انتشارات فاطمی

پرسشها و مسائل بنیادی فیزیک

تألیف هِلَن / هاجسون

ترجمهٔ شاهدهٔ سعیدی

MATH75.IR

پرسشها و مسائل بنیادی فیزیک

تألیف هِلَن / هاجسون
ترجمهٔ شاهدهٔ سعیدی

انتشارات فاطمی

MATH75.IR

به‌نام خدا

فهرست

عنوان	صفحه
پیشگفتار	هشت
پیشگفتار ویرایش جدید	ده
۱ مقدمهٔ کلی	
مقدمه	۲
دربارهٔ این کتاب	۲
معنی کلمات در پرسشها	۲
پیشوند واحدهای SI	۳
چند رابطهٔ مفید	۳
ماهیت و حالت معادلات فیزیکی	۳
ریاضیات	۶
ارقام معنی‌دار	۶
تقریبها	۷
چند رابطهٔ مفید ریاضی	۸
مسئله‌های فیزیک	۱۵
حل مسئله	۱۵
بحث درمورد برخی اشتباههای متداول	۱۶
مثالهای حل شده	۱۸
مرتبهٔ بزرگی	۲۲
تقویت درک مرتبهٔ بزرگی	۲۲
جدولهای مرتبهٔ بزرگی	۲۳
محاسبهٔ ذهنی	۲۵
۱ خطاها، ابعاد، نمودارها	۲۷
۲ اصول مکانیک	
چند رابطهٔ مفید	۳۴
۲ سینماتیک	۳۵
پرسشهایی برای بحث	۳۵
مسئله‌های کمی	۳۵
۳ قوانین نیوتون	۳۹
پرسشهایی برای بحث	۳۹
مسئله‌های کمی	۴۱
۴ کار و انرژی	۴۵
پرسشهایی برای بحث	۴۵
مسئله‌های کمی	۴۷
۵ اندازه حرکت	۵۱
پرسشهایی برای بحث	۵۱
مسئله‌های کمی	۵۳
۶ دینامیک دورانی	۵۷

MATH75.IR

عنوان	صفحه
پرسشهایی برای بحث	۵۷
مسئله‌های کمی	۵۹
۷ ترازمندی	۶۵
پرسشهایی برای بحث	۶۵
مسئله‌های کمی	۶۶
۸ شاره‌های ساکن	۶۸
پرسشهایی برای بحث	۶۸
مسئله‌های کمی	۶۹
۹ معادلهٔ برنولی	۷۱
پرسشهایی برای بحث	۷۱
مسئله‌های کمی	۷۲
۳ نوسانها و حرکت امواج	
چند رابطهٔ مفید	۷۵
۱۰ نوسان هماهنگ ساده	۷۶
پرسشهایی برای بحث	۷۶
مسئله‌های کمی	۷۷
۱۱ نوسانهای میرا و واداشته	۸۳
پرسشهایی برای بحث	۸۳
مسئله‌های کمی	۸۴
۱۲ حرکت موج	۸۵
پرسشهایی برای بحث	۸۵
مسئله‌های کمی	۸۷
۱۳ ساختمان هویگنس	۸۹
۱۴ اصل برهمنهی	۹۰
پرسشهایی برای بحث	۹۰
مسئله‌های کمی	۹۲
۱۵ اثر دوپلر	۹۴
پرسشهایی برای بحث	۹۴
مسئله‌های کمی	۹۵

عنوان	صفحه
۴ ساختار و خواص مکانیکی ماده	
چند رابطهٔ مفید	۹۹
۱۶ ساختار ماده	۱۰۰
پرسشهایی برای بحث	۱۰۰
مسئله‌های کمی	۱۰۱
۱۷ کشسانی	۱۰۴
پرسشهایی برای بحث	۱۰۴
مسئله‌های کمی	۱۰۵
۱۸ کشش سطحی	۱۰۸
پرسشهایی برای بحث	۱۰۸
مسئله‌های کمی	۱۱۰
۱۹ چسبندگی (وشکسانی)	۱۱۲
پرسشهایی برای بحث	۱۱۲
مسئله‌های کمی	۱۱۳
۲۰ گرانش (جاذبه)	۱۱۵
پرسشهایی برای بحث	۱۱۵
مسئله‌های کمی	۱۱۹
۵ خواص گرمایی ماده	
چند رابطهٔ مفید	۱۲۵
۲۱ دما	۱۲۷
پرسشهایی برای بحث	۱۲۷
مسئله‌های کمی	۱۲۸
۲۲ انبساط جامدات و مایعات	۱۳۰
پرسشهایی برای بحث	۱۳۰
مسئله‌های کمی	۱۳۱
۲۳ ظرفیت گرمایی	۱۳۲
پرسشهایی برای بحث	۱۳۲
مسئله‌های کمی	۱۳۳
۲۴ گازهای کامل: نظریهٔ جنبشی	۱۳۷

MATH75.IR

عنوان	صفحه
پرسشهایی برای بحث	۱۳۷
مسئله‌های کمی	۱۳۹
۲۵ گازهای کامل: رفتار گرمایی	۱۴۳
پرسشهایی برای بحث	۱۴۳
مسئله‌های کمی	۱۴۴
۲۶ شانس، بی‌نظمی و آنتروپی	۱۴۸
پرسشهایی برای بحث	۱۴۸
مسئله‌های کمی	۱۵۰
۲۷ تغییر فاز	۱۵۳
پرسشهایی برای بحث	۱۵۳
مسئله‌های کمی	۱۵۳
۲۸ گازهای حقیقی	۱۵۵
پرسشهایی برای بحث	۱۵۵
مسئله‌های کمی	۱۵۶
۲۹ رسانش گرمایی	۱۵۷
پرسشهایی برای بحث	۱۵۷
مسئله‌های کمی	۱۵۹
۳۰ تابش گرمایی	۱۶۱
پرسشهایی برای بحث	۱۶۱
مسئله‌های کمی	۱۶۳
۶ نورشناخت هندسی	
چند رابطهٔ مفید	۱۶۶
۳۱ اصول نورشناخت هندسی	۱۶۷
پرسشهایی برای بحث	۱۶۷
مسئله‌های کمی	۱۶۸
۳۲ منشور و عدسی ساده	۱۷۱
پرسشهایی برای بحث	۱۷۱
مسئله‌های کمی	۱۷۳
۳۳ آینه‌های کروی	۱۷۷
پرسشهایی برای بحث	۱۷۷

عنوان	صفحه
مسئله‌های کمی	۱۷۷
۳۴ ابیراهیهای عدسی و آینه	۱۷۸
پرسشهایی برای بحث	۱۷۸
مسئله‌های کمی	۱۷۹
۳۵ پاشندگی و طیف‌سنج	۱۸۰
پرسشهایی برای بحث	۱۸۰
مسئله‌های کمی	۱۸۱
۳۶ ابزارهای نوری	۱۸۳
پرسشهایی برای بحث	۱۸۳
مسئله‌های کمی	۱۸۴
۷ خواص موجی نور	
چند رابطهٔ مفید	۱۸۹
۳۷ ماهیت تابش الکترومغناطیسی	۱۸۹
پرسشهایی برای بحث	۱۸۹
مسئله‌های کمی	۱۹۱
۳۸ تداخل	۱۹۴
پرسشهایی برای بحث	۱۹۴
مسئله‌های کمی	۱۹۵
۳۹ پراش	۱۹۹
پرسشهایی برای بحث	۱۹۹
مسئله‌های کمی	۲۰۰
۴۰ قطبش	۲۰۴
پرسشهایی برای بحث	۲۰۴
مسئله‌های کمی	۲۰۵
۸ امواج صوتی	
چند رابطهٔ مفید	۲۰۸
۴۱ امواج صوتی	۲۰۸
پرسشهایی برای بحث	۲۰۸
مسئله‌های کمی	۲۱۰

MATH75.IR

عنوان	صفحه
۹ الکتریسیتهٔ ساکن (الکتروستاتیك)	
چند رابطهٔ مفید	۲۱۷
۴۲ بار و قانون کولن	۲۱۸
پرسشهایی برای بحث	۲۱۸
مسئله‌های کمی	۲۱۹
۴۳ میدان الکتریکی	۲۲۱
پرسشهایی برای بحث	۲۲۱
مسله‌های کمی	۲۲۲
۴۴ قانون گاوس	۲۲۵
پرسشهایی برای بحث	۲۲۵
مسئله‌های کمی	۲۲۵
۴۵ پتانسیل الکتریکی	۲۲۷
پرسشهایی برای بحث	۲۲۷
مسئله‌های کمی	۲۲۹
۴۶ خازنها	۲۳۳
پرسشهایی برای بحث	۲۳۳
مسئله‌های کمی	۲۳۳
۴۷ مواد دی‌الکتریك	۲۳۷
پرسشهایی برای بحث	۲۳۷
مسئله‌های کمی	۲۳۸
۱۰ الکتریسیتهٔ جاری	
چند رابطهٔ مفید	۲۴۱
۴۸ جریان و مقاومت	۲۴۴
پرسشهایی برای بحث	۲۴۴
مسئله‌های کمی	۲۴۵
۴۹ انتقال انرژی درمدار	۲۴۸
پرسشهایی برای بحث	۲۴۸
مسئله‌های کمی	۲۴۹
۵۰ نیروی محرکهٔ الکتریکی و مدارها	۲۵۰
پرسشهایی برای بحث	۲۵۰

عنوان	صفحه
مسئله‌های کمی	۲۵۱
۵۱ اصول اندازه‌گیریهای الکتریکی	۲۵۴
پرسشهایی برای بحث	۲۵۴
مسئله‌های کمی	۲۵۴
۵۲ تعریف میدان مغناطیسی برمبنای اثرآن	۲۵۸
پرسشهایی برای بحث	۲۵۸
مسئله‌های کمی	۲۵۹
۵۳ میدان مغناطیسی دررابطه با علت‌آن	۲۶۵
پرسشهایی برای بحث	۲۶۵
مسئله‌های کمی	۲۶۶
۵۴ وسایل اندازه‌گیری الکتریکی	۲۶۹
پرسشهایی برای بحث	۲۶۹
مسئله‌های کمی	۲۷۰
۵۵ اصول القای الکترومغناطیسی	۲۷۲
پرسشهایی برای بحث	۲۷۲
مسئله‌های کمی	۲۷۳
۵۶ کاربردهای القای الکترومغناطیسی	۲۷۶
پرسشهایی برای بحث	۲۷۶
مسئله‌های کمی	۲۷۷
۵۷ القا	۲۸۱
پرسشهایی برای بحث	۲۸۱
مسئله‌های کمی	۲۸۲
۵۸ جریان متناوب	۲۸۵
پرسشهایی برای بحث	۲۸۵
مسئله‌های کمی	۲۸۷
۵۹ خواص مغناطیسی ماده	۲۹۱
پرسشهایی برای بحث	۲۹۱
مسئله‌های کمی	۲۹۳
۱۱ الکترونیك، فیزیك اتمی و هسته‌ای	
چند رابطهٔ مفید	۲۹۶

MATH75.IR

عنوان	صفحه
۶۰ الکترون آزاد	۲۹۷
الکترون و گسیل گرمایونی	۲۹۷
اندازه‌گیری e، به‌روش میلیکان	۲۹۹
۶۱ الکترونیک حالت جامد	۳۰۲
دیود	۳۰۲
ترانزیستور	۳۰۳
۶۲ اثرفوتوالکتریک	۳۰۷
پرسشهایی برای بحث	۳۰۷
مسئله‌های کمی	۳۰۸
۶۳ پرتوهای X و اتم	۳۱۰
پرتوهای X	۳۱۰
اتم	۳۱۱
اتم بور	۳۱۳
ترازمندی جرم-انرژی	۳۱۵
۶۴ رادیواکتیویته (پرتوزایی)	۳۱۷
پرسشهایی برای بحث	۳۱۷
مسئله‌های کمی	۳۱۸
۱۲ مقالات	
۶۵ مقالات	۳۲۳
نکاتی پیرامون برنامه ریزی و نوشتن یك مقاله	۳۲۳
عنوانهای برگزیده برای مقاله‌نویسی	۳۲۴
واژه‌نامه	۳۲۶
فهرست راهنما	۳۳۲
جدولهای ضمیمه	۳۴۲

MATH75.IR

پیشگفتار

هدفها

هر کتاب درسی فیزیکی که امروزه چاپ می‌شود باید دست‌کم دو نکته را رعایت کند. نخست اینکه تنها واحدهای SI را به‌کار گیرد، و دوم آنکه چیزی متفاوت از انبوه کتابهای موجود به‌دست دهد. بیشتر مسئله‌هایی که در پایان هر بخش از کتابهای درسی آمده‌اند، ودر واقع بسیاری از کتابهایی که تنها به‌پرسش اختصاص یافته‌اند، از روی ورقه‌های امتحانی GCE جمع‌آوری شده‌اند. این نوع پرسشها به‌منظور آزمودن آموخته‌های داوطلبان در پایان دورهٔ دو سالهٔ آنهـا طرح شده‌اند و بنابراین الزاماً نمی‌توانند به‌عنوان وسیله‌ای برای معرفی مبحثی جدید به‌دانش‌آموز بی‌تجربه به‌کار گرفته شوند.

پرسشهای این کتاب با تأکید بر این هدفها نوشته شده است: بالا بردن اعتماد، درك و علاقهٔ دانش‌آموز. ما کوشیده‌ایم بسیاری از پرسشها را طوری ساده کنیم که دانش‌آموز بتواند به‌آسانی از مرحله‌ای به‌مرحلهٔ دیگر راهنمایی شود. وقتی ایده‌ای دشوارتر ارائه می‌شود، اشاره‌هایی به عنوان راهنمای حل نیز خواهد آمد. باید بر این نکته تأکید کنیم که این کتاب به‌هیچ عنوان به‌شیوهٔ امتحان ارتباطی ندارد، بلکه امیدواریم کـه تأثیر آن به‌گسترش درك واقعیتر ایده‌های فیزیکی منجر شود و از این راه به‌بهبود امتحانات دانش‌آموزان کمك کند. امیدواریم این درك به‌دانش‌آموز توانایی لازم ببخشد تا با اطمینان از عهدهٔ دورهٔ دانشگاه برآید.

هنگام نوشتن پرسشها برخواسته‌های دانش‌آموز در دستیابی به‌این تواناییها تأکیـد ورزیده‌ایم (الف) دریافتی از مرتبـهٔ بزرگی، (ب) درك اهمیت انـرژی به‌عنوان یك مفهوم رابط، و (پ) آشنایی بـا ایده‌هـای میکروسکوپی و رفتار الکترونها، اتمها و مولکولها.

محتوا

این کتاب را طوری طرح‌ریزی کرده‌ایم که با کتاب درسیمان، اصول اساسی فیزیك، که برای سطح پیشرفته و متوسط نوشته شده است هماهنگی داشته باشد و در عین حال دقت کرده‌ایم کـه بتوان آن‌را به‌طور مستقل هم به‌کاربرد، پرسشهایی از نوع آزمون هم در آن گنجانده‌ایم، اما تعدادشان کم است، زیرا این نوع پرسشها از روی ورقه‌های امتحانی گوناگون به‌شکل کتاب، وباسرعت روزافزون دردسترس همگان قرارمی‌گیرند. به‌همین ترتیب، از مسائلی هم که در امتحانات بورسیه مطرح می‌شود تعداد کمی گنجانده‌ایم. تلاش کرده‌ایم مجموعه‌ای منظم تهیه کنیم که در آن هیچ مبحث مهمی از قلم نیفتاده باشد.

MATH75.IR

تقریباً در همهٔ بخشهای کتاب پرسشها را به‌دو گروه کیفی وکمی تقسیم کرده‌ایم. گروه اول برای بحث در کلاس است: کمتر پیش می‌آید که این پرسشها طوری باشند کـه دانش‌آموز بتواند با مراجعه به‌کتاب درسی ــ کاری که بیشتر دانش‌آموزان می‌کنند ــ به‌پاسخ آنها دست پیدا کند. از دانش‌آموز نمی‌خواهیم توضیحی از آن دست که در کتابهای درسی به‌تفصیل آمده است ارائه دهد، بلکـه غالباً می‌پرسیم: «چرا؟» همهٔ آنها پاسخ صریح ندارند. بعضی از آنها به‌این قصد نوشته شده‌اند که کار با کتاب را فراتر از آن ببرند کـه دانش‌آموز باید بیاموزد، و طوری ارائه شده‌اند که متضمن کاربرد مفید ایده‌هایی که باید با آنها آشنا شود، باشند. بعضی از آنها او را وامی‌دارند که از منابع تك‌موضوعی با جزئیات بیشتر که در کتابخانـه می‌توان یافت استفاده کند. بعضی دیگر صریحاً در جهت پرورش تفکر خلاق، به‌ویژه دربارهٔ مرتبهٔ بزرگی، نوشته شده‌اند.

بسیار تأسف‌انگیز است کـه بیشتر کارهای علمی یك دانش‌آموز در مدرسه، به‌جای خلاق بودن، تحلیلی است. از این‌رو فصل جامعی به‌نام **مقاله‌ها** را در این کتاب گنجانده‌ایم. درضمن آنکه برخی مباحث تاریخی و زندگینامه‌ای‌اند، بیشتر آنها به‌منظور ترغیب به‌مطالعه و تفکر در زمینه‌هایی برگزیده شده‌اند که هم برای دانش‌آموز و هم برای پیشرفتهای آیندهٔ علم فیزیك، جالب است.

جزئیات

(الف) رده‌بندی پرسشها. مطالب کتاب را به‌بخشهایـی جزء به‌جزء خرد کرده‌ایم، و هرجا مفید تشخیص داده‌ایم، آن بخش به‌بخشهایی فرعی تقسیم شده است. پرسشهایی که به‌منظور تفهیم بیشتر نکته‌ای خاص آمده‌اند باعلامتی ویژه مشخص شده‌اند که به‌بازشناسی موقعیت آن کمك می‌کند. پرسشهایی که با علامت † نموده شده‌اند، آسان و آنهایی که دارای علامت * هستند، یا مباحث ساده با راه حل پیشرفته‌اند یا مربوط به‌موضوعهایی هستند که اصولاً دانشگاهی شناخته می‌شوند. پرسشهایی که با م.پ (مرتبهٔ بزرگی) علامتگذاری شده‌اند در صفحهٔ ۲۵ و ۲۶ مورد بحث قرار گرفته‌اند.

(ب) مطالبی که باخط ایرانیك نوشته شده‌اند بر دو نوعند: (۱) راهنماییهایی برای حل مسائل دشوار و (۲) اطلاعات آموزنده برای مشخص کردن مناسبت یك مسئله، وابستگی آن با مباحث دیگر، یـا شاید اهمیت مرتبهٔ بزرگی پاسخ.

(پ) روشهای بسیاری به‌کار برده‌ایم تا سادگی حل مسئله‌ها را حفظ کنیم. در بسیاری ازموارد اطلاعات با دو رقم معنی‌دار و هرجا که ممکن بوده است به‌صورت اعداد گرد داده شده‌اند. ما حجم و سطح را بیشتر از شعاع، و وزن را بیشتر از (جرم $\times g_0$)ی همه‌جا حاضر و جز اینها، آورده‌ایم، زیرا بسیاری از دانش‌آموزان وقتی با محاسبهٔ عددی طولانی روبه‌رو می‌شوند، دید خود را از اصول فیزیکی از دست می‌دهند.

(ت) پاسخها. آنجا که پرسشی به‌چند مرحله تقسیم شده است، معمولاً فقط به‌آوردن چند پاسخ برگزیده اکتفا کرده‌ایم. اگر راه‌حل آنقدر ساده باشد که از روی پاسخ بتوان آن را دریافت، پاسخ حذف می‌شود.

MATH75.IR

پیشگفتار ویرایش جدید

طرح کلی این کتاب طوری تغییر یافته است که آن را با کتاب اصول اساسی فیزیک در یك راستا قرار دهد، به‌این معنی که چند بخش در فصل ۵ دوباره شماره‌گذاری شد، و جـای بخشهای ۶۰ و ۶۱ با هم عوض شد. بسیاری از اصلاحاتی که در ویرایش جدید انجام گرفته است، درهنگام نوشتن ویرایش نخست این کتاب پیش‌بینی شده بـود، بنابراین چاپ کنونی با چاپ پیشین، تنها در جزئیـات تفاوت دارد. تعدادی از پرسشها به‌منظور روشنترشدن، دوباره نوشته شده‌اند، هرکدام که مفید تشخیص داده نشد، حذف و گزیده‌ای از پرسشهای جدید اضافه شده است. برخی از این پرسشهای جدید در قالب مواد درسی موجود گنجانده شدند و بعضی (مانند آنچه در مبحث آنتروپی آمده است) چنان نوشته شدند که از قلمرو مواد درسی فراتر رفته، آن‌را گسترش دهند.

جنبهٔ جدیدی که برای مراجعه سودمند خواهد بود، صفحه‌ای است شامل روابط مفید کـه در ابتدای هر بخش افزوده شده است.

ما متوجه هستیم که پرسشهای کتاب بیش از آن است کـه یك نفر بتواند از آن استفاده کند، با این حال، امیدواریم که این امکان را فراهم آورده باشیم که هرکس به‌فراخور خود، گزینش مناسبی از آن به‌عمل آورد.

لازم است به‌جهت رسم شکلهای جدید، به‌روشی که باشکلهای کتاب اصلی کاملاً هماهنگ شوند از گروه پارکوی، سپاسگزاری کنیم.

پ. م. و
شربورن، دورست

م. ج. ه
کانتربری کنت

MATH75.IR

۱ مقدمهٔ کلی

مقدمه

ریاضیات

مسئله‌های فیزیک

مرتبهٔ بزرگی

خطاها، ابعاد، نمودارها

MATH75.IR

مقدمه

در بارهٔ این کتاب
معنی کلمات در پرسشها
پیشوند واحدهای SI
چند رابطهٔ مفید
ماهیت وحالت معادلات فیزیکی

در بارهٔ این کتاب

پیش ازخواندن این قسمت توصیه می‌شود به پیشگفتار مراجعه کنید. هدفهای این کتاب وروشهایی که برای رسیدن به آنها اتخاذ کرده‌ایم، در پیشگفتار آمده است. به ویژه به روشهایی که برای رده‌بندی گونه‌های مختلف پرسشها به کار گرفته‌ایم، توجه کنید.

بسیاری از این پرسشها به مقادیر عددی ثابتهای بنیادی، یا خواص فیزیکی ویژه نیاز دارند، ودرانتهای این مسئله‌ها مشخص کرده‌ایم که کدام یك را باید به کار برد. برای سهولت، مقادیر این ثابتها درصفحات اول وآخر کتاب چاپ شده‌است. در پاسخ به این مسئله‌ها هیچ اطلاعات دیگری نباید در نظر گرفته شود. مثلاً، کمیتهای R، N_A، k، وحجم مولی گاز کامل دردما وفشارمتعارف، همه‌رابطهٔ نزدیکی باهم‌دارند، ودرصورتی‌که ثابتها جز آنچه داده شده است، فرض شود، نکتهٔ‌مهم پرسش از میان می‌رود.

بعضی از پرسشها با علامت م.ب مشخص شده‌اند، که مخفف مرتبهٔ بزرگی است. درمورد این گونه پرسشها ناچار خواهید بود فرضهای خود را به کار بگیرید. جزئیات بیشتر دربارهٔ این گونه پرسشها ویك مثال حل شده درصفحهٔ ۲۵ و ۲۶ آمده است.

اگر به متنهای قدیمیتر مراجعه کنید، اطلاعاتی را می‌یابید که بر حسب واحدهای SI نیستند. تبدیل‌واحدها رامی‌توانید درکتاب جدول ثابتهای فیزیکی و شیمیایی، تألیف **کی** و **لیبی** (انتشارات لانگمن) بیابید.

معنی کلمات در پرسشها

گرچه این کتاب در مورد پرسشهای امتحانی نیست، متوجه استفادهٔ مکرر کلماتی که برحسب عادت دراین گونه پرسشها به کارمی‌روندخواهیدشد، توصیه می‌شود که معنی این کلمات راکاملا به ذهن بسپارید.

چند مثال:

(الف) **تعریف کنید** به‌معنی آن است‌که «گزاره‌ای کوتاه ولی کاملاصریح» ارائه‌دهید. بنابراین بهترین شیوهٔ تعریف یك کمیت فیزیکی، ارائه‌آن، به وسیلهٔ یك رابطهٔ جبری است. نمادهایی که درمعادله به کارمی‌روند ابتدا باید تعریف شوند. تعاریف در صفحه ۴ بیشتر مورد بحث قرار گرفته‌اند.

(ب) **توضیح دهید** (یامنظوراز... چیست؟) به‌جزئیات بیشتری نیازمنداست. بین بیان صوری که فشاررا دریك نقطه ازسیال‌تعریف می‌کندباتوضیح میکروسکوپی فشارکه به‌ماهیت آن وعوامل به‌وجود آورنده‌اش دریك‌نقطه‌ازسیال می‌پردازد، تفاوت‌چشمگیری وجود دارد. (باوجوداین اغلب بهتراست که این توضیح را از بسط تعریف به‌دست آوریم.)

(پ) کلمهٔ‌فیزیکی دریك پرسش‌معمولااین‌نکته‌رامی‌رساند که پاسخ باید شامل توضیح مربوط به سازوکاری باشدکه فرایندی‌توسط‌آن انجام‌می‌گیرد. این موارد، دربیشتراوقات توصیف رفتارفرضی‌ذرات زیرمیکروسکوپی‌مانندالکترونها یا مولکولها را برمبنای مدلهای خاص دربرمی‌گیرد.

مثلا، فرض‌کنید ازماخواسته شود توضیحی‌فیزیکی‌ارائه دهیم که چرایك‌فلزدرشرایط ویژه، معمولا بیشتراز یك‌غیرفلز

MATH75.IR

گرما را هدایت می‌کند. اگر معادلهٔ تعریف کنندهٔ هدایت گرمایی، λ، را بیاوریم، و بعد یادآوری کنیم که مقدار λ در فلز بزرگتر از λ در غیرفلز است، پاسخ این پرسش را نداده‌ایم. لازم است که به تشریح میکروسکوپی فرایندهای فیزیکی انتقال انرژی در این دو نوع ماده بپردازیم.

(ت) کلمات دیگری که گاه در پرسشها می‌آیند عبارتند از: شرح دهید، بحث کنید، مقایسه کنید، مقابله کنید، و جز اینها. همیشه باید پیش از پاسخ دادن دقت کنید آنچه را که از شما خواسته شده است انجام دهید. برای مقایسه و مقابله کردن تنها کافی نیست که زوجی از فهرستهای متناظر تهیه کنید و مقایسه‌های ضروری را به خواننده واگذارید.

پیشوندها نیز در صفحات اول و آخر کتاب آمده است.

چند رابطهٔ مفید

هر قسمت این کتاب با صفحه‌ای آغاز می‌شود که در آن چند رابطهٔ مفید آمده است. این رابطه‌ها عموماً از نوع اول رده‌بندی پیشین، یعنی از نوع تعاریفند. معادله‌های تعریف کننده صریحاً به کمیتهایی که تعریف می‌شوند و نمادهای آنها اشاره می‌کنند، اما برای اختصار، نمادهای دیگر تعریف نشده‌اند. درصورت ضرورت، خواننده می‌تواند به کتاب اصول اساسی فیزیک، نوشتهٔ همین مؤلفان، مراجعه کند. تأکیدما بر اهمیت توجه به

پیشوند	نماد	معنی	مثالهای معمول	
آتو	a	10^{-18}	بار الکترونی	$e=-0/16\,aC$
فمتو	f	10^{-15}	انرژی یك فوتون نمونهٔ پرتو X	$W=1\,fJ$
پیکو	p	10^{-12}	ظرفیت یك خازن متغیر میکایی	$C=6/0\,pF$
نانو	n	10^{-9}	طول موج نورسدیوم	$\lambda=589\,nm$
میکرو	μ	10^{-6}	جریان عبوری در یك دیود اتصالی	$I=3/5\,\mu A$
میلی	m	10^{-3}	اندوکتانس یك سیملولهٔ توخالی	$L=5/7\,mH$
کیلو	k	10^{3}	توان یك بخاری برقی	$P=2/5\,kW$
مگا	M	10^{6}	فشارمتعارف	$P_0=0/10\,MPa$
گیگا	G	10^{9}	نیمه عمرواپاشی رادیوم	$T_{\frac{1}{2}}=51\,Gs$
ترا	T	10^{12}	بسامد نمونه امواج در وسط بخش فروسرخی طیف	$f=10\,THz$
پتا	P	10^{15}	بسامد آستانه برای سزیوم	$\gamma_0=0/45\,PHz$
اگزا	E	10^{18}	کشش زمین برروی ماه	$F=100\,EN$

پیشوند واحدهای SI

برای کاربرد واحدهای اصلی و فرعی SI پیشوندهای مشخصی پذیرفته شده است. همهٔ آنهایی که در فهرست زیر آمده‌اند، به شکل 10^{3n} هستند، که n عدد صحیح مثبت یا منفی است. در گذشته، همهٔ این پیشوندها کاربرد وسیعی نداشته است، ولی به نظر می‌رسد که احتمالا در آینده، بیشتر آنها در سطحی گسترده به کار روند. به همین سبب در پرسشهای این کتاب آنها را فراوان به کار برده‌ایم. لازم است که هرچه زودتر با این پیشوندها آشنا شوید و برای آنکه مفهوم آنها را بهتر درك کنید چند نمونهٔ مشخص نیز در جدول آورده‌ایم. مقادیر این

شرایطی است که تحت آن، می‌توان یك معادلهٔ ویژه را به شکلی که آمده است، به کار گرفت.

ماهیت وحالت معادلات فیزیکی

حل مسئله‌های فیزیك اغلب به صورت گزینش فرمولی مناسب در نظر گرفته می‌شود که بتوان اعداد را در آن جایگزین کرد. با اینکه ممکن است این روش‌گاهی برای یافتن پاسخ روش سریعی باشد، به هیچ روی مفاهیم فیزیکی را نمی‌آموزد. باوجود این، فیزیك در درجهٔ اول انضباطی دقیق (از نظر کمی) است، و این بدان معنی است که بیشتر کارما به معادلات مربوط می‌شود.

MATH75.IR

هدف‌ازاین‌پاراگراف، نشان‌دادن اهمیت نسبی معادلات است، تا شما خود بتوانید تصمیم بگیرید که چه چیزی لازم است‌فراگرفته شود. نمی‌توان‌هرمعادله‌راد‌ریک‌رده‌بندی کاملا مشخص‌قرارداد، ولی می‌توان‌گروهبندی زیررا برای بیشتر معادله‌ها پذیرفت:

(الف) **معادله‌های تعریف‌کننده**. این‌گونه‌معادلات‌رشته اعمالی‌راکه یك‌کمیت‌فیزیك جدیدرا به‌کمیتی‌ازپیش‌تعریف شده، و درضمن‌آن به هفت‌کمیت بنیادی، مربوط می‌کند، جمعبندی‌می‌کنند. مثلا،معادلهٔ‌تعریف‌کنندهٔ‌پتانسیل‌الکتریکی، معادله‌ای‌است‌که V را با Wیعنی انرژی پتانسیل الکتریکی بارآزمون، Q_0، به‌صورت $V=W/Q_0$، مربوط می‌کند.

به‌یك معنی یك‌معادلهٔ تعریف‌کننده نوعی‌قرارداد است، و دراین‌صورت، نمی‌تواند غلط‌باشد: بااین‌همه، قراردادهای ویژه‌کم‌فایده‌ترازقراردادهای مشاهده شدهٔ عامند و اگرهمهٔ ما قراردادی یکسان را به کار بریم، از بسیاری اشتباهها جلوگیری می‌شود. بنابراین باید معادله‌های تعریف‌کننده‌را آموخت.

(ب) **قوانین**. قانون گزاره‌ای‌است‌که بادقت وسادگی زیاد، ایده‌هایی بااهمیت بنیادی‌را، جمعبندی می‌کند. قانون معمولا به‌صورت معادله‌ای بیان می‌شودکه نمادهای مربوط به مشاهدات تجربی، یا به‌عبارت ساده‌تر، کمیتهای‌فیزیکی‌را به‌هم مربوط‌می‌کند. بنابراین، وقتی‌که نمادهای به‌کاررفته به‌روشنی‌تعریف‌شده‌باشند،معادلهٔ $F=Gm_1m_2/r^2$نمایانگر قانون نیوتون در مورد گرانش عمومی است. معادله‌هایی که نمایانگرقوانینند بایدآموخته شوند، یادست‌کم‌فیزیکدان باید بتواند معادلاتی راکه نمایانگر گزارهٔ شفاهی قوانینند، بنویسد.

(پ) **اصول و نتایج مفید**. معادله‌های بسیاری‌درفیزیك وجوددارندکه نتیجهٔ کاربردقوانین ومعادله‌های‌تعریف‌کننده در شرایطی‌اندکه اکثراً باآنها مواجه می‌شویم. این نتایج آنچنان فراوان‌به‌کارمی‌روندکه‌اگرآنها رابه‌خاطربسپاریم، صرفه‌جویی‌زیادی‌دروقت خواهیم کرد. معادلات معروف زیر نمونه‌هایی از گزینشی کتره‌ای (تصادفی) هستند:

$$Fs=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mu^2$$

$$\text{مقدار ثابت}=p+\frac{1}{2}\rho v^2+h\rho g$$

$$p=\frac{1}{3}\rho\bar{c}^2$$

$$n=\frac{\sin[(A+D_{\min})/2]}{\sin A/2}$$

$$V=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{Q}{r}$$

$$\mathbf{E}=\sigma/\varepsilon_0$$

$$\mathcal{E}=I(R+r)$$

باید تأکید شودکه آموختن‌هیچ‌یك‌ازاین معادله‌ها به‌طورجدی لازم نیست، ولی استنتاج معادلهٔ مثلا $p=\frac{1}{3}\rho\bar{c}^2$ برای‌یك نوآموز فیزیك دشوار ووقت گیر است. بنابراین آموختن این‌گونه معادله‌ها نیزمفید است، به‌شرط‌آنکه همیشه‌به‌خاطر داشته باشیم‌که آنچه اهمیت دارد، چگونگی استنتاج این معادلات است.

اگرمطمئن نیستیدکه معادله‌ای ازاین‌نوع‌را دقیقاً به‌خاطر داریدیانه، همیشه‌می‌توانیدیك وارسی ذهنی‌سریع‌انجام‌دهید که دست‌کم‌آنچه درذهن داریدازنظرابعادی سازگار باشد.

مثال: فرض می‌کنیم‌که انرژی ذخیره شده توسط یك‌القاء L را به صورت $\frac{1}{2}LI$ می‌پنداریم. این‌عبارت دارای‌واحد $(\mathrm{VsA^{-1}})\times(\mathrm{A})=\mathrm{Vs}=\mathrm{JsC^{-1}}$است. حال‌آنکه‌واحد انرژی J است. بنابراین برای به‌دست‌آوردن واحد J باید عبارت بالا را در $\mathrm{Cs^{-1}}$ یعنی A ضرب‌کنیم. به این نتیجه می‌رسیم‌که معادله احتمالا باید به صورت

$$W=\frac{1}{2}LI^2$$

باشد.

(بی‌درنگ‌باید تشخیص‌دهیم‌که انرژی ذخیره‌شده می‌تواند باعبارتی معرفی شودکه درآن یك متغیرمجذور وجود دارد.)

(ت) **نتایج ویژه**. گاهی دریك‌کتاب درسی به تحلیلی برمی‌خوریدکه نتیجهٔ نهایی آن تنها برای شرایط ویژه‌ای کاربرد دارد. مثلا می‌توان نشان داد که، وقتی دوخازن

MATH75.IR

به هم وصل شوند ΔW ، افت انرژی پتانسیل الکتریکی، از معادلهٔ زیر به‌دست می آید:

$$\Delta W = \frac{\frac{1}{2}(C_2Q_1 - C_1Q_2)^2}{C_1C_2(C_1+C_2)}$$

کوششی که صرف یادگرفتن این معادله می‌شود، بهتر است در راه یادگرفتن اصولی به‌کار رود که معادله از روی آنها به‌دست می‌آید. تصور اینکه آموختن این معادلات هم ارز درك ایده‌هایی است که در پشت آنها وجود دارد، اشتباهی متداول است، و اغلب کاربردی نادرست می‌یابند و در موقعیتهایی به‌کار می‌روند که صحیح نیست. این معادله‌ها را نباید از بر کرد.

البته دلایلی وجود دارد که یك متخصص بارها این گونه معادله‌ها را به‌کار می‌برد.

مثلا ممکن است بخواهد معادلهٔ

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} = \frac{1/23\ \text{nm}}{\sqrt{V/\text{ولت}}}$$

را به‌کار ببرد. او این معادله را از بر نمی‌کند (با اینکه بدون تردید پس از چندبار استفاده از این معادله آن‌را از بر خواهد کرد) بلکه آن را می‌نویسد تا در مواقع لزوم به آن مراجعه کند.

جمعبندی

وقتی که برای نخستین بار به معادله‌ای ویژه برمی‌خورید، از خود بپرسید که از کدام یك از این انواع است:

(الف) تعریف،

(ب) قانون،

(پ) ایده‌ای مهم که بارها و بارها از آن استفاده خواهید کرد، یا

(ت) تنها در یك وضعیت به‌کار بردنی است.

معادله‌های نوع (ت) را از بر نکنید.

MATH75.IR

ریاضیات

ارقام معنی‌دار — چند رابطهٔ مفید ریاضی

تقریبها — حساب دیفرانسیل و انتگرال

ارقام معنی‌دار

هیچ اندازه گیری فیزیکی کاملا دقیق نیست، و اگر نتیجهٔ یك اندازه گیری به‌صورت رقم گزارش می‌شود، برای آنکه تأثیری مناسب داشته باشد، عدم قطعیت آن نیز باید داده شود. بدینسان می‌توان نتیجهٔ اندازه گیری یك جرم را به صورت

$$m = (۱/۲۵ \pm ۰/۰۲)\,\mathrm{kg}$$

گزارش داد. این گزارش نشان می‌دهد که بهترین برآورد رقم معنی‌دار سوم ۵ است، ولی همچنین بیانگر این نکته است که درهنگام اندازه گیری، عدم قطعیتی تجربی به اندازهٔ $\pm ۰/۰۲$ وجود داشته است، و مقدار واقعی m می‌تواند حداکثر $۱/۲۷\,\mathrm{kg}$ و حداقل $۱/۲۳\,\mathrm{kg}$ باشد. براین اساس، اگر این مقدار m را در محاسبه‌ای منظور کنیم، نمی‌توانیم بیش از دقت یك بر ۶۰ به درستی نتیجه اطمینان داشته باشیم. وقتی که نتیجهٔ آزمایشی را باید منتشر کنیم، لازم است که حدود عدم قطعیت تجربی خود را نیز صریحاً قید کنیم تا نتایجمان برای دیگران نیز ارزشمند باشد.

یکی از روشهای نشان دادن دقت و درستی یك اندازه گیری این است که آن را با تعداد قابل قبولی ارقام معنی‌دار بیاوریم. ما از $m = ۱/۲۵\,\mathrm{kg}$ دو نکته را درمی‌یابیم. یکی اینکه ۵ بهترین تخمین برای رقم معنی‌دار سوم است. دیگر آنکه احتمال اینکه رقم معنی‌دار سوم مثلا ۱ باشد رد نشده است. ما با نوشتن سه رقم معنی‌دار، عدم قطعیتی برابر $\pm ۰/۰۱\,\mathrm{kg}$ را اعلام نکرده‌ایم. وقتی که این مقدار، m، را در محاسبه به کار می‌بریم، نوشتن نتایج با بیش از سه رقم معنی‌دار (مگر در وضعیتهای ویژه) بی‌معنی خواهد بود. قاعده‌های صوری بسیاری برای تحلیل خطاهای احتمالی وجود دارند که، شیوهٔ کاربرد آنها سلاح مهمی در دست فیزیکدان است. با این همه، در کتابی از این دست و انهادن تمامی محاسبات به این نوع تحلیلها، کاری بی‌معنی خواهد بود.

بنابراین در این کتاب، شیوه زیر را پذیرفته‌ایم. باچند استثنا اطلاعات عددی با دو رقم معنی‌دار داده می‌شود (برای صرفه‌جویی در وقتی که با محاسبات طولانی تلف می‌شود). به شما توصیه می‌شود که هر مرحلهٔ محاسبهٔ خود را تا سه رقم معنی‌دار انجام دهید، و نتیجهٔ نهایی را تا دو رقم معنی‌دار گرد کنید. البته گاهی هم این شیوه کاملا درست درنمی‌آید. ولی احساس ما این است که از دقت خیلی زیاد هم چیزی حاصل نمی‌شود، درحالی که با شیوهٔ پیشنهادی ما در وقت هم صرفه‌جویی می‌شود.

شما باید مواظب مسئله‌هایی باشید که در آنها ماهیت محاسبات، تعداد ارقامی را که باید در پاسخ بیاید به میزان چشمگیری کاهش می‌دهد. مثلا، محاسبهٔ اختلاف دو کمیت خیلی نزدیك به هم را در نظر بگیرید:

$$\Delta\lambda = \lambda_۲ - \lambda_۱ = ۵۸۹/۵۹\,\mathrm{nm} - ۵۸۹/۰۰\,\mathrm{nm}$$

$$\Delta l = ۰/۵۹\,\mathrm{nm}$$

اطلاعات پنج‌رقمی به حصول کمیتی منجر شده است که عدم قطعیت آن دست‌کم ۱ به ۶۰ است.

MATH75.IR

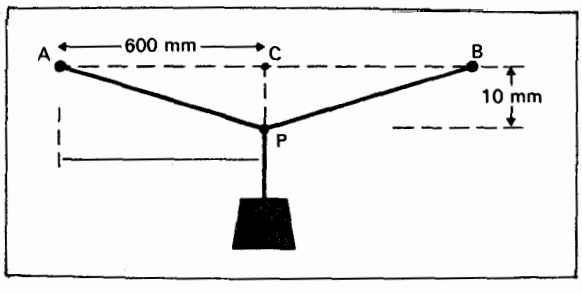
تقریبها

اغلب اوقات، می‌توان با ساده کردن تقریبها درضمن محاسبه، نتیجه را بسیار آسانتر و با درستی بیشتر به‌دست آورد. هیچ قاعدهٔ کلی وقاطعی‌رادراین‌مورد نمی‌توان پیشنهاد کرد زیرا هرشرایطی خصوصیات ویژهٔ خودرا دارد وتجربه به ما این توانایی‌رامی‌دهد که در مورد هرمسئلهٔ خاص‌تصمیم‌لازم را بگیریم.

مثالهایی که درزیرخواهندآمد برای آن است که شما را درفکرکردن راهنمایی کنند. این‌مثالها نشان‌می‌دهند که گاهی روش‌بدیهی‌پرداختن به‌یك مسئله، مسئله‌ای که حل آن مستلزم به‌کارگرفتن مقدارزیادی عملیات حسابی چهاررقمی‌است، بینش چندانی از آن فرایند فیزیکی که درمسئله مطرح بوده است، پدید نمی‌آورد.

مثال ۱-۱ تغییرکوچك در طول

به نمودار نگاه کنید. به نقطهٔ P واقع دروسط سیم APB، وزنه‌ای می‌آویزیم، در نتیجه، وسط سیم به اندازهٔ ۱۰ mm پایین می‌آید. افزایش طول نصف سیم چقدر است؟



(الف) طول جدید را $l = AP$ فرض می کنیم. بنا برقضیهٔ فیثاغورس،

$$l^2 = (600\ \text{mm})^2 + (10\ \text{mm})^2$$
$$= 36/01 \times 10^4\ \text{mm}^2$$

با استفاده‌ازجدولهای چهاررقمی جذر $36/01 \times 10^4$ برابر $600/1$ می‌شود.

بنا براین، $(l = 600/1\ \text{mm})$ یعنی افزایش طول نصف سیم برابر $0/1\ \text{mm}$ است.

(ب) فرض می کنیم افزایش طول نصف سیم Δx باشد، بنا براین:

$$AP = (600\text{mm} + \Delta x)^2 =$$
$$(600\text{mm})^2 + (10\text{mm})^2$$
$$1200\,\Delta x\ \text{mm} + \Delta x^2 = 100\ \text{mm}^2$$

دراینجا بلافاصله 10mm به‌عنوان کمیت مهمی که اندازهٔ Δx راتعیین می کند، خودرانشان می‌دهد. چون $\Delta x \sim 0/1\text{mm}$، نتیجه می‌شود که $\Delta x^2 \sim 0/01\ \text{mm}^2$، و می‌توانیم در مقابل 10^2 از 10^{-2} صرف‌نظر کنیم.

$$\therefore\quad 1200\,\Delta x \approx 100\ \text{mm}$$

درنتیجه $$\Delta x \approx 0/083\ \text{mm}$$

توجه

(*i*) کاربردناآگاهانهٔ جدولهای چهاررقمی، پاسخی با درصد خطای تقریبی ۲۰٪ به ما می‌داد.

(*ii*) ایده‌ای که در (ب) به‌کاررفته‌است مشابه آن چیزی است که امکان نوشتن عبارات زیررا (برای مقادیرکوچك α) برای ما فراهم می‌آورد:

$$\sqrt{1+2\alpha} \approx 1+\alpha$$

مثال ۱-۲ تفاوت میان دوکمیت تقریباً مساوی

کمیت $(1/R_1 + 1/R_2)$ برای یك عدسی نازك $0/00 \times 10^{-2}\text{mm}^{-1}$ است. تفاوت میان فاصله‌های کانونی این عدسیها را برای نورهای C (قرمز) و F (آبی) ازخطوط فرانهوفر، درصورتی‌که $n_C = 1/514$ و $n_F = 1/524$ باشد، تعیین کنید.

(الف) می‌توانیم فاصله‌های کانونی را به صورت زیر به‌دست آوریم:

$$\frac{1}{f_C} = (n_C - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$
$$= (0/514) \times (10^{-2}\text{mm}^{-1})$$

به کمك خط کش محاسبه:

MATH75.IR

$$f_C = ۱۹(۵)\,\text{mm}$$

وهمچنین:

$$f_F = ۱۹(۱)\,\text{mm}$$

بنابراین تفاوت فاصله‌های کانونی چنین است:

$$\Delta f = f_C - f_F = ۴\,\text{mm}$$

توجه کنید که در Δf عدم قطعیتی درحدود ۲mm داریم، که درصد خطایی درحدود ۵۰٪ است. اگر هنگام کار با خط‌کش محاسبه دقت کافی نمی‌کردیم به‌سادگی ممکن بود برای Δf پاسخهای ۲ mm یا ۶ mm به دست آید.

(ب) شیوهٔ بهتر آن است که تفاوت میان فاصله‌های کانونی را مستقیماً محاسبه کنیم. زیرا:

$$\frac{۱}{f} = k(n-۱)$$، که در آن $k = ۱/۰۰ \times ۱۰^{-۲}\,\text{mm}^{-۱}$

با مشتق گرفتن از دوطرف این معادله:

$$-\frac{\delta f}{f^۲} = k\delta n$$

پس:

$$\Delta f \approx -k f^۲ \Delta n$$

علامت منفی بیانگر این نکته است که f با کاهش n افزایش می‌یابد (به‌خاطر آنکه نسبت عکس دارند). با استفاده از مقدار میانگین f که ۱۹۳ mm است (از حل بالا):

$$\Delta f \approx -(۱/۰۰ \times ۱۰^{-۲}\text{mm}^{-۱}) \times (۳/۷۲ \times ۱۰^{۴}\,\text{mm}^{۲})(۱/۵۱۴ - ۱/۵۲۴)$$

که به‌دست خواهیم آورد:

$$\Delta f = ۳/۷\,\text{mm}$$

کار بدون دقت با خط‌کش محاسبه در روش (ب) ما را به خطایی کمتر از عدم قطعیت ناشی از این واقعیت که Δn با تقریب یك به ده شناخته شده است، می‌رساند.

چند رابطهٔ مفید ریاضی

در اینجا جهت مراجعه چند رابطهٔ مفید گردآوری شده‌اند.

جبر

قضیهٔ دوجمله‌ای

$$(۱+x)^n = ۱ + nx + \frac{n(n-۱)}{۱\times۲}x^۲ + \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۱\times۲\times۳}x^۳ + \cdots$$

اگر $x \ll ۱$:

$$(۱+x)^n \approx ۱ + nx$$

$$(۱+x)^{-n} \approx ۱ - nx$$

این تقریبهای مفید وقتی معتبرند که بتوانیم از $x^۲$ چشم بپوشیم.

معادلات درجهٔ دوم

جوابهای معادلهٔ $ax^۲ + bx + c = ۰$ چنین است:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^۲ - ۴ac}}{۲a}$$

لگاریتم

مبنای لگاریتمهای معمولی عدد ۱۰ است.

بنابراین اگر: $x = ۱۰^y$

آنگاه: $y = \log x$

که منظور از $\log x$، $\log_{۱۰} x$ است.

مبنای لگاریتم طبیعی عدد e است.

بنابراین اگر: $x = e^y$

آنگاه: $y = \ln x$

که منظور از $\ln x$، $\log_e x$ است.

و e چنین تعریف می‌شود:

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(۱ + \frac{۱}{n}\right)^n = ۲/۷۱۸\ldots$$

$$\ln(۱+x) = x - \frac{x^۲}{۲} + \frac{x^۳}{۳} - \cdots$$

رابطهٔ لگاریتمهای طبیعی ومعمولی چنین است:

$$\ln x = (۲/۳۰۳)\log x$$

و

$$\log x = (۰/۴۳۴)\ln x$$

مثلثات

زاویهٔ θ که روبه‌روی طول s از قوس دایره‌ای به شعاع r واقع است، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\theta\,[\text{rad}]=\frac{s}{r}$$

که از آن نتیجه می‌شود:

$$1\ \text{rad}=\frac{180^\circ}{\pi}\approx 57/3^\circ$$

اگر $x=\sin\theta$، می‌گوییم θ زاویه‌ای است که سینوس آن x است و می‌نویسیم:

$$\theta=\arcsin x$$

رابطه‌های مفید

نشانه‌ها: خطوط مثلثاتی مثبت:
ربع اول: همه‌خطوط؛ ربع دوم: سینوس؛ ربع سوم: تانژانت؛ ربع چهارم: کسینوس؛

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$$

$$\sin A+\sin B=2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos A+\cos B=2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\sin(A\pm B)=\sin A\cos B\pm\cos A\sin B$$

$$\cos(A\pm B)=\cos A\cos B\mp\sin A\sin B$$

قانون سینوسها (درهرمثلث):

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

قانون کسینوسها (درهرمثلث):

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

چون

$$\sin\theta=\theta-\frac{\theta^3}{3!}+\frac{\theta^5}{5!}-\cdots$$

و

$$\cos\theta=1-\frac{\theta^2}{2!}+\frac{\theta^4}{4!}-\cdots$$

پس

$$\operatorname{tg}\theta=\theta+\frac{\theta^3}{3!}+\frac{\theta^5}{5!}+\cdots$$

در نتیجه وقتی که $\theta\ll 1$ (مثلا حدود $0/1\ \text{rad}$)

$$\sin\theta\approx\operatorname{tg}\theta\approx\theta \quad \text{ولی} \quad \cos\theta\approx 1.$$

حساب دیفرانسیل و انتگرال

مشتق و انتگرال

$y=f(x)$	$\frac{dy}{dx}=f'(x)$	$\int_y dx$
$y=x^n$	$n x^{n-1}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C(n\neq -1)$
$y=x^{-1}$	$-x^{-2}$	$\ln x+C$
$y=\ln x$	x^{-1}	$x\ln x-x+C$
$y=\sin x$	$\cos x$	$-\cos x+C$
$y=\cos x$	$-\sin x$	$\sin x+C$

C ثابت انتگرالگیری است، که مقدار آن از حدود انتگرالگیری به‌دست می‌آید.

مقدار متوسط یك تابع

$\langle y\rangle$ مقدار متوسط یا میانگین تابع $y=f(x)$، $\langle y\rangle$، در فاصلهٔ $x=a$ تا $x=b$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\langle y\rangle=\frac{1}{b-a}\int_a^b y\,dx$$

به‌همین ترتیب

$$\langle y^2\rangle=\frac{1}{b-a}\int_a^b y^2\,dx$$

مقدار جذر میانگین مربعات (ج.م.م) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$y_{\text{ج.م.م}}=\sqrt{\langle y^2\rangle}$$

درمورد یك تابع دوره‌ای فاصلهٔ $(b-a)$ را به‌عنوان اعداد انتگرال در یك دوره یا نیم دوره در نظر می‌گیرند.

MATH75.IR

* معادلات دیفرانسیل در فیزیک

خاستگاه

همانطور که درمثالهای زیرخواهیددید معادلات دیفرانسیل در بسیاری از شاخه‌های فیزیک رخ می‌نمایند.

(الف) **مکانیک.** حل بسیاری از مسئله‌های دینامیک به معادلهٔ زیر بستگی دارد:

$$F = m\mathbf{a} = m\left(\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}\right)$$

$\mathbf{F}$ می‌تواند تابع $\mathbf{x}$، t یا $\dot{\mathbf{x}}$ باشد و ما باید برای یافتن $\mathbf{x}$ به‌عنوان تابعی از t، انتگرال بگیریم.

(ب) **نوسانها و امواج.** وقتی که $\mathbf{F}$ را بتوان به شکل $-k\mathbf{x}$ نوشت، معادلهٔ بالا چنین می‌شود:

$$m\left(\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}\right) + k\mathbf{x} = 0$$

که **معادلهٔ دیفرانسیل حرکت هماهنگ ساده** نامیده می‌شود. حل این مسئله درزیرمورد بحث قرار گرفته است. حرکتهای موجی نیزچنین معادلهٔ دیفرانسیل مهمی دارند: دریك بعد می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

(پ) **شارش گرما.** میزان گرمایی که دریك بعد در ماده شارش می‌یابد با این معادلهٔ دیفرانسیل توصیف می‌شود:

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda A\left(\frac{d\theta}{dx}\right)$$

اگردرشرایط معینی dQ/dt ثابت، و λ و A هردو به x بستگی داشته باشند، باید انتگرال گرفت تا تغییرات θ برحسب x به‌دست آید.

(ت) **مدارهای** $D.C.$. افزایش شدت جریان درمداری LR که جریان مستقیم‌درآن برقراراست بااین‌رابطه توصیف می‌شود:

$$\mathcal{E} = L\left(\frac{dI}{dt}\right) + IR$$

تخلیهٔ باررروی صفحات یك خازن درمداری CR که درآن جریان متناوب برقراراست بامعادلهٔ زیرتوصیف می‌شود:

$$IR + \frac{Q}{C} = 0$$

$$R\left(\frac{dQ}{dt}\right) + \frac{Q}{C} = 0$$

(ث) **مدارهای** $A.C.$. به‌کاربردن‌قانون‌بقای‌انرژی‌دریك مدار $a.c.$ به‌معادلهٔ دیفرانسیل زیرمنجرمی‌شود:

$$\mathcal{E}_0 \cos \omega t = L\left(\frac{dI}{dt}\right) + \frac{Q}{C} + IR$$

چون $I = \dfrac{dQ}{dt}$، می‌توان نوشت:

$$\mathcal{E}_0 \cos \omega t = L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q$$

که با حل‌این معادلهٔ دیفرانسیل، Q (I و) برحسب t به‌دست می‌آیند.

(ج) **واپاشی رادیواکتیو.** فروپاشی یك‌هستهٔ‌رادیواکتیو فرایندی‌کاملاکتره‌ای است. یعنی dN/dt —، آهنگ‌واپاشی یك‌نمونهٔ خاص، با N یعنی‌تعداد (زیاد) هسته‌هایی که‌درآن وجود دارند، متناسب است. می‌نویسیم:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

اگریك رادیوایزوتوپ دریك راکتورهسته‌ای‌باآهنگ‌ثابت C آفریده شود، ولی درعین‌حال‌هستهٔ جدید باآهنگ $-\lambda N$ — فروپاشد، می‌توانیم میزان خالص‌افزایش هسته‌ها را ازاین رابطه محاسبه‌کنیم:

$$\frac{dN}{dt} = C - \lambda N$$

تعداد هسته‌هایی راکه پس‌ازفاصله‌زمانی‌معینی‌باقی‌می‌مانند، می‌توان‌باحل‌این‌معادلهٔ‌دیفرانسیل، یافت. (به‌تشابهی‌که میان

$$\frac{dN}{dt} + \lambda N - C = 0$$

و

$$\frac{dI}{dt} + \left(\frac{R}{L}\right)I - \left(\frac{\mathcal{E}}{L}\right) = 0 \qquad \text{(قسمت بالا)}$$

برقراراست توجه‌کنید. همانندیهایی‌ازاین‌دست مارا یاری می‌کنند تا از روی مقایسهٔ آنها باراه حلهای پیشین، بسیاری

MATH75.IR

از معادله‌های دیفرانسیل را حل کنیم.)

حل معادله‌های دیفرانسیل

طرح قابل توجهی برای رده‌بندی معادله‌های دیفرانسیل برحسب مرتبه و درجهٔ آنها، و همچنین برای حلشان مجموعه‌ای از قاعده‌های صوری، وجوددارد. بیشتر معادله‌های دیفرانسیلی که به‌آنها برمی‌خوریم به یکی از دوراه زیرحل می‌شوند.

(الف) **از راه جدا کردن متغیرها.** اگر بتوانیم متغیرها راجدا کنیم و به دوطرف تساوی ببریم، آنگاه می‌توانیم با انتگرالگیری مستقیم معادله را حل کنیم. در زیرچندین مثال ارائه خواهد شد.

(ب) **از راه وارسی.** چون معادله‌هایی کـه ما به آنها می‌پردازیم، تعداد کمی شرایط فیزیکی مشخص را بیان می‌کنند، اغلب تجربهٔ پیشین وشهود فیزیکی به ما کمك می‌کند تا شکل حل معادله‌ها را حدس بزنیم. سپس با نشاندن حل پیشنهادی خود در معادلهٔ دیفرانسیل، آن را می‌آزماییم.

مثال: مدار LC. تجربه نشان می‌دهدکه معادله‌ای به‌شکل

$$\frac{d^2Q}{dt^2}=-\left(\frac{1}{LC}\right)Q$$

توصیفگر یك وضعیت نوسانی است، چراکه با این معادله شباهت فراوانی دارد:

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\left(\frac{k}{m}\right)x$$

فرض کنید بنویسیم $\left(\frac{1}{LC}\right)=\omega^2$، و بعد رابطهٔ

$$Q=A\sin\omega t+B\cos\omega t$$

راکه در آن A و B ثابتهای اختیاری هستند، به عنوان حل معادلهٔ

$$\frac{d^2Q}{dt^2}=-\omega^2Q$$

بپذیریم. با دوبار مشتق گرفتن از Q، خواهیم داشت:

$$\frac{dQ}{dt}=A\omega\cos\omega t-B\omega\sin\omega t \qquad (1)$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2}=-A\omega^2\sin\omega t-B\omega^2\cos\omega t \qquad (2)$$

$$=-\omega^2Q$$

از آنجاکـه این همان معادلهٔ اصلی ماست، نتیجه می‌گیریم رابطهٔ $Q=A\sin\omega t+B\cos\omega t$ جواب معادله است.

ثابتها

حل بالا را به‌این‌صورت نیز می‌توان نوشت:

$$Q=C\sin(\omega t+\delta)$$

که در آن C و δ دو ثابت اختیاری دیگرندکـه با A و B ارتباط دارند. برای حذف دو ثابت به‌این شکل، ودرنتیجهٔ برگشتن به‌معادلهٔ اصلی، دوبار مشتقگیری ضروری بود. این یك قاعدهٔ کلی است:

حل‌عمومی معادلهٔ مرتبهٔ nام (متضمن d^ny/dx^n) دارای n ثابت اختیاری خواهد بود.

حل‌ویژه حلی‌است‌که ثابتهای‌آن به‌صورت مقادیرمعین‌داده شده باشد. بنابراین برای به‌دست آوردن جواب ویژه‌ای از معادلهٔ دیفرانسیل توصیفگر حرکت هماهنگ ساده، به‌دوقلم اطلاعات جداگانه، یا **شرایط‌گرانه‌ای** نیازمندیم. مثلاً ممکن است بـه‌ماگفته شود وقتی $t=0$، $\dot{x}=0$ و $x=+a$؛ و به‌ایـن ترتیب می‌توانیم جواب ویژه‌ای بنویسیم‌که مستلزم ثابتهای اختیاری نباشد.

مثالهای حل شده

مثال ۱ـ۳ حرکت قائم تحت تأثیرگرانی

جسمی با سرعت u ازسطح زمین به‌طور قائم بالاسو پرتاب می‌شود. v، سرعت این جسم در فاصلهٔ r از مرکز زمین چقدر است؟ از اثر مقاومت هوا وگردش زمین صرف‌نظرکنید.

فـرض می‌کنیم شعاع زمین R، و شتاب ناشی از گرانش در سطـح زمین، g_0، (به‌طرف پایین) باشد. اگر بالاسو را مثبت بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\mathbf{a}$$

$$\frac{dv}{dr}\cdot\frac{dr}{dt}=v\frac{dv}{dr}=-g_0\left(\frac{R}{r}\right)^2$$

(در اینجا از تساوی $g_1r_1^2=g_2r_2^2$ استفاده کرده‌ایم.) وقتی متغیرها را جداکنیم و حدود را درنظربگیریم:

MATH75.IR

$$\int_u^v v\,dv = -g_\circ R^۲ \int_R^r \frac{dr}{r^۲}$$

$$\therefore \left[\frac{۱}{۲}v^۲\right]_u^v = g_\circ R^۲ \left[\frac{۱}{r}\right]_R^r$$

بنابراین سرعت در فاصلهٔ r چنین خواهد بود:

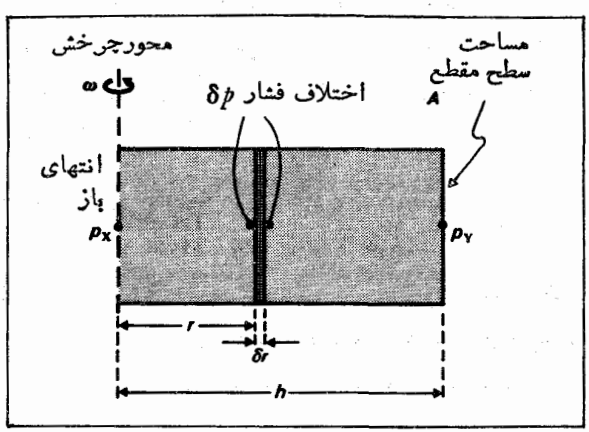
$$v = \sqrt{\left[u^۲ - ۲g_\circ R\left(۱ - \frac{R}{r}\right)\right]}$$

مثال ۱ـ۴ مسئلهٔ سانتریفوژ

لوله‌ای استوانه‌ای به‌طول h پرازمایعی تراکم‌ناپذیر به‌چگالی ρ است. این لوله درصفحه‌ای افقی به‌دورمحوری که ازانتهای بازآن (یعنی سطح آزاد مایع) می‌گذرد، با سرعت زاویه‌ای ω، دوران می‌کند.

(الف) اختلاف فشار در دوسر لوله چقدر است؟

(ب) کدام سرعت زاویه‌ای در لوله‌ای پر از آب به‌طول $۱۰/۱۰\,m$ اختلاف فشار $۱/۰\,kPa$ (یک‌صدم فشار متعارف) ایجاد خواهد کرد؟



شکل مربوط به‌مثال ۱ـ۴

(الف) به‌شکل مراجعه کنید. فرمول $\mathbf{F}=m\mathbf{a}$ را درمورد لایهٔ نازکی از مایع به‌کار می‌بریم. می‌توان نوشت:

$$\delta p A = (A\rho\delta r)\omega^۲ r$$

با انتگرالگیری و در نظرگرفتن حدود:

$$\int_{p_x}^{p_y} dp = \rho\omega^۲ \int_\circ^h r\,dr$$

$$(p_y - p_x) \equiv \Delta p = \frac{۱}{۲}\rho\omega^۲ [r^۲]_\circ^h$$

$$= \frac{۱}{۲}\rho\omega^۲ h^۲$$

اختلاف فشار میان دوسر لوله $\Delta p = \frac{۱}{۲}\rho\omega^۲h^۲$ است.

(ب)
$$\omega^۲ = \frac{۲\Delta p}{\rho h^۲} = \frac{۲\times(۱۰^۳\,N/m^۲)}{(۱۰^۳\,kg/m^۳)\times(۱۰^{-۲}\,m^۲)}$$

$$= ۲/۰\times۱۰^۲\,rad^۲/s^۲$$

سرعت زاویه‌ای $۱۴\,rad/s$ اختلاف فشار $۱/۰\,kPa$ را تولید خواهد کرد.

مثال ۱ـ۵ تغییرفشار نسبت به‌ارتفاع

پیش فرضی ارائه دهیدکه برمبنای آن چگالی جو با فشارش متناسب باشد (یعنی، از تغییرات دما چشمپوشی می‌کنیم)، و تعیین کنیدکه فشارجو در ارتفاع h ازسطح زمین چگونه به‌این فشار بستگی پیدا می‌کند.

یک لایهٔ نازک افقی‌هوا به‌ضخامت δy و سطح مقطع به‌مساحت A را در حال ترازمندی درنظر می‌گیریم. y را قائم و بالاسو اندازه‌گیری می‌کنیم. پس

pA = نیروی بالاسو که برسطح پایینی وارد می‌آید.

$(p+\delta p)A$ = نیروی پایین سو که برسطح بالایی وارد می‌آید.

$(pA\delta y)g_\circ$ = کشش پایین سوی زمین

برای برقراری ترازمندی:

$$pA = (p+\delta p)A + (\rho A\delta y)g_\circ$$

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g_\circ \qquad (۱)$$

علامت منفی بیانگر کاهش p درجهت افزایش h است. فرض کنیدکه $\mathbf{g}$ در گسترهٔ y که ما با آن سروکار داریم، مقدار ثابت $\mathbf{g}_\circ$ را می‌پذیرد. درسطح دریاه $y=$، وفرض‌می‌کنیم $p=p_\circ$ و $\rho=\rho_\circ$. در ارتفاع $y=h$، فشار و چگالی به‌ترتیب p و ρ هستند.

بااستفاده ازبرابری $p/\rho = p_\circ/\rho_\circ$، معادلهٔ (۱) چنین‌خواهد

MATH75.IR

بود:

$$\frac{dp}{p} = -\left(\frac{g_\circ \rho_\circ}{p_\circ}\right) dy = -k\,dy$$

که در آن

$$k \equiv \left(\frac{g_\circ \rho_\circ}{p_\circ}\right)$$

$$\therefore \int_{p_\circ}^{p} \frac{dp}{p} = -k \int_\circ^h dy$$

پس از انتگرالگیری:

$$\Big[\ln p\Big]_{p_\circ}^{p} = k\Big[-y\Big]_\circ^h$$

$$\therefore \ln\left(\frac{p}{p_\circ}\right) = -kh$$

$$\therefore \quad p = p_\circ e^{-kh}$$

در این شرایط، فشار در ارتفاع h از رابطهٔ $p = p_\circ e^{-kh}$ به‌دست می‌آید. که در آن

$$k = \frac{g_\circ \rho_\circ}{p_\circ} \approx \frac{(۹/۸\ \mathrm{m/s^۲}) \times (۱/۳\ \mathrm{kg/m^۳})}{(۱/۰ \times ۱۰^۵\ \mathrm{N/m^۲})}$$

$$= ۱/۳ \times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{m^{-۱}}$$

توجه داشته باشید که ثابت k می‌تواند به‌شکل $g_\circ M_m / RT$ نیز بیان شود، که در آن M_m جرم مولی است.

مثال ۱ـ۶ معادلهٔ کلوزیوس ـ کلاپیرون

قوانین ترمودینامیک به‌معادلهٔ زیرمنجر می‌شوند:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L_m}{T(V_f - V_i)_m}$$

L_m گرمای مولی تبدیل همراه با تغییر فاز است که در آن V_i حجم مولی ابتدایی و انتهایی ماده V_f . p فشار بخار تراز مندی و T دمای ترمودینامیکی است. از این معادله برای یافتن وابستگی فشار بخار به‌دما استفاده کنید.

پیشفرضهای ما چنین است:

(الف) گرمای مولی تبخیر L_m از دما مستقل است (این پیشفرض هرگز واقعیت کامل ندارد، بلکه تقریبی است).

(ب) حجم مولی بخار بسیار بیشتر از حجم مولی مایع است. $V_f \gg V_i$ (این رابطه تقریباً دقیق است، مگر در شرایط بحرانی).

(پ) بخار، رفتار گاز کامل را دارد، بنابراین:

$$pV_f = RT$$

(این رابطه از (ب) به‌دست می‌آید.)

با استفاده از $V_f = RT/p$، معادلهٔ

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L_m}{T(V_f - V_i)_m}$$

به‌صورت $\frac{۱}{p}\frac{dp}{dT} = \frac{L_m}{RT^۲}$ درمی‌آید.

پس از انتگرالگیری:

$$\ln p = -\frac{L_m}{RT} + \text{ثابت}$$

یا

$$\ln \frac{p}{p_\circ} = -\frac{L_m}{RT}$$

فشار بخار با تغییرات دما طبق رابطهٔ $p = p_\circ e^{RT/L_m}$ تغییر می‌کند.

$p_\circ$ یك نوع ثابت تناسب (نامعلوم) است. (در موقع انتگرالگیری فرض کرده‌ایم که L_m مستقل از دماست. در دماهای پایین، وقتی $L_m \gg RT$، نتیجهٔ نمایی به‌طور معقولی صحیح است.)

مثال ۱ـ۷ شتاب با جرم متغیر

یك قطرهٔ باران از حال سکون فرو می‌افتد، و جرم آن با آهنگی متناسب با مساحت جانبی‌اش افزایش می‌یابد. اگر در زمان $t = \circ$ اندازهٔ آن چشمپوشیدنی باشد، سرعتش پس از ۱۰ s سقوط چقدر خواهد بود؟ از مقاومت هوا صرف نظر کنید و $g_\circ$ را $۱۰\ \mathrm{m/s^۲}$ بگیرید.

جرم با آهنگی متناسب با $۴\pi r^۲$ افزایش می‌یابد:

$$\frac{dm}{dt} = k\,۴\pi r^۲$$

ولی از آنجا که: $m = \frac{۴}{۳}\pi \rho r^۳$، می‌توانیم بنویسیم:

MATH75.IR

$$\frac{dm}{dt}=۴\pi\rho r^{۲}\frac{dr}{dt}$$

که از آن:

$$\frac{dr}{dt}=\frac{k}{\rho} \qquad (۱)$$

با گرفتن انتگرال و جایگزینی $r=۰$ به‌ازای $t=۰$، خواهیم داشت:

$$\int_{۰}^{r} dr=\frac{k}{\rho}\int_{۰}^{t} dt$$

$$\therefore \quad r=\frac{k}{\rho}t \qquad (۲)$$

معادلهٔ حرکت برای این وضعیت چنین نوشته می‌شود:

$$\mathbf{F}=\frac{d}{dt}(mv)$$

$$m\mathbf{g}_{۰}=m\frac{dv}{dt}+v\frac{dm}{dt}$$

$$\therefore \frac{۴}{۳}\pi r^{۳}\rho\mathbf{g}_{۰}=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}\rho\frac{dv}{dt}+v۴\pi r^{۲}\rho\frac{dr}{dt}$$

$$\therefore \mathbf{g}_{۰}=\frac{dv}{dt}+۳\frac{v}{r}\frac{dr}{dt}$$

$$=\frac{dv}{dt}+\frac{۳v}{t}$$

که در آن از رابطه‌های (۱) و (۲) سود برده‌ایم. برای به‌دست آوردن سرعت به‌عنوان تابعی از زمان، باید انتگرال بگیریم، ولی این کار به‌طور مستقیم ناممکن است. اگر دو طرف را در $t^{۳}$ که به **عامل انتگرالگیر** معروف است، ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\mathbf{g}_{۰}t^{۳}=t^{۳}\frac{dv}{dt}+۳t^{۲}v$$

چون سمت راست رابطه را به‌یک **دیفرانسیل کامل** تبدیل کرده‌ایم، می‌توانیم از آن انتگرال بگیریم:

$$\left[\frac{\mathbf{g}_{۰}t^{۴}}{۴}\right]=[t^{۳}v]$$

$$\therefore \left[\frac{\mathbf{g}_{۰}t}{۴}\right]_{t=۰}^{t=۱۰\,\mathrm{s}}=[v]_{v=۰}^{v=v_f}$$

سرعت به‌دست آمده از آنِ جسمی است که با جرمی ثابت و شتاب $\mathbf{g}_{۰}/۴$ که از $\mathbf{g}_{۰}$ کمتر است، سقوط می‌کند. سبب کاهش شتاب آن است که قطرهٔ باران به‌هنگام سقوط مقداری بخار آب به‌دور خود جمع می‌کند و در نتیجه اندازهٔ حرکت آن افزایش می‌یابد.

بعد از ۱۰ s سرعت پایین‌سوی قطرهٔ باران ۲۵ m/s خواهد بود.

MATH75.IR

مسئله‌های فیزیك

حل‌مسئله **مثالهای حل شده**

بحث درمورد برخی اشتباههای متداول

حل‌مسئله

چگونه به‌مسئله‌ای نزدیك شویم؟

(۱) تمامی پرسش را بسرعت بخوانید تا افکار خود را بر روی موضوع موردبحث متمرکز کنید. مثلاً، تعیین کنید که پرسش به‌دینامیك ذره، یا به‌برهمنهی امواج، یا مبحثی جز اینها مربوط است.

(۲) حالا پرسش را از اول تا آخر وبا توجه بیشتر بخوانید تا دقیقاً مشخص شودکه چه چیزی را باید محاسبه کرد.

(۳) مرحلهٔ بعدی دشوار است، زیرا نیازمند تفکرخلاق است. از خودتان بپرسیدکه برای ارزیابی نتیجهٔ نهایی لازم است چه چیزهایی را بدانید. روشی که باید بیاموزید این است که اولویتها راتعیین کنید، وسپس به‌ترتیب پرسشهایی درست را مطرح کنید. هیچ دستوری برای دنبال کردن این روش وجود ندارد ولی پرسشهایی راکه ممکن است مطرح شود می‌توان چنین فهرست بندی کرد:

(الف) نتیجهٔ نهایی به‌چه کمیتهای دیگری مربوط می‌شود؟ چه اصول عامی آن را به‌این کمیتها وکمیتهای مشابهی که می‌توان آنها را مستقیماً از روی اطلاعات داده شده در مسئله به‌دست آورد، مربوط می‌کند؟ درچه شرایطی می‌توان این اصول را به‌کار گرفت؟

(ب) چه پیشفرضهایی را می‌توان برای شرایط این مسئله‌ها در نظر گرفت؟ مثلاً آیا کمیتهایی وجود دارند که بتوان آنها را به‌عنوان ثابت بیان کرد؟ آیا می‌توانیم تقریبها را ساده کنیم؟

(پ) آیا در این وضعیت خاص شرایط لازمی به‌چشم می‌خورند؟

تلاش شما باید متوجه این موضوع باشد که ایده‌های گوناگون خود راکه برمبنای اصول اولیه ومفاهیم عام شکل گرفته‌اند، کنارهم نهید و آنها را مستقیماً به‌این مسئلهٔ خاص مربوط کنید. (درعین‌حال باید داوری کنیدکه کدام‌یك از ایده‌های اولیهٔ شما به‌این مسئله مربوط هستند و کدام یك بایدکنار گذاشته شوند.) توانایی در این‌کار را می‌توان با مطالعهٔ مثالهای حل شدهٔ کتابهای درسی به‌دست آورد، ولی هیچ‌چیز را نمی‌توان، به‌معنای واقعی، جانشین تجربه‌ای دست اول کردکه ازکار مستقیم بر روی مسئله‌ها و بحث کردن درمورد حل آنها با یك مشاور، به‌دست‌می‌آید. **بسیاری از مسئله‌های این کتاب به‌پرسشهای گام‌به‌گام خرد شده‌اند. امید است که این‌کار درپیدا کردن‌راه‌حل به‌شما کمك کند. باید درضمن کارکردن روی یك‌مسئله، آگاهانه بکوشید به‌رابطهٔ میان پرسشهای مختلف وترتیب آنها توجه کنید.**

ارائهٔ یك راه حل

(۱) درحالی‌که تکرارکردن پرسش فایدهٔ چندانی ندارد، جمعبندی اطلاعات سودمند است. اگر نموداری رسم کنید و داده‌های مسئله را در روی آن علامت بگذارید، در بازشناسی مسئله کمك زیادی خواهدکرد. همچنین نوشتن داده‌های عددی برحسب واحدهای مربوطهٔ SI مفیدخواهد بود.

(۲) باید اصول، و در صورت لزوم، پیشفرضهایی راکه حل‌مسئله به‌آن‌ارتباط پیدا می‌کند، به‌روشنی بیان‌کنید. برای

MATH75.IR

مسئله‌های مقدماتی ممکن است بیان این اصول به‌سادگی یک معادلهٔ تعریف کننده (صفحهٔ ۴) باشد، ولی عموماً ترکیبی از اصول و معادلات تعریف کننده، و شاید یک نتیجهٔ استنتاج شدهٔ مشهور است. با این همه، قاعدهٔ کلی این است که، راه‌حل شما باید، تا حد امکان، متکی بر اصول اولیه باشد تا بر معادلات استنتاج شده.

(۳) محاسبات عددی را چنان انجام دهید که دیگران هم بتوانند اشتباههای شما را پیدا کنند. مثلاً پاک کردن (احتمالاً خط مدادی) باید از خط‌خوردگی (خط جوهری) کاملاً تمیز داده شود.

(۴) **واحدها**. دو راه کاربرد واحدها در حلهای عددی وجود دارد.

(الف) به‌جای هر نماد در معادله، تنها اندازه عددی آن را (برحسب واحد اصلی SI) بگذارید و فرض کنید واحدی که محاسبه کرده‌اید همانی است که می‌خواستید. چون SI سیستمی هماهنگ است، در این واحد نیز ابهامی وجود نخواهد داشت.

(ب) درصورت تمایل، می‌توانید به‌جای هر نماد مقدار عددی آن را همراه با نماد واحد آن جانشین کنید. نمادهای واحد را به‌طور جبری بیان کنید، آنگاه واحد پاسخ را محاسبه کنید.

با اینکه روش (الف) تقریباً همیشه به‌وسیلهٔ فیزیکدانان تجربی دنبال می‌شود، شکی نیست که روش (ب) برای دانش‌آموز بسیار سودمندتر است، چون گذشته از ارزشی که در آشنا کردن او با واحدهای مشتق شده دارد، معادله را از نظر درستی ابعادی به‌طور خودکار می‌آزماید.

(۵) پاسخ خود را با یک جملهٔ کامل بیان کنید. اطمینان حاصل کنید که از نظر مرتبهٔ بزرگی (صفحهٔ ۲۲) معقول است، و اگر فکر می‌کنید که چنین نیست، نظر خود را به شیوه‌ای مناسب بیان کنید.

بحث درمورد برخی اشتباههای متداول

(الف) **دقیق نخواندن پرسش**. از میان همهٔ عللی که موجد پاسخهای نامناسبند، دقیق نخواندن پرسش، احتمالاً متداولتر از همه است ولی متأسفانه بسیاری از دانش‌آموزان نسبت به آن بی‌توجه‌اند.

(ب) به‌کار بردن معادلات در وضعیتهایی که کاربرد ندارند.

(*i*) **معادلات تعریف کننده**، در کلیترین شکل خود، براساس ماهیتی که دارند همیشه درستند. با این همه برای سهولت، گاهی کمیتهای جدید را به‌کمک معادلاتی که تنها در مواردی ویژه قابل اعمالند تعریف می‌کنند. این کار، به‌شرط آنکه از تغییری که درمعادله‌ها داده شده است آگاه باشید، اشکالی ندارد. به‌این ترتیب می‌توانیم شارمغناطیسی در یک سطح را از روی یکی از معادله‌های زیر تعریف کنیم:

$$\Phi = BA,\ \Phi = (B\cos\theta)A$$

$$\Phi = \sum B\cos\theta\,\Delta A\ ,\ \Phi = \int B\cos\theta\,\mathrm{d}A$$

فیزیکدان تجربی ساده‌ترین معادله‌ای را انتخاب می‌کند که درشرایط خاصی که با آن مواجه است، قابل‌استفاده باشد. نوآموز فیزیک باید تشخیص دهد معادله‌ای که می‌خواهد به‌کاربرد درکجا قابل اعمال است.

(*ii*) به‌همین ترتیب بعضی از گزاره‌های مربوط به **قوانین فیزیکی** کاربرد عام ندارند، مثلاً:

(۱) معادلهٔ $F = Gm_1m_2/r^2$ بیان صحیحی از قانون گرانش است، ولی نمی‌توان آن را مستقیماً، مثلاً برای دوجرم مکعب شکل، به‌کار برد.

(۲) معادلهٔ $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ بیان ساده شدهٔ قانون دوم نیوتون است که نمی‌توان آن را برای موشکی با جرم متغیر به‌کار برد.

به‌همین ترتیب بیانهای متفاوتی برای قانون سوم نیوتون نیز وجود دارد، درحالی که بیان قانون بقای اندازهٔ حرکت همیشه به‌یک صورت است.

(*iii*) شاید متداولترین اشتباه از این‌دست، تلاش در راه به‌کار بردن **معادله‌های مشتق شده** درشرایطی غیر از شرایطی است که این معادلات از آنها مشتق شده‌اند. طرح زیر را که در آن روشی برای رده‌بندی گونه‌های مختلف حرکت نشان داده شده است، درنظر بگیرید. هر گونه حرکت را می‌توان با مجموعه‌ای از معادله‌های مناسب توصیف کرد، و در این میان، انتخاب معادله‌های درست، بسیار مهم است. مثلاً،

MATH75.IR

ممکن است نتوان $v^۲ = u^۲ + ۲as$ را برای هر بخش از یك نوسان سادهٔ هماهنگ به‌کار برد. نتیجه‌گیری کلی ما چنین است:

به خاطر سپردن شرایط به‌کارگیری یك معادله به‌اندازهٔ به‌خاطر سپردن خود معادله اهمیت دارد.

(پ) ثابت فرض کردن متغیرها. در کارهای مقدماتی اغلب بنا به ضرورت، برخی کمیتهای خاص را، بدون قید و شرط، ثابت فرض می‌کنیم. (این‌کار را برای آسانتر کردن محاسبه انجام می‌دهیم.) ثابت فرض کردن متغیرها خوب است، به شرط آنکه پیشفرضها را به‌طور صریح بشناسیم تا بتوانیم درمراحل بعدی شرایطی را که نمی‌توان درآنها این‌فرضها را درست دانست، بازشناسیم—حتی اگر به‌این‌معنی باشدکه دیگرمسئله را نتوان ادامه داد.

مثال: فرض کنید معادلهٔ تعریف کنندهٔ کار، ΔW، را که به‌سبب جابه‌جا شدن نقطهٔ اثر نیروی $\mathbf{F}$ به‌اندازه Δs انجام گرفته است، به‌صورت زیر بنویسیم:

$$\Delta W = F\Delta s \qquad (i)$$

و

$$\Delta W = \int_{۰}^{\Delta s} F\cos\theta\,\mathrm{d}s \qquad (ii)$$

بنابراین اگرجسمی به‌جرم m به‌طور قائم تا ارتفاع کم h ازسطح زمین بالا رود، افزایش انرژی گرانشی سیستم را ازمعادلهٔ سادهٔ $W = mg_{۰}h$ که متناظر است با $W = F\Delta s$ حساب می‌کنیم. اما اگر تغییر ارتفاع h چنان بودکه سبب تغییر $\mathbf{F}$ می‌شد، ΔW را می‌بایستی از معادلهٔ زیر حساب می‌کردیم:

$$\Delta W = \int_{R}^{R+h} -\frac{GmM}{r^۲}\,\mathrm{d}r$$

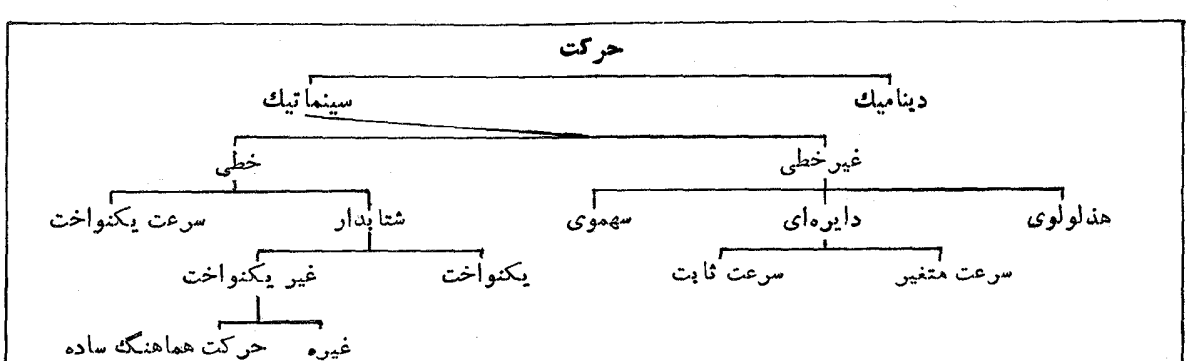
بازهم نکتهٔ مهم این‌است‌که تعیین کنید آیا شرایطی که با آن سر و کار دارید درمعادله‌ای‌که به‌کار می‌برید می‌گنجد یا نه.

(ت) واحدها. دراین‌کتاب مجبور نیستید اطلاعات را ازیك مجموعهٔ واحدها به‌مجموعه واحد دیگری‌تبدیل‌کنید، ولی این امکان وجود داردکه فراموش کنید واحدی راکه به‌صورت‌کسر یامضربی از واحد اصلی است به واحد اصلی تبدیل‌کنید. این‌اشتباه همیشه از روی پاسخی بامرتبهٔ بزرگی نادرست خودنمایی می‌کند. عامل معمولاً به‌صورت $۱۰^۳$، $\sqrt{۱۰^۳}$ و جزاینهاست.

(ث) متفرقه. نکته‌های زیر (باآنکه ممکن است جزئی به‌نظر آیند) به‌این منظور یادآوری می‌شوندکه موجب اشتباههای بسیار متداولی می‌شوند. شعاع و قطر را باهم اشتباه نگیرید. بادقت میان وزن (که برحسب نیوتون اندازه‌گیری می‌شود) و جرم (برحسب کیلوگرم) تفاوت بگذارید. زمانی که‌صرف‌محاسبهٔ‌دقیق‌شود کمتر به‌هدرمی‌رود: به‌ویژه‌درهنگام گرفتن‌ریشهٔ‌دوم(مثل $\sqrt{۸/۱\times۱۰^۴}\neq۹۰۰$) دقت کافی به‌خرج دهید. فراموش نکنید که مخرج‌کسر را تبدیل‌کنید. (بی‌دقتی ممکن است سبب شود بنویسیم:

$$\frac{۱}{R} = \frac{۱}{۳}\Omega^{-۱} + \frac{۱}{۲}\Omega^{-۱} = \frac{۵}{۶}\Omega^{-۱}$$

$$\therefore R = \frac{۵}{۶}\Omega\,)$$



MATH75.IR

مثالهای حل شده

منظور ازحل این مثالها دراینجا کمك کردن به شما در درك مفاهیم ویژهٔ فیزیکی نیست بلکه بیشتر نشان دادن نکته‌های پاراگراف قبل است. بـه‌دلایلی روشن اطلاعات مربـوط به پـرسش همیشه درحل نیامـده است وحل نباید همچون مدلی برای پاسخها انگاشته شود.

مثال ۱-۸

شخصی به‌جرم ۸۰ kg و وزن ۰/۸۰ kN در داخل اتومبیل می‌نشیند و سبب می‌شود که مرکز جـرم اتومبیل ۴/۰ mm پایین برود. جـرم اتومبیل $۸/۴\times۱۰^{۲}\,kg$ است. زمـان تناوب طبیعی ارتعاش آن، وقتی‌که راننده تنها یك سرنشین را حمل کند چقدر است؟

برای پیدا کردن زمان تناوب یك نوسان، باید مشخصه‌های کشسانی واینرسی سیستم نوسان‌کننده را حساب کنیم.

اینرسی. دوفرض را درنظر می‌گیریم: نخست اینکه جـرم سرنشین مساوی جرم راننده (۸۰ kg) بـاشد، و دوم‌اینکه تمامی اتـومبیل نوسان کند. (البته درعمل اتـومبیل میزان مشخصی‌داردکه به «وزن غیرفنری» موسوم است.) بنابراین کل‌جرمی را که به‌نوسان در می‌آید، معادلهٔ زیـر به‌دست می‌دهد:

$$m=(۲\times۸۰+۸۴۰)\,kg=۱/۰\times۱۰^{۳}\,kg$$

کشسانی. می‌خواهیم ثابت‌فنر، k، را از معادلهٔ زیرمحاسبه کنیم:

$$\mathbf{F}=k\mathbf{x}$$

$$\therefore\ k=\frac{F}{x}=\frac{۸۰۰\,N}{(۴\times۱۰^{-۳}\,m)}$$

$$=۲/۰\times۱۰^{۵}\,Nm^{-۱}$$

با ترکیب این دو، زمان تناوب، T، نوسان از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{\text{مشخصهٔ اینرسی}}{\text{مشخصهٔ کشسانی}}}=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$=۲\pi\sqrt{\left(\frac{۱/۰\times۱۰^{۳}\,kg}{۲/۰\times۱۰^{۵}\,N/m}\right)}$$

$$=\left(\frac{۲\pi}{۱۰\sqrt{۲}}\right)\times\sqrt{\left(\frac{kg\,m}{kg\,m/s^{۲}}\right)}$$

$$=۰/۴۴\,s$$

وقتی‌که راننده ویك سرنشین دیگر سوار اتومبیل شده‌اند، زمان تناوب طبیعی نوسان ۰/۴۴ s است.

این جواب ازنظرمرتبهٔ بزرگی، درمقایسه بازمان تناوبهای مشاهده شده، سازگار است.

مثال ۱-۹

شتاب ظاهـری یـا مشاهده شدهٔ ناشی از گرانش درقطب شمال بیشتر از استواست. فرض کنید که تفاوت میان آنها (مثلاً، $۵۰\,mm/s^{۲}$) به‌سبب دوران‌زمین باشد،این رقم را در محاسبهٔ شعاع زمین به‌کار ببرید.

نمادهای زیر را انتخاب می‌کنیم:

$\omega=$ سرعت زاویه‌ای چرخش زمین.

$R=$ شعاع زمین.

$\mathbf{g}_{۰}=$ شتاب ناشی‌از گرانش.

و $\mathbf{g}_{p}$ و $\mathbf{g}_{e}$ بـه‌ترتیب، مقادیر به‌دست آمـده از مشاهدات درقطب و استوا.

دراین‌صورت $g_{۰}=g_{p}$

و $g_{۰}=g_{e}+\omega^{۲}R$، چـرا که $\omega^{۲}R$ شتاب مرکز گرانش نقطه‌ای از استواست.

با قرار دادن مقدار معادل $g_{۰}$ درمعادلهٔ بالا:

$$\Delta g=(g_{p}-g_{e})=\omega^{۲}R$$

یك دور خود را درمدت زمان:

$$T=۲۴\times۶۰\times۶۰\text{ ثانیه}=۸/۶۴\times۱۰^{۴}\,s$$

کامل می‌کند.

$$\therefore\quad \omega=\frac{۲\pi}{T}=۷/۲۷\times۱۰^{-۵}\,\frac{rad}{s}$$

$$R=\frac{\Delta g}{\omega^{۲}}=\frac{۵\times۱۰^{-۲}\,m/s^{۲}}{۵۲/۹\times۱۰^{-۱۰}\,rad^{۲}/s^{۲}}$$

$$=۹/۵\times۱۰^{۶}\,m$$

پیشفرضهایی کـه باعث شدند به‌این پاسخ برسیم به‌ما این اجازه را نمی‌دهند که پاسخ را با دو رقـم معنی‌دار داشته

MATH75.IR

باشیم.

شعاع زمین (درنتیجهٔ محاسبه بااین‌روش) $1\times10^{7}\,m$ یا تقریباً $10\,Mm$ است.

درحقیقت شعاع زمین $6/4\,Mm$ است، بنابراین پاسخ ما ازنظرمرتبهٔ بزرگی منطقی است. چون عواملی (جز دوران زمین) وجود دارندکه ما ازآنها چشم پوشیده‌ایم، اختلاف ظاهری نباید این گمان را پیش آورد که حل ما اشتباه بوده است.

مثال ۱-۱۰

نور سبزی به طول موج $550\,nm$ برتك شکافی می‌تابد، نوری که ازآن بیرون می‌آید روی دوشکاف بسیار باریك، به فاصلهٔ $0/40\,mm$ از یکدیگر، فرود می‌آید. اگر بخواهیم نقش تداخل امواج را چنان پدید آوریم که پهنای فریز آن حدود۵ تا۶ میلیمتر باشد، صفحهٔ مشاهده را درکجا قرار دهیم؟

دراینجا چهارکمیت مربوط به‌هم وجود دارند، w پهنای فریز، s فاصلهٔ میان دوشکاف، D فاصلهٔ صفحه وشکافها، و λ طول‌موج نور. فرض‌کنیم جزئیات کامل معادله‌ای راکه رابط این متغیرها به‌یکدیگر است به‌خاطر نمی‌آورید، و فرصت به‌دست آوردن آن‌را از راه تحلیلی ندارید. این معادله را با استدلال شهودی به‌دست می‌آوریم.

عقل سلیم ودرنظرگرفتن نقشهای تداخلی ساده درتشتك موجنما به‌ما می‌گوید:

(الف) $w\propto D$، و

(ب) $w\propto\lambda$

یك استدلال ابعادی نشان می‌دهدکه (به‌شرط آنکه متغیر دیگری درکار نباشد) w باید با s^{-1} متناسب باشد، درغیراین‌صورت ابعاد پاسخ L^{1} نخواهد بود. درمورد ثابت بدون بعد نیز اطلاعاتی در دست نداریم، ولی دانش‌آموز احتمالاً به‌خاطر دارد که این مقدار برابر یك است.

درنتیجه
$$w=\frac{D\lambda}{s}$$

با استفاده از ارقام داده شده،

$$D=\frac{sw}{\lambda}$$

$$=\frac{(0/4\times10^{-3}\,m)\times(5\times10^{-3}\,m)}{(550\times10^{-9}\,m)}$$

$$\approx 4\,m$$

چون $w\sim 5$ تا $6\,mm$ است، بنابراین به‌کاربردن دو رقم معنی‌دار ضرورتی ندارد.

صفحهٔ مشاهده باید درفاصلهٔ ۴ متری قرارگیرد.

*** مثال ۱-۱۱**

امواج صوتی با بسامد $0/50\,kHz$ از هوایی به چگالی $1/3\,kg/m^{3}$ می‌گذرند. این امواج سبب می‌شوند که مولکولهای هوا حرکت نوسانی هماهنگ ساده‌ای با دامنهٔ $8/0\,\mu m$ انجام دهند. چگالی انرژی حرکت موج چقدر است؟

جسمی به جرم m که حرکت نوسانی هماهنگ ساده‌ای با دامنهٔ a و بسامد زاویه‌ای ω، اجرا کند، دارای انرژی جنبشی بیشینه، E_k، است، که

$$E_k=\frac{1}{2}mv_{max}^{2}=\frac{1}{2}m\omega^{2}a^{2}$$

واین مقدار مساوی انرژی کل، W، حرکت نیز هست.

لایهٔ نازکی ازهوا به‌مساحت سطح مقطع A وطول $c\,\Delta t$ را درنظر بگیرید. جرم این لایهٔ نازك برابر است با

$$m=V\rho=(Ac\,\Delta t)\rho$$

چگالی انرژی آن انرژیی‌است که در واحدحجم (W/V) وجود دارد و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{W}{V}=\frac{\frac{1}{2}(Ac\,\Delta t)\rho\omega^{2}a^{2}}{(Ac\,\Delta t)}$$

$$=\frac{1}{2}\rho\omega^{2}a^{2}$$

درمقایسه با رابطهٔ $E_k=\frac{1}{2}m\omega^{2}a^{2}$ پی می‌بریم که پاسخ به‌دست آمده ازنظر ابعادی درست است (می‌توان تصور کرد چگالی انرژی عبارت‌است ازآن مقدار انرژیی است

MATH75.IR

که موج، هنگامی که جبههٔ آن از سطحی عرضی به‌مساحت ۱٫۰ مترمربع به‌اندازهٔ ۱٫۰ متر به‌پیش برود، با خود می‌برد.)

برای این مسئله $\omega = ۲\pi f = ۳٫۱۴ \times ۱۰^{۳}\,s^{-۱}$

$a = ۸٫۰ \times ۱۰^{-۶}\,m$

$\rho = ۱٫۳ kg/m^{۳}$

با نشاندن این ارقام درمعادله‌ای‌که به‌دست آورده‌ایم، چگالی انرژی را چنین می‌یابیم:

$$\frac{W}{V} = \frac{۱}{۲}(۱٫۳\,kg/m^{۳}) \times (۳٫۱۴ \times ۱۰^{۳}\,s^{-۱})^{۲} \times (۸٫۰ \times ۱۰^{-۶}\,m)^{۲}$$

$$= (۴٫۲ \times ۱۰^{-۴}) \times (kg\,m^{۲}/s^{۲})\,(۱/m^{۳})$$

$$= ۰٫۴۲\,mJ/m^{۳}$$

چگالی انرژی هوا $۰٫۴۲\,mJ/m^{۳}$ است.

این احتمال وجوددارد‌که بتوانید این مرتبهٔ بزرگی را از نظر منطقی بودن، آزمایش کنید. درحقیقت این مرتبهٔ بزرگی با صدایی بسیار بلند متناظر است.

مثال ۱-۱۲

دوتکه‌کروی از سرب به‌جرم $۶٫۰\,kg$ چنان قرارگرفته‌اندکه فاصلهٔ مرکز آنها از یکدیگر ۱٫۰ متر است. به‌هریك بار Q داده می‌شود (که می‌توان فرض‌کرد توزیع آنها تقارنی‌کروی دارد) به‌طوری‌که برایند نیرویی‌که هریك بر دیگری وارد می‌آورد صفر است.

(الف) جاذبهٔ‌گرانشی متقابل آنها چقدر است؟

(ب) مقدار Q چقدر است؟

(پ) چند الکترون باید ازهرکره برداشته شود تااین‌نتیجه بدست آید؟

مقادیر عددی داده شدهٔ G، $\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_{۰}}$ و e را در محاسبه به‌کار برید.

(الف) با استفاده از قانون‌گرانش نیوتون:

$$F = \frac{Gm_{۱}m_{۲}}{r^{۲}}$$

(که در اینجا چون جرمها تقارن‌کروی دارند می‌توان آن را به‌کاربرد) داریم:

$$F = \frac{(۶٫۷ \times ۱۰^{-۱۱}\,Nm^{۲}/kg^{۲}) \times (۶٫۰\,kg)^{۲}}{(۱٫۰\,m)^{۲}}$$

$$= ۲٫۴ \times ۱۰^{-۹}\,N$$

هریك دیگری را با نیروی‌گرانشی $۲٫۴\,nN$ جذب می‌کند.

(ب) چون بارهای الکتریکی تقارن‌کروی دارند، می‌توانیم قانون‌کولن را به‌کار بریم. اندازهٔ نیروی‌الکتریکی مساوی نیروی‌گرانشی است.

$$\therefore\quad F = \left(\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_{۰}}\right)\frac{Q_{۱}Q_{۲}}{r^{۲}} = ۲٫۴ \times ۱۰^{-۹}\,N$$

$$\therefore\quad Q^{۲} = \frac{(۲٫۴ \times ۱۰^{-۹}\,N) \times (۱٫۰\,m^{۲})}{(۹٫۰ \times ۱۰^{۹}\,Nm^{۲}/C^{۲})}$$

$$= ۲۶٫۷ \times ۱۰^{-۲۰}\,C^{۲}$$

$$\therefore\quad Q = \pm ۵٫۲ \times ۱۰^{-۱۰}\,C$$

بارها همنام (مثبت‌یامنفی) هستند واندازهٔ‌آنها $۰٫۵۲\,nC$ است.

(پ) جسم با ازدست دادن N الکترون، که بزرگی بار هریك e است، یك بار مثبت Q به‌دست می‌آورد، که

$$Q = Ne$$

بنابراین

$$N = \frac{۵٫۲ \times ۱۰^{-۱۰}\,C}{۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,C\text{ الکترون}}$$

$$= ۳٫۲ \times ۱۰^{۹}\text{ الکترون}$$

با ازدست دادن $۳٫۲ \times ۱۰^{۹}$ الکترون این‌نتیجه حاصل می‌شود.

گوشزد (*i*) مقادیرعددی نسبی جرم و بار، و (*ii*) $۶\,kg$ در حدود ۳۰ مول اتمهای سرب را تشکیل‌می‌دهد. اگر به‌خاطر داشته باشیم‌که هرمول شامل ۶×۱۰^{۲۳} اتم‌است، درمی‌یابیم که $۱۰^{۹}$ کسری جزئی‌از تعدادکل الکترونهای موجود است.

مثال ۱-۱۳

بارنقطه‌ای $۴۰\,pC$ در مرکز کره‌ای به‌شعاع $۰٫۵۰\,m$ قرار

MATH75.IR

دارد. فرض کنید قانون کولن صادق است، و از این وضعیت برای نشان دادن سازگاری قانون گاوس وقانون کولن استفاده کنید:
مقادیر عددی داده شدهٔ ε_0 ، $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ را در محاسبه منظور کنید.
بارآزمون Q_2 را روی سطح کره درنظر بگیرید. براین بار نیروی $\mathbf{F}$ وارد می‌آید:

$$F=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{Q_1Q_2}{r^2} \quad \text{(قانون کولن)}$$

مقدارمیدان $\mathbf{E}$ در روی سطح از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E=\frac{F}{Q_2}=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{Q_1}{r^2}$$

$$=\frac{(9/0\times10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2})\times(40\times10^{-12}\,\mathrm{C})}{0/25\,\mathrm{m^2}}$$

$$=1/44\,\mathrm{NC^{-1}}$$

این میدان در روی سطح کره در همه‌جا اندازه‌ای همسان دارد، و همه‌جا سطح را به‌طور عمودی قطع می‌کند (زیرا خطوط میدان شعاعی‌اند.)
بنابراین

$$\psi_E=EA$$
$$=E\,4\pi r^2$$
$$=(1/44\,\mathrm{N/C})\times(4\pi\times0/25\,\mathrm{m^2})$$
$$=4/5\,\mathrm{Nm^2/C}$$

کمیت $\varepsilon_0\psi_E$ در روی سطح بسته، مقدار زیر را خواهد داشت:

$$(8/85\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/Nm^2})\times(4/5\,\mathrm{Nm^2/C})$$
$$=40\,\mathrm{pC}$$

پس بار خالصی که به‌وسیلهٔ سطح بسته محصور می‌شود ۴۰ pC است.
بنابراین نشان داده‌ایم که دراین مورد خاص، $\varepsilon_0\psi_E=\Sigma Q$.

مثال ۱-۱۴ عمرسنجی کربون رادیواکتیو

بررسی چوب تابوت یک مومیایی مصری فعالیتی برابر $1/2\times10^2\,\mathrm{Bq\,kg^{-1}}$ را نشان می‌دهد. چوب زندهٔ قابل مقایسه با آن مقدار $2/0\times10^2\,\mathrm{Bq\,kg^{-1}}$ را به‌دست می‌دهد. نیمه عمرکربون ۱۴ برابر $5/7\times10^3$ سال است. فاصلهٔ زمانی تقریبی تابوت ازهنگام دفن آن، چقدر است؟ (پاسخ را برحسب سال ارائه دهید.)
آهنگ فروپاشی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$-\frac{dN}{dt}=\lambda N$$

که از روی آن

$$N=N_0\,e^{-\lambda t}$$

برای به‌دست‌آوردن فاصلهٔ زمانی t، برحسب نیمه‌عمر $T_{\frac{1}{2}}$، دوجایگزینی انجام می‌دهیم:

$$\frac{N}{N_0}=\frac{1/2\times10^2}{2/0\times10^2}=0/60 \qquad \text{(الف)}$$

(چراکه فعالیت یک نمونه با تعداد هسته‌های فعالی که در آن وجود دارند، متناسب است)، و

$$\lambda=0/693\,T_{\frac{1}{2}} \qquad \text{(ب)}$$

همان نتیجه‌ای که می‌توان بدون برهان بیان کرد، یا به‌سادگی از $N=N_0\,e^{-\lambda t}$ به‌دست آورد.
پس:

$$0/60=\exp\left(-0/693\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$\therefore\ 0/693\,t=(T_{\frac{1}{2}})\times\ln\left(\frac{1}{0/6}\right)$$
$$=(5/7\times10^3\ \text{سال})\times(0/510)$$

بنابراین:

$$t=4/2\times10^3\ \text{سال}$$

$4/2\times10^3$ سال از زمان دفن گذشته است.
(به‌عبارت دقیقتر این فاصلهٔ زمانی از هنگامی است که مغز چوب شکل گرفته است.)

MATH75.IR

مرتبهٔ بزرگی

تقویت درك مرتبهٔ بزرگی — محاسبهٔ ذهنی
جدولهای مرتبهٔ بزرگی — مسائل مرتبهٔ بزرگی

تقویت درك مرتبهٔ بزرگی

درفیزیك عبارت «تا یك مرتبهٔ بزرگی صحیح است» به‌این معنی است که، مقدار بیان شده در حدود عامل ده یا چیزی حدود آن معتبر است، و درجهت برآوردن مقاصد بسیاری، اطلاعات به‌این شکل می‌تواند به‌اندازهٔ کافی دقیق باشد. فرض کنید که برای نمایش تداخل امواج نوری دومنبع، می‌خواهید آزمایشی را طرحریزی کنید، و دانستن فاصلهٔ مناسب دوشکاف ضروری باشد. ممکن است به‌شما گفته شود که تا یك‌مرتبهٔ بزرگی، ۰/۵ mm نتایج مطلوبی به‌دست می‌دهد. این نکته به‌آن معنی نیست که ۰/۴ mm نامناسب است، ولی به‌سادگی می‌رساند که ۰/۰۵ mm یا ۵ mm (به‌دلایل مختلف) تأثیر چندان رضایتبخشی نخواهند داشت.

برای یك فیزیکدان مهمترین چیز آن است که دربارهٔ اندازهٔ کمیتهای نوعی، شناختی کارآمد به‌دست آورد. این شناخت او را در جهت به‌دست آوردن دو چیز توانایی می‌بخشد:

(الف) داوری درمورد توجیه‌پذیر بودن هرکمیتی که خود محاسبه کرده است، یا به‌او ارائه می‌شود، و

(ب) برآورد اندازه‌های ممکن کمیتهای بعدی (صفحهٔ ۲۵).

حتی بهترین فیزیکدانها (ازجمله نیوتون) درکارهای خود، خطاهایی ابتدایی دارند، اما تنها یك فیزیکدان بد است که ازارائهٔ پاسخی که آشکارا محال است، خوشنود خواهد شد. فرض کنید که نتیجهٔ محاسبه‌ای نشان دهد که سرعت صوت در هوا در فشار متعارف ۰/۱۱ km/s است. بی‌درنگ مشاهده می‌شود که اشتباهی با عامل تقریبی ۳/۱ درآن وجود دارد، وباید توجه داشت که این عامل اغلب به‌سبب محاسبهٔ نادرست ریشهٔ دوم پدید آمده است.

اگر محاسبه‌ای طولانی به‌نتیجه‌ای محال بیانجامد، در این‌صورت باید همیشه، ضمن‌تأیید محال بودن نتیجه، مرتبهٔ بزرگیی‌راکه مناسب آن برآورد کرده‌اید، بیان کرده وعلت این برآوردخود را ذکر کنید. مقایسه‌ای میان مقادیر تخمینی و محاسبه شده، مانند مورد بالا، می‌تواند نوع عاملی راکه موجب اختلاف شده است تعیین، ودرنتیجه شما را دریافتن اشتباهتان راهنمایی کند. دراین زمینه کتاب علم اندازه‌گیری تألیف ر. هاوینك (جان موری، ۱۹۷۵) گنجینه‌ای از ایده‌های مناسب و سودمند است.

برای بحث. با ذکر دلیل توضیح دهید که آیا هریك از گزاره‌های زیر می‌تواند به‌عنوان پاسخ یك محاسبه توجیه‌پذیر باشد یا نه.

(الف) 10^{13} مولکول در یك قطره آب وجود دارند.

(ب) سرعت کتره‌ای الکترونها در رشتهٔ یك لامپ تنگستن داغ $2\ \mathrm{Gm\,s^{-1}}$ است.

(پ) سرعت زاویه‌ای گردش ماه به‌دورزمین $4\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$ است.

(ت) مقدار هوا در یك اتاق ۱۳ مول است.

(ث) دوکرهٔ ماشین وان دوگراف یك آزمایشگاه آموزشی بار $0/3\ \mathrm{C} \pm$ کسب می‌کنند.

(ج) انرژی آزاد شده از شکافت یك هستهٔ اورانیوم $2\ \mathrm{mJ}$ است.

MATH75.IR

(چ) آهنگ گسیل الکترونها از کاتود یك نوسان‌نگار کاتودی $10^{-6}s^{-1}$ است.

جدولهای مرتبه‌های بزرگی

انرژی

یکی از دلبستگیهای عمدهٔ فیزیکدانان انرژی، و تبدیل آن از شکلی به‌شکل دیگراست. علت این امر که مفهوم انرژی چنین جایگاه مهمی به‌دست آورده این است که می‌توانیم به‌کمك آن امکان یا عدم امکان روی دادن یك تغییرفیزیکی ویژه را دریابیم. یك سیستم فیزیکی با رساندن انرژی پتانسیل خود به‌مقدارکمینه، به‌ترازمندی می‌رسد. ازاینرو سطح مایع خود را جمع می‌کند.

الکترون تا حد امکان نزدیك به‌هسته حرکت می‌کند، و هستهٔ رادیواکتیو فرو می‌پاشد، و هریك از این فرایندها برآنست که انرژی پتانسیل سیستم را به کمینه برساند.

درسیستم SI تمامی انرژیها برحسب ژول بیان می‌شوند،

توصیف انرژی W	W برحسب J
انرژی بستگی سیستم زمین-خورشید	10^{33}
انرژی جنبشی انتقالی ماه	10^{28}
انرژی تابیده از خورشید در ۱ ثانیه	10^{26}
انرژی دریافتی زمین از خورشید در روز	10^{22}
انرژی برآورد شدهٔ موردنیاز انسان درهرسال (۱۹۵۰)	10^{20}
انرژی همراه با یك زمینلرزهٔ شدید	10^{20}
انرژی آزاد شده براثر نابودی 1 kg ماده	9×10^{16}
انرژی آزاد شدهٔ ناشی از شکافت یك مول ^{235}U	10^{13}
انرژی تلف شده به‌وسیلهٔ یك تخلیهٔ آذرخش	1 TJ 10^{10}
انرژی آزاد شدهٔ حاصل از احتراق 1 kg بنزین	1 GJ 10^{8}
انرژی‌تبدیل‌یافته به‌وسیلهٔ‌یك بخاری۱ کیلوواتی پس از یك ساعت‌کارکردن	$3/6\times10^{6}$
انرژی لازم برای باردارکردن باتری یك اتومبیل	1 MJ
انرژی فراهم آمده از یك تکه نان (۳۰ گرمی)	10^{5}
انرژی جنبشی یك توپ‌کریکت	10^{1}
انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی یك القاگر 2H که جریان 1A از آن می‌گذرد	1
انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی خازن 1μF که تا 200 V باردار شده است	2×10^{-2}
بیشینهٔ تابش‌یونندهٔ مجازکه‌درهرسال، 1kg بافت زنده می‌تواند جذب کند	1 mJ 4×10^{-4}
بیشینهٔ انرژی پروتون در سینکروترون CERN	1μJ 10^{-8}
	1nJ

توصیف انرژی W	W برحسب J
انرژی جرم سکون۱ واحد جرم اتمی‌متشکل	$1/6\times10^{-10}$
انرژی‌آزاد شدهٔ ناشی از شکافت 1 هستهٔ‌اورانیوم	3×10^{-11}
انرژی اتصال هرنوکلئون نوعی	$1/3\times10^{-12}$
1pJ	
کمینهٔ انرژی فوتون پرتوγ دریك تولیدزوج	$1/6\times10^{-13}$
انرژی جرم سکون یك الکترون	8×10^{-14}
انرژی فوتون یك پرتو X نوعی	1fJ
انرژی فوتون در میانهٔ طیف فرابنفش	10^{-17}
انرژی متوسط برای ایجاد یك زوج یون درهوا	5×10^{-18}
انرژی یونش اتم ئیدروژن	2×10^{-18}
1aJ { پهنای ناحیهٔ ممنوع بین‌نوارهای انرژی در بلوورالماس؛ تغییر انرژی اتصال در اتم دریك تغییرشیمیایی نوعی	
انرژی تابع‌کار تنگستن	7×10^{-19}
انرژی فوتون نور مرئی (بنفش)	5×10^{-19}
انرژی تابع کار سزیوم	3×10^{-19}
انرژی فوتون نور مرئی (قرمز)	$2/5\times10^{-19}$
پهنای‌ناحیهٔ ممنوع‌میان‌نوارهای‌تراز انرژی دریك بلور ژرمانیوم	1×10^{-19}
انرژی فوتون وسط فروسرخ	2×10^{-20}
انرژی جنبشی حرکت انتقالی مولکول گاز کامل در 300 K	6×10^{-21}
انرژی فوتون میکروموج	10^{-23}
انرژی فوتون نوار میانی امواج پخش رادیویی	10^{-27}

MATH75.IR

و این‌کار دارای مزیت فراوانی است چون مقادیرمقایسه‌ای واقعی انرژیهایی راکه قبلاً برحسب کمیتهای دیگر (مثلاً، الکترون‌ولت) بیان شده بودند، آشکار می‌کند.

جدول صفحهٔ قبل را باید به دقت بررسی کرد، چرا که می‌توان نتایج سودمند بسیاری از آن به‌دست آورد. مثلاً می‌توان از روی آن پیشگویی کرد که فوتونهای نوربنفش سبب گسیل فوتوالکتریك درسزیوم می‌شوند، ولی در تنگستن چنین اتفاقی نمی‌افتد؛ یا هوا توسط فوتونهای ناشی‌از فرابنفش میانی یونیده می‌شود، اما نه توسط فوتونهایی که دارای بسامد پایینتری‌اند.

چند جدول متفرقه

جدولهایی که در این صفحه آمده‌اند، درگستره‌ای وسیع، فهرستی از برخی مقادیر نمایانگر چهار کمیت متداول فیزیکی‌اند. باید تلاش کنید جدولهای مشابهی برای خود تشکیل دهید، تمرینی که هم‌سازنده و هم‌پاداش دهنده خواهد بود. پیشنهاد می‌کنیم کمیتهای زیر را از میان آنهایی‌که به‌ویژه قابل‌توجه‌اند انتخاب کنید: جرم، طول، زمان، سرعت خطی و زاویه‌ای، چگالی انرژی، مقدار ماده، مسیر آزاد میانگین، چگالی تعداد، جریان الکتریکی و چگالی جریان، پتانسیل الکتریکی، رسانایی الکتریکی و گرمایی، وچگالی شار مغناطیسی (میدان **B**).

نکته‌هایی پیرامون مبحثهای این کتاب

اغلب جمع‌آوری واقعیتهایی درمورد مبحثهای معین مفید است. مثلاً، تهیهٔ فهرستی ازمقادیر نوعی جریان واختلاف پتانسیل در وسایل نیمه‌رسانا مانند دیودهای پیوندی و ترانزیستورها، ومقایسهٔ آنها با فهرست مشابهی از قطعات لامپ خلأ بسیار آموزنده خواهد بود.

انجام این کار برروی (مثلاً) طیف الکترومغناطیس، گسیل فوتوالکتریك، ذرات بنیادی و رادیواکتیویته، تمرین مفیدی برای دوره کردن این مباحث است. کار معقولی خواهد بود اگر این واقعیتها راکه درمورد مباحث مختلف یادداشت کرده‌اید، به‌همراه جدولهای مرتبهٔ بزرگی، برای مواقع لزوم، دریك دفترچهٔ یادداشت نگهدارید.

کشش زمین برروی	**F** برحسب نیوتون
بال مگس	10^{-6}
تمبرپستی	10^{-4}
سکه	10^{-1}
سیب	$10^{0}=1$
یك مرد درشت اندام	10^{3}
نفتکش	10^{9}
ماه	10^{20}
خورشید	10^{22}

توصیف نیروی میدان الکتریکی	**E** برحسب (N/C) یا (V/m)
میدانی که الکترون درآن نیرویی به‌اندازهٔ کششی که زمین برآن وارد می‌آورد، متحمل‌می‌شود	10^{-10}
E_{max} موج الکترومغناطیس در نزدیکی یك لامپ ۱۰۰ واتی	10^{1}
میان صفحات منحرف کنندهٔ یك نوسان نگار کاتودی	10^{4}
میدان فرو ریزش هوا درفشار متعارف	10^{6}
میدانی که باعث‌گسیل میدان در روی سطح یك فلز نوعی «خلأ» می‌شود	10^{8}
میدان درمحتملترین‌موضع‌یك الکترون مداری ئیدروژن دراتم ئیدروژن درحالت پایه	10^{12}
میدان درسطح یك هستهٔ طلا	10^{21}

توصیف بار الکتریکی	**Q** برحسب **C**
بار بنیادی e	10^{-19}
بار مثبت هستهٔ طلا	10^{-17}
حداکثر باری که یك کره به‌شعاع 1 mm درهوایی بافشار متعارف می‌تواند نگهدارد	10^{-10}
بار نوعی حاصل از مالش	10^{-8}
بار نوعی اندازه‌گیری شده به‌وسیلهٔ گالوانومتر پرتابی	10^{-6}
بار انتقال یافته توسط یك درخش	10^{1}
بارمنفی‌که در ده‌دقیقه ازلامپ چراغ‌قوه می‌گذرد	10^{2}
بار مثبت روی هستهٔ یك سکهٔ مسی	10^{5}

MATH75.IR

توصیف دما	T برحسب K
دمای پدید آمده توسط وامغناطیسیدگی	10^{-6}
بی درروی هم ترازی هسته‌ای	
دمای ایجاد شده توسط وامغناطیسیدگی	10^{-3}
بی درروی نمکهای پارامغناطیس	
دمای نقطهٔ جوش هیدروژن	2×10^{1}
دمای نقطهٔ ذوب آب	3×10^{2}
دمای نقطهٔ ذوب تنگستن	4×10^{3}
دمای ناشی از موج شوکی درهوا ($Ma=20$)	2×10^{4}
دمای درون خورشید	10^{7}
دمای واکنش گرما هسته‌ای هلیوم	10^{8}

محاسبهٔ ذهنی

بیشتر مسئله‌های کمی این کتاب را می‌توان به‌کمك خط‌کش محاسبه حل کرد، و برای تعیین جای ممیزها باید برآوردی ذهنی به‌عمل آورد. این نوع محاسبهٔ ذهنی برای محاسبهٔ پاسخ مسئله‌های مرتبهٔ بزرگی که بحث آن در بخش بعد خواهد آمد، نیز لازم است. تجربه و تمرین به‌شما توانایی می‌بخشد تادرمورد این‌که کدام تقریبها مناسبند، داوری کنید، و روشهای خاص خودتان را ساخته و پرداخته کنید. برای آنهاکه تجربه‌ای ندارند روش زیر پیشنهاد می‌شود.

(۱) تمام اعداد را به‌شکل متعارف و با یك رقم معنی‌دار بنویسید. اگر رقمی را برای گردکردن کم کنیم، معمولاً می‌توان برای جبران، رقم دیگری را باگردکردن (زیاد یا کم) کرد، تا دوباره تعادل برقرار شود.

(۲) توانهای ۱۰ را رده‌بندی و ارزشیابی کنید.

(۳) هرجاکه ممکن باشد اعداد را ساده کنید و محاسبه را باعبارتهای ساده شده انجام دهید.

(۴) پیش‌از گرفتن ریشهٔ nام، عدد را به‌صورت $N\times10^{n*}$ بنویسید، که x یك عدد درست است.

مثال حل شده. مقدار T را درمعادلهٔ زیر تخمین بزنید.

$$3/94\times10^{26}=(5/67\times10^{-8})$$

$$\times[4\pi\times(7/0\times10^{8})^{2}]T^{4}$$

$$\therefore T^{4}\approx\frac{4\times10^{26+8-16}}{6\times4\pi\times49}$$

$$\approx\frac{10^{18}}{20\times50}\qquad(6\pi\text{ را مساوی }20\text{ می‌گیریم})$$

$$\approx10^{3}\times10^{12}$$

$$\therefore T\approx\sqrt[4]{1000}\times10^{3}\approx\sqrt[2]{30}\times10^{3}$$

$$\approx5\text{ یا }6\times10^{3}$$

عملیات دقیقتر باخط‌کش محاسبه ارقام ۵۸۰ را به ما می‌دهد که رقم واقعی $5/8\times10^{3}$ است.

مسئله‌های مرتبهٔ بزرگی

در بخشهای آینده تحت‌عنوان پرسشهایی برای بحث، مسئله‌هایی راخواهید یافت‌که باعلامت م.ب مشخص‌شده‌اند. هدف از طرح این پرسشها برانگیختن تفکر خلاق، تقویت درك مقادیر واقعی از اندازه‌های کمیتهای فیزیکی، و آگاهی از منابع معتبری است‌که این اطلاعات را می‌توان از روی آنها به‌دست آورد.

دراینجا روشی برای حل این‌گونه مسئله‌ها پیشنهاد می‌شود:

(۱) ممکن است چند روش‌انتخابی برای راهیابی به‌یك مسئلهٔ واحد وجود داشته‌باشد، وشما بتوانید درمورد مزیتهای نسبی هریك سودمندانه بحث‌کنید. روشی را برگزینید که ازهمه مطمئنتر باشد. اصول فیزیکی ضروری برای روش خود را جستجوکنید، وازآنها همچون راهنمایی جهت برگزیدن عواملی‌که برای این‌موقعیت مناسبند، وکنار گذاشتن آنهایی‌که به‌مسئله مربوط نیستند، سود برید.

(۲) اصولی راکه به‌کار می‌برید به شکل روابطی کمی بیان‌کنیدکه از روی آنها بتوانید رابطه‌ای برای کمیت برآوردکردنی خود استخراج کنید.

(۳) برای به‌دست آوردن هرکمیتی‌که مقادیر آنهارا نمی‌دانید، به‌کتابهای مرجع مراجعه‌کنید، یاآنهارا بااستدلال تخمین بزنید. (اینجاست‌که عقل سلیم و تجربه نقش مهمی دارند.) این مقادیر را به کار برید، و برای

MATH75.IR

ارزیابی پاسخ از خط‌کش محاسبه یـا روش محاسبهٔ ذهنی (برحسب تعداد ارقام معنی‌دار مورد نیازتان) استفاده کنید.

(۴) نشان دهید که کدام یک از کمیتهای ارزیابـی شده بیشترین سهم را در تعیین عدم قطعیت پاسخ نهایـی دارد، و به‌طور خلاصه بحث کنید که این پاسخ را تا چـه میزانی معتبر می‌دانید.

مثال حل شدهٔ ۱-۱۵

جریانهای آمپری که تصور می‌شود به دور سطح یـک میلهٔ آهن‌ربایی آزمایشگاهی شارش پیدا می‌کنند، چه‌اندازه‌ای دارند؟

(۱) اصول. این مسئله را بـا استنتاج نتیجه‌ای کمی از تشابه کیفی، میان میدان مغناطیسی خارجی یک سیملوله و یک میلهٔ آهن‌ربا، راهبایی می‌کنیم. در شکل زیر، (الف) و (ب)، براین تشابه تأکید شده است.

می‌توان میدانی مغناطیسی را که به وسیلهٔ آهن‌ربا تشکیل می‌شود نتیجهٔ جریانهایی پنداشت که در آهن‌ربا شارش دارند.

[بخش (پ) از شکل زیر]. اندازهٔ میدانی که به‌وسیلهٔ یک سیملوله ایجاد می‌شود، در نقطه‌ای مـانند P بـر روی محورش، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

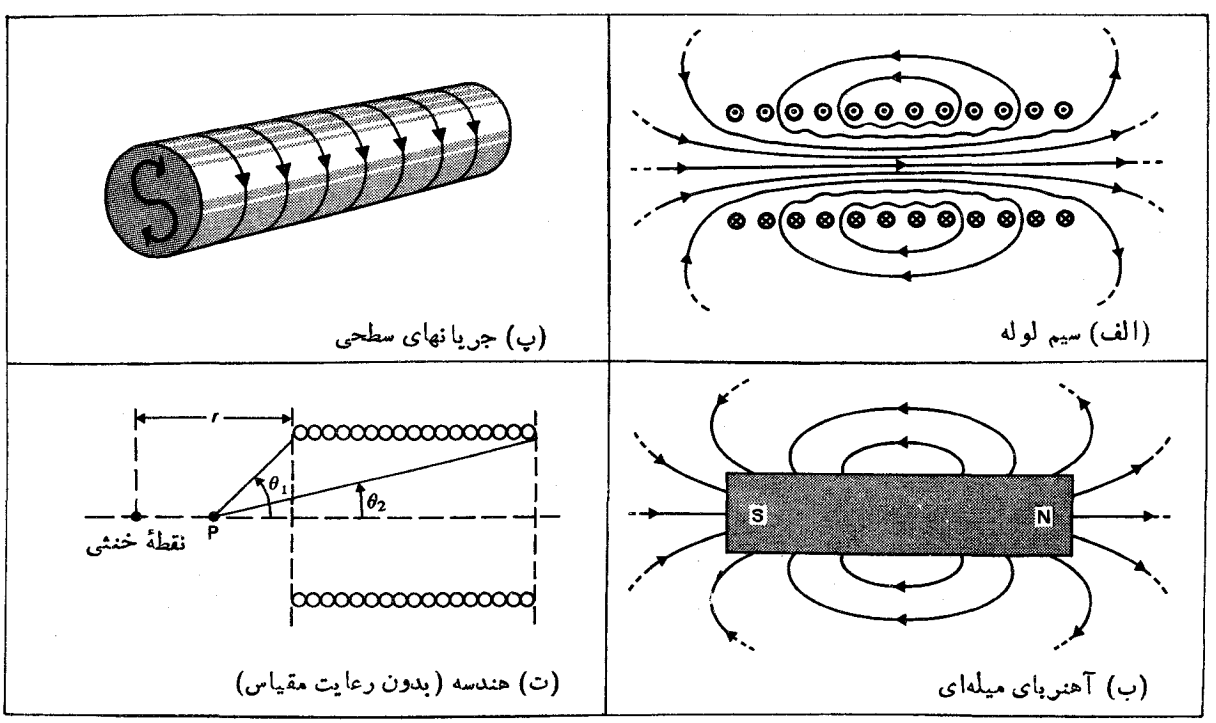
$$B=\frac{1}{2}\mu_0 nI(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$$

کـه در آن θ_1 و θ_2، در بخش (ت) از شکل زیـر تعریف شده‌اند، و n تعداد دور در واحد طول است.

(۲) روابط کمی. می‌خواهیم درمورد آهن‌ربای استوانه‌ای خود، مقدار (nI) را چنان محاسبه کنیم که

$$nI=\frac{2B}{\mu_0(\cos\theta_2-\cos\theta_1)}$$

(۳) تخمین. لازم است که مقدار معینی برای μ_0 داشته باشیم، ومجموعه‌ای از مقادیـر متناظر با $\mathbf{B}$، θ_1 و θ_2 را تخمین بزنیم. حال یک آهن‌ربای نوعی که جهت محور آن S → N است، درمیدان زمین، جایی که r [در بخش(ت)] حدود ۰/۱ m است، نقطه‌ای خنثی به‌دست می‌دهد. برای



شکل مربوط به‌مثال ۱-۱۵

MATH75.IR

سهولت کار، آهنربایی استوانه‌ای (وبه همان ترتیب سیم نظیر آن) را با طول ۰/۱ m وشعاع ۱۰ mm درنظر بگیرید. دراین‌صورت برای معادلهٔ سیملوله خواهیم‌داشت:

$$\cos\theta_1 = \frac{10}{\sqrt{101}} = \frac{1}{\sqrt{1/01}}$$

$$\cos\theta_2 = \frac{20}{\sqrt{401}} = \frac{1}{\sqrt{1/00025}}$$

$$\cos\theta_2 - \cos\theta_1 = (1+0/00025)^{-\frac{1}{2}} - (1+0/01)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \left[1-\frac{1}{2}(0/00025)+\dots\right] - \left[1-\frac{1}{2}(0/01)+\dots\right]$$

$$\approx 0/00375 \approx 4\times 10^{-3}$$

پارهٔ تفکیک شدهٔ افقی میدان زمین درحدود $20\ \mu T$ است.

بنابراین

$$nI \sim \frac{2\times 20\times 10^{-6}\ \frac{Wb}{m^2}}{\left(4\pi\times 10^{-7}\ \frac{Wb}{Am}\right)(4\times 10^{-3})}$$

$$\sim \frac{10\times 10^3}{4\pi}\ \frac{A}{m}$$

$$\sim 10^3\ \frac{A}{m}$$

(۴) اعتبار. مقداری که برای μ_0 آمده است مطلق، و مقدار مربوط به $\mathbf{B}$ تا بیش از ۲۰٪ درست است. منشأ اصلی عدم قطعیت، مقدار تخمینی $(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$ است، ولی خطای آن احتمالاً عاملی بیش‌از ۱۰ ندارد. چون خواص آهنربای دائمی در نمونه‌های گوناگون تفاوت چشمگیری می‌کنند، تلاش برای به‌دست آوردن دقتی بیش‌ازاین، چندان سودی دربر نخواهد داشت.

نتیجه. گسترهٔ جریان آمپری مربوط به آهنرباهای آزمایشگاههای آموزشی در حدود $10^2\ A/m$ تا $10^4\ A/m$ پذیرفتنی است.

۱ خطاها، ابعاد، نمودارها

خطاها

۱ـ۱ تفاوت میان خطاهای نظام یافته و کتره‌ای را توضیح دهید، برای نشان دادن پاسختان از عملیات ویژه‌ای (مانند استفاده از ساعت یا خط‌کش) استفاده کنید. چه‌نوع خطایی احتمالاً گمراه‌کننده‌تر است؟

۱ـ۲ دومثال برای هریك از دومورد زیر ارائه دهید:
(الف) یك اندازه‌گیری درست با دقت کم.
(ب) یك اندازه‌گیری نادرست دقیق.

۱ـ۳ سه آزمایش معروف را که هدف از آنها، اندازه‌گیری برخی کمیتهای فیزیکی است، برگزینید. اندازه‌گیریهایی را که درضمن آزمایشها باید انجام شود، فهرست کنید، و درهر مورد آن اندازه‌گیری را که دشواری بیشتری برایتان ایجاد می‌کند، نشان‌دهید، و دلیل گزینش این اندازه‌گیری را بگویید.

۱ـ۴ با استفاده از یك جدول سینوسی بزرگترین زاویهٔ θ $(|\theta| < \pi/2)$ را بیابید، چنان‌که $\sin\theta$ با درستی ۱٪ برابر θ باشد.

۱ـ۵ در هریك از مثالهای زیر v/c را، که c سرعت نور است، ارزیابی کنید، وپیرامون این نکته که آیا درمحاسبات

MATH75.IR

سینماتیکی تصحیح نسبیتی ضروری است یا نه، بحث کنید.

(الف) v سرعت زمین در مدارش به‌دور خورشید است. فاصلهٔ زمین تا خورشید را $0/15\ \mathrm{Tm}$ بگیرید.

(ب) v سرعت الکترونها در یک نوسان‌نگار کاتودی است که در اختلاف پتانسیل $5/0\ \mathrm{kV}$ شتاب می‌گیرند. مقادیر داده شدهٔ c و e/m_e را در محاسبه منظور کنید.

[(الف) 10^{-4}، (ب) 10^{-1}]

۱-۶ دقت در عبارت $r = (24/0 \pm 0/3)\ \mathrm{mm}$ چه معنایی دارد؟ r شعاع یک لوله است.

†۱-۷ مقدار میانگین. اگر در شرایط تجربی یکسانی، برای اندازه‌گیری کمیت فیزیکی واحدی چند عدد را بخوانیم، بهترین تخمین برای این کمیت میانگین این اعداد است. استفاده از مقدار میانگین به‌کاهش تأثیر خطاهای کتره‌ای کمک می‌کند. میانگین اندازه‌گیریهای زیر را برای مقاومت، R، یک وسیلهٔ الکتریکی حساب کنید:

$R = 3/19$، $3/15$، $3/20$ برحسب Ω (اهم)

$3/18$ و $3/21$، $3/20$، $3/22$، $3/25$، $3/17$، $3/23$،

۱-۸ خطا از روی نمودار. از نتایج زیر برای مشخص کردن نقاط روی نموداری که تغییرات اختلاف پتانسیل را در یک وسیلهٔ اهمی برحسب جریان شارش یافته در آن نشان می‌دهد، استفاده کنید.

V برحسب V	$3/0$	$3/6$	$4/6$	$5/0$	$6/2$	$6/6$	$7/0$	$8/4$
I برحسب A	$0/50$	$1/0$	$1/3$	$1/5$	$2/0$	$2/3$	$2/7$	$3/0$

V برحسب V	$9/4$	$10/0$	$10/4$	$12/4$
I برحسب	$3/5$	$4/0$	$4/6$	$4/8$

(الف) راست‌ترین خطی که این نقاط را به‌هم وصل می‌کند، رسم کنید و از روی شیب نمودار، مقاومت وسیله را به‌دست آورید.

(ب) نقاط ۱-۷، ۲-۸، ۳-۹، ۴-۱۰، ۵-۱۱، ۶-۱۲ را به‌هم وصل کنید و این شش‌شیب را اندازه بگیرید. مقدار میانگین شیبها را حساب کنید و دوباره مقاومت وسیله را از روی آن به‌دست آورید.

(ج) چرا نتیجهٔ (ب) از اعتبار بیشتری برخوردار است؟

[(ب) $2/1\ \Omega$]

۱-۹ ترکیب خطاها. مقدار کمیت X و بیشینهٔ خطای ΔX را از روی مقادیر اندازه‌گیری‌شده $(a \pm \Delta a)$، $(b \pm \Delta b)$، $(c \pm \Delta c)$ در هریک از مثالهای زیر، حساب کنید.

(i) $X = 6a + 4b$ $\quad a = 40 \pm 2,\ b = 20 \pm 2$

(ii) $X = a^3$ $\quad a = 10/0 \pm 0/3$

(iii) $X = \dfrac{a}{b}$ $\quad a = 100 \pm 4,\ b = 50 \pm 1$

(iv) $X = \dfrac{ab^2}{c}$ $\quad a = 0/200 \pm 0/004$

$b = 0/100 \pm 0/003$

$c = 0/050 \pm 0/002$

[(iii) $2/0 \pm 0/1$، (iv) $0/040 \pm 0/005$،

(i) 320 ± 20، (ii) 1000 ± 90]

†۱-۱۰ دو نیرو، یکی به‌بزرگی N (3 ± 50) و دیگری به‌بزرگی N (2 ± 25) است. بیشینهٔ درصد عدم قطعیت و عدم قطعیت مطلق را در:

(الف) مجموع نیروها، و

(ب) تفاضل نیروها، محاسبه کنید.

[(الف) ۷٪، ۵ N (ب) ۲۰٪، ۵ N]

†۱-۱۱ نیروی وارده از جانب یک گاز بر روی پیستونی به‌شعاع $(0/4 \pm 8/0)\ \mathrm{mm}$، به‌اندازهٔ $(2 \pm 30)\ \mathrm{N}$ است. حساب کنید:

MATH75.IR

(الف) عدم قطعیت درمساحت (سطح مقطع) پیستون، و
(ب) بیشینهٔ درصد عدم قطعیت مقدار محاسبه شدهٔ فشار گاز در استوانه.

[(الف) ۲۰ mm^2 (ب) ۱۷٪]

۱-۱۲ اگر بیشینهٔ خطای اندازه‌گیری تناوب آونگ ساده‌ای ۰/۰۵٪ و دراندازه‌گیری طول آن ۰/۶٪ باشد، بیشینهٔ درصد خطا در محاسبهٔ مقدار شتاب گرانشی زمین چقدر است؟

[۰/۷٪]

۱-۱۳ در مثال زیر بیشینهٔ درصد عدم قطعیت را حساب کنید: $X=a-2b$ که $a=50\pm1$ m و $b=24\pm0/5$ m (پاسخ، ضرورت اندازه‌گیری دقیق را وقتی با تفریق دوکمیت تقریباً مساوی سروکار داریم، نشان می‌دهد.)

[۱۰۰٪]

۱-۱۴ آجرمستطیل‌شکلی‌دارای جرم $(1/5\pm0/1)$ kg است، حجم آن را می‌توان از روی ابعاد زیر حساب کرد:

(80 ± 2) mm, (50 ± 1) mm, (30 ± 1) mm

با فرض آنکه تمام خطاها مستقل باشند، بیشینهٔ عدم قطعیت را در مقادیر اندازه‌گیری شدهٔ زیرحساب کنید:

(الف) حجم آجر.
(ب) چگالی آجر.

$$\left[\text{(الف) } 9/4\times10^{-6}\,m^3 \quad \text{(ب) } 1/8\times10^3\,\frac{kg}{m^3}\right]$$

***۱-۱۵ انحراف استاندارد** اندازهٔ پراکندگی یا پخش چند مشاهده را به‌دست می‌دهد. این کمیت به‌مقدار ریشهٔ میانگین مربعی انحراف ازمیانگین تعریف می‌شود. قرائتهای زیر به‌فاصلهٔ زمانی ویژهٔ Δt مربوطند:

$\Delta t/s=$ ۱۹۰، ۱۸۶، ۱۸۱، ۱۹۵، ۱۹۱، ۱۸۹، ۱۹۶ و ۱۸۴

حساب کنید:

(الف) میانگین مشاهدات را،
(ب) انحرافهای از میانگین را،
(پ) مجموع مربعهای انحرافهای از میانگین را،
(ت) میانگین مربع انحراف را، و
(ث) انحراف استاندارد را.

[(الف) ۱۸۹ s (ث) ۴/۸s]

ابعاد

۱-۱۶ منظوراز کمیت بدون بعد چیست؟ هرچند مثالی که ازشاخه‌های گوناگون علم فیزیك می‌دانید، برای آن بیاورید. آیا فکر می‌کنیدکه کمیت زاویه بدون بعد است؟

۱-۱۷ سرعت یك موج، c، برسطح یك مایع از رابطهٔ $c=\sqrt{gd}$ به‌دست می‌آیدکه g شتاب گرانشی زمین و d ژرفای میانگین آن مایع است. امکان وجود این رابطه، و شرایطی راکه درآن قابل اعمال است، مورد بحث قرار دهید.

۱-۱۸ می‌پنداریم که سرعت یك پرتابه، v، که با سرعت اولیهٔ (برداری) $\mathbf{u}$ و با زاویهٔ α نسبت به‌راستای افق پرتاب شده است، از رابطهٔ $v^2=u^2-5\,ugt\sin\alpha+2g^2t^2$ به‌دست می‌آید، t فاصلهٔ زمانی پرواز پرتابه است. امکان درست بودن این رابطه را مورد بحث قراردهید.

۱-۱۹ با تحلیل ابعادی، معلوم کنیدکه زمان تناوب، T، یك ماهواره که در مدار سیاره‌ای به‌جرم M می‌گردد، چگونه به‌ثابت گرانش، G، شعاع دایرهٔ مدار، R، و M بستگی دارد. آیا فکر می‌کنیدکه جرم ماهواره را در این رابطه حذف کرده‌ایم؟

$$\left[T=k\left(\frac{R^3}{MG}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

***۱-۲۰** باتحلیلی ابعادی عبارتهایی‌را برای سرعت امواج سطحی تخت، c، دریك مایع عمیق، برحسب طول‌موجشان، λ، بیابید. دو وضعیت را درنظر بگیرید:(الف) امواج اقیانوس، و (ب) چین وشکنهای سطحی. در این‌باره بحث کنیدکه کدامیك ازکمیتهای زیر برای هرمورد مناسبند:

MATH75.IR

چسبندگی مایع η، چگالی ρ، کشش سطحی γ، و شدت میدان گرانشی $\mathbf{g}$.

۱-۲۱ توضیح دهید که چرا در شرایط حدی، نیروی چسبندگی، $\mathbf{F}$، روی کره‌ای که در یك مایع حرکت می‌کند، تنها به‌شعاع، a، و $\mathbf{v}$، سرعت، آن و چسبندگی مایع، η، بستگی دارد، در حالی که در شرایط دیگر $\mathbf{F}$ به a، $\mathbf{v}$ و چگالی مایع، ρ، بستگی پیدا می‌کند. برای یافتن روابط دقیق از تحلیل ابعادی استفاده کنید.

***۱-۲۲** پنداشته می‌شود که زمان تناوب، T، یك آونگ ساده، به‌طول آن، l، جرم وزنه‌اش، m، شدت میدان گرانشی، $\mathbf{g}$، و قوس نوسان، s، بستگی داشته باشد. از تحلیل ابعادی برای یافتن رابطهٔ میان T و کمیتهای دیگر استفاده کنید.

$$\left[T=\mathrm{k}\left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\mathrm{f}\left(\frac{s}{l}\right)\right]$$

۱-۲۳ اگر بسامد f، اندازه حرکت $\mathbf{p}$ و سرعت $\mathbf{v}$ به‌عنوان کمیتهای بنیادی فیزیکی برگزیده شوند، ابعاد جرم، طول، زمان و کار چگونه خواهند بود؟

$$\{[\mathrm{PV}]\text{و}[\mathrm{F}^{-1}],\ [\mathrm{VF}^{-1}],\ [\mathrm{PV}^{-1}]\}$$

***۱-۲۴** سیستم واحدی را در نظر بگیرید که کمیتهای بنیانی فیزیکی استانداردش G، $\mathbf{g}_0$، و سرعت نور، c، باشند. ابعاد جرم، طول و زمان را برحسب کمیتهای بنیادی بالا به‌دست آورید.

۱-۲۵ با استفاده از تحلیل ابعادی معلوم کنید که $\overline{c^2}$، میانگین مربع سرعت مولکولهای گاز، چگونه به ثابت مولی گازهای کامل و جرم مولی M_m، و دمای T بستگی دارد.

۱-۲۶ آمپر یکی از کمیتهای بنیادی سیستم SI است. با در نظر داشتن این نکته آیا نتیجه‌ای را که در تحلیل ابعادی و با استفاده از کولن، که واحدی فرعی است، به‌دست می‌آوریم، می‌توان معتبر دانست؟

۱-۲۷ (الف) از قانون کولن در خلأ که به‌صورت

$$F=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{Q_1Q_2}{r^2}$$

بیان می‌شود استفاده کنید، و بعد ε_0 را برحسب [M]، [L]، [T] و [I] به‌دست آورید.

(ب) از عبارتهایی در مورد نیروی میان دو رسانای حامل جریان در خلأ، $F=(\mu_0/2\pi)I_1I_2l/a$، برای به‌دست آوردن بعد μ_0، استفاده کنید.

(پ) بعد $(\mu_0\varepsilon_0)^{-\frac{1}{2}}$ چیست؟ مقدار عددی این کمیت را ارزیابی کنید و روی پاسخ خود نظر دهید.

مقادیر ε_0 و μ_0 را در محاسبه منظور کنید.

$$\{[\mathrm{MLT}^{-2}\mathrm{I}^{-2}]\ (\text{ب})\}$$

۱-۲۸ به‌منظور ایجاد سیستم همسانی از واحدها، انتخاب کمیت بارالکتریکی به‌عنوان پایه، رویه‌ای معتبر است. واحد بار را می‌توان با واحد قراردادن ثابت قانون کولن تعریف کرد. بنابراین در $F=k\,(Q_1Q_2/r^2)$ ضریب k برابر یك و بدون بعد است. در این سیستم

(الف) بعد جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی، و

(ب) بعد و مقدار عددی μ_0 چگونه خواهد بود؟

چرا در سیستم SI، گزینش جریان به‌عنوان واحد بنیادی، برانتخاب بار برتری دارد؟

مقادیر $1/4\pi\varepsilon_0$ و c را در محاسبه منظور کنید.

۱-۲۹ با استفاده از تحلیل ابعادی، نشان دهید افت سرعت، v_d، الکترونها در یك رسانا، چگونه به چگالی جریان بار، $\mathbf{J}$، بار الکترونی، e، و چگالی تعداد الکترونها، n، بستگی دارد.

۱-۳۰ این عقیده وجود دارد که پهنای لایهٔ تهی، l، در یك پیوندگاه p–n از معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$l^2=V\varepsilon_r\varepsilon_0/en$$

که V اختلاف پتانسیل دوسر پیوندگاه ε_r گذردهی نسبی، e بار یك الکترون و n چگالی تعداد الکترونهاست. آیا این رابطه از نظر ابعادی منطقی است؟

۱-۳۱ ابعاد کمیتهای فیزیکی زیر را به‌دست آورید:

MATH75.IR

(الف) ثابت عمومی گاز مولی کامل، (ب) آنتروپی، (پ) نیروی محرکهٔ الکتریکی، e. m. f، (ت) ظرفیت، (ث) ضریب هال، (ج) جنبش الکترونی، (چ) تراوایی نسبی، (ح) مقاومت مغناطیسی، (خ) گشتاور مغناطیسی، (د) میزان درآشامیده شده از تابش یونده.

***۱-۳۲ ثابت ساختار ریز.** نسبت شعاع یك الکترون، که از روی آزمایشهای پراکندگی ارزیابی شده است، به‌مقدار تخمینی آن از روی داده‌های تولید و نابودی زوج، **ثابت ساختار ریز**، α، نام دارد، و از رابطهٔ $\alpha = e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar c$ به‌دست می‌آید. ابعاد این ثابت را تعیین و مقدار عددی آن را به‌صورت کمیتی کسری بیان کنید.

$$\left(\hbar = \frac{h}{2\pi}\right)$$

مقادیرعددی e، ε_0، $\hbar$ و c را در محاسبه منظورکنید.

$$\left[\frac{1}{137}\right]$$

نمودارها

۱-۳۳ کاربرد نمودار در فیزیك تجربی چگونه است؟

۱-۳۴ چگونه می‌توان از یك آینهٔ تخت برای یافتن‌مقدار دقیق شیب یك خم در یك نقطهٔ مشخص استفاده کرد؟

۱-۳۵ درصورتی که درمعادلهٔ زیر x و y متغیر باشند، چگونه می‌توانید نموداری رسم کنیدکه توصیفگرهریك از این معادلات باشد؟

(الف) $y = 4x^2 - 3x + 2$ (ب) $y = -8x + 5$

(پ) $y = 25\exp(-8x)$ (ت) $y = (2x+7)^2$

(ث) $y = 10^{-2}x^3$ (ج) $xy = 6$

۱-۳۶ در روابط زیر، دوکمیت متغیر و بقیه ثابتند. در هر مورد،

(الف) نموداری راتعیین کنیدکه برای پیداکردن ثابتها باید رسم کرد، و

(ب) شیوهٔ ارزیابی آنها را توصیف کنید.

رابطه	متغیرها	ثابت(های) خواسته شده
$m+1=\frac{v}{f}$	m, v	f
$T=kl^x$	T, l	x
$xy=f^m$	x, y	m
$T^2=\alpha(l+\beta)^3$	T, l	α, β
$r=R\left(\frac{\mathcal{E}-V}{V}\right)$	V, R	r
$N=N_0\exp(-\lambda t)$	N, t	λ, N_0
$Q=Q_0\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$	Q, t	C

۱-۳۷ کشش‌سطحی، γ، یك فلزذوب شده از راه مشاهدهٔ چین وشکنها یاامواج موئین اندازه‌گیری می‌شود. سرعت، c، امواج از رابطهٔ $c=\sqrt{2\pi\gamma/\rho\lambda}$ به‌دست می‌آید، که ρ چگالی فلز و λ طول‌موج امواج آن است. چگونه می‌توان γ را از روی نمودار نتایج تجربی به‌دست‌آورد؟

***۱-۳۸** θ_n، دامنهٔ نوسان nام یك استوانهٔ قائم تحت نوسانهای پیچشی که‌طول l از آن درمایعی فرو رفته است، از رابطهٔ $\theta_n = \theta_0\exp(-nAl/T)$ به‌دست می‌آید، T زمان تناوب نوسان و A ثابت است.

(الف) فکرمی‌کنید θ_0 معرف چیست؟

(ب) چطور از روی نمودار بررسی می‌کنیدکه عبارت بالا در واقع حرکت را توصیف می‌کند؟

۱-۳۹ R، مقاومت مؤثر، یك حلقهٔ سیمی از راه یك‌مدار پل برای‌مقادیر گوناگون l، اندازه‌گیری می‌شود، که l طول پاره‌ای ازحلقه است که میان‌دوسراتصال قرار دارد، وشامل نقاط اتصال نمی‌شود. (بنابراین R مجموع مقاومتهای دوپارهٔ حلقه است که به‌طور موازی به‌هم بسته شده‌اند.) نموداری رسم می‌کنیم که R محور طولی و l محور عرضی آن است. نموداری راکه فکرمی‌کنید به‌دست می‌آید رسم

MATH75.IR

کنید و توضیح دهید که انتظار دارید چگونه از آن برای محاسبهٔ مقاومت واحد طول سیم استفاده کنید.

۱-۴۰ فاصله‌های جسم ـ تصویر. روی یك کاغذ بزرگ رسم، محور اصلی، جای عدسی و کانونهای اصلی عدسی محدبی به‌فاصلهٔ کانونی ۱۰۰ mm را رسم کنید. شیئی با اندازهٔ مناسب بکشید، وجای تصویر آن‌را در گستره‌ای از مقادیر u بیابید. جدولی از مقادیر u و $(u+v)$ ترتیب دهید. نموداری رسم کنید که در آن مقادیر $(u+v)$ روی محور y و مقادیر u روی محور x باشد، و از این نمودار برای ارزیابی هریك از موارد زیر استفاده کنید:

(الف) کوچکترین فاصلهٔ میان شیء وتصویرواقعی آن،

(ب) مقدار u در این حالت و

(پ) مقدار $(u+v)$ وقتی که u به‌سمت f میل کند.

۱-۴۱ نموداری رسم کنید که از روی آن بتوان شعاع انحنای یك آینهٔ واگرا را یافت. درصورتی که اندازه‌گیریهای زیر را از فاصلهٔ شیء، u، وفاصلهٔ تصویر مربوط به‌آن، v، داشته باشیم.

u برحسب mm	۲۰۴	۲۵۰	۳۴۵	۴۵۵	۷۱۴
v برحسب mm	۱۰۰۰	۵۲۶	۳۳۳	۲۷۰	۲۲۲

[۰/۳۴ m]

۱-۴۲ T زمان تناوب یك نوع نوسان مشخص، با رابطهٔ $T=kl^m$ به‌طول آویز، l، مربوط می‌شود. اندازه‌گیریهای زیر را برای رسم نموداری که از روی آن بتوان مقادیر k و m را یافت، به‌کار برید.

l برحسب mm	۲۲۴	۲۸۲	۳۹۸	۵۰۱	۸۴۷
T برحسب s	۰/۹۴۴	۱/۰۶	۱/۲۶	۱/۴۱	۱/۸۵

$\left[m=\frac{1}{2}\quad ,\ k=2\ s/m^{\frac{1}{2}}\right]$

۱-۴۳ جدول نتایج نشان می‌دهد که چگونه ضریب چسبندگی دی‌اکسید کربون گازی شکل نسبت به دما تغییر می‌کند.

T برحسب K	۲۲۵	۲۸۹	۳۳۵	۵۰۲	۶۱۵
η برحسب μPa s	۱۱/۴	۱۴/۸	۱۷/۰	۲۴/۰	۲۸/۲

نموداری از η برحسب $T^{\frac{1}{2}}$ رسم کنید و بگویید که از روی آن چه‌چیزی را به‌دست می‌آورید. (نظریهٔ جنبشی پیشگویی می‌کند که برای گازی که رفتار گاز کامل را نشان می‌دهد: $\eta \propto T^{\frac{1}{2}}$.)

۱-۴۴ جدول نتایج نشان می‌دهد که ضریب چسبندگی مایع استون چگونه نسبت به دما تغییر می‌کند.

T برحسب K	۲۱۵	۲۳۲	۲۵۲	۲۶۹	۲۹۴
η برحسب mPas	۰/۸۸۵	۰/۶۵۹	۰/۵۰۵	۰/۴۱۴	۰/۳۱۹

(الف) نموداری از $\ln\eta$ برحسب $1/T$ رسم کنید و بگویید از روی آن چه‌چیزی به‌دست می‌آورید.

(ب) نموداری از η برحسب T رسم کنید.

MATH75.IR

۲ اصول مکانیک

۲. سینماتیک
۳. قوانین نیوتون
۴. کار و انرژی
۵. اندازه‌کار
۶. دینامیک دورانی
۷. ترازمندی
۸. شاره‌های سکون
۹. معادلهٔ برنولی

MATH75.IR

چند رابطهٔ مفید

سینماتیک

سرعت v: $v = ds/dt$

شتاب a: $a = dv/dt$

سرعت زاویه‌ای ω: $\omega = d\theta/dt$

شتاب زاویه‌ای α: $\alpha = d\omega/dt$

$v = u + at$

$s = \frac{1}{2}(u + v)/t$

$T = 2\pi/\omega$

$s = r\theta$

$v = r\omega$

$a_r = v^2/r = \omega^2 r = \omega v$

$a_t = r\alpha$

قانونهای نیوتون

اندازه حرکت p: $p = mv$

قانون اول: اگر $F = 0, \Delta v = 0$

قانون دوم: $F \propto d(mv)/dt$

قانون سوم: $F_{AB} = -F_{BA}$

$F = ma$

نسبت جرم: $m_0/m = a/a_0$

$G = mg$

$F = m(v^2/r) = m(\omega^2 r)$

کار و انرژی

کار W: $W = Fs\cos\theta$

انرژی جنبشی E_k: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$

$F = -dE_p/dx$

$E_p = \frac{1}{2}c\theta^2$

$E_p = mgh$

قانون بقای انرژی

توان $= P$: $P = dW/dt$

$P = Fv$

اندازهٔ حرکت

ضربهٔ خطی p: $p = F\,\Delta t$

$\int F\,dt = mv - mu$

$F = d(mv)/dt$

قانون بقای اندازهٔ حرکت خطی

اگر $F_{ext} = 0$ آنگاه $\Delta p = 0$

دینامیک چرخشی

گشتاور T: $T = Fr$

گشتاور لختی I: $I = \sum mr^2$

$T = I\alpha$

شعاع چرخش k: $I = Mk^2$

$I = I_0 + Md^2$

$W = T\theta$

$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$

$W = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2$

اندازهٔ حرکت زاویه‌ای L: $L = I\omega$

ضربهٔ زاویه‌ای: $T\,\Delta t$

$T\,\Delta t = I\omega - I\omega_0$

قانون بقای اندازهٔ حرکت زاویه‌ای

اگر $T_{ext} = 0$, آنگاه $\Delta L = 0$

تعادل

انتقالی: $\sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = 0$

چرخشی: $\sum T_x = \sum T_y = \sum T_z = 0$

$F = -dE_p/dx = 0$

مرکزجرم: $\bar{x} = \int x\,dm / \int dm$

مایعات درحال سکون

چگالی ρ: $\rho = m/V$

$\Delta p = h\rho g$

فشار p: $p = \lim_{\delta A \to 0} \left(\frac{\delta F_N}{\delta A}\right)$

برنولی

پیوستگی: $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$

$A_1 v_1 = A_2 v_2$

برنولی: ثابت $= p + \frac{1}{2}\rho v^2 + h\rho g$

MATH75.IR

۲ سینماتیک

پرسشهایی برای بحث

۲ـ۱ برای پاسخ به‌پرسشهای زیر مثالهایی ارائه دهید:
(الف) آیا امکان‌دارد جسمی که‌درحال حرکت‌باسرعت ثابت است، شتابدار باشد؟
(ب) آیا جسمی می‌تواند دارای بردار سرعتی ثابت و سرعتی متغیر[1] باشد؟
(پ) آیا جهت سرعت جسمی که شتاب ثابتی دارد، می‌تواند تغییر کند؟
(ت) آیا اگرسرعت جسمی‌صفر باشد، آن جسم می‌تواند شتابدار باشد؟
(ث) آیا یک جسم می‌تواند درجهتی مخالف جهت سرعت خود شتابدار باشد؟

۲ـ۲ آیا فرستادن فضانوردی به‌فضا با موشکی که باید ۱۰۰ km بپیماید تا به‌سرعت فرار خود، ۱۱ km/s، برسد، ازنظر پزشکی درست است؟

۲ـ۳ درون آسانسوری که با سرعت ثابت به‌سمت پایین درحال حرکت است، جسم کوچکی را رها می‌کنند تا به کف آسانسور بیفتد. شتاب این جسم از دید ناظری که در آسانسور است درمقایسه با کسی که نسبت به‌محور آسانسور ساکن است، چه‌تفاوتی دارد؟

۲ـ۴ رابطهٔ میان سرعت A نسبت به B وسرعت B نسبت به A چیست؟

۲ـ۵ از درون واگنی برقی‌که باسرعتی ثابت حرکتی افقی دارد، توپی رابه‌طورقائم به‌طرف‌بالا پرتاب می‌کنند. مسیر توپ را از دید ناظری‌که (الف) درون واگن برقی است و (ب) روی زمین و نزدیک به واگن برقی است، تشریح کنید.

۲ـ۶ می‌خواهیم در زیربارش قائم و مداوم باران از نقطهٔ A به‌نقطهٔ B حرکت کنیم. پیرامون بهترین شیوهٔ این حرکت، به‌طوری‌که تا حد امکان کمتر خیس شویم، بحث کنید.

۲ـ۷ (الف) بردارهای سرعت نسبت به زمین چند نقطهٔ روی یك چرخ غلتان رابادرنظرگرفتن حرکتهای دورانی وانتقالی، وسپس با به‌کار بردن اصل برهمنهی رسم‌کنید.
(ب) مسیر رسم شده توسط نقطه‌ای از لبهٔ یك چرخ غلتان را رسم‌کنید، و روی نمودار خود سرعت لحظه‌ای و شتاب لحظه‌ای آن نقطه را دریك لحظهٔ اختیاری نشان دهید.

۲ـ۸ م.ب بلندترین ارتفاعی که انسان بتواند ازآنجا یك توپ بازی معمولی را روی کرهٔ ماه بیندازد، چقدر باید باشد؟

مسئله‌های کمی

سینماتیك خطی

(درمورد سینماتیك حرکت هماهنگ ساده، ر.ك. فصل ۱۰.)

۲ـ۹ سرعت متوسط. مردی با دوچرخه درجهت حرکت باد، با سرعت ۸/۰ m/s فاصله تا مقصدش را می‌پیماید و درخلاف جهت باد باسرعت ۴/۰ m/s به‌مبدأ خود باز-می‌گردد. سرعت متوسط او چقدر است؟
[۵/۳ m/s]

+۲ـ۱۰ موشکی پژوهشی به طور عمودی به فضا پرتاب می‌شود و تا ۱۰ s که تمامی سوخت آن به پایان می‌رسد

۱ــ دراین متن speed و velocity هر دو به‌معنی «سرعت» وگاهی‌که‌لازم بوده است velocity به‌معنی «بردارسرعت» آمده‌است. درکتابهای درسی‌دبیرستانی‌برای speed واژهٔ «سرعت» و برای velocity واژهٔ «تندی» آمده است.

MATH75.IR

دارای شتاب ثابت $0/40\ km/s^2$ است. پس از آن با سقوطی آزاد بزمین فرو می‌افتد.

(الف) بیشینهٔ سرعت این موشك چقدر است؟

(ب) چه وقت به‌ارتفاع بیشینه می‌رسد؟

(پ) این ارتفاع چقدر است؟

(ت) نمودارهای a_y-t و v_y-t را رسم کنید.

ازچرخش زمین چشم بپوشید.

به‌جای شتاب‌گرانش مقدار عددی g_0 را بگذارید.

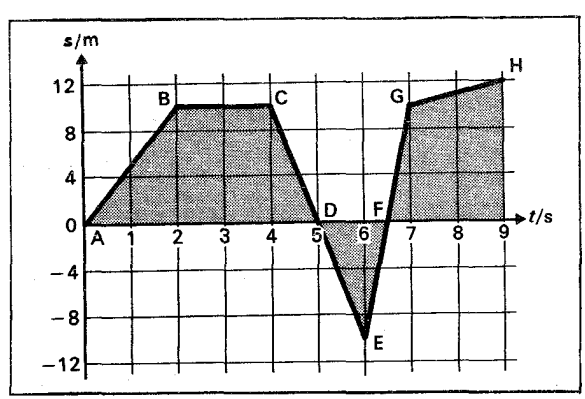
[(الف) $4/0\ km/s$ (ب) $0/42\ ks$

(پ) $0/84\ Mm$]

۲-۱۱† درمیدان‌الکتریکی‌یك‌لامپ‌پرتوکاتودی، الکترونی درطول محور چنان شتابدار می‌شودکه در فاصلهٔ $10\ mm$ سرعتش از $5/0\ km/s$ به $20\ Mm/s$ می‌رسد. این شتاب چقدر است؟

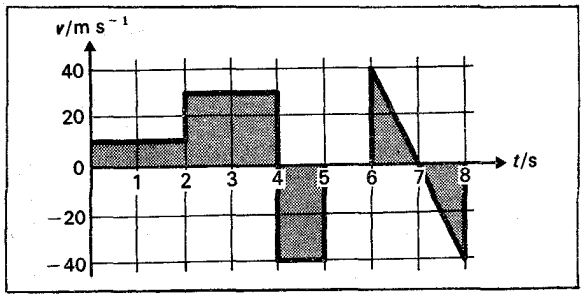
[$2/0\times10^{16}\ m/s^2$]

۲-۱۲ نمودار جابه‌جایی-زمان. به نمودار مراجعه کنید. حرکت یك‌جسم متحرك را بین نقاط A و H تشریح کنید. این اطلاعات را برای رسم نمودار سرعت برحسب زمان به‌کار ببرید.



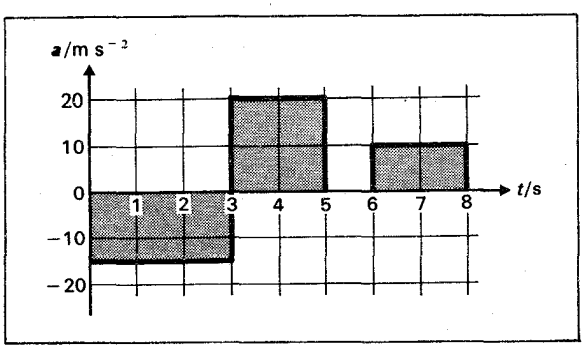
نمودار مربوط به‌پرسش ۲-۱۲

۲-۱۳ نمودارسرعت-زمان. به‌نمودارنگاه‌کنید. اطلاعات آن‌را برای‌رسم‌نمودار جابه‌جایی‌برحسب زمان به‌کاربرید.



نمودار مربوط به‌پرسش ۲-۱۳

۲-۱۴ نمودار شتاب-زمان. به نمودار مراجعه کنید. با این فرض‌که جسم از حالت سکون به حرکت درآید، از اطلاعات موجود برروی نمودار، برای‌رسم نمودارسرعت برحسب زمان استفاده‌کنید.



نمودار مربوط به‌پرسش ۲-۱۴

۲-۱۵ (الف) به‌فرض اینکه از مقاومت هوا چشم بپوشیم و g ثابت بماند، سرعت شلیك قائم‌گلوله‌ای را محاسبه کنیدکه با این سرعت تا ارتفاع $5/0\ km$ بالا رود.

(ب) این‌گلوله پس از چه مدتی به‌سطح شلیك خود بازخواهدگشت؟

(پ) بین‌کل‌فاصله‌ای‌که‌گلوله پیموده است وجابه‌جایی نهایی آن، چه‌اختلافی وجود دارد؟

به‌جای شتاب گرانش مقدار عددی g_0 را بگذارید.

[(الف) $0/31\ km/s$ (ب) $64\ s$]

۲-۱۶ گزینشگرسرعت مولکولی. دوقرص همسان، به‌فاصلهٔ s در طول یك محور افقی نصب شده‌اند، و هریك از آنها

MATH75.IR

دارای شکافی‌عمودی است که ذرات می‌توانند از آن بگذرند. شکاف قرص‌دوم نسبت به‌شکاف قرص‌اول به‌اندازهٔ زاویهٔ θ کج شده است. وقتی محور با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد، مولکولی که به‌طور افقی حرکت می‌کند با چه سرعت بیشینه‌ای باید از شکاف قرص اول بگذرد تا از شکاف قرص دوم نیز رد شود.

$$\left[\frac{s\omega}{\theta}\right]$$

۲-۱۷ سنگی از فراز پرتگاهی به‌ارتفاع h به‌پایین رها می‌شود و در همان لحظه سنگ دیگری را از ته پرتگاه با سرعت اولیهٔ $\mathbf{u}$ به‌بالا پرتاب می‌کنند. دوسنگ پس‌از زمان t به‌یك ترازافقی‌می‌رسند. عبارتی‌برای t وهمچنین‌شرایطی که ضمن‌آن سنگها دراین ترازسرعتی مساوی داشته باشند، به‌دست دهید.

$$\left[t=\frac{h}{u},\quad u=\sqrt{2gh}\right]$$

پرتابه‌ها و حرکت سهمی‌وار

۲-۱۸ نمودارهای حرکت سهمی‌وار. از بالای پرتگاهی به‌ارتفاع ۳۰۰ m سنگی را در راستای افق با سرعت ۲۰ m/s پرتاب می‌کنیم. نمودارهای زیر را به‌دقت رسم کنید:

$$\mathbf{a}_x-t,\ \mathbf{v}_x-t,\ \mathbf{x}-t;\ \mathbf{a}_y-t,\ \mathbf{v}_y-t,\ \mathbf{y}-t$$

g را $10\ \mathrm{m/s^2}$ بگیرید.

۲-۱۹ یك توپ بازی باسرعت ۱۵ m/s ازبالای‌عمارتی به‌ارتفاع ۱۰ m با زاویهٔ 30°نسبت به‌افق،پرتاب می‌شود. نمودارهای $\mathbf{v}_y-t$ و $\mathbf{y}-t$ را تا برخورد توپ به‌میدان مسطح که‌درپایین‌قراردارد، دقیقاًرسم کنید. g را $10\ \mathrm{m/s^2}$ بگیرید.

†**۲-۲۰** مولکول گازی دارای سرعت لحظه‌ای $0/50\ \mathrm{km/s}$ در راستای افق است. اگر این مولکول بتواند از ظرفی به‌پهنای $0/10\ \mathrm{m}$ بگذرد، چه مسافت‌قائمی را فرو می‌افتد؟ (این‌کار باید زیر فشار بسیارکم انجام گیرد.) به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [$0/20\ \mu\mathrm{m}$]

۲-۲۱ به‌سنگی از لبهٔ پرتگاهی قائم درکنار دریا، با پا ضربه‌ای‌وارد می‌آوریم‌چنان‌که سرعت‌اولیهٔ آن درراستای افق $4/0\ \mathrm{m/s}$ باشد. ارتفاع پرتگاه $0/20\ \mathrm{km}$ است، حساب کنید:

(الف) زمانی‌که طول می‌کشد تا سنگ به‌ساحل برسد.

(ب) فاصلهٔ محل‌برخورد سنگ به‌ساحل تا پای پرتگاه.

(پ) سرعت سنگ در این لحظه.

از مقاومت هوا چشم بپوشید.

به‌جای g مقدار عددی g_0 رابگذارید.

[(الف) $6/4\ \mathrm{s}$ (ب) $26\ \mathrm{m}$ (پ) $63\ \mathrm{m/s}$، و 37° نسبت به‌راستای قائم]

۲-۲۲ برد پرتابه. پرتابه‌ای با زاویهٔ α نسبت به‌راستای افق و با سرعت اولیه $\mathbf{u}$ پرتاب می‌شود.

(الف) عبارتهایی برای (i) سرعت در راستای افق، و (ii) کل زمان پرواز بنویسید.

(ب) باترکیب این‌عبارتهانشان دهیدکه‌بردR (جابه‌جایی کل‌در راستای افق) از رابطهٔ $R=u^2\sin 2\alpha/g$ به‌دست می‌آید.

(پ) R را برای گلولهٔ توپی‌که دریك سطح افقی شلیك شده است و برای آن $\mathbf{u}=400\ \mathrm{m/s}$ و $\alpha=25/0^\circ$ محاسبه‌کنید.

(ت) کمینهٔ سرعت‌اولیهٔ گلولهٔ توپ چقدرباشد، تا به‌این برد برسد؟

پیرامون تأثیر مقاومت هوا روی مسیرپرتابه بحث کنید.

به‌جای g مقدار عددی g_0 رابگذارید.

[۱۲/۵ km (پ) ۳۵۰ m/s (ت)]

سرعت نسبی

†**۲-۲۳** سرعت ریزش عمودی باران نسبت به زمین $8/0\ \mathrm{m/s}$ است. قطره‌های باران روی شیشهٔ پنجرهٔ کناری اتومبیلی ردهایی‌برجای می‌گذارندکه زاویهٔ آنها 30° زیر خط افق است. سرعت این اتومبیل را حساب کنید.

[$14\ \mathrm{m/s}$]

۲-۲۴ قایقی پارویی از عرض رودخانه‌ای به پهنای

MATH75.IR

۱٫۰ km که آب در آن با سرعت ۰٫۶۰ m/s جریان دارد، می‌گذرد. اگر سرعت قایق نسبت به آب ۰٫۸۰ m/s و جهت حرکتش عمود بر کناره‌های رودخانه باشد، حساب کنید:

(الف) زاویهٔ دماغهٔ قایق را نسبت به کناره‌های رودخانه،

(ب) سرعت قایق را نسبت به کناره‌ها، و

(پ) زمانی را که صرف پیمودن عرض رودخانه می‌کند.

[(الف) ۴۱° (ب) ۰٫۵۳ m/s (پ) ۱٫۹ ks]

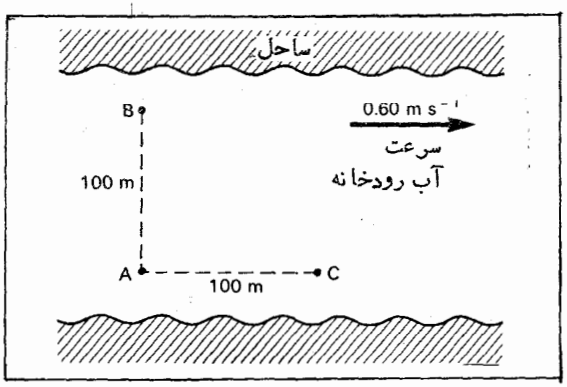
۲-۲۵ هواپیمای X با زاویهٔ ۳۳۰° و با سرعت روی زمین ۰٫۱۰ km/s از زمین برمی‌خیزد، و هواپیمای Y با سرعت ۰٫۱۵ km/s به‌سوی جنوب در پرواز است. حساب کنید:

(الف) سرعت X نسبت به Y، و

(ب) سرعت Y نسبت به X را.

(راهنمایی: این مسئله با ترسیم درجه‌بندی به سرعت حل می‌شود، چرا که اعداد تنها با دو رقم معنی‌دار داده شده‌اند.)

[(الف) ۸۱ m/s در ۲۱۸° (ب) ۸۱ m/s در ۳۸°]



شکل مربوط به پرسش ۲-۲۶

۲-۲۶ سینماتیک آزمایش مایکلسون-مورلی. به نمودار نگاه کنید. قایقی پارویی را می‌توان بر روی آب ساکن با سرعت ۱٫۰ m/s به پیش برد. زمانهایی را که صرف می‌کند تا مسیرهای (الف) ABA و (ب) ACA هر یک را با کوتاهترین راه ممکن بپیماید، حساب کنید.

آیا قایقران می‌تواند از روی زمانهایی که برای پیمودن این دو مسیر طول می‌کشد، کاملاً آن دو مسیر را از هم تمیز دهد؟ (هدف از آزمایش مایکلسون ـ مورلی آشکارسازی محیطی مشابه این رودخانه (اتر) بود. در این آزمایش اتر آشکار نشد.)

[(الف) ۰٫۲۵ ks (ب) ۰٫۳۱ ks]

حرکت دایره‌ای

†**۲-۲۷** در یک دورهٔ ۵٫۰ ثانیه‌ای، سرعت نقطه‌ای از ۱۰ m/s در راستای ۹۰° به ۱۰ m/s در راستای ۱۵۰° می‌رسد. حساب کنید:

(الف) تغییرات سرعت، و

(ب) شتاب متوسط را.

[(ب) ۲٫۰ m/s² در راستای ۲۱۰°]

†**۲-۲۸** مدار الکترونی را در یک اتم ئیدروژن می‌توان دایره‌ای به شعاع تقریباً ۵۰ pm و دورهٔ حرکت ۰٫۱۵ fs پنداشت. حساب کنید:

(الف) بسامد دوران،

(ب) سرعت زاویه‌ای،

(پ) سرعت خطی، و

(ت) شتاب مرکزگرای الکترون را.

[(الف) $۶٫۷\times۱۰^{۱۵}$ /s (ب) $۴٫۲\times۱۰^{۱۶}$ rad/s
(پ) ۲٫۱ Mm/s (ت) $۸٫۸\times۱۰^{۲۲}$ m/s²]

۲-۲۹ ماه تقریباً هر ۲۸ روز یک‌بار برمداری با شعاع متوسط ۰٫۳۸ Gm زمین را دور می‌زند. حساب کنید:

(الف) سرعت زاویه‌ای،

(ب) سرعت خطی، و

(پ) شتاب مرکزگرای ماه را.

[(الف) ۲٫۶ μrad/s (ب) ۰٫۹۹ km/s
(پ) ۲٫۶ mm/s²]

۲-۳۰ سرعت زاویه‌ای اتومبیلی را که با سرعت ۳۰ m/s در خمی به شعاع ۰٫۴۵ km حرکت می‌کند، حساب کنید. شتاب مرکزگرای این اتومبیل چقدر است؟

[۶۷ mrad/s، ۲٫۰ m/s²]

†**۲-۳۱** یک پل قوس‌دار دارای شعاع انحنای ۴۰ m است.

MATH75.IR

بیشینهٔ سرعتی راکه یك اتومبیل می‌تواند با آن از این پل بگذرد بدون آنکه در روی قوس از جاده خارج شود، حساب کنید.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [۲۰m/s]

۳۲-۲† سرعتی راکه یك هواپیما هنگام دور زدن مداری دایره‌ای به‌شعاع ۰/۸۰ km باید داشته باشد، بدون آنکه خلبان ازجانب کمربندهای ایمنی یا صندلی‌اش در آن سرعت نیرویی احساس کند، حساب کنید.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [۸۹ m/s]

۳۳-۲ یك ذره در مسیری دایره‌ای که با معادلهٔ $\theta = (3\ \mathrm{rad/s^2})t^2 + (2\ \mathrm{rad/s})t$ توصیف می‌شود، حرکت می‌کند. سرعت زاویه‌ای وشتاب زاویه‌ای آن را در لحظهٔ $t = 6/0\ \mathrm{s}$، محاسبه کنید.

[۳۸ rad/s، ۶/۰ rad/s^2]

***۳۴-۲** یك ذره برروی کرهٔ هموار و ثابتی به‌شعاع r، از حالت سکون خارج شده، اندکی جابه‌جا می‌شود. ارتفاع قائمی راکه ذره پیش‌از ترك کره به‌آن مقدارسقوط می‌کند، بیابید. [$r/3$]

۳ قوانین نیوتون

پرسشهایی برای بحث

۳-۱ توضیح دهید که چرا وقتی بخواهیم حرکت اجسام را تشریح کنیم، باید یك چارچوب مرجع را مشخص کنیم. با استفاده از موقعیتهایی که هرروز با آنها سروکار داریم، در مورد معنی نیروهایی مجازی که می‌توان با انتخاب یك چارچوب ویژه آنها را معرفی کرد، بحث کنید.

