میدان واحد** ، که از این عقیده برخاست، درست پیش نرفت ، و اینشتین پیش از آنکه کاری به‌سادگی و زیبایی و مطمئنی کارهای سابقش درزمینهٔ تئوری میدان واحد انجام دهد، در گذشت . اکنون به‌نظر می‌رسد که رابطهٔ درست میان نیروهای گرانشی و برقاطیسی باید فقط از راه درك ذرات ابتدایی ، که این روزها خیلی در بارهٔ آنها سخن می‌شنویم ، وفهم اینکه چرا این ذرات خاص با جرمهای خاص و بارهای برقی باید درطبیعت یافت‌شوند، به‌دست آید.

یك پرسش اساسی دیگر دراینجا مربوط است به‌اعمال

متقابل گرانشی و برقاطیسی میان ذرات. در قسمتهای پیش در این کتاب، قانون گرانشی را، که رابطهٔ عکس مجذور میان نیروی جاذبه و فاصله را برقرار می‌سازد، نتیجه گرفتیم. دانشمند فرانسوی شارل‌ا. کولون(۱۷۳۶-۱۸۰۶) در ۱۷۸۴ یك قانون عکس مجذور نیز در مورد نیروی میان بارهای برق بیان کرد.

فرض کنید که نیروهای برقی و گرانشی میان دوذره به جرم ۴×۱۰^{-۲۶} گرم را، که میان جرمهای پروتون و الکترون برقرار است، و در فاصلهٔ r از هم قرار دارند، درنظر بگیریم. بنا برقانون کولون، نیروی ایستانبرقی (= الکتریسیتهٔ ساکن) از رابطهٔ $\frac{e^۲}{r^۲}$ به دست می‌آید که درآن e ($۴,۷۷\times۱۰^{-۱۰}$ واحد ایستانبرقی) * بار برقی ابتدایی است. ازطرف دیگر، بنا بر قانون نیوتن، عمل متقابل گرانشی از فورمول $\frac{GM^۲}{r^۲}$ به‌دست می‌آید، که درآن G ($۶,۶۷\times۱۰^{-۸}$) مقدار ثابت گرانشی و M(۴×۱۰^{-۲۶}

---

* یك واحد ایستانبرقی بار برقی عبارت است از باری برقی که یك بار برقی معادل خودرا که در فاصلهٔ ۱ سانتیمتر از آن قرار گرفته، با نیروی ۱ دین دفع‌کند.

گـرم) جرم متوسط است . نسبت دو نیرو عبارت است از $\frac{e^2}{GM^2}$ ، که مقدار عددی آن 10^{40} است . هر تئوریی کـه بتواند رابطهٔ میان برقاطیس و ثقل را توصیف کند بایـد توضیح دهد که چرا این‌عمل متقابل میان دو ذره 10^{40} بار بزرگتر است ازعمل متقابل گرانشی. باید به‌یاد سپرد که این نسبت یك عدد ساده و مطلق است و بستگی به‌دستگاه واحدهایی ندارد که دراندازه گیری مقادیرفیزیکی به‌کار می‌رود. درفورمولهای نظری اغلب مقادیر عددی ثابتی در کار است که می‌توانند ازراه‌کاملا ریاضی به‌دست‌آیند . اما این مقادیرثابت عددی‌معمولااعداد کوچکی هستند ازقبیل 2π ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{\pi^2}{3}$ ، و غیره . حـال چگونه می‌توان از راه ریاضی مقدار ثابتی به‌بزرگی 10^{40} را نتیجه گرفت ؟

بیش از ۲۰ سال پیش ازاین پیشنهـاد بسیار جالبی در این زمینه به‌وسیلهٔ فیزیکدان نامی بریتانیایی پ . ا. م دیرك شد . وی نظر داد که عدد 10^{40} اصلا یك عدد ثابت نیست ، بلکه عددی است متغیر که با زمان تغییر می کند و با سن جهان ما بستگی دارد. بنا برتئوری جهان منبسط،