۳-۲ شخصی که اتومبیلی را با سرعت ثابت هل می‌دهد، ممکن است ناچار شود نیروی ثابت زیادی را وارد آورد. آیا این امر با قانون دوم حرکت نیوتون سازگار است؟

۳-۳ جسمی با جرم زیاد به وسیلهٔ ریسمان A از سقف آویزان می‌شود، و ریسمان مشابه دیگری، B، به‌انتهای این جسم متصل است. هنگامیکه ریسمان B کشیده شود، درهر یك ازموارد زیرکدام ریسمان پاره می‌شود؟

(الف) شدیداً کشیده شود، و (ب) به‌آرامی کشیده شود؟ چرا؟

۳-۴ شخصی وارد یك آسانسور می‌شود. با استفاده از نمودارهای بدون رسم شکل (مختصاتی) احساس فیزیولوژیك این شخص را در هنگام بالارفتن آسانسور تا طبقهٔ بعدی توضیح دهید. برای آنکه سرنشین ازجانب کف آسانسور احساس فشاری نکند، باید چه شرایطی موجود باشد؟

۳-۵ دونفر می‌خواهند طنابی را پاره‌کنند. نخست آن را درخلاف جهت یکدیگرمی‌کشند. سپس یك‌سر آن‌را به‌دیوار می‌بندند، و سردیگر را مشترکاً می‌کشند. آیا یکی ازاین دوراه بردیگری برتری دارد؟

۳-۶ چرا جملهٔ زیرین گمراه‌کننده است؟ «برکسی که روی زمین ایستاده است دونیرو وارد می‌آید، یکی نیروی وزنش که رو به‌پایین عمل می‌کند و واکنشی مساوی و در جهت مخالف آن ازسوی زمین که روبه‌بالاست.»

۳-۷ چهار مثال، برای زوج نیروی کنش ـ واکنش، که قانون سوم نیوتون نام دارد، بیاورید، که هر زوج ازاین چهارمثال ازآنِ شاخهٔ متفاوتی ازفیزیك باشد.

۳-۸ شخصی چگونه می‌تواند یك جعبه را به طور افقی حرکت دهد در صورتی که برمبنای قانون سوم نیوتون:

MATH75.IR

«نیروی وارد از جانب این شخص بر جعبه برابر است با نیروی وارد ازجانب جعبه بر آن شخص.»

۳-۹ آیا هر نیروی مرکزگرایی، همیشه یك زوج نیروی قانون سومی مرکزگریز دارد؟

***۳-۱۰** شرایطی را ذکر کنید که قانون سوم نیوتون به‌دلایل زیر نقض می‌شود: (الف) دونیروی کنش و واکنش درهمهٔ لحظه‌های زمان به‌یکدیگر وابستگی ندارند. (ب) دونیروی کنش و واکنش درامتداد یك‌خط راست و درجهت مخالف هم، قرار نگرفته‌اند.

۳-۱۱ چگونه می‌توان با استفاده از یك جرم ثابت شده و یك فنر مارپیچ دستگاهی ساخت و آن را برای استفاده به‌عنوان یك شتاب‌سنج درموشك، درجه‌بندی کرد؟

۳-۱۲ چرا اتومبیلی که فنربندی نرمی دارد، هنگامی که سرعتش افزایش می‌یابد، عقبش به‌پایین متمایل می‌شود؟

۳-۱۳ تشریح کنید چگونه می‌توان با به‌کاربردن یك وزنهٔ آونگ و تکه‌ای نخ وسیلهٔ ساده‌ای برای اندازه‌گیری شتاب یك قطار ساخت. وقتی قطار یك خم را می‌پیماید برای وزنه چه اتفاقی می‌افتد؟

۳-۱۴ درکامیونی‌خالی و دربسته، بادکنکی پر ازدی‌اکسید کربون به سقف بسته شده است و بادکنکی پر از ئیدروژن به‌کف آن متصل است. تشریح کنید وتوضیح دهید سرنشینی که بادکنکها را مشاهده می‌کند، درحالتهای زیر چه خواهد دید، اگرکامیون:

(الف) از پیچی درسمت راست بپیچد، و

(ب) درامتداد یك خط راست به‌سرعت توقف کند.

۳-۱۵ وقتی‌نیرویی درجهت عمود برمسیر یك شیء برآن وارد آید، سرعت شیء را چگونه تغییر خواهد داد؟ برای چنین وضعیتی چند مثال ذکر کنید.

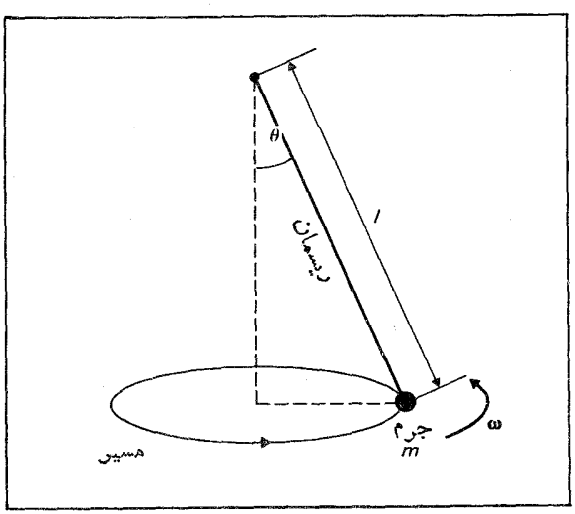
۳-۱۶ براینکه‌نیروی‌واردبرفضانوردی که درون‌ماهواره‌ای درمداری دایره‌ای زمین را دور می‌زند، چیست؟

۳-۱۷ در چه شرایطی می‌توان اتومبیلی را که پیچی را طی‌می‌کند، یك‌جسم سخت دانست، و چه‌موقع گفتگو ازآن به‌عنوان یك ذره، موجه است؟

۳-۱۸ صفحهٔ کوچکی را روی صفحهٔ چرخان گرامافونی قرار می‌دهیم و آهنگ چرخش را افزایش می‌دهیم. صفحه چه موقع ازصفحهٔ چرخان جدا می‌شود؟

۳-۱۹ حشره‌ای از لبهٔ یك صفحهٔ درحال چرخش مستقیماً به‌سوی مرکز آن می‌خزد. حرکت حشره را آنچنان که از یك‌نقطهٔ ساکن درست در بالای صفحه، دیده می‌شود، تشریح کنید. آنچه را که این ناظر می‌بیند با آنچه حشره در چارچوب مرجع شتاب گرفتهٔ خود احساس می‌کند، مقایسه کنید.

۳-۲۰ جنبه‌های مطلوب در طراحی یك اتومبیل مسابقه چیست؟ اصول فیزیکیی راکه در طراحی باید درنظرگرفت توضیح دهید.



شکل مربوط به‌پرسش ۳-۲۱

۳-۲۱ آونگ مخروطی. به نمودار نگاه‌کنید، که جسم کوچکی را درانتهای یك ریسمان نشان می‌دهد، وبا سرعت زاویه‌ای‌ثابت، ω، محیط دایره‌ای افقی را می‌پیماید. مؤلفهٔ قائم نیروی کشش وزن را نگه می‌دارد، و مؤلفهٔ افقی‌آن نیروی مرکزگرا را فراهم می‌آورد. با استفاده از این

MATH75.IR

نکات، نشان دهید، زمان تناوب، T، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$T = 2\pi\sqrt{[(l\cos\theta)/g]}$$

۳-۲۲ در بارهٔ دوگزارهٔ زیر نظر دهید: (الف) نیروهای اصطکاك همیشه مخالف حرکتند. (ب) حرکت تقریباً همهٔ اتومبیلها ناشی از اصطکاك است.

۳-۲۳ تا آنجاکه می‌توانید، به‌طورکامل تشریح کنیدکه در یك مقیاس میکروسکوپی هنگامی‌که جسمی فلزی روی‌جسم دیگری کشیده می‌شود، چه پیش می‌آید. چگونه می‌توان از نیروی مقاومت اصطکاك کاست؟

مسئله‌های کمّی

حرکت خطی

۳-۲۴† نیروی برایندی برابر ۱٫۰ N به‌مدت ۱٫۰ s برجسمی ساکن به‌جرم ۱٫۰ kg وارد می‌آید. این نیرو آن جسم را چقدر حرکت خواهد داد؟

[۱٫۰ m نیست!]

۳-۲۵† نیروهای ۱۲ N و ۱۶ N روی جسمی به‌جرم ۴٫۰ kg عمل می‌کنند. اگر نیروها برهم عمود باشند اندازهٔ شتاب جسم را حساب کنید.

[۵٫۰ m/s²]

۳-۲۶† سرعت یك ملخ به‌هنگام پرش ۳٫۴ m/s است. اگر در فاصلهٔ ۴۰ mm شتاب بگیرد و جرمش ۳٫۰ g باشد، میانگین‌نیروی وارد ازسوی زمین برپاهای عقبی این ملخ را محاسبه‌کنید.

[۰٫۴۳ N]

۳-۲۷† (الف) اتومبیلی به‌جرم 1.6×10^{3} kg برروی یك ورقهٔ یخ افقی حرکت می‌کند. وقتی فشار چرخها روی یخ به ۰٫۴۰ kN می‌رسد شروع به‌لغزیدن می‌کند. بیشینهٔ شتاب اتومبیل را دراین حالت حساب‌کنید.

(ب) بیشینهٔ شتاب‌اتومبیلی باجرم‌کمتر چقدرخواهد بود؟

[(الف) ۰٫۲۵ m/s²]

۳-۲۸† **یك شتاب‌سنج ساده.** یك وزنهٔ آونگ از سقف اتومبیلی که شتاب افقی پیدا می‌کند، آویخته است. زاویهٔ بین نخ‌آونگ و راستای قائم ۱۰° است. $\mathbf{g}$ را ۱۰ N/kg بگیرید.

(الف) نمودار مختصاتی وزنه را رسم‌کنید.

(ب) برایند نیروهای وارد برآن را حساب‌کنید.

(پ) شتاب این اتومبیل را پیدا کنید.

[۱٫۸ m/s² (پ)]

۳-۲۹† جرم‌آسانسوری 1.2×10^{3} kg است. به‌کمك نمودار مختصاتی، نیروی‌کشش سیم نگهدارندهٔ آسانسور را محاسبه‌کنید، هنگامی‌که:

(الف) با سرعت یکنواخت پایین برود،

(ب) با شتاب پایین‌سوی ۲٫۰ m/s² پایین برود،

(پ) ساکن باشد،

(ت) با شتاب بالاسوی ۲٫۰ m/s² بالا رود،

(ث) با شتاب پایین‌سوی ۲٫۰ m/s² بالا رود.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. (یادآوری: g_0 را در اینجا شدت میدان گرانشی زمین می‌گیریم و نه به عنوان یك شتاب.)

۳-۳۰† الکترونی در فضای ۱۲ میلیمتری بین کاتود و آنود یك لامپ خلأ گرمایونی از حالت سکون تا سرعت ۲۵ Mm/s شتابدار می‌شود. (الف) نیروی الکتریکی وارد برالکترون چقدر است؟ (ب) چگونه می‌توان این‌نیرو را با نیروی گرانشی وارد برآن ازسوی زمین، مقایسه‌کرد؟ مقادیر عددی داده شدهٔ m_e و g_0 را درمحاسبه منظورکنید.

[(الف) 2.4×10^{-14} N]

۳-۳۱ هواپیمایی به‌جرم 1.0×10^{3} kg با سرعت‌نسبی ۰٫۱۰ km/s روی عرشهٔ ناو هواپیمابری می‌نشیند. این کشتی می‌تواند نیروی ترمزی برابر ۴۰ kN برای‌هواپیما فراهم‌آورد. هواپیما پس از طی چه‌مسافتی به‌حالت سکون درخواهد آمد؟

[۰٫۱۲ km]

MATH75.IR

۳-۳۲ ضرورت حفظ یکنواختی حرکت. یدك‌کشی برای حرکت یك کشتی به جرم $۲/۵ \times ۱۰^۶ \text{ kg}$ طناب سیمی فولادی نازکی با استقامت کششی (تنش گسستگی) $۵/۰ \times ۱۰^۸ \text{ Pa}$ را به‌کار می‌برد. اگرمساحت سطح مقطع این طناب سیمی فقط $۲/۰ \times ۱۰^{-۴} \text{ m}^۲$ باشد، بیشترین شتابی که یدك‌کش، بدون گسیختگی طناب، می‌تواند پیدا کند، چقدر است؟

$[۴۰ \text{ mm/s}^۲]$

۳-۳۳ ماشین آتوود. جرمهای $۳/۰ \text{ kg}$ و $۲/۰ \text{ kg}$ به وسیلهٔ نخی که از روی یك قرقرهٔ بدون جرم و اصطکاك می‌گذرد، به یکدیگر بسته شده‌اند. نیروهای کششی وارد از جانب نخ و شتاب این جرمها را محاسبه کنید. در مورد پیامدهای اصطکاك روی تکیه‌گاهها و جرم متناهی قرقره بحث کنید. (راهنمایی: برای دو جرم دو نمودار مختصاتی جداگانه رسم کنید.)
به جای g مقدار عددی $g_۰$ را بگذارید.

$[۲/۰ \text{ m/s}^۲ ، ۲۴ \text{ N}]$

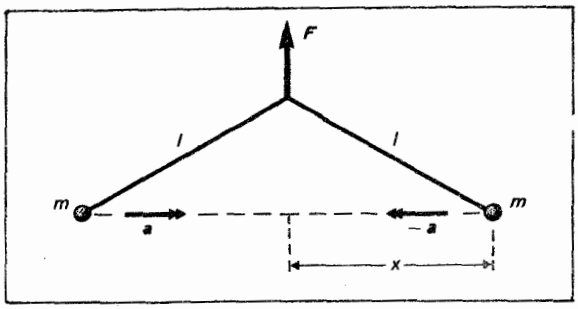
۳-۳۴ نیرویی برابر ۳۰ N سرعت جسمی را در مسافت $۹/۰ \text{ m}$ به‌نصف می‌رساند. اگر جرم این جسم $۵/۰ \text{ kg}$ باشد، سرعت اصلی جسم و زمانی راکه نیرو برآن وارد می‌آید محاسبه کنید.

$[۱/۰ \text{ s} ، ۱۲ \text{ m/s}]$

۳-۳۵ یك ترازوی فنری حامل جرمی برابر $۲۰/۰ \text{ kg}$ درون یك آسانسور نیروی ۲۵۰ N را نشان داده است. شتاب آسانسور چقدر بوده است؟ نمودار مختصاتی آن را چنان رسم کنیدکه از روی آن بتوانید درجات ترازو را برای حالتهای زیر حساب کنید:
(الف) سقوط آزاد، و
(ب) حرکت با سرعت ثابت.
به‌جای g مقدار عددی $g_۰$ را بگذارید.
$[۰/۲۰ \text{ kN (ب)} \quad ۰ \text{ (الف)} \quad ۲/۷ \text{ m/s}^۲ \text{ بالا}]$

۳-۳۶ جمع نرده‌ای (اسکالر) جرم. به‌طور تجربی می‌توان نشان داد که می‌توانیم جرمها را همچون کمیتهای برداری جمع کنیم (جزآن هنگام‌که با اجزای‌سازندهٔ هسته سروکار داریم). نیروی $۸/۰ \text{ N}$ به‌جرم $m_۱$ شتاب $۱۲ \text{ m/s}^۲$ و به‌جرم $m_۲$ شتاب $۴۸ \text{ m/s}^۲$ را می‌دهد. اگر این دو جرم به‌هم متصل شوند، شتابی را که این نیرو به آنها می‌دهد حساب کنید.

$[۹/۶ \text{ m/s}^۲]$



شکل مربوط به پرسش ۳-۳۷

۳-۳۷ به‌نمودار مراجعه کنید. یك‌نیروی ثابت $\mathbf{F}$ به‌وسط نخ سبکی که دو ذره به‌جرم m را به‌هم می‌پیوندد، وارد می‌آید. برای مؤلفهٔ شتاب $\mathbf{a}$ مربوط به‌یکی از ذره‌ها که در فاصلهٔ x روی خط عمود برخط‌کنش $\mathbf{F}$ واقع است، عبارتی بیابید. نموداری رسم کنیدکه تغییرات $\mathbf{a}$ را نسبت به x نشان دهد.

$$\left[a = \frac{Fx}{۲m(l^۲ - x^۲)^{\frac{۱}{۲}}}\right]$$

***۳-۳۸** یك‌جرم $۵/۰$ کیلوگرمی تحت‌کنش نیرویی افقی که از رابطهٔ $F/\text{N} = ۸۰ + ۱۰ t^۲/\text{s}^۲$ به دست می‌آید، روی سطحی هموار و افقی حرکت می‌کند. اگر جسم در مبدأ و در لحظهٔ $t = ۰ \text{ s}$ درحالت سکون باشد، سرعت این جرم در زمان $t = ۳/۰ \text{ s}$ چقدر است؟ جابه‌جایی جسم در لحظهٔ $t = ۲/۰ \text{ s}$ چه اندازه خواهد بود؟

$[+۳۵ \text{ m} ، +۶۶ \text{ m/s}]$

***۳-۳۹** به نمودار نگاه کنید، که نمایانگر نیروهای مؤثر

MATH75.IR

وارد براتومبیلی دیفرانسیل‌جلو است. آنگاه‌که این اتومبیل ازسکون به‌حرکت درآید، شتابدارمی‌شود. مقادیر $\mathbf{P}$ و $\mathbf{Q}$ را درحالتهای زیر محاسبه‌کنید:

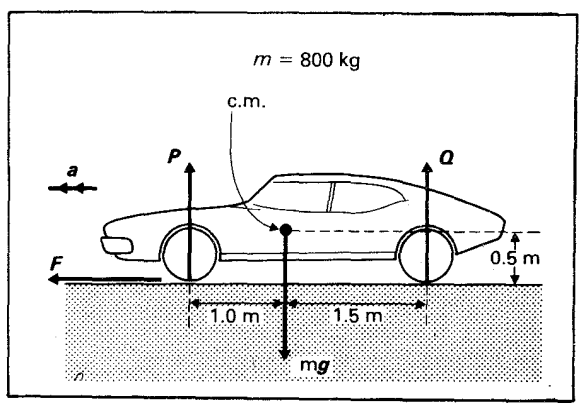
(الف) $\mathbf{a}=0$، و

(ب) $\mathbf{a}=1/5\ \mathrm{m/s^2}$،

g را برابر $10\ \mathrm{N/kg}$ بگیرید.

(راهنمایی: بـا اینکه اتومبیل یك چارچوب مرجع شتابدار است، کـه قوانین نیوتون به طور کلی در مـورد آن صدق نمی‌کنند، اما می‌توانیم $\mathbf{T}=I\alpha$ را همچون محوری که از مرکز جرم می‌گذرد، به‌کار بریم؛ این یك حالت ویژه است.)

[$Q=2/4\ \mathrm{kN}$, $P=5/6\ \mathrm{kN}$ (ب)]



شکل مربوط به‌پرسش ۳-۳۹

*۳-۴۰ ذره‌ای به‌جرم m بـا سرعت اولیهٔ $\mathbf{u}$ در راستای قائم به بـالا پرتـاب می‌شود و وقتی به سرعت $\mathbf{v}$ می‌رسد به نیروی مقاومی برابر kv^2 در برابر حرکت آن به وجود می‌آید. (k مقداری ثابت است) عبارتی برای ارتفاع ذره دراین حالت بیابید.

$$\left[\frac{m}{2k}\ln\left(1+\frac{ku^2}{mg_0}\right)\right]$$

حرکت دورانی

۳-۴۱ کره‌ای فلزی به جـرم $0/10\ \mathrm{kg}$ به‌یك سرسیمی به طول $0/80\ \mathrm{m}$ که سر دیگر آن به نقطه‌ای ثابت متصل است، مسیر دایره‌ای افقی‌را می‌پیماید. اگـر زمان تناوب یك ثانیه باشد، کشش سیم را حساب‌کنید.

ممکن است در محاسبات خود سیم را افقی فرض کرده باشید. توضیح دهید کـه چرا این فـرض درست نیست و زاویه‌ای‌راکه‌سیم با افق می‌سازد حساب‌کنید. دراین‌صورت پاسختان چه تفاوتی با پاسخ نخست شما خواهد داشت؟

[۳/۲ N, ۱۸°]

۳-۴۲ درون یك‌اتاق استوانه‌ای توخالی‌که درحول‌محور عمودی مرکزی خود می‌چرخد، شخصی می‌توانـد با تکیه به‌دیوار داخلی آن ــ حتی اگـر اتاق‌کف نداشته باشد ــ سرپا بماند. اگـر شعاع استوانه $2/0\ \mathrm{m}$ و سرعت خطی دیوار $8/0\ \mathrm{m/s}$ باشد، ضریب اصطکاکی را که مانع از افتادن شخص می‌شود، محاسبه‌کنید.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [$\mu_s=0/31$]

۳-۴۳ **شیب‌دادن به جاده.** مسیری دایـره‌ای به شعـاع $0/36\ \mathrm{km}$ را با زاویهٔ θ شیب داده‌اند. یك‌اتومبیل‌تندرو مسابقه با سرعت $60\ \mathrm{m/s}$ دراین مسیر حرکت می‌کند.

(الف) یك نمودار مختصاتی بـرای این اتومبیل رسم کنید.

(ب) شرایطی را بنویسید کـه ضمن آن، مؤلفهٔ نیروی وزن اتومبیل روی‌خط بزرگترین‌شیب، مساوی مؤلفهٔ نیروی مرکزگرای ضروری و هم جهت با آن باشد.

(پ) مقدار θ را چنان محاسبه‌کنید که نیازی به‌نیروی اصطکاك جانبی وجود نداشته باشد.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [(پ) ۴۶°]

۳-۴۴ **آونگ مخروطی.** جسم‌کوچك پرجرمی در انتهای نخی به طول $1/2\ \mathrm{m}$ بـا سرعتی ثابت دایره‌ای افقی را می‌پیماید. همچنان که این جسم می‌گردد، نخ سطح جانبی یك مخروط قائم را رسم می‌کند. اگـر نیم زاویهٔ مخروط ۳۰° باشد، سرعت جسم و زمان تناوب آن را حساب‌کنید.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید.

[$1/8\ \mathrm{m/s}$, $2/0\ \mathrm{s}$]

۳-۴۵ به‌هر دوسر میله‌ای افقی به طـول $8/0\ \mathrm{m}$ طنابی به‌طول $2/0\ \mathrm{m}$ بسته شده‌است، و به‌انتهای هرطناب‌کره‌ای

MATH75.IR

فلزی متصل است. وقتی میله به‌دور محوری قائم که از مرکزش می‌گذرد بگردد، طنابها نسبت به راستای قائم زاویهٔ $\pi/6$ rad می‌سازند. با در نظر گرفتن این آرایش به عنوان بخشی از یك آونگ مخروطی، زمان تناوب میلهٔ چرخان را محاسبه کنید.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [۵/۹ s]

***۳-۴۶ کشش لاستیك چرخان اتومبیل.** نیروی کشش یك لاستیك اتومبیل دایره‌ای با شعاع مؤثر ۰/۲۵ m و جرم مخصوص خطی ۱۰ kg/m برابر ۵/۰ kN است. حساب کنید:

(الف) سرعت زاویه‌ای لاستیك را درمرکز جرم آن،

(ب) سرعت خطی چرخی را که لاستیك به‌آن بسته شده است.

توضیح دهیدکه چرا وقتی سرعت زاویه‌ای ازحد معینی بیشتر شود؛ ممکن است لاستیك ازلبهٔ چرخ جدا شود؟

[(الف) ۸۹ rad/s (ب) ۲۲ m/s]

***۳-۴۷** چرخی‌فولادی با لبه‌ای‌آلومینیومی، به‌دورمحوری که از مرکزش می‌گذرد و بر صفحهٔ چرخ عمود است، می‌چرخد. وقتی که نیروی وارد برلبه به‌تنش گسستگی آلومینیوم می‌رسد، سرعت لبه را حساب کنید.

چگالی آلومینیوم $2/7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$، و تنش گسستگی آن $0/12 \text{ GN/m}^2$ است.

[۶۷ m/s]

***۳-۴۸ شکل سطحی یك مایع چرخان.** به نمودار مراجعه کنید. بشر استوانه شکلی را نشان می‌دهد که حاوی مایعی است؛ بشر با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. از تأثیرات کشش سطحی چشم بپوشید.

(الف) فشار نقطهٔ C به‌چه میزانی از فشار (i) در B، و (ii) در D بیشتر می‌شود؟ (راهنمایی: به‌مثال حل شدهٔ ۱-۴ مراجعه کنید.)

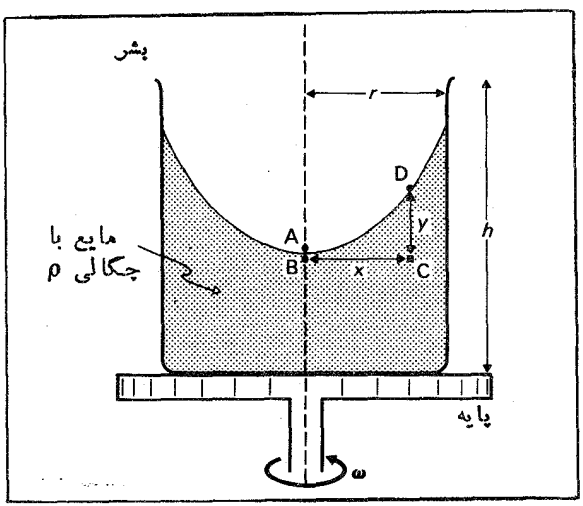
(ب) رابطهٔ میان x و y را بنویسید وشکل سطح مایع را به دست آورید.

(پ) فرض کنیدکه ظرف درحالت سکون نیمه پر بوده است. اکنون که مایع لبالب است، حجم ظرف در چه شرایطی است؟

(ت) درمورد ظرف ویژه‌ای با ارتفاع $h = 100 \text{ mm}$ و شعاع قاعدهٔ $r = 40/0 \text{ mm}$، مقدار بحرانی ω را محاسبه کنید.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید.

[(ت) ۳۵/۰ rad/s]



شکل مربوط به پرسش ۳-۴۸

نیروهای اصطکاکی

۳-۴۹ واژگونی. گرانیگاه یك واگن باری ۰/۸۰ m بالای خط‌آهن قرار دارد، و فاصلهٔ خطوط آهن ازیکدیگر ۱/۲ m است. بیشینهٔ سرعتی که واگن‌باری با آن می‌تواند بدون‌واژگون‌شدن، قوسی‌بدون‌کنارهٔ شیبدار به‌شعاع ۵۰ m را دور بزند، چقدر است؟ (راهنمایی: چارچوب مرجع شتابداری انتخاب‌کنید و نمودارمختصاتی را دراین‌چارچوب رسم کنید.)

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [۱۹ m/s]

۳-۵۰ سرخوردن. بیشینهٔ شعاع دایره‌ای را محاسبه کنید که اتومبیلی با سرعت ۲۰ m/s و با ضریب اصطکاك ۰/۳۰ بین لاستیکهای آن و جاده، بتواند آن را دور بزند.

MATH75.IR

این جاده را با چه زاویه‌ای باید شیب داد تا درسرعت‌بالا نیازی به‌نیروی اصطکاك مرکزگرا نداشته باشد. (فرض‌کنید که اتومبیل قبل از واژگون شدن سر بخورد و از تأثیر مقاومت هوا چشم بپوشید.)

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید.

[۰/۱۴ km, ۱۷°]

۳-۵۱ جعبه‌ای روی یك سطح هموار افقی در قسمت بار یك استیشن‌که با سرعت ۳۰ m/s حرکت می‌کند، قرار دارد. درصورتی‌که ضریب اصطکاك میان جعبه وکف قسمت بار اتومبیل ۰/۵۰ باشد، کوتاهترین فاصله‌ای را محاسبه کنید که در خلال آن فاصله این اتومبیل می‌تواند بایستد بدون آنکه جعبه سر بخورد.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [۹۲ m]

۳-۵۲ جسمی ازروی صفحه‌ای که‌نسبت به‌افق زاویهٔ ۳۰° دارد، مستقیماً به بالا پرتاب می‌شود. سرعت این جسم هنگامیکه به نقطهٔ پرتاب خود باز می‌گردد، نصف سرعت ابتدایی‌اش است. ضریب اصطکاك دینامیکی بین‌جسم وصفحه را محاسبه‌کنید.

[۰/۳۵]

***۳-۵۳** دوچرخه‌سواری که پیچی را در یك سطح افقی برروی زمین دورمی‌زند، باید با زاویهٔ $\pi/30$ rad نسبت به‌راستای قائم‌کج شود. اگر این شخص با همان سرعت بخواهد درپیچی مشابه، در روی سطحی مشابه برروی کرهٔ ماه حرکت‌کند، با چه زاویه‌ای باید کج شود؟ حساب‌کنید ضریب اصطکاك بین لاستیکها و جاده را در صورتی که در هیچ‌یك از موارد، دوچرخه‌سوار لغزشی نداشته باشد.
(راهنمایی: به‌مسئله ۳-۳۹ مراجعه کنید.)

g_M را برابر $g_0/6$ بگیرید.

[$\mu_M \geqslant 0/63$، $\mu_E \geqslant 0/11$، ۳۲°]

۴ کار و انرژی

پرسشهایی برای بحث

۴-۱ موقعیتهایی را شرح دهید که وقتی یك نیروی ویژه برجسمی وارد آید، کاری انجام نگیرد. چگونه می‌توان‌کل کاری را که توسط همهٔ نیروهایی‌که برجسم وارد می‌شوند انجام گرفته است، محاسبه‌کرد؟

۴-۲ کاری که از سوی یك نیروی متغیر انجام می‌گیرد. نیرویی را در نظر بگیریدکه تنها اندازهٔ آن تغییر می‌کند. چگونه می‌توان از روی نموداری که تغییرات نیروی $\mathbf{F}$ را برحسب تغییر مکان $\mathbf{x}$ نشان می‌دهد، کار انجام شده از جانب این نیرو را رسم‌کرد؟ این ایده را در مورد محاسبهٔ کار انجام شده به‌وسیلهٔ نیروی $\mathbf{F}$ برروی فنری‌که به‌اندازهٔ $\mathbf{x}_1$ تا $\mathbf{x}_2$ کش می‌آید، به‌کار برید. $\mathbf{F}=k\mathbf{x}$، و k ثابت نیروی فنر است. در صورتی که جهت نیرو هم تغییرکند نکات عمدهٔ روش محاسبه را شرح دهید.

۴-۳ توضیح دهیدکه چرا وقتی اتومبیلی را هل بدهیم، حتی اگر موفق به‌حرکت‌دادن آن (وبنابراین موفق به‌انجام هیچ‌کاری) نشویم، خسته خواهیم شد.

***۴-۴ کار و انرژی جنبشی درچارچوبهای مرجع متحرك.** توضیح دهیدکه چرا دونفر در دوچارچوب مرجع مختلف (مثلاً، یکی سوار بریك‌کشتی درحال حرکت و دیگری در حالت سکون روی دیوارهٔ بندر) برای اندازه‌گیری کاری که به‌وسیلهٔ یك نیروی وارد بریك ذره انجام می‌گیرد، نسبت به هنگامیکه هردو آنها و خود ذره دریك چارچوب مرجع ساکن بودند، مقادیر متفاوتی به‌دست می‌آورند؟

MATH75.IR

۴-۵ آیا ممکن است بدون واردآوردن نیرویی خارجی، انرژی جنبشی سیستمی را افزایش داد؟

۴-۶ توپی ازحالت سکون، و ازفراز سقفی رها می‌شود. حرکت آن را شرح دهید و درمورد تغییراتی که درانرژی آن به‌وجود می‌آید، بحث کنید. آیا درخلأ برای همیشه بالا و پایین خواهد رفت؟ اگر توپ به ارتفاعی بلندتر از ارتفاع اولیه‌اش واجهد، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴-۷ انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل مکانیکی تنها وقتی پایسته‌اند که نیروها پایستار عمل کنند. در این صورت چگونه انرژی کل همیشه پایسته است؟

۴-۸ یك مثال ماکروسکوپی و یك مثال میکروسکوپی برای هریك ازبرخوردهای زیر ارائه کنید:

(الف) ناکشسان، (ب) کشسان، (پ) کاملاً کشسان، (ت) ابرکشسان. درهرمثال تغییراتی را که برای انرژی جنبشی و پتانسیل، در هرسیستمی که برمی‌گزینید، پیش می‌آید، نشان دهید.

۴-۹ دوسر یك‌فنر فلزی فشرده را به‌هم‌گره می‌زنیم، وآن را در اسید حل می‌کنیم. انرژی پتانسیلی که درآن ذخیره شده است چه می‌شود؟

۴-۱۰ به‌دقت توضیح دهیدکه منظور از انرژی پتانسیل چیست. چرا این کمیت بیشتر به‌عنوان خاصیت یك سیستم پنداشته می‌شود تا خاصیت یك جسم؟

۴-۱۱ ماهواره‌ای یك مدار بیضی‌وار خارج از مرکز را می‌پیماید. با به کاربردن ایده‌های (الف) نیرو و کار، و سپس (ب) انرژی پتانسیل و بقای انرژی، در تغییرات انرژی‌جنبشی‌آن بحث کنید. کدام روش‌ساده‌تر است، چرا؟

۴-۱۲ توضیح دهیدکه چرا بیشینهٔ‌سرعت یك‌کامیون‌سنگین وقتی روی جاده‌ای تخت و مستقیم حرکت می‌کند می‌تواند برابر بیشینهٔ سرعت یك‌اتومبیل‌سواری درهمان جاده باشد، در حالی‌که وقتی از یك سراشیب تند بالا می‌رود بیشینهٔ سرعتش نسبت به بیشینهٔ سرعت سواری، کم می‌شود؟

۴-۱۳ نیروی وارد برشخصی راکه درابتدا ساکن است، و هنگام راه‌رفتن به‌او توانایی‌کسب انرژی جنبشی می‌دهد، به‌دقت و با جزئیات مشخص‌کنید (فشار زمین روی کفش شخص نقطهٔ اثر را حرکت نمی‌دهد). چرا سرعت‌آن به‌طور پیوسته افزوده نمی‌شود؟

۴-۱۴ پیرامون اصول فیزیکی دخیل در: (الف) پرتاب وزنه، (ب) پرتاب دیسك، (پ) پرتاب نیزه، (ت) دیرك گنبد، بحث کنید.

۴-۱۵ کلاف نیوتون شامل یك‌ردیف پنج‌تایی کرهٔ فولادی همانند است‌که ازنخهای موازی و مساوی آویخته شده‌اند، و می‌توانند در جهت ردیف تاب بخورند. کرهٔ انتهایی به‌کنارکشیده شده و رها می‌شود. نمودارهایی رسم‌کنیدکه تغییرات (i) انرژی‌جنبشی‌کره و (ii) انرژی‌پتانسیل‌کره، را نسبت به‌زمان‌نشان‌دهد. توضیح دهید درصورت‌پاره‌شدن نخ چه اتفاقی می‌افتد.

۴-۱۶ تانکر نفتکشی باید با صرف کمترین انرژی، از یك انبار زیرزمینی مخزنش را پر کند. محل اتصال لولهٔ حامل نفت را درکجای کامیون باید انتخاب‌کرد، یا اینکه محل آن تأثیری درموضوع ندارد؟

۴-۱۷ انباشت انرژی. انرژی را می‌توان به روشهای مختلف انبارکرد. انواع انرژی زیر را برحسب مرتبهٔ‌کاهش چگالی انرژی (انرژی انباشته در واحد حجم) مرتب‌کنید: مغناطیسی، شیمیایی، الکتروستاتیکی، هسته‌ای و جنبشی.

۴-۱۸ نیروی اصطکاك چگونه (الف) کار منفی (ب) کار مثبت انجام می‌دهد؟

۴-۱۹ واحد شیب انرژی پتانسیل چیست؟ آیا برای برایند انرژی پتانسیل‌ناشی‌ازهرگونه برهم‌کنش یکی‌است؟

***۴-۲۰** معادلهٔ الکتروستاتیکی $E = -\mathrm{d}V/\mathrm{d}x$ را با معادلهٔ $F = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$ در مکانیك، مقایسه‌کنید. به‌دقت توضیح دهیدکه هریك از نمادها نمایانگر چیست و موارد تشابه و تفاوت را میان‌کمیتهایی که‌آنها را نمایش‌می‌دهند،

MATH75.IR

نشان دهید.

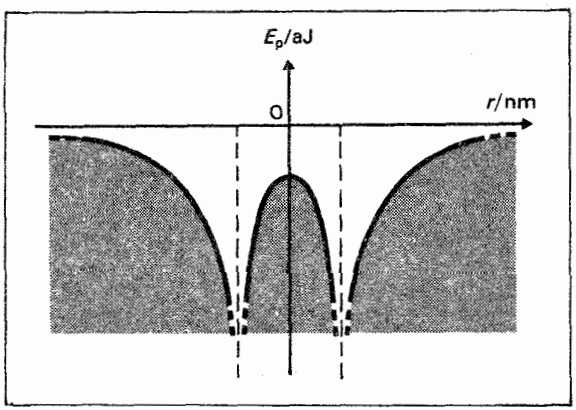
*۴-۲۱ به‌نمودار نگاه کنید، که انرژی پتانسیل یك الکترون را درمجاورت یك زوج اتم برهم‌کنش‌دار نشان می‌دهد.

(الف) در مورد اندازه و جهت نیرویی که بر الکترون واردمی‌آید هنگامی که از $r = -\infty$ m به $r = +\infty$ m حرکت می‌کند، بحث کنید.

(ب) آیا این الکترون می‌تواند در نزدیکی این دو اتم در حالت ترازمندی باشد؟ اگر پاسخ مثبت است، ماهیت این ترازمندی چیست؟

(پ) معنی گزینش انرژی پتانسیل صفر چیست؟

(ت) چه برهم‌کنشی سبب ایجاد این انرژی پتانسیل می‌شود؟



شکل مربوط به‌پرسش ۴-۲۱

۴-۲۲ م.ب اگر رودخانهٔ بدون جذر و مد تایمز مهارشود، بیشینهٔ توانی که از آن به‌دست می‌آید چقدر است؟

۴-۲۳ م.ب توانی را که از یك آسیاب بادی به‌دست می‌آید برآوردکنید، در مورد هر فرض خود به‌دقت بحث کنید.

۴-۲۴ م.ب انرژی جنبشی انتقالی را در موارد زیر برآوردکنید:

(الف) مردی که به‌سرعت راه می‌رود.

(ب) یك قطار داخل شهری باآخرین سرعت خود.

(پ) یك الکترون رسانایی در سیمی فلزی در دمای معمولی

(ت) یك مول گاز کامل، در دمای معمولی.

(ث) زمین در گردش خود به دور خورشید.

مسئله‌های کمّی

کار

†۴-۲۵ کاری را که توسط نیروی ۱۵ N انجام می‌شود حساب کنید، درصورتی که نقطهٔ اثر نیرو ۸/۰ m تغییرمکان دهد و زاویهٔ میان جهت نیرو و جابه‌جایی برابر باشد با:

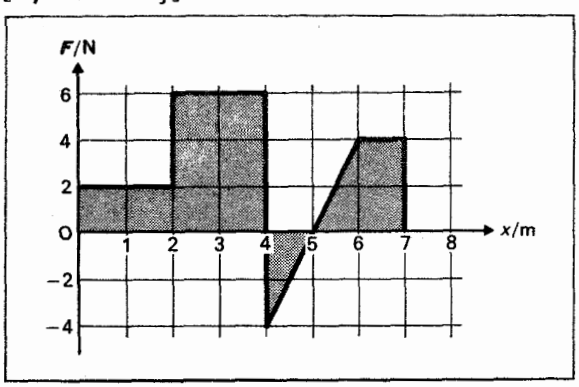
(الف) ۰ rad (ب) $\pi/۶$ rad (پ) $\pi/۲$ rad

(ت) π rad.

[(ب) ۰/۱۰ kJ]

†۴-۲۶ به‌نمودار مراجعه کنید. کل کاری را که توسط نیروی F روی جسم انجام می‌شود محاسبه کنید. میزان متوسط کاری که نیرو انجام می‌دهد، درصورتی که کار در ۴/۰ s انجام شود، چقدر است؟

[۲۰ J، ۵/۰ W]



شکل مربوط به‌پرسش ۴-۲۶

†۴-۲۷ وقتی فنری با ثابت نیروی ۲۵ N/m کشیده شود، چقدر کار انجام می‌شود درصورتی که کشیدگی فنر مقادیر زیر را داشته باشد:

(الف) صفر تا ۰/۱۰ m، و

(ب) ۰/۱۰ m تا ۰/۲۰ m.

[(ب) ۰/۳۸ J]

MATH75.IR

۴-۲۸ نیروی برایندی برابر ۳۰ N بـه مدت ۴/۰ s بر جسمی به‌جرم ۱۰ kg که در ابتدا در حال سکون بوده، وارد می‌آید. حساب کنید:

(الف) مسافت طی شده به‌وسیلهٔ جسم،

(ب) کاری کـه روی جسم انجـام می‌گیرد، و درنتیجه انرژی جنبشی نهایی آن، و

(پ) سرعت نهایی جسم را.

[(الف) ۲۴ m (ب) ۰/۷۲ kJ (پ) ۱۲ m/s]

۴-۲۹ وزنه‌ای به‌وزن ۰/۱۵ kN در روی سطح افقی و با سرعت ثابت، به‌اندازهٔ ۲۰ m کشیده می‌شود. حساب کنید کاری را که به‌وسیلهٔ نیروی کشنده انجام می‌گیرد، درصورتی که ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۲۰ باشد و نیروی کشنده با راستای قائم زاویه‌ای ۶۰° بسازد. آیا هیچ یك از نیروهای دیگری که براین وزنه وارد می‌آیند، روی آن کاری انجام می‌دهند؟ کل کار انجام شده روی وزنه چقدر است؟

[۰/۵۴ kJ]

انرژی جنبشی و پتانسیل

† **۴-۳۰** زمان پیمودن مسافت ۴/۰ m در یك خط مستقیم توسط نوترون، ۰/۲۰ ms است. اگر این ذره با سرعت ثابت حرکت کند، انرژی جنبشی آن را محاسبه کنید.

درمحاسبات مقدار عددی m_n را به‌کار برید. [۰/۳۳ aJ]

† **۴-۳۱** یك کك به‌جرم ۰/۵۰ mg چنان می‌جهد که بـا سرعت ۱/۰ m/s از زمین بلند می‌شود. انـرژی جنبشی اولیهٔ آن را حساب کنید. درمورد روشهای انباشتن انرژی پیش ازجهیدن، بحث کنید.

[۰/۲۵ μJ]

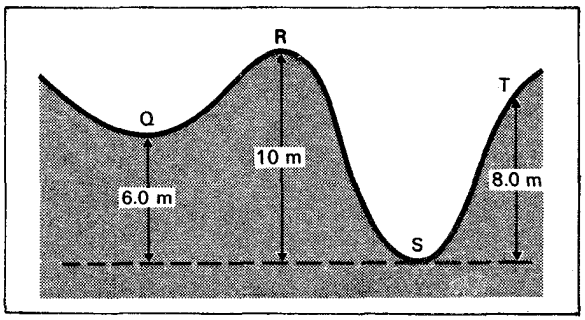
۴-۳۲ آونگی ساده به‌طول ۲/۰ m بـا دامنهٔ $\pi/6$ rad درحال نوسان است. سرعت وزنـهٔ آونگ را در پایینترین نقطه حساب کنید.

هرفرضی را که درمحاسبات خود منظور می‌کنید، توضیح دهید و درمورد تأثیر به‌کاربردن وزنه‌های آونگ با جرمهای متفاوت، بحث کنید.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [۲/۳ m/s]

۴-۳۳ یك توپ بازی به‌جرم ۰/۱۶ kg وبا سرعت اولیهٔ ۲۵ m/s به‌طور قائم به بالا پرتاب می‌شود. اگر این توپ به‌بیشینهٔ جابه‌جایی قائم ۲۰ m برسد، درصد انرژی تلف‌شدهٔ ناشی ازمقاومت هوا چقدر است؟

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [٪۳۷]



شکل مربوط به‌پرسش ۴-۳۴

۴-۳۴ به نمودار مراجعه کنید. یك واگن کوچك می‌تواند درمواضع گوناگونی روی این مسیر ملاقه‌ای بدون اصطکاک، قرار گیرد و به‌آن سرعتهای اولیهٔ متفاوتی داده شود.

(الف) اگر واگن از نقطهٔ R، به‌سمت راست رها شود سرعتش در S و T چقدر خواهد بود؟

(ب) واگن با چه‌سرعتی باید از نقطهٔ Q رها شود تا به S برسد؟

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید.

[(الف) ۱۴ m/s، ۶/۳ m/s (ب) ۸/۹ m/s]

۴-۳۵ وزنه‌ای به‌جرم ۰/۴۰ kg به‌فنری افقی بـا ثابت نیروی $k = 50$ N/m بسته شده است، و روی سطح افقی بی‌اصطکاکی قرار می‌گیرد. اگر فنر ۶۰ mm فشرده و بعد رها شود، حساب کنید:

(الف) بیشینهٔ سرعت وزنه را، و

(ب) کار انجام شده توسط نیروی فنر، هنگامی که وزنه از وضعیت بیشینهٔ فشردگی تـا بیشینهٔ کشیدگی، حرکت می‌کند.

[(الف) ۰/۶۷ m/s]

MATH75.IR

۴-۳۶ به‌یك سر نخ سبك ناکشسانی به‌طول l جسمی کوچك به‌جرم m بسته، وسر دیگر آن بـه جایی ثابت شده است. جسم را از وضعیتی که نخ کشیده و افقی است رها می‌کنیم. وقتی نخ به‌حالت قائم، در می‌آید، مقادیر لحظه‌ای زیر را حساب کنید:

(الف) انرژی جنبشی جسم،

(ب) سرعت آن،

(پ) شتاب آن، و

(ت) نیروی کششی که ازجانب نخ اعمال می‌شود.

(راهنمایی: برای حالت (ت) نمودار مختصاتی رسم کنید.)

[(ت) $-3mg_0$]

۴-۳۷ ماهواره‌ای بـه جرم $1/0 \times 10^3\,\mathrm{kg}$ بـرمداری دایره‌ای به شعاع $7/0\,\mathrm{Mm}$ زمین را دور می‌زند. دراین ارتفاع $g = 8/2\,\mathrm{m/s^2}$. حساب کنید:

(الف) انرژی جنبشی ماهواره را،

(ب) سرعت خطی آن را،

(پ) کاری را کـه توسط کشش زمین در هر دور انجام می‌گیرد، و

(ت) افزایش سرعتی کـه مـاهواره در هر دور به دست می‌آورد.

[(الف) $29\,\mathrm{GJ}$ (ب) $7/6\,\mathrm{km/s}$]

۴-۳۸ سنگی بـه جرم m که به‌انتهای ریسمانی بسته شده است، و در دایـره‌ای قـائم بـه شعاع r حرکت می‌کند، چنان‌که این ریسمان درست در بـالاترین نقطهٔ دایره کاملاً کشیده می‌شود. حساب کنید انرژی جنبشی سنگ و اندازهٔ نیروی کشش اعمال شده به وسیلهٔ نخ را درحالتهای زیر:

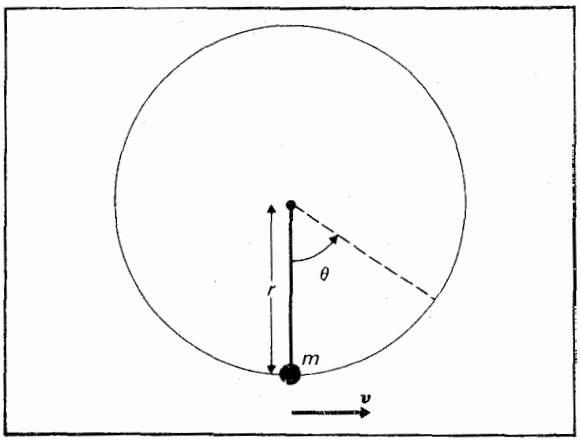
(الف) سنگ دربالاترین نقطهٔ خود قرار دارد،

(ب) ریسمان افقی است، و

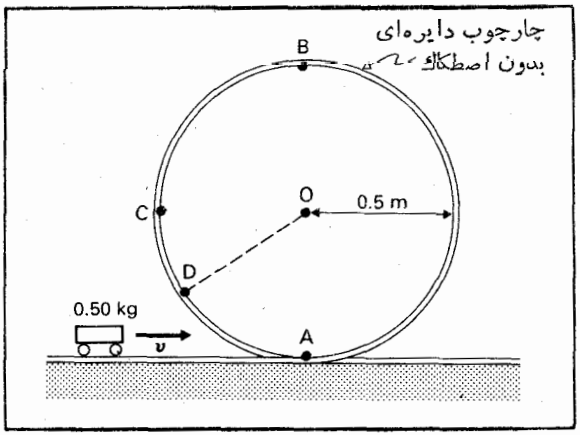
(پ) سنگ درپایینترین نقطهٔ خود است.

$\left[\text{(ب) } \frac{3}{2}mgr\text{ ، }3mg\right]$

۴-۳۹ حرکت دایره‌ای قائم. به نمودار مراجعه کنید. جسم کوچکی به‌جرم m کـه به‌یك سر میله‌ای سبك بـه طول r متصل است، بـا سرعت v دایره‌ای قائم را دور می‌زنـد. به‌ازای مقادیر θ در زیر، برحسب رادیان، عبارتهایی برای نیروی کشش درمیله بنویسید: ۰، $\pi/3$، $\pi/2$، $2\pi/3$، π و π. در چه شرایطی ممکن است میله درقسمتی ازحرکتش تحت نیروی تراکم قرار گیرد؟



شکل مربوط به‌پرسش ۴-۳۹



شکل مربوط به‌پرسش ۴-۴۰

۴-۴۰ حرکت درمسیر حلقوی. به‌نمودار نگاه‌کنید. واگـن کوچکی با سرعت $\mathbf{v}$ درون مسیری حلقوی رها می‌شود.

(الف) شرایط چگونه باشدکه مسیر میان B و C به‌جای شکل سهمی‌که مربوط به‌سقوط آزاد است، مسیردایره‌ای را ادامه دهد؟

MATH75.IR

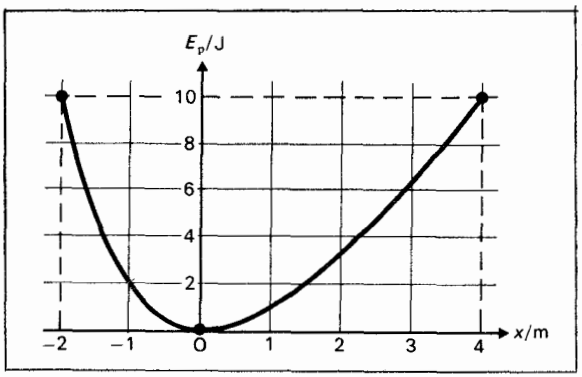
(ب) کمینهٔ مقدار $\mathbf{v}$ را برای آنکه واگن حلقه را کامل و به‌طور رضایتبخشی بپیماید، حساب کنید.

(پ) دراین صورت فشار افقی این مسیر حلقوی برروی واگن درنقطهٔ C، چقدر خواهد بود؟

(ت) با رسم شکل جهت نیروی خالص وارد برواگن را در D نشان دهید.

به‌جای g مقدار عددی $\mathbf{g}_0$ را بگذارید.

[(ب) ۵/۰ m/s (پ) ۱۵ N]



شکل مربوط به‌پرسش ۴-۴۱

۴-۴۱ مدلی برای نوسان اتمی. به نمودار که از روی مقیاس رسم شده است، نگاه کنید. جرم ۱/۰ kg به‌فنری که تابع قانون هوك نیست بسته شده‌است. نمودار نشان می‌دهد که انرژی پتانسیل فنر، E_p، به‌نسبت کشیدگی آن، x، تغییر می‌کند. این جرم نوسانی را چنان اجرا می‌کند که انرژی مکانیکی کل سیستم ثابت و برابر ۱۰ J باشد.

(الف) در چه موقعیتی این جرم تحت نیرویی با بیشینهٔ اندازه قرار می‌گیرد ومقدار تقریبی این نیرو چقدر است؟

(ب) وضعیت متوسط آن درکجاست؟

(پ) وقتی انرژی پتانسیل این جرم ۴/۰ J باشد، سرعت آن چقدر است؟

(ت) اگر انرژی مکانیکی سیستم نصف شود، وضعیت متوسط آن چه اندازه تغییر می‌کند؟

(ث) آیا این یك سیستم تك زمان است؟

***۴-۴۲ انرژی پتانسیل میان اتمی.** انرژی پتانسیل، E_p، میان دواتم نیتروژن که درفاصلهٔ r ازیکدیگر قرار گرفته‌اند، به طور تقریبی چنین بیان می‌شود: $E_p = a/r^{۱۲} - b/r^{۶}$ که

$a = ۴/۸ \times ۱۰^{-۱۳۸}\ \mathrm{J m^{۱۲}}$ و $b = ۵/۵ \times ۱۰^{-۷۸}\ \mathrm{J m^{۶}}$.

(الف) E_p را به‌عنوان تابعی از r رسم کنید.

(ب) به‌ازای چه مقادیر r، E_p صفر می‌شود؟

(پ) نیروی بین اتمها را به‌عنوان تابعی از r حساب کنید، ونمودار $\mathbf{F}$ را برحسب r رسم کنید.

(ت) وقتی‌که اتمها برای تشکیل یك مولکول ترکیب می‌شوند، میانگین فاصلهٔ آنها باید چقدر باشد؟

(ث) برای آنکه مولکول به اتمهای مجزا تجزیه شود، چه میزان انرژی باید کسب کند؟

[۱/۶ aJ (ث) ۰/۱۱ nm (ت) ۹۸ pm، ∞ m (ب)]

***۴-۴۳ انرژی جنبشی نسبیتی.** برمبنای نظریهٔ نسبیتی انرژی جنبشی، E_k انرژی جنبشی یك الکترون، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E_k = m_e c^{۲}\left[\left(۱ - \frac{v^{۲}}{c^{۲}}\right)^{-\frac{۱}{۲}} - ۱\right]$$

که v سرعت الکترون و m_e جرم سکون آن است.

(الف) با بسط جملهٔ $(۱ - v^{۲}/c^{۲})^{-\frac{۱}{۲}}$ نشان دهید که وقتی $c^{۲} \gg v^{۲}$، این رابطه به $E_k = \frac{۱}{۲} m_e v^{۲}$ تبدیل می‌شود.

(ب) فرض کنید که با ایجاد اختلاف پتانسیل V، به‌الکترونی ساکن شتابی داده شود که سرعتش را به $۰/۶۰c$ برساند. هر دو روش کلاسیکی ونسبیتی را برای یافتن V به‌کار برید، ونتایج را با هم مقایسه کنید.

(پ) آیا لازم است که میانگین نوسان‌نگار کاتودی را تصحیح کنیم؟

درمحاسبه مقدار عددی داده شدهٔ e/m_e را به‌کار برید.

[۱۳(۰) kV، ۹۲ kV (ب)]

***۴-۴۴** ذره‌ای تحت نیروی جاذب $\mathbf{F}$ که از رابطهٔ $F = k/r^{۲}$ به‌دست می‌آید، دایره‌ای به شعاع r را طی می‌کند. حساب کنید:

(الف) انرژی پتانسیل سیستم،
(ب) سرعت ذره، و
(پ) انرژی کل سیستم را.
فرض کنید که هیچ انرژی جنبشیی به‌مرکز نیرو وابسته نیست.

[(الف) $-k/2r$ (ب) $(k/mr)^{\frac{1}{2}}$]

توان

۴-۴۵ مردی به‌وزن ۰/۸۰ kN درمدت ۳۰ s، ازیك طناب قائم به‌ارتفاع ۱۵ m بالا می‌رود. میانگین توان او را درخلال بالا رفتن حساب کنید.

[۰/۴۰ kW]

۴-۴۶ یك وزنه‌بردار وزنه‌ای ۲/۰ کیلونیوتونی را از زمین بلند می‌کند و در ۲/۴ s آن را به‌بالاترین نقطه برفراز سرش می‌رساند. اگر مقدار تغییرمکان قائم وزنه ۲/۱ m باشد، میانگین توان او را محاسبه کنید.

[۱/۷ kW]

۴-۴۷ اتومبیلی به‌میزان ۸۰ kW کار انجام می‌دهد. اگر با سرعت ثابت ۴۰ m/s درحال حرکت باشد، فشار چرخها را برروی جاده حساب کنید. توضیح دهیدکه چرا این اتومبیل شتابدار نیست.

[−۲/۰ kN]

۴-۴۸ توان موتوری که اتومبیلی به‌وزن ۱۵ kN را از یك شیب ۱ به ۱۰، با سرعت یکنواخت ۱۲ m/s به‌بالا می‌کشد چقدر است؟ از تأثیرعوامل تلف کننده چشم‌پوشید.

[۱۸ kW]

۴-۴۹ یك تسمهٔ گردان توان ۱۱ kW را به‌قرقره‌ای به‌قطر ۰/۷۰ m منتقل می‌کند. اگر قرقره درهر دقیقه ۳۰۰ بار بگردد، تفاوت میان کشش دوقسمت راست تسمه چقدر است؟

[۱/۰ kN]

۴-۵۰ سنگی به‌جرم ۲/۰ kg تحت تأثیر میدان گرانشی زمین‌ازحالت سکون به‌حرکت درمی‌آید و ازفاصلهٔ ۲۵ m در راستای قائم فرو می‌افتد. نمودارهای زیر را به‌عنوان توابعی از زمان رسم کنید:

(الف) کاری که ازسوی نیروی گرانشی زمین انجام می‌شود، و
(ب) توان مربوط به‌این نیرو را.
درچه حالتی توان منفی خواهد بود؟ درصورت منفی‌بودن توان، انرژی پتانسیل چه خواهد شد؟ g را ۱۰ m/s² بگیرید.

۴-۵۱ نیروی رو به‌بالای ۱۰ kN به‌آسانسوری که در حالت سکون است در مدت ۵/۰ s شتاب ۲/۰ m/s² می‌دهد. حساب کنید:

(الف) میانگین توان ضروری در خلال کل زمان حرکت، و
(ب) توان لحظه‌ای را پس از ۱/۰ s و ۴/۰ s.

[(الف) ۵۰ kW (ب) ۸۰ kW و ۲۰ kW]

۵ اندازه حرکت

پرسشهایی برای بحث

۵-۱ نشان دهیدکه بین انرژی جنبشی انتقالی، E_k، و اندازه حرکت، $\mathbf{p}$، ذره‌ای به‌جرم m رابطهٔ زیر برقرار است:

$$E_k = p^2/2m.$$

MATH75.IR

۵-۲ چگونه یك موتور را برای شتاب دادن به‌اتومبیلی به‌کار می‌برند؟ به‌یاد آورید که تنها یك نیروی خارجی می‌تواند حالت حرکت مرکز جرم یك جسم را تغییر دهد.

۵-۳ درمورد طراحی یك تفنگ بدون پس‌زنی بحث کنید.

۵-۴ کودکی به‌یك کالسکه که روی سطحی افقی قرارداد، بسته شده است. اگر کودك شروع به‌تکان دادن پاهایش کند، حرکت کالسکه را در دو حالت (الف) ترمز نشده، و (ب) ترمز شده توضیح دهید.

۵-۵ ذرهٔ متحرکی با یك ذرهٔ ثابت برخوردی کاملاً کشسان انجام می‌دهد. پس از برخورد، ذرهٔ دوم سریعتر از اولی حرکت می‌کند. در بارهٔ جرمهای نسبی این دو ذره چه می‌توان گفت؟

۵-۶ دو وزنه به‌جرمهای m_1 و m_2 توسط فنری به‌هم وصل شده‌اند، و روی میزی افقی وبدون اصطکاك قرار گرفته‌اند. این دو وزنه را در دوجهت مخالف می‌کشیم و رها می‌کنیم. تاآنجاکه می‌توانید به‌طورکامل حرکت ایجاد شده درسیستم را تشریح کنید.

این وضعیت را با وضعیت توپی که توسط شخصی از زمین به‌بالا پرتاب می‌شود و در راه بازگشت گرفته می‌شود، مقایسه کنید.

۵-۷ واگنی روی یك مسیر افقی بدون اصطکاك قرار دارد. مردی درطول واگن می‌دود و سپس می‌ایستد. با درنظر گرفتن حرکت مرکز جرم سیستم، حرکت واگن را توصیف کنید. اگر این شخص از ته واگن به‌پایین بجهد، وضعیت چه تغییری خواهدکرد؟

۵-۸ دونفر، هرکدام در یك سر یك کرجی که آزادانه روی آب ساکن شناور است، روبه‌روی هم ایستاده‌اند. اگر یك گوی سنگین را به‌سوی یکدیگر پرتاب کنند، حرکت کرجی را تشریح کنید. اگر آن‌که باید گوی را بگیرد، برای گرفتن آن به‌جلو بجهد، چه پیش می‌آید؟

۵-۹ گلولهٔ توپی در راه پرتاب منفجر می‌شود. پیرامون حرکت تکه‌های آن بحث کنید وهر نوع تغییری راکه در اندازه حرکت وانرژی جنبشی پدید می‌آید، دقیقاً توضیح دهید.

۵-۱۰ برحسب اصول فیزیکی توضیح دهیدکه چرا بستن کمربند ایمنی برای سرنشینان اتومبیل به‌خاطر خطر برخورد رو در رو، معقول است. آیا این کمربند باید محکم بسته شود یا آزادانه؟

۵-۱۱ اگر دریك برخورد کاملاً ناکشسان، دوجسم به‌هم پیوسته همچون یك جسم به‌حرکت درآیند، مقدار ضریب بازگشت چقدر است؟

تعبیر فیزیکی برخورد را وقتی مقدار ضریب بازگشت (الف) منفی، و (ب) بزرگتر ازیك است، مورد بحث قرار دهید. آیا این مقادیر می‌توانند مربوط به برخورد دوکرهٔ جامد باشند؟

۵-۱۲ چکشی با سر لاستیکی به‌جرم m وباسرعت‌حرکت v می‌تواند شیئی را واجهاند، و از این رو تغییر اندازه حرکتی درحدود $2mv$ — درآن پدید می‌آید. چکشی فولادی با همان جرم و مساحت سطح تماس می‌تواند برخوردی تقریباً ناکشسان داشته باشد، که در این صورت تغییر اندازه حرکتی برابر mv — خواهد داشت.

(الف) کدام چکش اندازه حرکت بیشتری به‌این شیء می‌دهد؟

(ب) کدام چکش در صدمه زدن به سطح شیء مؤثرتر است؟

برای تقویت استدلال خود، با استفاده ازاصول فیزیکی درمورد این نتیجهٔ خلاف انتظار، بحث کنید.

۵-۱۳ م.ب توانی راکه توسط موتورهلیکوپتری درحال توقف درهوا، ایجاد می‌شود، تخمین بزنید.

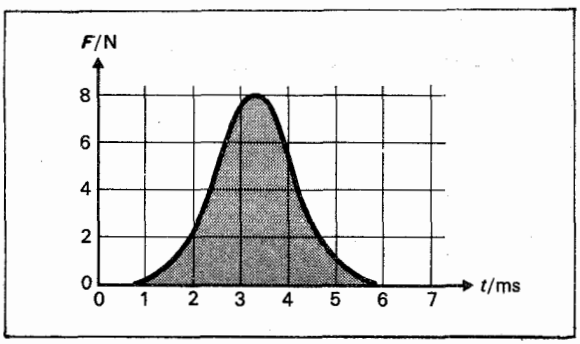
۵-۱۴ م.ب سرعت باد چقدر باشد تا یك اتومبیل سواری را واژگون کند؟

MATH75.IR

مسئله‌های کمّی

ضربه و اندازه حرکت

۱۵-۵† به‌نمودار نگاه کنید، که نشان می‌دهد چگونه نیرویی که برجسمی وارد می‌آید، درخلال برخورد نسبت به‌زمان تغییر می‌کند. از روی نمودار کل ضربه‌ای را که برجسم وارد می‌آید، براورد کنید.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۵-۵

۱۶-۵† به‌توپ بیلیارد ساکنی به‌جرم ۰/۲۰ kg با چوب بیلیارد ضربه‌ای می‌زنیم که میانگین نیروی ۶۰ N را درمدت ۸/۰ ms برآن وارد می‌آورد. سرعت وانرژی جنبشی توپ را پس از برخورد حساب کنید.

[۰/۵۸ J ،۲/۴ m/s]

۱۷-۵ به‌نمودار نگاه کنید. نیروهایی که در نمودار نیرو-زمان نموده شده‌اند روی جسمی به‌جرم ۱۰ kg عمل می‌کنند.

(الف) ضربهٔ کل را پس از ۸/۰ s حساب کنید.

(ب) با فرض آنکه جسم ازحالت سکون حرکت را آغاز کند، نمودارهای زیر را رسم کنید: (۱) نمودار شتاب-زمان، (۲) نمودار سرعت-زمان، و (۳) نمودار اندازه حرکت-زمان را.

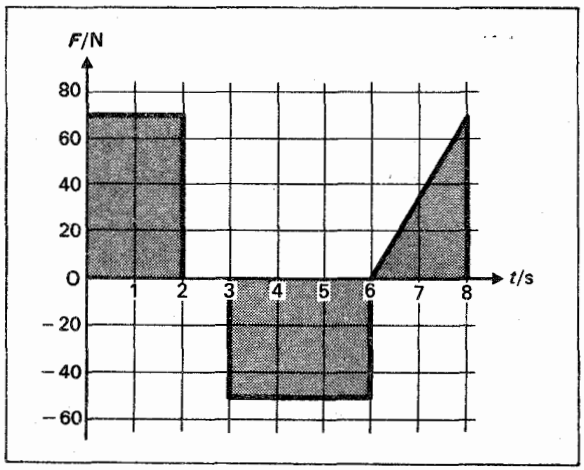
[۶۰ Ns]

۱۸-۵ ذره‌ای به‌جرم ۴/۰ g با سرعت ۱/۰ km/s روی خط راستی حرکت می‌کند. هنگام حرکت درگیر برخوردی با دوام ۳/۰ μs می‌شود که مسیر حرکتش را ۳۰° تغییر می‌دهد، ولی سرعت آن را تغییر نمی‌دهد. حساب کنید:

(الف) تغییر اندازه حرکت، و

(ب) نیرویی راکه سبب این تغییر شده است.

[(الف) ۲/۱ Ns (ب) ۰/۶۹ MN]



شکل مربوط به پرسش ۱۷-۵

۱۹-۵ واگنی به جرم m که با سرعت ۳v حرکت می‌کند، به واگنی به جرم $2m$ که با سرعت v درهمان جهت درحال حرکت است، برخورد می‌کند و هردو با هم به حرکت درمی‌آیند. حساب کنید:

(الف) بزرگی ضربهٔ متقابل را، و

(ب) اتلاف انرژی جنبشی را دراین برخورد.

[(الف) $4mv/3$ (ب) $4mv^2/3$]

بقای اندازه حرکت

۲۰-۵ توپی به‌جرم ۲/۰ kg که با سرعت ۱/۵ m/s حرکت‌می‌کند، به‌توپی به‌جرم ۳/۰ kg که درهمان‌جهت و با سرعت ۰/۸۰ m/s درحرکت است می‌رسد، وبا آن برخوردی رو در رو می‌کند. اگر برخورد کاملاً کشسان باشد، برای هریك از توپها مقادیر زیر را حساب کنید:

(الف) سرعت پس ازبرخورد، و

(ب) تغییر اندازه حرکت آن را.

[(الف) +۰/۶۶ m/s ،+۱/۴ m/s]

[(ب) −۱/۷ Ns ،+۱/۷ Ns]

MATH75.IR

۵-۲۱ واپاشی رادیواکتیو. یك هستهٔ ^{238}U درحال سکون از راه تبدیل به هستهٔ ^{234}Th وامی‌پاشد و ذرهٔ آلفایی به‌سرعت ۱۴ Mm/s و انرژی جنبشی ۰/۶۶ pJ گسیل می‌کند. سرعت پس‌زنی و انرژی جنبشی هستهٔ توریوم را حساب کنید.

[۱۱ fJ ، ۰/۲۴ Mm/s]

۵-۲۲ هسته‌ای، که ابتدا درحال سکون است، پوزیترونی با اندازه حرکت $9/2 \times 10^{-23}$ Ns و نوترینویی با اندازه حرکت $5/3 \times 10^{-23}$ Ns گسیل می‌کند. زاویهٔ بین جهتهای حرکت این دو ذره $\pi/2$ rad است. مقادیر زیر را برای هستهٔ جدید با جرم $3/9 \times 10^{-25}$ kg، حساب کنید:

(الف) اندازه وجهت اندازه حرکت آن،

(ب) سرعت آن، و

(پ) انرژی جنبشی آن را.

[(الف) $1/1 \times 10^{-22}$ Ns در $5\pi/6$ rad نسبت به سرعت پوزیترون (ب) ۰/۲۷ km/s

(پ) $1/4 \times 10^{-20}$ J]

۵-۲۳ یك هستهٔ رادیوم ۲۲۶ با بیرون انداختن ذرهٔ آلفایی به‌انرژی ۰/۷۷ pJ وامی‌پاشد. انرژی پس‌زنی هستهٔ رادون چقدر است؟ نسبت بین جرم آنها را $\frac{۲۲۲}{۴/۰}$ بگیرید.

[۱۴ fJ]

۵-۲۴ دو وزنهٔ آونگ با جرمهای مساوی درکنار هم و از آویزهای مساوی به‌طول l آویخته شده‌اند. یکی ازآنها را از دیگری دور می‌کنیم وآنقدر می‌کشیم تا آویز آن در راستای افق قرار گیرد، سپس آن را رها می‌کنیم. برخورد آنها کاملاً ناکشسان است. عبارتهایی برحسب g برای مقدارهای زیر بیابید:

(الف) سرعت وزنهٔ متحرك پیش ازبرخورد،

(ب) سرعت هریك‌از وزنه‌ها بلافاصله پس‌از برخورد، و

(پ) ارتفاع قائم هریك‌ازآنها پیش از رسیدن به‌حالت سکون لحظه‌ای.

$[h_1 = h_2 = l/4]$

۵-۲۵ گلوله‌ای به‌جرم m وسرعت v ازمیان وزنهٔ آونگ ساده‌ای به‌جرم M می‌گذرد وبا سرعت $v/2$ بیرون می‌آید. اگر طول نخ آونگ l باشد، کمینهٔ مقدار v را چنان حساب کنیدکه وزنه دایرهٔ کاملی را رسم کند.

$[2M\sqrt{5gl}/m]$

۵-۲۶ گلوله‌ای‌که با سرعت ۲۰۰ m/s در فضای آزاد حرکت می‌کند، منفجر می‌شود و به دو پاره تقسیم می‌شود، که جرم یکی ازآنها دو برابر جرم دیگری است. پس از انفجار پارهٔ کوچکتر با سرعت ۳۰۰ m/s و با زاویهٔ $\pi/3$ rad نسبت به‌جهت‌اولیه حرکت می‌کند. حساب کنید:

(الف) سرعت پارهٔ بزرگتر را پس از انفجار، و

(ب) تغییر انرژی جنبشی سیستم را، اگر جرم آن ۱۸۰ kg باشد.

(راهنمایی: برای به‌کاربردن قانون بقای اندازه حرکت خطی، مثلثی از اندازه حرکتها رسم کنید.)

[(الف) ۲۶۰ m/s (ب) +۳/۱۵ MJ]

نیروی $F=d(mv)/dt$

۵-۲۷† مسلسلی گلوله‌هایی به‌جرم ۱۰ g را با سرعت ۱/۲ km/s شلیك می‌کند. اگرمسلسلچی بتواند به طور میانگین تا ۸۰ N برمسلسل نیرو وارد آورد، بیشینهٔ تعداد گلوله‌ای راکه دریك دقیقه می‌تواندشلیك کند، محاسبه کنید. نمودار نیرو-زمان را برای فشاری‌که مسلسل برشانهٔ شخص واردمی‌آورد، رسم کنیدونشان‌دهیدکه معنی نیروی‌میانگین چیست.

$[4/0 \times 10^2]$

۵-۲۸† جعبه‌ای بریك مسیر افقی بدون اصطکاك با سرعت ۰/۴۰ m/s حرکت می‌کند، و در همین حال ذرات شن به‌میزان ۵/۰ g/s به‌طورقائم پایین می‌ریزند ودرون جعبه جمع می‌شوند.

(الف) چه نیروی افقیی‌لازم است تا جعبه را درسرعت ثابت نگهدارد.

(ب) تشریحی کمی از این نکته به‌دست دهیدکه شن

چگونه به‌درون جعبه بریزد که به‌نیروی افقی برای تأمین حرکت نیازی نباشد.

[(الف) ۲/۰ mN]

۲۹-۵ وزن یک موشک در لحظهٔ بلند شدن ۸۰ kN است، و محصولات احتراق با سرعت ۰/۶۰ km/s نسبت به‌موشک، به‌بیرون رانده می‌شوند. کمینهٔ آهنگ مصرف را برای صعود قائم این موشک حساب کنید.

[۱/۳ × ۱۰² kg/s]

۳۰-۵ دانه‌های شن با آهنگ یکنواخت ۳۰ kg/s و با انرژی جنبشی چشمپوشیدنی‌روی تسمه‌ای افقی که با سرعت ثابت ۲/۰ m/s حرکت می‌کند، می‌نشینند، حساب کنید:

(الف) نیرویی که برای تأمین سرعت ثابت ضروری است،

(ب) توانی که برای تأمین سرعت ثابت لازم است، و

(پ) آهنگ تغییر انرژی جنبشی مقدار شنی که به‌حرکت درمی‌آید.

چرا پاسخهای (ب) و (پ) یکسان نیستند؟

(جالب‌توجه است که این عامل $\frac{1}{2}$ در شرایط دیگری که انرژی تلف می‌شود نیز ظاهر می‌شود. مثلاً به‌پرسش **۴۶-۲۳ توجه** کنید.)

[(الف) ۶۰ N (ب) ۰/۱۲ kW (پ) ۶۰ W]

۳۱-۵ فشار حاصل از بمباران مولکولی. باریکه‌ای از مولکولها، که جرم هر مولکول $۴/۸ \times ۱۰^{-۲۶}$ kg و سرعت آن ۰/۵۰ km/s است، به‌دیواری عمود بر سطحش برخورد می‌کند. برای سهولت (هرچند غیرواقعگرایانه) فرض کنید که تمام مولکولها با همان سرعت به‌طور مستقیم به‌عقب برگردند. اگر این باریکه شامل $۲/۰ \times ۱۰^{۲۰}$ مولکول در مترمکعب باشد، میانگین فشاری را که باریکه بر دیوار وارد می‌آورد حساب کنید. [۴/۸ Pa]

۳۲-۵ افشانه‌ای از آب با سرعت ۲۰ m/s به‌دیوار قائمی برمی‌خورد و بدون ترشح برگشتی به‌طور هموار پخش می‌شود. اگر نیروی فشار آب روی دیوار ۰/۲۴ kN باشد، مساحت سطح مقطع افشانه را حساب کنید.

مقدار عددی ρ_{H_2O} را در محاسبه به‌کار برید.

[$۶/۰ \times ۱۰^{-۴}$ m²]

۳۳-۵ اسکیت‌بازی به‌جرم ۸۰ kg که با سرعت ۱۵ m/s حرکت می‌کند، جهت خود را به‌اندازهٔ ۶۰° سریعاً تغییر می‌دهد و با این‌کار سرعتش تا ۱۲ m/s کاهش می‌یابد. این فرایند یک ثانیه به‌طول می‌انجامد.

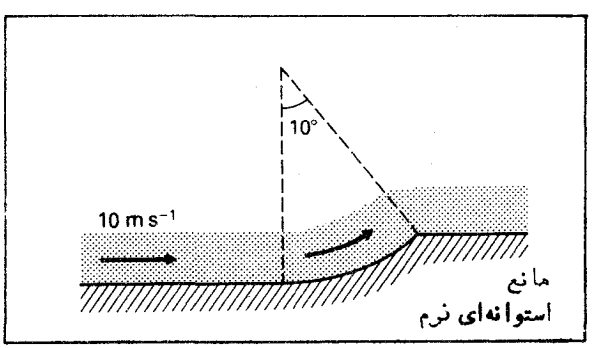
(الف) یک نمودار برداری مدرج برای یافتن تغییر اندازه حرکت رسم کنید.

(ب) اندازهٔ نیروی فشار افقی یخ را روی اسکیتهای این شخص به‌دست آورید و جهت آن را روی نمودار مدرج خود بنمایانید.

[(ب) ۱/۱ kN]

۳۴-۵ فرض کنید پرنده‌ای به وزن ۲/۵ N با رسیدن به‌سرعت یکنواخت پایین‌سوی v در روی سطح مؤثر $۵/۰ \times ۱۰^{-۲}$ m² در هوایی به‌چگالی ۱/۳ kg/m³ درجا بال می‌زند. مقدار v را حساب کنید. فکر می‌کنید درجا پرزدن پرندگان در هوا، واقعاً چگونه است؟

[۶/۲ m/s]



شکل مربوط به پرسش ۵-۳۵

۳۵-۵ به‌نمودار نگاه کنید. افشانه‌ای از یک نوع مایع که در راستای افق حرکت می‌کند به‌مانعی که نموده شده است، برمی‌خورد. آهنگ جرمی شارش ۲۵ kg/s است، و تغییرات سرعت شارش محسوس نیست، (تأثیر گرانش زمین

MATH75.IR

چشمپوشیدنی است). حساب کنید:
(الف) تغییر اندازه حرکت هر ۲۵ kg مایع، و
(ب) اندازه و جهت نیرویی که از جانب مانع برمایع وارد می‌شود.
[(ب) اندازه ۴۴ N]

۵-۳۶ مردی بر روی ورقهٔ صافی از یخ از راه پرتاب پیاپی دوچکمه‌اش، هریك به‌جرم m، با سرعت v در راستای افق، خودش را به‌حرکت درمی‌آورد. اگر جرم او بدون چکمه‌ها M باشد، سرعت انتهاییش را حساب کنید.

$$\left[\frac{mv}{M}\left(\frac{2M+m}{M+m}\right)\right]$$

***۵-۳۷ حرکت موشك.** جرم موشکی باسوختش، درهر لحظهٔ معین، m است. اگرموشك وسوخت، جرم اولیه‌ای برابر m_0 داشته باشند، واگر v_e سرعت گازهای خروجی نسبت به موشك باشد، نشان دهیدکه سرعت لحظه‌ای، v، موشك از رابطهٔ $v = v_e \ln(m_0/m)$ به‌دست می‌آید. اگر m_0 برابر $1/0 \times 10^4$ kg وجرم کل سوخت $2/0 \times 10^3$ kg و v_e، 4/0 km/s باشد، برد بیشینهٔ موشك را درصفحه‌ای افقی که شامل مکانی است که در آنجا تمامی سوخت موشك مصرف شده باشد، محاسبه کنید. هرفرض ضروری را بیان کنید. به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید. [81 km]

برخوردها

۵-۳۸ چوگانی با یك برخوردکشسان به‌یك توپ برخورد می‌کند وبه‌آن سرعت اولیه‌ای برابر 60 m/s می‌دهد. اگر مدت تماس چوگان با توپ 15 ms و جرم توپ $2/0 \times 10^{-2}$ kg باشد، حساب کنید:
(الف) ضربهٔ وارد برتوپ،
(ب) ضربهٔ وارد برچوگان،
(پ) انرژی جنبشی اولیهٔ توپ،
(ت) میانگین نیرویی که ازجانب توپ برچوگان وارد می‌شود، و
(ث) کاری راکه روی توپ انجام شده است. به رابطهٔ میان پاسخ این سؤال و پاسخ قسمت (پ)، توجه کنید.
[(الف) 1/2 Ns (ت) 80 N (ث) [۳۶]

۵-۳۹ کندسازی نوترون. نشان دهیدکه کاهش جزئی انرژی جنبشی نوترونی به‌جرم m_1 ناشی‌ازبرخورد رو دررو و کشسان با یك هستهٔ اتمی ساکن به جرم m_2، از رابطهٔ $4m_1m_2/(m_1+m_2)^2$ به‌دست می‌آید. این نسبت را برای سرب، کربون و ئیدروژن حساب کنید، درصورتی‌که m_2/m_1 به ترتیب برای آنها ۲۰۶، ۱۲ و ۱ باشد. نتایج خود را برای نشان دادن این‌نکته‌که پارافین نسبت به‌سرب کندساز بهتری است، به‌کار گیرید.
[0/020، 0/28 و 1/0]

۵-۴۰ کره‌ای ازارتفاع m 4/0 چنان رها می‌شودکه‌روی سطح افقی‌تختی فرومی‌افتد و در نخستین واجهش به‌اندازهٔ 0/64 ارتفاع اولیه‌اش، بلند می‌شود. ضریب بازگشت، e، را برای این دوسطح حساب کنید. [0/80]

۵-۴۱ نشان دهیدکه دریك برخوردکشسان میان دو ذره با جرمهای برابر که یکی‌ازآنها پیش‌ازبرخورد درحال‌سکون است، ذرات پس زن همیشه چنان به‌حرکت درمی‌آیندکه جهت سرعتهایشان $\pi/2$ rad باشد. آیا می‌توانید پاسخشان را با نتیجهٔ یك برخورد رو در رو، سازگار کنید؟

۵-۴۲ کرهٔ صافی به‌جرم m به‌کرهٔ دیگری به‌جرم $2m$ که درحال‌سکون است، برخورد می‌کند. پس ازبرخوردجهت حرکت آنها عمود برهم است. ضریب بازگشت را حساب کنید.
[0/50]

۵-۴۳ جسم بزرگی به‌جرم M، باجسم کوچکی به‌جرم m که درحال‌سکون است برخوردی کشسان و رو در روانجام می‌دهد. کاهش‌جزئی سرعت جسم بزرگ چقدراست؟
[$2m/M$]

توازن بالیستیکی

۵-۴۴ اندازه‌گیری سرعت گلوله. گلوله‌ای به‌جرم 20 g در

MATH75.IR

آونگ بالیستیکی به‌جرم ۵/۰ kg جای داده می‌شود. اگر مرکزجرم آونگ درراستای قائم به‌اندازهٔ ۰/۲۰m بالا برود، سرعت اصلی گلوله را حساب کنید.
به‌جای g مقدارعددی g_0 را بگذارید. [۰/۵۰ km/s]

۵-۴۵ مقایسهٔ جرمها. دو کرهٔ نامساوی با نخهایی چنان آویخته شده‌اندکه مرکزجرم آنها هم ارتفاع است. یکی‌از کره‌ها راکنارمی‌کشیم ورها می‌کنیم، به‌طوری‌که باسرعت افقی ۵/۰ m/s به‌کرهٔ دوم برخوردمی‌کند. اگرسرعت آن به ۳/۵ m/s کاهش‌یابدوکرهٔ دوم باسرعت اولیهٔ ۷/۰ m/s به‌حرکت درآید، نسبت جرم دوکره را حساب کنید.ضریب بازگشت آنها چقدراست؟
[۴/۷ : ۱، ۷۰]

۵-۴۶ گلوله‌ای به‌جرم ۴/۰ g با سرعت ۰/۶۰ km/s به درون آونگ بالیستیکی به جرم ۱/۰ kg و ضخامت ۰/۲۵ m شلیك می‌شود. گلوله باسرعت ۰/۱۰ km/s از آونگ خارج می‌شود. حساب کنید:
(الف) نیروی ترمزی وارد برگلوله هنگام عبورش از درون وزنه (که می‌تواند ثابت فرض شود)، و
(ب) ارتفاعی‌که آونگ بالا می‌رود.
به‌جای g مقدارعددی g_0 را بگذارید.
[(الف) ۲/۸ kN (ب) ۰/۲۰ m]

۶ دینامیك دورانی

پرسشهایی برای بحث

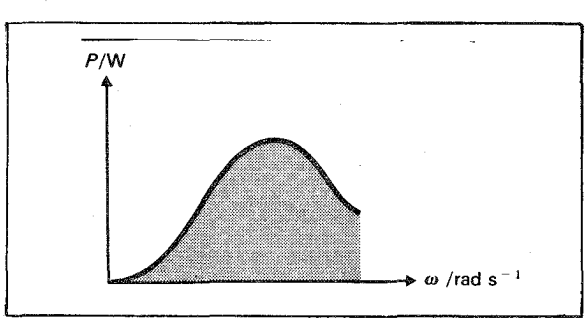
۶-۱ چه نقاطی از یك جسم صلب‌که به دور محوری‌ثابت دوران‌می‌کند،دارای جابه‌جایی زاویه‌ای، سرعت زاویه‌ای، وشتاب زاویه‌ای یکسانی‌اند؟ درمورد مقادیرخطی آنها چه می‌توان گفت؟

۶-۲ پیرامون عمل یك دستگاه مرکز گریز از دیدگاه (الف) یك چارچوب مرجع لخت (ب) یك چارچوب مرجع چرخان؛ بحث کنید.

۶-۳ درهنگام تیراندازی با برد زیاد چه عواملی را باید در نظرگرفت؟ پیرامون تفاوت انحراف دوگلولهٔ توپ‌که یکی در نیمکرهٔ شمالی و دیگری درنیمکرهٔ جنوبی شلیك می‌شود، بحث کنید.

۶-۴ وقتی پستانداری روی زمین همواری بدود، برای شتابدارکردن پاهایش مقدار زیادی انرژی مصرف می‌کند. بادرنظرگرفتن گشتاورلختی، درموردتوزیع‌مناسب‌ماهیچه‌ها در پستانداران تندرو بحث کنید.

۶-۵ به‌نمودارنگاه‌کنید،که نشان می‌دهد چگونه توان موتور یك اتومبیل به‌سرعت زاویه‌ای میل‌لنگ بستگی‌دارد. با استفاده ازنمودار توضیح دهیدکه چرا بیشینهٔ گشتاورنیرو به‌جای آنکه دربیشینهٔ توان به‌دست‌آید، درسرعت پایینتر موتور یافت می‌شود.
در موردگستره‌های سرعت مجازی‌که یك راننده می‌تواندبا استفاده‌ازدندهٔ پایینتر، شتاب بیشتری پدید آورد، بحث کنید.



نمودار مربوط به‌پرسش ۶-۵

۶-۶ پیرامون طراحی‌یك چرخ طیار بحث کنید، وچندمثال برای‌کاربردهای عملی آن ذکرکنید.

۶-۷ یك‌کره، یك استوانه و یك حلقه، هرسه با شعاع و جرم یکسان، ازیك شیب به‌پایین می‌غلتند. هریك از آنها

MATH75.IR

درانتهای شیب، چه سرعتی خواهد داشت؟ (توجه داشته باشیدکه سرعت یك جسم همگن‌که ازیك شیب به‌پایین می‌غلتد تنها به‌شکل‌جسم بستگی دارد نه به‌جرم یا ابعادآن.)

۶-۸ یك‌کرهٔ جامد از دوشیب با ارتفاع عمودی یکسان ولی زاویه‌های میل متفاوت، به‌پایین می‌غلتد. آیا درهردو حالت بایك سرعت به‌پایین‌شیب می‌رسد؟ آیا برای‌پیمودن هر دو شیب زمانی مساوی صرف می‌کند؟ سرعت وزمان آن درمقایسه باسرعت وزمان‌کره‌ای با جرم‌کمترچگونه است؟

۶-۹ جرم‌وضخامت دوقرص‌یکسان ولی‌چگالی آنهامتفاوت است. کدام یك، درصورت امکان، هنگام دورانش به دور محوری‌که از مرکزآن وعمود برسطحش می‌گذرد، گشتاور لختی بزرگتری دارد؟

۶-۱۰ توضیح دهیدکه منظور از شعاع چرخش یك جسم چیست، ومثالهایی دراین مورد برای چند جسم ساده‌ارائه دهید. چرخش یك‌جسم به‌دورچه محوری‌کمینهٔ گشتاورلختی را خواهد داشت؟ آیا وقتی گشتاورلختی جسمی را حساب می‌کنیم، می‌توانیم جرم آن را درمرکز جرمش بپنداریم؟

۶-۱۱ تأثیرچرخش پروانهٔ اصلی هلیکوپتر روی بدنهٔ آن چیست؟ پروانهٔ دم هلیکوپترچگونه این‌تأثیررا خنثی‌می‌کند؟

*۶-۱۲ توضیح دهید که تمیز یك تخم مرغ خام از یك تخم‌مرغ پختهٔ سفت، از راه چرخانیدن آنها بر روی میز، چگونه امکانپذیراست؟

*۶-۱۳ یك دمبل به‌هوا پرتاب می‌شود به طوری‌که هم حرکت انتقالی وهم حرکت دورانی پیدا می‌کند. این‌دو حرکت را دقیقاً توضیح دهید.

*۶-۱۴ آیا اندازه حرکت زاویه‌ای ماهواره‌ای‌که درخلأ برمداری به‌دور زمین می‌گردد، پایسته می‌ماند؟

*۶-۱۵ وقتی نیروهای مقاومتی جوزمین بر یك ماهوارهٔ زمینی‌تأثیر گذارند،سرعت آن‌افزایش‌می‌یابد. اندازه‌حرکت زاویه‌ای مداری آن چه خواهد شد؟ تلاش‌کنید برای این پرسش پاسخی‌کمی ارائه دهید.

*۶-۱۶ در سیستم زمین-ماه، نیروهای‌کشندی چه تأثیری براندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی زمین دارند؟ نتیجهٔ این تأثیرچیست؟

*۶-۱۷ اگرگربه‌ای بدون هیچگونه دورانی به‌پایین فرو افتاده شود، چگونه می‌چرخدکه با پاهایش روی زمین‌فرود می‌آید؟

*۶-۱۸ یك اسکیت‌باز یایك شیرجه‌کار، چگونه سرعت زاویه‌ای خود را زیاد می‌کند؟

*۶-۱۹ انبارشدن‌مواد شهابی‌روی‌زمین، برآهنگ‌چرخش آن چه تأثیری می‌گذارد؟

*۶-۲۰ **ماهیت برداری اندازه حرکت زاویه‌ای.** اندازه حرکت زاویه‌ای، $\mathbf{L}$ ، یك ذرهٔ چرخان از حاصلضرب بردارشعاعی، $\mathbf{r}$، (نسبت به‌محورخاصی) و اندازه حرکت خطی‌ذرهٔ، $\mathbf{p}$، به‌دست می‌آید. بنابراین $\mathbf{L}$ یك بردارمحوری، یا شبه‌بردار است، وجهتش ازقاعدهٔ دست راست مربوط به حاصلضرب برداری به‌دست می‌آید.

(الف) اندازه حرکتهای زاویه‌ای راچگونه باید با هم جمع کرد؟

(ب) به‌یك توپ بازی ضربه‌ای در جهت غرب وارد می‌آوریم. جهت اندازه حرکت زاویه‌ای‌آن رانسبت به‌یك خط طول جغرافیایی‌زمین، به‌کمك رسم نمودارنشان‌دهید.

*۶-۲۱ **نیروهای‌مرکزی.** یك نیروی مرکزی روی یك ذره چنان عمل می‌کندکه همواره به‌یك جهت متوجه باشد.

(الف) چراکنش چنین نیرویی‌ثابت ماندن $\mathbf{L}$ را تأمین می‌کند؟

(ب) در این صورت در مورد مسیر ذره چه استنتاج می‌کنیم؟

(پ) نشان دهیدکه بردارشعاعی باید هرمساحتی را با آهنگ ثابتی جاروب‌کند.

(نیروی‌گرانشی‌میان خورشید وهرسیاره‌ای یك نیروی مرکزی

MATH75.IR

است.)

*۶-۲۲ تأثیر یك گشتاور نیروی برایند وارد بر جسمی چرخان را چنان توصیف کنید که این گشتاور نیرو:
(الف) در امتداد حرکت محور چرخش (و $\mathbf{L}$)، و
(ب) عمود بر محور چرخش (و $\mathbf{L}$)، باشد.
حالت (ب) **حرکت تقدیمی** نامیده می‌شود.

*۶-۲۳ **حرکت یك فرفره.** از راه بررسی برداری اندازه حرکت زاویه‌ای یك فرفرهٔ بچگانه، و برایند گشتاور نیروی وارد بر آن، که محور چرخشش با راستای قائم زاویه‌ای می‌سازد، توضیح دهید که چرا فرفره‌ای ناچرخان را وقتی رها کنند واژگون می‌شود، درحالی که یك فرفرهٔ چرخان پس ازرها شدن، تنها حرکت تقدیمی انجام می‌دهد.

*۶-۲۴ **چرخش زمین.** زمین دارای: (الف) اندازهٔ حرکت زاویه‌ای چرخشی ناشی ازدوران روزانه (ب) اندازهٔ حرکت زاویه‌ای مداری ناشی از گردش سالیانهٔ آن به دورخورشید است. سهم این دو را دراندازه حرکت زاویه‌ای کل زمین برآورد کنید و نشان دهید که یکی از آنها بسیارمهمتر ازدیگری است. (توجه کنید که برعکس این حالت، در ذره‌های اتمی اندازه حرکتهای زاویه‌ای چرخشی و مداری، مرتبهٔ بزرگی یکسانی دارند.)

۶-۲۵ م.ب بیشینهٔ شتاب نقطه‌ای از نوك یك متهٔ برقی را برآورد کنید.

۶-۲۶ م.ب گشتاور لختی اجسام زیررا برآورد کنید:
(الف) زمین نسبت به هرقطر،
(ب) یك توپ کریکت نسبت به‌هرقطر،
(پ) چرخ طیار یك اتومبیل نسبت به محوری که عمود برسطح مقطع آن بوده وازمرکزجرمش بگذرد،
(ت) سیستم آویختهٔ دستگاه‌کاوندیش برای اندازه‌گیری G،
(ث) یك‌میلهٔ آهنربایی کوچك نسبت به‌محوری که عمود برآن باشد وازمرکزش بگذرد، و
(ج) یك‌مولکول ئیدروژن نسبت به (i) یك محورعرضی، و (ii) یك محورطولی.

۶-۲۷ م.ب انرژی جنبشی دورانی زمین را با فرض آنکه بتوان آن را چون کره‌ای یکنواخت پنداشت، برآورد کنید. چه جرمی ازماده هم‌ارز این انرژی‌است؟

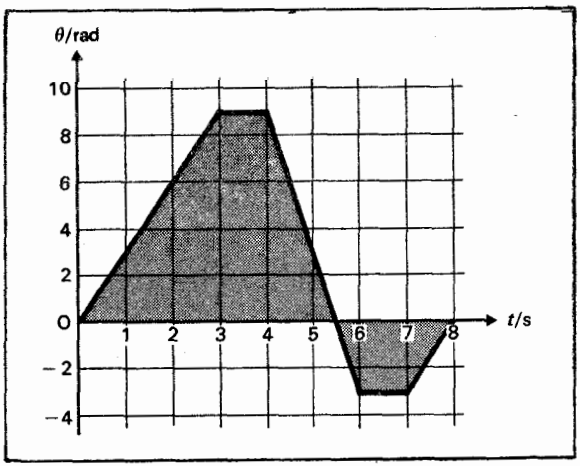
*۶-۲۸ م.ب چه کسری از (الف) جرم کل منظومهٔ شمسی، و (ب) اندازه حرکت زاویه‌ای کل آن، متعلق به‌خورشید است؟ بررسی کنید که آیا این‌ارقام نسبی معنی خاصی‌دارند یا نه.

مسئله‌های کمّی

سینماتیك دورانی

†۶-۲۹ سرعت زاویه‌ای موتور اتومبیلی در ۱۴ ثانیه، به طور یکنواخت از ۰/۱۲ krad/s به ۰/۴۰ krad/s می‌رسد. شتاب زاویه‌ای و جابه‌جایی زاویه‌ای آن را در خلال این مدت حساب کنید.

[۳/۶ krad ، ۲۰ rad/s^2]



شکل مربوط به‌پرسش ۶-۳۰

۶-۳۰ به‌نمودار نگاه کنید. این نمودار نشان می‌دهد که، در مورد جسمی خاص که قادر به چرخش است، جابه‌جایی زاویه‌ای، θ، چگونه با زمان تغییرمی‌کند. نموداری رسم کنید که چگونگی تغییرات سرعت زاویه‌ای، ω، نسبت به زمان را نشان دهد.

MATH75.IR

۶-۳۱ چه موقع عقربهٔ دقیقه شمار ساعت کاملاً روی عقربهٔ ساعت شمار آن قرار می‌گیرد؟ هرچندوقت یکبار، عقربه‌های ساعت‌شمار، دقیقه‌شمار وثانیه شمار روی‌هم‌منطبق می‌شوند؟
[۱۱ دقیقه بعد ازساعت H ام/H ۶۰]

۶-۳۲ شتاب یکنواخت‌چرخی ۴/۰ rad/s و دریك فاصلهٔ زمانی ویژهٔ ۵/۰ s، جابه‌جایی زاویه‌ای آن ۰/۳۵ krad است. اگرچرخ ابتدا درحالت سکون باشد، قبل از شروع فاصلهٔ‌زمانی ۵/۰ ثانیه‌ای، چه‌مدت‌درحال‌شتاب گرفتن بوده است؟
[۱۵ s]

۶-۳۳ شعاع چرخهای اتومبیلی ۰/۳۰ m است و این اتومبیل باسرعت ۳۶ m/s روی‌خط راستی حرکت می‌کند.
(الف) سرعت زاویه‌ای چرخها را نسبت به محورچرخ حساب کنید.
(ب) مسیر یك نقطه ازلبهٔ چرخ را توصیف کنید.
درحالی که اتومبیل می‌ایستد، چرخها ۴۰ دورمی‌زنند. حساب کنید:
(پ) شتاب زاویه‌ای چرخها، و
(ت) فاصله‌ای‌را که‌اتومبیل‌درخلال‌ترمز کردن می‌پیماید.
[(الف) ۰/۱۲ krad/s (پ) ۲۹ rad/s^2 — (ت) ۷۵ m]

گشتاور نیرو

۶-۳۴ یك‌نیروی مماسی ۸/۰ نیوتونی برچرخی وارد می‌آیدکه در حال‌کامل‌کردن نخستین دوران خود در ۲/۰ ثانیه پس ازحالت ابتدایی سکون است. این نیرو درفاصلهٔ ۰/۳۰ مترازمرکز چرخ عمل می‌کند. حساب کنید:
(الف) شتاب زاویه‌ای، و
(ب) گشتاورلختی چرخ را.
[(الف) ۳/۱ rad/s (ب) ۰/۷۶ kg/m^2]

۶-۳۵ جسمی به‌جرم ۲/۰ kg ووزن ۲۰ N به‌طنابی که به دور قرص یکنواختی به شعاع ۰/۶۰ m وجرم ۱۵ kg پیچیده شده، بسته شده‌است ومی‌تواند آزادانه به‌دورمحور افقی ثابتی که ازمرکز آن می‌گذرد، بگردد. حساب کنید:
(الف) شتاب زاویه‌ای قرص‌را آنگاه‌که وزنه ازحالت سکون خارج می‌شود.
(ب) شتاب زاویه‌ای رااگرنیروازراه‌کشیدن‌طناب بایك نیروی ثابت ۲۰ N اعمال‌شود.
[(الف) ۳/۵ rad/s^2 (ب) ۴/۴ rad/s^2]

۶-۳۶ حرکت‌چرخ دواری به‌شکل یك‌استوانهٔ یکنواخت، از جانب گشتاور نیروی اصطکاکی برابر ۱۲ Nm که روی محورچرخ‌عمل‌می‌کند، کند می‌شود. جرم آن ۸۰ kg، شعاعش ۰/۵۰ m، و با سرعت زاویه‌ای اولیهٔ ۰/۲۰ krad/s به‌حرکت درآمده است. حساب کنید:
(الف) زمانی که طول می‌کشد تا چرخ بایستد، و
(ب) جابه‌جایی زاویه‌ای چرخ رادرخلال توقف.
[(الف) ۰/۱۷ ks (ب) ۱۷ krad]

۶-۳۷ چرخ‌کاترین به‌شکل قرص تخت یکنواخت قائمی به‌جرم ۰/۳۰ kg وقطر ۰/۱۲ m است. این‌چرخ‌آزادانه ازناحیهٔ مرکزروی محوری‌قرار گرفته است که برصفحهٔ‌قرص عمود است. محصولات احتراق درشروع به‌طور مماس با سرعت ۲/۰ m/s به‌بیرون رانده می‌شوند وقرص باآهنگ ۱۰ g/s می‌سوزد. شتاب زاویه‌ای اولیه را حساب کنید.
[۲/۲ rad/s^2]

۶-۳۸ مرکزجرم اتومبیلی ۰/۶۰ m بالاترازسطح زمین است و عرض مسیر آن ۲/۰ m است. اگرضریب‌اصطکاك بین لاستیکهای این اتومبیل وسطح یك جادهٔ خاص ۱/۲ باشد، آیا وقتی اتومبیل پیچ تند بدون شیبی را طی‌می‌کند، احتمال سریدن آن بیشتراست یاواژگون شدنش؟
[سریدن]

۶-۳۹ اسکیت‌بازی کج. به نمودار نگاه‌کنید، که نمایانگر نمای پشت یك اسکیت‌باز به‌جرم ۸۰ kg است، که روی دایره‌ای افقی به‌شعاع ۵/۰ m حرکت می‌کند.
(الف) نمودارمختصاتی را برای اسکیت‌باز رسم کنید.
(ب) اگراسکیت باز بازاویهٔ بسیارکوچك θ به‌داخل

MATH75.IR

کج شود چه اتفاقی خواهد افتاد؟

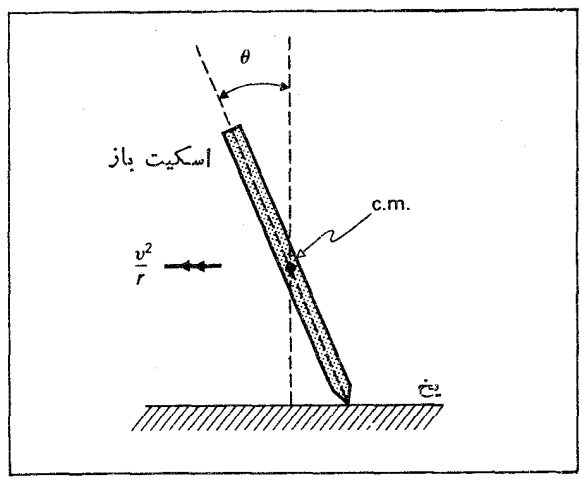
(پ) درصورتی که سرعت $6/0\ m/s$ بوده و لغزشی پیش نیاید، مقدار حالت پا برجای θ را حساب کنید.

(ت) اگر اسکیت باز در آستانهٔ لغزیدن باشد، ضریب اصطکاك بین اسکیت ویخ را حساب کنید.

(راهنمایی: ر. ك. مسئلهٔ ۳-۳۹.)

به‌جای g مقدارعددی g_0 را بگذارید.

[(پ) $36°$ (ت) ۰/۷۳]



شکل مربوط به‌پرسش ۶-۳۹

*۶-۴۰ یك قرقرهٔ نخ، به‌شعاع r را، که سربالایی آن به جایی ثابت شده است، رها می‌کنند تا تحت نیروی گرانی بازشود. اگر گشتاور لختی قرقره نسبت به‌محورش Mk^2 باشد، حساب کنید:

(الف) شتاب خطی قرقره، و

(ب) کشش نخ را.

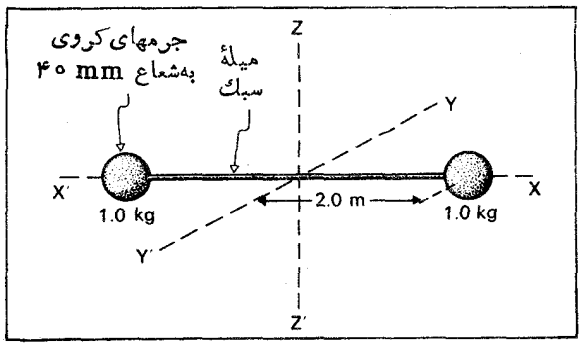
[(الف) $gr^2/(r^2+k^2)$ (ب) $Mgk^2/(r^2+k^2)$]

۶-۴۱ یك کرهٔ یکنواخت روی صفحه‌ای به شیب α، به پایین می‌غلتد. ثابت کنید که شتاب کره $\frac{5}{7}g\sin\alpha$ است.

محاسبهٔ گشتاور لختی

†۶-۴۲ شعاع چرخش یك چرخ طیار، به‌شکل استوانه‌ای یکنواخت به‌شعاع ۰/۴۳ m، چقدراست؟

[۰/۳۰ m]



شکل مربوط به پرسش ۶-۴۳

†۶-۴۳ **مدل یك مولکول دواتمی.** به‌نمودار نگاه کنید.

(الف) کره‌ها را جرمهای نقطه‌ای بگیرید، و گشتاور لختی دمبل را نسبت به‌محور YY' محاسبه کنید.

(ب) گشتاور لختی نسبت به‌محور XX' چقدر است؟

(گشتاورلختی یك کره نسبت به‌قطرخودش $\frac{2}{5}Mr^2$ است.)

با درنظرداشتن شعاع هستهٔ اتمی (تقریباً یك فرمی) و طول پیوند مولکول دواتمی (تقریباً ۰/۱ نانومتر) پیرامون رابطهٔ پاسخ خود باچرخش چنین مولکولی بحث کنید.

[(الف) $8/0\ kg\,m^2$ (ب) $1/3\times10^{-3}\ kg/m^2$]

†۶-۴۴ **قضیهٔ محورهای موازی.** گشتاور لختی خط‌کش یکنواختی به‌جرم ۰/۱۰ kg راکه برحسب متر درجه‌بندی شده است، نسبت به محوری عرضی که از نقاط (الف) علامت ۰/۵۰ m، و (ب) علامت ۰/۹۰ m بگذرد، محاسبه کنید. ازعرض خط‌کش چشم بپوشید.

[(الف) $8/3\times10^{-3}\ kg\,m^2$،
(ب) $24\times10^{-3}\ kg\,m^2$]

۶-۴۵ **قضیهٔ محورهای عمودبرهم.** به نمودار نگاه کنید، که بازنمایی طرح واره ازمولکول آب است.

(الف) گشتاور لختی اتم اکسیژن را نسبت به‌محوری که ازمرکز جرمش می‌گذرد، برآوردکنید.

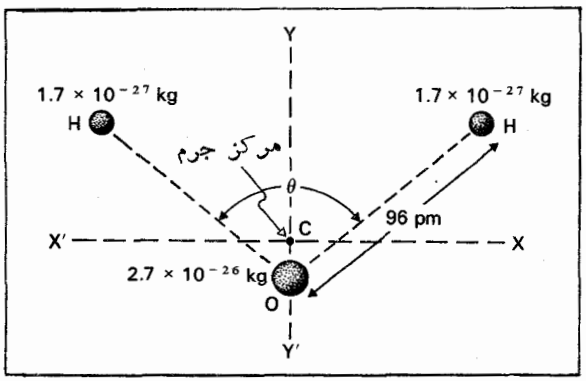
(ب) گشتاور لختی مولکول آب نسبت به‌محور YY'،

MATH75.IR

$۱/۹ \times ۱۰^{-۴۷}\,kg\,m^۲$ است. (این مقدار با طیف نگاری فروسرخ اندازه‌گیری می‌شود.) θ را حساب کنید.

(پ) گشتاور لختی مولکول نسبت به محور XX'، $۱/۰ \times ۱۰^{-۴۷}\,kg\,m^۲$ است. گشتاور لختی را نسبت به محوری که از C می‌گذرد و عمود برسطح مقطع مولکول است، حساب کنید.

[(ب) $۱۰(۲)^\circ$ (پ) $۲/۱ \times ۱۰^{-۴۷}\,kg\,m^۲$]



شکل مربوط به پرسش ۶-۴۵

انرژی جنبشی دورانی

۶-۴۶ اگر یک میل گردان با سرعت زاویه‌ای $۰/۴۰\,krad/s$ بچرخد وتوانی برابر $۲۵\,kW$ راانتقال دهد، بزرگی گشتاور نیرویی که روی میل گردان عمل می‌کند، چقدر است؟

[$۶۲\,Nm$]

۶-۴۷ مدادی که روی نوک خود درحال ترازمندی ایستاده است، ازترازمندی خارج و واژگون می‌شود، ولی نوکش حرکتی نمی‌کند. اگرطول مداد $۰/۱۸\,m$ باشد، حساب کنید قسمت بالایی مداد باچه سرعتی به‌سطح افقی برخورد می‌کند.

به‌جای g مقدارعددی $g_۰$ را بگذارید. [$۲/۳\,m/s$]

۶-۴۸ یك مولکول اکسیژن از دواتم تشکیل یافته است که جرم کل آنها $۵/۳ \times ۱۰^{-۲۶}\,kg$ است. میانگین انرژی جنبشی انتقالی آن ۱/۵ برابر میانگین انرژی جنبشی دورانیش، سرعت متوسط آن $۰/۵۰\,km/s$ و سرعت زاویه‌ای متوسط آن $۶/۸\,Trad/s$ است. حساب کنید:

(الف) گشتاور لختی این مولکول نسبت به محوری که از مرکز جرمش می‌گذرد و برخطی که اتمها را به‌هم وصل می‌کند، عمود است، و

(ب) فاصلهٔ خطی بین اتمها.

آیا می‌توانید بگویید منشأ ضریب ۱/۵ کجاست؟

[(الف) $۱/۹ \times ۱۰^{-۴۶}\,kg\,m^۲$ (ب) $۰/۱۲\,nm$]

۶-۴۹ سرعت زاویه‌ای یک چرخ یکنواخت دوار در $۵/۰\,s$ از $۴۰\,rad/s$ به $۰/۱۰\,krad/s$ افزایش می‌یابد. اگر جرم چرخ $۱۰\,kg$ وشعاع آن $۰/۴۵\,m$ باشد، کاری راکه توسط گشتاور نیروی وارد برجسم انجام می‌گیرد حساب کنید. میانگین توانی که درخلال این زمان برجسم اعمال می‌شود، چقدر است؟

[$۰/۸۵\,kW$, $۴/۲\,kJ$]

۶-۵۰ میانگین شتاب زاویه‌ای چرخ طیار بزرگی را، که پس‌از $۹/۰\,s$ به سرعت زاویه‌ای $۳/۰\,rad/s$ می‌رسد، حساب کنید. اگر جرم چرخ طیار $۲/۲ \times ۱۰^۳\,kg$ وشعاع چرخش آن $۱/۵\,m$ باشد، میانگین توانی را که با به‌کار افتادن موتور پدید می‌آید، محاسبه کنید.

[$۲/۵\,kW$, $۰/۳۳\,rad/s^۲$]

۶-۵۱ استوانه‌ای به‌جرم $۲/۰\,kg$ و شعاع $۰/۱۰\,m$ را به‌بالای صفحهٔ همواری باشیب ۳۰° نسبت به‌راستای افق پرتاب می‌کنیم به‌طوری‌که بدون لغزش بغلتد؛ نیروی اصطکاك غلتشی‌هم وجود ندارد. سرعت اولیهٔ مرکز جرم استوانه $۶/۰\,m/s$ است. حساب کنید:

(الف) شتاب مرکز جرم استوانه را.

(ب) فاصله‌ای را که استوانه پیش‌از لحظهٔ توقفش، به‌سوی بالای صفحه می‌پیماید.

به‌جای g مقدار عددی $g_۰$ را بگذارید.

[(الف) $-۳/۳\,m/s^۲$ (ب) $۵/۵\,m$]

اندازه حرکت زاویه‌ای

۶-۵۲ در یك مدل سادهٔ اتم ئیدروژن، الکترون با بسامد

MATH75.IR

دورانی $6/6 \times 10^{15}$ s، مداری دایره‌ای را به‌شعاع ۵۳ pm رسم می‌کند. اندازه حرکت زاویه‌ای مداری ئیدروژن را دراین حالت حساب کنید. پاسخ خود را چگونه با ثابت پلانك مقایسه می‌کنید؟

(توجه داشته باشیدکه این مدل بیش از حد ساده شده است، و در عمل هنگامیکه اتم در حالت پایهٔ خود باشد، اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون صفر است. علت این نکته آن است که الکترون در مدار دایره‌ای گردش نمی‌کند.)

مقدار عددی داده شدهٔ m_e را درمحاسبه به‌کار برید.

[$1/1 \times 10^{-34}$ Js]

۶-۵۳* وقتی یك اسکیت‌باز هردو بازو و یك پای خودرا کاملاً باز می‌کند، گشتاور لختیی برابر $5/0$ kg m^2 دارد. او باسرعت زاویه‌ای $4/0$ rad/s می‌چرخد. وقتی بازوها وپایش راجمع می‌کند، گشتاور لختیش به $0/60$ kg m^2 می‌رسد. حساب کنید:

(الف) سرعت زاویه‌ای نهایی، و

(ب) تغییر انرژی جنبشی دورانی را.

(ب) را چگونه حساب می‌کنید؟

[(الف) ۳۳ rad/s (ب) $0/29$ k]

۶-۵۴* ضربه‌ای برابر ۴۰ Ns به‌لبهٔ چرخ چرخانی وارد می‌آید. اگر چرخ به‌شکل قرصی یکنواخت و تخت به‌جرم ۲۴ kg وشعاع $0/60$ m باشد، حساب کنید:

(الف) ضربهٔ زاویه‌ای انتقال یافته به‌چرخ، و

(ب) تغییر سرعت زاویه‌ای را.

[(الف) ۲۴ N ms (ب) $5/6$ rad/s]

۶-۵۵* موتوری دارای اجزای دورانی به‌جرم ۱۸ kg و شعاع چرخش $0/12$ m است، که درعرض $4/0$ s از حالت‌سکون به‌سرعت‌زاویه‌ای $0/20$ k rad/s می‌رسد. حساب کنید:

(الف) اندازه حرکت و انرژی جنبشی زاویه‌ای دراین سرعت زاویه‌ای، و

(ب) گشتاور نیرو ومیانگین‌توان ضروری برای رسیدن به‌این گشتاور نیرو را.

[(الف) ۵۲ N ms ، $5/2$ k] [(ب) ۱۳ N m ، $1/3$ kW]

۶-۵۶* گلوله‌ای به‌جرم ۵۰ g وبا سرعت $1/2$ km/s وارد حاشیهٔ استوانه‌ای به‌شعاع $0/20$ m وجرم ۲۰ kg می‌شود. این‌استوانه ابتدا ساکن است ومحور افقی چرخش ثابتی دارد. درمورد سرعت زاویه‌ای آن پس‌از برخورد چه می‌توان گفت؟

[$\omega <$ ۳۰ rad/s]

۶-۵۷* قرصی افقی با بسامد دورانی یکنواخت یك‌دور درثانیه به‌دور محوری قائم که از مرکز آن می‌گذرد، می‌چرخد. قطعه‌ای پلاستیسین به‌جرم $8/0$ g برروی صفحهٔ قرص فرو می‌افتد و درفاصلهٔ ۵۰ mm از مرکزش به‌آن می‌چسبد. اگر سرعت به $8/0$ دور در ثانیه برسد، گشتاور لختی قرص چقدر است؟

[$8/0 \times 10^{-5}$ kg m^2]

۶-۵۸* سرخوردن و غلتیدن. توپ بدون چرخشی به‌جرم m ، و با سرعت افقی **u** حرکت می‌کند، به‌زمین می‌خورد و روی زمین آنقدر سرمی‌خورد تاحرکتش کاملاً غلتشی شود. دراین حالت سرعت آن به **v** کاهش می‌یابد. حساب کنید:

(الف) ضربه‌ای‌که از سوی زمین برتوپ وارد می‌آید،

(ب) تغییر اندازه حرکت زاویه‌ای،

(پ) مقدار v برحسب u ،

(ت) کاهش انرژی جنبشی انتقالی، و

(ث) افزایش انرژی جنبشی دورانی آن‌را.

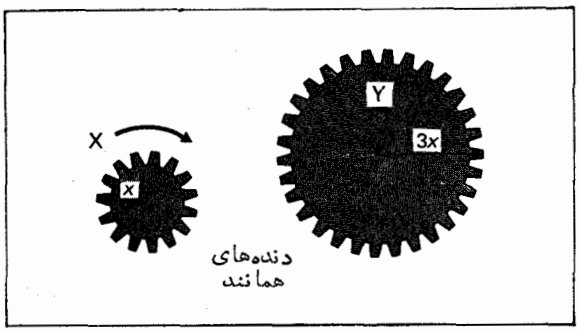
درمورد پاسخهای (ت) و (ث) خود نظر بدهید.

[(پ) $5u/7$ (ث) $(5mu^2)/49$]

۶-۵۹* دوپسربچه، هریك به‌وزن ۴۰ kg، از راه دویدن درفاصلهٔ $3/0$ m از محور مرکزی چرخ‌فلکی وباسرعت $4/5$ m/s نسبت به‌سطحش، آن‌را به‌چرخش وا می‌دارند. اگر گشتاور لختی چرخ‌فلك ۱۰۸۰ kg m^2 باشد، حساب کنید:

MATH75.IR

(الف) سرعت زاویه‌ای چرخ‌فلك، و
(ب) سرعت زاویه‌ای پسربچه‌ها را نسبت به‌زمین.
[(الف) ۰/۶۰ rad/s (ب) ۰/۹۰ rad/s]



شکل مربوط به‌پرسش ۶-۶۰

۶-۶۰ چرخهای طیاری که درهم گیر می‌کنند. به نمودار نگاه کنید. همه‌چیز در دوچرخ طیار X و Y یکسان است مگر شعاعهای آنها، به‌این‌ترتیب، X نسبت به Y تعداد دندانه‌های کمتری دارد. چرخ X با سرعت زاویه‌ای ۳۰ rad/s شروع به‌چرخش می‌کند، و دندانه‌های آن با دندانه‌های Y درگیر می‌شوند.

(الف) نسبت جرمهایشان، بنابراین نسبت گشتاور لختی آنها به‌یکدیگر را بنویسید.

(ب) وقتی‌دندانه‌ها دریکدیگر فرو می‌روند، قانون سوم نیوتون دربارهٔ نیروهای برهم‌کنشی، ضربه‌ها، و ضربه‌های زاویه‌ای آنها چه می‌گوید؟

(پ) شرایطی را بنویسید که دندانه‌های هردو درحال چرخش، باهم درگیر شوند.

(ت) آیاسیستم‌منزوی است؟آیا اندازه حرکت زاویه‌ای پایسته است؟

(ث) سرعت زاویه‌ای نهایی X چقدر است؟
[۳/۰ rad/s (ث)]

۶-۶۱ چرخ‌فلك بدون‌اصطکاکی به‌شعاع ۴/۰ m و گشتاور لختی ۱۹۲۰ kg m² با سرعت ۲/۰ rad/s مـی‌چرخد. مردی به‌جرم ۸۰ kg، از راه یك ریل انشعابی خود را از لبه تا یك‌متری محور دوران می‌کشاند، حساب کنید:

(الف) سرعت زاویه‌ای جدید، و

(ب) تغییر انـرژی جنبشی سیستم چـرخ‌فلك ـ مرد را.

توضیح دهید که تغییر انرژی جنبشی چگـونه روی می‌دهد، و ماهیت نیرویی راکـه باعث شده است سرعت چرخ‌فلك زیاد شود، به‌تفصیل توضیح دهید.

[(الف) ۳/۲ rad/s (ب) ۳/۸ k]

۶-۶۲ مردی دریك واگن گردان ساکن، و بدون اصطکاك نشسته‌است وچرخی‌را با لبهٔ سنگین که‌باسرعت ۶/۰ rad/s می‌چرخد به‌دست گرفته است، به‌طوری که محورچرخش آن برمحورچرخش واگن‌گردان منطبق است. مرد دستگیره‌های چرخ را به‌دست می‌گیرد، چنان که جهت انـدازه حرکت زاویه‌ای چرخ چرخان قائم و بالاسو می‌شود. اگر گشتاور لختی سیستم مرد-واگن‌گردان ۵/۰ kg m² وگشتاور لختی چرخ ۰/۸۰ kg m² باشد، حساب کنید:

(الف) اندازه حرکت زاویه‌ای کل سیستم مرد-واگن گردان-چرخ‌را،

(ب) اندازه حرکت زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای سیستم مرد-واگن‌گردان (به‌استثنای چرخ) را، درصورتیکه مـرد جهت چرخش چرخ را برعکس کند، و

(پ) اندازه حرکت زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای سیستم مرد-واگن‌گردان را، درصورتی‌که مرد بافشاردادن سینه‌اش روی لبهٔ چـرخ آن را به‌حالت سکـون درآورد. مـرد و واگن‌گردان‌چگونه می‌توانند دوباره به‌حالت‌سکون درآیند: (*i*) پس‌از مرحلهٔ (ب)، و(*ii*) پس‌از مرحلهٔ (پ)؟
[(ب) ۹/۶ kg m²/s بالاسو، ۱/۹ rad/s]

آونگ مرکب

۶-۶۳ وقتی آونگ مـرکبی به‌جـرم ۰/۱۵ kg به دور دومحور موازی که ۰/۲۲ m و ۰/۴۱ m از مرکز جرم آن فاصله دارند به‌نوسان درآید، زمان تناوب آن درهردو حالت ۱/۶ s است. حساب کنید:

(الف) گشتاور لختی آونگ رانسبت به‌محوری موازی که از مرکز جرم آن می‌گذرد،

(ب) مقدار **g**،

(پ) کمینهٔ زمان تناوب آونگ، و

MATH75.IR

(ت) طول آونگ ساده‌ای که هم‌ارز این آونگ (با زمان تناوب ۱/۶ s) باشد.

[(الف) $۱/۴ \times ۱۰^{-۲}\ \mathrm{kg\,m^۲}$ (ب) $۹/۷\ \mathrm{m/s^۲}$، (پ) ۱/۵(۷) s (ت) ۰/۶۳ m]

۶-۶۴ آونگ برگشت‌پذیر کاتر. این آونگ، آونگ مرکبی است که برای اندازه‌گیری $\mathbf{g}$ شیوهٔ دقیقی را فراهم می‌آورد. شکل متعارف این آونگ را تشریح کنید. در یک آزمایش وقتی فاصلهٔ یکی از تیغه‌ها از مرکز جرم آن ۰/۵۷۰ m بود، زمان تناوب ۲/۰۰ s به‌دست می‌آمد و وقتی فاصلهٔ تیغهٔ دیگر از مرکز جرم ۰/۴۷۰ m بود، زمان تناوب ۱/۹۸ s به‌دست می‌آمد. از روی این نتیجه‌ها مقدار $\mathbf{g}$ را حساب کنید.

[$۹/۷۹\ \mathrm{m/s^۲}$]

۶-۶۵ نتایج نموداری یک آونگ مرکب. نتایج زیر نشان می‌دهد که زمان تناوب، T، یک آونگ میله‌ای چگونه به‌نسبت فاصلهٔ، h، نقطهٔ آویز از مرکز جرم میله تغییر می‌کند. با استفاده از این نتایج، نموداری را رسم کنید که از روی آن بتوان مقادیر زیر را تعیین کرد:

(الف) مقداری برای $\mathbf{g}$، و

(ب) شعاع چرخش میله را.

T برحسب s	۱/۶۴	۱/۶۰	۱/۵۶	۱/۵۱	۱/۵۲	۱/۵۸	۱/۶۰	۱/۷۴
h برحسب m	۰/۵۲۰	۰/۴۷۵	۰/۴۲۲	۰/۳۵۰	۰/۲۱۰	۰/۱۷۰	۰/۱۶۰	۰/۱۲۰

[(الف) $۹/۷۹\ \mathrm{m/s^۲}$ (ب) ۰/۲۷۵ m]

***۶-۶۶ مرکز ضربه.** اگر یک توپ را به‌طور صحیح با چوگان بزنند، هیچ نیروی مخالفی روی دستها احساس نمی‌شود. این اتفاق وقتی روی می‌دهد که توپ درست به **مرکز ضربهٔ** چوگان اصابت کند، آن‌نقطه از چوگان که در دست می‌گیرند، مرکز نوسان به‌حساب می‌آید. نشان دهید که فاصلهٔ مرکز ضربه از مرکز نوسان برابر طول آونگ هم‌ارز معادل است. برآورد معقولی از این فاصله را برای یک چوگان به‌دست دهید.

۷ ترازمندی

پرسشهایی برای بحث

۷-۱ چنانچه برایند تمامی نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد، آیا به‌این معنی است که این جسم ضرورتاً درحال ترازمندی است؟

۷-۲ راننده‌ای درحال پیمودن پیچی احساس می‌کند که درحال ترازمندی است؛ ولی رهگذری که از کنار جاده می‌گذرد احساس می‌کند فاقد ترازمندی است. کدام یک حق دارد، وچرا؟

۷-۳ درچه صورتی احتمال بیشتری برای پاره شدن یک بند رخت پر وجود دارد، اگر از ابتدا بند محکم میان دو نقطه کشیده شده باشد یا وقتی به‌طور چشمگیری شکم داده باشد؟

***۷-۴ ترازمندی در یک میدان گرانشی.** یک سطح هم‌پتانسیل گرانشی را درنظر بگیرید که روی آن چندین نقطه که یک ذره می‌تواند روی آنها ترازمند باشد، وجود دارد. درمورد شکل سطح در نقطهٔ: (الف) ترازمندی پایدار، (ب) ترازمندی ناپایدار، و (پ) ترازمندی بی‌تفاوت بحث کنید. شکل سطحی که درنزدیکی نقطه‌ای است که روی آن یک ذره نسبت به‌یکی از محورهای مختصات دارای ترازمندی پایدار، و نسبت به‌محور دیگر مختصات درحال ترازمندی ناپایدار است، چگونه است؟

MATH75.IR

۵-۷ بیشینهٔ درجه‌ای که روی یك ترازوی فنری خوانده می‌شود، ۱۰۰ N است. چگونه این دستگاه را برای اندازه‌گیری نیروهایی بزرگتر ازاین حد به‌کار می‌برند؟

۶-۷ مثالهایی ذکر کنید حاکی از اینکه مرکز جرم یك جسم ضرورتاً در وسط آن نیست.

۷-۷ یك خط‌کش با مقیاس متری روی دو انگشت قرار گرفته است؛ یك انگشت روی نشانهٔ ۱ cm و دیگری روی نشانهٔ ۹۹ cm است. وقتی می‌کوشیم یکی از انگشتها را به‌سوی دیگری حرکت دهیم، می‌بینیم هردو انگشت به‌نشانهٔ ۵۰ cm نزدیك می‌شوند. علت را توضیح دهید.

۸-۷ معمولاً چنین تصور می‌شود که مرکز جرم یك جسم بر گرانیگاه آن منطبق است. چرا این تصور وجود دارد؟ شرایطی را تشریح کنید که این تصور را باطل می‌کند.

۹-۷ (الف) فاصلهٔ میان هسته‌ای دریك مولکول CO ۱۱۳ pm است. هستهٔ اکسیژن درچه فاصله‌ای ازمرکز جرم واقع است؟

(ب) در مولکول CO_2 مرکز جرم برهستهٔ کربون منطبق است. درمورد این مولکول چه می‌توان گفت؟

(پ) به نمودار مربوط به پرسش **۶-۴۵** نگاه کنید که در آن $\theta = 104^\circ$. دراین مولکول، هستهٔ اکسیژن چقدر از مرکز جرم آن فاصله دارد؟

۱۰-۷ یك سطح شیبدار چنان تنظیم شده است که یك جسم درست وقتی برروی آن شروع به‌لغزیدن می‌کند که میل آن نسبت به‌افق θ_s باشد. ضریب اصطکاك ایستایی بین وزنه و سطح چیست؟ اگر زاویهٔ شیب θ_k، باشد و وزنه شیب را باسرعت ثابتی پایین بیاید، عبارتی برای ضریب اصطکاك دینامیکی بیابید.

۱۱-۷ اجسامی که ارتفاع گرانیگاهشان کم است پایدارتر از اجسامی‌اند که گرانیگاه آنها در ارتفاع بلندی قرار دارد. بدینسان ایستاده نگهداشتن یك مداد کوتاه برروی ته‌آن بسیار آسانتر از متوازن کردن یك چوب باریك بلند بر روی زمین است. در این مورد بحث کنید که چرا به‌توازن درآوردن یك چوب بلند ازطرف نوکش برروی انگشت از متوازن کردن مداد کوتاه برروی انگشت، ساده‌تر است. توضیح‌دهیدکه چرا حتی این‌کار درمورد یك چوب بیلیارد وارونه، آسانتر انجام می‌شود تایك چوب باریك و بلند.

مسئله‌های کمّی

†۱۲-۷ دونیروی‌موازی‌به‌بزرگی ۵۰ N و ۸۰ N هم‌جهت عمل می‌کنند. در صورتی‌که فاصلهٔ نیروی برایند از نیروی کوچکتر ۰/۲۴ m باشد، فاصلهٔ نیروها را از یکدیگر حساب کنید. [۰/۳۹ m]

†۱۳-۷ الوار یکنواخت سختی به‌عنوان پلی برروی یك نهر به‌کار می‌رود. الوار ۰/۲۴ kN وزن و ۶/۰ m طول دارد. وقتی مردی به‌وزن ۱/۲ kN در فاصلهٔ x از یك سر الوار ایستاده باشد، رابطه‌ای برای فشار زمین بر دو سر الوار بیابید. برمجموعهٔ یکسانی از محورها، دونمودار برای نشان دادن این نتایج رسم کنید.

۱۴-۷ نخ سبکی که به حلقهٔ سبکی بسته شده، به دور یك میلهٔ افقی پیچیده شده است. ضریب اصطکاك ایستایی بین حلقه و میله ۰/۴۰ است. کمترین زاویه‌ای که نخ، درحال کشش، با میله می‌سازد چقدر است؟ [۶۸°]

۱۵-۷ برای بلندکردن چرخی‌فلزی تا روی‌جدول پیاده‌رو به‌ارتفاع ۰/۲۰ m، باید نیروی افقی ۰/۱۶ kN روی محور چرخ عمل‌کند. شعاع چرخ ۰/۵۰ m است. حساب کنید:

(الف) وزن چرخ و

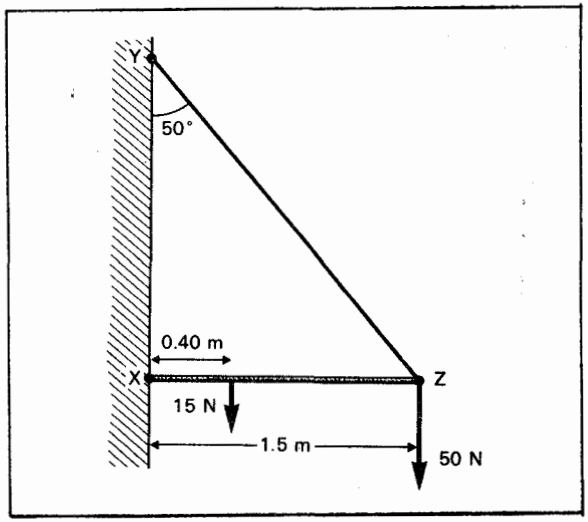
(ب) اندازهٔ کمینهٔ نیرویی که باید برمحور چرخ وارد آید تا بتواند آن‌را بلند کند.

[(الف) ۰/۱۲ kN (ب) ۹۶ N]

۱۶-۷ سرخوردن و واژگون‌شدن. مکعب یکنواختی روی

MATH75.IR

یك سطح افقی كـه با آن ضریب اصطكاكـی برابر ۰/۴ دارد، قـرار گرفته است. یـك نیروی افقی عمود بـرلبهٔ فوقانی آن و درمركزش وارد می‌شود. چون اندازهٔ ایـن نیرو به‌طورمداوم افزایش می‌یابد، مكعب سرخواهد خورد یا واژگون می‌شود. كدام‌یك از این حالات روی می‌دهد؟



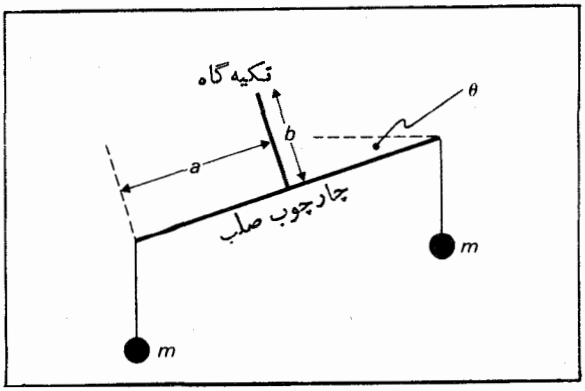
شكل مربوط به‌پرسش ۷-۱۷

۷-۱۷ به نمودار نگاه‌كنید. میلهٔ نایكنواخت XZ به وزن ۱۵ N ، و طول ۱/۵ m به‌وسیلهٔ ریسمانی به‌طـول YZ در وضعیت افقی‌نگه داشته شده‌است. یك وزنهٔ ۵۰ نیوتونی درنقطـهٔ Z آویخته شده است. نیروی وارده ازجانب نخ، و فشار لولا را برمیله، محاسبه كنید.

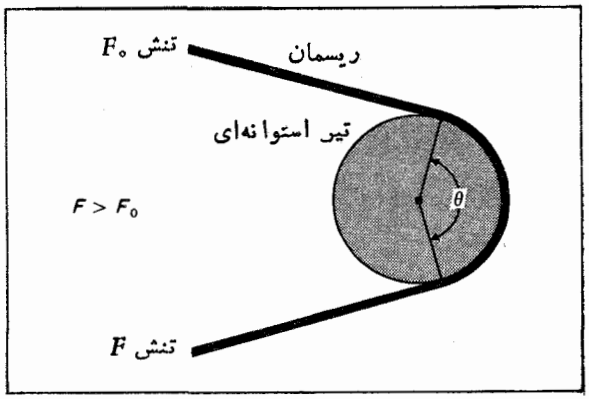
[۸۴ N ، ۶۵ N بازاویهٔ ۹/۸° نسبت به‌افق]

۷-۱۸ به‌نمودار نگاه‌كنید. بخش متحرك دستگاه پوینتینگ را كه برای اندازه‌گیری G به‌كارمی‌رود نشان می‌دهد. آن دوجرم ازجانب زمین‌كشیده می‌شوند، و افزون برآن جرم سمت چپی تحت تأثیر نیروی پایین‌سوی GmM/r^2 نیز قرار دارد. شرایط تـرازمندی را بنویسید. (همچنین ر.ك. پرسش ۴۵-۲۰.)

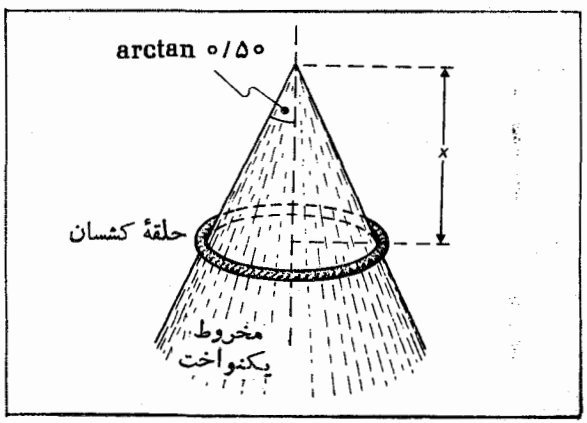
***۷-۱۹ ترمزطنابی.** نمودارطنابی را نشان می‌دهدكـه به دور یك تیر زبر پیچیده شده است. تنشهای نشان داده شده به‌علت اصطكاك میان دوسطح با یكدیگرمتفاوتند. ازراه رسم



شكل مربوط به‌پرسش ۷-۱۸



شكل مربوط به‌پرسش ۷-۱۹



شكل مربوط به‌پرسش ۷-۲۰

MATH75.IR

نمودار مختصاتی برای جزء کوچکی از طناب که با تیر در تماس است، به این نتیجه می‌رسیم: $F = F_0 e^{\mu\theta}$، که μ ضریب اصطکاک دوسطح است. اگر $\mu = 0/20$ وطناب پنج بار به‌دور تیر پیچیده شده باشد، مقدار F/F_0 را حساب کنید و دربارهٔ نتیجهٔ خود نظر دهید.

[$5/3 \times 10^2$]

***۷-۲۰ اصل کارمجازی.** به‌نمودار نگاه کنید. ریسمان کشسانی با ثابت نیروی $5/0\ N/m$، طول طبیعی $0/25\ m$، و وزن $2/0\ N$ روی سطح جانبی هموارمخروطی می‌لغزد.

(الف) رابطه‌ای، برحسب x، برای (i) انرژی پتانسیل گرانشی ریسمان، (ii) انرژی پتانسیل کشسان آن، بنویسید.

(ب) اگر این ریسمان به‌اندازهٔ فاصلهٔ جزئی δx پایینتر آورده شود، تغییرهای حاصل درکمیتهای بالا را بنویسید. (به‌علامتها توجه‌کنید.)

(پ) بنا بر اصل کار مجازی، مجموع این تغییرها، درحال ترازمندی صفر است. مقدار x را برای زمانی که ریسمان درحال ترازمندی است، حساب کنید.

بدون توسل به‌نمادها، جملهٔ اول (پ) را توجیه‌کنید.

[$0/12\ m$]

۸ شاره‌های ساکن

پرسشهایی برای بحث

۸-۱ گسترهٔ تغییرات چگالیهایی بین $10^{-20}\ kg/m^3$ تا $10^{+17}\ kg/m^3$ است. پیرامون این نکته که این چگالیها مربوط به چه موادی می‌توانند باشند بحث‌کنید و جدولی تشکیل دهید که مرتبه‌های بزرگی چگالیهای گوناگون بین این دوحد را نشان دهد.

۸-۲ سبب تغییرات فشار جوچیست؟

۸-۳ در دما وفشار یکسان آیا هوایی که بخار آب همراه دارد، چگالتر از هوای خشك است یا چگالی آن کمتر است؟

۸-۴ درمورد این گزاره نظر دهید «فشار در نقطه‌ای از یك شاره در تمامی جهات یکسان است».

۸-۵ توضیح دهید چگونه یك هواسنج فلزی به‌عنوان ارتفاع سنج به‌کار می‌رود. آیا به‌خاطر تغییرات دمای هوا، باید در آن تصحیحی منظور کنیم؟

۸-۶ به طور خلاصه، اندازه‌گیریهایی را شرح دهیدکه برای تعیین درصد ترکیبی یك تکه موم که تکه فلزی در داخل آن جای دارد، لازم است. مراحل محاسبه‌ای را که براساس این اندازه‌گیریها انجام می‌دهید، نام ببرید.

۸-۷ اگر در هنگام گذر یك کرجی حامل تیرآهن، از سد در داری که معمولاً درکانالها برای بردن یك کشتی از یك تراز به تراز دیگر به‌کار می‌رود، تیرآهنی از روی آن به‌داخل آب بیفتد، برای تراز آب درسد چه اتفاقی روی می‌دهد؟

۸-۸ چرا یك تکه چوب هیچ‌وقت به‌طورقائم درآب شناور نمی‌شود؟

۸-۹ پایداری کشتیها. وقتی یك کشتی آزادانه روی آب شناور است، گرانیگاه مایع جابه‌جا شده را **مرکز شناوری** می‌نامیم. خطی قائم که از این نقطه بگذرد صفحهٔ تقارن کشتی را در **مرکز مجازی** قطع می‌کند.

برحسب شرایط این دو نقطه ونیروهایی که ازطریق آنها وارد می‌آیند پیرامون پایداری یك کشتی بحث‌کنید.

۸-۱۰ یك تکه چوب پنبه درداخل سیال غیر فراز ساکنی در روی سطح زمین، نیم شناور است. برای این چوب پنبه چه اتفاقی روی خواهد داد در:

MATH75.IR

(الف) روی سطح ماه،
(ب) در ماهواره‌ای که برمداری دایره‌ای می‌گردد، و
(پ) دریك ناوفضایی که با سرعت ثابتی درحرکت است.

۸-۱۱ جعبهٔ بسته‌ای که روی یك ترازوی فنری قرار گرفته است، حاوی پرندهٔ زنده‌ای است. تشریح کنید درحالتهایی که پرنده روی کف جعبه ایستاده است یا وقتی در هوای مسدود جعبه پرواز می‌کند، آنچه روی درجه بندی ترازو می‌خوانیم چگونه تغییرمی‌کند. همچنین پیرامون تأثیرات برخاستن ونشستن پرنده بحث کنید.

۸-۱۲ تفاوت میان وزن ظاهری یك کیسهٔ پلاستیکی خالی، و زمانی که این کیسه ازهوایی بافشار جو پر شده است، در چیست؟ اگر کیسه دراین دوحالت درخلأ اندازه‌گیری می‌شد، آیا این دو وزن باهم تفاوت داشتند؟

۸-۱۳ پیمانهٔ مك‌لئود. به نمودار نگاه کنید. حجم ظرف کروی ولولهٔ مویین آن مجموعاً برابر V است. این پیمانه، که می‌تواند فشارهای $1\ \text{Pa}$ را اندازه‌گیری کند، چنین عمل می‌کند: (۱) مخزن آنقدر پایین آورده می‌شود که تمامی جیوه به درون آن کشیده شود، و سپس (۲) آنقدر بالا برده می‌شود تاجیوه به‌نقطهٔ ثابت X برسد. مقدار h اندازه‌گیری می‌شود.

(الف) کارلولهٔ مویین سمت چپ چیست؟
(ب) رابطهٔ p با مقادیردانستهٔ V و v، وفشار وارده از جانب ارتفاع جیوه، h، چگونه است؟

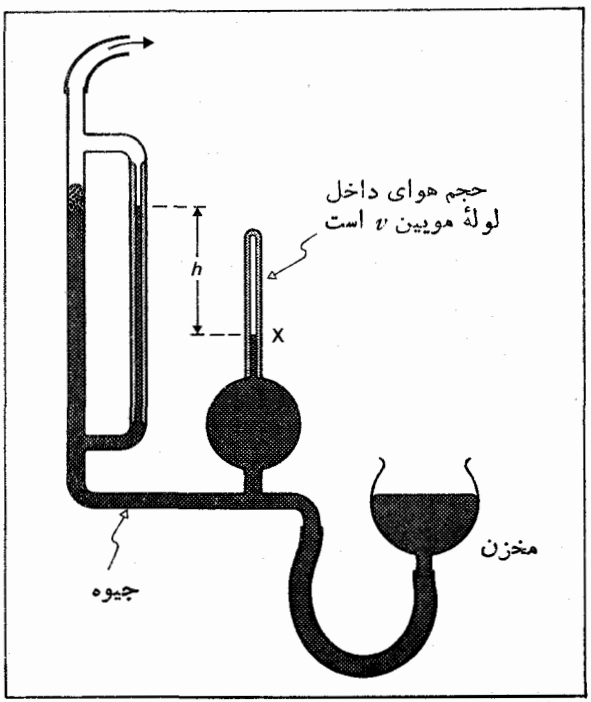
۸-۱۴ اگر بالونی که ازگاز پرشده است شروع به بالا رفتن کند، به‌شرط آنکه هیچ تغییری دربار یا گاز درون آن به‌وجود نیاید، به‌یك ارتفاع تعادل خاص خواهد رسید. در این مورد توضیح دهید ونیز پیرامون اتفاقی که برای یك زیردریایی به هنگام فرو رفتن در دریا پیش می‌آید، بحث کنید.

چگونه می‌توان حرکت قائم یك بالون پر ازگاز و یك زیردریایی راکنترل کرد؟

۸-۱۵ تلمبهٔ هوا. طرح عملی یك تلمبهٔ تخلیه را رسم کنید وعمل شیرها را شرح دهید. ظرفی به‌حجم V ازهوایی با فشار p_0 پرشده است و حجم استوانهٔ تلمبه v است. نشان دهیدکه پس از n بارتلمبه زدن، فشار p_n ازرابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$p_n = p_0\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$$

تلمبه را چگونه می‌توان تغییرداد تا به‌عنوان متراکم‌کننده عمل کند؟ در این حالت رابطه‌ای برای p_n بیابید. درعمل، دمای هوا درهرمورد چگونه خواهد شد وچه تأثیری روی فشارخواهد داشت؟



شکل مربوط به‌پرسش ۸-۱۳

۸-۱۶ م.ب فشار درته ژرفترین اقیانوس چقدراست؟

مسئله‌های کمّی

۸-۱۷† یك‌قطعه‌چوب که ۸۰٪آن زیرسطح آب قرار گرفته است، درآب شناور است. وقتی این قطعه چوب درنفت قرار گیرد، ۹۵٪ حجم آن زیر سطح مایع قرار می‌گیرد.

MATH75.IR

چگالی چوب و نفت را حساب کنید. (باید هـر مرحله از محاسباتتان همراه باجزئیات کامل باشد.)

$[(۸/۴ \text{ و } ۸/۰) \times ۱۰^۲ \text{kg/m}^۳]$

†۸-۱۸ ۱۰٪ ازحجم کل یك توده یخ شناور، روی سطح دریا قرار گرفته‌است. درصورتیکه چگالی یخ $۹۲۰ \text{kg/m}^۳$ باشد، چگالی آب دریا را حساب کنید.

$[۱/۰۲ \times ۱۰^۳ \text{kg/m}^۳]$

۸-۱۹ چگالی نسبی. مایعی، که با آب مخلوط نمی‌شود، درون لولهٔ U شکلی که نیمی از آن با آب پـر شده است، ریخته می‌شود. سطح این مایع $۸/۰ \text{ mm}$ بالاتر از سطح آب است وسطح آب درطرف دیگر لوله ۲۰ mm ازمکان اولیهٔ خود بالاتر رفته است. چگالی مـایع را نسبت بـه چگالی آب حساب کنید.

$[۰/۸۳]$

۸-۲۰ به‌ظرفی محتوی مایعی بـه‌چگالی ρ، شتاب قائم و بالاسوی $\mathbf{a}$ داده می‌شود. با به‌کاربردن قـانون دوم نیوتون درمورد یك لایهٔ نازك مایع، فشار p را در ژرفـای h زیر سطح مایع بیابید. اگرمایع در حال سقوط آزاد بود فشار آن به‌چه صورت درمی‌آمد؟

$[p_۰, h\rho(g_۰+a)+p_۰]$

۸-۲۱ یك قطعه چوب به‌حجم $۵/۰ \times ۱۰^{-۴} \text{m}^۳$ درمایعی به چگالی $۸/۰ \times ۱۰^۲ \text{kg/m}^۳$ شناور است به‌طوری که ۶۰٪ آن درزیرسطح مایع قرار دارد. قطعه‌چوب رادرمایعی به‌چگالی $۱/۲ \times ۱۰^۳ \text{kg/m}^۳$ قرار می‌دهیم. حجم فلزی به‌چگالی $۷/۲ \times ۱۰^۳ \text{kg/m}^۳$ را حساب کنیدکه وقتی آن را به قطعه چوب بچسبانیم، ترکیب آنها کاملاً به‌زیر سطح مایع برود.

$[۶/۰ \times ۱۰^{-۵} \text{m}^۳]$

۸-۲۲ بالونی به حجم $۱/۵ \times ۱۰^۳ \text{m}^۳$ از ئیدروژن بـه چگالی $۹/۰ \times ۱۰^{-۲} \text{kg/m}^۳$ پر شده است، و وزن کیسهٔ بالون و ملحقات آن $۲/۰ \text{kN}$ است. بالون توسط سیمی فولادی به چگالی $۷/۶ \times ۱۰^۳ \text{kg/m}^۳$ و مساحت سطح مقطع $۵۰ \text{mm}^۲$، به‌زمین مهار شده است. ایـن بالون در هوایی به‌چگالی $۱/۳ \text{kg/m}^۳$ تا چه ارتفاعی بالا خواهد رفت؟ (با این فرض دور از واقعیت کـه چگالی هوا تغییر نمی‌کند.)

به‌جای g مقدار عددی $g_۰$ را بگذارید. $[۴/۳ \text{ km}]$

۸-۲۳ چگالی سنج. به‌طور خلاصه تشریح کنیدکه با به‌کار بردن (الف) چگالی‌سنجی باوزن ثابت، (ب) چگالی‌سنجی با حجم ثابت، چگونه می‌توان چگالی یك مایع را اندازه گرفت؟ یك چگالی سنج با وزن ثابت، وقتی دریك استوانهٔ اندازه‌گیر درون آب قرار گیرد، چگـالی نسبی را $۱/۰۰$ ثبت می‌کند. این چگالی سنج $۲/۴۰ \times ۱۰^{-۵} \text{m}^۳$ آب را جابه‌جا می‌کند، وفاصلهٔ بین‌نشانه‌های $۱/۰۰$ و $۰/۹۹$ روی چگالی‌سنج برابر $۶/۰۰ \text{ mm}$ است. سطح مقطع لوله را حساب کنید.

$[۴۰ \text{ mm}^۲]$

۸-۲۴ جوسنج معیوب . یك جوسنج جیوه‌ای ساده کـه بدون دقت‌کافی پرشده است، زمانی‌که ارتفاع فضای بالای جیوه ۱۰۰ mm است، $۷۴۰/۰ \text{ mmHg}$ را ثبت می‌کند. وقتی لوله در درون مخزن جیوه پایینتر می‌رود این ارقـام به‌ترتیب ۱۰ mm و $۷۱۰/۰ \text{ mm Hg}$ می‌شوند. مقدار فشار جو را حساب کنید.

$[۷۴۳/۳ \text{ mm Hg}]$

۸-۲۵ مرکزفشار. نقطهٔ اثر برایند نیروهای فشار مایع بر روی سطح تخت جسمی شناور را **مرکز فشار** می‌نامند. اگر L عمق مرکز فشار از سطح آزاد مـایع باشد، $L = k^۲/h$ که h عمق‌گرانیگاه لایهٔ تخت زیر سطح آزاد مـایع، و k شعاع چرخش‌لایهٔ تخت درحول محورمناسبی درسطح‌آزاد مایع است. (توجه داشته باشیدکه مرکز فشار وگـرانیگاه تنها زمانی برهم منطبق می‌شوندکه این صفحه افقی باشد.)

(الف) نشان دهیدکه عمق‌مرکزفشار یك صفحهٔ مستطیلی که ازطرف ضلع‌کوچکتر به‌طورقائم در داخل مایع شناور شده است، از رابطهٔ $L = \frac{۲}{۳}l$ به‌دست می‌آیدکه l طول‌ضلع

MATH75.IR

بزرگتر است.

(ب) یک مخزن توسط دریچه‌ای به ابعاد $2/0\ m \times 5/0\ m$ که ضلع کوتاهتر و لولادار آن روی سطح مایع قرار دارد، بسته می‌شود. دریچه به وسیلهٔ یک چفت که درامتداد لبهٔ پایینی است، محکم می‌شود. حساب کنید:

(*i*) زور واردآمده بر دریچه با به‌کاربردن رابطهٔ

(مساحت سطح) × (فشار در گرانیگاه) = (زور)،

و (*ii*) نیرویی که از جانب دریچه بر چفت وارد می‌آید. ازفشار جو چشمپوشی کنید.

مقادیر عددی ρ_{H_2O} و g_0 را در محاسبه منظور کنید.

[(ب) (*i*) ۰/۲۵ MN، (*ii*) ۰/۱۶ MN]

***۸-۲۶ مکان مرکزفشار.** به نمودار نگاه کنید. برحسب $\mathbf{g}$ و نمادهای معلوم، محاسبه کنید:

(الف) نیروی $\delta\mathbf{F}$ را روی عنصرمساحت،

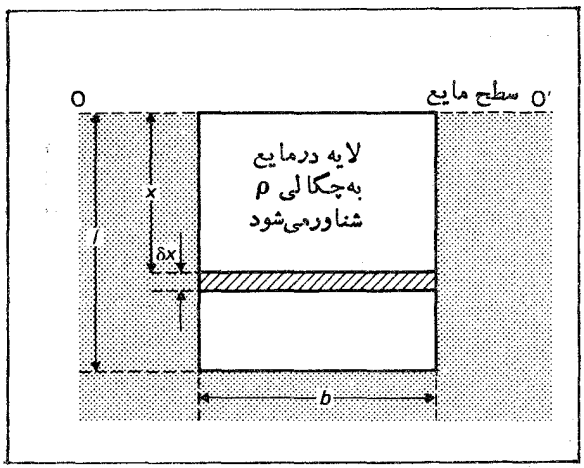
(ب) گشتاور، $\delta\mathbf{T}$، این نیرونسبت به‌محور OO'،

(پ) $\mathbf{T}$ گشتاور کل زورشاره روی لایه (ازیک وجه)، و

(ت) اندازهٔ زور، $\mathbf{F}$، شاره.

فرض کنید عمق، L، مرکزفشار ازرابطهٔ $T = FL$ به دست می‌آید. حساب کنید مقدار L را و نشان دهید $L(l/2) = k^2$ که k شعاع چرخش لایه به‌دور OO' است.

$\left[L = \frac{2}{3} l \right]$



شکل مربوط به‌پرسش ۸-۲۶

۹ معادلهٔ برنولی

پرسشهایی برای بحث

۹-۱ تحت چه شرایطی می‌توان معادلهٔ برنولی را دقیقاً به‌کاربرد؟ عملاً، تا چه حدی می‌توان این‌شرایط رامشاهده کرد؟

۹-۲ توپ تنیسی را به سمت جنوب پرتاب می‌کنیم چنان که وقتی از بالا آن را نگاه کنیم گردشی درسوی گردش عقربه‌های ساعت دارد. نقش شارشی دقیقاً مشخص را رسم کنید وچگونگی حرکت هوا نسبت به توپ را نشان دهید، ومشخص کنید توپ درچه مسیری منحرف خواهدشد؟

۹-۳ اصل برنولی را در توضیح موارد زیر به‌کار بندید.

نقش شارشی دقیقاً مشخص را برای هرمورد رسم کنید.

(الف) بتوان یک توپ تنیس رومیزی را سوار بر یک جریان باریک هوا نگه داشت.

(ب) هوا وگاز باهم دریک لولهٔ احتراق، شارش یابند.

(پ) توپ گلفی که ازمسیر مورد نظرمنحرف شود.

(ت) توپ گلفی که وقتی‌ضربه‌ای با زاویه‌ای کمتراز $45°$ نسبت به‌افق بر آن نواخته شود، بیشینهٔ برد را داشته باشد.

(ث) وقتی‌دوکشتی که پهلو به‌پهلوحرکت‌می‌کنند درخطر برخورد بایکدیگر قرارداشته باشند.

(ج) بهترین وضعیت حرکت یک قایق هنگامی است که صفحهٔ بادبان زاویهٔ بین تیرحمال قایق وجهت باد را به دو

MATH75.IR

نیم کند.

(چ) بومرنگ (تیری که پس ازپرتاب به‌سوی پرتاب‌کننده برمی‌گردد) ازهمان مسیری که هنگام پرتاب‌طی کرده بود، برمی‌گردد.

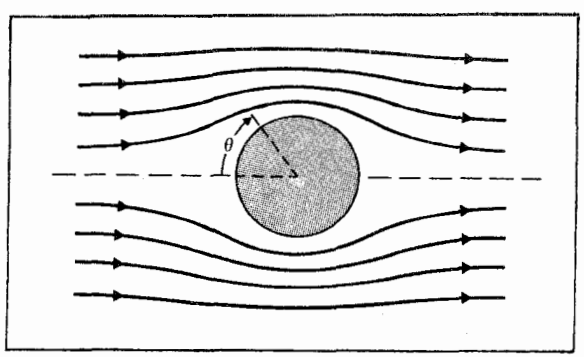
(ح) طوفان شدیدی سقف یك خانه را با بلندکردن آن به‌بالاسو، ویران می‌کند.

۹-۴ چرا سقف‌نرم ماشینهای مسابقه درسرعتهای بالامحکم کشیده می‌شود ومی‌خواهد بستهای خودرا برکند و به‌بیرون بجهد.

وقتی اتومبیلی باسرعتی نسبتاً بالا ونزدیك به اتومبیلی دیگر ازآن سبقت بگیرد، کسی که در اتومبیل آهسته‌روتر نشسته است چه‌احساسی می‌کند؟

۹-۵ نشان دهیدکه اصل برنولی چگونه نیروی بالاسوی وارد بر یك برگه‌ـ‌هوابر را پیشگویی می‌کند. منظور از زاویهٔ حمله چیست؟ خطرهای احتمالی انبارشدن یخ روی بالهای هواپیما را مورد بحث قراردهید.

۹-۶ نمودار،خطوط جریان یك‌سیال بدون اصطکاك رانشان می‌دهد. نموداری بکشیدکه توزیع فشار دراطراف این‌کره را ازراه ترسیم تغییرات فشار، Δp، برحسب زاویهٔ θ،نشان دهد. شکل این‌نمودار را توضیح دهید.



شکل مربوط به پرسش ۹-۶

***۹-۷ میدانهای شارش.** یك‌سیال متحرك را می‌توان بایك میدان شارش توصیف کرد. هرنقطه ازسیال بردار سرعت شارش مربوط بخود، v، را دارد و این سرعت شارش‌خود می‌تواند به‌یك پتانسیل سرعت مربوط شود. (مقایسه‌کنید با شدت میدان گرانشی زمین‌وپتانسیل گرانشی.) با به‌کارگرفتن این ایده‌ها طرحهایی کلی ازمیدانهای شارش زیرین به‌دست دهید:

(الف) یك میدان یکنواخت،

(ب) میدان ناشی ازیك منبع نقطه‌ای، و

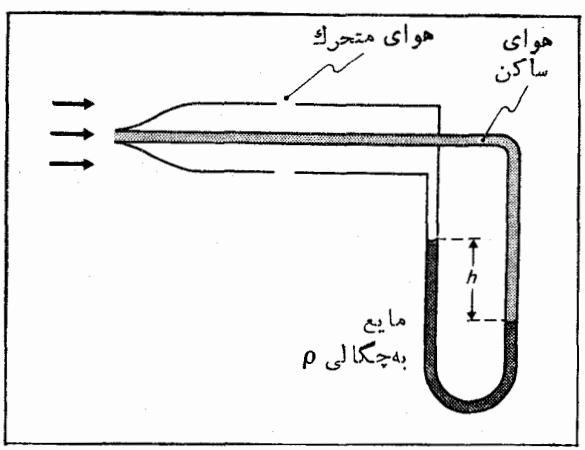
(پ) میدان شارشی ناشی ازیك منبع نقطه‌ای به‌حفره‌ای نزدیك.

پیرامون هرنوع تشابهی میان میدانهای شاره و میدانهایی که درشاخه‌های دیگرفیزیك با آنها سروکاردارید، بحث کنید.

***۹-۸ م.ب** منفذکوچکی‌دریك شلنگ باغبانی باعث‌می‌شود که آب تا ارتفاع ۱ متر فوران کند. فشار پیمانه‌ای در شلنگ چقدراست؟

مسئله‌های کمّی

(در پاسخ به پرسشهای زیر، هر جا ایجاب می‌کند فرض کنید شرایطی که برای به‌کاربردن معادلهٔ برنولی لازم است، واقعاً وجود دارد.)



شکل مربوط به‌پرسش ۹-۹

***۹-۹ لولهٔ پیتو.** به‌نمودارنگاه‌کنید،که یك وسیلهٔ طراحی شده برای اندازه‌گیری سرعت شارش‌گاز را نشان می‌دهد. نشان‌دهیدکه برای گازی باچگالی(ثابت)، σ،سرعت شارش

MATH75.IR

از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$v=\sqrt{\frac{2h\rho g_{\circ}}{\sigma}}$$

چنین لوله‌ای به‌عنوان نشانگر سرعت‌هوا در هواپیما به‌کار می‌رود، وناظری با به کاربردن سیالی‌که چگالی آن $\rho=8/0\times10^{2}\,kg\,m^{-3}$ است،ارتفاع را$h=0/12m$ ثبت می‌کند. اگر چگالی هوا $1/3\,kg/m^{3}$ باشد، سرعت هواپیما چقدراست؟

به جای g مقدارعددی $g_{\circ}$ را بگذارید. [۳۸ m/s]

۹-۱۰ مایعی به‌چگالی $8/0\times10^{2}kg/m^{3}$ از لوله‌ای افقی‌که در نقطه‌ای باریك می‌شود، شارش پیدا می‌کند. سرعت مایع دراین‌نقطه ۱۰ m/s، وافت فشارازسطح‌مقطع اصلی لوله به قسمت باریك شده ۳۰ kPa است. مساحت قسمت باریك شده را نسبت به‌مساحت قسمت اصلی حساب کنید. [۰/۵۰]

*۹-۱۱ آب باآهنگ $8/0\times10^{-4}m^{3}/s$ به‌درون‌مخزن بزرگی شارش پیدا می‌کند و ازسوراخی به‌مساحت سطح مقطع $6/0\times10^{-4}m^{2}$ که درته مخزن است، به‌بیرون جاری می‌شود. درچه عمقی‌سطح آب درمخزن ثابت‌می‌ماند؟ به‌جای g مقدارعددی $g_{\circ}$ را بگذارید. [91 mm]

*۹-۱۲ مخزنی با مساحت سطح مقطعی بزرگ وبا سطوح جانبی قائم، تا عمق $y_{\circ}$ حاوی آب است. حفره‌ای درعمق y درزیر سطح آب ایجاد می‌شود و افشانهٔ آبی ازآن به بیرون می‌جهد ودرفاصلهٔ x ازمخزن به‌زمین می‌ریزد.

(الف) نشان دهید $x=2\sqrt{(y_{\circ}-y)y}$.

(ب) به‌ازای چه مقدار y، مقدار x بیشینه است؟

(پ) حجمهای متناظر با y و x_{max} را در مورد مخزنی به‌عمق ۰/۵۰ m حساب کنید.

[(پ) ۰/۲۵ m، ۰/۵۰ m]

*۹-۱۳ درمخزنی به‌مساحت قاعدهٔ $12m^{2}$ وسطح جانبی قائم، باعمق ۲/۰ m آب ریخته شده‌است. سوراخ کوچکی به مساحت سطح مقطع $40\,mm^{2}$ درته آن ایجاد می‌شود. چه مدت طول خواهدکشید تامخزن خالی‌شود؟ اگرازالکل پرشده بود، زمان تخلیه چقدر می‌شد؟ چه فرضهایی را باید درنظر بگیرید؟ [۰/۱۹ Ms]

*۹-۱۴ **نیروی‌بالابرآئرودینامیکی واردبریك‌برگهٔ هوابر.** وزن بال هواپیمایی $2/5\,kN$، ومساحت مؤثرآن $6/0\,m^{2}$ است. هوایی‌که درروی سطح بالایی‌شارش‌دارد، باسرعت ۶۰ m/s به‌طور مؤثری در راستای افق عمل می‌کند، در حالیکه سرعت هوای زیرسطح پایینی برابر۵۰ m/sاست. چگالی‌هوا را می‌توان در $1/2\,kg/m^{3}$ ثابت فرض‌کرد. حساب‌کنید:

(الف) نیروی بالابرآئرودینامیکی وارد بر بال، و

(ب) نیرویی‌که ازجانب‌بال‌بربدنهٔ هواپیما واردمی‌آید.

[(الف) ۴/۰ kN (ب) بالاسوی ۱/۵ kN]

*۹-۱۵ **زور وارد بریك موشك.** اتاقك موشکی به‌مساحت سطح مقطع A محتوی نوعی‌گاز واقعاً تراکم‌ناپذیر به چگالیρ، و درفشارp است. گازازسوراخ کوچکی به‌مساحت سطح مقطع a به‌درون‌جو، بافشار $p_{\circ}$، نفوذ می‌کند. حساب کنید:

(الف) سرعت بیرون ریزی این گاز، و

(ب) زور وارد برموشك را.

(راهنمایی: رابطهٔ $\mathbf{F}=d(m\mathbf{v})/dt$ را به شکل $\mathbf{F}=\mathbf{v}\,dm/dt$ به‌کاربرید.)

[(الف) $\sqrt{2(p-p_{\circ})/\rho}$ (ب) $2a(p-p_{\circ})$]

*۹-۱۶ **پیمانهٔ ونتوری.** دریك‌نوع پیمانهٔ ونتوری که برای اندازه‌گیری سرعت سیال دریك لولهٔ افقی به‌کار می‌رود، دو پیمانهٔ فشاردر لوله جاسازی می‌شود، یکی روی بدنهٔ اصلی لوله ودیگری روی یك‌قسمت‌باریك لوله. نشان دهید که آهنگ شارش حجمی یك سیال تراکم‌ناپذیرکه از هر قسمت لوله بگذرد، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$V/t=k\sqrt{p_{1}-p_{2}}$$

k ثابتی‌است‌وابسته به‌اندازهٔ لوله وچگالی سیال و p_{1} و p_{2} به‌ترتیب فشارسیال در روی بدنهٔ اصلی وفشارسیال‌دربخش باریك لوله است.

MATH75.IR

۳ نوسانها و حرکت امواج

۱۰. نوسان هماهنگ ساده

۱۱. نوسانهای میرا و واداشته

۱۲. حرکت موج

۱۳. ساختمان هویگنس

۱۴. اصل برهمنهی

۱۵. اثر دوپلر

چند رابطهٔ مفید

نوسان هماهنگ ساده

$$\ddot{\mathbf{x}} = -\omega^2 \mathbf{x}$$

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \theta$$

f ، بسامد است

$$f = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\dot{x} = \pm \omega \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$x = a \sin \omega t \qquad x = a \cos \omega t$$

$$\dot{x} = +a\omega \cos \omega t \qquad \dot{x} = -a\omega \sin \omega t$$

$$\ddot{x} = -a\omega^2 \sin \omega t \qquad \ddot{x} = -a\omega^2 \cos \omega t$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{c}}$$

نوسانهای میرا و واداشته

کاهش

$$\delta = \frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \dots$$

$$\mathbf{F} \sin \omega t = m\ddot{\mathbf{x}} + \rho \dot{\mathbf{x}} + k\mathbf{x}$$

عامل Q

$$Q = 2\pi \left(\frac{E_0}{E_{\text{dis}}} \right)$$

حرکت موج

$$c = f\lambda$$

قانون اسنل

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2} = \text{ثابت}$$

n ضریب شکست نسبی

$$_1n_2 = \frac{c_1}{c_2}$$

$$y(x, t) = a \sin (\omega t - kx)$$

k عدد موج دایره‌ای

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

I شدت موج

$$I = \frac{W}{At} = \frac{P}{A}$$

قانون عکس مجذور

$$I \propto r^{-2}$$

اصل برهمنهی

$$\mathbf{y} = \sum \mathbf{y}_1$$

موجهای ایستاده

$$y = 2a \cos kx \sin \omega t$$

آزمایش یانگ

$$\mathbf{W} = \frac{\lambda D}{s}$$

زنش

$$\mathbf{y} = 2a \cos \left[\frac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2) t \right] \sin \left[\frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) t \right]$$

$$f_{\text{زنش}} = |f_1 - f_2|$$

اثر دوپلر

ناظرمتحرك

$$f_0 = f_s \left(\frac{c \pm v_0}{c} \right)$$

چشمهٔ متحرك

$$f_0 = f_s \left(\frac{c}{c \mp v_s} \right)$$

$$\frac{\Delta f}{f} \approx -\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \approx \frac{v_s}{c}$$

عدد ماخ (Ma)

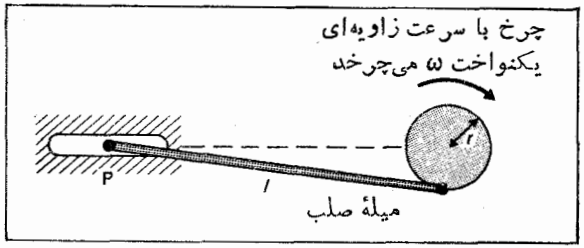
$$(Ma) = \frac{v_s}{c}$$

MATH75.IR

۱۰ نوسان هماهنگ ساده

پرسشهایی برای بحث

۱۰-۱ $y = a\sin\omega t$، رابطهٔ حرکت هماهنگ ساده است. کمیتهایی از چهار شاخهٔ مختلف فیزیک نام ببرید که بتوان آنهارا دراین زمینه با y نمایش داد. در هر مورد مقدار مناسبی برای a و ω، درحرکت مربوطه پیشنهاد کنید.



شکل مربوط به پرسش ۱۰-۲

۱۰-۲ به نمودار نگاه کنید:

(الف) نشان دهیدکه اگر $l \gg r$، P حرکت هماهنگ ساده اجرا می‌کند.

(ب) بسامد و دامنهٔ حرکت هماهنگ ساده چیست؟

۱۰-۳ آیا دواتم یك مولکول‌دواتمی می‌توانندبا بسامدهای مختلف نوسان کنند؟

۱۰-۴ آیا امکان دارد که حرکتی **همزمان** (T مستقل از دامنه) باشد ولی حرکت هماهنگ ساده نباشد؟ آیا یك حرکت هماهنگ ساده می‌تواند ناهمزمان باشد؟

۱۰-۵ آیا همهٔ حرکتهای تناوبی، در دامنه‌های کوچك با تقریب به حرکت هماهنگ ساده نزدیك می‌شوند؟

۱۰-۶ به‌طور کیفی نشان دهید دورهٔ یك حرکت تناوبی چگونه به‌نسبت دامنه‌اش تغییرمی‌کند، درصورتی که انرژی پتانسیل این حرکت به صورتهای زیر نمودار شوند: (الف) $E_p = kx$، (ب) $E_p = kx^2$، (پ) $E_p = kx^3$.

(خواهید دید که ترسیم نمودارهای $E_p - x$ برای این‌منظور مفید خواهد بود.)

۱۰-۷ وقتی دامنهٔ زاویه‌ای نوسان یك آونگ افزایش یابد، آیا زمان تناوب آن بیشتر می‌شود یا کمتر؟

۱۰-۸ یك ساعت آونگی درون آسانسوری کار می‌کند. برای زمان تناوب آن چه‌اتفاقی می‌افتد وقتی‌که:

(الف) آسانسور به‌طرف بالا شتاب می‌گیرد،

(ب) آسانسور با سرعتی یکنواخت پایین می‌آید، و

(پ) کابل آسانسور پاره می‌شود.

۱۰-۹ لنگر یك آونگ ساده از محفظهٔ توخالی سنگینی با سوراخی در ته آن تشکیل شده است. در آغاز نوسان این محفظه ازمایعی پر شده است. بسامد نوسان چگونه برحسب زمان تغییر می‌کند؟

۱۰-۱۰ وقتی جرمی درانتهای یك فنر مارپیچ در راستای قائم نوسان کند، زمان تناوب مستقل از $\mathbf{g}$، ولی وابسته به m است. در مورد یك آونگ ساده عکس این مطلب صادق است. باتوجه ویژه به‌مشخصه‌های لختی وکشسانی‌که ملازم این نوع حرکت هستند، دراین مورد بحث کنید.

۱۰-۱۱ جرمی‌که درانتهای فنری مارپیچ در راستای قائم نوسان می‌کند، نسبت به جرمی که برروی سطح بدون اصطکاك افقی نوسان می‌کند، موضع میانی متفاوتی دارد. زمانهای تناوب آنها چه‌رابطه‌ای باهم دارند؟

۱۰-۱۲ جسمی به‌جرم m که به‌فنر ویژه‌ای آویخته شده است، حرکت هماهنگ ساده‌ای با زمان تناوب ۱/۰ s اجرا می‌کند. درموارد زیر زمان تناوب چگونه به‌دست خواهد آمد:

(الف) به‌کار بردن جسمی به‌جرم $4m$،

(ب) روی ماه $\left(g_M \approx \frac{1}{6} g_E\right)$،

MATH75.IR

(پ) به‌کاربردن دو فنر یکسان با فنر اولی، که به طور موازی به‌هم بسته شده باشند،

(ت) به‌کاربردن فنری همسان با فنر اول اما با طولی دوبرابر آن، و

(ث) به‌کار بردن دوفنر برابر با فنر اول، که به طور متوالی به‌هم بسته شده باشند.

۱۰-۱۳ به‌نمودار پرسش ۱۰-۴۰ توجه‌کنید. اگر دوفنر دارای ثابتهای متفاوت k_1 و k_2 باشند، ماهیت نوسان چگونه خواهد بود؟

***۱۰-۱۴** فرض‌کنیدکه یك لنگر آونگ ویك گلولهٔ پنبه‌ای دارید. وسیله‌ای طراحی‌کنیدکه شکل لیساژو را با نسبت بسامدی ۱ : ۲ نشان دهد.

۱۰-۱۵ یك آونگ پیچشی ازجسمی با گشتاور لختی I تشکیل شده‌که از سیستمی با ثابت پیچش c آویخته شده است. انتهای بالایی سیم پیچشی به اندازهٔ زاویهٔ θ سریعاً جابه‌جا می‌شود. بعداً وقتی‌که سرعت زاویه‌ای جسم به‌صفر می‌رسد، انتهای بالایی سیم به‌سرعت به جای اصلی خود بازمی‌گردد. سرعت زاویه‌ای جسم، وقتی به‌موضع اولیه‌اش می‌رسد چه مقداری خواهد بود؟

$$\left[2\theta\left(\frac{c}{I}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

***۱۰-۱۶** یك آونگ پیچشی ازیك قرص افقی یکنواخت تشکیل شده‌که توسط سیمی قائم از مرکز خود آویخته شده است. این آونگ با حرکت هماهنگ ساده در حول یك محور قائم نوسان می‌کند. سپس یك حلقه چنان روی قرص انداخته می‌شودکه با آن هم مرکز بوده، و در هنگام تماس، به‌آن می‌چسبد.

زمان تناوب، دامنه و انرژی کل سیستم به چه صورت درخواهند آمد، اگر حلقه زمانی انداخته شودکه آونگ:

(الف) بیشینهٔ جابه‌جایی زاویه‌ای، یا

(ب) بیشینهٔ سرعت زاویه‌ای خود را داشته باشد.

مسئله‌های کمّی

سینماتیك حرکت هماهنگ ساده

†۱۰-۱۷ ذره‌ای دارای حرکت هماهنگ ساده، به‌دامنهٔ ۵۰ mm وبیشینهٔ سرعت ۰/۲۵ m/s است. حساب‌کنید:

(الف) تپش ذره،

(ب) زمان تناوب حرکت ذره، و

(پ) بیشینهٔ شتاب این ذره را.

[(الف) ۵/۰ /s (ب) ۱/۳s (پ) ۱/۲ m/s^2]

†۱۰-۱۸ نوك شاخه‌های دیاپازونی‌که در حال حرکت هماهنگ ساده با بسامد ۵۱۲ Hz است، بیشینهٔ سرعتی برابر ۴/۰ m/s دارد. دامنهٔ آن چقدر است؟

[۱/۲ mm]

۱۰-۱۹ استفاده از دایرهٔ‌کمکی. جسمی حرکت هماهنگ ساده‌ای را به‌بسامد $\frac{1}{2}\pi$ Hz به دور نقطهٔ $x=0$ با دامنهٔ ۸۰ mm ، اجرا می‌کند. زمان لازم را برای حرکت از $x=-40$ mm تا $x=+60$ mm به‌روش زیر بیابید:

(الف) دایره‌ای‌کمکی برای حرکت رسم کنید.

(ب) جابه‌جاییهای زاویه‌ای به‌ازای جابه‌جاییهای خطی معلوم را با علامت مشخص‌کنید.

(پ) سرعت زاویه‌ای، و درنتیجه فاصلهٔ زمانی مورد نیاز را محاسبه‌کنید.

کوتاهترین فاصلهٔ زمانی بعدی چیست؟

[(پ) ۱/۴s ، ۲/۸s]

۱۰-۲۰ دوجرم نقطه‌ای در امتداد خط راستی حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ ۱۲۰ mm اجرا می‌کنند. یکی نسبت به‌دیگری $\pi/2$ rad تقدم فاز دارد.

(الف) این دو در چه فاصله‌ای از موضع مرکزی عبور می‌کنند؟

(ب) بیشترین فاصلهٔ آنها ازیکدیگر چقدر است؟

[(الف) ۸۵ mm (ب) ۱۷۰ mm]

۱۰-۲۱ آونگی پیچشی‌یك حرکت هماهنگ سادهٔ زاویه‌ای

MATH75.IR

به‌زمان تناوب ۱٫۰ s و دامنهٔ زاویه‌ای ۲٫۰ rad اجرا می‌کند. حساب کنید:

(الف) بیشینهٔ سرعت زاویه‌ای وشتاب زاویه‌ای آن، و

(ب) شتاب زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای آن را وقتی که جابه‌جایی زاویه‌ای آن ۱٫۰ rad باشد.

(راهنمایی: به جای معادلات سینماتیک حرکت هماهنگ سادهٔ خطی مانسته‌های زاویه‌ای آنها را می‌توان نشاند. ولی توصیه می‌شود که (برای سرعت زاویه‌ای) به‌جای ω از θ استفاده کنید، تا از ابهام اجتناب شود.)

[(الف) ۱۳ rad/s، ۷۹ rad/s^2 (ب) ۱۱ rad/s، −۳۹ rad/s^2]

۱۰-۲۲ یك ذره حرکت هماهنگ ساده‌ای اجرا می‌کند که در آن، جابه‌جایی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$x = (۲٫۰ \text{ mm}) \sin\left(\frac{۳\pi t}{\text{s}}\right)$$

دراین حرکت مقادیر زیر را محاسبه کنید:

(الف) تپش (یا بسامد زاویه‌ای)،

(ب) زمان تناوب،

(پ) دامنه، و

(ت) سرعت بیشینه.

درلحظهٔ $t = \frac{۱۳}{۱۸}$ s مقادیر زیر را پیدا کنید:

(ث) جابه‌جایی،

(ج) سرعت، و

(چ) شتاب.

[(ث) ۱٫۰ mm (ج) ۱۶ mm/s
(چ) −۸۹ mm/s^2]

۱۰-۲۳ یك جرم نقطه‌ای که روی سکویی افقی قرار گرفته است می‌تواند حرکت هماهنگ ساده‌ای در راستای قائم وبا دامنهٔ ۰٫۱۰ m وبسامد ۲٫۰ Hz اجرا کند. این جرم هنگام بلند شدن از پایینترین موضع خود با سکو تماس پیدا می‌کند. درچه نقطه‌ای، درصورت امکان، این تماس از بین می‌رود؟ (راهنمایی: دربالای موضع میانی سکو تحت‌تأثیر شتابی رو به‌پایین قرار می‌گیرد. آیا کشش زمین روی جرم نقطه‌ای آن را قادر می‌سازد که همان شتاب را پیدا کند؟)

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید.

[در لحظه‌ای که $x = ۶۲$ mm است]

۱۰-۲۴ درمورد وضعیت پرسش پیشین و با همان دامنه، بالاترین بسامدی که در آن جرم وسکو ازهم جدا نمی‌شوند، چیست؟

[۱٫۶ Hz]

دینامیك حرکت هماهنگ ساده

۱۰-۲۵† جرم ۰٫۵۰ کیلوگرمی به‌فنری بسته شده است که هم در حالت تراکم وهم کشیدگی پیرو قانون هوك است. فنر ثابت نیروی ۵۰ N/m را دارد وبر روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار گرفته است.

(الف) اگرجرم به‌اندازهٔ $\mathbf{x}$ به‌سمت‌راست جابه‌جا شود، چه نیرویی برآن وارد آمده است؟

(ب) معادلهٔ حرکت این جرم را بنویسید.

(پ) اگرجرم به‌نوسان درآید، زمان تناوب وبسامد آن چقدرخواهد بود؟

تغییرات $\mathbf{g}$ چگونه برزمان تناوب اثر خواهدگذاشت؟ فکر می‌کنید تغییردما روی زمان تناوب چه اثری می‌گذارد؟

[(الف) $\mathbf{x}$ (ب) $\ddot{\mathbf{x}} = -(۱۰۰/\text{s}^2)\mathbf{x}$ (پ) ۰٫۶۳ s، ۱٫۶ Hz]

۱۰-۲۶† یك فنرفولادی مارپیچ به‌طول ۰٫۲۰ m و با ثابت فنری ۲۰ N/m به‌طورقائم آویخته شده است، و وزنه‌ای به وزن ۰٫۹۸ N به ته آن آویزان است. حساب کنید:

(الف) جرم متصل شده به‌فنر،

(ب) کشیدگی ایجاد شده، و

(پ) زمان‌تناوب هرنوسانی‌راکه درپی‌می‌آید اگرقرار براین باشدکه نوسان، هماهنگ ساده باقی بماند، بیشینهٔ دامنهٔ آن باید چقدرباشد؟ آیا $\mathbf{g}$ برروی زمان تناوب تأثیر خواهدگذاشت؟

به‌جای g مقدارعددی g_0 را بگذارید.

MATH75.IR

[(ب) ۴۹ mm (پ) ۰/۴۴ s]

†**۱۰-۲۷** پیستون موتور اتومبیلی‌دارای جرم ۰/۵۰ kg است وحرکتش تقریباً هماهنگ ساده و دامنهٔ آن ۵۰ mm است. وقتی دورسنج ۸۰ دوردرثانیه را نشان دهد، بیشترین نیرویی که برپیستون وارد می‌آید چقدراست؟

[۶/۳ kN]

†**۱۰-۲۸** ذرات یك جامد در دمایی نزدیك به‌دمای اتاق دستخوش‌ارتعاشی‌تناوبی با دامنهٔ ۱۵ pm وبسامد ۱۰ THz، می‌شوند. حرکت تقریباً هماهنگ ساده است.

(الف) بیشینهٔ سرعت وشتاب ذرات را حساب‌کنید.

(ب) شتاب بیشینه چند برابر $\mathbf{g}_0$ است؟

(پ) حداکثرنیرویی که برهرذره وارد می‌آید چندبرابر وزن آن است؟

(ت) مقدار نوعی ثابت نیرو برای این‌ارتعاشات چقدر است؟ (جرم هرذره را 10^{-25} kg بگیرید.)

به‌جای g مقدارعددی $\mathbf{g}_0$ را بگذارید.

[(الف) $5/9 \times 10^{16}$ m/s^2، ۰/۹۴ km/s (ت) ۰/۳۹ kN/m]

۱۰-۲۹ وقتی مردی بـه وزن ۰/۷۵ kN روی لبهٔ آزاد یك سکوی شنای فنری پا بگذارد، لبه به اندازهٔ ۰/۳۰ m فشرده می‌شود. اگر او به‌آرامی‌روی لبه بجهد، زمان‌تناوب نوسان هماهنگ سادهٔ حاصل ازاین‌حرکت چقدر خـواهد بود؟ (جرم مرد را ۷۵ kg بگیرید.)

[۱/۱ s]

***۱۰-۳۰ گرانی‌سنج.** جرمی چنان به‌انتهای یك فنر سبك آویخته شده است‌که تغییرات انحراف قائم آن رامی‌توان با حساسیت زیادی اندازه‌گیری‌کرد. ازاین وسیـله برای آشکارسازی تغییراتی به‌کوچکی ۱۰ μm/s^2 در $\mathbf{g}$ استفاده مـی‌شود. سیستم دارای زمـان تناوب ۳/۰ s است. کمینهٔ انحراف قائمی‌که باید قابل آشکارشدن باشد چقدر است؟ (هنگام پاسخگویی، نوع تغییر فاصله‌هایی را که می‌توان با به‌کارگرفتن روشهای تداخل‌سنجی نورشناختی‌آشکار ساخت به‌خاطر داشته باشید.)

[۲/۳ μm]

***۱۰-۳۱ جرم‌کاهیده.** (الف) یـك مولـکول HCl را متشکل از اتم ئیدروژنی به‌جرم $1/7 \times 10^{-27}$ kg ویك اتم بینهایت سنگین‌کلر، درنظربگیرید، کـه از طریق‌فنری به‌ثابت نیروی ۰/۵۰ kN/m به‌یـکدیگر جفت شده‌اند. بسامدی‌که اتم ئیدروژن با آن به نوسان درخواهد آمـد، چقدراست؟

(ب) اتم‌کلر نیز عملاً دستخوش ارتعاش می‌شود، و در حالی‌که مواضع نسبی این‌دو اتم تغییرمی‌کند، مرکز جرم سیستم در تعادل باقی می‌ماند. سیستم معـادل تك ذره‌ای به جرم μ، به **جرم‌کاهیده** موسوم است،که

$$\frac{1}{\mu}=\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}$$

آیا بسامد ارتعاشی، این‌سیستم ازمدلی‌که در قسمت (الف) به‌کاربردیم بیشتراست یاکمتر؟

[(الف) ۸۶ THz]

۱۰-۳۲ مدلی برای مولکول دواتمی. دوجسم باجرمهای ۱/۰ kg و۲/۰ kg ازراه فنری باثابت نیروی ۵۴ N/m به‌هم بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاکـی قرار گرفته‌اند. فنر فشرده می‌شود، و دو وزنه از طریق تکه‌نخی به‌هم متصل‌می‌مانند. سپس نخ سوزانده می‌شود. حساب‌کنید:

(الف) موضع مرکزجرم،

(ب) ثابت نیروی مؤثر برای جرم‌کوچکتر، و

(پ) بسامد نوسان جرم‌کوچکتر، و درنتیجه سیستم را.

پاسخ خود را بامحاسبهٔ جرم‌کاهیده (پـرسش **۱۰-۳۱**) و به کاربردن $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{k/\mu}$، بیازمایید.

[(پ) ۱/۴ Hz]

۱۰-۳۳ نوسان درداخل لولهٔ U شکل. بـه نمودارنگـاه کنید. طول‌کل ستون مایع l است.

(الف) جرم‌کل مایع چقدراست؟

(ب) چه نیروی بازگرداننده‌ای در جـا به‌جایی $\mathbf{x}$ نشان

MATH75.IR

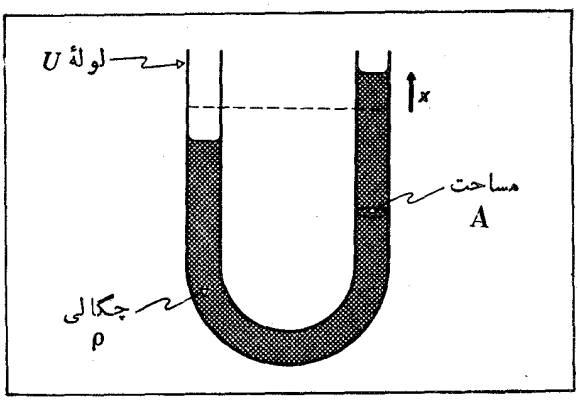
داده شده است؟

(پ) با مثبت گرفتن $\mathbf{x}$، رابطهٔ $\mathbf{F}=m\ddot{\mathbf{x}}$ را برای نشان دادن اینکه حرکت هماهنگ ساده است، به‌کار گیرید و زمان تناوب را برای طول $l=0/40\,\mathrm{m}$ بیابید.

(ت) چرا مقادیر ρ و A برنتیجه اثر نمی‌گذارند؟ (از تأثیرات سطحی و چسبنده چشم بپوشید.)

$\mathbf{g}$ را برابر $10\,\mathrm{N/kg}$ بگیرید.

[(پ) $0/89\,\mathrm{s}$]



شکل مربوط به پرسش ۱۰-۳۳

۱۰-۳۴ لولهٔ شناور. یك لولهٔ آزمایش استوانه‌ای‌دارای مساحت سطح مقطعی برابر $2/0\times10^{-4}\,\mathrm{m^2}$ است، ووقتی با درپوش وزن شود، جرم کل آن $50\,\mathrm{g}$ است. آن‌را در آب شناور می‌کنیم به‌طوری‌که تا عمق h در آب فرومی‌رود.

(الف) چرا وزن کردن آن با درپوش ضروری‌است؟

(ب) مقدار h را پیدا کنید.

(پ) وقتی این لوله به‌ارتعاش درآید، بسامد نوسان آن چقدراست؟

(راهنمایی: روشی راکه در پرسش **۱۰-۳۳** به‌کار رفته‌است، دنبال کنید وتوجه‌کنیدکه در اینجا اگراز میرایی چشمپوشی کنیم، به‌هیچ تقریبی نیاز نداریم.)

$\mathbf{g}$ را $10\,\mathrm{N/kg}$ بگیرید ومقدار عددی داده شدهٔ ρ_{H_2O} را درمحاسبه منظورکنید.

[(پ) $1/0\,\mathrm{Hz}$]

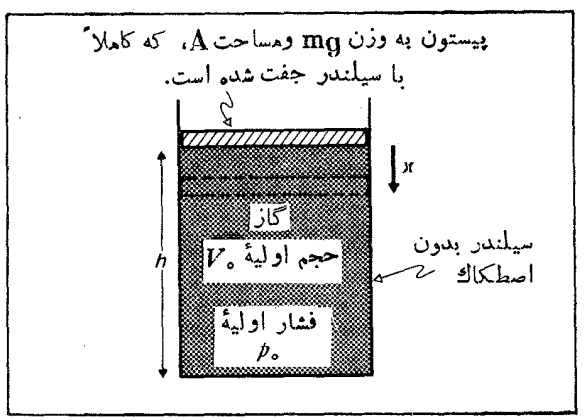
۱۰-۳۵ پیستون نوسانی. به‌نمودار نگاه کنید.

(الف) ازقانون بویل برای یافتن افزایش فشار، Δp، ناشی ازتغییرجا به‌جایی جزئی $\mathbf{x}$ استفاده کنید.

(ب) براین نیروی وارد برپیستون ازسوی گاز را که ناشی ازاین تغییرفشاراست، بنویسید. (فرض کنید $x\ll h$).

(پ) درجهت مثبت $\mathbf{x}$ از رابطهٔ $\mathbf{F}=m\ddot{\mathbf{x}}$ استفاده کنید و نشان دهیدکه بسامد نوسان از رابطهٔ $f=\sqrt{(g/h)}/2\pi$ به‌دست می‌آید.

(راهنمایی: ازرابطه‌های $p_0A=mg$ و $Ah=V_0$ استفاده کنید.)



شکل مربوط به‌پرسش ۱۰-۳۵

۱۰-۳۶ نوسان دوقطبی الکتریکی. یك دو قطبی با گشتاور $\mathbf{p}$ و گشتاور لختی I دریك میدان الکتریکی یکنواخت $\mathbf{E}$ قرار گرفته است، چنان‌که محور آن با خطوط میدان زاویهٔ θ می‌سازد. بر $\mathbf{p}$ گشتاور نیرویی، $\mathbf{T}$، اعمال می‌شود که از رابطهٔ $T=-pE\sin\theta$ به‌دست می‌آید.

(الف) برای یافتن زمان تناوب نوسان به‌ازای دامنه‌های زاویه‌ای که در رابطهٔ $\sin\theta\approx\theta$ صدق کنند، معادلهٔ حرکت را به‌کار برید.

(ب) بسامد نوسان یك مولکول آب ($p=6\times10^{-30}\,\mathrm{C\,m}$) را درمیدان $2/0\,\mathrm{kN/C}$ بافرض $I=1/9\times10^{-47}\,\mathrm{kg\,m^2}$، محاسبه کنید.

[$4/0\times10^{9}\,\mathrm{Hz}$]

۱۰-۳۷ به‌نمودار نگاه کنید.

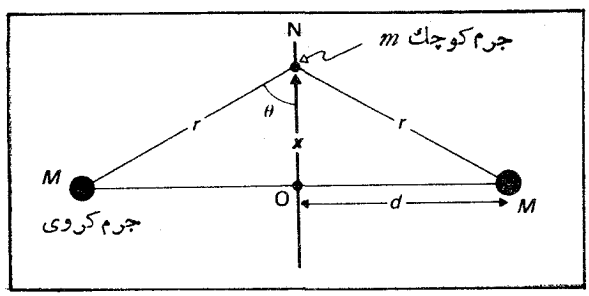
MATH75.IR

(الف) ربایش گرانشی هرجرم M را برذره بنویسید.

(ب) با مثبت گرفتن $\mathbf{x}$ درامتداد خط ON، نیروی خالص وارد آمده از سوی این زوج جرم را بنویسید.

(پ) با به‌کاربردن رابطهٔ $\mathbf{F}=m\ddot{\mathbf{x}}$ درامتداد خط ON، نشان دهید، به شرط آنکه دامنهٔ m آنقدر کوچك باشدکه بتوانیم بنویسیم $r\approx d$، این جرم حرکت هماهنگ ساده اجرا می‌کندوثابت کنیدکه‌زمان‌تناوب آن $2\pi\sqrt{d^3/2GM}$ است.

(این مورد را باپرسش **۴۲-۱۶**، که‌درآنجا m در عبارت «چرا؟» آمده است، مقایسه‌کنید.)



شکل مربوط به‌پرسش ۱۰-۳۷

انرژی درحرکت هماهنگ ساده

۱۰-۳۸ یك وزنهٔ لنگرآونگ ساده به‌وزن ۰/۲۵ N به‌کنار کشیده می‌شود، واین‌کار گرانیگاه آن را به اندازهٔ ۱۲ mm در راستای قائم به بالا می‌برد. سپس لنگر رها می‌شود وحرکت هماهنگ ساده اجرا می‌کند.مقدارمیانگین انرژی جنبشی آن درخلال حرکت چقدراست؟

[۱/۵ mJ]

۱۰-۳۹ جرم ۰/۲۰ کیلوگرمی، حرکت هماهنگ ساده‌ای اجرا می‌کندکه بیشینهٔ سرعت آن $\frac{\pi}{2}$ m/s است،حساب کنید:

(الف) میانگین سرعت، و

(ب) میانگین انرژی جنبشی‌را.

[(الف) ۱/۰ m/s (ب) ۰/۱۲J]

۱۰-۴۰ به‌نمودار نگاه‌کنید،که جرمی‌را دریك ناحیهٔ‌بدون میدان گرانشی زمین نشان می‌دهد. این جرم را دوفنرهمسان که ثابت نیروی هریك $k=1/0$ N/m است، نگه داشته‌اند. وقتی که جرم ۰/۲۰ m جابه‌جا شود، حرکتی خواهدکردکه هماهنگ‌ساده به‌حساب می‌آید. حساب کنید:

(الف) بیشینهٔ مقدارانرژی پتانسیل کشسان انباشته،

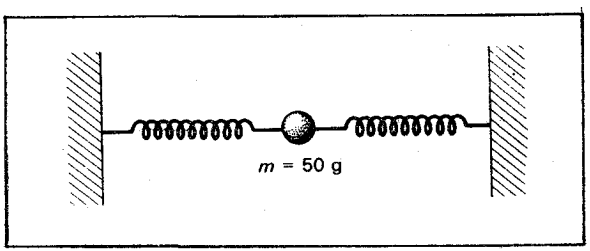
(ب) بیشینهٔ سرعت این جرم،

(پ) بیشینهٔ شتاب این‌جرم،

(ت) بسامد ارتعاش آن،و

(ث) فاصله‌اش از وضعیت میانی، وقتی انرژی ارتعاش نیمی جنبشی ونیمی پتانسیل باشد.

[(الف) ۴۰ mJ (ب) ۱/۳ m/s (پ) ۸/۰ m/s² (ت) ۱/۰ Hz (ث) ۰/۱۴ m]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۰-۴۰

۱۰-۴۱ رهیافتی به‌پژوهش نوسان هماهنگ ساده برمبنای انرژی. جرم نقطه‌ای m برقاعدهٔ‌کاسهٔ بدون‌اصطکاك نیمکره شکلی بشعاع R قرار گرفته است. به‌آن تغییرمکانی به‌اندازهٔ x در راستای افق و به اندازهٔ h در راستای قائم، به‌طوری‌که $h \ll R$، داده، و بعد رها می‌شود تا حرکتی نوسانی اجراکند.

(الف) رابطهٔ بین‌متغیرهای h و x وثابت R را بنویسید.

(ب) انرژی‌پتانسیل لحظه‌ای، E_p، رابرحسب x بنویسید.

(پ) انرژی جنبشی لحظه‌ای، E_k، را به صورت $\frac{1}{2}mx^2$ بنویسید، و از رابطهٔ

$$E_p+E_k=\text{ثابت}$$

(نسبت به t) مشتق بگیرید تا نشان دهید حرکت، هماهنگ ساده است.

(ت) زمان تناوب آن را به‌ازای $R=0/50$ m حساب کنید.

MATH75.IR

به جای g مقدارعددی g_0 را بگذارید. [(ت) ۱/۴ s]

***۱۰-۴۲ نوسانهای الکتریکی.** وقتی یك القاگر و یك خازن به مداری نوسانگر متصل می‌شود، انرژی W را می‌توان چنین نوشت:

$$W=\frac{1}{2}LI^2+\frac{1}{2}Q^2/C$$

که در آن $I=dQ/dt$.

اگر بتوانیم از اثرات تلف‌کننده چشم بپوشیم، پس، ثابت $=W$. با استفاده از روش پرسش ۱۰-۴۱ از رابطهٔ بالا مشتق بگیرید تا تپش طبیعی (بسامد زاویه‌ای) مدار را به‌دست آورید.

$[\omega=1/\sqrt{LC}]$

***۱۰-۴۳ آونگ پیچشی.** (الف) انرژی جنبشی لحظه‌ای یك آونگ پیچشی دوار $\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2$ است. انرژی پتانسیل کشسان رشتهٔ پیچیدهٔ آن $\frac{1}{2}C\theta^2$ است. تنها با به‌کار گرفتن این اطلاعات نشان دهیدکه زمان تناوب، T، آن از رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{I/c}$ به‌دست می‌آید.

(ب) ثابت‌آویز یك گالوانومتر پیچك متحرکی راکه سیستم چرخان آن زمان تناوبی برابر ۴/۰ s و گشتاور لختی برابر $3/0\times10^{-9}\,\mathrm{kg\,m^2}$ دارد، بیابید.

[۷/۴ nNm/rad]

***۱۰-۴۴ نوسان دوقطبی مغناطیسی.** یك دوقطبی با گشتاور مغناطیسی $\mathbf{m}$ وگشتاور لختی I در میدان یکنواخت $\mathbf{B}$ نوسان اجرا می‌کند.

(الف) انرژی پتانسیل، E_p، سیستم را به‌ازای $\theta=0$، صفر بگیرید ومقدارآن را وقتی زاویهٔ بین محور مغناطیسی وخطوط میدان θ است، حساب کنید.

(ب) مقداری تقریبی برای E_p، برحسب θ، و برای مقادیر کوچك $\theta(<0/1\,\mathrm{rad})$ بیابید.

(پ) با استفاده از رابطهٔ $E_k=\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2$، و روش به‌کار رفته در ۱۰-۴۱، تعریفی برای زمان تناوب بیابید.

(ت) زمان‌تناوب را برای‌مغناطیسی با گشتاور $20\,\mathrm{A\,m^2}$ وگشتاورلختی $5/0\times10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$ که درمیدان $18\,\mu\mathrm{T}$ نوسان اجرا می‌کند، حساب کنید.

[۲/۳ s]

برهمنهی دوحرکت هماهنگ ساده

***۱۰-۴۵** ذره‌ای دستخوش‌دوحرکت همزمان‌است‌که چنین توصیف می‌شوند:

$$x=(4/0\ \mathrm{mm})\cos 5(t/s)$$
$$y=(4/0\ \mathrm{mm})\sin 5(t/s)$$

و

پیدا کنید:

(الف) **معادلهٔ مسیر** (رابطهٔ بین متغیرهای x و y)،

(ب) موقعیت ذره درلحظهٔ $t=0$،

(پ) رابطه‌ای‌که نشان دهدکه سرعت نسبت به زمان تغییر می‌کند، و سپس سرعت در لحظه‌های $t=0$ و $t=1/0$ s، و

(ت) اندازهٔ شتاب ذره درلحظهٔ $t=2/0$ s.

[(الف) $x^2+y^2=16\ \mathrm{mm^2}$ (ب) ۲۰ mm/s
(ت) $0/10\ \mathrm{m/s^2}$]

***۱۰-۴۶ شکلهای‌لیساژو.** باریکهٔ الکترونی یك نوسان‌نما مسیری را روی صفحه ترسیم می‌کندکه آن را می‌توان چنین توصیف‌کرد:

$$y=(12\mathrm{mm})\sin\omega_y t$$ و
$$x=(5/0\ \mathrm{mm})\sin(\omega_x t+\delta)$$

(الف) فرض‌کنید $\omega_x=\omega_y$. وقتی δ مقادیر (i) صفر، (ii) $\pi/2$ rad، (iii) π rad را اختیار کند، نقشهای مشاهده شده را تشریح کنید و معادلات آنها را به‌دست آورید.

(ب) فرض‌کنید $\delta=0$. وقتی (i) $\omega_x=\frac{1}{2}\omega_y$ و (ii) $\omega_x=3\omega_y$، نقشهای مشاهده شده را رسم کنید.

MATH75.IR

۱۱ نوسانهای میرا و واداشته

پرسشهایی برای بحث

۱۱-۱ نمودار انرژی یک نوسانگر میرا را به‌صورت تابعی از زمان رسم کنید. آن را درجهت ارائهٔ تعریفی از طول عمر مشخصه برای این حرکت میرا به‌کار ببندید. برای چه نوع حرکتی این زمان تناوب (*i*) بیشینهٔ مقدار، و(*ii*) کمینهٔ مقدار را خواهد داشت؟

۱۱-۲ اگر تار یک ویولون بتواند ارتعاش نامیرا اجرا کند، صدایش چگونه خواهد بود؟

۱۱-۳ کارکرد یک بلندگو چگونه است؟ دو علت ذکر کنید برای اینکه چرا یک بلندگو باید به‌شدت میرا باشد.

۱۱-۴ چرا مخزن مرکزی ماشینهای لباسشویی اغلب روی فنرهایی سوار شده‌اند؟

۱۱-۵ چرا اتاقک رانندهٔ کامیون در هنگام توقف اغلب به‌شدت می‌لرزد، در حالی که این لرزش در هنگام حرکت کمتر است؟

۱۱-۶ دیده شده است که در مسیری طولانی لاستیکهای اتومبیلی با فنربندی کامل به‌اندازهٔ اتومبیلی که کاملاً فنربندی نشده است (مانند توپ صحرایی) گرم نمی‌شود. برای این مسئله دلایلی ارائه دهید.

۱۱-۷ وقتی یک سیستم نوسانگر توسط نیرویی متناوب کشیده شود که بسامد تشدید آن، f_0، بین ۰ و ∞ هرتز در تغییر است، گفته می‌شود دامنهٔ نوسان در یک سمت تشدید **محکم ثابت شده است** و در سمت دیگر **به‌جرم بستگی دارد.** در مورد وجه تسمیهٔ این دو اصطلاح، وگستره‌های بسامدی عملکرد آنها نظر دهید. (راهنمایی: بکوشید حدهای منحنی دامنه-بسامد را به‌ازاء $f = 0$ و $f = \infty Hz$ توضیح دهید.)

۱۱-۸ ارتعاش واداشته‌ای را در یک آونگ ساده در نظر بگیرید. در انرژی تشدید رابطهٔ فاز بین:
(الف) نیروی وارد آمده و سرعت وزنهٔ لنگر، و
(ب) نیروی وارد آمده وجابه‌جایی، چگونه است؟
(راهنمایی: در زمینهٔ تبدیل انرژی فکر کنید.)

۱۱-۹ عامل کیفیت. عامل کیفیت یک سیستم نوسانی واداشته راهی برای نشان دادن دقت تشدید است. بنابراین

$$Q \text{ (عامل کیفیت)} = \frac{2\pi \text{ (انرژی سیستم)}}{\left(\begin{array}{c}\text{کار انجام شده روی سیستم}\\ \text{در خلال نوسان}\end{array}\right)}$$

انتظار می‌رود که سیستم ناواداشته‌ای با عامل کیفیت بالا ارتعاش را به‌مدتی طولانی ادامه دهد، چراکه انرژی گرفته شده از سیستم در خلال نوسان اندک است. توجه کنید که Q بدون بعد است. (همچنین ر. ک. پرسش **۵۸-۲۲**).
انتظار دارید کدام سیستم، در زوج سیستمهای زیر، عامل کیفیت بالاتری داشته باشد؟
(الف) مخروطهای کاغذی پرشده و پرنشدهٔ آونگ بارتون.
(ب) جرمی که در انتهای فنری مارپیچ نوسان می‌کند، و یک مخروط کاغذی پرشده که به‌منزلهٔ آونگ نوسان دارد.
(پ) یک مدار الکتریکی نوسانی که در آن $R = 20\ \Omega$، و مداری کاملاً همسان، که در آن $R = 40\ \Omega$.
درمورد عامل کیفیت پل تاکوما که براثر یک ارتعاش تشدید فرو ریخت، نظر دهید. (پلی که براثر ضربه‌های منظم گامهای یک دسته سرباز، براثر تشدید فرو ریخت. م.)

۱۱-۱۰ واحد عامل کیفیت چیست؟ در مورد مفهوم پاسخ خود توضیح دهید. عامل کیفیت در یک نوسان نامیرا چگونه است؟

***۱۱-۱۱ م.ب** پیدا کنید عامل کیفیت را در (الف) یک تار ویولون، و (ب) یک اتم برانگیخته.

MATH75.IR

مسئله‌های کمّی

۱۲-۱۱ نیروی مقاومتی در برابر یك شیء متحرك با سرعت آن متناسب است، و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{v}$$

که در آن $k = ۵۰\ \mathrm{N\,s/m}$. چه توانی لازم است که این شیء را با سرعت یکنواختی برابر $۱۶\ \mathrm{m/s}$ در حال حرکتی یکنواخت نگهدارد.

[$۱۳\ \mathrm{kW}$]

۱۳-۱۱ آونگ ساده‌ای با دامنهٔ زاویه‌ای $۵۰\ \mathrm{mrad}$ به ارتعاش درمی‌آید. وقتی نیمی از انرژی کل مصرف‌شود، دامنهٔ زاویه‌ای آن چگونه خواهد بود؟

[$۳۵\ \mathrm{mrad}$]

۱۴-۱۱ زمان‌گیری یك نوسان واداشته. جرم نقطه‌ای $۰/۲۰\ \mathrm{kg}$ در انتهای فنری با ثابت نیروی $۸۰\ \mathrm{N/m}$، حرکت هماهنگ ساده‌ای با دامنهٔ $۰/۱۰\ \mathrm{m}$ اجرامی‌کند. ضربه‌ای ثابت برابر $+۰/۴۰\ \mathrm{N\,s}$ به‌جرم وارد می‌آید. در صورتی‌که ضربه در هریك ازنقاط زیروارد آید چه‌تغییراتی در انرژی پدید می‌آید؟

(الف) $x = ۰$، $\dot{x}$ مثبت،

(ب) $x = -۰/۱۰\ \mathrm{m}$،

(پ) $x = +۰/۱۰\ \mathrm{m}$، و

(ت) $x = ۰$، $\dot{x}$ منفی.

پیرامون تأثیر اعمال این ضربه در نقاطی میان این دونقطهٔ اول و آخر از لحاظ کیفی، بحث کنید.

(راهنمایی: تغییر سرعت حاصل از تغییر اندازه حرکت را حساب کنید.)

[(الف) $۱/۲\ \mathrm{J}$ (ب) $۰/۴۰\ \mathrm{J}$]

***۱۵-۱۱ کاهش لگاریتمی.** فرض کنید دامنهٔ تابهای پیاپی یك حرکت میرا در دوسمت نقطهٔ میانی، $a_۱$، $a_۲$، $a_۳$، ...، باشد که رابطهٔ آنها چنین است:

$$\frac{a_۱}{a_۲} = \frac{a_۲}{a_۳} = \frac{a_۳}{a_۴} \cdots = e^{\lambda}$$

λ کاهش لگاریتمی خوانده‌می‌شود. (چنین‌تعریفی نمایی‌است.)

(الف) از راه بسط e^{λ}، نشان دهید وقتی λ کوچك باشد:

$$a_۱ \approx a_۲(۱+\lambda)$$

(ب) در یك آزمایش گالوانومترپرتابی، پرتاب تصحیح نشدهٔ اول $\theta_۱$ است. معادلهٔ رابط میان $\theta_۱$ و $\theta'_۱$ را بنویسید، مقدار θ مربوط به‌وقتی است که میرایی وجود ندارد.

***۱۶-۱۱ تصحیح دامنهٔ انحراف گالوانومتر.** سیم پیچ گالوانومتر در پرسش **۱۱-۱۵** نخستین دامنهٔ انحراف مشاهده شده را روی صفحه در $۵۰/۰\ \mathrm{mm}$ نشان می‌دهد، و یازدهمین دامنهٔ انحراف درهمان سمت (پس از ۲۰ تاب کامل) $۱۰/۰\ \mathrm{mm}$ است.

(الف) نشان دهیدکه اگر n تعداد تابها باشد، $\theta_{n+۱}/\theta_۱ = e^{-n\lambda}$ و مقدار λ را بیابید.

(ب) $\theta'_۱$، نخستین دامنهٔ انحراف تصحیح شده رابیابید.

[(الف) $۸/۰(۵) \times ۱۰^{-۲}$ (ب) $۵۲/۰\ \mathrm{mm}$]

***۱۷-۱۱** عامل کیفیت (ر.ك. پرسش **۱۱-۹**) دیاپازونی‌را که تغذیهٔ الکتریکی می‌شود، از اطلاعات زیر حساب کنید. برای ثابت نگهداشتن دامنه در بسامد $f = ۵۱۲\ \mathrm{Hz}$، انرژی الکتریکی با آهنگ $۵۰\ \mathrm{mW}$ به‌آن رسانده می‌شود، و وقتی دیاپازون ازشکل ترازمند خود می‌گذرد انرژی جنبشیی برابر $۰/۱۰\ \mathrm{J}$ دارد.

[$۶/۴ \times ۱۰^{۳}$]

MATH75.IR

۱۲ حرکت موج

پرسشهایی برای بحث

۱-۱۲ به‌نمودار نگاه کنید. فرض کنید که به‌جرم A فشار ضربه‌ای طولی سریعی به‌سمت راست وارد آید.

(الف) پاسخ لحظه‌ای E چیست؟

(ب) پاسخ بعدی E چیست؟

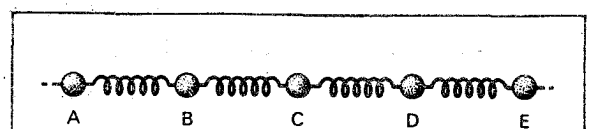
(پ) آیا جرم A با جرم E برهم‌کنش می‌کند؟

(ت) آیا این برهم‌کنش درهر لحظهٔ زمانی از قانون سوم نیوتون پیروی می‌کند؟

(ث) چگونه A به E اندازه حرکت منتقل می‌کند؟

(ج) آیا بدون دخالت یك محیط مکانیکی، اندازه حرکت می‌تواند منتقل شود؟

(این پرسش به بقای اندازه حرکت به‌عنوان اندیشه‌ای بنیادیتر ازقانون سوم نیوتون، ونیز به‌مفهوم میدان، واحتمال برهم‌کنش از دور ازطریق حرکت موجی، نظر دارد.)



شکل مربوط به‌پرسش ۱۲-۱

۲-۱۲ سرعت یك حرکت موجی مکانیکی، c، به‌طورکلی، ازمعادله‌ای به‌شکل:

$$c=(\text{ثابت})\left(\frac{\text{یك عامل کشسانی}}{\text{یك عامل لختی}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

به‌دست می‌آید، پیرامون عاملهای کشسانی و لختی درانواع موج بشرح زیر، بحث کنید:

(الف) امواج فنری سینوسی،

(ب) امواج زمینلرزه،

(پ) امواج صوتی،

(ت) امواج اقیانوس (λ بزرگ)، و

(ث) موجهای تشتك موجنما (λ کوچك).

۳-۱۲ یك ورقهٔ لاستیکی بزرگ در چارچوب یك تشك تمرین ورزشی محکم شده است. بریك طرف آن یك جابه‌جایی عرضی ناگهانی داده می‌شود که نتیجهٔ آن تك موجی است که تمام ورقهٔ لاستیکی را می‌پیماید.

(الف) عاملهای کشسانی و اینرسی که سرعت این تپ (پالس) را کنترل می‌کنند کدامند؟ (راهنمایی: امواج سطحی‌اند.)

(ب) با استفاده از روش معادلات ابعادی، معلوم کنید که سرعت این تپ چگونه به‌این دوعامل ارتباط پیدا می‌کند.

۴-۱۲ وقتی ایجاد جنبش یك حرکت‌کشسان موجی را در یك محیط مادی تجزیه وتحلیل می‌کنیم، معمولاً از ساختار مولکولی ماده چشمپوشی می‌کنیم. تحت چه شرایطی می‌توانیم این چشمپوشی را توجیه کنیم؟ (همچنین ر. ك. پرسش ۴۱-۲۶.)

۵-۱۲ وقتی موجی ازمرز میان دو محیط مادی با خواص فیزیکی‌متفاوت گذر می‌کند،چه‌خواصی ازیك‌موج پیشرونده تغییرمی‌کنند،وکدام خواص‌درآن بدون تغییر باقی‌می‌مانند؟

۶-۱۲ امواج زمینلرزه. امواج زمینلرزه‌ای که از زمین می‌گذرند می‌توانند طولی یا عرضی باشند، و سرعت آنها چنین است:

$$c_l=\sqrt{\left(K+\frac{4}{3}G\right)/\rho} \quad \text{و} \quad c_t=\sqrt{G/\rho}$$

که G و K مدولهای چینشی وکپه‌ای هستند.

(الف) وقتی‌یك زمینلرزه درفاصله‌ای دور اتفاق می‌افتد، همیشه پیش از موج دیگر، یك نوع موج آشکارساز را به‌کار می‌اندازد. چرا؟

(ب) موجهای عرضی درهسته انتشار نمی‌یابند. از این نکته چه نوع اطلاعاتی را می‌توان دربارهٔ خواص فیزیکی

MATH75.IR

هسته استنتاج کرد؟

۱۲-۷ دربارهٔ تأثیرهای متفاوتی که سطوح بازتابان کوژ، تخت و کاو برانحنای یک جبههٔ موج فرودی دارند بحثی کیفی انجام دهید، ونشان دهیدکه بحث شما چگونه به‌اتخاذ قرارداد علامتی سازگاری برای شعاعهای منحنی سطوح کروی مربوطه می‌انجامد.

***۱۲-۸ سرعت گروه و فاز.** اگرگروهی از سه یا چهار موج راکه از روی سطح آبی می‌گذرند مشاهده کنید، خواهید دیدکه موجها درپشت **گروه** ایجاد می‌شوند، وبقیه درجلو جذب می‌شوند ــ قله‌های موج‌سریعتر ازگروه حرکت می‌کنند. سرعت این موجها را چگونه تعریف می‌کنید؟

۱۲-۹ درآب کم‌ژرفایی به‌عمق h، امواجی با طول‌موجهای مختلف (چنانکه از روی چین وشکنهایشان پیداست) با سرعت $c=\sqrt{gh}$ منتشر می‌شوند. با نوشتن c برحسب عامل لختی ρ، نظر دهیدکه منشاء فیزیکی عامل کشسانی موج چیست. چگونه می‌توان نشان دادکه آب کم ژرفا به‌عنوان یک محیط ناپاشنده عمل می‌کند؟

۱۲-۱۰ مانستگیهای تشتک موجنما. با ترسیم طرحهایی مناسب ازجبهه‌های موج، آرایشهایی ازتشتک موج را نشان دهیدکه رفتار موجیی شبیه به‌رفتار پدیده‌های زیر داشته باشند:

(الف) ستاره‌ای‌که درآسمان «بالاتر» از آنچه واقعاً هست به‌نظر می‌آید.

(ب) ماهیی درون یک آبگیر، پشه‌ای‌که ایستاده در هوا پرمی‌زند وبالاتر ازسطح واقعی موضع خود به‌نظر می‌آید.

(پ) پاشندگی باریکهٔ نورسفیدی‌که ازمنشور می‌گذرد.

(ت) انعکاس کلی امواج صوتی‌که از روی سطح آب ساکن می‌گذرند.

(ث) عبور امواج صوتی ازیک بادکنک‌کودکانه که با ئیدروژن پر شده است (از پراش چشمپوشی کنید).

(ج) یک عدسی شیشه‌ای همگراکه به‌عنوان ذره‌بین به‌کار می‌رود.

۱۲-۱۱ قانون عکس مجذور. تحت چه شرایطی می‌توان قانون عکس مجذور را برای (الف) شدت، و (ب) دامنهٔ آشفتگی یک حرکت موجی، به‌کار برد؟ وضعیتهای فیزیکی واقعی راکه درآنها این قانون را می‌توان به‌کاربرد مورد بحث قرار دهید، وبیان کنیدکه آیا این رابطه دقیق است یا تقریبی.

***۱۲-۱۲** آیا یک قطار امواج سینوسی نامتناهی را می‌توان برای نشان دادن سیگنالهای انتشاریابنده (یعنی اطلاعات) به‌کار برد؟ بحث کنید.

***۱۲-۱۳ معادلهٔ موج یک‌بعدی.** معادلهٔ یک موج سینوسی یک‌بعدی‌که در امتداد یک نخ حرکت می‌کند درجهت مثبت x چنین است:

$$y(x,t)=a\sin(\omega t-kx)$$

(الف) معنی نمادهای y، a، ω و k را به‌تفصیل توضیح دهید و واحد سازگار برای‌هرکمیتی‌که این نمادها نشانگر آن هستند ارائه دهید.

(ب) کدامیک ازکمیتهای ذکر شده در (الف) کاملاً توسط منبع تعیین می‌شوند؟

(پ) اگر λ فاصلهٔ بین نقاط همفاز باشد، رابطهٔ میان λ و k چگونه است؟

(ت) روش معادلات ابعادی را به‌کار برید ونشان دهید که سرعت موج c چگونه به ω و k ربط پیدا می‌کند.

(ث) معادلهٔ موجی‌که درجهت منفی x حرکت می‌کند چیست؟

***۱۲-۱۴ معادلهٔ موج.** (الف) ثابت کنیدکه معادلهٔ

$$y=y_0\sin(\omega t-kx)$$

جوابی معتبر برای معادلهٔ زیر است:

$$\frac{d^2y}{dt^2}=c^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$$

(معادلهٔ بالا شکل ساده شدهٔ **معادلهٔ موج** یک‌بعدی است.) c سرعت نور است.

(ب) می‌توان نشان دادکه تحت شرایطی معین، فشاریک

MATH75.IR

گاز کامل از رابطهٔ زیر پیروی می‌کند:

$$\frac{d^2p}{dt^2}=\left(\frac{\gamma p_0}{\rho_0}\right)\frac{d^2p}{dx^2}$$

که p_0 و ρ_0 مقادیر فشار وچگالی گاز آشفته نشده است. به‌چه نتیجه‌ای می‌توانید برسید؟

۱۲-۱۵ م. ب کمینهٔ سرعت امواج سطحی آب چقدر است؟

۱۲-۱۶ م. ب به‌ازای چه‌مقدار ازتنش‌سرعت‌امواج‌عرضی در امتداد یک سیم برنجی مساوی سرعت امواج طولی می‌شود؟ دراین مورد نظر بدهید.

مسئله‌های کتبی

(پرسشهای کمی بیشتری درمورد امواج، بخش ۷ (امواج نوری) و بخش ۸ (امواج صوتی) مطرح شده‌اند.)

بازتاب وشکست

†۱۲-۱۷ کاربرد لامپ استروبوسکوپی. جبهه موجهایی خطی به‌طول موج ۸۰ mm توسط منبعی به‌بسامد ۲/۵ Hz دریک تشتک موجنما ایجاد می‌شوند. این امواج به‌طور قائم در روی مرزی در یک تشتک موجنما حرکت می‌کنند که ناحیهٔ عمیق آب، A، راازناحیهٔ B که بااستفاده ازیک صفحهٔ ضخیم شیشه‌ای کم‌عمق شده است، جدا می‌کند و سرعت آنها به ۰/۱۲ m/s کاهش پیدا می‌کند.

(الف) حساب کنید (*i*) سرعت موج در A، (*ii*) طول موج در B، (*iii*) ضریب شکست نسبی مرز.

(ب) وقتی که تشتک توسط لامپی که به‌ترتیب با بسامدهای ۱/۲۵، ۲/۰، ۲/۵ و ۵/۰ Hz درخش پدید می‌آورد، روشن شود، نقشهایی را که در دو ناحیه به‌وجود می‌آید تشریح کنید.

[(الف) (*iii*) ۱/۷]

۱۲-۱۸ بازتاب یک‌بعدی. یک‌تپ عرضی با دامنهٔ ۵۰mm درامتداد نخ A حرکت می‌کند، و دریک نقطهٔ اتصال به‌نخ دوم، B، فرود می‌آید. چگالی خطی A از B بیشتر است، و این امر باعث می‌شود که دامنهٔ تپ بازتابیده ۳۰ mm شود.

(الف) فاز امواج بازتابیده و انتقال‌یافته نسبت به‌موج فرودی چگونه است؟

(ب) انرژیی که توسط یک تپ حمل می‌شود با دامنهٔ آن چه ارتباطی دارد؟

(پ) از قانون بقای انرژی استفاده‌کنید وکسری از انرژی فرودی را که توسط تپ انتقال یافته حمل می‌شود، پیداکنید.

(ت) کدامیک از موجها سرعت بیشتری دارد؟

چه نوع اطلاعاتی لازم دارید تا بتوانید دامنهٔ تپ انتقال یافته را محاسبه کنید؟

[(پ) ۰/۶۴]

†۱۲-۱۹ بازتاب کلی داخلی. (الف) وقتی زاویهٔ فرودی امواجی که با سرعت ۳۳۰ m/s درهوا حرکت می‌کنند به ۱۳/۰° می‌رسد، نخست ازسطح آب درهوا بازتاب‌کلی پیدا می‌کنند. این امواج با چه سرعتی درآب حرکت خواهندکرد؟

(ب) ضریب شکست نسبی‌امواج صوتی‌که از هوا وارد آب می‌شوند چقدراست؟

(پ) باذکردلیل، نشان دهیدکه چرا انتظار دارید فرود امواج صوتی برسطح جدایی آب-هوا، با زاویهٔ ۴۵°، بازتاب نسبی‌کمتر یابیشتری ازامواج فرودی نوری‌با زاویهٔ ۴۵° روی سطح جدایی هوا-آب داشته باشد.

[(الف) ۱/۴۷ km/s (ب) (۵) ۰/۲۲]

۱۲-۲۰ طناب سنگین قابل انعطافی در راستای قائم آویخته شده است. کشش هر سطح مقطع از طول طناب توسط وزن آن قسمت ازطناب‌که در زیر آن سطح مقطع آویزان است تعیین می‌شود. فرض کنید فاصلهٔ سطح مقطعی ازانتهای پایینی طناب h باشد، نشان دهیدکه:

(الف) سرعت یک موج عرضی درارتفاع h از رابطهٔ $\sqrt{gh}$ پیدا می‌شود، و

MATH75.IR

(ب) این موج همچنانکه از طناب بالا می‌رود، شتاب پیدا می‌کند.

انرژی و معادلهٔ موج

۱۲-۲۱ قانون عکس مجذور. یك منبع کروی به‌قطر ۱/۰ m با توان ۱۰ W درمحیطی همسانگرد که انرژی موج را اصلاً تلف نمی‌کند، موجهای کروی گسیل می‌کند.

(الف) منبع نقطه‌ای نیست: درمورد این امکان که آیا قانون عکس مجذور کاربردپذیر است یانه، بحث کنید.

(ب) شدت موج درنقطه‌ای به‌فاصلهٔ ۹/۵ m از لبهٔ منبع چقدر است؟

[(ب) ۸/۰ m W/m^2]

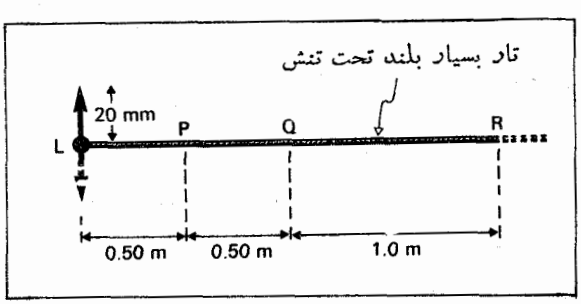
۱۲-۲۲* موجی پیشرونده که در امتداد یك نخ محکم حرکت می‌کند ازراه معادلهٔ زیر تشریح می‌شود:

$$y=(25\ \text{mm})\sin 2\pi(t/20\ \text{ms}+x/4/0\ \text{m})$$

(الف) این موج درچه جهتی حرکت می‌کند؟ درستی پاسخ خود را ثابت کنید.

(ب) (*i*) دامنه، (*ii*) طول موج، (*iii*) بسامد، و (*iv*) سرعت این‌موج چقدر است؟

۱۲-۲۳* معادله‌ای بنویسید که موج زیررا توصیف کند: با سرعت ۵۰ m/s درامتداد یك نخ ودرجهت منفی z، با آشفتگی عرضی به‌بسامد ۲۰ Hz ودامنهٔ ۵/۰ mm که به‌صفحهٔ $z-x$ محدود می‌شود، حرکت می‌کند.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۲-۲۴

۱۲-۲۴* به نمودار نگاه کنید. انتهای سمت چپ نخ، L، دستخوش حرکت هماهنگ ساده‌ای با دامنهٔ ۲۰ mm و بسامد ۴/۰ Hz می‌شود، که باعث می‌شود موجی با سرعت ۸/۰ m/s درطول نخ انتشار یابد. معادله‌هایی بنویسید که تغییر نسبت به‌زمان جابه‌جاییهای ذرات نخ را در P، Q و R نشان دهند. (فرض کنید که جابه‌جایی ذرهٔ L برحسب زمان ازرابطهٔ $y=a\sin\omega t$ به‌دست می‌آید.)

۱۲-۲۵* یك سر ریسمان افقی محکم بلندی نگه داشته شده است. جرم مخصوص خطی آن ۰/۱۲ kg/m است، و تحت کشش ۴۸ نیوتونی قرار دارد. دستی که آن را نگه داشته است، حرکت هماهنگ ساده‌ای با دامنهٔ ۴۰ mm و بسامد ۲/۰ Hz اجرا می‌کند.

(الف) سرعت موج وطول موج را حساب کنید.

(ب) برحسب x و t، تغییرات کمیتهای زیررا نسبت به زمان به‌ازای جابه‌جایی افقی، x، در یك طول کوچك از ریسمان را بنویسید: (*i*) جابه‌جایی قائم y، (*ii*) سرعت قائم، و (*iii*) شتاب قائم.

(پ) اندازهٔ بیشینهٔ شتاب عرضی آن طول کوچك از ریسمان چقدر است؟

(ت) بزرگترین نیروی قائمی که به‌طولی از ریسمان به اندازهٔ ۱۰ mm وارد می‌آید، چقدر است؟ آیا ممکن است که این نیرو همان مرتبهٔ بزرگی نیروی کشش در ریسمان را داشته باشد؟

[(الف) ۲۰ m/s، ۱۰m، (پ) ۶/۳ m/s^2
(ت) ۷/۶mN]

۱۲-۲۶* محاسبهٔ توان موج. عاملی خارجی انتهای یك ریسمان بلند افقی باجرم مخصوص خطی ۸۰ g/m را که تحت اثر نیروی کشش ۱۲ نیوتونی است، تکان می‌دهد. حرکت دارای بسامد ۲/۰ Hz ودامنهٔ ۵۰ mm است.

(الف) عامل خارجی روی آن طول کوچکی ازریسمان که دردست خود نگه داشته است کار انجام می‌دهد، با این همه این طول از ریسمان انرژی کسب نمی‌کند، توضیح دهید.

(ب) انرژی یك طول λ (طول موج) ازریسمان، چقدر است؟

MATH75.IR

(پ) چه مدت طول می‌کشد تا این انرژی از آن طول ازریسمان گرفته شود؟

(ت) توان حرکت موج را حساب کنید.

ازاتلاف انرژی چشمپوشی کنید.

[(ت) ۰/۱۹ W]

۱۲-۲۷* موجی درامتداد یك نخ بلند انتشار پیدا می‌کند چنان‌که هر کیلوگرم ازنخ دارای انرژی ۰/۵ J می‌شود.

(الف) انرژی ویژهٔ جدید نخ چقدراست، درصورتی که دامنهٔ آن دوبرابرشود؟

(ب) درصورتی‌که با همان دامنهٔ اولیه، بسامد دو برابر شود، انرژی ویژه چقدرخواهد شد؟

(پ) بسامد اولیه ۲۰ Hz بود، دامنهٔ اولیه چقدر بوده است؟

[(الف) ۲۰ J/kg (ب) ۲۰ J/kg (پ) ۲۵ mm]

۱۲-۲۸* نوسانگری به‌بسامد ۵۰ Hz امواج متحرکی با دامنهٔ ۲/۰ mm را در ریسمانی به‌جرم مخصوص خطی ۵۰ g/m پدید می‌آورد. نخ تحت اثر نیروی کشش ۱۵ نیوتونی است. توان نوسانگرچقدر است؟

[۰/۱۷ W]

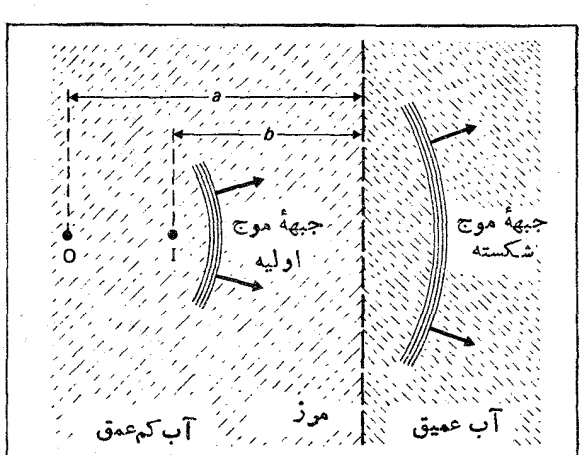
۱۳ ساختمان هویگنس

۱۳-۱ ایده‌ای راکه هویگنس مطرح کرد، تا چه حدی می‌توان یك اصل دانست؟ آیا این‌ایده مفهوم فیزیکیی‌دارد، یا دارای ماهیتی‌کاملاً هندسی است؟

۱۳-۲ تعداد زیادی بلندگو در پیرامون سطح درونی یك محفظهٔ‌کروی بزرگ‌کارگذاشته شده‌اند وبه‌همهٔ آنها توسط یك منبع انرژی داده می‌شود (یعنی، تابش همدوس‌گسیل می‌کنند). با استفاده از ساخت هویگنس موجکهای‌ثانویه‌ای راکه توسط این‌سطح‌گسیل‌شده‌اند رسم کنید، وبدین‌ترتیب شکل جبههٔ موج را، پس از فاصلهٔ زمانی Δt، تعیین کنید. انرژی موج درچه نقطه‌ای متمرکزمی‌شود؟

۱۳-۳ قایقی برروی آب ساکن با همان سرعت امواجی که خود تولید می‌کند به‌پیش می‌رود. شکل جبههٔ موج‌پدید آمده چگونه است؟

۱۳-۴ موجهای تخت به‌طورقائم برقرصی دایره‌ای فرود می‌آیند. بااستفاده از ساخت هویگنس نشان دهیدکه‌انرژی موج همیشه درامتداد نقاطی ازمحورقرص که دروجه مقابل آن قرص قراردارند متمرکزمی‌شود. (درنبودشناخت، این پدیده باعث ایجاد نقطه‌ای نورانی درمرکزهندسی سایهٔ‌جسم دایره‌ای می‌شود. این پدیده برای اولین بار توسط آراگو مشاهده شد.)

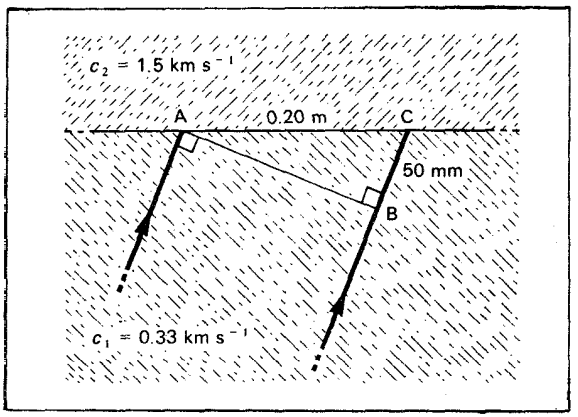


شکل مربوط به‌پرسش ۱۳-۴ (تشتك موجنما ازدید قائم)

۱۳-۵ به‌نمودارنگاه‌کنید. موجهایی که‌درO ایجادمی‌شوند

MATH75.IR

ازمرزعبور کرده، وپس ازشکست، چنین به‌نظرمی‌رسد که در I پدیدآمده باشند. نشان دهید که ساخت هویگنس چگونه به‌ما کمک‌می‌کند تاجبههٔ موج‌شکسته رارسم کنیم، وبااستفاده ازنمودارخود رابطهٔ میان نسبت سرعتهای موج (n)، a و b را پیداکنید.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۳-۶

†۱۳-۶ به‌نمودارنگاه‌کنید.

(الف) چه مدتی طول می‌کشد تانقطهٔ B، بر روی جبههٔ موج AB، به C برسد؟

(ب) دراین‌صورت‌شعاع‌موجك ثانویه‌ای‌که درA ایجاد می‌شود چقدراست؟

(پ) رفتارموج را درمرز تشریح کنید.

*۱۳-۷ **سطح بازتابان‌کروی. انحنای** یك سطح کروی برابرعکس شعاع انحنای آن است. بنابراین‌انحنای‌موجی کروی‌به‌شعاع u، $1/u$ است. با استفاده ازساخت هویگنس و قضیهٔ مالوس نشان دهیدکه یك‌آینهٔ‌کاو به‌شعاع انحنای r، انحنای‌یك جبههٔ موج فرودی را به‌اندازهٔ $2/r$ تغییرمی‌دهد، وبدینسان، $1/v$، انحنای جبههٔ موجی راکه بازتاب می‌کند ارزیابی کنید. (تمامی فاصله‌ها را مثبت و دهانهٔ آینه را کوچکتریامساوی u، v و r بگیرید تا بتوانید ازرابطهٔ ساگیتا استفاده‌کنید.)

*۱۳-۸ **عدسی.** با روش به‌کاررفته درپرسش ۱۳-۷، نشان دهیدکه وقتی جبههٔ موجهای‌کروی به‌وسیلهٔ یك عدسی نازك همگرا بادهانهٔ نسبتاً کوچك، به فاصلهٔ کانونی آن f، شکسته می‌شوند، انحنای آنها به‌اندازهٔ $1/f$ تغییرمی‌کند. (تجربه ما را به‌این‌نتیجه رهنمون می‌شودکه تغییر انحنا برای تمامی جبهه موجهایی‌ازاین دست یکسان است. این نتیجه بـا چه رابطهٔ زاویه‌ای درنورشناخت هندسی متناظراست؟)

*۱۳-۹ با استفاده ازساخت هویگنس موجهای‌کوچکی را که از

(الف) یك سطح «صیقلی»، و

(ب) یك سطح «غیرصیقلی»،

بـازتابیده می‌شوند، رسم‌کنید و از روی‌این نمودارهـا، اظهارنظرکنیدکه، از نظرکمی، این سطح تا چه حدی باید غیرصیقلی باشدکه این‌فرایندرابتوان بیشترپراکندگی به‌حساب آورد تا بازتابش. (ارزیابی‌کنیدکه درکدام مرحله امواج بـه علت‌کثره‌ای شدن رابطه‌های‌فازشان، ناهمدوس می‌شوند.)

۱۴ اصل برهمنهی

پرسشهایی برای بحث

۱۴-۱ برای اصل برهمنهی آشفتگیهای موجی چه‌تـوجیه نظری فیزیکی وجود دارد؟

۱۴-۲ به‌نمودارمراجعه‌کنید.

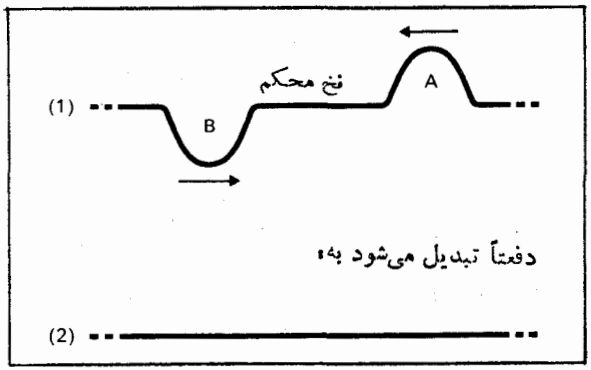
(الف) وقتی دوتپی که نشان داده شده‌اند برهـم افتاده باشند، لحظه‌ای وجود داردکه تمامی نقاط برروی ریسمان جابه‌جایی صفر را نشان می‌دهند. انرژی این تپها چه شده

MATH75.IR

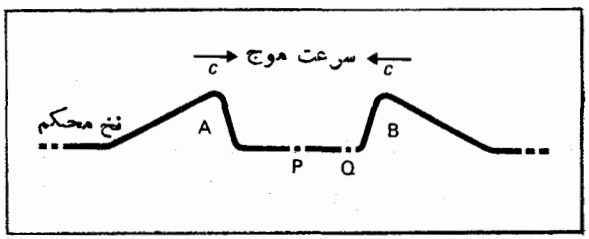
است؟

(ب) تپهای اولیه ظاهراً چگونه دوباره‌ازریسمان راست تولید می‌شوند؟ (چنانچه هریك ازدیگری تأثیرنپذیرد، باید همین طور باشد.)

(پ) درمورد این‌نکته‌که مثال‌نامبرده چگونه قانون‌بقای اندازه حرکت خطی را (هم عرضی و هم طولی) نشان می‌دهد، بحث کنید.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۴-۲



شکل مربوط به‌پرسش ۱۴-۳

۱۴-۳ به‌نمودار نگاه‌کنیدکه پیکربندی یك نخ کشیده شده را لحظه‌ای پیش ازآنکه دوتپ متحرك A وB برهم نهاده شوند، نشان می‌دهد.

(الف) منحنیهای جابه‌جایی ـ مکان‌را درپنج لحظهٔ پیاپی (مثل عکاسی) رسم‌کنید و از روی آن مراحل برهمنهی‌تپها را نشان دهید. (رسم طرح‌خط نقطهٔ دوموج برهم افتاده‌مفید خواهد بود.) شکل‌تپ A پس‌ازبرهمنهی چگونه خواهدبود؟

(ب) برای نشان دادن رفتار تقریبی نقاط P و Q در ضمن عبورتپها، منحنیهای جابه‌جایی‌ـزمان را رسم‌کنید.

۱۴-۴ نقطهٔ خاصی روی یك نخ به ارتعاشی تناوبی درمی‌آیدکه روابط زیرتوصیفگر آن هستند:

(۱) $y_1 = a \sin \omega t$

(۲) $y_2 = a \sin 2\omega t$ سپس

(۳) $y = y_1 + y_2$ وسرانجام

نمودارهایی دقیق از y_1 و y_2 به‌عنوان توابعی از زمان رسم‌کنید و سپس اصل برهمنهی را برای نشان دادن این اثر برروی نقطهٔ هردوآشفتگی باهم، به‌کاربرید.

۱۴-۵ منحنیهای جابه‌جایی‌ـمکان و انرژی جنبشی ـ مکان را برای موجهای ایستاده درلحظه‌های:

(الف) $t = 0$، با جابه‌جایی ۰ درهرنقطه، و

(ب) $t = T/4$، رسم‌کنید.

۱۴-۶ آیا یك موج پیشرونده می‌تواند درامتداد یك نخ کشیده شده حرکت‌کند، هرچندکه برخی ازذرات‌آن دائماً جابه‌جایی صفررا نشان دهند؟

۱۴-۷ چگونه می‌توان سرعت انتشارامواجی را که در امتداد یك تار فلزی معین یك آلت موسیقی انتشار می‌یابد اندازه‌گیری کرد؟

۱۴-۸ موجی به دامنهٔ a_1 برمرزی فرود می‌آید و دامنهٔ موج بازتابیده، a_2، را افزایش می‌دهد. کمیت نسبت موج ایستاده چنین تعریف می‌شود:

$$(a_1 + a_2)/(a_1 - a_2)$$

(الف) مقدار این‌کمیت را برای (i) بازتاب‌کامل، و (ii) بازتاب صفر، حساب‌کنید.

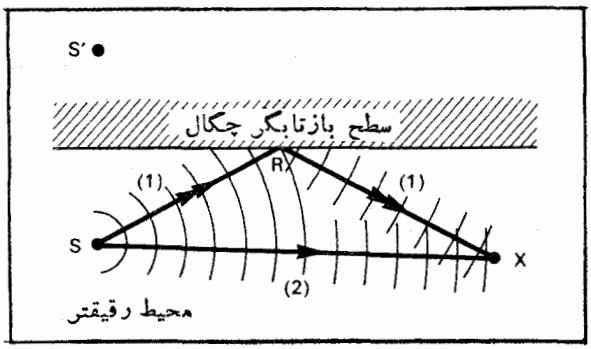
(ب) پوش نقش موج ایستاده‌ای را که درآن $(a_1 + a_2)/(a_1 - a_2) = 2$، رسم‌کنید.

۱۴-۹ دریك آزمایش تشتك موجنما با دومنبع، آیا در خطوط شکمی آشفتگی صفراست؟ پیرامون‌این‌نکته بحث‌کنید.

۱۴-۱۰ به‌نمودار نگاه‌کنید. امواج از S تا X را در امتداد هر دو مسیر (۱) و (۲) می‌پیمایند. شرایط برهمنهی آنها برای آنکه آشفتگی صفرداشته باشند چیست؟ اگراین موجها:

MATH75.IR

(الف) امواج روی آب،
(ب) امواج صوتی، و
(پ) امواج الکترومغناطیسی، باشند؟



شکل مربوط به‌پرسش ۱۴-۱۰

۱۴-۱۱ (الف) شکل خط‌گرهی در یك آزمایش تداخل تشتك موجنما چگونه است؟ چه بخشی ازاین خط بابیشترین تقریب به‌یك خط راست نزدیك می‌شود؟ درچه شرایطی می‌توانیم این خط را راست بدانیم؟

(ب) اگر کسی درامتداد خطی موازی با منبعهای‌دوگانه حرکت‌کند، آیا خطوط‌گرهی به‌نظرش هم فاصله می‌آیند؟ پاسخ خود را توصیف کنید.

۱۴-۱۲ یك‌زوج منبع به‌فاصلهٔ 2λ ازیکدیگر، اختلاف‌فاز ثابتی برابر $\pi/2$ rad دارند. کوچکترین زاویه‌ای که یك خط شکمی، درنقاطی نسبتاً دور ازمنبع، با محورتقارن می‌سازد، چقدر است؟ فکرمی‌کنید نسبیت در اینجا به چه چیزی دلالت می‌کند؟

۱۴-۱۳ نقطهٔX در یك تشتك موجنما امواج یك زوج منبع همسان A و B را دریافت می‌دارد. فرض‌کنید $AX-BX=p$. وقتی‌که دومنبع اختلاف فازهای (*i*) صفر، (*ii*) π rad، و (*iii*) $\pi/2$ تقدم فاز A نسبت به B را نشان دهند، شرایط را برای حالتهای زیر بنویسید: (الف) برهمنهی سازنده، (ب) برهمنهی ویرانگر، و (پ) قلهٔ موج ناشی از A به آشفتگی صفر ناشی از B برسد. (نه پاسخ)

۱۴-۱۴ وقتی دوآشفتگی با بسامدهای f_1 و f_2 را برهم نهیم، دامنهٔ برایند، بسامدی برابر $\frac{1}{2}|f_1-f_2|$ دارد. چرا این بسامد، بسامد زنش نیست؟

***۱۴-۱۵** روی یك صفحهٔ کاغذ نمودار، وبادقت قابل‌قبول، نمودارهایی بکشیدکه درفاصلهٔ زمانی $t=0$ تا $t=2\pi/\omega$ نمایانگر $y_1=a\sin\omega t$ ، $y_2=a/3\sin 3\omega t$ و $y_5=a/5\sin 5\omega t$ باشند. این امواج را برهم نهید و با استفاده از نتایج، اظهارنظرکنیدکه چگونه این امکان وجود داردکه یك شکل موجی مربعی را ترکیب‌کرد.

***۱۴-۱۶** یك پیستون از راه یك روزنهٔ دایره‌ای‌که میان تیغهٔ بین‌سلیندرها قراردارد، ارتعاش می‌کند. بامصورکردن پاسخ خود از راه اندازه‌های نسبی پیستون وطول موج گسیل شده، چگونگی تغییرشدت موج صوتی‌گسیل شده را به‌عنوان تابعی ازجهت، مورد بحث قراردهید. (راهنمایی: در مورد پراش امواج تخت به وسیلهٔ یك روزنهٔ دایره‌ای فکر کنید.)

مسئله‌های کمی

(برای یافتن پرسشهای‌کمی بیشتردر زمینهٔ امواج، به ویژه تداخل و پراش ر.ك. فصل ۷ (امواج نوری) و فصل ۸ (امواج صوتی).)

امواج ساکن

†۱۴-۱۷ ارتعاشگری با نیروی برق متناوب با بسامد ۵۰ Hz، به‌کارمی‌افتد، وامواجی‌عرضی با سرعت ۶۰ m/s را درامتداد یك ریسمان‌کشیده شده می‌فرستد. چه طولی از این ریسمان نقشی از یك موج ایستاده را با جابه‌جایی سه شکم نشان می‌دهد؟ با درنظرگرفتن این نکته‌که بیشینهٔ جابه‌جایی به‌ازای $t=0$ باشد،شکل‌تار را به‌ازای $t=0$، $t=5/0$ ms و $t=10$ ms رسم کنید.

†۱۴-۱۸ یك فرستندهٔ میکروموج در راستای عمود بریك باز تابندهٔ فلزی تخت قرارگرفته است. آشکارساز کوچکی

MATH75.IR

که درامتداد عمود بر بازتابنده حرکت می‌کند ۰/۱۲m فاصلهٔ میان اولین تانهمین کمینهٔ شدت را می‌پیماید. بسامد نوسانگر میکروموج را حساب کنید.
مقدار عددی داده شدهٔ c را در محاسبه منظور کنید.
[۱۰ GHz]

۱۹-۱۴ یك فنرمارپیچ را می‌کشیم و سر تا تـه‌آن را به دورسطح خمیدهٔ یك استوانهٔ صیقلی که محورآن افقی‌است، می‌پیچیم. ارتعاشگری فلزی با بسامد متغیر بـرای فرستادن امواجی با سرعت ۴/۰ m/s درطـول فنر به کارمی‌رود. طول فنر پس ازکشیده شدن ۱/۰ m است.

(الف) چه مدتی طول می‌کشد تا قلهٔ یك موج بـه‌نقطهٔ شروع خود برگردد.

(ب) چه بسامدی درارتعاشگرباعث می‌شودکه قلهٔ موج کاملاً برموج بعدی‌خود منطبق شود؟(یعنی‌ایجاد یك برهمنهی سازنده.)

(پ) چه بسامدهای دیگری بـاعث برهمنهی سازنـده می‌شوند؟

(این بسامدها با **مدهای مجاز نوسان** متناظرند، و وضعیتی که دراین پرسش مورد بحث قرارگرفته است، با مدل سادهٔ رفتارالکترون در اتم مکانیك موجی کاملاً متناظر است.)

۲۰-۱۴* معادلهٔ یك‌موج سینوسی که درامتداد یك ریسمان حرکت می‌کند چنین است:

$$y_1 = (30\ \text{mm}) \sin 10\pi[4(t/\text{s}) - (x/\text{m})]$$

(الف) طول موج را حساب کنید.

(ب) معادلهٔموجی‌راکه درصورت برهمنهی باموج اولیه موجی ایستاده را پدیدآورد، بنویسید.

(پ) دامنهٔ موج ایستاده چقدر است؟

(ت) فاصلهٔ ذرات مجاور سیم که دائماً درشرط $y = 0$ صدق می‌کند، چقدر است؟ این پاسخ را با پـاسخ (الف) مقایسه کنید.

[۰/۱۰m (ت)]

۲۱-۱۴* معادلهٔ زیر ارتعاش سیمی را بیان می‌کند:

$$y = (40\ \text{mm}) \times \cos(\pi x/\text{m}) \times \sin(100\pi t/\text{s})$$

(الف) عبارت وابسته به‌مکان شامل t نیست، از این‌نکته چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

(ب) فاصلهٔ گره تا گره چقدراست؟

(پ) شکل طول ۱ متر ازسیم را درلحظه‌هـای $t = 0$، $t = 5/0$ ms، و $t = 10$ ms رسم کنید.

(ت) معادله‌های دو موجی کـه برهمنهی آنها ارتعاش نامبرده را پدیدآورده است بنویسید، وتاآنجاکه می‌توانید مطالبی پیرامون موجها بیان دارید.

[۱/۰m (ب)]

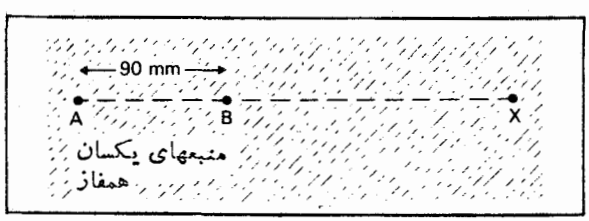
۲۲-۱۴* معادلهٔ زیر ارتعاش ریسمانـی را بیان می‌کند:

$$y = (60\ \text{mm}) \times \cos(2\pi x/\text{m}) \times \sin(50\pi t/\text{s})$$

تغییرمکان‌عرضی، y، وسرعت، $\dot{y}$، ذرات ریسمان را به‌ازای (الف) $x = 0$، و (ب) $x = 0/25$m، در زمـانهای (i) $t = 0$، و (ii) $t = 10$ ms، پیداکنید (چهارپاسخ).

تداخل

۲۳-۱۴ به‌نمودار نگاه کنید.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۴-۲۳(**تشتك موجنما ازبالا**)

(الف) سه طول‌موج مختلف راکه به‌ازای آنها نقطهٔX همیشه (i) کمینهٔ دامنه، و (ii) بیشینهٔ دامنه را نشان دهـد، حساب کنید.

(ب) امواج‌آب باسرعت ۰/۳۶ m/s حرکت‌می‌کنند. پایینترین بسامد منبع که برهمنهی ویرانگر را تولید می‌کند چقدراست؟

[۲/۰ Hz (ب)]

۲۴-۱۴ یك زوج فرستندهٔ میکروموج به‌بسامد ۱۰ GHz درفاصلهٔ ۰/۳۰ m ازیکدیگر قرارگرفته‌اند. در فاصله‌ای

MATH75.IR

از دومنبع، فاصلهٔ زاویه‌ای دوخط گرهی که بیش از همه به‌مرکز نقش موج منتشر شده نزدیکترند، چقدر است؟ (محاسبه مقدار عددی داده شدهٔ c را به‌کار برید.

[۰/۱۰ rad]

۱۴-۲۵ به‌شکل نگاه کنید. بسامدمنبعهای A و B، ۷/۰ Hz است و امواجی همفاز با یکدیگر را تولید می‌کنند. X در سومین خط شکمی قرار دارد (مرتبهٔ تداخل ۳ است). سرعت امواج را حساب کنید.

[۰/۱۴ m/s]

زنش

۱۴-۲۶ محاسبهٔ بسامد زنش. دو جرم ۰/۸۰ kg و ۱/۰ kg از فنرهای مارپیچ یکسانی با ثابت نیروی $4/0\pi^2$ N/m آویخته شده‌اند. هر دو از وضعیت حداکثر کشیدگی به‌طور همزمان رها می‌شوند و نوسان هماهنگ ساده‌ای اجرا می‌کنند، حساب کنید:

(الف) بسامدهای این دوسیستم را،

(ب) کوتاهترین زمانی را که یك سیستم دقیقاً یك ارتعاش بیشتر ازسیستم دیگر اجرا می‌کند (**تناوب زنش**)، و

(پ) بسامدی که این دوسیستم باآن دریك‌لحظهٔ واحد بیشینهٔ کشیدگی را داشته باشند (**بسامد زنش**).

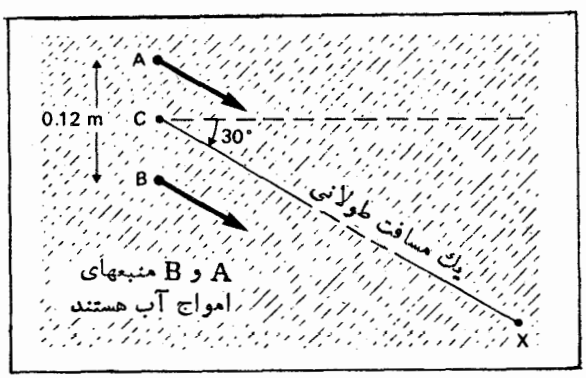
[۰/۱۲ Hz (پ) ۸/۵ s (ب)]

۱۴-۲۷ دوموج‌سینوسی با دامنهٔ a و بسامدهای ۱۰/۰ Hz و ۱۱/۰ Hz، هم‌جهت‌وبا سرعت‌یکسان درامتداد ریسمانی عبور می‌کنند.

(الف) برایند آشفتگی، y، را در یك نقطه از این ریسمان به‌عنوان‌تابعی‌از زمان، درتناوب دوثانیه رسم کنید. (دامنه و y را در $t=0$، صفر بگیرید.)

(ب) دامنهٔ برایند به‌ازای $t=\frac{1}{6}$s، $t=\frac{1}{4}$s و $t=\frac{1}{2}$s چقدر است؟

[a (ب)، $1/4a$ و $2a$]



شکل مربوط به‌مسئلهٔ ۱۴-۲۵ (نمای تخت یك تشتك موجنما)

۱۵ اثر دوپلر

پرسشهایی برای بحث

۱۵-۱ ناظر متحرك. یك منبع دوره‌ای تولید امواج در آب دریك مخزن بزرگ، امواجی با بسامد f_s پدید می‌آورد که سرعت حرکت آنها درآب c است. یك قایق مدل‌که با سرعت v_0 به‌منبع نزدیك می‌شود، این امواج را در راه قطع می‌کند. حساب کنید:

(الف) طول موج امواج را وقتی‌ناظری‌که همراه قایق حرکت می‌کند آنها را اندازه‌گیری‌کند،

(ب) سرعت نسبی قله‌های موج و قایق، و

(پ) بسامد ظاهری، f_0، که توسط ناظر اندازه‌گیری می‌شود.

۱۵-۲ منبع متحرك. فرض کنید درپرسش‌پیشین ناظر روی

MATH75.IR

آب درحال سکون باشد ومنبع بـا سرعت v_s به او نزدیك شود. حساب کنید:

(الف) سرعت نسبی قله‌های موج و منبع،

(ب) طول موج اندازه‌گیری شده توسط ناظر، و

(پ) بسامد ظاهری، f_o، که توسط ناظر اندازه‌گیری می‌شود.

۱۵-۳ یك زنگولـهٔ گاو در یك سوی دره‌ای بـه صدا درمی‌آید و صدا توسط بـاد به‌پایین منتقل شده و به‌ناظری ساکن درسوی دیگر دره می‌رسد. آیا آن ناظر، صوت را با همان طول موج و بسامدی کـه زنگوله تولید کرده بود می‌شنود؟

۱۵-۴ عضوی ازیك سیستم ستاره‌ای دوتایی، نوری مرئی گسیل می‌کند. نمودار تغییرات جابه‌جایی بسامـد دوپلر را که برروی سطح زمین قـابل مشاهده است، برحسب زمان رسم کنید.

۱۵-۵ م. ب پهن شدگی دوپلر. (همچنین ر.ك. پـرسش ۱۵-۱۷ب) در چه دمایی خطوط D ناشی از سودیوم اتمی پهن‌شدنی به‌اندازهٔ ۴/۰ pm را نشان می‌دهد؟

***۱۵-۶ م.ب** بزرگترین جابه‌جایی دوپلر که درطول موج ۵۵۰ nm به‌وسیلهٔ جسمی نجومی مانند یك اختروش ایجاد می‌شود چقـدر است؟ این جابه‌جایی در چـه بخش طیف انجام می‌گیرد؟ آیادراین مثال‌می‌توان عبارتهایی غیرنسبیتی به‌کار برد؟

مسئله‌های کمّی

امواج مکانیکی

۱۵-۷ یك منبع‌امواج صوتی متناوب‌با سرعت ۱۰۰m/s به‌ناظری که نسبت بـه هوا درحـالت سکون است، نزدیك می‌شود. طول موج اندازه‌گیری‌شده ازسوی ناظر ۱/۰۰m وسرعت امواج نسبت به‌او ۳۵۰ m/s است.

(الف) بسامد ظاهری (تعداد موجهایی کـه در هر ثانیه به‌ناظر می‌رسند) را حساب کنید.

(ب) وقتی فاصلهٔ منبع وناظر ۵۰۰ متر باشد، چند موج میان آنها وجود دارد؟

(پ) چندموج در ۱/۰۰ ثانیهٔ بعد میان منبع وناظروجود دارد؟

(ت) با درنظرگرفتن میزان کاهش تعداد موجها درفضای بین منبع وناظر، بسامد واقعی منبع را حساب کنید.

[(پ) ۴۰۰ موج (ت) ۲۵۰ Hz]

۱۵-۸ اهمیت یك محیط مادی. (الف) ناظری نسبت‌بـه هوا ساکن است، و به‌نوتی گوش می‌دهدکه ازمنبعی با بسامد ۵۰۰ Hz گسیل می‌شود و در همان ضمن منبع بـا سرعت ۴۰ m/s به‌سوی اوحرکت می‌کند. سرعت صوت درهوای ساکن ۳۴۰ m/s است. طول موج و بسامـدی کـه ناظر اندازه‌گیری می‌کند، چقدراست؟

(ب) اکنون فرض‌کنید منبع نسبت بـه هوا ساکن‌است وناظر با سرعت ۴۰ m/s به‌آن نزدیك می‌شود. طول‌موج وبسامدی‌که ناظراندازه‌گیری می‌کند چقدراست؟

آیاپاسخهای شما به(الف) و(ب) باهم تفاوت‌می‌کنند؟ (اگرپاسخ شما مثبت باشد، به این معنی است کـه درمورد امواج صوتی سرعت منبع وناظرنسبت به‌سرعت محیط (و نه تنها نسبت به‌یکدیگر) ازاهمیت برخوردار است.)

[(الف) ۵۶۷ Hz ، ۰/۶۰۰ m]

۱۵-۹ اتومبیل سریع A بـا سرعت ۴۰ m/s حـرکت می‌کند، و بوق آن با بسامد ۱۰۰ Hz به‌صدا درمی‌آیـد. B ناظری ساکن درپیاده روست و C رانندهٔ اتومبیلی‌است که با سرعت ۳۰ m/s درجهت مخالف A حرکت‌می‌کند. حساب کنید:

(الف) طول موج واقعی صوتی‌که درجهت رو بـه‌جلو (مثلاً آنچنانکه توسط B مشاهده می‌شود) گسیل شده‌است.

(ب) بسامدی‌که به‌نظر B می‌رسد،

(پ) طول موجی‌که ناظر C مشاهده می‌کند، و

(ت) بسامدی‌که C می‌شنود.

اگر سرعت اتومبیل (فرض غیرواقعی) ۷۰ m/s باشد، B

MATH75.IR

چه بسامدی را می‌شنید؟ (توجه داشته باشید که این همان مورد (ت) نیست.)

[(الف) ۲/۹۰ m (ب) ۱۱۴ Hz (پ) ۱۲۴ Hz؛ ۱۲۷Hz]

۱۵-۱۰ محیط متحرک. یك بوق ثابت نوتی به بسامد ۲۰۰ Hz ایجاد می‌کند. راننده‌ای با سرعت ۲۰/۰ m/s درجهت غرب به‌سوی بوق رهسپار است و بادی از شمال غربی با سرعت ۲۸/۳ m/s می‌وزد. حساب کنید:

(الف) طول موج این امواج از دید راننده،

(ب) مولفهٔ سرعت نسبی فشردگیهای موج را و سرعت نسبی راننده درجهت غرب، و

(پ) بسامد ظاهری، f_o، که ناظر اندازه‌گیری می‌کند. سرعت صوت درهوای ساکن ۳۳۰ m/s است.

[(پ) ۲۱۱ Hz]

۱۵-۱۱ قطاری درحال عبور ازیك ایستگاه سوت خودرا به‌صدا درمی‌آورد، بسامدی که‌ازآن به‌گوش ناظری که‌روی سکو ایستاده است می‌رسد بین ۲۴۰ Hz تا ۲۸۰ Hz تغییرمی‌کند. طرحی نموداری رسم کنیدکه تغییرات بسامد را برحسب زمان نشان دهد، وسرعت قطار را حساب کنید. سرعت صوت ۳۳۰ m/s است.

اگرناظرقدری دورتر ازمسیر راه آهن بایستد، نمودار چه تغییری خواهدکرد؟

[۲۵ m/s]

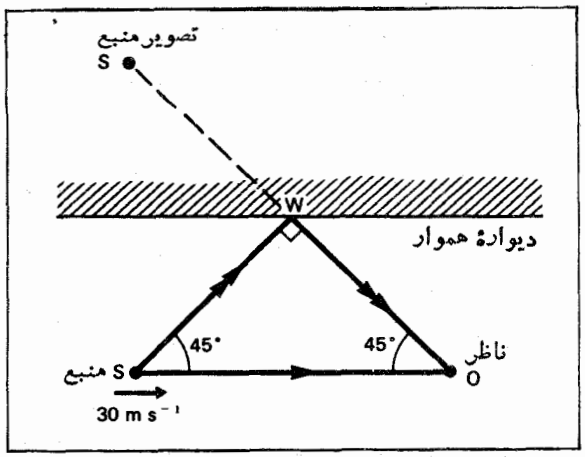
۱۵-۱۲ بازتابان‌متحرك. امواج‌صوتی به‌بسامد ۱/۰۰kHz وبا سرعت ۳۳۰ m/s درهوای ساکن به‌سوی بازتابگری که باسرعت ۲۰ m/s به‌منبع ساکن‌نزدیك‌می‌شود، حرکت می‌کنند.

(الف) تراکمهای موجی با چه بسامدی به‌این بازتابگر برخورد می‌کنند؟

(ب) حالا این بازتابگر به‌عنوان یك منبع متحرك عمل می‌کند. بسامد پژواکی که یك ناظرایستاده درمحل منبع اصلی می‌شنود، چقدراست؟

(ازاین روش می‌توان برای تولید زنشهایی با امواج نوری استفاده‌کرد.)

[(ب) ۱/۱۳kHz]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۵-۱۳

۱۵-۱۳ به‌شکل نگاه‌کنید. اتومبیل متحرك S به O نزدیك می‌شود و درهمان حال امواجی صوتی به بسامد ۵۰۰ Hz گسیل می‌کند. سرعت امواج درهوای ساکن ۳۳۰ m/s است. فرکانس زنش میان امواجی راکه از O درمسیرهای SO (مستقیم) و SWO (پس‌از بازتابش) حرکت می‌کنند محاسبه‌کنید. نشان دهیدبسامد زنش‌مشاهده شده ازنظرکیفی چگونه نسبت به‌زمان تغییرمی‌کند.

[۱(۶) Hz]

امواج الکترومغناطیسی

***۱۵-۱۴ کاربرد امواج راداری برای اندازه‌گیری سرعت.** ازیك‌منبع‌میکروموجهایی به‌طول‌موج ۱۰۰ mm تراگسیلیده می‌شوند، و به‌هواپیمایی که به‌منبع نزدیك می‌شود برخورد می‌کنند، و وقتی موج بازتابیده با امواج تراگسیلیده برهم نهاده می‌شوند، زنشهایی به بسامد ۶/۰۰ kHz به‌دست می‌دهد. از روشهای ساده (اثردوپلر مرتبهٔ اول) برای‌محاسبهٔ سرعت نزدیك شدن هواپیما استفاده کنید. (رك. پرسش ۱۵-۱۲.)

مقدار عددی داده شدهٔ c را درمحاسبه منظورکنید.

[۳۰۰ m/s]

MATH75.IR

۱۵-۱۵ به علت چرخش خورشید، امواج نوری که از دو سمت مقابل یك قطر آن دریافت می‌شوند، دارای جابه‌جایی دوپلر برابر ولی در جهت مخالفند. اگر سرعت نسبی منبع و ناظر ۲/۰ km/s باشد، جابه‌جایی طول موجی که در خط F ئیدروژن ($\lambda = 486/1$ nm) انتظار داریم چقدر است؟ (در عمل مشاهدهٔ چنین جابه‌جاییهایی امکان اندازه‌گیری سرعت اجسام چرخان را برای ما به وجود می‌آورد.)
مقدار عددی داده شدهٔ c را درمحاسبه به‌کاربرید.

[۳/۲ pm]

۱۶-۱۵ انتقال به‌سوی قرمز. منبع ئیدروژنی که نسبت به‌ناظرساکن است، نور قرمزی (خط C ی ئیدروژن) به طول موج ۶۵۶/۳ nm گسیل می‌کند. وقتی همان خط را هنگام مشاهدهٔ یك ستاره بررسی می‌کنیم، طول موج ۶۶۰/۰ nm را به‌دست می‌آوریم. با به‌کارگرفتن عبارتی ساده (وغیرنسبیتی) مقدار مؤلفهٔ سرعت نسبی ستاره را در روی خط دید محاسبه‌کنید.
مقدار عددی داده شدهٔ c را درمحاسبه به‌کاربرید.

[۱/۷ Mm/s]

۱۷-۱۵* پهن شدگی خطوط طیفی. (الف) رابطهٔ $\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$ را برای یافتن ریشهٔ میانگین مربعی سرعت اتمهای ئیدروژن در ۵۰۰ k به‌کاربرید.

(ب) محاسبه کنید در این دما خط C ی ئیدروژن ($\lambda = 656/3$ nm) تا چه میزانی پهن می‌شود.
مقادیر عددی c ، m_p ، و k را درمحاسبه به‌کار برید.

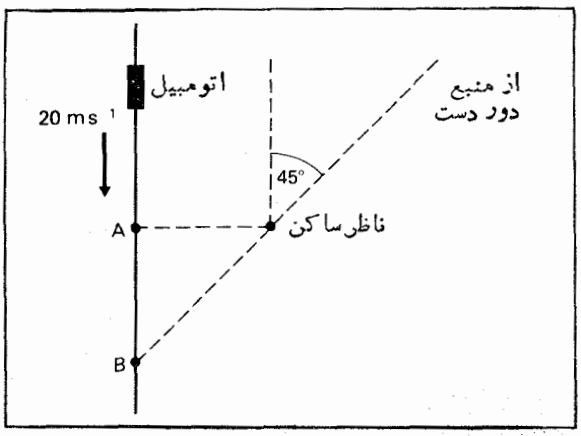
[(الف) ۳/۵۲ km/s (ب) ۷/۷ pm]

۱۸-۱۵* به‌شکل توجه‌کنید. فرستنده‌ای رادیویی که در فاصله‌ای دورقرار گرفته‌است، امواجی با بسامد ۱۲/۳MHz گسیل می‌کند.

(الف) جابه‌جایی بسامد مشاهده شدهٔ این امواج پس‌از اینکه به‌وسیلهٔ اتومبیل در (*i*) A (*ii*) B، پراکنده می‌شوند، چقدر است؟

(ب) وقتی ناظر، بسامد زنش صفر را میان علامتهایی که مستقیماً به اومی‌رسد؛ و علامتهایی که از اتومبیل دریافت می‌کند اندازه بگیرد، اتومبیل در کجا قراردارد؟
مقدار عددی داده شدهٔ c را درمحاسبه به‌کاربرید.

[(الف) (*i*) ۰/۵۸ Hz]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۵-۱۸

امواج شوکی

۱۹-۱۵ گلوله‌ای با سرعت ۱/۰۲k m/s در هوا حرکت می‌کند و درهمین شرایط سرعت حرکت صوت در هوا ۳۴۰ m/s است. مخروط ماخی را که ایجاد می‌شود رسم ونیم زاویهٔ مخروط را حساب کنید.

[۱۹°]

۲۰-۱۵ درآب‌کم ژرفایی به‌عمق d، امواجی با طول موجهای مختلف وباسرعت $\sqrt{gd}$ حرکت می‌کنند. اگر زاویهٔ نیم‌قائم دماغهٔ یك قایق‌درآبی به‌عمق۲m، $\pi/2$rad باشد، سرعت قایق چقدر است؟ g را ۱۰ m/s² بگیرید. (میان سرعتهای فاز وسرعتهای گروه تفاوت قائل نشوید.)

[۹ m/s]

۲۱-۱۵ تابش چرنکوف. ذره‌ای باردار درمحیطی که سرعت‌حرکت نوردرآن ۰/۲۲Gm/s است، حرکت‌می‌کند، وتابشی گسیل می‌کند که زاویهٔ نیم قائم مخروط ماخ ناشی ازآن ۵۲° است. سرعت ذره را پیداکنید.

[۰/۲۸Gm/s]

MATH75.IR

۴ ساختار و خواص مکانیکی ماده

۱۶. ساختارماده
۱۷. کشسانی
۱۸. کشش سطحی
۱۹. چسبندگی (وشکسانی)
۲۰. گرانش (جاذبه)

MATH75.IR

کشسانی

قانون هوک: $\frac{\text{تنش}}{\text{واتنش}} = \text{ثابت}$

E مدول یانگ: $E = \frac{F/A}{\Delta l/l_0}$

K مدول تراکم: $K = \frac{-\Delta p}{\Delta V/V_0}$

G مدول چینش: $G = \frac{F/A}{\gamma}$

چگالی انرژی: $\frac{W}{V} = \frac{1}{2} \text{تنش} \times \text{واتنش}$

نسبت پواسون: $\mu = \left(-\frac{\Delta r}{r_0}\right)\left(\frac{\Delta l}{l_0}\right)$

$K_{iso} = p$

$K_{ad} = \gamma p$

c ثابت پیچش: $c = \frac{T}{\theta}$

$c = \pi G \frac{a^4}{2l}$

کشش سطحی

γ کشش سطحی: $\gamma = \frac{F}{l}$

σ انرژی سطحی: $\sigma = \frac{W}{A}$

$\sigma_{iso} = \gamma$

$\Delta p = \gamma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

$\Delta p = 2\frac{\gamma}{R}$

$hpg = 2\gamma \cos\frac{\theta}{r}$

چسبندگی (وشکسانی)

τ تنش مماسی: $\tau = \frac{F}{A}$

گرادیان سرعت: $\frac{dv}{dy}$

η چسبندگی: $\eta = \frac{F/A}{dv/dy}$

Re عدد رینولد: $Re = \frac{2vr\rho}{\eta}$

فرمول پوازی: $\frac{V}{t} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta l}$

قانون استوک: $\mathbf{F} = -6\pi\eta r\mathbf{v}$

گرانش (جاذبه)

قانون نیوتون: $F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$

G ثابت گرانش (جاذبه): $G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$

$\mathbf{g}$ شدت میدان: $\mathbf{g} = \frac{\mathbf{F}}{m_0}$

ψ_g شار میدان: $\Delta\psi_g = g\cos\theta\,\Delta A$

قانون گاوس: $\psi_g = -2\pi G\sum m$

U پتانسیل گرانشی (جاذبه‌ای): $U = W/m_0$

$g = -dU/dx$

$U = -GM/r$

$E_p = -GMm/r$

قانون تناوبهای کپلر: $T^2 \propto r^3$

MATH75.IR

۱۶ ساختار ماده

پرسشهایی برای بحث

۱۶-۱ برای ساده‌کردن بسیاری موضوعها، بخش عمدهٔ حجمی را که یك اتم اشغال می‌کند، فضای خالی درنظر می‌گیریم. جامدها از اتم ساخته شده‌اند و با این همه اغلب به‌صورت اجسامی نفوذناپذیر رفتار می‌کنند. در مورد این تضاد ظاهری بحث کنید.

۱۶-۲ برآورد جرم یك مولکول هوا. فرضهای زیر را درنظر بگیرید: میانگین سرعت یك مولکول گاز باید بیشتر ازسرعت صوت باشد (مثلاً $0/5\ km/s$)، جرم یك ذرهٔ دود $10^{-14}\ kg$ است، و وقتی انرژی جنبشی آن برابر انرژی جنبشی یك مولکول هواست، میانگین‌سرعت حرکت براونی آن درحدود $1\ mm/s$ است.

(الف) مقدار تقریبی جرم یك‌مولکول هوا را حساب کنید.

(ب) این‌مقدار درمقایسه با $30m_u (\sim 5 \times 10^{-26}\ kg)$ چگونه است؟

(پ) آیا می‌توانید برای برآورد میانگین سرعت یك مولکول گاز روش ماکروسکوپی دقیقتری پیشنهاد کنید؟

۱۶-۳ کدام نمایش‌ظاهری ساده نشان می‌دهدکه اتمها در فاصله‌های کوتاه یکدیگر را دفع می‌کنند؟

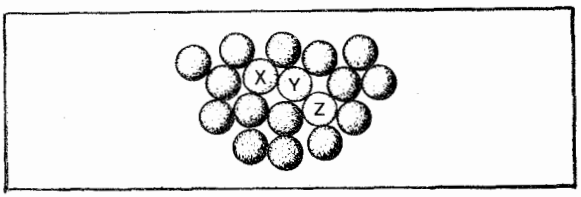
۱۶-۴ بسیاری ازاشیاء پلاستیکی را می‌توان‌تا چند برابر اندازهٔ اصلی آنها کشید بدون آنکه ازهم بگسلند. ساختار مولکولی ممکنی برای مواد پلاستیك پیشنهاد کنیدکه بتوان از روی آن این رفتار را توضیح داد.

۱۶-۵ نمودارهایی رسم کنید که تغییرات انرژی پتانسیل برهم‌کنشهای ذرات زیر را همچون‌تابعی ازفاصلهٔ مرکزهای آنان از یکدیگر نشان دهد:

(الف) دو یون با بارهای ناهمنام،

(ب) دو یون با بارهای همنام، و

(پ) دو اتم خنثی.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۶-۶

۱۶-۶ نمودارگروهی اتم را در یك مایع نشان می‌دهد. (الف) X و Y در وضعیت ترازمندی و تقریباً با یکدیگر مماسند (نزدیکترین همسایه‌ها)، و انرژی‌پتانسیل برهم‌کنش آنها $\varepsilon-$ است. (ب) X و Z نزدیکترین همسایه‌های بعدی هستند و انرژی پتانسیل برهم‌کنش آنها $\varepsilon/30-$ است. ازاین‌اطلاعات چه چیزی را می‌توانید استنتاج کنید؟

۱۶-۷ آیا می‌توان گفت مولکولهای جامدها و مایعات با یکدیگر برخورد می‌کنند؟ اگرچنین‌است، چند وقت یکبار؟

۱۶-۸ ساختار مولکولی یك مایع از چه لحاظ به ساختار مولکولی (الف) یك جامد، یا (ب) یك‌گاز، شبیه است؟

۱۶-۹ چرا دو یون با بارهای مخالف در یك ساختار بلورین ازهم جدا می‌مانند؟

۱۶-۱۰ چرا درساختارهای مولکولی و بلوری، فاصلهٔ اتمها تقریباً یکنواخت است؟

۱۶-۱۱ موادی را مثال بزنیدکه در آنها پیوندها به طور عمده (الف) یونی، (ب) کووالانسی، (پ) فلزی، باشند. خواص این مواد تا چه‌اندازه به‌ماهیت این پیوندها وابسته است؟

۱۶-۱۲ عدد هم‌آرایی. عدد هم‌آرایی، n، تعداد نزدیکترین همسایگانی است‌که با یك اتم یا مولکول معین تماس مؤثر برقرار می‌کنند. بیشینهٔ مقدار n برای یك جامد تنگ‌هم چقدر است؟ تفاوت عدد هم‌آرایی میان جامد و

MATH75.IR

مایع کاملاً جزئی است، درحالی‌که این تفاوت میان مایع وگاز زیاد است. با درنظرگرفتن گرمای نهان ویژهٔ تبدیل، ازآنچه گفته شد چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

۱۳-۱۶ پیرامون این نکته بحث کنید که چرا درمواد واقعی واتنیدگی شکست کمتر از آن است که ازجانب نظریهٔ بلورهای ایده‌آل پیشگویی می‌شود.

۱۴-۱۶ توضیح دهید که چرا گرمای نهان ویژهٔ ذوب یك جامد معمولاً بسیار کمتر از گرمای نهان ویژهٔ تبخیر یك مایع است.

۱۵-۱۶ درمورد اندازه‌گیریهایی که، در روشهای زیر به‌منظور به‌دست آوردن مقداری تقریبی برای قطر مولکولی، باید انجام داد، بحث کنید:

(الف) چکاندن اسید اولئیك درآب،

(ب) شکافت میکا، و

(پ) ضخامت پوستهٔ حباب کف صابون.

۱۶-۱۶ م.ب چند هستهٔ آهن در بدن انسانی به‌جرم ۸۰kg وجود دارد؟

۱۷-۱۶ م.ب در مورد بزرگیهای نسبی انواع عمدهٔ نیروهای بین مولکولی بحث کنید.

۱۸-۱۶ م.ب ذرات کره‌ای شکل پلی‌وینیل کلورید را می‌توان برای نشان دادن حرکت براونی به‌کار برد. می‌توان نشان داد که انرژی جنبشی انتقالی چنین ذره‌ای از رابطهٔ $\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}kT$ به‌دست می‌آید، که m جرم ذره، $\overline{v^2}$ میانگین مربع سرعت، k ثابت بولتزمن و T دماست.

ریشهٔ میانگین مربعی سرعت یك ذرهٔ پلی‌وینیل کلورید را که درآزمایش حرکت براونی به‌کار می‌رود، برآورد کنید.

مسئله‌های کمّی

۱۹-۱۶† $0/06\,mm^3$ اسید استئاریك لایهٔ دایره شکلی به‌شعاع $0/1\,m$ برروی آب تشکیل می‌دهد. چه نتایج معتبری می‌توان ازاین پدیده به‌دست آورد؟

۲۰-۱۶† برای تفکیك کردن ۱/۰ مول ئیدروژن مولکولی باید 0/45 MJ انرژی فراهم آورد. انرژی تفکیك را برحسب aJ درمولکول بیان کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

[0/75 aJ درمولکول]

۲۱-۱۶† وقتی 1/0 mg پولونیوم کاملاً فرو پاشد، $3/0\times10^{18}$ ذره گسیل می‌شوند. اگر از هر اتم یك ذره گسیل شود، جرم اتم پولونیوم چقدر است؟ اگر چگالی اتم پولونیوم $1/0\times10^4\,kg/m^3$ باشد، حجمی را که این اتم اشغال می‌کند چقدر است؟

۲۲-۱۶† جرم اتمی نسبی مس 63/5 و چگالی آن $8/9\times10^3\,kg/m^3$ است. فاصلهٔ یونی را درمس جامد حساب کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

[0/23 nm]

۲۳-۱۶† در معادلهٔ وان درواالس، ثابت b را می‌توان به صورت $b=\frac{2}{3}\pi N_A r_0^3$ نوشت، که در آن r_0 قطر یك مولکول است. r_0 را برای هلیوم که در آن $b=2/3\times10^{-5}\,m^3/mol$ است حساب کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

[0/26 nm]

۲۴-۱۶ در یك شبکهٔ فلزی خاص فاصلهٔ هسته‌های یونهای مجاور از یکدیگر به‌طور متوسط 0/18 nm است. ثابت نیروی برهم‌کنش این یونها (بخش منفی شیب منحنی نیرو برحسب فاصله) 28 N/m است. مدول پانگ ماده را برآورد کنید. (راهنمایی: ر.ك. پرسش **۱۷-۳۹**.)

[0/16 TN/m^2]

۲۵-۱۶ برآورد ε از روی کشش سطحی. کشش سطحی یا انرژی سطحی در واحد مساحت، رابطهٔ نزدیکی دارد،

MATH75.IR

و در دمای پایین با هم برابرند. یك ستون مایع را در نظر بگیرید که درسطح مقطعی به مساحت A دارای N مولکول باشد. فرض کنید که انرژی لازم برای تقسیم کردن ستون درصفحه‌ای عمود برمحور تأمین شده باشد.

(الف) اگر n تعدادنزدیکترین همسایه‌ها درهر مولکول درسطح جدید، براثر شکسته شدن نصف شود، تعریفی برای تعداد پیوندهای نزدیکترین همسایه‌ها که باید شکسته شوند، بنویسید.

(ب) اگر انرژی پتانسیل برهم‌کنش مولکولی ε باشد، انرژی لازم را برای عمل یاد شده بنویسید.

(پ) با به‌یاد داشتن این نکته که دوسطح ایجاد می‌شود، نشان دهید که کشش سطحی از رابطهٔ $\gamma = \frac{1}{4} n\varepsilon N/A$ به‌دست می‌آید.

(ت) در صورتی که

$$\gamma = ۲۶\ \mathrm{mN/m} \quad \text{و} \quad \frac{N}{A} = ۳/۵ \times ۱۰^{۱۸}\ \frac{۱}{\mathrm{m}^۲}$$

و n برای یك مایع ۱۰ باشد، ε را برای تتراکلرورکربون برآوردکنید.

[۳×۱۰^{-۲۱} J درمولکول]

۱۶-۲۶ برآورد ε از روی گرماهای نهان ویژه. به‌عنوان تقریبی مفید می‌توانیم انرژی بستگی یك ماده را از همان مرتبهٔ بزرگی گرمای نهان تبخیر آن بدانیم. مجمعی متشکل از N مولکول را که عدد هم‌آوایی آن n باشد درنظر بگیرید.

(الف) اگر انرژی پتانسیل برهم‌کنش مولکولی ε باشد، نشان دهید که انرژی بستگی از رابطهٔ $E_b = \frac{1}{2} nN\varepsilon$ به‌دست می‌آید. (توجه داشته باشید که هرپیوند یك زوج مولکول را به‌هم اتصال می‌دهد، بنابراین آن را باید تنها یك‌بار به‌شمار آورد.)

(ب) درصورتی که بدانیم گرمای نهان ویژهٔ تبخیر تتراکلرورکربون ۰/۲۱۰MJ/kg، جرم مولی آن ۰/۱۵۳ kg/mol و n برای آن تقریباً ۱۰ است، مقدار ε را برای آن برآوردکنید.

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

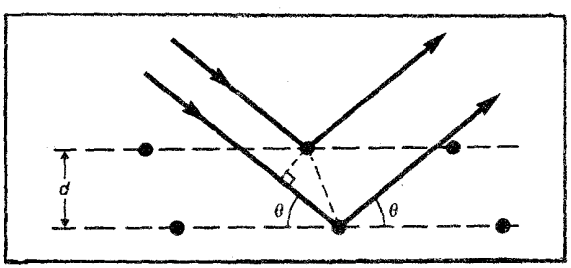
[$۱/۱ \times ۱۰^{-۲۰}$ J درمولکول]

۱۶-۲۷ گرمای نهان ویژهٔ تصعید، که دقیقاً باگرمای لازم برای جداکردن هریك ازمولکولهای ۱ kg مادهٔ جامد از تمامی همسایه‌هایش ارتباط دارد، معیار مفیدی را از شدت نیروهای بین مولکولی دراختیار ما قرار می‌دهد.

انرژی بستگی میان یك مولکول آب ویك‌همسایهٔ آن‌در فاز جامد $۴/۰ \times ۱۰^{-۲۰}$ J، و جرم مولی آب ۱۸×۱۰^{-۳} kg/mol است. با این فرض که تعداد نزدیکترین همسایگان هر مولکول یخ ۴ تاست، گرمای نهان ویژهٔ تصعید یخ را حساب کنید. چه فرض دیگری را باید درنظر بگیرید؟

مقدار عددی N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

[۲/۷MJ/kg]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۶-۲۸

***۱۶-۲۸ برآورد قطر اتمی از روی پراش پرتو X.** به‌نمودار توجه کنید که پراش یك باریکهٔ پرتو X را از روی یك مجموعه صفحات اتمهای موازی نشان می‌دهد. معادلهٔ براگ که جهت پرتو پراشیده را به‌دست می‌دهد به‌شکل $۲d \sin\theta = m\lambda$ است، که درآن λ طول موج پرتو X است. (ر.ك. بخش ۳۹.) برای یك بازتاب خاص از یك بلور آرگون: $m = ۱$، $\theta_۱ = ۱۶/۵۲^\circ$، و $\lambda = ۰/۱۵۴$ nm. d فاصلهٔ صفحات اتمها ازیکدیگر را حساب کنید. درصورتی که بدانیم d بارابطهٔ $a = ۲d/\sqrt{۲}$ با a «قطر» اتم آرگون ارتباط پیدا می‌کند، a را ارزیابی کنید.

[$a = ۰/۳۸$ nm, $d = ۰/۲۷$ nm]

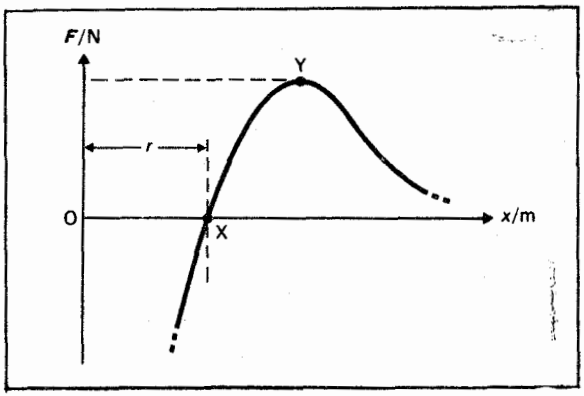
MATH75.IR

۲۹-۱۶ اندازه‌گیری N_A. یونهای بلور NaCl با فاصله‌های ۰/۲۸۱ nm از یکدیگر قرار گرفته‌اند، چگالی بلور $2/18 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ است. حساب کنید:

(الف) تعداد کل یونها را در ۵۸/۴ g (یک مول) NaCl و از آنجا،

(ب) N_A، ثابت آووگادرو را.

[(الف) $1/20 \times 10^{24}$]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۶-۳۵

۳۰-۱۶ به‌نمودار توجه کنید. این نمودار یک منحنی جابه‌جایی- نیرو را برای محاسبهٔ قدرت شکنندگی نظری یک بلور، نشان می‌دهد. درنقطهٔ Y این نیرو به‌اندازه‌ای که تکه‌های بلور را از هم جداکند، بزرگ است. اگر x فاصلهٔ ذره‌ای باشد، E_p انرژی پتانسیل یک یون دریک بلور یونی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E_p = -\text{مقدار ثابت}\left[\frac{1}{x} - \frac{r_0^8}{9x^9}\right]$$

مقدار x راکه بلور در آن فاصله ازهم می‌پاشد، برحسب r_0، پیداکنید. وقتی‌که این اتفاق می‌افتد درصد افزایش حجم چقدر است؟

[$1/23 r_0$، ۸۵٪]

۳۱-۱۶ E_p انرژی برهم‌کنش یک زوج مولکول از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E_p = -\frac{A}{x^6} + \frac{B}{x^{12}}$$

که در آن A و B ثابت، و x فاصلهٔ آنها ازیکدیگر است. حساب کنید:

(الف) r_0 فاصلهٔ آنها را درحال ترازمندی، و

(ب) مقدار E_p را دراین فاصله.

نمودار E_p را برحسب x رسم کنید و با استفاده از این نمودار توضیح دهیدکه چرا یک جامد براثر گرما منبسط می‌شود.

$$\left[\text{(الف)} \left(\frac{2B}{A}\right)^{\frac{1}{6}} \quad \text{(ب)} -\left(\frac{A^2}{4B}\right)\right]$$

۳۲-۱۶ نیرویی راکه برمولکول کم‌جرم M از جانب مولکول بسیار سنگینتر همسایه وارد می‌آید، از رابطهٔ $F = A/x^m - B/x^n$ به‌دست می‌آوریم، که در آن A، B، m و n ثابت‌اند. درصورتی‌که بدانیم ترازمندی آنگاه حاصل می‌شودکه درفاصلهٔ $x = x_0$، $F = 0$، نشان دهیدکه به‌ازای تغییرمکانهای کوچکی در حدود x_0 مولکول سبکتر حرکت هماهنگ ساده اجرا می‌کند، وعبارتی برای بسامد آن به‌دست دهید.

$$\left[f = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{A}{M}\left(\frac{n-m}{x_0^{m+1}}\right)\right]^{\frac{1}{2}}\right]$$

۳۳-۱۶ نیروی میان دواتم یک‌مولکول ئیدروژن به‌طور تقریبی از رابطهٔ $F = A/x^3 - B/x^{10}$ به‌دست می‌آید.

اگر $x_0 = 74$ pm و انرژی گسستگی در هر مولکول 0/70 a] باشد، بسامد ارتعاشی دو اتم را هنگام گردش به‌دور مرکز جرم مشترکشان حساب کنید. این بسامد باکدام بخش ازطیف الکترومغناطیسی متناظر است؟ (توجه داشته باشیدکه اگر از نتیجهٔ پرسش **۱۶-۳۲** سود برید، چون هردو اتم ارتعاش دارند، مقدار مؤثر M برابر $\frac{1}{2}m_p$ می‌شود. ر.ك. پرسش ۱۰-۳۱، جرم کاهیده.)

[$2/6 \times 10^{14}$ Hz]

MATH75.IR

۱۷ کشسانی

پرسشهایی برای بحث

۱۷-۱ تفاوت میان تنش قراردادی و تنش واقعی چیست؟ درمورد این نکته که یك نمودار تنش-واتنش واقعی با یك نمودار تنش-واتنش قراردادی برای یك نمونهٔ معین مورد آزمایش چه تفاوتی دارد، بحث کنید.

۱۷-۲ نموداری رسم کنید که تغییرات نیروی بین مولکولی را برحسب فاصلهٔ بین مولکولی نشان دهد. قانون هوك در چه ناحیه‌ای ازاین نمودار صادق است؟

۱۷-۳ توضیح دهید که چرا هر جسمی با جرم ثابت که تحت تأثیر نیروی برایندی قرار گیرد که این نیرو پیرو قانون هوك باشد، آن جسم حرکت هماهنگ ساده اجرا خواهد کرد.

۱۷-۴ (الف) با استفاده از نیروهای بین مولکولی توضیح دهید چرا، وقتی سیمی درحالت مشخصی از کشش قرار گیرد، کشیدگی آن با مساحت سطح مقطع سیم نسبت معکوس خواهد داشت.

(ب) به‌همین ترتیب، چرا کشیدگی با طول سیم متناسب است؟

۱۷-۵ ایجاد یك سطح هموار روی تارهای باریك، ساده‌تر از ایجاد چنین سطحی روی کپهٔ شیشه‌است. چرا چنین‌است؟

۱۷-۶ چه خواهید یافت اگر دریك کتاب جداول به دنبال (الف) مدول تراکم یك گاز کامل (ب) مدول چینش آب، بگردید؟

۱۷-۷ می‌خواهیم سوراخی در یك ورقهٔ فلز ایجاد کنیم. نیروی لازم چگونه وابسته است به: (الف) قطر سوراخ، و (ب) ضخامت ورقه.

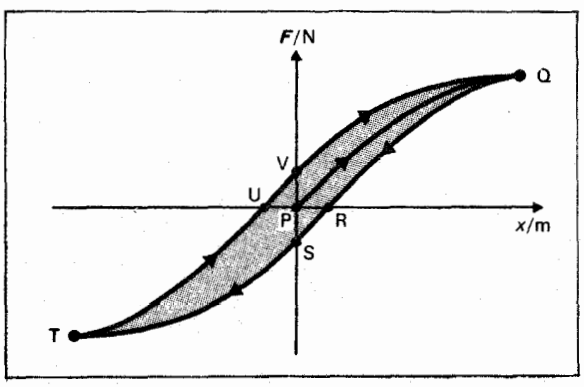
۱۷-۸ به‌نمودار نگاه کنید، که یك حلقهٔ پسماند مکانیکی است و رفتار جامدی را نشان می‌دهدکه فراتر از حدود کشسانی خودکشیده و فشرده شده است. تشریح کنید در سرتاسر فرایند، که از P آغاز شده و پس از گذشتن از T به Q می‌رسد، چه اتفاقی می‌افتد.

(الف) نامی که به PR داده می‌شود چیست؟

(ب) چه نامی به PS داده می‌شود؟

(پ) مساحت حلقه نمایانگر چیست؟

(ت) منحنی پسماند مکانیکی چگونه می‌تواند برای تشریح اتلاف انرژی مالشی ناشی ازغلطیدن اجسام، به‌کار رود؟



شکل مربوط به‌پرسش ۱۷-۸

۱۷-۹ آجر، سنگ، چدن و شیشه جملگی به‌عنوان مواد شکننده رده‌بندی شده‌اند. پس چرا بناهای بسیاری را با این مواد می‌سازند؟

۱۷-۱۰ توضیح دهید چرا تیرهای حمال دارای سطح مقطع H شکل هستند، و چرا تنهٔ دوچرخه از لوله‌های توخالی ساخته می‌شود.

۱۷-۱۱ منشأ عامل ۲ را در ریشهٔ دوم معادله‌ای که در پرسش ۱۷-۴۰ آمده است توضیح دهید.

۱۷-۱۲ توضیح دهید منظور ازشکست خستگی چیست. درمورد وضعیتهایی بحث کنید که احتمال روی دادن این

MATH75.IR

نوع شکست وجود دارد.

۱۳-۱۷ نسبت پواسون، μ، درفولاد، ۰/۲۹ و در لاستیک ۰/۴۸ است. (درمورد بارهای خیلی زیاد مقدار مربوط به‌لاستیک افت‌پیدامی‌کند.) ازاین‌ارقام چه‌استنتاجی‌می‌توان به‌عمل آورد؟ درمورد مادهٔ جدید فرضیی‌که‌مقدار μ در آن بیشتر از ۰/۵۰ است چه می‌توان گفت؟

۱۴-۱۷ توضیح دهیدکه منظور از دو مدول تراکم اصلی گازی‌که می‌توان آن را تقریباً کامل دانست چیست، و چرا جز درمورد تغییرات بسیار جزئی، قانون هوك درآن صادق نیست؟

۱۵-۱۷ مدول‌کپه‌ای‌گازی‌که می‌توان آن را تقریباً کامل در نظرگرفت تحت شرایط بی‌در رو بزرگتر است از هنگامی‌که تحت شرایط تکدما باشد. درصورتی‌که همهٔ عوامل دیگر برابر باشند، درچه شرایطی یك تغییر فشار ثابت باعث تغییر حجمی بیشتری خواهد شد؟

۱۶-۱۷ ماهیت واپیچش پیچهٔ یك فنر مارپیچ، وقتی‌که فنرکشیده یا فشرده شود چیست؟ ویژگیهای فنر با کدامیك از مدولهای کشسانی تعیین می‌شود؟

۱۷-۱۷ k ثابت‌نیروی‌یك فنر مارپیچ باپیچه‌ای‌متراکم از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$k=\frac{Gr^{۴}}{۴nR^{۳}}$$

که r شعاع‌سیم، n تعداد دورها، و R شعاع این دورهاست. k با چه عاملی تغییر خواهدکرد اگر (به‌طور جداگانه):

(الف) طول فنر دوبرابر شود،

(ب) شعاع سیم دوبرابر شود،

(پ) شعاع دورها نصف شود، و

(ت) به‌جای فنر مارپیچ فولادی ($G=۸۱\ \mathrm{GN/m^{۲}}$) مارپیچی شیشه‌ای ($G=۲۵\ \mathrm{GN/m^{۲}}$) قرار دهیم؟

۱۸-۱۷ چگالی انرژی. این کمیت انرژی ذخیره شده در واحد حجم یك ماده است وقتی به‌طورکشسانی کشیده شود.

(الف) اگر چگالی انرژی بیشینه در نزد فولاد $۲/۰\ \mathrm{MJ/m^{۳}}$ باشد، انرژی اضافی همراه با هرپیوند اتمی حاصل ازتغییرشکل را برآوردکنید. این مقدار در مقایسه با انرژی پیوند معمولی چه میزانی است؟

(ب) نشان دهید می‌توان چگالی‌انرژی را چنین بیان‌کرد:

$$\frac{۱}{۲}\times(\text{مدول‌کشسانی})\times(\text{واتنش})^{۲}$$

***۱۹-۱۷ مدول‌تراکم وانرژی‌پتانسیل برهم‌کنش‌مولکولی.** با استفاده ازتعریف مدول تراکم یك ماده، K، و این‌که یك جسم فشرده شده دارای انرژی پتانسیل است (یعنی وقتی فشار از روی آن برداشته شود، کار انجام می‌دهد) نشان دهیدکه می‌توان مدول تراکم را چنین نوشت:

$$K=V_{۰}\left(\frac{\mathrm{d}^{۲}E_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}V^{۲}}\right)$$

$V_{۰}$ حجم اصلی قبل از واتنش، و E_{p} انرژی پتانسیل کل نمونهٔ ماده است.

درنظرگرفتن منحنی‌انرژی‌پتانسیل بین‌مولکولی‌برحسب فاصله، به‌ماکمك می‌کند تا نشان دهیم K با انرژی بستگی مولی، و درنتیجه انرژی پتانسیل برهم‌کنش مولکولی‌نسبت مستقیم دارد. درمورد اهمیت این نتیجه بحث‌کنید. (توجه داشته باشیدکه این روابط فقط در دماهای پایین برقرار است.)

مسئله‌های کتبی

مدول یانگ

†۲۰-۱۷ تنش یك موی انسان به‌قطر $۵۰\ \mu\mathrm{m}$ که وزن ۰/۲۰ نیوتونی را نگه می‌دارد حساب‌کنید. این تنش در مقایسه با تنش شکست دریك سیم فولادی چگونه است؟

$[۰/۱۰\ \mathrm{GN/m^{۲}}]$

†۲۱-۱۷ با فرض آنکه مدول یانگ برای یك سیم $۰/۱۲\ \mathrm{TN/m^{۲}}$ باشد، تنشی راکه برای افزایش طول سیم به‌اندازهٔ ۰/۱٪ ضروری است محاسبه‌کنید.

اگر مساحت سطح مقطع سیم $۲/۰\ \mathrm{mm^{۲}}$ باشد، کشش

MATH75.IR

لازم را برای فراهم‌آوردن چنین انبساطی حساب کنید.

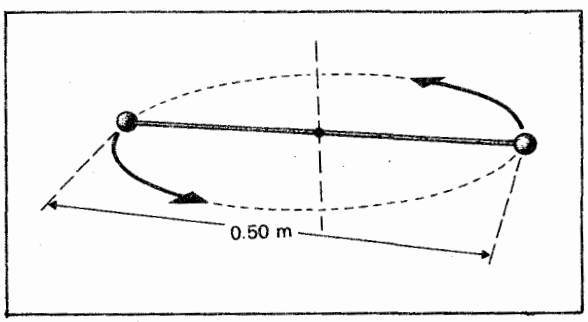
[۰/۲۴ kN ، ۰/۱۲ GN/m^۲]

†۲۲-۱۷ وقتی میله‌ای به‌طول اصلی ۱/۲ m و مساحت سطح مقطع $۱/۵ \times ۱۰^{-۴}$ m^۲، تحت کشش انبساطی ۶/۰ N قرار گیرد، به‌اندازهٔ ۳/۰ mm کش می‌آید. چگالی انرژی میلهٔ کشیده شده (انرژی پتانسیل کشسان در واحد حجم) را حساب کنید.

[۵۰ J/m^۳]

†۲۳-۱۷ کشش لازم را برای ایجاد افزایش طولی در یک سیم فولادی قائم با مساحت سطح مقطع ۰/۴۰ mm^۲، که از افزایش دمایی برابر ۲۰ K ناشی می‌شود، محاسبه کنید. برای فولاد: $\alpha = ۱/۲ \times ۱۰^{-۵}$/K، $E = ۰/۲۰$ TN/m^۲.

[۱۹/۲ N]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۷-۲۴

۲۴-۱۷ به‌نمودار نگاه کنید، که میله‌ای را با یک کرهٔ کوچک درهر سر آن نشان می‌دهد. این میله به دور محور قائمی که از مرکزش می‌گذرد، دوران می‌کند. سرعت زاویه‌ای ثابتی راکه میله باید با آن بچرخد تا به اندازهٔ ۱/۰mm کشیده شود، محاسبه کنید. جرم هرکره ۴/۰kg، و مساحت سطح مقطع میله با جرمی چشمپوشیدنی ۳/۰ mm^۲، ومدول یانگ در نزد آن ۰/۲۰ TN/m^۲ است. از خم‌شدن میله چشمپوشی کنید.

[۳۵ rad/s]

۲۵-۱۷ یک سیم فولادی سبک به‌طول ۱/۵ m و مساحت سطح مقطع ۲/۵ mm^۲ بین دو نقطه به فاصلهٔ ۱/۵ m به‌طور افقی نگه داشته شده است. باری که به نقطهٔ میانی آن متصل می‌شود تغییرمکان قائمی به‌اندازهٔ ۶/۰ mm در آن ایجاد می‌کند. با مراجعه به‌مثال **۱-۱** (ص ۷) حساب کنید:

(الف) کشیدگی سیم،

(ب) کشش درسیم، و

(پ) اندازهٔ بار را (برحسب نیوتون).

مدول یانگ برای فولاد ۰/۲۰ TN/m^۲ است.

[(الف) ۴۸ μm (ب) ۱۶ N (پ) ۲/۶ N]

***۲۶-۱۷** واتنش یک حلقهٔ لاستیکی که به‌دورچرخی به‌شعاع ۰/۴۰ m کشیده شده است، در هنگام سکون چرخ، $۳/۰ \times ۱۰^{-۳}$ است. فشار قائم روی لبهٔ حلقه درست هنگامی صفرمی‌شود که چرخ با سرعت زاویه‌ای ω بچرخد. اگر مدول یانگ درنزد لاستیک ۰/۵۰ GN/m^۲ وچگالی آن $۹/۴ \times ۱۰^۲$ kg/m^۳ باشد، مقدار ω را محاسبه کنید.

[۰/۱۰ krad/s]

***۲۷-۱۷** طول سیم کشیده‌نشده‌ای $l_۰$ ومساحت سطح مقطع آن A، وازماده‌ای به‌چگالی ρ ساخته‌شده ومدول یانگ برای آن E است. سیم ازیک سر به‌طور آزاد آویخته شده‌است.

(الف) میانگین واتنش، و

(ب) انرژی پتانسیل کشسان ذخیره شده در سیم وقتی به‌وسیلهٔ وزن خودش کشیده شود، را محاسبه کنید.

$$\left[\text{(الف)}\ \frac{\rho g l_۰}{۲E} \quad \text{(ب)}\ \frac{\rho^۲ g^۲ A l_۰^۳}{۶E}\right]$$

مدول تراکم

۲۸-۱۷ مدول تراکم تکه‌ای هرگاز کامل، تحت فشار متعارف، ۰/۱۰ MPa است. اگر فشار به اندازهٔ ۲/۰ kpa کاهش یابد، در ۱/۰ مترمکعب هوا چه تغییر حجمی ایجاد می‌شود؟ آیا پاسخ شما دقیق است یا تقریبی؟

[$+۲/۰ \times ۱۰^{-۲}$ m^۳]

MATH75.IR

۲۹-۱۷ تراکم‌پذیری آب دریا (وارونهٔ مدول تراکم آن) $۴/۳\times۱۰^{-۱۰}\,m^۲/N$ است.

(الف) چه افزایش فشاری باعث می‌شود که چگالی آن به‌اندازهٔ ۰/۱۰٪ تغییر کند؟

(ب) در چه عمقی (به‌طور تقریبی) ازاقیانوس این تغییر پیش می‌آید؟

[(الف) ۲/۳ MPa]

۳۰-۱۷ یك کرهٔ آلومینیومی به‌مدول تراکم $۷۰\,GN/m^۲$ تحت فشار جوی (۰/۱۰ MPa) دارای حجم $۴/۰\times۱۰^{-۶}\,m^۳$ است. درصورتی که کره درمکانهای زیر قرارگیرد، تغییر حجم آن را محاسبه کنید:

(الف) خلأ، و

(ب) مایعی که فشار آن ۱۰ MPa (تقریباً ۱۰۰ برابر فشار جوی) است.

[(الف) $+۵/۷\times۱۰^{-۱۲}\,m^۳$

(ب) $-۵/۷\times۱۰^{-۱۰}\,m^۳$]

۳۱-۱۷ کره‌ای به شعاع ۲۰ mm به اندازهٔ $۵/۰\times۱۰^{-۱۱}\,m^۳$ + تغییر حجم می‌دهد. تغییرشعاع ناشی از این تغییر حجم چقدر بوده است؟ (راهنمایی: تغییر مساحت را $۴\pi r^۲$ بگیرید که فاصلهٔ δr را می‌پیماید.)

[+۱۰ nm]

مدول چینش

۳۲-۱۷ یك مکعب لاستیکی به ضلع ۸۰ mm از ماده‌ای با مدول چینش $۷۵\,kN/m^۲$ ساخته شده است. این مکعب بر روی سطح افقی تخت ناهمواری قرار می‌گیرد، وبروجه بالایی آن نیرویی موازی با سطوح جانبی‌اش واردمی‌آید، که‌مؤلفهٔ افقی این‌نیرو ۱۲ N است. وجه افقی بالایی نسبت به‌وجه‌افقی ته‌مکعب به‌چه اندازه جابه‌جا می‌شود؟ برای‌این مکعب نموداری مختصاتی رسم کنید.

[۲/۰ mm]

۳۳-۱۷* شعاعهای درونی وبیرونی‌یك لولهٔ فلزی توخالی به‌طول ۲/۰ m به‌ترتیب ۴۰ mm و ۴۳ mm است، و یك سر آن به‌گیره‌ای محکم شده است. گشتاور نیرویی را که برای ایجاد زاویهٔ چینش $\pi/۶$ rad درسر دیگر لوله لازم است، محاسبه‌کنید. مدول چینش‌این فلز $۲۵\,GN/m^۲$ است.

[۸/۸ kN m]

۳۴-۱۷* ثابت آویز یك گالوانومتر، c، (که به شکل $T=c\theta$ تعریف می‌شود) که قرار است به‌طول ۰/۱۰ m ساخته شود، باید ۳/۱ μNm/rad باشد. مدول چینش تنها فلزی که می‌توان به‌آن دسترسی داشت، $۴۰\,GN/m^۲$ است. شعاع سیم استوانه‌ای شکلی که به‌کار می‌بریم چقدر است؟

[۴۷ μm]

۳۵-۱۷* یك سیم با مدول چینش $۴۰\,GN/m^۲$ به‌اندازهٔ $\pi/۲$ rad می‌پیچد. اگر شعاع سیم ۱/۰ mm وطول آن ۰/۸۰ m باشد، کار انجام شده روی این سیم را محاسبه کنید.

[۹۷ mJ]

مسائل کلی

۳۶-۱۷† دوفنر با ثابت نیروی ۵/۰ N/m و ۱۰ N/m، سر به‌سر به‌یکدیگر متصل شده‌اند. ثابت نیروی مؤثر آنها چقدر است؟ (راهنمایی: تحلیل مفصل مسئله‌هایی مشابه ۱۰، مانند خازنهای متوالی و مقاومتهای موازی درنظر بگیرید و عاملی مشترك را جستجوکنید.)

[۳/۳ N/m]

۳۷-۱۷ وقتی جسمی به‌وزن ۱۵ N را به انتهای یك سیم یکنواخت که به‌طور قائم آویخته شده متصل می‌کنند، یك کشیدگی به‌اندازهٔ ۰/۴۰ mm درآن ایجاد خواهد شد:

(الف) انرژی کشسان ذخیره شده درسیم را، و

(ب) تغییر انرژی پتانسیل گرانشی بار را، محاسبه‌کنید. درمورد پاسخهای خود نظر دهید.

[(الف) ۳/۰ mJ (ب) −۶/۰ mJ]

MATH75.IR

۱۷-۳۸ گسیختگی. گسیختگی یا تنش‌شکست یك سیم پیانو به‌چگالی $8/0 \times 10^3\ kg/m^3$، برابر $2/0\ GN/m^2$ است.

(الف) بیشترین کششی که چنین سیمی به مساحت سطح مقطع $0/20\ mm^2$ می‌تواند تحمل کند چقدر است؟

(ب) بیشترین طول این سیم که بتواند به‌طور قائم آویخته شود چقدر است؟ فکر می‌کنید که مناسب است وزن سیم را درطراحی (مثلاً) یك تله‌کابین درنظر گرفت؟

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید.

[(الف) $0/40\ kN$ (ب) $26\ km$]

۱۷-۳۹ محاسبهٔ ثابت نیروی اتمی. مدول یانگ میله‌ای E، طول آن l_0 ومساحت سطح مقطعش A وفاصلهٔ مولکولی حالت ترازمندی آن r_0 است. وقتی کشش F برمیله وارد آید درآن انبساطی ماکروسکوپی به اندازهٔ Δl به وجود می‌آورد.

(الف) محاسبه کنید:

(i) تعداد زنجیره‌های اتمی‌را درهرسطح مقطع،

(ii) تعداد اتمها را درزنجیره‌ای به‌طول l_0،

(iii) کشیدگی میکروسکوپی را در هر اتم (مثلاً δx)،

(iv) نیروی کشش درهراتم (مثلاً $\mathbf{f}$)، را.

(ب) با نوشتن $\mathbf{f} = k\delta\mathbf{x}$، نشان دهید $k = Er_0$.

(پ) با استفاده از $r_0 \sim 0/1\ nm$، و $E \sim 0/1\ TN/m^2$، مقدار k را برای یك فلز نوعی حساب کنید.

[(پ) $10\ N/m$]

۱۷-۴۰ بسامد ارتعاش ذره‌ها در یك جامد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$f = \left(\frac{1}{2\pi}\right)\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

k ثابت برهم‌کنش یك ذره با یك همسایهٔ تك و m جرم یك ذرهٔ معین است. بسامد ارتعاش یونها را درشبکهٔ مس در دمای اتاق محاسبه کنید، درصورتی که ثابت نیروی آنها $23\ N/m$ باشد. M_r برای مس $63/5$ است.

مقدار عددی داده شدهٔ m_P را درمحاسبه به‌کار برید.

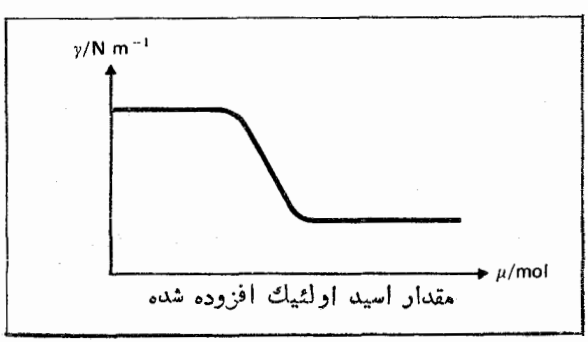
[$3/3\ THz$]

۱۸ کشش سطحی

پرسشهایی برای بحث

۱۸-۱ تجربه نشان می‌دهد که انرژی آزاد سطحی مقداری آب (آب کپه‌ای) با انرژی لایه‌ای از آب به ضخامت $2\ nm$ برابر است. درمورد برهم‌کنش مولکولی که باعث کشش سطحی می‌شود، چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

۱۸-۲ به‌شکل نگاه کنید. این نمودار نشان می‌دهد که کشش سطحی آب چگونه متناسب با مقداراسید اولئیکی که به‌آن افزوده می‌شود، تغییر می‌کند. توضیحی برای شکل آن پیشنهاد کنید.



شکل مربوط به پرسش ۱۸-۲

۱۸-۳ چرا لایه‌های حباب‌کف صابون از لایه‌های حباب

MATH75.IR

کف آب پایدارترند؟
(راهنمایی: به‌نظرمی‌رسد که شرط اصلی برای پایداری‌آن است‌که اگر لایهٔ حباب‌کشیده شود، بایستی‌کشش سطحی آن درناحیهٔ‌کشیده شده افزایش یابد.)

۴-۱۸ وقتی‌که فاصلهٔ دو مولکول اندکی افزایش یابد نیروی جاذبی‌که هریك بر دیگری وارد می‌آورد، افزایش می‌یابد. با این همه، وقتی‌که مساحت سطح یك لایهٔ ضخیم حباب‌کف صابون درشرایط تکدما افزایش یابد، کشش سطحی آن تغییرنمی‌کند. چرا تغییر اخیرصورت‌نمی‌گیرد؟

۵-۱۸ W، انرژی کل آزاد سطحی مساحت A از یك مایع‌که انرژی آزاد سطحی آن σ است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$W=\sigma A$$

درچه شرایطی می‌توانیم بگوییم انرژی اضافی لازم، ΔW، برای پدید آوردن مساحت بیشتر، ΔA، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید؟

$$\Delta W=\sigma\Delta A$$

آیا همین شرایط را در (مثلاً) یك غشاء لاستیکی مشاهده کرده‌اید؟

***۶-۱۸** در دمای T، یك سطح مایع به‌مساحت A وکشش سطحی γ دارای انرژی سطحی کل W است، و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{W}{A}=\gamma-T\left(\frac{d\gamma}{dT}\right)$$

(الف) چگونه است که گاهی W/A بیشتر از γ می‌شود؟
(ب) آیا همیشه همین‌طور است؟

۷-۱۸ چرا آنیلین در محلول نمك قطره‌های کروی تشکیل می‌دهد؟ توضیح وشرح دهیدکه اگر بشری راکه حاوی آنیلین ومحلول نمك است روی یك گرم‌کن قراردهیم، برای آنیلین چه اتفاقی می‌افتد؟

۸-۱۸ وقتی روی یك سطح مومی قطره‌های آب تشکیل شود، برخی از آنها تقریباً کروی و برخی بسیار تختترند. چرا چنین است؟

۹-۱۸ به‌تفصیل شرح دهیدکه وقتی یك حباب‌کف صابون می‌ترکد چه اتفاقی می‌افتد.

۱۰-۱۸ منبع انرژیی‌که موجب بالا رفتن مایع در لولهٔ مویین می‌شود، چیست؟

۱۱-۱۸ انحنای سطح یك مایع چگونه فشاربخارترازمند را دربالای آن سطح‌کنترل می‌کند؟ پاسخ خود را برحسب فشارهای اضافی توضیح دهید.

۱۲-۱۸ فضای‌بین‌دوتیغهٔ قائم موازی‌به‌فاصلهٔ اندك dحاوی مایعی است. زاویهٔ تماس بین مایع و مادهٔ این تیغه‌ها صفر است. عبارتی برای بالا رفتن این مایع به‌دست آورید.
اگر تیغه‌ها قائم بمانند ولی چنان‌کج شوند که یکدیگر را تحت زاویهٔ کوچك α قطع کنند، نشان دهیدکه خط تماس مایع روی تیغه‌ها یك هذلولی متساوی‌الساقین خواهد بود.

۱۳-۱۸ با استفاده ازنمودار مختصاتی، نشان دهیدکه چرا احتمال شناور ماندن سوزن چربی بر روی آب بیشتر ازاحتمال شناوری یك سوزن‌کاملا تمیز برروی‌آب است. درمورد شرایط ترازمندی هریك از سوزنها بحث‌کنید.

۱۴-۱۸ می‌توان یك قایق‌مدل‌کوچك را با قراردادن قطعهٔ کوچکی‌کافور درزیر پاشنهٔ‌آن، چنان‌که با سطح آب تماس داشته باشد، به‌پیش راند. سازوکار آن را توضیح دهید.

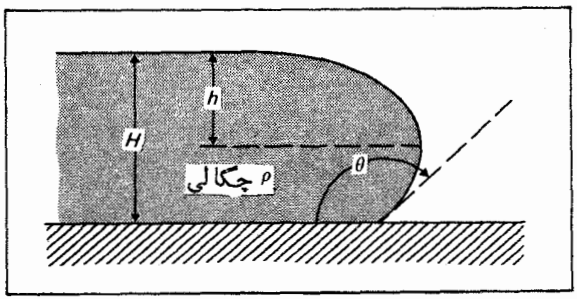
۱۵-۱۸ کشش سطحی به‌چه نحوه‌ای درعملکرد ابر و اتاقکهای حباب سهم عمده‌ای به عهده دارد؟ (راهنمایی: فشارهای اضافی قطرهٔ باردار وقطرهٔ غیر باردار را با هم مقایسه‌کنید.)

۱۶-۱۸ شکل، بخشی ازیك قطرهٔ بزرگ مایع را نشان می‌دهد ــ قطره‌هایی که دارای چنین شکلی باشند **قطره‌های چسبیده** خوانده می‌شوند. گاهی می‌توان کشش سطحی یك مایع را با روش قطرهٔ چسبیده اندازه‌گیری‌کرد. می‌توان نشان دادکه

$$\gamma=\frac{1}{2}\rho g h^2 \quad \text{و} \quad (1-\cos\theta)=\rho g\frac{H^2}{2\gamma}$$

MATH75.IR

نشان دهید که چگونه می‌توان γ را با این روش اندازه گرفت. ملاحظاتی را که باید در نظر گرفت و خطاهایی را که می‌توان انتظار داشت، بیان کنید.



شکل مربوط به پرسش ۱۸-۱۶

۱۸-۱۷ یك جسم کروی با چگالی زیاد را به‌تدریج در مایعی فرو می‌بریم. زاویهٔ تماس آن با جنس جسم صفر است. با استفاده از نمودارهای طرح‌واره‌ای توضیح و شرح دهید که نیروهای کشش سطحی وارد بر این کره، چگونه با پایین رفتن آن تغییر می‌کنند.

۱۸-۱۸ در کدام یك از موقعیتهای زیر داشتن زاویهٔ تماس بزرگ و در کدام یك داشتن زاویهٔ تماس کوچك بهتر است؟

(الف) آب روی پارچهٔ چادر.

(ب) لحیم روی فلز.

(پ) رنگ مایع روی سطوحی که قرار است رنگ شوند.

(ت) آب روی رختهای کثیفی که در حال شسته شدن هستند.

(ث) باران روی اتاق اتومبیل.

***۱۸-۱۹** وقتی که مایعی به چگالی ρ و کشش سطحی γ در لوله‌ای مویین تا ارتفاع h بالا رود، می‌توان انرژی پتانسیل مایع را به شکل $E_p = \pi r^2 h^2 \rho g - 2\pi r h \gamma$ نوشت؛ که r شعاع لوله است. با در نظر گرفتن E_p در شرایط کمینه، عبارتی برای h به‌دست دهید.

۱۸-۲۰ م.ب گونهٔ ویژه‌ای از سوسکهای آبی می‌توانند برروی آب راه بروند. برای توضیح عمل آنها، نموداری با نشانگذاری کامل رسم کنید که نیروهای وارد بر سوسکهای آبی را نشان دهد. از بیشینهٔ وزنی که باید حشره‌ای داشته باشد تا خود را در چنین حالتی نگه دارد برآوردی به‌عمل آورید.

مسئله‌های کمّی

فشار

†۱۸-۲۱ یك قطرهٔ نیمدایره شکل حباب کف صابون در سرلوله‌ای که شعاع داخلی آن ۱۲ mm است، تشکیل می‌شود. اگر فشار اضافی در حباب ۲۰ Pa باشد، کشش سطحی محلول صابون را محاسبه کنید.

[۳۰ mN/m]

۱۸-۲۲ دو حباب کروی کف صابون از جنسی همسان‌دارای شعاعهای ۴۰ mm و ۶۰ mm هستند. آنها چنان درهم ادغام می‌شوند که از سطح مشترکی سهم داشته باشند.

(الف) نموداری رسم کنید که این آرایش را نشان دهد.

(ب) اختلاف فشار دو سر این سطح مشترك، برحسب γ، چقدر است؟

(پ) شعاع انحنای سطح مشترك چقدر است؟

[۰/۱۲ m]

۱۸-۲۳ یك حباب کف صابون از ۸/۰ mg محلول صابون ساخته می‌شود و از ئیدروژن به چگالی ۰/۰۹۰ kg/m³ پرمی‌شود. این حباب درهوایی به چگالی ۱/۲۹ kg/m³ شناور است. فشار اضافی دورن حباب چقدر است؟ کشش سطحی محلول صابون ۲۵ mN/m است.

[۸/۶ Pa]

۱۸-۲۴ در روش بیگر برای اندازه‌گیری γ در یك مایع، انتهای لوله‌ای مویین به‌شعاع ۰/۲۰ mm، به اندازهٔ ۲۵ mm زیرسطح مایعی، که محاسبهٔ کشش سطحی آن مطلوب مسئله است، به چگالی $8/0 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$، قراردارد. فشار اضافی یك حباب نیمکره‌ای که در سرلوله تشکیل می‌شود، روی یك فشار سنج آبی، ۴۰ mm اندازه‌گیری می‌شود. γ را برای این مایع حساب کنید.

MATH75.IR

مقادیرعددی داده شدهٔ g_0 و ρ_{H_2O} را درمحاسبه به‌کار برید.
[۲۰ mN/m]

۱۸-۲۵ لوله‌های ژامن. اگر در لوله‌ای باریك تعدادی قطره‌های مایع موجود باشد، احتمالاً بیرون راندن این قطره‌ها از راه دمیدن در لوله، به‌خاطر اختلاف فشار زیادی که این عمل در دو سر آن ایجاد می‌کند، ناممکن است. توضیح دهید چرا.

بیشینهٔ اختلاف فشاررا درلوله‌ای به‌شعاع ۱/۰mm که حاوی ۲۰ قطره مایع به‌کشش سطحی ۰/۴۷ N/m است، محاسبه‌کنید. این فشار درمقایسه با فشارجو در چه موقعیتی است؟

[۳۸ k Pa]

۱۸-۲۶ لایهٔ نازکی از آب به‌ضخامت ۸۰ μm میان دو تیغهٔ شیشه‌ای فشرده شده است، و وصله‌ای دایره‌ای به شعاع ۰/۱۲ m تشکیل می‌دهد. کشش سطحی آب را ۷۲mN/m و زاویهٔ تماس را صفر بگیرید و نیروی قائمی راکه برای جداکردن این دو تیغه لازم است، محاسبه‌کنید.

[۸۱ N]

مویینگی

۱۸-۲۷ اگرکشش سطحی آب ۷۲ mN/m باشد، آب درلوله‌ای مویین به‌شعاع داخلی ۰/۳۰mm تا چه‌ارتفاعی بالا خواهد رفت؟ فرض‌کنید زاویهٔ تماس صفرباشد.

تشریح کنیدکه وقتی لوله را آهسته در آب پایین ببریم چنانکه تنها ۱۲ mm ازآن بالاتر ازسطح آب باقی بماند، چه اتفاقی می‌افتد.

مقادیر عددی داده شدهٔ g_0 و ρ_{H_2O} را در محاسبه به کار برید. [۴۹ mm]

۱۸-۲۸ نموداری رسم‌کنید که وضعیت ترازمندی ستونی از جیوه راکه درون لوله‌ای U شکل ریخته می‌شود، نشان دهد. این لوله از دو تکه لولهٔ مویین به‌شعاعهای داخلی ۰/۱۰ mm و ۰/۴۰ mm تشکیل شده است. تفاوت میان دو تراز جیوه را، درصورتی‌که γ در نزد جیوه ۰/۴۷ N/m و زاویهٔ تماس جیوه با جنس لوله ۱۳۵° باشد، پیداکنید.

مقادیر عددی داده شدهٔ g_0 و ρ_{Hg} را در محاسبه به‌کاربرید.
[۳۷ mm]

نیروها و انرژیها

۱۸-۲۹† برای دمیدن حباب کف صابونی به‌شعاع ۱۰ mm ازیك‌محلول‌صابون که‌در آن $\gamma = 25$ mN/m، چه مقدار انرژی مصرف می‌شود؟ چه بر سر این انرژی می‌آید؟ هر فرضی را که باید در پاسختان دخالت داشته باشد، نشان دهید.

۱۸-۳۰ قطره‌ای‌کروی به‌مساحت جانبی ۱۰ mm² و انرژی آزاد سطحی ۱۷ mJ/m²، تحت شرایط تکدما، به‌هشت قطرهٔ یکسان تقسیم می‌شود.

(الف) مساحت جانبی هریك از قطره‌ها، و

(ب) انرژی آزاد سطحی به کار رفته برای تقسیم قطرهٔ اصلی، را محاسبه‌کنید.

[(الف) ۲/۵ mm² (ب) ۰/۱۷ μJ]

۱۸-۳۱ مدل هسته‌ای قطرهٔ مایع. هسته‌ای به شعاع ۶/۰ fm دستخوش شکافت به‌دو هستهٔ یکسان (با حجم برابر) می‌شود. فرض می‌کنیم بتوانیم جنس هسته را به‌عنوان مایعی با انرژی آزاد سطحی $1/0 \times 10^{17}$ J/m² درنظر بگیریم. محاسبه‌کنید:

(الف) سطح جانبی کل هسته‌های جدید را، و

(ب) انرژی آزاد سطحی راکه باید اضافه شود.

(در محاسبهٔ خود انرژی پیوندی نوکلئونها، یا انرژی ناشی از نیروهای کولونی را در نظر نمی‌گیریم.)

[(ب) ۱۲ pJ]

۱۸-۳۲ حلقه‌ای دایره‌ای با میانگین شعاع ۵۰ mm، از بازوی ترازویی چنان آویخته شده است که به‌طور افقی بر روی سطح مایعی به‌کشش سطحی ۳۰ mN/m قرار می‌گیرد. اگر زاویهٔ تماس میان حلقه و مایع ۲۰° باشد، نیروی افزایشی را که برای بیرون‌کشیدن‌کامل حلقه‌ازمایع

MATH75.IR

لازم است محاسبه‌کنید. چرا پاسخ شما الزاماً تقریبی است؟ [۱۸mN]

۱۸-۳۳* کمترین شعاع یك قطره آب پایدار را برای آنکه بتواند آزادانه تبخیر شود، ولی از نظرگرما منزوی باشد، محاسبه‌کنید. گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب، در دمای متعارف، ۲/۵ MJ/kg و انرژی آزاد سطحی آن ۷۳ mJ/m² است. (بنابراین قطره‌ای که به اندازهٔ کافی کوچك باشد، برای آنکه بتواند خود به‌خود تبخیر شود، دارای انرژی‌سطحی لازم است.) درمورد پاسخ‌خود اظهار-نظر کنید.

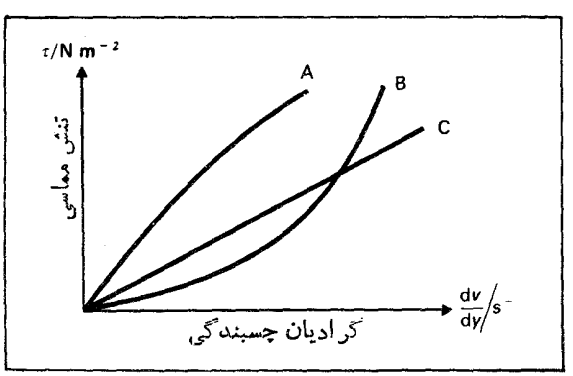
مقدار عددی داده شدهٔ ρ_{H_2O} را در محاسبه به‌کار برید.

[۸۸ pm]

۱۹ چسبندگی (و شکسانی)

پرسشهایی برای بحث

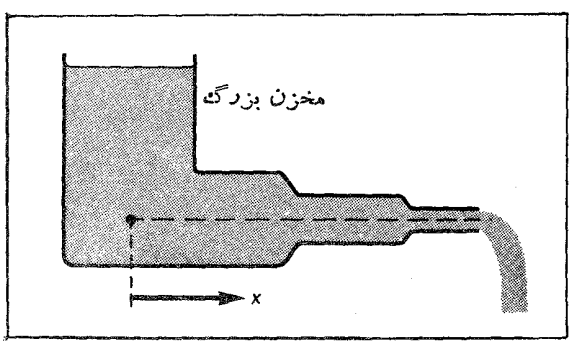
۱۹-۱ به‌شکل نگاه کنید، که تغییرات تنش مماسی را بر حسب گرادیان سرعت، درانواع متفاوت مایع‌نشان می‌دهد. نمودارها را تفسیرکنید و بگوییدکه‌کدام خط بهترین توصیفگررفتار (الف) آب، (ب) شن نمداری که وقتی روی آن راه می‌رویم به نظر می‌رسد درحال خشك شدن است، (پ) شن روان، (ت) رنگ، (ث) یك مایع آلی ساده، (ج) جوهر، و (چ) چسب.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۹-۱

۱۹-۲ چرا مایعاتی که به‌عنوان روغن کاری دستگاهها به‌کار می‌روند ضریب دمای چسبندگی کوچکی دارند؟

۱۹-۳ به‌شکل نگاه‌کنید. نموداری رسم کنیدکه نشان دهد چگونه فشار در امتداد خط نقطه چین برحسب x تغییر می‌کند وقتی مایع (الف) کامل یا ناچسبنده باشد، (ب) چسبندگی آن همچون چسبندگی آب باشد. بر روی هر دو نمودار خود ناحیه‌هایی را نشان دهیدکه در آنها یك گرادیان فشار وجود دارد، و بگویید سبب آن چیست؟



شکل مربوط به‌پرسش ۱۹-۳

۱۹-۴ تفاوت میان شارش آرام و آشوبناك را که از راه بالا رفتن دود سیگار در اتاقی با هوای ساکن نشان داده می‌شوند، تشریح کنید. (راهنمایی: اندازهٔ عدد رینولد را در نظر بگیرید.)

۱۹-۵ در تحلیل ابعادی شارش یك سیال چسبنده در لوله‌های استوانه‌ای با متغیرهای احتمالی زیر مواجه می‌شویم: η چسبندگی مایع، ρ چگالی آن، l طول لوله،

MATH75.IR

r شعاع آن، و Δp اختلاف فشار میان دوسر لوله. با این همه آنگاه که،

(الف) بیشینهٔ سرعت شارش را تحلیل می‌کنیم، از ρ چشم می‌پوشیم،

(ب) آهنگ شارش حجمی را تحلیل می‌کنیم، از ρ چشم می‌پوشیم،

(پ) سرعت بحرانی را تحلیل می‌کنیم، از Δp و l چشم می‌پوشیم، این روش کار را توجیه کنید.

۱۹-۶ چرا میلیکان، در آزمایش قطرهٔ روغن خود، نمی‌توانست قانون استوک را که به شکل $\mathbf{F}=6\pi\eta r\mathbf{v}$ است، به‌کار برد؟

۱۹-۷ نظریه نشان می‌دهد جز درفشارهای بسیار پایین و بسیار بالا، ضریب چسبندگی یك گاز مستقل از فشار است. با این همه وقتی پری را درون یك لولهٔ شیشه‌ای که فشار در آن به‌طور فزاینده‌ای کاهش داده می‌شود، رها می‌کنیم این پر به‌ازای فشارهای کمتر با سرعت بیشتری سقوط می‌کند. توضیح دهید.

***۱۹-۸ چسبندگی یك گاز کامل.** نظریهٔ جنبشی گاز کامل معادلهٔ $\eta=\frac{1}{3}\rho\bar{c}\lambda$ را به‌دست می‌دهد، که در آن نمادها معنی متعارف خود را دارند.

(الف) با استفاده ازاین معادله پیشگویی کنید که η چگونه کنترل می‌شود توسط: (i) فشار، (ii) دمای ترمودینامیکی.

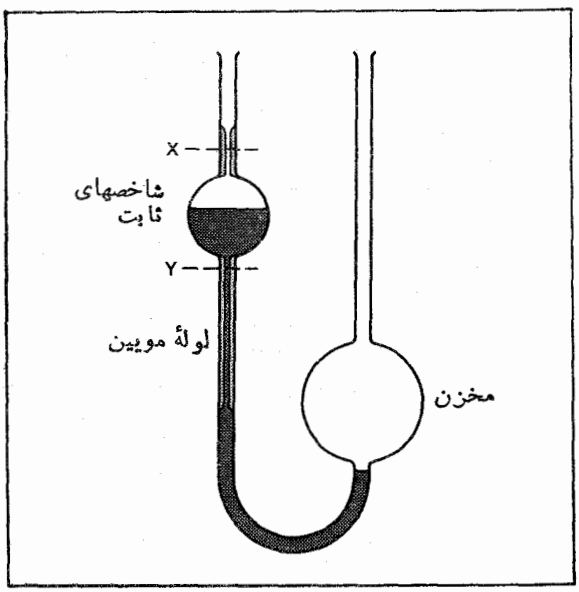
(ب) چرا پیشگوییهای (i) احتمالاً در فشارهای بالا و پایین، هردو، ناکام می‌مانند؟

(پ) برای محاسبهٔ مقداری برای λ از مقادیر مرتبه‌های بزرگی η، ρ و $\bar{c}$ استفاده کنید، وپاسخ خودرا با $0/1\ \mu m$، طول موج مولکولهای هوا در فشار متعارفی، مقایسه کنید.

***۱۹-۹ چسبندگی سنج اوسوالد.** به شکل نگاه کنید. می‌توان چسبندگی مایعات گوناگون را از راه اندازه‌گیری زمان فرو افتادن بالاترین سطح مایع آزمون از X به Y، با هم مقایسه کرد. نشان دهید:

(الف) برای هر مایعی میانگین آهنگ شارش حجمی میان این دونقطه با ρ/η متناسب است، و از آنجا:

(ب) در مورد دو مایعی که پی درپی مورد استفاده قرار گیرند: $\eta_1/\eta_2=\rho_1 t_1/\rho_2 t_2$.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۹-۹

۱۹-۱۰ م.ب سرعت پایانی سنگی کروی به شعاع $50\ mm$ که در آب فرو می‌رود، چقدر است؟ (نمی‌توان قانون استوك را به‌کار گرفت.)

۱۹-۱۱ م.ب سرعت پایانی یك قطره باران را براورد کنید. فرضهای خود را صریح بیان کنید.

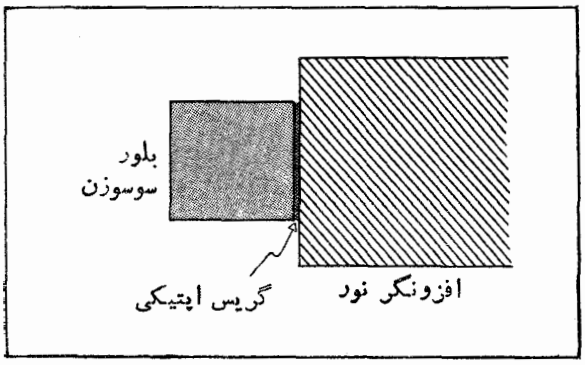
مسئله‌های کمّی

ضریب چسبندگی

***۱۹-۱۲** ضریب چسبندگی آب $1/0\ mPa\,s$ است، و بر روی تیغه‌ای افقی به طول $5/0\ m$ و عرض $3/0\ m$ شارش پیدا می‌کند. سرعت آب بر روی این تیغه پس‌از طی مسافت $12\ mm$، از صفر به $0/80\ m/s$ می‌رسد. ضمن بیان صریح فرضهای خود، نیروی مماسی وارد بر تیغه را محاسبه کنید. $[1/0\ N]$

MATH75.IR

***۱۹-۱۳** به شکل نگاه کنید. وزن بلور سوسوزن ۱/۵ N است و مساحتی از آن که با وجه افزونگر (تکثیرکننده) فوتون تماس دارد $۸/۰ \times ۱۰^{-۴}\ m^۲$ است. بعداز دو هفته، می‌بینیم که بلور به‌اندازهٔ ۵/۰ mm به‌پایین حرکت کرده است. اگر ضخامت لایهٔ روغن ۲/۰ μm باشد، ضریب چسبندگی این روغن را محاسبه کنید. پاسخ شما در مقایسه با ضریب چسبندگی شیرهٔ قند طلایی درچه مقامی است؟ [۰/۹۱ MPa s]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۹-۱۳

***۱۹-۱۴ عدد رینولد و تهاجم آشوبناکی.** وقتی سرعت شارش کلی، مایعی به‌چگالی ρ و چسبندگی η درون لوله‌ای به قطر $(۲r)$ برابر v باشد، عدد رینولد از رابطهٔ $(Re) = ۲vr\rho/\eta$ به‌دست می‌آید.

(الف) (Re) را برای آبی که باسرعت متوسط ۰/۲۲ m/s درون لوله‌ای به‌شعاع ۵/۰ mm شارش می‌یابد محاسبه کنید. چسبندگی آن ۱/۰ mPa s، و چگالیش $۱/۰ \times ۱۰^۳\ kg/m^۳$ است. (در این سرعت شارش به‌آشوبناکی تبدیل می‌شود.)

(ب) با استفاده از پاسختان به (الف) سرعت حد را برای هوایی به‌چسبندگی ۱۸ μPa s و چگالی $۱/۳\ kg/m^۳$ که درهمان لوله جریان دارد، محاسبه کنید.

[(الف) $۲/۲ \times ۱۰^۳$ (ب) ۳/۰ m/s]

***۱۹-۱۵** (الف) سکان هواپیمایی باسرعت ۰/۲۰ km/s درهوا حرکت می‌کند. در چه فاصله‌ای در امتداد سکان عدد رینولد به $۵/۰ \times ۱۰^۵$ می‌رسد؟ چگالی هوا $۱/۳\ kg/m^۳$ و ضریب چسبندگی ۲۰ μPa s است.

(ب) همین فاصله را برای بالهٔ یك زیردریایی که درون آبی به‌ضریب چسبندگی ۱/۰ mPa s و باسرعت ۲۰ m/s حرکت می‌کند، محاسبه کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ $\rho_{H_۲O}$ را در محاسبه به کار برید.

[(الف) ۳۸ mm (ب) ۲۵ mm]

روشهای ابعادی ومعادلهٔ پوازوی

***۱۹-۱۶** فشاری را که برای فشردن $۶/۰ \times ۱۰^۲\ mm^۳$ گریس در ثانیه به‌درون گریس خور یك اتومبیل ضروری است، محاسبه کنید. قطر قاعدهٔ گریس خور ۰/۴۰ mm و طول آن ۳/۰ mm است. چسبندگی گریس ۸۰ Pa s است. پاسخ شما در قیاس با فشارجو چگونه است؟ این پاسخ (به‌طور تقریبی) در مقایسه با فشاری که برای گریس‌خوری به‌قطر ۴ mm و درهمان شرایط به‌دست می‌آید، چگونه است؟

[۰/۲۳ GPa]

***۱۹-۱۷** آب در طول لولهٔ افقی یکنواختی به‌طول ۱/۵ m وشعاع سطح مقطع ۱/۰ mm، شارش پیدامی کند. اگر اختلاف فشار ۵/۳ kPa بین دوسر لوله برقرار شود و چسبندگی آب ۱/۰ mPa s باشد، محاسبه کنید:

(الف) آهنگ شارش کپه‌ای را، و

(ب) میانگین سرعت آب را.

[(الف) $۱/۴ \times ۱۰^{-۶}\ m^۳/s$ (ب) ۰/۴۵ m/s]

***۱۹-۱۸** اختلاف فشار دوسریك لولهٔ مویین، Δp، سبب می‌شود که مایع درون این‌لوله با آهنگی یکنواخت وبدون هیچ مانعی شارش پیدا کند. قطر نیمی از طول لوله نصف می‌شود. اکنون باید چه اختلاف فشاری بین دوسرلوله برقرار شود تا همان آهنگ شارش پیشین حفظ شود.

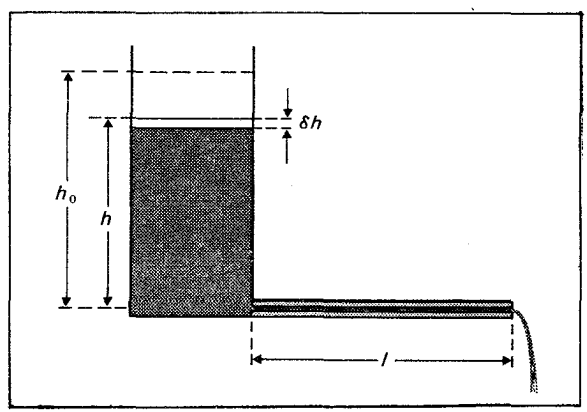
[۸/۵ Δp]

***۱۹-۱۹** قرصی دایره‌ای به شعاع r با سرعت زاویه‌ای ω درون‌مایعی به‌چسبندگی η می‌چرخد. اگر این قرص در

MATH75.IR

فاصلهٔ d بالای قرص مشابه و ثابت شدهٔ دیگری، هم محور با آن، چرخش کند، با استفاده از روش ابعادی معلوم کنید که گشتاور نیروی چسبندهٔ قرص چگونه با η، ω و r بستگی پیدا می‌کند. برای تحلیل خود از این مسئله باید فرض کنید که گشتاور نیرو با d نسبت عکس دارد.

***۱۹-۲۰** مایعی به‌چسبندگی η و چگالی ρ درون لوله‌ای با جدارهٔ داخلی دایره‌ای و قطر d شارش پیدا می‌کند. تجربه نشان می‌دهد که انرژی جنبشی درثانیهٔ، E، سیالی که به‌بیرون می‌رود با $(\Delta p/l)^3$ تناسب مستقیم دارد؛ که $(\Delta p/l)$ گرادیان فشار است. با سودبردن از تحلیل ابعادی رابطه‌ای کاربردی برای P، برحسب η، ρ، d و $(\Delta p/l)$، بیابید.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۹-۲۱

***۱۹-۲۱** به‌شکل نگاه کنید. مایعی به‌چگالی ρ وضریب چسبندگی η، به‌وسیلهٔ لوله‌ای مویین به‌شعاع r از ظرفی به‌مساحت A خارج می‌شود. با استفاده ازمعادلهٔ پواذوی در مورد آهنگ شارش مایع در طول یك لولهٔ مویین، نشان دهید که ارتفاع مایع، h، پس ازمدت زمان t ازرابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$h = h_0 \exp\left(\frac{-\pi g \rho r^4}{8 A \eta l} t\right)$$

h_0 ارتفاع اولیهٔ مایع است.

سرعت پایانی

***۱۹-۲۲** با تکان دادن ذراتی کروی به شعاع ۰/۵۰ μm و چگالی $4/0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ در آب، یك حالت تعلیق تشکیل می‌شود. اگر ژرفای آب ۵۰ mm باشدواین‌ذرات به‌طور یکنواخت در سرتاسر آب پخش شده باشند، درصد ذراتی را که یك ساعت پس از واگذاشتن این آمیزهٔ در حال سکون، هنوز در حال تعلیق باشند، محاسبه کنید. چسبندگی آب ۱/۰ mPa s است.
مقادیر عددی داده شدهٔ ρ_{H_2O} و g_0 را در محاسبه به‌کاربرید.
[٪۸۸]

***۱۹-۲۳** وقتی یك قطرهٔ روغن به چگالی $9/0 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$ درون گازی سقوط می‌کند، به‌سرعت پایانی ۰/۲۰ m/s می‌رسد. اگر چسبندگی گاز ۱۵ μPa s باشد، شعاع قطره چه مقدار خواهد بود؟
به‌جای G مقدار عددی g_0 را بگذارید.
[۳۹ μm]

۲۰ گرانش (جاذبه)

پرسشهایی برای بحث

میدان گرانشی

۲۰-۱ محاسبهٔ جاذبهٔ گرانشی دوجانبهٔ دوجامد مکعبی را که نسبتاً نزدیك به‌یکدیگر قرار گرفته‌اند، اصولاً چگونه انجام می‌دهید؟

۲۰-۲ ذره‌ای به‌جرم m در نیمه راه میان دوکرهٔ ثابت،

MATH75.IR

هریك به‌جرم M، قرار گرفته است. ترازمندی m را نسبت به‌تغییرمکانهایی در امتداد خطی

(الف) که این دو جسم ثابت را به‌هم وصل می‌کند،

(ب) که عمود برخط پیشین،است واز وسط آن می‌گذرد،

تشریح کنید.

۲۰-۳ در مسئله‌های مربوط به‌گرانش، چرا اغلب در نظر گرفتن انرژی جنبشی یا پتانسیل، ساده‌تر از در نظر داشتن شدت میدان است؟

۲۰-۴ خطوط میدان گرانشی و سطوح هم‌پتانسیل متناظر با دوجرم‌کروی برابر راکه به‌فاصلهٔ معینی از یکدیگر قرار دارند، ترسیم کنید. سعی‌کنید شکل مشابهی برای سیستم ماه/زمین رسم‌کنید و نشان دهید که برایند شدت میدان گرانشی درکجا صفر است.

۲۰-۵ تغییرات‌شدت میدان گرانشی، $\mathbf{g}$، رابه‌عنوان تابعی از فاصلهٔ میدان تا جرمی‌کروی، r، رسم‌کنید. درصورتی که چگالی این جرم:

(الف) یکنواخت باشد،

(ب) به‌سوی مرکز آن به‌طور چشمگیری افزایش یابد (مانند چگالی زمین).

۲۰-۶ یك‌کرهٔ جامد همگن به‌جرم M در مرکز پوستهٔ کروی نازکی به‌شعاع r، چگالی ρ و ضخامت Δr قرار گرفته است. نیروی خالصی راکه از جانب:

(الف) کره برپوسته، و

(ب) پوسته برکره وارد می‌آید، محاسبه‌کنید.

آیا پاسخهای شما با قانون سوم نیوتون سازگار است؟

۲۰-۷ نموداری رسم‌کنیدکه انرژی پتانسیل گرانشی، E_p، یك جسم به‌جرم m را به‌عنوان تابعی از فاصلهٔ آن تا مرکز پوسته‌ای‌کروی، r، به‌جرم M وشعاع R نشان دهد. E_p را در $r=\infty$ و m صفر بگیرید. اگر نیروی گرانش دافعه می‌بود، نمودار شما چه تفاوتی می‌کرده است؟

۲۰-۸ نیروی گرانشی که از جانب پوسته‌ای‌کروی بر ذره‌ای به‌جرم m که درون آن قرارگرفته وارد می‌آید، چه مقدار است؟ اگر پوسته خودش در میدان گرانشی دیگری به‌شدت $\mathbf{g}$ قرار می‌گرفت، نیروی گرانشی وارد بر ذره چه مقدار می‌شد؟ پتانسیل گرانشی درون پوستهٔ منزوی چگونه تغییر می‌کند؟

۲۰-۹ توضیح دهیدکه چرا وارد شدن ذرات بیشتر، از انرژی پتانسیل گرانشی سیستمی از ذرات می‌کاهد. منظور از اینکه انرژی بستگی یك سیستم توسط نیروهای گرانشی استحکام می‌یابد، چیست؟ درپاسخ خود هرانرژی جنبشی راکه ممکن است اجزای این سیستم داشته باشند، به‌حساب آورید.

***۲۰-۱۰** از نظر اصولی وبدون استفاده از قانون‌گاؤس، چگونه ثابت می‌کنیدکه یك‌کره جرمهایی راکه درخارج آن قراردارند چنان به‌سوی خود جذب می‌کندکه‌گویی همهٔ جرم آن در مرکزش متمرکز شده است؟

۲۰-۱۱ فرض‌کنید باید مقدار G به ناگهان و به‌اندازهٔ یك‌مرتبهٔ بزرگی تغییرکند. چه اثراتی مشاهده خواهیم‌کرد؟

۲۰-۱۲ آیا امکان داردکه آزمایش کاوندیش راکه برای اندازه‌گیری G انجام می‌گیرد، روی سیارهٔ دیگری انجام داد؟ اگر این امکان وجود داشته باشد مقداری‌که به‌دست می‌آید با آنچه روی زمین به‌دست آمده است، چه تفاوتی خواهد داشت؟

۲۰-۱۳ تأثیر عوامل زیر برروی نیروی‌گرانشی دوجانبهٔ وارده ازسوی یك زوج جسم چیست (الف) ماهیت محیطی که دو جسم در آن قراردارند، (ب) سمتگیری آن دو جسم، و (پ) دمای آنها؟ راهی آزمایشی‌برای تأیید پاسخ خود پیشنهادکنید.

گرانش زمینی

۲۰-۱۴ دقیقاً توضیح دهیدکه شما از بی‌وزنی‌چه درکی دارید. این اصطلاح در چه صورتی گمراه کننده است؟ موقعیتهایی را مثال بزنید که آدمی می‌تواند بی‌وزنی را

MATH75.IR

تجربه کند. آیا اگر شخصی درحال بی‌وزنی باشد، بدون اندازه حرکت هم هست؟

۲۰-۱۵ چرا درارتباط با نگهداشتن زمین برمدارش به‌دور خورشید، برهم‌کنش گرانشی از برهم‌کنش الکتروستاتیکی مهمتر است؟

۲۰-۱۶ رودخانه می‌تواند سربالایی جریان پیدا کند ــ چگونه؟

۲۰-۱۷ توضیح دهیدکه چرا بندری برساحل دریا، هر روز معمولاً دوبار جزر و مد را تجربه می‌کند. دلیل کهکشند و مهکشند چیست؟

۲۰-۱۸ اگر سنگی را پرتاب کنیم، روی زمین سقوط می‌کند. ما مولکولهای هوا را مقید نمی‌کنیم، پس چرا همهٔ آنها مثل سنگی که گفتیم عمل نمی‌کنند؟

۲۰-۱۹ خورشید نیروی جاذبهٔ گرانشی بسیار بزرگی بر زمین وارد می‌آورد.

(الف) چرا میانگین فاصلهٔ زمین-خورشید با گذشت زمان، کاهش چشمگیری پیدا نمی‌کند؟

(ب) این نیرو براندازه‌گیری وزنی که ما به‌توسط یك ترازوی فنری انجام می‌دهیم، چه‌تأثیری برجای می‌گذارد؟

۲۰-۲۰ میدان گرانشی خورشید روی زمین بسیار بزرگتر ازمیدان گرانشی ماه روی زمین است. پس چگونه است که عمل جزر و مد اصولاً به‌وسیلهٔ ماه انجام می‌شود؟

***۲۰-۲۱** اگر یك آونگ فوکو نوسانی آزاد اجرا کند، صفحهٔ نوسان، نسبت به‌خطی که روی زمین درنظرمی‌گیریم، به‌تدریج دوران می‌کند. توضیح دهیدکه چرا این اتفاق می‌افتد وعبارتی برای تعیین زمان تناوب دوران، T، دریك طول جغرافیایی θ بیابید. در مورد مقادیر T در قطبها و استوا بحث کنید.

۲۰-۲۲ به‌دقت توضیح دهید که چرا شدت میدان گرانشی زمین، آنگاه که دریك معدن به‌پایین می‌رویم، افزایش می‌یابد.

۲۰-۲۳ میان جرم گرانشی و جرم لختی تمیز قائل شوید. با در نظر گرفتن معادلهٔ حرکت سقوطی آزاد یك ذره در نزدیکی سطح زمین، عبارتی برای تعیین نسبت این دونوع جرم ذره بیابید.

اگر دو جرم باهم متناسب نباشند، چه رفتاری از اجسامی که دارای دو جرم متفاوتند، مشاهده خواهیم کرد؟

***۲۰-۲۴ حرکت نسبت به‌زمین.** نتیجهٔ اندازه‌گیری شتاب گرانشی یك جسم توسط ناظری که همراه با زمین می‌گردد، با نتیجهٔ اندازه‌گیری آن از جانب ناظری که این دوران را انجام نمی‌دهد، به‌دو دلیل، تفاوت دارد:

(۱) جسم در مسیری دایره‌ای حرکت می‌کند و بنابراین دارای شتابی مرکزگراست. شتاب گرانشی مؤثر (مشاهده شده) اندکی ازجهت شعاعی انحراف پیدا می‌کند و بزرگی آن به‌نسبت عرض جغرافیایی تغییر خواهدکرد.

(۲) زمین در زیر جسم درحال سقوط، و به‌سوی ناظر درحال دوران، چرخش می‌کند، و به‌نظر می‌رسدکه جسم دارای شتاب دیگری است. این شتاب **اثرکوریولیس**نامیده می‌شود.

(الف) توضیح دهیدکه چرا در بند (۱)، جسمی که سقوط آزاد انجام می‌دهد در نیمکرهٔ شمالی به‌سمت جنوب و در نیمکرهٔ جنوبی به‌سمت شمال منحرف می‌شود.

(ب) توضیح‌دهیدکه چرا دربند (۲) انحراف جسم در حال سقوط آزاد، چه در نیمکرهٔ جنوبی و چه در نیمکرهٔ شمالی، به‌سوی شرق است.