مبدأ جهان حدود 5×10^{9} سال یا حدود 10^{17} ثانیه پیش از این است . البته یك سال یا یك ثانیه واحد اختیاری برای اندازه گیری زمان است ، و باید یك فاصلهٔ زمانی ابتدایی چنان انتخاب شود که بتواند ازخواص اساسی ماده ونور منشعب گردد . یك راه بسیار معقول برای این کار برگزیدن واحد زمانی است برابر با فاصلهٔ زمانی لازم برای آنکه نور مسافتی برابر با قطر یك ذرهٔ ابتدایی را بپیماید. چون قطر هر ذرهٔ ابتدائی حدود 3×10^{-13} سانتیمتر و سرعت نور 3×10^{10} سانتیمتر در ثانیه است، این واحد ابتدایی زمان برابراست با: ثانیه $10^{-23} = \frac{3 \times 10^{-13}}{3 \times 10^{10}}$.

با تقسیم سن جهان (10^{17} ثانیه) بر این فاصلهٔ زمانی عدد $10^{40} = \frac{10^{17}}{10^{-23}}$ بدست می آید که اندازه اش همان حدود نسبت مشهود میان نیروهای برقاطیسی و گرانشی است . دیرك گفت که بنابراین نسبت بزرگ میان نیرو-های برقی و گرانشی مشخص سن کنونی جهان است . وقتی که سن جهان مثلا نصف سن کنونیش بوده، این نسبت

نیز نصف مقدار فعلی بوده است. چون دلایل مناسبی برای این فرض هست که بار برقی ابتدایی (e) با زمان تغییر نمی‌کند، دیرك نتیجه گرفت که این مقدار ثابت گرانشی (G)است که با گذشت زمان کاهش می‌یابد ، و این کاهش ممکن است با انبساط جهان ورقیق شدن آرام ماده‌ای که آن را پر کرده است‌همراه باشد .

این نظریات دیرك بعداً به‌وسیلهٔ ادوارد تلر (پدر بمب ئیدروژنی) مورد انتقاد قرار گرفت که ثابت کرد که تغییر مقدار ثابت گرانشی(G) نتیجهٔ تغییر دمای سطح زمین است . واضح است کـه کاهش ثقل نتیجه‌اش افزایش شعاع مدارهای سیارات است ، کـه (چنانکه بـر مبنای قوانین مکانیك می‌توان ثابت کرد)، به‌نسبت‌عکس G تغییر می‌کند. نتیجهٔ این کاهش تغییر شکل تعـادل درونی خورشید نیز هست که منجر به‌تغییر دمای مرکزی آن ونسبت انرژیزایی فعل و انفعالات هسته‌ای حرارتی می‌شود .

از روی تئوری ساختمان درونـی و انرژیزایـی

ستارگان می‌توان نشان داد که نورانیت* L خورشید به نسبت $G^{۷٫۲۵}$ تغییر می کند. چون دمای سطحی زمین به نسبت خارج قسمت ریشهٔ چهارم نورانیت خورشید برشعاع مدار زمین تغییر می کند، نتیجه چنین می‌شود که باید دمای سطحی‌متناسب با $G^{۲٫۴}$ یامعکوساًمتناسب با$^{۲٫۴}$(زمان) باشد، به شرط آنکه G به‌نسبت عکس زمان تغییر کند. اگر سن منظومهٔ شمسی سه بیلیون سال فرض شود، رقمی که ظاهراً به هنگام فرض آن باید درست باشد، تلر محاسبه کرد که دردوران کامبرین (نیم میلیون سال‌قبل)، دمای زمین باید °۵۰ بالای نقطهٔ جوش آب بوده باشد، بطوری که همهٔ آب موجود برسیارهٔ ما به حالت بخارداغ بوده است. چون، بنا بر داده‌های زمینشناسی، زندگی دریایی کاملاً پیشرفته‌ای درآن دوران وجود داشته، تلر نتیجه گرفت که فرضیهٔ دیرك دربارهٔ تغییرپذیری مقدار ثابت گرانشی نمی‌تواند درست باشد. اما در دهسالهٔاخیر

---

* نورانیت یك منبع نورانی مقدار نوری استکه آن منبع در واحد زمان منتشرمی‌کند.