(پ) ترکیب تأثیرهای یاد شده در (۱) و(۲) را، روی یك جسم در حال سقوط آزاد تشریح کنید.

(ت) توضیح دهیدکه چراجسمی که روی صفحه‌ای افقی حرکت می‌کند، تحت اثر کوریولیس از مسیر مستقیم خود منحرف شده و درنیمکرهٔ شمالی به‌سمت راست ودرنیمکرهٔ جنوبی به‌سمت چپ می‌رود.

(ث) نظر دهیدکه چگونه اثر کوریولیس بایك مرکز کم فشار در جو ترکیب می‌شود و حرکت گردبادی ایجاد می‌کند. چگونه جهت گردش باد به نیمکره بستگی پیدا خواهد کرد؟

MATH75.IR

ماهواره‌ها

۲۰-۲۵ اگر فضانوردی محفظهٔ مداری خود را ترك کرده و از آن بگسلد، آیا از این محفظه عقب می‌ماند؟ آیا می‌تواند مداری را دور بزند یا خط راستی را خواهد پیمود؟

۲۰-۲۶ آیا این‌امکان وجود دارد که یك ماهواره برمداری پایدار درصفحه‌ای که از مرکز زمین نمی‌گذرد، بگردد؟

۲۰-۲۷ آیا اگر انرژی جنبشی یك ماهواره که درنزدیکی زمین پرواز می‌کند، دو برابر شود، ماهواره ازمدار خارج می‌شود؟

۲۰-۲۸ جسمی به‌آن ارتفاع از سطح زمین برده می‌شود که‌ماهواره‌هادر آن‌ارتفاع می‌توانند باسرعت ۶/۰km/s برمسیری دایره‌ای زمین را دور بزنند. حرکت نتیجه‌شده‌را ازنظر کیفی تشریح کنید، اگر به‌جسم سرعتهای‌اولیهٔ افقی: (الف) صفر، (ب) ۵/۰ km/s، (پ) ۶/۰ km/s، (ت)۸/۰km/s، (ث) $6/0\sqrt{2}$ km/s، (ج)۱۲km/s داده شود.

۲۰-۲۹ ماهواره‌ای را درنظربگیریدکه برمداری دایره‌ای به‌دور یك سیاره می‌گردد. این ماهواره دریك فاصلهٔ زمانی کوتاه موشك خود را آتش می‌کند تا ضربه‌ای به‌آن وارد آورد. درصورتی که این ضربه جهتهای زیر را داشته‌باشد، چه تغییری درمسیر ایجاد می‌شود (الف) به‌سوی جلو، (ب) وارونه، (پ) پایین‌سو، (ت) بالاسو؟

***۲۰-۳۰** آیا انرژی مکانیکی کل یك سیستم ماهوارهٔ سیاره‌ای، تغییر می‌کند اگر ماهواره برمدار بیضی‌واری خارج از مرکز بگردد؟ اگراین انرژی مقداری منفی داشته باشد، معنی‌آن چیست؟ آیا اندازه حرکت زاویه‌ای ماهواره نسبت به‌زمان تغییرمی‌کند؟ پاسخ خود را با این واقعیت که سرعت زاویه‌ای ماهواره تغییر می‌کند، سازگار کنید.

***۲۰-۳۱** توضیح دهیدکه چرا وقتی برماهواره‌ای مداری از سوی مولکولهای جو نیروی مقاومی وارد آید، علیرغم کسب انرژی درونی، هم انرژی جنبشی و هم سرعت آن افزایش می‌یابد. برای اندازه حرکت زاویه‌ای آن چه‌اتفاقی پیش می‌آید؟

***۲۰-۳۲** جسمی برمداری دایره‌ای به‌شعاع r زمین را دور می‌زند. کدامیك از دو فرایند زیر به‌انرژی بیشتری نیاز دارد؟

(الف) جسم چنان سرعت بگیرد که از میدان گرانشی زمین خارج شود.

(ب) جسم چنان سرعت کم کندکه مستقیماً به‌درون مرکز زمین سقوط کند.

از گردش زمین چشمپوشی کنید.

مرتبه‌های بزرگی

۲۰-۳۳ م.ب یك ماهواره در چه ارتفاعی از سطح زمین می‌تواند برمداری دایره‌ای حرکت کند و به‌نظر ساکن بیاید؟

۲۰-۳۴ م.ب با استفاده از مقادیر G، g_0 و شعاع زمین مقداری برای جرم زمین، و در نتیجه میانگین چگالی آن برآورد کنید.

***۲۰-۳۵ م.ب** فاصله‌ای‌ازکرهٔ ماه را محاسبه کنیدکه‌درآن فاصلهٔ شدت میدان گرانشی سیستم زمین-ماه صفر باشد. با استفاده ازاین مقدار، کمینهٔ سرعت پرتاب یك موشك را از سطح ماه چنان محاسبه‌کنیدکه این موشك به‌زمین برسد.

***۲۰-۳۶ م.ب** یك ماهوارهٔ زمینی به‌جرم ۲/۰kg درزمان بازگشت به‌زمین در ارتفاع ۴۰ کیلومتری سطح زمین، آن‌را دور می‌زند. افزایش انرژی داخلی ماهواره را درخلال بازگشت، و افزایش دمای آن‌را برآوردکنید.

۲۰-۳۷ م.ب موضع‌مرکزجرم خورشید وزمین رامحاسبه کنید. زمین چه‌تأثیری برحرکت خورشید می‌گذارد؟

۲۰-۳۸ م.ب ماه از زمین تحت زاویهٔ $\pi/360$ rad به‌چشم می‌آید. با استفاده از این اطلاعات، همراه بامقادیر

MATH75.IR

G ، جرم زمین و زمان تناوب ماه قمری، مقادیر زیر را برآورد کنید:

(الف) فاصلهٔ زمین-ماه، و ازآنجا

(ب) شعاع ماه.

۲۰-۳۹ م.ب سرعت فرار ذره‌ای که برای ترك (الف) زمین، (ب) ماه، (پ) خورشید تلاش می‌کند، چه مقدار است؟

۲۰-۴۰ م.ب ترازوی پیچشی بویز. بویز برای ساختن چنین ترازویی از یك تار کوارتز به‌طول $0/43\ m$، شعاع $6/2\ \mu m$ ومدول چینش $30\ GN/m^2$ استفاده کرد. شعاع عرضی دارای طول $23\ mm$ و زمان‌تناوب سیستم آویخته $96\ s$ است. کمیتهای زیر را برآوردکنید:

(الف) c ثابت پیچش تار ($T = c\theta$).

(ب) گشتاور لختی سیستم آویخته.

(پ) جرم‌کره‌های آویختهٔ کوچك (آنهارا همچون‌جرم نقطه‌ای درنظر بگیرید).

مسئله‌های کمّی

قانون نیوتون

†۲۰-۴۱ دو جسم‌کروی به‌جرمهای $1/0\ kg$ و $3/0\ kg$ بر روی میزی در حال سکون قرار گرفته‌اند. فاصلهٔ بین مراکز آنها $2/0\ m$ است. نیروی گرانشیی را که هریك بر دیگری وارد می‌آورد محاسبه کنید. اگر این میز بدون اصطکاك باشد، شتاب هریك از جرمها چه‌مقدار است؟ چرا نیروی الکتریکیی‌که آنها بریکدیگر وارد می‌آورند صفر است؟

مقدار عددی داده شدهٔ G را درمحاسبه به‌کار برید.

[۵۰ pN]

†۲۰-۴۲ بیشینهٔ جاذبهٔ گرانشی میان دوکرهٔ سربی راکه قطر هریك $0/20\ m$ است، محاسبه کنید. چگالی سرب $11 \times 10^3\ kg/m^3$ است.

بیشینهٔ نیروی اصطکاکی به‌اندازه‌ای که یکی‌از این کره‌ها راکه روی یك میز قرارگرفته است، نگهدارد چه‌مقدار ضریب اصطکاك را ایجاد خواهد کرد؟

مقادیر عددی داده شدهٔ G و g_0 را درمحاسبه به‌کار برید.

[$7/7 \times 10^{-9}$, $3/5\ \mu N$]

۲۰-۴۳ اندازهٔ نیروهای جاذبهٔ گرانشی دوجانبهٔ خورشید و زمین را محاسبه کنید. شعاع مدار زمین به‌دور خورشید $0/15\ Tm$ و جرمهای آنها به‌ترتیب $2/0 \times 10^{30}\ kg$ و $6/0 \times 10^{24}\ kg$ است.

مقدار عددی داده شدهٔ G را درمحاسبه به‌کار برید.

[$3/6 \times 10^{22}\ N$]

۲۰-۴۴ زمان تناوب یك آونگ ساده، برروی سطح زمین $2/0\ s$ است. شعاع‌زمین $6/4\ Mm$ است. اکنون آونگ تا ارتفاع قائم $1/6\ Mm$ بالا برده می‌شود. زمان تناوب این آونگ چه‌مقداری خواهد بود اگر در:

(الف) نقطه‌ای ثابت درفضا، و

(ب) درون ماهواره‌ای بریك مدار دایره‌ای، قرار می‌گرفت. از گردش زمین به‌دور خورشید چشمپوشی کنید.

[(الف) $2/5\ s$]

۲۰-۴۵ اندازه‌گیری G به روش پوئین‌تینگ. یك جسم کروی به جرم $22\ kg$ روی یك ترازوی شمش به‌حالت موازنه‌درآمدوجرم‌کروی‌بزرگی به‌اندازهٔ $1/5 \times 10^2\ kg$ برمحور ویژه‌ای تاب می‌خورد تاآنکه به‌طور قائم در زیر آن کرهٔ کوچك قرارگرفت. فاصلهٔ مراکز آنها $0/23\ m$ بود. معلوم شدکه اگر نیروی پایین‌سوی $4/0\ \mu N$ مستقلاً روی همان کفهٔ ترازو عمل می‌کرد همان زاویهٔ میلی را درحرکت قائم به‌وجود می‌آوردکه نیروی گرانش دراین حرکت ایجاد می‌کرد. این آزمایش چه‌مقداری برای G به ما می‌دهد؟ (عملاً برای به‌دست آوردن نتیجه‌ای دقیق تصحیحهای فراوانی ضروری است.)

[$64\ pN\,m^2/kg^2$]

میدان گرانشی

†۲۰-۴۶ یك‌جرم $5/0\ kg$ از نقطهٔ X که پتانسیل‌گرانشی

MATH75.IR

درآنجا ۱۰ J/kg است به‌نقطهٔ Y که درآن پتانسیل گرانشی، ۲۵ J/kg است برده می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) اختلاف پتانسیل میان X و Y ،

(ب) افزایش انرژی پتانسیل گرانشی، و

(پ) کار انجام شده توسط عامل خارجی.

[(پ) ۷۵ J]

۲۰-۴۷† وزن مردی برروی‌سطح زمین ۰/۸۰ kN است. وزن او برروی کرهٔ دیگری که شعاعش نصف شعاع زمین است، چه‌مقدار خواهد بود اگر این‌کره:

(الف) همان چگالی زمین‌را داشته باشد،

(ب) همان جرم زمین را داشته باشد؟

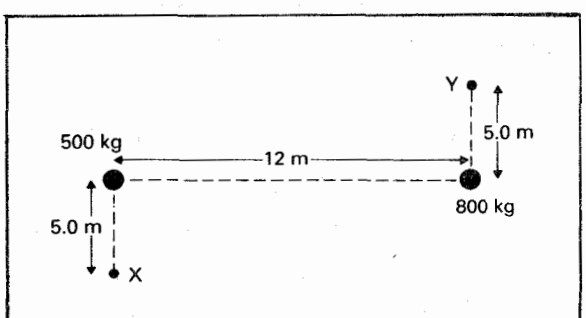
[(الف) ۰/۴۰ kN (ب) ۳/۲ kN]

۲۰-۴۸ مراکز دوجسم کروی که جرم یکی دوبرابر جرم دیگری است، به‌فاصلهٔ r ازهم قرار گرفته‌اند. فاصلهٔ جرم کوچکتر را درامتداد خط واصل دوجرم از:

(الف) جایی‌که هرجسمی سهمی برابرسهم این دوجرم از پتانسیل گرانشی دارد،

(ب) جایی که برایند شدت میدان گرانشی صفر است، بیابید.

[(الف) $r/3$ (ب) ۰/۴۱ r]



شکل مربوط به پرسش ۲۰-۴۹

۲۰-۴۹ به‌شکل نگاه‌کنیدکه یك سیستم جرمهای منزوی را نشان می‌دهد.

(الف) رابطه‌ای برای انرژی پتانسیل گرانشی کل سیستم، درحالتی که جرم ۱۰ kg درنقطهٔ X قرار گیرد، بنویسید.

(ب) درصورتی‌که جرم ۱۰ kg درنقطهٔ Y قرار گیرد بند (الف) را تکرار کنید.

(پ) کاری راکه درجابه‌جا کردن جرم ۱۰ kg ازنقطهٔ X به‌نقطهٔ Y انجام می‌شود، محاسبه کنید.

چرا نمی‌توانیم کار انجام شده را فقط با ضرب کردن نیروی برایند جرم ۱۰ kg درتغییر مکان آن از X به Y محاسبه کنیم؟ آیا پاسخ شما به بند (پ) به مسیری‌که انتخاب کرده‌اید بستگی دارد؟

مقدار عددی داده شدهٔ G را درمحاسبه به‌کار برید.

[(پ) −۲۵ nJ]

۲۰-۵۰ فرض‌کنید (به‌غلط) چگالی زمین یکنواخت باشد. اگر تغییرمکانی به اندازهٔ ۱/۰ m در جهتهای زیر بدهیم، شدت میدان گرانشی چه‌مقدار تغییر خواهد کرد؟

(الف) درجهتی که از زمین دور شود،

(ب) به‌سوی زمین.

شعاع زمین ۶/۴ Mm است.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید.

[(الف) −۳/۱ μN/kg (ب) −۱/۵ μN/kg]

*** ۲۰-۵۱ تونلهای درون زمین.** فرض کنید تونلی بدون اصطکاك و راست در امتداد یك قطر زمین حفرکرده‌ایم، و ذره‌ای به‌جرم m درون این تونل و به‌فاصلهٔ r از مرکززمین قرار دارد.

(الف) فرض‌کنید (به‌غلط) که زمین دارای چگالی یکنواخت است ومحاسبه‌کنید:

(*i*) اندازهٔ برایند نیروی گرانشی وارد بر این ذره،

(*ii*) درصورتی‌که ذره رهاشود، زمان تناوب حرکت هماهنگ ساده‌ای راکه اجرا خواهدکرد.

(ب) درصورتی‌که ذره در امتدادهای زیر رها شود، زمان تناوب آن چه مقدار خواهد شد؟

(*i*) در امتداد یك قطر، ولی از سطح زمین،

(*ii*) درامتداد یك ریسمان‌که ازمرکز زمین با زاویهٔ θ به‌چشم آید.

MATH75.IR

(پ) پاسخ شما در مقایسه با زمان تناوب ماهواره‌ای که برمداری دایره‌ای بسیار نزدیک به زمین می‌گردد، چگونه است؟

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید و فرض کنید $R_E = 6/4\,Mm$.

[(الف) $+mg_0(r/R_E)$ (i) (ii) 5/1 ks]

۲۰-۵۲* جرم زمین $6/0 \times 10^{24} kg$ است. پتانسیل گرانشی، U، را در فاصله‌های زیر از مرکز زمین محاسبه کنید: $r = 10, 20, 30, 40, 50$ برحسب Mm.

(الف) نمودار مقادیر U را برحسب r رسم کنید و گرادیان (dU/dr) را برای پنج فاصلهٔ بالا اندازه‌گیری کنید.

(ب) نشان دهید این گرادیانها از نظر عددی با شدت میدان گرانشی برابرند.

(پ) معنی علامت منفی را در رابطهٔ زیر توضیح دهید:

$$g = -(dU/dr)$$

مقدار عددی داده شدهٔ G را در محاسبه به‌کار برید.

۲۰-۵۳* رابطه‌ای برای اختلاف پتانسیل گرانشی بین دو نقطه در میدان زمین، که به‌فاصلهٔ r_1 و r_2 از مرکز زمین واقع‌اند، بنویسید. با استفاده ازاین رابطه نشان دهید برای جرم m که نزدیک سطح زمین قرار گرفته است، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta E_p = mg_0\Delta h$$

Δh در مقایسه باشعاع زمین کوچک است.

۲۰-۵۴* فشار درون یک کرهٔ سیال.

(الف) فشار نقطه‌ای به‌فاصلهٔ r را ازمرکز سیاره‌ای کروی به‌شعاع R و از سیالی به چگالی ρ محاسبه کنید. **فهرستی** از فرضهایی که انجام می‌دهید بنویسید. (راهنمایی: **(i)** $(dp/dr) = -\rho g$، **(ii)** g در درون سیاره به r بستگی دارد.) نتایج خود را برحسب میدانی که در سطح سیاره به‌وجود می‌آید بیان کنید.

(ب) م.ب با استفاده از نتایج خود فشار مرکز زمین را برآورد کنید. مشخص کنید که برآوردهایتان عملاً در کجا به‌طور مسلم نادرست است.

[(ب) 0/2 TPa]

حرکت مداری

۲۰-۵۵ دریک مدل سادهٔ اتم ئیدروژن سرعت مماسی الکترون برمدار دایره‌ای آن $2/2\,Mm/s$ است.

(الف) اگر شعاع مدار 53 pm باشد، نیروی گرانشی پروتون وارد برالکترون را محاسبه‌کنید.

(ب) این نیرو در مقایسه بانیروی مرکزگرای الکترونی که برمدار خود می‌گردد چه وضعیتی دارد؟

درمورد تفاوت میان پاسخهای خود نظر دهید.

مقادیر عددی داده شدهٔ G، m_e، m_p را در محاسبه به‌کاربرید.

[(الف) $3/6 \times 10^{-47}$ N (ب) $4/3 \times 10^{40}$]

۲۰-۵۶† دوعضو یک ستارهٔ دوتایی بر دو دایرهٔ هم‌مرکز که نسبت شعاعهای آنها k است می‌گردند. نسبت جرمهای آنها را محاسبه‌کنید. $[1/k]$

۲۰-۵۷ ماهواره‌ای بریک مدار، درست بالای سطح یک سیارهٔ کروی با میانگین چگالی ρ، قرار گرفته است. اگر زمان تناوب هرمدار T باشد، رابطه‌ای برای ρT^2 بیابید و در مورد مقدار آن اظهارنظر کنید. $[3\pi/G]$

۲۰-۵۸ (الف) اگر بخواهیم برجسمی واقع در استوا، نیروی مماسی قائم صفری ازجانب زمین وارد آید، دراین حالت کمینهٔ زمان تناوبی را که زمین برای گردش به‌دور محور خود به‌آن نیازمند است، محاسبه‌کنید. شعاع زمین $6/4\,Mm$ است.

به‌جای g مقدار عددی g_0 را بگذارید.

(ب) اصطکاک جزر و مدی باعث‌می‌شود (درحال حاضر) که طول هر روز به‌اندازهٔ 50 ns از روز پیش بلندترشود. با فرض آنکه آهنگ کندشدن گردش زمین تغییر نکرده باشد، از زمانی که زمین همین زمان تناوب را داشته، مدت زمانی که تاکنون گذشته است محاسبه‌کنید. پاسخ خود را برحسب سال ارائه دهید.

MATH75.IR

پاسخ شما درمقایسه با عمر زمین چه‌وضعیتی دارد؟

درمورد فرضهایی که در بند (ب) انجام دادیم، اظهارنظر کنید.

[(الف) ۵/۱ ks (ب) $۴/(۵)\times۱۰^{۹}$ سال]

۲۰-۵۹ تحقیق قانون سوم کپلر. جدول زیر میانگین زمان تناوب مداری، T، و r، میانگین فاصلهٔ چند سیارهٔ برگزیدهٔ منظومهٔ شمسی را از خورشید نشان می‌دهد.

سیاره	T برحسب سال زمینی	r برحسب $۱۰^{۱۱}$ m
تیر	۰/۲۴	۰/۵۸
زهره	۰/۶۲	۱/۱
زمین	۱/۰	۱/۵
مریخ	۱/۹	۲/۳
مشتری	۱۲	۷/۸

(الف) نموداری رسم کنید که درجهت بررسی سازگاری این اطلاعات باقانون زمانهای تناوب کپلر یاری‌رسان باشد.

(ب) برای محاسبهٔ جرم خورشید، M، چه اطلاعات دیگری ضروری است؟

(پ) فرضهای ضروری را به‌جا بیاورید، و مقدار M را از روی نمودار خود برآورد کنید.

[(پ) ۲×۱۰^{۳۰} kg]

انرژی پتانسیل گرانشی وسرعت فرار

۲۰-۶۰ انرژی پتانسیل گرانشی دوجرم نقطه‌ای که به‌فاصلهٔ r از یکدیگر قرار گرفته‌اند $-Gm_۱m_۲/r$ است. در مولکول ئیدروژن دو اتم داریم، که هر یك به جرم $۱/۷\times۱۰^{-۲۷}$ kg وبه‌فاصلهٔ ۷۴ pm ازهم‌قرار گرفته‌اند. انرژی پتانسیل گرانشی دوجانبهٔ آنها چه مقدار است؟ به‌کمك پاسخ خود، راجع بداین واقعیت که مقدار تجربی انرژی جداسازی یك مولکول ئیدروژن ۰/۷۲ aJ است، نظر دهید.

مقدارعددی داده شدهٔ G را در محاسبه به‌کار برید.

[$-۲/۶\times۱۰^{-۵۴}$ J]

۲۰-۶۱* ماهواره‌ای به‌جرم $۴/۰۰\times۱۰^{۳}$ kg برمداری دایره‌ای به‌شعاع ۷/۵۰ Mm زمین‌را دور می‌زند. بافرض آنکه $GM_e = ۰/۳۹۸$ PNm²/kg، کمیتهای زیر را برای این ماهواره محاسبه کنید:

(الف) انرژی جنبشی،

(ب) انرژی پتانسیل،

(پ) انرژی کل، و

(ت) اندازه حرکت زاویه‌ای.

انرژی بستگی سیستم زمین-ماهواره چه‌مقدار است؟

[(الف) ۰/۱۰۶ TJ (ب) −۰/۲۱۲ TJ
(ت) $۲/۱۹\times۱۰^{۱۴}$ kg m²/s]

۲۰-۶۲* آیا سیاره‌ای به شعاع ۰/۳۰ Mm و میانگین چگالی $۴/۰\times۱۰^{۳}$ kg/m³، در صورتی که میانگین دمای آن $۷/۰\times۱۰^{۲}$ k باشد، می‌تواند در جو خود نیتروژن داشته باشد؟ جرم مولی نیتروژن $۲/۸\times۱۰^{-۲}$ kg/mol است.

مقادیر عددی داده شدهٔ R و G را در محاسبه به‌کار برید.

۲۰-۶۳* (الف) شهابسنگی به فاصلهٔ r از مرکز زمین، از حالت سکون به‌سوی زمین به‌حرکت درمی‌آید. با چه سرعتی، v، به سطح زمین برخورد می‌کند؟ (از اصطکاك چشمپوشی کنید.)

(ب) مقدار عددی v را برای شهابسنگی که با انرژی جنبشی چشمپوشیدنی در فاصلهٔ زیادی از زمین به‌حرکت درمی‌آید، محاسبه کنید. جرم زمین $۶/۰\times۱۰^{۲۴}$ kg و شعاع آن ۶/۴ Mm است. این سرعت درمقایسه باسرعت فرار درچه وضعیتی است؟

مقدار عددی داده شدهٔ G را در محاسبه به‌کار برید.

[(ب) ۱۱ km/s]

۲۰-۶۴* شعاع زمین و مریخ به‌ترتیب ۶/۴ Mm و ۳/۴ Mm است. جرم زمین ۹/۵ برابر جرم مریخ است. محاسبه کنید:

MATH75.IR

(الف) نسبت میانگین چگالی مریخ به‌میانگین چگالی زمین را،

(ب) شدت میدان گرانشی را روی سطح مریخ، و

(پ) نسبت‌سرعت فرار ازمریخ به‌سرعت فرار از زمین.

مقادیر عددی داده شدهٔ g_0 و G را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۰٫۷۰ (ب) ۳٫۷ N/kg (پ) ۰٫۴۵]

***۲۰-۶۵ انرژی پتانسیل گرانشی یك کرهٔ جامد.** کره‌ای به‌جرم M، شعاع R، و چگالی یکنواخت ρ از فشرده شدن مادهٔ‌ای که در اصل بینهایت پاشیده بود، چگالیده می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) (برحسب r) پتانسیل گرانشی را درسطح کرهٔ چگالیده، وقتی شعاع آن r باشد،

(ب) کاهش انرژی پتانسیل گرانشی را وقتی که یك پوستهٔ دیگر به‌ضخامت δr به‌آن اضافه شود، و

(پ) انرژی کل آزاد شده از طریق تشکیل کره را.

فکر می‌کنید برای این انرژی چه‌اتفاقی می‌افتد؟

[$3GM^2/5R$ (پ)]

MATH75.IR

۵ خواص گرمایی ماده

۲۱. دما
۲۲. انبساط جامدات و مایعات
۲۳. ظرفیت گرمایی
۲۴. گازهای کامل: نظریهٔ جنبشی
۲۵. گازهای کامل: رفتار گرمایی
۲۶. شانس، بی‌نظمی و آنتروپی
۲۷. تغییر فاز
۲۸. گازهای حقیقی
۲۹. رسانایی گرمایی
۳۰. تابش گرمایی

MATH75.IR

دما

دمای گاز کامل
$$t_m = \frac{X_m - X_1}{X_u - X_1} N + t_1$$

دمای گاز کامل
$$T = \left(\frac{p_T}{p_{tr}}\right) \times ۲۷۳/۱۶ \text{ K}$$

$$pV \propto T$$

دمای گاز کامل
$$T = T_{tr} \lim_{p \to 0} \frac{(pV)_T}{(pV)_{tr}}$$

فاصلهٔ سلسیوس
$$\theta_C = T/\text{K} - ۲۷۳/۱۵ \text{ °C برحسب}$$

انبساط

α ضریب انبساط خطی
$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta \theta}$$

γ ضریب انبساط حجمی
$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta \theta}$$

$$l_\theta = l_0(1 + \alpha\theta)$$

$$l_2 \approx l_1 [1 + \alpha(\theta_2 - \theta_1)]$$

ظرفیت گرمایی

C ظرفیت گرمایی
$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta \theta}$$

c ظرفیت گرمایی ویژه
$$c = \frac{C}{m}$$

C_m ظرفیت گرمایی مولی
$$C_m = \frac{C}{\mu}$$

$$C_m = M_m C$$

$$\Delta Q = \mu C_m \Delta\theta$$

$$\Delta Q = mc\Delta\theta$$

قانون نیوتون
$$\frac{dQ}{dt} \propto -(\theta - \theta_s)$$

$$\Delta\theta = \Delta\theta_0 e^{-k\Delta t}$$

نظریهٔ جنبشی

M_r جرم مولکولی نسبی
$$M_r = \frac{\text{جرم مولکول}}{\frac{1}{12}(\text{جرم اتم } C^{12}_6)}$$

n عدد چگالی
$$n = \frac{N}{V}$$

(بخشی از) تعریف گاز کامل
$$pV = \text{ثابت}$$

$$M_m = \frac{M_r}{1000} \text{ kg/mol}$$

R ثابت عمومی گازهای کامل
$$R = \frac{pV}{\mu T}$$

$$pV = \mu RT = \left(\frac{M_g}{M_m}\right)RT = \left(\frac{Nm}{M_m}\right)RT$$

$$= \left(\frac{N}{N_A}\right)RT = NkT$$

k ثابت بولتزمن
$$k = \frac{R}{N_A}$$

$$p = \frac{1}{3}\rho\overline{c^2} = \frac{1}{3}nm\overline{c^2}$$

$$pV = \frac{1}{3}Nm\overline{c^2}$$

$$\frac{1}{2}m\overline{c^2} = \frac{3}{2}kT$$

$$c_{r.m.s} = \sqrt{\frac{3RT}{M_m}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$$

قانون آووگادرو
$$N_1 = N_2$$

قانون دالتون
$$p = \sum p_1$$

قانون گراهام

$$(i) \left[\frac{N}{A}\Delta t\right]_T \propto \frac{1}{\sqrt{M_r}}$$

$$(ii) \left[\frac{N}{A}\Delta t\right]_p \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

MATH75.IR

پدیده‌های انتقال

j_N چگالی جریان ذره $\quad j_N = \frac{N}{A}\Delta t$

j_Q چگالی جریان انرژی $\quad j_Q = \frac{Q}{A}\Delta t$

j_p چگالی جریان اندازه حرکت $\quad j_p = \frac{p}{A}\Delta t$

قانون فیک $\quad j_N \propto -\frac{dn}{dx}$

قانون فوریه $\quad j_Q \propto -\frac{dT}{dx}$

قانون نیوتون $\quad j_p \propto -\frac{dv}{dx}$

D ضریب پخش $\quad j_N = -D\left(\frac{dn}{dx}\right)$

k رسانایی گرمایی $\quad j_Q = -k\left(\frac{dT}{dx}\right)$

η چسبندگی $\quad j_p = -\eta\left(\frac{dv}{dx}\right)$

$$D = \frac{1}{3}\lambda\bar{c}$$

$$k = \frac{1}{3}\bar{c}\rho c_V\lambda$$

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\bar{c}\lambda$$

$$k = \eta c_V$$

ترمودینامیک (۱)

$$W_{rev} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$

قانون اول $\quad \Delta Q = \Delta U + \Delta W$

$$\Delta U = \mu C_{V,m}\Delta T$$

$$\Delta Q = \mu C_m \Delta T$$

مایر $\quad C_{p,m} - C_{V,m} = R$

$$W = \mu RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

تغییر بی‌دررو $\quad \Delta Q = 0$

ثابت $= pV^\gamma$

ثابت $= TV^{\gamma-1}$

ثابت $= T^\gamma p^{1-\gamma}$

$$W = \left(\frac{1}{\gamma-1}\right)(p_1V_1 - p_2V_2)$$

ماکسول ـ بولتزمن $\quad \bar{E} = \frac{1}{2}kT$

$$U = Nf\left(\frac{1}{2}kT\right)$$

ترمودینامیک (۲)

تغییر آنتروپی δS $\quad \delta S = \delta Q_{rev}/T$

$$S = k \ln W$$

قانون دوم $\quad \Delta S \geqslant 0$

E بازده ماشین گرمایی $\quad E = \frac{W}{Q_{hot}}$

(چرخهٔ کارنو) $\quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$

(ماشین کارنو) $\quad E = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

تغییرات فاز

گرمای نهان ویژهٔ تبدیل $\quad l = \frac{L}{m}$

گازهای حقیقی

$$pV = A + Bp + Cp^2 + \dots$$

معادلهٔ وان‌دروالس $\quad \left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$

MATH75.IR

رسانش	λ رسانایی گرمایی	$\frac{dQ}{dt}=-\lambda A\frac{d\theta}{dx}$	$\frac{Q}{t}=\lambda A\left(\frac{\theta_2-\theta_1}{n}\right)$

تابش			
Φ توان تابش (شار)	$\Phi=\frac{W}{t}$	قانون کیرشهوف	$\frac{M_\lambda}{\alpha_\lambda}=$ ثابت
M_λ تابندگی طیفی	$M_\lambda\delta\lambda=\frac{\Phi_\lambda}{A}$		$\alpha_\lambda=\varepsilon_\lambda$
M تابندگی کل	$M=\frac{\Phi}{A}$	قانون استفان	$\Phi\propto AT^4$
ε_λ گسیلمندی طیفی	$\varepsilon_\lambda=\frac{M_\lambda}{M_{\lambda.B}}$	σ ثابت استفان ـ بولتزمن	$\sigma=\frac{\Phi_B}{AT^4}$
α_λ ضریب جذب طیفی	$\alpha_\lambda=\frac{\Phi_{\lambda.a}}{\Phi_{\lambda.0}}$	قانون جابه‌جایی وین	$\lambda_{max}T=$ ثابت
E چگالی شارتابشی	$E=\frac{\Phi_0}{A}$		

۲۱ دما

پرسشهایی برای بحث

۲۱-۱ دوسیستم‌را به‌نام A و B درنظر بگیرید. چه‌آزمون تجربیی باید انجام دهید تا بدون‌آنکه A و B را واقعاً در تماس گرمایی قرار دهید، دریابید که این دو سیستم در صورت تماس، گرما مبادله می‌کنند یا نه؟

۲۱-۲ بهینهٔ تعداد پارامترها (یا کمیتهای فیزیکی‌متغیرقابل اندازه‌گیری) ماکروسکوپی برای سیستمی‌که می‌خواهیم‌آن را به‌عنوان دماسنج به‌کار بریم چیست؟

۲۱-۳ چگونه تغییرات یکنواخت خاصیت فیزیکی ویژه‌ای را نسبت به دما از راه تجربه می‌آزمایید؟ (پیرامون استلزامهای نظری به‌دقت بیندیشید.)

۲۱-۴ آیا واحد ژول در ذره را می‌توان برای اندازه‌گیری دما به‌کار برد؟

۲۱-۵ آیا مقیاس دمای ترمودینامیکی از مقیاس دمای‌گاز کامل بنیادیتر است؟

۲۱-۶ کلوین چگونه تعریف می‌شود؟ آیا این نکته درست است‌که بگوییم فاصلهٔ میان نقطهٔ تبخیر ونقطهٔ انجماد آب دقیقاً ۱۰۰ کلوین است؟ بحث‌کنید.

۲۱-۷ آیا نتایجی‌که ازیك دماسنج با حجم گاز ثابت به‌دست می‌آید به‌گاز به‌کار گرفته شده بستگی دارد؟ اگر چنین است درمورد انتخاب گاز چه عواملی را باید درنظر گرفت؟

۲۱-۸ سود و زیانهای یك مقاومت‌گرمایی در مقایسه بایك دماسنج‌که دارای مقاومتی فلزی است، کدامند؟

MATH75.IR

۲۱-۹ درمورد این گزاره نظر دهید: «۵۰۰ °C پنج برابر نقطهٔ جوش آب است.»

۲۱-۱۰ چرا فاصلهٔ دمای سلسیوس، θ، با رابطهٔ زیر تعریف نمی‌شود؟

$$\theta = T - T_{\text{یخ}}$$

که در آن T دمای ترمودینامیکی است.

۲۱-۱۱ نظر بر این است که اندازهٔ یک خاصیت ترمودینامیکی ویژه، X، برحسب θ فاصلهٔ دمای ترمودینامیکی سلسیوس، ازمعادلهٔ سهمیوار زیر به‌دست می‌آید:

$$X = X_0(1 + \alpha\theta + \beta\theta^2)$$

برای درجه‌بندی یک دماسنج براساس تغییرات گرمایی X چه روشی را باید دنبال کنیم؟

۲۱-۱۲ دمای مواد زیر را چگونه اندازه‌گیری می‌کنید؟ (الف) اکسیژن مایع، (ب) شید سپهرخورشید، (پ) مایع به‌کار رفته به روش آزمایش آمیزه‌ها، (ت) هوای داخل یک اتاق، (ث) مایع درون یک گرماسنج باشارش ثابت، و (ج) جسمی که دمای آن به‌سرعت افتاخیز می‌کند.

۲۱-۱۳ دماسنج مغناطیسی. در یک نمک پارامغناطیسی که از قانون کوری پیروی می‌کند، χ_m پذیرفتاری مغناطیسی از راه رابطهٔ زیر به دمای ترمودینامیکی، T، مربوط می‌شود:

$$\chi_m = \text{مقدار ثابت}/T$$

(الف) درچه گسترهٔ دمایی انتظار می‌رود χ_m به عنوان یک خاصیت دماسنجی مفید واقع شود.

(ب) عملا به‌طوردقیق از این قانون پیروی نمی‌شود. آیا استفاده از **دمای مغناطیسی**، T^*، که ازرابطهٔ زیرتعریف می‌شود، معتبراست؟

$$T^* = \text{مقدار ثابت}/\chi_m$$

۲۱-۱۴ «دمای یک جسم به نسبت میانگین انرژی جنبشی مولکولهای آن افزایش می‌یابد. بنابراین گلوله‌ای که نسبت به‌یک ناظرحرکت می‌کند داغتر از گلوله‌ای همسان و نسبت به‌همان ناظر، ساکن است.» نظردهید.

۲۱-۱۵ کدام خاصیت فیزیکی در موارد زیر، دما (اگر دمایی درکار باشد) را تعیین‌می‌کند؟ (الف) یک حجم‌فضای خالی، (ب) همان حجم که به‌وسیلهٔ یک مولکول اشغال‌شده باشد، (پ) حجمی که به‌وسیلهٔ مولکولهای یک‌مول گاز کامل اشغال شده باشد.

۲۱-۱۶* باکلماتی که خودمی‌دانید بگویید که چرا رسیدن به دمای 0K ناممکن است. آزمایشگران تا چه حد به این دما نزدیک شده‌اند؟ در مورد انرژی جنبشی مولکولها در صفرمطلق چه می‌توانید بگویید؟

مسئله‌های کمّی

۲۱-۱۷† دماسنج جیوه‌ای. طول ستون جیوه درلوله‌ای شیشه‌ای با قطر داخلی یکنواخت، در نقطهٔ انجماد (۲۷۳ K) ۳۰mm و در نقطهٔ تبخیر (۳۷۳ K) برابر ۲۸۰ mm است. وقتی که طول این‌ستون ۱۸۰ mm باشد، دمایی را که این دماسنج ثبت می‌کند حساب کنید.

[۳۳۳ K]

۲۱-۱۸† دماسنج‌گازی با حجم ثابت. فشارکم یک گاز رقیق که درحجم ثابتی نگه‌داشته شود، درنقطهٔ‌جوش متعارف گوگرد، ونقطهٔ‌سه‌گانهٔ آب اندازه‌گیری می‌شود. نسبت‌فشارها ۲/۶۲۷ است. نقطهٔ‌جوش متعارف گوگرد چه مقدار است؟ مقدار عددی داده شدهٔ T_{tr} را در محاسبه به‌کار برید.

۲۱-۱۹† وقتی دمای پیوندگاه سرد ترموکوپل ۲۷۳ K و دمای پیوندگاه داغ آن ۳۷۳ K باشد، نیروی محرکهٔ الکتریکی آن درفاصلهٔ ۹۶۰ mm ازیک سیم پتانسیل سنج متوازن می‌شود. وقتی پیوندگاه داغ را درون نفتالینی در دمای نقطهٔ ذوبش قرار دهیم، موازنه درفاصلهٔ ۷۶۸mm روی این سیم حاصل می‌شود. نقطهٔ ذوب نفتالین را روی مقیاس دماسنج این ترموکوپل محاسبه کنید.

[۳۵۳ K]

۲۱-۲۰ تصحیح دماسنج جیوه‌ای. یک دماسنج جیوه‌ای درون شیشه تحت فشار متعارف نقطهٔ انجماد (۲۷۳ K) را

MATH75.IR

۱٫۲۰°C و نقطهٔ تبخیر (۳۷۳ K) را ۹۸٫۳°C نشان می‌دهد.

(الف) نموداری رسم کنید که تغییرات تصحیح لازم را برحسب دما نشان دهد. هرفرضی را که برای ترسیم این نمودار ضروری است، ذکر کنید.

(ب) با استفاده از این نمودار وقتی که دماسنج ۱۲٫۰°C−، ۲۸٫۰°C و ۶۴٫۰°C را نشان می‌دهد، دماهای صحیح را پیدا کنید.

(پ) درچه دمایی تصحیح لازم برابرصفراست؟

[(ب) ۱۳٫۶°C−، ۲۷٫۶°C، ۶۴٫۷°C
(پ) ۴۱٫(۵)°C]

۲۱-۲۱ ناهمخوانی ظاهری دماسنجها. معیارهای خاصیت دماسنجی برای دو دماسنج متفاوت در جدول زیر نشان داده شده‌اند. هر دو دماسنج برای اندازه‌گیری دمای یك اجاق آشپزی، T، به‌کار گرفته شده‌اند.

دماسنج	خاصیت دماسنجی	$T_{\text{یخ}}$	$T_{\text{بخار}}$	T
باحجم ثابت گاز	p برحسب mm Hg	۷۶۰٫۰	۱۰۳۸٫۴	۱۳۹۶٫۸
ترموکوپل	$\mathcal{E}$ برحسب mV	۰	۴٫۴۰۰	۱۰٫۱۶۴

(الف) مقدارثبت شده برای T توسط هریك ازدماسنجها را بیابید.

(ب) درمورد این مقادیرنظر دهید.

(پ) چه‌کاری می‌توانید انجام دهید تا مقداری راکه روی مقیاس دماسنج گازی می‌خوانید به‌مقدار آن روی مقیاس ترمودینامیکی نزدیك شود.

[(الف) (i) ۵۰۱٫۹ K، (ii) ۵۰۴٫۲ K]

۲۲-۲۱ دماسنج فشار-بخار. جدول زیر تغییرات فشار متعارف بخار آب، p، را برحسب دمای ترمودینامیکی، T، نشان می‌دهد.

(الف) این ارقام را روی یك زوج نمودار بیاورید:
(i) نموداری که تغییرات p را برحسب T نشان دهد، و (ii) نمودار دیگری که تغییرات p را برحسب دمای اندازه‌گیری شده روی یك مقیاس فشار بخار، t، نشان دهد.

(ب) با استفاده ازنمودارهای خود مقادیر T و t را به‌ازای $p = 60\ \text{kPa}$ بیابید، و درمورد پاسخهای خود اظهارنظر کنید.

(پ) درچه گستره‌ای از مقادیر دما، این دماسنج حساس است؟

[(ب) $T = 35(9)\ \text{K}$ ، $t = 33(2)\ \text{K}$]

p برحسب kPa	۰٫۶۱	۳٫۲	۱۲	۳۸	۱۰۱
T برحسب K	۲۷۳	۲۹۸	۳۲۳	۳۴۸	۳۷۳

۲۳-۲۱ تصحیح مقیاس ترمودینامیکی. نیروی محرکهٔ الکتریکی یك ترموکوپل پلاتین-رودیوم بنا برجدول زیر نسبت به دما تغییر می‌کند. دمای پیوندگاه سرد در ۲۷۳ K نگه داشته می‌شود.

$\mathcal{E}$ برحسب μV	۵۵٫۰	۱۱۳	۱۷۳	۲۳۵	۲۹۹
$\Delta\theta$ برحسب °C	۱۰٫۰	۲۰٫۰	۳۰٫۰	۴۰٫۰	۵۰٫۰
$\mathcal{E}$ برحسب μV	۳۶۵	۴۳۲	۵۰۲	۵۷۳	۶۴۵
$\Delta\theta$ برحسب °C	۶۰٫۰	۷۰٫۰	۸۰٫۰	۹۰٫۰	۱۰۰٫۰

(الف) نمودار صحیحی از $\mathcal{E}$ برحسب $\Delta\theta$ رسم کنید.

(ب) یك نمودار درجه‌بندی به‌شکل خط راست رسم کنید که بتوان آن را برای به دست آوردن دماهای سلسیوس تجربی ترموکوپل به‌کار برد.

پژوهشگری که از این ترموکوپل استفاده می‌کند نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر ۲۹۹ μV را اندازه‌گیری کرده است. اوفراموش می‌کند که برای ارزیابی دمای ترمودینامیکی باید ازیك رابطهٔ سهمیوار استفاده کند و به‌جای آن رابطه‌ای خطی را به‌کار می‌برد. تفاوت میان مقداری که به دست آورده ومقدارحقیقی چه مقدار بوده است؟

[۳٫۶ K]

MATH75.IR

۲۱-۲۴ دماسنج ترموکوپلی. نیروی محرکهٔ الکتریکی یك ترموکوپل به‌طور تقریبی ازرابطهٔ $\mathcal{E}=\alpha\Delta t+\beta(\Delta t)^2$ به‌دست می‌آید، که در آن Δt اختلاف دمای ترمودینامیکی میان پیوندگاه‌ها $\alpha=۶/۹۳\,\mu V/K$ و

$$\beta=-۲/۱۰\,nV/K^2$$

است. دمای پیوندگاه سرد درحد ۲۷۳ K نگه‌داشته می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) مقدار $\mathcal{E}$ را وقتی دمای پیوندگاه داغ برابر ۳۷۳ K است.

(ب) دمای احتمالی پیوندگاه داغ را به ازای $\mathcal{E}=۳/۲۵\,mV$. مقاردمای بند (ب) برحسب چه‌مقیاسی داده شده است؟

[(الف) ۰/۶۷(۲) mV (ب) ۸۳۹ K]

۲۱-۲۵ مقیاس دماسنج گازی باحجم ثابت. فشار و حجم گاز داخل محفظهٔ یك دماسنج گازی با حجم ثابت رامعادلهٔ $pV=aT+bpT$ به‌هم مربوط می‌کند، که در آن T دمای گاز کامل و $b=۴/۰\times۱۰^{-۶}m^3/K$. اگر حجم محفظه $۹/۰\times۱۰^{-۲}m^3$، و دماسنج در نقاط انجماد و تبخیر (۲۷۳ K و ۳۷۳ K) درجه بندی شده باشد، تفاوت میان دمایی که این دماسنج ثبت می‌کند با مقیاس گاز کامل هنگامی که مقدار اخیر ۳۵۰ K است، چه مقداری می‌شود؟

[$<۰/۱$ K]

۲۱-۲۶ مقیاس دماسنج مقاومتی. مقاومت سیم پیچ یك دماسنج مقاومتی در دمای θ درمقیاس گاز کامل سلسیوس از رابطهٔ $R_\theta=R_0(۱+a\theta+b\theta^2)$ به‌دست می‌آید، که R_0 مقاومت در ۰°C، و $b=-۱/۵۴\times۱۰^{-۴}a/K$ است.

(الف) روابطی برای R_θ درنقطهٔ انجماد (۲۷۳ K) و نقطهٔ تبخیر (۳۷۳ K) بنویسید، و

(ب) دمایی راکه مقیاس دماسنج مقاومتی در $\theta=۴۰/۰$°C نشان می‌دهد محاسبه کنید. [۴۰/۴ °C]

۲۲ انبساط جامدات و مایعات

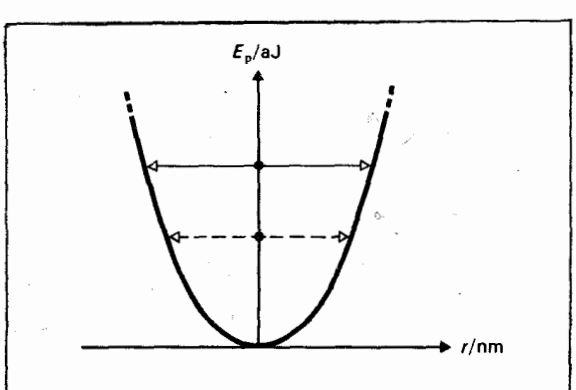
پرسشهایی برای بحث

۲۲-۱ دومثال، یکی برای جامدات ودیگری برای مایعات، از موادی که هنگام گرم شدن منقبض می‌شوند، ارائه دهید. سعی کنید که هرمثال را برحسب رفتار ذرات میکروسکوپی توضیح دهید.

۲۲-۲ چه عاملی باعث می‌شود جسمی درنتیجهٔ تغییر دما، تغییر شکل دهد؟

۲۲-۳ روشی برای اندازه‌گیری صحیح انبساط پذیری حجمی یك بلور کوچك کوارتز پیشنهاد کنید.

۲۲-۴ اگر جامدی را گرم کرده و نمودار چگالی آن را برحسب دما رسم کنیم، خواهیم دید که با نزدیك شدن به نقطهٔ ذوب، تغییر چشمگیری درشیب نمودار به‌وجودمی‌آید. چنین نموداری را رسم کنید و دلایلی برای شکل آن ارائه دهید.



شکل مربوط به‌پرسش ۲۲-۵

MATH75.IR

۵-۲۲ نوسانگر هماهنگ. به‌شکل مراجعه کنید، که در آن نمودار تغییرات انرژی پتانسیل، E_p، ذره‌ای از یك جامد فرضی به‌عنوان تابعی از فاصلهٔ، r، آن از ذرهٔ دوم رسم شده است.

(الف) شکل این نمودار درمورد ماهیت نیروهای بین اتمی چه می گوید؟

(ب) چگونه فاصلهٔ بین‌اتمی به‌دامنهٔ ارتعاش بستگی پیدا می‌کند؟ (آونگ ساده مشابه سودمندی است.)

(پ) انبساط خطی، α، جامدی راکه ذرات آن صرفاً ازراه نیروهای هماهنگ باهم پیوند دارند، پیشگویی کنید.

(ت) برای چنین جامدی رابطهٔ میان α وظرفیت گرمایی ویژه چگونه است؟

۶-۲۲ نوسانگر ناهماهنگ. ر.ك. پرسش ۲۲-۵ . جدا کردن دواتم ازهم عملاً ساده‌تر ازنزدیك‌کردن آن دو به یکدیگراست.

(الف)منحنی‌غیر سهموی $E_p - r$راکه حرکت‌ناهماهنگ اتمهای حقیقی را نشان می‌دهد، رسم کنید.

(ب) با درنظرگرفتن حدود قبلی وکنونی نوسان، نشان دهیدکه چگونه موضع میانگین یك ذره، برحسب افزایش دمای آن تغییرمی‌کند، و بدین‌ترتیب نشان دهیدکه چگونه α دراین نوع جامد با α در ماده‌ای‌که درپرسش ۲۲-۵ با آن سروکار داشتیم تفاوت می‌کند؟ (راهنمایی: ر.ك. پرسش ۴۱-۴.)

(پ) طبق **رابطهٔ گرونایزن** درتمام مواد ودر هر دمایی، انبساط‌پذیری خطی با ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت متناسب است. آیا این رابطه بامنحنیی‌که دربند (ب) رسم کردید سازگاری دارد؟

۷-۲۲ اگر از شما خواسته شودکه آزمایشی تجربی از رابطهٔ گرونایزن (پرسش ۲۲-۶) انجام دهید، چه گسترهٔ دمایی را انتخاب می‌کنید وچرا؟

مسئله‌های کمّی

۸-۲۲† انبساط میکروسکوپی. یك فلز خاص‌دارای‌ضریب انبساط حجمی $۶ \times ۱۰^{-۵}\,۱/K$ ، وفاصلهٔ یونهای آن از یکدیگر تقریباً ۰/۱nm است.

(الف) وقتی دما تا ۱۰۰K بالا برود، چه مقدارتغییری درمیانگین فاصلهٔ آنها ازیکدیگر ایجاد می‌شود؟

(ب) این مقدار درمقایسه با دامنهٔ حرکت ارتعاشی آنها چگونه است؟

[(الف) ۰/۲ pm]

۹-۲۲† وقتی دمای یك قرص فلزی همگن، تا ۸۰K بالا برود، قطرآن تا ۰/۱۵% افزایش پیدا می‌کند.

(الف) درصد افزایش مساحت سطح، ضخامت وحجم آن را محاسبه‌کنید.

(ب) جرم وچگالی قرص چگونه تغییرکرده‌اند؟

(پ) ضرایب‌انبساط خطی، ظاهری وحجمی فلزقرص‌را محاسبه‌کنید.

(ت) تغییرجزئی درگشتاور لختی‌قرص چه مقدارخواهد بود؟

[(ب) $\Delta\rho/\rho = -۴/۵ \times ۱۰^{-۳}$
(پ) $\gamma = ۵/۶ \times ۱۰^{-۵}\,۱/K$ (ت) ۰/۳۰%]

۱۰-۲۲† ثابت‌کنیدکه اگر در فشار ثابت دما به‌اندازهٔ ΔT تغییرکند، ارتفاع یك جوسنج مایع، h، به اندازهٔ Δh تغییرمی‌کندکه از رابطهٔ $\Delta h = \gamma h\,\Delta T$ به دست می‌آید، و درآن γ ضریب انبساط حجمی است. در روش ترازمندی ستونی‌که برای اندازه‌گیری γ به‌کار گرفته می‌شود، دولولهٔ قائم شیشه‌ای پر ازمایع‌که در دماهای متفاوتی نگه داشته می‌شوند، به‌وسیلهٔ لولهٔ افقی‌مویینی به‌یکدیگرمتصل‌می‌شوند. درصورتی‌که طول ستون مایعی‌که دمای آن ۲۷۳K است ۱۲۰۰mm، وطول ستونی‌که در دمای ۲۹۰K نگه‌داشته شده است ۱۲۲۰mm باشد، γ را محاسبه‌کنید. مزیت استفاده ازلولهٔ مویین چیست؟

[$۹/۸ \times ۱۰^{-۴}\,۱/K$]

۱۱-۲۲ (الف) نشان‌دهیدکه برای یك مادهٔ معلوم، ضریب انبساط حجمی (γ) تقریباً ۳ برابرضریب انبساط خطی(α) است.

MATH75.IR

(ب) اگر قرار باشد α تا ۱٪ درستی داشته باشد، بیشترین مقداری که می‌تواند داشته باشد چقدر است؟
[(ب) $۶ \times ۱۰^{-۲}\,۱/K$]

۱۲-۲۲ ساعت آونگ‌دار. زمان تناوب آونگ ساده‌ای که ضریب انبساط خطی آویز آن α است به‌ازای طول $l_۱$، T است. وقتی که دما به‌اندازهٔ $\Delta\theta$ افزایش یابد طول آن به $l_۲$ می‌رسد و زمان تناوب برابر $(T+\Delta T)$ می‌شود.
(الف) نشان دهید که $(T+\Delta T)/T = \sqrt{۱+\alpha\Delta\theta}$ (i)،
و در نتیجه:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{۱}{۲}\alpha\Delta\theta \quad (ii)$$

(ب) یک آونگ برنجی که در آن $\alpha = ۱/۹ \times ۱۰^{-۵}\,۱/K$، در ۲۸۸/۰ K زمان صحیح را نشان می‌دهد. در پایان روز، وقتی که دما ۲۹۳/۰ K است، چه مقدار خطا دارد و چگونه؟
[۴/۱ s]

*۱۳-۲۲ مدول کپه‌ای آب $۲/۰\,GN/m^۲$ و ضریب انبساط حجمی ظاهریش نسبت به ظرفی که آب در آن ریخته شده $۱/۸ \times ۱۰^{-۴}\,۱/K$ است. وقتی که درظرف را با لحیم مسدود می‌کنیم تنها حاوی آب است، سپس آن را تا ۵/۰ K گرم می‌کنیم. فشار داخل ظرف تا چه اندازه افزایش می‌یابد؟ (ازاین واقعیت که ظرف براثر افزایش تنش منبسط می‌شود چشمپوشی کنید.)
[۱/۸ MPa]

۲۳ ظرفیت گرمایی

پرسشهایی برای بحث

۱-۲۳ امروزه دیگر مفهوم هماوز مکانیکی گرما ضروری شناخته نمی‌شود. اهمیت امروزی آزمایشهای پیشرفتهٔ دانشمندانی مانند رامفورد، ژول و، به‌تازگی کالندر و بارنز در چیست؟

۲-۲۳ به‌طور خلاصه تغییرات انرژی را که در وضعیتهای زیر انجام می‌گیرد شرح دهید:
(الف) گلوله‌ای شلیک می‌شود و به‌هدف می‌خورد.
(ب) یک موتور درونسوز
(پ) شهابسنگی که ازفضا به‌سطح زمین می‌رسد.
(ت) کامیون متحرکی که ازطریق ترمز کردن می‌ایستد.
(ث) یک گرم‌کن شناور دمای مایعی را بالا می‌برد.
(ج) سکه‌ای از ارتفاع زیاد روی سطحی سخت فرو می‌افتد.

۳-۲۳ پیرامون این امر که چرا اتومبیلهای مسابقه دارای چرخهای پره‌ای‌اند، دوعلت ذکر کنید.

۴-۲۳ تفاوت اساسی میان گرما وکار درچیست؟ چه‌ویژگی بنیادی هر دو را ازمفهوم انرژی داخلی متمایز می‌کند؟ در چه موردی هرسه کمیت مشابهند؟

۵-۲۳ تلاش کنید تعریفی دقیق از انرژی داخلی یک سیستم ارائه دهید. تفاوت میان تعریف شما و انرژی کل سیستم در چیست؟

۶-۲۳ اگر انرژی سکون جرم را کنار بگذاریم، درفیزیک تنها دو نوع انرژی بنیادی خواهیم داشت جنبشی وپتانسیل. گرما، کار، انرژی داخلی و انرژی شیمیایی دراین‌طرح چه جایگاهی دارند؟

۷-۲۳ آیا این امکان وجود دارد که انرژی داخلی سیستمی را که به وسیلهٔ دیواره‌های کاملاً بی‌دررو صلب مسدود شده است، افزایش داد؟

۸-۲۳ سعی کنید فهرست جامعی از تمامی پدیده‌های متفاوتی که می‌توانند در انرژی داخلی سیستمهای زیرسهیم

MATH75.IR

باشند تهیه کنید: (الف) یك شبکهٔ فلزی و (ب) بلوری که از مولکولهای چنداتمی تشکیل شده باشد.

۹-۲۳ پرسش ۸-۲۳ را درمورد فاز مایعات (الف) جیوه، (ب) آب، تکرار کنید.

۱۰-۲۳ روشهای سردکردن یك جسم داغ راکه در دمای اتاق قرار گرفته است، مورد بحث قراردهید. بامتمایز کردن میزان اتلاف گرما و میزان افت دما، عواملی کـه هریك از اینها راکنترل می‌کنند، شرح دهید.

۱۱-۲۳ جرم معلومی از گاز، دوظرفیت گرمایی اصلی دارد که در فشار ثابت وحجم ثابت اندازه‌گیری می‌شوند. حجم وفشار به‌ترتیب مثالهایی ازکمیتهای **جمع‌پذیر وشدتی** هستند. آیا می‌توانید متغیرهـای مناسبی برای یك سطح (مثل یك لایهٔ حباب کف صابون) پیشنهادکنیدکه بتوان آنها را برای تعریف ظرفیتهای گرمایی اصلی مشابه به‌کاربرد؟

۱۲-۲۳ ظرفیت گرمایی وظرفیت گرمایی ویژه مثالهایی از کمیتهای جمع‌پذیر وشدتی‌اند. (ر.ك. پرسش ۱۱-۲۳) از دوکمیت نامبرده کدام جمع‌پذیر وکدام شدتی‌اند؟

۱۳-۲۳ م. ب اگر زمین چنان ازحرکت می‌ایستادکه همهٔ انرژی جنبشی چرخشی آن به‌انرژی داخلی‌اش تبدیل می‌شد، میانگین تغییردمای زمین چه مقدارمی‌شد؟

۱۴-۲۳ م. ب ر. ك. پرسش نمودار ۱۹-۲۱. وقتی کـه مایعی با فشار از درون لوله‌ای مویین می‌گذرد، کاری که‌در مقابل نیروهای چسبندگی انجام می‌گیرد، باعث افـزایش انرژی داخلی سیستم می‌شود. اگر h حدود ۱ متر باشد، آیا افزایش دما محسوس است؟

مسئله‌های کمّی

گرما، کار وانرژی

۱۵-۲۳ استوانهٔ چرخان. نیروی اصطکاکی مماسیی که از جانب ترمزی نواری براستوانهٔ فلزی چرخانی بـه محیط $0/25\ m$ وارد می‌آید، $20\ N$ است. اگر جرم استوانـه $0/40\ kg$ وظرفیت گرمایی ویـژهٔ آن $0/35\ kJ/kg\,K$ باشد، تعداد دورهای کاملی راکه استوانه باید بزند تادمای آن $5/0\ K$ افزایش یابد، محاسبه کنید.

$[1/4\times10^{2}]$

۱۶-۲۳ گلوله‌ای به‌جرم $30\ g$ که باسرعت $0/20\ km/s$ حرکت می‌کند، درهدف ثابتی فرو می‌رود.

(الف) تغییرات انرژیی راکه رخ می‌دهد تشریح کنید.

(ب) افزایش انرژی داخلی هدف وگلوله چه‌مقداراست؟

(پ) افزایش دمای گلولـه را، درصورتی کـه ۷۵٪ از انرژی داخلی را درآشامد، محاسبه کنید. ظرفیت گرمـایی ویژهٔ فلز به‌کاررفته $0/13\ kJ/kg\,K$ است.

$[1/2\times10^{2}\ K$ (پ) $0/60\ kJ$ (ب)$]$

۱۷-۲۳ آب باآهنگ $4/0\ m^3/s$ ازآبشاری به‌ارتفاع $50\ m$ فرو می‌ریزد.

(الف) پیرامون تغییرات انرژی که دراین عمل دخالت دارند بحث کنید.

(ب) درصورتی که ۷۰٪ انرژی پتانسیل به‌انرژی داخلی تبدیل شود، اختلاف دمای میان نوك و ته‌آبشار را محاسبه کنید.

(پ) بیشینهٔ تـوان نظری دسترس‌پذیر چه مقدار است؟ مقادیر عددی داده شدهٔ ρ_{H_2O}، c_{H_2O} و g_0 را درمحاسبه‌منظور کنید.

$[2/0\ MW$ (پ) $82\ mK$ (ب)$]$

۱۸-۲۳ اتومبیلی به‌وزن $15\ kN$، درحالی‌که موتورش خاموش‌است، از تپه‌ای به‌شیب ۱ به ۶ باسرعت یکنواخت $12\ m/s$ به‌پایین حرکت می‌کند. اگر جرم استوانه‌هـای ترمز $30\ kg$ وظرفیت گرمایی‌ویژهٔ آنها $0/40\ kJ/kg\,K$ باشد، آهنگ افزایش‌دمای آنهارا محاسبه کنید. چه‌فرضهایی را درنظر می‌گیرید؟

$[2/5\ K/s]$

۱۹-۲۳ وقتی مته‌ای را بـه‌منبع تغذیهٔ $0/24\ KV$ وصل

MATH75.IR

کنند، باجریان ۲٫۰ A کارمی‌کند. با این مته در قطعه آهنی به‌جرم ۰٫۸۰ kg سوراخی ایجاد می‌کنیم. اگر ۶۰٪ انرژی الکتریکی به‌انرژی داخلی آهن تبدیل شود، افزایش دمای آن را پس از ۲۰ s محاسبه کنید. آهن دارای ظرفیت گرمایی ویژهٔ ۰٫۴۶ kJ/kg K است. درمورد هر فرض خود بحث کنید.

[۱۶ K]

ظرفیت گرمایی ویژه

†**۲۰-۲۳ خطای ناشی از دماسنج.** یك دماسنج دقیق با ظرفیت گرمایی ۲۰ J/K، ۱۸٫۰°C را نشان می‌دهد. سپس آن را در ۰٫۲۵ kg آب قرار می‌دهیم و هردو، طبق آنچه دماسنج نشان می‌دهد، به‌دمای نهایی ۵۰٫۰°C می‌رسند. با فرض آنکه هیچ تبادل گرمایی دیگری صورت نگیرد، دمای آب را پیش از قرار گرفتن دماسنج در آن محاسبه کنید.
مقدار عددی داده شدهٔ c_{H_2O} را در محاسبه به‌کار برید.

[۵۰٫۶°C]

۲۱-۲۳ تصحیح سردسازی. یك ظرف فلزی به‌ظرفیت گرمایی ۲۰ J/K حاوی ۰٫۱۵ kg مایع است. یك گرم‌کن شناور درون مایع قرار می‌گیرد و جریان ۳٫۰ A با اختلاف پتانسیل ۱۲ V به‌مدت ۴٫۰ دقیقه از آن می‌گذرد. مقادیر دما برحسب زمان در جدول زیر آرایش یافته است:
با استفاده از این ارقام:
(الف) تصحیح تقریبی سردسازی را، و
(ب) ظرفیت گرمایی ویژهٔ مایع را، محاسبه کنید.

[(ب) ۲٫۶ kJ/kg K]

†**۲۲-۲۳** (الف) دمای ۰٫۴۵ kg آب درون ظرفی به‌ظرفیت گرمایی ۸۰ J/K درمدت ۰٫۴۸ ks از ۲۸۸ K به ۳۵۲ K می‌رسد. از اتلاف گرما چشم بپوشید و توان گرم‌کن را محاسبه کنید.
(ب) وقتی که همان گرم‌کن را درون ۰٫۵۰ kg پارافین که درظرف مشابهی با همان دمای اولیه ریخته شده است، قرار دهیم، دما در مدت ۰٫۲۴ ks به ۳۴۱ K می‌رسد. ظرفیت گرمایی ویژهٔ پارافین را محاسبه کنید.
مقدار عددی داده شدهٔ c_{H_2O} را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۰٫۲۶ kW (ب) ۲٫۲ kJ/kg K]

†**۲۳-۲۳** یك گرم‌کن با توان ۱۰ W را در ۰٫۲۵ kg مایع گرماسنجی با ظرفیت گرمایی ۵۰ J/K قرار می‌دهیم وآن را روشن می‌کنیم. پس از مدتی دمای مایع به‌مقدار ثابتی می‌رسد. حال گرم‌کن را بیرون می‌آوریم و افت اولیهٔ دما به‌میزان ۱۵ mK/s اندازه‌گیری می‌شود. ظرفیت گرمایی ویژهٔ مایع چه مقدار است؟

[۲٫۵ kJ/kg K]

۲۴-۲۳ گرماسنج نرنست. این روش برای اندازه‌گیری ظرفیت گرمایی ویژهٔ جامدهایی که رسانایی مطلوبی دارند، به‌کارمی‌رود. با ایجاد خلاء در اطراف جامد، تبادل گرمایی کاهش می‌یابد، و تنها تصحیح، به اتلاف تابشی مربوط می‌شود. وقتی دما پایین باشد، اتلاف تابشی می‌تواند بسیار ناچیز باشد. در یك فرایند تعیین دما، وزنه‌ای به‌جرم ۰٫۳۰ kg را به کار می‌برند و وقتی جریان ۳٫۰ A با اختلاف پتانسیل ۲٫۰ V به‌مدت ۲۲ s برقرارشود افزایش دما ۱٫۲ K می‌شود. وقتی جریان ۲٫۷ A با اختلاف پتانسیل ۱٫۸ V در همان مدت برقرار شود، افزایش دما ۰٫۹۷ K خواهد بود. درهمین دما:

دما θ برحسب °C	۱۵٫۰	۲۰٫۰	۲۴٫۷	۲۹٫۳	۳۳٫۹	۳۲٫۸	۳۱٫۷	۳۰٫۶
زمان t برحسب دقیقه	۰٫۰	۱٫۰	۲٫۰	۳٫۰	۴٫۰	۵٫۰	۶٫۰	۷٫۰

MATH75.IR

(الف) ظرفیت گرمایی ویژهٔ وزنه را، و

(ب) اتلاف (ناچیز) توان را، محاسبه کنید.

[(الف) $0/36\ kJ/kgK$ (ب) $6\times10^{-2}\ W$]

۲۳-۲۵ روش فلاسک خلأ. یك سیم‌پیچ گرم‌کن به‌توان $15\ W$ را در $0/20\ kg$ آب فرو می‌بریم و به‌مدت $0/56\ ks$ روشن می‌گذاریم، که درخلال این مدت دما تا $10\ K$ بالا می‌رود. وقتی به‌جای آب، $0/15\ kg$ ازمایع دیگری بریزیم، توان‌لازم-برای بالابردن دما به‌همان اندازه، و درهمان زمان، $8/3\ W$ است. ظرفیت گرمایی ویژهٔ این مایع را محاسبه کنید. معنی استفاده از همان حجم مایع چیست؟ آیا اتلاف گرما از بین رفته است؟

مقدار عددی داده شدهٔ c_{H_2O} را در محاسبه به‌کار برید.

[$3/1\ kJ/kgK$]

۲۳-۲۶ روش شارش پیوسته. وقتی‌اختلاف پتانسیل دوسر سیم‌پیچ یك گرماسنج کالندر و بارنز، $11\ V$ باشد و جریان $5/0\ A$ ازآن بگذرد، آب با آهنگ دائم $6/0\ g/s$ در گرماسنج جریان می‌یابد. اختلاف دمای‌آب ورودی و آب خروجی $2/0\ K$ است. وقتی‌که تغییرات شارش به $2/0\ g/s$ برسد، جریان در $3/1\ A$ تنظیم‌می‌شود تا همان افزایش دما ایجاد شود.

(الف) اختلاف پتانسیل جدید دوسر سیم‌پیچ گرم‌کن و درنتیجه توان ورودی جدید، و

(ب) ظرفیت گرمایی ویژهٔ آب را، محاسبه کنید.

[(الف) $21\ W$ (ب) $4/2\ kJ/kgK$]

۲۳-۲۷ آهنگ دائم شارش مایعی $20\ g/s$ است وعنصر گرم‌کن‌الکتریکی،توانی به‌اندازهٔ $0/15\ kW$ تلف‌می‌کند. دراین شرایط، دمای خروجی مایع $3/0\ K$ بیشتر از دمای ورودی آن است. وقتی‌که آهنگ شارش نصف شود، توان لازم برای حفظ همان تفاوت دما، $8/1\ W$ است.

(الف) ظرفیت گرمایی ویژهٔ مایع، و

(ب) اتلاف توان به‌اطراف را، محاسبه کنید.

[(الف) $2/3\ kJ/kgK$ (ب) $12\ W$]

†۲۳-۲۸ کاربرد سادهٔ قانون نیوتون. جسمی‌درون‌محفظه‌ای به‌دمای $280\ K$ براثر همرفت واداشته سرد می‌شود و دمای آن درمدت $20/0$ دقیقه از $350\ K$ به $330\ K$ می‌رسد.

(الف) (*i*) میانگین دمای‌اضافی، و (*ii*) میانگین‌آهنگ سردسازی را، محاسبه کنید.

(ب) برای یك دمای اضافی $40\ K$، آهنگ تقریبی سردسازی چه مقدار است؟

(پ) تقریباً چه‌مدت طول می‌کشد (برحسب دقیقه) تا دمای جسم از $330\ K$ به $310\ K$ برسد؟

پاسخ درست (پ) $30/5$ دقیقه است. محاسبهٔ تقریبی شما چند درصد خطا دارد؟

[(پ) $30/0$ دقیقه]

۲۳-۲۹ روش سردسازی. دوظرف همسان هریك به‌ظرفیت گرمایی $12\ J/K$ از دمای $340\ K$ شروع به‌سرد شدن می‌کنند. یکی ازآنها حاوی $8/0\times10^{-5}\ m^3$ آب است و $0/15\ ks$ طول‌می‌کشد تا از $325\ K$ به $320\ K$ برسد، و دیگری حاوی مایعی‌ناشناخته و هم‌حجم آب درظرف اول است که $50\ s$ طول می‌کشد تا درهمان گستره سرد شود. اگر چگالی مایع $8/0\times10^2\ kg/m^3$ باشد، میانگین ظرفیت گرمایی‌ویژهٔ آن در دمایی‌حدود $325\ K$—$320\ K$ چه مقدار است؟

مقادیر عددی داده‌شدهٔ c_{H_2O} و ρ_{H_2O} را در محاسبه به‌کاربرید.

[$1/6\ kJ/kgK$]

***۲۳-۳۰ قانون سردسازی نیوتون.** یك گرم‌کن شناور با توان $1/5\ kW$ نیاز داریم تا بتوانیم $1/2\times10^3\ kg$ از یك مایع را در شرایط همرفت واداشته، در دمای ثابت $340\ K$ نگه داریم. اگر دمای محیط $290\ K$ و ظرفیت گرمایی ویژهٔ مایع $3/2\ kJ/kgK$ باشد، زمان لازم را برای آنکه پس از خاموش‌کردن گرم‌کن مایع به‌دمای $320\ K$ برسد، محاسبه کنید.

[$65\ ks$]

***۲۳-۳۱ معادلهٔ دبی.** در دماهای بسیار پایین ظرفیتهای گرمایی ویژهٔ جامدها به نسبت تغییر دما دستخوش تغییرات

MATH75.IR

فراوانی می‌شوند که از رابطهٔ $c_V \approx kT^3$ پیروی می‌کنند. برای سرب $k = 18\ \mathrm{mJ/kg\,K^4}$. مقادیر تقریبی کمیتهای زیر را محاسبه کنید:

(الف) ظرفیت گرمایی ویژهٔ میانگین سرب بین ۵ K و ۱۰ K، و

(ب) گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای ۰/۳۰ kg از سرب در همین گسترهٔ دما.

(باید توجه داشت که رابطهٔ بالا الکترونهای آزاد فلز را به‌حساب نمی‌آورد، و در نتیجه پاسخها تقریبی‌اند.)

[(الف) ۸/۴ J/kg K (ب) ۱۳ J]

ظرفیت گرمایی مولی

۲۳-۳۲ قانون دولون و پتی. جدول زیر فهرست ظرفیتهای گرمایی ویژهٔ پنج عنصر را در فشار ثابت با جرمهای اتمی نسبی A_r نشان می‌دهد. ظرفیتهای گرمایی مولی آنها را در دمایی نزدیک به‌دمای اتاق محاسبه کنید، و درمورد پاسخهای خود نظر دهید.

ماده	الماس	Be	Al	Fe	Pb
A_r	۱۲	۹/۰	۲۷	۵۶	۲۰۷
c_p برحسب kJ/kg K	۰/۵۱	۱/۸	۰/۸۸	۰/۴۴	۰/۱۳
اندازه‌گیری در T برحسب K	۲۹۵	۳۲۳	۲۷۳	۲۷۳	۲۷۳

با استفاده از این پاسخها نشان دهید که گرمای مورد نیاز برای بالا بردن دمای تعداد معلومی یون در بسیاری از شبکه‌های فلزی، در یک گسترهٔ دمای معین (با تقریب اول) از جرم یونی مستقل است.

۲۳-۳۳ ظرفیت گرمایی ویژهٔ آلومینیوم در دمای محیط ۰/۹۰ kJ/kg K، و جرم مولی آن $27 \times 10^{-3}\ \mathrm{Kg/mol}$ است. ظرفیت گرمایی مولی آلومینیوم را حساب کنید. با استفاده از این مقدار، ظرفیت گرمایی ویژهٔ تنگستن را، در صورتی که جرم مولی آن ۱/۸ kg/mol باشد، پیشگویی کنید.

۲۳-۳۴ ($C_{p,m} - C_{V,m}$) برای یک مایع. جرم مولکولی نسبی آب ۱۸ است. در گسترهٔ دمای ۲۸۳ K — ۲۷۳، میانگین ضریب انبساط حجمی آن $2/0 \times 10^{-4}\ 1/\mathrm{K}$، میانگین چگالیش $1000\ \mathrm{kg/m^3}$، و میانگین ظرفیت گرمایی ویژهٔ آن (درفشار ثابت) ۴/۲ kJ/kg K است.

(الف) حجم مولی و ظرفیت گرمایی مولی آب،

(ب) تغییر حجم ۱/۰ مول آب را وقتی که دمای آن از ۲۷۳ K به ۲۸۳ K برسد،

(پ) کاری که این آب در مقابل فشار خارجی ۰/۱۰ MPa انجام می‌دهد، و

(ت) تفاوت میان ظرفیتهای گرمایی مولی اصلی را، محاسبه کنید.

(برای بیشتر مایعات، از آن جمله آب در دماهای بالاتر، ضریب انبساط به طور چشمگیری بیشتر است و مقدار $C_{p,m} - C_{V,m}$ معنی پیدا می‌کند.)

[(ت) ۰/۳۶ mJ/mol K]

*۲۳-۳۵ **تقسیم مساوی انرژی.** تک یونی را در شبکه‌ای فلزی چنان درنظر بگیرید که بتوان مکانیک نیوتونی را در مورد آن به‌کار گرفت. محاسبه کنید:

(الف) تعداد درجات آزادی این یون را،

(ب) میانگین انرژی ارتعاشی آن را در (*i*) ۴۰۰ K، (*ii*) ۵۰۰ K، و

(پ) ظرفیت گرمایی مولکولی آن را (یعنی ظرفیت گرمایی این یون نوعی).

با استفاده از پاسخ خود به‌بند (پ)، ظرفیت گرمایی مولی شبکهٔ فلزی را محاسبه و مقدار به‌دست‌آمده را با آنچه در قانون دولون و پتی داریم مقایسه کنید.

(سهم الکترونهای آزاد در ظرفیت گرمایی چشمپوشیدنی است.)

مقادیر عددی داده شدهٔ k و N_A را در محاسبه به‌کار برید.

[(پ) مولکول $4/1 \times 10^{-23}$ J/K]

MATH75.IR

۲۴ گازهای کامل: نظریهٔ جنبشی

پرسشهایی برای بحث

۲۴-۱ یك مول از مولکولهای اکسیژن و یك مول از مولکولهای ئیدروژن همیشه دارای یك خاصیت مشترکند. آن خاصیت چیست؟

۲۴-۲ دوظرف باحجم‌مساوی به‌وسیلهٔ لوله‌ای مویین به‌هم وصل می‌شوند. یکی حاوی‌هوا در دمای T_1 و دیگری‌حاوی هوا در دمای T_2 $(T_2 > T_1)$ است. اگردمای‌هردو دریك گسترهٔ دمای ΔT افزایش یابد، چه‌اتفاقی می‌افتد؟

۲۴-۳ تمایز بنیادی میان گاز حقیقی و گاز کامل چیست؟ آیا (اصولاً) یك گاز کامل منحصر به‌فرد وجود دارد یا اینکه می‌توان چند گاز کامل باخواص شیمیایی متفاوت فرض کرد؟

۲۴-۴ از قطر یك مولکول گاز چه درکی دارید؟

۲۴-۵ منظور از شاد مولکولها چیست؟

۲۴-۶ توضیح دهید با آنکه مولکولهای گاز به‌طور کتره‌ای به‌دیواره‌های ظرف خود برخورد می‌کنند، چگونه است که نیرویی که بر دیواره‌های ظرف وارد می‌آورند اساساً ثابت است.

۲۴-۷ ازیك برخورد کشسان میان دو مولکول گاز چه چیزی می‌فهمید؟ اگر دومولکول گاز به‌طورناکشسان باهم برخورد کنند، برای انرژی جنبشی انتقالی آنها چه اتفاقی می‌افتد؟ اگر این نوع فرایند درتمامی حجم گاز انجام گیرد، آیا باعث تغییر دما خواهد شد؟

۲۴-۸ تفاوت میان دمای ترمودینامیکی، T، و دمای گاز کامل (اگراصولاً چنین تفاوتی وجود داشته باشد) چیست؟ اگر تمامی عوامل دیگریکسان باشند، T چگونه با (الف) ریشهٔ میانگین مربعی سرعت مولکولهای گاز، و (ب) جرم آنها، ارتباط پیدا می‌کند؟

۲۴-۹ سرعت مولکولهای نمونهٔ گازی را می‌توان نسبت به (الف) یك چارچوب مرجع آزمایشگاهی، یا (ب) مرکز جرم آن نمونه، اندازه‌گیری کرد. در صورتی‌که سرعت متوسط آن (الف) در دستگاه مرجع اول، و (ب) در دستگاه مرجع دوم غیرصفر باشد، در مورد این نمونه چه مطالبی می‌توانید بیان دارید؟ آیا سرعت متوسط این مولکولها هیچگاه می‌تواند صفرباشد؟

۲۴-۱۰ توزیع سرعتهای مولکولی. به‌شکل مراجعه‌کنید. این شکل اساس روش به‌کار رفته از سوی میلر و کوش (۱۹۵۵) را برای اثبات توزیع ماکسولی نشان می‌دهد.

(الف) دو رابطه برای سرعتهای مولکولهایی‌که ثبت خواهند شد، ارائه دهید.

(ب) این دستگاه را چگونه می‌توان بهبود بخشید تااز این ابهام اجتناب شود؟ آیا می‌توان این‌کار را به‌طورکامل انجام داد؟

(پ) چه عاملی‌گسترهٔ سرعتهای ثبت‌شده، c تا $(c+\delta c)$، را به‌ازای هر مقدار معلوم ω تعیین می‌کند؟

(ت) چگونه می‌توان این توزیع را با رسم نمودار نشان داد؟ با مشخص‌کردن واحدهای این کمیتها دو یا سه منحنی بازنما رسم کنید.

(ث) این روش باکدام روش اندازه‌گیری سرعت نور قابل مقایسه است؟

۲۴-۱۱ یك اجاق بخار دارای سوراخ‌کوچکی به‌قطر d است.

(الف) آیا مولکولهایی‌که از اجاق خارج می‌شوند پیرو توزیع ماکسولی هستند؟

(ب) درچه شرایطی گریز مولکولها توزیع آنهاراکه درون اجاق باقی مانده‌اند، تغییر می‌دهد؟

۲۴-۱۲ در دمای متعارف، میانگین سرعت یك مولکول

MATH75.IR

گاز به‌طور نوعی تقریباً $10^2\,m/s$ است. توضیح دهید که چرا چندین دقیقه طول می‌کشد تا گاز در اتاقی مسدود پخش شود؟

۱۳-۲۴ موارد تشابه و تفاوت رفتار الکترونها را در یک فلز با مولکولهای یک گاز نشان دهید. چه پدیده‌هایی با (الف) پخش گازی، و (ب) سوق الکترونها وقتی که یک میدان الکتریکی برفلز اعمال می‌شود، مشابهند؟

۱۴-۲۴ گرادیان دما در یک گاز، آهنگ رسانش گرما را کنترل می‌کند. عاملی که آهنگ پخش یک گاز را در گاز دیگر کنترل می‌کند چیست؟

***۱۵-۲۴** مقدار تثبیت شده‌ای از یک گاز را درنظر بگیرید. اگر متغیرهای دیگر ثابت نگه داشته شوند، اثر دو برابر کردن مقادیر کمیتهای زیر (هریک به‌طور مستقل) بر روی مسیر آزاد میانگین، λ، مولکولها چیست؟

(الف) سرعت متوسط مولکولی،

(ب) چگالی گاز، و

(پ) قطر مولکولهای گاز.

با استفاده از پاسخی که به‌بند (الف) داده‌اید، پیشگویی کنید که چگونه λ با دما بستگی پیدا می‌کند.

***۱۶-۲۴ نیروی وارد بر یک سطح متحرک.** یک صفحهٔ تخت عمود برسطح خود، باسرعت v، در درون گازی با فشار کم حرکت می‌کند. سرعت متوسط مولکولهای این گازدر راستایی‌موازی با v برابر c_x اندازه‌گیری می‌شود.

(الف) چگونه فشاربرسطوح بالایی وپایینی به c_x و v بستگی پیدا می‌کند؟

(ب) اختلاف فشار این دو سطح چگونه با c_x و v بستگی دارد؟

(پ) نشان دهید نیروی کششی $F \propto c_x v$ براین صفحه وارد می‌آید.

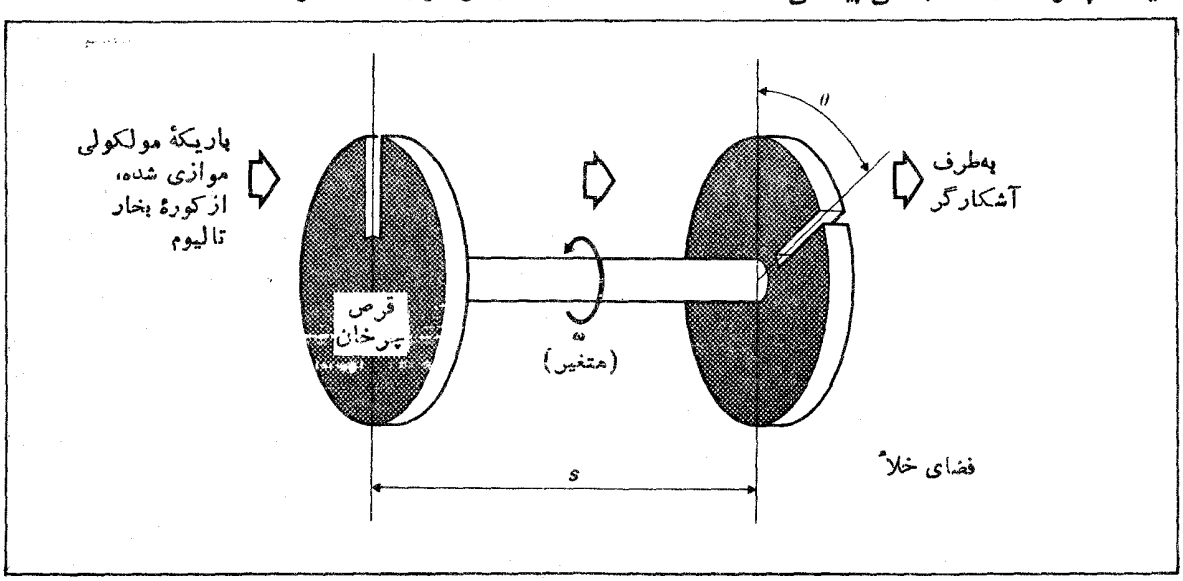
۱۷-۲۴ م.ب از مقادیر زیر برآوردهایی منطقی به عمل آورید:

(الف) تعداد مولکولها در $1\,mm^3$ یک مایع نوعی،

(ب) چگالی‌عددی مولکولهای هوا دریک خلأ مطلوب آزمایشگاهی (فشار $1\,\mu Pa$ ~)،

(پ) میانگین فاصلهٔ مولکولها را در (*i*) فشار-دمای متعارف، و (*ii*) در فضای میان‌ستاره‌ای (چگالی $10^{-20}\,kg/m^3$ ~)، و

(ت) کسری ازیک حجم که گازی درفشار-دمای متعارف وحاوی مولکولها اشغال کرده است.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۵-۲۴

MATH75.IR

۱۸-۲۴ م.ب جرم کل جو زمین را برآورد کنید.

مسئله‌های کمّی

جرم مولی و معادلهٔ حالت

†۱۹-۲۴ فشار جرم تثبیت شده‌ای از یك گاز در ۳۰۰ K برابر ۰/۱۵ MPa است. حال فشار را تا ۰/۴۰ MPa بالا می‌بریم و چگالی سه برابر می‌شود. دمای نهایی چه مقدار است؟

[۲/۷ × ۱۰² K]

†۲۰-۲۴ هلیوم عنصری یك اتمی است و جرم اتمی نسبی آن ۴/۰ است:

(الف) جرم مولی هلیوم را،

(ب) حجم مولی آن را تحت فشار-دمای متعارف، و

(پ) چگالی آن را تحت فشار-دمای متعارف، محاسبه کنید.

مقادیر عددی داده شدهٔ R، ρ_0 و یخ T را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۱۸ kg/m³ (پ)]

†۲۱-۲۴ چگالی گاز تحت فشار-دمای متعارف ۳/۱۶ kg/m³ است. میانگین جرم مولکولی نسبی آن چه مقدار است؟

مقدار عددی داده شدهٔ V_m را در محاسبه به‌کار برید.

†۲۲-۲۴ وقتی که آهنربای الکتریکی ابر رسانایی ندانسته خاموش شود، ۰/۸۰ kmol هلیوم می‌جوشد و تبخیر می‌شود. این مقدار هلیوم در دمای متعارف ۲۹۰ K به‌چه حجمی می‌رسد؟

مقدار عددی داده‌شدهٔ V_m را در محاسبه به‌کار برید.

[۱۹ m³]

۲۳-۲۴ نیتروژن عنصری دواتمی وجرم‌اتمی آن ۱۴ است. یك نمونه از این گاز در فشار ۰/۱۵ MPa و دمای ۳۰۰ K یك‌حجم ۲/۰ m³ را اشغال‌می‌کند، محاسبه‌کنید:

(الف) مقدار نیتروژن را در این نمونه،

(ب) جرم مولی نیتروژن را، و

(پ) جرم آن را.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[۳/۴ kg (پ)]

۲۴-۲۴ یك نمونه از اکسیژن شامل $۳/۶ \times ۱۰^{۲۴}$ مولکول است. درصورتی‌که بدانیم اکسیژن دواتمی و جرم اتمی نسبی آن ۱۶ است، محاسبه کنید:

(الف) مقدار اکسیژن را در این نمونه،

(ب) جرم مولی آن را،

(پ) جرم کل نمونه را،

(ت) جرم یك مولکول اکسیژن را،

(ث) حجم مولی اکسیژن را درفشار-دمای متعارف،

(ج) حجم کل این نمونه را در فشار-دمای متعارف، و

(چ) چگالی‌عددی مولکولهای‌اکسیژن را درفشار-دمای متعارف.

مقادیر عددی داده شدهٔ N_A و R را در محاسبه به‌کار برید.

[۲/۷ × ۱۰²⁵ مولکول/m³ (چ)]

۲۵-۲۴ جرم اتمی سرب جامد ۲۰۷ و چگالی آن $۱/۱۳ \times ۱۰^{۴}$ kg/m³ است. مقادیر زیر را در نزدیکی دمای متعارف، برای سرب محاسبه‌کنید:

(الف) جرم مولی،

(ب) جرم یك اتم،

(پ) حجم مولی،

(ت) چگالی عددی اتمها،

(ث) تعداد اتمها درحجم ۱/۰ mm³، و

(ج) جرم حجم ۱/۰ mm³ از آن را.

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را در محاسبه به‌کار برید.

[۳/۳ × ۱۰²⁸ مولکول/m³ (ت)]

۲۶-۲۴ یك‌لاستیك‌اتومبیل به‌ظرفیت $۱/۵ \times ۱۰^{-۲}$ m³ حاوی هوایی تحت فشار جو است. اکنون هوای ۳۰۰ K به درون آن دمیده می‌شود تا وقتی که فشارسنج عدد ۰/۲۰ MPa را نشان‌دهد. وقتی‌که دمش‌را قطع می‌کنیم،

MATH75.IR

فشارسنج صفر را نشان می‌دهد. حساب کنید:
(الف) مقدار هوای اضافی راکه به‌درون لاستیک دمیده شده است، و
(ب) مقدار تقریبی جرم آن را. (M_r را ۳۰ بگیرید.)
مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.
[(الف) ۱/۲ مول (ب) ۳۶ g]

۲۷-۲۴ ظروف مرتبط. دوظرف به‌حجمهای V و $4V$ از طریق یك لولهٔ مویین به‌هم متصل شده‌اند. ابتدا دمای هر دو ۲۸۰ K، و فشار هوای موجود در آنها ۰/۱۰۱ MPa است. اکنون ظرف بزرگتررا تا ۳۵۰ K گرم و ظرف کوچکتر را تا ۲۱۰ K سرد می‌کنیم.
(الف) چرا نمی‌توان رابطهٔ: ثابت $= pV/T$ را برای هریك از ظرفها به‌طور جداگانه به‌کار برد؟
(ب) روابطی بنویسیدکه مقدارکل گاز را درهر دو ظرف، پیش وپس ازاین تغییرات نشان دهند.
(پ) فشار نهایی سیستم را محاسبه کنید.
[(پ) ۱۱۱ kPa]

۲۸-۲۴ دوظرف باحجمهای برابر ازطریق لوله‌ای‌مویین به‌هم متصل شده‌اند. دمای اولیهٔ هر دو یکسان است (۳۰۰ K). اکنون یکی از آنها تا ۳۵۰ K گرم ودیگری تا ۲۵۰ K سرد می‌شود. درصد تغییر فشار را محاسبه کنید.
[−٪۳]

دینامیك مولکولهای گاز

۲۹-۲۴ سرعتهای ده ذره (برحسب m/s) به‌شرح زیر است:
۱/۰، ۳/۰، ۴/۰، ۵/۰، ۵/۰، ۵/۰، ۶/۰، ۶/۰، ۷/۰، ۹/۰.
محاسبه کنید:
(الف) محتملترین سرعت این ذرات را،
(ب) میانگین سرعت یا سرعت متوسط را، و
(پ) ریشهٔ میانگین مربعی سرعت را.
[(الف) ۵/۰ m/s (ب) ۵/۱ m/s (پ) ۵/۵ m/s]

۳۰-۲۴ جدول زیر تعداد ذرات (N) را برحسب سرعت خاص آنها (v) نشان می‌دهد:

N	۶	۸	۱۰	۱۲	۹	۵
v برحسب m/s	۱۰/۰	۲۰/۰	۳۰/۰	۴۰/۰	۵۰/۰	۶۰/۰

نموداری ستونی رسم کنیدکه این ارقام را نمایش دهد، و محاسبه کنید:
(الف) محتملترین سرعت این ذرات را،
(ب) سرعت متوسط یا میانگین سرعت را، و
(پ) ریشهٔ میانگین مربعی سرعت را.
[(الف) ۴۰/۰ m/s (ب) ۳۵/۰ m/s
(پ) ۳۸/۱ m/s]

۳۱-۲۴ باریکه‌ای از مولکولهای ئیدروژن، هریك به‌جرم $3/3 \times 10^{-27}$ kg و سرعت ۱/۶ km/s درحرکتند، و با زاویهٔ $\pi/3$ rad نسبت به‌راستای قائم، به‌دیواره‌ای برخورد می‌کنند. اگر $2/0 \times 10^{20}$ مولکول در ثانیه بر مساحت $1/2 \times 10^{-4}$ m² از دیوار فرودآیند، محاسبه کنید:
(الف) میانگین نیروی قائمی را که این باریکه بر دیواره وارد می‌آورد، در صورتی‌که آن سطح تمامی مولکولها را جذب کند.
(ب) میانگین نیروی قائم وارده، درصورتی‌که همهٔ مولکولها به‌طورکشسانی واجهند، و
(پ) فشار وارد بر دیوار را درهر دوحالت.
در بند (ب) باید فرض کنید (البته فرضی غیر واقعی) که هر مولکول ازقانون بازتابش پیروی می‌کند.
[(الف) ۰/۵۳ mN (ب) ۱/۱ mN
(پ) ۴/۴ Pa، ۸/۸ Pa]

***۳۲-۲۴ تراوش مولکولی.** گاز ئیدروژن ($M_r = 2/0$)

MATH75.IR

در فشار-دمای متعارف ظرف تخلیه از هوایی را فراگرفته است. حجم ظرف $۵/۰ \times ۱۰^{-۳}\,m^۳$ است. سوراخی کوچك به مساحت $۲/۰ \times ۱۰^{-۱۴}\,m^۲$ بر دیوارهٔ ظرف ایجاد می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) ریشهٔ میانگین مربعی سرعت مولکولهای ئیدروژن را،

(ب) تعداد مولکولهای ئیدروژنی که درهر ثانیه وارد ظرف می‌شوند،

(پ) زمان لازم را برای ورود $۱/۰ \times ۱۰^{-۶}$ مول مولکول ئیدروژن به‌درون ظرف، و

(ت) فشار درون ظرف را پس‌از این مدت زمان. هر فرضی راکه برای رسیدن به پاسخهای خود لازم می‌دانید، بیان کنید.

مقادیر عددی داده شدهٔ N_A و R را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $۱/۸\,km/s$ (ب) $۱/۶ \times ۱۰^{۱۴}\,1/s$
(پ) $۳/۷\,ks$ (ت) $۰/۴۵\,Pa$]

استنتاج‌هایی از $p=\frac{۱}{۳}\rho\overline{c}^۲$

۲۴-۳۳ انرژی جنبشی مولکولهای گاز. انرژی جنبشی (انتقالی) کل ۲۰ g آرگون ($A_r=۴۰$) را در شرایط زیر تعیین کنید:

(الف) در ۳۰۰ K و فشار $p_۰$،

(ب) در ۴۰۰ K و فشار $p_۰$، و

(پ) در ۴۰۰ K و فشار $۲\,p_۰$.

فرض کنید این گاز رفتار گاز کامل را نشان دهد. بااستفاده از پاسخهای خود به (الف) و (ب) ظرفیتهای گرمایی ویژه و مولی آرگون را در حجم ثابت محاسبه کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $۱/۹\,kJ$]

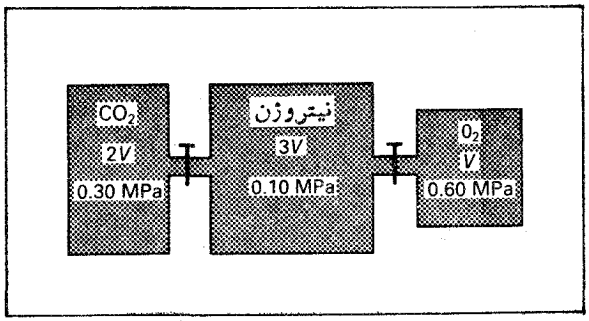
۲۴-۳۴ قانون دالتون دربارهٔ فشارهای جزئی. ظرفی حاوی ۶۶ g دی‌اکسیدکربون ($M_r=۴۴$)، ۱۲ g هلیوم ($M_r=۴$) و ۳۹ g بنزن ($M_r=۷۸$) در فشار $۰/۲۵\,MPa$ و دمای ۳۲۰ K است. محاسبه کنید:

(الف) فشارهای جزئی این سه گاز را، و

(ب) حجم ظرف را.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) بنزن ۲۵ kPa (ب) $۵/۳ \times ۱۰^{-۲}\,m^۳$]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۴-۳۵

۲۴-۳۵ به‌شکل مراجعه کنید. وقتی‌که هردو شیر بازند و بافرض آنکه دما تغییر نکند، فشار سیستم را محاسبه‌کنید.

[$۰/۲۵\,MPa$]

۲۴-۳۶ ظرفی به‌حجم $۰/۱۰\,m^۳$ پراز هوایی به‌دمای ۳۰۰ K وفشار $۱/۵\,MPa$ است. فرض کنیدکه ۸۰٪ جرم هوا نیتروژن و ۲۰٪ جرم آن اکسیژن باشد، که جرمهای مولکولی نسبی آنها به‌ترتیب ۲۸ و ۳۲ است. محاسبه کنید:

(الف) مقدار گاز داخل ظرف را،

(ب) جرم کل گاز موجود را، و

(پ) فشارهای جزئی دوگاز را.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۶۰ مول (ب) $۱/۷\,kg$
(پ) $۱/۲\,MPa$ و $۰/۲۷\,MPa$]

۲۴-۳۷ قانون پخش گراهام. آهنگ تراوش یك گاز از سوراخی بسیار کوچك از رابطهٔ $\rho\sqrt{RT/۲\pi M_m}$ به‌دست می‌آید، که ρ چگالی گاز، T دمای آن و M_m جرم مولی گاز است.

(الف) این آهنگ پخش برحسب چه واحدی بیان می‌شود؟

(ب) آهنگ پخش گازهای متفاوت در فشار و دمای

MATH75.IR

یکسان چگونه به (*i*) چگالی گازها، و (*ii*) جرمهای مولکولی نسبی آنها، وابسته‌اند؟

(پ) درشرایط یکسان آهنگ پخش اکسیژن در مقایسه با آهنگ پخش ئیدروژن چگونه خواهد بود؟ (برای این دو گاز، M_r به‌ترتیب ۳۲ و ۲ است.)

[(پ) ۴/۰ برابر بزرگتر است]

۳۸-۲۴ ترکیب جو زمین. ریشه‌های میانگین مربعی سرعت مولکولهای گازهای ئیدروژن، هلیوم، نیتروژن و اکسیژن‌را در ۳۰۰ K محاسبه کنید. جرمهای مولکولی نسبی آنها به‌ترتیب ۲/۰، ۴/۰، ۲۸ و ۳۲ است. این سرعتها را با سرعت فرار آنها از زمین مقایسه کنید. پاسخهای شما با ترکیب جوزمین چه ارتباطی دارد؟ (دمای جو بالایی تقریباً $1\,10^3$ K است.)

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[به‌ترتیب $0/2\,v_e$، $0/1\,v_e$، $0/05\,v_e$ و $0/04\,v_e$]

پدیده‌های انتقال (ترابرد)

***۳۹-۲۴ مسیر آزاد میانگین.** میانگین فاصله‌ای که یك مولکول گاز، بین برخوردهایش با مولکولهای دیگر گاز، می‌پیماید **مسیر آزاد میانگین**، λ، نام دارد و از رابطهٔ $\lambda = 1/\sqrt{2}\,n\pi r_0^2$ به‌دست می‌آید، که در آن n چگالی عددی مولکولها و r_0 قطر مولکولی است.

(الف) انتظار دارید که در یك دمای خاص λ چگونه برحسب چگالی وفشار تغییر کند؟

(ب) کمیت πr_0^2 **سطح مقطع برخورد** یك مولکول نامیده می‌شود. این کمیت درمقایسه باسطح مقطع هندسی در چه وضعیتی است، وفکر می‌کنید منظور ازآن چیست؟

(پ) مقدار λ را درفشار-دمای متعارف برای مولکولهای دی‌اکسید کربون محاسبه کنید. برای مولکول دی اکسید کربون، $r_0 = 0/42$ nm. مقداری که برای λ به‌دست می‌آورید درمقایسه با r_0 درچه وضعیتی است؟

(ت) مقدار تقریبی λ در چگالیهای 10^{-16} kg/m^3 (بهترین خلأ آزمایشگاهی)، و 10^{-20} kg/m^3 (فضای میان ستاره‌ای) چقدر خواهد بود؟

(ث) زمانهای میان برخوردهای این سه مسیر آزاد میانگین راکه محاسبه کرده‌اید، ونیز بسامد برخورد مربوط به‌آنها را برآورد کنید.

مقادیر عددی داده شدهٔ N_A و V_m را در محاسبه به‌کار برید.

[۱۰ Tm، ۱ Gm (ت) ۴۸ nm (پ)]

***۴۰-۲۴ چسبندگی ـ انتقال (ترابرد) اندازهٔ حرکت.** چسبندگی یك گاز، η، را می‌توان به‌صورت $\eta = \frac{1}{3}\rho\bar{c}\lambda$ نوشت، که در آن ρ چگالی گاز، $\bar{c}$ میانگین سرعت مولکولهای گاز و λ مسیر آزاد میانگین است.

(الف) انتظار دارید چسبندگی یك گاز چگونه با (*i*) فشار و (*ii*) دما، تغییر کند؟

(ب) اندازه‌گیری چسبندگی یك گاز چگونه به‌برآورد قطر مولکولی آن منجر می‌شود؟

(پ) چسبندگی نیتروژن در دما ـ فشار متعارف $1/7\mu$Pa s، وچگالی آن $1/3$ kg/m^3 است. اگر جرم مولکولی نسبی نیتروژن ۲۸ باشد، قطر مولکول آن را برآورد کنید. بگویید که فرضهای شما چه بوده‌اند.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۳ nm (پ)]

***۴۱-۲۴ رسانایی گرمایی ـ انتقال انرژی.** رسانایی گرمایی، k، از رابطهٔ $k = \frac{1}{3}\rho\bar{c}c_V\lambda$ به دست می‌آید، که ρ چگالی گاز، $\bar{c}$ میانگین سرعت مولکولهای گاز، c_V ظرفیت گرمایی ویژه درحجم ثابت و λ مسیر آزاد میانگین است.

(الف) رابطه‌ای میان k و چسبندگی، η، استنتاج کنید. (پرسش **۲۴-۴۰**)، و در مورد وابستگی رسانایی گرمایی به‌فشار و به‌دما بحث کنید.

(ب) در صورتی که در فشار-دمای متعارف $k = 0/14$ W/mK و $c_V = 3/1$ kJ/kg K باشد، قطر مولکول هلیوم ($M_r = 4$) را برآورد کنید. در اینجا نیز فرضهای خود را کاملاً روشن کنید.

MATH75.IR

[۰/۱ nm (ب)]

*۲۴-۴۲ **پخش-انتقال مولکولها.** ضریب پخش، D، یك گاز از رابطهٔ $D=\frac{1}{3}\lambda\bar{c}$ به‌دست می‌آید، که λ مسیر آزاد میانگین و $\bar{c}$ میانگین سرعت مولکولهای آن است. D معیار آهنگ پخش جرم بر روی مساحتی معلوم برای گرادیان تمرکز جرم ویژه‌ای است.

(الف) انتظار دارید D چگونه به فشار و به‌دما بستگی پیدا کند؟

(ب) رابطهٔ میان D و η را برای یك گاز بنویسید و نمودار $D\rho$ را برحسب فشار، p، رسم کنید.

(پ) مقدار D را برای هوا در فشار-دمای متعارف برآورد کنید.

(ت) روش مستقیمی برای بررسی D پیشنهاد کنید.

[(پ) تقریباً $2\times10^{-5}\,m^2/s$]

۲۵ گازهای کامل: رفتار گرمایی

پرسشهایی برای بحث

۲۵-۱ وقتی گازی به اندازهٔ حجم معلومی منبسط شود، در فشار ثابت بیشتر کار انجام خواهد داد یا در دمای ثابت؟

۲۵-۲ آیا این امکان وجود دارد که حالت یك گاز کامل را چنان تغییر داد که بستگی p و V با رابطهٔ $(pV^{\frac{1}{2}}=\text{ثابت})$ بیان شود؟

اگر این امکان وجود دارد، نمودار متناظر با $p-V$ چه شکلی خواهد داشت؟

۲۵-۳ فرض کنید U تراز یك حساب بانکی، ΔQ پولی که نقداً پرداخت شده است و ΔW پولی که به‌وسیلهٔ چك از حساب بیرون کشیده شده است، باشد.

(الف) معادله‌ای بنویسید که یك تراز اولیه، U_i، تراز نهایی، U_f، ΔQ و ΔW را به‌هم مربوط کند.

(ب) اگر مدیر بانك می‌توانست اسناد مربوط به تنها یکی از این متغیرها را ثبت کند، کدام را انتخاب می‌کرد و چرا؟

(پ) تا چه حد این وضعیت مشابه قانون اول ترمودینامیك است؟

۲۵-۴ **قانون اول.** این قانون را می‌توان به‌شکل $\Delta Q=\Delta U+\Delta W$ نوشت، که در آن ΔQ گرمایی است که به ماده داده می‌شود، ΔU افزایش انرژی داخلی آن، و ΔW کار خارجی است که این ماده انجام می‌دهد.

(الف) این قانون در مورد انرژی دخیل در این فرایند چه اطلاعاتی به‌ما می‌دهد؟

(ب) چه وضعیت یا فرایندی ازطریق روابط زیر تشریح می‌شود:

$\Delta Q=0$ (i) $\quad\Delta U=0$ (ii) $\quad\Delta W=0$ (iii) ؟

(پ) با استفاده از این قانون، درمورد تبدیل انرژیی که هنگام یخ‌زدن آب رخ می‌نماید بحث کنید.

۲۵-۵ دو بیان ظاهراً متفاوت از قانون اول، در زیر آمده است:

$$\Delta Q=\Delta U+\Delta W$$

$$Q+W=\Delta U$$

(الف) در بیان دوم W نمایندهٔ چیست؟

(ب) شما Q را ترجیح می‌دهید یا ΔQ را، و چرا؟

(راهنمایی: نماد Δ نمایندهٔ تغییری محدود است.)

۲۵-۶ مقداری آب در یك فلاسك خلأ ریخته شده، وتکان داده می‌شود.

MATH75.IR

(الف) آیا دمای آب بالا می‌رود؟
(ب) آیا انرژی داخلی آب تغییر کرده است؟
(پ) آیا به آب گرمایی داده می‌شود؟
(ت) آیا کاری روی آب انجام شده است؟

۷-۲۵ معادلهٔ $C_m = \Delta Q/\mu\Delta T$ را در نظر بگیرید، که در آن C_m ظرفیت گرمایی مولی گاز، ΔQ گرمای اضافه شده به‌مقدار μ (یك مول) گاز، و ΔT تغییر حاصل در دمای گاز است. وضعیتهایی را تشریح کنید که مقدار C_m در آنها چنین باشد (الف) به اضافهٔ بینهایت (ب) صفر (پ) منهای بینهایت.

تعیین یك فرایند در هر یك از شرایط (*i*) حجم ثابت (*ii*) فشار ثابت، چه مزیتهایی را دربردارد؟

۸-۲۵ درمورد تفاوتهای نسبی‌میان دوظرفیت گرمایی‌مولی اساسی درجامدات، مایعات و گازها بحث کنید. کدامیك از این ظرفیتهای گرمایی، به‌طور تجربی، برای جامدات و مایعات اندازه‌گیری می‌شود؟

۹-۲۵ وقتی گازی در تحول بی‌دررو منبسط شود، کار انجام می‌دهد. منبع انرژیی که باعث می‌شود این کار انجام شود چیست؟

۱۰-۲۵ درمورد اینکه چگونه (الف) یك گاز خشك، (ب) یك بخار اشباع شده، به‌طور بی‌دررو منبسط می‌شود، بحث کنید.

۱۱-۲۵ هوای گرم بالا می‌رود. پس چرا وقتی از کوه بالا می‌رویم، دما کم می‌شود؟

***۱۲-۲۵** مولکول یك‌مادهٔ مشخص از دو اتم که به‌شکل یك دمبل به‌هم‌متصل شده‌اند، تشکیل یافته است. ظرفیت گرمایی مولی این ماده درحجم ثابت، به‌تعبیر نظری، در حالتهای (الف) گاز، و (ب) جامد، چگونه است؟

۱۳-۲۵ م.ب تغییر دمای هوا را در سیلندر یك اتومبیل، وقتی که پیستون به‌سرعت درطول سیلندر بالا بیاید، برآورد کنید. (از فرایند احتراق چشم بپوشید.)

مسئله‌های کمّی

کار خارجی و ظرفیت گرمایی مولی

†۱۴-۲۵ ضربان قلب یك ورزشکار در حال ورزش ۱٫۵ ضربان/s اندازه‌گیری شده است. اگر قلب در هر ضربان $7/5 \times 10^{-5}\ m^3$ خون را در مقابل فشار متوسط ۱۶ kPa تلمبه بزند، به‌چه میزانی کار انجام می‌دهد؟
[۱٫۸ W]

۱۵-۲۵ وقتی $5/0 \times 10^{-6}\ m^3$ آب در فشار متعارف کاملاً بجوشد، $8/3 \times 10^{-3}\ m^3$ بخار تشکیل می‌شود. محاسبه کنید:
(الف) کاری که هنگام انبساط به وسیلهٔ آب انجام می‌شود، و
(ب) افزایش انرژی داخلی آب را.
گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب ۲٫۳ MJ/kg است.
مقادیر عددی داده شدهٔ p_0 و ρ_{H_2O} را در محاسبه به‌کاربرید.
[(الف) ۰٫۸۴ kJ (ب) ۱۱ kJ]

۱۶-۲۵ دمای ۴٫۰ مول اکسیژن در فشار ثابت ۰٫۵۰ MPa، از ۲۸۰ K به ۳۰۰ K می‌رسد. $C_{p,m}$ را برای اکسیژن ۲۹ J/mol K بگیرید، و
(الف) گرمای داده شده،
(ب) تغییر حجم،
(پ) کاری‌هنگام انبساط به‌وسیلهٔ گاز انجام گرفته‌است، و
(ت) مقدار $C_{V,m}$ برای اکسیژن را محاسبه کنید.
مقداری که برای $(C_{p,m} - C_{V,m})$ به دست می‌آورید، در مقایسه با R درچه وضعیتی است؟
مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.
[(الف) ۲٫۳ kJ (ب) $1/3 \times 10^{-3}\ m^3$
(پ) ۰٫۶۶ kJ (ت) ۲۱ J/mol K]

۱۷-۲۵ اندازه‌گیری $C_{p,m}$ برای یك گاز. به‌شکل مراجعه کنید، که روش فلاسك خلاء ساده‌ای را برای اندازه‌گیری $C_{p,m}$ نشان می‌دهد. وقتی که توان گرم کن ۶۴٫۰ W باشد، دمای اکسیژن، با ظرفیت گرمایی مولی ۲۹٫۱ J/mol K،

MATH75.IR

از ۲۷۰/۰K به ۲۹۰/۰K می‌رسد. دمای متعارف ۲۸۰ K است. محاسبه کنید:

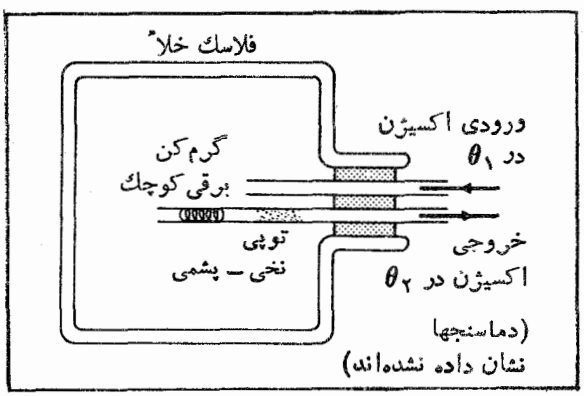
(الف) آهنگ شارش جرم اکسیژن، و

(ب) آهنگ شارش حجم ورودی را.

از اتلاف گرما چشمپوشی کنید. دو دلیل ذکر کنید مبنی بر اینکه چرا مقادیر بالا ناچیز خواهند بود.

مقادیر عددی داده شدهٔ V_m، ۳۲، $M_r = 32$، یخ T را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۳/۵۲ g/s (ب) $2/44 \times 10^{-3}$ m³/s]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۵-۱۷

۲۵-۱۸† دمای ۱۰/۰ مول اکسیژن از ۲۸۰ K به ۲۹۵ K می‌رسد. ظرفیت گرمایی مولی اکسیژن را در این گسترهٔ دما درصورتی‌که گاز درشرایط زیر باشد، محاسبه کنید:

(الف) دریك ظرف صلب، که دراین‌صورت ۳/۱۲ kJ انرژی به‌آن داده می‌شود.

(ب) دریك ظرف که آزادانه منبسط می‌شود و در این صورت ۴/۳۸ kJ انرژی لازم است. تفاوت میان (الف) و (ب) را محاسبه کنید و درمعنی این نتیجه را توضیح دهید.

[(الف) ۲۰/۸ J/mol K (ب) ۲۹/۲ J/mol K]

***۲۵-۱۹** با استفاده از اطلاعات داده شده در پرسش پیش:

(الف) افزایش انرژی داخلی مولی، U_m، را، و

(ب) افزایش انتالپی مولی، H_m، را محاسبه کنید.

[(الف) ۰/۳۱۲ kJ/mol (ب) ۰/۴۳۸ kJ/mol]

***۲۵-۲۰** اگر نسبت ظرفیتهای گرمایی مولی اساسی یك گاز ۱/۴ باشد، ظرفیت گرمایی مولی آن را درفشار ثابت محاسبه کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[۲۹ J/mol K]

تحول بی‌دررو و تحول تکدما

***۲۵-۲۱ چرخهٔ انرژی درتحول تکدما.** به شکل مراجعه کنید. این شکل سه فرایند برگشت‌پذیر را در مورد ۱۶ g اکسیژن گازی ($M_r = 32$) نشان می‌دهد. محاسبه کنید:

(الف) گرمایی را که درضمن سرد شدن گاز درتحول تك‌حجمی از آن گرفته می‌شود،

(ب) انرژی داخلیی که گاز درضمن گرمایش تك‌فشاری (فرایند (۲)) کسب می‌کند،

(پ) کار انجام شده به وسیلهٔ گاز را در خلال فرایند (۲)،

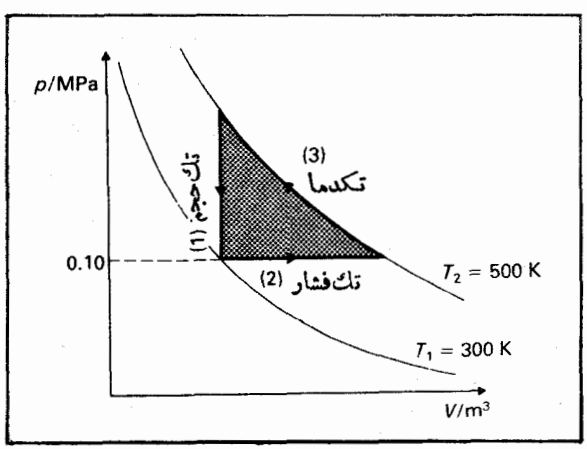
(ت) گرمای داده شده درخلال فرایند (۲) (به‌دو روش ممکن)، و

(ث) کاری که هنگام تراکم تکدما روی گاز انجام می‌شود.

$C_{V,m}$ برای اکسیژن ۲۱ J/mol K است.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۲/۱ kJ (پ) ۰/۸۳ kJ (ت) ۱/۱ kJ]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۵-۲۱

***۲۵-۲۲ اتاقك ابر.** گاز و بخاری در یك اتاقك ابر در

MATH75.IR

دمای ۲۹۰ K موجودند، و دستخوش انبساط سریع می‌شوند که می‌توان آن را به طور تقریبی هم برگشت‌پذیر و هم بی‌دررو به‌حساب آورد. نسبت انبساط $\frac{۱}{۱/۳}$ است. γ را ۱/۴ بگیرید و دمای نهایی را محاسبه کنید.

(در اتاقک ابر متراکم دری در یونهایی که از جانب تابش یونده برجای مانده‌اند، صورت می‌گیرد.)

[$۲/۶ \times ۱۰^{۲}$ K]

***۲۳-۲۵** یك مول نیتروژن $\left(\gamma = \frac{۷}{۵}\right)$ و یك مول هلیوم $\left(\gamma = \frac{۵}{۳}\right)$ با هم درمی‌آمیزند و با دمای ۲۵۰ K درحجم $۱۵ \times ۱۰^{-۳}\ m^۳$ جای می‌گیرند. این آمیزه سپس به طور برگشت‌پذیر و بی‌دررو فشرده می‌شود و حجم آن به $۵/۰ \times ۱۰^{-۳}\ m^۳$ می‌رسد. درمورد این آمیزه مقادیر زیر را محاسبه کنید:

(الف) مقدار مؤثر γ،

(ب) دمای نهایی، و

(پ) نسبت فشار اولیه به‌فشار نهایی را.

[(الف) $\frac{۲۳}{۱۵}$ (ب) $۴/۵ \times ۱۰^{۲}$ K (پ) $\frac{۱}{۵/۴}$]

***۲۴-۲۵ تراکم بی‌دررو.** دمای اولیهٔ یك گاز ۳۰۰ K و فشار ابتدایی آن ۰/۱۵ MPa است و حجمش از $۱۲ \times ۱۰^{-۳}\ m^۳$ به $۳/۰ \times ۱۰^{-۳}\ m^۳$ کاهش می‌یابد. فشار نهایی آن ۱/۰۵ MPa اندازه‌گیری می‌شود.

(الف) γ را برای این گاز، و

(ب) دمای نهایی آن را، محاسبه کنید.

[(الف) ۱/۴ (ب) ۵۲(۵) K]

***۲۵-۲۵** یك گاز کامل تك اتمی $\left(\gamma = \frac{۵}{۳}\right)$ که حجم آن $V_۱$ و فشارش $p_۱$ است، به‌طور برگشت‌پذیر منبسط می‌شود و حجمش به $V_۲$ می‌رسد. درصورتی که تحول ایجاد شده درگاز به‌صورتهای زیر باشد، کار انجام شده از جانب گاز را محاسبه کنید:

(الف) تکدما،

(ب) بی‌دررو، و

(پ) آن چنانکه $pV^۲$ مقداری ثابت باشد.

[$p_۱V_۱ = p_۲V_۲$ (پ)]

***۲۶-۲۵** مقادیر dp/dV را در $p_۱$ و $V_۱$، برای بندهای (الف)، (ب)، و (پ) پرسش بالا محاسبه کنید. این مقادیر چه چیزهایی را می‌نمایانند؟ چه استنتاجی از آنها به عمل می‌آورید؟

$\left[-\frac{۲p_۱}{V_۱}\ \text{(پ)}\right]$

***۲۷-۲۵** یك گاز دواتمی ($\gamma = ۱/۴$) که ابتدا تحت فشار متعارفی است، به‌طور برگشت‌پذیر وتا پنج برابر حجم اولیهٔ خود که $۲/۰ \times ۱۰^{-۳}\ m^۳$ است، منبسط می‌شود. اگر تحول در دمای ۲۷۳ K (به‌طور تکدما) انجام گیرد، محاسبه کنید:

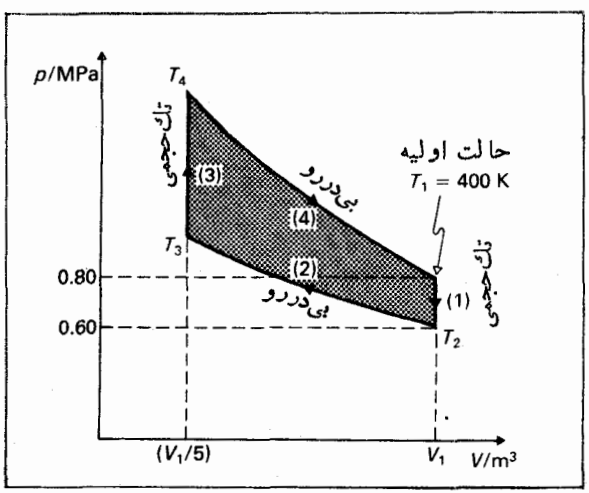
(الف) فشار نهایی گاز، و

(ب) کاری که درخلال انبساط از جانب این گاز انجام شده است. اگر تحول انجام یافته بی‌دررو بود، مقادیر (الف) و (ب) به‌چه میزانی می‌رسیدند؟

مقدار عددی داده شدهٔ $p_۰$ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۲۰ kPa

(ب) ۰/۳۳ kJ، ۱۱ kPa، ۰/۲۴ kJ]



(خارج از مقیاس) شکل مربوط به‌پرسش ۲۵-۲۸

***۲۸-۲۵ یك چرخهٔ انرژی با تحولهای بی‌دررو.** به شکل

MATH75.IR

مراجعه کنید. این شکل چهار فرایند برگشت‌پذیر را که روی ۴۲ g نیتروژن گازی دواتمی ($M_r = ۲۸$) صورت می‌گیرد نشان می‌دهد؛ درحالیکه یك چرخهٔ انرژی درخلال این چهار فرایند طی شده است. محاسبه کنید:

(الف) دوحجم $V_۱$ و $۵/V_۱$،

(ب) سه دمای $T_۲$، $T_۳$ و $T_۴$،

(پ) گرمای خالصی که در فرایندهای (۱) و (۳) به گاز داده شده است، و

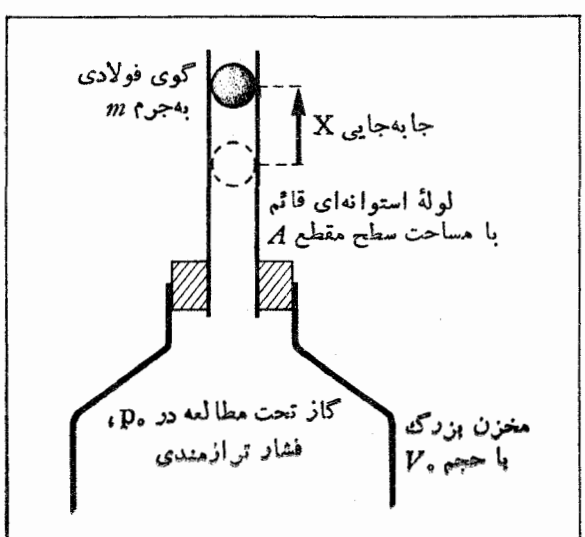
(ت) کار خالص انجام شده به‌وسیلهٔ گاز در خلال فرایندهای (۲) و (۴)، و درنتیجه درخلال چرخه.

$C_{V,m}$ برای نیتروژن $۲۱\ \mathrm{J/mol\,K}$، و $\gamma = ۱/۴$ است. مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $V_۱ = ۶/۲ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{m^۳}$

(ب) $T_۳ = ۵۷۱\ \mathrm{K}$، $T_۴ = ۷۶۱\ \mathrm{K}$

(ت) $۲/۸\ \mathrm{kJ}$]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۵-۲۹

***۲۵-۲۹** برای آنکه فشار درون ظرفی به‌حجم $۰/۲۰\ \mathrm{m^۳}$ را تا ۱۰٪ مقدار ابتدایی آن پایین آورند، یك تلمبهٔ خلاء را به‌کار می‌گیرند. اگر $۱/۰ \times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{m^۳}$ گازی که در آن $\gamma = ۱/۴$ است، با هرضربهٔ تلمبه خارج شود، و تلمبه با آهنگ $۱/\mathrm{s}$ ضربه به ۱۲ کار کند، زمان لازم برای این کاهش فشار را در شرایط تکدمایی محاسبه کنید. اگر شرایط بی‌دررو باشد، برای این کار چه مدت لازم است؟ درمورد اینکه چرا دو زمان با هم متفاوتند، توضیح دهید.

[۰/۸۵ks ،۱/۲ ks]

***۲۵-۳۰ به‌دست‌آوردن γ به‌روش روشار.** به‌شکل مراجعه کنید. گوی و لولهٔ استوانه‌ای باید چنان دقیق شکل گرفته باشند که فاصلهٔ میان آن دو درهمه‌جا بسیار اندك باشد. اگر گوی جابه‌جا شود، کشسانی گاز باعث خواهد شد که یك نیرویی بازگرداننده برآن وارد آید. با به‌کاربردن عبارت $V(\mathrm{d}p/\mathrm{d}V)_{\text{بی‌دررو}} = \gamma p$ — برای مدول تراکم بی‌دررو گاز کامل، نشان دهید که زمان تناوب نوسان گوی، T، از رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{mV_۰/\gamma p_۰ A^۲}$، به‌دست می‌آید.

استدلال شما برپایهٔ چه فرضهایی استوار است؟ (این روش مفیدی برای یافتن γ در گازهاست.)

***۲۵-۳۱** با استفاده از نتیجهٔ پرسش پیش، γ را برای گاز درون ظرف پیدا کنید. بسامد نوسان گوی، $۰/۸۸\ \mathrm{Hz}$، $V_۰ = ۱۲ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{m^۳}$، $p_۰ = ۰/۱۱\ \mathrm{MPa}$، $A = ۵/۰ \times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{m^۲}$ و جرم گوی $۰/۱۲\ \mathrm{kg}$ است.

[۱/۶]

***۲۵-۳۲ آزمایش کلمان و دزورم.** هوا را به‌درون ظرف منزوی بزرگی می‌دمیم تا در دمای $۲۹۰\ \mathrm{K}$ ترازمندی گرمایی برقرار شود. سپس فشار را روی $۱۲۵\ \mathrm{kPa}$ میزان می‌کنیم. به مدت یك ثانیه درپوش روزنه‌ای درظرف را برمی‌داریم، که درخلال این مدت گاز دستخوش انبساطی سریع و تقریباً بی‌دررو شده است و فشارش تا $۱۰۱\ \mathrm{kPa}$ کاهش می‌یابد. درپی آن گاز دوباره تا دمای متعارف گرم می‌شود و این عمل باعث می‌شود که فشار تا $۱۰۷\ \mathrm{kPa}$ بالا رود. محاسبه کنید:

(الف) پایینترین دمایی که گاز به‌آن می‌رسد، و

(ب) مقداری که در این آزمایش برای γ به‌دست می‌آید.

[(الف) $۲۷۴\ \mathrm{K}$ (ب) ۱/۳(۷)]

MATH75.IR

تقسیم مساوی انرژی

*۲۵-۳۳ یک موج صوتی ساکن در دمای ۳۱۰ K در نیتروژن ($M_m = ۲۸ \times ۱۰^{-۳}\ kg/mol$) تشکیل می‌شود. وقتی بسامد ۲/۰ kHz باشد، فاصلهٔ میان گره‌های مجاور ۹۰ mm است. با استفاده از این اطلاعات اتمیسیتهٔ نیتروژن را پیدا کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

*۲۵-۳۴ جرم کل یک مولکول اکسیژن $۵/۳ \times ۱۰^{-۲۶}$ kg، و فاصلهٔ میان دو اتم آن ۰/۱۲ nm است. میانگین سرعت زاویه‌ای گردش یک مولکول به‌دور هر یک از سه محور تقارن آن، در دمای ۳۰۰ K چه مقدار است؟ (اتمها را همچون جرمهای نقطه‌ای در نظر بگیرید.)

مقدار عددی داده شدهٔ K را در محاسبه به‌کار برید.

[۴/۷ Trad/s (دو برابر)، و صفر]

*۲۵-۳۵ با استفاده از اصل تقسیم مساوی انرژی، مقدار γ را برای گازهای زیر پیشگویی کنید: (الف) آرگون، (ب) نیتروژن، (پ) دی‌اکسید کربن (همخط)، (ت) بخار آب (ناهمخط). فرضهای خود را بیان کنید.

*۲۵-۳۶ جعبه‌ای پر از هوا حاوی یک آینهٔ گالوانومتری است که از نخی با ثابت پیچش c آویزان است. میانگین انرژی کل نوسان ثابت و برابر $\frac{۱}{۲}I\omega^۲ + \frac{۱}{۲}c\theta^۲$ است، که در آن I گشتاور لختی آینه برای نوسانهای پیچشی، و ω سرعت زاویه‌ای در جابه‌جایی زاویه‌ای θ است.

(الف) این سیستم نوسانی چند درجهٔ آزادی دارد؟

(ب) میانگین انرژی کل نوسان وابسته به‌دما چه مقدار است؟

(پ) اگر $c = ۰/۱۰$ pNm/rad، ریشهٔ میانگین مربعی مقدار θ را در ۳۰۰ K به‌دست آورید.

(ت) علت این جنبشهای کتره‌ای چیست؟

(ث) اگر جعبه را کاملاً از هوا خالی کنیم و دمای آن همان دمای پیش باقی بماند، ریشهٔ میانگین مربعی مقدار جدید θ را محاسبه کنید.

نتیجهٔ این جنبشهای کتره‌ای در این وضعیت جدید چیست؟

مقدار عددی داده شدهٔ k را در محاسبه به‌کار برید.

[(پ) ۰/۲۰ mrad]

۲۶ شانس، بی‌نظمی و آنتروپی

پرسشهایی برای بحث

۲۶-۱ توضیح دهید بیان این نکته که همهٔ فرایندهای طبیعی برگشت‌ناپذیرند به چه معنی است. شرح کوتاهی در مورد پدیده‌های طبیعی زیر در این توضیح بگنجانید: آبشار، فرایند درمعرض تابش نور و وزش باد بدون صخره‌ها. آیا در یک تحول برگشت‌ناپذیر انرژی تلف می‌شود؟

*۲۶-۲ ایدهٔ زیر را در نظر بگیرید: یک فرایند تقریباً برگشت‌پذیر را از یک فرایند برگشت‌ناپذیر می‌توان با دیدن فیلمی از این فرایند درنمایش عادی و نمایش معکوس تمیز داد. مثلاً گویی را که بارها وامی‌جهد درنظر بگیرید. با استفاده از این ایده سه مثال دیگر از هر نوع فرایند را، جز آنچه دراین صفحه آمده است، تشریح کنید.

*۲۶-۳ الکترونهایی که به‌طور متقارن دریک فلز حرکت می‌کنند، با برخورد کشسانی با یونهای شبکه، انرژی الکتریکی را به‌انرژی جنبشی و از آنجا به انرژی داخلی تبدیل می‌کنند. با استفاده از ایده‌های شانس، توضیح دهید که چرا این فرایند گرمایش ژول برگشت‌ناپذیر است. (آیا انرژی داخلی یک مادهٔ تک می‌تواند این امکان را برایش

MATH75.IR

فراهم آورد که جریانی الکتریکی را از خود عبور دهد؟)

***۲۶-۴** دوفرایند را درون یك موتور مشخص کنید که موجب شوند آن موتور از لحاظ مکانیکی برگشت‌ناپذیر باشد. یك وسیلهٔ مشخص برای باز نمودن مثالهای خود انتخاب کنید.

***۲۶-۵** اگرسیخی را در دست بگیرید و سرآن را درآتش نگهدارید، گرما درامتداد آن شارش پیدا می‌کند. توضیح دهید که این فرایند برگشت‌پذیر است یا برگشت‌ناپذیر. (آیا تغییری بسیار جزئی در شرایط خارجی، جهت این فرایند را وارونه می‌کند؟)

***۲۶-۶** توضیح‌دهید چرا آنتروپی عالم بدون تغییر باقی می‌ماند آنگاه که:

(الف) یخ به‌طور برگشت‌پذیر ذوب شود، حتی اگرچه گرما به‌آن اضافه شود، و

(ب) گازکاملی به‌طور تکدما و برگشت‌پذیر منبسط شود.

سپس به تفصیل درمورد دلایل برگشت‌ناپذیر بودن (i) این سیستم، و (ii) باقیماندهٔ عالم، از فرایندهایی که برگشت‌ناپذیرند، چنان‌که عملاً محتمل باشد، بحث کنید.

***۲۶-۷** دوگاز در دماهای متفاوت از محیط اطراف خود کاملاً منزوی می‌شوند و توسط جداگری که از طریق آن تبادل گرمایی می‌تواند انجام گیرد، ازیکدیگرجدا می‌شوند.

(الف) آیا احتمال افزایش آنتروپی بیشتر است یا کاهش آن؟

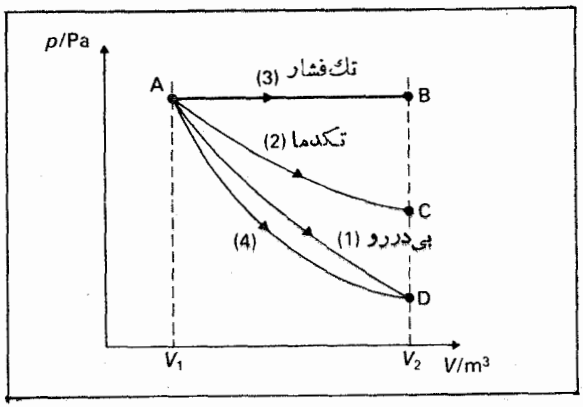
(ب) اگر آنتروپی کاهش یابد چه اتفاقی می‌افتد؟

(پ) اگر آنتروپی افزایش یابد نتیجهٔ نهایی آن چه خواهد بود؟

***۲۶-۸** یك‌سیخ بخاری منزوی، خود به‌خود و با اتلاف تابشی سرد می‌شود؛ بنابراین آنتروپی کاهش می‌یابد، چراکه ΔQ منفی است. آیا این امر ناقض قانون دوم است؟

***۲۶-۹** به‌نمودار، که نمودار نشانگر یك گازکامل است، نگاه کنید. بدون آنکه وارد جزئیات جبری شوید، نشان‌دهید که اصولاً تغییرات آنتروپی مستلزم همهٔ این چهار فرایند را، درصورتی که همهٔ آنها برگشت‌پذیرفرض‌شوند، چگونه محاسبه می‌کنند. (راهنمایی: تغییرات آنتروپی میان نقاط انتهایی، از مسیر برگشت‌پذیر انتخابی میان آن نقاط، مستقلند.)

فرایندها را برحسب افزایش آنتروپی مرتب کنید.



شکل مربوط به‌پرسش ۲۶-۹

۲۶-۱۰ اگر در اتاقی در یك بخاری‌را باز بگذاریم، آن اتاق گرم می‌شود ولی اگر در یخچالی را درهمان اتاق باز بگذاریم، اتاق خنك نمی‌شود. در این مورد بحث کنید و توضیح دهید.

***۲۶-۱۱** دریك ماشین گرمایی حقیقی، مقداری از گرمایی که به‌آن داده می‌شود به کار تبدیل شده، و بقیه به‌صورت گرما و با دمایی متفاوت، برمی‌گردد. درمورد یك ماشین گرمایی کامل چه اتفاقی روی می‌دهد؟

دریك یخچال حقیقی، لازم است کار انجام گیرد تا گرما ازمخزنی با دمای پایین به‌مخزنی با دمای بالا پرسد. درمورد یك یخچال کامل چه‌فرایندی باید اتفاق بیافتد؟

***۲۶-۱۲** چرا درموتورهای احتراق داخلی با کیفیت عالی، نسبتهای تراکم بالایی به‌کار رفته است؟

***۲۶-۱۳** یك ماشین کارنو میان یك منبع گرما با دمای زیاد T_1 و یك ظرف گرما با دمای کم T_2 کار می‌کند. کدامیك اثر بیشتری برجا زده، بالابردن مقدار T_1 به‌اندازهٔ ΔT یا

MATH75.IR

پایین‌آوردن $T_۲$ به‌همان اندازه، دارد؟

۲۶-۱۴* م.ب بیشینهٔ بازده نظری یک ماشین گرمایی که از مخزنی به‌دمای ۳۶۰ K گرما می‌گیرد و به‌دریا گرما پس می‌دهد، چقدر است؟

مسئله‌های کمّی

آنتروپی

۲۶-۱۵* با توجه به‌شکل، شانس:

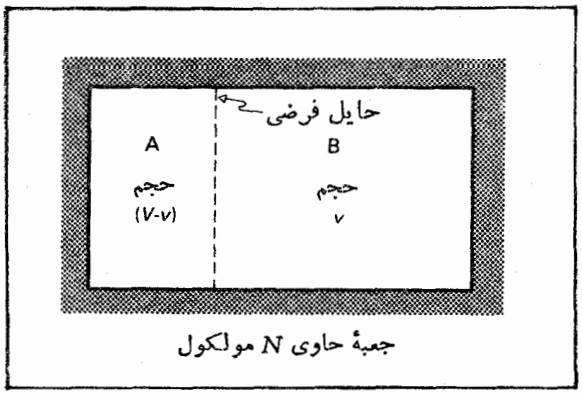
(الف) یافته شدن مولکول مشخصی را در سمت B ی جعبه،

(ب) یافته شدن تمامی مولکولها را درسمت B ، و

(پ) اینکه هیچ مولکولی در سمت B یافته نشود، را محاسبه کنید.

اگر ده مولکول درجعبه موجود باشد، به ازای چه مقادیری ازنسبت (v/V) پرسش‌شما به‌بند (ب)، برابر ۰/۵ خواهد بود؟

[۰/۹۳]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۶-۱۵

۲۶-۱۶* محاسبهٔ تغییرات آنتروپی. در شرایط زیر چه تغییراتی در آنتروپی صورت می‌گیرد؟

(الف) ۸۰۰ J گرما به‌طور برگشت‌پذیر از مخزنی نامتناهی به‌دمای ۴۰۰ K به‌مخزن نامتناهی دیگری به دمای ۲۰۰ K شارش می‌یابد.

(ب) یک گرم‌کن شناور ۲/۷ kW به‌مدت ۱۰ s در یک مخزن بزرگ آب به‌دمای ۳۰۰ K، روشن می‌ماند.

(پ) یک‌مول یخ دردمای‌متعارف ۲۷۳ K ذوب‌می‌شود، و درنتیجه ۶/۰ kJ انرژی جذب می‌کند.

(ت) ۲/۰ مول از یک گاز کامل به‌طور برگشت‌ناپذیر تا دوبرابر حجم اولیهٔ خود منبسط می‌شود ولی دمای آن تغییری نمی‌کند.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۲/۰ J/K (ب) ۹۰ J/K (پ) ۲۲ J/K
(ت) ۱۲ J/K]

۲۶-۱۷* N مولکول از گاز کاملی در دمای T به‌طور برگشت‌پذیر و تکدما منبسط می‌شود به‌طوری‌که حجم آن از $V_۱$ به $V_۲$ می‌رسد. محاسبه کنید:

(الف) تغییر انرژی داخلی، ΔU،

(ب) کار انجام شدهٔ، ΔW، ازجانب این گاز،

(پ) گرمای‌داده شدهٔ، ΔQ، به‌گاز، و

(ت) تغییرآنتروپی، ΔS، این‌سیستم را.

اگر گاز به‌طور برگشت‌ناپذیر چنان انبساط می‌یافت که به‌خلاء تبدیل شود، تغییر آنتروپی گاز چگونه می‌بود؟

[(ت) $Nk \ln (V_۲/V_۱)$]

۲۶-۱۸* با استفاده ازمفهوم $\delta S = (mc\delta T)_{rev}^*/T$، تغییر آنتروپی‌را در ۰/۱۵ kg آب، وقتی‌که به‌طور برگشت‌پذیر درفاز مایع گرم شود، به‌طوری‌که دمای آن از نقطهٔ انجماد به‌نقطهٔ تبخیر برسد، محاسبه کنید. فرضهای‌خود را بیان کنید. مقدار عددی داده شدهٔ $c_{H_۲O}$ را در محاسبه به‌کار برید.

[+۰/۲۰ kJ/K]

۲۶-۱۹* نمودار S–T. به‌نمودار مراجعه‌کنید، که منحنی p–V را برای گاز دواتمی کاملی‌که چرخه‌ای برگشت‌پذیر را پیموده است، نشان می‌دهد.

(الف) دما را در C محاسبه‌کنید،

(ب) نمودار متناظری برای S–T رسم‌کنید، و

(پ) تغییر آنتروپی را در هر فرایند و در نتیجه برای

---

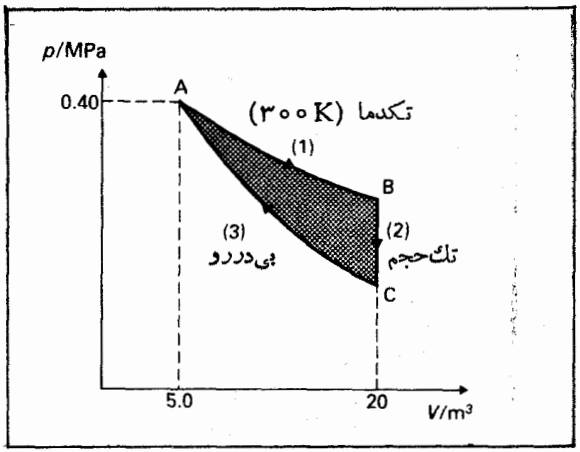
* rev به‌معنی برگشت‌پذیر است.

MATH75.IR

تمامی چرخه، محاسبه کنید.

[(الف) ۱۷۲ K]

[$\Delta S_1 = -\Delta S_2 = 9/2\ \text{kJ/K}$ (پ)]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۶-۱۹

چرخهٔ کارنو و ماشینهای گرمایی

۲۶-۲۰ سردساز کارنو. بازده یك ماشین برگشت‌پذیر چرخه‌ای کارنو از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

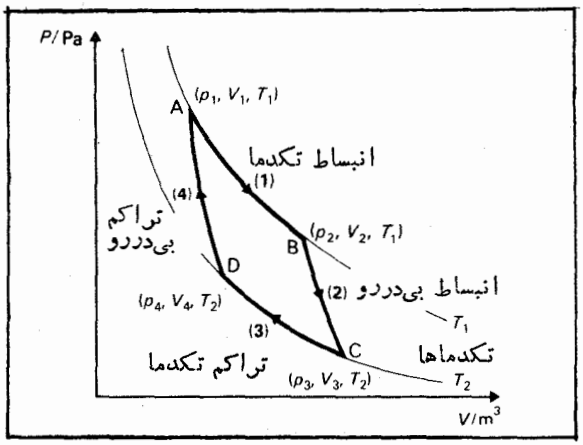
که Q_1 گرمای انتقال‌یافته به‌این ماشین در دمای T_1، و Q_2 گرمای انتقال یافته از موتور به‌بیرون در دمای T_2 است. یك ماشین سرد سازی کامل که در دمای ۳۳۰ K درچرخهٔ کارنوی برگشت‌پذیر کار می‌کند، از اتاقی به‌دمای ۲۷۸ K به‌اندازهٔ ۸/۰ kJ گرما خارج می‌کند. محاسبه کنید که چه مقدارکار باید روی ماشین انجام شود تا این اتفاق صورت گیرد. [۱/۵ kJ]

۲۶-۲۱ یك ماشین برگشت‌پذیر چرخه‌ای کارنو، بین دماهای ۱۰۰۰ K و ۲۵۰ K کار می‌کند. اگر دریك دور، در دمای ۱۰۰۰ K، به‌مقدار ۱/۵ kJ گرما به ماشین منتقل شود، پیدا کنید:

(الف) بازده این ماشین را، و

(ب) گرمایی که در ۲۵۰ K از ماشین منتقل می‌شود.

[(الف) ۷۵٪ (ب) ۰/۳۸ kJ]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۶-۲۲

۲۶-۲۲ چرخهٔ کارنو. به‌شکل مراجعه کنید:

(الف) نشان دهید $V_1/V_2 = V_4/V_3$، و

(ب) اگر مقدار گاز به‌کار رفته μ باشد، نشان دهیدکه کار خالص انجام شده از جانب این گاز در هر دور برابر است با:

$$\mu R(T_1 - T_2)\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

۲۶-۲۳ یك موتور گرمایی برگشت‌پذیر کامل‌دارای توان ۴۵ kW است، و در چرخهٔ کارنو عمل می‌کند. این موتور ازمخزنی به‌دمای ۱۲۰۰ K گرما می‌گیرد، کارانجام می‌دهد و به‌مخزن دومی به‌دمای ۳۰۰ K گرما می‌دهد. آهنگ انتقال گرمای این موتور به‌مخزن دوم را محاسبه کنید.

[۱۵ kW]

۲۶-۲۴ در یك ماشین بخار از بخارفشرده‌ای به‌دمای ۴۷۰ K استفاده می‌شود، و دمای این بخار در موتور به ۳۷۳ K می‌رسد. اگر ماشین کامل بود، بازده آن چه مقدار می‌شد؟ توضیح دهیدکه چرا بازده واقعی کمتر از این‌مقدار است. [۲۱٪]

۲۶-۲۵ یخچال خانگی. یك یخچال گرمایی معادل Q_2 ازیك منبع با دمای کم T_2 می‌گیرد، و گرمایی معادل Q_1 به تشتی با دمای بالای T_1 می‌دهد. برای این کار ماشین

MATH75.IR

انرژیی معادل W فراهم می‌آورد. **کمیت شایستگی** (که آن را ضریب کارایی نیز می‌گویند) چنین تعریف می‌شود:

$$\eta_R = \frac{Q_2}{W}$$

(الف) نشان دهید که اگر ماشین کامل باشد:

$$\eta_R = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

(ب) کمیت شایستگی را برای یك یخچال خانگی که جعبهٔ یخ آن در دمای ۲۵۰ K و لوله‌های سردکنندهٔ آن در دمای ۳۱۰ K قرار داشته باشد، محاسبه کنید.

(پ) اگر به این یخچال انرژیی معادل ۴۰ W داده می‌شد، آهنگ پس‌دادن گرمای چنین یخچالی به‌چه مقداری می‌رسید؟

(ت) اگر دمای تشت ۳۰۰ K باشد، کمینهٔ توانی که لازم است تا ازهلیوم مایع ۴/۰ K با آهنگ ۱۰ W گرما گرفته شود، چه مقدار است؟

[(ب) ۴/۲ (پ) ۰/۱۷ kW (ت) ۰/۷۴ kW]

۲۶-۲۶* تلمبهٔ گرما. اگر کمیت مفید گرمای وسیلهٔ مورد بحث در پرسش پیش، Q_1 باشد (یعنی، مطابق طرح گرما بیرون بدهد) این وسیله تلمبهٔ گرما خوانده می‌شود.

(الف) تعریف مناسبی برای کمیت شایستگی، η_P، ارائه دهید.

(ب) یخچال مورد بحث در بند (پ) از پرسش **۲۵-۲۶** چه توانی به‌محیط پس‌خواهد داد؟

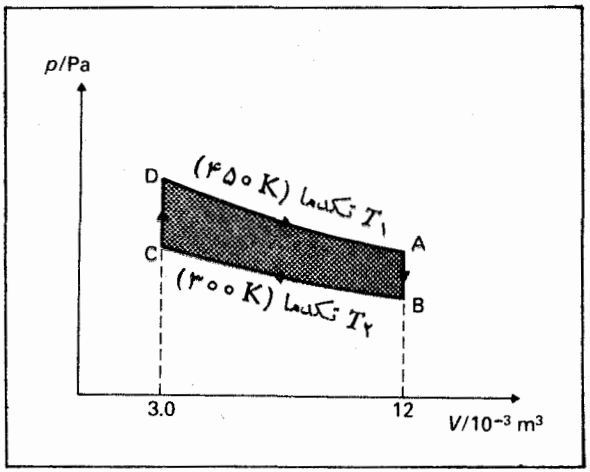
[۰/۲۱ kW]

۲۷-۲۶* برای گرم کردن یك ساختمان، باید به وسیلهٔ یك تلمبهٔ گرما توانی با آهنگ ۲۵ kW به‌بیرون‌فرستاده شود. انرژی از رودخانه‌ای به‌دمای ۲۸۰ K درنزدیکی ساختمان گرفته، و با دمای ۳۰۰ K به ساختمان منتقل می‌شود. اگر بازده تلمبه فقط ۴۰٪ باشد، با چه‌آهنگی باید آن را با انرژی الکتریکی تغذیه کرد؟

[۴/۲ kW]

۲۸-۲۶* از لحاظ نظری، بیشینهٔ کار مفیدی که می‌توان از منبعی متشکل از $1/0 \times 10^6$ kg آب ۳۶۰ K گرفت درصورتی که قرار باشد گرمای پس داده شده به‌تشتی بزرگ به‌دمای ۳۰۰ K منتقل شود چه مقدار است؟ مقدار عددی داده شدهٔ c_{H_2O} را در محاسبه به‌کار برید.

[۴۲ G]]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۶-۲۹

۲۹-۲۶* به شکل مراجعه کنید. این شکل چهار فرایند برگشت‌پذیر فرضی را نشان می‌دهد که روی ۲/۰ مول گاز دواتمی کامل انجام گرفته است. این نمودار نمایانگر کار یك ماشین گرمایی است، ولی توجه داشته باشید که چرخهٔ کار نو نیست. محاسبه کنید:

(الف) گرمایی را که میان A و C از سوی گاز پس داده می‌شود،

(پ) گرمایی را که میان C و A جذب می‌شود،

(پ) کاری را که در یك دور کامل از جانب گاز انجام می‌شود، و

(ت) بازده ماشین را.

مقادیرعددی داده شدهٔ R، $C_V = \frac{5}{2}R$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۱۳(۱) kJ (ب) ۱۶(۶) kJ
(پ) ۳/۴(۶) kJ (ت) ۲۱٪]

MATH75.IR

۲۷ تغییر فاز

پرسشهایی برای بحث

۲۷-۱ می‌گوییم که گرما انتقال انرژی ناشی از اختلاف دماست؛ با این همه وقتی که به‌یخ درحال ذوب انرژی (غیر ازکار) می‌دهیم، هیچ تغییری در دما حاصل نمی‌شود. آیا این نکته بدان معنی است که باید به گرمای نهان‌پخش نام دیگری داد؟

۲۷-۲ نقطه سه‌گانهٔ ماده چیست؟ چرا نقطهٔ سه‌گانهٔ آب را هنگام انتخاب به عنوان یك نقطهٔ تثبیت شدهٔ متعارف برای تعریف مقیاس دمای گاز کامل، به‌نقطهٔ ذوب متعارف (یامعمولی) آن ترجیح داده‌اند؟

۲۷-۳ اندازه‌های نسبی گرمای نهان ویژهٔ پخش، تبخیر و تصعید یك ماده چه مقدارند؟ در مورد معنی پاسخ خود نظر دهید.

۲۷-۴ گرمای نهان مولی تبخیر یك ماده چگونه به‌انرژی بستگی میان یك زوج مولکول آن ماده مربوط می‌شود؟ بزرگی انرژی بستگی میان مولکولهای آب را برآورد کنید. (راهنمایی: د. ك. بخش ۱۶.)

۲۷-۵ آیا می‌توان گفت که یك گونهٔ مشخص شیشه درفشار متعارف، دارای نقطهٔ ذوب ویژه‌ای است؟ درمورد فلزی مانند روی، چه می‌توان گفت؟ چه تفاوتی در ساختار این مواد این امکان را برای ما فراهم می‌آورد تا چنین تمایزی میان آنها قایل شویم؟

۲۷-۶ رفتار بخار اشباع شده چه تفاوتی با رفتار بخار اشباع نشده دارد؟

۲۷-۷ چگونه گرمای نهان تبخیر عرق بدن اساس تنظیم دمای آن را تشکیل می‌دهد؟

۲۷-۸ م.ب هزینهٔ تبخیر یك آدم برفی با استفاده از یك بخاری برقی چه مقدار تمام می‌شود؟

۲۷-۹ م.ب سرعت یك گلولهٔ سربی را که به‌محض برخورد به‌هدف ذوب می‌شود، برآورد کنید.

مسئله‌های کمّی

گرمای مولی نهان

†**۲۷-۱۰** رابطهٔ بین گرمای نهان مولی تصعید، $L_{s,m}$، وانرژی پتانسیل، ε، برهم‌کنش بین یك اتم (یا مولکول) و همسایهٔ آن از رابطهٔ $L_{s,m}=\frac{1}{2}N_A n\varepsilon$ به‌دست می‌آید، که n تعداد نزدیکترین همسایه‌هاست. $L_{s,m}$ را برای ئیدروژن ($\varepsilon=4/0\times10^{-22}\,J$) وکریپتون ($\varepsilon=25\times10^{-22}\,J$) محاسبه کنید. ساختار این عناصر را آنقدر فشرده فرض کنید که $n=12$ شود. (برای چنین محاسباتی از کار خارجی چشم بپوشید.)
مقدار عددی داده شدهٔ N_A را در محاسبه به‌کار برید.
[ئیدروژن $1/4\,kJ/mol$]

*†**۲۷-۱۱ قاعدهٔ تروتون.** فازهای متفاوت یك‌سیستم‌دارای آنتروپیهای متفاوتند، هرچه فاز بی‌نظمتر باشد، آنتروپی بالاتر است. بنابراین هرگاه تغییرفازی پیش‌آید، تغییر آنتروپی، ΔS، نیزوجود خواهد داشت. بنابر**قاعدهٔ تروتون**

$$\Delta S_{v,m}=\frac{L_{v,m}}{T}\approx 88\,J/mol\,K$$

که $L_{v,m}$ گرمای مولی نهان تبخیرمایع، و T نقطهٔ جوش متعارف آن است. با استفاده از این‌قاعده مقدار $L_{v,m}$ را برای مواد زیر برآورد کنید: (الف) بنزن ($T=353\,K$)، و (ب) اتیل اتر ($T=307\,K$).

گرمای نهان ویژه

†**۲۷-۱۲** یك گلولهٔ سربی به‌دمای $320\,K$ به‌وسیلهٔ یك‌ورقهٔ

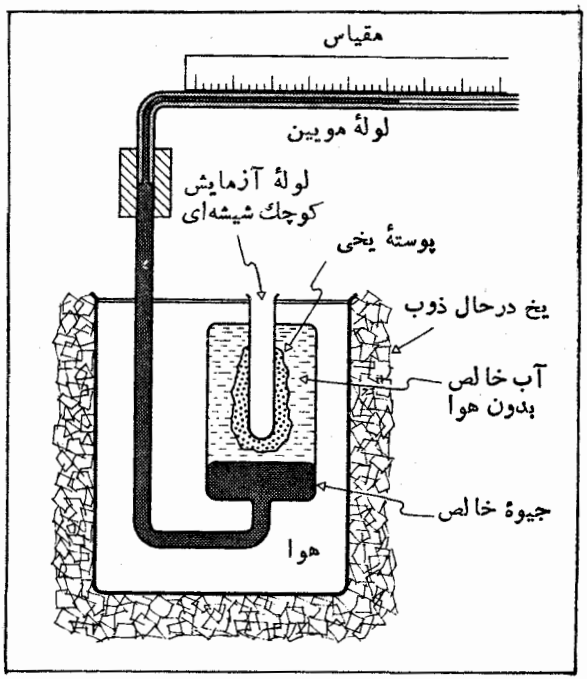
MATH75.IR

فولادی متوقف می‌شود، چنان که به‌نقطهٔ ذوب خود که ۶۰۰ K است می‌رسد و کاملاً ذوب می‌شود. اگر ۸۰٪ از انرژی جنبشی گلوله به‌انرژی داخلی تبدیل شود، سرعتی را که گلوله هنگام برخورد با صفحهٔ فولادی داشته است محاسبه کنید. ظرفیت گرمایی ویژهٔ سرب ۰/۱۲ kJ/kg K و گرمای نهان ویژهٔ پخش آن ۲۱ kJ/kg است.

[۰/۳۷ km/s]

۱۳-۲۷† یك تکه فلز به‌جرم ۲۵ g در محفظه‌ای با دمای ثابت ۲۹۰ K آویخته شده است. سپس محفظه را از بخار آب خشك به‌دمای ۳۷۳ K پر می‌کنند و ۰/۴۰ g بخار روی تکه فلز جمع می‌شود. ظرفیت گرمایی ویژهٔ فلز را، درصورتی که گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب ۲/۳ MJ/kg باشد، محاسبه کنید.

[۰/۴۴ kJ/kg K]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۴-۲۷

۱۴-۲۷ گرماسنج یخ بونزن. به‌شکل نگاه کنید. دستگاه با ریختن مقداری اتر درون لولهٔ آزمایش و دمیدن هوا در آن، آماده می‌شود. این کار باعث ایجاد پوششی از یخ می‌شود. سپس آن‌را وامی‌گذارند تا دمای دستگاه به ۲۷۳ K برسد و جیوه در لولهٔ افقی ثابت بماند.

وقتی که ۳/۰ g از ماده‌ای را با دمای ۳۳۸ K درون لولهٔ آزمایش قرار دهیم، جیوه در لولهٔ افقی ۶۰ mm حرکت می‌کند. با استفاده از اطلاعات زیر ظرفیت گرمایی ویژهٔ ماده را محاسبه کنید. چگالی یخ در ۲۷۳ K برابر ۹۲۰ kg/m³، گرمای نهان ویژهٔ پخش یخ ۰/۳۳ MJ/kg، و مساحت سطح مقطع لولهٔ مویین افقی ۰/۵۰ mm² است. حساسیت گرماسنج برحسب mm/J چقدر است؟

مقدار عددی داده شدهٔ ρ_{H_2O} را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۵۳ mm/J ، ۰/۵۸ kJ/kg K]

۱۵-۲۷ روش هنینگ. پس از آنکه ۲۰ g از یك مایع جوشان به‌حالتی یکنواخت رسیده است، تبخیر می‌شود و در مدت ۰/۱۸ ks چگالیده می‌شود. جریانی به‌شدت ۴/۰ A از سیم‌پیچ گرم‌کن می‌گذرد و اختلاف پتانسیل ۱۵ V در دوسر آن برقرار می‌شود. اگر اتلاف گرما در گرماگیر ۵/۰٪ گرمای تولید شده به‌وسیلهٔ سیم‌پیچ باشد، محاسبه کنید:

(الف) اتلاف توان را، و

(ب) گرمای نهان ویژهٔ تبخیر مایع را.

[۰/۵۱ MJ/kg (ب)]

۱۶-۲۷ یك بخاری الکتریکی ۹۰ W برای افزایش دمای ۰/۲۰ kg کافوری که در گرماسنجی ریخته شده است، به‌کار می‌رود. دما به‌طور یکنواخت تا ۱۷۶°C بالا می‌رود و سپس پیش‌ازافزایش بیشتر، به‌مدت ۰/۱۱ ks ثابت می‌ماند. بخاری در دمای ۱۹۰°C خاموش می‌شود. دما آغاز به‌کاهش می‌کند، ولی دوازده بار و به‌همان مدت قبلی در دمای ۱۷۶°C ثابت می‌ماند. محاسبه کنید:

(الف) اتلاف گرما را درخلال اولین فاصلهٔ زمانی که دما روی ۱۷۶°C ثابت مانده بود، و

(ب) گرمای نهان ویژهٔ پخش کافور را.

[۴۶ kJ/kg (ب)]

۱۷-۲۷ ۰/۱۰ kg ازمایعی داغ را درون ظرفی با ظرفیت گرمایی چشمپوشیدنی قرار می‌دهیم و منحنی سرمایش را

MATH75.IR

رسم می‌کنیم. گرادیان منحنی در دمای تغییر فاز برابر $-35\ mK/s$ است، که به‌مدت $0/90\ ks$ طول می‌کشد. پس‌از انجماد، گرادیان دوباره منفی‌می‌شود. ظرفیت گرمایی ویژهٔ مایع $2/0\ kJ/kg\,K$ است.

(الف) گرمای نهان ویژهٔ پخش جامد را محاسبه کنید.

(ب) آیا گرادیان نمودار بی‌درنگ پس از تغییرفاز با مقدار پیش از تغییر فاز بلافاصلهٔ آن برابر است؟ بحث کنید.

(پ) اگر $0/20\ kg$ از مایع در شرایط مشابه دیگری به‌کارگرفته شود، تغییراتی را که انتظار انجام آنها را در اطلاعات داده شده داشته‌اید، مشخص کنید.

[(الف) $63\ kJ/kg$]

بخارها

۱۸-۲۷† یك‌پیستون متحرك‌هوا را درون‌فضایی‌استوانه‌ای که از بخار آب $353\ K$ اشباع شده است و دارای فشار متعارف است، نگه می‌دارد. فشار متعارف بخار در این دما $47\ kPa$ است. فشار جدید را در شرایط (الف) دوبرابر شدن‌حجم، و (ب) نصف‌شدن‌حجم، محاسبه کنید. هردو تغییر حجم به‌طور تکدما انجام می‌گیرد.

مقدار عددی داده شدهٔ p_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $74\ kPa$ (ب) $155\ kPa$]

۱۹-۲۷ فضای‌داخل‌یك‌ظرف بستهٔ حاوی‌هوا، از بخار آب $300\ K$ درفشار $100\ kPa$ اشباع شده است. فشارمتعارف بخارآب در دمای $300\ K$ برابر $3/57\ kPa$، و در دمای $323\ K$، برابر $12/3\ kPa$ است. فشار داخل ظرف را درشرایط:

(الف) دمای $323\ K$، و

(ب) دمای $373\ K$، نقطهٔ جوش (طبیعی) متعارف‌آب، محاسبه کنید.

آیا آب پس‌از دمای $373\ K$ به‌جوش‌می‌آید یا پیش‌از آن؟

مقدار عددی داده شدهٔ p_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $116\ kPa$ (ب) $221\ kPa$]

۲۰-۲۷ فضایی حاوی $3/00\times10^{-3}\ m^3$ هواست و از بخارآب $373\ K$ اشباع شده است. آن را تادمای $293\ K$، دمایی‌که درآن فشار متعارف بخارآب $2/3\ kPa$ است، سرد می‌کنند. حجم هوا را پس‌از سردشدن محاسبه کنید، درصورتی‌که فشارکل‌درحد $133\ kPa$ باقی بماند.

مقدار عددی داده شدهٔ p_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[$5/8\times10^{-4}\ m^3$]

۲۱-۲۷ اندازه‌گیریهایی‌که درمورد نمونه‌های‌هوای‌موجود در اتاقی به‌دمای $290\ K$ انجام‌گرفته است، نشان می‌دهد که مقدارآب درآن $11/2\ g/m^3$ است. اگرفشارمتعارف بخار آب در دمای $290\ K$ برابر $1/93\ kPa$ باشد، رطوبت نسبی اتاق را برآوردکنید. چگالی بخار آب در فشار-دمای متعارف $0/806\ kg/m^3$ است.

[٪۷۸]

۲۸ گازهای حقیقی

پرسشهایی برای بحث

۱-۲۸ گازی براثر انبساطی سریع و بی‌دررو به‌خلاء تبدیل می‌شود. اگر این گاز (الف) کامل، یا (ب) حقیقی باشد، آیا تغییری در دمای آن حاصل می‌شود؟

۲-۲۸ یك منحنی تکدما برای گازی حقیقی در زیر دمای بحرانی آن رسم کنید، چنانکه تغییرات ایجاد شده درآن را ضمن تحول از بخار به‌جامد نشان دهد.

۳-۲۸ گاهی گفته می‌شود که نیروهای جاذبی که

MATH75.IR

مولکولهای یك گاز حقیقی بریکدیگر وارد می‌آورند، می‌توانند درفواصلی چنان دور عمل کنند که باعث شوند گاز فشاری کمتراز آنکه گاز کامل بر دیواره‌های ظرف وارد می‌آورد، برآن دیواره‌ها وارد آورد. آیامی‌توانید این بیان را با واقعیت موجود مبنی براین که فشار وارد بر دیواره‌ها مستقل از ماهیت آنها (یعنی، نیروهای بین مولکولی وارده از جانب دیواره‌ها) است، تطبیق دهید؟

۴-۲۸ یك گازحقیقی‌را، به‌طورعمده، آمیزه‌ای‌از مونومرها (با جرم m) و دی‌مرها (با جرم $2m$) تشکیل داده‌اند. میانگین اندازه حرکت یك دی‌مر در مقایسه با میانگین اندازه حرکت مونومر چه مقدار است؟ (راهنمایی: اصل تقسیم مساوی انرژی را به‌کار گیرید.)

۵-۲۸ یك توضیح فیزیکی برای ضریب تصحیح فشار وان‌دروالس، a، پیشنهاد کنید که مستقل از دما باشد. آیا انتظار دارید که b به‌دما بستگی داشته باشد؟ اگرچنین‌است، تا چه حد؟

۶-۲۸ در معادلهٔ وان‌دروالس چه معنی فیزیکی می‌توان به ثابتهای a و b نسبت داد؟

۷-۲۸ آیاامکان داردکه وقتی حجم گازی‌افزایش می‌یابد، انرژی پتانسیل آن به‌اعتبار نیروهای بین مولکولیش کاهش یابد؟

۸-۲۸ شکل ساده شده‌ای از معادلهٔ وان‌دروالس بیابید که بتوان آن را برای مقادیر بزرگ حجم مولی به کار برد.

۹-۲۸ منحنیهایی رسم کنیدکه شکل تکدماهای نوعی وان‌دروالس را نشان دهد. با استفاده ازیکی از این منحنیها توضیح دهیدکه منظور از (الف) ابرگرمایش، و (ب) ابر سرمایش چیست؟

۱۰-۲۸ م.ب چه کسری از حجم کل موجود در یك گاز درشرایط متعارف هما گنج است؟ چه‌کسری ازفشارموجود، **فشار داخلی** (a/V_m^2) است؟

مسئله‌های کمّی

پدیده‌های بحرانی

***۱۱-۲۸** حجم مولی، فشار و دمای یك گاز حقیقی درنقطهٔ بحرانی به ترتیب با $V_{c,m}=3b$، $p_c=a/27b^2$ و $T_c=8a/27Rb^2$ بیان می‌شود، که a، b و R ثابتند. مقدار $RT_c/p_cV_{c,m}$ را که **ضریب بحرانی** نامیده می‌شود، ارزیابی کنید. از این مقدار چه چیزی استنتاج می‌کنید؟

***۱۲-۲۸** مقادیر مشاهده شدهٔ ضریب بحرانی بسیاری از گازهای حقیقی یکی است، ولی به‌طور چشمگیری بزرگتر ازمقدار محاسبه شدهٔ نظری‌است. این مقداربرای دی‌اکسید کربون ۳/۵ است. اگر $T_c=304\,K$ و $p_c=7/3\,MPa$، مقادیر زیر را برای دی‌اکسیدکربون $(M_r=44)$ محاسبه کنید:

(الف) حجم بحرانی مولی،

(ب) حجم بحرانی ویژه، و

(پ) چگالی بحرانی را.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه به‌کار برید.

[(پ) $4/5\times10^2\,kg/m^3$]

***۱۳-۲۸ دمای بحرانی.** اگر انرژی جنبشی مولکولی در وضعیت‌ترازمندی بیشترازبزرگی (منفی) انرژی پتانسیل، ε، درآن نقطه باشد، می‌توانیم فرض کنیم‌که این مولکول همیشه می‌تواند از همسایه‌های خود بگریزد. این انرژی گرمایی‌را kT بگیرید، و با استفاده ازآن دماهایی‌را شرح دهیدکه در بالاتراز آنها مایع‌کردن‌گازهای زیر غیرممکن باشد: هلیوم ($\varepsilon=8/0\times10^{-23}\,J$)، ئیدروژن ($4/0\times10^{-22}\,J$)، و نیتروژن ($1/3\times10^{-21}\,J$). پاسخهای شما در مقایسه با مقادیر تجربی دماهای بحرانی این گازها چگونه است؟

مقدار عددی داده شدهٔ k را درمحاسبه به‌کار برید.

معادلات حالت

۱۴-۲۸ محاسبهٔ قطر مولکولی. برای ئیدروژن،

MATH75.IR

$b=۲/۷\times۱۰^{-۵}\,m^۳/mol$ است. با استفاده از این مقدار، و مقدار عددی N_A، و این فرض که b چهار برابر حجم یك مول از مولکولهای ئیدروژن کروی است، مقدار «قطر» مولکولی، r_0، را پیدا کنید.

[۰/۲۸ nm]

۱۵-۲۸ در معادلهٔ حالت وان‌دروالس

$$\left(p+\frac{a}{V_m^۲}\right)(V_m-b)=RT$$

مقادیر عددی ثابتهای نیتروژن، $a=۰/۱۴$ و $b=۳/۹\times۱۰^{-۵}$ است که برحسب واحدهای SI تعریف می‌شوند.

(الف) واحدهای SI برای a و b چیست؟

(ب) فشار ۲/۰۰ مول گاز را در دمای ۲۰۰ K که در حجم $۶/۰۰\times۱۰^{-۳}\,m^۳$ گنجانده‌شده‌است، محاسبه کنید.

(پ) اگر گاز کامل می بود، این فشار چقدر می‌شد؟

مقدار عددی داده شدهٔ R را درمحاسبه به‌کار برید.

[(ب) ۰/۵۴۶ MPa (پ) ۰/۵۵۴ MPa]

۱۶-۲۸ با استفاده از اطلاعات پرسش پیش فشار لازم برای تغییر حجم تکدما را چنان محاسبه کنید که حجم گاز به $۱/۰۰\times۱۰^{-۳}\,m^۳$ برسد،

(الف) در صورتی که گاز کامل باشد، و

(ب) درصورتی که گاز از معادلهٔ وان‌دروالس پیروی کند.

[(الف) ۳/۳۲ MPa (ب) ۳/۰۵ MPa]

***۱۷-۲۸** از راه مقایسهٔ معادلهٔ ویریال،

$pV_m=A+Bp+Cp^۲+\cdots$، با معادلهٔ وان‌دروالس، $(p+a/V_m^۲)(V_m-b)=RT$، نشان دهید که $A=RT$ ، $B=b-a/RT$، و $C=ab/R^۲T^۲$. در دمای بویل، T_B، $B=۰$ است و C قابل چشمپوشی است. در صورتی که

$a=۰/۱۴\,N\,m^۴/mol^۲$

و $b=۳/۹\times۱۰^{-۵}\,m^۳/mol$، T_B را برای نیتروژن محاسبه کنید. (به‌خاطرداشته‌باشید که درمحاسبهٔ خود واحدها را هم همراه اعداد ذکر کنید. پاسخ خود را با مقدار تجربی T_B، ۳۲۳ K، مقایسه کنید.)

مقدار عددی داده شدهٔ R را درمحاسبه به‌کار برید.

[$۴/۳\times۱۰^۲$ K]

۲۹ رسانش گرمایی

پرسشهایی برای بحث

۱-۲۹ گرما با چه سازوکار فیزیکی ازطریق (الف) نقره، (ب) چوب، (پ) هوا، (ت) شیشه، (ث) گلیسیرین،هدایت می‌شود؟

۲-۲۹ فکرمی کنید که رسانایی گرمایی فلزات، نافلزات، مایعات، و گازها چگونه برحسب دما تغییر می کند؟ برای پاسخهای خود علت ذکرکنید.

۳-۲۹ آهنگ‌شارش گرما دررسانش گرمایی‌ازچه‌جنبه‌هایی مشابه آهنگ شارش بار در رسانش الکتریکی است؟

۴-۲۹ تفاوت میان انتقال انرژی به‌وسیلهٔ یك موج صوتی و انتقال انرژی به‌وسیلهٔ رسانش گرمایی را جزء به‌جزء توضیح دهید. آیا این دوفرایند ویژگی مشترکی دارند؟

۵-۲۹ چگونه می‌توان رسانایی گرمایی جنس یك سیم‌مسی بامساحت سطح مقطع تقریبی $۱\,mm^۲$ را اندازه‌گیری کرد؟

MATH75.IR

مشکلاتی را که برای به‌دست آوردن نتایج درست در پیش خواهید داشت و احتیاطهایی را که باید به‌این‌منظور به‌عمل آورید، بیان کنید.

۲۹-۶ وقتی که آب سخت درظرفهای زیر گرم‌شود، اثرات گرمایی «میزان» ته‌نشست برجای مانده چه خواهد بود: (الف) یك‌ماهیتابه، (ب) یك کتری برقی؟

۲۹-۷ نموداری رسم کنید که تغییرات ممکن دما را وقتی که از نقطه‌ای واقع دریك اتاق به‌دمای ۳۰۰ K و به‌فاصلهٔ ۰/۲ m از پنجره‌ای شیشه‌ای، به‌نقطه‌ای درخارج از اتاق به فاصلهٔ ۰/۲ m از پنجره و به دمای ۲۷۰ K برویم، نشان دهد.

۲۹-۸ چرا برای فاصلهٔ میان دوجام شیشهٔ دوجداره، فضاسازی بهینه‌ای وجود دارد؟ خلاءسازی در این فضا چه امتیازهایی دارد؟ دراین صورت چه مشکلاتی بروز خواهد کرد؟

۲۹-۹ بحث کنیدکه آیا اگر عایق بسیار ضعیفی به‌دوریك لولهٔ رسانش جریان با قطر بسیار ناچیز پیچیده شده باشد، آهنگ اتلاف گرما می‌تواند افزایش یابد یا خیر.

۲۹-۱۰ مقاومت گرمایی. در تلاش بخاطر تعریف کمیت **مقاومت گرمایی**، معادلهٔ $(V_2-V_1)=R(\Delta Q/\Delta t)$ را در نظر بگیرید. نشان دهیدکه این کمیت چگونه به‌طول، رسانایی گرمایی، وسطح مقطع یك‌جسم بستگی پیدا می‌کند. درچه واحد SI اندازه‌گیری می‌شود؟

۲۹-۱۱ رساناهای گرمایی‌متوالی. شکلی نشانه‌دار رسم کنید که یك زوج رسانا را که به‌طور متوالی به‌هم بسته شده‌اند، نشان دهد.

(الف) این دو رسانا چه‌کمیت مشترکی دارند؟

(ب) کدام خاصیت سیستم جمعپذیر است؟

(پ) مقاومت گرمایی معادل سیستم را، برحسب مقاومت گرمایی هریك محاسبه کنید.

۲۹-۱۲ رساناهای گرمایی‌موازی. پرسش ۲۹-۱۱ را در مورد یك زوج رسانا که به‌طور موازی به‌هم بسته شده‌اند، تکرار کنید.

۲۹-۱۳ قانون‌ویدمن-فرانز. رساناهای گرمایی‌والکتریکی فلزها را رابطهٔ $\lambda/\sigma=3(k/e)^2T$ به‌یکدیگر مربوط می‌کند، که k ثابت بولتزمن، e بارالکترونی، و T دماست. درمورد مفهوم این‌رابطه بحث، و λ/σ را در دمای‌متعارف ارزیابی کنید.

***۲۹-۱۴ گاز الکترون.** حرکت الکترونها در فلز بیشتر به‌خاطررسانایی گرمایی آن است. می‌توان رسانایی گرمایی، λ، را به‌صورت $\lambda=\frac{1}{3}n\bar{v}lc_e$ نوشت، که درآن n چگالی عددی الکترونها، $\bar{v}$ میانگین سرعت گرمایی، l مسیر آزاد میانگین و c_e ظرفیت‌گرمایی یك الکترون است. اگر $c_e\approx 1/8\times10^{-25}\ \mathrm{J/K}$، مقدار l را در دمای متعارف برآوردکنید؛ درمورد بزرگی پاسخ خود نظر دهید.

***۲۹-۱۵ فونونها.** سازوکار اصلی انتقال گرما در یك نافلز، ارتعاشهای شبکه است، که به‌صورت امواج صوتی با بسامد فوق‌العاده زیاد، که **فونون** خوانده می‌شوند، درماده حرکت می‌کند. این بسته‌های ذره مانند موج دارای‌انرژی و اندازه حرکتند و با سرعت یك موج صوتی، c، درون ماده حرکت می‌کنند. رسانایی گرمایی یك ماده از رابطهٔ $\lambda=\frac{1}{3}cl(C/V)$ به‌دست می‌آید، که درآن C ظرفیت گرمایی جسمی ساخته شده ازآن ماده، V حجم‌آن، و l مسیر آزاد میانگین یك فونون است. مقدار l را برای یك رسانای ضعیف نوعی برآوردکنید.

***۲۹-۱۶** سر داغ یك میلهٔ فلزی یکنواخت بی‌حفاظ در محیطی به دمای ۲۷۳ K، در دمای θ_0 نگه داشته می‌شود. دمای یك نقطه به‌فاصلهٔ x از این سرمیله، θ، از رابطهٔ $\theta=\theta_0e^{-wx}$ به‌دست می‌آید. نموداری رسم کنید که تغییرات‌دمای‌افزوده شده را برحسب x نشان دهد. احتمالاً w به چه‌کمیتهای فیزیکی وابسته است؟ اگر میله حفاظ

MATH75.IR

داشته باشد، نمودار شما چه تغییری خواهد کرد؟

۲۹-۱۷ م.ب توان لازم برای اینکه درون هواپیمای کنکورد را، برای آسایش مسافران، در دمایی بالا نگهدارند، برآورد کنید.

۲۹-۱۸ م.ب آهنگ اتلاف گرما در یك خانهٔ متوسط در زمستان چقدر است؟ (راهنمایی: ر.ك. پرسش **۲۹-۲۱**، خط آخر.)

۲۹-۱۹ م.ب فرایندهای واپاشی رادیواکتیو، در داخل زمین انرژی داخلیی ایجاد می‌کند که در نهایت از پوسته به‌بیرون هدایت می‌شود. درصورتی که گرادیان میانگین دما روی سطح صخره‌ها حدود ۱۰ mK/m باشد، انرژیی را که زمین هرروز دراین فرایند تلف می‌کند، برآورد کنید.

مسئله‌های کمّی

خطوط موازی شارش گرما

۲۹-۲۰† وقتی شارش گرما ازطریق واحدمساحت یك ورقه ازماده‌ای عایق به‌ضخامت ۳/۰ mm، برابر $8/0 kW/m^2$ باشد، افت دما در سرتاسر ورقه ۱۰۰ K است. رسانایی گرمایی این ماده را محاسبه کنید.

[۰/۲۴ W/mK]

۲۹-۲۱† رسانش ازطریق پنجره. دمای یك اتاق، وقتی که دمای خارج ۲۷۴ K است، در ۲۹۲ K نگهداشته می‌شود. مساحت کل پنجره‌های شیشه‌ای اتاق $6/0 m^2$، و ضخامت یکنواخت آنها ۴/۰ mm است. با استفاده ازاین اطلاعات و با فرض این نکته که تنها اتلاف گرما از طریق شیشه که رسانایی گرمایی آن ۰/۸۰ W/mK است، صورت گیرد، توانی را که برای حفظ تفاوت دمای یاد شده ضروری است، محاسبه کنید. چرا پاسخ شما به‌گونه‌ای دور ازواقعیت بزرگ است؟

[۲۲ kW]

۲۹-۲۲† درون یك دیگ بخار فولادی که ورقه‌های جدارهٔ آن ۶/۰ mm ضخامت دارند، بخار با آهنگ ۰/۵۵ kg/s تولید می‌شود. رسانایی گرمایی فولاد ۴۸ W/mK، و گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب ۲/۳ MJ/kg است. افت دما را در دوسر ورقه‌های دیگ بخار محاسبه کنید، اگر مساحتی که گرمای کوره ازطریق آن هدایت می‌شود، $8/0 m^2$ باشد.

[۲۰ K]

۲۹-۲۳† اثر یك آستر عایق کننده. اگر درون دیگ بخار پرسش پیش با لایه‌ای از یك نافلز به ضخامت ۱/۰ mm پوشانده شود، اختلاف دمای بین سطح خارجی صفحات و سطح پوشانندهٔ داخلی را محاسبه کنید، درصورتی که آهنگ تولید بخار همان باشد. رسانایی گرمایی پوشش، ۰/۴۰ W/mK است. پاسخ خود را با پاسخ پرسش پیشین مقایسه کنید.

[$4/2 \times 10^2$ K]

۲۹-۲۴ یك میلهٔ استوانه‌ای به مساحت سطح مقطع $5/0 mm^2$ از طریق اتصال یك میلهٔ نقره‌ای ۰/۳۰ متری به‌یك میلهٔ نیکلی ۰/۱۲ متری ساخته شده است. سر نقره‌ای در دمای ۲۹۰ K و سر نیکلی در ۴۴۰ K حفظ می‌شود. درصورتی که رسانایی گرمایی نقره و نیکل به ترتیب ۰/۴۲ kW/mK و ۹۱ W/mK باشد، محاسبه کنید:

(الف) دمای مفصل را تحت شرایط پابرجا، و

(ب) آهنگ رسانش گرما را درطول میله.

هر فرضی را که درنظر می‌گیرید بیان کنید.

[(الف) ۳۴۳ K (ب) ۰/۳۷ W]

۲۹-۲۵† ضخامت معادل. چه طولی از یك میلهٔ مسی به‌همان قطر میلهٔ مرکب پرسش **۲۹-۲۴**، همان اثر را بر آهنگ شارش گرما دارد؟ رسانایی مس ۰/۳۹ kW/mK است.

[۰/۷۹ m]

۲۹-۲۶ اتلاف گرما در خلال رسانش. یك میلهٔ یکنواخت به‌مساحت سطح مقطع $80 mm^2$ ازفلزی به‌رسانایی گرمایی ۰/۳۲ kW/mK ساخته شده است، و یك سر آن در دمای

MATH75.IR

بالای پیوسته‌ای نگه داشته می‌شود. وقتی شرایط دایمی فراهم آمده باشد، گرادیان دما در دو سطح مقطع در طول میله $۴/۰\times۱۰^{۲}\,K/m$ و $۱/۸\times۱۰^{۲}\,K/m$ است. اتلاف توان را روی سطح میله، درفاصلهٔ میان این دوسطح مقطع، محاسبه کنید.

[۵/۶ W]

۲۹-۲۷ مقدار $۰/۶۰\,kg$ یخ در یك جعبهٔ چوبی که ضخامت آن $۱۵\,mm$ است و با لایه‌ای به ضخامت $۵/۰\,mm$ از ماده‌ای عایق پوشانده شده است، قرار دارد. درصورتی که دمای محیط $۳۰۰\,K$، و مساحت مؤثر جعبه $۱/۸\,m^{۲}$ باشد، زمانی را که طول می‌کشد تا تمامی یخ ذوب شود، محاسبه کنید. رسانایی‌های گرمایی چوب و عایق به‌ترتیب $۰/۱۵\,W/mK$ و $۳۰\,mW/mK$، وگرمای نهان ویژهٔ پخش آب $۰/۳۳\,MJ/kg$ است. اگر فکر می‌کنید که پاسخ شما با تجربه مغایرت دارد، توضیحی ممکن ارائه دهید.

[۱/۱ ks]

۲۹-۲۸ روش میلهٔ سیرل. یك سیم پیچ گرم‌کن به دور یك سرمیله‌ای فلزی پیچیده شده است، و وقتی جریان $۱/۸\,A$ در آن برقرار می‌شود، اختلاف پتانسیل دوسر آن $۲۰\,V$ است. مساحت سطح مقطع میله $۱/۲\times۱۰^{-۳}\,m^{۲}$ و گرادیان دمای متوسط درطول میله $۷۵\,K/m$ است. آب سردی از اطراف سردیگر میله عبور می‌کند و وقتی آهنگ شارش آن $۳/۰\,g/s$ باشد، افزایش دما $۲/۵\,K$ است. محاسبه کنید:

(الف) رسانایی گرمایی فلز، و

(ب) درصد اتلاف توان را.

مقدار عددی داده شدهٔ $c_{H_۲O}$ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $۰/۳۸\,kW/mK$ (ب) ۱۲٪]

۲۹-۲۹ روش قرص لیس. یك قرص شیشه‌ای در میان دو قرص برنجی به همان قطر بند می‌شود، یکی از قرصهای برنجی از طریق یك بخاری برقی در دمای $۳۰۰\,K$ نگه داشته‌شده است. وقتی که شرایط پابرجا می‌شود، دمای قرص برنجی دیگر $۳۶۸\,K$ است. آنگاه که جریان برقرار شود، آهنگ ابتدایی سرد شدن آن $۰/۱۸\,K/s$ است. قرصهای برنجی دارای ظرفیت گرمایی ویژهٔ $۳۹\,kJ/kg\,K$ و جرم هریك $۰/۳۰\,kg$ است. رسانایی گرمایی شیشه را، درصورتی که سطح قرص $۱/۲\times۱۰^{-۲}\,m^{۲}$ و ضخامت آن $۵/۰\,mm$ باشد، محاسبه کنید. درمحاسبهٔ خود چه فرضهایی را درنظر می‌گیرید؟

[۰/۷۳ W/mK]

۲۹-۳۰ تأثیر یك لایه هوا. وقتی که λ_x، رسانایی گرمایی مادهٔ X را به روش قرص لیس اندازه‌گیری می‌کنیم، لایه‌ای از هوا باضخامت ۱/۰٪ ضخامت قرص میان یك وجه آن و وجه مجاور دستگاه حبس می‌شود. اگر رسانایی گرمایی هوا ۰/۰۵۰ برابر رسانایی گرمایی X باشد، و با فرض آنکه قرص با صفحه تماس گرمایی داشته باشد، درصد خطای λ_x به‌دست آمده را، محاسبه کنید.

[۱۷٪]

مسائل متضمن انتگرالگیری

***۲۹-۳۱ تشکیل یخ در سطح حوض.** وقتی هوای سردی برفراز حوضی که دمای آب آن $۲۷۳\,K$ است، هوای گرم را براند، لایه‌ای یخ روی آب آن حوض تشکیل می‌شود. اگر ضخامت لایه در زمان t، برابر x باشد، نشان دهید که آهنگ افزایش ضخامت از رابطهٔ $dx/dt=\lambda\Delta\theta/\rho lx$ به‌دست می‌آید، که درآن λ رسانایی گرمایی یخ، ρ چگالی آن، l گرمای نهان ویژهٔ پخش و $\Delta\theta$ اختلاف دمای میان هوا و آب است. رابطه‌ای استنتاج کنید که زمان لازم را برای رسیدن این لایه به ضخامت x، به‌دست دهد. آیا این فقط راه‌حلی تقریبی است؟ درچه شرایطی می‌توان این تقریبها را توجیه کرد؟

***۲۹-۳۲** با استفاده از روش پرسش **۲۹-۳۱**، افزایش ضخامت یخ را روی آب یك حوض درمدت دوازده ساعت بیابید. ضخامت اولیهٔ یخ $۸۰\,mm$، $\lambda=۲/۲\,W/mK$، $\Delta\theta=۱۰\,K$، $\rho=۹/۲\times۱۰^{۲}\,kg/m^{۳}$ و

MATH75.IR

$l = ۰/۳۳\ \mathrm{MJ/kg}$ است. [۳۳ mm]

***۲۹-۳۳ شارش شعاعی بین استوانه‌های هم‌محور.** نشان دهید که آهنگ شعاعی شارش خروجی گرما تحت شرایط حالت دایمی، درماده‌ای که میان دواستوانهٔ هم‌محور به‌طول l قرار گرفته است، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{۲\pi\lambda l(\theta_۱ - \theta_۲)}{\ln\left(\frac{r_۲}{r_۱}\right)}$$

شعاع استوانهٔ داخلی $r_۱$ است و این استوانه در دمای ثابت $\theta_۱$ نگه داشته شده، و شعاع استوانهٔ خارجی $r_۲$ و در دمای ثابت $\theta_۲$ حفظ می‌شود. ازتأثیر دوسراستوانه‌ها چشمپوشی کنید. (راهنمایی: پوسته‌ای به‌ضخامت δr در نظر بگیرید، و در فاصلهٔ $r_۱$ و $r_۲$ انتگرال بگیرید.)

***۲۹-۳۴** سیمی بلند از طریق الکتریسیته، با آهنگ خطی $۴/۰\ \mathrm{kW/m}$ گرم می‌شود، و در امتداد محور یك‌استوانهٔ عایق قرار می‌گیرد. شعاع سیم $۰/۲۰\ \mathrm{mm}$ و دمای آن $۱/۸ \times ۱۰^۳\ \mathrm{K}$ است. شعاع استوانهٔ عایق $۵۰\ \mathrm{mm}$ و دمای سطح خارجی آن $۳/۰ \times ۱۰^۲\ \mathrm{K}$ است. با استفاده از نتیجه‌ای که در مسئلهٔ پیش به اثبات رسید، رسانایی گرمایی مادهٔ عایق را پیدا کنید.

[۲/۳ W/mK]

***۲۹-۳۵** با استفاده از پرسش **۲۹-۳۳** آهنگ چگالش بخار را در هر متر طول یك لولهٔ انتقال آهنی که شعاعهای داخلی و خارجی آن $۴۰\ \mathrm{mm}$ و $۵۰\ \mathrm{mm}$ است، محاسبه کنید. فرض کنید که هم دمای بخار و هم دمای جدار داخلی لوله (به طوری دور از واقعیت) $۳۷۳\ \mathrm{K}$ است؛ دمای هوا را $۲۸۸\ \mathrm{K}$ درنظر بگیرید. گرمای نهان ویژهٔ تبخیر آب $۲/۳\ \mathrm{MJ/kg}$، رسانایی گرمایی آهن $۶/۵\ \mathrm{W/mK}$، و گرمای گسیلیده ازجدارهٔ لوله، برای هرکلوین دمای اضافی $۳۰\ \mathrm{J/m^۲}$ است. (راهنمایی: دمای جدار خارجی لوله برابر دمای هوای پیرامون آن نخواهد بود.)

[۰/۳۵ g/s]

***۲۹-۳۶ شارش شعاعی ازدرون یك‌کره.** (الف) با استفاده از راهنمایی پرسش **۲۹-۳۳** آهنگ هدایت گرما را از درون پوستهٔ کروی نازکی به‌شعاع داخلی $r_۱$ و دمای $T_۱$، به‌سطح خارجی پوسته که شعاع آن $r_۲$ و دمایش $T_۲$ است، بیابید.

(ب) مقدار دما را درپایهٔ پوشش زمین (ناپیوستگی گوتنبرگ)، با سودبردن از اطلاعات زیر، برآورد کنید: $\lambda_{av} = ۲/۲\ \mathrm{W/mK}$، $r_۱ = ۳/۴\ \mathrm{Mm}$، $r_۲ = ۶/۴\ \mathrm{Mm}$، $T_۲ = ۳۰۰\ \mathrm{K}$، و برای هر متر مربع از سطح زمین $dQ/dt = ۶۰\ \mathrm{mW}$ است.

درعمل این مقدار را $۳\ \mathrm{kK}$ می‌گیرند. این‌مدل درکجا مسلماً درست نیست؟ (راهنمایی: ر. ك. پرسش **۲۹-۱۹**.)

[۰/۱۵ MK (ب)]

۳۰ تابش گرمایی

پرسشهایی برای بحث

۳۰-۱ مقادیر نوعی سرعتهای انتقال گرما را به‌سه فرایند رسانش، همرفت و تابش با هم مقایسه کنید. برای فرایند رسانش تنها سازوکار مربوط به‌ارتعاشهای شبکه را درنظر بگیرید (و نه حرکت الکترونها را).

۳۰-۲ موادی‌را نام ببرید که (الف) گرماده اما شفافند، (ب) گرما بر اما کدرند، (پ) گرماده و شفافند. اصطلاحات کدر و شفاف را در ارتباط با طیف نورمرئی

MATH75.IR

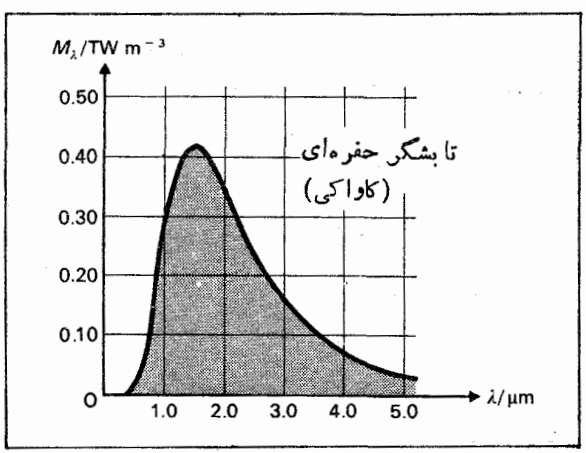
درنظر بگیرید.

۳۰-۳ یك آشکارساز تابش گرمایی که بر پایهٔ اثر فتوالکتریك یا نور رسانندگی کار می‌کند، ممکن است نتواند به‌تابش میانهٔ طیف فروسرخ پاسخ دهد. آیا این نکته به‌آن معنی است که این طول موجها هیچ اثر گرمایشی تولید نمی‌کنند؟

۴-۳۰ منشأ میکروسکوپی تابش جسم سیاه در یك حفره چیست؟

۵-۳۰ آیا اصطلاح تابش جسم سیاه را برای تابش گسیلیده (مثلاً) دریك سوراخ کوچك کنار کوره مناسب می‌دانید؟ اگر از چنین سوراخی به‌داخل نگاه کنید، چه خواهید دید؟

۶-۳۰ جسم سیاه درنظریهٔ تابش تا چه اندازه با گاز کامل در نظریهٔ جنبشی مشابه است؟



شکل مربوط به‌پرسش ۳۰-۷

***۷-۳۰** به‌شکل مراجعه کنید. میانگین گسیلمندی مولیبدون ۰/۲۱ است. نموداری رسم کنید که تغییر تقریبی اگزیتانس تابشی طیفی، M_λ، آن را برحسب طول موج نشان دهد.

***۸-۳۰** اگر یك تکه ظرف چینی سفید با نقشهای تیره را تا دمایی کاملاً بالا گرم کنیم، وقتی که به‌وسیلهٔ نور گسیل شده مشاهده شود، بخشهای روشن و تیرهٔ آن برعکس نقش اصلی دیده می‌شوند. آیا این نکته قانون کیرشهوف را نشان می‌دهد؟ دراین مورد بحث کنید.

۹-۳۰ گسیلمندی طیفی شیشه را در نوار موجی $0/50 - 0/51\ \mu m$ برآورد کنید. (راهنمایی: به‌عمل گلخانه فکر کنید.)

۱۰-۳۰ یك سطح ویژه به‌طور مؤثری بازتابگر کامل یك نوار موج مشخص است. گسیلمندی طیفی آن برای این نوار موج چه مقدار است؟

۱۱-۳۰ چرا جو زمین بخش عمده‌ای از انرژی تابیده به‌وسیلهٔ زمین را جذب می‌کند، درحالی که تنها نسبت ناچیزی از انرژیی را که از سوی خورشید بر روی زمین فرود می‌آید، جذب می‌کند؟

***۱۲-۳۰ اتلاف انرژی خالص از طریق تابش.** جسمی به مساحت A و دمای T رفتار جسم سیاه را نشان می‌دهد. آن را درون محفظه‌ای که دمای دیواره‌هایش T_0، و دارای گسیلمندی کل ε است، قرار می‌دهیم. این کمیتها را به‌دست آورید:

(الف) توان تابیده از جانب این شیء، و

(ب) توان جذب شده توسط این شیء از توانی که دیواره‌ها به‌روش (i) تابش، (ii) پراکندگی و بازتابش، می‌گسیلند.

بدین ترتیب نشان دهید که توان خالص برابر $\varepsilon A\sigma(T^4 - T_0^4)$ است.

۱۳-۳۰ پاسخ شما به‌پرسش ۳۰-۱۲ درموارد زیرچگونه تغییر می‌یافت اگر:

(الف) مساحت جسم درمقایسه با دیواره‌ها بسیار ناچیز می‌بود، و

(ب) دیواره‌ها نیز رفتار جسم سیاه را نشان می‌دادند.

۱۴-۳۰ یك چراغ روشنایی با یك رشتهٔ تنگستن، تقریباً ۱۰٪ بازده دارد. چگونه می‌توان عمل آن را بهبود بخشید؟

۱۵-۳۰ آیا یك تفسنج تابش کلی می‌تواند دمای حقیقی

MATH75.IR

درون یك کوره را اندازه‌گیری کند، یا تنها دمای جسم‌سیاه را اندازه می‌گیرد؟

۳۰-۱۶ م.ب وقتی یك چراغ الکتریکی را خاموش می‌کنیم، آهنگ ابتدایی سرمایش رشتهٔ تنگستن آن چه مقدار است؟

۳۰-۱۷ م.ب با انجام چند محاسبهٔ مرتبهٔ بزرگی، تعیین کنید که آیا یك رادیاتور خانگی، اتاق را بیشتر به روش تابش گرم می‌کند یا به‌روش همرفت.

۳۰-۱۸ م.ب یك توپ کروی سربی به‌جرم ۱۰ kg در کانون اصلی یك بازتابگر سهمی‌وار که محور آن به سوی خورشید متوجه‌است، قرار گرفته‌است. کمینهٔ مساحت مؤثری ازسطح مقطع این بازتابگر را، که می‌تواند سرب را به‌نقطهٔ ذوب خود برساند، برآورد کنید.

مسئله‌های کمّی

*۳۰-۱۹ ورودی یك کوره، که می‌توان آن را به‌صورت محفظه‌ای با دمای یکسان درنظر گرفت، $۳/۰ \times ۱۰^{۳}\,K$ است. اگر دری به‌مساحت $۰/۴۰\,m^{۲}$ به‌مدت ۳۰ s درآن باز باشد، چه مقدار انرژی از راه تابش تلف می‌شود؟
مقدار عددی داده شدهٔ σ را در محاسبه به‌کار برید.
[۵۵ MJ]

*۳۰-۲۰ اگزیتانس تابشی کل تنگستن در $۲/۴۵ \times ۱۰^{۳}\,K$ برابر $۰/۵۰\,MW/m^{۲}$ است. محاسبه کنید:
(الف) اگزیتانس تابشی کل یك جسم سیاه را در همان دما، و بدین‌ترتیب،
(ب) گسیلمندی کل تنگستن را درهمان دما.
مقادیر بالا در مورد توضیح ضریب جذب چه کمکی به‌شما می‌کند؟
مقدار عددی داده شدهٔ σ را درمحاسبه به‌کار برید.
[(ب) ۰/۲۵]

*۳۰-۲۱ جسمی در دمای $۳/۰ \times ۱۰^{۳}\,K$ انرژی تابش می‌کند. دما به چه اندازه باید تغییر کند تا توان خروجی ۱٪ کاهش یابد؟
[۸ K]

*۳۰-۲۲ **تابندگی.** تابندگی (شار تابشی فرودی برسطح A تقسیم بر A) در حفره‌ای که دیواره‌های ورودی آن در دمای $۲/۰ \times ۱۰^{۳}\,K$ نگه داشته می‌شود چه مقدار است، درصورتی که ضریب جذب کل، مقادیر زیر را داشته باشد (الف) ۱/۰، (ب) ۰/۵۰؟
مقدار عددی داده شدهٔ σ را در محاسبه به‌کار برید.
[(الف) $۰/۹۱\,MW/m^{۲}$]

*۳۰-۲۳ یك جسم‌کوچك داغ به‌گسیلمندی کل ۱، مساحت $۸/۰ \times ۱۰^{-۲}\,m^{۲}$ و ظرفیت گرمایی ۲۰ J/K، در اتاقی که دمای دیواره‌های آن ۳۰۰ K است، قرار گرفته است. وقتی که دمای جسم ۶۰۰ K باشد، آهنگ افت دما را محاسبه کنید. اهمیت کوچك بودن جسم را توضیح دهید.
مقدار عددی داده شدهٔ σ را در محاسبه به‌کار برید.
[۲۸ K/s]

*۳۰-۲۴ یك رشتهٔ تنگستن به‌گسیلمندی ۰/۳۲، قطر ۰/۱۰ mm، و طول ۰/۲۵ m است. اگر میزان توان خروجی آن ۱۰۰ W باشد، در چه دمایی باید عمل کند؟ فرضهای خود را بیان کنید.
مقدار عددی داده شدهٔ σ را در محاسبه به‌کار برید.
[$۲/۹ \times ۱۰^{۳}\,K$]

*۳۰-۲۵ **انباشت هلیوم مایع.** هلیوم مایع را در دمای ۴ K، معمولاً درفلاسك (یا خلاء) دوار نگهداری می‌کنند که دمای دیواره‌های‌آن به‌خاطرآنکه توسط نیتروژن مایع سرد می‌شود، ۷۸ K است. اگر دمای دیواره‌های خارجی فلاسك دوار درحد متعارف بود (مثلاً ۳۰۰ K)، آهنگ گرمای به‌دست آمده از تابش چه مقدار بیشتر می‌شد؟ تنها درمورد مرتبهٔ بزرگی پاسخ دهید.
[۲×۱۰^{۲}]

*۳۰-۲۶ درون فلاسك، هلیوم دوار ویژه، که نقطهٔ جوش

MATH75.IR

متعارف آن $4/2\ K$ است، ظرفی به‌ضریب جذب کل ۰/۳۴ و مساحت $8/0 \times 10^{-3}\ m^2$، نگهداری می‌شود. این ظرف را دیواره‌هایی دربرگرفته‌اند که دمای آن‌را توسط نیتروژن مایع درحد $78\ K$ نگه می‌دارند. گرمای نهان ویژهٔ تبخیر هلیوم مایع $25\ kJ/kg$ است. محاسبه کنید با چه آهنگی:

(الف) ظرف درونی انرژی تابش می‌کند،

(ب) ظرف درونی انرژی جذب می‌کند، و

(پ) هلیوم می‌جوشد و تبخیر می‌شود.

مقدار عددی داده شده σ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $5 \times 10^{1}\ W/m^2$ (پ) $2/3 \times 10^{-7}\ kg/s$]

۳۰-۲۷* ثابت خورشیدی. خورشید را که شعاع آن $700\ Mm$ است، می‌توان همچون جسم سیاهی به‌دمای $5/80 \times 10^{3}\ K$ که تابش می‌کند، پنداشت. فاصلهٔ متوسط آن از زمین $150\ Gm$ است. مقدار ثابت خورشیدی که درسطح زمین، و آنگاه که آسمان بدون ابر است، اندازه‌گیری می‌شود $1/35\ kW/m^2$ است. محاسبه کنید:

(الف) توان کل تابیده شده توسط خورشید،

(ب) توانی که مساحت $1/00\ m^2$، که عمود براین تابش قطع نشده قراردارد، درکنارهٔ جو زمین دریافت می‌کند، و

(پ) توان جذب شده پیش‌ازآنکه این تابش به‌سطحی متناظر و به‌مساحت $1/00\ m^2$ برسطح زمین برسد.

برای اتلاف دربند (پ) چه‌اتفاقی می‌افتد؟

مقدار عددی داده شدهٔ σ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $3/9(5) \times 10^{26}\ W$ (ب) $1/40\ kW/m^2$]

*۳۰-۲۸ شعاع مدار زمین $2/2 \times 10^{2}$ برابر شعاع خورشید است و دمای جسم‌سیاه خورشید $6/0 \times 10^{3}\ K$ است. فرض کنیدکه زمین تنها از خورشید تابش دریافت می‌کند و می‌توان آن را همچون جسم سیاهی پنداشت.

(الف) دراین شرایط، انتظار داریدکه میانگین دمای سطح زمین چه‌مقدار باشد؟ (ازهرگونه تولید داخلی انرژی چشم بپوشید.)

(ب) درعمل، احتمال نادرستی فرضهای شما بیشتر در کجاست؟ مثلاً اثر خالص براقیانوسها چیست؟

(پ) به‌طورکیفی نشان دهیدکه دمای یک‌سیاره احتمالاً چگونه به‌شعاع آن و میانگین فاصله‌اش ازخورشید ارتباط پیدا می‌کند.

[(الف) $2/9 \times 10^{2}\ K$]

۳۰-۲۹* قانون جابه‌جایی وین. (الف) رشتهٔ تنگستن یک چراغ روشنایی الکتریکی دمای تعادلی برابر $2/5 \times 10^{3}\ K$ کسب می‌کند. درچه طول موجی نمودار اگزیتانس تابشی طیفی آن برحسب طول موج، بیشینه‌ای را نشان می‌دهد؟ این نکته به‌چه بخشی از طیف مربوط می‌شود؟

(ب) درچه دمای سطحی، جسمی درطول موج $50\ nm$ بیشینهٔ متناظر مطلوبی را نشان می‌دهد؟

فرض کنید $\lambda_{max} T = 2/9\ mm\ K$.

[(الف) $1/2\ \mu m$ (ب) $5/8 \times 10^{4}\ K$]

MATH75.IR

۶ نورشناخت هندسی

۳۱. اصول نورشناخت هندسی
۳۲. منشور و عدسی ساده
۳۳. آینه‌های کروی
۳۴. ابیراهیهای عدسی و آینه
۳۵. پاشندگی و طیف سنج
۳۶. ابزارهای نوری

MATH75.IR

چند رابطهٔ مفید

اصول

قانون بازتابش $\theta_1 = \theta'_1$

قانون اسنل $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} =$ ثابت

ضریب شکست مطلق n $n = \frac{c}{c_n}$

قانون اسنل $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

زاویهٔ بحرانی c $\sin c = \frac{1}{n_2} = \frac{n_1}{n_2}$

منشور و عدسی ساده

$$n_g = \sin\left\{\frac{1}{2}(A + D_{\min})\right\} \Big/ \sin\frac{1}{2}A$$

$$D = (n-1)A$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

بزرگنمایی خطی m

$$m = \frac{\text{فاصلهٔ تصویر از عدسی}}{\text{فاصلهٔ شیء از عدسی}} = \frac{v}{u} = \frac{v}{f} - 1$$

توان F $F = \frac{1}{f}$

فرمول نیوتون $xy = f^2$

آینهٔ کروی

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{r} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

پاشندگی

توان پاشندگی ω $\omega = (n_b - n_r)/(n_y - 1)$

ابزارهای نوری

بزرگنمایی زاویه‌ای M (= توان درشتنمایی) $M = \frac{\theta_1}{\theta_0}$

(تلسکوپ) $M = \frac{f_0}{f_e}$

MATH75.IR

۳۱ اصول نورشناخت هندسی

پرسشهایی برای بحث

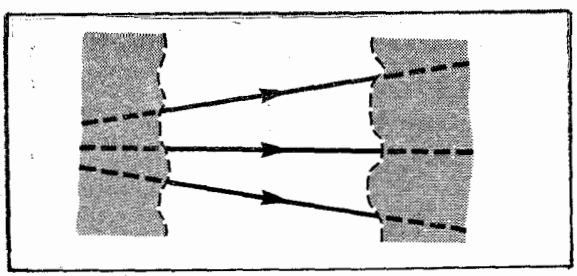
۳۱-۱ ماهیت نور. انتشار امواج الکترومغناطیسی را می‌توان از سه دیدگاه بررسی کرد: (۱) به‌عنوان پرتوهای مستقیم، (۲) به‌عنوان امواج، و (۳) به‌عنوان فوتونهایی با انرژی گسسته.

(الف) این ایده‌ها تا چه اندازه متقابلاً سازگارند؟ (برحسب اصلی متناظر بیندیشید.)

(ب) مثالهایی ارائه دهیدکه آشکارا برتری یك دیدگاه را بردیگری نشان دهد.

۳۱-۲ آیا درست است‌که بگوییم میان یك شیء شفاف و نور مرئیی‌که ازآن می‌گذرد برهم‌کنش وجود ندارد؟

۳۱-۳ به چه دلیل خسوف خورشیدگاهی کلی و گاهی حلقه‌ای خوانده می‌شود.



شکل مربوط به پرسش ۳۱-۴

۳۱-۴ به‌شکل مراجعه‌کنید. آیا سه پرتو نشان داده شده

(الف) از یك شیء فرستاده شده‌اند،

(ب) از یك تصویر واقعی آمده‌اند،

(پ) از یك تصویرمجازی گسیل شده‌اند، و

(ت) یا ازیك تصویر برصفحهٔ عکاسی آمده‌اند؟

هرپاسخ را با یك نمودارکامل مناسب توجیه‌کنید.

۳۱-۵ آیا امکان داردکه یك شیء نقطه‌ای را دریك آینهٔ تخت نقطه‌ای دیـد؟ اگر این‌کار ممکن نیست، اندازهٔ لازم برای آینه‌ای‌که بتوان با آن چنین شیئی را دید چه مقدار است و چرا؟

۳۱-۶ آیـا بازتابش همیشه از طول مـوج مستقل است؟ (آیا اصلاً می‌توان از راه یك فرایند بـازتابش طول موج را تشخیص داد؟)

۳۱-۷ گفته می‌شود آینهٔ تخت در تصویر **وارونی جانبی** ایجاد می‌کند (یعنی از دوسو وارونه می‌شود). آیا تصویر از سروته نیز وارونه می‌شود؟

۳۱-۸ شیءکوچکی در ۸۰ میلیمتری‌جلوی یك آینهٔتخت قرارگرفته است. چشم خود را کجا قرار دهیم تـا تصویر را با وضوحی بیشینه مشاهده‌کنیم؟

۳۱-۹ غالباً طول تصویر خورشید در هنگام غروب، کـه توسط بازتابش آن برسطح دریا دیده می‌شود، درخط دید اما نه از دوکناره، دراز می‌شود. چرا؟

۳۱-۱۰ بسیاری از ستارگان، سفید به‌نظرمی‌آیند. این‌امر تا چه حد مبین این نکته است کـه امواج الکترومغناطیسی رنگها، خلاً را با سرعت یکسانی می‌پیمایند؟

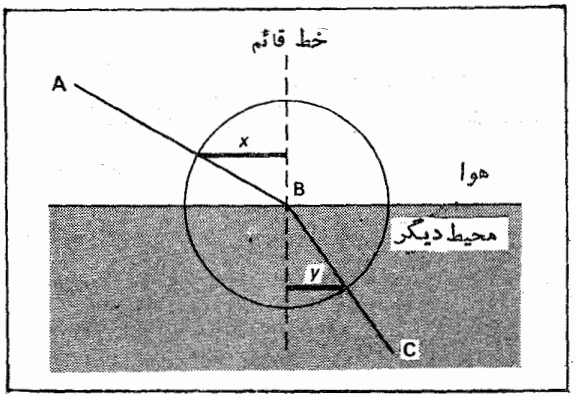
۳۱-۱۱ پیرامون این مطلب کـه نظریهٔ نیزه‌ای (ذره) نور چگونه می‌تواند بـازتابش و انتقال جزئی را تـوجیه‌کند، بحث‌کنید. (رفتار احتمالی یـك تك‌ذره را در یـك سطح مشترك به‌تفصیل مورد بررسی قرار دهید.)

۳۱-۱۲ به‌شکل مراجعه‌کنید. ثـابت‌کنید که مقدار x/y ضریب شکست نسبی نوری است‌کـه از هوا وارد محیطی دیگر می‌شود.

۳۱-۱۳ شیئی کـه شفاف و واقعاً نـامـرئی است، مانند

MATH75.IR

هوای گرم تلاطمی در بالای یك گـرم‌کن همرفتی، سایه‌ای قابل مشاهده برروی دیوار می‌اندازد.



شکل مربوط به‌پرسش ۳۱-۱۲

۳۱-۱۴ ناظری درکنار یك حوض‌که ژرفای آن در همهٔ نقاط یکسان است، ایستاده است. چرا این حوض در سمتی که از او دورتر است، کم‌عمقتر ازآنجا کـه پیش‌پای این ناظر است، به‌نظر می‌آید؟

۳۱-۱۵ آیا رنگ‌سرخ خورشیدهنگام‌غروب براثرشکست نور است؟

۳۱-۱۶ چرا ستارگان‌چشمك‌می‌زنند؟ درفرمولبندی‌توضیح خود، هم نورشناخت این‌مسئله وهم فیزیولوژی چشم را در نظر داشته باشید.

۳۱-۱۷ آیا ممکن است کـه یك پرتو نور وارد یك‌کرهٔ همگن‌شفاف شده، و در آنجا دستخوش بازتابش کلی‌داخلی شود؟

۳۱-۱۸ مکعبی از یك مادهٔ شفاف بـا زاویهٔ حد ۴۴° را برروی علامتی واقع بر یك تکه کاغذ خشك قرار می‌دهیم. آیا این علامت از سطوح جانبی قـائم دیده می‌شود؟ اگر کاغذ نمدار بود چه پیش می‌آمد؟

۳۱-۱۹ به شکست‌سنج پولفریچ در پرسش ۳۱-۳۱ نگاه کنید. آیا فکرمی‌کنیدکه این وسیله درچه گستره‌ای ازمقادیر n_g و n_1 می‌تواند مفید واقع شود؟

۳۱-۲۰ تصویر را چنین تعریف می‌کنیم: تصویـر نقطه‌ای یك‌شیء نقطه‌ای، تك نقطه‌ای است که همهٔ پرتوهای گسیلی ازشیء نقطه‌ای، و پرتوهای متقاطع توسط یك‌دستگاه‌نوری، از آن عبور می‌کنند یا به‌نظرمی‌رسدکه ازآن عبورمی‌کنند. با استفاده از این معیار تعیین‌کنیدکه کدامیك ازسیستمهای زیرمی‌توانند تصویر ایجادکنند:

(الف) یك آینهٔ تخت.

(ب) یك آینهٔ کروی با دهانهٔ (*i*) بزرگ، (*ii*) کوچك.

(پ) یك آینهٔ سهموی، با استفاده ازیك شیء نقطه‌ای‌دور (*i*) خارج از محور، (*ii*) واقع برمحور.

(ت) یك محیط نوری چگال یکنواخت‌که از ورای‌آن شیئی که در یك محیط رقیقتر قرار دارد بـا زاویهٔ دیدی تقریباً قائم دیده می‌شود.

(ث) یك‌عدسی‌که بسطوحی‌کروی محدود شده است.

مسئله‌های کمّی

بازتابش

۳۱-۲۱† وقتی بـویز G را اندازه‌گیری می‌کـرد، مبنای مشاهداتش لکه نوری بـود حاصل بازتابش از باریکه‌ای شیشه‌ای کـه برپرده‌ای در فاصلهٔ ۷/۰۰ متری آن باریکه تشکیل می‌شد. انحراف کلی آن لـکه ۱۸۴ mm بـود. انتهای رشتهٔ کوارتز تحت چه زاویه‌ای چرخیده بود؟

[۱۳/۱ mrad]

۳۱-۲۲† طول قد مردی ۲/۰ m است. آینه‌ای را دریك فاصلهٔ دلخواه از او رسم‌کنید، و مسیرپرتوهـایی را که از نوك سر و پای او گسیل و به‌چشمهایش‌می‌رسند، دنبال‌کنید.

(الف) کمترین طول آینه چقدر باید باشد تا این‌شخص بتواند تمام پیکر خود را درآینه ببیند.

(ب) طول تصویر او چقدر است؟

آیا درهمهٔ فواصل مرد-آینه، تصویر می‌تواند بـا وضوحی کامل دیـده شود؟ شما چه مکانی را بـرای قرار دادن آینه انتخاب می‌کنید؟

[(الف) ۱/۰ m]

MATH75.IR

شکست

۳۱-۲۳† درجدول زیر مجموعه‌ای از اندازه‌های زاویه‌ای که‌یك پرتو نور با راستای قائم، به‌ترتیب درهوا و آب می‌سازد، آمده است.

θ_a برحسب درجه	۱۰/۰	۲۰/۰	۳۰/۰	۴۰/۰	۵۰/۰	۶۰/۰	۷۰/۰	۸۰/۰
θ_w برحسب درجه	۷/۷۵	۱۵/۰	۲۲/۱	۲۸/۸	۳۵/۱	۴۰/۶	۴۵/۳	۴۸/۲

(الف) نمودار θ_a (روی محور y) را برحسب θ_w رسم کنید.

(ب) با استفاده از همان محورها، نمودار $\sin\theta_a$ را برحسب $\sin\theta_w$ رسم کنید و پیرامون آن نظردهید.

(پ) از روی نمودار خود ضریب شکست نسبی آب، و مقدار زاویهٔ حد این محیطها را پیدا کنید.

[(پ) ۱/۳۳، ۴۸/۶°]

۳۱-۲۴† **سرعتهای موج.** ضریب شکستهای نسبی طول موجهای ۴۰۵ nm و ۷۷۰ nm که از سیلیس زجاجی می‌گذرند، به‌ترتیب ۱/۴۷۰ و ۱/۴۵۴ هستند. سرعت این دوطول موج، و تفاوت سرعتها را محاسبه کنید. این طول موجها نمایانگر چه رنگهایی هستند؟ کدامیك سریعتر حرکت می‌کنند؟

درمحاسبه مقدار عددی داده شدهٔ c را به‌کار برید.

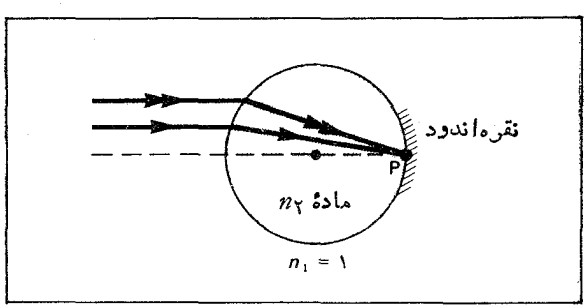
$[\Delta c = -2(2)\,\mathrm{Mm/s}]$

۳۱-۲۵† **تقریبها.** به‌ازای زوایای کوچك، آنجا که θ برحسب رادیان بیان شود، $\sin\theta \approx \theta$، نور بازاویهٔ ۱۰/۰° از هوا به سطح تختی با ضریب شکست نسبی ۱/۵۰ فرود می‌آید. مقادیر دقیق و تقریبی زاویهٔ شکست را محاسبه کنید و درمورد پاسخ خود نظر دهید.

[۲/۰]

۳۱-۲۶ یك ماهی درخطی مستقیم از سطح مشترك آب-هوا به‌بالا نگاه می‌کند، و مگسی را درفاصلهٔ ۴۰ mm مستقیماً دربالای سرخود به‌وضوح می‌بیند. ماهی باید چه نقطه‌ای را نشانه بگیرد تا بتواند مگس‌را شکار کند؟ $_aN_w = ۱/۳۳$

(نمودار پرتوی بزرگی رسم کنیدکه از روی آن بتوان براساس نخستین اصول، ارتفاعهای واقعی و ظاهری را به‌هم ارتباط داد.)



شکل مربوط به‌پرسش ۳۱-۲۷

۳۱-۲۷ به شکل نگاه‌کنید. به‌ازای چه مقداری از n_2 یك باریکهٔ موازی‌ازپرتوهای پیرامحوری‌در P متمرکزمی‌شود؟ اثر نقره‌اندودن سطح پشتی، چنانکه نشان داده شده است، چیست؟

(شبرنگ ماده‌ای است که در آن این اصل به‌کار رفته است، یعنی دارای کره‌های شیشه‌ای ریزی است که در میان زمینه‌ای نقره‌ای نشانده شده‌اند، و در (مثلاً) علایم‌راهنمایی جاده‌ها به‌کار می‌رود.)

MATH75.IR

*۲۸-۳۱ دانش‌آموزی قطر داخلی یك لولهٔ استوانه‌ای شیشه‌ای را با یك میکروسکوپ متحرك اندازه می‌گیرد. او به‌جای نگاه‌کردن از انتهای تخت لوله، و به‌دست آوردن پاسخ واقعی، d، از طریق کنارهٔ منحنی نگاه می‌کند، و قطر ظاهری، D، را به‌دست می‌آورد. d و D چه رابطه‌ای با ضریب شکست شیشه، n، دارند؟ چرا باید فرض کرد قطر داخلی بسیار کمتر از قطر خارجی است؟

[$D = nd$]

بازتابش کلی داخلی

†۲۹-۳۱ (الف) زاویهٔ حد الماس ۲۷° است. ضریب شکست آن چه مقدار است؟

(ب) ضریب شکست یدورپتاسیوم ۱/۶۶۷ و ضریب شکست آنیلین ۱/۵۸۶ است. زاویهٔ حد را برای سطح مشترك این دو محیط محاسبه کنید. درصورتی‌که پرتوی بخواهد به‌طور کلی بازتابیده شود، چه مسیری را باید بر سطح مشترك بپیماید؟

(پ) ضریب شکست پلی‌استیرن دریك دمای خاص و برای یك بسامد نوری ویژه، برابر ۱/۵۸۶ است. اگر آن را کاملاً در آنیلین فروببریم، چگونه به نظر خواهد آمد، و چرا؟

[(الف) ۲/۲ (ب) ۷۲°]

۳۰-۳۱ **سلول هوا.** مایعی را درون یك مخزن پرس‌پکسی راستگوشه‌می‌ریزند. لایه‌ای از هوا که بین دولام میکروسکوپ موازی محبوس شده است (**سلول هوا**) در داخل این مایع قرارداده می‌شود. یك پرتو نور به‌درون مخزن و سلول هوا تابانده می‌شود و چشمهٔ آن را از وجه دیگر مشاهده می‌کنند.

(الف) وقتی‌که نورسدیوم به‌کار رود، ناظر تا زمانی چشمهٔ نور را می‌بیند که سلول هوا قوسی به‌اندازهٔ ۹۶/۰° به‌دور محوری قائم بزند ولی خارج از این حدود، منبع قابل مشاهده نیست. ضریب شکست نسبی مایع را محاسبه کنید.

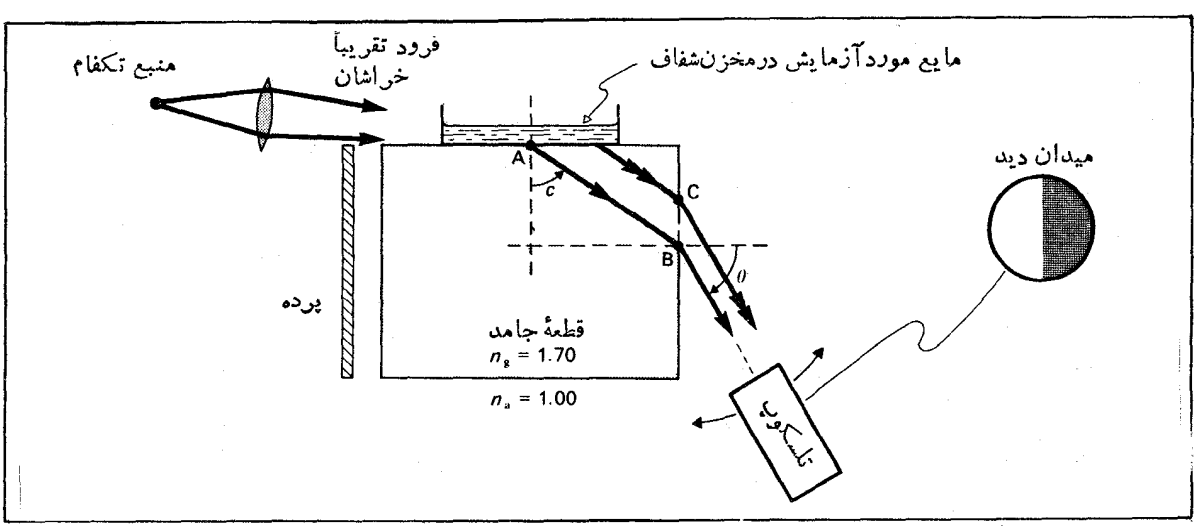
(ب) اگر به‌جای چشمهٔ نور سدیوم، چشمهٔ نور سفید قرارگیرد، درنزدیکی محل جدایی دومحیط، ناظر چه‌چیزی را مشاهده خواهد کرد؟

(پ) نشان‌دهید که ضریب‌شکست جنس لام میکروسکوپ به‌هیچ‌وجه براندازه‌گیری تأثیری برجای نمی‌گذارد.

(حل این مسئله با استفاده از تعریف متقارن قانون اسنل: ثابت $= n \sin\theta_n$، بسیار ساده می‌شود.)

[۱/۳۵]

۳۱-۳۱ **شکست‌سنج پولفریچ.** به شکل مراجعه کنید. تلسکوپ آنقدر چرخانده می‌شود که میدان دید نمای نشان



شکل مربوط به‌پرسش ۳۱-۳۱

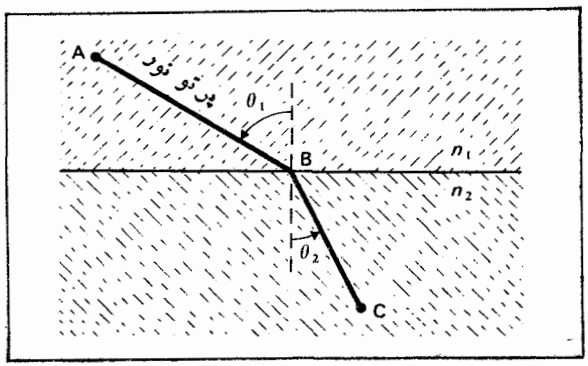
MATH75.IR

داده شده درشکل را در برابر خود داشته باشد.

(الف) دریك اندازه‌گیری ویژه زاویهٔ θ برابر $60/0^\circ$ به‌دست‌آمد. ضریب شکست مایع موردآزمایش را محاسبه کنید.

(ب) دقیقاً توضیح دهیدکه چرا باریکهٔ نوری‌که از C بیرون می‌آید باعث نمی‌شودکه ناحیهٔ سمت راست علامت چلیپای چشمی، روشن به‌نظر آید؟

[۱/۴۶]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۱-۳۲

اصل فرما

***۳۱-۳۲ اصل فرما.** بنا بر این اصل زمانی که نور صرف پیمودن نقطهٔ A تا نقطهٔ B می‌کند، مقداری ثابت دارد (که معمولاً مقدار کمینه است).

(الف) نشان دهیدکه وقتی یك شیء با بازتابش در یك آینهٔ تخت تصویری ایجادکند، درصورتی‌که زاویه‌های فرود و بازتابش مساوی باشند، از اصل فرما پیروی شده است.

(ب) به شکل نگاه کنید. نشان دهید به‌شرط آنکه $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ (قانون اسنل)، از اصل فرما پیروی می‌شود.

(پ) یك بیضی را می‌توان با استفاده از یك مداد، یك تکه نخ محکم و دوسنجاق ثابت (کانونها) رسم کرد. از این اطلاعات و اصل فرما استفاده کنید و نشان دهید که پرتوهای نوری تابنده از یك چشمه که در یك کانون قرار گرفته است، پس‌از بازتابش، باید بر کانون دیگر متمرکزشود.

۳۲ منشور و عدسی ساده

پرسشهایی برای بحث

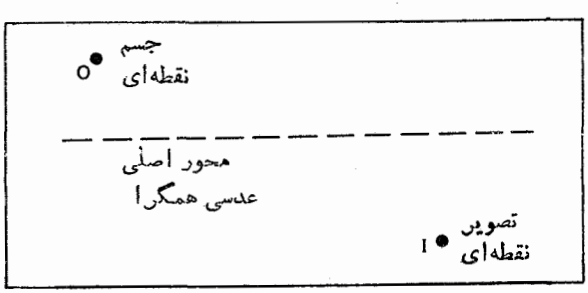
۱-۳۲ (الف) درچه شرایطی می‌توان رابطهٔ

$$n = \sin\frac{1}{2}(A + D_{min}) \sin\frac{1}{2}A$$

را در منشورهایی با زاویه‌های کوچك به‌کار برد؟

(ب) آیا معادلهٔ $D = (n-1)A$ را می‌توان درمورد انحراف کمینه به‌کار برد؟

۲-۳۲ چرا نامیدن یك‌عدسی تحت اصطلاح کلی (واگرا) یا (همگرا) عقلانی نیست؟ (آیا این گزاره لزوماً در همهٔ موارد معتبر است؟)



شکل مربوط به‌پرسش ۳۲-۳

۳-۳۲ به‌شکل نگاه کنید. با ترسیم کانونهای اصلی و دو پرتو

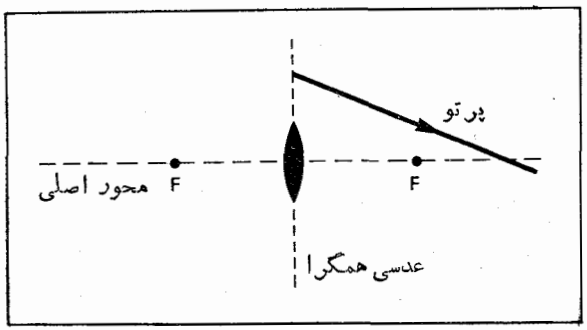
MATH75.IR

از O تا I، این شکل را برای عدسی کامل کنید.

۴-۳۲ پیرامون این گزاره‌های متناقض بحث کنید.

(الف) نوری که از خورشید می‌آید موازی است، و بنابراین یك تصویر نقطه‌ای واقعی در کانون اصلی عدسی همگرا تشکیل می‌دهد.

(ب) خورشید یك شیء گسترده است و بنابراین تصویری گسترده و وسیع پدید می‌آورد.



شکل مربوط به‌پرسش ۵-۳۲

۵-۳۲ به شکل نگاه کنید. با ارائهٔ استدلالی جزء به‌جزء مسیر کامل (پیش از شکست) پرتو نشان داده شده را ترسیم کنید.

۶-۳۲ نشان دهید که اندازهٔ تصویر خورشید در یك عدسی همگرا با فاصلهٔ کانونی آن متناسب است. چه خواصی در عدسی همگرا، از آن یك شیشهٔ سوزان مطلوب می‌سازد؟

۷-۳۲ معادلهٔ $1/u+1/v=1/f$ را به شکل $xy=c^2$ (معادلهٔ هذلولی راستگوشه) بازنویسی، و آنگاه منحنی u را برحسب v رسم کنید.

(الف) معادلات مجانبها چگونه خواهند بود؟

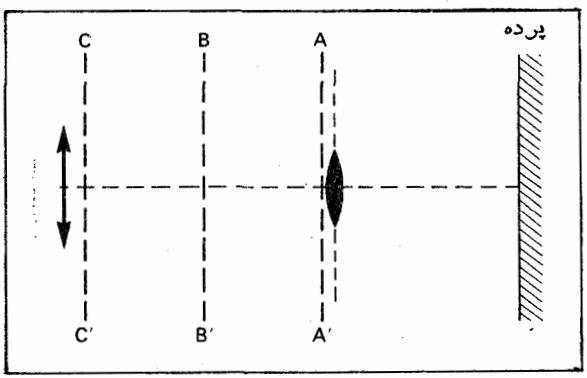
(ب) با ترسیم خط $u=v$، چه اطلاعاتی به دست می‌آورید؟

۸-۳۲ سه شرطی را مشخص کنید که باید، با درستیی قابل قبول، در فرمول عدسی‌سازها به‌کار گرفته شود.

۹-۳۲ به‌شکل نگاه کنید، که در آن پیکان دوسر نمایانگر شیء گسترش یافته است که تصویری بر پرده ایجاد می‌کند. از تأثیرات شکست چشمپوشی کنید و پیرامون تغییراتی که در شرایط زیر، بر پرده مشاهده می‌شود، بحث کنید.

(الف) یك کارت کدر بزرگ به‌ترتیب برصفحات AA'، BB' و CC' (*i*) بالاسو از پایین، و سپس (*ii*) پایین‌سو از بالا، حرکت می‌کند.

(ب) یك قرص دایروی کدر که قطر آن با شعاع عدسی یکی است، آنقدر برروی خط AA' جابه‌جا می‌شود که با عدسی هم‌محور شود. (این پاسخ باید کمی باشد.)



شکل مربوط به‌پرسش ۹-۳۲

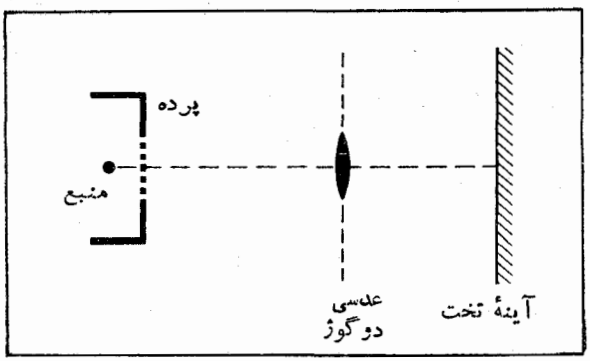
۱۰-۳۲ یك عدسی نازك که رویه‌های آن شعاعهای انحنای متفاوتی دارند، روی یك پرده تصویری تشکیل می‌دهد. اگر این عدسی چنان بچرخد که رویهٔ دیگر آن در برابر نور فرودی قرار گیرد، چه تغییری در تصویر مشاهده خواهد شد؟

۱۱-۳۲ در یك عدسی کاو (واگرا)، یا یك آینهٔ تخت یا یك آینهٔ گوژ (واگرا) چه شرطی باید فراهم باشد تا تصویری حقیقی تشکیل شود؟

۱۲-۳۲ به‌شکل مراجعه کنید. برای آنکه بتوان تصویری حقیقی در مجاورت این شیء ایجاد کرد، سه روش گوناگون پیشنهاد کنید.

۱۳-۳۲ اگر یك عدسی چنان سوار شده باشد که درمورد موضع دقیق مرکز اپتیکی آن عدم قطعیت وجود داشته باشد، چگونه می‌توان فاصلهٔ کانونی آن را اندازه‌گیری کرد؟

MATH75.IR



شکل مربوط به‌پرسش ۳۲-۱۲

***۳۲-۱۴ بزرگنمایی طولی.** بزرگنمایی عرضی ($m = v/u$) به‌اشیایی اشاره دارد که عمود بر محور اصلی واقعند. بزرگنمایی طولی اشیایی را در نظر دارد که در امتداد محور قرار دارند و به‌شکل $\Delta v/\Delta u$ بیان می‌شود. نشان دهید اندازهٔ بزرگنمایی طولی یك شیء بسیار کوتاه m^2 است.

۳۲-۱۵ م.ب فاصلهٔ تنظیم. دوربینی که فاصلهٔ کانونی عدسی آن ۵۰ mm است، چنان تنظیم شده که بینهایت را می‌توان با آن واضح دید. اگر قطر روزنهٔ آن ۱۰ mm باشد، کوتاهترین فاصله‌ای را پیدا کنید که یك شیء می‌تواند از این دوربین داشته باشد به‌طوری که تصویرش دارای وضوحی پذیرفتنی باشد. از تأثیر شکست و ابیراهی عدسی، چشمپوشی کنید.

مسئله‌های کمّی

منشور

†۳۲-۱۶ کمینهٔ انحراف. پرتو نوری به‌طور متقارن از منشوری می‌گذرد و $48°$ منحرف می‌شود. زاویهٔ شکست این منشور $60°$ است. نمودار پرتوی بازنمای آن را رسم و کمیتهای زیر را محاسبه کنید:

(الف) زاویهٔ بین خط عمود و راستای این پرتو نور درون شیشه،

(ب) انحراف در هر شکست،

(پ) زاویهٔ بین راستای قائم و این پرتو در هوا، و

(ت) ضریب شکست جنس منشور.

[(ت) ۱/۶۲]

†۳۲-۱۷ منشور کوچك زاویه. پرتو نوری با زاویهٔ $3/0°$ بر منشوری با زاویهٔ شکست $5/0°$ و ضریب شکست ۱/۵۰ فرود می‌آید:

(الف) نخستین زاویهٔ شکست،

(ب) دومین زاویهٔ فرود (در شیشه)،

(پ) دومین زاویهٔ شکست (در هوا)، و

(ت) انحراف کلی این پرتو را، محاسبه کنید.

(قانون اسنل را به‌شکل $\theta_a \approx n_g\theta_g$ به‌کار برید، زیرا زاویه‌ها کوچکند.)

(ث) درصورتی که زاویهٔ فرود یك پرتو بر نخستین زاویه $7/5°$ می‌بود، انحراف چه مقدار می‌شد؟

[(ت) $2/5°$]

۳۲-۱۸ منشوری شیشه‌ای با ضریب شکست $n_g = 1/50$ دارای وجوهی به‌شکل مثلث متساوی‌الساقین با طول ساقهای ۱۰۰ mm و طول قاعدهٔ ۱۰ mm است. یك پرتو نور با زاویهٔ فرود تقریبی ۰/۱ rad به یکی از رویه‌های درازتر برخورد می‌کند. تعیین کنید این پرتو با چه زاویه‌ای منحرف می‌شود؟

[۵۰ mrad]

۳۲-۱۹ دو منشوری. در یك منشور شیشه‌ای متساوی‌الساقین $A = 178/0°$ و $n_g = 1/60$. باریکهٔ نور تکفام موازیی عمود بر وجه کشیده‌تر منشور فرود آید. زاویهٔ بین دو پرتو شکسته چه‌مقدار است؟

[$1/2°$]

۳۲-۲۰ به‌شکل که منشوری نازك به‌ضریب شکست ۱/۵۰ را نشان می‌دهد، نگاه کنید.

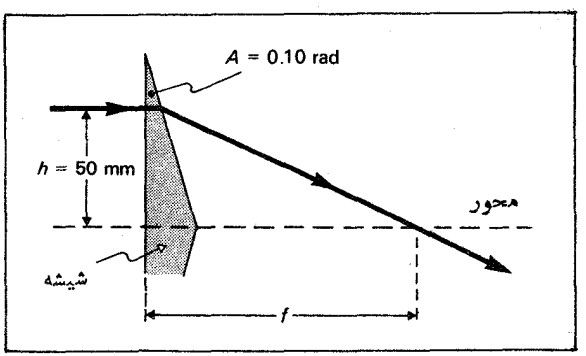
(الف) کمیتی را که با علامت f نمایانده شده است، محاسبه کنید.

(ب) چگونه می‌توان f را از h مستقل کرد، اگر: (i)

MATH75.IR

قرارباشد منشور همین‌شکل‌را حفظ‌کند، اما بتواند ناهمگن باشد (یعنی ضریب شکست آن درنقاط مختلف تغییرکند)، (ii) قرار باشدکه n تغییرنکند، ولی شکل این جسم سخت را بتوان تغییرداد؟
پاسخهایی‌کمی ارائه دهید.

[(الف) ۱/۰ m]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۲-۲۰

اشیا و تصویرها

۳۲-۲۱ باریکه‌ای از پرتوهای موازی نور، با محور اصلی یك عدسی همگرا به‌فاصلهٔ‌کانونی ۱۵۰ mm، زاویهٔ ۰/۱۰ رادیانی می‌سازد. موضع تصویر (بر دو مختصات) و اندازهٔ آن‌را پیدا کنید.

۳۲-۲۲ فاصلهٔ کانونی یك عدسی همگرا ۲۰۰ mm است. مکان، ماهیت (واقعی یا مجازی بودن)، سمتگیری (مستقیم یا وارونه بودن)، واندازهٔ تصویر یك شیء ۱۰ میلیمتری را وقتی به‌فواصل (الف) ۱۰۰ mm، (ب) ۲۰۰ mm، (پ) ۴۰۰ mm و(ت) ۸۰۰ mm ازمرکز نوری واقع شده باشد، بیابید. اگر معادلهٔ عدسی را به‌کار می‌برید، پاسخ شما باید با نمودار پرتوی مناسبی نمایش داده شودکه چگونگی تشکیل تصویر را بنمایاند.

۳۲-۲۳ پاسخ به بندهای (الف) و (پ) از پرسش ۳۲-۲۲ را در مورد یك عدسی واگرا با همان فاصلهٔ کانونی تکرار کنید.

۳۲-۲۴ فاصلهٔ کانونی مناسبی برای یك عدسی تصویر برگزینید تا از یك اسلاید ۳۵ میلیمتری، تصویری به‌طول ۱/۴ m بر دیوار اتاقی به‌طول ۶ m، تشکیل دهد. (پاسخ شما باید یك عدد سرراست باشد.)

[۰/۱۵ m]

۳۲-۲۵ میزان‌کردن دوربین. (الف) در یك دوربین نوعی، فاصلهٔ کانونی عدسی روی ۵۰ mm تثبیت شده است، وگسترهٔ تنظیم آن از بی‌نهایت تا ۱/۰ m است. گسترهٔ حرکت ضروری بین عدسی و فیلم چه‌مقدار است؟
(ب) می‌خواهیم از یك حشره عکسی با اندازهٔ طبیعی بگیریم. فاصلهٔ فیلم تاعدسی باید چه مقدار باشد؟ (این کار باید با استفاده از لوله‌های کشویی انجام گیرد.)

[(الف) ۲/۶ mm]

۳۲-۲۶ شیء مجازی. شیئی به‌بلندای ۱۰ mm به‌فاصلهٔ ۴۰۰ mm در برابر عدسی همگرایی با فاصلهٔ کانونی ۲۰۰ mm قرار گرفته است. عدسی همگرای دومی با همان فاصلهٔ کانونی، و درصفحهٔ کانونی دورتر از اولی واقع شده است.
(الف) عدسی اول تصویر را در کجا تشکیل می‌دهد؟
(ب) تصویر نهایی در کجا واقع می‌شود و اندازهٔ آن چقدر است؟

[(ب) به‌فاصلهٔ ۱۰۰ mm از عدسی دوم و به‌طول ۵/۰ mm]

۳۲-۲۷ فرمول نیوتون. یك تکه تنزیب به‌قطر ۱۲ mm در برابر یك عدسی که توسط لوله‌ای محصور شده است قرارداده می‌شود. تصویری واقعی به‌قطر ۴۸ mm به‌فاصلهٔ ۰/۸۰ m درپشت کانون اصلی، در سمت تصویر عدسی، تشکیل می‌شود. فاصلهٔ کانونی عدسی را محاسبه‌کنید.

[۰/۲۰ m]

۳۲-۲۸ دو شکاف نورانی به‌فاصلهٔ s ازیکدیگر درفاصلهٔ ۱/۰ متری یك پردهٔ سفید قرارگرفته‌اند. یك عدسی‌که بین شکافها وپرده قرار دارد تصویری از شکافها تشکیل می‌دهد

MATH75.IR

که در آن تصویر فاصلهٔ این دوشکاف ازیکدیگر ۴۰ mm است. هنگامیکه همان عدسی در جای دیگری قرار گیرد، تصویر دومی تشکیل می‌دهد که در این تصویر، فاصلهٔ شکافها از یکدیگر ۲/۵ mm است.

(الف) مقدار s چقدر است؟

(ب) فاصلهٔ کانونی عدسی را محاسبه کنید.

(این روش را می‌توان برای یافتن فاصلهٔ دو تصویر مجازی شکافها در آزمایش دو منشوری فرنل به‌کار گرفت.)

[(الف) ۱۰ mm (ب) ۰/۱۶ m]

ساخت عدسی

۲۹-۳۲ چهار مقدار ممکن را برای فاصلهٔ کانونی یك عدسی که با ویژگی زیر ساخته می‌شود، محاسبه کنید: ضریب شکست جنس آن $n = 1/50$، و شعاع رویه‌های کروی آن ۰/۲۰ m و ۰/۴۰ m هستند. شکلهایی ترسیم کنید که این عدسیها را نشان دهند.

[$\pm$۰/۸۰ m, $\pm$۰/۲۷ m]

۳۰-۳۲ فاصلهٔ کانونی یك عدسی تخت-گوژ نازك به‌قطر ۶۰ mm، ۰/۴۰ m بوده، و از شیشه‌ای به‌ضریب شکست ۱/۵۰ ساخته شده است. اگر لبه‌های عدسی خیلی نازك باشند، ضخامت آن در مرکز چقدر است؟

[۲/۲ mm]

۳۱-۳۲ ضخامت واقعی مرکز یك عدسی هم‌گوژی، در اندازه‌گیری به‌وسیلهٔ میکروسکوپ متحرك، برابر ۳/۰ میلیمتر به دست آمده است. قطر عدسی ۵۰ mm، و فاصلهٔ کانونی آن ۰/۲۰ m است. محاسبه کنید:

(الف) شعاعهای انحنای عدسی، و

(ب) ضریب شکست جنس عدسی را.

[(الف) ۰/۲۱ m (ب) ۱/۵۲]

۳۲-۳۲ فاصلهٔ کانونی یك عدسی شیشه‌ای دوگوژ درهوا ۰/۲۰ m، وضریب شکست آن $n_g = 1/50$ است. آن‌را درون محلول یدورپتاسیوم به ضریب شکست $n = 1/80$، فرو می‌بریم. دربارهٔ موارد زیر به‌دقت بیندیشید: (*i*) قرارداد علامتی برای شعاعهای انحنا، و (*ii*) اصطلاحی که اکنون باید برای توجیه این هر دو ضریب شکست مختلف به‌کار ببریم چیست، و فاصلهٔ کانونی جدید چه‌مقدار است؟

[واگرا ، ۰/۶۰ m]

۳۳-۳۲ روزنهٔ عدسی‌دوربین روزنه. روزنهٔ یك عدسی دوربین معمولاً به‌صورت نسبت قطر آن به فاصلهٔ کانونیش بیان می‌شود. بنابراین

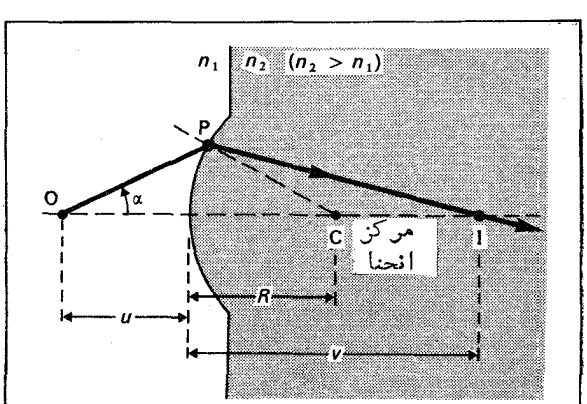
$$\text{روزنه} = \frac{f}{5/6}$$

(الف) نوردهی صحیح برای یك موضوع ویژه با روزنهٔ $f/16$ به‌میزان ۴۰ ms است. اگر به کار بردن یك زمان بستاور* (که معمولاً «سرعت» نامیده می‌شود) به‌میزان ۲/۵ ms برای عکس‌گرفتن از یك موضوع متحرك، زمان مطلوبی باشد، ازچه روزنه‌ای باید استفاده شود؟

(ب) اگر ماهیت موضوع ایجاب کند که یك عدسی با فاصلهٔ کانونی دوبرابر را به‌کار گیریم، آیا باید روزنه‌ای نسبتاً متفاوت اختیار کنیم؟

(پ) نظر دهید که چرا $f/12/5$، $f/9$، $f/6/3$، $f/4/5$ یك رشته روزنه‌اند که روی عدسی دوربین علامتگذاری شده‌اند.

[(الف) $f/4/0$]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۲-۳۴

* shutter

MATH75.IR

۳۴-۳۲ شکست در یك تك رویهٔ کروی. بـه شکل نگاه کنید. فرض کنید که پرتو نموده شده پیرامحوری است (که α کوچك است)، و فرض کنید شکل متقارن قانون اسنل را در مـورد شکست در نقطهٔ P برای اثبات رابطـهٔ زیر به‌کار می‌بریم:

$$\frac{n_1}{u}+\frac{n_2}{v}=\frac{n_2-n_1}{R}$$

(الف) فاصلهٔ کانونی این رویه چه مقدار است؟ (فرض کنید $u \to \infty$.)

(ب) رابطهٔ بین عمق واقعی یك شیء (u) و عمق ظاهری آن (v) که از ورای یك سطح مشترك تخت مشاهـده شود چیست؟ (فـرض کنید $R \to \infty$. معادله‌ای کـه در اینجا به‌دست آمده است باید برای سازگاری بـا نتیجهٔ متعارف ساده شود.)

ترکیب عدسیها

۳۵-۳۲ اصل عدسی مکمل. دوربینی که فاصلهٔ کانونی آن ۵۰ mm است برروی یك شیء که به‌فاصلهٔ ۲/۰ m از آن قراردارد، میزان شده است. شیء دیگری را درفاصلـه‌ای که برای واضح کردن آن، دوربین را بایـد روی علامت ۰/۵۰ m تنظیم کرد قرار می‌دهیم، و با افزودن یك **عدسی مکمل** به‌عدسی دوربین، تصویر این شیء را درهمان موضع روی فیلم به‌دست می‌آوریم. توان این عدسی چه مقدار است؟

[۱/۵ rad/m]

۳۶-۳۲ اصل عدسی تله‌فوتو. در یك دوربین، عـدسی همگرایـی بـه‌فاصله کانونـی ۱۷۵ mm در فاصلـهٔ ۷۵ میلیمتری جلـو عـدسی واگرای دومی بـه‌فاصله کانونـی ۱۵۰ mm نصب شده است. ایـن دوربین بـرای عکس گرفتن از شیء که در فاصلهٔ دور قرار دارد به کار گرفته می‌شود.

(الف) اگر تنها ازعدسی همگرا استفاده می‌شد، تصویر درکجا تشکیل می‌شد؟

(ب) با این تـرکیب جـدیـد، تصویر درکجا تشکیل می‌شود؟

(پ) بزرگنمایی حاصل ازعدسی واگرا، چه‌مقدار است؟

(ت) اگر برای تشکیل تصویری به‌همان‌اندازه بخواهیم (تنها) یك عدسی همگرا به کار ببریم، فاصلهٔ کانونـی آن باید چقدر باشد؟

پاسخ خـود را همراه با نمودارهای پرتوی ارائـه دهید. (توجـه داشته باشید کـه وزن اضافـه شده در قسمت (ت) ممکن است باعث واپیچش مکانیکی در بدنهٔ دوربین شود.)

[(پ) ۳/۰۰ (ت) ۵۲۵ mm]

۳۷-۳۲ عدسی مایع. روی یك آینهٔ تخت افقی گلیسرول ($n=1/47$) مـی‌ریزیـم، و سپس یك عـدسی شیشه‌ای هم کوژی ($n_g=1/60$) چنان روی آن قرار می‌دهیم که گلیسرول شکل یك‌عدسی نازك کاوـتخت را به‌خود بگیرد. شعاع انحنای عـدسی شیشه‌ای ۳۰۰ mm است. یك شیء درخشان که روی این عدسیها قـرار می‌گیرد، در فاصلهٔ f در بالای آینه، تصویری منطبق برخود تشکیل می‌دهد.

(الف) فاصلهٔ کانونی عـدسی شیشه‌ای را محاسبه کنید.

(ب) در فـرمول عدسی‌سازان، در مورد عدسی مایـع، به‌جای R چه مقادیری باید جایگزین کرد؟

(پ) مقدار f چه مقدار است؟

[(پ) ۰/۴۱ m]

تصویر بویز

۳۸-۳۲ (الف) یك عـدسی تخت‌ـگوژ ازسمت رویـهٔ انحنادارش در بـرابـر چشمه‌ای درخشان قـرار می‌گیرد. وقتی فاصلهٔ عدسی-چشمه ۴۰۰ mm باشد، تصویری کم‌رنگ درکنار این چشمه تشکیل مـی‌شود. فاصلهٔ کانـونی عدسی را محاسبه کنید.

(ب) وقتی عدسی چنان بچرخد که چشمه به‌رویـهٔ تخت نزدیکتر شود، هنگامی تصویر کم‌رنگ تشکیل می‌شود کـه فاصلـهٔ چشمه و عـدسی ۱۳۳ mm باشد. ضریب شکست جنس عدسی را محاسبه کنید.

[(ب) ۱/۵۰]

MATH75.IR

۳۳ آینه‌های کروی

پرسشهایی برای بحث

۳۳-۱ یك شیء کوچك کروی چنان قرار گرفته است که مرکز انحنای آن برمرکز انحنای یك آینهٔ کاو منطبق است. شکل، اندازه و مکان تصویر را تشریح کنید.

۳۳-۲ پیرامون مزایا و معایب کاربرد آینهٔ واگرا (گوژ) در اتومبیل بحث کنید.

۳۳-۳ آیا این امکان وجود دارد که آینه‌ای واگرا (کوژ) تصویری تشکیل دهد که (الف) بزرگ شده یا (ب) واقعی، باشد؟ دراین مورد بحث کنید.

۳۳-۴ می‌خواهیم از یك شیء نورانی دور در یك آینهٔ کروی تصویری تشکیل دهیم. نسبت روشنایی تصاویر تشکیل شده را در آینه‌هایی بامشخصات زیرمورد بحث قراردهید:

(الف) فاصلهٔ کانونی f و دهانه a،

(ب) فاصلهٔ کانونی f و دهانهٔ $2a$،

(پ) فاصلهٔ کانونی $2f$ و دهانه a، و

(ت) فاصلهٔ کانونی $2f$ و دهانه $2a$.

مسئله‌های کمّی

۳۳-۵† شعاع انحنای یك آینهٔ کروی همگرا (کاو) ۴۰۰ mm است. مکان، ماهیت (واقعی یا مجازی بودن)، سمتگیری (مستقیم یا معکوس بودن) و اندازهٔ تصویر یك شیء، به‌طول ۱۰ mm را وقتی در فواصل زیر ازمرکز نوری آینه قرار گیرد، پیدا کنید:

(الف) ۱۰۰ mm، (ب) ۲۰۰ mm، (پ) ۴۰۰ mm، (ت) ۸۰۰ mm.

اگر معادلهٔ آینه را به‌کار می‌گیرید، هر پاسخ باید با نمودار پرتوی مناسبی که شیوهٔ تشکیل تصویر را نشان دهد، همراه باشد.

۳۳-۶† بندهای (الف) و (پ) از پرسش ۳۳-۵ را مورد یك آینهٔ واگرا (گوژ) که دارای همان شعاع انحناست، حل کنید.

۳۳-۷† شعاع انحنای یك آینهٔ کروی همگرا ۴۰۰ mm است.

(الف) اگر فاصلهٔ چشمتان از آینه ۳۰۰ mm باشد، مکان و ماهیت تصویر آن چگونه خواهد بود؟ آیا تصویر دیده می‌شود؟

(ب) اگر چشم خود را آنقدر از آینه دور کنید که به ۶۰۰ میلیمتری آینه برسد، آیا تصویر دیده می‌شود؟ آیا ماهیت تصویر در این حالت با ماهیت تصویر در (الف) تفاوت دارد؟

۳۳-۸ (الف) یك شیء به‌طول ۲۰ mm در فاصلهٔ ۱۰۰ mm از یك آینهٔ کروی قرار دارد، و تصویری قائم و مستقیم به‌طول ۴۰ mm تشکیل می‌دهد. شعاع انحنای این آینه چه مقدار است؟

(ب) شعاع انحنای آینه باید چقدر باشد تا طول تصویر قائم و مستقیم ۱۰ mm شود؟

همراه پاسخهای خود نمودار پرتوی رسم کنید.

[(الف) ۴۰۰ mm، همگرا (ب) ۲۰۰mm، واگرا]

۳۳-۹ وقتی یك شیء درفاصلهٔ ۵۰ mm یا ۱۵۰ mm از قطب یك آینهٔ کروی قرار گیرد، تصویری دوبرابر اندازهٔ خود تشکیل می‌دهد. فاصلهٔ کانونی آن آینه چه مقدار است؟

[۰/۱۰ m، همگرا]

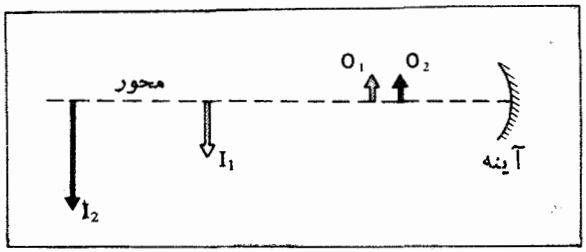
۳۳-۱۰ به‌شکل نگاه کنید. بزرگنمایی خطی در وضعیت ۱ مساوی ×۲، و در وضعیت ۲ مساوی ×۴ است. فاصلهٔ O_1 تا O_2، ۴۰ mm است. محاسبه کنید:

(الف) فاصلهٔ کانونی آینه، و

(ب) فاصلهٔ بین I_1 تا I_2.

MATH75.IR

[(الف) ۰/۱۶ m (ب) ۰/۳۲ m]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۳-۱۰

۳۳-۱۱ اندازه‌گیری n. درون آینهٔ کروی‌کاوی به شعاع انحنای ۰/۵۰ m گلیسرول می‌ریزیم و روی آن را با یك لام میکروسکوپ چنان می‌پوشانیم که این لام با مایع تماس پیدا کند. وقتی یك شیء به فاصلهٔ ۰/۳۴ m از قطب آینه قرار گیرد، با تصویر خودش منطبق می‌شود. پرتوهای اختیاری را که (مثلاً) در فاصلهٔ ۲۰ mm از قطب بر آینه فرود می‌آیند در نظر بگیرید، و محاسبه کنید:

(الف) زوایای برخورد و شکست، و بنابراین،

(ب) ضریب شکست گلیسرول را.

دراین مورد اهمیت لام میکروسکوپ در کجا نهفته است؟

[(ب) ۱/۴۷]

۳۳-۱۲ شعاع انحنای یك آینهٔ کروی واگرا (کاو) را از اطلاعات زیر محاسبه کنید: یك شیء درفاصلهٔ ۲۰۰ mm درجلوی آینه قرار گرفته است، وتصویری که ایجاد می‌کند بر تصویری منطبق می‌شود که توسط یك آینهٔ تخت در فاصلهٔ ۱۵۰ mm از شیء تشکیل می‌شود.

[۴۰۰ mm]

۳۳-۱۳ اندازه‌گیری f درآینهٔ واگرا. یك شیء نورانی در فاصلهٔ ۴۰۰ mm از یك عدسی همگرا با فاصلهٔ کانونی ۲۰۰ mm قرار گرفته است. یك آینهٔ واگرا (گوژ) در سمت دیگر عدسی و بسیار نزدیك به‌آن واقع شده است. وقتی آینه به‌عقب و جلو حرکت کند، و فاصلهٔ آن از عدسی به ۱۰۰ mm برسد، یك تصویر واقعی منطبق برشیء نورانی تشکیل می‌شود. فاصلهٔ کانونی آینه چه مقدار است؟

[۱۵۰ mm]

***۳۳-۱۴ بزرگنمایی طولی.** یك شیء به‌طول ۲/۰ mm در امتداد محور یك آینهٔ همگرا به‌فاصلهٔ کانونی ۰/۱۲ m قرار گرفته است. نقطهٔ میانی شیء ۰/۲۰ m ازقطب آینه فاصله دارد.

(الف) نموداری طرح واره رسم کنید که مکان وسمتگیری تصویر را نشان دهد.

(ب) محاسبه کنید (*i*) مکان تصویر نقطهٔ میانی، و (*ii*) طول تصویر.

(راهنمایی: د. ك. پرسش **۳۲-۱۴**.)

[(ب) (*ii*) ۴/۵ mm]

۳۴ ابیراهیهای عدسی و آینه

پرسشهایی برای بحث

۳۴-۱ ابیراهی کروی عدسی. برای بررسی فرمول عدسی‌سازان ازاین رابطه استفاده می‌کنیم:

$$D=(n-1)A$$

(الف) تحت چه شرایطی این رابطه صادق است؟

(ب) برای چه بخشهایی از عدسی (مناطق داخلی یا خارجی) این شرایط بیش‌از هرجایی نامناسب است؟ برای تکمیل پاسخ خود نمودار رسم کنید.

(پ) برای کانونی کردن باریکه‌ای نور موازی، یك

MATH75.IR

عدسی تخت-گوژ و یك‌عدسی هم‌گوژی با فاصله‌کانونیهای مساوی داریم. کدامیك را انتخاب می‌کنید، دلیل این انتخاب شما چیست، وچگونه ازآن استفاده می‌کنید؟

۲-۳۴ دو عدسی هم‌گوژ ازجنسهایی با ضرایب شکست ۱/۵ و ۱/۶ ساخته شده‌اند، ولی توان آنها با هم برابر است. کدامیك ابیراهی کروی کوچکتری‌رانشان خواهد داد؟

۳-۳۴ ابیراهی‌کروی برای آینه. نیمکرهٔ بزرگی رسم کنیدکه نمایانگر بخشی ازیك آینهٔ همگرای نیمکره شکل باشد. مسیر پرتوهایی را رسم کنیدکه باریکهٔ نوری موازی با محور اصلی را دقیقاً بنمایاند.

در مورد تأثیر کاستن دهانهٔ آینه نسبت به شعاع انحنا بحث کنید.

۴-۳۴ ابیراهی‌کروی یك آینهٔ کاو را می‌توان با بیان‌این نکته‌که منطقه‌های خارجی وداخلی آن همگراییهای متفاوت دارند، توضیح داد. کدام منطقه همگرایی بزرگتری دارد؟ در **دستگاه اشمیت** این ابیراهی را با قرار دادن یك عدسی نازك در جلوی آینه تصحیح می‌کنند. در مورد شکل این عدسی بحث کنید، وعمل آن را توضیح دهید.

۵-۳۴ آیا جایی وجود داردکه یك شیء نقطه‌ای را در آنجا قرار دهیم، چنان‌که تصویری‌که دریك‌آینهٔ کاوتشکیل می‌دهد نیز (بدون ابیراهی کروی) یك نقطه باشد؟ (چنین مکانی **بدون استیگماتیك** نامیده می‌شود.)

۶-۳۴ چرا یك عدسی همگرای تصحیح نشده وقتی به‌عنوان ذره‌بین به‌کار رود، به‌نظر می‌رسد ابیراهی رنگی نشان نمی‌دهد؟ این موضوع در طراحی یك وسیلهٔ نوری چه‌اهمیتی دارد؟

۷-۳۴ دریك عدسی شیشه‌ای همگرا آبی $f <$ قرمز f. در مورد عدسی واگرای مشابه آن چه مطلبی می‌توان اظهار داشت؟

۸-۳۴ آیا اصولاً این‌امکان وجود داردکه (از راه تراش مناسب رویه) عدسی را چنان بسازیم‌که وقتی نور تکرنگ را متمرکز می‌کند، فاقد هرگونه ابیراهی باشد؟

مسئله‌های کمّی

ابیراهی کروی

۹-۳۴ شعاعی‌که موازی محور اصلی آینه‌ای‌کروی‌است، بازاویه θ برآینه فرود می‌آید. فرض‌کنید فاصلهٔ کانونی‌آینه برای این پرتو f_θ و برای پرتو موازی با محور اصلی f باشد.

(الف) ثابت‌کنید $\Delta f/f=(\sec\theta-1)$؛ که در آن $\Delta f\equiv(f-f_\theta)$.

(ب) درصورتی‌که $\Delta f/f=1\%$، مقدار θ را محاسبه کنید.

(پ) دهانهٔ آینه‌ای را که در آن $\Delta f/f\leqslant 1\%$ و $f=1/0\ \mathrm{m}$ است، محاسبه کنید.

[(الف) $8/1^\circ$ ، (ب) $0/56\ \mathrm{m}$]

ابیراهی رنگی

۱۰-۳۴ ابیراهی رنگی طولی. یك عدسی با عبارت (f_C-f_F) تعریف می‌شود، که در آن C و F طول موجهای خطوط C و F فرانهوفر (که به وسیلهٔ ئیدروژن گسیل شده‌اند) هستند. با استفاده ازمعادلهٔ عدسی ساز و رابطهٔ $f_Cf_F\approx f_D^2$ ثابت‌کنید:

$$(f_C-f_F)=\left(\frac{n_F-n_C}{n_D-1}\right)f_D$$

که D به‌خط زرد D (گسیل یافته ازسدیوم) اشاره دارد. (کمیت

$$\left(\frac{n_F-n_C}{n_D-1}\right)$$

توان پاشندهٔ ماده نامیده می‌شود.)

۱۱-۳۴ اندازه‌گیریهای زیر درمورد یك عدسی شیشه‌ای نازك انجام گرفته است: $f_C=1016\ \mathrm{mm}$ و $f_F=984\ \mathrm{mm}$. مقدار تقریبی توان پاشنده را برای

MATH75.IR

جنس عدسی محاسبه کنید.

[۰/۰۳۲]

۱۲-۳۴ محاسبهٔ ابیراهی رنگی طولی. شعاع انحنای رویهٔ منحنی یك عدسی تخت-گوژ برابر ۴۰۰ mm است، واز شیشهٔ گردی ساخته شده است که در آن $n_C = ۱/۵۱۵$ و $n_F = ۱/۵۲۰$. مقدار $(f_C - f_F)$ را محاسبه کنید.

[۷/۵ mm]

***۱۳-۳۴ طراحی دوتایی نافام.** دو عدسی با فواصل کانونی $f_۱$ و $f_۲$ که از جنسهای متفاوتی باتوان پاشندهٔ $\omega_۱$ و $\omega_۲$ ساخته شده‌اند، بایکدیگر تماس داده می‌شوند. از نتیجهٔ پرسش **۱۰-۳۴** استفاده کنید ونشان دهید که وقتی:

$$\frac{\omega_۱}{(f_۱)_D} + \frac{\omega_۲}{(f_۲)_D} = ۰$$

$f_C - f_F = ۰$، یعنی ابیراهی رنگی با این‌گونه ترکیب فاصلهٔ کانونی حذف می‌شود. (توجه داشته باشید که وقتی یك عدسی همگرا باشد، ثابت می‌شود که دیگری باید واگرا باشد چون ω برای تمامی مواد نوری معمولی مثبت است.)

***۱۴-۳۴** فاصلهٔ کانونی، f_D، یك عدسی دوتایی بدون ابیراهی رنگی برابر ۰/۴۰ m است، و شیشه‌های به‌کار رفته درساخت این دوعدسی فلینت ($\omega = ۰/۰۲۷$) وشیشهٔ گرد ($\omega = ۰/۰۲۰$) هستند.

(الف) نشان دهید که مؤلفهٔ همگرا لزوماً باید ازجنس شیشهٔ گرد باشد.

(ب) (با استفاده از نتیجهٔ **۱۳-۳۴**) فاصله‌های کانونی این دو عدسی را محاسبه کنید.

(توجه داشته باشید که این گونه زوج عدسیها معمولاً بایك سطح مشترك، و بنابراین یك شعاع انحنای مشترك برای یك رویهٔ هر مؤلفه ساخته می‌شود.)

[(ب) گرد ۰/۱۰ m ، فلینت ۰/۱۴ m]

۳۵ پاشندگی و طیف‌سنج

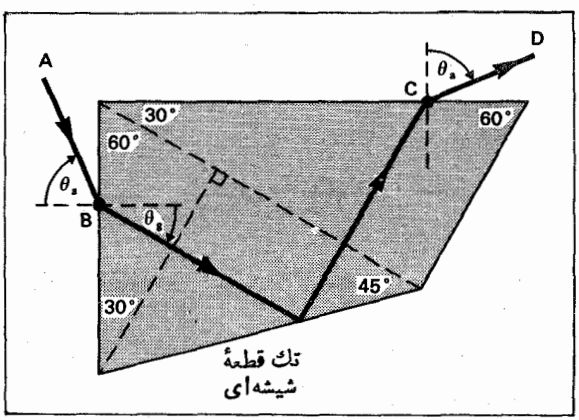
پرسشهایی برای بحث

۱-۳۵ منشور انحراف ثابت. به‌شکل نگاه کنید.

(الف) به‌ازای چه‌مقدار θ_g دو زاویه‌ای که با علامت θ_a مشخص شده‌اند، برابر خواهند بود؟

(ب) در این صورت زاویهٔ بین پرتو فرودی برمنشور و پرتو خارج شده ازآن چقدر است؟

(پ) اگر باریکه‌ای نور سفید در امتداد AB برمنشور فرود می‌آمد و منشور آهسته می‌چرخید، در امتداد CD چه چیزی مشاهده می‌شد؟



شکل مربوط به‌پرسش **۱-۳۵**

۲-۳۵ یك باریکهٔ موازی نور دارای دوجزء است : یکی به‌طول‌موج ۶۵۶ nm (خط C فرانهوفر) و دیگری با طول موج ۴۸۶ nm (خط F فرانهوفر). این باریکه را ازمحلول

MATH75.IR

یدورپتاسیوم که ضریب شکست آن $n_d = ۱/۸۰$ است، عبور می‌دهیم. آیا این امکان وجود دارد که با استفاده از یك ورقه با سطوح جانبی موازی از جنس شیشهٔ گرد، که در آن $n_d = ۱/۵۴$، باریکهٔ اصلی را به دوجزء خود تجزیه کرد؟

۳-۳۵ گفته می‌شود که تغییرات ضریب شکست شیشه برحسب طول موج با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$n - ۱ = A + Bf(\lambda)$$

درصورتی که B مثبت باشد، نمودار n را برحسب λ رسم کنید، و شکل ساده‌ای برای $f(\lambda)$ پیشنهاد کنید.

۴-۳۵ اگر شکاف یك طیف‌سنج پهن شود، تصویر آسانتر واضح می‌شود چرا که انرژی بیشتری از صفحهٔ تصویر می‌گذرد. پس چرا شکاف معمولاً بسیار باریك است؟

۵-۳۵ چرا طیف خطی را به‌این نام می‌خوانند؟ اگر یك روزنهٔ دایره‌ای کوچك درسطح کانونی عدسی موازی کننده قرار دهیم و آن را با نور سدیوم روشن کنیم، در تلسکوپ طیف‌سنج چه خواهیم دید؟

۶-۳۵ تفاوت میان طیف خطی یك گاز در فشار پایین، و طیف خطی همان گاز در فشار بالا چیست؟ (راهنمایی: به‌خود شید فکر کنید.)

۷-۳۵ یك باریکهٔ نور از بالای یك بشر سرباز حاوی جیوه به‌آن می‌تابد. اگر نور از:

(الف) یك رشتهٔ تنگستن،

(ب) یك لامپ بخار سدیوم، و

(پ) یك‌لامپ بخار جیوه، گسیل شده باشد بر روی کارت سفیدی که پشت بشر قرار گرفته است، چه چیزی دیده خواهد شد؟

۸-۳۵ درحالیکه $F_۲Ca$، $Cl_۲Ca$ و $Br_۲Ca$ نوارهای طیفی متفاوتی را ایجاد می‌کنند، می‌توان از همهٔ آنها طیفی خطی به‌دست آورد، که روی آن همان خطوط ظاهر شوند. دلایل خود را ارائه کنید. درچه شرایطی می‌توان چنین چیزی را مشاهده کرد؟

۹-۳۵ درمورد تفاوت میان طیفهای نوری که از منابع زیر گسیل می‌شوند، بحث کنید: یك سیخ داغ قرمز، یك لامپ نئون، و یك لامپ الکتریکی که شیشهٔ نیم‌شفاف قرمزی آن را محصور کرده است.

مسئله‌های کمّی

پاشندگی

۱۰-۳۵ منشور نافام. زاویهٔ شکست یك‌منشور شیشهٔ فلینتی $۸/۰^\circ$ است، که با منشوری ازجنس شیشهٔ گرد، ترکیب شده است. این ترکیب برای خطوط C و F فرانهوفر نافام است.

شیشه	n_C	n_D	n_F
شیشهٔ گرد	۱/۵۱۷	۱/۵۱۹	۱/۵۲۴
فلینت	۱/۶۰۲	۱/۶۰۵	۱/۶۱۲

اطلاعات جدول را برای یافتن مقادیر زیر به‌کار گیرید:

(الف) زاویهٔ شکست منشور شیشهٔ گرد، و

(ب) انحرافی که این ترکیب برای خط D ایجاد می‌کند.

درمورد این نکته که چند رقم معنی‌دار برای پاسخ شما مناسب است، بحث کنید.

[(الف) $۱(۱)^\circ$ (ب) $۱/(۱)^\circ$]

۱۱-۳۵ منشور دیدمستقیم. منشور شیشهٔ فلینت پرسش قبل با منشور شیشه گردی ترکیب می‌شود، چنان که انحراف برای خط Dی فرانهوفر صفر می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) زاویهٔ شکست منشور شیشه گرد را، و

(ب) پاشندگی زاویه‌ای خطوط C و F را.

[(الف) $۹/۳^\circ$ (ب) $۰/۰۱(۵)^\circ$]

طیف‌سنج

۱۲-۳۵ پهنای تصویر شکاف. در یك دستگاه ویژهٔ طیف‌سنجی

MATH75.IR

پهنای شکاف ۱/۰ mm، فاصلهٔ کانونی عدسی موازی‌کننده ۲۵۰ mm، و فاصلهٔ کانونی عدسی شیئی تلسکوپ ۴۰۰ mm است. شکاف با نور تکرنگ روشن می‌شود.

(الف) اگر منشوری روی میز قرار نگرفته باشد، پهنای تصویر شکاف که در صفحهٔ کانونی چشمی دیده می‌شود، چه مقدار است؟

(ب) اگر نور پیش از ورود به طیف‌سنج، به‌وسیلهٔ یك منشور به‌اندازهٔ کمینهٔ انحراف خود منحرف شود، پهنای تصویر شکاف چه مقدار خواهد شد؟

(پ) درصورتی‌که پرتوها هنگام عبور از منشور، با زاویه‌ای متفاوت با کمینهٔ انحراف منحرف شود، تأثیر آن را بر پهنای تصویر شکاف، از لحاظ کیفی مورد بحث قرار دهید.

(ت) اگر از نور سفید استفاده می‌کردیم، اصطلاح تصویر شکاف برای شما چه مفهومی داشت؟

[(ب) ۱/۶ mm]

۱۳-۳۵ وقتی یك باریکهٔ موازی نور سفید از یك منشور عبور کرده باشد، خطوط C و F فرانهوفر آن دستخوش پاشندگی زاویه‌ای ۰/۲۰° می‌شوند. سپس با متمرکزکردن نور با یك عدسی بدون ابیراهی رنگی با فاصلهٔ کانونی ۴۰۰ mm، یك طیف خالص تشکیل می‌شود.

(الف) تصویر درکجا تشکیل می‌شود؟

(ب) فاصلهٔ خطی تصویر خط C و تصویر خط F چه مقدار است؟

(پ) این تصویرهای حقیقی‌را می‌توان به‌وسیلهٔ یك‌چشمی به‌فاصلهٔ کانونی ۵۰ mm مشاهده کرد، به‌طوری که تصویرهای نهایی (مجازی) در بینهایت تشکیل می‌شوند. فاصلهٔ زاویه‌ای تصویر خط C و تصویر خط F چقدر است؟

[(الف) ۱/۴ mm (پ) ۱/۶° = ۲۸ mrad]

۱۴-۳۵ یك لولهٔ تخلیهٔ ئیدروژن درجلوی شکاف بسیار باریك موازی‌سازیك‌طیف‌سنج قرار گرفته‌است، و باریکه‌های موازی نور ازمنشوری می‌گذرندکه درآن $n_C = 1/517$ و $n_F = 1/524$ است، که C و F بیانگر خطوط C و F فرانهوفر هستند. زاویهٔ شکست منشور ۶۰°، و چنان قرار گرفته‌است که خط d ی هلیوم (درنور زرد) کمینهٔ انحراف‌را پیدا می‌کند.

(الف) چراخطوط C و F انحرافی کمینه‌را، نشان‌می‌دهند،

(ب) انحراف خطوط C و F و در نتیجه پاشندگی زاویه‌ای آنها را محاسبه‌کنید، و

(پ) شیئی تلسکوپ این‌طیف‌سنج دارای فاصلهٔ کانونی ۲۰۰ mm، وبدون ابیراهی رنگی است. فاصلهٔ خطی تصویرهای‌شکاف، که به‌وسیلهٔ خطوط C و F ایجاد شده‌اند، چقدر است؟

[(ب) ۰/۶(۰)° (پ) ۲/۱ mm]

۱۵-۳۵ فواصل کانونی عدسیهای موازی‌ساز و تلسکوپ یك طیف‌سنج به ترتیب ۲۰۰ mm و ۲۵۰ mm است. و این تلسکوپ برای نمایاندن طیف یك لامپ بخار جیوه به‌کار می‌رود. زاویهٔ شکست منشوری که به‌کار می‌رود ۶۰/۰° و دارای ضریب شکستهای ۱/۶۱۰ و ۱/۵۹۰ برای خطوط آبی و قرمز است.

(الف) پاشندگی زاویه‌ای میان دوخط، با فرض اینکه هردوی آنها کمینهٔ انحراف را نشان دهند، چه‌مقدار است؟

(ب) فاصلهٔ خطی مراکز تصویرهای آبی و قرمز شکاف چه مقدار است؟

(پ) اگر تنها نور تکفام به‌کار می‌رفت چه پهنای شکافی تصویرش همان پهنا را می‌داشت؟

(ت) اگر بخواهیم ازروی‌هم‌افتادن تصویرهای آبی و سبز جلوگیری کنیم، بیشینهٔ پهنای مجاز شکاف چقدراست؟

گوناگون

۱۶-۳۵ اندازه‌گیری ضریب شکست. درآزمایشی که برای اندازه‌گیری ضریب شکست یك شیشه انجام گرفته است، با استفاده از یك‌طیف‌سنج، اندازه‌های زیربه‌دست‌آمده است. اندازه‌های زاویه‌هایی که نوشته‌ایم از روی اعدادی که روی درجه‌بندی ورنیه خوانده‌ایم به‌دست‌آمده‌اند.

(الف) اندازه‌گیری A:

موضع تلسکوپ (۱) $170°16' \pm 02'$

MATH75.IR

(۲) ۰۲′ ± ۲۹۰°۲۰′،

(ب) اندازه‌گیری D_{min}:

اندازه‌گیری بدون منشور = ۰۲′ ± ۱۰۰°۰۰′،

اندازه‌گیری با استفاده از منشور و نور خط

d ی هلیوم = ۰۲′ ± ۱۴۰°۳۲′.

ضریب شکست شیشه را برای این طول موج، همراه با مقدار عدم قطعیت تجربی n، حساب کنید. راهی برای بیشتر کردن دقت اندازه‌گیری D_{min}، پیشنهاد کنید.

[۱/۵۳۸ ± ۰/۰۰۳]

۱۷-۳۵ اندازه‌گیری توان پاشنده. در آزمایشی برای اندازه‌گیری توان پاشندهٔ یك منشور شیشه‌ای، با استفاده از طیف‌سنج، اندازه‌های زیر به دست آمده است. اندازه‌های زاویه‌هایی که نوشته‌ایم از روی رقمهایی که روی درجه‌بندی ورنیه خوانده‌ایم به‌دست آمده‌اند.

(الف) اندازه‌گیری A:

مکان تلکسوپ (۱) = ۱۵۰°۰۴′

(۲) = ۲۷۰°۰۴′.

(ب) اندازه‌گیری D_{min}:

اندازه‌گیری بدون منشور = ۲۰۰°۰۰′

اندازه‌گیری با منشور خط C = ۲۳۸°۳۰′

خط D = ۲۳۸°۴۵′

خط F = ۲۳۹°۱۶′.

توان پاشندهٔ این شیشه را محاسبه کنید.

[۰/۰۱(۷)]

۳۶ ابزارهای نوری

پرسشهایی برای بحث

۱-۳۶ آیا این امکان وجود دارد که با نگاه کردن به‌یك عکس چاپ شده، تصویر بزرگ شدهٔ شبکیه‌ای یك شیء دور را مشاهده کنیم؟ بحث شما باید شامل مرتبه‌های بزرگی فاصله‌های کانونی عدسیهای دوربین باشد.

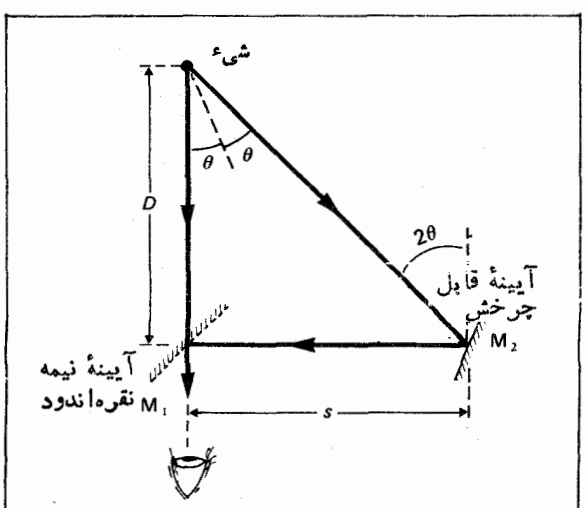
۲-۳۶ فاصله‌یاب. به‌شکل نگاه کنید.

(الف) رابطهٔ تقریبی میان D، s و θ را، وقتی $s \ll D$، بیابید.

(ب) روش دقیقی برای اندازه‌گیری θ پیشنهاد کنید که بتوان آن را به صفحهٔ مدرج سوار شده بر تجهیزات وصل کرد.

(پ) چگونه می‌توان حساسیت وسیله‌ای را زیاد کرد، به طوری که بتوان دو شیء را که (مثلاً) در آنها $D = 100$ m و $D = 105$ m، از یکدیگر تشخیص داد؟

(ت) مقدار θ را برای انسانی (یعنی دید دوبعدی) که مشغول تماشای مسابقهٔ ورزشی است، ارزیابی کنید.



شکل مربوط به‌پرسش ۲-۳۶

MATH75.IR

۳-۳۶ ازنظرکیفی توضیح دهیدکه چرا یك ذره‌بین با فاصلهٔ کانونی کوچك، نسبت به‌ذره‌بینی با فاصلهٔ کانونی زیاد، جزئیات بیشتری را نشان می‌دهد.

۴-۳۶ وقتی افراد دوربین و نزدیك‌بین برای دیدن از ذره‌بین واحدی استفاده کنند، بزرگنمایی زاویه‌ای متفاوتی به‌دست می‌آورند. کدامیك بزرگنمایی بیشتری کسب می‌کند؟

۵-۳۶ (الف) فاصلهٔ کانونی ذره‌بینی شیشه‌ای که بیشینهٔ توان بزرگنمایی زاویه‌ای آن ۲ باشد، چه مقدار است؟

(ب) آیا راهی وجود داردکه ازیك عدسی‌چنان استفاده کنیم که ازشیء کوچك قابل‌دسترسی یك تصویرشبکیه‌ای با اندازه‌ای دو برابر آنچه با چشم غیرمسلح دیده می‌شود، تشکیل دهد؟

۶-۳۶ در مورد تفاوت میان ماهیت اشیایی که با تلسکوپ دیده می‌شوند و اشیایی که با میکروسکوپ می‌بینیم و این نکته که ایجاب می‌کند فاصلهٔ کانونی اولی بزرگ و فاصلهٔ کانونی دومی کوچك باشد، بحث کنید.

۷-۳۶ وقتی یك تلسکوپ نجومی از یك شیء نقطه‌ای (مثل یك ستارهٔ دور) تصویری تشکیل می‌دهد، تصویر کامل نیزیك نقطه خواهد بود. استفاده ازاین‌گونه تلسکوپها برای مشاهدهٔ چنین ستارگانی چه‌مزایایی دارد؟

۸-۳۶ دریك نوع رطوبت‌سنج نقطهٔ شبنم، دماسنج راباید از طرف دیگراتاق (مثلاً درگسترهٔ ۵ متری) خواند. بیشینهٔ فاصله‌ای که چشم غیرمسلح می‌تواند از آنجا با وضوح کامل دماسنج را بخواند، ۰/۲۵ m است. روشی ابداع کنیدکه بتوان با استفاده از عدسیهایی با فاصله‌های کانونی ۰/۱۰ m و ۵۰ mm، این اندازه‌گیری را انجام داد.

۹-۳۶ م.ب چند درصد از نوری‌که بر تلسکوپ بازتابی کاسگرین فرود می‌آید به‌وسیله پشت آینه‌ای‌گوژ دربین راه گرفته می‌شود؟

مسئله‌های کمّی

اصلها

†۱۰-۳۶ زاویهٔ دید. کدامیك از دو شیء زیر تصویر بزرگتری روی شبکیهٔ چشم انسان تشکیل می‌دهد؟

(الف) مردی با قامت ۲/۰ m در فاصله‌ای حدود ۰/۲۰ km از آن، یا

(ب) ماه‌که پرتو تابیده ازآن با زاویهٔ میل ۹ mrad به‌سطح زمین برخورد می‌کند.

†۱۱-۳۶ ذره‌بین‌ساده. شیئی به‌ارتفاع ۱۰ mm بایك ذره‌بین به‌فاصلهٔ کانونی ۵۰ mm دیده می‌شود.

(۱) تصویر در بینهایت

(الف) تصویر را بایدکجا قراردهیم؟

(ب) تصویر نهایی از چه زاویه‌ای به‌وسیلهٔ چشمی که خیلی نزدیك به‌عدسی قرارگرفته است، دیده می‌شود؟

(پ) شیئی از نقطه‌ای نزدیك، ۲۵۰ میلیمتری چشم، با چه زاویه‌ای دیده می‌شود؟

(ت) بزرگنمایی زاویه‌ای به‌دست آمده چه مقدار است؟

(۲) تصویر در نقطهٔ نزدیك

پرسش (الف)-(ت) قسمت (۱) را تکرارکنید.

آیا مزیتی در تشکیل دادن تصویر نهایی در هریك ازنقاط زیر وجود دارد: (*i*) در بینهایت، (*ii*) درنقطهٔ نزدیك، (*iii*) نزدیکتر از نقطهٔ نزدیك بحث کنید.

[(۱)(ت) × ۵، (۲)(ت) × ۶]

۱۲-۳۶ دقت دید. دقت دید چشم کوتاهترین فاصلهٔ زاویه‌ای بین پرتوهای گسیلی از دو شیء نقطه‌ای، که تنها ازهم قابل تمیز باشند، است. این مقدار برای بیشتر مردم ۰/۵ mrad است.

(الف) کمترین فاصلهٔ اشیاء نقطه‌ای که در یك گسترهٔ ۰/۱۰ km از یکدیگر تمیزداده می‌شوند، چه مقدار است؟

(ب) درچه‌گستره‌ای می‌توان دوشیء نقطه‌ای راکه در فاصلهٔ ۰/۵۰ mm از یکدیگر قراردارند، تمیزداد؟

MATH75.IR

[(الف) ۵۰ mm (ب) ۱/۰ m]

میکروسکوپ مرکب

۱۳-۳۶+ فاصلهٔ کانونی عدسی شیئی میکروسکوپ مرکبی ۴۰ mm، وفاصلهٔ کانونی عدسی چشمی آن ۶۰ mm است؛ این‌دو ۲۵۰ mm از یکدیگر فاصله دارند. یك شیء به‌طول ۲/۰ mm در فاصلهٔ ۵۰ mm از عدسی شیئی قرار گرفته است.

(الف) جای تصویری که به‌وسیلهٔ عدسی شیئی تشکیل می‌شود و بزرگنمایی خطی این تصویر را تعیین کنید.

(ب) جای تصویر نهایی وبزرگنمایی خطی آن راتعیین کنید.

(پ) طول تصویر نهایی چه مقدار است؟

(ت) تصویر نهایی تحت چه زاویه‌ای به‌وسیلهٔ چشمی که درنزدیکی عدسی چشمی قرار گرفته است، دیده می‌شود؟

(ث) شیئی که در نزدیکترین فاصلهٔ دید (۲۵۰ mm) قرار گرفته است تحت چه زاویه‌ای دیده می‌شود؟

(ج) توان بزرگنمایی این میکروسکوپ چقدر است؟

[۴۸ mm (ج)]

۱۴-۳۶ فاصلهٔ کانونی عدسی شیئی یك میکروسکوپ مرکب ویژه ۲۰ mm و فاصلهٔ کانونی عدسی چشمی آن ۶۰ mm است.

(الف) اگر تصویر مجازی نهایی در فاصلهٔ ۰/۲۴ m از عدسی چشمی تشکیل شده باشد، تصویر واقعی میانی در کجا تشکیل می‌شود؟

(ب) شیئی که در فاصلهٔ ۲۴ mm از عدسی شیئی قرار گرفته است، تصویر نهایی‌را درجای مطلوب تشکیل می‌دهد. فاصلهٔ عدسیها از یکدیگر چه مقدار است؟

(پ) اگر نزدیکترین فاصلهٔ دید برای ناظری ۲۴۰ mm باشد، بزرگنمایی زاویه‌ای برای اوچه مقدار است؟

[(الف) ۴۸ mm از عدسی چشمی (ب) ۱۶۸ mm (پ) ۲۵ ×]

۱۵-۳۶ فاصلهٔ کانونی چشمی یك میکروسکوپ مرکب ۶۲/۵ mm است که به‌فاصلهٔ ۱۵۰ mm از عدسی شیئی قرارگرفته است. این وسیله تصویری نهایی درنزدیکترین فاصلهٔ دید (۲۵۰ mm) تشکیل می‌دهد، و دراین حالت توان بزرگنمایی آن ۵۰ × است. فاصلهٔ کانونی عدسی شیئی چه مقدار است؟

[۹/۱ mm]

تلسکوپ

۱۶-۳۶+ بزرگنمایی زاویه‌ای. نقشه‌برداری از تلسکوپ یك دستگاه تراز شده به یك خط‌کش مدرج (که در فاصلهٔ ۰/۱۲ km ازاو واقع شده‌است) نگاه می‌کند ومی‌خواهد همان جزئیاتی راکه از فاصلهٔ ۳/۰ m با چشم غیرمسلح می‌بیند، با تلسکوپ مشاهده‌کند.

(الف) بزرگنمایی‌زاویه‌ای‌لازم برای‌اوچه مقداراست؟

(ب) فاصلهٔ کانونی عدسی چشمی تلسکوپ او ۵/۰ mm است. فاصلهٔ کانونی عدسی شیئی چه مقدار است؟

[(ب) ۰/۲۰ m]

۱۷-۳۶ یك تلسکوپ نجومی از یك زوج عدسی همگرا به‌فاصله‌های کانونی ۱/۰۰ m و ۱۰۰ mm که فاصلهٔ آنها ازیکدیگر (در ابتدا) ۱/۱۰ m است، تشکیل شده است. از آن برای دیدن یك شیء دور استفاده می‌کنیم.

(الف) اگر تلسکوپ روی تنظیم معمولی باشد، توان بزرگنمایی آن را محاسبه‌کنید.

(ب) اگرچشمی به‌آهستگی به‌سوی عدسی شیئی حرکت کند، توان بزرگنمایی به‌چه صورتی خواهد بود؟

(پ) اگر بخواهیم با چشم عادی، تصویری را برای مدتی مشاهده‌کنیم، نزدیکترین فاصله‌ای که ارزش تشکیل تصویر را دارد، چه مقدار است؟

(ت) با این تنظیم، فاصلهٔ میان عدسیهای چشمی و شیئی چه مقدار است؟

(ث) مقدار جدید توان بزرگنمایی چه مقدار است؟ درمورد پاسخهای (ت) و (ث) واین‌نکته که‌این گونه‌تلسکوپهای نجومی معمولاً با تنظیم عادی به‌کار گرفته می‌شوند، بحث

MATH75.IR

کنید.

[(الف) ۱۰× (ت) ۱۴×]

۱۸-۳۶ با یک تلسکوپ نجومی در حالت تنظیم عادی، ماه را با قطر ۳/۵ Mm و به‌فاصلهٔ ۰/۳۸ Gm از زمین، نگاه می‌کنیم. فاصلهٔ کانونی عدسی شیئی ۵/۰ m و فاصلهٔ کانونی عدسی چشمی ۰/۱۰ m است. قطرزاویه‌ای تصویر چه مقدار است؟

[۰/۴۶ rad]

۱۹-۳۶ به‌وسیلهٔ تلسکوپی به‌فاصلهٔ کانونی عدسی شیئی ۱۰ m، از مریخ عکس گرفته‌ایم. قطر تصویر ۱/۰ mm است.

(الف) صفحهٔ عکاسی را در کجا قرارداده‌ایم؟

(ب) وقتی عکس می‌گرفتیم قطرزاویه‌ای مریخ چه‌مقدار بود؟

(پ) فرض کنید (در صورت نبودن صفحهٔ عکاسی) تصویر واقعی ایجاد شده به‌وسیلهٔ عدسی شیئی از طریق عدسی چشمی که فاصلهٔ کانونی آن ۵۰ mm است، دیده شود: (*i*) قطر زاویه‌ای تصویر نهایی با تنظیم عادی، (*ii*) توان بزرگنمایی تلسکوپ، چه مقدار خواهند بود؟

(ت) در صورتی که تصویر عکاسی در نزدیکترین فاصلهٔ دید تشکیل شود، زاویهٔ دید چه مقدار خواهد بود؟

[(ب) ۰/۱۰mrad (پ) ۲۰۰× (*ii*) (ت) ۴/۰mrad]

۲۰-۳۶ تلسکوپ کاسگرین. (الف) یک آینهٔ کاو با دهانهٔ بزرگ و فاصلهٔ کانونی ۱۰/۰ m برای تشکیل تصویری از یک سیاره، که زاویهٔ میل باریکهٔ نور آن نسبت به‌آینه ۰/۱۲ mrad است، به‌کار می‌رود. قطر تصویر و مکان آن را پیداکنید.

(ب) پیش ازآنکه تصویر حقیقی ایجاد شود، باریکهٔ همگرای نور با یک آینهٔ کوچک گوژ که قطب آن ازآینهٔ کاو ۹/۰۰ m فاصله دارد، قطع می‌شود. درنتیجه تصویر واقعی متفاوتی در قطب آینهٔ کاو (که درآن روزنهٔ کوچکی ایجاد شده است) تشکیل می‌شود. قطر این تصویرچه مقدار است؟ (به‌بزرگنمایی خطی حاصل از آینهٔ کوچک فکرکنید.)

(پ) اکنون این تصویر حقیقی را با یک عدسی چشمی با فاصلهٔ کانونی ۱۰۰ mm نگاه می‌کنیم و یک تصویرمجازی در بینهایت تشکیل می‌شود. تصویر واقعی‌دوم با چه زاویه‌ای در چشمی دیده می‌شود؟

(ت) توان بزرگنمایی کل دستگاه چه مقدار است؟

ترسیم نمودارهای مناسب در هرمرحله از پاسختان، به شما کمک زیادی خواهدکرد.

[(الف) ۱/۲ mm (ب) ۱۱ mm (پ) ۰/۱۱ rad (ت) ۹۰۰×]

۲۱-۳۶ تلسکوپ زمینی. این دستگاه به‌وسیلهٔ عدسیهای گوژ به‌شرح زیر تصویر نهایی مستقیمی تشکیل می‌دهد: (*i*) یک شیء به‌فاصلهٔ کانونی f_o که‌ازیک شیء دورتصویری حقیقی تشکیل می‌دهد، (*ii*) یک عدسی ایستاده که از تصویر اولی، تصویر حقیقی بزرگ شده‌ای تشکیل می‌دهد، (*iii*) یک عدسی چشمی به‌فاصلهٔ کانونی f_e که تصویر نهایی را مستقیم و مجازی تشکیل می‌دهد.

(الف) یک نمودار پرتوی نشاندار برای حالت تنظیم معمولی این تلسکوپ رسم کنید.

(ب) اگر u و v فاصله‌های شیء و تصویر از عدسی ایستاده باشند، تعریف بزرگنمایی کل تلسکوپ را درحالت تنظیم عادی بنویسید.

(پ) چرا این گونه تلسکوپ باید نسبتاً بلند باشد؟

۲۲-۳۶ تلسکوپ گالیله. این دستگاه به‌وسیلهٔ عدسیهایی به‌شرح زیر، تصویرنهایی مستقیمی تشکیل می‌دهد: (*i*) یک شیء همگرای ضعیف که تصویری حقیقی از شیء ایجاد می‌کند، (*ii*) یک چشمی واگرا قویتر که تصویر نهایی مجازی را تشکیل می‌دهد. چنین تلسکوپی در حالت تنظیم عادی است.

(الف) نمودار پرتوی نشانداری رسم کنید که تشکیل تصویر نهایی را بنمایاند.

(ب) اگر همگراییهای عدسیهای تلسکوپ به‌ترتیب $+0/800\ \text{rad/m}$ و $-10/0\ \text{rad/m}$ باشند،

MATH75.IR

درشتنمایی زاویه‌ای تلسکوپ را محاسبه کنید.

(پ) فاصلهٔ عدسیها را از یکدیگر محاسبه کنید.

درمورد طول و میدان دید این دستگاه در مقایسه با یك تلسکوپ نجومی با بزرگنمایی مشابه نظر دهید.

[۱/۱۵ m (پ)]

حدقهٔ چشم

۳۶-۲۳ حدقهٔ چشم. قطر عدسی شیئی یك تلسکوپ نجومی ۳۰ mm و فاصلهٔ کانونی این عدسی ۰/۵۰ m و فاصلهٔ کانونی عدسی چشمی آن ۰/۱۰ m است، و دستگاه در حالت تنظیم عادی است. محاسبه کنید:

(الف) فاصلهٔ این عدسیها را از یکدیگر،

(ب) مکان حدقهٔ چشم،

(پ) قطر حدقهٔ چشم،

(ت) نسبت $\frac{\text{قطر شیئی}}{\text{قطر حدقهٔ چشم}}$، و

(ث) توان بزرگنمایی.

پاسخهایتان به (ت) و (ث) باید یکی باشد. نشان دهید که در این پرسش، عملاً چنین نیست. قطر مردمك چشم مشاهده‌گر چقدر باید باشد تا بیشترین بهره را از مزایای دستگاه ببرد؟ (دهانهٔ عدسی شیئی گاهی **مردمك ورودی** خوانده می‌شود. **حدقهٔ** چشم را گاهی **دایرهٔ رمزدن** یا **مردمك خروجی** می‌گویند.)

[۰/۱۲m(ب) پشت عدسی چشم (پ) ۶/۰mm (ت) ۵/۰]

۳۶-۲۴ قطر و توان بزرگنمایی عدسی شیئی یك تلسکوپ نجومی در حالت تنظیم عادی به ترتیب ۵۰ mm و ۱۰ است. نموداری ترسیم کنید که مسیر پرتوهایی را که موازی محور اصلی به دستگاه می‌تابند و در منطقه‌های خیلی دور از عدسی شیئی می‌شکنند، نشان دهد، و از روی آن قطر مناسبی برای حدقهٔ چشم استخراج کنید.

[۵/۰ mm]

MATH75.IR

۷ خواص موجی نور

۳۷. ماهیت تابش الکترومغناطیسی

۳۸. تداخل

۳۹. پراش

۴۰. قطبش

MATH75.IR

چند رابطهٔ مفید (به‌بخش۳ صفحهٔ ۷۵ مراجعه کنید.)

تابش الکترومغناطیسی	(پروتونها) $p=\frac{h}{\lambda}$
$W=hf$	(امواج ماده) $\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}$
$F_r=\frac{P}{c}$	$c=\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$
(جذب کامل) $P_r=\frac{I}{c}$	
تداخل	$w=\frac{\lambda D}{s}$
راه نوری $=\Sigma nl$	
$\Delta\phi=\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\Sigma nl$	
پراش	(روزنهٔ دایره‌ای) $\theta\approx\frac{1/22\lambda}{D}$
(توری) $s\sin\theta_m=m\lambda$	معادلهٔ براگ $2d\sin\theta=m\lambda$
(تك شكاف) $a\sin\theta_m=m\lambda$	
(توان تفکیك‌شکاف) $\theta\approx\frac{\lambda}{a}$	
قطبش	قانون مالوس $I=I_0\cos^2\theta$
قانون بروستر $n=\tan\theta_p$	

۳۷ ماهیت تابش الکترومغناطیسی

پرسشهایی برای بحث

۳۷-۱ سه پدیدهٔ جداگانه را که به‌این فکر رهنمون شود که نور از راه یك‌حرکت موجی منتشر می‌شود، تشریح کنید. توضیح دهیدکه آیا این پدیده‌ها هیچگاه درفیزیك کلاسیك ازطریق ذرات نموده می‌شوند یا خیر.

۳۷-۲ آیا ایـن امکان وجود داردکـه صفحه‌ای با رویهٔ آلومینیوم زنگ‌زده به‌عنوان یك بازتابگر آینه‌ای (منظم) امواج الکترومغناطیسی عمل کند؟ با ارائهٔ مرتبه‌های بزرگی

MATH75.IR

پاسخ خود را توجیه کنید.

۳-۳۷ ازیك چشمهٔ رادار امواجی فرستاده می‌شوند، که از شیء کوچك دوری به‌فاصلهٔ r بازتابیده شده، و سپس در نزدیکی چشمه دریافت می‌شوند. شدت امواج برگشتی چگونه به r بستگی پیدا می‌کند؟

۴-۳۷ آیا تابش الکترومغناطیسی همیشه به وسیلهٔ بار شتابدار گسیل می‌شود؟

۵-۳۷ یك سینکروترون موجب می‌شود که ذرات باردار در سرعتهای زیاد مسیرهایی دایره‌ای بپیمایند. علت **تابش سینکروترون** چیست؟ این تابش برذرات چه اثری دارد؟ آیا الکترونهای اتمها اثری مشابه نشان می‌دهند؟

۶-۳۷ تابش دوقطبی الکتریکی قطبیدهٔ تخت است، و می‌توانیم فرض کنیم که اتمها و مولکولها مانند یك دوقطبی تابش می‌کنند. پس چرا نور گسیلیده از (مثلاً) چشمهٔ هلیوم آزمایشگاهی ناقطبیده است؟

۷-۳۷ وسیله‌ای طراحی کنید که نشان دهد یك باریکهٔ نور حامل اندازه حرکت خطی است. دقیقاً توضیح دهید که آیا مولکولهای هوا برکار این وسیله اثر خواهد گذاشت یا خیر. (مثلا ، د.ك. اثر تابش‌سنج.)

۸-۳۷ شما چه‌مدرك تجربی را مبنی براینکه نور باسرعتی غیرنامتناهی حرکت می‌کند، می‌توانید برای شخص شکاکی که اطلاعات علمی ندارد ارائه دهید؟

۹-۳۷ چشمه‌های احتمالی خطا دراندازه‌گیری سرعت نور در خلأ به‌روش مایکلسون را برشمارید. (پدیده‌های طبیعی را به‌حساب نیاورید.)

***۱۰-۳۷ فشار تابش.** موجی الکترومغناطیسی را در نظر بگیرید که به‌سطحی فلزی نزدیك می‌شود. سمتگیری نسبی بردارهای **E**، **B** و c را رسم کنید، ونشان دهید که اگر **E** یك بار آزاد را به‌حرکت وادارد، **B** باعث می‌شود که بر آن نیرویی درامتداد جهت c وارد آید (چه این بارمثبت باشد وچه منفی).

اگر این موج برروبه‌ای جاذب فرودآید، انتظار دارید که فشار تابش چگونه تغییر کند؟

***۱۱-۳۷ چگالی انرژی درموج الکترومغناطیسی.** چگالی انرژی یك میدان الکتریکی $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ است (پرسش **۴۶-۲۶**)، درحالی که چگالی انرژی یك میدان مغناطیسی $\frac{1}{2}B^2/\mu_0$ است (پرسش **۵۷-۲۰**). نشان دهید که این دوچگالی انرژی مربوط به یك موج الکترومغناطیسی اندازهٔ یکسانی دارند.

۱۲-۳۷ به‌اعتبار چه خواص فیزیکیی بین یك موج و یك ذره تمیز قائل می‌شوید؟

۱۳-۳۷ آیا ذرات می‌توانند گوشه‌ها را دور بزنند؟

۱۴-۳۷ کدام ثابت بنیادی را می‌توان به‌عنوان پیوندی میان مشخصه‌های ذره ومشخصه‌های موج به‌حساب آورد؟

۱۵-۳۷ معادلات $\lambda = \frac{h}{p}$ و $W = hf$ شامل چهار متغیر است. کدامیك را اصولاً مربوط به‌امواج وکدامیك را مربوط به‌ذرات می‌دانید؟

۱۶-۳۷ اصولاً چرا الکترونها را برای نشان‌دادن ماهیت موجی نور برگزیده‌اند؟

***۱۷-۳۷ م.ب** طول موج دوبروی مربوط به یك توپ کریکت چرمی چه‌مقدار است؟ درمورد رفتار آن توصیف ذره‌ای را برتر می‌دانید یا توصیف موجی را؟

۱۸-۳۷ م.ب دینو در آزمایشی که برای آشکارسازی امواج ایستادهٔ نور مرئی انجام داد یك لایهٔ حساس فیلم عکاسی را که ضخامت آن تنها $\left(\frac{\lambda}{۲۰}\right)$ بود به‌کار برد.

(الف) چند قطر مولکولی با این فاصلهٔ کوچك متناظرند؟

(ب) درمورد چگونگی تحقق این آرایش از لحاظ فیزیکی، اظهار نظر کنید.

MATH75.IR

۱۹-۳۷ م.ب مقادیر کمیتهای زیررا ارزیابی کنید:
(الف) بسامد امواج نور مرئی،
(ب) بزرگترین بسامدی که درهرپدیدهٔ ماکروسکوپی می‌شناسید، و
(پ) بسامد چرخشی یك‌الکترون اتم‌ئیدروژن درحالت پایهٔ آن.
این مقادیر درمورد منشأ امواج نورمرئی چه چیزی‌را بیان می‌کنند؟

۲۰-۳۷ م.ب حساسیت آستانهٔ چشم نسبت به‌نوردرحدود 10^{-17}W است. کمینهٔ تعداد فوتونهای لازم را در ثانیه، برای‌آنکه چشم بتواند چیزی را ببیند محاسبه کنید.

۲۱-۳۷ م.ب چه‌مدت طول می‌کشد تا یك تپ‌نوری:
(الف) ازیك پنجره بگذرد،
(ب) ازعرض یك اتاق بگذرد،
(پ) به‌ماه برود وبازگردد،
(ت) ازخورشید به‌زمین برسد، و
(ث) ازنزدیکترین ستاره به‌زمین برسد.

۲۲-۳۷ م.ب گالیله برای‌اندازه‌گیری سرعت نور، c، ازناظرهای‌انسانی استفاده‌کرد. اگرکل زمان‌واکنش ناظرها ۱٪ زمان انتقال سیگنال نوری باشد، چه طول قاعده‌ای‌برای این‌کار لازم است؟

مسئله‌های کمّی

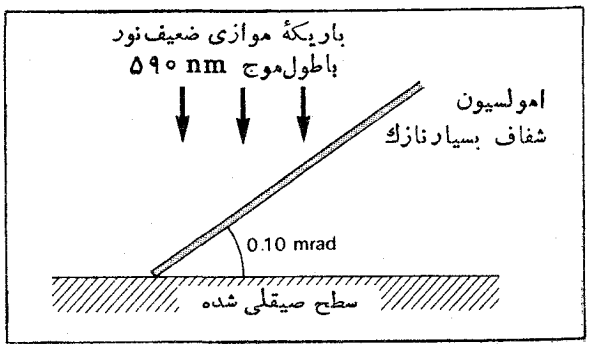
(برای پرسشهایی پیرامون اثر دوپلر، ر.ك. بخش ۱۵.)

جنبه‌های موجی وکوانتومی

۲۳-۳۷† انرژی گسستگی مونوکسیدکربون برای هر مولکول [a] ۱٫۸ است. کمینهٔ بسامد تابش‌الکترومغناطیسی که‌بتواندا‌تم‌کربون را ازاتم‌اکسیژن‌جداکند، محاسبه‌کنید.
مقدار عددی داده شدهٔ h را در محاسبه به‌کار برید.
[$2/7\times10^{15}$ Hz]

۲۴-۳۷† یك لامپ سدیوم‌باتوان ۲۰ W که برای تولید نور مرئی ساخته شده است، نوری به طول موج ۵۹۰ nm بیرون می‌دهد. درهرثانیه چند فوتون گسیل می‌کند؟
مقادیر عددی داده شدهٔ c و h را در محاسبه به‌کار برید.
[$6/0\times10^{19}$]

۲۵-۳۷† تغییرات انرژی، ΔE، به‌وجودآمده دربسیاری از فرایندهای یونش گازی در گسترهٔ 10^{-18} تا 10^{-16}J است. بااستفاده ازرابطهٔ $\Delta E = h\nu$ معلوم کنیدکه‌کدام‌بخش از طیف الکترومغناطیسی خورشید عمدتاً باعث وجود یونکرهٔ زمین می‌شود.
مقدار عددی داده شدهٔ h را درمحاسبه به‌کار برید.



شکل مربوط به‌پرسش ۲۶-۳۷

۲۶-۳۷ امواج ساکن . به‌شکل، که‌آزمایش وینر راجهت آشکارسازی امواج نوری ایستاده نشان می‌دهد، مراجعه کنید. فاصلهٔ مرکزهای، d، نواحی تیرهٔ مجاور برروی‌فیلم نوردیده چه مقدار است؟
[۳/۰ mm]

۲۷-۳۷ اندازه‌حرکت یك‌فوتون، p، ازرابطهٔ $p = h/\lambda$ به‌دست می‌آید.
(الف) فکر می‌کنیدکه‌چرا c دراین معادله نیامده‌است؟
(ب) اندازه حرکت یك فوتون نورمرئی نوعی (مثلاً $\lambda \sim 550$ nm) چه‌مقدار است؟
(پ) چه شدت‌فوتونی (آهنگ ورودی قائم‌آن برواحد مساحت) باعث‌ایجادفشار تابشی برابر $10\,\mu$Pa (تقریباً ده‌برابر فشاری‌که از تابش خورشید برروبهٔ زمین ایجاد می‌شود) خواهدشد؟ فرض‌کنید تمامی فوتونها اندازه حرکت‌یکسانی

MATH75.IR

داشته باشند.

مقدار عددی داده شدهٔ h را در محاسبه به‌کار برید.

[(پ) $۸/۳ \times ۱۰^{۲۱}$ فوتون/$sm^۲$]

***۲۸-۳۷ امواج دوبروی واتم بور.** یک الکترون را در مداری دایره‌ای به‌شعاع ۵۳ pm در نظر بگیرید. محاسبه کنید:

(الف) طول‌موجی که باید به الکترون نسبت داده شود تا الکترون دقیقاً برمحیط مدار انطباق یابد،

(ب) سرعتی که الکترون در این طول موج، خواهد داشت، و

(پ) انرژی جنبشیی که الکترون بدین ترتیب دارا است.

انرژی جنبشی الکترون در حالت پایهٔ اتم بور ۲/۲ aJ است. این مقدار در مقایسه با پاسخ شما چگونه است؟

مقادیر عددی داده شدهٔ h، m_e را در محاسبه به‌کار برید.

[(ب) ۲/۲ Mm/s]

***۲۹-۳۷ طول موج الکترونهای دوبروی.** الکترونها تحت اختلاف پتانسیل ۵۰ ولت شتاب می‌گیرند. محاسبه کنید:

(الف) سرعتی که این الکترونها کسب کرده‌اند،

(ب) اندازه حرکت آنها، و

(پ) طول‌موج دوبروی که سپس به‌این الکترونها نسبت می‌دهیم. مقدار λ در مقایسه با فاصلهٔ یونی نوعی، در یک بلور چگونه است؟ (ر.ک. آزمایش داویسون-گرمر، پرسش ۳۹-۳۴.)

مقادیر عددی داده شدهٔ e، m_e و h را در محاسبه به‌کار برید.

[(پ) ۰/۱۷ nm]

***۳۰-۳۷** انرژی جنبشی الکترونی که طول موج دوبروی برای آن ۰/۱۰ nm است، چه مقدار است؟ این الکترون در چه اختلاف پتانسیلی شتابدار شود تا چنین طول موجی داشته باشد؟

مقادیر عددی داده شدهٔ e و m_e و h را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۱۵ kv]

***۳۱-۳۷ نوترونهای گرمایی.** محاسبه کنید:

(الف) میانگین انرژی جنبشی انتقالی یک نوترون را در حالت تعادل گرمایی، در ماده‌ای با دمای متعارف ۳۰۰ K، و

(ب) طول‌موج دوبروی مربوط به‌این نوترون. توری پراش مناسبی برای نشان دادن این رفتار موج‌مانند پیشنهاد کنید. مقادیر عددی داده شدهٔ m_n، k و h را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۱۵ nm]

سرعت نور

†**۳۲-۳۷** نوسان‌نمای ویژه‌ای را به‌عنوان وسیلهٔ زمانگیری می‌توان ساخت که فاصله‌های زمانی بسیار کوتاه تا ۱۲ ns را ثبت کند. کوتاهترین فاصله‌ای که به‌روش پژواک راداری با این دستگاه می‌توان اندازه گرفت، چقدر است؟

مقدار عددی داده شدهٔ c را در محاسبه به‌کار برید.

†**۳۳-۳۷ اندازه‌گیری c به‌روش اسن.** (الف) می‌توانیم سرعت صوت را با به‌کاربردن اندازه‌های v و λ در فرمول $c = v\lambda$ به‌دست آوریم. چرا نمی‌توانیم این روش را مستقیماً برای اندازه‌گیری دقیق سرعت نور مرئی به‌کار بریم؟

(ب) عقیده بر این است که تمامی امواج الکترومغناطیسی در خلأ با سرعت یکسانی حرکت می‌کنند. اسن دریافت (۱۹۵۰) که میکروموجها در بسامد ۹/۵۰ GHz در حفره‌ای بازآوایی می‌کنند که طول موج فضای تهی از روی ابعاد آن حفره ۳۱/۵ mm به‌دست آمد. مقداری برای c بیابید. (آزمایش اسن با عدم قطعیت تجربیی در حدود ۱ به ۱۰۵ انجام گرفت.)

۳۴-۳۷ روش مایکلسون. یک آینهٔ هشت ضلعی را چنان تنظیم کرده‌ایم که وقتی آینه در حال سکون است، یک بیشینه با آن مشاهده می‌شود. وقتی که آینه با بسامد دورانی s/دور ۵۲۸ بچرخد، با استفاده از مسیری نیمه‌نوری به‌طول ۳۵/۶۳ km، بیشینهٔ بعدی مشاهده می‌شود.

(الف) مقداری برای c بیابید، و

(ب) در چه بسامدهای دورانی دیگری یک بیشینه مشاهده خواهد شد؟

[(الف) ۳۰۱ Mm/s]

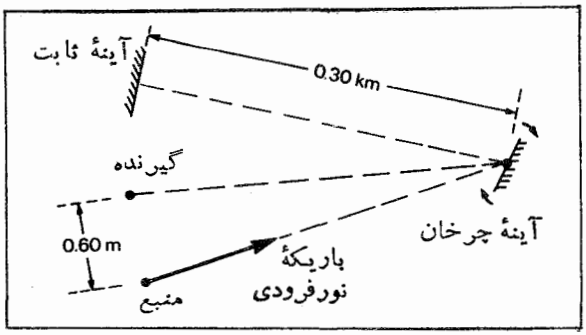
۳۵-۳۷ به‌شکل نگاه کنید. کمترین سرعت زاویه‌ای دوران

MATH75.IR

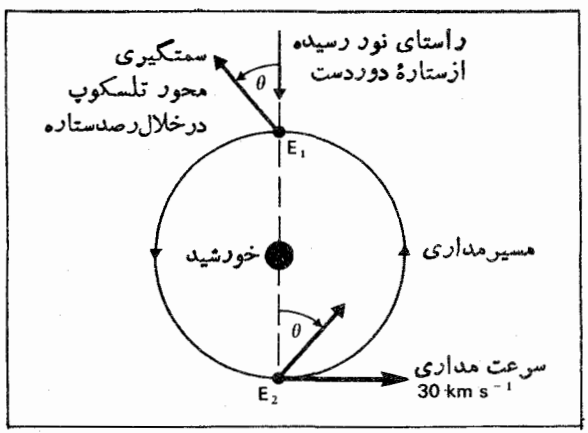
آینه که گیرندهٔ نور را توانایی می‌بخشد تا نور بازتابیده را آشکارسازی کند چه‌مقدار است؟

مقدار عددی داده شدهٔ c را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۵۰ krad/s]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۷-۳۵



شکل مربوط به‌پرسش ۳۷-۳۶

۳۷-۳۶ ابیراهی ستاره‌ای. به‌شکل نگاه کنید که نموداری مبالغه‌شده‌است، و تلسکوپی مقید به‌زمین را که برای مشاهدهٔ یك ستاره در دو لحظه به‌فاصلهٔ شش ماه به‌کار رفته است، نشان می‌دهد. زاویهٔ 2θ را حساب کنید. (راهنمایی: سرعت نوری که از ستاره می‌آید با سرعت مداری زمین جمع‌برداری می‌شود. باید توجه داشت که بنابر نظریهٔ نسبیت جمع‌برداری باسرعت نور در همهٔ موارد بزرگی یکسانی دارد.)

مقدار عددی داده شدهٔ c را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۲۰ mrad]

۳۷-۳۷ اندازه‌گیری c با استفاده از یك یاختهٔ کر. یاختهٔ کر را می‌توان به‌عنوان بستاور غیرمکانیکی برای باریکه‌های نوری به‌کار برد. برش یا **مدوله‌کردن** باریکهٔ نوری را می‌توان با استفاده از نوسانهای الکتریکی یك مدار لامپ خلأ، در بسامد بسیار بالا، انجام داد.

در آزمایشی مشاهده شد که وقتی طول مسیر نوری ۲۵۰ m، و اگر بسامد مدولاسیون ۳۰۰ kHz باشد، یك‌ربع چرخه طول می‌کشد تا تپها ازیك یاختهٔ کر به‌یاختهٔ کر دومی (که باآن همزمان شده‌است) برسند. بااستفاده ازاین ارقام مقدار c را محاسبه کنید.

(در سال ۱۹۴۱ آندرسون توانست بااستفاده از بسامدهای ۱۹ MHz، که این مقدار را باید با ۵۰ kHz، بیشینهٔ بسامدی که فیزو در سال ۱۸۴۹ با ابزار خود به‌دست آورد، مقایسه کرد. بسامد بالاتر امکان استفاده از مسیر نوری بسیار کوتاهتری را فراهم می‌آورد.) [۳۰۰ Mm/s]

***۳۷-۳۸** بزرگی کمیتهای $\mathbf{E}$، $\mathbf{B}$ و c در یك موج الکترومغناطیسی با رابطهٔ $c = E/B$ به یکدیگر مربوط می‌شوند. مقدار $\mathbf{E}$ درموجی که‌در امتداد سوی مثبت z حرکت‌می‌کند، وقتی که $\mathbf{B}$ در امتداد سوی مثبت y برابر ۱/۰ μT باشد، چه مقدار است؟ درمحاسبات خود، همراه با اعداد، واحدها را هم حساب کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ c را در محاسبه به‌کار برید.

***۳۷-۳۹ فشار تابش.** فرض کنید چگالی انرژی وشدت یك موج به‌ترتیب W/V و I است.

(الف) نشان دهید رابطهٔ $I = (W/V)c$ از نظر ابعادی سازگار است.

(ب) اگرفرض کنیم فشار تابش الکترومغناطیسی، p، که از تابش خورشید برسطح زمین ناشی می‌شود، به صورت باریکه برزمین فرودآید، وتمامی آن‌جذب شود، نشان‌دهید که به طور تقریبی $p = W/V$ اگر $I = ۱/۴ \text{ kW/m}^2$، مقدار این فشار تابش چقدر است؟

پاسخ شما درمقایسه با فشارجو درچه مقامی است؟

مقدار عددی داده شدهٔ c را در محاسبه به‌کار برید.

[(ب) ۴/۷ μPa]

MATH75.IR

۳۸ تداخل

پرسشهایی برای بحث

۳۸-۱ کدامیک از زوج چشمه‌های موج زیر همدوس هستند؟

(الف) دو بلندگو که توسط نوسانگرهای بسامد صوتی سینوسی جداگانه‌ای در بسامد همسان، فعال شده‌اند.

(ب) یك شکاف باریك که به‌وسیلهٔ نور سفید روشن شده است، و تصویر مجازی آن بر (*i*) یك تیغهٔ شیشه‌ای سیاه ساکن، یا (*ii*) یك تیغهٔ شیشه‌ای سیاه متحرك، تشکیل می‌شود.

(پ) تصاویرمجازی یك شکاف باریك که با نور سدیوم روشن شده است، و توسط منشوری با زاویه‌ای نزدیك به π rad تشکیل شده است،

(ت) یك زوج شکاف باریك که توسط یك چشمهٔ سدیوم آزمایشگاهی روشن شده است، و

(ث) یك زوج لیزر جداگانه که نورهایی با بسامدهای متفاوت گسیل می‌کنند.

۳۸-۲ آیا گسیل امواج نوری همدوس برای یك زوج اتمهای نابرهم‌کنشی امکان‌پذیر است؟ اگر چنین چیزی امکان‌پذیر باشد، بیشینهٔ دوام چنین گسیلشی چه مدت است؟

۳۸-۳ دوام گسیلش یك فوتون نوری مرئی نوعی تقریباً ۱ ns، وزمان تناوب ارتعاش موج وابسته به‌آن تقریباً ۱ fs است. می‌خواهیم نقش تداخلی این نوع نور را که ازدو چشمهٔ شکاف ناهمدوس بیرون می‌آید، آزمایش کنیم و از آن عکس بگیریم. برای این‌کار چه سرعتی برای بستاور دوربین انتخاب می‌کنید؟

۳۸-۴ وقتی میکروموجها از ورقهٔ فلزی تختی بازتابیده شوند، اندازه‌گیری زوایای تابش و بازتابش با بیشینه‌ها وکمینه‌های نقش تداخلی درهم آمیخته می‌شود. آیا چنین مشکلاتی در آزمایشهایی که با نور مرئی انجام می‌گیرند نیز وجود دارد؟ بحث کنید.

۳۸-۵ چه موقع جایز است که شدتها (به‌جای دامنه‌های) آشفتگیهای پدید آمده توسط یك زوج قطارموج برهم‌نهاده را بریکدیگر بیفزاییم.

۳۸-۶ پراش چه نقشی در آزمایش دوشکاف یانگ ایفا می‌کند؟

۳۸-۷ اثر تغییرات زیر بر روی سیستم فریز یانگ چه خواهد بود:

(الف) افزایش تدریجی پهنای شکاف چشمهٔ تك‌شکاف، و

(ب) فروبردن دستگاه در آب؟

۳۸-۸ پیرامون این نکته که چرا کمینه‌های شدت در یك آزمایش دو شکاف یانگ صفر نیست، بحث کنید.

۳۸-۹ چرا وقتی از مرکز نقش فریزی دوشکاف دور می‌شویم، تباین این نقش محو می‌شود؟

۳۸-۱۰ عملکرد تك شکاف دریك آزمایش دوشکافی نوری چیست؟

۳۸-۱۱ یك پوسهٔ حباب کف صابون روی قابی سیمی ساخته می‌شود، و سپس در صفحه‌ای قائم نگه داشته شده و با نور سفید روشن می‌شود. تغییراتی را که با گذشت زمان مشاهده می‌شود توضیح دهید.

۳۸-۱۲ یك پوسهٔ نازك میکا ازیك بلور بزرگ جدا شده است. چگونه ضخامت آن‌را به‌دقت تعیین می‌کنید؟

۳۸-۱۳ یك عدسی‌استوانه‌ای روی یك صفحهٔ شیشه‌ای که از نظر نوری تخت است، قرارگرفته، و با نور تکرنگ روشن می‌شود. نقش فریزی را که باید مشاهده شود، رسم کنید.

۳۸-۱۴* اثرفرایندهای زیر برسیستم حلقهٔ نیوتون چیست:

MATH75.IR

(الف) کاهش تدریجی ضخامت پوسهٔ هوای میان عدسی وصفحهٔ تخت. (با این‌فرض که آنها ابتدا ازهم جدا باشند.)

(ب) جایگزینی صفحهٔ تخت توسط رویه‌ای منحنی که انحنای آن همسان انحنای سطح عدسی باشد؟ (پاسخی کمی ارائه دهید.)

۱۵-۳۸* یك سیستم فریز حلقهٔ نیوتون، به‌روش معمول و با استفاده از یك عدسی تخت ـ گوژ و یك صفحهٔ تخت نوری به‌همان ضریب شکست ۱/۵، برپا می‌شود. تأثیر بازتابش بر سیستم تشکیل شده را درشرایط زیر تشریح کیفی کنید:

(الف) وقتی به‌جای پوسهٔ هوا، لایه‌ای از یك مایع به‌ضریب شکست ۱/۶ قرار گیرد، و سپس،

(ب) این صفحه را با صفحهٔ دیگری که ضریب شکست آن ۱/۷ است جایگزین کنیم.

(راهنمایی: $\lambda_n = \lambda_0/n$)

۱۶-۳۸* چرا وقتی یك سیستم فریز حلقهٔ نیوتون را ازطریق نور بازتابیده مشاهده می‌کنیم، نسبت به‌هنگامی که آن را ازطریق نور ترا گسیلیده می‌بینیم، تباین بهتری نشان می‌دهد؟

۱۷-۳۸* یك سیستم فریز حلقهٔ نیوتون ازطریق به‌کار گرفتن نور سدیوم تشکیل می‌شود. وقتی که فاصلهٔ عدسی ـ صفحه با یکنواختی از صفر رو به‌افزایش گذارد، تباین سیستم فریز کم و زیاد می‌شود. چرا؟

مسئله‌های کمّی

قطارهای موج نور مرئی

۱۸-۳۸† **مسیر نوری.** نوری با طول موج فضای تهی ۶۰۰ nm بر پوسه‌ای از یك ماده به‌ضخامت ۸۰ μm، و ضریب شکست ۱/۵۰، فرود می‌آید.

(الف) این طول موج در درون ماده چه مقدار است؟

(ب) چند موج کامل در ضخامت این پوسه جا می‌گیرند؟

(پ) چه طولی از خط شامل همین تعداد موج است؟

(این کمیت **مسیر نوری** مادهٔ مربوطه خوانده می‌شود.)

[(الف) ۰/۱۲ mm (پ)]

۱۹-۳۸† طول موج یك تابش الکترومغناطیس به‌بسامد $5/0 \times 10^{14}$ Hz، در شیشه ($n_g = 1/5$) چه مقدار است؟ مقدار عددی داده شدهٔ c را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۴۰ μm]

۲۰-۳۸† اتمی در یك دورهٔ زمانی ۰/۴۰ ns نوری را به‌طول موج ۵۰۰ nm گسیل می‌کند. چند ارتعاش کامل در این قطار موج وجود داشته است؟

مقدار عددی داده شدهٔ c را در محاسبه به‌کار برید.

[$2/4 \times 10^5$]

آزمایشهای چشمهٔ دوگانه

۲۱-۳۸† در یك آزمایش دوشکافی یانگ، فاصلهٔ شکافهای دوتایی ۰/۵ mm است، و باریکهٔ همدوس نوری به‌طول موج ۰/۵۹ μm آن را روشن کرده است. فاصلهٔ زاویه‌ای فریزهای تاریك مجاور چه مقدار است؟

[۱/۲ mrad]

۲۲-۳۸ در یك آزمایش دوشکافی یانگ یك زوج شکاف به‌فاصلهٔ ۰/۴۰ mm ازیکدیگر، در ۶۰۰ میلیمتری صفحهٔ مشاهده قرار گرفته‌اند. یك چشمی متحرك برای پیمودن فاصلهٔ فریز mام تا فریز $(m+10)$ام، به‌اندازهٔ ۷/۵ mm حرکت می‌کند.

(الف) طول موج نوری که به‌کار رفته، چه مقدار بوده است؟

(ب) در شرایط زیر (هریك به‌طور مستقل) پهنای نوار چه مقدار خواهد بود:

(*i*) فاصلهٔ شکافها ۰/۲۰ mm بوده است،

(*ii*) فاصلهٔ شکاف ـ پرده ۸۰۰ mm بوده است، و

(*iii*) نور قرمز که برای آن $\lambda = 700$ nm، به‌کار گرفته شده است؟

[(الف) ۰/۵۰ μm]

۲۳-۳۸ به‌شکل نگاه کنید. S_1 و S_2 چشمه‌های فاز پیوند

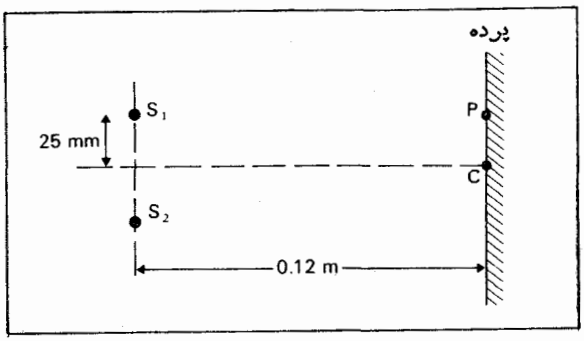
MATH75.IR

یافتهٔ یکسانی هستند که امواجی سینوسی به‌طول موج ۲۰ mm تولید می‌کنند، واختلاف فاز این امواج $\Delta\phi$ است. بیشینهٔ شدت در P مشاهده می‌شود، ولی بین C و P بیشینه‌ای وجود ندارد. پیدا کنید:

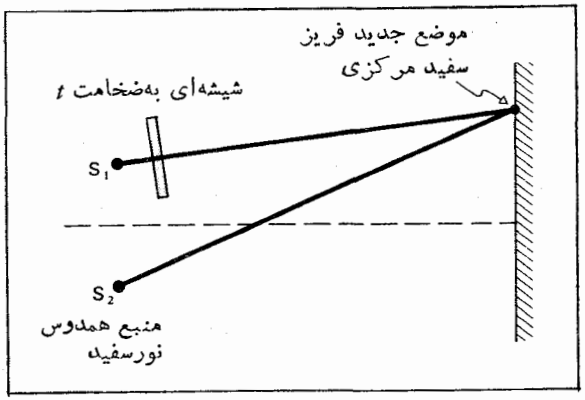
(الف) مقدار $\Delta\phi$ را، و

(ب) شدت نسبی را در C.

[(الف) π rad (ب) صفر]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۸-۲۳



شکل مربوط به‌پرسش ۳۸-۲۴

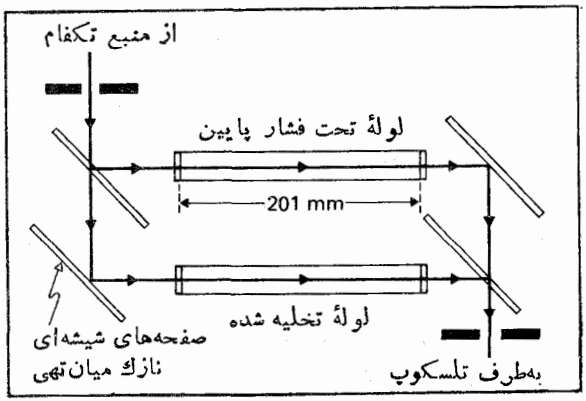
۳۸-۲۴ اختلاف مسیر نوری. به‌شکل نگاه کنید، که در آن $S_1S_2 = 0/250$ mm وفاصلهٔ شکاف-پرده 0/40 m است. ضریب شکست شیشه نیز 1/50 است.

(الف) مسیر اضافی نوری که با ضمیمه کردن شیشه به‌وجود می‌آید، برحسب t چقدر است؟

(ب) اگر این ضمیمه کردن شیشه باعث شود فریز سفید مرکزی به‌اندازهٔ ۱۰ mm جابه‌جا شود، مقدار t چه مقدار است؟

[(ب) ۲۰ μm]

۳۸-۲۵ تداخل‌سنج پول. چشمهٔ نوری بسیار کوچک S نزدیک به‌یک ورقهٔ میکا به‌ضخامت ۱۰ μm قرار گرفته است. امواجی که روی‌هم می‌افتند از چشمه‌های مجازی که تصویرهای S در جلو و پشت رویه‌های ورقهٔ میکا هستند، می‌آیند. فاصلهٔ این چشمه‌ها چه مقدار است؟ (پاسخ خود را باید با نوعی ازفاصلهٔ شکافهاکه در آزمایش دوشکافی به‌دست می‌آید، مقایسه‌کنید. صفحهٔ مشاهده عمود برخطی است که دو منبع را به‌هم وصل می‌کند و فریزهای دایره‌ای هم مرکز بزرگی را نشان می‌دهد.)



شکل مربوط به‌پرسش ۳۸-۲۶

۳۸-۲۶ تداخل‌سنج تغییر یافتهٔ ژامن. به‌شکل نگاه کنید. ناظری که از تلسکوپ نگاه می‌کند، یك‌سیستم فریز مشاهده می‌کند. هوا به‌روشی کنترل شده به‌لولهٔ بالایی می‌رود، و باعث می‌شود که سیستم از علامت چلیپای چشمی به‌کندی دور شود. همچنانکه تعداد از پیش تعیین شدهٔ فریزها، m، ازعلامت چشمی دورمی‌شوند، فشارسیستم، p، به‌ترتیبی که در جدول زیر می‌آید، اندازه‌گیری می‌شود:

اندازه‌گیریها با استفاده از نور سدیوم به‌طول موج ۵۸۹ nm، در ۲۴ °C انجام می‌شود.

(الف) نموداری رسم کنید که بتوانید مقدار m راکه با فشار متعارف متناظر است، از روی آن پیدا کنید.

(ب) **شکستمندی** (مقدار $(n-1)$) هوا را درفشار-دمای

MATH75.IR

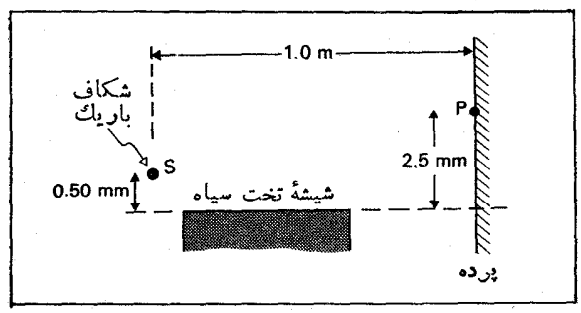
متعارف، محاسبه کنید.

مقادیر عددی داده شدهٔ p_0 و پخ T را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۹۱ (ب) $۲/۹ \times ۱۰^{-۴}$]

p برحسب kPa	۰/۵۳	۱۶/۸	۳۳/۶	۵۰/۶	۶۷/۳	۸۳/۸	۹۵/۰
m برحسب تعداد درواحد	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰	۷۵	۸۵

***۲۷-۳۸ آینهٔ لوید.** به‌شکل که به‌مقیاس نیست، مراجعه کنید. اگر شکاف با نوری به طول موج ۵۰۰ nm روشن شود، ناظری که از یك چشمی متحرك استفاده می‌کند در P چه چیزی خواهد دید؟



شکل مربوط به‌پرسش ۲۷-۳۸

***۲۸-۳۸ دو منشور فرنل.** نور تکرنگ موازیی که از موازی‌ساز یك طیف‌سنج بیرون‌آمد عمود بر قاعدهٔ منشوری با زاویهٔ شکست بسیار بزرگ ($\lesssim \pi$ rad)، از آن منشور عبور کرد، و زاویهٔ میان باریکه‌های موازی صادره ازدونیمهٔ دومنشوری، به وسیلهٔ تلسکوپ طیف‌سنج، ۵/۰ mrad اندازه‌گیری شد. اگر شکافی باریك به‌فاصلهٔ ۰/۱۰ m از منشور قرار می‌گرفت، فاصلهٔ خطی دوتصویرمجازی تشکیل شده توسط این منشورچه مقداری می‌شد؟ در توجیه پاسخ خود نموداری ترسیم کنید. روشنایی دوتصویردر مقایسه با تصاویری که در آرایش دوشکافی تشکیل می‌شود چگونه است؟ [۰/۵۰ mm]

***۲۹-۳۸ نمایانی فریز.** در یك آزمایش دوشکافی، وقتی که یکی‌ازشکافها را بپوشانیم، مرکز پردهٔ مشاهده ازشکاف دیگرنوری به‌شدت I_0 دریافت می‌کند. وقتی‌که وظیفهٔ آنها را با یکدیگر عوض کنیم، شدت $۴ I_0$ می‌شود.

(الف) دامنه‌های نسبی آشفتگیهای تولیدشده ازهریك از شکافها را به‌طور جداگانه محاسبه کنید.

(ب) وقتی‌این دوشکاف پرده را با هم روشن کنند، بیشینه وکمینهٔ دامنه‌ها برپرده چه مقدار است؟

(پ) **نمایانی فریز**، V، چنین تعریف می‌شود:

$$V = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min})$$

که I_{max} و I_{min} شدت فریزهای روشن و تاریك مجاورند. در (i) این سیستم، و (ii) سیستمی با تباین ایده‌آل که در آن، دوشکاف شدتهای برابری پدید می‌آورند، نمایانی را محاسبه کنید.

[(پ) (i) ۰/۸۰]

پوسه‌هایی با ضخامت ثابت

۳۰-۳۸ تقسیم دامنه. درفرودی تقریباً قائم‌ضریب بازتابش (شدت)، R، برای نوری که ازسطح مشترك میان محیطهایی با ضرایب شکست n_1 و n_2 می‌گذرد از این رابطه به‌دست می‌آید:

$$R = \left\{\frac{(n_2 - n_1)}{(n_2 + n_1)}\right\}^2$$

(الف) چه درصدی از انرژی نور ازیك سطح مشترك هوا-آب نوعی(که درآن $n_2 \approx ۱/۵$ و $n_1 = ۱/۰$ است) عبور داده می‌شود؟

(ب) در این صورت دامنهٔ نسبی باریکهٔ بازتابیده چه مقدار است؟

[(الف) ۹۶٪ (ب) ۰/۲۰]

***۳۱-۳۸** به‌شکل نگاه کنید.

(الف) اختلاف مسیرنوری میان امواجی که مسیرهای A و B را می‌پیمایند، برحسب t و λ بنویسید. از تأثیرات شکست چشم بپوشید.

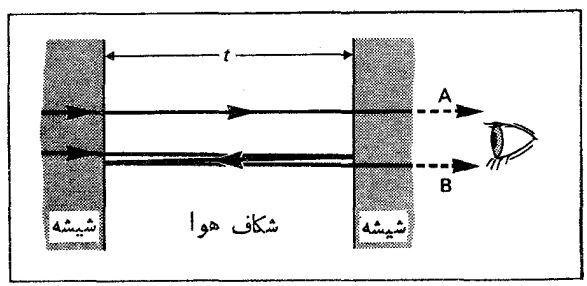
MATH75.IR

(ب) چنین پرتوهایی تحت چه شرایطی به‌طور ویرانگر برهم نهاده می‌شوند؟

(پ) اگر ناظری یك نورتکرنگ با طول موجهای زیر را به‌کاربرد، به‌ازای $t = ۱/۲۰\ \mu m$ چه خواهد دید:

(i) ۵۳۳ nm (ii) ۵۰۰ nm (iii) ۴۸۰ nm؟

[(پ) (i) حذف]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۸-۳۱

***۳۸-۳۲** ناظری یك باریکهٔ موازی نورسفید را از پوسه‌ای همانند آنکه در پرسش **۳۸-۳۱** مورد بحث قرار گرفت، می‌تاباند، ونورعبورکرده را ازطریق یك طیف‌سنج منشوری می‌آزماید. و در طرف دیگر طیف پیوسته‌ای از نور مرئی می‌بیندکه تنها با دونوار تاریك قطع شده است. مرکز این نوارها با طول موجهای ۶۰۶ nm و ۴۳۳ nm متناظر است.

(الف) ضخامت پوسه چه مقدار است؟

(ب) توضیح‌دهیدکه اودرهرطرف مرکز هرنوارتاریك چه می‌بیند، و چرا.

[(الف) ۰/۷۶ μm]

***۳۸-۳۳** وقتی‌یك پوسهٔ حباب‌کف صابون‌چکان را با نور بازتابیده‌ای به‌طول موج ۶۰۰ nm نگاه‌کنیم، تاریك به‌نظر می‌آید. مقادیری ممکن برای ضخامت آن پیشنهادکنید.

***۳۸-۳۴ اندودن (بالا بردن کیفیت) عدسی یك دوربین.** عدسی یك دوربین‌که از شیشهٔ فلینت ساخته شده است، با فلوریـد منیزیوم ($n_c = ۱/۳۸$) اندود می‌شود تـا اتلاف انرژی ناشی از بازتابش برآن را بکاهند.

(الف) طول موج نور زردی با طول موج فضای تهی ۵۵۵ nm، در درون این اندود چه مقدار است؟

(ب) کمینهٔ ضخامت اندودی‌که باعث خواهد شد امواج بازتابیده از سطوح رویی وزیرین به‌طور ویرانگر برهـم نهاده شوند، چه مقداراست؟ چـه فرضی برای این محاسبه ضروری است؟ آیا این ویرانی لزوماً کامل خواهد بود؟ در این صورت جلوهٔ عدسی ازطریق نور بازتابیده چگونه است؟

[(ب) ۰/۱۰ μm]

***۳۸-۳۵** پرسش پیشین‌را یکباردیگرموردتوجه قراردهید. وقتی دامنـهٔ امواج برهم‌نهاده با هـم برابر باشند، شدت بازتابیدهٔ یـك طول موج خاص به‌صفرکاهش پیدا می‌کند. این اتفاق هنگامی در مورد یك عدسی واقـع درهوا پیش می‌آیدکه $n_c^2 = n_g n_a$.

(الف) چه‌مقداری از n_g برهمنهی‌کاملاً ویرانگری تولید خواهدکـرد؟ از روی جدولها بررسی کنیدکـه آیا چنین شیشه‌هایی درجایی ساخته شده‌اند.

(ب) در این حال برای انرژیی‌کـه معمولاً بازتابیده می‌شود چه اتفاقی پیش می‌آید؟

پوسه‌هایی با ضخامت متغیر

***۳۸-۳۶ حلقه‌های نیوتون.** یـك سیستم حلقـهٔ نیوتـون به‌روش معمول بـا به‌کارگرفتن نور تکرنگ به‌طول موج ۶۲۵ nm، و یك عدسی به‌شعاع انحنای ۱/۰۰ m برپـا می‌شود. عدسی با صفحه‌ای شیشه‌ای درتماس است.

(الف) شعاع حلقهٔ تیره، متناظر با مرتبهٔ دهم تداخل، چه مقدار است؟

(ب) اگرصفحهٔ شیشه‌ای به‌تدریج مسافت قائم ۰/۷۸ μm را پایین بیاید، در حالی‌که عدسی از تأثیرعوامل خارجی درامان‌مانده باشد، رفتارسیستم فریزچگونه خواهدبود؟ آیا فکر می‌کنیدکمترین جنبشی‌که می‌توانید بـا این‌روش آشکارسازی کنید، چه مقدارخواهد بود؟ چگونه می‌توان این آرایش را در جهت حساسترکردن آن بهبود بخشید؟

[(الف) ۲/۵ mm]

MATH75.IR

*۳۸-۳۷ **فریزهای گوه‌ای.** آزمایش زیر برای اندازه‌گیری قطریك تارمو انجام گرفته است. دو صفحهٔ شیشه‌ای از لحاظ نوری تخت، از یك لبه با یکدیگر درتماس قرار گرفتند، و سپس تارمو درمیان این دو صفحه، موازی خط مماس و به‌فاصلهٔ ۱۰۰ mm از آن، قرارداده شد. به‌گوهٔ هوا به‌طور قائم نور سدیوم (طول موج ۵۸۹ nm) تابیده شد، و نور بازتابیده فریزهای تداخلی موازی و راستی را درموضع گوه آشکار کرد، که فاصلهٔ آنها از یکدیگر ۱/۰ mm بود. قطر تارمو را محاسبه کنید. آیا یك دستگاه ریزسنج پیچی می‌تواند به‌همین میزان دقیق باشد؟ آیا این نوع اندازه‌گیری ضرورتاً از دقت کمتری برخوردار است؟

[۲۹ μm]

۳۹ پراش

پرسشهایی برای بحث

۳۹-۱ آیا هیچ تمایز معنی‌داری میان پراش و تداخل وجود دارد؟

۳۹-۲ پیرامون این نکته که چرا وقتی نور خیلی درخشان است، نمی‌توانیم جزئیات اشیا را واضح ببینیم، دلیلی ارائه کنید.

۳۹-۳ چرا پراش در تلسکوپ بیشتر مزاحم است تا در دوربین؟

۳۹-۴ چرا گاهی از نور فرابنفش برای روشن‌کردن اشیاء زیر میکروسکوپ استفاده می‌شود؟

۳۹-۵ آیا هنگام عکس گرفتن از یك ستاره، حتی اگر عدسی شیئی تلسکوپ بدون ابیراهی رنگی باشد، درکاربرد یك پالایهٔ آبی مزیتی وجود دارد؟ اگر چنین است پاسخ خود را چگونه با این واقعیت که گرفتن عکس منظره‌ها با نور فروسرخ، غالباً از وضوح بیشتری برخوردار است، وفق می‌دهید؟

۳۹-۶ وقتی درفرود قائم یك توری پراش به‌کار می‌بریم، گاهی اتفاق می‌افتد که مرتبهٔ سوم طیف بنفش مرتبهٔ دوم طیف قرمز را می‌پوشاند. آیا این اتفاق همیشه روی می‌دهد؟ پاسخ شما باید شامل یك محاسبه باشد.

۳۹-۷ توری بازتابش چه برتریی بر توری انتقال دارد؟

۳۹-۸ آیا هیچ راهی برای تمیزدادن عکسی از یك طیف حاصل از توری، نسبت به‌عکس یك طیف ناشی از منشور وجود دارد؟

۳۹-۹ آیا برای تعیین رضایتبخش یك طول موج می‌توان از یك طیف‌سنج منشوری استفاده کرد؟ پاسخ شما باید شامل چند مرتبهٔ بزرگی باشد.

۳۹-۱۰ اگر درآزمایش یانگ یکی از دوشکاف را با پرده‌ای کدر بپوشانیم، چه چیزی دیده می‌شود؟

۳۹-۱۱ نور سفید شدید از داخل شکاف باریکی برپردهٔ سفیدی تابانده شده، و روی پرده اثرات رنگین مشاهده می‌شود. چه عاملی باعث می‌شود که رنگها از هم تفکیك شوند؟

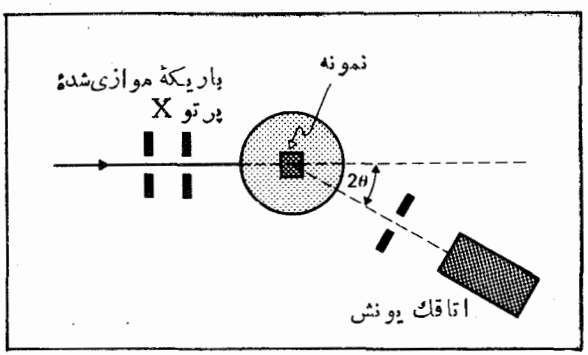
*۳۹-۱۲ (الف) نقش موضع شدت به‌دست‌آمده از یك آزمایش دوشکافی را که درآن پهنای شکافها چشمپوشیدنی بوده است، به‌طور نظری ترسیم کنید.

(ب) نقش موضع شدت نورتکرنگی را که تحت‌شرایط فرانهوفر ازطریق یك تك‌شکاف کوچك اما با پهنای متناهی پراشیده شده است، ترسیم کنید.

(پ) با استفاده از نقش (ب)، نقش نظری (الف) را

MATH75.IR

مدوله کنید، و بدین‌ترتیب نقش واقعی ناشی ازیك آزمایش دوشکافی را به‌دست آورید. نمودار شما باید نشان دهدکه عـوامل زیـر تغییرات شدت را چگونـه کنترل می‌کند: $s(i)$، فاصلـهٔ بین دو شکاف، و $a\ (ii)$، پهنای هریك از شکافها.



شکل مربوط به‌پرسش ۳۹-۱۳

***۳۹-۱۳** بـه شکل توجه‌کنید. زاویهٔ 2θ روی اندازه‌ای دلخواه تنظیم شده است. توضیح دهید آنگاه‌که:

(الف) باریکه تکرنگ، ونمونه بلورین باشد،

(ب) باریکه تکرنگ، و نمونـه به صورت گردی کاملاً خردشده باشد، و

(پ) نمونه بلورین، ولی باریکه شامل طیف پیوسته‌ای ازطول موجها باشد، چه‌چیزی آشکارسازی می‌شود؟

***۳۹-۱۴ م. ب** می‌خواهیم با استفاده از یك دوربین بـا روزنهٔ سوراخ سوزنی ازیك صفحهٔ چاپ شده عکس بگیریم. اگر بتوانیم زمان نوردهی را به هرمقدار دلخواهی اختیار کنیم، بهترین قطر سوراخ سوزنی را پیشنهادکنید.

۳۹-۱۵ م. ب از چه فاصله‌ای یك ناظرمی‌تواند چراغهای جلوی یك اتومبیل لندرور را (که فاصلهٔ آنها ازهم تقریباً ۱m است) ازچراغهای جلوی یك موتورسیکلت تشخیص دهد؟ درپاسخ خود هر فرضی راکه درمورد چشم انسان در نظر می‌گیرید، بیان کنید.

***۳۹-۱۶ م. ب** از داده محاسبه، بیشترین فـاصله‌ای را که چشم انسان می‌توانـد درآن مسافت حروف درشت عنوان روزنامه را بخواند، برآوردکنید.

مسئله‌های کمّی

توری پراش

†**۳۹-۱۷** بیشترین فاصله بین اجزای توریی را که ازنور سدیوم، به‌طول‌موج ۵۸۹ nm، که به طور قائم برآن فرود می‌آید، تنها طیف مرتبهٔ چهارمی را به‌دست دهد، پیداکنید.

[۲/۴ μm]

†**۳۹-۱۸** وقتی نور قرمز به‌طول موج ۷۰۰ nm به‌طور قائم ازیك توری گذشته بـاشد مرتبهٔ اول بیشینه‌ای را در انحراف ۹۰° نشان می‌دهد.

(الف) فاصله‌بندی توری وپراش زاویه‌ای راکه برروی کل طیف مرئی (مثلاً ۴۰۰ nm به‌بالا) پدید خواهد آمد، محاسبه‌کنید.

(ب) درچه جهتی (یا جهتهایی) یك آشکارساز به‌تابشی با طول موج ۷۵۰ nm پاسخ می‌دهد؟

[(الف) ۰/۷۰ μm، ۵۵°]

۳۹-۱۹ یك لامپ هلیوم، امواجی به طول ۵۸۷ nm و ۶۶۸ nm بیرون می‌دهدکه به‌طور قائم بریك توری انتقال نوری با فاصله‌بندی ۵۰۰ خط در mm فرود می‌آید:

(الف) فاصلهٔ زاویـه‌ای این خطوط درطیف مرتبهٔ اول چه مقدار خواهد بود؟

(ب) اگر تصویری ازطیف به‌وسیلهٔ یك عدسی به‌فاصلهٔ کانونی ۲۰۰ mm تشکیل شود، فاصلهٔ خطی مرکزهـای تصاویر دوخط چه مقدار خواهد بود؟

[(الف) ۲/۴° (ب) ۸/۵ mm]

۳۹-۲۰ طیف مرئی تقریباً گسترهٔ طول موجی ۴۰۰ nm تا ۷۰۰ nm را می‌پوشانـد. نور سفیدی از یـك توری به‌پهنای ۲۰ mm که روی آن ۱۲×۱۰^۳ خط رسم شده است، می‌گذرد. پاشندگی زاویـه‌ای طیفهای مرتبهٔ اول و دوم چه مقدار است؟ در مورد مزیتهـای نسبی این دوطیف

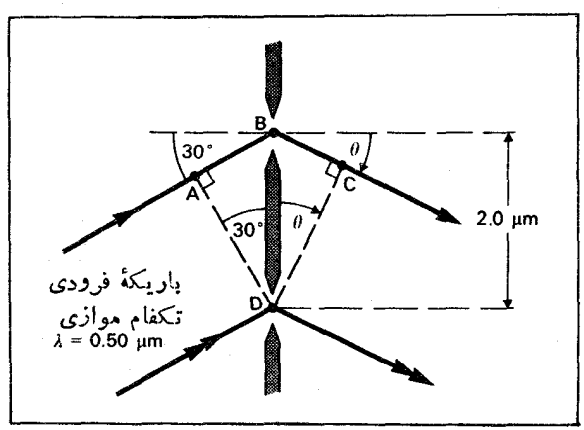
MATH75.IR

به‌منظور اندازه‌گیری ومشاهده نظر دهید.

[۱۱° و ۲۸°]

*۲۱-۳۹ بدون استفاده ازماشین حساب، فاصلهٔ زاویه‌ای یک سدیوم دوتایی (طول موجهای ۵۸۹/۰۰ nm و ۵۸۹/۵۹ nm) راکه به‌وسیلهٔ توری پراشی به فاصله‌بندی ۱/۰۰ μm روی طیف مرتبهٔ اول پدید می‌آید، پیدا کنید. درمورد تعداد ارقام معنی‌داری‌که باید درپاسخ خود به‌کار برید دقیقاً بیندیشید. (راهنمایی: مثلثی رسم کنید که از روی آن بتوان معادلهٔ توری پراش را استنتاج کرد.)

[۰/۷(۳) mrad]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۹-۲۲

*۲۲-۳۹ **فرود مایل بریك توری.** به‌شکل توجه‌کنید، که فرود نوری را به‌طور مایل بریك توری نشان می‌دهد.

(الف) اختلاف مسیرهای امواجی‌که مسیر ABC را می‌پیمایند وامواجی‌که برقطار موج درنقطهٔ D واقعند، برحسب θ، بیابید.