تخمینهای مربوط به سن منظومهٔ شمسی به سوی مقادیر خیلی زیادتر تغییر یافته، و رقم صحیح ممکن است پنج بیلیون سال یا حتی بیشتر باشد . این مقدار دمای ابتدایی اقیانوس را پایینتر از نقطهٔ جوش آب می‌آورد و ایراد تلر را بی اعتبار می‌سازد ، مشروط به‌اینکه تریلوبیتها و نرمتنان سیلورین توانسته باشند در آب بسیار داغ زندگی کنند . این امر ممکن است با افزایش سرعت جهشهای حرارتی در مراحل ابتدایی تکامل زندگی و با فراهم‌ساختن دماهای بسیار زیادلازم برای‌اسیدهای نوکلئیک‌درمراحل بازهم قدیمتر ، به تئوریهای دیرینشناسی نیز کمک کند . بدین ترتیب بحث در موضوع تغییرپذیری مقدار ثابت گرانشی هنوز باز باقی مانده است .

ثقل وتئوری کوانتوم

قانون نیوتن دربارهٔ عمل متقابل گرانشی میان جرمها ، چنانکه دیدیم ، کاملا شبیه است به قانون عمل

متقابل ایستا نبرق میان بارهـای برقی، و تئـوری میدان گرانشی اینشتین زمینه‌های مشترك فراوان با تئوری میدان برقاطیس مکسول دارد. پس این انتظار طبیعی است که یك جرم نوسان کننده باید امواج گرانشی پدید آورد ، عیناً همان‌طور که یك بار برقی نوسان کننده امواج برقاطیس پدید می‌آورد. درمقالهٔ معروفی که در۱۹۱۸منتشر کرد، اینشتین راه‌حلهای معادلهٔ اساسی نسبیت عمومی خود را، که چنین تغییرات گرانشی را درحال انتشاردرفضا باسرعت نور نشان می‌دهد ، به دست آورد . اگر این امواج گرانشی وجود داشته باشند، باید انرژی با خود نقل کنند؛ اما شدت آنها، یعنی مقدار انرژیی که انتقال می‌دهند، بسیار کوچك است. مثلا زمین، در حرکت مداری خود بر گرد خورشید، باید حدود ۰٫۰۰۱ وات انرژی صادر کند، که نتیجه‌اش سقوط آن به اندازهٔ یك میلیونیم سانتیمتر درهریك بیلیون سال به سوی خورشید است! هیچ کس تا کنون به فکر ایـن نیفتاده‌است که راهی برای کشف چنین امواج ضعیفی پیدا کند .

آیا همان طور که امواج برقاطیس به بسته‌های مجزای انرژی، یا کوانتوم، تقسیم می‌شوند، امواج گرانشی نیز به بسته‌های مجزا تقسیم می‌شوند؟ این پرسش که همان اندازه قدمت دارد که تئوری کوانتوم، عاقبت دو سال قبل به وسیلهٔ دیرك پاسخ داده شد. دیرك در کوانتومسازی معادلهٔ میدان گرانش توفیق یافت و نشان داد که انرژی کوانتومهای ثقل، یا «گراویتونها» برابر است با حاصل ضرب مقدار ثابت پلانك (h) در تواتر آنها ــ همان‌عبارتی که انرژی کوانتومهای نوریا فوتون‌را به دست می‌دهد. اما چرخش گراویتون دو برابر چرخش فوتون است.