(ب) در چه شرایطی امواج صادره ازتوری به طور سازنده برهم نهاده می‌شوند؟

(پ) یك ناظر طیفهای زیر را درچه جهتهایی مشاهده خواهدکرد:

(*i*) طیف مرتبهٔ صفرم،

(*ii*) طیفهای مرتبهٔ اول؟

[(پ) (*i*) ۳۰° — (*ii*) ۱۴° — و ۴۹° —]

*۲۳-۳۹ **پاشندگی،** D، یك توری پراش از رابطهٔ $D = d\theta/d\lambda$ تعریف می‌شود. نشان دهید که برای، s، یك فاصله‌گذاری معین توری و θ، زاویهٔ دید معلوم، پاشندگی با مرتبهٔ m از طیفی‌که تحت بررسی است، متناسب است.

*۲۴-۳۹ **توان تفکیك یك توری.** فرض کنید اختلاف دوطول موجی‌که بتوان آنها را ازیکدیگر تمیز داد، $\Delta\lambda$ باشد. دراین‌صورت برای یك طیف‌مرتبهٔ نخست، R، توان تفکیك یك شبکه (بنابر معیار تقریبی رایلی) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R \equiv \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N$$

که درآن N تعدادکل خطوط روی توری، و λ میانگین طول موج است.

یك توری باید چند خط داشته باشد تا ناظری بتواند خطوط سدیوم، D، (۵۸۹/۰۰ nm و ۵۸۹/۵۹ nm) را درطیف‌مرتبهٔ اول ازهم تفکیك‌کند؟ اگر طیف مرتبهٔ دوم را به‌کار بریم، پاسخ شما چه تغییری خواهد کرد؟ آیا هیچ محدودیتی درمورد فاصله‌گذاری توری وجود دارد؟ آیا با استفاده از شبکه‌هایی که خود انتخاب می‌کنید، خواهید توانست‌که خطوط D را ازهم تمیز دهید؟

[۱/۰ × ۱۰³ خط]

نوع دیگر پراش فرانهوفر

*۲۵-۳۹ موجهای تختی با طول موج ۶۰۰ nm به‌طور قائم برشکاف باریکی به‌پهنای ۰/۴۰ mm فرود می‌آیند. پردهٔ مشاهده را باید درچه فاصله‌ای از شکاف قرار دهیم تانخستین فریزهای تاریك (مرکزی) را به‌فاصلهٔ ۵/۰ mm ازیکدیگر نشان دهد؟

[۱/۷ m]

*۲۶-۳۹ یك باریکهٔ موازی نور تکرنگ به‌طول موج ۵۵۰ nm به‌طور قائم برشکاف درازی به‌پهنای a فرو می‌افتد. نقش پراش بر پرده‌ای‌که ۱/۰ m دورتر قرار

MATH75.IR

گرفته است، مشاهده می‌شود و از روی این مشاهده درمی‌یابیم که فاصلهٔ میان فریزهای تاریکی که در کنار بیشینهٔ مرکزی واقع شده‌اند، ۲/۰ mm است. a را پیدا کنید.

[۰/۵۵ mm]

*۳۹-۲۷ ناظری برای نشان دادن ماهیت موجی پرتو X با آزمایش تك شکاف درآنها پراش ایجاد می کند. پهنای زاویه‌ای ۰/۱ mrad را می‌توان آشکارسازی کرد، وتصور می‌شود که طول‌موج به‌کار رفته درحدود ۰/۱ nm است. بیشینهٔ پهنای شکافی که می‌توان ازآن استفاده کردچه مقدار است؟

[۱ μm]

*۳۹-۲۸ یك باریکهٔ موازی تکرنگ به طول موج ۶۰۰ nm برعدسی دایره شکلی به‌قطر ۵۰ mm و فاصلهٔ کانونی ۱/۰ m فرومی‌افتد. قطر نخستین حلقهٔ تاریك را درتصویر «نقطه‌ای» محاسبه کنید، و با استفاده ازپاسخ خود بررسی کنید که آیا می‌توان اثرات پراش را با چشم غیرمسلح تشخیص داد؟ (به‌یاد داشته باشید که چون در اینجا روزنه‌ای دایره‌ای داریم، باید ضریب ۱/۲۲ را به‌کار بریم.)

[۲۹ μm]

توان تفکیك

*۳۹-۲۹ **معیار رایلی.** (الف) نوری موازی به‌طول‌موج ۶۰۰ nm موازی با محور یك عدسی برآن فرود می‌آید، و فریزهای آنها برصفحهٔ کانونی متمرکز می‌شوند. اگرقطر عدسی ۲۰ mm باشد، زاویه‌ای که درونیترین فریز تاریك با محور عدسی می‌سازد چه مقدار است؟

(ب) اگر بخواهیم باریکهٔ موازی دومی را وارد همین عدسی کنیم به طوری که فریزهای متمرکز شدهٔ آن برصفحهٔ کانونی در روی یا خارج از درونیترین فریز تیرهٔ باریکهٔ نخست قرار گیرد، با چه زاویه‌ای باید آن را برعدسی فرود آوریم؟

(پ) نقشهای شدت این‌دو باریکه را جداگانه رسم کنید، وبرای آنکه ببینید آیا چشم (اصولاً) می‌تواند دو تصویر «نقطه‌ای» جداگانه را ازهم تشخیص دهد، آنها را برهم نهید. (بنابر **معیار رایلی** نقشها به‌شرطی ازهم قابل‌تمیزندکه شرط (ب) دراًنها صدق کند.)

[(الف) ۳۷ μrad]

*۳۹-۳۰ **روزنه‌های دایره‌ای.** پیرو معیار رایلی، تنها در صورتی می‌توان دوشیء نقطه‌ای راکه تحت زاویهٔ θ دیده می‌شوند، ازهم تمیز دادکه $\theta \geqslant 1/22\lambda/D$، که λ طول موج تابش الکترومغناطیسی به‌کار رفته برای آشکارسازی، و D قطر روزنهٔ دایره‌ای یا آنتن گیرنده است.

(الف) مقدار θ برای چشم انسانی به قطر مردمك ۴ mm، با استفاده ازنوری به‌طول موج ۶۰۰ nm، چه مقدار است؟

(ب) وقتی تلسکوپ هونت پالومار نورآبی به‌طول‌موج ۴۰۰ nm را دریافت می‌کند، توان تفکیکی برابر $\theta = 0/1\ \mu rad$ دارد. قطر آن را برآوردکنید.

(پ) فرض کنید قطر آنتن‌گیرندهٔ رادیو تلسکوپ جودرل بنك ۷۰ m است. بزرگترین طول موجی که این آنتن می‌تواند دریافت کند و باوجود این بتواند اشیایی را که تحت زاویهٔ ۳/۷ mrad دربرابر آن قرار دارند، از هم تفکیك کند، چه مقدار است؟ (این طول موج مشخص به‌وسیلهٔ ئیدروژن گسیل می‌شود، و بیشتر در رادیو اخترشناسی به‌کار می‌رود.)

[(الف) ۰/۲ mrad (ب) ۵ m (پ) ۰/۲۱ m]

معادلهٔ براگ

*۳۹-۳۱ **صفحات براگ.** به‌شکل توجه کنید، که آرایش یونها را در داخل یك بلور مکعبی (مانند ClNa) نشان می‌دهد. خطچینها محل تقاطع صفحات یونها با صفحهٔ کاغذ را می‌نمایانند.

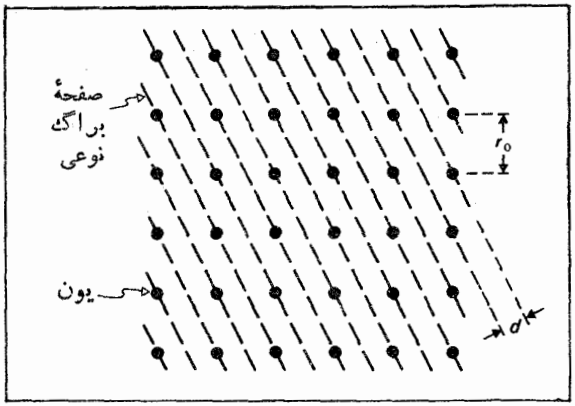
(الف) فاصله گذاری این‌صفحات چگونه بافاصلهٔ یونی، r_0، ارتباط پیدا می‌کند؟

(ب) برروی این نمودار، دو مجموعهٔ دیگر صفحات مشابه رسم کنید. احتمالاً کدامیك ازاین سه‌شکل شدیدترین

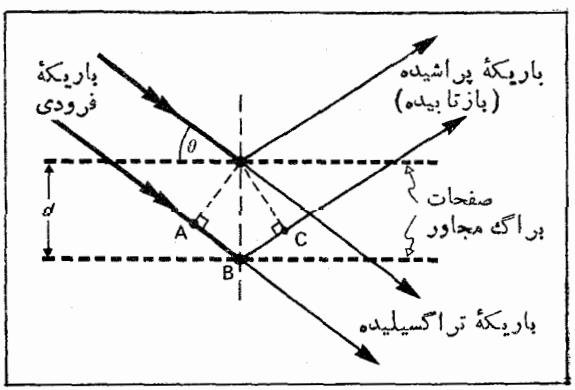
MATH75.IR

باریکهٔ پراشیده را نشان می‌دهد؟

[(الف) $\frac{r_0}{\sqrt{5}}$]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۹-۳۱



شکل مربوط به‌پرسش ۳۹-۳۲

***۳۹-۳۲ بازتابش براگ و قانون براگ.** به شکل توجه کنید. تابش الکترومغناطیسی فرودی به‌وسیلهٔ الکترونهایی که در اتمهای واحد یاخته واقع برسطوح براگ وجود دارند، پراکنده (یا پراشیده) می‌شود.

(الف) اختلاف مسیر ABC را محاسبه کنید.

(ب) به‌ازای چه مقدار، θ، **زاویهٔ خراشان** نظریهٔ ساده پیش‌بینی خواهدکرد که امواج پراکنده به‌طور سازنده برهم نهاده می‌شوند، وبدینسان یك باریکهٔ شدید پراشیده تولید می‌کنند؟

(پ) زاویهٔ خراشانی را محاسبه کنیدکه تحت آن NaCl باریکهٔ مرتبهٔ دوم شدیدی ($m = ۲$) به‌دست می‌دهد، آنگاه که پرتوهای X به‌ازای $\lambda = ۰/۱۲۶\ \text{nm}$ برصفحاتی که درآنها $d = ۰/۲۵۲\ \text{nm}$، فرود می‌آیند.

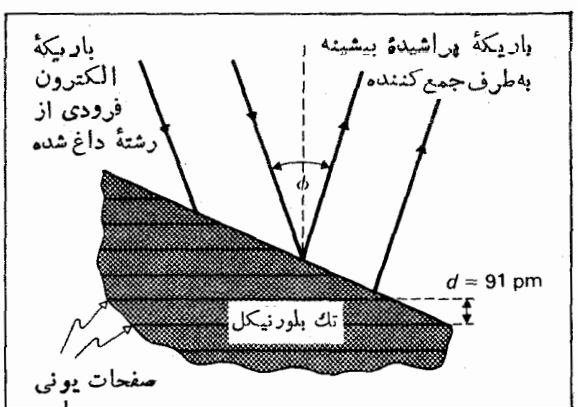
[(الف) $۲d\sin\theta$ (پ) ۳۰°]

***۳۹-۳۳** باریکهٔ تکرنگ پرتوهای X که تصور می‌رود طول موجی درگسترهٔ $۰/۱۰\ \text{nm}$ تا $۰/۱۵\ \text{nm}$ داشته باشد، به‌سوی بلور ClNa واقع دریك طیف‌سنج پرتو X نشانه رفته است. فاصلهٔ صفحات مجاورکه باعث پراش می‌شوند، $۰/۲۵۲\ \text{nm}$ است، وتنها باریکه‌های مرتبهٔ زوج وجود دارند. (باریکه‌های مرتبهٔ فرد این واحدهای یاخته دستخوش برهمنهی ویرانگرند) تقویت آنگاه انجام می‌گیرد که زاویهٔ خراشان ۶۹/۹° باشد.

(الف) مرتبهٔ این باریکه، وطول موج این امواج چیست؟

(ب) درچه جهت (یا جهتهای) دیگری تقویت مشاهده خواهد شد؟

[(الف) $۰/۱۱۸\ \text{nm}$ (ب) ۲۸/۰°]



شکل مربوط به‌پرسش ۳۹-۳۴

***۳۹-۳۴ آزمایش داویسون وگرمر (۱۹۲۷).** به‌شکل توجه کنید. داویسون وگرمر تحت‌اختلاف پتانسیل ۵۴ ولتی، الکترونها را شتاب دادند و با پراشاندن باریکه از یك تك بلور نیکل، جریان جمع کننده‌ای درآشکارساز خود

MATH75.IR

به‌دست آوردند: آنان روشهای بازتابش براگ را به‌کار گرفتند. محاسبه کنید:

(الف) طول موج وابسته به‌این الکترونها را،

(ب) θ، زاویهٔ خراشانی، راکه در آن زاویه‌انتظارداریم کمینه‌ای درطیف مرتبهٔ اول داشته باشیم، و

(پ) مقداری که بدین‌ترتیب برای ϕ به‌دست می‌آید.

(تفسیر نتایج به هر دو روش پیچیده است، هم با توجیه‌گسیل ثانویهٔ الکترون، و هم با توضیح شکست موج الکترونی، ولی میان تجربه ونظریهٔ دوبروی توافق فوق‌العاده‌ای وجود دارد. این توافق، باور به امواج هادی را تقویت می‌کند.) مقادیر عددی e، m_e و h را دانسته بگیرید.

[(الف) ۰/۱۷ nm (ب) ۶۷° (پ) ۴۷°]

۴۰ قطبش

پرسشهایی برای بحث

۴۰-۱ آیا دوبردار غیرصفر عمود برهم می‌توانند چنان ترکیب شوندکه برایند آنها صفر باشد؟ درچه شرایطی‌نور قطبیدهٔ خطی پدیدهٔ تداخل نور را نشان خواهد داد؟

۴۰-۲ یك ورقهٔ پولاروید به دست شما داده می‌شود. هیچ قطبی‌کنندهٔ نشانه‌دار دیگری در دسترس نیست. جهتی را که برجهات دیگر برتری داشته باشد، چگونه انتخاب می‌کنید؟

۴۰-۳ جهت مرجع یك ورقهٔ پولاروید با یك خط راست نشاندار می‌شود. آیا درافزودن یك سرپیکان به‌یك انتهای خاص این خط، نکته‌ای وجود دارد؟

۴۰-۴ شدت نور ناقطبیده‌که به‌یك ورقهٔ پولاروید ایده‌آل وارد می‌شود I_0 است. شدت نورانتقال‌یافته ازآن‌چه‌مقدار است؟

۴۰-۵ پراش دوگانه. وقتی باریکه‌ای تکرنگ،عمودبرروبهٔ یك بلورکلسیت، واردآن می‌شود، انرژی تراگسیلیده به‌دو باریکه که آنها را **عادی** و **غیرعادی** می‌خوانند، شکافته می‌شود. پرتو عادی به‌طور قائم منتقل می‌شود.

(الف) درمورد سرعت نور درکلسیت بلورین چه‌چیزی را می‌توان استنتاج کرد؟

(ب) این اطلاعات به‌شما امکان می‌دهدکه درمورد قوانین شکست چه‌نکاتی را بیان کنید؟

۴۰-۶ منشور نیکول. روشی برای جداکردن امواج عادی وغیرعادی‌که پیرامون آنها در پرسش ۴۰-۵ توضیح داده شد، پیشنهادکنید. (از پدیده‌ای‌استفاده کنید که باروشی بسیار مشخص به‌سرعت موج بستگی داشته باشد.)

۴۰-۷ وقتی نور به‌طور مجزا از دوقطبی‌کننده بگذرد،آن دوقطبی‌کننده شفاف به‌نظر می‌رسند. وقتی‌که آنها یکدیگر را قطع کنند، این انرژی انتقال‌یافته چه می‌شود؟

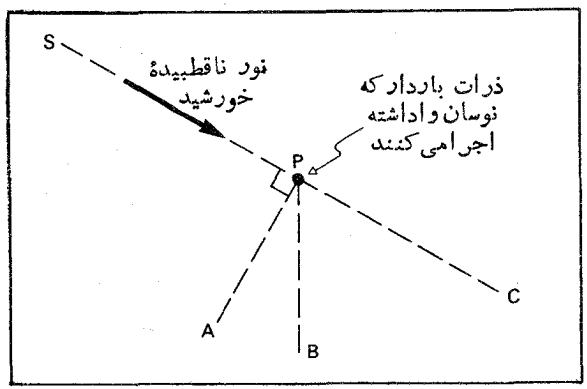
۴۰-۸ نمودارتغییرات شدت انتقال‌یافتهٔ تحلیلگری را رسم کنیدکه درضمن دریافت نور قطبیدهٔ تخت، به‌اندازهٔ 2π rad چرخانده شود.

۴۰-۹ یك تحلیلگر دردسترس داریم. چگونه آن رابه‌کار می‌برید تا بین: (الف) نورجزئی قطبیدهٔ تخت، (ب) نور کاملاً قطبیدهٔ تخت، و (پ) نور ناقطبیده، تمیز قائل شوید.

۴۰-۱۰ چرا وقتی‌کسی بخواهد اندازه‌گیریهای دقیقی‌در آزمایش مالوس انجام دهد، باید یك باریکهٔ موازی نور تکرنگ را به‌کار گیرد؟

MATH75.IR

۴۰-۱۱ آیا یك ماده می‌تواند زاویهٔ قطبی‌کننده‌ای برابر ۴۲° داشته باشد؟



شکل مربوط به‌پرسش ۴۰-۱۲

۴۰-۱۲ قطبش به‌وسیلهٔ پراکندگی. به‌شکل توجه‌کنید.

(الف) موج الکترومغناطیسی فرودی، ذرهٔ باردار را به‌عنوان یك دوقطبی در چه جهتهایی می‌تواند به‌نوسان درآورد؟

(ب) درمورد ماهیت قطبش موج الکترومغناطیسی که از P می‌تابد (**پراکنده می‌شود**) و در امتدادجهتهای PA، PB و PC به‌وسیلهٔ یك ناظردیده می‌شود، بحث کنید.

۴۰-۱۳ رنگ آسمان. فرض‌کنید بسامد طبیعی نوسان الکترونها در مولکولهای هوا تقریباً $10^{16}\,Hz$ باشد. با استفاده ازاین اطلاعات و ایده‌هایی‌که در پرسش **۴۰-۱۲** مطرح شد، رنگ‌ظاهری‌آسمان رابرای ناظرینی‌که‌به‌ترتیب درامتدادهای PA، PB و PC نگاه می‌کنند، پیشگویی کنید.

۴۰-۱۴ فرض کنید درحالیکه خورشید در باختر غروب می‌کند، شما نور قطبیدهٔ تختی راکه از جنوب پراکنده می‌شود، مشاهده‌کنید. صفحهٔ ارتعاش چه خواهد بود؟چگونه پاسخ خود را توسط یك تحلیلگر می‌آزمایید؟

۴۰-۱۵ دریك غبار رقیق می‌توان با نور فروسرخ نسبت به‌نور مرئی عکسهای واضحتری از اشیاء دور گرفت، بااین همه وقتی‌که مه‌غلیظ باشد، هیچیك ازآن دو نوررانمی‌توان به‌کاربرد. چرا؟

۴۰-۱۶ جهت مرجح شیشه‌های آفتابی پولاروید را در کدام‌سو باید اختیارکرد تا از درخشندگی شدید در موارد زیر بکاهد:

(الف) بازتابش از سطح یك رودخانه، و

(ب) نور آفتاب، وقتی‌که خورشید به طورقائم از بالای سربتابد.

۴۰-۱۷ م.ب درچه‌وقتی از روز نور بازتابیده از سطح ساکن یك دریاچه در انگلستان در ماه مه نزدیك به‌نور قطبیدهٔ تخت است؟

مسئله‌های کمّی

۴۰-۱۸ قانون بروستر. (الف) یك باریکهٔ موازی نور تکرنگ ناقطبیده، بر یك سطح جدایی تخت هواشیشه با ضریب شکست نسبی ۱/۵۰ فرود می‌آید. زاویهٔ تابش را چنان محاسبه‌کنیدکه پرتو شکسته عمود بر پرتوی باشد که به‌طور جزئی بازتابیده است. (زاویهٔ فرود درایـن حالت **زاویهٔ قطبش** نامیده می‌شود.)

(ب) اگر درمورد (الف) باریکهٔ فرودی، با ارتعاشهای الکتریکی‌که به‌صفحهٔ مشخص شده توسط باریکهٔ فرودی و عمود برسطح جدایی، محدود می‌شد، قطبیدهٔ تخت شده‌بود، چه‌چیزی مشاهده می‌شد؟

(پ) در مورد ماهیت پرتو بازتابیده در بند (الف) بحث کنید.

[(الف) ۵۶°]

۴۰-۱۹ وقتی‌که نور از هوا به‌درون شیشهٔ مشخصی فرود آید، زاویهٔ قطبی‌کننده ۵۷° است. برای نوری که برهمان سطح جدایی ولی ازکنارهٔ شیشه فرود آید، این زاویه چه مقدار خواهد بود؟

۴۰-۲۰ زاویه‌های قطبنده را برای نورقرمز وآبی‌خطوط C و F فرانهوفرکه برسطح آب فرود می‌آیند و درآن $n_C = 1/332$ و $n_F = 1/338$، محاسبه کنید. آیا فکر

MATH75.IR

می‌کنید که این گونه پدیدهٔ قطبش احتمالاً اثرهای رنگی‌را نشان خواهد داد؟

۴۰-۲۱ قانون مالوس. یك چشمهٔ نور درخشان از ورای دو ورقهٔ پولاروید که جهتهای مرجح آنها در ابتدا موازی است، دیده می‌شود.

(الف) یکی از ورقه‌ها با چه زاویه‌ای باید بگردد تا دامنهٔ ارتعاش میدان الکتریکی مشاهده شده به نصف مقدار اولیه‌اش کاهش یابد؟

(ب) این نکته چه تأثیری برشدت انتقال‌یافته دارد؟

(پ) یکی ازورقه‌ها باچه زاویه‌ای باید بگردد تاشدت انتقال‌یافته به‌نصف مقدار اصلی خودکاهش یابد؟

فرض کنیدکه هیچ جذبی از ارتعاشهایی که موازی جهتهای مرجح هستند، صورت نمی‌گیرد.

[(الف) $\frac{\pi}{3}$ rad (پ) $\frac{\pi}{4}$ rad]

۴۰-۲۲ ازشبکه‌ای متشکل ازمیله‌های فلزی قائم،میکرو-موجهایی با شدت I_0 تراگسیلیده می‌شوند، وسپس به‌وسیلهٔ شبکهٔ دیگری که میله‌های آن افقی است، سد می‌شود. اگر شبکهٔ سومی‌در میان این دوشبکه‌قرار دهیم چنان‌که باهریك زاویهٔ $\pi/4$ rad بسازد، از فراز شبکهٔ افقی چه چیزی آشکار خواهد شد؟

[$\frac{1}{4} I_0$]

MATH75.IR

۸ امواج صوتی

۴۱. امواج صوتی

MATH75.IR

چند رابطهٔ مفید

امواج صوتی

$$I=\frac{(\Delta p^{۲}_{max})}{۲\rho c}$$

$$c=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

$$K_{ad}=\gamma p$$

$$c=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M_m}}$$

$$(\text{لولهٔ بسته})\ f_m=(۲m+۱)f_۰$$

$$(\text{لولهٔ باز ریسمان})\ f_m=(m+۱)f_۰$$

$$C=\sqrt{\frac{T}{\mu}}=\sqrt{\frac{T/A}{\rho}}$$

همچنین ر. ك فصلهای ۳ و ۷.

۴۱ امواج صوتی

پرسشهایی برای بحث

۴۱-۱ پیرامون این مطلب که چرا گذرگاه یك موج صوتی باعث ایجاد یك جابه‌جایی مولکولی می‌شود که نسبت به تغییرات فشار هوا تغییر فازی برابر $\pi/۲$ rad دارد، توضیح فیزیکی ارائه دهید.

۴۱-۲ یك چشمهٔ نقطه‌ای انرژی صوتی همسانگردی به‌توان P را تابش می‌کند.

(الف) شدت انرژی در نقطه‌ای به‌فاصلهٔ r از چشمه چه مقدار است؟

(ب) دامنهٔ ارتعاش مولکولی چگونه به r بستگی پیدا می‌کند؟

۴۱-۳ میانگین چگالی انرژی یك موج صوتی، انرژی در واحد حجم محیطی است که آن موج را حمل می‌کند. با استفاده از روش ابعادی، چگونگی ارتباط چگالی یك موج را به‌شدت و سرعت آن بیابید. متغیرهای دیگری وجود ندارند، و ثابت بدون بعد، ۱ است.

۴۱-۴ میکروفونی به‌یك نوسان نمای پرتوکاتودی وصل می‌شود، چنانکه نقش روی پرده شکل موجهای صوتهای متفاوتی را می‌نمایاند. بحث کنید که چه چیزی خواهید دید اگر:

(الف) صوت ناشی از یك ضبط صوت با صدای کف‌زدن مقایسه شود،

(ب) صوت ناشی از یك دیاپازون با صوت دیاپازونی با یك اکتاو بالاتر مقایسه شود،

(پ) شکل موج یك ناقوس که درفاصله زمانی طولانیی مشاهده شود،

MATH75.IR

(ت) یك دیاپازون تحت ضربه‌که همزمان با دیاپازونی همسان باآن ولی بدون اثر ضربه به‌صدا درآید، و

(ث) نوتهایی با بسامد وشدت همسان درابزاری متفاوت به‌صدا درآمده باشد.

۴۱-۵ تحلیل هماهنگهای یك شکل موج. طیف نوت‌یك پیانورا تجزیه‌کرده‌اند ومعلوم شد ازسه مؤلفهٔ اصلی‌سینوسی تشکیل‌شده‌است. بسامدهایشان به‌ترتیب ۲۵۶ Hz، ۵۱۲ Hz و ۷۶۸ Hz، و دامنه‌های نسبی آنها به‌ترتیب ۱/۰، ۰/۲۵ و ۰/۵۰ است. این شکل‌موجها را بریك محور رسم کنید، و سپس آنها را برهم نهید تا شکل موج صوت اصلی را نشان دهد.

(یك صوت عملاً دارای هماهنگهای بسیاری‌است.)

۴۱-۶ محیط ناهمسانگرد. سرعت صوت در اقیانوسها به‌عمق‌آنها بستگی‌دارد. در برخی‌مکانها، درعمق ۱/۳ km، این سرعت کمترین مقدار است، هم در نواحی‌کم عمقتر و هم ناحیه‌های عمیقتر، این مقدار بیشتر می‌شود. انفجاری در عمق ۱/۳ km صورت می‌گیرد. طرحهایی رسم کنید که شکل موجهای حاصل ومسیرهایی راکه ازسوی انرژی صوتی پیموده می‌شود، نشان دهد.

۴۱-۷ آنگاه‌که امواج صوتی از هوا واردآب می‌شوند، چرا چنان ضریب بازتابش بزرگی‌پیدا می‌کنند؟

۴۱-۸ پیرامون این گزاره نظر دهید: «اگر بسامد امواج صوتی پایینتر آید، تکدما می‌شوند وبنابراین‌زمان‌کافی‌برای شارش یافتن گرما وجود خواهد داشت.»

۴۱-۹ سرعت انتشار امواج صوتی درگاز از این رابطه به‌دست می‌آید:

$$c=\sqrt{\frac{(\text{مدول کپه‌ای بی‌دررو})}{(\text{چگالی گاز})}}$$

سرعت انتشار امواج عرضی در یك ریسمان چنین به‌دست می‌آید:

$$c=\sqrt{\frac{(\text{کشش})}{(\text{جرم واحد طول})}}$$

بااستفاده ازچگالی ریسمان، معادلهٔ اخیررا بازنویسی کنید. چه‌کمیتی ازریسمان مشابه (و دارای ابعاد همسان) با مدول کپه‌ای گاز است؟

۴۱-۱۰* منظوراز انطباق مقاومت ظاهری چیست؟ (مثلاً د.ك. پرسش ۵۶-۱۶.) دو مثال برای کاربرد آن در آکوستیك بیاورید.

۴۱-۱۱ صدا خفه‌کن اتومبیل‌چگونه‌کار می‌کند؟ (به‌پالایهٔ آکوستیکی فکرکنید.)

۴۱-۱۲ آیا فکر می‌کنید کیفیت صوت حاصل از یك بلندگوی بزرگ به‌جهت آن بستگی دارد؟

۴۱-۱۳ آیا امکان ساخت یك توری پراش‌برای امواج صوتی وجود دارد؟ اگر این امکان وجود دارد، یك فاصله‌گذاری مناسب درتوری را برای طول موج ۰/۵m برآوردکنید.

۴۱-۱۴ برخی‌کلیساها وصومعه‌ها بلندگوهای‌مستطیل‌شکلی دارندکه طول آنها بسیاربلندتر از عرضشان است. توضیح دهیدکه چراآنها چنین شکلی دارند، و در مورد سمتگیری آنها برای استفاده دراین‌نوع ساختمانها، نظردهید.

۴۱-۱۵ وقتی دیاپازونی را روی یك لولهٔ تشدید نگه می‌داریم، و طول ستون هوا را تغییر می‌دهیم، درمی‌یابیم که شدت یك صوت بلند بسیارسریعترازشدت صوتی آرام میرا می‌شود. با درنظرگرفتن رابطهٔ فازی میان ارتعاشات شاخهٔ دیاپازون و ستون هوا، دلیل بروزاین پدیده را ابتدا برحسب کار و سپس برحسب انرژی مورد بحث قراردهید.

۴۱-۱۶ یك دیاپازون را درموقعیت تشدید، روی لوله‌ای که محتوی ستونی از هواست، نگه‌داشته‌ایم. عوامل زیر چه تأثیری برطول ستون هوای موردنیاز برای تشدید خواهند داشت:

(الف) اشباع کردن هوا با بخار آب،

(ب) دو برابرکردن فشار هوا،

(پ) دوبرابرکردن دمای (سلسیوس) معمولی، و

MATH75.IR

(ت) جانشین‌کردن هوای لوله با هلیوم، درهمان دما و فشار.

۱۷-۴۱ وقتی یک ساز بادی نواخته می‌شود دمای ستون هوای درون‌آن افزایش می‌یابد. این افزایش چه تأثیری بربسامد اساسی آن دارد؟ آیا همین تأثیر بریک ساز زهی نیز وجود دارد؟

۱۸-۴۱ وقتی‌یک ریسمان‌دو-بم را ناگهان به‌شدت بکشیم، کیفیت نوتی‌که شنیده می‌شود نسبت به‌زمان تغییر می‌کند. برای این نکته دلایلی ذکرکنید.

۱۹-۴۱ درآزمایش ملد پاره‌ای ازسیم‌که نوسانگرانرژی را به‌آن منتقل می‌کند، در هنگام تشدید نسبت به‌بخشهای مجاور خود دارای دامنهٔ کمتری است. چرا؟ آیا وقتی‌یک موج ایستاده بر سیم وجود داشته‌باشد، این‌دامنه می‌تواند صفر باشد؟

۲۰-۴۱ چرا تولید یک باریکهٔ تقریباً موازی امواج فراصوتی آسانتر ازتولید چنین باریکه‌ای ازامواج صوتی شنیدنی است؟

۲۱-۴۱ م.ب وقتی بسامدبسیارزیاد شود (پرسش ۴۱-۲۹) گاز دیگر در فشار متعارف، برای امواج صوتی نمی‌تواند به‌عنوان یک‌پیوستار رفتارکند. انتظار دارید درچه فشاری، در بسامد ۱/۰ kHz، نیز چنین اثری آشکارسازی شود؟ آیا در این حالت صوت شنیده می‌شود؟

مسئله‌های کمّی

(جهت یافتن‌پرسشهایی پیرامون اثردوپلر، ر. ک. بخش ۱۵.)

فشار، جابه‌جایی و شدت

†۲۲-۴۱ قانون عکس مجذور. یک چشمهٔ نقطه‌ای صوت امواجی‌به‌بیرون می‌فرستدکه چگالی‌انرژی‌آنها درناحیه‌ای به‌فاصلهٔ ۴/۰ m از چشمه، ۲۵ nJ/m³ است. چگالی انرژی در فاصلهٔ ۱۶ متری چه مقدار خواهد بود؟ [۱/۰ nJ/m³]

†۲۳-۴۱ یک چشمهٔ صوتی، انرژی را با آهنگ یکسانی در تمامی راستاها منتقل می‌کند، و می‌توان آن را درفاصلهٔ ۰/۵۰ کیلومتری چشمه، که شدت آن ۱/۰ pW/m² است، آشکارسازی کرد. توان این‌چشمه چه مقدار است؟ این‌توان در مقایسه با توان خروجی‌یک بلندگوی‌کوچک چه وضعیتی دارد؟ چرا این پاسخ متناقض با تجربه به‌نظر می‌رسد؟ [$\pi\mu$ W]

†۲۴-۴۱ بازتابش، انتقال و جذب آکوستیکی. ضریب بازتاب به‌شکل $\rho = P_r/P_0$ است‌که در‌آن P_0 توان‌امواج صوتی فرودی بر یک سطح و P_r توان بازتابیده است. **ضریب انتقال** چنین بیان می‌شود: $\tau = P_{tr}/P_0$، که P_{tr} توان انتقال یافته است. ضریب **جذب آکوستیکی**، $\alpha = 1 - \rho$، و ضریب اتلاف $\delta = \alpha - \tau$ است.

اگرآهنگ انرژی صوتی وارده بریک سطح ویژه برابر ۸/۰ W باشد، و اگر ۲/۰ W ازآن جذب و ۰/۴۰ W انتقال یابد، چهارضریب تعریف شده دربالارا محاسبه‌کنید. [$\delta = 0/20$]

۲۵-۴۱ دسی‌بل. شدت صوت، I، دردستگاه SI، برحسب W/m² بیان می‌شود، ولی گاهی آن را نسبت به‌شدت اختیاری $I_0 = 1/0$ pW/m² (درحدودکمینه‌ای‌که قابل آشکارسازی است) بیان می‌کنند. مقیاسی لگاریتمی برگزیده‌ایم زیرا توانایی گوش برای‌آشکارسازی تغییرات شدت، به‌شدتی بستگی داردکه قبلاً برآن وارد آمده‌است. بنابراین: شدت برحسب دسی بل $= 10 \log (I/I_0)$.

برحسب دسی‌بل، شدت:

(الف) صدای معارف حرف زدن، ۱/۰ μW/m²، و

(ب) آستانهٔ دردناکی، ۱/۰ W/m²، را محاسبه‌کنید.

(توجه‌کنید که دسی‌بل ۱۰ = ۱ بل)

[(الف) ۶۰ db = ۶ bel (ب) ۱۲۰ db = ۱۲ bel]

***۲۶-۴۱ زمان طنین.** زمانی‌که طول می‌کشد تا شدت امواج صوتی در یک اتاق، به‌نسبت ضریب 10^6 کاهش یابد **زمان طنین** آن اتاق خوانده می‌شود. سرسرایی را درنظر

MATH75.IR

بگیرید که امواج صوتی ناشی از یك چشمه، حدود ۴۰ بار در ثانیه در آن بازتابیده شود. ضریب جذب آکوستیکی را ۰/۱۵ بگیرید (فرض کنید توان انتقال یافته چشمپوشیدنی است)، و زمان طنین را برآورد کنید. شنوندگان یك تالار کنسرت چه تأثیری بر زمان طنین دارند؟

[c ۰/۱ s]

۲۷-۴۱۰ امواجی صوتی با بسامد ۰/۴۰ kHz و با سرعت ۰/۳۴ km/s از هوایی به چگالی ۱/۳ kg/m³ می‌گذرند. دامنهٔ فشار صوتی که صرفاً می‌توان تحمل کرد ۳۰ Pa، و دامنهٔ فشار صوتی که یك ناظر فقط می‌تواند آشکارسازی کند ۲۰ μPa است. برای هردوصوت،

(الف) شدت موج، و

(ب) جابه‌جایی دامنه را، محاسبه کنید.

[(الف) ۱/۰ W/m²، ۰/۴۵ pW/m²

(ب) ۲۷ μm، ۱۸ pm]

سرعت، بسامد وطول‌موج

۲۸-۴۱† **ژرفاسنجی صوتی.** یك کشتی تك موجی صوتی را با سرعت ۱/۵ km/s به ته دریا می‌فرستد، و سیگنال بازتابیده پس از یك تأخیرزمانی ۸۰ ms آشکارسازی می‌شود. ژرفای دریا دراین نقطه چه‌مقدار است؟ چگونه می‌توان فاصلهٔ‌زمانی چنین کوتاهی را دقیقاً اندازه گیری کرد؟

[۶۰ m]

۲۹-۴۱† امواج صوتی به‌شرطی‌دریك گازمنتشر می‌شوند که طول‌موج آنها نسبت به‌مسیر آزاد میانگین مولکولهای گاز، که برای هوا در دمای متعارف تقریباً ۰/۱ μm است، بلند باشد. بسامدی را محاسبه کنید که امواج صوتی در بسامدهایی بالاتر از آن نتوانند انتشار یابند. فرض کنید سرعت صوت ۰/۳۴ km/s است.

[۳GHz]

۳۰-۴۱† **ردیابی اشیاء با امواج فراصوتی.** مقاومت ظاهری آکوستیکی به صورت cρ تعریف می‌شود، که c سرعت صوت در ماده‌ای به‌چگالی ρ است؛ این کمیت، بازتابش ناشی از یك موج را در یك سطح مشترك تعیین می‌کند. سرعت صوت در یك مادهٔ زیستی نرم تقریباً ۱/۵ km/s است.

(الف) سرعت صوت را درسرب، وبدین‌ترتیب مقاومت ظاهری نسبی یك ساچمهٔ سربی وگوشت پیکرانسان برآورد کنید.

(ب) یك فرستندهٔ امواج فراصوتی، امواجی به بسامد ۲/۰ MHz گسیل می‌کند. طول موج این امواج در گوشت بدن چه‌مقدار است؟

(پ) فکر می‌کنید بیشینهٔ اندازهٔ شیئی که می‌توان با این امواج آنها را تعیین موضع کرد، چه مقدار است؟

(ت) یك ساچمهٔ سربی تا عمق ۵۰ mm در گوشت بدن فرو رفته‌است. تك‌موجی بازمان ۱ μs ارسال می‌شود. چقدر طول می‌کشد تا پژواك آن برگردد؟

(ث) آهنگ تپش معقول برای فرستنده چه مقداراست؟

[(ب) ۰/۷۵ mm (ت) ۶۷ μs]

سرعت صوت در ماده

۳۱-۴۱† **جامد.** سرعت یك حرکت موجی معمولاً چنین بیان می‌شود:

$$C=\sqrt{\frac{(\text{عامل کشسانی})}{(\text{عامل لختی})}}$$

(الف) با بررسی یکاهایی که در این عبارت دخالت دارند، تأیید کنید که استفاده‌ازمدول یانگ وچگالی ماده، با به‌دست آوردن سرعت امواج طولی دریك میله همراه است.

(ب) درفولاد $E=0/20\ \text{TN/m}^2$ و $\rho=7/8\times10^3\ \text{kg/m}^3$ است. سرعت صویت را دریك میلهٔ فولادی محاسبه کنید.

(پ) این سرعت در مقایسه با سرعت‌صوت درهوایی با فشار و دمای متعارف چگونه است؟

[(ب) ۵/۱ km/s]

۳۲-۴۱ **مایع.** چگالی آب $1/0\times10^3\ \text{kg/m}^3$ است، وامواج‌صوتی‌طولی باسرعت ۱/۵ km/s از آن‌می‌گذرند. محاسبه کنید:

MATH75.IR

(الف) مدول کپهٔ آب، و
(ب) تراکم‌پذیری آن را.

[(الف) $2/2\,GN/m^2$
(ب) $4/4\times10^{-10}\,m^2/N$]

†**۴۱-۳۳ شکست صوت.** صوت در هوا با سرعت $0/33\,km/s$، و در آب با سرعت $1/5\,km/s$ حرکت می‌کند.

(الف) ضریب شکست نسبی امواج صوتیی که از هوا وارد آب می‌شوند چقدر است؟

(ب) اگر بخواهیم هیچ انرژی صوتیی به آب منتقل نشود، امواج صوتی باید با چه زاویه‌ای برسطح مشترک آب و هوا فرود آیند؟

(این وضعیت را با بازتابش کلی امواج نوری که از آب وارد هوا می‌شوند، مقایسه کنید.)

[(الف) $0/22$ (ب) $\geqslant 13^\circ$]

۴۱-۳۴ تغییرات دما. سرعت صوت در هوای خشک در دمای $273\,K$ برابر $331\,m/s$ است. وقتی دما به $274\,K$ برسد، این سرعت چقدر تغییر خواهد کرد؟ آیا در گسترهٔ تغییر دمای $300\,K$ تا $301\,K$ نیز سرعت به‌همین اندازه تغییر خواهد کرد؟

[$0/61\,m/s$]

۴۱-۳۵ ضریب شکست نسبی را برای امواج صوتی که از هوایی با دمای $330\,K$ و از طریق یک سطح مشترک وارد هوای سردی به دمای $280\,K$ می‌شوند، محاسبه کنید.

[$1/09$]

۴۱-۳۶ درجات آزادی. وقتی دما $273\,K$ باشد، صوت با سرعت $1/26\,km/s$ از گاز ئیدروژن عبور می‌کند. جرم مولی مولکول ئیدروژن $2/00\times10^{-3}\,kg/mol$ است.

(الف) مقدار $\gamma=(C_{p,m}/C_{v,m})$ در این دما چه مقدار است؟

(ب) مولکولها دارای چند درجهٔ آزادی‌اند؟

(پ) نظر دهید امکان دارد مولکولها در این دما چه‌نوع انرژیی داشته باشند.

مقدار عددی داده شدهٔ R را در محاسبه منظور کنید.

[(الف) $1/4$ (ب) 5]

۴۱-۳۷* نشان دهید که برای گازهای کامل:

$$\frac{\text{ریشهٔ میانگین مربعی سرعت مولکولی}}{\text{سرعت صوت}}=\sqrt{\frac{3}{\gamma}}$$

برهم‌نهش

۴۱-۳۸ امواج ساکن. دیاپازونی یک حرکت هماهنگ ساده به بسامد $0/68\,kHz$ اجرا می‌کند و امواج صوتی را با سرعت $0/34\,km/s$ به‌سوی دیواری می‌فرستد. این امواج بدون اتلاف انرژی عمود بر دیوار، باز تابیده می‌شوند. درمورد دامنهٔ جابه‌جایی مولکولی و دامنهٔ فشار هوا که در ناحیه‌ای به‌فاصلهٔ $1/0\,m$ از دیوار ایجاد می‌شود، بحث کنید. پاسخهای خود را همراه با نمودارهای مناسب ارائه دهید.

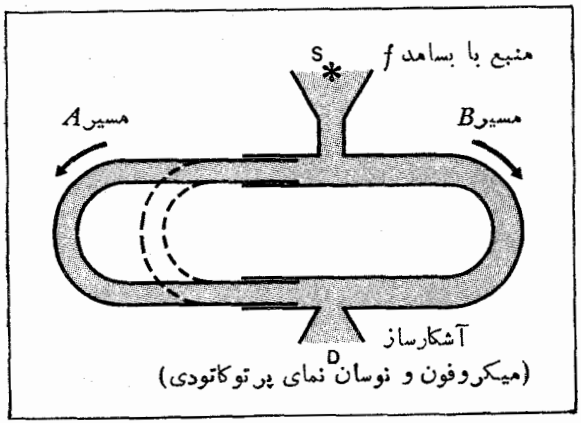
۴۱-۳۹ تداخل دوچشمهٔ صوتی. دو بلندگو به فاصلهٔ $3/0\,m$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند، و به‌هردو از طریق یک نوسانگر که بسامد آن $0/66\,kHz$ است، انرژی داده می‌شود. بلندگوها امواجی صوتی به‌سرعت $0/33\,km/s$ گسیل می‌کنند.

(الف) میکروفون آشکارسازی درامتداد خطی موازی خط واصل بین بلندگوها، و به‌فاصلهٔ $20\,m$ از آن، حرکت می‌کند. فاصلهٔ نقاطی که با شدت بیشینه در نزدیکی مرکز نقش آشکارسازی می‌شوند، چه‌مقدار است؟

(ب) اثر تغییرات زیر براین فاصله چیست
(*i*) افزایش بسامد چشمه،
(*ii*) افزایش فاصلهٔ دو بلندگو،
(*iii*) دورتر بردن میکروفون، و
(*iv*) ازدیاد دمای هوای محیط؟

(پ) اگر هردو بلندگو با صدای ناشی از یک ارکستر موسیقی (به‌جای یک نوسانگر) تقویت می‌شدند، آیا این نقش بازهم قابل آشکارسازی بود؟ [(الف) $3/3m$]

MATH75.IR



شکل مربوط به‌پرسش ۴۱-۴۰

۴۱-۴۰ لولهٔ کوینک. به‌شکل توجه کنید. در این روش اندازه‌گیری سرعت صوت در هوا، از چشمه‌ای به‌بسامد ۱/۷ kHz سود برده شده است. لولهٔ کشویی باید، در دمای ۳۰۰ K، ۰/۱۰ m حرکت کند تا فاصلهٔ بین دو موضع پی‌درپی با شدت کمینه را طی کند. سرعت صوت را در این دما حساب کنید.

دمای هوای درون لوله به ۳۷۵ K می‌رسد. اگر بسامد چشمه همان مقدار باشد، فاصلهٔ جدید مواضع لولهٔ کشویی را محاسبه کنید.

[۰/۱۱ m ،۰/۳۴ km/s]

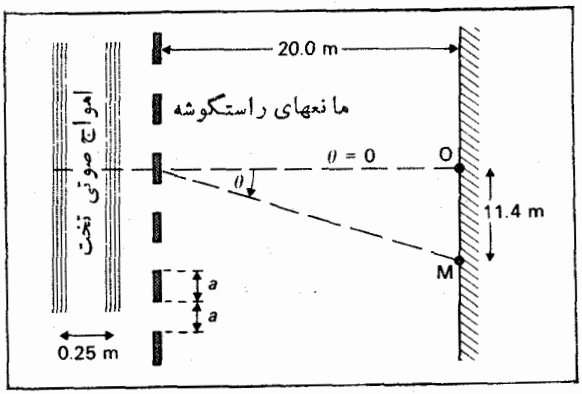
†۴۱-۴۱ بسامد زنش. یك دیاپازون با تنظیم دقیق و با بسامد ۲۵۶/۰ Hz، با نوت میانی C در یك پیانو به‌صدا درمی‌آید، و بسامد زنش ۳/۰ Hz شنیده می‌شود.

(الف) بسامدهای ممکن سیم پیانو چه‌مقدارند؟

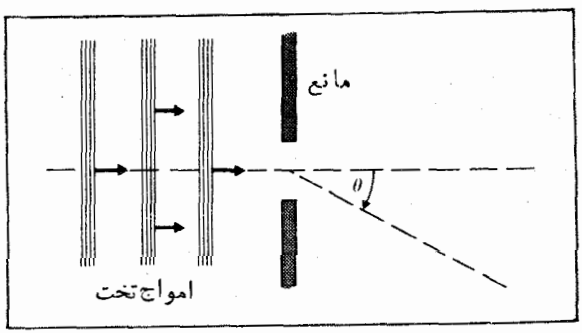
(ب) چگونه می‌توان (از نظر تجربی) تنها یك پاسخ به‌دست آورد؟

۴۱-۴۲ توری پراش. به‌شکل توجه کنید، که مقیاس آن دور از واقعیت است. امواج صوتی تخت به‌طول موج ۰/۲۵ m به‌یك رشته تختهٔ چوبی مستطیل‌شکل که موازی هم، و به‌فاصلهٔ a از یکدیگر ـ که همان اندازهٔ پهنای آنهاست ـ آرایش یافته‌اند. وقتی میکروفون از O به M، که فاصله‌ای برابر ۱۱/۴ m است برده شود، بلندی صوت دریافت‌شده از یك بیشینه به‌یك کمینه و بعد به کمینهٔ دوم می‌رسد. پهنای هر تختهٔ چوبی چه مقدار است؟

[۰/۲۵ m]



شکل مربوط به‌پرسش ۴۱-۴۲



شکل مربوط به‌پرسش ۴۱-۴۳

***۴۱-۴۳ پراش در یك روزنهٔ شکاف.** به‌شکل توجه کنید. امواج سینوسی تخت به‌طول‌موج ۲/۰ m بر شکافی از نوع بازشونده به‌پهنای ۴/۰ m فرود می‌آیند. کوچکترین زاویهٔ θ را که در امتداد آن، در فاصله‌ای از چشمه، یك شدت‌صوت کمینه قابل آشکارسازی باشد، محاسبه کنید.

آیا فکر می‌کنید این وضعیت ناشی از امواج صوتیی خواهند بود که از صحبت کردن یك شخص به‌گوش می‌رسند؟

$\left[\frac{\pi}{6}\text{rad}\right]$

ستونهای هوا

†۴۱-۴۴ طول ستون هوا در یك لولهٔ شیشه‌ای که یك سر آن

MATH75.IR

بسته است، در گسترهٔ ۲/۰ m–۰/۵۰ تنظیم‌پذیر است. درچه طولهایی ازاین ستون هوا در دیاپازونی به‌بسامد ۰/۲۸ kHz تشدید ایجاد می‌شود؟ سرعت صوت را ۰/۳۴ km/s فرض کنید و ازتصحیحات دهانهٔ لوله چشم بپوشید.

[۰/۹۱ m ،۱/۵(۲) m]

۴۱-۴۵ فراپرده‌های دوم لولهٔ باز A و لولهٔ بستهٔ B، در یك دمای معین بسامدیکسانی‌دارند. محاسبه کنید:

(الف) نسبت طول A به‌طول B، و

(ب) نسبت بسامد اصلی A به‌بسامد اصلی B.

ازتصحیح مربوط به‌دوسرلوله چشمپوشی کنید.

[(الف) ۶:۵ (ب) ۵:۳]

۴۱-۴۶ دولولهٔ یکسان اختیار می‌کنیم، یك‌سریکی از آنها را می‌بندیم، ودیگری را بادوسر بازباقی می‌گذاریم. در هردولوله نوت فرعی یکسانی نواخته می‌شود؛ در لولهٔ بسته در بسامد ۳۴۰ Hz تشدید به وجود می‌آید، در حالی که در لولهٔ باز در بسامد ۲۵۵ Hz تشدید ایجاد می‌شود. سرعت صوت را ۳۴۰ m/s بگیرید و محاسبه کنید:

(الف) طول این لوله‌ها، و

(ب) شمارهٔ نوت فرعی را.

از تصحیح مربوط به‌دو سرلوله چشمپوشی کنید.

[(الف) ۱/۰۰ m (ب) ۱]

۴۱-۴۷ دریك آزمایش لولهٔ تشدید نوعی، دیاپازونی با بسامدنامشخص، باعث می‌شود درستون‌هوا، هنگامی که‌طول آن به‌ترتیب ۱۱۵ mm، ۳۶۵ mm، و ۶۱۵ mm است، تشدید ایجاد شود. سرعت صوت ۳۴۰ m/s است.

(الف) بسامد دیاپازون را محاسبه کنید.

(ب) با درنظرگرفتن تصحیحات دهانه، مقدارشعاع لوله را برآورد کنید.

[(الف) ۶۸۰ Hz (ب) ۱(۷) mm]

۴۱-۴۸ لولهٔ تشدید. نتایج زیر بااستفاده ازیك لولهٔ تشدیدبسته به‌دست‌آمده است. f بسامد دیاپازون و l کوتاه‌ترین طول تشدید برای این دیاپازون است.

f برحسب Hz	۲۰۰	۲۵۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰
l برحسب mm	۴۰۲	۳۱۸	۲۶۰	۱۹۰	۱۴۹

(الف) این‌نتایج راچنان‌رسم کنیدکه نموداری راستخط به‌دست دهد.

(راهنمایی: نمودار f برحسب $1/l$ کاملا راست نیست، چیزی مشابه آن‌را آزمایش کنید.)

(ب) نموداری‌که رسم می‌کنید ازمبداء مختصات نمی‌گذرد. توضیح دهیدکه چرا، و از برخوردگاه این‌خط با محورها برای رسیدن به‌نتایج کمی درمورد لوله،استفاده کنید.

(پ) در دمای به‌کاررفته دراین مسئله، مقداری برای سرعت صوت بیابید.

[(پ) ۳۳۰(۸) m/s]

۴۱-۴۹ لولهٔ غبار. (الف) در یك آزمایش لولهٔ غبار، میله‌ای برنجی ازطریق مالش به‌نوسان درمی‌آید. طول‌میله ۱/۰ m، چگالی آن $8/0 \times 10^3\ kg/m^3$ ومدول یانگ برای برنج $0/10\ TN/m^2$ است. محاسبه‌کنید:(*i*)سرعت امواجی راکه از میله می‌گذرند، (*ii*) طول موج ارتعاش اساسی میله را درصورتی که نقطهٔ میانی میله درگیره‌ای بست شده باشد، (*iii*) بسامد نوتی‌که میله پدیدمی‌آورد.

(ب) هنگام تشدید، پودر لیکوپودیوم درشکمها جمع می‌شود، به‌طوری‌که فاصلهٔ گره‌ها از یکدیگر به ۹۶ mm می‌رسد. در این دما، مقدار سرعت صوت را در گاز درون لوله محاسبه کنید.

[(الف) ۳/۵ km/s، ۲/۰ m، ۱/۸ kHz
(ب) ۰/۳۴ km/s]

MATH75.IR

سیمها

۴۱-۵۰† به‌سیمی‌افقی به‌جرم ۵۰ g وطول ۸/۰ m نیروی کشش ۴۰ N وارد می‌آید. دریك سر آن جابه‌جایی‌عرضی مختصری به‌وجود می‌آید. چه مدت طول می‌کشد تا ارتعاش حاصل به‌سردیگر برسد؟

[۰/۱۰ s]

۴۱-۵۱† سیمی فولادی به‌چگالی $۷/۸ \times ۱۰^۳ kg/m^۳$ دستخوش کششی به اندازهٔ ۱۲/۵ N است. امواج عرضی با سرعت ۴۰ m/s درامتداد این سیم حرکت می‌کنند. مساحت سطح مقطع سیم چه‌مقدار است؟

[$۱/۰ mm^۲$]

۴۱-۵۲ به سیمی فولادی با مساحت سطح مقطع $۰/۱۰ mm^۲$ کششی برابر ۱۶ N وارد می‌آید. چگالی فولاد $۷/۸ \times ۱۰^۳ kg/m^۳$ است. سیم در دونقطه به‌فاصلهٔ ۰/۷۵ m از یکدیگر محکم شده است. درنقطه‌ای به‌فاصلهٔ ۰/۱۹ m از یك‌سر، آن را می‌کشیم. محاسبه کنید:

(الف) جرم در واحد طول سیم،

(ب) سرعت انتشار امواج عرضی درامتداد سیم،

(پ) طول‌موج مد اساسی ارتعاش، و

(ت) بسامد اساسی ارتعاش را.

چه بسامد دیگری، دراین‌موقعیت، با شدتی محسوس به‌صدا درخواهد آمد؟ وچرا؟

[(الف) ۰/۷۸ g/m (ب) ۰/۱۴ km/s

(پ) ۱/۵ m (ت) ۹۵ Hz، ۰/۱۹ kHz]

۴۱-۵۳ سیمی به‌کشش ۰/۱۰ kN و چگالی خطی $۲/۵ \times ۱۰^۳ kg/m$ درنزدیکی نوسانگری که بسامدشنوایی آن گسترهٔ محدودی دارد، قرار گرفته است. به‌این نتیجه می‌رسیم که سیم در ۰/۳۰ kHz به‌تشدیددرمی‌آیدوتشدید بعدی در بسامد ۰/۳۶ kHz است. مشخص نیست کدامیك نوت فرعی‌است.طول سیم چه‌مقدار است؟

[۱/۷ m]

۴۱-۵۴ سیمی در بسامد ۰/۱۰ kHz به‌تشدید درمی‌آید. کشش آن را ۶۹٪ افزایش می‌دهیم. بسامد تشدید جدید چه‌مقدار خواهد بود؟

[۰/۱۳ kHz]

۴۱-۵۵ میله‌ای را چنان می‌کشیم که طول جدید آن به $l_۰(۱+e)$ می‌رسد، درحالی‌که $l_۰$ طول اولیهٔ آن و $e \ll ۱$ رابطه‌ای برای نسبت بسامد ارتعاشهای طولی و عرضی اساسی بیابید.(پرسش **۴۱-۳۱** به‌شما کمك خواهد کرد.)

$$\left[\frac{f_۱}{f_t} = e^{-\frac{۱}{۲}}\right]$$

MATH75.IR

۹ الکتریسیتهٔ ساکن (الکتروستاتیک)

۴۲. بار و قانون کولن
۴۳. میدان الکتریکی
۴۴. قانون گاوس
۴۵. پتانسیل الکتریکی
۴۶. خازنها
۴۷. مواد دی‌الکتریک

MATH75.IR

چند رابطهٔ مفید

قانون کولن	
Q، بار $\quad Q=\int I dt$	ε_0، ثابت گذردهی $\quad 4\pi\varepsilon_0=\frac{Q_1Q_2}{Fr^2}$
قانون کولن $\quad F\propto\frac{Q_1Q_2}{r^2}$	
میدان الکتریکی	
$\mathbf{E}$، شدت میدان $\quad \mathbf{E}=\frac{\mathbf{F}}{Q_0}$	(میدان دوقطبی) $\quad E=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{p}{r^3}$
(میدان شعاعی) $\quad E=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{Q}{r^2}$	$T=pE\sin\theta$
$\mathbf{p}$، اندازه حرکت دوقطبی الکتریکی $\quad \mathbf{p}=2a\mathbf{Q}$	$W=pE(1-\cos\theta_0)$
قانون گاوس	
ψ_E، شار میدان الکتریکی $\quad \psi_E=E\cos\theta\Delta A$	(میدان استوانه‌ای) $\quad E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$
قانون گاوس $\quad \varepsilon_0\psi_E=\sum Q$	(میدان یکنواخت) $\quad \mathbf{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
پتانسیل الکتریکی	
V، پتانسیل الکتریکی $\quad V=\frac{W}{Q_0}$	(استوانه‌ای) $\quad V_1-V_2=\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\right)\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$
(گرادیان پتانسیل) $\quad E=-\frac{dV}{dx}$	(یکنواخت) $\quad V=Ed$
(پتانسیل شعاعی) $\quad V=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{Q}{r}$	$F=\sigma^2\frac{A}{2\varepsilon_0}$
خازنها	
C، ظرفیت $\quad C=\frac{Q}{V}$	(استوانه‌ای) $\quad C=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(b/a)}$
(جوشن موازی) $\quad C=\frac{\varepsilon_0 A}{d}$	$C_P=C_1+C_2$
	$\frac{1}{C_S}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$
	$W=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}V^2C=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

MATH75.IR

مواد دی‌الکتریک	
ε_r، گذردهی نسبی	$\varepsilon_r = \frac{C_d}{C_\circ}$
ε، گذردهی الکتریکی	$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_\circ$
	$\varepsilon_r = \frac{E_\circ}{E_d}$

قانون گاوس	$\varepsilon_r \varepsilon_\circ \psi_E = \sum \begin{pmatrix} \text{بارهای آزاد درون} \\ \text{سطح گاوسی} \end{pmatrix}$
$\mathbf{D}$، جابه‌جایی الکتریکی	$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$
ψ_D، شار جابه‌جایی	$\Delta\psi_D = D \cos\theta \Delta A$

۴۲ بار و قانون کولن

پرسشهایی برای بحث

۱-۴۲ فرض کنید که بار نوع سومی (علاوه بر بارهای مثبت ومنفی) کشف کرده باشید. برای آزمودن فرضیهٔ خود چه شیوهٔ تجربیی باید درپیش گیرید؟

۲-۴۲ منظور از گزارهٔ: «نیروهای الکتروستاتیکی از اصل برهمنهی پیروی می کنند»، چیست؟

۳-۴۲ میله‌ای از جنس استات سلولوز پس از مالش، تکه‌های کوچک کاغذ را می‌رباید. پس از تماس، تعدادی از تکه‌های کاغذ به‌میله می‌چسبند و بقیه رانده می‌شوند. چرا؟

۴-۴۲ اگر واحدهای SI را به‌کار گیریم، چرا نمی‌توانیم مقدارمعینی(مثل ۱) را به‌ثابت گذردهی، $\varepsilon_\circ$، تخصیص دهیم؟

۵-۴۲ در حالی که هسته‌ای اتمی ازذراتی تشکیل شده است که یا خنثی هستند و یا دارای بارهای همنامند، این هسته چگونه می‌تواند پایدار باشد؟

۶-۴۲ پیرامون دلیل تجربی این باور که بار کوانتیده است، بحث کنید. آیا جرم نیز کوانتیده است؟

۷-۴۲ پیرامون دلیل تجربی قانون بقای بار الکتریکی بحث کنید.

۸-۴۲ درآزمایش ترازوی پیچشی کولن، یك رشته بارهای متفاوت با اندازه‌های نسبی دانسته، برای دوکرهٔ باردار، و عایق‌بندی شده، ضروری بود. (درآن زمان نمی‌توانستند مقدار مطلق چنین‌باری را اندازه‌گیری کنند.) درمورد این نکته که کولن چگونه توانست بارهای $3Q/8$ و $5Q/16$ را با به‌کارگیری کرهٔ همسان سومی، به‌دست آورد، اظهار نظر کنید.

۹-۴۲ م.ب خط‌کشی نوعی ازجنس پرسپکس به‌طول ۱۵۰ mm را درنظر بگیرید. تعداد هسته‌هایی راکه دراین خط‌کش موجود است، وبدینسان تعدادالکترونها وبارمربوط به‌آنها را برآورد کنید.

۱۰-۴۲ م.ب اندازهٔ نیروهای جاذبهٔ الکتروستاتیکی که یونهای همسایهٔ یك بلور Cl Na برهم وارد می‌آورند، چه مقدار است؟

MATH75.IR

مسئله‌های کمّی

ماکروسکوپیکی

†۴۲-۱۱ بنابر معادلات ماکسول که با میدانهای الکترومغناطیسی سروکار دارند، $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$. ازمقدار معین μ_0 و مقدار تجربی c برای یافتن مقدار ε_0 استفاده کنید.

۴۲-۱۲ ترازوی پیچشی کولن. (الف) در آزمایشی که با ترازوی پیچشی‌کولن انجام می‌گیرد، دو بارکوچك‌کروی Q_1 (متحرك) و Q_2 (که به‌شاهین ترازو ثابت شده است) باعث می‌شوند که شاهین ترازو به اندازهٔ $\pi/4$ rad از وضعیت تعادل منحرف شود، و این در حالتی است که این دو بار ۴۰ mm از یکدیگر فاصله دارند. وقتی این فاصله به ۲۰ mm کاهش یابد در حالی که نیروی منحرف‌کننده نسبت به‌شاهین در حالت عمودی باقی می‌ماند، زاویهٔ انحراف برابر θ می‌شود. با درنظرگرفتن قانون عکس مجذور، θ را محاسبه کنید.

(ب) فرض کنید $Q_1 = Q_2 = 1/0$ nC، ثابت پیچش تارآویخته را (برحسب μNm/rad) محاسبه کنید. طول بازوی گشتاور را ۱۰۰ mm بگیرید.

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۷۲ μNm/rad (ب)]

۴۲-۱۳ دوکرهٔ‌کوچك همسان و رسانا، هریك به‌وزن ۴/۰ mN، که هر دو ازطریق نخهایی ابریشمی به‌طول ۱/۰m، ازیك نقطه آویخته شده‌اند، در یك بارالکتریکی سهیمند. وقتی به‌وضعیت ترازمندی می‌رسند، فاصلهٔ مرکز آنها ازیکدیگر ۲۰ mm است. اندازهٔ باری که این دوکره در آن سهم دارند، چه مقدار است؟

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را در محاسبه به‌کار برید.

[±۲/۷ nC]

۴۲-۱۴ دو بار نقطه‌ای همسان، یکدیگر را با نیروی ۰/۱ mN می‌رانند. به‌اندازهٔ ۵/۰ mm از هم دور می‌شوند، و نیروی رانشی به ۲۵ μN کاهش می‌یابد.

(الف) فاصلهٔ این دو بار نقطه‌ای درابتدا چه مقدار بوده است؟

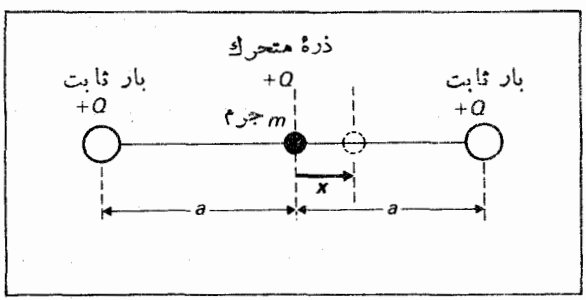
(ب) اندازهٔ این بارها چه مقدار بوده است؟

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۵/۰ mm (ب) ±۰/۵۳ nC]

۴۲-۱۵ دو بار ۰/۲۰ nC و ۰/۸۰ nC — را به‌فاصلهٔ ۳۰ mm از یکدیگر نگه می‌دارند، و یك بار آزمون ۱/۰ pC در امتداد خط واصل آنها حرکت می‌کند. در چه نقطه‌ای براین‌بار نیروی برایند صفر وارد می‌آید؟ (این نقطه درمیدان الکتریکی، یك **نقطهٔ خنثی** است.)

[به‌فاصلهٔ ۱۰ mm از بار ۰/۲۰ nC —]



شکل مربوط به‌پرسش ۴۲-۱۶

***۴۲-۱۶** به‌شکل توجه کنید:

(الف) نیروی وارده از جانب هریك از بارهای ثابت بربار متحرك را، در موضع جابه‌جا شدهٔ آن، بنویسید.

(ب) مقداری برای نیروی خالصی که بر ذره وارد می‌آید، آنگاه که $x^2 \ll a^2$، برحسب $\mathbf{x}$ بنویسید.

(پ) رابطهٔ $\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{x}}$ را در جهت مثبت $\mathbf{x}$ اعمال کنید و به‌این ترتیب نشان دهیدکه ذره، در جابه‌جاییهای‌جزئی، حرکت سادهٔ هماهنگ اجرا می‌کند.

(ت) نشان دهید که زمان تناوب برابر $\sqrt{(4\pi^3 m\varepsilon_0 a^3)/Q}$ است.

***۴۲-۱۷** دو بار مثبت $+Q$ به‌فاصلهٔ d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. ذره‌ای به‌جرم m و بار $-Q$ درنقطهٔ میانی آنها

MATH75.IR

جای داده می‌شود، و در راستای عمود برخطی که آن‌دو را به‌هم وصل می‌کنند، جابه‌جایی جزئیی انجام می‌دهد. با به‌کارگیری روشی که به‌تفصیل در پرسش ۳۷-۱۰ آمده‌است، نشان دهیدکه ذره حرکت سادهٔ هماهنگی با زمان تناوب $\sqrt{(\varepsilon_0 m\pi^2 d^3)/Q}$ اجرا می‌کند.

۴۲-۱۸* روش تصویری. یك‌بار نقطه‌ای $+Q$ به‌فاصلهٔ a از صفحهٔ رسانای نامتناهیی که بر آن بار $-Q$ را القا می‌کند، قرار گرفته است.

(الف) خطوط میدان الکتریکی را برای این آرایش ترسیم کنید.

(ب) نقش میدانی مربوط به‌بارهای $+Q$ و $-Q$ را که به‌فاصلهٔ $2a$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند، ترسیم کنید.

(پ) دوشکل (الف) و (ب) را باهم مقایسه‌کنید و نیروهای ربایشی‌راکه صفحه و بار بریکدیگر واردمی‌آورند، ارزیابی کنید.

وضعیت مشابهی با این وضع، در گرانش وجود دارد؟

میکروسکوپیکی

۴۲-۱۹† بار $1/0\ \mu C$ برقطعه‌ای‌کروی از مادهٔ رسانای عایق شده‌ای قرارداده می‌شود. تعداد بارهای الکترونی را در هر mm^2 محاسبه‌کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کاربرید.

$[8/0\times10^6]$

۴۲-۲۰ فاصلهٔ پروتون و الکترونی از یکدیگر x است. محاسبه‌کنید:

(الف) $\mathbf{F}_e$، نیروی ربایشی الکتریکی که هر یك بردیگری وارد می‌آورد،

(ب) $\mathbf{F}_g$، نیروی گرانشی ربایشی آنها، و

(پ) نسبت F_e/F_g را. در مورد مقدار این نسبت نظر دهید.

آیا x در پاسخ ظاهر می‌شود؟ نظردهید.

مقادیر عددی داده شدهٔ m_p، m_e، $1/4\pi\varepsilon_0$، G و e را در محاسبه به‌کاربرید.

$[(پ)\ \sim10^{39}]$

۴۲-۲۱ فرض‌کنید فاصلهٔ دو ذرهٔ α که جرم هریك $6/7\times10^{-27}\ kg$ است، برابر $1/0\ pm$ باشد. این‌ذرات تحت برهم‌کنشهای گرانشی و الکتروستاتیکی متقابل قرار می‌گیرند. اگر رها شوند، شتاب لحظه‌ای آنها چه مقدار خواهد بود؟

مقادیرعددی داده شدهٔ e، $1/4\pi\varepsilon_0$ و G را درمحاسبه به‌کاربرید.

$[1/4\times10^{23}\ m/s^2]$

۴۲-۲۲ یك مدل اتم ئیدروژن را در نظربگیریدکه در آن الکترون برمداری دایره‌ای به‌شعاع $53\ pm$، پروتونی را، که جرم آن نسبت به‌جرم الکترون بسیار زیاد است، دور می‌زند.

(الف) نیروی الکتریکی مرکزگرای وارد برالکترون را محاسبه‌کنید.

(ب) چرا سرعت الکترون افزایش نمی‌یابد؟

(پ) سرعت مداری الکترون چه مقدار است؟

(ت) شتاب الکترون چه مقدار است؟

(ث) آیا این شتاب ثابت است؟

مقادیرعددی داده شدهٔ e، m_e و $1/4\pi\varepsilon_0$ را در محاسبه به‌کار برید.

$[9/0\times10^{22}\ m/s^2\ (ت)\quad 2/2\ Mm/s\ (پ)]$

۴۲-۲۳† وقتی یك مول از یونهای یکبار باردارشده در خلال الکترولیز در یك الکترود تخلیه شود، دراین‌صورت بار انتقال یافته **ثابت فارادی** $\mathbf{F}$ خوانده می‌شود. اندازهٔ آن چه مقدار است؟

مقادیر عددی داده شدهٔ N_A و e را در محاسبه منظور کنید.

$[96\ kC/mol]$

MATH75.IR

۴۳ میدان الکتریکی

پرسشهایی برای بحث

۴۳-۱ خطوط میدان الکتریکی. نقش خطوط میدان حاصل از آرایشهای زیر را ترسیم کنید:

(الف) یك بار نقطه‌ای منفی منزوی.

(ب) یك کرهٔ باردار منفی منزوی.

(پ) یك زوج بار نقطه‌ای مثبت که در نزدیکی یکدیگر قرار گرفته‌اند.

(ت) یك بار نقطه‌ای مثبت که نزدیك به یك بار نقطه‌ای منفی قرار گرفته است.

(ث) یك بار نقطه‌ای مثبت که نزدیك به صفحه‌ای فلزی که به‌زمین وصل شده است، قرار دارد.

(ج) یك صفحهٔ هادی باردار مثبت یکنواخت که موازی و درست در بالای یك ورقهٔ فلزی متصل به‌زمین، واقع شده است.

۴۳-۲ چرا $\mathbf{E}$ را از لحاظ عددی برابر با نیرویی که بر باری یك کولنی وارد می‌آید، تعریف نمی‌کنیم؟

۴۳-۳ پیرامون اصول دخیل در محاسبهٔ نیروی الکتریکی وارده از جانب یك توزیع بار مکعبی بر توزیعی مشابه که نسبتاً نزدیك آن قرار دارد، بحث کنید. (همچنین به‌وضعیت مشابهی در مبحث گرانش، در پرسش ۲۰-۱، توجه کنید.)

۴۳-۴ در چه شرایطی یك ذرهٔ باردار مسیر خطوط میدان الکتریکی را دنبال می‌کند؟

۴۳-۵ یك ذرهٔ باردار روی خط راستی در یك میدان الکتریکی حرکت می‌کند. آیا این ذره لزوماً شتابدار است؟

۴۳-۶ اگر برای یافتن پاسخ سرعتی که با آن یك یون باردار شتابدار شده است مقدار ۶ Gm/s را به‌دست آورید، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴۳-۷ بار خالص یك دو قطبی الکتریکی صفر است: این دو قطبی چگونه می‌تواند میدانی خارجی پدید آورد؟

۴۳-۸ آیا می‌توان یك اتم خنثی درون یك دو قطبی الکتریکی ایجاد کرد؟ یك یون چطور؟

۴۳-۹ مسیر یك دو قطبی الکتریکی را که در یك دو قطبی الکتریکی از طریق:

(الف) یك میدان الکتریکی یکنواخت، و

(ب) یك میدان نایکنواخت، حرکت می‌کند ترسیم کنید. درمورد پایداری سمتگیریهای مختلف محور دو قطبی نسبت به خطوط میدان الکتریکی، بحث کنید.

۴۳-۱۰ نوسان‌نما. شکل مسیر یك الکترون، در یك نوسان‌نما، بعداز آنکه میدان منحرف‌کننده را ترك می‌کند، چگونه است؟ تأثیر دوبرابر کردن ابعاد زیر را بر انحراف مشاهده شده محاسبه کنید:

(الف) فاصلهٔ قائم صفحات Y،

(ب) طول صفحات منحرف‌کننده، و

(پ) فاصلهٔ صفحات منحرف‌کننده از پرده.

درهر تغییر تمامی عوامل دیگر ثابت نگه داشته شده‌اند.

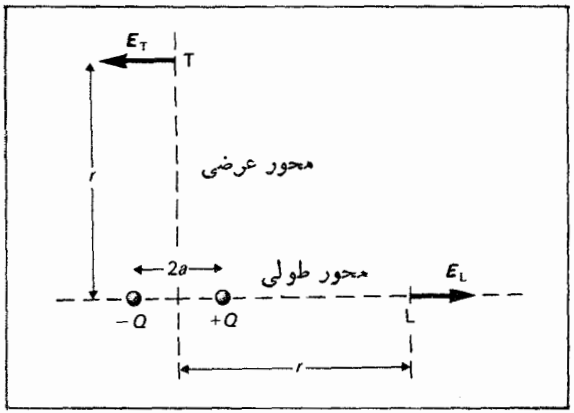
۴۳-۱۱ در هر سر یك میلهٔ نارسانا با گشتاور لختی I، بارهایی را چنان جای می‌دهیم که سیستم دارای یك گشتاور دو قطبی الکتریکی $\mathbf{p}$ خواهد شد. سپس آن را در میدان الکتریکی یکنواخت $\mathbf{E}$ قرار می‌دهیم، و از تاری بدون پیچش می‌آویزیم.

(الف) نشان دهید که وقتی به‌سیستم تغییرمکان زاویه‌ای کوچکی داده شود حرکت هماهنگ ساده اجرا خواهد کرد.

(ب) نشان دهید که زمان تناوب $2\pi\sqrt{I/pE}$ است، و بنابراین اگر این دو قطبی در میدانهای مختلفی به نوسان درآید، بسامد نوسان با ریشهٔ دوم شدت میدان متناسب

MATH75.IR

خواهد بود.



شکل مربوط به‌پرسش ۴۳-۱۲

۴۳-۱۲* به شکل که در آن $r \gg 2a$، توجه کنید. نشان دهید ازنظر بزرگی، $E_L/E_T = 2$.

۴۳-۱۳* انرژیهای برهم‌کنشی دوقطبی. (درمورد مسئلهٔ زیر توجه داشته باشیدکه میدان ایجاد شده به‌وسیلهٔ یك دوقطبی در امتداد هریك ازمحورها با (p/r^3) متناسب است.)

(الف) دومولکول قطبی را درنظر بگیریدکه سمتگیری آنها چنان است‌که گشتاورهای دوقطبی الکتریکی آنها در امتداد یك‌خط قرار دارند. نشان دهیدکه انرژی برهم‌کنش ربایش با d^{-3} متناسب است، که d فاصلهٔ مراکز این دو مولکول ازیکدیگر است. (توجه داشته باشیدکه هرچند غالباً سمتگیریهای انرژی پایین مورد نظرند، سمتگیریهای مختلف می‌توانند به‌انشقاق منجر شوند.)

(ب) یك مولکول ناقطبی می‌تواند به‌وسیلهٔ یك مولکول قطبی، چنان قطبیده شود که گشتاور دوقطبی‌الکتریکی القاشده‌ای‌متناسب با میدان $\mathbf{E}$ی ناشی ازمولکول قطبی، کسب می‌کند. نشان‌دهیدکه انرژی برهم‌کنش این‌ربایش با d^{-6} متناسب است. (متوجه باشید که سمتگیری دوقطبی هرچه باشد، این برهم‌کنش به‌ربایش منجر می‌شود، و نیز توجه‌کنید که این برهم‌کنش همچنین برای دومولکول قطبی وجود دارد.)

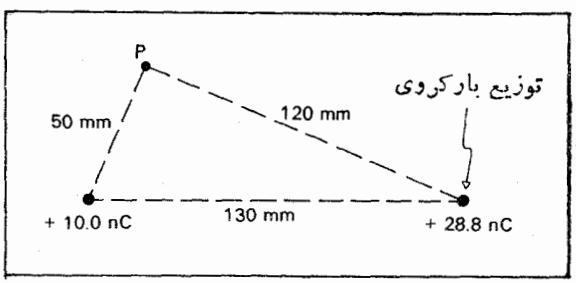
۴۳-۱۴ م.ب ممکن است یك‌مولکول قطبی‌دارای دو بار مثبت و منفی باشدکه فاصلهٔ آنها ازیکدیگر تقریباً به‌اندازهٔ یك قطر مولکول است. گشتاور دو قطبی الکتریکی آن را برآوردکنید.

مسئله‌های کمّی

E، علت و F، معلول آن

۴۳-۱۵+ اندازهٔ بارنقطه‌ای‌که‌باید درمرکز کره‌ای به‌شعاع ۱/۰ m قرار داشته باشد تا میدان شعاعی ۱/۰ N/C را درسطح ایجادکند، چه مقدار است؟
مقدارعددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را در محاسبه به‌کار برید.
[۰/۱۱ nC]

۴۳-۱۶ مقدار $\mathbf{E}$ را محاسبه‌کنید:
(الف) درسطح یك هستهٔ طلا ($r = 6/9$ fm)، و
(ب) وقتی‌توسط پروتون درمحکمترین‌وضعیت الکترون در یك اتم ئیدروژن ($r = 53$ pm) ایجاد شده باشد.
درمورد (الف) Z را ۷۹ بگیرید و فرض‌کنید که هسته به‌عنوان یك بار نقطه‌ای عمل می‌کند.
مقادیرعددی‌داده شدهٔ e و $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.
[(الف) $2/4 \times 10^{21}$ N/C (ب) ۰/۵۱ TN/C]



شکل مربوط به‌پرسش ۴۳-۱۷

۴۳-۱۷ به‌شکل توجه‌کنید. بزرگی‌میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ P چه مقدار است؟ جهت آن را روی طرحی نموداری نشان دهید.
مقدارعددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.
[۴۰ kN/C]

MATH75.IR

۱۸-۴۳ نوسان‌نمای کاتودی. در آرایشی مانند آرایش نوسان‌نمای کاتودی، الکترونی با سرعت اولیهٔ افقی ۱۰ Mm/s و در جهت پایین‌سو، وارد میدان الکتریکی ۰/۴۰ kN/C می‌شود. طول صفحات منحرف‌کننده ۴۰ mm و فاصلهٔ پردهٔ فلوئورسان از لبهٔ نزدیکتر صفحات ۰/۲۵ m است. محاسبه کنید:

(الف) زمانی راکه صرف پیمودن بین‌صفحات منحرف‌کننده می‌شود،

(ب) شتاب بالاسو را،

(پ) مؤلفهٔ سرعت بالاسویی‌راکه الکترون کسب‌می‌کند،

(ت) جابه‌جایی بالاسوی الکترون را بین این‌صفحات،

(ث) جهت سرعت نهایی را، و

(ج) جابه‌جایی بالاسوی الکترون را درآنجاکه به‌پرده برخورد می‌کند.

اندازهٔ میدانی که انحرافی به اندازهٔ ۳۰ mm روی پرده پدید آورده باشد، چه مقدار باید باشد؟

مقدار عددی داده شدهٔ e/m_e را درمحاسبه به‌کاربرید:

[(الف) ۴/۰ ns (ب) ۷۰ Tm/s²

(پ) ۰/۲۸ Mm/s (ت) ۰/۵۶ mm

(ث) ۲۸ m/rad بالای خط افق

(ج) ۷/۶ mm؛ ۱/۶ kN/C]

انرژی الکتریکی

۱۹-۴۳ (الف) به اتمی‌که یك الکترون کسب کرده است، به وسیلهٔ نیروهای الکتریکی در یك میدان یکنواخت برابر ۰/۳۰ kN/C شتاب داده می‌شود، تا آنکه انرژی ۰/۴۸ aJ را کسب کند. تا چه مسافتی به‌آن شتاب داده شده است؟

(ب) اگر یون مشابهی به طور آزاد، از همان فاصله در میدان گرانش زمین رها می‌شد، چه سرعتی کسب می‌کرد؟

(پ) اگرجرم این یون $6/0 \times 10^{-26}$ kg باشد، سرعت نهایی آن درمیدان الکتریکی چه مقدار خواهد بود؟

(توجه داشته باشید ازآنجاکه (عموماً) هیچ رابطهٔ مستقیمی میان جرم و بارالکتریکی خالص وجود ندارد، سرعتی‌که یون کسب می‌کند هم به m وهم به Q بستگی دارد. نیروی‌گرانشی با m متناسب است.)

مقادیر عددی داده شدهٔ e و g_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۱۰ mm (ب) ۰/۴۴ m/s

(پ) ۴/۰ km/s]

۲۰-۴۳ سرعت‌الکترونی که درجهت‌خطوط میدان حرکت می‌کند، درمیدان‌الکتریکی‌یکنواختی دریك‌فاصلهٔ ۴۰mm، از ۱/۰ Mm/s به‌سکون‌کاهش می‌یابد. محاسبه کنید:

(الف) انرژی جنبشیی راکه الکترون از دست می‌دهد،

(ب) کاری (منفی) راکه به‌وسیلهٔ عامل به‌وجود آورندهٔ میدان برروی الکترون انجام شده است،

(پ) نیروی‌الکتریکیی‌راکه‌براین‌الکترون‌واردمی‌آید،و

(ت) اندازهٔ میدان.

میدانی باهمان اندازه درچه‌فاصله‌ای(ولی درجهت مخالف) می‌تواند پروتونی را به‌سکون وادارد‌که (*i*) همان سرعت را داشته باشد، و (*ii*) همان انرژی را داشته باشد؟

مقادیرعددی داده شدهٔ m_e، m_p و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[۷۳ m (*i*) ۷۱ N/C (ت)]

۲۱-۴۳ یك ذرهٔ α و یك ذرهٔ β را درنظر بگیریدکه هر یك با سرعت ۵/۰ Mm/s حرکت می‌کند. کمینهٔ اندازهٔ میدانی را محاسبه‌کنیدکه درفاصلهٔ ۶۰ mm بتواند هریك را به‌سکون‌برساند. جرم‌یك‌ذرهٔ α برابر $6/7 \times 10^{-27}$ kg است. آیا می‌توان یك پرتو γ را به‌وسیلهٔ میدانی‌الکتریکی متوقف کرد؟

مقادیر عددی داده شدهٔ e و m_e را در محاسبه به‌کار برید.

[۱/۲ kN/C (β) ۴/۴ MN/C (α)]

دوقطبی الکتریکی

۲۲-۴۳ گشتاور دوقطبی الکتریکی. دوقطبی الکتریکی از دو بارکروی $\pm$ ۱/۰ nC نانوکولنی (Q) به فاصلهٔ ۵/۰ mm ازیکدیگر ($2a$)، تشکیل‌شده است. این دوقطبی چنان در یك میدان الکتریکی یکنواخت قرار می‌گیرد که خط‌واصل بین بارمنفی و بارمثبت، باخطوط میدان‌الکتریکی

MATH75.IR

زاویهٔ $\pi/۲$ rad می‌سازد. محاسبه کنید:

(الف) نیرویی که به‌وسیلهٔ عامل به‌وجودآورندهٔ میدان، برهربار وارد می‌آید،

(ب) بازوی گشتاور این جفت بـر دوقطبی، و بـدینسان گشتاور نیروی، $\mathbf{T}$، آن را.

(پ) گشتاور دوقطبی الکتریکی، $\mathbf{p}$، را. (ازهردوعبارت $\mathbf{p}=۲aQ$ و $\mathbf{p}=T_{max}/E$ استفاده‌کنید وبدین ترتیب تأیید کنید که این دو سازگار هستند.)

[(پ) ۵/۰ pC m]

۴۳-۲۳ بریك دوقطبی الکتریکی که در میدان الکتریکی یکنواختی قـرار گرفته است، هنگامی کـه برخطوط میدان عمود باشد، گشتاورنیروی ۰/۷۰ mN/m وارد می‌آید. سپس ناموازی با میدان قرارمی‌گیرد و یك جابه‌جایی‌بسیار ناچیز به‌آن داده می‌شود. چه انرژی جنبشی دورانیی کسب می‌کند؟

[۱/۴ mJ]

۴۳-۲۴ یك دوقطبی الکتریکی بـا گشتاور ۶۰ nCm در وضعیت پایداری خود، در یك میدان یکنواخت قـرار داده می‌شود، و سپس آن را به اندازهٔ زاویـهٔ $\pi/۲$ rad می‌چرخانند. درمی‌یابیم که این عمل باعث می‌شود که سیستم ۱۲ μJ انرژی کسب کند.

(الف) شدت میدان چه‌مقدار است؟

(ب) چه مقداردیگرانرژی‌ضروری‌است تازاویهٔ دوران به‌اندازهٔ $\pi/۶$ rad دیگر افزایش پیدا کند؟

(پ) بیشینهٔ انرژی‌پتانسیلی که این سیستم می‌تواند دارا باشد چه مقدار است؟ (به عنوان مرجعی برای خود، مقدار اولیهٔ انرژی پتانسیل را صفر بگیرید.)

[(الف) ۰/۲۰ kN/C (ب) ۶/۰ μJ (پ) ۲۴ μJ]

۴۳-۲۵ نوسان یك دوقطبی الکتریکی. یك دوقطبـی با گشتاور دوقطبی الکتریکی $\mathbf{p}$ و گشتاورلختی I دریك‌میدان یکنواخت $\mathbf{E}$ نوسان می‌کند:

(الف) انرژی پتانسیل، E_p، سیستم را به‌ازای $\theta=۰$ صفر بگیرید، و مقدار آن را وقتی‌کـه زاویـهٔ بین محور دوقطبی و خطوط میدان θ باشد، بنویسید.

(ب) به‌ازای‌مقادیرکوچك θ ($\theta<۰/۱$ rad) مقداری تقریبی برحسب θ برای E_p به‌دست دهید.
(راهنمایی: $\cos ۲\theta = ۱ - ۲\sin^۲\theta$.)

(پ) برای انـرژی جنبشی، E_k، رابطه‌ای برحسب θ بنویسید، و بـا به کارگیری روش پـرسش ۴۱-۱۰، نشان دهید که زمان تناوب چگونه به I، p، و E بستگی پیدا می‌کند.

(ت) بسامد نوسان یك‌مولکول ClH باگشتاور دوقطبی $۳/۴\times۱۰^{-۳۰}$ Cm
و گشتاور لختی $۲/۷\times۱۰^{-۴۷}$ kgm^۲
را، که درمیدانی الکتریکی به‌اندازهٔ ۱/۵ kV/m نوسان می‌کند، محاسبه کنید.

[(ب) $\frac{۱}{۲}pE\theta^۲$ (ت) ۲/۲ GHz]

MATH75.IR

۴۴ قانون گاوس

پرسشهایی برای بحث

۱-۴۴ از دو قانون کولن و گاوس کدامیک اساسیتر است؟ آیا اصولاً چنین پرسشی معنی دارد؟

۲-۴۴ فرض کنید حقیقت قانون گاوس را بپذیریم. آیا این به آن معنی است که قانون کولن باید دقیقاً یك قانون عکس مجذور باشد؟

۳-۴۴ سطح بسته‌ای را در نظر بگیرید که بار خالص صفری را محصور کرده باشد:

(الف) شار میدان الکتریکی از این سطح چه مقدار است؟

(ب) پیرامون مقدار $\mathbf{E}$ در هر نقطه از سطح چه مطالبی می‌توان اظهار داشت؟

۴-۴۴ مقدار $\mathbf{E}$ در هر نقطه روی یك سطح بسته صفر است.

(الف) شار میدان الکتریکی از این سطح چقدر است؟

(ب) آیا می‌توان گفت که در داخل این سطح باری وجود ندارد؟ در این مورد بحث کنید.

۵-۴۴ شار میدان الکتریکی که سطوح بستهٔ زیر را قطع می‌کند، چیست؟

(الف) سطحی که به دور یك اتم خنثی (مانند Ar) کشیده شده است،

(ب) سطحی که به دور یك یون منفی (مانند Cl^-) کشیده شده است،

(پ) سطحی که به دور یك یون مثبت (مانند Na^+) کشیده شده است، و

(ت) سطحی که به دور یك مولکول قطبی (مانند H_2O که دوقطبی الکتریکی به گشتاور 6×10^{-30} Cm است) کشیده شده است.

۶-۴۴ برای مقایسهٔ شدت میدانهای الکتریکی زیر، قانون گاوس را به‌کار گیرید:

(الف) میدانی که به یك ورقهٔ تخت هادی بزرگ به‌مساحت A که حامل بار Q است (وبه‌طور یکنواخت بر دو رویهٔ این ورقه پخش شده است) محدود می‌شود.

(ب) میدان میان یك زوج ورقهٔ موازی با مساحت همسان A که هریك بار خالص $\pm Q$ را حمل می‌کند، وقتی که در فاصلهٔ نسبتاً نزدیکی نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند. (توجه کنید که در (ب) تأثیر ورقهٔ دوم این است که موجب پخش دوبارهٔ بار روی ورقهٔ اصلی می‌شود.)

۷-۴۴ ما اغلب می‌گوییم که در وضعیت ترازمندی الکتروستاتیکی، در تمامی نقاط درون یك رسانا، $\mathbf{E} = 0$. این نکته درست نیست ــ واقعاً منظور ما چیست؟

۸-۴۴ چگونه می‌توان از یك جسم کوچك رسانا باراضافی را کاملاً تخلیه کرد؟

۹-۴۴ فرض کنید که اتم طلای خنثایی دارای توزیع بار کروی متقارن، و در نتیجه میدان الکتریکی خارجی آن صفر است. چگونه چنین اتمی یك ذرهٔ α را منحرف می‌کند؟

مسئله‌های کمّی

شار میدان و قانون گاوس

۱۰-۴۴† جهت میدان الکتریکی یکنواختی به شدت ۴۰ N/C، افقی و رو به شمال است. یك ورقهٔ مقوایی به‌مساحت $0/50\ m^2$ می‌تواند آزادانه به دور محور شرق-غرب درصفحهٔ این ورقه چرخش کند. شار میدان الکتریکی را وقتی که ورقهٔ مقوا:

(الف) افقی باشد،

(ب) قائم باشد، و

(پ) با راستای افق زاویهٔ $\pi/3$ rad بسازد، محاسبه کنید.

MATH75.IR

[(الف) صفر (ب) $۲۰\ \mathrm{Nm^۲/C}$
(پ) $۱۷\ \mathrm{Nm^۲/C}$]

۱۱-۴۴ بار $+۱۳/۶\ \mathrm{nC}$ دریک جعبهٔ مکعبی قرار گرفته است.

(الف) درصورتی‌که ضلع جعبه $۱۰۰\ \mathrm{mm}$ باشد و بار در (i) مرکز جعبه، و (ii) درست یک گوشهٔ جعبه باشد، شار میدان درخارج ازصفحه چه مقدار است؟

(ب) شار میدانی‌که از یک وجه می‌گذرد، درصورتی‌که بار درمرکز باشد، چه مقدار است؟

(پ) چرا وقتی‌که بارخارج‌ازمرکز باشد، قانون گاوس برای محاسبهٔ شار میدان عبوری از یک وجه مکعب، به‌روش ساده‌ای منجر نمی‌شود؟

(ت) پرسشهای (الف) و (ب) را درمورد یک جعبهٔ مکعبی به‌ضلع $۲۰۰\ \mathrm{mm}$ تکرار کنید.

مقدار عددی دادهٔ شدهٔ $\varepsilon_۰$ را در محاسبه به‌کاربرید.

$[+۰/۲۶\ \mathrm{kNm^۲/C}$ (ب)]

خطوط میدان شعاعی

†۱۲-۴۴ به‌یک کرهٔ فلزی جامد به شعاع $۰/۲۰\ \mathrm{m}$ باری برابر $۱۰\ \mathrm{nC}$ داده می‌شود. شدت میدان الکتریکی را در هریک ازفاصله‌های زیر ازمرکز محاسبه کنید:

(الف) $۰/۱۰\ \mathrm{m}$؛ (ب) $۰/۲۰\ \mathrm{m}$؛ (پ) $۰/۴۰\ \mathrm{m}$؛

اگرکره به‌جای آنکه جامد باشد به‌صورت یک پوستهٔ خالی می‌بود، آیا پاسخ شما به‌بند (الف) تغییر می‌یافت؟

مقدار عددی دادهٔ شدهٔ $۱/۴\pi\varepsilon_۰$ را در محاسبه به‌کار برید.

$[۰/۵۶\ \mathrm{kN/C}$ (پ) $۲/۲\ \mathrm{kN/C}$ (ب)]

۱۳-۴۴ به یک سیم بلند راست یک چگالی بار خطی $۱/۰\ \mathrm{nC/m}$ داده می‌شود.

(الف) میدان درفاصلهٔ ۲۰ میلیمتری سیم چه‌مقدار است؟

(ب) در چه فاصله‌ای از سیم، میدان یک چهارم میدان بالاست؟

مقدار عددی دادهٔ شدهٔ $۱/۴\pi\varepsilon_۰$ را درمحاسبه به‌کاربرید.

$[۰/۹۰\ \mathrm{kN/C}$ (الف)]

۱۴-۴۴ سیمی بلند را با چگالی بار خطی λ که یک الکترون درمسیری دایره‌ای به‌شعاع a به‌دور آن می‌گردد، درنظر بگیرید:

(الف) رابطه‌ای برای اندازهٔ میدان الکتریکی درنقطه‌ای به‌فاصله a ازسیم بنویسید، و

(ب) مقدارسرعت مداری الکترون را برحسب بار ویژهٔ، e/m_e، آن محاسبه کنید.

آیا سرعت زاویه‌ای الکترون به‌شعاع مداری آن بستگی دارد؟

$\left[\sqrt{\left(\frac{\lambda}{۲\pi\varepsilon_۰}\right)\times\left(\frac{e}{m_e}\right)}\ \text{(ب)}\right]$

***۱۵-۴۴** (برای حل مسئلهٔ فرضی زیر درنظرگرفتن وضعیت گرانشی مشابهی سودمند خواهد بود. این وضعیت مشابه عبارت از ذره‌ای است که بدون تونلی در امتداد یکی از قطرهای زمین حفر شده است، نوسان می‌کند، پرسش **۵۱-۲۰**.) به‌کره‌ای به‌شعاع R بار Q داده می‌شود که به‌طور یکنواخت در حجم آن توزیع می‌شود، و یک ذره به بار $-Q_۰$ وجرم m در دهانهٔ تونلی‌قطری نگه‌داشته و سپس رها می‌شود.

(الف) نیروی وارد برذره را برحسب، r، جابه‌جایی آن ازمرکز بنویسید.

(ب) نشان دهید که ذره حرکت هماهنگ ساده اجرا می‌کند؛ آنگاه زمان تناوب آن را بیابید.

درمورد تشابه گرانشی، زمان تناوب ازجرم ذره مستقل است، درحالی‌که درمورد این ذره، چنین نیست. پیرامون این‌نکته بحث کنید.

$\left[T=۲\pi\sqrt{\frac{۴\pi\varepsilon_۰mR^۳}{QQ_۰}}\ \text{(ب)}\right]$

خطوط میدان موازی

†۱۶-۴۴ کره‌ای به‌شعاع $۱/۰\ \mathrm{m}$ ویک ورقهٔ تخت بسیار بزرگ را درنظر بگیرید که هر دو ازمادهٔ رسانا ساخته شده و دارای چگالی بار $۱۷/۶\ \mathrm{nC/m^۲}$ هستند.

(الف) مقدار $\mathbf{E}$ را درست در بیرون سطح کره، (i) با استفاده ازنتیجهٔ $\mathbf{E}=\sigma/\varepsilon_۰$، و (ii) با فرض اینکه بارکلی

MATH75.IR

روی کره، مثل اینکه در مرکز کره قرار گرفته باشد، رفتار می‌کند، محاسبه کنید. آیا این نتایج با هم سازگاری دارند؟

(ب) پیرامون تفاوت تغییرات $\mathbf{E}$ وقتی از کره و از ورقهٔ تخت دور می‌شویم، بحث، و رفتار خطوط میدان الکتریکی را در آنها بررسی کنید.

مقادیر عددی داده شدهٔ ε_0 و $1/4\pi\varepsilon_0$ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۲/۰ kN/C]

۱۷-۴۴ مشتق $\mathbf{E}=\sigma/\varepsilon_0$. یك ورقهٔ بزرگ فلزی دارای چگالی بار سطحی $+8/85\ \mu C/m^2$ است. استوانه‌ای را به مساحت سطح مقطع $1/0\times10^{-4}\ m^2$ و ارتفاع $10\ mm$ در نظر بگیرید که یك سر تخت آن درون رویهٔ فلزی و سر دیگر آن بیرون از آن باشد. فرض کنید که شدت میدان در رویهٔ تخت دوم $\mathbf{E}$ باشد. شار میدان الکتریکی عبوری از سطوح زیر را (برحسب $\mathbf{E}$) محاسبه کنید:

(الف) رویهٔ تخت اول،

(ب) رویهٔ تخت دوم، و

(پ) سطح منحنی را.

کمیت $\varepsilon_0\times$ (شار میدان کلی سطح) را برابر بار خالص محصور بگیرید و $\mathbf{E}$ را ارزیابی کنید. آیا $\mathbf{E}$ به ارتفاع استوانه بستگی دارد؟ دراین مورد بحث کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[$\mathbf{E}=1/0\ MN/C$]

۱۸-۴۴ الکترونی در مرکز یك صفحهٔ فلزی بزرگ که حامل بار مثبت است، قرار گرفته و شتابی به اندازهٔ $2/0\times10^{15}\ m/s^2$ در سوی صفحهٔ مثبتی که در نزدیکی صفحهٔ اول قرار دارد، پیدا می‌کند. چگالی بار در هر دو صفحه یکسان است. مقدار این چگالی بار چه مقدار است؟ مقادیر عددی داده شدهٔ ε_0، e/m_e را در محاسبه به‌کار برید.

[$0/10\ \mu C/m^2$]

***۱۹-۴۴** (پرسش **۱۸-۴۲** در حل این مسئله به شما کمك خواهد کرد.) باری نقطه‌ای به اندازهٔ $+1/0\ nC$ در فاصلهٔ $50\ mm$ از یك ورقهٔ هادی بسیار بزرگ، که در حالتی که منزوی شود چگالی بار سطحی آن σ است، قرار گرفته است.

(الف) نیروی ربایشی را که به‌خاطر بارهای القا شده، بر ورقهٔ هادی ایجاد می‌شود، محاسبه کنید.

(ب) نیروی رانشی را که از جانب توزیع بار اصلی بر بار نقطه‌ای وارد می‌آید، برحسب σ محاسبه کنید.

(پ) به ازای چه مقدار از σ، می‌تواند بار را تحت نیروی برایند صفر درآورد؟ پیرامون پایداری این وضعیت تعادل بحث کنید.

مقادیر عددی داده شدهٔ ε_0 و $1/4\pi\varepsilon_0$ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $0/90\ \mu N$ (ب) $(0/11\sigma)\ kNm^2/C$
(پ) $+8/0\ nC/m^2$]

۴۵ پتانسیل الکتریکی

پرسشهایی برای بحث

۱-۴۵ چند مثال مبنی براین که پتانسیل یك جسم باردار علامتی مخالف علامت بار آن داشته باشد، ارائه دهید.

۲-۴۵ آیا می‌توانیم مقدار $-220\ V$ را به پتانسیل زمین نسبت دهیم؟ این اختلاف پتانسیل براختلاف پتانسیلهای مشاهده شده چه تأثیری برجای خواهد گذاشت؟

***۳-۴۵** وقتی پتانسیل تولید شده از یك بار نقطه‌ای را محاسبه می‌کنیم، به ازای $r=\infty\ m$، $V=0$ را به‌عنوان

MATH75.IR

مرجع صفر خود برمی‌گزینیم. آیا می‌توانیم این شیوه را درموارد زیر نیز به‌کار گیریم:

(الف) یك سیم باردار بینهایت بلند، و

(ب) یك ورقهٔ باردار بینهایت بزرگ؟

به‌عنوان پایهٔ استدلال خود از رابطهٔ

$$W = \int F \cdot dr = \int EQ_0 \, dr$$

استفاده کنید.

۴۵-۴ (الف) درمورد شدت میدان الکتریکی درناحیه‌ای که مقدار پتانسیل الکتریکی درتمامی نقاط آن یکسان است، چه می‌توانید بگویید؟

(ب) اگر دریك ناحیه، درهر نقطه‌ای $\mathbf{E} = 0$ V، در مورد مقدار V چه چیزی می‌توانید بگویید؟ وضعیتهایی را به‌عنوان نمونه ارائه دهید که نتیجه‌گیری شما را عینیت بخشد.

۴۵-۵ سطوح هم‌پتانسیلی رسم کنید که از پیکربندیهای بار به‌ترتیب زیر نتیجه شده باشند:

(الف) یك بار نقطه‌ای،

(ب) یك پخش بار با تقارن کروی،

(پ) یك ورقهٔ تخت خیلی بزرگ که به‌طور یکنواخت باردار شده است،

(ت) یك استوانهٔ بلند باردار یکنواخت، و

(ث) یك دوقطبی الکتریکی.

آیا سطوح هم پتانسیل می‌توانند با هم فصل مشترکی داشته باشند؟ دراین مورد بحث کنید.

۴۵-۶ نمودارهایی رسم کنید که E_p، انرژی پتانسیل الکتریکی متقابل بارهای زیررا به‌عنوان تابعی از فاصلهٔ آنها از یکدیگر، r، نشان دهد:

(الف) بارهای نقطه‌ای $Q+$ و $Q+$، و

(ب) بارهای نقطه‌ای $Q-$ و $Q+$.

۴۵-۷ به‌شکل توجه کنید. دوبار ثابت Q هردو مثبتند.

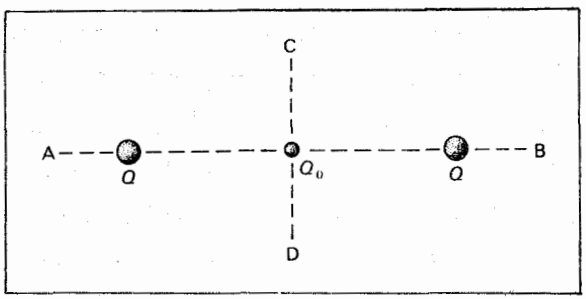
(الف) وقتی بار آزمون Q_0 درامتداد خط AB تغییرمکان دهد و رها شود، حرکتی تناوبی اجرا خواهد کرد.

(i) علامت Q_0 چیست؟

(ii) اگر Q_0 جابه‌جایی مشابهی درامتداد CD انجام می‌داد، چه پیش می‌آمد؟

(iii) اگر هرجهت دیگری برای این جابه‌جایی انتخاب می‌شد، چه پیش می‌آمد؟

(ب) فرض کنید Q_0 منفی باشد. پیرامون این نکته که انرژی پتانسیل الکتریکی آن، درمساحت نمودار چگونه تغییر می‌کند بحث کنید، وشکل سطحی راکه از تغییرات مشابه در انرژی پتانسیل گرانشی نتیجه می‌شود، ترسیم کنید.



شکل مربوط به‌پرسش ۴۵-۷

۴۵-۸ نقاطی به‌فاصلهٔ r ازیك سیم بلند با چگالی بارخطی مثبت λ را درنظربگیرید. نمودارهایی رسم کنید که تغییرات کمیتهای زیر را برحسب r نشان دهد:

(الف) شدت میدان الکتریکی، $\mathbf{E}$، و

(ب) پتانسیل الکتریکی، V.

۴۵-۹ پخش بار بر رسانایی باانحنای متغیر. دو کرهٔ A و B را به‌شعاعهای a و b $(b > a)$ که ازیکدیگر فاصله دارند، ولی با یك سیم به‌هم وصل شده‌اند، درنظر بگیرید. آنها حامل بارهای Q_A و Q_B هستند.

(الف) شرایطی را برحسب بارها وشعاعها بنویسید که درآنها، این دوکره پتانسیل یکسانی داشته باشند.

(ب) نسبت چگالی بارآنها را محاسبه کنید.

(پ) نسبت میدان الکتریکی روی سطح A را به‌میدان الکتریکی روی سطح B محاسبه کنید.

فرض کنید که به‌جای دوکره‌ای که با سیم به‌هم پیوسته‌اند، سیستم رسانا شامل یك تك سطح‌فلزی با انحنای متغیر باشد. چه نتایجی به‌دست می‌آورید؟

MATH75.IR

۱۰-۴۵ اصل ژنراتور وان دوگراف. یک زوج پوستهٔ کروی رسانای هم‌مرکز را به شعاعهای a و b $(b > a)$ که حامل بارهای Q_A و Q_B هستند، درنظر بگیرید. بیرامون این نکته که اگر کره‌ها به‌وسیلهٔ یک سیم رسانا به‌هم وصل شوند، برسر بارها چه می‌آید، برحسب پتانسیلهای این دو کره، بحث کنید.

۱۱-۴۵ آیا واگرایی برگهای طلای یک برقنما نمایانگر بار است، یا اختلاف پتانسیل؟ اگر نشانگر بار است، این بار روی چه جسمی است؟ اگر اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد، اختلاف پتانسیل میان کدام دو رساناست؟

***۱۲-۴۵** با توجه به پایداری تعادل صفحهٔ متحرک یک بارسنج با قرص جاذب، توضیح دهید که وقتی اختلاف پتانسیل میان صفحات به تدریج افزایش یابد، چه پیش خواهد آمد. (توجه کنید که معیار مربوط به‌پایداری، ایجاب می‌کند که درطرح دستگاه از فنری با ثابت نیروی نسبتاً بزرگ استفاده شود و این فنر حساسیت دستگاه را پایین می‌آورد.)

مسئله‌های کمّی

سطوح هم‌پتانسیل تخت

†۱۳-۴۵ یک باتری با نیروی محرکهٔ $500\ V$ (e.m.f) به دوسر یک زوج صفحهٔ رسانا با مساحت زیاد، متصل شده است. شدت میدان الکتریکی میان این صفحه‌ها را درشرایط زیر محاسبه کنید:

(الف) فاصلهٔ صفحات $5.0\ mm$ باشد،

(ب) درحالی که باتری به‌صفحه‌ها متصل است، فاصلهٔ میان این صفحات، x، تا $10\ mm$ افزایش یابد،

(پ) وقتی $x = 5.0\ mm$، یک باتری همسان با باتری اول به‌طور موازی، به‌آن بسته شده باشد، و

(ت) وقتی $x = 5.0\ mm$، یک باتری همسان با باتری اولی به‌طور سری به‌آن بسته شده باشد.

[(الف) $0.10\ MV/m$ (ب) $50\ kV/m$]

۱۴-۴۵ دریک نوسان‌نما، اختلاف پتانسیل ۲۰ ولتی بین صفحات Y یک باریکهٔ الکترون را به‌اندازهٔ $30\ mm$ جابه‌جا می‌کند. برای یک جابه‌جایی به اندازهٔ $45\ mm$، چه اختلاف پتانسیلی لازم است؟ (راهنمایی: به پرسش **۱۸-۴۳** توجه کنید تا دریابید که تغییرمکان الکترون چگونه به‌میدان الکتریکی میان دوصفحه مربوط می‌شود.)

۱۵-۴۵ صفحه‌ای به‌مساحت $0.10\ m^2$ که به‌زمین متصل شده است، وقتی به‌فاصلهٔ $2.0\ mm$ از صفحهٔ مشابهی با بار $+8.85\ nC$ قرار می‌گیرد، بار $-8.85\ nC$ را کسب می‌کند. محاسبه کنید:

(الف) $\mathbf{E}$ میان دوصفحه را، و

(ب) V را درنقطه‌ای میان این دوصفحه.

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $10\ kV/m$ (ب) $+10\ V$]

***۱۶-۴۵ بارسنج با قرص جاذب.** ابعاد بارسنجی با قرص جاذب چنین است: مساحت صفحه $1.0 \times 10^{-2}\ m^2$، فاصلهٔ صفحات $10\ mm$. هرگاه اختلاف پتانسیل V میان دو صفحه برقرار شود، آن‌دو یکدیگر را با نیروی الکتریکی $0.50\ mN$ جذب می‌کنند. مقدار V را محاسبه کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را در محاسبه به کاربرید.

[$1.1\ kV$]

سطوح هم‌پتانسیل کروی

†۱۷-۴۵ فاصلهٔ بارهای نقطه‌ای $+0.90\ nC$ و $+0.10\ nC$، برابر $100\ mm$ است. مقدار پتانسیل الکتریکی درنقطهٔ خنثی چه مقدار است؟

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را در محاسبه به‌کار برید.

[$0.14\ kV$]

†۱۸-۴۵ فرض کنید که الکترون یک اتم ئیدروژن به‌فاصلهٔ $53\ pm$ از پروتون قرار گرفته باشد. محاسبه کنید:

(الف) میدان الکتریکیی که بر الکترون تأثیر می‌گذارد، و

(ب) اختلاف پتانسیلی که لازم است میان دوصفحهٔ موازی به فاصلهٔ $10\ mm$، برقرار شود تا میدانی به همان اندازه به‌وجود آورد.

MATH75.IR

مقادیرعددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ و e را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۰٫۵۱ TN/C (ب) ۵٫۱ GV]

۱۹-۴۵ بارهای کروی کوچک $+2.0\,nC$، $+2.0\,nC$، $-2.0\,nC$، $+3.0\,nC$ و $-6.0\,nC$ به‌ترتیب درچهارگوشهٔ مربعی به‌قطر $0.20\,m$ قرار گرفته‌اند.

(الف) پتانسیل الکتریکی را درمرکز محاسبه کنید، و

(ب) اندازهٔ میدان الکتریکی را درمرکز محاسبه و روی یك نمودار جهت آن را مشخص کنید.

آیا نقاطی درمربع وجود دارندکه در آنها:

(*i*) پتانسیل الکتریکی صفر باشد، و

(*ii*) میدان الکتریکی صفر باشد؟

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) $-0.27\,kV$ (ب) $3.7\,kV/m$]

۲۰-۴۵ به دو کرهٔ کوچك به‌شعاع $1.0\,mm$ بارهای $\pm 9.0\,nC$ داده می‌شود، و آنها را چنان قرار می‌دهند که فاصلهٔ مرکزهای آنها در خلأ $100\,mm$ باشد. فرض کنید پخش بار روی هرکره تأثیری بربارکرهٔ دیگر ندارد، و محاسبه کنید:

(الف) پتانسیلی که برروی سطح هرکره، به وسیلهٔ بار خود آن، ایجاد می‌شود،

(ب) پتانسیلی که برسطح هرکره ازجانب بارکرهٔ دیگر ایجاد می‌شود، و

(پ) اختلاف پتانسیل میان دوکره.

عاملی خارجی که 1.0×10^6 الکترون را ازکرهٔ مثبت به‌کرهٔ منفی انتقال می‌دهد، چه مقدارکار انجام می‌دهد؟ این انرژی چه می‌شود؟

مقادیرعددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(پ) ۰٫۱۶ MV ؛ 26 nJ]

۲۱-۴۵ خازن‌کره‌های هم‌مرکز. به کره‌ای به شعاع $0.10\,m$ باری به‌اندازهٔ $+5.0\,nC$ داده می‌شود. آنگاه پس از منزوی شدن، یك کرهٔ هم‌مرکز به‌شعاع $0.20\,m$ که به زمین متصل شده است، پیرامون آن را فرا می‌گیرد.

محاسبه کنید:

(الف) بار القا شده روی کرهٔ خارجی،

(ب) پتانسیل کرهٔ داخلی (*i*) ناشی از بار خودش، (*ii*) ناشی از بارکرهٔ خارجی،

(پ) پتانسیل کرهٔ خارجی (*i*) ناشی از بار خودش، (*ii*) ناشی از بارکرهٔ داخلی، و

(ت) اختلاف پتانسیل میان دوکره را.

باید چه مقدار بار الکتریکی روی کرهٔ داخلی بنشیند تا اختلاف پتانسیل بین دوکره به ۱٫۰ V برسد؟ (این مقدار ازنظر عددی برابر **ظرفیت** این سیستم است.)

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[(ت) ۰٫۲۲ kV ؛ +۲۲ pC]

۲۲-۴۵ اگرکرهٔ مسئلهٔ پیش باشعاع $0.10\,m$ را منزوی می‌کردند، برای آنکه پتانسیلش به ۱٫۰ ولت برسد، چه مقدار باید بار به‌آن داده می‌شد؟ (توجه‌کنیدکه چون پاسخ شماکمتر از $+22\,pC$ است، این کرهٔ منزوی نسبت به‌وقتی که کره‌ای متصل به‌زمین آن را محصور کرده باشد، ظرفیت کمتری برای بار الکتریکی دارد.)

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[11 pC]

۲۳-۴۵ شعاع کرهٔ منزوی ماشین وان دوگراف $90\,mm$ است، و تا هنگامی که پتانسیلش به $+1.0\,kV$ برسد، باردار می‌شود. مولکول اکسیژنی که به‌فاصلهٔ $0.21\,m$ ازسطح کره قرار گرفته است، یك الکترون ازدست می‌دهد.

محاسبه کنید:

(الف) بار روی کره،

(ب) شدت میدان درموضع مولکول هوای یونیده،

(پ) برایند نیروی رانشی بریون گاز را، و

(ت) شتاب حاصل را، در صورتیکه جرم آن $5.3\times10^{-26}\,kg$ باشد.

مقادیرعددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) $+10\,nC$ (ب) $1.0\,kN/C$

(پ) ۰٫۱۶ fN (ت) $3.0\,Gm/s^2$]

MATH75.IR

۲۴-۴۵ کرهٔ یك ماشین وان دوگراف، در هوا، آنقدر باردار می‌شود، تا به‌پتانسیل ۰/۲۰ MV برسد، ومی‌دانیم که وقتی میدان الکتریکی درهوا به ۳/۰ MV/m برسد، کره با جرقه‌زدن تخلیه خواهد شد.

(الف) کمینهٔ شعاع کره‌ای که به‌کار می‌رود چقدر باید باشد؟

(ب) وقتی پتانسیل کره به‌بیشینهٔ مقدار مجاز خود برسد، چه مقدار بار کسب کرده است؟

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۶۷ mm (ب) ۱/۵ μC]

سطوح هم‌پتانسیل استوانه‌ای

***۲۵-۴۵ استوانه‌های هم‌محور.** (الف) به یك استوانهٔ بلند رسانا به شعاع ۱۰ mm چگالی بار خطی ۰/۵۰ mC/m + داده می‌شود. اختلاف پتانسیل میان این رسانا و رسانای استوانه‌ای هم‌محور مشابه‌آن به‌شعاع (*i*) ۲۰ mm، (*ii*) ۲۷/۲ mm، چه مقدار است؟

(ب) فرض کنید که‌رسانای دوم به‌زمین متصل شده باشد:

(*i*) چگالی بارخطی القاء شده چه‌مقدار خواهد بود؟

(*ii*) کدامیك از دو استوانه به شعاع ۲۰ mm و ۲۷/۲ m اثر بیشتری بر کاهش پتانسیل استوانهٔ اصلی دارند؟

(پ) فرض کنید وقتی $r=\infty$ m، اختلاف پتانسیل‌را صفر اختیار کنیم. پتانسیل استوانهٔ اصلی (به طور نظری) چه مقدار خواهد بود اگر:

(*i*) استوانهٔ اصلی منزوی باشد، و

(*ii*) آنگاه استوانهٔ اصلی را استوانهٔ بزرگتری محصور کرده باشد،

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) (*i*) ۶/۲ V (*ii*) ۹/۰ V

(ب) (*i*) −۰/۵۰ nC/m

(پ) (*i*) ∞ V (*ii*) +۹/۰ V]

***۲۶-۴۵ شکست دی‌الکتریك در اتاقك یونش.** یك اتاقك یونش استوانه‌ای دارای سیم آنود مرکزیی به شعاع ۰/۲۰mm وکاتود استوانه‌ای‌هم‌محوری‌به‌شعاع ۱۰mm است. این‌اتاقك ازگازی پرشده است که‌قدرت دی‌الکتریك آن ۲/۲ MV/m است. اگر قرار باشد پیش از آنکه تابش از دریچهٔ میکا نفوذکند،گاز دچار شکست الکتریکی نشود، بزرگترین اختلاف پتانسیلی که باید بین آنود و کاتود برقرار شود، باید چه‌مقدار باشد؟

[۱/۷kV]

***۲۷-۴۵ محاسبهٔ انرژی جنبشی به‌دست آمده از اثر مگنترون.** در یك روش اندازه‌گیری بار ویژهٔ الکترون، الکترونها را به‌وسیلهٔ اختلاف پتانسیل V_{ac} از یك کاتود استوانه‌ای به‌شعاع a، به‌سوی‌آنودی هم‌محور آن به‌شعاع b، شتاب می‌دهند. (به‌آنها به وسیلهٔ یك میدان مغناطیسی چنان انحراف داده می‌شود که نمی‌توانند به آنود برسند.) درغیاب میدان مغناطیسی، مقادیر زیر را برای لوله‌ای که در آن $a=50\ \mu m$، $b=3/0$ mm و $V_{ac}=20$ V است، محاسبه کنید:

(الف) انرژی‌جنبشی‌الکترونها را وقتی به‌آنود برخورد می‌کنند، و

(ب) کسری از انرژی پتانسیل جنبشی را که الکترونها هنگام پیمودن ۰/۱۵ mm مسافت اولیه‌کسب می‌کنند.

مقادیرعددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۳/۲a (ب) ۰/۳۴]

مسائل گوناگون مبحث انرژی

۲۸-۴۵ محاسبهٔ انرژی پتانسیل الکتریکی. (الف) به یك کرهٔ رسانا به شعاع a که پتانسیل آن V و حامل بار Q است، بار بسیار کوچك δQ داده می‌شود. مقدار δW کار انجام شدهٔ (*i*) برحسب V و δQ، و (*ii*) برحسب Q، a و δQ، چه مقدار است؟

(ب) درخلال کسب بار نهایی، Q_0، چه‌مقدار انرژی در کره ذخیره می‌شود؟ (برحسب a و Q_0 پاسخ دهید.)

(پ) برای قرار دادن بار ۳/۰ nC− روی یك کرهٔ رسانا به‌شعاع ۹۰ mm، چه اندازه کار انجام می‌شود؟

MATH75.IR

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[(ب) $Q^2/8\pi\varepsilon_0 a$ (پ) ۰/۴۵ μJ]

۲۹-۴۵ فرض کنید فاصلهٔ دو ذرهٔ α از یکدیگر ۰/۱۰nm باشد.

(الف) یکی از آنها نگه داشته شده، و دیگری رها می‌شود. وقتی این دو ذره نسبتاً دور از هم قرار گیرند، انرژی جنبشی ذرهٔ رها شده چه مقدار خواهد بود؟

(ب) اگر هردو رها شوند، انرژی جنبشی آنها چه‌مقدار می‌شود؟

مقادیرعددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) 9/2 aJ]

۳۰-۴۵ فرض کنید که در آزمایش گایگر-مارسدن، که هدف آن آشکارسازی وجود هستهٔ اتمی است، یك ذرهٔ α به انرژی جنبشی ۱/۰ pJ مستقیماً به سمت یك هستهٔ طلای سنگین (که دارای ۷۹ پروتون است) برود. ذرهٔ آلفا تا چه حد به‌هسته نزدیك می‌شود؟

مقادیرعددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ و e را در محاسبه به‌کار برید.

[۳۶ fm]

۳۱-۴۵ (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی یك دو قطبی الکتریکی که از دوبار $\pm$ 1/1 nC به فاصلهٔ ۹۰ mm ازیکدیگر، تشکیل شده است، چه‌مقدار است؟

(ب) یك بار سوم ۴/۰ nC از راه یك عامل خارجی به ۵۰ میلیمتری هریك از بارها آورده می‌شود. این عامل خارجی چه‌مقدار کار انجام داده است؟

(پ) انرژی نهایی این سیستم سه‌بار چه مقدار است؟ آیا این یك سیستم مقید است؟

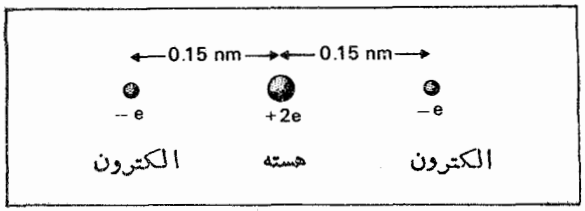
مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) −۰/۱۲ μJ]

۳۲-۴۵ انرژی پتانسیل یك اتم. به شکل توجه کنید، که مدل سادهٔ آرایش لحظه‌ای اتم هلیوم را نشان می‌دهد. در مقابله با نیروهای الکتروستاتیکی چه مقدار کار باید انجام گیرد، تا هسته و الکترون از هم جدا شوند؟

مقادیرعددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[۵/۴ a]]



شکل مربوط به‌پرسش ۴۵-۳۲

***۳۳-۴۵** (درمسئلهٔ زیر، در نظرگرفتن مورد مشابه درگرانش که عبارت از گردش یك سفینه به‌دور یك جسم سنگین است، مفید واقع خواهد شد.) مدلی اتمی‌راکه درآن یك‌الکترون به‌دور مداری به‌شعاع ۵۳ pm می‌گردد درنظر بگیرید:

(الف) انرژی جنبشی الکترون چه‌مقدار است؟

(ب) انرژی پتانسیل الکتریکی سیستم الکترون-پروتون چه مقدار است؟

(پ) آیا انرژی پتانسیل گرانشی قابل توجه است؟

(ت) انرژی کل سیستم چه‌مقدار است؟ (اگر الکترونی‌را که در بینهایت است صفر بگیریم ــ یك انتخاب اختیاری ــ پاسخ (ت) منفی خواهد شد. این نکته نشان می‌دهدکه با سیستمی مقید سروکار داریم.)

(ث) انرژی یونش اتم ئیدروژن چه‌مقدار است؟

مقادیر عددی داده شدهٔ e، m_e، $1/4\pi\varepsilon_0$ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) +۲/۲ aJ (ب) −۴/۴ aJ]

***۳۴-۴۵** (درحل این مسئله، پرسش بالا کمك خواهدکرد.) الکترونی را درنظر بگیریدکه ازنزدیکی یك پروتون‌چنان می‌گذرد که کمترین فاصلهٔ آنها از یکدیگر به ۵۳ pm می‌رسد. انرژی پتانسیل این الکترون ۴/۴ aJ است.

(الف) انرژی کل سیستم چه مقدار است؟

(ب) انرژی پیوندی سیستم چه مقدار است؟

(پ) شکل مسیر الکترون چگونه است؟

درصورتی‌که سرعت: (*i*) کمی بیشتر، و (*ii*) اندکی کمتر بود، مسیر به چه‌شکل درمی‌آمد؟

MATH75.IR

۴۶ خازنها

پرسشهایی برای بحث

۱-۴۶ شعاع کره‌ای رسانا به‌ظرفیت ۱F، چه مقدار است؟ جسمی با این اندازه را نام برید.

۲-۴۶ اگر، C،ظرفیت یك‌خازن صفحه موازی:
(الف) با مساحت، A، صفحه متناسب باشد، و
(ب) با، d، فاصلهٔ صفحه‌ها نسبت عکس داشته باشد، پیرامون دلایل فیزیکی این حالتها، بحث کنید.
اگر به‌صفحه‌ها بارهای از پیش تعیین شدهٔ $\pm Q$ داده شود، آیا هیچیك ازاین عوامل برمیدان الکتریکی میان دوصفحه تأثیری برجای خواهدگذاشت؟

۳-۴۶ خازنی دارای دوصفحه با اندازه‌های نابرابر است. اگر یك باتری‌را به‌دوسر آن وصل کنیم، آیا اندازهٔ بارهایی که این صفحات کسب می‌کنند برابر خواهد بود؟

۴-۴۶ دو رسانا بارهایی همنام با اندازه‌های برابر حمل می‌کنند. آیا اختلاف پتانسیلی می‌تواند میان آنها برقرار باشد؟

۵-۴۶ یك رسانای گلابی شکل باردار شده، و در تمامی نقاط پتانسیل یکسانی کسب می‌کند. اگر یك صفحهٔ محکم با رویهٔ تخت یا سطح منحنی گلابی تماس یابد، درهرمورد بار متفاوتی کسب می‌کند. چرا؟

***۶-۴۶ اثر فریزسازی.** خازنهای صفحه موازی عملاً ناکاملند، یعنی خطوط میدان الکتریکی آنها به‌طور مساوی فاصله‌گذاری نشده‌اند و موازی هم نیستند. پیرامون چگونگی عملی پخش بار روی صفحات تأمل کنید، و با استفاده از روابط $\mathbf{E}=\sigma/\varepsilon_0$ و $V=Ed$ تعیین کنیدظرفیت یك خازن واقعی از $\varepsilon_0 A/d$ بیشتر است یا کمتر.

۷-۴۶ فرض کنید خازنی به ظرفیت C دربسامد p تا پتانسیل V باردار می‌شود وسپس‌از راه یك‌کلید قطع، تخلیه می‌شود. نشان دهید این سیستم همانند مقاومت $1/pC$ رفتار می‌کند. (می‌توان مقدار C را با استفاده ازپل ماکسول، که مطابق با پل وتستون است، اندازه‌گیری کرد.)

۸-۴۶ خازنی از دوکرهٔ هم‌مرکز به‌شعاعهای a و b ساخته شده‌است، به‌طوری‌که $(b-a)\ll a$.این سیستم‌را با درنظر گرفتن تقریب خازنی صفحه موازی فرض کنید و مقدار ظرفیت آن را بیابید. (توجه داشته باشید که چون خطوط میدان شعاعی تنها به‌طور تقریبی موازی‌اند، A، مساحت مؤثر صفحه چنان است که $4\pi a^2 < A < 4\pi b^2$.)

۹-۴۶ م.ب ظرفیت: (الف) یك خازن هموارکنندهٔ پتانسیل، (ب) خازن ذخیره‌کننده، (پ) یك خازن تنظیم‌کنندهٔ بی‌سیم، و (ت) کرهٔ یك ژنراتور وان دوگراف آزمایشگاهی، دارای چه مرتبهٔ بزرگی است؟

۱۰-۴۶ م.ب انرژی جنبشی گردش زمین را با انرژی ذخیره شده درمیدان الکتروستاتیکی آن، مقایسه کنید. مقدار $\mathbf{E}$ درنزدیکی سطح زمین $0/1\ \mathrm{kV/m}$ است.

مسئله‌های کمّی

محاسبهٔ ظرفیت

۱۱-۴۶ (الف) یك خازن صفحه موازی که مساحت صفحه‌های آن $1/0\ \mathrm{m}^2$، وفاصلهٔ آنها ازیکدیگر $2/0\ \mathrm{mm}$ است، به دوقطب یك باتری $100\ \mathrm{V}$ متصل شده است. محاسبه کنید:
(*i*) میدان الکتریکی میان دوصفحه،
(*ii*) بزرگی چگالی بار روی صفحات،
(*iii*) بار روی هرصفحه، و

MATH75.IR

(*iv*) ظرفیت‌خازن‌را (رابطهٔ $C = Q/V$ را به‌کار گیرید).

(ب) اکنون صفحه‌ای رسانا به ضخامت ۱/۰ mm را میان دوصفحه قرار می‌دهیم، درحالی‌که باتری هنوز هم به‌آن متصل است. محاسبه‌کنید:

(*i*) میدان الکتریکی داخل صفحهٔ رسانا،

(*ii*) میدان‌الکتریکی درفضای‌باقیماندهٔ میان دوصفحه،

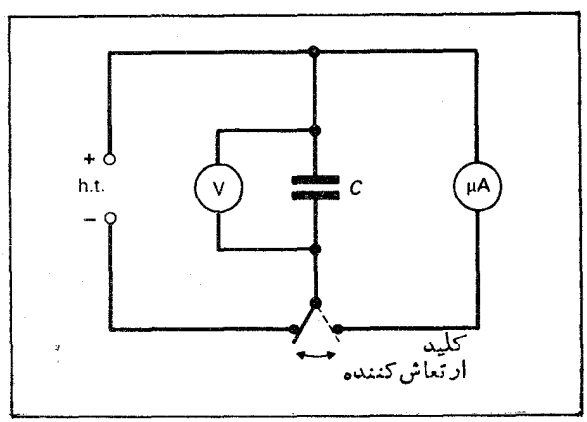
(*iii*) چگالی سطحی‌بار القاءشده در دو روی صفحه، و

(*iv*) ظرفیت سیستم جدید را.

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) (*iii*) $\pm$ ۰/۴۴ μC

(ب) (*ii*) ۰/۱۰ MV/m (*iv*) ۸/۹ nF]



شکل مربوط به‌پرسش ۴۶-۱۲

۴۶-۱۲ اندازه‌گیری ε_0. به شکل توجه کنید. مداری که برای اندازه‌گیری ε_0 به‌کار می‌رود، درآن نشان داده شده است. مقدارآن‌را با به‌کارگیری‌اطلاعات زیر، محاسبه‌کنید: خازن، یك خازن هوای صفحه موازی است که مساحت صفحات‌آن ۰/۱۰ m^2 وفاصلهٔ آنها ازیکدیگر ۳/۰ mm است.(خطوط میدان درتمام نقاط باید موازی فرض شوند.) وقتی‌کلید ۵۰ ارتعاش کامل درهرثانیه اجراکند، و درجهٔ ولت‌سنج ۰/۱۰ kV را نشان دهد، آمپرسنج حساس ۱/۵ μA را نشان خواهد داد.

[۹/۰ pF/m]

۴۶-۱۳ زمین‌کره‌ای رسانا به‌شعاع ۶/۴ Mm است.

(الف) ظرفیت آن چقدر است؟

(ب) از هر متر مربع سطح زمین چند الکترون باید برداشته شود: (*i*) برای‌آنکه پتانسیل آن تا ۱V بالا برود، (*ii*) برای تولید میدانی به‌اندازهٔ ۱V/m؟

تعداد الکترونهای موجود درحجمی‌از زمین به‌مساحت $1\,m^2$ وعمق ۱۰ mm را برآورد و آن را باپاسخ خود مقایسه‌کنید.

مقادیر عددی داده شدهٔ e و ε_0 را درمحاسبه به‌کار برید.

[(ب) (*i*) ۹ (*ii*) $۵/۵ \times ۱۰^۷$]

***۴۶-۱۴** یك کابل هم‌محور از یك زوج استوانهٔ رسانا به شعاعهای ۱/۰ mm و ۲/۰ mm که‌فاصلهٔ بین‌آنهاهواست، تشکیل شده است. ظرفیت هرمترکابل چقدر است؟

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[۸۰ pF/m]

***۴۶-۱۵** یك کابل هم‌محور از یك زوج استوانهٔ رسانای هم‌محور به شعاعهای ۱/۰ mm و ۲/۷۲ mm تشکیل شده است. چه طولی ازسیم دارای ظرفیت ۱/۰ فاراد است؟ (پاسخ خیلی بزرگ نشان می‌دهد که فاراد یکایی بسیار بزرگ است.)

مقدار عددی داده شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[۱۸ Gm]

به‌هم‌بستن خازنها

۴۶-۱۶ اتصال به‌زمین. به‌کره‌ای فلزی به‌شعاع ۱۰۰ mm باری برابر ۶/۰ nC داده شده، و سپس آن را به **زمین متصل می‌کنند.** (میان این‌کره و زمین اتصال الکتریکی برقرار می‌کنند.) با این فرض که زمین کره‌ای رسانا به‌شعاع ۶/۴ Mm است، و از ابتدا باردار نبوده است، نشان دهید که این فرایند کرهٔ کوچك را تخلیه می‌کند (یعنی بار نهایی آن را محاسبه‌کنید).

[۹۴ aC]

۴۶-۱۷ (الف) دوخازن به‌ظرفیتهای ۲/۰ μF و ۴/۰ μF هریك به‌نوبت به یك منبع تغذیهٔ جریان مستقیم ۲۵۰ ولتی،

MATH75.IR

متصل می‌شوند. اندازهٔ باری که روی صفحه‌های خازن ایجاد می‌شود چه مقدار است؟

(ب) حال خازنها به طور موازی به‌هم متصل می‌شوند، به‌طوری که جوشنهای غیرهمنام به‌یکدیگر وصل می‌شوند. فرض کنید جوشن خازنها به ترتیب بارهایی با اندازه‌های $Q_۲$ و $Q_۴$ کسب کنند. (*i*) مقدار $(Q_۲+Q_۴)$ را بنویسید، (*ii*) شرایطی را بنویسید که در آن اختلاف پتانسیل دوسر هرخازن یکسان شود.

(پ) مقادیر $Q_۲$ و $Q_۴$ واختلاف پتانسیل حاصل را محاسبه کنید.

[(پ) ۰/۱۷ mC ، ۰/۳۳ mC ، ۸۳ V]

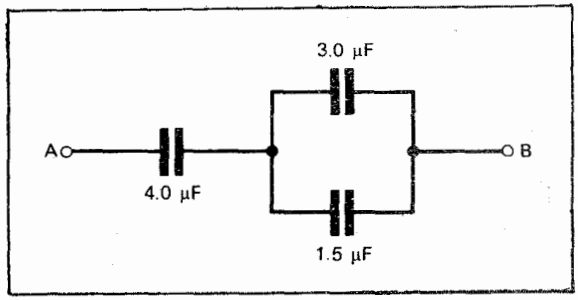
۱۸-۴۶ دوخازن به‌ظرفیتهای ۴/۰ μF و ۶/۰ μF هریك به باتریهایی که نیروی محرکهٔ (e·m·f) آنها به ترتیب ۱۰۰ V و ۲۰۰ V است، متصل و هر دو کاملاً باردار می‌شوند. سپس آنها را چنان موازی به‌هم متصل می‌بندند که اتصال میان صفحات هم علامت انجام گیرد.

(الف) پس از اتصال، اندازهٔ بارهای مثبت و منفی چه مقدار خواهد بود؟

(ب) اختلاف پتانسیل نهایی دوسر صفحه‌های خازنها چه مقدار خواهد بود؟

(سعی کنید به‌جای استفاده از رابطهٔ $C=C_۱+C_۲$، بند (ب) را با استفاده از اصول اولیه حل کنید. در مورد نسبت بارکسب شده به‌وسیلهٔ خازنهای مربوطه، فکر کنید.)

[(الف) ±۱/۶ mC (ب) ۰/۱۶ kV]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۹-۴۶

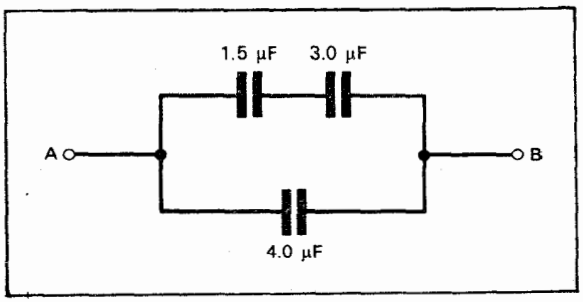
۱۹-۴۶ به‌شکل توجه کنید.

(الف) ظرفیت معادل سیستم، به‌همین صورتی که اکنون وجود دارد چه مقدار است؟

(ب) مشاهده می‌شود که وقتی V_{AB} به طور یکنواخت افزایش یابد، خازن ۴/۰ μF دستخوش شکست الکتریکی خواهد شد (مادهٔ دی‌الکتریك آن رسانا می‌شود). پس از شکست الکتریکی، ظرفیت معادل سیستم به‌چه مقداری خواهد رسید؟

(پ) فرض کنید ابتدا خازن ۳/۰ μF (و نه خازن ۴/۰ μF) دستخوش شکست الکتریکی می‌شد. دراین صورت ظرفیت معادل چه مقدار می‌شد؟

[(الف) ۲/۱ μF]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۰-۴۶

۲۰-۴۶ به شکل توجه کنید و به‌پرسشهایی که در مسئلهٔ **۱۹-۴۶** مطرح شده است پاسخ دهید.

۲۱-۴۶ اندازه‌گیری ظرفیت با استفاده از بارسنج d . c. ظرفیت یك خازن را می‌توان از راه باردارکردن آن تا اختلاف پتانسیلی مناسب واتصالش به‌ورودی خازن یك بارسنج، اندازه‌گیری کرد. این کار بخشی ازبار خازن را به‌خازن بارسنج انتقال می‌دهد. اگر ظرفیتی که می‌خواهیم آن را اندازه بگیریم با ظرفیت بارسنج قابل مقایسه باشد، باید انتقال ناقص‌بار به‌حساب آورده شود. اختلاف‌پتانسیل انتخاب شده باید با حساسیت بارسنج سازگاری داشته باشد (معمولاً حدود ۱ ولت).

وقتی یك باتری با نیروی محرکهٔ (e·m·f) جزئی $\mathscr{E}$ به دوسر خازن ثابت یك بارسنج که ظرفیتی برابر ۲/۰ nF دارد، وصل شود، درجهٔ آن روی ۱/۲ قرار می‌گیرد. حال

MATH75.IR

این باتری برای پرکردن خازن جداگانه‌ای که بعداً به‌خازن بارسنج متصل خواهد شد، به‌کار می‌رود، وعدد ۰/۵۰ را نشان می‌دهد.

(الف) وقتی که (*i*) باتری، (*ii*) خازن جداگانه، به‌نوبت به‌بارسنج بسته شوند، روابطی برای بیان اختلاف پتانسیل دوسر بارسنج بنویسید.

(ب) نسبت اختلاف پتانسیلهایی که در بالا توضیح داده شد، چه مقدار است؟

(پ) ظرفیت ناشناخته را محاسبه کنید.

(ت) چه کسری از بار ظرفیت ناشناخته به‌بارسنج منتقل می‌شود؟

[(پ) ۱/۴ nF (ت) ۰/۵۸]

انرژی درخازنها

۲۲-۴۶† فرض کنید که ۱۰۰۰ خازن ۴/۰ μF به‌طور موازی به‌هم بسته شده باشند وسپس تا اختلاف پتانسیل ۲۵ kV باردار شوند. انرژی ذخیره شده تا چه مدت یك لامپ ۱۰۰ W را درحالت روشنایی معمولی نگه می‌دارد؟

[۱۲ ks]

۲۳-۴۶ یك باتری به نیروی محرکهٔ (e.m.f) ۱۰۰ V برای باردارکردن کامل یك خازن ۱۰ μF به‌کار می‌رود. محاسبه کنید:

(الف) انرژی ذخیره شده درمیدان الکتریکی خازن،

(ب) انرژی تبدیل شده به‌وسیلهٔ منبع e.m.f.، و

(پ) تغییر انرژی ذخیره شدهٔ (*b*) — (*a*) را.

برای بند (پ) دلیل ذکر کنید. (این مقدار همیشه برابر (*a*) — می‌شود، این یك مورد استثنایی نیست. برای یافتن موردی مشابه به‌پرسش ۵-۳۰ نگاه کنید که درآن انرژی تلف شده نصف انرژی تبدیل شده است.)

[(الف) ۵۰ mJ (ب) ۰/۱۰ J]

۲۴-۴۶ یك خازن ۲/۰ μF، تا ۰/۱۰ kV و یك خازن ۱/۰ μF، تا ۰/۲۰ kV باردار می‌شوند.

(الف) انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی هریك چه مقدار است؟

سپس دوخازن (به‌طور موازی) چنان به هم بسته می‌شوند، که صفحات با بارهمنام به‌یکدیگر اتصال یابند. محاسبه کنید:

(ب) ظرفیت معادل سیستم را،

(پ) اندازهٔ بارهایی راکه هرخازن ازهم جدا می‌کند،

(ت) اختلاف پتانسیل جدید را میان صفحه‌های خازن، و

(ث) انرژیی که حالا در میدان الکتریکی سیستم ذخیره شده است.

در مورد تفاوت کلی میان (ث) و مجموعی که در (الف) به‌دست آمده است، دلیل ذکر کنید.

[(الف) ۱۰ mJ و ۲۰ mJ (ث) ۲۷ mJ]

۲۵-۴۶ قطره‌های آب ناخالص به‌شعاع ۱/۰ mm از لوله‌ای فلزی که درپتانسیل ۵۰ V نگه داشته شده است می‌چکند، و به‌یك ظرف فلزی کروی به‌شعاع ۱۰ mm و ضخامتی چشمپوشیدنی فرو می‌ریزند. محاسبه کنید:

(الف) بار روی هر قطره را،

(ب) بارکلی روی ظرف را وقتی کاملاً پرشده باشد،

(پ) انرژی پتانسیل الکتروستاتیکیی که هرقطره حمل کرده است، و

(ت) انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی ظرف پرشده را.

بیشتر انرژی قسمت (ت) ازکجا می‌آید؟ (چرا پاسخ قسمت (ت) ۱۰۰۰ برابر پاسخ قسمت (پ) نیست؟)

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۵/۶ pC (ب) ۵/۶ nC

(پ) ۰/۱۴ nJ (ت) ۱۴ μJ]

۲۶-۴۶ چگالی انرژی. یك خازن صفحه موازی ازیك زوج جوشن بسیار بزرگ موازی به‌فاصلهٔ ۱/۰ mm از یکدیگر، تشکیل شده است. وقتی خازن باردار شود، چگالی سطحی بار در نزدیکی وسط صفحه‌ها به ۸/۸۵ nC/m² می‌رسد. محاسبه کنید:

(الف) میدان الکتریکی بین صفحات خازن را،

(ب) اختلاف پتانسیل بین صفحات را،

(پ) ظرفیت بخشی به‌مساحت ۱/۰ m² ازصفحه را در

MATH75.IR

نزدیکی مرکز سیستم،

(ت) انرژی ذخیره شده درمیدان الکتریکی بین این مساحت ازصفحات را، و

(ث) **چگالی انرژی** میدان الکتریکی (انرژی ذخیره‌شده در واحد حجم) را.

(چگالی انرژی را می‌توان از رابطهٔ $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ به‌دست آورد. آیا این رابطه با پاسخ شما مطابقت می‌کند؟) مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را درمحاسبه به‌کار برید.

[(ث) $۴/۴\,\mu J/m^3$]

***۴۶-۲۷ محاسبهٔ ربایش دوجانبهٔ یك زوج صفحهٔ باردار.** یك زوج صفحهٔ باردار، هریك به مساحت $۱/۰\,m^2$، ابتدا به‌فاصلهٔ $۴/۰\,mm$ ازیکدیگر قرار دارند، وسپس به این صفحات به ترتیب بارهای $\pm ۲/۰\,nC$ داده می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) ظرفیت سیستم را،

(ب) اختلاف پتانسیل بین صفحات را، وبدین‌ترتیب

(پ) انرژی ذخیره شده درمیدان الکتریکی بین این صفحات را.

اکنون فاصلهٔ صفحات، ازطریق عاملی خارجی‌که کار آن در مقابله با ربایش دو جانبهٔ بارهای ناهمنام انجام می‌گیرد، به $۸/۰\,mm$ افزایش می‌یابد.

(ت) اختلاف پتانسیل میان صفحات با چه ضریبی تغییر می‌کند؟

(ث) ازپاسخ خود به‌قسمت (پ) برای ارزیابی انرژی پتانسیل الکتریکی جدید استفاده‌کنید.

(ج) آن عامل خارجی چه مقدار کار انجام داده است؟

(چ) با استفاده از این واقعیت‌که این عامل نیرویی با بزرگی ثابت وارد می‌آورد، مقدار این نیرو را پیداکنید. مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را درمحاسبه به‌کار برید.

[(پ) $۰/۹۰\,nJ$ (ث) $۱/۸\,nJ$ (چ) $۰/۲۳\,\mu N$]

۴۷ مواد دی‌الکتریك

پرسشهایی برای بحث

۱-۴۷ دربارهٔ موارد تشابه و تفاوت بین توصیف این دو پدیده توضیح دهید:

(الف) یك آهنربای دائمی می‌تواند هر نمونهٔ (غیر-مغناطیسی) ازمادهٔ فرومغناطیسی را جذب کند.

(ب) یك میلهٔ استات سلولز باردار می‌تواند تکه‌های کوچك عایق بدون بار (مانند موی انسان) را جذب کند.

۲-۴۷ مساحت صفحات دوخازن باهم برابر، و ظرفیتهای آنها نیز مساوی است. یکی با هوا ($\varepsilon_r = ۱/۰$) و دیگری با روغن ($\varepsilon_r = ۲/۰$) پر می‌شود. آنها را به‌نوبت به‌یك باتری می‌بندیم. نسبت چگالی انرژی میدانهای الکتریکی میان‌صفحات آنها را پیداکنید.(راهنمایی: پرسش **۲۶-۴۶** را ملاحظه کنید.)

۳-۴۷ خازن با باری‌که به‌جایی ثابت شده است. به‌خازنی بار ثابت شدهٔ Q داده می‌شود، و سپس هوای بین صفحات آن با روغن دی‌الکتریکی که در آن $\varepsilon_r = ۲$ است، عوض می‌شود. کمیتهای زیر با چه ضریبی تغییر می‌کنند؟

(الف) شدت میدان الکتریکی،

(ب) اختلاف پتانسیل بین صفحات،

(پ) ظرفیت سیستم، و

(ت) انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی.

اگر انرژی ذخیره شده درسیستم‌کاهش یابد، در مورد کاری که عامل خارجی تولید شده به وسیلهٔ روغن، روی سیستم

MATH75.IR

انجام می‌دهد، چه می‌توان گفت؟ وقتی روغن فضای خالی را پرمی‌کند، آیا جذب آن می‌شود یا از آن رانده می‌شود؟

۴-۴۷ خازن با اختلاف پتانسیلی که به‌جایی ثابت شده‌است. خازنی به‌طور دائم به‌یك باتری با نیروی محرکهٔ (e·m·f) ثابت محکم شده است، سپس هوای بین‌صفحات آن با روغن دی‌الکتریك که در آن $\varepsilon_r = ۲$ است، عوض می‌شود. کمیتهای زیر با چه ضریبی تغییر می‌کنند:

(الف) اختلاف پتانسیل بین صفحات،

(ب) شدت میدان الکتریکی،

(پ) چگالی سطحی بار،

(ت) بار برروی هرصفحه،

(ث) ظرفیت سیستم، و

(ج) انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی؟

وقتی با روغن‌فضا را پر می‌کنیم، آیا صفحات خازن روغن را می‌ربایند یا می‌رانند؟ آیا عامل‌خارجی که به‌وسیلهٔ روغن به‌وجود می‌آید، کارمثبت انجام می‌دهد یا کارمنفی؟ چگونه پاسخهای‌خود را با قسمت(ج) وپرسش اخیر وفق می‌دهید؟

۵-۴۷ آیا بارهایی‌با قطبش القایی می‌توانند دریك جریان الکتریکی سهیم باشند؟

۶-۴۷ مشخص‌کنیدکه اصطلاحات زیر در ارتباط با مواد دی‌الکتریك به چه‌معنی به‌کار می‌روند:

(الف) پیزوالکتریك، (ب) پیروالکتریك، (پ) فرو-الکتریك. چگونه می‌توانید تحقیق‌کنید که آیا یك ماده در یکی ازاین دسته‌ها می‌گنجد یا خیر.

***۷-۴۷** قطبش‌مولکولها ازطریق واپیچش‌ابرهای‌الکترونی اثر تشدیدی را نشان می‌دهد که پاشندگی نوری به‌حساب می‌آید. کشیده شدن پیوند یا سازوکار خمش، تشدیدی را نشان می‌دهد که پاشندگی فروسرخ به‌حساب می‌آید. بسامدهای‌میدان‌الکتریکی را برای این هردونوع‌پاشندگی برآوردکنید.

مسئله‌های کمّی

۸-۴۷ خازنی ازطریق قراردادن ۴/۰ mm پلاستیك با گذردهی نسبی ۴/۰ درمیان یك‌زوج صفحهٔ‌فلزی به‌مساحت ۱/۰ $m^۲$، که فاصلهٔ آنها ازیکدیگر ۵/۰mm است، ساخته می‌شود. این خازن از راه وصل‌کردن صفحه‌های آن به‌یك منبع تغذیهٔ ۲/۰ کیلوولتی باردار می‌شود. محاسبه‌کنید:

(الف) نسبت E_d (دی‌الکتریك) به E_a (هوا)،

(ب) نسبت V_d (دی‌الکتریك) به V_a (هوا)،

(پ) میدان ایجادشده در هوا،

(ت) چگالی بار سطحی برصفحات فلزی،

(ث) چگالی بار القاء شدهٔ سطحی بر رویه‌های دی‌الکتریك،

(ج) بار روی صفحه‌های فلزی، و

(چ) ظرفیت سیستم، با به‌کارگیری رابطهٔ $C = Q/V$.

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(پ) ۱/۰ MV/m (ت) ۸/۹ $\mu C/m^۲$

(ث) ۶/۶ $\mu C/m^۲$ (ج) ۴/۴ nF]

۹-۴۷ خازنی از یك زوج صفحهٔ موازی به مساحت ۰/۲۰ $m^۲$ که ۱/۰ mm ازیکدیگر فاصله دارند، تشکیل شده است. نیمی ازاین سطح با کاغذ پارافینی به‌ضخامت ۱/۰ mm($\varepsilon_r = ۲/۰$) و نیمی دیگر با هوا ($\varepsilon_r = ۱/۰$) پر می‌شود. ظرفیت معادل آنرا محاسبه‌کنید. (راهنمایی: این آرایش، با یك تقریب، با دو خازن ساده که به‌طور موازی به‌هم بسته شده‌اند، هم‌ارز است.)

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۲/۷ nF]

۱۰-۴۷ خازنی از یك زوج صفحهٔ موازی به مساحت ۰/۱۰ $m^۲$ و با فاصلهٔ ۲/۰ mm، که ۱/۰ mm این فضا با هوا ($\varepsilon_r = ۱/۰$) و ۱/۰ mm آن با پولی‌ستیر ($\varepsilon_r = ۲/۵$) پرشده، تشکیل‌یافته است. شیوهٔ زیر را برای یافتن ظرفیت آن به‌کار برید. در نظر بگیریدکه یك بار $\pm$ ۰/۸۸۵ pC (برای سهولت) روی صفحه‌های فلزی

MATH75.IR

جایگزین شده است، و با یافتن شدت میدان الکتریکی هوا و پولی‌ستیر، اختلاف پتانسیل بین صفحات را محاسبه کنید. سپس معادلهٔ تعریف کنندهٔ $C=Q/V$ را به کار برید.

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۶۳ nF]

۱۱-۴۷ در طراحی یك نوع خازن، ورقه‌های فلزی نازك به‌مساحت $۸۰\text{ mm}\times ۸۰\text{ mm}$ پیشنهاد شده است که میان آنها را یك تکه کاغذ به‌ضخامت $۴۰\ \mu\text{m}$ پر می‌کند. گذردهی نسبی کاغذ ۴/۰ و قدرت دی‌الکتریکی آن ۲۰ MV/m است؛ محاسبه کنید:

(الف) ظرفیت آن را، و

(ب) بیشینهٔ اختلاف پتانسیلی که باید در آن برقرار شود.

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۵/۷ nF (ب) ۰/۸۰ kV]

۱۲-۴۷ عایقی که دارای گذردهی نسبی ۶/۰ و قدرت دی‌الکتریکی $E_{max}=۴/۰\text{ MV/m}$ است، به عنوان دی‌الکتریك در خازنی صفحه موازی به ظرفیت ۵/۰ nF، به کار می‌رود. اگر خازن توانایی تحمل اختلاف پتانسیل $۳/۰\text{ kV}$ را داشته باشد، کمینهٔ مساحت صفحات چه‌مقدار است؟

مقدار عددی داده شدهٔ ε_0 را درمحاسبه به‌کار برید.

[$۷/۱\times ۱۰^{-۲}\text{ m}^۲$]

MATH75.IR

۱۰ الکتریسیتهٔ جاری

۴۸. جریان و مقاومت

۴۹. انتقال انرژی در مدار

۵۰. نیروی محرکهٔ الکتریکی (E.M.F.) و مدارها

۵۱. اصول اندازه‌گیریهای الکتریکی

۵۲. تعریف میدان مغناطیسی برمبنای اثرآن

۵۳. میدان مغناطیسی در رابطه با علت‌آن

۵۴. وسایل اندازه‌گیری الکتریکی

۵۵. اصول القای الکترومغناطیسی

۵۶. کاربردهای القای الکترومغناطیسی

۵۷. القا

۵۸. جریان متناوب

۵۹. خواص مغناطیسی ماده

MATH75.IR

چند رابطهٔ مفید

رسانش

Q، بار: $Q=\int I\,dt$

V، اختلاف پتانسیل: $V=\frac{W}{Q}$

R، مقاومت: $R=\frac{V}{I}$

G، رسانایی الکتریکی: $G=\frac{I}{V}$

ρ، مقاومت ویژه: $R=\rho\frac{l}{A}$

σ، رسانایی: $\sigma=\frac{1}{\rho}$

$\mathbf{J}$، چگالی جریان الکتریکی: $J=\frac{I}{A}$

u، جنبش‌پذیری الکتریکی: $u=\frac{v_d}{E}$

قانون اهم ثابت: $R_T=$

$I=nAev_d$

$\mathbf{J}=ne\mathbf{v}_d$

$\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}$

$\sigma=ne^2\frac{\tau}{2m_e}$

α، ضریب دما: $\alpha=\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)$

$\rho=\rho_0(1+\alpha\theta)$

$R_{\text{سری}}=R_1+R_2$

$\frac{1}{R_{\text{موازی}}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$

انتقال انرژی

$P=VI$

قانون ژول: $W=\left(\frac{V^2}{R}\right)t=I^2Rt$

E.M.F و مدارها

$\mathcal{E}$، نیروی محرکه: $\mathcal{E}=\frac{W}{Q}$

$P=\mathcal{E}I$

$\mathcal{E}=I(R+r)$

قوانین کیرشهوف: $\Sigma I=0$

$\Sigma\mathcal{E}=\Sigma(IR)$

$\tau_c=RC$

$Q=Q_0\left[1-\exp\left(\frac{-t}{\tau_c}\right)\right]$

MATH75.IR

اثر B

B، چگالی شار میدان $F = BQv\sin\theta$

Φ، شار میدان $\Delta\Phi = B\cos\theta\Delta A$

f، بسامد سیکلوترون $f = \frac{QB}{۲\pi m}$

R_H، ضریب هال $V_H = R_H(BJw)$

$R_H = \frac{۱}{ne}$

$V_H = \frac{BI}{tne}$

$F = BIl\sin\theta$

m، گشتاور مغناطیسی $m = \frac{T_{max}}{B}$

$T = mB\sin\theta$

$m = NIA$

(دوقطبی) $E_p = -mB\cos\theta$

$\tau = ۲\pi\sqrt{\frac{I}{mB}}$

$T = NIAB\cos\phi$

علت B

قانون بیو-ساوار $B \propto Qv\sin\frac{\theta}{r^۲}$

$\mu_۰$، ثابت تراوایی $\left(\frac{\mu_۰}{۴\pi}\right) = \frac{Br^۲}{Qv\sin\theta}$

$\Delta B = \left(\frac{\mu_۰}{۴\pi}\right)\frac{I\Delta l\sin\theta}{r^۲}$

(سیم‌پیچ) $B = \mu_۰ nI$

(سیم راست) $B = \frac{\mu_۰ I}{۲\pi a}$

(محور پیچک دایره‌ای) $B = \left(\frac{۱}{۲}\mu_۰ NI\right)\frac{a^۲}{(a^۲+x^۲)^{\frac{۳}{۲}}}$

قانون آمپر $\oint B\mathrm{d}l = \mu_۰ I$

$F = \left(\frac{\mu_۰}{۲\pi}\right)\frac{I_۱ I_۲}{a}l$

وسایل اندازه‌گیری

$NAIB = c\theta$

S، حساسیت جریان $S = \frac{\theta}{I}$

حساسیت ولتاژ $\frac{\theta}{V}$

(پرتابی) $Q = \left(\frac{\sqrt{cK}}{NAB}\right)\theta_m$

القای الکترومغناطیسی

به‌هم‌پیوستگی شارمغناطیسی $N\Phi$

$\mathcal{E} = Blv$

معادلهٔ نیومن $\mathcal{E} = -N\left(\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right)$

$Q = \frac{N\Delta\Phi}{R}$

(ترانسفورماتور) $\frac{\mathcal{E}_p}{\mathcal{E}_s} = \frac{-N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p}$

(موتور) $P_m = \mathcal{E}_B I$

$T = NAB\left(\frac{V-\mathcal{E}_B}{R}\right)$

MATH75.IR

القا

L، خودالقا

$$L=\frac{N\Phi}{I}=\frac{-\mathcal{E}}{\left(\frac{dI}{dt}\right)}$$

$$\mathcal{E}=-L\frac{dI}{dt}$$

τ_L، ثابت زمانی القایی

$$\tau_L=\frac{L}{R}$$

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}\left[1-\exp\left(\frac{-t}{\tau_L}\right)\right]$$

$$W=\frac{1}{2}LI^2$$

M، القای متقابل

$$M=\frac{N_s\Phi_s}{I_p}=-\frac{\mathcal{E}_s}{\left(\frac{dI_p}{dt}\right)}$$

جریان متناوب

$$I=I_0\sin\omega t$$

$$I_{r.m.s}=\frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

(نیم‌چرخه)

$$\langle I\rangle=\frac{I_0}{\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$

Z، مقاومت ظاهری

$$Z=\frac{V_0}{I_0}=\frac{V_{r.m.s}}{I_{r.m.s}}$$

X_L، مقاومت موهومی القایی

$$X_L=\frac{V_{r.m.s}}{I_{r.m.s}}$$

$$X_L=\omega L=2\pi fL$$

X_C، مقاومت موهومی ظرفیتی

$$X_C=\frac{V_{r.m.s}}{I_{r.m.s}}$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}$$

$$V_0\sin(\omega t+\phi)=L\ddot{Q}+R\dot{Q}+\frac{Q}{C}$$

$$Z=\sqrt{[R^2+(X_L-X_C)^2]}$$

$$\operatorname{tg}\phi=\frac{(X_L-X_C)}{R}$$

$\cos\phi$، ضریب توان

$$\cos\phi=\frac{R}{Z}$$

$$\langle P\rangle=I_{r.m.s}^2Z\cos\phi$$

خواص مغناطیسی

$$\mathbf{B}=\mathbf{B}_0+\mathbf{B}_M$$

μ_r، تراوایی نسبی

$$\mu_r=\frac{B}{B_0}$$

μ، تراوایی مطلق

$$\mu=\mu_r\mu_0$$

χ_m، پذیرفتاری مغناطیسی

$$\chi_m=\frac{B_M}{B_0}$$

$$F_m=\phi\times\Sigma\left(\frac{l}{\mu A}\right)$$

R_m، مقاومت مغناطیسی

$$R_m=\Sigma\left(\frac{l}{\mu A}\right)$$

$$F_m=NI$$

$\mathbf{H}$، شدت میدان مغناطیسی

$$\mathbf{H}=(\mathbf{B}-\mu_0\mathbf{M})/\mu_0$$

$$\mathbf{B}=\mu_r\mu_0\mathbf{H}=\mu\mathbf{H}$$

قانون آمپر

$$\oint H\,dl=I$$

MATH75.IR

۴۸ جریان و مقاومت

پرسشهایی برای بحث

۴۸-۱ چه دلیل تجربی دراثبات این باورکه پدیده‌های الکتریسیتهٔ ساکن و الکتریسیتهٔ جاری هردو ناشی ازبارهای الکتریکی یکسانیند، وجود دارد؟

۴۸-۲ جهت قراردادی جریان الکتریکی خلاف جهت سرعت سوق الکترونهاست، و با این همه بیشتر جریانهای الکتریکی از الکترونهای سوق یافته تشکیل شده‌اند. آیا تغییر این قرارداد، مزیتی در بر دارد؟

۴۸-۳ جریان الکتریکی ازطریق حرکت الکترونهای آزاد درفلز حمل می‌شود. وقتی الکترونهای آزاد به یونهای شبکه‌ای برخورد می‌کنند اندازه حرکت خود را از دست می‌دهند. آیا هنگام گذر جریان الکتریسیته، نیروی خالصی روی شبکهٔ فلزی وجود دارد؟

۴۸-۴ یك مقاومت فلزی با گرفتن انرژی جنبشی از الکترونهایی که در شبکه حرکت می‌کنند، انرژی داخلی خود را افزایش می‌دهد. پیرامون ماهیت برخورد میان الکترون و یون شبکه‌ای بحث کنید.

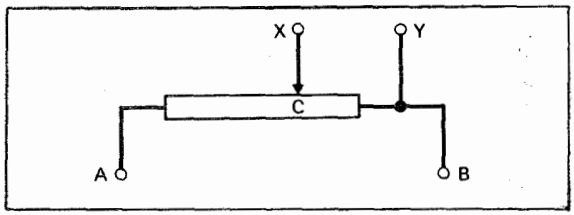
۴۸-۵ نوفهٔ جانسون، که نظیر الکتریکی حرکت براونی در شاره‌هاست،ولتاژ جزئی متناوبی با افتاخیزکتره‌ای است که در دوسر هرمقاومتی وجود دارد. چه چیز باعث آن می‌شود؟ چگونه می‌توان از اثر آن کاست؟

۴۸-۶ یکاهای زیر را برحسب یکای کمیتهای اصلی m، kg، s و A بنویسید:
(الف) کولن، (ب) ولت، (پ) اهم.

۴۸-۷ به‌شکل توجه کنید. غالباً گفته می‌شود که:

$$\frac{V_{XY}}{V_{AB}} = \frac{R_{BC}}{R_{AB}}$$

تحت چه شرایطی این گفته درست است؟



شکل مربوط به‌پرسش ۴۸-۷

۴۸-۸ چگونه باید تعدادی مقاومت اهمی را به یکدیگر بست تا (الف) بیشینهٔ مقاومت، و (ب) کمینهٔ مقاومت را، ایجادکنند؟

چگونه اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت ترکیبی را تغییر می‌دهید تا جریان کلی که‌ازآن شارش می‌یابد، دوبرابرشود؟ این عمل چه‌تأثیری برتوان تلف‌شدهٔ برجای‌خواهد گذاشت؟

۴۸-۹ شرح دهیدکه‌چگونه می‌توان تحقیق کرد رشتهٔ یك چراغ روشنایی از قانون اهم پیروی می‌کند یا خیر. آیا دمای رشته اثری روی نتایج شما می‌گذارد؟

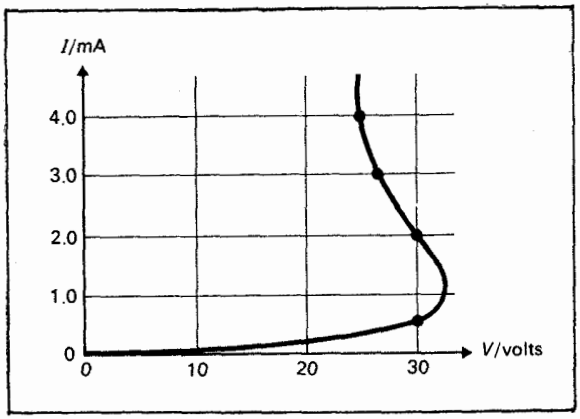
۴۸-۱۰ وقتی یك میلهٔ فلزی گرم شود، مقاومت، طول و مساحت سطح‌مقطع آن، جملگی تغییر می‌کنند. اگر شما مشغول بررسی‌تغییرات مقاومت ویژه، ρ، برحسب دما باشید، با این سه عامل چگونه برخورد خواهیدکرد؟

۴۸-۱۱ ترمیستور. نمودار بالا منحنی مشخصهٔ یك ترمیستور نوعی را نشان می‌دهد.
(الف) درمورد شکل منحنی توضیح دهید.
(ب) نموداری رسم کنید که تغییرات مقاومت ترمیستور را برحسب اختلاف پتانسیل اعمال شده، نشان دهد.

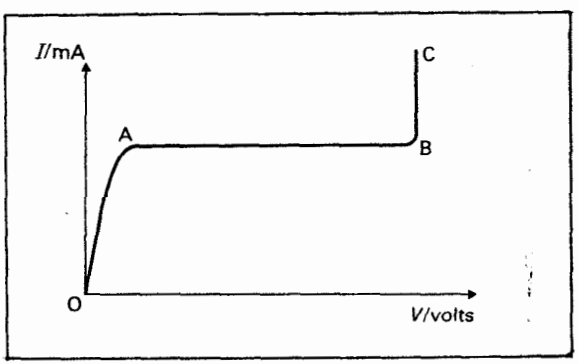
۴۸-۱۲ مشخصهٔ الکتریکی یك گاز. به شکل توجه کنیدکه نشان می‌دهد جریانی که دریك گاز شارش می‌یابد، چگونه با افزایش اختلاف پتانسیل دوسر آن تغییر می‌کند. ازجنبهٔ

MATH75.IR

مولکولی و یونی، نکات زیر را توجیه کنید:
(الف) شارش جریان درطول OA،
(ب) مقاومت بسیار بالا درطول AB، و
(پ) افزایش سریع جریان درطول BC.



شکل مربوط به‌پرسش ۴۸-۱۱



شکل مربوط به‌پرسش ۴۸-۱۲

۴۸-۱۳ پیرامون پیکربندیهای الکترونی مواد ناخالص مناسب جهت خالص سازی سیلیسیوم چهار ظرفیتی در (الف) مادهٔ غیرذاتی نوع p، و (ب) مادهٔ نوع n، بحث کنید. (در اتمهای همسایهٔ بلور خالص می‌توان توزیع الکترونهای آنها را چنان درنظرگرفت که هریك از هسته‌ها هشت‌الکترون مداری داشته باشد.)

۴۸-۱۴ فرض کنید که دریك بلور، یك تك اتم سه ظرفیتی جایگزین اتمی چهارظرفیتی می‌شود. حفرهٔ مثبت حاصل در کجا یافته خواهد شد؟

۴۸-۱۵ آیا بره‌ای‌ازیك مادهٔ نوع n بار منفی خالص حمل می‌کند؟

۴۸-۱۶ ازهمهٔ ذرات بارردار یك بلور نیمرسانا، تنها الکترونها آزادندکه دربلورحرکت کنند. سازوکاری پیشنهاد کنیدکه درآن حاملهای بارمثبت (حفره‌های مثبت) درچنین بلورهایی بتوانند به‌جای الکترونها حرکت کنند.

۴۸-۱۷ وقتی جریان در یك مادهٔ نوع p شارش پیدا می‌کند، حفره‌های مثبت به‌سوی قطب منفی باتری حرکت می‌کنند، و با الکترونها در الکترود اهمی که به‌کرانهٔ بلور متصل است، ترکیب می‌شوند. چرا بلور دارای بار منفی نمی‌شود؟

۴۸-۱۸ آیا فکر می‌کنید، تحت هیچ شرایطی، دستیابی به‌سیلیسیوم کاملاً عایق امکان‌پذیر نیست؟

۴۸-۱۹ چرا غالباً برای ساختن وسایل نیمرسانا،سیلیسیوم نسبت به ژرمانیوم برتر است؟

۴۸-۲۰ ابر رسانا چیست؟ وقتی جریان الکتریکی در یك ابر رسانا شارش می‌یابد، انرژی چه شکلی به‌خود می‌گیرد؟ اگر دما اندکی افزایش یابد، و موجب شودکه این پدیده از میان برود، چه اتفاقی می‌افتد؟

۴۸-۲۱ م.ب یك نمونه از ژرمانیوم بسیار خالص، ۱ تا 10^9 اتم ناخالصی ژرمانیوم دارد. فاصلهٔ میان اتمهای ناخالصی را برآوردکنید.

۴۸-۲۲ م.ب میانگین فاصلهٔ پیموده شده بین نوسانهای الکترونهای آزاد درمس را برآوردکنید. این فاصله در مقایسه با قطر اتمی نوعی، چگونه است؟

مسئله‌های کمّی

جریان و رساناها

۴۸-۲۳ † **ژنراتور وان‌دوگراف.** پهنای‌تسمهٔ یك ژنراتور ۰/۸۰ m است و باسرعت ۲۸ m/s حرکت می‌کند. بار

MATH75.IR

با آهنگی متناظر با ۰/۲۰ mA به‌داخل کره حمل می‌شود. چگالی سطحی متوسط بار را روی تسمه محاسبه کنید.

[۸/۹ $\mu C/m^2$]

†۲۴-۴۸ درحالت پایهٔ اتم ئیدروژن بود، می‌توان درنظر گرفت که الکترون برمداری دایره‌ای به‌شعاع ۵۳ pm و با سرعت ۲/۲ Mm/s هسته را دور می‌زند. بزرگی جریان الکتریکی متوسطی را که این حرکت الکترون پدید می‌آورد، محاسبه کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ e را درمحاسبه به‌کار برید.

[۱/۱ mA]

†۲۵-۴۸ **مشتق رابطهٔ** $I = nAev_d$. دریك سیم‌مخصوص، الکترونها با سرعت سوق متوسط ۰/۵۰ mm/s ازسطح مقطعی با مساحت ۴/۰ mm^2 عبورمی کنند. $1/0 \times 10^{29}$ الکترون در هر m^3 سیم وجود دارد. یك سیم استوانه‌ای به‌طول ۱۲ mm را درنظر بگیرید:

(الف) چه مدت می‌کشد تا همهٔ الکترونهای درون این استوانه به‌یك سر آن سوق داده شوند؟ (ازحرکتهای کتره‌ای چشمپوشی کنید.)

(ب) چند الکترون درون این استوانه وجود دارد؟

(پ) کل بار حمل‌شده به‌وسیلهٔ الکترونها چه‌مقداراست؟

(ت) با درنظرگرفتن آهنگ خروج الکترون ازاستوانه، اندازهٔ جریان را محاسبه کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ e را درمحاسبه به‌کار برید.

[۳۲ A (ت)]

۲۶-۴۸ سرعت سوق الکترون: مس. چگالی مس $8/9 \times 10^3 kg/m^3$، و جرم اتمی نسبی آن ۶۴ است. مساحت سطح مقطع یك سیم مسی مخصوص که جریان ۲/۰ آمپری از آن می‌گذرد، ۰/۱۰ mm^2 است. محاسبه کنید:

(الف) چگالی تعداد اتمهای مس، و

(ب) چگالی تعداد الکترونهای رسانش (با فرض آنکه هراتم دریك الکترون آزاد سهیم است)

(پ) سرعت سوق الکترون را برای این جریان.

سرعت گرمایی الکترونها ۱ Mm/s~ است. وقتی جریان قطع شود، بسامد برخورد میان‌الکترونها وشبکهٔ بلورچگونه تغییر خواهد کرد؟

مقادیر عددی داده شدهٔ N_A و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[۱/۵ mm/s (پ) $8/4 \times 10^{28}$ $1/m^3$ (ب)]

۲۷-۴۸ سرعت سوق الکترون: ژرمانیوم. چگالی تعداد الکترون یك نمونهٔ پولك ژرمانیوم نوع n به ضخامت ۰/۵۰ mm و پهنای ۴/۰ mm، $6/0 \times 10^{20}$ $1/m^3$ است. جهت سهولت، فرض کنید هرجریانی که از پولك عبور کند، به‌تمامی توسط الکترون حمل می‌شود. وقتی جریان ۴/۸ mA باشد، سرعت سوق متوسط الکترونها چه مقدار است؟ (این پاسخ را با پاسخ خود درمورد مس مقایسه کنید: مرتبه‌های بزرگی متفاوت به مبحثی به‌نام اثر هال (صفحهٔ ۲۶۲) مربوط می‌شوند.)

مقدار عددی داده شدهٔ e را درمحاسبه به‌کار برید.

[۲۵ m/s]

†۲۸-۴۸ سوق الکترون در مس در یك سرعت متوسط ۰/۱۵ mm/s به‌طور میانگین درهر ۲۵ fs یك برخورد ناکشسان به‌وجود می‌آورد. چگالی تعداد الکترونها $8/4 \times 10^{28}$ $1/m^3$ است. آهنگ انرژی تلف شده در واحد حجم را محاسبه کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ m_e را درمحاسبه به‌کار برید.

[۰/۱۴ MW/m^3]

۲۹-۴۸ باریکهٔ الکترونی. باریکهٔ الکترونی دریك‌لامپ پرتوکاتودی ۰/۳۰ m را می‌پیماید و شدت جریان باریکه ۴/۰ mA است. اگر سرعت الکترونها ۳۰ Mm/s باشد، تعداد الکترونهای باریکه را درهرلحظه معلوم محاسبه کنید. توانی که درصفحه تلف می‌شود چه مقدار است؟

مقادیر عددی داده شدهٔ e و m_e را درمحاسبه به‌کار برید.

[۱۰ W ، $2/5 \times 10^{18}$]

۳۰-۴۸ آمپرسنج الکترولیزی. از راه اندازه‌گیری m، جرم ته‌نشسته روی الکترود، براثر عبور جریان I به‌مدت t

MATH75.IR

دریك الکترولیت، می‌توان جریان را با این‌وسیله ثبت کرد. مقدار m از عبارت $M_m It/evN_A$ به‌دست داده می‌شود، که M_m جرم مولی مادهٔ ته‌نشسته و v تعداد بارهای بنیادی در هر یون است.

(الف) اگر ۱/۲ g مس $(M_m = ۶۴ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{kg/mol})$ در مدت ۱/۰ ks ته‌نشسته باشد، مقدار جریان را محاسبه کنید، و

(ب) با همان مقدار بار چه جرمی از نقره $(M_m = ۱۰۸ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{kg/mol})$ ته می‌نشیند؟

مقادیر عددی داده شدهٔ e و N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۳/۶ A (ب) ۴/۰ g]

مقاومت و مقاومت ویژه

†۴۸-۳۱ مقاومت ویژه و مقاومت. مقاومتهای ویژه دراین مسئله همه در دمای ۲۹۳ K اندازه‌گیری می‌شوند. مقاومت میان:

(الف) دوسر قطعه‌ای مس را با مساحت سطح مقطع $۱۲ \times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{m^۲}$ و طول ۰/۶۰ m و مقاومت ویژهٔ ۱۷ nΩ m،

(ب) دو سر قطعه‌ای کربون مشابه را به‌مقاومت ویژهٔ ۳۵ μΩ m، و

(پ) دو رویهٔ یك پولك سیلیکون خالص را به‌ضخامت ۵/۰ mm ومساحت $۸/۰ \times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{m^۲}$، در صورتی‌که مقاومت ویژهٔ آن ۶۰ Ω m باشد، محاسبه کنید.