امواج گرانشی، به علت ضعیف بودن، درمکانیك آسمانی چندان اهمیتی ندارند. اما آیا ممکن است که گراویتونها نقشی در فیزیك ذرات ابتدایی داشته باشند؟ این تکه‌های نهایی ماده به انواع طرق، به وسیلهٔ صدور یا جذب «کوانتومهای‌میدانی» خاص، عمل متقابل‌دارند. بنابراین اعمال‌متقابل برقاطیس (مثلا جاذبهٔ بارهای برقی

مختلف‌العلامت)شامل صدور یاجذب فوتونهاست؛ احتمالاً اعمال متقابل گرانشی نیز به همین نحو به گراویتونها وابسته‌اند. در چند سال اخیر آشکار شد که اعمال‌متقابل ماده در طبقات مشخصی قرار می‌گیرند: (۱)اعمال متقابل شدید، که شامل نیروهای برقاطیس است؛ (۲)اعمال‌متقابل ضعیف، از قبیل «تلاشی‌بتا» در یك هستهٔ رادیوآکتیو که در آن‌یك الکترون ویك‌نوترون صادرمی‌شود ؛ (۳)اعمال متقابل گرانشی، که بسیار ضعیفتر است ازآنچه «ضعیف» خوانده می‌شود.

شدت یك‌عمل متقابل بستگی دارد به سرعت، یا احتمال، صدور یا جذب کوانتوم آن. مثلا هستهٔ یك‌اتوم مدت قریب $۱۰^{-۱۲}$ثانیه طول می‌کشد تا یك فوتون‌صادر کند. درمقام مقایسه، تلاشی بتای یك نوترون دوازده دقیقه طول می‌کشد ـ تقریباً $۱۰^{۱۴}$ برابر طولانیتر. می‌توان حساب کرد که مدت‌لازم‌برای صدور یك گراویتون به وسیلهٔ یك هسته $۱۰^{۶۰}$، یا $۱۰^{۵۳}$ سال است! این مقدار به نسبت $۱۰^{۵۸}$ کندتر از عمل متقابل ضعیف است.

امانوترونها خودشان ذراتی هستند با احتمال جذب بسیار کم ، یعنی عمل متقابل با دیگر انواع ماده. نوترونها نه بار برقی دارند نه جرم . نیلس بوهر تا ۱۹۳۳ چنین جویا می‌شد: «چه تفاوتی میان نوترونها و کوانتومهای امواج گرانشی موجود است؟ » در اعمال متقابل ضعیف، نوترونها با دیگر ذرات صادر می‌شوند. اما فرایندهایی که فقط شامل نوترونهاست چگونه است ـ یعنی صدور یك جفت نوترون ـ ضد نوترون به وسیلهٔ یك هستهٔ برانگیخته ؟ هیچ کس چنین وقایعی را کشف نکرده است ، اما ممکن است روی دهد، شاید برهمان مقیاس زمانی عمل متقابل گرانشی . یك جفت نوترون چرخشی برابر دو می‌دهد، که مقدار حساب شده به‌وسیلهٔ دیرك برای یك گراویتون است. البته همهٔ اینها تصورات است، اما رابطهٔ میان نوترونها و ثقل امکان نظری جالبی است.

ضد ثقل

ه . ج . ولز، در یکی از داستانهای شگفتش ،

مخترعی امریکایی به نام کاوور را توصیف می کند که ماده‌ای یافته است به‌نام کاووریت که در مقابل نیروهای ثقل نفوذناپذیر است. عیناً همان طور که یك صفحهٔ مسین یا یك صفحهٔ آهنین می‌تواند به‌عنوان سپر محافظ در مقابل نیروهای برقی ومغناطیسی به کار رود، یك‌صفحهٔ کاووریت نیز سپر محافظی است در مقابل نیروهای ثقل زمینی، وهر جسمی که بالای آن‌واقع شود تمام یادست کم قسمت‌عمدهٔ وزن‌خودرا از دست می‌دهد. کاوور دریچه‌هایی‌از کاووریت ساخت که می‌توانستند باز و بسته شوند. شبی که ماه در آسمان بالا بود، در قایقی کروی نشست وهمهٔ دریچه‌های کاووریتی را که رو به‌زمین بود بست و آنهایی‌را که رو به ماه بود باز گذاشت. دریچه‌های بسته نیروهای ثقل‌زمین را باز می‌دارند و، چون فقط تحت تأثیر نیروهای ماه قرار گرفته‌اند، قایق در فضا بالا می‌رود و آقای کاوور را به ماجراهای نامتعارف فراوان قمر ما می‌کشاند. چرا چنین اختراعی ناممکن است، یا آیا این اختراع ناممکن است؟ در اینجا تشابه عمیقی میان قانون نیوتن در مورد