[(الف) ۸/۵ μΩ (ب) ۱۸ mΩ (پ) ۰/۳۸ kΩ]

†۴۸-۳۲ تقسیم‌کنندهٔ پتانسیل. از مقاومت متغیری برای کنترل اختلاف پتانسیل دو سر وسیله‌ای که بیشینهٔ مقاومت آن ۱۵ Ω است، استفاده می‌شود. وقتی جریان ثابت ۵۰ mA ازآن بگذرد، گسترهٔ اختلاف پتانسیل چه مقدار خواهد بود؟ چه نسبتی از مقاومت بیشینه برای تأمین اختلاف پتانسیل ۲۵ mV به‌کار می‌رود؟

$\left[۰ \text{ تا } ۰/۷۵\ \mathrm{V},\ \frac{۱}{۳۰}\right]$

۴۸-۳۳ کابلهای افشان. یك کابل مسی از هفت رشته که مساحت سطح مقطع هریك برابر ۵/۰ $\mathrm{mm^۲}$ ومقاومت ویژهٔ آنها برابر ۱۷ nΩ m است، تشکیل شده‌است. محاسبه کنید:

(الف) مقاومت ۱/۰ km از این کابل را،

(ب) طول کابل تك‌رشته‌ای را که دارای همان مقاومت گفته شده در (الف) باشد، و

(پ) تعداد رشته‌ها به طوری‌که مقاومت کابل کمتر از ۰/۳۰ Ω شود.

[(الف) ۰/۴۹ Ω (ب) ۰/۱۴ km (پ) ۱۲]

۴۸-۳۴ چگالی جریان. چگالی جریان الکتریکی، $\mathbf{J}$، دریك رسانا از رابطهٔ $J = I/A$ به دست می‌آید، که I جریان یکنواخت عبوری ازسطح مقطعی به‌مساحت $\mathbf{A}$ است.

(الف) مقدار $\mathbf{J}$ را در سیمی به مساحت سطح مقطع $۵/۰ \times ۱۰^{-۷}\ \mathrm{m^۲}$، وقتی‌که جریان ۲۰ mA از آن می‌گذرد، محاسبه کنید.

(ب) نشان دهیدکه میدان الکتریکی اعمال شده دریك رسانای استوانه‌ای از رابطهٔ $\mathbf{E} = \rho\mathbf{J}$ به‌دست می‌آید، که ρ مقاومت ویژهٔ جنس رساناست.

(پ) همچنین نشان دهیدکه توان تلف شده در واحد حجم، p، از رابطهٔ $p = J^۲\rho$ به‌دست می‌آید.

***۴۸-۳۵ توضیح میکروسکوپی قانون اهم.** با نظرکردن به‌ایده‌های سادهٔ کلاسیك، می‌توان نشان دادکه چرا فلزات از قانون اهم پیروی می‌کنند.

(الف) نشان دهیدکه v_d سرعت سوق الکترونها چگونه با چگالی جریان، $\mathbf{J}$، ارتباط پیدا می‌کند.

(ب) رابطه‌ای برحسب شتاب الکترونی‌که از حالت سکون به‌حرکت درمی‌آید، و زمان میان برخوردها، τ، برای $\mathbf{J}$ بیابید.

(پ) با استفاده از دومعادلهٔ بالا نشان دهیدکه رسانایی الکتریکی فلز از رابطهٔ $\sigma = \frac{۱}{۲}(e^۲n/m_e)\tau$ به‌دست‌می‌آید.

(ت) توضیح دهیدکه فلزها تا چه حدی از قانون اهم پیروی می‌کنند.

(ث) با استفاده از رابطه‌های $\sigma = ۶/۰ \times ۱۰^۷\ \mathrm{S/m}$

MATH75.IR

و $n = ۸/۴ \times ۱۰^{۲۸}\ ۱/\mathrm{m}^۳$، τ را برای مس محاسبه کنید. مقادیر عددی داده شدهٔ e و m_e را درمحاسبه بهکار برید.

[۵۱ fs (ت)]

***۴۸-۳۶ محاسبهٔ مقاومت ازطریق انتگرال‌گیری.** تکهٔ سیم ضخیمی با سطح مقطع دایره‌ای درفاصله‌ای به طول l، به طور یکنواخت ازشعاع $r_۱$ تا شعاع $r_۲$ باریك می‌شود. اگر مقاومت ویژهٔ جنس سیم ρ باشد، مقاومت سیم چه‌مقدار است؟ (راهنمایی: رابطهٔ $\delta R = \rho \delta l / A$ را برای یك عنصر از سیم بهکار برید.)

$[l\rho/\pi r_۱ r_۲]$

تغییر دمای مقاومت

۴۸-۳۷ سیم‌پیچهای میدانی یك موتور الکتریکی ازمس به‌ضریب دمای مقاومت $۳/۹۰ \times ۱۰^{-۳}\ ۱/\mathrm{K}$ ساخته شده‌اند. اگر مقاومت سیم‌پیچها در دمای ۳۰۰ K برابر ۵۰/۰ Ω باشد، محاسبه کنید:

(الف) مقاومت سیم‌پیچها را در دمای ۲۷۳ K، و

(ب) دمای سیم‌پیچها را وقتی مقاومت آنها به ۶۰/۰ Ω رسیده باشد.

[(الف) ۴۵/۲ Ω (ب) ۳۵۷ K]

۴۸-۳۸ دمای کار چراغ. یك رشتهٔ تنگستن با مشخصات ۲۵۰ وات، ۲۳۰ ولت، در دمای ۲۹۳ K دارای مقاومت ۲۰ Ω است. یعنی وقتی سیم گرم شود، ضریب دمای‌مقاومت به $۵/۰ \times ۱۰^{-۳}\ ۱/\mathrm{K}$ می‌رسد. دمای کار آن‌چه مقدار است؟ (راهنمایی: دوباره از رابطهٔ $R = R_۰(۱ + \alpha\theta)$ استفاده‌کنید.)

$[۲/۴ \times ۱۰^۳\ \mathrm{K}]$

۴۹ انتقال انرژی درمدار

پرسشهایی برای بحث

۴۹-۱ از دو دانش‌آموز پرسیده می‌شود که آیا برای به‌دست‌آوردن یك اثرگرمایی زیاد باید ازمقاومت بالا استفاده‌کرد یا مقاومت پایین. یکی ازآنها از رابطهٔ $P = V^۲/R$ استفاده می‌کند وپاسخ می‌دهد: مقاومت پایین؛ دیگری با به‌کارگرفتن رابطهٔ $P = I^۲R$ می‌گوید: مقاومت بالا. نظر شما چیست؟

۴۹-۲ درمورد تغییرات انرژیی که در وسایل الکتریکی زیر، براثر عبور جریان الکتریکی به‌وجود می‌آید بحث کنید: (الف) یك باتری (هم هنگام پرشدن و هم هنگام تخلیه)، (ب) یك چراغ روشنایی، (پ) یك موتور الکتریکی، (ت) پیچکی‌مقاوم به‌یك غیرالقایی‌سیم‌پیچی‌شده.

۴۹-۳ چندین سیم با مقاومتهای ویژهٔ متفاوت ولی با ابعاد یکسان به‌نوبت بین دونقطه‌که اختلاف پتانسیل ثابتی میان آنها برقرار شده است، بسته می‌شوند. درکدامیك ازسیمها آهنگ گرمایش ژول بیشتر است؟

۴۹-۴ چرا عموماً سیستمهای جریان متناوب انتقال توان الکتریکی برسیستمهای جریان مستقیم، که همین‌کار را انجام می‌دهند، برتری دارند؟

۴۹-۵ چند وسیله نام ببریدکه نمی‌توانند با جریانهای متناوب و مستقیم، هر دو، کارکنند، وبگویید چرا.

۴۹-۶ آرایشی‌که درآن منبع نیروی محرکه (e.m.f)، بیشینهٔ‌توان‌را به‌مداری خارجی بدهد، چه‌مقدارکارایی دارد؟

۴۹-۷ وقتی بخواهید سیمی را برای (الف) گرمایش، (ب) ساختن یك‌فیوز، برگزینید، درمورد این انتخاب خود

MATH75.IR

چه خواصی را باید درنظر داشته باشید؟

مسئله‌های کمّی

تبدیل انرژی

†**۸-۴۹ عمر یك باتری.** باری‌که درخلال باردارشدن یك باتری ۱۲ ولتی ازآن می‌گذرد برابر ۰/۵۰ MC است. با فرض‌آنکه درخلال تخلیهٔ باتری، اختلاف‌پتانسیل میان دوقطب آن ثابت بماند، زمانی راکه درطول آن باتری بتواند ۰/۴۵ kW انرژی ذخیره‌کند، محاسبه‌کنید.

[۱۳ ks]

†**۹-۴۹ گرم‌کن شناور.** یك گرم‌کن شناور، درهرساعت ۵/۰ کیلووات مصرف می‌کند تا دمای ۴۵ kg آب را از ۲۹۳ K به ۳۷۳ K برساند. مقدار متوسط توان تلف شده را محاسبه‌کنید، وبرای آن دلیل بیاورید.
مقدار عددی داده شدهٔ c_{H_2O} را درمحاسبه به‌کار برید.

[۰/۸۱ kW]

†**۱۰-۴۹ مبلغ پرداختی برای مصرف انرژی الکتریکی.** یك گرم‌کن انبارشی به‌مقاومت ۱۹/۲ Ω به‌کلیدی‌که اختلاف پتانسیل ۲۴۰ V در دوسر آن برقرار است، بسته می‌شود و ۵/۰ ساعت در روزکارمی‌کند. اگر نرخ سازمان برق ۱/۲ p (p-لیره) برای هر ۱/۰ MJ باشد (**واحد** انرژی الکتریکی = ۳/۶ MJ = ۱ kWh) مبلغ قابل پرداخت متناظر با مصرف برق یك روز را محاسبه‌کنید.

[۶۵ p]

†**۱۱-۴۹ فیوز.** محاسبه کنید که چند مشعل الکتریکی یك‌کیلوواتی را می‌توان به‌طور ایمن به‌مدار برق شهر ۰/۲۴ kV که فیوزی ۱۳ آمپری درمسیر آن است، متصل کرد؟

†**۱۲-۴۹** یك باریکهٔ پروتون، حامل جریان ۲۰ μA، به‌قطعه‌ای مس برخورد می‌کند. اگر انرژی هر پروتون ۱/۸ pJ باشد، انرژی تلف‌شده درقطعهٔ مس را محاسبه‌کنید.

†**۱۳-۴۹** جریان مستقیمی ازیك لامپ با مشخصات: ۱۲ V، ۳۶ W؛ به‌مدت ۰/۳۰ ks می‌گذرد.
(الف) جریان احتمالی چه مقدار است؟
(ب) باری‌که از یك سطح مقطع معین رشته می‌گذرد چه مقدار است؟
(پ) تعداد الکترونهایی‌که بار را حمل می‌کنند چند عدد است؟
(ت) این بار در مقایسه با باری‌که روی هرصفحهٔ یك خازن ۱/۰ μF که تا ۰/۴۰ kV باردار شده، جمع می‌شود، چه مقدار است؟ نظر دهید.
چرا جریان احتمالی؟
مقدار عددی داده شدهٔ e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(ت) ۲۲×۱۰^{۶} برابر]

†**۱۴-۴۹** وقتی پتانسیل‌کرهٔ یك ژنراتور وان‌دوگراف ۱/۰ MV باشد، تسمه با آهنگ ۳۰ μA بار به داخل‌کره انتقال می‌دهد. چه نیرویی برای به‌حرکت درآوردن تسمه در مقابله با نیروی رانشی لازم است؟

[۳۰ W]

†**۱۵-۴۹** قطاری به‌جرم $۱/۰ \times ۱۰^{۵}$ kg که با یك منبع تغذیهٔ ۲۵ kV کار می‌کند در ۵۰ s روی سطح هموار سرعتش به ۲۰ m/s می‌رسد. از اتلاف انرژی چشم‌پوشی کنید ومیانگین جریان مؤثری راکه قطار استفاده می‌کند، محاسبه‌کنید.

[۱۶ A]

†**۱۶-۴۹** وقتی اختلاف پتانسیل ۰/۲۴ kV دریك گرم‌کن آن برقرار شود و دمای سیم $۱/۲ \times ۱۰^{۳}$ K باشد، توان آن برابر ۰/۸۰ kW است. اگر اختلاف پتانسیل ثابت نگه داشته شود و دمای سیم به‌وسیلهٔ مایعی سردکننده در دمای $۵/۶ \times ۱۰^{۲}$ K ثابت بماند، مقدار جدید توان تلف‌شده درگرم‌کن چه مقدار است؟ میانگین ضریب دمای مقاومت جنس سیم $۵/۰ \times ۱۰^{-۴}$ 1/K است.

[۱/۰ kW]

MATH75.IR

۱۷-۴۹ توان بیشینه. مقاومت کل مدار روشنایی اتومبیلی $۸/۰\ \Omega$ است و پیوسته به دوسر یك باتری $۱۲\ V$ که مقاومت داخلی آن را $۱/۰\ \Omega$ درنظر می‌گیریم، بسته شده است. مقاومت دیگری به‌اندازهٔ R به دوقطب باتری چنان بسته شده‌است که بیشینهٔ توان درمدار خارجی تلف‌می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) مقدار R،

(ب) توان تلف شده در R، و

(پ) درصد اتلاف توان ناشی ازاین اتصال در مدار روشنایی را.

[(الف) $۱/۱\ \Omega$ (ب) $۳۲\ W$ (پ) ۶۸٪]

انتقال انرژی الکتریکی

۱۸-۴۹ مصرف کننده‌ای که به توان $۵/۰\ kW$ در $۰/۲۴\ kV$ نیاز دارد، وسیلهٔ برقی خود را به برق شهرکه مقاومت سیمهای حامل آن $۲/۰\ \Omega$ است، وصل می‌کند. محاسبه کنید:

(الف) جریانی‌که ازسیمهای برق می‌گذرد، و

(ب) اختلاف‌پتانسیل در دوسرسیمها درنیروگاه برق، و

(پ) درصد اتلاف توان در سیمها.

[(الف) $۲۱\ A$ (ب) $۰/۲۸\ kV$ (پ) ۱۵٪]

۱۹-۴۹ خروجی توان یك نیروگاه در اختلاف پتانسیل $۱۳۲\ kV$، $۵۰۰\ MW$ است. اگر مقاومت خط توان‌کامل، $۴/۰\ \Omega$ باشد، محاسبه‌کنید:

(الف) جریان شارش‌یابنده از خط،

(ب) افت پتانسیل در خط، و

(پ) درصد اتلاف توان درخلال انتقال.

[(الف) $۳/۷۹\ kA$ (ب) $۱۵/۲\ kV$ (پ) ۱۱/(۵)٪]

۲۰-۴۹ مقاومت کابل انتقالی‌که یك نیروگاه برق را به‌مبدل یك شهرکوچك وصل می‌کند، $۴/۰\ \Omega$ است. مبدل ۹۰٪ بازده دارد واختلاف پتانسیل را به $۲۴۰\ V$ می‌رساند. وقتی نیاز شهر بیشینه باشد، مقاومت مؤثر شهر $۶۰\ m\Omega$ است. محاسبه کنید:

(الف) جریانی‌که آن شهر استفاده می‌کند، و

(ب) توانی‌که به‌مبدل می‌رسد،

(پ) کمینهٔ اختلاف پتانسیل شبکه درانتهای شهر، اگر بخواهیم اتلاف توان درکابل از $۲/۰\ kW$ تجاوزنکند، و

(ت) افت پتانسیل دوسر کابل انتقال.

[(الف) $۴/۰\ kA$ (ب) $۱/۱\ MW$
(پ) $۴۸\ kV$ (ت) $۸۹\ V$]

۵۰ نیروی محرکهٔ الکتریکی و مدارها

پرسشهایی برای بحث

۱-۵۰ تفاوت میان نیروی محرکهٔ الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی چیست؟ درچه شرایطی اختلاف پتانسیل قطبهای یك باتری بزرگتر از نیروی محرکهٔ آن است؟

۲-۵۰ آیا جهت جریانی‌که دریك باتری شارش پیدا می‌کند به‌ما این امکان را می‌دهد که جهت نیروی محرکهٔ آن باتری را تعیین‌کنیم؟ چه چیزی بزرگی نیروی محرکهٔ الکتریکی را تعیین می‌کند؟

۳-۵۰ علت‌وجود مقاومت داخلی دریك‌پیل‌چیست؟ چگونه به‌اندازهٔ پیل بستگی پیدا می‌کند؟ وقتی یك پیل‌کهنه شود برای مقاومت داخلی ونیروی محرکهٔ الکتریکی آن چه‌پیش می‌آید؟

MATH75.IR

۴-۵۰ پیرامون تغییرات انرژی یك باتری، وجهت نیروهایی که برحاملهای بار وارد می‌آیند، درحالتهای زیردقیقاً بحث کنید: (الف) وقتی باتری تخلیه می‌شود، و (ب) وقتی باتری باردار می‌شود.

۵-۵۰ لحیمی که دوفلز سازای ترموکوپل را بهم وصل می‌کند، چه‌تفاوتی درنیروی‌محرکهٔ الکتریکی خالص به‌وجود می‌آورد؟

۶-۵۰ دماسنج ترموالکتریکی. در این دماسنج وقتی که یك اتصال در دمای ثابت نگه داشته شود، و دمای اتصال دیگر به‌اندازهٔ $\Delta\theta$ از دیگری بیشتر شود نیروی محرکه، $\mathcal{E}$، از رابطهٔ $\mathcal{E}=a\Delta\theta+b\Delta\theta^{2}$ به‌دست می‌آید، که a و b مقادیری ثابتند. نموداری ترسیم کنید که چگونگی تغییر $\mathcal{E}$ را به نسبت $\Delta\theta$ نشان دهد. روی نمودار نقاط زیر را مشخص کنید:

(الف) دمای خنثی،

(ب) گسترهٔ مناسب برای اندازه‌گیری دما، و

(پ) مقیاسهای نوعی.

چه عواملی تعیین می‌کنند که کدام جنس برای ساختن یك دماسنج ترموالکتریك مناسب است؟

۷-۵۰ یکاهای R و C را برحسب یکاهای‌اصلی kg، m، s و A تعریف کنید، و از روی آن یکای RC را به‌دست آورید.

۸-۵۰ آیا وقتی در یك مدار RC از یك باتری با نیروی محرکهٔ زیاد استفاده شود، ثابت زمانی آن تغییرمی‌کند؟

۹-۵۰ م.ب چه مقدار انرژی در یك پیل نو ۱٫۵VU۲ ذخیره می‌شود؟

مسئله‌های کمّی

معادلهٔ مدار

†۱۰-۵۰ یك پیل به‌طور متوالی به‌یك مقاومت ۸٫۰ Ω و یك‌کلید بسته شده است. یك ولت‌سنج که با مقاومت بالا به‌دوسر پیل وصل‌شده است، درهنگام باز بودن کلید ۳٫۶V، و هنگام بسته بودن آن ۳٫۲ V را نشان می‌دهد. محاسبه کنید: (الف) نیروی محرکهٔ پیل، و (ب) مقاومت داخلی آن را.

†۱۱-۵۰ ژنراتوری به‌نیروی محرکهٔ ۲۰ V و مقاومت داخلی ۰٫۵۰ Ω، برای پرکردن یك‌باتری اتومبیل به‌نیروی محرکهٔ ۱۲ V و مقاومت داخلی ۰٫۱۰ Ω به‌کار می‌رود. آنها به‌طورمتوالی به‌هم و به‌مقاومت R بسته می‌شوند. مقدار مقاومت R چنان تنظیم‌شده است که جریان پرکننده‌ای برابر ۲٫۰ A را از خود عبور می‌دهد. محاسبه کنید:

(الف) مقدار R،

(ب) توان ژنراتور،

(پ) آهنگ کل اتلاف انرژی الکتریکی،

(ت) آهنگ انبارش انرژی در باتری، و

(ث) بازده کل این عملیات.

[(ث) ۶۰٪]

†۱۲-۵۰ یك باتری جریان ۳٫۰ A را درمداری که از دومقاومت ۲٫۰ Ω با اتصال موازی تشکیل شده است، عبور می‌دهد. وقتی این مقاومتها به طور متوالی به‌هم بسته شوند، جریان ۱٫۲ A است. محاسبه‌کنید:

(الف) نیروی محرکهٔ (e.m.f) باتری،

(ب) مقاومت داخلی باتری، و

(پ) توان تلف شده درمقاومت را درهردونوع اتصال.

[(الف) ۶٫۰ V (ب) ۱٫۰ Ω

(پ) ۴٫۵ W، ۲٫۹W]

۱۳-۵۰ دریك مقاومت، ازطریق دوپیل با نیروهای‌محرکه و مقاومتهای داخلی متفاوت، که به‌طور متوالی به‌هم بسته شده‌اند، جریان ۴٫۰ A برقرار می‌شود. وقتی قطبهای یکی از پیلها برعکس‌حالت اولیه‌بسته‌شوند، جریان به ۰٫۸۰ A افت‌پیدا می‌کند. نسبت نیروی‌محرکهٔ دوپیل‌را محاسبه‌کنید.

[۱٫۵ : ۱]

MATH75.IR

۱۴-۵۰ یك چهاروجهی از شش سیم راست بـا طولهای برابر و هر یك به مقاومت ۵/۰ Ω تشکیل می‌شود. دوقطب پیلی به نیروی محرکـهٔ ۴/۰ V و مقاومت داخلی ۲/۰ Ω به‌دو رأس آن متصل می‌شود. جریان شارش‌یافته در پیل را محاسبه کنید.

[۰/۸۹ A]

۱۵-۵۰ نیروی محرکهٔ ترموکوپل. وقتی‌که پیوندگاه سرد ترموکوپل معینی‌در دمای ۲۷۳ K نگه داشته‌شود، $\mathcal{E}$، نیروی محرکهٔ آن، با رابطهٔ زیر به، T، دمای پیوندگاه‌داغ، ارتباط پیدا می‌کند.

$$\mathcal{E} = (۷/۰\ \mu V/K)(T - ۲۷۳\ K) - (۱۲\ nV/K^۲)(T - ۲۷۳\ K)^۲$$

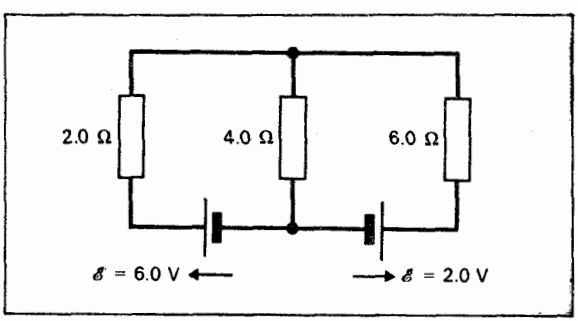
نمودار $\mathcal{E}$ را برحسب $(T - ۲۷۳\ K)$ رسم کنید و با استفاده از آن محاسبه کنید:

(الف) **دمای خنثی** (درمقدار بیشینهٔ $\mathcal{E}$)، و

(ب) دمایی‌که در آن قطبیت، $\mathcal{E}$، نیروی محرکهٔ معکوس شود.

[(ب) ۸۵۶ K]

قوانین کیرشهوف



شکل مربوط به‌پرسش ۵۰-۱۶

۱۶-۵۰ به‌شکل توجه‌کنید، دوپیل بـا مقاومتهای داخلی چشمپوشیدنی چنان‌کـه درشکل نشان داده شده است، به‌سه مقاومت بسته شده‌اند. محاسبه کنید:

(الف) جریانهایی را که از این سه مقاومت می‌گذرند،

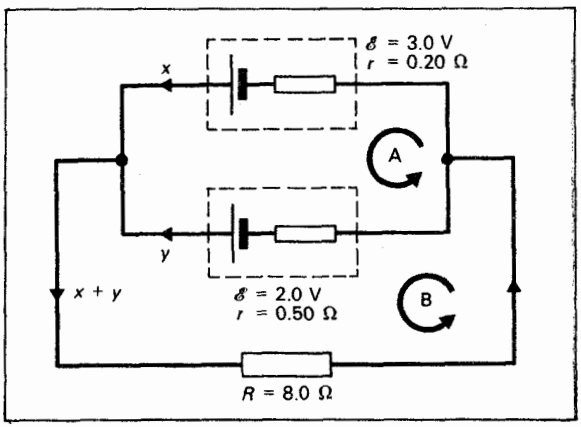
(ب) کل توانی‌که دراین مقاومتها تلف می‌شود، و

(پ) میزان تبدیل انرژی درهرپیل.

پیرامون پاسخهای خود به (ب) و (پ) بحث کنید.

[(الف) ۱/۲A، ۰/۹۱A، ۰/۲۷A (ب) ۶/۵ W

(پ) ۷/۱ W، ۰/۵۵ W]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۰-۱۷

۱۷-۵۰ به‌نمودار مدار توجه‌کنید.

(الف) قانون دوم کیرشهوف را در دو مدار بسته‌ای‌که با A و B مشخص شده‌اند، به‌کار برید و با استفاده از این دو معادله مقادیر x و y را محاسبه‌کنید.

(ب) آهنگ تبدیل انرژی‌الکتریکی به‌انرژی داخلی را درمقاومت ۸/۰ Ω محاسبه‌کنید.

(پ) توضیح دهیدکه‌در پیل ۲/۰ ولتی‌چه‌اتفاقی‌می‌افتد.

[(الف) $x = ۱/۷\ A$، $y = -۱/۳\ A$

(ب) ۰/۹ W]

۱۸-۵۰ به‌شکل توجه‌کنید.

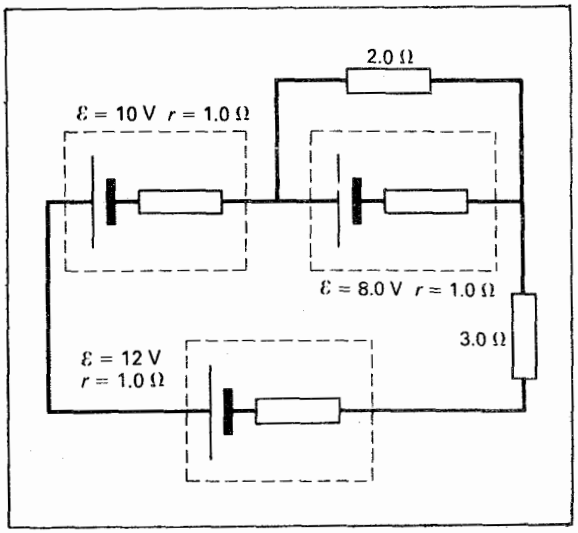
(الف) جریانهایی راکه از دومقاومت می‌گذرد محاسبه کنید و جهت آنها را نشان دهید.

(ب) توان خالصی را کـه توسط پیلها تأمین شده‌اند، محاسبه‌کنید.

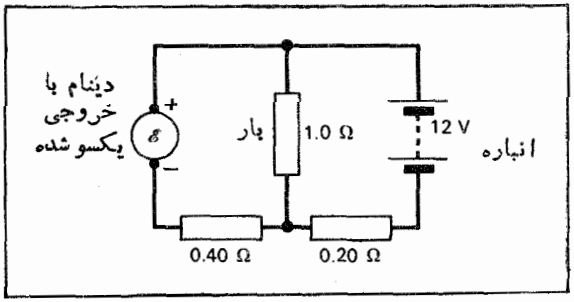
درمورد روشهایی‌کـه تبدیل این توان را در سراسر مدار امکان‌پذیر می‌کند، بحث کنید.

MATH75.IR

[(الف) ۰/۵۹ A (۳/۰ Ω)، ۲/۵ A (۲/۰ Ω)
(ب) ۲۳ W]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۰-۱۸



شکل مربوط به‌پرسش ۵۰-۱۹

۵۰-۱۹ به شکل توجه‌کنید. منظور اصلی از تشکیل این مدار تأمین انرژی برای مقاومت جرم است.

(الف) به ازای چه مقدار $\mathcal{E}$، انباره نخست پرشدن را آغاز می‌کند؟

(ب) وقتی جریان پرکننده صفر باشد، بازده سیستم چه مقدار است؟ (راهنمایی: منظور ازسیستم، انرژی دادن به‌بار است.)

(پ) وقتی $\mathcal{E} = 20$ V، جریان پرکننده چه‌مقدار است؟

[(الف) ۱۷V (ب) ٪۷۱ (پ) ۴/۷A]

مدار RC

***۵۰-۲۰ ثابت زمانی ظرفیتی.** تعداد ثابتهای زمانیی را که کمیتهای زیر اختیارمی‌کنند تا به ۸۰٪ مقادیر تعادل‌خود برسند، محاسبه‌کنید:

(الف) بارهای روی‌صفحه‌های‌خازنی که درحال پرشدن است،و

(ب) انرژی ذخیره شده به‌وسیلهٔ خازن.

[(الف) ۱/۶ (ب) ۲/۲]

***۵۰-۲۱** یك مدار سادهٔ متوالی ازیك مقاومت ۲/۰ MΩ و یك خازن ۱/۰ μF، همراه با یك منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی ۵/۰ V، تشکیل‌شده است. وقتی که مدار به‌مدت ۱/۰ s وصل باشد، کمیتهای زیر را محاسبه‌کنید:

(الف) ثابت زمانی ظرفیتی،

(ب) آهنگ باردارشدن خازن،

(پ) آهنگ انبارش انرژی در خازن،

(ت) توان تلف‌شده درمقاومت، و

(ث) توان منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی.

[(الف) ۲/۰ s (ب) ۱/۵ μA (پ) ۳/۰ μW
(ت) ۴/۶ μW (ث) ۷/۶ μW]

***۵۰-۲۲** نمودارهایی ترسیم‌کنیدکه تغییرات Q و I را برحسب زمان در خازنی که (الف) پرشده است، و (ب) تخلیه شده است، نشان دهد. بنابر مقیاس، خازنی ۲/۰ μF را که درمداری مرکب از یك مقاومت ۳/۰ kΩ و نیروی محرکهٔ الکتریکی ۲۰ V قرار گرفته است، مشخص‌کنید و مقادیر بیشینه را در هردوحالت نشان دهید.

MATH75.IR

۵۱ اصول اندازه‌گیریهای الکتریکی

پرسشهایی برای بحث

۵۱-۱ چندآزمایش مثال بزنیدکه هنگام انجام آنها با یك تنظیم صفر سروکار داشته‌اید. مزیت این‌گونه روشها در چیست؟

۵۱-۲ چه‌عواملی در دستی یك پتانسیل‌سنج دخالت دارند؟ چگونه می‌توان حساسیت یك سیم را کنترل کرد؟

۵۱-۳ مزیت آنکه نقطهٔ موازنه را نزدیك به
(الف) انتهای سیم پتانسیل‌سنج، ولی
(ب) درمرکز سیم پل اندازه‌گیری،
اختیارکنیم چیست؟

۵۱-۴ معایب پتانسیل‌سنج. اگرموارد زیررا مشاهده‌کنید، چه‌خواهیدکرد؟ انحراف عقربهٔ گالوانومتر
(الف) پیوسته روی صفر باشد،
(ب) در تمامی موقعیتهای اتصال لغزان یك اندازه را نشان دهد،
(پ) لرزش‌کتره‌ای داشته باشد، و
(ت) همچنانکه اتصال‌لغزان دورمی‌شود، به‌طور پیوسته تغییرکند، ولی جهت حرکت آن همیشه یکسان باشد (دو امکان).

۵۱-۵ دریك اندازه‌گیری با پتانسیل‌سنجی‌ویژه یك مقاومت تماس ذاتی میان اتصال‌لغزان و مقاومت متغیر قرارمی‌گیرد. این مقاومت چه تأثیری برنقطهٔ موازنه خواهدگذاشت؟

۵۱-۶ با استفاده از یك پتانسیل‌سنج که بیشینهٔ اختلاف پتانسیل میان دوسرمقاومت‌آن ۲/۰ V باشد، وسیله‌ای برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل ۲۰ ولتی ابداع کنید.

۵۱-۷ اگر در یك آزمایش با پتانسیل‌سنج، مقاومت متغیر داغ شود، چه‌تأثیری برنقطهٔ موازنه برجای خواهدگذاشت؟

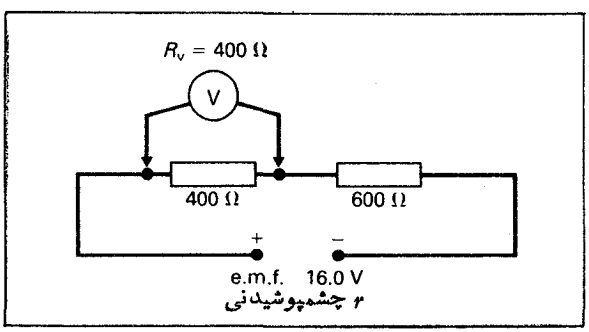
۵۱-۸ از نظرکیفی پیرامون تأثیر استفاده از یك سیم پتانسیل‌سنج که قطرآن به‌تدریج در امتداد طولش کاهش می‌یابد، بحث کنید.

۵۱-۹ چرا پل وتستون برای مقایسهٔ مقاومتهای بسیارکم نامناسب است؟

۵۱-۱۰ چهار مقاومتی‌که برای ساختن یك مدار پل‌وتستون در اختیار داریم عبارتند از ۱۰۰ Ω، ۱۰۰ Ω، ۴ Ω و یك مقاومت ناشناخته‌که بسیار نزدیك به ۴ Ω است. به‌چه‌ترتیبی آنها را قرار می‌دهید و گالوانومتر را به کجا می‌بندید؟

مسئله‌های کمّی

آمپرسنج و ولت‌سنج



شکل مربوط به‌پرسش ۵۱-۱۱

۵۱-۱۱† اثر مقاومت ولت‌سنج. به‌شکل توجه‌کنید. محاسبه کنید:
(الف) اختلاف پتانسیل دوسرمقاومت ۴۰۰ اهمی را پیش ازآنکه ولت‌سنج درمدار قرارگرفته باشد، و
(ب) درجهٔ ولت‌سنج را بعدازآنکه درمدار قرارگیرد.

MATH75.IR

[(ب) ۴/۰ V]

۱۲-۵۱ تنظیم گالوانومتر. بیشینهٔ جریانی که می‌تواند از پیچك یك دستگاه اندازه‌گیری عبور کند ۲/۰ mA است. اگر مقاومت این دستگاه ۵/۰ Ω باشد، چگونه می‌توان آن‌را برای اندازه‌گیری مقادیر کمیتهای زیر تنظیم کرد؟

(الف) جریان گذرا از یك کابل که تا ۱۸ آمپر را می‌کشد، و

(ب) اختلاف پتانسیل بین دو نقطه که می‌توان در دوسر آن حداکثر ۱۰۰ ولت اختلاف پتانسیل برقرار کرد.

[(الف) با مقاومت موازی، ۰/۵۶ mΩ

(ب) با بوبین، ۵۰ kΩ]

۱۳-۵۱ اندازه‌گیری مقاومت با آمپرسنج ـ ولت‌سنج. (الف) مقاومت R با مقدار حقیقی ۳۰ Ω را با بستن متوالی آن به آمپرسنجی که مقاومت بالایی دارد، و با استفاده از ولت‌سنجی با مقاومت (پایین) ۱۲۰ Ω که برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل دوسر R به‌تنهایی، به‌کار می‌رود تعیین می‌کنیم. از رابطهٔ زیر چه‌مقداری برای R محاسبه می‌شود؟

$$R=\frac{\text{درجه‌ای که ولت‌سنج نشان می‌دهد}}{\text{درجه‌ای که آمپرسنج نشان می‌دهد}}$$

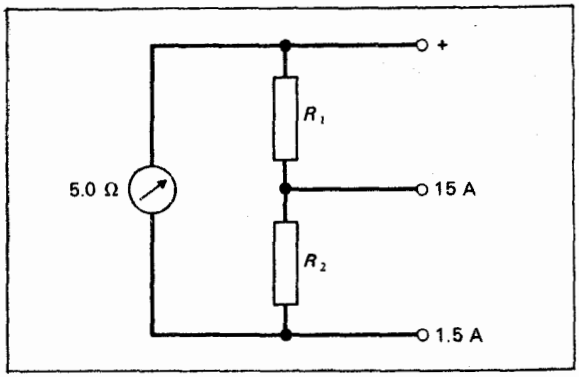
(ب) اکنون این‌روش را چنین تغییر می‌دهیم که ولت‌سنج به‌دوسر R و آمپرسنج هردو با هم بسته می‌شود، و اندازهٔ خطای مقدار اندازه‌گیری‌شده برای R همان مقدار به‌دست می‌آید. مقاومت آمپرسنج را پیدا کنید.

(در عمل هیچیك از این روشها دقیق نیست، ولی اندازهٔ مقاومت وسیلهٔ اندازه‌گیری، تعیین می‌کند که کدامیك از روشها مناسبتر است.)

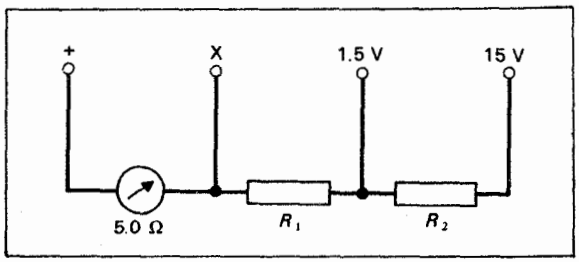
[(الف) ۲۴ Ω (ب) ۶/۰ Ω]

۱۴-۵۱ آمپرسنج چندردیفی. به‌شکل توجه کنید. این شکل گالوانومتری را با پیچك متحرك نشان می‌دهد، که در آن انحراف کامل درجه‌بندی ۱۰/۰ mA است. این دستگاه توسط مقاومتهای موازیی که نشان داده‌شده‌اند، به‌آمپرسنجی دو ردیفی تبدیل شده است. مقاومتهای آنها را محاسبه کنید.

[$R_2=30/2$ mΩ , $R_1=3/36$ mΩ]



شکل مربوط به‌پرسش ۱۴-۵۱



شکل مربوط به‌پرسش ۱۵-۵۱

۱۵-۵۱ ولت‌سنج چند ردیفی. به‌شکل توجه کنید. این شکل گالوانومتری را با پیچك متحرك نشان می‌دهد که انحراف کامل درجه‌بندی آن ۱۰/۰ mA است. این دستگاه به‌کمك مقاومتهای متوالیی که نشان داده شده‌اند، به ولت‌سنجی با درجه‌بندی سه‌ردیفی تبدیل شده است.

(الف) چه‌چیزی باید روی پایانهٔ X مشخص شود؟

(ب) R_1 و R_2 را محاسبه کنید.

[(ب) $R_1=145\,\Omega$ ، $R_2=1/35$ kΩ]

۱۶-۵۱ اهم‌سنج. به‌شکل مدار توجه کنید. وقتی X و Y اتصال کوتاه شوند، شدت جریان مدار $I_0=\mathcal{E}/R_0$ می‌شود. وقتی R را میان این دونقطه وصل کنیم، جریان αI_0 می‌شود:

(الف) مقدار ناشناختهٔ R را برحسب R_0 و α بیان کنید.

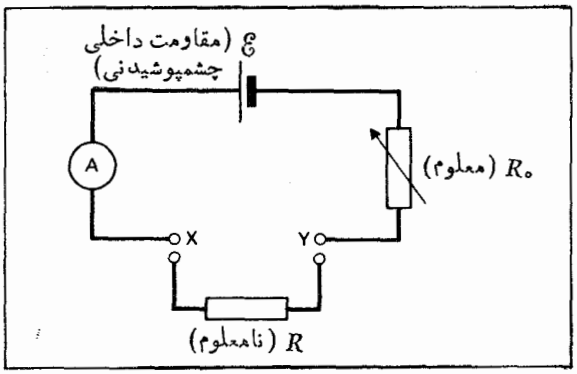
(ب) به‌ازای چه مقادیری از α، این وسیله مقادیر موثقی را برای R به‌دست می‌دهد؟

(پ) چگونه می‌توان گسترهٔ مفید درجه‌بندی آن را

MATH75.IR

گسترش داد؟

[$R = R_0(1-\alpha)/\alpha$ (الف)]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۱-۱۶

پتانسیل‌سنج

۵۱-۱۷† اصول پتانسیل‌سنج. انباره‌ای جریان مداوم مجهولی را از سیم مقاومت یکنواخت راستی به طول ۱/۰ m می‌گذراند. نیروی محرکهٔ (e.m.f) یك پیل استاندارد ۱/۰۱۸۷ ولتی از راه اتصال دو قطب آن به نقاطی که درفواصل ۲۰۰ و ۷۰۹ میلیمتری از دوطرف سیم قرار دارد، به‌حالت موازنه درمی‌آید. محاسبه کنید:

(الف) افت پتانسیل درهر mm سیم را، و

(ب) بیشینهٔ اختلاف پتانسیلی که این وسیله می‌تواند اندازه‌گیری کند.

۵۱-۱۸† اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل. پایانه‌های چراغ قوه‌ای که حامل جریان است وقتی به‌دوسر طول ۶۵۴ میلیمتر از سیمی که درپرسش **۵۱-۱۷** شرح دادیم، وصل شوند، به‌نقطهٔ موازنه می‌رسند. اختلاف پتانسیل میان این دو پایانه چه‌مقدار است؟

[۱/۳۱ V]

۵۱-۱۹† مقایسهٔ نیروهای محرکه. با استفاده از پتانسیل‌سنجی که در پرسش **۵۱-۱۷** تشریح شد، طول موازنهٔ یك پیل‌خشك برابر ۷۵۰ mm به‌دست می‌آید، ولی برای یك باتری که از دوپیل متوالی نایف تشکیل شده است، چنین موازنه‌ای پدید نمی‌آید.

(الف) درمورد نیروی‌محرکهٔ آن پیل‌خشك و این باتری نظر دهید.

(ب) آیا می‌توان مدار را چنان تغییرداد که طول‌موازنه‌ای نزدیك به ۰/۹۵ m به‌دست دهد؟

۵۱-۲۰† اندازه‌گیری جریان. وقتی پتانسیل‌سنج پرسش **۵۱-۱۷** به‌دوسر یك مقاومت استاندارد ۱/۵۰ Ω متصل‌شود، طول موازنه‌ای برابر ۸۶۷ mm به‌دست می‌دهد.

(الف) چه‌جریانی از این مقاومت شارش پیدا می‌کند؟

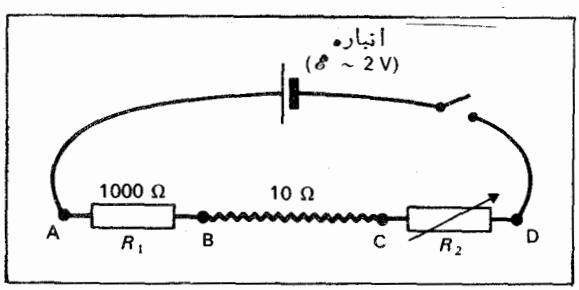
(ب) اگر مقاومت با روشی مطلق (مانند روش جریان مستقیم بلهام در پرسش **۵۶-۱۸**) اندازه‌گیری شود، آیا این روش سنجش مطلقی از جریان را به‌دست می‌دهد؟

[۱/۱۶ A (الف)]

۵۱-۲۱ اندازه‌گیری مقاومت داخلی. پیلی درمدار باز، روی طول ۶۰۰ mm از سیم پتانسیل‌سنج موازنه می‌شود. وقتی که همان پیل جریانی را از یك مقاومت ۵/۰ Ω عبور دهد، طول‌موازنه برای پایانه‌های پیل به ۵۰۰ mm کاهش پیدا می‌کند. مقاومت داخلی پیل را محاسبه کنید.

برای این نوع سنجش، یك پتانسیل‌سنج از چه‌جنبه‌ای بریك ولت‌سنج برتری دارد؟

[۱/۰ Ω]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۱-۲۲

۵۱-۲۲ اندازه‌گیری نیروی محرکهٔ بسیارکوچك. به‌شکل توجه کنید. R_2 تا آنجا تنظیم می‌شود که یك پیل استاندارد ۱/۰۱ ولتی نقطهٔ موازنه‌ای در نقطهٔ C به‌دست دهد

MATH75.IR

(BC = ۱/۰۰ m).

(الف) اختلاف پتانسیل بین دوسرطول ۱/۰ میلیمتراز مقاومت متغیر چه مقدار است؟

(ب) چه‌طول تقریبی از سیم راست یکسانی باید به‌کار برده می‌شد تا درغیاب R_1 و R_2، همین حساسیت به‌دست می‌آمد؟

(پ) وقتی فاصلهٔ B و C ۴۹۰ mm باشد در نیروی محرکهٔ یك ترموکوپل موازنه برقرار می‌شود. مقدارآن را محاسبه کنید.

[(الف) ۱۰ μV/mm (ب) ۰/۲ km

(پ) ۴/۹ mV]

۲۳-۵۱ مقایسهٔ مقاومتهای کوچك. ازدومقاومت که به‌طور متوالی بسته شده‌اند، جریانی ۰/۴۰ آمپری می‌گذرد. مقاومت یکی ۱۵ mΩ و مقاومت دیگری نامعلوم است.

(الف) طول سیم برای موازنهٔ اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت ۱۵ mΩ، با استفاده از مدارهای: (*i*) پرسش ۲۲-۵۱، و (*ii*) پرسش ۱۷-۵۱، چه مقدار است؟

(ب) اختلاف پتانسیل دوسرمقاومت نامعلوم در روی سیم حساستری درطول ۸۴۰ mm موازنه می‌شود، مقاومت آن چه مقدار است؟

[(الف) (*i*) ۶۰۰ mm (*ii*) ۳/۰ mm

(ب) ۲۱ mΩ]

مدارهای پل

۲۴-۵۱ اندازه‌گیری ضریب دما. مقاومت استانداردی را در یك شاخهٔ پل وتستون، و پیچکی را درشاخهٔ دیگر آن قرار می‌دهیم. در دمای ۲۷۳ K، نسبت مقاومت آنها ۱:۱/۰۱ است، و وقتی پیچك را گرم کنیم تا به دمای ۳۷۳ K برسد، نسبت مقاومتهای آنها برابر ۱:۱/۳۹ می‌شود. ضریب دمای مقاومت این پیچك را محاسبه کنید.

[۳/۸ × ۱۰⁻³ 1/K]

۲۵-۵۱ دماسنج با مقاومت مسی. یك پیچك مسی در یك شاخهٔ یك پل اندازه‌گیر، و مقاومت ثابت ۱۰۰ اهمی در شاخهٔ دیگر قرارگرفته‌اند. وقتی‌که دمای T، پیچك مسی بالا برود، نقطهٔ موازنه مطابق جدول زیر حرکت می‌کند:

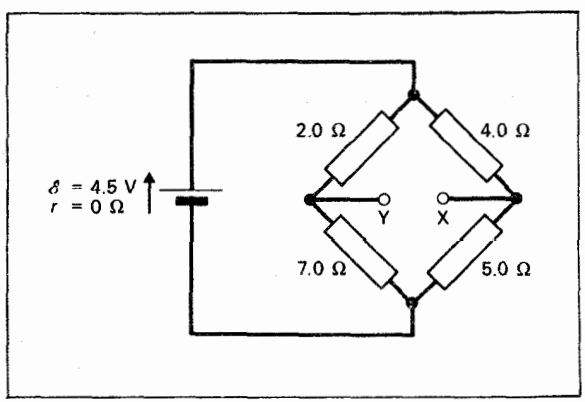
T برحسب K	۲۷۳	۳۲۳	۳۷۳
موضع نقطهٔ موازنه برحسب mm	۵۰۰	۵۵۰	۵۸۹

(الف) R، مقاومت، مربوط به‌مقادیر T را محاسبه کنید.

(ب) نمودار R را برحسب T رسم کنید، و

(پ) از روی نمودار، مقادیر (*i*) ضریب دمای مقاومت، و (*ii*) دمای پیچك وقتی که نقطهٔ موازنه در ۵۲۸ mm باشد، را محاسبه کنید.

[(پ) (*i*) ۴/۳ × ۱۰⁻³ 1/K (*ii*) ۳۰(۰) K]



شکل مربوط به‌پرسش ۲۶-۵۱

۲۶-۵۱ به‌شکل توجه کنید.

(الف) اختلاف پتانسیل بین X و Y را محاسبه کنید.

(ب) گالوانومتری با مقاومت ۰/۱۰ kΩ را بین X و Y می‌بندیم. درمورد اندازه و جهت جریانی که از آن می‌گذرد (بدون محاسبهٔ دقیق) نظردهید.

(پ) چه‌مقاومت موازیی باید به‌دوسرمقاومت ۴/۰ اهمی بسته شود، تا پل به‌حالت موازنه درآید؟

[(الف) ۱/۰ V (پ) ۲/۲ Ω]

۲۷-۵۱ تصحیح دوسر. مقاومت سیم یکنواخت یك پل

MATH75.IR

اندازه‌گیر Ω ۰/۱۰، و دوسر آن لحیم‌شده است. مقاومتهای دانستهٔ Ω ۴/۰۰ و Ω ۶/۰۰ درشاخه‌های پل قرار گرفته‌اند، و دریك سر در طول mm ۳۹۰، موازنه برقرار می‌شود. وقتی این مقاومتها با یکدیگر عوض شوند، نقطهٔ موازنهٔ جدید درهمان سرروی طول mm ۶۱۰ برقرار می‌شود:

(الف) مقاومت اتصالهای لحیم شده را در دوسرسیم محاسبه کنید. (فرض کنید خطاهای دیگری وجود ندارند.)

(ب) اگر آزمایشگر نسبت مقاومتها (دانسته) را اندازه‌گیری کند و میانگین عددی این دو مقدار را به‌کار گیرد، درصد خطای او چه‌مقدار خواهد بود؟

[(الف) هردو Ω ۰/۵۰ (ب) ۴٪]

۵۲ تعریف میدان مغناطیسی بر مبنای اثر آن

(دراین بخش، نماد $\mathbf{m}$ را برای بیان گشتاور مغناطیسی به‌کار برده‌ایم. $\mathbf{m}$ به صورت $T = mB\sin\theta$ تعریف می‌شود و تا همین اواخر گشتاور الکترومغناطیسی خوانده می‌شد.)

پرسشهایی برای بحث

۱-۵۲ اندازهٔ یك نیروی مغناطیسی $\mathbf{F}_m$ را می‌توان چنین نوشت:

$$F_m = \lambda B' Q v$$

تا چه حد آزادیم که، اگر اصلاً امکان داشته باشد، برای ثابت λ مقدارعددی و واحدی اختیار کنیم؟

۲-۵۲ اگر بار مثبت ساکنی تحت اثر نیروی الکتریکی $\mathbf{F}_e$ قرار گیرد، دراین صورت جهت $\mathbf{F}_e$ همان جهت میدان $\mathbf{E}$ خواهد بود. چرا شیوهٔ مشابهی را برای تعریف میدان $\mathbf{B}$ دنبال نمی‌کنیم؟

۳-۵۲ واحد S I برای چگالی شار مغناطیسی، تسلاست (T). اشکال دیگر این واحد، یعنی: (الف) N/Am، و (ب) Wb/m^2، را برحسب واحدهای بنیادی m، kg، s و A بنویسید. (توجه داشته باشید که N/Am مربوط به وقتی است که نیروها را مورد ملاحظه قرار می‌دهیم، و Wb/m^2 مربوط به‌وقتی است‌که شار مغناطیسی را درنظر می‌گیریم.)

۴-۵۲ نشان‌دهید واحدهای J/T و Am^2 ازلحاظ ابعادی هم‌ارزند.

۵-۵۲ آیا شار مغناطیسی، Φ، دارای جهت است؟ آیا Φ بردار است؟ از روی مقدار منفی Φ چه نکته‌ای دستگیرتان می‌شود؟

۶-۵۲ آیا ازیك سطح بسته شار مغناطیسی عبور می‌کند؟

۷-۵۲ پرتوهای کیهانی، ذرات بارداری‌اند که از فضا گسیل‌شده و برزمین فرود می‌آیند. مشاهده شده‌است که‌وقتی این‌پرتوها به استوا می‌رسند،سوی حرکتشان بیشتر ازخاور به‌باختر است و نه برعکس. علامت باری که این پرتوها حمل می‌کنند چیست؟

۸-۵۲ آیا انرژی جنبشی یك ذرهٔ باردار هنگام حرکت دریك میدان $\mathbf{B}$ تغییر می‌کند؟

۹-۵۲ آیا وقتی یك ذرهٔ باردار روی خط راستی در یك میدان مغناطیسی حرکت‌کند، می‌تواند به وسیلهٔ نیروهای مغناطیسی شتابدار شود؟

۱۰-۵۲ یك میدان یکنواخت $\mathbf{E}$ به‌تنهایی موجب می‌شود که الکترونها درمسیری سهمی‌شکل حرکت کنند. یك‌میدان

MATH75.IR

B، به‌همان ترتیب، باعث به‌وجودآمدن مسیری دایره‌ای می‌شود. چگونه امکان‌پذیر است که میدانهای **E** و **B** با یکدیگر اعمال شوند و مسیری راستخط به‌وجود آورند؟

۱۱-۵۲ نشان دهید که، **p**، اندازه حرکت خطی ذرات بارداری که حامل بار معلوم Q هستند، و عمود برمیدان معلوم **B** با سرعت v حرکت می‌کنند، با، r، شعاع مدار دایره‌ایی که بر آن حرکت می‌کنند، متناسب است.

۱۲-۵۲ نشان دهید که انرژی جنبشی یك یون مشخص که در میدان **B** برمداری دایره‌ای به‌شعاع r حرکت می‌کند، با r^2B^2 متناسب است. (به‌همین دلیل است که در یك سیکلوترون r و B تا حد امکان بزرگ ساخته می‌شوند، یعنی به‌ترتیب با اندازه‌هایی نزدیك به ۱/۵ m و ۰.۲T)

۱۳-۵۲ وقتی از یك سوی ویژه به پیچکی نگاه کنیم، جریانی‌درجهت ساعتگرد را حمل‌می‌کند. اکنون، یك‌میدان **B** را از همان‌سو متوجه پیچك می‌کنیم. آیا این‌کار باعث می‌شود که‌پیچك درحالت‌کشش‌قرار گیرد یا درحال تراکم؟ چه اتفاقی پیش خواهد آمد اگر: (الف) جهت I یا **B** عکس شود، یا (ب) جهتهای I و **B** هردو عکس شوند؟

***۱۴-۵۲** کمیتهای برداری حقیقی **F** و **v**، وکمیتهای شبه‌برداری **B** و **A** را در نظر بگیرید. ضرب $Q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ یك‌کمیت برداری (نیروی **F**) رابه‌دست می‌دهد، با اینحال حاصلضرب **A** . **B** یك‌نرده‌ای (شار مغناطیسی Φ) خواهد بود. پیرامون تمایز بین این دوضرب، با توجه ویژه به‌سمتگیری نسبی‌کمیتهای (شبه-) برداری، بحث‌کنید.

***۱۵-۵۲** فرض‌کنید **B** از طریق معادلهٔ $\mathbf{F}=Q\mathbf{B}\times\mathbf{v}$ (به جای $\mathbf{F}=Q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$) تعریف می‌شد. کدام قانونها یا قاعده‌های نظریهٔ الکترومغناطیسی نیازمند تجدیدنظر می‌شد؟

***۱۶-۵۲** نیروی اصطکاك به‌سرعت بستگی دارد و **پایسته نیست**. آیا میدان مغناطیسی نیرو پایسته است؟ آیا می‌توان انرژی پتانسیل مغناطیسی را برای این نیرو، به‌همان ترتیبی که انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی پتانسیل الکتریکی را تعریف می‌کنیم، تعریف کرد؟

***۱۷-۵۲** بگویید کدامیك از واکنشهای زیر را می‌توان برحسب (الف) یك **تك قطبی**، و (ب) یك **دوقطبی**، : (*i*) مغناطیسی، (*ii*) الکتریکی، و (*iii*) گرانشی، توصیف کرد؟

***۱۸-۵۲** دو روش را نشان دهید که الکترون در آنها بتواند دارای گشتاور مغناطیسی باشد.

***۱۹-۵۲** آیا می‌توانید توضیح‌دهید که چرا یك‌سیکلوترون برای شتاب‌دادن به پروتونها مناسبتر است تا شتاب دادن به‌الکترونها؟

۲۰-۵۲ م.ب گشتاور مغناطیسی یك الکترون که برمداری به‌دور پروتون اتم ئیدروژن می‌گردد، چه مقدار است؟ در حالی که اندازه حرکت زاویه‌ای آن $h/2\pi$ باشد. (این کمیت به **مگنتون بور** معروف است. اندازهٔ آن‌که در فیزیك اتمی به‌منظور مقایسه به‌کار می‌رود، یك قرارداد است.)

۲۱-۵۲ م.ب گشتاور مغناطیسی زمین چه مقدار است؟

مسئله‌های کمّی

(پرسشهای بیشتری درمورد حرکت ذرات باردار در میدانهای **E** و **B**، دربخشهای ۶۰ و ۶۳ آمده است. پرسشهای مربوط به گالوانومتر با قاب متحرك را می‌توانید در صفحهٔ ۲۷۱ بیابید.)

شار و چگالی شار

†۲۲-۵۲ وقتی ذره‌ای با بار ۰/۱۶ aC به یك میدان مغناطیسی که جهت آن با v زاویهٔ $\pi/4$ rad می‌ساخت، وارد شد، با سرعت ۱۰ Mm/s حرکت می‌کرد. این میدان باعث می‌شدکه برآن ذره نیروی ۲۰ fN وارد آید: اندازهٔ آن چه‌مقدار بود؟

[۱۸ mT]

†۲۳-۵۲ شار مغناطیسی گذرا از مساحتهای تشریح شده در زیر را محاسبه‌کنید:

(الف) سطح مقطع دایره‌ای یك سولنوید به‌مساحت

MATH75.IR

$۰/۰۱۰\,m^۲$، عمود بر یك میدان یکنواخت $\mathbf{B}$ با اندازهٔ $۰/۷۰\,mWb/m^۲$.

(ب) یك القاگر متصل به‌زمین به‌مساحت $۰/۲۵\,m^۲$ که خط عمود بر آن، با میدان‌مغناطیسی زمین زاویهٔ $\pi/۳\,rad$ می‌سازد؛ میدان‌مغناطیسی‌زمین $B=۷۰\,\mu Wb/m^۲$ است.

(پ) یك سطح کروی به‌مساحت $۲/۰\,m^۲$ که درمرکز آن پیچکی دایره‌ای به شعاع $۲۵\,mm$ و حامل جریان $۳/۰\,A$ قرار گرفته است.

[(الف) $۰/۷۰\,mWb$ (ب) $۸/۸\,\mu Wb$]

حرکت ذرات باردار

۵۲-۲۴ مؤلفهٔ افقی میدان $\mathbf{B}$ ی زمین درنزدیکی استوا تقریباً $۳۰\,\mu T$ است. یك پروتون پرتو کیهانی با سرعت قائم $۰/۲۸\,Gm/s$ وارد استوا می‌شود. اندازهٔ نیروهایی راکه زمین درضمن برهم‌کنشهای مغناطیسی وگرانشی بر آن وارد می‌آورد، باهم مقایسه کنید.

مقادیرعددی داده شدهٔ e ، m_p و g_o را درمحاسبه به‌کاربرید.

$$\left[\frac{F_m}{F_g}=۱\times۱۰^{۱۱}\right]$$

۵۲-۲۵ پروتونی با انرژی‌جنبشی $۴/۰\,pJ$ عمود برمیدان مغناطیسی $۰/۲۵$ تسلایی، در یك محفظهٔ حباب حرکت می‌کند. شعاع قوس دایره‌ای که این پروتون می‌پیماید چه‌مقدار است؟

مقادیر عددی داده شدهٔ e و m_p را در محاسبه به‌کار برید.

[$۲/۹\,m$]

۵۲-۲۶ الکترونی عمود برخطوط میدان یك میدان یکنواخت $\mathbf{B}$ با بزرگی $۱/۵\,T$، وارد آن می‌شود. پس ازآنکه با زاویهٔ ۳۸°منحرف می‌شود میدان‌را ترك می‌کند. زمانی‌که طول می‌کشد تا این الکترون میدان را بپیماید، چه مدتی است؟

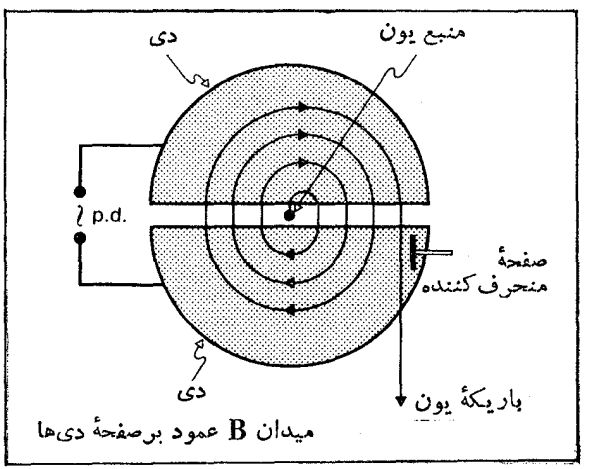
مقدار عددی داده شدهٔ e/m_e را درمحاسبه به‌کار برید.

[$۲۵\,ns$]

۵۲-۲۷ بسامد سیکلوترون را برای (الف) الکترونها، و (ب) پروتونهایی که با چگالی شار مغناطیسی $۰/۵۰\,T$ حرکت می‌کنند، محاسبه کنید.

مقادیرعددی‌داده‌شدهٔ m_p ،e ،e/m_e را درمحاسبه به‌کاربرید.

[(الف) $۱۴\,GHz$ (ب) $۷/۶\,MHz$]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۲-۲۸

۵۲-۲۸ سیکلوترون. به‌شکل توجه کنید. دراین‌سیکلوترون یونها به‌طور تناوبی میان یك دی (القاگری‌که از فلزی به‌شکل D ی توخالی، تشکیل شده‌است) و دی دیگر، عبور می‌کنند. یك اختلاف پتانسیل متناوب بین این دو دی چنان برقرار می‌شود که انرژی جنبشی یونها پس از هردور دو برابر می‌شود. این کار یونها را وامی‌دارد که مدارهای مارپیچی خود را، توسط یك میدان $\mathbf{B}$، عمود برصفحهٔ حرکتشان ترسیم کنند. و بسامد اختلاف پتانسیل اعمال شده با حرکت مداری همزمان باشد.

(الف) اگر اختلاف پتانسیل بین‌دی‌ها درلحظهٔ بحرانی $۱۶۰\,kV$ باشد، انرژی جنبشی ذرات α درطی ۱۰۰ دور چه‌مقدار افزایش می‌یابد؟ (از تأثیرهای نسبیتی چشمپوشی کنید.)

(ب) ذرات α دارای سرعتهای متفاوت و شعاعهای مداری متفاوت: چگونه است که بسامد اختلاف پتانسیل اعمال‌شده برای تمامی آنها همزمان است؟

(پ) اگر پروتونها جای ذرات α بنشینند، این بسامد

MATH75.IR

چگونه تغییر خواهد کرد؟

(ت) درخلال ۱۰۰ دور، چه تغییراتی در مدارها روی می‌دهد؟

مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۱۰ pJ]

***۲۹-۵۲ بسامد سیکلوترون.** ذرهٔ بارداری که در میدانی مغناطیسی حرکت می‌کند، عموماً مداری مارپیچی رسم می‌کند که، f، بسامد آن، به، q، بار ویژهٔ ذره و چگالی شار $\mathbf{B}$ بستگی دارد. هیچ متغیر دیگری (مانند شعاع مارپیچ یا سرعت ذره) در این مقدار دخالتی ندارد.

(الف) با استفاده از روش ابعادی، معلوم کنید که f چه رابطه‌ای با q و $\mathbf{B}$ دارد. (ثابت بدون‌ابعاد $1/2\pi$ است.)

(ب) بسامد سیکلوترون برای الکترونهایی که روی مدار مارپیچ در یونکره حرکت می‌کنند ازمرتبهٔ ۱/۰ MHz است. چگالی شارمغناطیسی چه‌مقدار است؟

مقدار عددی داده شدهٔ e/m_e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(ب) ۳۶ μT]

۳۰-۵۲ درسیکلوترونی که اختلاف پتانسیل لحظه‌ای بین دی‌های آن ۱۰۰kV است، به‌ذرات α شتاب داده می‌شود. میدان مغناطیسی عرضی که آنها را در مدار نگه می‌دارد، ۱/۶۷ T است. این ذرات پس از ۲۰۰ دور کامل رها می‌شوند. با استفاده از روشهای غیرنسبیتی محاسبه کنید:

(الف) زمانی راکه ذرات α پیش از رهاشدن، در سیکلوترون می‌گذرانند.

(ب) شعاع مدارنهایی یك ذرهٔ α را که از یك منبع یونی درمرکز حرکت خود را آغاز می‌کند.

(پ) افزایش شعاع مدار میان دور صدم و دویستم را.

مقادیر عددی داده شدهٔ e و m_p را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۱۵/۷ μs (ب) ۰/۷۷۴ m (پ) ۰/۲۲۷ m]

***۳۱-۵۲ مسیرمارپیچ.** الکترونی که باسرعت ۲/۰Mm/s در خلأ حرکت می‌کند وارد میدان مغناطیسی یکنواختی با شدت شار ۰/۵۰ T می‌شود و درراستای مسیری که باجهت میدان مغناطیسی زاویهٔ $\pi/6$ رادیان می‌سازد به حرکت در می‌آید.

(الف) الکترون باچه سرعتی درراستای میدان مغناطیسی سوق می‌یابد؟

(ب) با چه سرعتی، در صفحه‌ای عمود برمیدان، مسیری دایره‌ای رسم می‌کند (حرکت بر حرکت (الف) منطبق می‌شود)؟

(پ) دورهٔ زمانی این‌حرکت دایره‌ای چه اندازه است؟

(ت) فاصلهٔ دورهای متوالی مسیر مارپیچ را در راستای جهت میدان، محاسبه کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ e/m_e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(ب) ۱/۰ Mm/s (پ) ۷۱ ps (ت) ۰/۱۲ mm]

***۳۲-۵۲** مجموعه‌ای از الکترونها که همه با سرعت ۳/۷Mm/s حرکت می‌کنند دریك نقطهٔ معین وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به‌اندازهٔ ۲/۰mT می‌شوند. الکترونها با خطوط میدان زاویه‌های کوچك، θ، ($< 0/1$ rad) متفاوتی می‌سازند. محاسبه کنید:

(الف) زمان‌لازم برای پیمودن یك‌دور کامل مسیرمارپیچ، و

(ب) فاصلهٔ پیموده شدهٔ موازی باخطوط میدان، درخلال این مدت را.

بدین‌ترتیب نشان دهید که الکترونها همگی بعداً درنزدیکی یك نقطه دسته می‌شوند. مسیرهای مختلف آنها را از طریق ترسیم نمودار، توصیف کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ e/m_e را در محاسبه به‌کار برید.

[(ب) ۶۶ mm]

اثر هال

۳۳-۵۲ اثر هال. به‌شکل توجه‌کنید که لوحه‌ای از یك مادهٔ رسانا را به چگالی عددی حاملهای بار n، و بار هرحامل e، نشان می‌دهد.

(الف) با درنظرگرفتن نیروهای‌مغناطیسی که برحاملهای بار وارد می‌آیند توضیح دهید که چرا میان X و Y اختلاف پتانسیل برقرار می‌شود. جهت میدان الکتریکی‌را درامتداد خط XY، و بدین ترتیب قطبیت این اختلاف

MATH75.IR

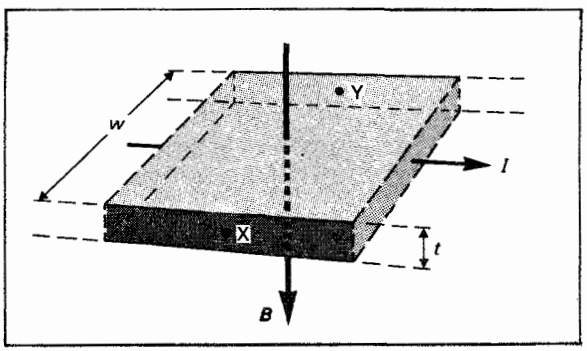
پتانسیل را برای (*i*) حاملهای بار مثبت، و (*ii*) حاملهای بار منفی، تعیین کنید.

(ب) اختلاف پتانسیل میان X و Y **اختلاف پتانسیل هال** نامیده می‌شود و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$V_H = \frac{BI}{tne}$$

(*i*) فکر می‌کنید چرا w دراین معادله ظاهر نمی‌شود؟

(*ii*) چه نوع نمونه‌هایی (از لحاظ جنس و ابعاد) امکان ایجاد اختلاف پتانسیلهای قابل اندازه‌گیری را پدید می‌آورند؟



شکل مربوط به پرسش ۵۲-۳۳ تا ۳۷

۵۲-۳۴ مشتق اختلاف پتانسیل هال. به‌شکل توجه کنید. در آزمایشی که با استفاده از مس انجام گرفت، مشخصات سیم معینی به‌قرار $W = 2.0\ \text{mm}$ و $t = 0.50\ \text{mm}$ بود، و جریانی ۱۶ آمپری از آن می‌گذشت. مقدار **B** برابر $0.10\ \text{T}$ بود. محاسبه کنید:

(الف) سرعت سوق الکترون را،

(ب) $\mathbf{F}_m$، نیروی مغناطیسی عرضی وارد برهر الکترون را،

(پ) مقدار میدان الکتریکی، **E**، میان X و Y راکه دقیقاً با $\mathbf{F}_m$ مخالفت می‌کند، و بدین ترتیب:

(ت) اختلاف پتانسیل Ew میان X و Y را که از حرکت بعدی بار ناشی می‌شود.

n_e را برابر $1.0 \times 10^{29}\ 1/\text{m}^3$ بگیرید. می‌توانید پاسخ خود به (ت) را با به‌کار گرفتن عبارت مطرح شده در پرسش ۵۲-۳۳ بیازمایید.

مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $1.0\ \text{mm/s}$ (ب) $1.6 \times 10^{-23}\ \text{N}$
(پ) $0.10\ \text{mN/C}$ (ت) $0.20\ \mu\text{V}$]

۵۲-۳۵ الکترونهای رسانش موجود در هر اتم. به‌شکل توجه کنید. در آزمایش ویژه‌ای با مس اندازه‌های زیر به‌دست آمد:

$B = 1.6\ \text{T}$، $I = 50\ \text{A}$، $t = 0.50\ \text{mm}$ و $V_H = 9.1\ \mu\text{V}$.

(الف) چگالی عددی، n_e، الکترونهای رسانش را در مس محاسبه کنید.

(ب) ملاحظات مختلف نشان می‌دهد که چگالی عددی، n_a، اتمها در مس، $8.4 \times 10^{28}\ 1/\text{m}^3$ است. به طور متوسط چند الکترون رسانش به‌وسیلهٔ هر اتم شبکه تهیه می‌شود؟

مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $1.1 \times 10^{29}\ 1/\text{m}^3$ (ب) ۱/۳]

۵۲-۳۶ اثر هال درمورد یك نیمرسانا. به شکل توجه کنید. دریك آزمایش که نمونهٔ پولکی از ژرمانیوم نوع n به‌ضخامت $0.40\ \text{mm}$ وچگالی عددی الکترونهای رسانش $6.0 \times 10^{20}\ 1/\text{m}^3$ انجام گرفت، اندازهٔ میدان عرضی، **B**، برابر $0.16\ \text{T}$ بود. چه جریانی باید ازاین نمونه بگذرد تا اختلاف پتانسیل هالی برابر $10\ \text{mV}$ به‌دست آید؟ (این مرتبه‌های بزرگی را به‌دقت با مرتبه‌های بزرگی پرسش ۵۲-۳۴ مقایسه کنید. علت اصلی اختلاف پتانسیل هال چیست؟)

مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[۲/۴ mA]

۵۲-۳۷ ضریب هال. به شکل توجه کنید. R_H، ضریب هال، ازطریق معادلهٔ $V_H = R_H(BJw)$ تعریف می‌شود که **J** چگالی جریان، **B** میدان عرضی، و w پهنای نمونه است.

(الف) نشان دهید $R_H = 1/ne$.

(ب) این معادله چگونه نشان می‌دهدکه V_H برای مواد

MATH75.IR

نیمرسانا بزرگتر از V_H در فلزهاست؟

(پ) درمورد سرعت سوق حاملهای بار در نیمرساناها و فلزات چه‌مطالبی می‌توانید بیان کنید؟

(ت) مقدار R_H را به‌ترتیب برای Cu و Ge نوع n، درپرسشهای ۵۲-۳۵ و ۵۲-۳۶ محاسبه کنید.

نیروهای وارد بر رساناها

۵۲-۳۸ وقتی رسانایی راست به‌طول ۵۰ mm درمیدان مغناطیسی یکنواختی با چگالی شار ۹۰ mN/Am قرار گیرد، نیروی ۴/۵ mN برآن وارد می‌آید، و جریانی برابر ۱/۵ A از آن می‌گذرد. زاویهٔ میان جهت میدان مغناطیسی و امتداد رسانا چه‌مقدار است؟

[۴۲°]

۵۲-۳۹ اثبات رابطهٔ $F=BIl$. سیمی با مساحت سطح مقطع $2/0\ mm^2$، عمود برمیدان مغناطیسی یکنواختی به‌چگالی شار ۰/۵۰ N/Am قرارمی‌گیرد. چگالی‌عددی الکترونهای رسانش فلز $1/0\times10^{28}\ 1/m^3$، و این الکترونها دارای سرعت سوق متوسط و پیوستهٔ ۰/۴۰ mm/s هستند. محاسبه کنید:

(الف) میانگین نیروی مغناطیسی را که بریك الکترون رسانش وارد می‌آید،

(ب) تعداد الکترونهای رسانش را در طول ۳۰ mm از سیم،

(پ) نیروی کل **F** وارد براین الکترونها؛ و بدین‌ترتیب طول سیم را،

(ت) جریان گذرا ازسیم را، و

(ث) با استفاده از رابطهٔ $F=BIl$ اندازهٔ **F**.

توجه داشته باشیدکه پاسخهای شما به (پ) و (ث) باید یکسان باشد.

مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[۱/۳ A (ت) ۱۹ mN (پ)]

۵۲-۴۰ از یك کابل الکتریکی افقی به چگالی $8/0\times10^3\ kg/m^3$ جریان ۵۴۵ A که جهت آن از غرب به‌شرق است می‌گذرد. مؤلفهٔ افقی چگالی شارمغناطیسی زمین ۱۸ μT است، و نیرویی هم‌اندازهٔ نیروی کشش گرانشی زمین، ولی درجهت‌عکس آن، برسیم وارد می‌آورد. محاسبه کنید:

(الف) چگالی خطی وزن کابل،

(ب) چگالی خطی جرم کابل،

(پ) مساحت سطح مقطع کابل، و

(ت) **چگالی جریان** (جریان در واحد مساحت سطح مقطع) را.

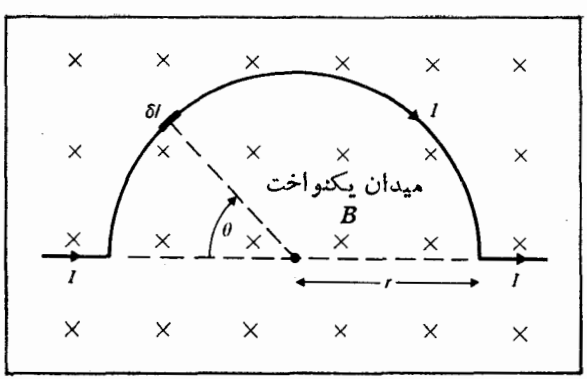
معلوم کنید (در صورت لزوم با مراجعه به یك کتاب مرجع) که آیا چنین چگالی جریانی واقع‌گرایانه است یا خیر.

مقدار عددی داده شدهٔ g را درمحاسبه به‌کار برید.

[۴/۴ GA/m² (ت)]

۵۲-۴۱ پیچك دایره‌ای بلندگویی با پیچك متحرك، درون یك میدان شعاعی B به اندازهٔ ثابت ۰/۴۰ T غوطه‌ور می‌شود. میانگین تعداد دورهای این پیچك درهرطول ۵۰ میلیمتری ۵۰ دور است. وقتی پیچك درحال سکون باشد و جریان ۰/۱۵ A ازآن بگذرد، نیروی لحظه‌ای وارد برآن چه‌مقدار است؟

[۰/۱۵ N]



شکل مربوط به پرسش ۵۲-۴۲

۵۲-۴۲ به‌شکل توجه کنید. اندازهٔ نیروی مغناطیسی‌وارد برقوس نیمدایرهٔ سیم راکه دراین‌شکل نشان داده شده‌است، محاسبه کنید.

MATH75.IR

(راهنمایی: متغیر θ برای کاربرد انتگرال‌گیری مناسب است.)

[$BI(2r)$]

گشتاور مغناطیسی

۴۳-۵۲† گشتاورمغناطیسی. یك پیچك صلب با سطح مقطع مربعی به ضلع ۸۰ mm، که جریان ۲/۰ A را عبور می‌دهد، در صفحه‌ای قائم چنان قرار می‌گیرد که خط عمود برآن با میدان مغناطیسی $\mathbf{B}=30\ \mathrm{mT}$، زاویهٔ θ را تشکیل می‌دهد.

(الف) اندازه و جهت نیروهای وارد برچهاروجه پیچك را محاسبه کنید.

(ب) بریك نمودار، زوج نیروهایی را مشخص کنید، که جفتی را بر یك پیچك وارد می‌آورند. بازوی گشتاور کدام است؟

(پ) $\mathbf{T}$، گشتاور نیروی این جفت را محاسبه کنید.

(ت) گشتاور مغناطیسی، $\mathbf{m}$، را از روی تعریف ژومرفلد، $T_{max}/B=m$، محاسبه کنید.

(ث) اگر تعداد دورها را از ۱ به ۱۰۰ برسانیم اثر آن بر $\mathbf{m}$ چه خواهد بود؟

[(ت) $13\ \mathrm{mA\,m^2}=13\ \mathrm{mNm/T}$]

۴۴-۵۲† از پیچکی با ۲۰۰ دور و مساحت

$$5/0\times10^{-4}\ \mathrm{m^2}$$

جریان ۰/۳۰ A می‌گذرد.

(الف) گشتاور مغناطیسی آن چه‌مقدار است؟

(ب) اگر محور آن: (*i*) موازی با، و (*ii*) عمود بر یك میدان $\mathbf{B}$ به اندازهٔ ۴/۰ mT قرار گیرد، گشتاور نیرویی که برآن وارد می‌آید چه‌مقدار است؟

[(الف) $30\ \mathrm{mA\,m^2}$ (ب) (*ii*) ۰/۱۲ mN m]

۴۵-۵۲ یك دوقطبی مغناطیسی کوچك دائمی در میدان یکنواختی که برای آن $B=9/0\ \mathrm{mT}$، دارای زمان تناوب نوسان ۰/۸۰ s است. مقدار B برای میدانی که زمان تناوب همان مغناطیس درآن ۱/۰ s باشد، چه‌مقدار است؟

[۵/۸ mT]

***۴۶-۵۲ انرژی پتانسیل دو قطبی مغناطیسی.** انرژی پتانسیل، $E_{p.e}$، یك دوقطبی الکتریکی را می‌توان از رابطه‌ای به‌شکل

$$E_{p.e}=pE(1-\cos\theta_0)$$

که درآن θ_0 زاویهٔ بین p و E است، به‌دست آورد.

(الف) با به‌کاربردن روش ابعادی پیدا کنید که آیا انرژی پتانسیل دوقطبی مغناطیسی، $E_{p.m}$، می‌تواند به‌صورت زیر تعریف شود:

$$E_{p.m}=mB(1-\cos\theta_0)$$

(ب) با به‌کاربردن این معادله درچه وضعیتی یك دوقطبی دارای انرژی پتانسیل (*i*) صفر، و (*ii*) بیشینه خواهد بود؟ آیا می‌توان وضعیتهای دیگری را هم برای به‌دست آوردن انرژی پتانسیل صفر به‌کار گرفت؟ اگر چنین است آنها را پیشنهاد کنید.

(پ) برای چرخاندن دوقطبیهای زیر از وضعیتی که در آن $\mathbf{m}$ و $\mathbf{B}$ موازی‌هستند به‌وضعیتی که این‌دو ناموازی‌اند، چه‌مقدار کار باید انجام گیرد؟

(*i*) پیچکی با $m=20\ \mathrm{Am^2}$ درمیدان $B=15\mathrm{mT}$.

(*ii*) اتمی با $m=1/0\times10^{-23}\ \mathrm{J/T}$ (تقریباً برابر با مگنتون بور) درمیدان $B=0/30\ \mathrm{T}$.

(کاربرد وضعیت اخیر درطیف‌سنجی از اهمیت فراوانی برخوردار است.)

[(پ) ۰/۶۰ J (*i*) $6/0\times10^{-24}$ J (*ii*)]

MATH75.IR

۵۳ میدان مغناطیسی در رابطه با علت آن

پرسشهایی برای بحث

۵۳-۱ قانون بیو-ساوار را می‌توان‌ازطریق معادلهٔ زیربیان کرد:

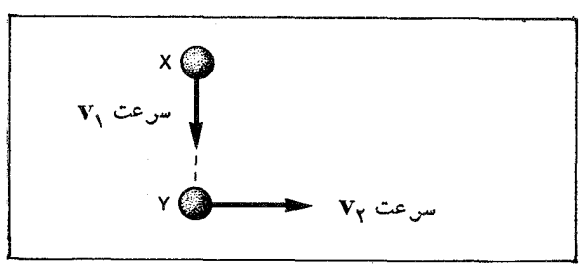
$$B=\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{Qv\sin\theta}{r^2}$$

این معادله تا چه اندازه جمعبندی نتایج تجربی، و تـا چه اندازه یك تعریف است (اگر اصلاً تعریف باشد)؟

۵۳-۲ نمودار تغییرات **B** را برحسب کمیتهای زیر ترسیم کنید:

(الف) r، فاصلهٔ قائم‌آن از یك بار متحرك، و

(ب) a، فاصلهٔ قائم آن ازسیمی بینهایت‌بلندکه جریانی از آن‌می‌گذرد. وضعیتهای‌مشابه در الکتریسیتهٔ‌ساکن کدامند؟



شکل مربوط به‌پرسش ۵۳-۳

۵۳-۳ به‌شکل توجه‌کنید. در این شکل X و Y هریك بار مثبتی هستند؛ با استفاده از نظریهٔ غیر نسبیتی،پرسشهای زیر را پاسخ دهید:

(الف) میدان **B** تـوسط X درمکان Y، و بدین‌ترتیب نیروی مغناطیسی، $\mathbf{F}_{XY}$، را کـه ازجـانب X بر Y وارد می‌آید، به‌طورکیفی ارزیابی کنید.

(ب) همین‌کارها را برای یافتن $\mathbf{F}_{YX}$ تکرارکنید.

(پ) آیا نتایج‌شما با قانون‌سوم نیوتون‌سازگاری‌دارد؟ (اگر اندازه حرکت خطی را که میدانهای الکترومغناطیسی حمل می‌کنند به‌حساب آوریم، قانون بقای انـدازه حرکت خطی نقض نمی‌شود.)

۵۳-۴ در قانون گاوس الکتریسیتهٔ ساکن، $\varepsilon_0\psi_E=\Sigma Q$، به‌شارمیدان ψ_E هرسطح بسته و بارکل، ΣQ، موجود در آن سطح، مربوط می‌شود. درالکترومغناطیس بیان متناظر قانون گاوس‌چیست؟ (درخلأ، کمیت $\varepsilon_0\psi_E$ با شار میدان مغناطیسی، ϕ مشابه است.)

۵۳-۵ میدانهای الکتریکی را می‌توان از طریق نقشه‌هایی از سطوح هم‌پتانسیل، برروی‌کاغذ نشان داد. آیا این‌کار را می‌توانیم درمورد میدانهای مغناطیسی نیز انجام دهیم؟

۵۳-۶ آیارابطهٔ $B=\mu_0 nI$ رامی‌توان درموردسولنوییدی که سطح مقطع آن دایره‌ای نیست به‌کاربرد؟ اگرچنین‌است، پیش از اعمال این معادله، چه‌شرایطی باید مشاهده شود؟

۵۳-۷ شار مغناطیسی کـه از سر یك سولنویید بسیار بلند جریان می‌یابد، درمقایسه بـا مقدار شار مغناطیسی درسطح مقطعی نزدیـك وسط این سولنویید چگونـه است؟ از این مقایسه چـه گزارهٔ دقیقی می‌توانید در مورد چگالیهای شار نسبی ارائه دهید؟

۵۳-۸ یك جریان الکتریکی از سولنویید حلزونی‌که شل مقید شده است، می‌گذرد. آیا این‌جریان منقبض می‌شود یا منبسط؟ سعی‌کنید که نتیجه‌گیری خود را با بحثی در مورد انرژی توجیه‌کنید.

۵۳-۹ خطوط میدان مغناطیسی وابسته به جریان پیوسته‌ای که ازیك‌سیم بلند راست می‌گذرد، به‌شکل‌دایره‌هایی‌هم‌مرکز با این سیم‌هستند، و برای اندازهٔ معینی‌از میدان، این‌خطوط روی سطح یك استوانه قرارمی‌گیرند. خطوط میدان وابسته به‌یك بار متحرك منزوی را تشریح‌کنید.

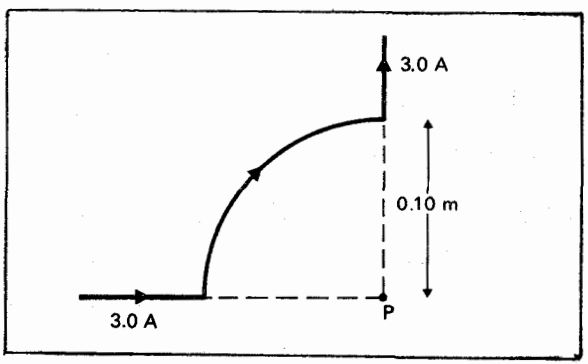
MATH75.IR

۵۳-۱۰ یک سولنوید بلند دارای چهارلایه سیم‌پیچ از سیمی نسبتاً ضخیم است. آیا برای آن باید از شکل تغییر-یافتهٔ رابطهٔ $B=\mu_0 nI$ استفاده کنیم؟ (راهنمایی: از قانون آمپر استفاده کنید.)

۵۳-۱۱ با استفاده از قانون آمپر نشان دهید:
(الف) در همهٔ نقاط خارج از یک چنبرهٔ کامل، چگالی شار مغناطیسی صفر است، و
(ب) یک‌زوج رسانا راکه حامل جریانهای مستقیم برابر با جهتهای مخالف هستند، می‌توان باهم پیچاند تا میدان خارجی درنقاط دورکاهش یابد.

مسئله‌های کمّی

قانون بیو-ساوار و بارها



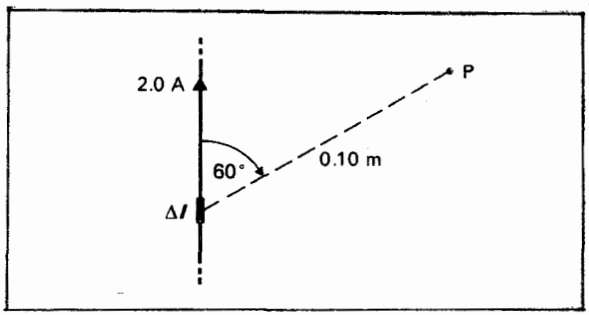
شکل مربوط به‌پرسش ۵۳-۱۲

۵۳-۱۲† به‌شکل توجه کنید.
(الف) سیمهای راست چه سهمی درمیدان‌حاصل درنقطهٔ P دارند؟
(ب) میدان‌کلی‌را که از این آرایش‌در P نتیجه‌می‌شود، محاسبه کنید.
مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(ب) $۴/۷\,\mu T$]

۵۳-۱۳† به‌شکل توجه کنید. سهم $\Delta \mathbf{B}$ مربوط به‌عنصر Δl را به میدان حاصل در P، به‌ازای مقادیر زیر محاسبه کنید:
(الف) $\Delta l = ۱/۰\ mm$، و (ب) $\Delta l = ۲/۰\ mm$. در مورد میدانی که به‌ازای $\Delta l = ۲۰\ mm$ خواهیم داشت، نظردهید. آیا پاسخهای شما دقیقند؟
مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $۱۷\,nT$]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۳-۱۳

۵۳-۱۴ درحالت پایهٔ اتم ئیدروژن بود، می‌توانیم‌الکترون را درحال گردش برمداری دایره‌ای به‌شعاع ۵۳ pm و با سرعت $۲/۲\ Mm/s$ تصویرکنیم. مقدار **B** که به‌وسیلهٔ الکترون درهسته ایجاد می‌شود، چه‌مقدار است؟
مقادیر عددی داده شدهٔ e و μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[$۱۳\,T$]

۵۳-۱۵ (الف) اندازهٔ بزرگترین میدان مغناطیسی که در نقطه‌ای به فاصلهٔ $۰/۱۰\ m$ از الکترونی با سرعت حرکت $۵۰\ Mm/s$، پدید می‌آید، چه مقدار است؟
(ب) چند الکترون باید با این سرعت حرکت کنند تا بیشینهٔ میدانی (در همان فاصله) برابر با $۶۰\,\mu T$ (تقریباً برابر با مقدار میدان زمین) پدید آورند؟
مقادیر عددی داده شدهٔ μ_0 و e را در محاسبه به‌کار برید.

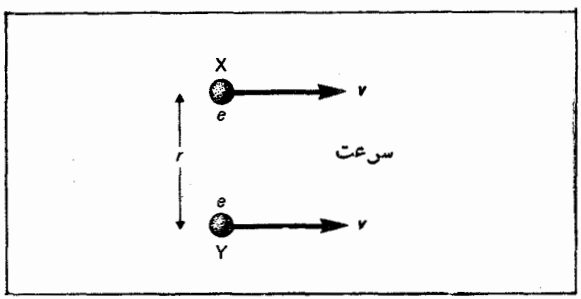
[(الف) $۸/۰\times۱۰^{-۱۷}\ T$ (ب) $۷/۵\times۱۰^{۱۱}$]

۵۳-۱۶ در آزمایش رولند که‌درجستجوی‌میدان تولید شدهٔ **B** ناشی از بارهای (الکتروستاتیکی) متحرک انجام گرفت، اندازهٔ **B** تقریباً برابر $۰/۱\,\mu T$ به‌دست آمد. اگربخواهیم این میدان را از طریق نوسان یک‌آهنربای دائم دوقطبی با گشتاورمغناطیسی $۲\ Am^۲$ وگشتاور لختی $۲\times۱۰^{-۵}\ kgm^۲$

MATH75.IR

آشکارسازی کنیم، چه‌زمان تناوبی مشاهده خواهیم کرد؟

[$c \cdot 60\,s$]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۳-۱۷

۵۳-۱۷* به‌شکل توجه کنید. در این شکل X و Y پروتونند.

(الف) اندازه و جهت نیروهای مغناطیسی، $\mathbf{F}_m$، که از X بر Y و از Y بر X وارد می‌آیند، محاسبه کنید.

(ب) به‌همین ترتیب نیروهای الکتریکی، $\mathbf{F}_e$ را محاسبه کنید.

(پ) با استفاده از این نکته‌که $1/\varepsilon_0\mu_0 = c^2$، نسبت F_m/F_e را تنها برحسب c و v بنویسید.

(ت) به‌ازای چه مقدار v تساوی $F_m = F_e$ برقرار است؟

(توجه‌کنید که در اینجا فیزیک کلاسیک ما را به‌یک ناهنجاری کشانیده است—به‌نظر می‌رسدکه نیروی برایند وارده ازجانب X بر Y و برعکس، باید به‌چارچوب مرجع ناظر بستگی داشته باشد. مشکلاتی وجود دارد که تنها باید به کمک نظریهٔ نسبیت مجدداً حل شوند.)

میدانهای مدارها

۵۳-۱۸ پیچک دایره‌ای. پیچک دایره‌ای تختی تا ۲۰ دور سیم پیچی می‌شود که شعاع مفید هریک ۷۵ mm است. جریانی چنان ازآن می‌گذرد که میدان ناشی از پیچک دقیقاً عکس میدان زمین (۵۲ μT) باشد:

(الف) پیچک چگونه سمتگیری می‌شود؟

(ب) جریان چگونه شارش پیدا می‌کند؟

(پ) اندازهٔ جریان چه مقدار است؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۳۱ A (پ)]

۵۳-۱۹ پیچکی دایره‌ای به‌شعاع ۳۰ mm درنقطه‌ای به‌فاصلهٔ ۴۰ mm برمحور خود، میدانی به اندازهٔ ۲۵ μT ایجاد می‌کند.

(الف) گشتاور مغناطیسی، $\mathbf{m}\,(=NIA)$ آن‌چه مقدار است؟

(ب) گشتاور نیروی بیشینه‌ای که در میدان مغناطیسی یکنواخت ۶/۰ mT، برآن وارد می‌آید چه‌مقدار است؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۱۶ mAm² (ب) ۹۴ μNm]

۵۳-۲۰ سولنوئید. طول ۰/۸۰ متر از یک سولنوئید توخالی $۲/۰ \times ۱۰^۳$ دور سیم پیچی شده است، و جریان ۲/۵ A ازآن می‌گذرد. قطر سولنوئید ۸۰ mm است. چگالی‌شار را دراین نقاط محاسبه کنید:

(الف) مرکز،

(ب) دریک سر،

(پ) به‌فاصلهٔ ۶۰ mm از یک‌سر، درون سولنوئید، و

(ت) به‌فاصلهٔ ۶۰ mm از یک‌سر، بیرون از سولنوئید.

محاسبهٔ (الف) را درمورد سولنوئیدی به‌طول بینهایت که در هرواحد طول خود دارای تعداد دورهای مشابهی است، تکرار کنید. اگر این سولنوئید را بلند فرض کنیم، درصد خطا چه مقدار خواهد بود؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۳/۹ mT (ب) ۷/۲ mT (پ)
۰/۶۶ mT (ت)]

۵۳-۲۱ سیم راست. یک سیم بلند قائم از ورقهٔ پرسپکسی که روی آن یک قطب‌نمای نقشه‌کشی قراردارد می‌گذرد. قطب‌نمای نقشه‌کشی نقطه‌ای‌خنثی به‌فاصلهٔ ۶۰ mm به‌سوی شرق سیم را نشان می‌دهد. مؤلفهٔ افقی میدان **B**ی زمین ۱۸ μT است. جهت واندازهٔ جریان را درسیم معلوم کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را درمحاسبه به‌کار برید.

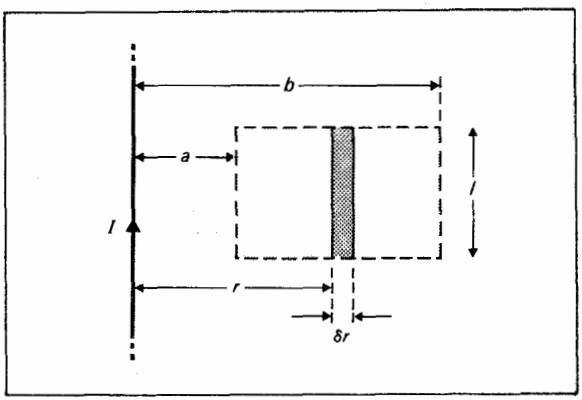
MATH75.IR

[۵/۲ A]

۲۲-۵۳* نشان‌دهید که درهمهٔ نقاطی که روی محورعرضی سیم‌پیچی به‌گشتاور مغناطیسی $\mathbf{m}$، به‌فاصلهٔ r از مرکز آن قرار دارند، میدان $\mathbf{B}$ مطابق رابطهٔ زیر افت می‌کند:

$$B=\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)\frac{m}{r^3} \quad \text{به‌ازای} \quad r\gg a$$

(این نتیجه را باید با محاسبهٔ متناظر، برای یک دوقطبی الکتریکی که در آن $E=(1/4\pi\epsilon_0)\cdot p/r^3$، مقایسه کرد.)



شکل مربوط به‌پرسش ۱۹-۵۵ و ۲۳-۵۳

۲۳-۵۳* به‌شکل توجه کنید. این‌شکل سیم راست بسیار درازی را نشان می‌دهد. شار مغناطیسی که از مستطیل بستهٔ بزرگتر می‌گذرد، چه‌مقدار است؟ (خود شکل به‌طور ضمنی شامل یک راهنمایی است.)

$$\left[\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\right]$$

۲۴-۵۳* مقدار $\mathbf{B}$ را در مرکز مدار بستهٔ مربعی به‌ضلع ۰/۱۰ m، که از هر ۵۰ دور سیم آن جریان ۱/۵ A می‌گذرد، محاسبه کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۸۵ mT]

نیروهای بین رساناها

۲۵-۵۳† انتخاب مقداری برای μ_0. از دو سیم بینهایت دراز موازی، جریانهای I_1 و I_2 می‌گذرند. آنها در خلأ و به‌فاصلهٔ a از یکدیگر قرار گرفته‌اند. بنابرنظریه هریک نیروی $\mathbf{F}$ را بر یک طول l از دیگری وارد می‌آورد، که این نیرو با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$F=\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)\cdot\frac{I_1 I_2}{a}\cdot l$$

و μ_0 تعدادی ثابت است. طبق تعریف، وقتی رابطهٔ $I_1=I_2=1\ \text{A}$ (دقیقاً)، و $a=l=1\ \text{m}$ (دقیقاً) برقرار باشد، آنگاه $F=2\times10^{-7}\ \text{N}$.

(الف) مقدار μ_0 (ثابت گذردهی) را که از این تعریف آمپر نتیجه می‌شود، محاسبه کنید.

(ب) برچه‌جرمی نیروی کششی به‌اندازهٔ $2\times10^{-7}\ \text{N}$ ازسوی زمین وارد می‌آید؟

(پ) آیا می‌توان مستقیماً این تعریف را درعمل به‌کار گرفت؟

[(الف) $4\pi\times10^{-7}\ \text{N/A}^2$]

۲۶-۵۳ از دو رسانای راست و دراز که به‌فاصلهٔ ۹۰ mm از یکدیگر قرار گرفته‌اند، جریانهای ۲/۰ A و ۴/۰ A در یک جهت عبور می‌کند.

(الف) مکان خط نقاط خنثی را درمیدان مغناطیسی ناشی از آنها بیابید.

(ب) هریک از این دو رسانا چه‌نیرویی برطول ۰/۲۰ m از دیگری وارد می‌آورد؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) به‌فاصلهٔ ۳۰ mm ازسیم حامل ۲/۰ A

(ب) $3/6\ \mu\text{N}$]

قانون آمپر

۲۷-۵۳* به‌شکل توجه کنید. این‌شکل قسمتی از یک سولنوئید راست دراز را نشان می‌دهد. بنابر **قانون آمپر**:

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l}=\mu_0 \text{ (جریان کل محصور شده)}$$

این قانون را درمورد مسیر نقطه‌چین که درشکل نموده شده

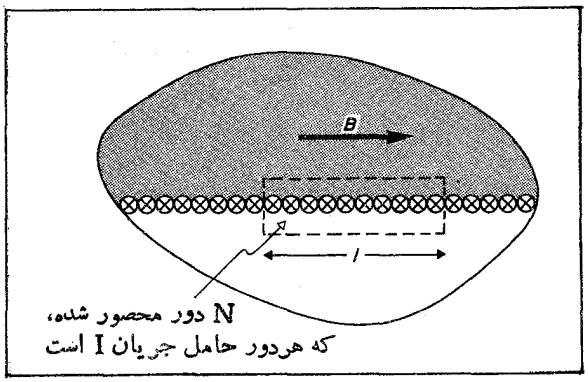
MATH75.IR

است، به‌کار برید، و بدین ترتیب:
(الف) مقدار **B** را در داخل سولنوئید بیابید، و
(ب) نشان دهیدکه اندازهٔ **B** درهمهٔ نقاط باهرفاصله‌ای ازمحور سولنوئید یکسان است.
درتحلیل خود چه‌فرضهایی را درنظرمی‌گیرید؟

۲۸-۵۳* با استفاده از قانون آمپر معلوم‌کنید که میدان **B** در هرنقطهٔ P درون یك چنبره‌وار، چگونه بـا فاصلهٔ P از محور تقارن (مرکز حلقه)، r، بستگی پیدا می‌کند. بدین‌ترتیب شرایطی را استنتاج‌کنیدکـه درآن میدان درتمامی نقاط درون چنبره‌وار تقریباً به‌یك اندازه باشد.

۲۹-۵۳* ورقهٔ بـزرگی بـه عرض l بـا N سیم راست موازی، که هر یك حامل جریان هم‌جهت I هستند، پوشانده شده است. اگر هریك از سیمها دراز فرض شود، مقدار **B** درنزدیکی ورقه چه‌مقدار است؟

$$\left[\frac{1}{2}\mu_0 I\frac{N}{l}\right]$$



شکل مربوط به‌پرسش ۵۳-۲۷

۵۴ وسایل اندازه‌گیری الکتریکی

پرسشهایی برای بحث

۱-۵۴ پیچك گالوانومتری با قاب لولادار در یك میدان شعاعی می‌چرخد، و به‌وسیلهٔ جریانی پیوسته‌ازموضع جریان صفر ($\theta=0$) به وضعیت خـواندن درجـه‌اش ($\theta=\theta_0$) منحرف می‌شود. در روی یك محورمختصات، نمودارهایی ترسیم‌کنیدکه بستگی‌کمیتهای زیررا با θ نشان دهد:
(الف) گشتاور نیروی مغناطیسی منحرف‌کننده، و
(ب) گشتاور نیروی‌کشسانی بازگرداننده، و
(پ) گشتاور نیروی برایند.

۲-۵۴ چـرا گالوانومتر با قاب متحرك یك وسیلهٔ مطلق نیست؟ آیا می‌توان آن را چنان ساخت‌کـه وسیله‌ای مطلق باشد؟

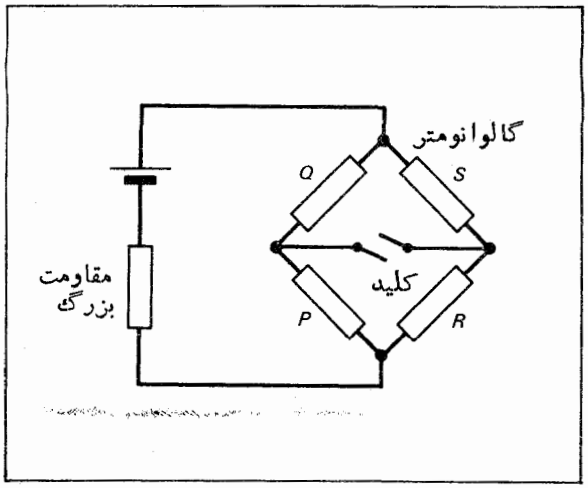
۳-۵۴ چـه چیزی دقت یك گالوانومتر باقاب متحرك را کنترل می‌کند؟

۴-۵۴ بین حرکت براونی و حساسیت گالوانومتر آویخته، چه ارتباطی وجود دارد؟

۵-۵۴ حساسیت وگشتاور لختی (و درنتیجه زمان تناوب نوسان) یك گالوانومترآویختهٔ دارزوال‌چگونه به‌کمیتهای زیر بستگی پیدا می‌کند؟
(الف) مساحت پیچك، **A**،
(ب) N، تعداد دورهای پیچك، و
(پ) c، ثابت پیچش سیستم آویز.
درمورد معایب ساخت چنین گالوانومتری باحساسیت بیشتر، بحث‌کنید.

۶-۵۴ اندازه‌گیری‌کلوینی مقاومت‌گالوانومتر. به شکل توجه‌کنید. دراین‌شکل S مقاومتی‌است‌که بایداندازه‌گیری شود. هیچ گالوانوسکوپ دیگری دراختیار نداریم. چگونه می‌توانید دریابیدکـه شرایط موازنه برای پل حاصل شده است؟

MATH75.IR



شکل مربوط به پرسش ۵۴-۶

*۵۴-۷ م.ب اندازهٔ حساسیت بار یك گالوانومتر با قاب متحرك نمونه که به‌صورت پرتابی به‌کار گرفته شود، چه‌مقدار است؟ براورد خود را بر پایهٔ مقادیر معلوم متغیرهای گالوانومتر قرار دهید، و پاسخهای خود را با پاسخهای مربوط به‌پرسش ۵۴-۱۳ مقایسه کنید.

مسئله‌های کمّی

گالوانومتر با قاب متحرك

†۵۴-۸ **اصول گالوانومتر باقاب متحرك.** یك قاب لولادار با ۱۰۰ دور سیم، هریك به‌مساحت سطح مقطع $۵/۰ \times ۱۰^{-۴}\,m^۲$ در میدانی شعاعی بازمان تناوب ۱۶ mT نوسان اجرا می‌کند. c، ثابت پیچش، فنر آونگ $۲/۰\,\mu N\,m/rad$ است. جریانی که از سیم پیچ می‌گذرد انحرافی پیوسته به‌اندازهٔ ۰/۸۰ rad را پدید می‌آورد. محاسبه کنید:

(الف) گشتاور نیروی مغناطیسی منحرف کننده (برحسب I)،

(ب) گشتاور نیروی کشسانی برگرداننده،

(پ) اندازهٔ جریان را، وبدین ترتیب:

(ت) **حساسیت جریان**، $(S_I = \theta/I)$ را. با استفاده از واحد جریانی که مناسب طرح این گالوانومتر باشد، مقدار S_I را بیان کنید.

[۲/۰ mA (پ)]

†۵۴-۹ **حساسیت ولتاژ.** حساسیت ولتاژ، S_V، با عبارت θ/V تعریف می‌شود، که در آن V اختلاف پتانسیل دوسر گالوانومتر است که انحرافی به‌اندازهٔ θ را پدید می‌آورد. اگر مقاومت پیچك در پرسش ۵۴-۸، ۵۰ Ω باشد، حساسیت ولتاژ را محاسبه کنید. پیرامون طراحی گالوانومتری که دارای حساسیت ولتاژ بالایی است، بحث کنید و بگویید که این گالوانومتر به‌ویژه در چه هنگامی دقیق خواهد بود.

[۸/۰ rad/V]

۵۴-۱۰ گالوانومتری دارای ۵۰ دور سیم است که مساحت سطح مقطع هریك از آنها $۶/۰ \times ۱۰^{-۴}\,m^۲$ است، و پیچك به وسیلهٔ نواری برنزی با ثابت پیچش $۰/۳۰\,\mu N\,m/rad$ آویخته شده است. مشاهده می‌شود که وقتی جریان ۱۵ μA از پیچك بگذرد نقطهٔ نورانیی که به‌وسیلهٔ آینهٔ متصل به سیم پیچ بازتابیده می‌شود، روی صفحه‌ای که در فاصلهٔ ۱/۰ متری آن قرار دارد، به‌اندازهٔ ۲۰ mm منحرف می‌شود. اندازهٔ میدان شعاعی که این پیچك در آن می‌چرخد، چه‌مقدار است؟

[۶/۷ mT]

۵۴-۱۱ گالوانومتری را با پیچیدن N دور سیم به‌دور قابی می‌سازند، که اندازهٔ آن قاب چنان تعیین می‌شود که اگر مساحت سطح مقطعی هر دور سیم **a** باشد، حاصلضرب Na ثابت بماند.

(الف) نشان دهید که مقاومت کل، R، پیچك با $N^۲$ متناسب است، و

(ب) بدین ترتیب نشان دهید که اگر، B، اندازهٔ میدان شعاعی ثابت، و، A، مساحت (طول × عرض) همهٔ پیچکها یکسان باشد، انحراف θ باریشهٔ مربعی توان پیچك متناسب است.

۵۴-۱۲ وقتی توان پیچك گالوانومتر بسیار حساسی ۰/۱۰ aW باشد، انحرافی به‌اندازهٔ ۱/۰ rad ایجاد

MATH75.IR

می‌کند. (د.ک. پرسش ۵۴-۱۱.)

(الف) برای آنکه این گالوانومتر را برای استفاده به‌صورت (*i*) یك آمپرسنج حساس، یا (*ii*) یك ولت‌سنج حساس تنظیم کنیم، آیا باید مقاومت پیچك زیاد باشد یا کم؟

(ب) اگر مقاومت پیچك به $1/0\ k\Omega$ برسد، حساسیت جریان چه مقدار خواهد بود؟

[(ب) $10\ pA/rad$]

درجه‌بندی گالوانومتر پرتابی

†۱۳-۵۴ درجه‌بندی گالوانومتر بالیستیك. یك خازن $1/0\ \mu F$ تا اختلاف پتانسیل $12\ V$ پرمی‌شود وسپس آن‌را به‌وسیلهٔ یك گالوانومتر بالیستیك تخلیه می‌کنند. فاصلهٔ نخستین تابش لکهٔ نوری بازتابیده برپرده‌ای که به‌فاصلهٔ $1/0\ m$ از گالوانومتر قرار دارد، ۴۰ میلیمتر است.

(الف) **حساسیت بار** (θ/Q) گالوانومتر چه‌مقدار است؟ (از میرایی چشم‌پوشی کنید.)

(ب) اکنون این گالوانومتر برای چه منظور(هایی) به‌کار می‌رود؟

(پ) چه باری باید از گالوانومتر بگذرد تا فاصلهٔ نخستین تابش تا پرده $1/0\ rad$ شود؟ (این مقدار را معمولا **ثابت گالوانومتر** می‌گویند.)

[(الف) $1/7\ radm/C$ (پ) $0/60\ mC$]

***۱۴-۵۴ تعبیر نظری گالوانومتری که به‌طور پرتابی به‌کار می‌رود.** گالوانومتری دارای یك پیچك ۱۰۰ دور با مساحت میانگین $2/0 \times 10^{-4}\ m^2$ است. این گالوانومتر توسط آویزی با ثابت پیچش $1/0\ \mu N\,m/rad$ درمیدانی شعاعی که در آن $B = 0/25\ T$، آویخته شده‌است. گشتاور لختی سیستم آویز $2/0 \times 10^{-9}\ kg\,m^2$ است. محاسبه کنید:

(الف) ضربهٔ زاویه‌ای را که به‌پیچك وارد می‌شود، وقتی که بار $1/0\ \mu C$ در زمانی بسیار کوتاهتر از زمان تناوبش، از آن بگذرد،

(ب) انرژی جنبشی نهایی پیچك که از این ضربهٔ زاویه‌ای ناشی می‌شود،

(پ) انرژی پتانسیل کشسانی آویز را وقتی که با زاویهٔ θ_m بپیچید و به‌نخستین موضع سکون لحظه‌ای برسد، و بدین ترتیب:

(ت) مقدار θ_m را.

از تأثیر میرایی چشم بپوشید.

[(الف) $5/0\ nN\,ms$ (ب) $6/2\ nJ$
(ت) $0/11\ rad$]

***۱۵-۵۴** حساسیت جریان یك گالوانومتر بالیستیك $0/050\ rad/\mu A$ است. نوسانهای آن به‌طور مؤثری نامیراست، و زمان تناوبی برابر π ثانیه دارد. دربرابرحرکت سریع بار $1/0\ \mu C$ در درون پیچك، فاصلهٔ نخستین تابش تا پرده چه مقدار خواهد بود؟

[$0/10\ rad$]

وسیله‌های دیگر

†۱۶-۵۴ اصل توازن جریان. سولنوئید درازی دارای ۲۰۰۰ دور سیم درمتراست و جریان $1/5\ A$ از آن می‌گذرد. طولی از یك سیم چنان در میدان سولنوئید قرار می‌گیرد، که پارهٔ مستقیمی از آن به‌طول $25\ mm$، قائم برمحور سولنوئید و بقیه با آن موازی قرار می‌گیرد. از سیم همان جریانی می‌گذرد که از سولنوئید. برطول ۲۵ میلیمتر از سیم چه نیرویی وارد می‌آید؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[$0/14\ mN$]

۱۷-۵۴ توازن جریان. سیمی را به صورت یك مستطیل U شکل خم می‌کنیم، و آن را آنقدر درجهت عمود بر محور سولنوئید در آن فرو می‌بریم که فاصلهٔ بین دوشاخهٔ U، برابر ۲۵ میلیمتر باشد و درضمن در میدان آن قرار گیرد. طول سولنوئید $0/40\ m$، قطر آن $30\ mm$، و تعداد دور سیمهایش ۱۰۰۰ است. وقتی که سولنوئید وسیم را به‌طور متوالی به‌هم می‌بندیم، وجریانی از آن می‌گذرد،

MATH75.IR

واکنش مغناطیسی میان سولنوئید وسیم باعث می‌شود که بر سیم نیروی ۰/۲۰ mN وارد آید. (این نیرو با موازنهٔ یک تکهٔ الحاقی ظریف در روی یک شاهین ترازوی لولادار اندازه‌گیری می‌شود.)
چه جریانی ازمدار عبور می‌کند؟
(توجه داشته باشید که هیچ کمیت الکتریکی (جز μ_0) در مسئله نیامده است. از آنجاکه μ_0 مقدار تعریف شده‌ای دارد، **اندازه‌گیری مطلقی** از جریان به‌دست می‌دهد.)
مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را درمحاسبه به‌کار برید.
[۱/۶ A]

۱۸-۵۴ الکترودینامومتر. یک پیچک دایره‌ای بزرگ با ۱۰۰ دور سیم وقطر ۰/۳۰ m، چنان سوار شده است که محور آن قائم باشد. یک پیچک دایره‌ای کوچک با ۲۰۰ دور سیم وشعاع ۲۵ mm با محوری افقی درمرکز پیچک بزرگ لولا می‌شود وبرای اندازه‌گیری گشتاور نیرویی که برپیچک کوچکتر عمل می‌کند، روشی اتخاذ می‌کنیم. محور پیچک کوچک افقی است. پیچکها به‌طور متوالی به‌هم بسته می‌شوند و جریان I ازآنها می‌گذرد. از میدان زمین چشم بپوشید و محاسبه کنید:
(الف) چگالی شار مغناطیسی ناشی ازپیچک بزرگتر را در موضع پیچک کوچکتر (برحسب I)،
(ب) گشتاور مغناطیسی پیچک کوچکتر،
(پ) گشتاورنیرویی که برپیچک کوچکتروارد می‌آید، و
(ت) جریان متناظر با گشتاورنیروی ۰/۳۲ mN m را
آیا می‌توان پیچکها را چنان آراست که چشمپوشی ازمیدان زمین توجیه شود؟ (یادآوریهای پرسش **۱۷-۵۴** به‌همان ترتیب دراینجا به‌کار می‌آیند.)
مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.
[(ت) ۱/۴ A]

۵۵ اصول القای الکترومغناطیسی

پرسشهایی برای بحث

۱-۵۵ فرض کنید میله‌ای به‌طول l با سرعت یکنواخت v در میدان مغناطیسی $\mathbf{B}$ حرکتی عرضی انجام دهد و در نتیجهٔ آن، بارهای $\pm Q$ در دوسر آن جمع شوند. فرض کنید اختلاف پتانسیل دوسر میله V باشد.
(الف) اندازهٔ نیروی الکتریکی (درون‌سو)، $\mathbf{F}_e$، وارد بر هربار Q چه‌مقدار است؟ (راهنمایی: $E=V/l$.)
(ب) $\mathbf{F}_m$، اندازهٔ نیروی مغناطیسی (بیرون سو) وارد بر هربار چه مقدار است؟
(پ) برای یافتن V برحسب l، B و v، مقادیر F_e و F_m را درشرایط ترازمندی درنظر بگیرید ومساوی هم قراردهید.

۲-۵۵ قوانین گوناگون برای پیشگویی جهتهای نیروی محرکهٔ الکتریکی القایی، تا چه اندازه مستقلند؟ مثلاً، آیا همهٔ آنها را می‌توان دریک گزارهٔ واحد خلاصه کرد؟

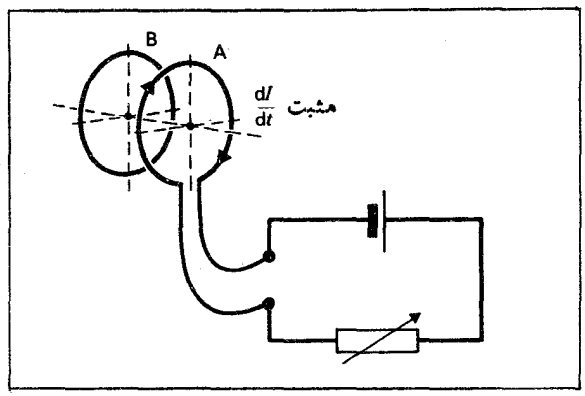
۳-۵۵ آیا یک جریان القایی می‌تواند میدانی ایجادکند که درآن $\mathbf{B}$، باعامل به‌وجودآورندهٔ جریان القایی هم‌جهت باشد؟

۴-۵۵ یک پیچک، تحت چه شرایطی به‌تغییری در به‌هم‌پیوستگی شار توسط (الف) یک حالت کشش، و (ب) یک حالت تراکم، پاسخ خواهد داد؟

۵-۵۵ جریان القا شده در یک پیچک از یک طرف دیده می‌شود وجهت آن ساعتگرد است. پیرامون جهت: (الف) چگالی شار مغناطیسی، و (ب) تغییرچگالی شاری که این

MATH75.IR

جریان را ایجاد می‌کند، چه مطالبی را می‌توان اظهار کرد؟ سه روش متفاوت پیشنهاد کنید، که تغییر درهم پیوستگی شار می‌تواند موجد آنها بوده باشد.



شکل مربوط به‌پرسش ۵۵-۶

۵۵-۶ به‌شکل توجه کنید. جریان در پیچک A که ساعتگرد است، درحال افزایش است.

(الف) دو کنش متفاوت مکانیکی پیشنهاد کنید که پیچک B چنان بتواند آنها را انجام دهد که با تغییر شار داخل خودش مخالفت کند.

(ب) چه پاسخ الکتریکیی از جانب B می‌تواند هر دو کنشی را که در (الف) پیشنهاد می‌کنید، باعث شود؟

(پ) آیا اثرهای مغناطیسی که از پاسخ شما به‌بند (ب) ایجاد می‌شود، با قانون لنز سازگارند؟

۵۵-۷ یك زوج حلقهٔ لنگر هم‌اندازه، ازمس وطناب ساخته شده‌اند. آهنگ تغییر به هم پیوستگی شار مغناطیسی درون هرکدام یکسان است. (الف) نیروهای محرکهٔ الکتریکی القا شده، و (ب) جریانهای القا شده را در دو حلقه، با یکدیگر مقایسه کنید.

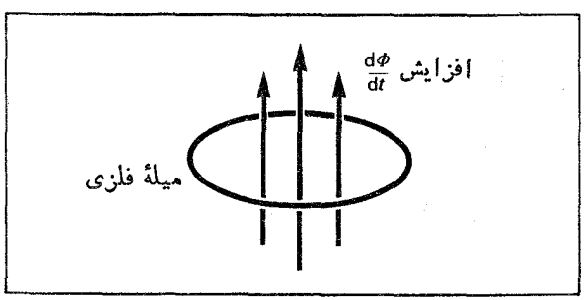
۵۵-۸ ایده‌هایی که در پشت بتاترون نهفته‌اند. به‌شکل توجه کنید. این شکل حلقه‌ای فلزی را نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی عبوری ازآن درجهتی که نشان داده شده است، افزایش پیدا می‌کند.

(الف) اگر قرار باشد شار جریان مخالف افزایش شار به‌هم پیوسته باشد، شارش جریان به دور حلقه درچه سویی خواهد بود؟

(ب) چه نوع میدان الکتریکی (مماسی یا شعاعی، در چه سویی وجز اینها) می‌توانست چنین جریان قراردادیی را ایجاد کرده باشد؟ آیا این میدان درغیاب فلزهم وجوددارد؟

(پ) اگر الکترونهای آزادی که به‌جای این رسانا قرار گرفته‌اند، در معرض همان میدان متغیر باشند، چه اتفاقی خواهد افتاد؟

(توجه کنید که الکترونها در **بتاترون**، به وسیلهٔ میدان مغناطیسی متغیری شتاب می‌گیرند و با حرکت درمیدان **B**ی مشابهی درمدار دایره‌ای خود نگهداشته می‌شوند. الکترونها در یك سیکلوترون به‌خاطر مسائل نسبیتی نمی‌توانند تا انرژیهای بالا شتاب بگیرند، که این مشکلات در بتاترون به‌وجود نمی‌آیند.)



شکل مربوط به‌پرسش ۵۵-۸

۵۵-۹ نمودار نیروی محرکهٔ الکتریکی القایی برحسب زمان را برای پیچکی که به‌گردش درمیدانی شعاعی واداشته می‌شود (مانند پیچك گالوانومتر) ترسیم کنید.

۵۵-۱۰ پیچکی رسانا چنان قرارگرفته‌است که ازطریق شار میان قطبهای یك آهنربا به هم پیوسته می‌شود، سپس به‌مدت Δt برداشته می‌شود. انرژی داخلیی که دراین پیچك به وجود می‌آید، چگونه به Δt بستگی پیدا می‌کند؟

مسئله‌های کمّی

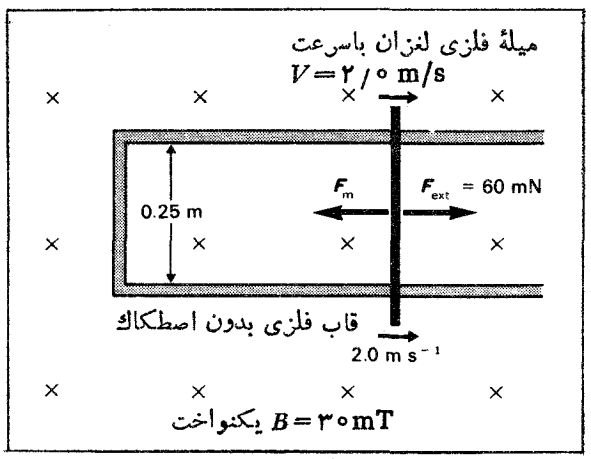
نیروی محرکهٔ الکتریکی القاشده به‌وسیلهٔ قطع شار

۵۵-۱۱† یك رسانا به طول ۰/۵۰ m با سرعت

MATH75.IR

۲٫۰ m/sec درمیدانی مغناطیسی حرکت می‌کند. اندازه میدان **B** چه مقدار باشد تا این رسانا نیروی محرکهٔ الکتریکیی برابر ۱٫۰ ولت القاکند؟ آیا چنین میدانی در گستره‌ای وسیع درآزمایشگاه شما قابل دسترسی است؟

[۱٫۰ T]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۵-۱۲

۵۵-۱۲ محاسبهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی حرکتی. به‌شکل توجه‌کنید. میله‌ای لغزنده دریك میدان مغناطیسی با سرعتی یکنواخت کشیده می‌شود. این میدان به‌وسیلهٔ عاملی خارجی که نیروی $\mathbf{F}_{ext}$ را وارد می‌آورد، به‌وجود می‌آید. محاسبه کنید:

(الف) اندازهٔ نیروی‌مغناطیسی، $\mathbf{F}_m$، راکه برمیلهٔ لغزنده وارد می‌آید،

(ب) اندازه وسوی جریان القا شده، I، درمدار بسته‌را،

(پ) آهنگ کارکرد عامل خارجی را،

(ت) توان نیروی محرکه را (برحسب نیروی محرکهٔ الکتریکی القایی، $\mathcal{E}$، و I) توان چشمهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی را، و

آیا منابع انرژی دیگری هم دراین مسئله شرکت دارند؟ فرض‌کنید چنین نباشد، بندهای (پ) و (ت) را مساوی بگیرید ومقدار $\mathcal{E}$ را محاسبه‌کنید.

(ث) مقاومت این مدار چه مقدار است؟ تاچه حد این مقاومت، مقاومتی داخلی به‌حساب می‌آید؟

(این پرسش را دقیقاً باپرسش ۵۶-۲۰ مقایسه کنید.)

[$\mathcal{E} = ۱۵$ mV ، ۰٫۱۲ W (پ) ۸٫۰ A (ب)]

[۱٫۹ mΩ (ت)]

۵۵-۱۳ برسیالی رسانا که درون لوله‌ای استوانه‌ای به‌قطر ۴۰ mm باسرعت ۰٫۲۵ m/s حرکت می‌کند، میدان **B**ی مغناطیسی عرضی ۶۰ mT اعمال می‌شود. اندازهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکیی که در دوسر عرض لوله ظاهر می‌شود چه مقداراست؟ (این ایده در پزشکی به‌کار می‌رود. بااستفاده از یک میدان **B**ی متناوب، آهنگ شارش خون درون شریانها را اندازه‌گیری می‌کنند.)

[۰٫۶۰ mV]

۵۵-۱۴ قرص چرخان. قرصی مسی به‌شعاع ۵۰ mm با آهنگ ۵٫۰ دور درثانیه به‌دور محور خود، که با میدان یکنواخت ۴۰ mT موازی است، می‌گردد:

(الف) مساحتی که درهردور گردش قرص به‌وسیلهٔ هریك ازشعاعهای آن جاروب می‌شود، چه مقدار است؟

(ب) هر شعاع چه مقدار شار را درهر دورگردش قطع می‌کند؟

(پ) چه نیروی محرکهٔ الکتریکی القایی میان مرکز قرص و نقطه‌ای روی لبهٔ آن وجود دارد؟ (توجه کنید که رابطهٔ $\mathcal{E} = Blv$ را نمی‌توان مستقیماً به‌کار برد.)

(در روش **قرص لورنتس** برای اندازه‌گیری R، چنین نیروی محرکه‌ای را با اختلاف پتانسیل برقرارشده در دو سر مقاومتی که حامل جریان موجد میدان **B** است، موازنه می‌کنند.)

[۱٫۶ mV (پ)]

۵۵-۱۵ میله‌ای‌رسانا به‌طول ۱٫۰ m راکه ازیك‌سر به‌دور محوری قائم، درصفحه‌ای‌افقی حرکت می‌کنددرنظربگیرید، وقتی آن را از بالا مشاهده‌کنند، جهت حرکتش ساعتگرد است. میدان مغناطیسی ۵۰ mT به‌طور قائم و پایین‌سو به‌سمت آن متوجه می‌شود، و بسامد چرخش میله ۱٫۰ دور در ثانیه است.

(الف) نیروی مرکزگرایی راکه برالکترونهای انتهای میله وارد می‌آید، محاسبه‌کنید.

MATH75.IR

(ب) میدان مغناطیسی که براین الکترونها عمل مـی‌کند (ازنظر اندازه وجهت) چگونه است؟

(پ) آیا نیروی مرکزگرا سهم‌زیادی درایجاد اختلاف پتانسیل دوسر میله دارد؟

(ت) اندازهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی القایی را محاسبه کنید. (توجه: نمی‌توان رابطهٔ $\mathcal{E}=Blv$ را مستقیماً به‌کاربرد.) این نیرو درکدام جهت عمل می‌کند؟ کـدام سر میله مثبت می‌شود؟

مقادیر عددی دادهٔ شدهٔ e، m_e را در محاسبه به‌کار برید.

[(ب) ۰/۰۵۰ aN (ت) ۰/۱۶ V]

۱۶-۵۵ تولید نیروی محرکهٔ الکتریکی سینوسی. پیچکی با ۸۰ دور سیم، هریك به‌مساحت سطح مقطع $1/0\times10^{-3}\,m^2$، درمیدان مغناطیسی یکنواخت ۳۰ mT با سرعت زاویه‌ای ثابت ω به‌گردش درمی‌آید.

(الف) شار مغناطیسی که هریك ازدورها را به‌هم متصل می‌کند، وقتی که خط عمودبرپیچك باجهت میدان مغناطیسی زاویهٔ ωt بسازد، چه‌مقدار است؟

(ب) آهنگ این تغییر شار چیست؟

(پ) نیروی‌محرکهٔ‌الکتریکی‌القاشده‌در دوسر: (i)هردور سیم، و (ii) همهٔ پیچك؛ درصورتی که $\omega=100\pi\,rad/s$، چه مقدار است؟

(ت) وقتی نیروی محرکـهٔ الکتریکی (e.m.f) به‌قلـهٔ خود می‌رسد، سمتگیری نسبی پیچك ومیدان چگونه بوده و اندازهٔ آن چه مقدار است؟

[(ت) ۰/۷۵ V]

نیروی محرکهٔ الکتریکی (E.M.F) القا شده به‌وسیلهٔ شار به‌هم‌پیوسته

۱۷-۵۵ چگالـی شار دریك پیچك، با آهنگ میانگیـن یکنواخت ۲۰ mT/s، برحسب زمان تغییر مـی‌کند. این پیچك دارای ۵۰۰ دور سیم، هریك به‌مساحت سطح مقطع $2/0\times10^{-2}\,m^2$ و مقاومت کل ۴۰ Ω است.

(الف) چه مدت طول می‌کشد تا ۱۰ mJ انرژی‌داخلی در پیچك تولید شود؟

(ب) در خلال ایـن زمان، میـدان مغناطیسی چه مقدار افزایش می‌یابد؟ [(الف) ۱۰ s]

۱۸-۵۵ پیچکـی بایك دور سیم بـه‌مساحت سطح مقطع $3/0\times10^{-2}\,m^2$ چنان قرار گرفته است کـه محور آن با میـدان مغناطیسی یکنـواخت ۴۰ mT مـوازی است، و مساحتش در مدت ۲/۰ s به طور یکنواخت کاهش می‌یابد و به $1/0\times10^{-2}\,m^2$ می‌رسد. محاسبه کنید:

(الف) تغییر به‌هم پیوستگی شار، و

(ب) اندازهٔ نیروی‌محرکهٔ‌الکتریکی القاشده در پیچك را.

[(ب) ۰/۴۰mV]

***۱۹-۵۵** به‌شکل‌مربوط به‌پرسش **۵۳-۲۳** توجه کنید. اگر I سینوسی باشد وچنین تعریف شود:

$$I=(2/0\,A)\sin(100\pi t/s)$$

قلهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی القا شده درمستطیل بسته‌ای که نموده شده است، چه‌مقدار است؟

[$100\mu_0 l\ln(b/a)\,A/s$]

بار القاشده

†۲۰-۵۵ محاسبهٔ بار القا شده. پیچکی با ۲۰ دور سیم و مساحت سطح مقطع $5/0\times10^{-4}\,m^2$ قسمتی از یك مدار به مقاومت ۲۵ Ω است. این پیچك چنان قرار می‌گیردکـه صفحهٔ آن با میدان یکنواخت **B** به اندازهٔ ۴۰ mT زاویهٔ قائمه می‌سازد، سپس با حرکتی ناگهانی به‌ناحیه‌ای بـدون میدان مغناطیسی برده می‌شود.

(الف) مقادیر اولیه وانتهایی شاربه‌هم پیوسته درپیچك چه مقدار است؟

(ب) چه مقدار بار به‌وجود می‌آید تا ازهر سطح مقطع مدار بگذرد؟

اگر حرکت بیرون بردن پیچك به‌آهستگی‌انجام می‌گرفت، پاسخ شما تفاوتی پیدا می‌کرد؟

[(ب) ۱۶ μC]

MATH75.IR

۲۱-۵۵† یك پیچك القاگر متصل به زمین به‌مساحت $0/12\ m^2$ طوری قرار گرفته است که محور قائم آن در نصف‌النهار مغناطیسی واقع شود. آن را درمدت $1/5\ s$ یك چهارم دور می‌گردانند به‌طوری که مؤلفهٔ افقی میدان زمین ($18\ \mu T$) را قطع کند. میانگین نیروی محرکهٔ الکتریکی (e.m.f) القا شده چه مقدار است؟

[$1/4\ \mu V$]

۲۲-۵۵ در یك آزمایش القاگر متصل به‌زمین، بارهای القا شده با استفاده از گالوانومتری بالیستیك مورد مقایسه قرار می‌گیرد. وقتی این پیچك چنان بچرخد که مؤلفهٔ افقی میدان **B**ی زمین ($18\ \mu T$) را قطع کند، گالوانومتر بالیستیك اولین تابش را در فاصلهٔ ۳۰ قسمت نشان می‌دهد. وقتی که مؤلفهٔ قائم به‌همین روش قطع شود، اولین فاصلهٔ تابش ۶۹ قسمت خواهد بود. برای این مکان محاسبه کنید:

(الف) زاویهٔ اندازه‌گیری، و

(ب) اندازهٔ میدان مغناطیسی کل زمین را.

[(الف) $67°$ (ب) $45\ \mu T$]

۲۳-۵۵ سولنوئیدی با هستهٔ آهنی دارای ۱۰۰۰ دورسیم مسی عایق‌بندی شده است. میدان **B**ی درون آهن با آهنگی یکنواخت درفاصلهٔ زمانی $5/0\ s$ از $0/60\ T+$ (دریك جهت) به $0/30\ T-$ (در جهت مقابل) می‌رسد. مساحت مفید سطح مقطع سیمهای مسی (تقریباً برابر مساحت هستهٔ آهنی) $2/5 \times 10^{-3}\ m^2$ است، و به‌مداری به‌مقاومت $9/0\ \Omega$ بسته می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) بار جابه‌جا شده‌ای که از کنار سطح مقطع مدار می‌گذرد،

(ب) اندازهٔ جریان متوسط، و

(پ) اندازهٔ جریان لحظه‌ای را، به‌ازای $\mathbf{B}=0$.

آیا درخلال عمل، جهت شارش جریان تغییر می‌کند؟

[(الف) $0/25\ C$ (ب) $50\ mA$]

۲۴-۵۵ اندازه‌گیری چگالی شار به‌وسیلهٔ گالوانومتر بالیستیك. یك پیچك تحقیقاتی با ۵۰ دور سیم و میانگین مساحت $1/0 \times 10^{-4}\ m^2$، برای اندازه‌گیری چگالی‌شار به گالوانومتری بالیستیك متصل می‌شود. مدار کامل گالوانومتر دارای مقاومت $0/60\ k\Omega$ است و با این آرایش، حساسیت بار برابر ۱۰ قسمت در μC به‌دست می‌آید. وقتی پیچك تحقیقاتی درست میان قطبهای یك آهنربای الکتریکی نگه داشته شود، و به سرعت برداشته شود، نخستین تابش گالوانومتر ۸۰ قسمت است. اندازهٔ بار القاشده، تغییر شار به‌هم پیوستهٔ پیچك، و بدین ترتیب، چگالی‌شار میان قطبهای آهنربای الکتریکی را محاسبه کنید.

[$0/96\ T$]

۵۶ کاربردهای القای الکترومغناطیسی

پرسشهایی برای بحث

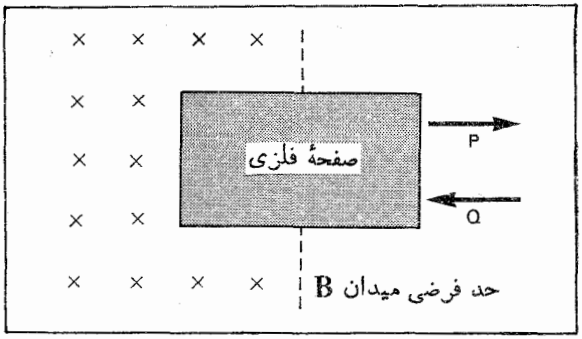
۱-۵۶ به‌شکل توجه کنید. مسیر کامل مدار بستهٔ جریانی گردابی را که درصفحهٔ فلزی القا می‌شود ترسیم کنید، در صورتی که این صفحه: (الف) حرکت درجهت P، و (ب) حرکت درجهت Q را انجام دهد.

۲-۵۶ میرایی الکترومغناطیسی. با استفاده ازقاعدهٔ دست چپ فلمینگ، معلوم کنید که جریانهای گردابی پرسش ۵۶-۱ برحرکت نسبی صفحه و منبع میدان **B** چه تأثیری برجای می‌گذارد.

۳-۵۶ چگونه می‌توان در صفحهٔ مطرح شده در پرسش

MATH75.IR

۱-۵۶ شکاف ایجادکرد تا از اثراتی‌که در پرسش **۲-۵۶** به‌آنها اشاره شد، کاسته شود؟



شکل مربوط به‌پرسش **۵۶-۱**

۴-۵۶ آهنربایی دایمی را چنان قرار می‌دهیم که جهت گشتاورمغناطیسی آن به‌سوی و قائم برورقه‌ای رسانا باشد. سپس آن‌را هوازی با ورقه حرکت می‌دهیم. مسیرجریانهای گردابی حاصل برورقه را روی نموداری مشخص کنید.

۵-۵۶ تیغهٔ آهنربای کوچکی به‌طور قائم برفراز کاسه‌ای که ازسرب ابررسانا ساخته شده است، قرار دارد و برای نگهداشتن آن به‌هیچ نیروی‌تماسی نیاز نیست. دراین‌مورد توضیح دهید.

۶-۵۶ اگر میرایی الکترومغناطیسی برای سرعت دادن به‌کار (مثلاً) یك ترازوی تجزیهٔ بسیار حساس به‌کار رود، آیا روی دقت آن اثر می‌گذارد؟

۷-۵۶ قرار است طول تثبیت شدهٔ l ازیك سیم به‌صورت N دور دایره‌ای پیچیده شود و به صورت آرمیچر یك ژنراتور درآید. چه‌مقدار از N، بزرگترین مقدار نیروی محرکهٔ الکتریکی (e.m.f) را به‌وجود می‌آورد؟

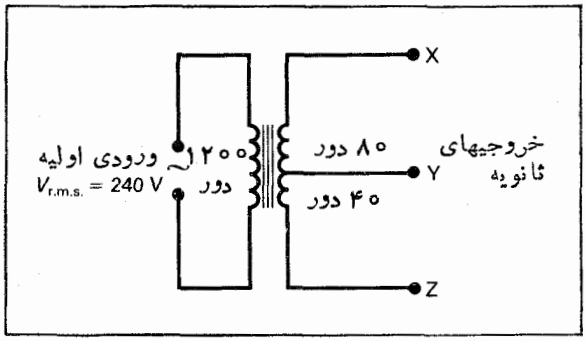
۸-۵۶ آیا بازده یك موتور به‌بار آن بستگی دارد؟ (راهنمایی: ر.ك. پرسش **۵۶-۲۱**، که به مراحل دخیل در این بحث اشاره می‌کند.)

۹-۵۶ در هریك ازکاربردهای زیرکدامیك از موتورهای d.c را با سیم‌پیچ متوالی، سیم‌پیچ موازی، سیم‌پیچ‌مرکب به‌کار می‌گیرید. بحث کنید: (الف) دستگاه تراش، (ب) قطار برقی، (پ) جرثقیل، (ت) ضبط‌صوت، و (ث) استارت موتور اتومبیل.

۱۰-۵۶ م.ب جریانی را که استارت موتور یك اتومبیل برای روشن‌کردن این موتور به‌کار می‌برد، برآوردکنید.

مسئله‌های کمّی

ترانسفورموتور



شکل مربوط به‌پرسش **۵۶-۱۱**

†**۱۱-۵۶** به‌شکل که‌ترانسفورموتوری‌کامل‌را نشان‌می‌دهد، توجه‌کنید. محاسبه‌کنید:

(الف) سه نسبت دور موجود را،

(ب) مقدار قلهٔ V_{XY}،

(پ) نسبت V_{YZ}/V_{XZ}، و

(ت) اختلاف فاز میان V_{XY} و V_{ZY} را.

[(ب) ۲۳ V]

†**۱۲-۵۶** تعداد دورهای اولیهٔ ترانسفورموتور ایده‌آلی ۶۰۰ و تعداد دورهای ثانویهٔ آن ۱۲۰ است. مقاومت ۴/۰ Ω به‌دوسرثانویه بسته می‌شود، و بعد اختلاف پتانسیل متناوبی با مقدار ریشهٔ میانگین مربعی ۳۰ V بر اولیه اعمال می‌شود. محاسبه‌کنید:

(الف) ریشهٔ میانگین مربعی اختلاف پتانسیل درثانویه،

(ب) ریشهٔ میانگین مربعی جریانی که از مقاومت می‌گذرد،

MATH75.IR

(پ) توان مدار ثانویه، و

(ت) ریشهٔ میانگین مربعی جریانی‌راکه ثانویه دریافت می‌کند. اولیه انرژیی راکه ازمنبع می‌گیرد چگونه مصرف می‌کند؟

[(پ) ۹/۰ W (ت) ۰/۳۰ A]

۱۳-۵۶ نظریهٔ ترانسفورموتور ایده‌آل. تعداد دورهای اولیهٔ یك ترانسفورموتور ۵۰ است، و بـه وسیلهٔ اختلاف پتانسیلی با ریشهٔ میانگین‌مربعی ۲۰V به‌کار می‌افتد. تعداد دورهای ثانویه ۱۰۰ و مدار آن باز است.

(الف) کدام خاصیت اولیه جریـان مغناطیس‌کننده‌ای (کوچك) را که ازآن می‌گذرد، تعیین می‌کند؟

(ب) چرا اولیه انرژی را ازمنبع خارج نمی‌کند؟

(پ) چه جریانی درثانویه شارش پیدا می‌کند؟

(ت) در جریانی‌که از هستهٔ آهنی شارش پیدا می‌کند، ثانویه چه سهمی دارد؟

(ث) ریشهٔ میانگین مربعی اختلاف پتانسیل دوسر ثانویه چه مقدار است؟

[(ث) ۴۰ V]

۱۴-۵۶ ثانویه با بارمقاومتی‌متصل به‌آن. یك بار ۴۰Ω را به دوسر ثانویهٔ پرسش **۱۳-۵۶** وصل می‌کنیم.

(الف) اکنون چه جریانی درثانویه شارش دارد؟

(ب) درشاری‌کـه از هسته می‌گذرد، ثانویه چه سهمی دارد؟

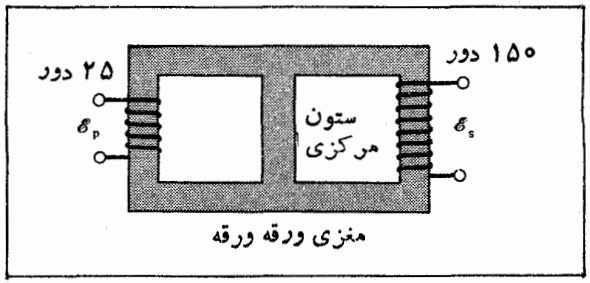
(پ) اگر پیچك اولیه پاسخ ندهد، اضافه‌کردن بار یاد شده چه تأثیری برنیروی ضد محرکهٔ الکتریکی آن برجای می‌گذارد؟

(ت) اولیه چگونـه پاسخ می‌دهـد (برای آنکه مطمئن شویم معادلهٔ مدار بسته هنوز می‌تواند در مورد اولیه به کار رود)؟

(ث) اکنون چه توانی ازمنبع انرژی گرفته می‌شود؟

(ج) شار قله درهستهٔ این‌پرسش درمقایسه با شار قله در پرسش **۱۳-۵۶** چگونه است؟

[(ث) ۴۰ W]



شکل مربوط به‌پرسش **۱۵-۵۶**

۱۵-۵۶ به‌شکل توجه‌کنید. این‌روش پیچیدن‌ترانسفورموتور باعث می‌شودکه دوسوم شارحاصل ازاولیه ازستون‌مرکزی بگذرد. اگر هسته نشتی شار نداشته باشد، نسبت $\mathcal{E}_s/\mathcal{E}_p$ را پیداکنید. شما ترجیح می‌دهیدکه ترانسفورموتور را چگونه بپیچید؟

***۱۶-۵۶ همسازی مقاومت ظاهری.** بیشینهٔ توانی‌که ازمیان یك منبع انرژی و یك مقاومت بار انتقال می‌یابـد مربوط به‌زمانی است‌کـه مقاومت داخلی برابر مقاومت بار باشد. می‌خواهیم یك‌تقویت‌کننده با مقاومت داخلی ۲/۵ kΩ را با یك بلندگو به‌مقاومت ۴/۰ Ω، جفت‌کنیم، و برای این کار از ترانسفورموتوری بـا **نسبت دور** (N_p/N_s) استفاده می‌کنیم.

(الف) اگر بلندگو به مدار ثانویه متصل شود، مقاومت ظاهری (یا **بازتابیدهٔ**) آن درمدار اولیه چقدر است؟

(ب) نسبت دور مناسب برای این‌کار چه‌مقدار است؟

(به دو نکته توجه کنید: (*i*) به خاطـر شارهای خنثی کنندهٔ متقابل، خودالقایی سیم‌پیچهای اولیه‌آشکار نمی‌شود، و (*ii*) دومدار تماس الکتریکی ندارند.)

[(ب) ۲۵]

اندازه‌گیری مطلق مقاومت

۱۷-۵۶ روش قرص‌چرخان اورنتس. قرص رسانای‌دایره شکلی به‌مساحت سطح مقطع $1/0 \times 10^{-3}\ m^2$ در مرکز سولنوئیدی دراز و هم‌محور با آن قـرار گرفته است. سولنوئید حامل جریـان I، و ۱۰۰۰ دور سیم در هرمتر است. وقتی کـه این قرص به اندازهٔ ۲۰ rad/s بچرخد

MATH75.IR

نیروی محرکهٔ الکتریکی القاشده، V، میان لبه و مرکز آن با اختلاف پتانسیل دوسر یك‌مقاومت R، که به‌طورمتوالی به‌سولنوئید متصل شده است، مساوی می‌شود. محاسبه کنید:

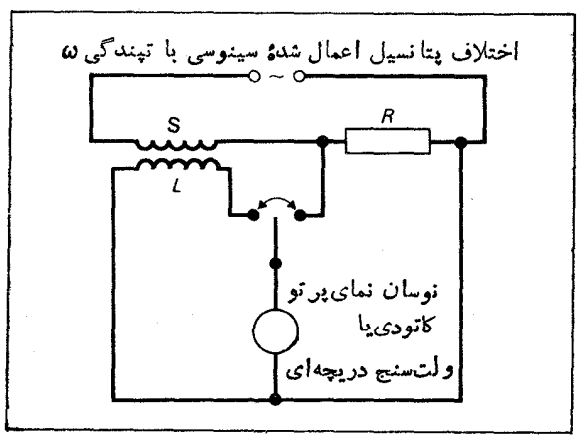
(الف) چگالی شار درون سولنوئید و در نتیجه مقدار V برحسب I، و

(ب) مقدار R را.

(این روش به **اندازه‌گیری مطلق** R معروف است، چون هیچیك از اطلاعات داده‌شده الکتریکی نیستند، μ_0 مقدار معینی دارد. روش اندازه‌گیری در آزمایشگاههای مدارس نه دقیق‌اند و نه حساس.)

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۴/۰ μΩ (ب)]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۶-۱۸

***۱۸-۵۶ روش a.c ی بلهام.** به‌شکل توجه کنید. سولنوئید دراز S دارای n/دور ۱۰۰۰ سیم با مساحت سطح‌مقطع میانگین $2/0 \times 10^{-3}\ m^2$ است، و جریان $(0/50\ A)\sin \omega t$ از آن می‌گذرد. همین جریان درمقاومت ناشناختهٔ R شارش پیدا می‌کند. L پیچکی تحقیقاتی است که ۵۰۰دور سیم آن به‌دور مرکز سولنوئید پیچیده شده است.

(الف) مقدار لحظه‌ای $\mathbf{B}$ در داخل سولنوئید چه‌مقدار است؟

(ب) بیشینهٔ آهنگ تغییر $\mathbf{B}$ چه‌مقدار است؟

(پ) بیشینهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی القا شده در دوسر L چه‌مقدار است؟

(ت) وقتی ω روی 400π/s (چهاربرابر تناوب برق شهر) تنظیم شود، بیشینهٔ اختلاف‌پتانسیل در دوسر L برابر بیشینهٔ اختلاف پتانسیل در دوسر R است. R را محاسبه کنید.

چگونه می‌توان تأیید کرد که R مقاومتی غیرالقایی است؟ (این‌روش نیز، مانند روش لورنتس، اندازه‌گیری مطلق‌است، ازآنجاکه دامنه‌های جریان حذف می‌شوند، و لازم نیست تعیین شوند. این روش دارای این مزیت است که نیروی محرکهٔ الکتریکی القا شده بسیار بزرگتر است، و این امکان را پدید می‌آورد که ازمقاومت بزرگتری استفاده شود.)

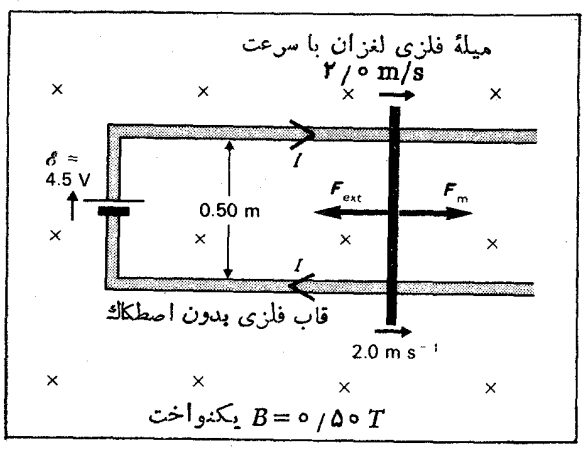
مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۱/۶ Ω (ت)]

موتور و دینام

†۱۹-۵۶ به‌موتوری با بازده ۸۰٪ نیاز داریم تا کاری مکانیکی با آهنگ ۰/۶۴ kW انجام شود. این کار ازمنبع تغذیهٔ جریان مستقیم ۲۰۰ V، چه جریانی می‌کشد؟

[۴/۰ A]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۶-۲۰

۲۰-۵۶ اصول بنیادی موتور. به‌شکل توجه کنید. چون میله ازطریق وارد آوردن نیرویی بریك جسم خارجی کار انجام می‌دهد، با سرعتی یکنواخت می‌لغزد. مقاومت کل مدار (که ثابت فرض می‌شود) ۰/۴۰ Ω است.

MATH75.IR

(الف) اندازهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی القایی درمدار کامل شده چه مقدار، و سوی آن چگونه است؟

(ب) با به‌کار گرفتن معادلهٔ مدار بسته، جریان I را پیدا کنید.

(پ) باتری با چه آهنگی انرژی ذخیره می‌کند؟

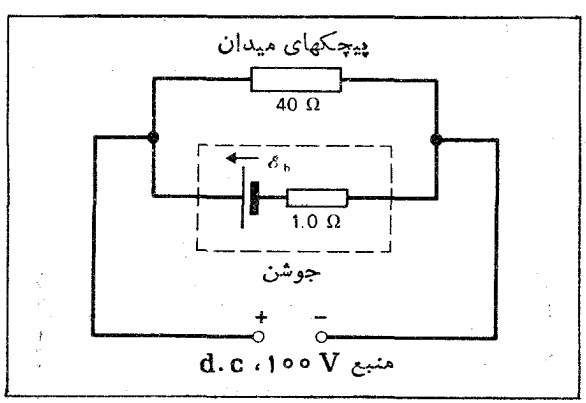
(ت) این‌مدار ازطریق گرمایش ژول با چه‌آهنگی‌انرژی تلف می‌کند؟

(ث) خروجی توان مکانیکی مفیدی که از موتور گرفته می‌شود چه‌مقدار است؟

(ج) پاسخ خود به بند (ث) را با ارزیابی نیروی مغناطیسی $(F_m = BIl)$، که برمیله وارد می‌آید بیازمایید و به‌این ترتیب Fv را حساب کنید.

(خواننده باید دقیقاً این‌پرسش را با پرسش **۵۵-۱۲ مقایسه** کند.)

[$F_m = ۲/۵$ N (ج) ۵/۰ W (ث)]



شکل مربوط به‌پرسش **۵۶-۲۱**

۵۶-۲۱ موتور با سیم‌پیچ موازی. به شکل توجه‌کنید. این شکل آرایشی طرح‌واره ازیك موتور با اتصال موازی را نشان می‌دهد. $\mathcal{E}_b$ نشانگر نیروی ضد محرکهٔ الکتریکی است که در آرمیچر برقرار شده است. توان خالص دریافتی ازمنبع ۱/۰ kW است. محاسبه کنید:

(الف) جریانی که ازمنبع تغذیه دریافت می‌شود،

(ب) جریانی که ازسیم‌پیچهای‌میدان، و درنتیجه جریانی که از آرمیچر می‌گذرد،

(پ) نیروی ضد محرکهٔ الکتریکی در آرمیچر،

(ت) توان مکانیکی خروجی، و

(ث) بازده موتور.

(می‌توانید با انجام دو محاسبهٔ مستقل از توان تلف شده از طریق‌گرمایش ژول، پاسخ خود را بیازمایید.)

[(پ) ۹۲ V (ت) ۰/۶۹ kW (ث) ٪۶۹]

۵۶-۲۲ دینام جریان مستقیم با سیم‌پیچ موازی. از طریق یك دینام d.c با سیم‌پیچ موازی، جریان ۲۰ A دراختلاف پتانسیل ۰/۱۲ kV، به‌یك مدار داده می‌شود. اگر مقاومت آرمیچر ۰/۸۰ Ω و مقاومت سیم‌پیچ میدان ۶۰ Ω باشد، محاسبه‌کنید:

(الف) جریانی راکه ازسیم‌پیچهای میدان می‌گذرد،

(ب) جریانی راکه از آرمیچر می‌گذرد،

(پ) نیروی محرکهٔ الکتریکیی راکه درآرمیچر تولید می‌شود، و

(ت) توانی راکه ازطریق‌گرمایش ژول در (i) آرمیچر، و (ii) سیم‌پیچهای میدان، تلف می‌شود.

[۰/۲۴ kW (ii) ۰/۳۹ kW (i) (ت)]

۵۶-۲۳ گشتاور نیروی اعمال‌شده از جانب یك آرمیچر. یك موتور با سیم‌پیچ موازی که آرمیچر آن دارای‌مقاومت ۲/۰ Ω است، به‌وسیلهٔ منبع ۱۱۰ ولت d.c تغذیه‌می‌شود. وقتی‌که موتور باسرعت‌زاویه‌ای ۰/۳۰krad/s کارکند، آرمیچرجریان ۵/۰ A را می‌کشد. محاسبه‌کنید:

(الف) نیروی ضد محرکهٔ الکتریکی درموتور،

(ب) آهنگ انجام‌کار مفید آن، و

(پ) گشتاور نیروی، T، متوسط را که موتور اعمال می‌کند. (راهنمایی: $W = T\theta$)

[(پ) ۱/۷Nm (ب) ۰/۵۰ kW]

۵۶-۲۴ موتوری با بار صفر. آرمیچر موتوری دارای ۱۰۰ دور سیم با میانگین مساحتی $۲/۰ \times ۱۰^{-۲}\,m^۲$ است، و در میدانی مغناطیسی، که مقدار آن را می‌توان در $۰/۳۰\,T$ ثابت گرفت، می‌چرخد. هیچ باری به‌آن متصل نیست و همهٔ اثرهای حاصل از مالش چشمپوشیدنی‌اند.

MATH75.IR

اگر اختلاف پتانسیل ۲۴ V را درآن برقرار کنیم، سرعت چرخش ترازمندی آن چه مقدار است؟

[۶/۴ دور درثانیه]

۲۵-۵۶ لزوم یك مقاومت آغازکننده. موتوری باسیم‌پیچ موازی به‌وسیلهٔ منبع تغذیهٔ ۲۵ ولت d.c کار می‌کند. وقتی جریان آرمیچر ۵/۰ A باشد، موتور ۰/۱۰ kW انرژی مکانیکی مفید ایجاد می‌کند، محاسبه کنید:

(الف) نیروی ضدمحرکهٔ الکتریکیی ودرنتیجه مقاومت آرمیچر، و

(ب) جریانی را که ازموتور می‌گذرد، در صورتی که موتور بدون استفاده از یك مقاومت آغازکننده با اتصال متوالی، از حالت سکون شروع به‌کار می‌کرد.

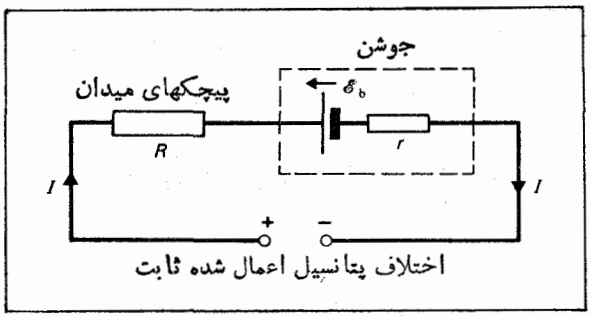
(جریانی با این اندازه احتمالاً آرمیچر را می‌سوزاند.)

[(الف) ۱/۰ Ω (ب) ۲۵ A]

***۲۶-۵۶ بیشینهٔ توان موتوری با سیم‌پیچ متوالی.** به‌شکل توجه کنید. این شکل بازنمای طرح‌وارهٔ مدار یك موتور با سیم‌پیچ متوالی است.

معادلهٔ مداربسته را برای این‌مدار بنویسید، و با استفاده ازآن توان مکانیکیی راکه توسط موتور تأمین شده است، برحسب تنها متغیر I بنویسید. بدین‌ترتیب نشان دهید که توان بیشینه‌ای‌که موتور تولید می‌کند، مربوط به‌زمانی است‌که:

$$\mathcal{E}_b = ۰/۵\ \mathrm{V}$$



شکل مربوط به‌پرسش ۲۶-۵۶

۵۷ القا

پرسشهایی برای بحث

۱-۵۷ با بیان هریك‌ازعناصر رابطهٔ زیربرحسب kg، m، s و A، نشان‌دهیدکه $1\ \mathrm{Vs/A} \equiv 1\ \mathrm{Wb/A}$ (هرکدام برابر یك **هانری**).

۲-۵۷ جریان I کمیتی‌برداری نیست. دراین صورت اگر بنویسیم، $\mathrm{d}I/\mathrm{d}t = -۱۰\ \mathrm{A/s}$، علامت منفی به‌چه چیزی دلالت می‌کند؟ (ارائهٔ مثالهایی در مورد معادلات دیگری‌که کمیتهای عددی (نرده‌ای) درآنها با علامت منفی آمده است، درپاسخ به‌این پرسش به‌شما کمك خواهدکرد.)

۳-۵۷ القاگری با جریان متغیر، یك منبع نیروی (ضد) محرکه است. جهتهای نسبی جریان و نیروی ضد محرکه در حالتهای زیر چگونه است: (الف) وقتی القاگر انرژی جذب کند، و(ب) وقتی‌القاگر انرژی‌را در وسیله‌ای‌خارجی رها کند؟ در مورد اختلاف پتانسیل اعمال‌شده چه می‌توان گفت؟ (پاسخهای خود را به ترتیب با پر و تخلیه شدن یك انباره مقایسه کنید.)

۴-۵۷ آیا نیروی‌ضدمحرکهٔ الکتریکی‌یك‌القاگر می‌تواند درهمان‌سویی باشدکه نیروی‌محرکهٔ منبع تأمین‌کنندهٔ انرژی مغناطیسی آن است؟

۵-۵۷ آیا یك سیم راست دراز دارای خود القایی‌است؟

MATH75.IR

۶-۵۷ دراین مورد بحث کنید که، اصولاً، چگونه خود-القایی یك تك پیچك دایره‌ای سیمی به‌شعاع r را محاسبه می‌کنند.

۷-۵۷ دوسولنوئید دراز که دارای طول مشابه و تعداد دورهای برابرهستند وجریان مشابهی از آنها می‌گذرد، بدون توجه به قطرهایشان، میدان $\mathbf{B}$ی یکسانی در امتداد محورهایشان تولید می‌کنند. درمورد خودالقایی آنها چه می‌توان گفت؟

۸-۵۷ اختلاف پتانسیلی در دو سرمداری با القایی L و مقاومت کل R برقرارمی‌شود، وجریانی پدید می‌آورد که به‌طور نمایی به مقدارنهایی I_0 می‌رسد. با استفاده ازروش ابعادی معلوم کنید که زمان پیموده شده برای رسیدن به کسر ثابتی از I_0 چگونه به I_0، R و L بستگی دارد (اصولا اگر چنین بستگی‌وجود داشته باشد). (توجه داشته باشیدکه روش ابعادی این امکان را فراهم نمی‌آورد که I، I_0، R و L را مستقیماً به یکدیگر مربوط کنیم.)

۹-۵۷ برای آنکه یك عامل خارجی بتواند دوسیم‌راست را که حامل جریانهایی هم علامتند از یکدیگر جدا کند، بناچار بایدکار مثبت انجام دهد. این عمل برچگالی‌انرژی مغناطیسی ناحیهٔ میان دو سیم چه تأثیری برجای می‌گذارد؟ پاسخ خود را برحسب تغییرات $\mathbf{B}$ که عامل خارجی موجد آن است، توضیح دهید.

***۱۰-۵۷** برای آنکه بتوانید القای متقابل دومدار را محاسبه کنید، دانستن کدام کمیتهای الکترومغناطیسی ضروری است؟ به عنوان مثالی ساده، یك سولنوئید و یك پیچك را درنظربگیرید. اهمیت نتایج شما درچه چیزی نهفته است؟

***۱۱-۵۷ م.ب** یك مدار موازی دارای دو شاخه است. یکی از آنها شامل یك لامپ چراغ قوه و یك مقاومت غیر القایی است، درحالی‌که دیگری دارای لامپی برابر با اولی و پیچکی با خودالقایی L است. اگر بخواهیم این پیچك تأخیر زمانی قابل مشاهده‌ای در روشن کردن لامپ پدید آورد، L باید چه مقدار باشد؟

***۱۲-۵۷ م.ب** بزرگی بزرگترین میدانهای $\mathbf{E}$ و $\mathbf{B}$ که در آزمایشگاه خودتان به‌دست می‌آورید، چه مقدار است؟ بزرگترین چگالی انرژی چه میدانی دارد؟ (پرسشهای **۴۶-۲۶** و **۲۰-۵۷** به شماکمك خواهندکرد.)

مسئله‌های کمّی

خودالقایی

†۱۳-۵۷ وقتی جریان $2/0\,A$ از پیچکی می‌گذرد، دارای به‌هم‌پیوستگی شاری برابر (دور) $8/0\,\mu Wb$است. کمیتهای زیر چه مقادیری دارند؟

(الف) خودالقایی،

(ب) نیروی ضدمحرکهٔ الکتریکی سیم‌پیچ، درلحظه‌ای که جریان با آهنگ $5/0\,A/s$ تغییر می‌کند.

[(الف) $4/0\,\mu H$ (ب) $20\,\mu V$]

†۱۴-۵۷ مقاومت یك القاگر $0/50$ هانری چشمپوشیدنی است. تغییر جریانی که از آن می‌گذرد چه آهنگی داشته باشد تا اختلاف پتانسیل $10\,V$ در دوسرآن برقرار شود؟

[$20\,A/s$]

۱۵-۵۷ محاسبهٔ خودالقایی. سولنوئیدی توخالی، $0/80$ متر طول دارد و $2/0\times10^{3}$ دورسیم آن دارای مساحت میانگین $2/0\times10^{-3}m^2$ است. از این سولنوئید جریان $0/50\,A$ می‌گذرد. با استفاده از رابطهٔ $B=\mu_0 n I$، محاسبه کنید:

(الف) مقدار $\mathbf{B}$ را درسطح مقطع سولنوئید،

(ب) شار به هم پیوسته را برای ۲۰۰ دور نزدیك به‌مرکز،

(پ) شار به‌هم پیوستهٔ این تعداد دور درواحد جریان، و

(ت) خودالقایی در واحد حجم برای نواحی نزدیك مرکز را.

اگرجریان دوبرابر شود، پاسخهای شما به (پ) و (ت) چگونه تغییرخواهدکرد؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را درمحاسبه به‌کار برید.

MATH75.IR

[۷/۹ H/m³ (ت)]

۱۶-۵۷ با استفاده از روشی که در پرسش **۱۵-۵۷** آمده است، خودالقایی یک چنبرهٔ پرازهوا به میانگین طول ۰/۵۰m که مساحت سطح مقطع هر ۱۰۰۰ دور آن $4/0 \times 10^{-4} m^2$ است، پیدا کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۱/۰ mH]

۱۷-۵۷ به یک آهنربای‌الکتریکی با خودالقایی ۴/۰ H به وسیلهٔ جریان ۱۰ A انرژی می‌دهیم. وقتی که آن را خاموش کنیم جریان در ۲۰ ms اول به ۵/۰ A کاهش می‌یابد.

(الف) درخلال این زمان، نیروی ضد محرکهٔ الکتریکی متوسط چه مقدار است؟

(ب) درمورد ارتباط پاسخ خود با طراحی کلید قطع و وصل بحث کنید.

(پ) چگونه به‌طور تجربی می‌توانید نشان دهید که نیروی محرکه‌ای را که به‌دست آورده‌اید، دارای مرتبهٔ بزرگی درست است؟

[(الف) ۱/۰ kV]

***۱۸-۵۷ انرژی ذخیره شده درمیدان مغناطیسی.** وقتی جریان لحظه‌ای، I، گذرا از یک القاگر با خود القایی یا، با آهنگ dI/dt رشد کند، توان لحظه‌ای آن چه مقدار است؟ وقتی جریان لحظه‌ای به I_0 رسیده باشد، القاگر چه مقدار انرژی الکتریکی، W، را به‌انرژی مغناطیسی ذخیره شده تبدیل کرده است؟ وقتی که $I_0 = 2/0$ A، مقدار W را برای چنبره‌ای با هستهٔ آهنی که القاییدگی آن ۰/۵۰ H است، محاسبه کنید.

[۱/۰ J]

***۱۹-۵۷** پیچک یک آهنربای الکتریکی ابررسانای ویژه که برای پژوهش درمورد **تشدید مغناطیسی هسته‌ای** (NMR) به‌کار می‌رود، دارای خودالقایی ۰/۱۵ kH است، وجریان ۳۰ A از آن می‌گذرد. این پیچک به‌وسیلهٔ هلیوم مایع با گرمای نهان تبخیرمولی ۸۵ J/mol، احاطه شده است.

(الف) چه مقدار انرژی به‌میدان مغناطیسی پیچک مربوط می‌شود؟

(ب) ابررسانایی ازبین می‌رود، وناگهان مقاومت متناهیی را می‌نمایاند. چه مقدار هلیوم جوشیده و بخارشده است؟

(این آهنربا می‌تواند میدانهایی به بزرگی ۸ T ایجاد کند که تا حد ۱ به 10^9 همگن باشند.)

[(الف) ۶۸ kJ (ب) ۰/۷۹ kmol]

***۲۰-۵۷ چگالی انرژی میدان مغناطیسی.** با استفاده از نتایج معیار: $L = \mu_0 n^2 V$ و $B = \mu_0 nI$ همراه با نتایجی که خودتان درپرسش **۱۸-۵۷** به‌دست آوردید، چگالی انرژی، W/V، میدان مغناطیسی درون یک چنبرهٔ پراز هوا را پیدا کنید. (نتیجه‌ای که باید به‌دست آورید، عملاً برای تمام شرایط خلأ صادق است.) چگالی انرژی درون چنبره‌ای که در آن $B = 2/0$ mT، چه مقدار است؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۱/۶ Jm^{-3}]

مدارهای LR

***۲۱-۵۷** در یک مدار جریان مستقیم LR متوالی، نیروی محرکهٔ الکتریکی منبع دارای: ۲/۰ V، $L = 0/20$ H و $R = 10\ \Omega$ است. معادلهٔ مدار را برای لحظه‌ای که جریان درحال افزایش است بنویسید، و با اختیارکردن $I = 0$ آهنگ اولیهٔ افزایش جریان را وقتی مدار برای نخستین بار کامل می‌شود، بنویسید. امتحان کنید که پاسخ‌تان I_∞ / τ_L باشد، که τ_L ثابت‌زمانی القایی و I_∞ جریان دایمی نهایی است.

[۱۰ A/s]

***۲۲-۵۷** القاگری با مقاومت ۴/۰ Ω به‌طور متوالی به‌مقاومتی ۶/۰ اهمی بسته می‌شود و نیروی محرکهٔ الکتریکی (e·m·f) ۱۰ ولت در دو سر آنها برقرار می‌شود. پس از ۱۰ ms جریان به‌مقدار لحظه‌ای ۰/۶۳ A می‌رسد.

MATH75.IR

(الف) القاییدگی القاگر چه مقدار است؟

(ب) اگر منبع تغذیه را قطع کنیم و القاگر و مقاومت به‌طورهمزمان اتصال کوتاه شوند، جریان ازمقداریکنواخت خودکه ۰/۳۷ A است تا چه میزانی افت پیدا می‌کند؟

(پ) اگرمقاومت را از مدار برداریم، ثابت زمانی‌مدار چه مقدار خواهد شد؟

$1/e$ را برابر ۰/۳۷ بگیرید.

[(الف) ۰/۱۰ H (ب) ۱۰ ms (پ) ۲۵ ms]

۲۳-۵۷* منبعی با مقاومت داخلی چشمپوشیدنی، برای اعمال اختلاف‌پتانسیل ۱۲ V در دوسریك القاگر مقاومتی، به‌کار می‌رود، وباعث می‌شودکه وقتی جریان لحظه‌ای ۲/۰ آمپر باشد، جریان باآهنگ ۱۰ A/s تغییرکند. وقتی‌که منبع را قطع‌کنیم وهمزمان باآن پیچك هم اتصال کوتاه شود، جریان دایمی قبلی دوباره با آهنگ ۱۰ A/s تغییر می‌کند، واین هنگامی است‌که جریان لحظه‌ای ۲/۰ A باشد. محاسبه‌کنید:

(الف) مقادیر R و L،

(ب) ثابت زمانی القایی برای مدار، و

نمودارهای رشد و فروافت جریان را رسم‌کنید.

[(الف) ۳/۰ Ω، ۰/۶۰ H (ب) ۰/۲۰ s]

۲۴-۵۷* سولنوئیدی توخالی باخودالقایی ۳/۰ mH به مداری به‌مقاومت‌کل ۱۰ Ω بسته شده‌است. چه مدتی‌طول می‌کشد تا جریان به ۹۹٪ مقدار حالت دایمی خود برسد؟

[۱/۴ ms]

القای متقابل

۲۵-۵۷* محاسبهٔ القای متقابل. مقدار B در مرکز سولنوئیدی دراز، آنگاه‌که جریان ۱/۰ A از آن بگذرد، ۵/۰ mT است. پیچکی تحقیقاتی با ۱۰۰ دور سیم، که میانگین مساحت سطح مقطع آن $8/0 \times 10^{-4}\,m^2$ است، به‌دور سولنوئید پیچیده می‌شود. محاسبه‌کنید:

(الف) شاری‌که از مرکز سولنوئید عبور می‌کند،

(ب) شار به‌هم پیوسته در سیم پیچ ثانویه، و

(پ) القای متقابل این دو را.

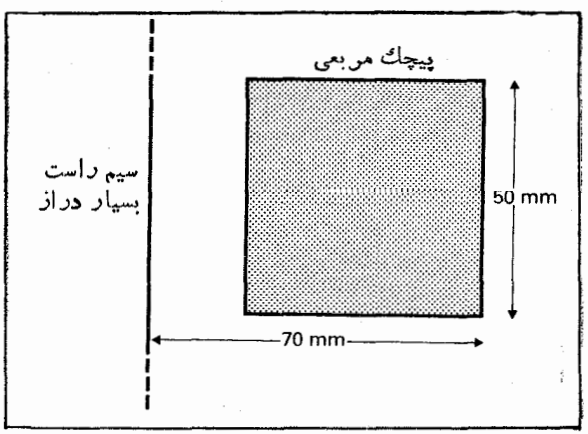
وقتی‌که جریان سولنوئید به‌طور یکنواخت با آهنگ ۴/۰ A/s تغییرکند، نیروی محرکهٔ الکتریکی پیچك تحقیقاتی چه مقدارمی‌شود؟ چرا ضرورتی نداردکه مساحت سطح مقطع پیچك تحقیقاتی را بدانید؟

[(پ) ۰/۴۰ mH ؛ ۱/۶ mV]

۲۶-۵۷* القاییدگی متقابل تقریبی یك زوج پیچك هم‌مرکز و هم‌محور راکه هریك ۵۰ دور سیم دارند وشعاعهای آنها ۰/۱۰ m و ۱۰ mm است، محاسبه‌کنید. وقتی‌که در پیچك خارجی جریان باآهنگ dI/dt تغییرمی‌کند، نیروی‌محرکهٔ الکتریکی (e·m·f) ۰/۱۰ mV در پیچك داخلی القا می‌شود. dI/dt را محاسبه‌کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[۲۰ A/s ، ۴/۹ μH]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۷-۲۷

۲۷-۵۷* به‌شکل توجه‌کنید.

(الف) القاییدگی‌متقابل میان سیم راست وپیچك مربعی چه مقدار است؟

(ب) نیروی محرکهٔ (e·m·f) القاشده درپیچك، وقتی‌که جریان گذرا ازسیم راست باآهنگ ۱۷ A/s تغییرکند، چه مقدار می‌شود؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۱۳ nH (ب) ۰/۲۱ μV]

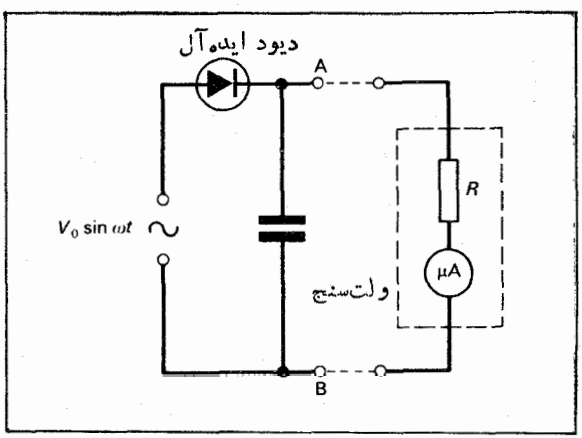
MATH75.IR

۲۸-۵۷* در ترانسفورموتور ایده‌آل القاییدگی میان پیچکهای اولیه و ثانویه ۰/۵۰ H است. جریانی که ریشهٔ میانگین مربعی آن ۱/۰ A و تپندگی آن ۳۰۰ /s است، به‌اولیه انرژی می‌دهد. ریشهٔ میانگین مربعی اختلاف پتانسیلی را که در دو سر ثانویه برقرار می‌شود، محاسبه کنید.

[۰/۱۵ kV]

۵۸ جریان متناوب

پرسشهایی برای بحث



شکل مربوط به‌پرسش ۵۸-۱

۵۸-۱ ولت‌سنج دیودی. به‌شکل توجه کنید.

(الف) فرض کنید که اتصالهای نقطه‌چین وجود ندارند. نمودارهایی رسم کنید که (*i*) اختلاف پتانسیل دوسرخازن، و (*ii*) جریانی که از خازن می‌گذرد، هردو را به‌عنوان تابعی از زمان، نشان دهند. این آرایش مدار درنهایت چه مقاومت ظاهریی را درمنبع به‌وجود می‌آورد؟

(ب) اگر یك ولت‌سنج الکتروستاتیکی را به‌دوسر AB ببندیم، چه اتفاقی پیش خواهد آمد؟

(پ) حال، تأثیر اتصالهای نقطه‌چین را درنظر بگیرید. نمودار(الف) (*ii*) را دوباره رسم کنید، چه‌مقدار از CR جریانی را که ولت‌سنج می‌گیرد خیلی کوچك می‌کند؟ ولت‌سنج d.c چه‌مقداری را نشان می‌دهد؟ (توجه داشته باشیدکه R را می‌توان درحدود مگااهم اختیار کرد، تا ولت‌سنج به‌طورکلی مقاومت ظاهری بسیار بالایی داشته باشد.)

۵۸-۲ یك‌لامپ نئون تنها وقتی روشن می‌شودکه اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های آن به ۱۸۰ V می‌رسد و به‌محض اینکه این اختلاف پتانسیل به کمتر از ۱۴۰ V می‌رسد، خاموش می‌شود. نمودار اختلاف پتانسیل-زمان را برای یك چرخهٔ برق شهر با مشخصات ۲۴۰ V ، ۵۰ Hz رسم کنید و مساحتهای مربوط به زمانهایی که نئون جرقه می‌زند، سایه بزنید. در بحث خود، فرض کنید که یك مقاومت محافظ به‌طور متوالی به‌لامپ بسته شده است تا از سوختن آن جلوگیری کند.