ثقل جهانی، قانون کولون در مورد عمل متقابل بارهای برقی، و قانون سرهمفری گیلبرت درمورد عمل متقابل قطبهای مغناطیسی موجود است؛ و اگر بتوان نیروهای برقی و مغناطیسی‌را غلاف کرد، چرا نتوان همین کار را با نیروهای گرانشی انجام داد؟

برای پاسخ دادن به‌این پرسش باید سازو کار غلاف‌پوشی برقی و مغناطیسی‌را درنظر بگیریم، که از خیلی نزدیك به ساختمان اتومی ماده پیوسته است. هراتوم یا مولکول مجموعه‌ای است از بارهای برقی مثبت و منفی، و در فلزات عدهٔ فراوانی الکترونهای منفی آزاد موجود است که دریك شبکهٔ بلورین از یونهای مثبت حرکت می‌کنند. وقتی که یك تکه ماده در میدانی برقی قرار داده می‌شود، بارهای برقی در امتدادهای مخالف جا به جا می‌شوند و می گویند که ماده قطبیده (= پولاریزه) شده است. میدان برقی جدیدی که به وسیلهٔ این قطبش (= پولاریزاسیون) پدیدمی آید درخلاف جهت میدان اولیه است، و انطباق این دو میدان برهم شدت آنهارا ضعیف

مـی کند . اثر مشابهی درغلافپوشی مغناطیسی وجوددارد. زیرا اغلب اتومها مغناطیسهای کوچکی هستند که چون ماده در یك میدان مغناطیسی قرار گیرد ، جهت مـی یابند . در اینجا نیز ضعیف شدن شدت میدان مربوط است بـه قطبش مغناطیسی ذرات اتومی.

قطبش گرانشی ماده ، که غلافپوشی نیروی ثقل را امکانپذیر می سازد ، ایجاب می کند که ماده ازدو نـوع ذره تشکیل شده باشد: یك نوع باجرم گرانشی مثبت کـه بـه وسیلهٔ زمین جذب می شود ، و نوع دیـگر جرم گـرانشی منفی که به وسیلهٔ زمین دفع خواهدشد . بارهای بـرقـی مثبت ومنفی، ونیز دو نوع قطب مغناطیسی، بـه تساوی در طبیعت فراوانند ، اما ذراتی بـاجرم گرانشی منفـی هنوز شناخته نشده اند (لااقل در ساختمان اتومها و مولکولهای معمولی). بنابراین ، مادهٔ معمولی نمی تواند قطبش گرانشی پیدا کند ، قطبشی که برای غلافپوشی درمقابل نیروهـای ثقل لازم است . اما اگر ضد ذره ای که فیزیکدانـان در این چند دههٔ اخیر با آن بازی می کرده اند درکار بـاشد

چه خواهد شد؟ آیا نمی‌تواند ممکن باشد که با بارهای منفی، الکترونهای مثبت، پروتونهای منفی، ضدنوترونها، و دیگر ذرات وارونه، جرمهای گرانشی منفی همراه باشد؟ این موضوع چنین می‌نماید که در نظر اول از موضوعهایی باشد که از راه آزمایش به آسانی قابل پاسخ باشد؛ تنها کاری که باید کرد این است که ببینیم آیا پرتویی افقی از الکترونهای مثبت یا از پروتونهای منفی که از یك ماشین تندکننده صادر می‌شود در میدان گرانشی زمین به بالا یا پایین خم می‌شود یا نه. چون همهٔ ذراتی که مصنوعاً به وسیلهٔ بمباران هسته‌ای تولید می‌شوند باسرعت نور حرکت می‌کنند، خمش یك پرتو افقی به وسیلهٔ نیروهای ثقل زمین (خواه رو به بالا باشد یا رو به پایین) بسیار بسیار کوچك است، و از حدود 10^{-12} سانتیمتر (قطر هسته‌ای!) در هر کیلومتر از مسیر تجاوز نمی‌کند.

البته می‌توان سعی کرد که سرعت ذرات تا حدودسرعتهای حرارتی کندشود، چنانکه با نوترونهای معمولی‌شده‌است. در آزمایش نوترونی، پرتوی از نوترونهای تندرو دریك

کندساز (=مودراتور) پرتاب می‌شد، ومشاهده می‌شد که نوترونهای کندرو، تقریباً با سرعت ریزش قطرات باران، فرو می‌ریختند. اما کند شدن نوترونها در نتیجهٔ تصادم با هسته‌های مادهٔ کندساز است، و کندسازهای خوب، از قبیل کربون یا آب سنگین، موادی هستند که هسته‌های آنها میل ترکیبی بسیار کمی با نوترونها دارند و آنها را در تعدادی تصادمهای پی درپی درخود فرو نمی‌برند. البته هر کندساز ساخته‌شده از مادهٔ معمولی دام مرگی خواهد بود برای ضد نوترونها، که فوراً با نوترونهای معمولی موجود در هستهٔ اتوم معمولی خنثا خواهند شد. بنابراین، از نظر آزمایشی، موضوع علامت گرانشی ضد ذره بازباقی می‌ماند.

از لحاظ نظری، باز هم این موضوع باز می‌ماند، زیرا تئوریی در اختیار نداریم که بتواند رابطهٔ میان اعمال متقابل گرانشی وبرقاطیس را پیشبینی کند. اما می‌توان گفت که اگر یك آزمایش بعدی نشان دهد که ضد ذره باید یك‌جرم گرانشی منفی داشته باشد، با رد کردن اصل

برابری ، ضربت سختی بر تئوری کـامل اینشتین وارد خواهد آمد . واقعاً هم، اگر دردرون یك کابین‌تندشونده اینشتین سیبی که جرم گرانشی منفی دارد رها شود ، سیب «به بالا فرو می‌افتد» (نسبت به سفینهٔ فضایی) ، و اگر از خارج نگاه شود، حرکتش با شتابی دوبرابر شتاب سفینه است ، بدون آنکه تحت تأثیر هیچ نیروی خارجی قـرار گیرد . پس ناگزیریم که میان قانون جبر نیوتن و اصل برابری اینشتین یکی را انتخاب کنیم ـ انتخابی کـه البته انتخابی بسیار دشوار است .

پایان

بها ۲۵ ریال

شمارهٔ ثبت دفتر مخصوص کتابخانهٔ ملی ۸۴۱ به تاریخ ۴۷/۶/۷

شرکت سهامی کتابهای جیبی منتشر خواهد کرد .

شبح درون اتم (نوترینو)

نوترینو مانند نوترون ذرهٔ بدون باری است که دارای چرخش است وهنگام چرخش مانند نوترون میدان مغناطیسی تولید می‌کند . . .
در هر ثانیه $1/8 \times 10^{38}$ نوترینو در خورشید تولید می‌شود . . .
هر نوترینو با سرعت نور ازخورشید خارج می‌گردد و وارد فضا می‌شود ، و در عرض هشت دقیقه به زمین می‌رسد و درمدت $\frac{1}{25}$ ثانیه ازمیان زمین می گذرد و به سفر بی‌انتهای خود ادامه می‌دهد . . . . .

حاجی مراد

داستانی است که تولستوی ازخاطره‌های جوانی‌خود درقفقاز نقل میکند و روحیه اهالی سرکش جنگاورهای این سر زمینها را با عشق ها و شوریدگیهایشان نشان می دهد . این اثر نمونه برجسته قدرت تحلیل و توصیف خوی مردمان است .

گتسبی بزرگ

گتسبی بزرگ (طلا و خاکستر) یکی ازشیرین‌ترین داستانهای عشقی ادبیات آمریکاست .
این رمان نشان می‌دهد که ثروت هنگفت به هیچ رونیکبختی نمی‌آورد.