۵۸-۳ چه چیز می‌تواند باعث شودکه مقاومت a.c یك وسیلهٔ الکتریکی، به‌بسامد بستگی داشته باشد؟

۵۸-۴ برقرار شدن جریان دریك القاگر باعث می‌شود که انرژی را در میدان مغناطیسی خود جذب کند. در مورد رابطهٔ میان جهتهای اختلاف پتانسیل اعمال شده و نیروی ضد محرکهٔ الکتریکی و جریان وقتی‌که القاگر اعمال زیر را انجام می‌دهد، بحث کنید: (الف) ذخیرهٔ انرژی، و (ب) تحویل انرژی. (دقت‌کنید که جهت جریان را با علامت قراردادی آن برای مقادیر درکاهش‌یابنده یا افزاینده اشتباه نگیرید.)

۵۸-۵ شارش بار روی جوشنهای یك خازن، اختلاف

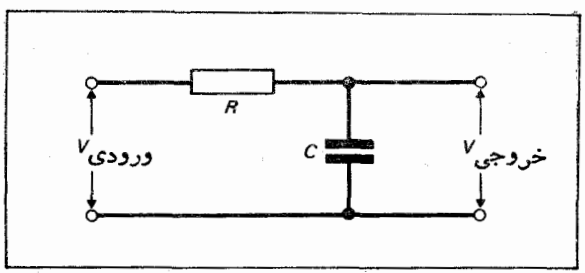
MATH75.IR

پتانسیلی در آن ایجاد می‌کند که نهایتاً با شارش بار بیشتر مخالفت می‌کند، و در خلال این مدت خازن در میدان الکتریکی خود انرژی جذب می‌کند. درمورد جهتهای نسبی اختلاف پتانسیل اعمال‌شده و شارش جریان وقتی که خازن درحال (الف) ذخیرهٔ انرژی، و (ب) تحویل انرژی باشد، بحث کنید.

۶-۵۸ آیا می‌توان گفت کـه جریانی متغیر به‌واسطهٔ یك خازن شارش پیدا می‌کند؟ اگر نمی‌توان گفت چنین چیزی ممکن نیست، پس چگونه ازخازن برای انتقال سیگنال متغیر از مرحلهٔ اول به‌مرحلهٔ دوم یك تقـویت‌کننده استفاده می‌کنند؟ (تا چه حد این عمل مشابـه جفت کردن یك ترانسفورماتور است؟ ر.ك. پرسش **۵۶-۱۶**.)

۷-۵۸ خازن یك مدار a.c ممکن است، یکی از انواع خازنهـای انسدادی، جفت‌کننده، ذخیره‌ای یـا هموارکننده، باشد. این کاربردهای متفاوت یك‌وسیلهٔ واحد را باهم مقایسه و مقابله کنید.

مدارهای RLC



شکل مربوط به‌پرسش ۵۸-۸

۸-۵۸ پالایهٔ پایین‌گذر RC. به‌شکل توجه کنید. اختلاف پتانسیل ورودی متناوب دارای دامنهٔ ثابت و بسامـد متغیر است. نمودار دامنهٔ اختلاف پتانسیل خروجی را به‌عنـوان تابعی از زمان ترسیم کنید.

چه تغییر ساده‌ای دراین مدار باعث خواهد شدکه مدار بتواند به صورت یك **پالایهٔ بالاگذر**، که درآن سیگنالهای کم‌بسامد تضعیف می‌شوند، عمل کند؟

۹-۵۸ با استفاده از شکل پرسش **۸-۵۸** به‌عنوان راهنما، یك پالایهٔ پایین‌گذر RL را طراحی کنید.

***۱۰-۵۸** یك خازن باردار به‌مداری متوالی که شامل یك مقاومت، یك‌القاگر ویك‌کلید است، بسته می‌شود. نموداری ترسیم کنید که بار روی هرجوشن خازن را به‌عنوان تابعی از زمان، ازلحظه‌ای که مدارکامل می‌شود، نشان دهد. (این جریانهای موقتی، **زودگذر** نام دارند.)

***۱۱-۵۸** دریك مدار ویـژهٔ متوالی RLC جریان نسبت به اختلاف پتانسیل اعمال شده تقـدم فاز دارد. راکتانس خازن بیشتر است یا راکتانس القایی؟ کاهش تدریجی بسامد اختلاف پتانسیل اعمال‌شده چه تأثیری بر زاویهٔ فـاز و در نتیجه جریان خواهد گذاشت؟

***۱۲-۵۸** اگـر بخواهیم رفتار یك مدار RL را بررسی کنیم، درمعادله‌ای که تجزیه‌وتحلیل مدار RLC را جمع‌بندی می‌کند C را برابر ∞F اختیار می‌کنیم، درحالی که اگر بخواهیم یك مدار RC را مورد بررسی قراردهیم، L را صفر می‌گیریم. مفهوم فیزیکی این‌کار را توضیح دهید.

***۱۳-۵۸** آیا این‌امکان وجود داردکه القاگری را، بدون آنکه انـدازهٔ جریان a.c ی موجود را تغییر دهیم، وارد یك مدار RC کنیم؟

***۱۴-۵۸** چرا درمورد ریشهٔ میانگین‌مربعی توان یك‌مدار a.c مطلبی عنوان نمی‌شود؟

***۱۵-۵۸** ضریب توان مدار اولیهٔ یك ترانسفورموتورکه ثانویهٔ آن درمدار باز باشد، چیست؟

***۱۶-۵۸** ابزاری ویژه‌باتوان‌مشخصی ازمنبعی a.c. تغذیه می‌شود. مانع داشتن یك ضریب تـوان جزئی در مدار از چیست؟ (راهنمایی: $P = VI\cos\phi$.) چنین مانعی را در یك مدار القایی کـه درآن اختلاف پتانسیل برجریان تقدم فاز دارد، چگونه رفع می‌کنید؟

MATH75.IR

نوسانها و تشدید

۱۷-۵۸ یکاهای کمیتهای L و C را برحسب یکاهای بنیادی m، kg، s و A بیان کنید. بدین ترتیب یکای $1/\sqrt{LC}$ را بیابید.

۱۸-۵۸ با به کارگیری محوری واحد، نمودارهایی را ترسیم کنید که مقادیر X_L (برمحور مثبت Y) و X_C (برمحور منفی Y) را برحسب تپندگی، ω، نشان دهد. تجسس کنید که آیا می‌توان دلیلی مبنی برآنکه در یك مدار LC بیش ازیك بسامد تشدید وجود دارد، یافت. (به‌وضعیتهای دیگر تشدید، همانند آنچه در اکوستیك داشتیم، بیندیشید.)

*۱۹-۵۸ کدام کمیتهای الکترومغناطیسی را می‌توان مشابه نیروهای مکانیکی زیر دانست: (الف) نیروی برگردانندهٔ کشسان $\mathbf{F}=-k\mathbf{x}$، (ب) نیروی براینرسی $\mathbf{F}=m(d\mathbf{v}/dt)$، و (پ) نیروی تلف‌کننده‌ای مانند نیروی چسبندگی $\mathbf{F}_v=-6\pi\eta r\mathbf{v}$؟ (پرسش ۴۷-۵۸ به‌شما کمك خواهد کرد.)

*۲۰-۵۸ تپندگی، ω، اختلاف پتانسیل اعمال شده بریك مدار متوالی RLC به‌طور یکنواخت ازصفر به $2/\sqrt{LC}$ افزایش می‌یابد. نمودار تغییرات کمیتهای زیر را به‌عنوان تابعی از زمان بنویسید: (الف) جریان، (ب) اختلاف فاز بین جریان و اختلاف پتانسیل اعمال شده، و (پ) میانگین اتلاف توان درمدار.

*۲۱-۵۸ خازن و القاگر یك مدار متوالی RLC تشدید-کننده در مجاورت یکدیگر واقع شده‌اند. اگر $X_C=X_L=100\,\Omega$ و $I_{r.m.s.}=1/4\,A$، ولت‌سنجی که به دوسر هردوی آنها (باهم) وصل شود، چه درجه‌ای را نشان خواهد داد؟

*۲۲-۵۸ **کیفیت یا عامل Q.** در پرسش ۱۱-۹ عامل Q برای یك سیستم نوسانی را چنین تعریف کردیم:

$$Q=\frac{2\pi\times(\text{انرژی سیستم})}{\text{انرژی داده شده به‌سیستم درخلال یك نوسان}}$$

(این Q ربطی به‌بار الکتریکی ندارد.) یك مدار متوالی RLC را درحال تشدید درنظر بگیرید و کمیتهای زیر را بنویسید:

(الف) بیشینهٔ انرژی ذخیره شده برحسب I_0 و L،

(ب) زمان تناوب نوسان برحسب L و C، و

(پ) انرژی تأمین شده از جانب منبعی که یك جریان ثابت ایجاد می‌کند. (منبع، انرژی تلف‌شده به‌وسیلهٔ مقاومت را جبران می‌کند.)

بدین ترتیب نشان دهیدکه $Q=\sqrt{L/R^2C}$.

(Q معیار دقت در تنظیم مدار است، و به‌ازای مقادیر بزرگ R، کوچك است.)

***۲۳-۵۸ عامل Q در یك پیچك.** مقاومت یك مدارمتوالی RLC غالباً ازطریق مقاومت پیچك القاگر آن تعیین می‌شود. با نوشتن Q تنها برحسب تپندگی ω_0، R و L، نشان‌دهید که Q برابراست با:

(الف) $\dfrac{\text{اختلاف پتانسیل قلهٔ دوسر القاگر}}{\text{اختلاف پتانسیل قلهٔ دوسر مقاومت}}$.

(ب) $\operatorname{tg}\phi$؛ که ϕ زاویهٔ اختلاف فاز بین جریان عبوری ازپیچك و اختلاف پتانسیل دوسر آن است.

(عبارت (الف) ایدهٔ **بزرگسازی ولتاژ** را درخلال تشدید توضیح می‌دهد.)

*۲۴-۵۸ آیا برای یك مدار نوسانی گیرندهٔ رادیو عامل Q ی بالا مطلوب است یا عامل Q ی پایین؟

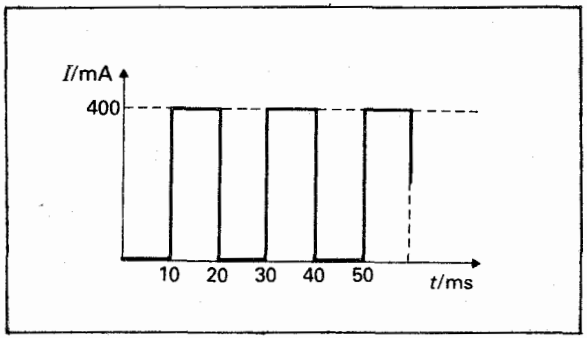
***۲۵-۵۸ م.ب** مقادیر L و C که باید درمدار نوسان کننده‌ای که بسامد طبیعی آن برابر بسامد طبیعی رادیوی محلی است، به‌کار روند، چه مقدارند؟

مسئله‌های کمّی

(برای تولید نیروی محرکهٔ الکتریکی ($e.m.f$) سینوسی، ر.ك. پرسش ۱۶-۵۵. وقتی‌که مقدار اختلاف پتانسیل بدون ذکرچگونگی آن درمسئله می‌آید، منظور مقدار ریشهٔ میانگین مربعی است.)

MATH75.IR

R، L و C به‌طور جداگانه



شکل مربوط به‌پرسش ۵۸-۲۶

†۵۸-۲۶ به شکل توجه کنید. نمودار، یك موج مربعی تپندهٔ d.c را نشان می‌دهد. محاسبه کنید:
(الف) میانگین جریان را،
(ب) میانگین مقدار مربع جریان را، و
(پ) جریان مستقیم دایمی را که میانگین توان مشابهی در یك مقاومت خالص (**مقدار مؤثر** a.c) تولید می‌کند.

۵۸-۲۷ جریان‌متناوب ورفتارالکترون. سیمی با مساحت سطح مقطع $0/80\ mm^2$ از ماده‌ای ساخته شده است که چگالی‌عددی الکترونهای آن $1/0 \times 10^{29}\ 1/m^3$ است. این سیم حامل جریان متناوب سینوسی ۵۰ Hz به مقدار ریشهٔ میانگین مربعی ۴/۰ A است. محاسبه کنید:
(الف) ریشهٔ میانگین مربعی سرعت سوق الکترونها،
(ب) میانگین سرعت سوق آنها،
(پ) بیشینهٔ سرعت سوق‌آنها، و
(ت) دامنهٔ نوسان تناوبی آنها را.
فرض کنید جریان به طور یکنواخت در سطح مقطع القاگر پخش شده باشد، و توجه داشته باشید که سوق نظام‌یافتهٔ الکترونها به‌صورت حرکت تناوبی ساده است.
مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۰/۳۱ mm/s (پ) ۰/۴۴ mm/s
(ت) ۱/۴ μm]

†۵۸-۲۸ اگر اختلاف پتانسیلی بیش از ۱/۰ kV بر خازن‌ویژه‌ای اعمال‌شود، شکست پیدا می‌کند. ریشهٔ‌میانگین مربعی بیشترین اختلاف پتانسیلی‌که می‌توان برآن اعمال کرد، چه مقدار است؟

†۵۸-۲۹ آمپرسنجی را متشکل ازیك گالوانومتر با قاب متحرك و مقاومت موازی آن، در مدار یك پل یکسوکنندهٔ تمام موج قرارمی‌دهیم، تا یك‌جریان متناوب‌را اندازه‌گیری کنیم. آمپرمتر ۱/۰۰ A را نشان می‌دهد. مقادیر ریشهٔ میانگین مربعی جریان و جریان قله را محاسبه‌کنید.

[۱/۱۱ A ، ۱/۵۷ A]

†۵۸-۳۰ مشخصهٔ لامپ کوچکی ۳۶ W است، وقتی اختلاف پتانسیل متناوبی با مقدار قلهٔ ۱۸ V به آن اعمال شود، به‌روشنایی معمولی‌خود می‌رسد. مقاومت‌آن چه‌مقدار است؟ (باید فرض‌کنید که مقاومت رشتهٔ لامپ در خلال یك چرخه تغییر نمی‌کند. این واقعیت که این مقدار درعمل تغییر می‌کند، باعث می‌شودکه جریان مؤثر با مقدار ریشهٔ میانگین مربعی تفاوت پیدا کند.)

[۴/۵ Ω]

†۵۸-۳۱ خودالقایی یك آهنربای مغناطیسی‌که ازمنبع ۲۵۰ V، ۵۰ Hz جریان ۰/۵۰ A را می‌کشد، چه‌مقدار است؟ ازمقاومت چشمپوشی کنید.

†۵۸-۳۲ به‌ازای چه بسامدی ازاختلاف پتانسیل اعمال‌شده در یك خازن ۲۰ μF، راکتانس خازن با راکتانس یك القاگر ۵۰ mH مساوی می‌شود؟

[۰/۱۶ kHz]

۵۸-۳۳ القاییدگی خالص. یك اختلاف پتانسیل متناوب، V، با تپندگی ۳۰۰ 1/s و ریشهٔ میانگین مربعی اختلاف پتانسیل ۰/۱۰ kV، به‌یك‌القاگر $L = 0/50$ H، اعمال می‌شود. محاسبه کنید:
(الف) راکتانس القایی، X_L،
(ب) ریشهٔ میانگین مربعی جریان، $I_{r.m.s.}$، و
(پ) توان لحظه‌ای، P، و در نتیجه مقدار بیشینهٔ آن،

MATH75.IR

P_0، را.

یك منحنی سینوسی که تغییرات I را برحسب t نشان دهد رسم کنید، و سپس روی همان نمودار تغییرات V و P را برحسب t رسم کنید. روی این شکل لحظه‌هایی را مشخص کنید که در آن (i) V_0، (ii) P_0، و (iii) بیشینهٔ انرژی ذخیره‌شده، نموده‌شده باشد.

[(الف) ۰/۱۵ kΩ (ب) ۰/۶۷ A

(پ) $(۶۷\,\mathrm{W})\sin(۶۰۰\,t/\mathrm{s})$ (ت) ۰/۲۲ J]

۳۴-۵۸ ظرفیت خالص. اختلاف پتانسیل، V، متناوبی با تپندگی ۳۰۰ 1/s و مقدار ریشهٔ میانگین مربعی ۰/۲۰ kV برخازنی به ظرفیت $C = ۳۳/۳\,\mu\mathrm{F}$ اعمال می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) راکتانس ظرفیتی، X_C،

(ب) ریشهٔ میانگین مربعی جریان، $I_{\mathrm{r.m.s.}}$،

(پ) توان لحظه‌ای، P، و در نتیجه بیشینهٔ مقدار آن، P_0، و

(ت) بیشینهٔ انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی خازن را.

منحنی سینوسیی ترسیم کنید که نمایانگر تغییرات I برحسب t باشد، و سپس برروی همان نمودار تغییرات V و P را برحسب t، برهم نهید. روی این شکل لحظه‌هایی را مشخص کنید که در آنها: (i) V_0، (ii) P_0، و (iii) بیشینهٔ انرژی ذخیره شده، اتفاق می‌افتند.

[(الف) ۱۰۰ Ω (ب) ۲/۰ A

(پ) $(۴۰۰\,\mathrm{W})\sin(۶۰۰\,t/s)$ (ت) ۱/۳ J]

مدارهای RLC

***۳۵-۵۸ کاربرد فازنما.** یك القاگر کامل (دارای مقاومت صفر) ویك مقاومت به‌طور متوالی در مداری با تپندگی ۳۰۰ 1/s به‌هم بسته شده‌اند. اختلاف پتانسیل قله در دو سر القاگر ۳۰ V، واختلاف پتانسیل دوسر مقاومت ۴۰ V است. با استفاده از روش بردار چرخان، مقدارقلهٔ اختلاف پتانسیل اعمال شده، V_0، و اختلاف فاز بین این اختلاف پتانسیل وجریان را، درمدار پیدا کنید. روی همان نمودار تغییرات اختلاف پتانسیل لحظه‌ای، Vی لحظه‌ای، V_L لحظه‌ای، و V_R لحظه‌ای را برحسب زمان رسم کنید.

[$\Delta\phi = \mathrm{arctg}\,۰/۷۵$]

***۳۶-۵۸** در یك مدار متوالی RLC مقادیر قلهٔ V_R، V_L و V_C به‌ترتیب ۱۲۰ V، ۱۲۰ V و ۷۰ V هستند. بااستفاده از روش بردار چرخان مقدار قلهٔ اختلاف پتانسیل اعمال شده و اختلاف فاز بین این اختلاف پتانسیل وجریان را درمدار محاسبه کنید.

[۱۳۰ V، Vبه‌اندازهٔ $\mathrm{arc\,tg}\,۰/۴۲۸$ نسبت به I پیش‌است]

***۳۷-۵۸ مقاومت القایی.** مقاومت پیچك ویژه‌ای ۵۰ Ω و القاییدگی آن ۰/۴۰ H است. جریان متناوبی که از پیچك می‌گذرد دارای مقدار ریشهٔ میانگین مربعی ۱/۵ A و تپندگی ۳۰۰/s است. یك ولت سنج a.c به‌دوسر آن وصل می‌شود. این ولت سنج چه درجه‌ای را نشان می‌دهد؟

[۰/۲۰ kV]

***۳۸-۵۸** وقتی اختلاف پتانسیلی با تپندگی ۳۰۰ /s را به‌القاگری مقاومتی اعمال کنیم، مقاومت ظاهری اندازه‌گیری شده به ۱۰ Ω می‌رسد. وقتی که تپندگی به‌مقدار ۷۵۰/s افزایش یابد، مقاومت ظاهری تنها تا مقدار ۱۷ Ω افزایش پیدا می‌کند. مقاومت و القاییدگی دستگاه را محاسبه کنید.

[۲۰ mH ، ۸/۰ Ω]

***۳۹-۵۸ مدار متوالی RLC.** یك مقاومت ۸۰ Ω، ظرفیت ۲۵ μF و القاییدگی ۰/۱۰ H به‌طور متوالی به یك منبع تغذیهٔ ۲۰۰ ولتی با تپندگی ۴۰۰/s متصل می‌شوند. کمیتهای زیر را پیدا کنید:

(الف) مقادیر X_C و X_L،

(ب) مقاومت ظاهری کل مدار،

(پ) ریشهٔ میانگین مربعی جریان،

(ت) اختلاف فاز میان مقادیر لحظه‌ای جریان واختلاف پتانسیل اعمال شده،

(ث) ضریب توان مدار، و

MATH75.IR

(ج) میانگین آهنگ انتقال انرژی ازمنبع به‌مدار.

[(ب) ۰/۱۰ kΩ (پ) ۲/۰ A
(ت) arc tg ۰/۷۵ (ث) ۰/۸۰ (ج) ۰/۳۲ kW]

***۴۰-۵۸** یك منبع تغذیهٔ ۲۵۵ ولتی، ۵۰ هرتز به‌یك مدار متوالی RLC که در آن $R = ۱۵۰\ \Omega$، $X_L = ۱۶۰\ \Omega$ و $X_C = ۸۰\ \Omega$، متصل می‌شود.

(الف) مقاومت ظاهری کل‌مدار و در نتیجه ریشهٔ میانگین مربعی جریان را محاسبه کنید.

(ب) مقدار ریشهٔ میانگین مربعی اختلاف پتانسیل در دو سر هر یك از اجزای مدار به‌طور جداگانه، اگر هریك را کامل فرض کنیم، چه مقدار است؟ مجموع این مقادیر ریشهٔ میانگین مربعی چه مقدار است؟ (در مقایسه با ۲۵۵ V چگونه است؟)

(پ) یك ولت سنج a.c که با مقادیر ریشهٔ میانگین مربعی درجه‌بندی شده‌است، چه‌ارقامی را نشان می‌دهد اگر: (*i*) تنها به دوسرمقاومت بسته شود، (*ii*) خازن و القاکننده باهم بسته شوند، و (*iii*) تمام اجزا را همزمان باهم ببندند؟

[(الف) ۱۷۰ Ω، ۱/۵ A (ب) ۲۲۵ V، ۲۴۰ V،
۱۲۰ V (پ) (*i*) ۲۲۵ V، (*ii*) ۱۲۰ V]

***۴۱-۵۸** ثانویهٔ یك ترانسفورموتور کامل به‌مداری با ضریب توان ۰/۸۰ اعمال شده، و توانی (حقیقی) برابر ۰/۲۰ kW به‌آن تحویل‌داده‌می‌شود. نسبت دورسیم‌پیچهای ترانسفورموتور $\frac{۱۰}{۱}$ است، و از جانب اولیه‌ای با مقدار ریشهٔ میانگین‌مربعی ۲۰۰ V تغذیه می‌شود. جریانهای ثانویه و اولیه را محاسبه کنید.

[۱/۰ A، ۱۲/(۵) A]

***۴۲-۵۸ مدار موازی RLC.** به‌شکل توجه کنید. R یك لامپ فلورسان مقاومتی‌خالص بامشخصهٔ ۰/۴۰ kW است و طراحی آن چنان است‌که جریان ۲/۰ A را می‌کشد.

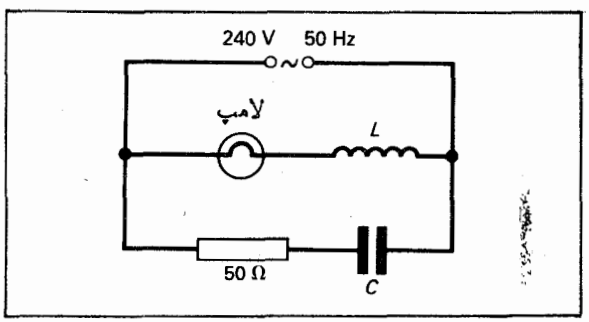
(الف) مقاومت لامپ چه مقدار است؟

(ب) حال، القاییدگی L به‌طور متوالی به‌لامپ متصل می‌شود تا لامپ بتواند از منبع جریان متناوب ۲۴۰ ولتی شهر تغذیه‌کند. L باید چه مقداری داشته باشد؟

(پ) سپس یك خازن و یك مقاومت، چنان‌که نشان داده شده‌است، به‌مدار افزوده می‌شوند تا باتقدم جریان خود تأخیر ناشی از وجود القاگر را جبران کنند. مقدار C را برای این مدار تشدید محاسبه‌کنید.

(کل دستگاه اینك دارای ضریب توان ۱ است، چون اختلاف پتانسیل اعمال شده بر آن با جریانی که ازمنبع تغذیه گرفته می‌شود همفاز است.)

[(الف) ۰/۱۰ kΩ (ب) ۰/۲۱ H (پ) ۹۶ μF]



شکل مربوط به‌پرسش ۵۸-۴۲

نوسانها و تشدید

***۴۳-۵۸** القاگر کاملی با القاییدگی ۰/۲۰ H به‌دوسر خازنی با ظرفیت ۰/۸۰ میکروفارادی که به‌وسیلهٔ یك باتری ۲۰۰ ولتی پر شده است، وصل می‌شود. بیشینهٔ جریانی که درخلال نوسان حاصل، از القاگر می‌گذرد، چه مقدار است؟

[۰/۴۰ A]

***۴۴-۵۸** اختلاف پتانسیل‌متناوب ۰/۱۰ kV به‌یك مدار متوالی RLC به‌مقاومت ۱۰ Ω اعمال می‌شود. وقتی‌که $X_L = X_C = ۰/۱۰\ \text{kΩ}$، اختلاف پتانسیلی‌که در دو سر القاگر و خازن، دربسامد تشدید برقرار می‌شود، چه مقدار است؟

(شاید اجتناب از اختلاف پتانسیلی با این اندازه که بالقوه خطرناك‌است، ضروری باشد. ازسوی دیگر تنظیم مدار رادیو به‌این هدف است که از یك سیگنال ورودی کوچك پاسخ

MATH75.IR

نسبتاً بزرگی پدید آید.)

[۱/۰ kV]

***۵۸-۴۵** مقاومت پیچك ویژه‌ای ۰/۴ Ω، وخودالقایی آن ۰/۲۰ mH است. عامل Qی آن را (پرسش ۵۸-۲۲) در تپندگی ۰/۶۰ MHz، محاسبه کنید.

[۳۰]

***۵۸-۴۶** یك بی‌سیم راکه روی یك ایستگاه رادیویی به‌بسامد ۰/۹۱ MHz تنظیم شده است، روی ایستگاه رادیویی‌دیگری (۰/۶۵ MHz) تنظیم می‌کنیم. برای این کار ازیك خازن متغیراستفاده می‌کنیم، درضمن تنظیم مجدد، ظرفیت خازن با چه ضریبی تغییر می‌کند؟

[۲/۰]

***۵۸-۴۷ مدار نوسانی LC.** (الف) ظرفیت خازن C با بار Q_0 را درلحظه‌ای که ابتدا به دوسر القاییدگی L متصل می‌شود درنظر بگیرید. (*i*) انرژی مربوط به‌سیستم، و (*ii*) جریان لحظه‌ای، چه مقدار است؟

(ب) پس‌ازمدت زمان $T/4$، خازن کاملاً تخلیه می‌شود. (*i*) انرژی پتانسیل‌الکتریکی سیستم چه می‌شود؟ رابطه‌ای، برحسب L، برای شکل جدید آن بنویسید. (*ii*) در این لحظه چه چیزی از صفر شدن جریان جلوگیری می‌کند؟ (منبع جدید نیروی محرکهٔ الکتریکی چیست؟)

(پ) با درنظر گرفتن مشابهت وضعیتهای (الف) و (ب) با (الف) جرمی‌ساکن که به‌انتهای فنری کشیده شده‌آویخته است، و (ب) سیستم رها شده درلحظه‌ای که فنرطول طبیعی خود را دارد؛ (*i*) کمیتهای الکترومغناطیسی راکه مشابه تغییر مکان $\mathbf{x}$، سرعت dx/dt، شتاب d_x^2/dt^2، جرم m و ثابت فنر k هستند، بنویسید، و (*ii*) رابطه‌های کمیتهایی را که با انرژی پتانسیل‌کشسان و انرژی جنبشی کشسانند بنویسید.

(ت) بسامد طبیعی نوسان مدار را به‌دست آورید.

$[f = 1/2\pi\sqrt{LC}]$

۵۹ خواص مغناطیسی ماده

پرسشهایی برای بحث

ایده‌های ماکروسکوپی

۵۹-۱ جریانهای سطحی آمپری تاچه اندازه حقیقی‌اند؟

۵۹-۲ (الف) نقش شار مغناطیسی مربوط به سولنوئیدی کوتاه راکه حامل جریان است، ترسیم کنید. اکنون سطح بسته‌ای را تصورکنیدکه کاملاً به‌دور یك سر سولنوئید کشیده شده‌است. شارخالصی که ازاین سطح بسته می‌گذرد، چه مقدار است؟

(ب) بند (الف) رادرمورد یك دوقطبی مغناطیسی‌دایمی تکرار کنید. (فراموش نکنید که میدان $\mathbf{B}$ را درون آهنربا درنظر بگیرید.)

(پ) تلاش‌کنید گزاره‌ای را هم‌ارز با قانون گاوس در الکتریسیتهٔ ساکن، $\varepsilon_0\psi_E = \Sigma Q$، برای‌الکترومغناطیس، فرمولبندی کنید.

۵۹-۳ دوآهنربای دایم چنان‌نزدیك یکدیگرقرارگرفته‌اند که گشتاور مغناطیسی آنها موازی هم باشد، و سپس رها می‌شوند. این دو آهنربا انرژی جنبشی‌کسب می‌کنند. منشأ این انرژی جنبشی چیست؟

۵۹-۴ یك منحنی پسماند $\mathbf{B}-\mathbf{B}_0$ نوعی را برای یك مادهٔ مغناطیسی دایم ترسیم‌کنید. مقیاس محور-$\mathbf{B}$ در مقایسه

MATH75.IR

با مقیاس محور-$\mathbf{B}_0$ چگونه است؟

۵-۵۹ چرا نمی‌توان نقاط مداربستهٔ پسماند را با نظم کتره‌ای (چنانکه، مثلاً، در مورد مشخصه‌های خروجی ترانزیستور انجام می‌دهیم.) روی محور مختصات مشخص کرد؟

۶-۵۹ درجدول‌زیر، $\mathbf{B}_r$ پسماند مغناطیسی‌ماده و $\mathbf{B}_c/\mu_0$ نیروی مغناطیس‌زدای آن است.

ماده	$\frac{\mathbf{B}_r}{T}$	$\frac{\frac{\mathbf{B}_c}{\mu_0}}{\mathrm{A/m}}$
سیلیسیوم-آهن	۰/۸	۳۰
ویکالوی ۱۱	۱/۰	$۳/۶ \times ۱۰^۴$

کدام ماده را برای ساختن آهنربای دایم انتخاب می‌کنید، وکدامیك را برای استفاده به‌عنوان هستهٔ ترانسفورموتور؟

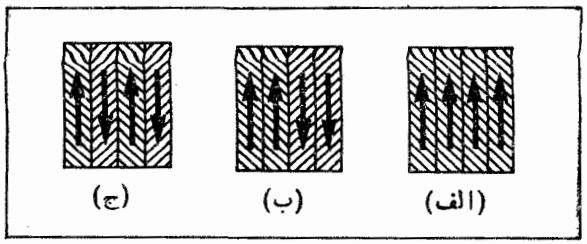
۷-۵۹ بنابرقانون لنز، جهت جریان القایی همواره چنان است که مانع تغییر شار مغناطیسی می‌شود. یك ابر رسانا چگونه به‌میدانی کوچك پاسخ می‌دهد؟ (به‌وضعیت مشابهی در الکتروستاتیك فکر کنید.)

۸-۵۹ یك ذرهٔ باردار متحرك که وارد میدانی مغناطیسی می‌شود، مسیری را ترسیم می‌کندکه (عموماً) مارپیچ است. جهت میدان $\mathbf{B}$ که از این حرکت ناشی شده است، چگونه با جهت میدان اصلی ارتباط پیدا می‌کند؟ ارتباط پاسخ شما با رفتار مغناطیسی ماده چگونه است؟

۹-۵۹ چرا اثرات دیامغناطیسی از دما مستقلند؟

۱۰-۵۹ (الف) وقتی یك مادهٔ دیامغناطیسی در یك میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرد، انرژی کسب می‌کند. منشأ این انرژی چیست؟

(ب) یك‌مادهٔ پارامغناطیسی انرژی ازدست می‌دهد. اگر میدان ناگهان خاموش شود، این‌ماده حرکت می‌کند. این‌حرکت چرا و درکدام جهت صورت می‌گیرد؟



شکل مربوط به‌پرسش ۱۱-۵۹

۱۱-۵۹ به‌شکل توجه‌کنید. این شکل سه روش قراردادن چهار آهنربا را نشان می‌دهد. خطوط میدان مربوط به این آرایشها را رسم‌کنید، و با درنظرگرفتن انرژی مربوط به‌هریك ازآنها، بگویید به‌چه دلیل یك مادهٔ فرومغناطیسی، بیشتر از حوزه‌های‌کوچك متعددی تشکیل‌یافته است تا یك حوزهٔ بزرگ.

۱۲-۵۹ همهٔ مواد فرومغناطیسی در ژرفایی نزدیك به ۲۰ کیلومتری زیرسطح زمین کاملاً پارامغناطیسی می‌شوند. برای این موضوع دلیل ارائه‌کنید.

۱۳-۵۹* نقش میدان مغناطیسی خارجیی راکه ازچرخش یك‌کرهٔ باردار منفی، با پخش باریکنواخت، به‌دور یك‌قطر خود پدید می‌آید، تشریح‌کنید. سو و راستای گشتاور مغناطیسی آن‌که به‌سو و راستای اندازه حرکت زاویه‌ای آن ارتباط دارد، چگونه‌است؟ اگر این‌کره چنان قرارگیرد که محورش با جهت یك میدان یکنواخت $\mathbf{B}$، زاویه‌ای غیرصفر بسازد، چه پاسخی خواهد داد؟ (راهنمایی: چگونه کسی یك دوچرخهٔ درحال حرکت را هدایت می‌کند؟)

ایده‌های میکروسکوپی

۱۴-۵۹ خواص مغناطیسی یك یون آهن منزوی از چه جنبه‌هایی با هر یون منزوی مادهٔ پارامغناطیسی دیگر، مانند منگنز، تفاوت دارد (درصورتی‌که اصولاً تفاوتی موجود باشد)؟ چگونه می‌توان خواص (فرو-)مغناطیسی ویژهٔ آهن کبه را توجیه‌کرد؟

MATH75.IR

۱۵-۵۹ یك الکترون مداری دارای گشتاورمغناطیسی است. یونی، مانند Cu^+، دارای چندین الکترون مداری است: چرا معمولاً گشتاورمغناطیسی آن صفر است؟

۱۶-۵۹ یك آهنربای دایم را به میخ آهنی نرمی نزدیك می‌کنیم. رفتار حوزه‌های میخ، و اثرات خارجی آنها را، در خلال این فرایند تشریح کنید. وقتی که آهنربا را دور کنیم حوزه‌ها چه رفتاری خواهند داشت؟

۱۷-۵۹ یك ارتباط میکروسکوپی ساده (برحسب رفتار حوزه‌ها) میان: (الف) وجود آهنربایی دایم، و (ب) این واقعیت که یك مادهٔ فرومغناطیسی برای آنکه مدار بستهٔ پسماند را طی کند، باید انرژی بگیرد، پیشنهاد کنید.

۱۸-۵۹ م.ب اگر ابعاد خطی یك حوزه در حدود ۰/۱mm باشند، یك حوزهٔ نوعی از چند اتم آهن تشکیل می‌شود؟

***۱۹-۵۹** م.ب مقادیری برای کمیتهای زیر بیابید:

(الف) میانگین انرژی انتقالی $\frac{3}{2}kT$ یك مولکول گاز در دمای اتاق، و

(ب) $2mB$، انرژی لازم برای وارونه کردن سمتگیری $\mathbf{m}$، گشتاورمغناطیسی چنین مولکولی ازموازی‌بودن با یك میدان خارجی $\mathbf{B}$، به‌پاد موازی بودن با آن. اندازهٔ $\mathbf{B}$ را برابر بزرگترین مقداری بگیرید که در آزمایشگاه خودتان می‌توانید به‌دست آورید.

درمورد مفهوم پاسخ خود اظهار نظر کنید.

مسئله‌های کمّی

۲۰-۵۹ اندازه‌گیری B به روش حلقه لنگر. (الف) اندازهٔ (ثابت) $\mathbf{B}$ در درون یك چنبرهٔ پر از هوا با ۲۰۰۰ دور در متر، که جریان ۳/۰ A از آن می‌گذرد، چه مقدار است؟

(ب) یك پیچك ثانویه به‌دور این چنبره پیچیده شده، و به یك گالوانومتر بالیستیك متصل می‌شود. وقتی که جریان در چنبره قطع می‌شود، گالوانومتر بالیستیك نخستین تابش نور را در فاصلهٔ ۴۰ mm می‌اندازد. دوباره چنبره را با ۲۰۰ دور در متر می‌پیچیم و آن را با جریان ۰/۳۰ A تغذیه می‌کنیم. اندازهٔ جدید $\mathbf{B}$ را محاسبه کنید، و فاصلهٔ تابشی را که درصورت قطع‌شدن جریان، با همان گالوانومتر بالیستیك به‌دست می‌آوریم، پیشگویی کنید.

(پ) اکنون با پیچاندن چنبره به‌دور یك حلقه لنگر آهنی، به‌عنوان هسته، شکل آن را عوض می‌کنیم به‌طوری که شکل ترسیم شدهٔ هندسی آن بدون تغییر باقی بماند. وقتی جریان ۰/۳۰ A قطع شود، فاصلهٔ تابشی گالوانومتر بالیستیك ۴۰۰ mm است. تغییر اندازهٔ $\mathbf{B}$ در داخل آهن چگونه است؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۷/۵ mT (ب) ۰/۴۰mm (پ) ۷۵ mT]

۲۱-۵۹ دریك آزمایش با گالوانومتر بالیستیك از نوعی که در پرسش **۲۰-۵۹** توضیح داده شد، نتایج زیر به‌دست آمد:

$$B_{\text{آهن}} = 0/20\ \text{T} \quad \text{و} \quad B_{\text{هوا}} = 0/25\ \text{mT}$$

برای این مقدار جریان مغناطیسی کننده، محاسبه کنید:

(الف) μ_r، تراوایی نسبی آهن را،

(ب) مغناطیسی کردن آن‌را (گشتاورمغناطیسی در واحد حجم). اهمیت کلماتی که با حروف ایرانیك مشخص شده‌اند، در چه چیزی است؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $8/0 \times 10^2$ (ب) ۰/۱۶ MA/m]

۲۲-۵۹ تراوایی نسبی:

(الف) اکسیژن مایع در ۵۴ K، یعنی در دمایی که χ_m، پذیرفتاری مغناطیسی آن $+4/0 \times 10^{-3}$ است، و

(ب) گرافیت، که در آن $\chi_m = -4/4 \times 10^{-5}$، را محاسبه کنید.

***۲۳-۵۹ پارامغناطیس.** نمونهٔ ویژه‌ای از یك ماده شامل یك مول است که گشتاور مغناطیسی هریك از آنها $1/0 \times 10^{-23}\ \text{Am}^2$ است.

MATH75.IR

(الف) اگر تمامی این اتمها را بتوان درجهت واحدی همخط کرد، گشتاور مغناطیسی نمونه چه‌مقدار خواهد بود؟

(ب) عملاً، چه چیزی مانع خواهد شد که یك میدان خارجی ازچیزی مانند همخطی کامل جلوگیری کند؟

(پ) مقداری را برای مغناطیسی شدن اشباع، $\mathbf{M}$، (گشتاورمغناطیسی درواحد حجم) دراین نمونه براورد کنید. مقدارعددی‌داده شدهٔ N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) $6/0\ \mathrm{Am^2}$]

***۵۹-۲۴ وامغناطش و نیروی مغناطیس‌زدایی.** نیروی مغناطیس‌زدایی مادهٔ یك آهنربای معین، $5\ \mathrm{kA/m}$ است (**مغناطیس‌زدایی** $= B_c/\mu_0$). چه جریانی باید از یك سولنوئید دراز با ۸۰۰ دور در متر، بگذرد تا آن را وامغناطیسیده کند؟ [۶ A]

***۵۹-۲۵ آهنربای میله‌ای.** گشتاور مغناطیسی یك یون آهن $1/8\times10^{-23}\ \mathrm{Am^2}$ است، و در آهن جامد، چگالی عددی چنین یونهایی برابر $1/0\times10^{29}\ \mathrm{1/m^3}$ است. استوانه‌ای آهنی به‌طول ۱۰۰ mm و مساحت‌سطح مقطع $100\ \mathrm{mm^2}$ را درنظر بگیرید. برای حالت اشباع (همخطی کامل همهٔ دوقطبیهای ابتدایی) محاسبه کنید:

(الف) گشتاور مغناطیسی، $\mathbf{m}$،

(ب) مغناطش آن، $\mathbf{M}\ (=\mathbf{m}/V)$،

(پ) گشتاورنیرویی راکه برای نگهداشتن‌آن ضروری است تا محور آن‌را قائم بر، $\mathbf{B}$، میدان خارجی یکنواختی به‌اندازهٔ $0/10\ \mathrm{T}$ نگه دارد، و

(ت) زمان تناوب نوسان جزئی آن را در میدان $B=18\ \mu\mathrm{T}$.

گشتاور لختی آن را برابر $6/0\times10^{-5}\ \mathrm{kgm^2}$ بگیرید. (آیا مرتبهٔ بزرگی دد بند (ت) با تجربهٔ شما سازگار است؟ $18\ \mu\mathrm{T}$، مؤلفهٔ افقی میدان زمین است.)

[(الف) $18\ \mathrm{Am^2}$ (ب) $1/8\ \mathrm{MA/m}$

(پ) $1/8\ \mathrm{Nm}$ (ت) $2/7\ \mathrm{s}$]

MATH75.IR

۱۱ الکترونیک، فیزیک اتمی و هسته‌ای

۶۰. الکترون آزاد

۶۱. الکترونیک حالت جامد

۶۲. اثر فوتوالکتریک

۶۳. پرتوهای X و اتم

۶۴. رادیو اکتیویته (پرتوزایی)

MATH75.IR

چند رابطهٔ مفید

الکترون آزاد

q، بار ویژه $q=\frac{Q}{m}$

$$m=\frac{m_e}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Φ، پتانسیل تابع کار $W=\Phi e$

ثابت فاراده $F=N_A e$

الکترونیک

مقاومت خروجی $=\frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C}$

نسبت انتقال جریان مستقیم سیگنال کوچک $h_{fe}=\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$

اثر فوتوالکتریک

$\Delta E=h\nu$

بسامد آستانه $W=h\nu_0$

معادلهٔ اینشتاین $\frac{1}{2}m_e v_m^2=h\nu-W$

پتانسیل بازدارنده $eV_s=h\nu-h\nu_0$

پرتوهای X و اتم

$Ve=\frac{hc}{\lambda_{min}}$

انرژی کل $E=mc^2$

انرژی سکون $E_0=m_0c^2$

$E^2=E_0^2+(pc)^2$

انرژی بستگی در هر نوکلئون

$$\frac{E_b}{A}=(ZM_H+Nm_n-M_a)\frac{c^2}{A}$$

R_H ثابت ریدبرگ $\nu=cR_H\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$

MATH75.IR

۶۰ الکترون آزاد

الکترون و گسیل گرمایونی

۶۰-۱ الکترون چیست؟ چرا به‌وجود آن باور دارید؟

۶۰-۲ به‌اعتبار چه مدارکی الکترون در همهٔ مواد مشترک است؟

۶۰-۳ چه دلایلی در دست است تا باور داشته باشیم پرتوهای کاتودی امواج الکترومغناطیسی نیستند؟

۶۰-۴ کوشش هرتز برای نشان‌دادن انحراف پرتوهای کاتودی به‌وسیلهٔ یک‌میدان الکتروستاتیک، که در آن از لامپی که تا اندازه‌ای تخلیه شده بود استفاده‌کرد، شکست خورد. دلایلی برای این امر ذکر کنید.

۶۰-۵ ازمجموعهٔ مشاهدات زیر چه‌نتایجی می‌توان گرفت؟

(الف) مسیر آزاد میانگین مولکولهای گاز، درفشار متعارف، تقریباً ۰/۱ μm است (قطرهای مولکولی در حدود 10^{-3}).

(ب) درفشار متعارف، پرتوهای کاتودی (که با اختلاف پتانسیل تقریباً ۱۰ kV شتابدار شده‌اند) می‌توانند تقریباً از ضخامت ۱۰ میلیمتر هوا عبورکنند، و با این همه سبب شوندکه پرده‌ای روشن شود.

(پ) برای پرتوهای کاتودی نسبت e/m_e تقریباً 2×10^{3} برابر بار ویژهٔ یون ئیدروژن است.

۶۰-۶ این امکان وجود ندارد که لامپهای شیشه‌ای را تا فشار صفر تخلیه‌کرد. برحسب مسیر آزاد میانگین الکترون، معیاری را پیشنهادکنیدکه بتوان آن را برای تخلیهٔ لامپ خلأ گرمایونی پذیرفت.

۶۰-۷ مدل ساده‌ای برای رفتار یک الکترون که درحال گریز از سطحی فلزی است، پیشنهادکنید. با استفاده ازآن، شکل نمودارهای (الف) نیروی بازدارندهٔ وارد برالکترون در حال فرار، و (ب) انرژی پتانسیلی که الکترون کسب کرده است، هردو را به‌عنوان توابعی ازفاصلهٔ الکترون از فلز، r، ترسیم‌کنید. شکل (ب) را به انرژی تابع کار ربط دهید.

۶۰-۸ توضیح دهیدکه اگر بخواهیم یک رشتهٔ گرم شده به‌گسیل گرمایونی ادامه‌دهد، چرا باید توانی به‌آن داد. در مورد اهمیت نسبی عواملی که در نظر می‌گیرید، بحث‌کنید.

۶۰-۹ از روی مقادیر تجربی N_A، e/m_e و F، جرم الکترون را محاسبه‌کنید.

***۶۰-۱۰ معادلهٔ ریچاردسون.** وقتی‌که اثر بار فضایی وجود نداشته باشد، چگالی جریان گرمایونی، J_s، عبوری از یک رشتهٔ فلزی‌که درخلأ گرم شده است، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$J_s = AT^2 \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right)$$

که T دمای ترمودینامیکی، و ϕ انرژی تابع‌کار است.

(الف) واحد SI ی مقدار ثابت A چیست؟

(ب) اگر ازشما بخواهند این معادله را درمورد یک‌فلز معلوم، ازطریق تجربه توجیه‌کنید، چه اندازه‌گیریهایی باید انجام دهید، و چگونه آنها را تجزیه و تحلیل می‌کنید تا نموداری راستخط به‌دست آورید.

(پ) چگالی جریان اشباع را برای یک رشتهٔ تنگستن در ۲/۵ kK، که برای آن پتانسیل تابع‌کار ۴/۶ V باشد، محاسبه کنید؛ در صورتی که مقدار نظری A برابر با $1/2 \times 10^{6}$ واحد SI باشد.

(ت) وقتی‌که دما تا ۳/۰ kK زیاد شود، مقدار بالا با چه ضریبی افزایش می‌یابد؟

مقادیرعددی داده شدهٔ k و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(پ) ۴/۱ kA/m^2 (ت) ۵۰]

MATH75.IR

بار ویژهٔ الکترون

۱۱-۶۰ فرض کنید که عوامل زیر فراهم آمده‌اند: (*i*) میدانهای مغناطیسی متغیر دانسته، **B**، و (*ii*) چشمهٔ اختلاف پتانسیل متغیر معلوم، V، برای افزایش سرعت ذرات باردار، و (*iii*)، **E**، میدانهای الکتریکی معلوم متغیر. سه روش ابداع کنید که در آنها ذرات باردار حرکاتی انجام دهند که بتوان از روی آنها، q، بار ویژهٔ آنها را محاسبه کرد.

۱۲-۶۰ اگر الکترونها تحت اختلاف پتانسیل ۱/۰ kV از حالت سکون شتابدار شوند، چه سرعتی کسب می‌کنند؟ اگر میدان الکتریکی نایکنواخت باشد، آیا دراین سرعت تغییری حاصل می‌شود؟ به‌طور کیفی تشریح کنید که با یك اختلاف پتانسیل شتاب‌دهندهٔ ۴۰۰ kV، چه اتفاقی پیش می‌آید.

مقدار عددی داده شدهٔ e/m_e را درمحاسبه به‌کاربرید.

[۱۹ Mm/s]

۱۳-۶۰ سیستم پیچك هلمهولتز. انحراف مغناطیسی یك لامپ اندازه‌گیری e/m_e با استفاده از سیستم هلمهولتز که در آن هر پیچك دارای ۱۲۵ دور و میانگین شعاعش ۷۵ mm است، برقرار می‌شود. برای تولید یك میدان (به‌طورمعقول یکنواخت) به‌اندازهٔ ۰/۵۰ mT، چه جریان مغناطیسی کننده‌ای، مورد نیاز است؟

مقدار عددی داده شدهٔ μ_0 را درمحاسبه به‌کار برید.

[۰/۳۳ A]

۱۴-۶۰ شکل هندسی انحراف مغناطیسی. به شکل توجه کنید. برای یك لامپ اندازه‌گیری e/m_e خاص، آزمایش انحراف مغناطیسی، اندازه‌های زیر را به‌دست می‌دهد:

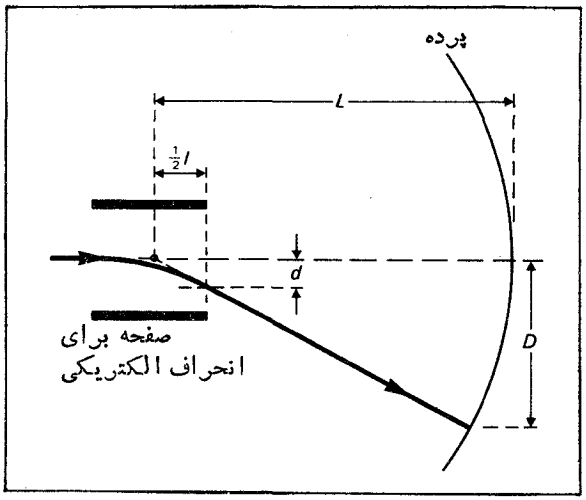
$$L = ۰/۲۰ \text{ m}\ ،\quad l = ۴۰ \text{ mm}\ ،\quad D = ۲۵ \text{ mm}$$

محاسبه کنید:

(الف) انحراف، d، و ازاینرو،

(ب) شعاع، r، مسیردایره‌ای را.

[(الف) ۲/۵ mm (ب) ۰/۳۲ m]



شکل مربوط به‌پرسش ۶۰-۱۴

۱۵-۶۰ اندازه‌گیری سرعت الکترون. در یك آزمایش تامسون، الکترونهایی با سرعت v ابتدا به وسیلهٔ میدان مغناطیسی ۰/۵۰ mT، منحرف شدند، و سپس به وسیلهٔ میدان الکتریکی ۱۲ kV/m به موضع انحراف نیافتهٔ خود بازگشتند:

(الف) کمیتهای زیر را برحسب e و v بنویسید: (*i*) نیروی مغناطیسی، $\mathbf{F}_m$، و (*ii*) نیروی الکتریکی $\mathbf{F}_e$.

(ب) برای محاسبهٔ مقدار v، $\mathbf{F}_m$ را برابر $\mathbf{F}_e$ — بگیرید.

[۲۴ Mm/s (ب)]

۱۶-۶۰ از یك لامپ e/m_e ترمویونیك تامسون نتایج زیر به‌دست آمده است. اندازهٔ میدان **B**ی انحراف دهندهٔ حاصل از پیچکهای هلمهولتز ۰/۴۰ mT است و باعث می‌شود که الکترونها منحرف شوند و روی مسیری‌دایره‌ای به شعاع ۰/۲۵ m بیفتند. وقتی میدان الکتریکی ۷/۲kV/m اعمال شود، نقطهٔ روی صفحه به مکان اولیهٔ خود برمی‌گردد. حساب کنید:

(الف) سرعت الکترونها را، و بدین‌ترتیب

(ب) بار ویژهٔ آنها را.

[۰/۱۸ TC/kg (ب)]

۱۷-۶۰ منشأهای عدم قطعیت در آزمایش اندازه‌گیری

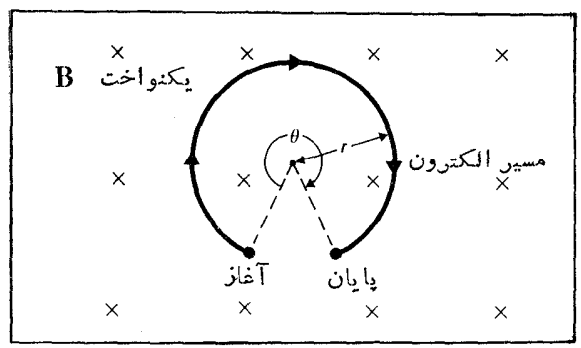
MATH75.IR

e/m_e توسط تامسون کدام بودند؟ هنگام استفاده از ابزاری که او طراحی کرده است، این عوامل تا چه اندازه‌ای برطرف نشدنی هستند؟

۱۸-۶۰ در یک آزمایش اندازه‌گیر e/m_e به‌شیوهٔ تامسون، آیا انحراف اندازه‌گیری‌شده که به‌وسیلهٔ نیروهای مغناطیسی به‌وجود آمده باشد اهمیت دارد یا انحراف اندازه‌گیری‌شده به وسیلهٔ نیروهای الکتریکی؟

۱۹-۶۰ در یک آزمایش اندازه‌گیری e/m_e به‌روش تامسون، مشاهده می‌شود که وقتی باریکه تحت انحراف مغناطیسی قرار می‌گیرد، لکهٔ کاملاً مشخص پیشین، به‌طور چشمگیری تار می‌شود. دلیل این امر چیست؟

۲۰-۶۰ به روایت گرمایونی لامپ اندازه‌گیری e/m_e به روش تامسون، آیا همهٔ الکترونها با یک سرعت حرکت می‌کنند؟



شکل مربوط به‌پرسش ۶۰-۲۱

۲۱-۶۰ روش دانینگتون. به‌شکل توجه کنید. زمان پرواز، T، الکترونهایی که پاره‌ای از یک قوس دایره‌ای به‌شعاع r را می‌پیمایند از روی، f، بسامد یک پتانسیل متناوب به‌دست می‌آید. مسیر دایره‌ای ناشی از، $\mathbf{B}$، یک میدان ثابت است.

(الف) ω، سرعت زاویه‌ای الکترونها را برحسب B و e/m_e بنویسید.

(ب) زمان پرواز روی قوسی که نشان داده شده است، برحسب θ، چه مقدار است؟

(پ) این آرایش چنان است که به‌ازای $f = 1/T$، یک گردآور پاسخ کمینه‌ای را نشان می‌دهد. رابطه‌ای بین f، θ، B و e/m_e بیابید.

(این روش، که اصولاً همانند شیوهٔ سیکلوترون است، درسال ۱۹۳۳ به‌وسیلهٔ دانینگتون به‌کار رفت. نتایج آن رضایتبخشتر از روش تامسون است، زیرا f، θ و $\mathbf{B}$، جملگی را می‌توان با دقت زیاد اندازه‌گیری کرد.)

$[e/m_e = f\theta/B$ (پ)$]$

۲۲-۶۰ اثر مگنترون. (همچنین ر. ک. پرسش **۴۵-۲۷.**) الکترونها به‌طور شعاعی از یک سیم نازک کاتودی به‌طرف یک آنود استوانه‌ای هم‌محور با آن، با شعاع ۳/۰ mm، شتابدار می‌شوند. سپس یک میدان مغناطیسی محوری ۲۲ میلی تسلایی بر آنها اعمال می‌شود که از رسیدنشان به آنود جلوگیری می‌کند. محاسبه کنید:

(الف) سرعتی که الکترونها در خلال شتابدار شدن از کاتود کسب کرده‌اند (برحسب e/m_e)، و

(ب) در صورتی که بدانیم سرعت الکترونها ۵/۹ Mm/s است، مقداری برای e/m_e بیابید.

در بند (ب) می‌توانید فرض کنید که الکترونها درست پس از خارج شدن از کاتود به‌سرعت نهایی خود می‌رسند. (این فرایند اساس **روش هال** برای اندازه‌گیری e/m_e است.)

[۱۸/۰ TC/kg]

۲۳-۶۰ م.ب با چشمپوشی از انحرافی که به‌وسیلهٔ عوامل زیر ایجاد می‌شود، چه خطاهایی در آزمایش تامسون به‌وجود می‌آید: (الف) نیروهای گرانشی، و (ب) نیروهای مغناطیسی اعمال شده ازسوی زمین.

اندازه‌گیری e، به‌روش میلیکان

۲۴-۶۰ دقیقترین تعینهای e اندازه‌گیریهای میانگین غیرمستقیم (مانند $e = F/N_A$) است. دراین صورت مفهوم واقعی آزمایش میلیکان چیست؟

MATH75.IR

۲۵-۶۰ آیا این امکان وجود دارد که به‌طور قطعی نشان دهیم دوکوانتوم بار بنیادی، یکی مثبت: $\Delta Q_p = +2e$، و دیگری منفی $\Delta Q_n = -e$، وجود ندارد؟

۲۶-۶۰ چرا در آزمایش قطرهٔ روغن میلیکان، از همان نوع روغنی استفاده می‌شود که در یك دستگاه خلأ به کار می‌رود؟

۲۷-۶۰ آیا قطره‌های روغن میلیکان دستخوش حرکت براونی می‌شوند؟

۲۸-۶۰ اگر، دریك آزمایش قطرهٔ روغن، مقادیر زیر را برای باری که یك قطره حمل می‌کند محاسبه می‌کردید، پیرامون بار بنیادی چه نتیجه‌ای به‌دست می‌آوردید؟

Q/aC	۰/۳۲	۰/۹۶	۰/۳۲	۰/۶۴	۱/۲۸

آیا نتیجه‌گیری شما با تفکر جدید سازگاری دارد (اگر با آن یکسان نباشد)؟ (در مورد وضعیتهای مشابه درخشانهای پوسهٔ روغن و مراحل بلورهای میکای تراش داده شده، فکر کنید.)

†۲۹-۶۰ یك قطره روغن به وزن ۲۰ fN، دو الکترون اضافه کسب می‌کند. چه اختلاف پتانسیلی باید میان یك‌زوج صفحهٔ فلزی موازی افقی، به‌فاصلهٔ ۱۰ mm از یکدیگر، برقرار شود تا قطره را درتعادل نگه دارد؟ کدام‌صفحه باید مثبت باشد؟

مقدارعددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۶۲ kV]

۳۰-۶۰ پرسشهای زیر به‌یك قطرهٔ روغن مربوط می‌شوند که درمیان یك‌زوج صفحهٔ فلزی‌موازی افقی‌مشاهده می‌شود:

(الف) وقتی‌که میدان الکتریکی ۰/۳۰ MV/m، و قطره دارای یك الکترون اضافی باشد، این قطره ساکن می‌ماند. وزن قطره چه‌مقدار است؟

(ب) همان قطره با سرعت انتهایی اندازه‌گیری شدهٔ ۰/۲۰ mm/s ناگهان شروع به‌سقوط می‌کند، این همان سرعتی‌است که خواه اختلاف پتانسیلی میان‌صفحه‌ها برقرار باشد یا خیر، یکسان باقی خواهد ماند. چرا؟ اگر نیروی مقاومتی چسبنده به صورت $\mathbf{F}_v = -k\mathbf{v}$ نوشته شود، k چه‌مقدار خواهد بود؟

(پ) اگر این قطره ۳ الکترون اضافی کسب می‌کرد، سرعت انتهایی آن چه مقدار می‌شد؟

مقدارعددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۴۸ fN (ب) ۰/۲۴ nNs/m
(پ) ۰/۴۰ mm/s↑]

۳۱-۶۰ صفحات قائم. یك قطرهٔ روغن دارای‌وزن ۳۵ fN و حامل بار $2e$ است. این قطره به‌طور قائم درمیان یك زوج صفحهٔ فلزی قائم موازی سقوط می‌کند. وقتی میدانی الکتریکی بین این صفحات اعمال شود، قطره به طور یکنواخت و با زاویهٔ ۴۵° نسبت به‌قائم حرکت می‌کند:

(الف) اندازهٔ میدان اعمال‌شده را محاسبه‌کنید، و

(ب) این‌قطره دراین‌میدان، ممکن‌است با چه‌زاویه‌های دیگری نسبت به‌قائم سقوط کند؟

از پیشرانهٔ بالاسوی ارشمیدس چشمپوشی کنید.

مقدار عددی داده شدهٔ e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۰/۱۱ MN/C
(ب) ۲۷°، ۵۶°، ۶۳° و غیره]

۳۲-۶۰ م.ب اگر شعاع یك‌قطرهٔ روغن ۱/۵ μm باشد و بار $+e$ را حمل‌کند، وقتی‌که یك یون هوای باردارمثبت را به‌دام اندازد چند درصد: (الف) نیروهای الکتریکی، و (ب) نیروهای گرانشی وارد برآن را تغییر خواهد داد؟

۳۳-۶۰ م.ب دراندازه‌گیری بار بنیادی به‌روش میلیکان، هنگامی‌که قطره‌های روغن درهوا حرکت می‌کنند، حرکت آنهامشاهده می‌شود. قطره‌های روغن دارای وزن هستند؛ از جانب هوا برآنها نیروی مقاومتی چسبنده و یك پیشرانهٔ بالاسوی ارشمیدسی نیز وارد می‌آید. اگر پیشرانهٔ بالاسو را در محاسبات نادیده بگیریم، این امر چه تأثیری بر شعاع محاسبه شدهٔ قطرهٔ روغن برجای خواهد گذاشت؟

MATH75.IR

نوسان‌نمای پرتوکاتودی

(به‌منظور دستیابی به‌مطالب بیشتری پیرامون الکترون‌پرتابی درنوسان‌نمای پرتوکاتودی همچنین ر.ک. پرسش ۴۳-۱۸.)

۳۴-۶۰ چرا اتصال یکی از هرزوج صفحهٔ منحرف‌کننده به آنود یك نوسان‌نمای پرتو کاتودی، و اتصال خود آنود به‌زمین، کار متداولی است؟

۳۵-۶۰ با تعبیرمکانیکی(با استفاده ازنیروها و سینماتیك) توضیح دهید که چرا انحراف یك لکهٔ نوسان‌نمای پرتو کاتودی‌تقریباً با اختلاف‌پتانسیل اعمال‌شده بردوسرصفحات منحرف‌کننده، متناسب است؟

۳۶-۶۰ باید سیگنالی به دامنهٔ ۵ V به یك نوسان‌نمای پرتوکاتودی‌که صفحات Y درآن نیازمند اختلاف پتانسیل ۱۰۰ ولت هستند، اعمال شود تا انحراف کامل عقربه را پدید آورد. چگونه می‌توان به‌وسیلهٔ آن به‌انحراف مفیدی دست یافت؟

۳۷-۶۰ اختلاف‌پتانسیلی که به‌طورقابل‌توجهی ازاختلاف پتانسیل لازم برای ایجاد انحراف‌کامل‌عقربه بیشتر است، به (الف) یك گالوانومتر باقاب متحرك، و(ب) یك‌نوسان‌نمای پرتو کاتودی، اعمال می‌شود. پاسخهای آنها را با یکدیگر مقایسه‌کنید.

۳۸-۶۰ بسامد یك نوسان‌نمای پرتو کاتودی خطی زمان‌مبنا، ۵۰Hz است. وقتی‌که بسامد اختلاف پتانسیل‌متناوب اعمال شده بر صفحات Y آن : (الف) ۲۵ Hz ، و (ب) ۱۰۰ Hz باشد، نقشی را که بر پردهٔ آن دیده می‌شود ترسیم‌کنید.

۳۹-۶۰ چگونه با استفاده ازیك نوسان‌نمای پرتوکاتودی و یك بسامد دانستهٔ دقیقاً ۱۰۰ هرتزی، یك نوسانگر بسامد صوتی‌را درجه‌بندی می‌کنند؟ فرض‌کنیدکه هردوشکل‌موج سینوسی باشند.

۴۰-۶۰ مدارهای متوالی a.c. زیر را در نظر بگیرید: (الف) L و R، (ب) C و R، و (پ) L و C. اگر اختلاف پتانسیل مربوط به هریك ازاین عناصر، به صفحات X و Y یك‌نوسان‌نمای‌پرتوکاتودی بسته شود، درهرمورد، روی پردهٔ نوسان‌نما چه چیزی دیده خواهد شد؟ فرض‌کنید که مقادیر قله برابر باشند.

۴۱-۶۰ نمودار مداری را رسم‌کنیدکه در آرایش آن بتوان یك نوسان‌نمای پرتو کاتودی را برای نمایش دادن مشخصهٔ جریان ـ اختلاف پتانسیل اعمال شدهٔ بر دوسر یك یکسوساز دیودی به کار برد. چگونه می‌توان یکسوسازی نیم‌موج و تمام‌موج و خروجیهای همواره شدهٔ آنها را نمایش داد؟

۴۲-۶۰ برای مشاهدهٔ شکل موج یك نوت موسیقی که بسامد نوت اصلی آن ۲۱۰ Hz است، چه اتصالها و تنظیمهایی درنوسان‌نمای پرتوکاتودی باید انجام داد؟

۴۳-۶۰† صفحات Y در یك نوسان‌نمای پرتو کاتودی دارای حساسیت ۱۰ V/mm است. ریشهٔ میانگین مربعی اختلاف‌پتانسیل یك‌منبع ولتاژ متناوب که‌باعث یك‌انحراف قله به‌قله به‌اندازهٔ ۷۱ mm در آن شود، چه‌مقدار است؟

[۰/۲۵ kV]

۴۴-۶۰† اندازه‌گیری زمان. بسامدزمان‌پایهٔ‌یك‌نوسان‌نما ۱۰ kHz است، و به‌لکهٔ نورانی یك دامنهٔ افقی ۰/۱۰ متری می‌دهد. یك تپ راداری و پژواك آن از یك شیء دور بر صفحات Y اعمال می‌شوند و قله‌هایی به‌دست می‌دهند که فاصلهٔ مراکز آنها از یکدیگر ۴۰ mm است. شیء درچه فاصله‌ای قرارگرفته است؟
مقدار عددی داده شدهٔ c را در محاسبه به‌کار برید.

[۶/۰ km]

۴۵-۶۰ جریان۰/۱۶ میلی‌آمپری ازیك‌نوسان‌نمای پرتو-کاتودی‌می‌گذرد، و الکترونها با اختلاف‌پتانسیل ۱/۰ kV درآن شتاب می‌گیرند. محاسبه‌کنید:
(الف) تعداد الکترونهایی که درهرثانیه به‌پرده برخورد می‌کنند،

MATH75.IR

(ب) اندازه حرکت هریک، و

(پ) میانگین نیرویی‌راکه از جانب الکترونها بر پرده وارد می‌آید.

مقادیر عددی داده شدهٔ e و m_e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) $1/0 \times 10^{15}$ 1/s (ب) $1/7 \times 10^{-23}$ Ns (پ) ۱۷ nN]

۶۰-۴۶ حساسیت صفحات Y دریك نوسان‌نمای پرتو-کاتودی بـا ویژگیهای زیر را، برحسب V/mm محاسبه کنید: اختلاف‌پتانسیل آنود-کاتود 1/2 kV، طول‌صفحات منحرف‌کننده ۴۰ mm، فاصلهٔ آنها از یکدیگر ۸/۰ mm، و فاصلهٔ مرکز آنها از پـرده ۲۰۰ mm است. بار ویـژهٔ الکترون از معادلهٔ انتهایی حذف می‌شود. سعی کنید بـرای این حذف دلیل فیزیکی ارائه دهید.

[۲/۴ V/mm]

۶۰-۴۷ لامپ پرتوکاتودی چه‌نقشی در نمایش تصاویـر تلویزیونی دارد؟

۶۰-۴۸ م.ب چه مدتـی طول می‌کشد تـا الکترونی از میان صفحات یك نوسان‌نمای پرتوکاتودی نوعی بگـذرد؟ اگر بخواهیم میدان میان صفحات درخلال این‌فاصلهٔ زمانی چندان تغییری‌نکند، بیشینهٔ مقداری‌که بسامد سیگنال اعمال-شده به‌صفحات X باید داشته باشد، چه‌مقدار است؟ به‌ازای چه بسامدی حساسیت صفر می‌شود؟

۶۱ الکترونیك حالت جامد

دیود

۶۱-۱ پخش یا پتانسیل تماس در دوسر لایـهٔ تهـی یك اتصال p-n به‌ضخامت 1/5 μm، برابر ۰/۴۰V است، واز پخش بیشتر حاملهای اکثریتی جلوگیری می‌کند. فرض کنید که E، میدان الکتریکی درلایه، ثابت باشد، ومقدار آن را با اندازهٔ میدان الکتریکـی دریك خازن صفحـه مـوازی نوعی مقایسه کنید.

۶۱-۲ در دوسر ناحیهٔ گـذر یا لایهٔ تهی یك دیود پیوند p-n، اختلاف پتانسیلی وجـود دارد. اگـر این دو ناحیه به‌وسیلهٔ سیمی مسی به‌یکدیگر اتصال یابند، آیا جریانی از آنها عبور خواهدکرد؟ توضیح دهید.

۶۱-۳ چراوقتی‌که مواد نوع n و p به‌همان ترتیب دیود پیوندی، به‌یکدیگر وصل شوند، همهٔ الکترونها و حفره‌های مثبت باهم ترکیب نمی‌شوند، وبدین ترتیب امکان رسانایی را از میان می‌برند؟

۶۱-۴ چرا وقتی بخواهیم مشخصهٔ یك دیود را تعیین کنیم، باید یك مقاومت را به‌طور متوالی به‌آن وصل کنیم؟

۶۱-۵ سبب جـریان نشتی دریك پیوندگاه p-n با پیش-ولت مخالف چیست؟ چرا این جریان دریك دیود ژرمانیوم بیشتراز جریان دریك دیود سیلیسیوم است؟

۶۱-۶ وقتی ولتاژ معکوس یك دیود، از قلهٔ بیشینه تجاوز کند، جریان برگشتی‌نسبتاً زیاد، وتقریباً از اختلاف پتانسیل اعمال شده مستقل است. کاربردی برای این اثر (**اثربهمن**) پیشنهادکنید.

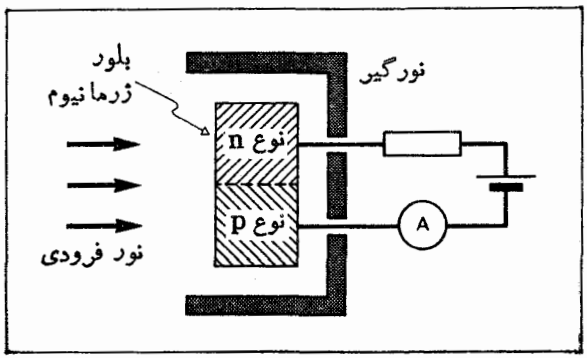
۶۱-۷ درمورد علتهای فیزیکـی شکست یك دیود اتصال، درسطح میکروسکوپی بحث کنید.

۶۱-۸ چرا طراحی‌یك دیود نیمرسانای فوق‌العاده‌کوچك،

MATH75.IR

به‌منظور یکسوسازی توان امکان‌پذیر نیست؟

۶۱-۹ دیود و رکتور. دیود اتصال ازچه نظر مانند یك خازن عمل می‌کند؟ کدام ناحیه به عنوان دی‌الکتریك عمل می‌کند؟ چگونه باوسایلی‌ساده می‌توان درظرفیت‌این دستگاه تغییری پیوسته به‌وجود آورد؟



شکل مربوط به‌پرسش ۶۱-۱۰

۶۱-۱۰ فوتو دیود پیوندگاه p-n. به شکل توجه‌کنید:

(الف) بایاس پیوندگاه p-n درکدام جهت است؟ در-غیاب نور فرودی، مرتبهٔ بزرگی جریان چه خواهد بود؟

(ب) نور بر پیوندگاه، و در نتیجه بر درجه‌ای که‌آمپر-سنج نشان می‌دهد، چه تأثیری می‌گذارد؟

(پ) چگونه می‌توان از این‌اثر، برای‌کلید زدن‌استفاده کرد؟

(این وسیله، نیمرسانایی معادل سلول فوتوالکتریك است. غالباً در عمل، **فوتو ترانزیستور** را ترجیح می‌دهند زیرا به‌عنوان تقویت‌کنندهٔ خودش نیز عمل می‌کند.)

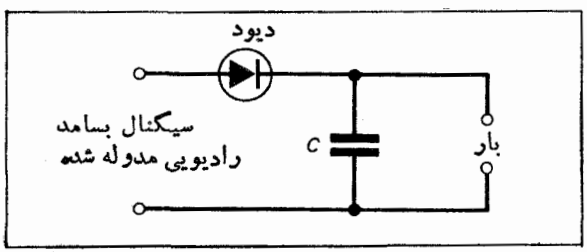
۶۱-۱۱ آشکار ساز حالت جامد. وقتی تابش یونده از نزدیکی پیوندگاه یك دیود با بایاس معکوس می‌گذرد، یك تپ کوچك جریان ازمدار آشکارساز عبور می‌کند که می‌توان آن را بایك شمارگر شمارش کرد. توضیح دهیدکه چگونه چنین‌اتفاقی می‌افتد وچگونه ذراتی باانرژی یونندهٔ متفاوت را می‌توان ازیکدیگر تمیز داد.

۶۱-۱۲* تفکیك‌کننده (آهنگبر). به‌شکل توجه کنید. C در مقابل سیگنالهای با بسامد رادیویی، راکتانس پایینی دارد. شکل موجهای زیر را رسم‌کنید:

(الف) یك سیگنال (حامل) بسامد رادیویی که دامنهٔ آن با یك بسامد صوتی‌آهنگ یافته شده است. (راهنمایی: به‌یك شکل موج زنش بیندیشید.)،

(ب) سیگنالی‌که ازیك دیود عبور می‌کند، و

(پ) سیگنالی‌که به بار داده می‌شود.



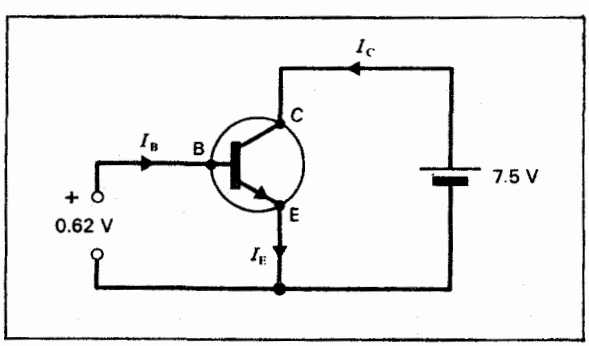
شکل مربوط به‌پرسش ۶۱-۱۲

ترانزیستور

۶۱-۱۳ منشأ کلمهٔ ترانزیستور چیست؟

۶۱-۱۴ در ترانزیستور p-n-p برخی از حفره‌های مثبت گسیلنده در پایه با الکترونها ترکیب می‌شوند. معمولاً، جای این الکترونها چگونه پر می‌شود؟ اگر چنین نشود چه پیش می‌آید؟

۶۱-۱۵ در ترانزیستور p-n-p بیشتر حفره‌های مثبتی که ازگسیلندهٔ نوع p به‌پایه می‌روند، نمی‌توانند باالکترونهای پایهٔ نوع n ترکیب شوند. دو دلیل برای این نکته ارائه دهید.



شکل مربوط به‌پرسش ۶۱-۱۶

MATH75.IR

۱۶-۶۱ عمل ترانزیستور n-p-n سیلیسیوم. به‌شکل توجه کنید.

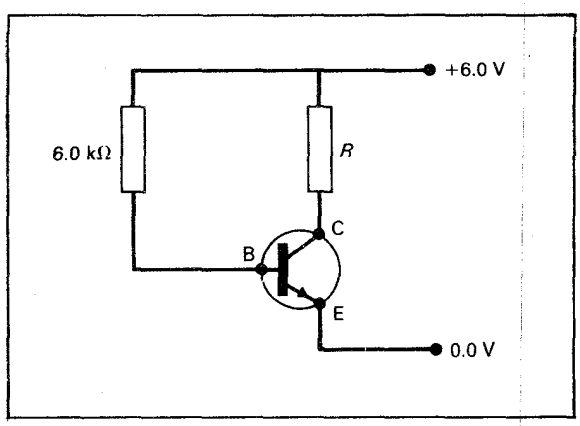
(الف) کدامیک از دو پیوندگاه (E-B و B-C) با بایاس مستقیم و کدامیک با بایاس معکوس است؟

(ب) فرض کنید که $I_E = 2/00\ mA$، و ۵۰/۰٪ الکترونهایی که در پایه پخش می‌شوند، در آنجا با حفره‌ها ترکیب شوند. مقادیر I_B و I_C چقدر خواهند بود؟

(پ) اگر اختلاف پتانسیل دوسر پیوندگاه گسیلنده-پایه افزایش یافته و به $0/64\ V$ برسد، مقدار جدید I_E برابر $4/00\ mA$ خواهد شد. مقادیر جدید I_B و I_C چه مقدار خواهند شد؟

(ت) مقدار نسبت $(\Delta I_C/\Delta I_B)$، بهرهٔ جریان یا تقویت را محاسبه کنید. (این کمیت **نسبت انتقال جریان مستقیم سیگنال کوچک** خوانده می‌شود و نشانهٔ آن h_{fe} است.)

[(پ) $20\ \mu A$، $3/98\ mA$ (ت) ۱۹۹]

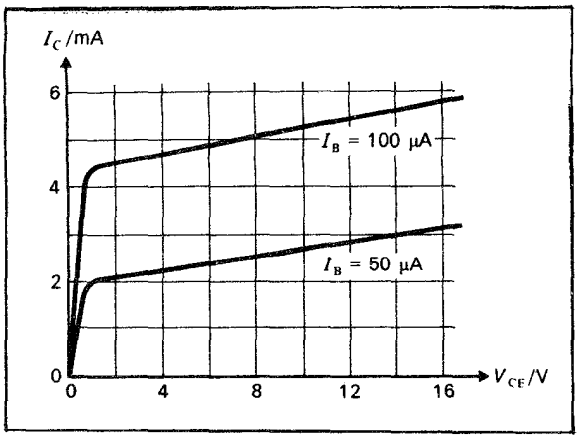


شکل مربوط به‌پرسش ۱۷-۶۱

۱۷-۶۱† به‌شکل توجه کنید. ترانزیستور دارای مقدار $h_{FE} = 100$ است. وقتی $V_{BE} = 0/70\ V$، مقدار R را که باعث می‌شود V_{CE} برابر $0/80\ V$ شود، محاسبه کنید.

[$56\ \Omega$]

۱۸-۶۱ برحسب رفتارحاملهای بار، توضیح دهید که چرا مشخصهٔ انتقالی به‌صورت خط راست است.



شکل مربوط به‌پرسش ۱۹-۶۱

۱۹-۶۱ مشخصه‌های خروجی. به‌شکل توجه کنید. این شکل نمایانگر چگونگی تغییر جریان گردآور به‌نسبت اختلاف پتانسیل گسیلنده-گردآور به‌ازای دو مقدار مختلف جریان پایه است.

(الف) پس‌از تغییر ناگهانی شیب، مقاومت خروجی ترانزیستور به‌ازای مقدار ثابت I_B، به‌صورت $(\Delta V_{CE}/\Delta I_C)$ تعریف می‌شود. مقدار میانگین مقاومت خروجی را از روی دو شیب بر روی نمودار، اندازه‌گیری کنید.

(ب) نسبت انتقال جریان مستقیم سیگنال کوچک به‌ازای مقدار ثابت V_{CE} به صورت $(\Delta I_C/\Delta I_B)$ تعریف می‌شود. مقدار متوسط این نسبت را از روی نمودار اندازه‌گیری کنید. [(ب) ۵۱]

۲۰-۶۱ تقویت ولتاژ. به‌شکل توجه کنید. وقتی V_{BE} از $0/62\ V$ به $0/64\ V$ می‌رسد، I_C از $2/0\ mA$ به $4/0\ mA$ تغییر می‌کند.

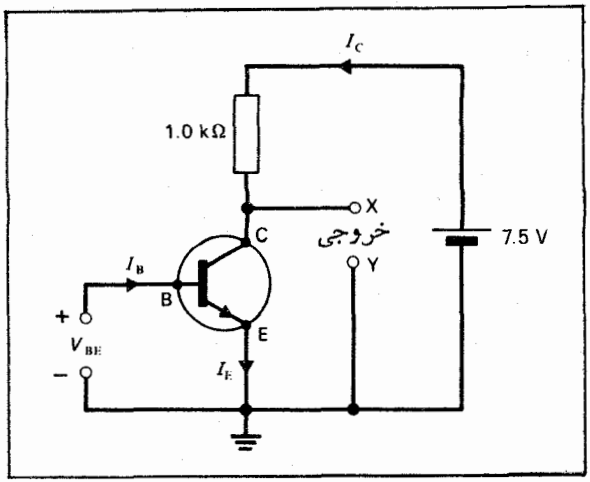
(الف) تغییر حاصل در، V_R، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت چه مقدار است؟

(ب) تغییر حاصل در، V_{XY}، اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های خروجی X و Y چه مقدار است؟

(پ) بهرهٔ ولتاژ، $(\Delta V_{XY}/\Delta V_{BE})$، را محاسبه کنید. رابطهٔ فازهای ΔV_{BE} و ΔV_{XY} چگونه است؟

[(پ) ۱۰۰]

MATH75.IR



شکل مربوط به‌پرسش ۶۱-۲۰ و ۲۱

۶۱-۲۱ تقویت جریان متناوب. به‌شکل توجه کنید. فرض کنید که یك سیگنال ورودی باعث شود V_{BE} در اطراف مقدار میانگین ۰/۶۳ V و با دامنهٔ ۱۰ mV نوسان سینوسی اجرا کند.

(الف) نموداری رسم کنید که نمایانگر چگونگی تغییر پتانسیل X نسبت به‌زمان باشد.

(ب) تأثیر قراردادن یك **خازن مسدودکننده** میان X و گردآور بر روی V_X چگونه خواهد بود؟ نمودار دیگری رسم کنید که پاسخ شما را نشان دهد.

۶۱-۲۲ اگر بخواهیم از یك ترانزیستور با مدار گسیلندهٔ مشترك، برای تقویت تغییرشکل نیافته (خطی) استفاده کنیم، چرا به‌کار بردن منبعی ورودی با مقاومت بالاضروری است؟

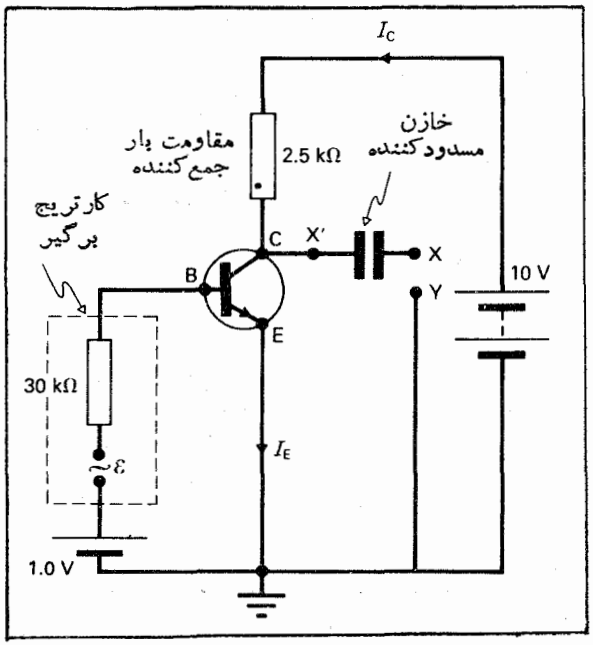
۶۱-۲۳ به‌شکل توجه کنید. ترانزیستوری n-p-n نشان داده شده است که در آن $h_{fe} = ۱۰۰$، (ر.ك. پرسش **۶۱-۱۶**)، و دامنهٔ سیگنالهای گسیلی از برگیر ۵۰ mV است. محاسبه کنید:

(الف) مقادیر لحظه‌ای I_B، I_C و اختلاف پتانسیل دو سر بار، V_R، را به‌ازای $\mathcal{E} = ۰$.

(ب) دامنه‌های این کمیتها را وقتی که $\mathcal{E}$ به‌طور سینوسی تغییر کند.

در روی یك دستگاه محور مختصات یکسان، تغییرات پتانسیلهای X′ و X را برحسب زمان رسم کنید. منظور از استفادهٔ باتری ۱/۰ V چیست؟ چگونه می‌توان بهرهٔ ولتاژ را بزرگتر کرد؟

[(ب) $|\Delta V_R| = ۰/۴۲$ V]



شکل مربوط به‌پرسش ۶۱-۲۳ و ۲۴

۶۱-۲۴ تقویت توان. به اطلاعات پرسش پیشین توجه کنید. اختلاف پتانسیل خروجی تقویت کننده (V_{XY}) به‌دو سر دستگاهی به‌مقاومت ظاهری ۴/۰ Ω داده می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) دامنهٔ توان خروجی، $\mathcal{E}\Delta I_B$، را که به‌وسیلهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی کارتریج تحویل مدار شده است.

(ب) ورودی توان قله را که به‌دستگاه داده می‌شود، و

(پ) بهرهٔ توان ــ نسبت دو مقدار بالا را.

[(الف) ۸۳ nW (ب) ۴۳ mW
(پ) $۵/۲ \times ۱۰^۵$]

۶۱-۲۵ ترانزیستور به‌عنوان کلید. به‌شکل توجه کنید. R روی ۵۰ kΩ تنظیم شده و باعث می‌شود که V_{XY} برابر ۳/۰ V شود.

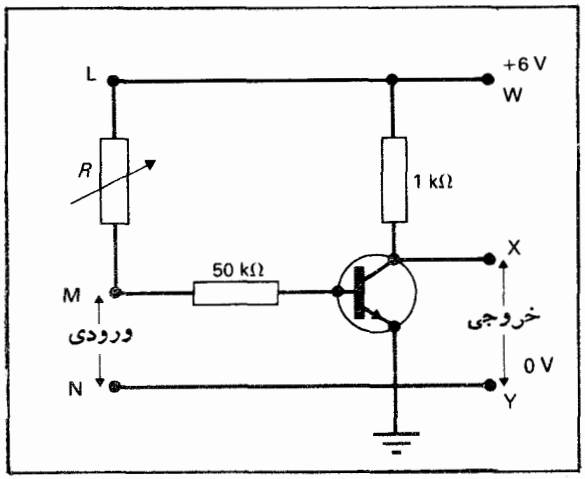
MATH75.IR

(الف) مقدار h_{FE} را محاسبه کنید.

(ب) اکنون R را صفر می‌گیریم. مقدار جدید V_{XY} چقدر است؟

(پ) اکنون R را از مدار خارج می‌کنیم (L و M به هم متصل نیستند). V_{XY} را برای: (i) $V_{MN} = 0$، و (ii) $V_{MN} = 6\,V$، محاسبه کنید.

[(الف) $۱/۰ \times ۱۰^{۲}$]



شکل مربوط به پرسش ۶۱-۲۵

۶۱-۲۶ کلید روشنایی خودکار. به شکل توجه کنید. حروف م.و.ن نشانگر مقاومت وابسته به‌نور است، که این مقاومت می‌تواند از $۱۰^{۷}\,\Omega$ در تاریکی به $۱۰^{۳}\,\Omega$ در نور روز تغییر کند. مشخصات لامپ ۶۰ mA، و ۶ V است. توضیح دهید که کلید خودکار چگونه عمل می‌کند.

۶۱-۲۷ ولت سنج با مقاومت ظاهری بالا. به‌شکل توجه کنید. وقتی که جریان گردآور ۱۰۰ μA باشد، صفحهٔ درجه‌بندی گالوانومتر، انحراف کاملی را نشان می‌دهد.

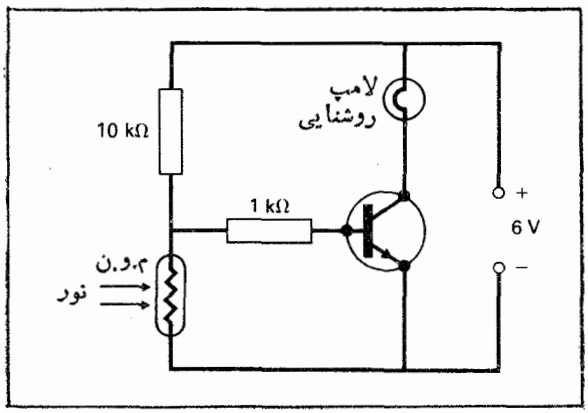
مقدار h_{FE} برای ترانزیستور ۸۰ است. محاسبه کنید:

(الف) I_B را، وقتی که عقربهٔ گالوانومتر انحراف کاملی داشته باشد،

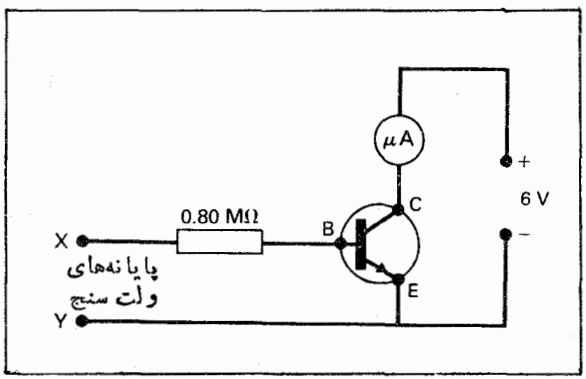
(ب) مقدار V_{XY} را در این حالت، و

(پ) جریانی را که ولت سنج می‌کشد، وقتی که به‌دوسر اختلاف پتانسیل ۰/۴۰ V بسته شده باشد.

[۰/۵ μA (پ) ۱/۰ V (ب)]



شکل مربوط به پرسش ۶۱-۲۶



شکل مربوط به پرسش ۶۱-۲۷

MATH75.IR

۶۲ اثر فوتوالکتریك

پرسشهایی برای بحث

۶۲-۱ یك شباهت. چند بلبرینگ به جرم ۰/۲ kg در گودیهای نیمکره شکلی روی سطح یك میز قرار گرفته‌اند. اگر اجسام زیررا به‌سوی آنها پرتاب کنیم، انتظار دارید چه اتفاقی بیفتد: (الف) تعداد زیادی توپ پینگ-پونگ، (ب) تیله‌های شیشه‌ای، و (پ) تعداد کمی از بلبرینگ به جرم ۰/۲ kg؟ (هم اندازه حرکت وهم انرژی را درنظر بگیرید.)

۶۲-۲ میان بیشینهٔ سرعت فوتوالکترونهایی که از یك سطح فلزی گسیل می‌شوند، و شدت تابش الکترومغناطیسی فرودی برآن سطح چه رابطه‌ای برقرار است؟ آیا استفاده از یك سطح آلوده تأثیری دراین رابطه دارد و اگر دارد چه تأثیری است؟

۶۲-۳ آیا می‌توان فوتوالکترونها را، پس از گسیل، از ترموالکترونها (الکترونهای گرمایی) تمیز داد؟

۶۲-۴ چرا بیان این نکته که بگوییم: همهٔ انرژی یك فوتون جذب شده به‌یك فوتوالکترون گسیلیده داده می‌شود بسیار دقیق است؟ چرا، مثلاً، سهم شبکه چشمپوشیدنی است؟

۶۲-۵ توضیحات موجی و فوتونی این واقعیت که آهنگ گسیل فوتوالکترونها با شدت نور متناسب است، چگونه‌اند؟ آیا هردو توضیح به‌یك اندازه موجه هستند؟

۶۲-۶ این نکته واقعیتی است که اگر بسامد موج الکترومغناطیسی کمتر ازمقدار آستانه باشد، هرچند هم سطح به‌مدتی طولانی تحت تابش باشد، فوتوالکترونها اصلاً گسیلیده نمی‌شوند. آیا می‌توانید با سودبردن از نظریهٔ موجی این مطلب را توضیح دهید؟

۶۲-۷ چرا لامپی که برای بررسی گسیل فوتوالکتریك به‌کار می‌رود دارای خصوصیات زیر است:
(الف) معمولاً سرپوش آن، به‌جای شیشه، از سیلیس زجاجی ساخته می‌شود، و
(ب) تخلیه شده است.

۶۲-۸ میان پتانسیل قابع‌کار و پتانسیل بازدارنده دقیقاً تمیز قائل شوید. کدامیك مربوط به‌شرایط تجربی ویژه، و کدامیك مربوط به‌یك نمونهٔ فلزی مشخص است؟

۶۲-۹ اینشتین با استفاده از نظریهٔ کوانتومی پلانك اثر فوتوالکتریك را توضیح داد. او چگونه پیشنهادات پلانك را گسترش داد؟

۶۲-۱۰ دلایلی در پاسخ به‌این که چرا انرژی جنبشی بیشترفوتوالکترونها کمتر از مقداری است که نظریهٔ اینشتین پیشگویی کرده است، ارائه دهید.

۶۲-۱۱ با استفاده از یك دستگاه محور مختصات یکسان، V_s، نمودارهای پتانسیل بازدارندهٔ (محور y) را برحسب بسامد، ν، نور فرودی (محور x) را برای سه فلز با انرژیهای تابع کار متفاوت، رسم کنید. افزایش شدت نور روی نمودار شما چه تأثیری خواهد گذاشت؟ روی نمودارهای خود پتانسیل تابع‌کار را نشان دهید.

۶۲-۱۲ پیرامون سازوکار **اثر اتمی فوتوالکتریك** که به‌وسیلهٔ آن پرتوهای X (مثلاً) می‌توانند گازها را یونیده کنند، بحث کنید.

۶۲-۱۳ مدارهایی رسم کنید که به‌توضیح چگونگی کاربرد یك فوتوسل در: (الف) بازکردن در یك گاراژ، (ب) روشن کردن چراغهای خیابانی، و (پ) به‌کار انداختن نورسنج دوربین عکاسی، کمك کند.

۶۲-۱۴* م.ب در اثر فوتونهای هسته‌ای، یك پرتو γ می‌تواند ازهسته‌ای اتمی یك نوکلئون به‌بیرون پرتاب کند.

MATH75.IR

مقداری برای بسامد آستانه پیشنهاد کنید.

۶۲-۱۵* م.ب سرعت یک فوتوالکترون پرتاب شدهٔ نوعی (که پتانسیل بازدارندهٔ آن چند ولتی بیشتر نیست) چه‌مقدار است؟ آیا برای اثبات معادلهٔ فوتوالکتریک اینشتین با عدم قطعیت ۱٪، به‌کارگیری مکانیک نسبیتی ضروری است؟

مسئله‌های کمّی

۶۲-۱۶† نور آبی به‌طول موج ۴۶۰ nm برسطح کلسیوم تمیزی که دارای انرژی تابع کار فوتوالکتریک به‌اندازهٔ ۰/۴۳ a] است، می‌تابد. آیا گسیلش فوتوالکتریک اتفاق می‌افتد؟

مقادیر عددی داده شدهٔ h و c را درمحاسبه به‌کار برید.

۶۲-۱۷† یک چشمهٔ نور تکفام برای نوری به طول موج ۴۵۰ nm توان ۲۵ W را تأمین می‌کند، و این‌عمل باعث می‌شود که $3/2 \times 10^{11}$ فوتوالکترون درهرثانیه از روی یک سطح تازهٔ پتاسیوم آزاد شود. طول موج قطع برای پتاسیوم ۵۵۰ nm است. اندازهٔ جریان گسیل فوتوالکتریک را از پتاسیوم که درشرایط زیر ایجاد می‌شود، محاسبه کنید:

(الف) درشرایط گفته شده دربالا،

(ب) درشرایطی یکسان با شرایط بالا و با چشمه‌ای ۵۰ واتی، و

(پ) با یک چشمهٔ ۱۰۰ واتی که با طول‌موج ۶۰۰ nm کار می‌کند.

مقدار عددی داده شدهٔ e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۵۱ nA]

۶۲-۱۸† یک سطح لیتیوم که برای آن انرژی تابع کار $W = 0/37$ a] است، تحت تابش نوری به بسامد $6/3 \times 10^{14}$ Hz قرارمی‌گیرد. ازدست‌دادن فوتوالکترون باعث می‌شود که فلز پتانسیلی مثبت کسب کند. وقتی مقدار این پتانسیل به‌حدی برسد که ازخروج الکترونهای بیشتری ازسطح جلوگیری کند، این مقدار چقدر خواهد بود؟

مقادیر عددی داده شدهٔ h و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[۰/۳ V]

۶۲-۱۹ شکست عامل زمان در نظریهٔ موجی. تابندگی سطح خاصی از جنس روی به وسیلهٔ یک چشمهٔ تکفام فرابنفش، ۰/۳۰ mW/m^2 است. (ماهیت کمیت تابندگی ازواحد آن مشخص می‌شود.) فرض کنید که بنابر نظریهٔ موجی، یک الکترون سطحی نوعی بتواند از مساحتی در حدود $1/0 \times 10^{-18}$ m^2 (از تقریباً ۱۰۰ یون همسایه) انرژی جذب کند.

(الف) چه‌مدت طول می‌کشد تا چنین الکترونی به‌مقدار انرژی تابع کارخود، ۰/۶۸ a]، انرژی جذب کند؟

(ب) تجربه هیچ تأخیر زمانی قابل اندازه‌گیریی را برای گسیل فوتوالکترون نشان نمی‌دهد، چه نتیجه‌ای می‌توانید بگیرید؟

[(الف) ۲/۳ ks]

۶۲-۲۰ اثبات معادلهٔ فوتوالکتریک اینشتین. درآزمایشی که درمورد گسیل فوتوالکتریک ازیک سطح پاکیزهٔ سزیوم انجام شد، اندازه‌گیریهای زیر به‌دست آمد:

V_s، پتانسیل ایست برحسب ولت	۰/۶۰	۱/۰	۱/۴	۱/۸	۲/۲
ν، بسامد نور برحسب 10^{14} Hz	۶/۰	۷/۰	۸/۰	۹/۰	۱۰

نموداری رسم کنید که از روی آن بتوان مقادیر زیر را به‌دست آورد:

(الف) فرکانس آستانه، ν_0، و رنگ مربوط به‌آن، و

(ب) مقدار h.

مقدار عددی داده شدهٔ e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) $4/5 \times 10^{14}$ Hz (ب) $6/4 \times 10^{-34}$ Js]

۶۲-۲۱ جدول زیر فهرستی ازنتایج حاصل ازیک آزمایش گسیل فوتوالکترون را نشان می‌دهد:

MATH75.IR

$E_{k.max}$، ماکزیموم انرژی جنبشی الکترونهای پرتاب شده برحسب 10^{-20} J	۱۳	۸/۰	۴/۰
λ، طول موج نور تابیده شده برحسب nm	۴۰۰	۴۵۰	۵۰۰

درصورتی که بدانیم

$$E_{k.max} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)$$

نموداری به شکل خط راست ترسیم کنید که از روی آن بتوان λ_0، طول موج قطع و h، ثابت پلانك، را براورد کرد. (با استفاده ازجدول) حدس بزنیدکه دراین آزمایش از چه فلزی استفاده شده است.

مقدار عددی داده شدهٔ c را درمحاسبه به‌کار برید.

[$۶/۰ \times 10^{-34}$ Js ، ۰/۵۶ μm]

۲۲-۶۲ نوری تکفام به‌طول موج ۳۸۰ nm و با شدت ۶/۰ $\mu W/m^2$، روی سطحی فلزی که انرژی تابع کار آن ۰/۳۲ aJ است، فرود می‌آید. محاسبه کنید:

(الف) تعداد فوتوالکترونهایی را که در ثانیه از هر mm^2 سطح گسیل می‌شوند، درصورتی که شانس پرتاب شدن یك الکترون برای هرفوتون یك در 10^3 باشد.

(ب) بیشینهٔ انرژی جنبشی این فوتوالکترونها را.

مقادیر عددی داده شدهٔ h و c را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) 11×10^3 (ب) ۰/۲۰ aJ]

۲۳-۶۲ با استفاده ازمقدار h، نمودار دقیقی ازطول‌موج قطع، λ_0، (با واحد nm) را برحسب انرژی تابع‌کار، W، (با یکای aJ) درگسترهٔ مقادیر W، از ۰/۱ aJ تا ۱/۰ aJ ترسیم کنید. از روی نمودار خود طول موج قطع پلاتینیوم ($W = 1/0$ aJ)، نقره (۰/۷۶ aJ)، توریوم (۰/۵۶ aJ)، و سزیوم (۰/۳۰ aJ) را برآوردکنید و تابشهای متناظر با آنها را نام ببرید.

مقادیر عددی داده شدهٔ h و c را درمحاسبه به‌کار برید.

۲۴-۶۲ تابش الکترومغناطیسی به بسامد $1/0 \times 10^{15}$ Hz برسطح پاکیزهٔ منیزیوم که برای آن انرژی تابع کار ۰/۵۹ aJ است، فرود می‌آید. محاسبه کنید:

(الف) بیشینهٔ انرژی جنبشی الکترونهای گسیل‌شده،

(ب) پتانسیلی را که منیزیوم بایدکسب کند تا ازفرار این الکترونها جلوگیری شود (**پتانسیل بازدارنده**)،

(پ) بسامد آستانه؛ و بدین ترتیب طول موج قطع را برای منیزیوم.

مقادیر عددی داده شدهٔ h، c و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۰/۰۷ aJ (ب) ۰/۴(۶) V

(پ) ۰/۳۴ μm]

MATH75.IR

۶۳ پرتوهای X و اتم

پرتوهای X

(برای مطالعهٔ مطالب بیشتری پیرامون پراش پرتو X، همچنین ر.ك. بخش ۳۹.)

۱-۶۳ در یك لامپ پرتو X، الکترونها با اختلاف پتانسیل ۲۵ kV شتابدار می‌شوند. تابش X گسیلیده از هدف، کمینهٔ طول‌موج قطع کاملاً آشکاری را در ۴۸ pm نشان می‌دهد. محاسبه کنید:

(الف) بیشینهٔ انرژی فوتونهای پرتو X،

(ب) بسامد پرتوهای X، و

(پ) مقداری را برای ثابت پلانك.

(این روش دقت زیادی در بر دارد و یکی از بهترین شیوه‌های اندازه‌گیری h است.)

مقادیر عددی داده شدهٔ e و c را درمحاسبه به‌کار برید.

[(پ) $۶/۴ \times ۱۰^{-۳۴}$ Js]

۲-۶۳ چگونه می‌توان از توریهای پراش بازتابش انسان ساخته برای اندازه‌گیری طول موجهای پرتو X استفاده کرد؟ اهمیت توانایی ما به‌انجام این‌کار در چیست؟

۳-۶۳ چگونه می‌توان درمورد انرژی متعلق به‌نزدیکترین الکترونها به‌هستهٔ اتمی، اطلاعاتی به‌دست آورد؟

۴-۶۳ اهمیت کار موزلی. موارد زیر را درنظر بگیرید:

(الف) کاربرد سادهٔ ایده‌های اتم بور پیشگویی می‌کند که بسامد یك خط طیفی مشخص پرتو X از هر عنصری باید ازاین رابطه به‌دست آید:

$$\nu_{K_\alpha} = \left(\frac{۳cR}{۴}\right)(Z-۱)^۲$$

که Z عدد اتمی است.

(ب) نتایج موزلی (۱۹۱۳) روی نموداری ارائه شد که تغییرات $(\sqrt{\nu/R})$ را برحسب عددی اختیاری که بنابر خواص شیمیایی هرعنصر به‌آن تخصیص داده شده بود و ازعنصری به‌عنصر بعدی یك‌واحد به‌آن اضافه می‌شد، نشان می‌داد. این نمودار به‌شکل خط راستی بودکه محور x را درنقطه‌ای به‌طول ۱ — قطع می‌کرد.

چه‌نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟ آیا می‌توانید برای وجود عدد ۱ — دلیلی ارائه دهید؟ (راهنمایی: پوستهٔ داخلی یك اتم دارای دو الکترون است.)

۵-۶۳ قانون موزلی. این قانون را می‌توان با معادلهٔ زیر بیان کرد:

$$\sqrt{\nu} = a(Z-b)$$

که درآن a و b مقادیری ثابتند. جدول زیر رشته مقادیر λ را برای خط K_α، در پنج عنصر متفاوت نشان می‌دهد:

عنصر	Na	P	Ca	Mn	Zn
Z برحسب واحد عددی	۱۱	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
λ برحسب pm	۱۱۹۱	۶۱۵	۳۳۶	۲۱۰	۱۴۴

(الف) نموداری رسم کنید که در آزمودن اعتبار قانون موزلی به‌شما کمك کند،

(ب) با استفاده از نمودار خود مقادیری برای ثابتهای a و b تعیین کنید، و

(پ) مقداری که برای a به‌دست آورده‌اید درمقایسه با $\sqrt{۳cR/۴}$، مقداری که ازنظریهٔ بور درمورد اتم پیشگویی شد، در چه وضعیتی است؟

مقادیر عددی داده شدهٔ c و R را درمحاسبه به‌کار برید.

[(ب) $a = ۴/۹(۵) \times ۱۰^۷ \text{ Hz}^{\frac{۱}{۲}}$ ، $b = ۰/۹$]

MATH75.IR

***۶۳-۶ قانون براگ.** وقتی که مس را به عنوان هدفی برای یك لامپ پرتو X به کار بریم، یك خط تکفام شدید گسیل می‌شود. از راه به‌دست آوردن یك بازتابش مرتبهٔ اول در 14° از یك بلور ClNa، به‌وسیلهٔ صفحات براگی که فاصله‌گذاری آنها $0/28\,nm$ است، طول موج این خط اندازه‌گیری می‌شود. محاسبه کنید:

(الف) طول موج تابش، و

(ب) کمینهٔ اختلاف پتانسیلی را که می‌توان میان آنود و کاتود لامپ پرتو X به‌کار برد.

(راهنمایی: ر.ك. پرسش ۳۹-۳۲.)

مقادیر عددی داده شدهٔ e، c و h را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $0/14\,nm$ (ب) $9/1\,kV$]

***۶۳-۷ جذب‌نمایی تابش.** آزمایش نشان می‌دهد که وقتی تابش الکترومغناطیسی تك انرژی از یك لایهٔ جذب‌کنندهٔ عنصری به ضخامت δx عبور کند، تغییر شدت، δI، را می‌توان به صورت $\delta I = -\mu I \delta x$ نوشت، که I شدت ورودی به لایه است و μ **ضریب جذب** خوانده می‌شود. شدت گسیلیده توسط یك تیغهٔ جذب‌کننده به ضخامت x که شدت تابش فرودی بر آن I_0 است، چه‌مقدار می‌شود؟ آیا می‌توانید از کمیت $1/\mu$ تعبیری فیزیکی به دست دهید؟ (واحد آن را بررسی کنید.)

***۶۳-۸** ضریب جذب، μ، یك بسامد پرتو X مشخص که از تنگستن ناشی می‌شود، $6/9 \times 10^{-2}\,mm^{-1}$ است وقتی ازجانب آلومینیوم جذب شود، و $4/2\,mm^{-1}$ است وقتی که جذب‌کننده سرب باشد.

(الف) وقتی ازیك تیغهٔ آلومینیوم به‌ضخامت $4/0\,mm$ استفاده کنیم، شدت با چه ضریبی کاهش می‌یابد؟

(ب) به ازای چه ضخامتی از سرب، شدت نصف خواهد شد؟

(راهنمایی: ر.ك. به‌پرسش پیشین.)

[(الف) ٪۷۶ (ب) $0/17\,mm$]

۶۳-۹ م.ب اگر پرتوهای X به طول موج $0/1\,nm$ به‌طور قائم بر یك شبکهٔ پراش نوری فرود آید، در چه زاویه‌هایی می‌توان بیشینه‌های مرتبهٔ اول را یافت؟ آیا می‌توان از روی آنها اطلاعات مفیدی به‌دست آورد؟

اتم

۶۳-۱۰ چرا تامسون روشی را که برای اندازه‌گیری e/m_e به‌کار می‌برد نتوانست برای اندازه‌گیری بار ویژهٔ یونهای مثبت به‌کار برد؟

۶۳-۱۱ سیمهای پرتو مثبت. وقتی که تامسون درلامپ خود نئون را (به‌تنهایی) به‌کار برد، دوسهمی به‌دست آورد که یکی تختتر از دیگری بود.

(الف) کدامیك از نمونه‌های ^{20}Ne و ^{22}Ne سهمی تختتر را تشکیل می‌دهد؟

(ب) چرا هریك ازنمونه‌ها، به‌جای آنکه ردی نقطه‌ای تشکیل دهند، ردی سهمی‌وار می‌سازند؟

(پ) از این واقعیت که یك عنصر واحد دو رد ایجاد می‌کند (براساس اطلاعاتی که تامسون در دست داشت) دو تعبیر مختلف به‌دست دهید.

۶۳-۱۲ چرا جرمهای اتمی و مولکولی را به جای آنکه (مثلاً) با جرم اتمی و مولکولی ^{16}O مقایسه کنیم، با جرم اتمی و مولکولی ^{12}C مقایسه می‌کنیم؟

۶۳-۱۳ ازاین واقعیت که جرم اتمی نسبی کربن معمولاً (به‌طور دقیق) به‌صورت ۱۲/۰۱ بیان می‌شود، چه چیزی استنتاج می‌کنید؟

۶۳-۱۴ گزینشگر تندی یونی. باریکه‌ای از اتمهای کلر یکبار یونیده با سرعتهای متفاوت یك چشمهٔ یونی را ترك می‌گویند، و ازیك شکاف باریك وارد اتاقکی جور کننده می‌شوند. یك میدان عرضی $\mathbf{B}$ به اندازهٔ $0/20\,T$ براین اتاقك اعمال می‌شود. میدان الکتریکی چه‌اندازه باشد تا یونهایی را که با سرعت $0/30\,Mm/s$ حرکت می‌کنند قادر سازد که مسیری خطی را بپیمایند، و از شکافی معین که در وجه مقابل اتاقك ایجاد شده خارج شوند؟ (توجه کنید

MATH75.IR

که این گزینشگر مستقل ازجرم است.)

[۶۰ kV/m]

***۶۳-۱۵ طیف‌سنج جرمی بان‌بریج.** اکنون یونهای پرسش ۶۳-۱۴ از درون اتاقکی منحرف کننده می‌گذرند که در آن میدان مغناطیسی دومی به اندازهٔ ۰/۶۰ T آنها را مجبور می‌کند مسیری نیم‌دایره راکه روی یک‌صفحهٔ عکاسی به‌پایان می‌رسد، طی کنند. محاسبه کنید:

(الف) شعاع مسیر یونهای ^{35}Cl، و

(ب) فاصلهٔ خطی ردهای روی صفحه راکه به وسیلهٔ ^{35}Cl و ^{37}Cl ایجاد می‌شوند. (راهنمایی: قطر یک مسیر را از قطر مسیر دیگر کم نکنید.)

m_u را برابر $1/66 \times 10^{-27}$ kg بگیرید و مقدار عددی داده شدهٔ e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۰/۱۸ m (ب) ۲۱ mm]

***۶۳-۱۶** نشان دهید که برای یک سرعت معلوم، فاصلهٔ ردهای یونهای یکبار باردار شدهٔ صفحهٔ طیف‌سنج جرمی بان‌بریج تنها به‌تفاوت جرم آنها بستگی دارد. این فاصله برای ^{20}Ne و ^{22}Ne که در دستگاه مطرح شده درپرسش پیش به‌کار رفته بودند، چه مقدار می‌شود؟

***۶۳-۱۷ فاصلهٔ ایزوتوپهای اورانیوم.** پروتونها، و یونهای یکبار باردار شدهٔ ^{235}U و ^{238}U به‌ترتیب ازیک گزینشگر سرعت می‌گذرند و وارد اتاقک منحرف کنندهٔ یک‌طیف‌سنج جرمی بان‌بریج می‌شوند. پروتونها مسیری نیم‌دایره به‌شعاع ۱۰ mm را طی می‌کنند. تفاوت میان شعاعهای مسیرهای پیموده شده به‌وسیلهٔ یونهای اورانیوم چه مقدار است؟

[۳۰ mm]

۶۳-۱۸ چرا درآزمایش ماردزن و گایگر، ما با اینکه فرض می‌کنیم الکترونهای مداری طلا روی ذرات α اثری چشمپوشیدنی دارند، این ذرات باید درخلأ حرکت کنند؟

۶۳-۱۹ گایگر و ماردزن ذرات α به‌جرم $6/7 \times 10^{-27}$ kg و سرعت ۲۰ Mm/s را به‌سوی هستهٔ طلای سنگین که در آن $Z = ۷۹$ است، نشانه رفتند.

(الف) این ذرات α تا چه حد می‌توانستند به‌هسته نزدیک شوند؟

(ب) اگر در فواصل کوتاه نیروی ربایشی فعال شود، پاسخ شما چگونه تغییر خواهد یافت؟

(پ) با درنظرداشتن اینکه قطر یک اتم حدود ۰/۱۰ nm است، از بند (الف) چه نتیجهٔ آزمایشی به‌دست می‌آورید؟ فهرستی از فرضهای خود تهیه کنید.

مقادیرعددی داده‌شدهٔ $1/4\pi\varepsilon_0$ و e را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۲۷ fm]

۶۳-۲۰ درآزمایش گایگر و ماردزن، فاصله‌ای راکه ذرهٔ α، درصورت عدم انحراف، با مرکز هسته حفظ کرده و با آن برخورد نمی‌کند، **پارامتر برخورد**، b، می‌خوانند. شعاع اتم طلا تقریباً ۰/۳ nm است. چه نسبتی از ذرات آلفای فرودی بریک اتم دارای پارامتر برخوردی کوچکتر یا مساوی ۳۰ fm (حد بالایی برای شعاع هسته‌ای) است؟ (این عدد معیاری از احتمالی است که یک ذرهٔ α دست‌کم توسط زاویه‌ای مشخص به‌عقب پراکنده می‌شود.)

[$1/0 \times 10^{-8}$]

۶۳-۲۱ مدلهای اتمی. درچه نوع شرایط فیزیکی مدلهای اتمی زیر را به‌عنوان رضایتبخشترین توضیح درنظرمی‌گیرید:

(الف) یک کرهٔ کشسان،

(ب) کره‌ای با الکترونهای جداشدنی،

(پ) یک هستهٔ غیرقابل نفوذ که به‌وسیلهٔ الکترونهایی با سطوح انرژی معین محصور شده است، و

(ت) مانند مورد (ب)، ولی باهسته‌ای که ساختار مشخصی داشته باشد.

۶۳-۲۲ مدلهای اتمی ما تا چه اندازه می‌توانند بازنمای واقعیت باشند؟

۶۳-۲۳ چرا شعاع مؤثر یک اتم هلیوم کمتر ازشعاع مؤثر یک اتم ئیدروژن است؟

۶۳-۲۴ چرا دریک جرم معلوم از هر عنصر سبک (مانند

MATH75.IR

کربون) تقریباً نصف تعداد الکترونی وجود دارد که در اتم ئیدروژن موجود است؟

۲۵-۶۳ آزمایش فرانك و هرتز. در آزمایش اصلی، الکترونها از درون بخار جیوهٔ یك لامپ گازی می‌گذرند. در این آزمایش مشاهده می‌شود که نمودار جریان آنود برحسب اختلاف پتانسیل میان شبکه و کاتود تناوبی منظم را نشان می‌دهد که در آن همهٔ قله‌ها به فاصلهٔ ۴/۸۶ V از یکدیگر قرار دارند.

(الف) پایینترین انرژی برانگیختگی برای جیوه چقدر است؟

(ب) طول موج تابش گسیل شده به‌وسیلهٔ اتمهایی که به حالت پایهٔ خود برمی‌گردند، چه مقدار است؟

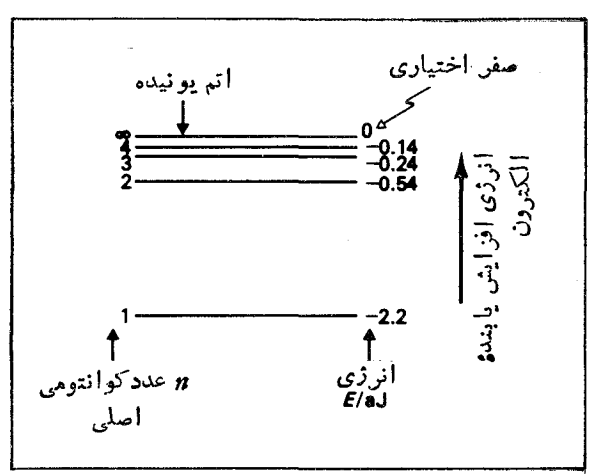
(پ) چگونه این دستگاه را میزان می‌کنید تا بتوان این تابش را آشکارسازی کرد؟ (لامپ گازی معمولاً سرپوشی شیشه‌ای دارد.)

(ت) جیوه دارای پتانسیل برانگیختگی دیگری در ۶/۷ V است. چرا این یکی در روی نمودار نشان داده نمی‌شود؟

(ث) تأثیر برخورد کشسان یك الکترون با یك اتم جیوه، روی انرژی جنبشی الکترون چیست؟

مقادیر عددی داده شدهٔ c، h و e را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۰/۷۷ (۸) aJ (ب) ۲۵۵ nm]



شکل مربوط به پرسش ۲۶-۶۳

۲۶-۶۳ طیف ئیدروژن اتمی. به‌شکل توجه کنید.

(الف) بلندترین و کوتاهترین طول‌موجهایی که درضمن گذار از میان این دو حالت تولید می‌شوند چه مقدارند؟

(ب) کدام گذار نزدیکترین طول موج را به‌طول موج خطوط D سدیوم ایجاد خواهد کرد؟

(پ) چند خط طیفی متفاوت براثر گذار میان چهار حالت پایینی تولید می‌شوند؟

مقادیر عددی داده شدهٔ c و h را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) ۲/۰ μm ، ۹۰ nm]

۲۷-۶۳ انرژیهای یونش پتاسیوم و نئون به‌ترتیب ۰/۷a] و ۳/۵ aJ هستند. این ارقام درمورد فعالیتهای شیمیایی این عناصر مبین چه چیزی هستند؟

۲۸-۶۳ گرمای مولی احتراق ذغال در حدود ۰/۴ MJ/mol است. چه مقدار انرژی به‌اکسایش هر اتم کربون وابسته است؟

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را در محاسبه به‌کار برید.

[۰/۷a]]

۲۹-۶۳ م.ب کمینهٔ طول‌موج یك تابش الکترومغناطیسی که بتوان آن را برای یونیدن یك اتم ئیدروژن به‌کار برد چه مقدار است؟ فرضهای خود را به‌دقت توضیح دهید.

۳۰-۶۳ م.ب جرم یك پوست تخم مرغ پراز هسته‌های اتمی، بدون الکترونهای مداریشان چه مقدار است؟

۳۱-۶۳ م.ب یك ذرهٔ α در برخورد کشسان خود با یك هستهٔ اتم طلا، چه کسری از انرژی جنبشی خود را ازدست می‌دهد؟

اتم بور

فرضیهٔ بور به‌دستیابی او به مقدار زیر برای انرژی کل، E، اتم ئیدروژن منجر شد:

$$E=\left(-\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right)\frac{1}{n^2}$$

MATH75.IR

$n=۱, ۲, ۳, \ldots$، و **عدد کوانتومی اصلی** خوانده می‌شود.
این نتیجه برای پرسشهای زیر مفید واقع خواهد شد.

۳۲-۶۳ مفهوم فیزیکی علامت منفی درمعادلهٔ بالا چیست؟

***۳۳-۶۳** با درنظرگرفتن رابطهٔ $\Delta E=h\nu$، نشان دهید که ثابت پلانك، h، دارای همان واحد اندازه حرکت زاویه‌ای است.

***۳۴-۶۳** نشان دهیدکه اگر، دریك الکترون مداری در مدل اتمی ئیدروژن بود، هریك از کمیتهای انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل، سرعت، بسامد چرخشی، اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای، یاشعاع مداری آن کوانتیده باشد، پس همهٔ کمیتهای دیگرهم بایدکوانتیده باشند. (بود صرفاً بحث پیرامون اندازه حرکت زاویه‌ای را انتخاب‌کرد.)

***۳۵-۶۳** وقتی یك الکترون از $n=n_۲$ به $n=n_۱$ $(n_۲>n_۱)$ گذر می‌کند، تغییر انرژی را محاسبه کنید. بدینسان رابطه‌ای کلی برای بسامد تابش گسیلیده، به‌شکل زیر استنتاج کنید:

$$\nu=cR_{\mathrm{H}}\left(\frac{۱}{n_۱^۲}-\frac{۱}{n_۲^۲}\right)$$

با استفاده از مقادیر دانستهٔ m_e، e، c، $\varepsilon_۰$ و h، ثابت ریدبرگ (R_{H}) را تا دو رقم معنی‌دار ارزیابی کنید.

$$\left[۱/۱\times ۱۰^۷\,\frac{۱}{\mathrm{m}}\right]$$

***۳۶-۶۳** با ترکیب معادلات: (الف) $\mathbf{F}=m\mathbf{a}$، و (ب) $L=h/۲\pi$، اندازه حرکت زاویه‌ای (برای حالت پایه)، شعاع حالت پایه، $a_۰$، را برحسب h، m_e و e بیان کنید. با استفاده از مقادیر دانستهٔ این ثابتها، $a_۰$ را محاسبه کنید.

[۵۳ pm]

***۳۷-۶۳** انرژی یونش را برای ئیدروژن اتمی، که عبارت است از انرژی لازم برای بردن یك الکترون از حالت پایهٔ آن $(n=۱)$ به‌جایی که دیگر پیوندی با هسته نداشته باشد $(n=\infty)$، محاسبه کنید. پاسخ خود را در مقایسه با مقدار به‌دست آمده ازپتانسیل یونش اندازه‌گیری شده (۱۳/۶ V) بررسی کنید.
مقادیر عددی‌داده شدهٔ m_e، e، $\varepsilon_۰$ و h را درمحاسبه به‌کار برید.

[۲/۲a]]

***۳۸-۶۳ یونش بر اثر برخورد.** الکترون اتم ئیدروژن مدل بور را که درآن شعاع مداری ۵۳ pm است، درنظر بگیرید. محاسبه کنید:
(الف) انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل الکتروستاتیك، و در نتیجه انرژی کل، E_{tot}، این الکترون را.
(ب) کمینهٔ انرژیی که باید به‌آن داده شود تا بتوان آن را از پروتون جداکرد.
(پ) کمینهٔ اختلاف پتانسیلی که بتوان به‌وسیلهٔ آن یك الکترون دیگر را چنان شتاب دادکه برخورد ناکشسان آن با الکترون بالا سبب یونش شود.
مقادیرعددی داده شدهٔ e، $۱/۴\pi\varepsilon_۰$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[۱۴ V (پ)]

***۳۹-۶۳** از نظریهٔ بور رابطهٔ زیررا به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{\lambda}=\left(۱/۱۰\times ۱۰^۷\,\frac{۱}{\mathrm{m}}\right)\left(\frac{۱}{n_۱^۲}-\frac{۱}{n_۲^۲}\right)$$

با استفاده ازاین نتیجه، طول موجهای مربوط به‌عبور الکترون از $n_۲=\infty$ به: (الف) $n_۱=۱$، (ب) $n_۱=۲$، و (پ) $n_۱=۳$ را بیابید. پاسخهای خود را برحسب μm بنویسید. این گذارها به‌ترتیب به **حدود رشته‌های لیمن، بالمر و پاشن** مربوط می‌شوند. در کدام سراین رشته‌ها یك حد به‌وجود می‌آید-طول موج بلند یا طول موج کوتاه؟ پارهٔ متناظر آن را روی طیف الکترومغناطیسی نام ببرید.
۰/۳۶ μm (ب) ۰/۰۹۱ μm (الف)]
[۰/۸۲ μm (پ)

MATH75.IR

ترازمندی جرم-انرژی

۴۰-۶۳ جسمی درنزدیکی سطح زمین، از ارتفاع قائم ۶/۰ m فرو می‌افتد. تغییر جزئی جرم آن چه مقداراست؟ (از رابطهٔ $E = mc^2$ استفاده کنید.)
مقادیر عددی داده شدهٔ $\mathbf{c}$ و g_0 را در محاسبه به‌کار برید.

[$۶/۵ \times ۱۰^{-۱۶}$]

***۴۱-۶۳** در گسیل تابش الکترومغناطیسی، ممکن است یك پوزیترون ویك الکترون در برخوردی‌که از این تابش نتیجه می‌شود، نابود شوند. اگر قرار باشد انرژی واندازه حرکت خطی پایسته باشند، چند کوانتوم باید تولید شود؟

***۴۲-۶۳** کمینهٔ انرژی لازم برای تولید یك زوج الکترون-پوزیترون را به وسیلهٔ یك پرتو γ محاسبه‌کنید. طول موج چنین پرتوی چه مقدار می‌شود؟ کمینهٔ انرژی برای تولید یك زوج پروتون-پادپروتون چه مقدارمی‌شود؟ (توجه داشته باشید که مقدار حقیقی آستانه برای تولید زوج پروتون به خاطر مسئلهٔ بقای اندازه حرکت، اساساً بیشتر است.)
مقادیر عددی داده شدهٔ h، m_e، $\mathbf{c}$ و m_p را در محاسبه به کار برید.

[۰/۳۰ nJ ، ۱/۲ pm ، ۰/۱۶ pJ]

***۴۳-۶۳ تولید زوج.** یك پرتو γ به بسامد $۲/۶ \times ۱۰^{۲۰}$ Hz به‌یك هستهٔ سنگین نزدیك ودستخوش تولید زوج می‌شود، یعنی به‌یك الکترون و یك پوزیترون تبدیل می‌شود. هسته انرژی جنبشیی کسب می‌کندکه چشم‌پوشیدنی است، و این دو ذرهٔ β با سرعت یکسانی آغاز به‌حرکت می‌کنند (موردی ویژه). با روشهای نانسبیتی محاسبه‌کنید:
(الف) اندازه حرکت خطی فوتون پرتو γ،
(ب) سرعت دو ذرهٔ β، و
(پ) بیشینهٔ اندازه حرکت خطیی راکه یك زوج ذرهٔ β می‌تواند داشته باشد.
درمورد بندهای (الف) و (پ) نظردهید. (بایدتوجه داشت که به خاطر وجود چنین سرعتهای زیادی، روشهای نیمه کلاسیك نتایجی به‌دست می‌دهند که با نتایج حاصل از روشهای نسبیتی بسیار متفاوتند.)
مقادیر عددی داده شدهٔ m_β، h و $\mathbf{c}$ را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $۵/۷ \times ۱۰^{-۲۲}$ Ns (پ) $۱/۷ \times ۱۰^{-۲۲}$ Ns]

***۴۴-۶۳ انرژی بستگی اتمی.** جرم اتم ئیدروژن $۱/۶۷ \times ۱۰^{-۲۷}$ kg و انرژی یونش آن ۲/۲ aJ است. محاسبه‌کنید:
(الف) انرژی بستگی سیستم الکترون/پروتون را،
(ب) کاهش جرم را آنگاه‌که اتم از ذرات سازای خود تشکیل می‌شود، و
(پ) کاهش جرم نسبی را.
جرم پروتون، الکترون، و اتم ئیدروژن را با چه دقتی می‌توان اندازه‌گیری کرد؟ آیا این کاهش جرم قابل آشکار سازی است؟
مقدار عددی داده شدهٔ $\mathbf{c}$ را درمحاسبه به‌کار برید.

[(پ) $۱/۵ \times ۱۰^{-۸}$]

***۴۵-۶۳ کاستی جرم.** فرض‌کنید **کاستی جرم** یك هسته را به‌صورت تفاوت میان مجموع جرمهای نوکلئونهای تشکیل دهندهٔ هسته، و مقدار اندازه‌گیری شدهٔ جرم هسته، تعریف کنیم. جرم اتمی نسبی اتم ئیدروژن ۱/۰۰۷۸۲، جرم اتمی نسبی نوترون ۱/۰۰۸۶۶ و جرم اتمی نسبی اتم دوتریوم ۲/۰۱۴۱۰ است. محاسبه‌کنید:
(الف) کاستی جرم دوتریوم،
(ب) انرژی بستگی آن، و
(پ) انرژی بستگی آن درهر نوکلئون را.
پاسخ شما به‌بند (پ) در مقایسه با مقدار متناظرش برای آهن (تقریباً ۱/۴ pJ درهر نوکلئون) چه حالتی دارد؟ نظر دهید.
مقدار m_u را برابر $۱/۶ \times ۱۰^{-۲۷}$ kg بگیرید و مقدار عددی داده شدهٔ $\mathbf{c}$ را در محاسبه به‌کار برید.

[(پ) نوکلئون/۰/۱۸ pJ]

MATH75.IR

***۶۳-۴۶ انرژی بستگی هسته‌ای.** جرم‌اتمی نسبی‌اکسیژن ۱۶، برابر ۱۵/۹۹۵ است. مقدار این کمیت برای ئیدروژن ۱/۰۰۷۸ و برای نوترون ۱/۰۰۸۷ است.

(الف) برحسب واحدهای‌یکسان‌جرم اتمی، جرم ۸ اتم ئیدروژن را به‌علاوهٔ ۸ نوترون، محاسبه‌کنید، و همه را در حال سکون درفاصله‌ای نامتناهی فرض‌کنید.

(ب) وقتی‌که این ذرات باهم جمع شوند واتم اکسیژن را بسازند، کاستی جرم آنها چه مقدار می‌شود؟

(پ) این مقدار چه‌کسری از جرم اتم اکسیژن است؟ آیا می‌توان‌آن را بایك طیف سنج جرمی باحساسیت 10^{5}، آشکار سازی‌کرد؟

(ت) میانگین انرژی بستگی را در هر نوکلئون هستهٔ اکسیژن محاسبه‌کنید.

فرض‌کنید $m_u = 1/66 \times 10^{-27}\,kg$ و مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[(ت) 1/3 pJ]

۶۳-۴۷ واکنش زنجیره‌ای. فرض‌کنید نوترونی به‌یك هستهٔ اورانیوم برخوردکند و فرایند همجوشی حاصل، دو نوترون دیگر را آزادکند. حال‌فرض‌کنیدکه این دونیزهمان کار را انجام‌دهند. اگریك مول (6×10^{23} اتم) اورانیوم دستخوش همجوشی می‌شدند، این زنجیره چند پیوند می‌داشت؟

[۷۹]

***۶۳-۴۸ انرژی حاصل از همجوشی هسته‌ای.** واکنشی را درنظربگیریدکه زبان نمادی بازنمایاندن‌آن چنین باشد:

$$^{3}H(^{2}H, n)\,^{4}He$$

(الف) با استفاده از جرمهای اتمی نسبی‌که سیاههٔ آنها در زیر می‌آید، انرژی رها شدهٔ ناشی از همجوشیدن یك هستهٔ تریتیوم ویك هستهٔ دوتریوم را بیابید:

$^{3}H = 3/0160$ $\quad$ $^{4}He = 4/0026$

$^{2}H = 2/0141$ $\quad$ $n = 1/0087$

(ب) از همجوشی حدود ۲ گرم دوتریوم با ۳ گرم تریتیوم، چه‌مقدار انرژی به‌دست می‌آید؟

مقادیرعددی داده‌شدهٔ N_A، c، $m_u = 1/66 \times 10^{-27}\,kg$ را درمحاسبه به‌کاربرید.

[(الف) 2/8 pJ (ب) 1/7 TJ]

***۶۳-۴۹ واکنش گرمایونی** واکنشی است که از برخوردهای پرانرژی هسته‌ها درگازی بادمای بسیار بالا ناشی می‌شود. میانگین انرژی انتقالی این ذرات درچه دمایی به 0/2 fJ می‌رسد، و در نتیجه انجام واکنش را ممکن می‌سازد؟ (کسرمشخصی از این ذرات انرژیهای بسیار بالاتر از انرژی میانگین دارند.)

مقدار عددی داده شدهٔ k را در محاسبه به کار برید.

[10^{7} K]

***۶۳-۵۰ م.ب** درواکنشهای شیمیایی تغییر انرژی بستگی در هر اتم تقریباً 1 aJ است. تغییری متناظر را در جرم‌کل یك سیستم نوعی به جرم 0/2 kg برآوردکنید. آیا فکر می‌کنید این تغییر قابل آشکار سازی است؟ (در یك واکنش هسته‌ای ممکن است تغییر انرژی بستگی در هر ذره دارای مرتبهٔ بزرگی 10^{6} باشد.)

***۶۳-۵۱ م.ب انرژی اتمی.** با استفاده از مرجع یا محاسبه، تعیین‌کنیدکه در هر یك از واکنشهای زیر از هر مولکول چه مقدار انرژی (J) به‌دست می‌آید:

(الف) شکافت اورانیوم ۲۳۵،

(ب) همجوشی تریتیوم و دوتریوم،

(پ) اکسایش‌کربون به CO_2، و

(ت) ریزش آبشاری به‌ارتفاع 100 m.

نتایج بررسیهای خود را با یکدیگر مقایسه‌کنید. چه مقدار انرژی ازیك مول اورانیوم ۲۳۵ به‌دست می‌آید؟

MATH75.IR

۶۴ رادیواکتیویته (پرتوزایی)

پرسشهایی برای بحث

۶۴-۱ از دیدگاه انرژی توضیح دهید که چرا تغییرات جزئی دما، برآهنگ یك واکنش شیمیایی تأثیر چشمگیری دارد، اما بر واکنش هسته‌ای اصلاً تأثیری ندارد.

۶۴-۲ جنبهٔ مشخص بیشتر ساعتها انتظام کامل فرایندی تناوبی‌است. جنبهٔ مشخص واپاشی پرتوزا این‌است که کاملاً کتره‌ای است. پس چگونه می‌توان برای اندازه‌گیری زمان از پرتوزایی استفاده کرد.

۶۴-۳ این واقعیت که ذرات α ی گسیلیده عموماً تکفامند (یعنی، انرژیهای آنها یك خط طیف دارند) به این معنی است که گسیل آنها وابسته به‌یك تغییر انرژی گسسته است. ذرات β با یك طیف پیوستهٔ انرژی گسیل می‌شوند. آیا می‌توان نتیجه گرفت که انرژی هسته می‌تواند با مقادیر ناکوانتیده تغییر کند؟

۶۴-۴ آیا این‌نکته که الکترونها سازاهای هسته‌ها نیستند، یك پیشگویی نظری است؟ چگونه می‌توان این مطلب را با پدیدهٔ مشاهده شدهٔ واپاشی β سازگار کرد؟

۶۴-۵ چگونه می‌توان سرعت، و در نتیجه انرژی جنبشی ذرهٔ α را اندازه‌گیری کرد؟

۶۴-۶ یك گسیلندهٔ پرتوزا به‌طور همزمان دوتابش با گستره‌های اساساً متفاوت، بیرون می‌دهد. یك لامپ G.M. را چنان سوار می‌کنیم که تابش را ازطریق یك جذب‌کننده دریافت کند. نموداری ازسرعت‌سنج (آهنگ شمارش) را برحسب (ضخامت جذب‌کننده) ترسیم کنید.

۶۴-۷ نمایشهای نمادین تبدیلهای هسته‌ای زیر را کامل کنید:

(الف) $^{9}_{4}\mathrm{Be}(\alpha, \mathrm{n})\ldots$

(ب) $^{13}_{6}\mathrm{C}(\mathrm{p}, \gamma)\ldots$

(پ) $^{15}_{7}\mathrm{N}(\mathrm{p}, \ldots)^{12}_{6}\mathrm{C}$

۶۴-۸ دوطرح متفاوت ارائه دهید که ازطریق آنها $^{214}_{83}\mathrm{Bi}$ بتواند به $^{210}_{84}\mathrm{Po}$ فرو پاشد. دراین‌مورد که آیا فکر می‌کنید هر دو مد فروپاشی عملاً می‌توانند اتفاق بیفتند یا خیر، بحث کنید.

۶۴-۹ طرحی از یك فروپاشی ارائه دهید که درطی آن $^{214}_{84}\mathrm{Po}$ بتواند سه ذره گسیل کند و درنتیجه به ایزوتوپ خود تبدیل شود.

۶۴-۱۰ یك مانستگی با فروپاشی هسته‌ای. ۱۰۲۴ نفر را دو یك میدان در نظر بگیرید. هر ks (تقریباً ۱۷ دقیقه) یکبار سکه‌ای به‌بالا می‌اندازند، و آنها که شیر می‌آورند، ازمیدان بیرون می‌روند.

(الف) نموداری نقطه‌ای ترسیم کنید که در ۱۰ ks اول N، تعداد نفراتی را که در میدان باقی مانده‌اند، برحسب زمان نشان دهند، با یك منحنی هموار (به‌طور خیالی) نقاط را به‌یکدیگر وصل کنید.

(ب) آیا می‌توانید بگویید که چه موقع: (*i*) شخص معینی میدان را ترك می‌کند، و (*ii*) آخرین نفر میدان را ترك می‌کند؟

(پ) نیمه‌عمر این فرایند چه مقدار است؟

۶۴-۱۱ پرسش **۶۴-۱۰** را تکرار کنید، و نمودار خود را روی محورهای مختصات یکسان، چنان رسم کنید که انداختن سکه، در هر ۴ ks (تقریباً یك‌ساعت) یکبار اتفاق بیفتد. این نمودارها را به‌دقت باهم مقایسه کنید.

۶۴-۱۲ λ، ثابت واپاشی یك ماده چگونه به‌این احتمال بستگی دارد که یك هستهٔ معین ازآن تجزیه خواهد شد؟

MATH75.IR

۱۳-۶۴ نیمه‌عمر رادیوم ۲۲۶، تقریباً یک میلیونیم سن زمین است. پس صخره‌ها چگونه می‌توانند حاوی مقادیر چشمگیری رادیوم باشند؟

۱۴-۶۴ تحت شرایط ترازمندی پرتوزا، نسبت جرم رادیوم ۲۲۶ به اورانیوم ۲۳۸ همیشه برابر $۳/۳ \times ۱۰^{-۷}$: ۱ است. نظر دهید که این واقعیت را چگونه می‌توان برای اندازه‌گیری نیمه‌عمر اورانیوم ($c.\ ۱۰^{۱۷}$ s) به‌کار برد.

مسئله‌های کمّی

فعالیت و واپاشی

۱۵-۶۴† نیمه‌عمر کریپتون ۹۲، مساوی ۳/۰۰ s است. فرض کنید که $۵/۱۲ \times ۱۰^{۲۰}$ اتم (درست کمی کمتر از یک هزارم یک مول) داشته باشیم.

(الف) پس از فاصله‌های زمانی زیر چند اتم فرونپاشیده خواهیم داشت: (*i*) ۳/۰۰ s، (*ii*) ۶/۰۰ s، (*iii*) ۱۲/۰۰ s، و (*iv*) یک دقیقه؟ پاسخهای شما تا چه حد دقت دارند؟

(ب) چه مدت طول می‌کشد تا فعالیت به $۲^{-۴۰}$ برابر مقدار پیشین آن برسد؟ ($۲^{-۴۰}$ را به‌صورت کسری با توان ۱۰ بنویسید.)

[(الف) (*iii*) $۳/۲ \times ۱۰^{۱۹}$ (ب) ۱۲۰ s]

۱۶-۶۴† (الف) ثابت واپاشی رادیوم ۲۲۶، با نیمه‌عمر ۵۱ Gs، چه‌مقدار است؟

(ب) نیمه‌عمر ماده‌ای با ثابت واپاشی $۶/۹ \times ۱۰^{-۴}$ 1/s، چه مقدار است؟

[(الف) $۱/۴ \times ۱۰^{-۱۱}$ 1/s (ب) ۱/۰ ks]

۱۷-۶۴ در یک نمونهٔ بزرگ مادهٔ پرتوزا، هستهٔ مشخصی وجود دارد که ویژگی آن معلوم شده است. در خلال مدت زمان مشاهده، $۳T_{۱/۲}$، تجزیه نشده است. این امکان تا چه حد وجود دارد که این هسته در فاصله‌های زمانی بعدی: (الف) $T_{۱/۲}$، و (ب) $۳T_{۱/۲}$ فرو پاشد؟

[(ب) ۰/۸۷۵]

۱۸-۶۴ ردیاب رادیو ایزوتوپ. ید ۱۳۱، رادیوایزوتوپی است که در آن $\lambda = ۱/۰ \times ۱۰^{-۶}$ 1/s، و در نمونهٔ ید مشخصی که نسبت آن به‌صورت ۱ اتم ^{۱۳۱}I به $۱۰^{۷}$ اتم ^{۱۲۷}I است، وجود دارد. ید ۱۲۷ پایدار است.

(الف) فعالیت ۰/۱۰ mg از این نمونه چیست؟

(ب) آشکارسازی از هر ۵۰۰ تجزیه به یکی پاسخ می‌دهد. آهنگ شمارش آن آشکارساز چه مقدار است؟

(به حساسیت زیاد این روش ردیابی رفتار ید توجه کنید: ۱ در $۱۰^{۷}$ تمرکز بسیار اندکی است.)

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را در محاسبه به‌کار برید.

[(الف) $۴/۷ \times ۱۰^{۴}$ Bq (ب) ۹۵/s]

۱۹-۶۴ فعالیت رادونی که با ۱/۰ g رادیوم ۲۲۶ در حال ترازمندی باشد، چه‌مقدار است؟ ثابت فروپاشی رادیوم $۱/۴ \times ۱۰^{-۱۱}$ 1/s است. (تاهمین اواخر اندازهٔ این فعالیت غالباً به‌عنوان واحدی به‌نام **کوری** به‌کار می‌رفت.)

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را در محاسبه به‌کار برید.

[$۳/۷ \times ۱۰^{۱۰}$ Bq]

۲۰-۶۴ نیمه عمر استرونتیوم ۹۰ یک چشمهٔ β ی آزمایشگاهی نوعی، ۲۸ سال است. چه جرمی از ^{۹۰}Sr فعالیتی برابر $۳/۷ \times ۱۰^{۴}$ Bq خواهد داشت؟ (این فعالیت قبلاً **میکروکوری** نامیده می‌شد، ولی این اصطلاح اکنون منسوخ شده است.)

مقدار عددی داده شده N_A را در محاسبه به‌کار برید.

[$۷/۱ \times ۱۰^{-۱۲}$ kg]

۲۱-۶۴ تصحیح آهنگ شمارش زمینه. در لحظهٔ $t = ۰$، آهنگ شمارش یک آشکارساز شمارشی برابر ۸۲ شمارش در ثانیه دارد. پس از گذشت ۲۱۰ s آهنگ شمارش به ۱۹ شمارش در ثانیه افت می‌کند. وقتی که نمونهٔ برداشته را خارج کردند، آهنگ متوسط شمارش زمینه به ۱۰/s رسید. نیمه‌عمر مادهٔ مورد بررسی چه مقدار است؟

[۷۰ s]

MATH75.IR

۲۲-۶۴ رادون ۲۲۲ گازی تك اتمی و پرتوزا با ثابت فروپاشی $2/1 \times 10^{-6}\ 1/s$ است. آهنگ نهایی تجزیهٔ $1/0\ mm^3$ گـاز رادون خالص در فشار-دمای متعارفـی چه مقدار است؟

مقادیر عددی داده شدهٔ v_m و N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

[$5/6 \times 10^{10}$ Bq]

۲۳-۶۴ نیمه‌عمر اورانیوم۲۳۸، $1/42 \times 10^{17}$ s است. محاسبه کنید:

(الف) تعداد اتمها را در 1/00 mg،

(ب) ثابت فروپاشی، λ، را، و

(پ) **فعالیت** آن، میانگین تعداد تجزیه‌هایی کـه در هر ثانیه در 1/00 mg انجام می‌گیرد.

پس از گذشت زمانهای زیـر، این فعالیت چگونـه تغییر خواهدکرد: (*i*) یك روز، و (*ii*) 10^6 سال؟

مقدار عددی داده شده N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

[(پ) 12/3 Bq]

۲۴-۶۴ نیمه عمر ماده‌ای کـه فعالیت آن در مدت زمان 0/10 Gs (تقریباً ۳ سال) 1/0% کاهش می‌یابد چه مدت است؟ (اگر درپاسخ خود تقریبهایی توجیه‌پذیر به‌کارمی‌برید، مفهوم فیزیکی آنها را نیز بیان‌کنید.)

[6/9 Gs]

۲۵-۶۴ اندازه‌گیری $T_{1/2}$ از روی نمودار زمان سنجی. در جدول زیر، A، تغییرات نسبت بـه‌زمـان فعالیت یك نمونهٔ رادون ۲۲۰ را نشان می‌دهد:

A برحسب واحداختیاری	۱۵۰	۷۰	۳۳	۱۵
t زمان برحسب s	۰	۶۰	۱۲۰	۱۸۰

(الف) نمودار $\ln A$ را برحسب t رسم کنید.

(ب) شیب نمودار خود را اندازه‌گیری کنید و از روی آن λ و درنتیجه $T_{1/2}$ را به‌دست آورید.

[(ب) 5(5) s]

***۲۶-۶۴ عمرسنجی زمین‌شناختی.** یك نمونه سنگ مشخص، شامـل ^{206}Pb و ^{238}U به نسبت (وزنی) 1/0 به 5/0 است. نیمه‌عمر اورانیوم $1/4 \times 10^{17}$ s است. محاسبه کنید:

(الف) تعداد اتمهای ^{206}Pb و ^{238}U را دریك نمونه که (مثلاً) شامل 1/0 g از ^{238}U باشد.

(ب) تعداد اولیهٔ اتمهای ^{238}U دراین نمونه، و

(پ) عمـر آن سنگ را، بـا استفـاده از رابـطـهٔ $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

لازم است که چند فرض را، با توضیح روشن‌جزئیات آنها، در نظر بگیرید.

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

[(الف) $2/5 \times 10^{21}$ (U)، $5/8 \times 10^{20}$ (Pb)

(ب) $3/1 \times 10^{21}$

(پ) $4/2 \times 10^{16}$ s = $1/3 \times 10^9$ سال]

***۲۷-۶۴ تعادل مادر-دختر.** وقتی اورانیـوم ۲۳۸ فـرو-می‌پـاشد، رادیـوم ۲۲۶ یکی از رشته تولیدات ناشی از تجزیـه است. یك نمونـه سنگ مشخص، شامل N_0 اتـم اورانیوم، با ثابت فروپاشی λ_0، و N اتـم رادیوم، با ثابت فروپاشی λ، است.

(الف) در حالت تعادل، آهنگ فرایندهای زیر چگونه است:

(*i*) اتمهای اورانیوم فرو می‌پـاشند، و اتمهای رادیوم تشکیل می‌شوند، و

(*ii*) اتمهای رادیوم فرومی‌پاشند.

(ب) نسبت N/N_0 را به‌ترتیب برحسب نیمه‌عمرهای $T_{0,1/2}$ و $T_{1/2}$ بیان کنید.

(پ) نمونهٔ سنگ دارای $1/0 \times 10^{23}$ هستهٔ اورانیوم است. چند هستهٔ رادیوم در آن وجود دارد؟

($T_{1/2} = 51$ Gs و $T_{0,1/2} = 1/4 \times 10^{17}$ s)

(ت) این مقدار اورانیوم چه جرمی دارد؟

مقدار عددی داده شدهٔ N_A را درمحاسبه به‌کار برید.

MATH75.IR

[(پ) $۳/۶ \times ۱۰^{۱۶}$ (ت) $۱/۴ \times ۱۰^{-۸}$ kg]

۲۸-۶۴* نیمه‌عمرمتوسط یا میانگین، T_{av}. نیمه‌عمرمتوسط از رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$T_{av} = \frac{\text{مجموع نیمه عمرهای عناصر تشکیل دهنده}}{N_0} = \frac{T_{tot}}{N_0}$$

(الف) T_{tot} را چنین درنظر بگیرید:

$$T_{tot} = \int_{t=0}^{t=\infty} t \cdot dN$$

و نشان دهید: $T_{av} = ۱/\lambda$.

(ب) نمودار N را برحسب t رسم کنید و با استفاده از آن تفاوت میان $T_{۱/۲}$ و T_{av} را نشان دهید.

(پ) T_{av} را برای رادیوم، که در آن $T_{۱/۲} = ۵۱$ Gs، محاسبه کنید.

[(پ) ۷۴ Gs]

انرژی

۲۹-۶۴ انرژی موردنیاز برای آفریدن یك زوج یون. یك ذرهٔ α که با انرژی جنبشی ۰/۶۷ pJ گسیل می‌شود، در هوا ۲۶ mm برد دارد. تحلیل مسیر آن در یك اتاقك یونش نشان می‌دهد که برخوردها به‌طورمتوسط $۵/۰ \times ۱۰^{۳}$ زوج یون در هر mm مسیر به‌وجود آورده‌اند. چه مقدار انرژی لازم است تا یك زوج یون درهوا به‌وجود آید.

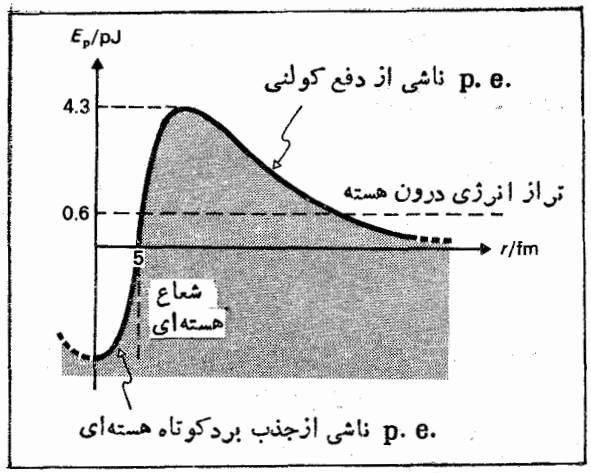
[۵/۲ aJ]

۳۰-۶۴ دز تابش. دز تابش را برحسب **رونتگن** بیان می‌کنند، که عبارت است از دز دریافت شده به‌وسیلهٔ $۱/۰ \times ۱۰^{-۶}$ $m^۳$ هوا با فشار-دمای متعارف که در آن $۲/۱ \times ۱۰^{۹}$ زوج یون به‌وجود آید. چگالی هوا درفشار-دمای متعارف ۱/۳ $kg/m^۳$، و انرژی لازم برای تولید یك زوج یون، ۵/۱ aJ است.

(الف) رونتگن را برحسب واحد دز در SI، J/kg، که **گری** خوانده می‌شود، بیان کنید. (پاسخ شما دقیقاً برابر مقدار پذیرفته شده نخواهد بود.)

(ب) آهنگ دز مجاز برای انسان یك میلی رونتگن در هفته است. آن را برحسب Gy/s بیان کنید.

[(الف) ۸/۲ mGy (ب) ۱۴ pGy/s]



شکل مربوط به‌پرسش ۶۴-۳۱

۳۱-۶۴ گسیل α از اورانیوم ۲۳۸. به شکل توجه کنید، که تغییرات انرژی پتانسیل، E_p، یك ذرهٔ α را بر حسب فاصلهٔ، r، آن ازهستهٔ توریوم ۲۳۴، نشان می‌دهد.

(الف) شکل منحنی را توضیح دهید. مثلاً، انرژی پتانسیل صفر چگونه تعریف می‌شود؟

(ب) درفیزیك کلاسیك، کمینهٔ انرژی لازم برای آنکه یك ذرهٔ α از هسته بگریزد، چه مقدار است؟ انرژی جنبشی آن پس از گریز به‌چه مقداری می‌رسد؟

(پ) بنا بر اصول مکانیك موجی، شانس گریز یك ذرهٔ α، یك به $۱۰^{۳۸}$ است. سرعت آن پس از گسیل چه مقدار خواهد بود؟

(ت) سرعت یك ذره، درون هسته تقریباً ۲۰ Mm/s است. این ذره درهرثانیه چند برخورد با «دیواره» خواهد داشت؟

(ث) به‌طور متوسط، چه مدت طول می‌کشد تا چنین ذرهٔ آلفایی ازهسته بگریزد؟ اهمیت مفهوم کلماتی را که باحروف ایرانیك نوشته‌اند، توضیح دهید.

مقدار m_α را برابر $۶/۷ \times ۱۰^{-۲۷}$ kg بگیرید، و پاسخ خود به‌بند (ث) را با نیمه‌عمر اورانیوم، که $۴/۵ \times ۱۰^{۹}$

MATH75.IR

سال است، مقایسه کنید.

[۱ × ۱۰^۱۷ s (ث) ۱(۳) Mm/s (پ)]

متفرقه

۳۲-۶۴† برد ذرات β. می‌توان برد ذرات β را، که دارای انرژی ۰/۲ pJ باشند، به‌طور کلی به‌صورت ۶ kg/m² بیان کرد. (یعنی این ذرات را ضخامتی باچگالی (ویژه‌ای) ۶ kg/m² متوقف می‌کند.) ضخامتهای تقریبی ضروری را برای اینکه در توقف مواد زیر مؤثر واقع شوند، محاسبه کنید:

(الف) هوا (به‌چگالی ۱/۳ kg/m³)، و

(ب) آلومینیوم (به‌چگالی ۲/۷ × ۱۰^۳ kg/m³).

[(الف) ۵ m (ب) ۲ mm]

۳۳-۶۴ جذب پرتوهای γ. یك چشمهٔ بی‌حفاظ پرتو گامای تکفام، باعث می‌شود که آهنگ شمارش تصحیح‌شدهٔ یك لامپ گایگر-مولر ۸۶۳/s باشد. جدول زیر تأثیر کاربرد ضخامتهای متفاوت یك جذب‌کنندهٔ سربی را نشان می‌دهد.

چگالی سطحی جذب‌کننده برحسب g/m²	۴۰	۸۰	۱۲۰	۱۶۰	۲۰۰
آهنگ شمارش تصحیح‌شده برحسب 1/s	۶۸۷	۵۵۰	۴۳۷	۳۴۹	۲۷۹

(الف) معادله‌ای بنویسید که شدت I را به ضخامت جذب‌کنندهٔ، x، مربوط کند. (راهنمایی: د.ك. پرسش ۶۳-۷.)

(ب) نموداری خطی رسم کنید که نشان دهد آهنگ شمارش چگونه به‌چگالی جذب‌کننده بستگی دارد.

(پ) با استفاده از نمودار خود، چگالی سطحی جذب‌کنندهٔ سربی را که شدت تابش را نصف می‌کند، بیابید.

[۱۲(۲) g/m² (پ)]

۳۴-۶۴† جریان اتاقك یونش. چشمه‌ای در هر ثانیه ۳/۷ × ۱۰^۷ ذرهٔ α که هر یك ۲/۰ × ۱۰^۵ زوج یون تشکیل می‌دهد، گسیل می‌کند. این چشمه در اتاقك یونش چه جریان اشباعی تولید می‌کند؟

مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[۲/۴ μA]

۳۵-۶۴ اتاقك یونش. اختلاف پتانسیل میان آنود و کاتود یك اتاقك یونش به‌ظرفیت ۸۰ pF، برابر ۱/۰ kV است. اتصال باتری قطع می‌شود. یك ذرهٔ α وارد اتاقك می‌شود و ۱/۵ × ۱۰^۵ زوج یون تولید می‌کند.

(الف) بار اصلی روی صفحات اتاقك چه مقدار بوده است؟

(ب) وقتی که ذرهٔ α وارد می‌شود، چه بار خنثی‌کننده‌ای روی صفحات می‌نشیند؟

(پ) بار با چه نسبتی تغییر می‌کند؟ آیا بدون تقویت می‌توان آن را مشاهده کرد؟

مقدار عددی داده شدهٔ e را در محاسبه به‌کار برید.

[۳/۰ × ۱۰^-۷ (پ)]

۳۶-۶۴ برآورد ثابت آووگادرو. با استفاده از اطلاعات زیر مقداری تقریبی برای N_A محاسبه کنید. ۱/۰ × ۱۰^-۹ kg رادیوم ـ۲۲۶ در حال تعادل، با فروپاشی خود در هر ثانیه تعداد ۱/۵ × ۱۰^۵ ذرهٔ α تولید می‌کند. در طول یك سال ۱/۷ × ۱۰^-۷ m³ هلیوم-۴ گازی با چگالی ۰/۱۸ kg/m³، را می‌توان از ۱/۰ g رادیوم گردآوری کرد.

$$\left[۶/۲ \times ۱۰^{۲۳} \frac{۱}{\text{mol}}\right]$$

MATH75.IR

۱۲ مقالات

۶۵. مقالات

MATH75.IR

۶۵ مقالات

نکاتی پیرامون برنامه ریزی و نوشتن یك مقاله

آمادگی. به‌محض آنکه موضوع مقاله انتخاب شد، به‌منظور نمونه‌برداری از دیدگاهها و رهیافتهای گوناگون، بررسیهای گسترده‌ای انجام دهید. یادداشت‌برداری، در ضمن مطالعه، روش مطلوبی است. منابع موجود برای مطالعه* وچندعنوان برگزیده برای مقالات، درصفحات بعدی آمده‌اند.

برنامه‌ریزی. پیش‌از آنکه به‌نوشتن آغاز کنید، زمینه‌ای‌را که می‌خواهید محور مقالهٔ خود قرار دهید، کاملاً مشخص کنید. نه‌تنها تمامی ایده‌های شما باید به‌این محور مربوط شوند، بلکه چگونگی این ارتباط نیز باید روشن باشد.

(۱) حالا، ایده‌های دیگری را که، درارتباط بازمینهٔ اصلی، به‌ذهنتان خطور می‌کنند، روی کاغذ آورید. این ایده‌ها می‌توانند نکات اصلی، گسترش موضوع، توصیفات، تصاویر، مرتبه‌های بزرگی معنی‌دار، وجز اینها باشند.

(۲) این یادداشتهای پراکنده را ازراه جورکردنشان درگروههای طبیعی، مرتب کنید. (مثلاً، ممکن است یك گروه مربوط به‌کار تجربی باشد، دیگری به‌نتایج آزمایشها بپردازد، وسومی به‌تفسیر این نتایج.) این فرایند گروه‌بندی به شما کمك می‌کند تا بخشهای مقالهٔ خودرا پیش چشم متصور کنید، زیرا شما طبیعتاً ایده‌های مشابهی را به‌یکدیگر ارتباط می‌دهید و هر دسته ازاین ایده‌ها در نهایت یك نکتهٔ اصلی خواهد شد.

(۳) طرح روشنی ازمقالهٔ نهایی‌را گرد این محورها جای دهید:

پیشگفتار (که می‌تواندکوتاه باشد)
نخستین نکتهٔ اصلی
ـ نکات فرعی، گسترش، توصیفها، تصاویر، وجز اینها.
نکات اصلی دیگر
ـ نکات فرعی وجزاینها، به‌همان ترتیب بالا.
جمعبندی و نتیجه‌گیری
پیشگفتار، نکات اصلی و جمعبندی باید آشکارا با موضوع اصلی ارتباط داشته باشند.

نوشتن. این واقعیت‌که شما پیرامون موضوعی علمی مطلب می‌نویسید، باعث می‌شودکه برای دستیابی به اطمینان از این نکته‌که نوشتهٔ شما به‌روشنی بیان می‌شود، اهمیت بیشتری قائل هستید. تنها از این راه است‌که می‌توانید امیدوار باشید با افرادی‌که دانش و زبان آنها به اندازهٔ شما تخصصی نیست، رابطه‌ای مؤثر برقرار کنید. قراردادهای متعارف نقطه‌گذاری را رعایت کنید. برای متمایزکردن نکات اصلی، و روشن‌کردن مراحل جداگانهٔ بحث خود، از پاراگرافهای گوناگونی استفاده کنید: جمله‌ها به‌اختصار به ایده‌ها یا گسترشهای جداگانه می‌پردازند. از مطالب حاشیه‌ای و نامربوط بپرهیزید: استفادهٔ انتخابی از شکلهای واضح، دراین امر به‌شما کمك خواهدکرد.

وقتی‌که نوشتن‌را به‌پایان رساندید، می‌توانید باخواندن مقاله به‌صدای بلند، توانایی ایجاد ارتباط آن‌را بیازمایید. هر جمله‌ای که مورد تردید شماست، احتمالاً پس‌از بازنویسی، شکلی مطلوبتر پیدا خواهدکرد.

* درمتن اصلی‌فهرستی‌ازمنابع‌موجود داده شده‌است‌که به‌دلیل غیرقابل دسترس بودن ازمتن فارسی حذف شده است.م.

MATH75.IR

عنوانهای برگزیده برای مقاله نویسی

تاریخی و زندگینامه‌ای

مدلهای اتمی
شکست فیزیك کلاسیك
تکامل نظریهٔ کوانتومی
تکامل نظریهٔ گرانش
رابطهٔ بین گرما و کار
نظریه‌های موجی و ذره‌ای نور
تکامل نظریهٔ اتمی

زندگینامه‌ها: نیوتون، رادرفورد، جی . جی. تامسون، مایکلسون، کنت‌رامفورد، آمپر، فرمی، خانم کوری، گالیله، لئوناردو داوینچی.

خواص گرمایی ماده

دماهای بسیار پایین
تابش فروسرخ
موتورهای گرمایی
میعان گاز
فشارهای بالا
آنتروپی
ترموالکتریسیته

فیزیك ذره‌ای

پرتوهای کیهانی
الکترون
پروتون
نوترون
نوترینو
پلاسما
دوگانگی موج-ذره
ذرات بنیادی

فیزیك هسته‌ای و اتمی

رادیوایزوتوپها
رادیواکتیویته (پرتوزایی)
آشکارسازی تابش‌ازهسته‌های فعال
فیزیك انرژی بالا
انرژی هسته‌ای
ساختمان اتم
همجوشی هسته‌ای
ساختمان هسته

مکانیك وگرانش

جزر و مدها (کشندها)
مدارهای سیاره‌ای
ماهواره‌های مصنوعی
پرواز
جو
دینامیك ورزشی
توپ‌بازی
بومرنگ
فیزیك توازن
نسبیت

ساختمان ماده

نیروهای بین‌اتمی وبین‌مولکولی
حرکت براونی
مالش شناسی
ساختمان و خواص فلزات
خطوط جریان
ابرشارگی
نظریهٔ جنبشی
حرکت همیشگی
ساختمان مولکولها

حرکت موجی و نورشناخت

تشدید
لرزه‌شناسی
امواج آب
کاربردهای اثر دوپلر
نورشناخت تاری
نورشناخت الکترونی
طراحی دستگاههای نوری
عکاسی
فوتوالاستیسیته
ماهیت نور
طیف‌سنجی
طیف‌سنجی دراخترشناسی
تداخل‌سنجی
رادار
تولید امواج الکترومغناطیسی
فیزیك موسیقی
آکوستیك ساختمانها
فراصوت
لیزرها

الکترومغناطیس

موتور القایی
آهنربایی زمینی
رابطهٔ بین **E** و **B**
فیزیك رادیو
فیزیك تلویزیون
ابررسانایی
آهنربا ومنشأ آهنربایی
رفتار الکترونها درفلزات
شتابگرهای ذره‌ای
ژنراتورها (مولدها)

MATH75.IR

اندازه‌گیری

دماسنجی
اندازه‌گیری دماهای بسیار بالا
ثابت آووگادرو
G، ثابت گرانشی
جرم زمین
c، سرعت تابش الکترومغناطیسی
نیمه عمر رادیواکتیو (پرتوزا)
e، بار بنیادی
بار ویژهٔ الکترون وپروتون
طیف‌سنجی جرمی
شعاع زمین
زمان‌سنجی

مباحث دیگر

میدانها
اخترشناسی
اخترشناسی رادیویی
زمین شناسی
فیزیك سوق قاره‌ای
بلورشناسی
تمام‌نگاری
مدارهای مجتمع
میکروالکترونیك
کامپیوترها
ماه
هواشناسی

فیزیك اتومبیل
کشف وخواص پرتو X
زمان
عمر زمین
احتمالات درفیزیك
کمربندهای تابشی ون‌آلن
بلورها وپرتوهای X
منابع مختلف انرژی
تقویت‌کنندهٔ ترانزیستوری
تولید مواد نیمه‌رسانای خالص
قوانین فیزیك
فیزیك پزشکی
دیرین‌شناسی آهنربایی
آذرخش

MATH75.IR

واژه‌نامه

در ترجمهٔ این کتاب غالباً از واژگان مرکز نشر دانشگاهی استفاده شده است. در مواردی کـه بین این واژگان و واژگان دبیرستانی تفاوت وجود دارد، معادل دبیرستانی واژه در برابر آن، داخل پرانتز، آمده است.

aberration	ابیراهی	anharmonic oscilator	نوسانگر ناهماهنگ
absolute	مطلق	anisotropic medium	محیط ناهمسانگرد
absorption	جذب	aperture	روزنه
acceleration	شتاب	approximation	تقریب
accelerometer	شتاب‌سنج	Archimedian upthrust	پیشرانهٔ بالاسوی ارشمیدسی
achromatic	نافام	atmosphere	جو
action	کنش(عمل)	attracted disc electrometer	بارسنج با قرص‌جاذب
activity	فعالیت	attraction	ربایش(جذب)
acuity	دقت	auxiliary circle	دایرهٔ کمکی
adiabatic	بی‌دررو	average	متوسط
atom	اتم		
aerodynamic lift	نیروی بالابر آئرودینامیکی	background	زمینه
aircell	سلول هوا	background count rate	آهنگ شمارش زمینه
air pump	تلمبهٔ هوا	ballistic balance	توازن بالیستیکی
alignment saturation	اشباع هم‌خطی	banking of a track	شیب دادن به‌جاده
alternating current	جریان متناوب	bar magnet	آهنربای میله‌ای (تیغهٔ آهنربا)
Ammeter	آمپرسنج	beat	زنش(ضربان)
amplification	تقویت	beat frequency	بسامد زنش(فرکانس‌ضربان)
analogy	مانستگی(مشابه)	betatron	بتاترون
angle	زاویه	binding energy	انرژی بستگی
angular	زاویه‌ای	binomal theorem	قضیهٔ دوجمله‌ای

MATH75.IR

biprism	دومنشوری
bound system	سیستم مقید
bridge circuits	مدارهای پل
broadening	پهن‌شدگی
bulk modulus	مدول تراکم
calorimeter	گرماسنج
capacitance	ظرفیت
capacitor	خازن
capillarity	مویینگی
cathode ray	پرتوکاتودی (پرتوکاتدیك)
central forces	نیروهای مرکزی
centre of buoyancy	مرکزشناوری
centre of gravity	گرانیگاه
centre of percussion	مرکزضربه
centre of pressure	مرکزفشار
centrifuge	سانتریفوژ، مرکزگریز
chain reaction	واکنش زنجیره‌ای
charge	بار
charge sensitivity	حساسیت بار
chromatic abberation	ابیراهی رنگی
cloud chamber	اتاقك ابر
coating of lens	اندودن عدسی
coefficient	ضریب
coefficient of performance	ضریب کارایی
coherent	همدوس(همسان)
coercive force	نیروی مغناطیس‌زدایی
coil	پیچك (سیم‌پیچ)
collision	برخورد
common logarithm	لگاریتم معمولی
concentric	هم‌مرکز
conductor	رسانا
conical pendulum	پاندول مخروطی
constant deviation prism	منشور انحراف ثابت
coordination number	عدد هم‌آرایی
current	جریان
cycle	چرخه
cyclotron	سیکلوترون
dating	عمرسنجی
degrees of freedom	درجات آزادی
demodulator	تفکیك‌کننده، آهنگبر
density	چگالی
depth sounding	ژرفاسنجی‌صوتی
derivative	مشتق
dielectric breakdown	شکست دی‌الکتریك
diffraction	پراش(تفرق)
diffraction grating	توری پراش
diffusion	پخش
dimentions	ابعاد
dipole	دوقطبی
dispersion	پاشندگی
dispersive power	توان پاشنده
displacement	جابه‌جایی
drift speed	سرعت سوق
dust tube	لولهٔ غبار
dynamics	دینامیك
dynamo	دینام (دینامو)
earthing	اتصال به‌زمین
electric, electrical	الکتریکی
electrodynamometer	الکترودینامومتر
electromagnetic	الکترومغناطیسی(الکترومانیتیك)
electromagnetic damping	میرایی‌الکترومغناطیسی (میرایی الکترومانیتیکی)
electrometer	بارسنج (الکترومتر)
electron beam	باریکهٔ الکترونی
elementry charge	بار بنیادی

MATH75.IR

emission	گسیل
emissivity	گسیلمندی
end correction	تصحیح دوسر
energy	انرژی
energy conversion	تبدیل انرژی
entropy	آنتروپی
equipartition of energy	تقسیم مساوی انرژی
equipotential	هم‌پتانسیل
equivalence	ترازمندی
equivalent	معادل
error	خطا
escape speed	سرعت فرار
excess pressure	فشار اضافی
external work	کار خارجی
field	میدان
field lines	خطوط میدان
figure of merit	کمیت شایستگی
filter	صافی
fine structure	ساختار ریز
flow	شارش
flux	شار
flux-cutting	قطع شار
flux-linking	شار به‌هم پیوسته
frequency	بسامد (تواتر)
friction	اصطکاك
fringe	فریز
fringe visibility	نمایانی فریز
fringing effect	اثر فریزسازی
galvanometer	گالوانومتر
galvanometer throw	دامنهٔ انحراف گالوانومتر
gauge	پیمانه
generator	مولد
graph	نمودار
gravimeter	گرانی‌سنج
gravitation	گرانش (جاذبه)
gravitational field	میدان گرانشی (میدان جاذبه)
Half life	نیمه‌عمر
harmonic	هماهنگ
heat capacity	ظرفیت گرمایی
high-pass filter	صافی بالاگذر
hydrometer	چگالی‌سنج
hystersis	پسماند
image	تصویر
impedance	مقاومت ظاهری
impedance matching	همسازی مقاومت ظاهری
impulse	ضربه
induction	القا (اندوکسیون)
inductive resistor	مقاومت القایی
inductor	القاگر
inertia	لختی (اینرسی)
input	ورودی
integrating factor	عامل انتگرالگیر
interference	تداخل
interferometer	تداخل‌سنج
inverse square law	قانون عکس مجذور
ionization	یونش (یونیزاسیون)
inoization chamber	اتاقك یونش
ion pair	زوج یون
irradiance	تابندگی
isothermal change	تحول تکدما
isotrapic	همسانگرد
kerr cell	یاختهٔ کر
kinematic	سینماتیك

MATH75.IR

kinetic energy	انرژی جنبشی
latent heat	گرمای نهان
lens	عدسی
linear	خطی
liquid drop nuclear model	مدل اتمی قطرهٔ روغن
logarithm	لگاریتم
logarithmic decrement	کاهش لگاریتمی
longitudinal chromatic aberration	ابیراهی رنگی طولی
looping the loop	حرکت در مسیر حلقوی
low-pass filter	صافی پایین‌گذر
magnetic	مغناطیسی
magnetron effect	اثرمگنترون
magnification	بزرگنمایی
magnifying glass	ذره‌بین
mass defect	کاستی‌جرم
mass spectrometer	طیف‌سنج جرمی
maximum	بیشینه (ماکزیمم)
maximum power theorem	قضیهٔ توان بیشینه
mean free path	مسیر آزاد میانگین
mean life time	نیمه‌عمر متوسط
metacentre	مرکزمجازی
minimum	کمینه (مینیمم)
minimum deviation	کمینهٔ انحراف
moderation	کندسازی
modulus	مدول
modulus of elasticity	مدول کشسانی
molar	مولی
molecular effusion	تراوش مولکولی
moment	گشتاور
momentum	اندازه حرکت
mutual inductance	القای متقابل
natural logarithm	لگاریتم طبیعی
Newton's cradle	کلاف نیوتون
Newton's rings	حلقه‌های نیوتون
nuclear decay	واپاشی هسته‌ای (تلاشی هسته‌ای)
nuclear fusion	همجوشی‌هسته‌ای (جوش‌هسته‌ای)
nucleus	هسته
ohmmeter	اهم‌سنج
oil-drop experiment	آزمایش قطرهٔ روغن
optics	نورشناخت (اپتیك)
optical path	مسیرنوری
orbit	مدار
order of magnitude	مرتبهٔ بزرگی
oscillation	نوسان
oscilloscope	نوسان‌نما
output	خروجی
output charactristic	مشخصه‌های خروجی
overtone	فراپرده (صوت فرعی)
pair production	تولید زوج
parabola	سهمی
parabolic motion	حرکت سهمی‌وار
paramagnetism	پارامغناطیس
parent-daughter equilibrium	تعادل مادر-دختر
pendulum	آونگ
pendulum clock	ساعت آونگ‌دار
permitivity	گذردهی
phasor	فازنما
polarization	قطبش(قطبی‌شدن)
potential energy	انرژی پتانسیل
potentiometer	پتانسیل‌سنج
power	توان
precession	حرکت تقدیمی
pressure	فشار

MATH75.IR

prism	منشور
projectile	پرتابه
pulse	تپ (تك موج، پاس)
quadratic equations	معادلات درجهٔ دوم
quality factor	عامل کیفیت
radiation	تابش
radiation dose	دزتابش
range of a projectile	برد پرتابه
rangefinder	فاصله‌یاب
Rayleigh criterion	معیار رایلی
reaction	واکنش(عکس‌العمل)
red shift	انتقال به‌سوی قرمز
reduced mass	جرم‌کاهیده
reflection	بازتابش
refraction	شکست
refractometer	شکست‌سنج
refrigerator	سردساز
relative	نسبی
relativistic	نسبیتی
repulsion	رانش(دفع)
resistance	مقاومت
resistivity	مقاومت
resolving power	توان تفکیك
resonance	تشدید (رزونانس)
reverberation time	زمان طنین
reversible pendulum	آونگ برگشت‌پذیر
ripple tank	تشتك موجنما
rocket	موشك (راکت)
rope brake	ترمز طنابی
rotating disc	قرص چرخان
rotating drum	استوانهٔ چرخان
rotating liquid	مایع چرخان
rotational kinematic	سینماتیك دورانی
satellite	ماهواره
saturution	اشباع
scattering	پراکندگی (پخش)
self-inductance	خود القایی
semiconduction	نیم‌رسانش
separation	فاصله
series-wound motor	موتور با سیم‌پیچ متوالی
sessile drops	قطره‌های چسبیده
shear modulus	مدول چینش
simple harmonic motion	حرکت هماهنگ ساده (حرکت نوسانی ساده)
shock waves	امواج شوکی
shunt-wound motor	موتور با سیم‌پیچ موازی
significant figures	ارقام معنی‌دار
skidding	سرخوردن
small signal forward current transfer ratio	نسبت انتقال جریان مستقیم سیگنال کوچك
solar constant	ثابت خورشیدی
solid state	حالت جامد
source	چشمه (منبع)
specific charge	بار ویژه
spectrometer	طیف‌سنج
standard deviation	انحراف استاندارد
standing waves	امواج ایستاده
starting resistance	مقاومت آغازکننده
stationary waves	امواج ساکن
stellar aberration	ابیراهی ستاره‌ای
stopping potential	پتانسیل بازدارنده
string	سیم
superposition	برهمنهی(ترکیب)
supplementry lens	عدسی مکمل
switch	کلید

MATH75.IR

telephoto lens	عدسی تله‌فوتو
temperature	دما
tensile strlngth	گسیختگی
tension	کشش
terminal velocity	سرعت پایانی
terrestrial	زمینی
theorem	قضیه
thermoionic	گرمایونی(ترمویونیك)
thermometer	دماسنج
thermonuclear	دماهسته‌ای
threshold frequency	بسامد آستانه
toppling	واژگونی
toroid	چنبره
torque	گشتاور
torsion balance	ترازوی پیچشی
torsional pendulum	آونگ پیچشی
total internal reflection	بازتابش کلی داخلی
tracer	ردیاب
trajectory-equation	معادلهٔ مسیر
transformer	ترانسفورموتور
transmission	انتقال
transport	انتقال، ترابرد
trigonometry	مثلثات
turbulance	آشوبناکی
ultrasonic waves	امواج فراصوتی
unit	واحد
Van de Graaff generator	ژنراتور وان‌دوگراف
vapour	بخار
vector	بردار
velocity	سرعت برداری، سرعت (تندی)
virtual	مجازی
viscometer	چسبندگی‌سنج
viscosity	چسبندگی
visual acuity	دقت دید
visual angle	زاویهٔ دید
volt meter	ولت‌سنج
wave theory	تئوری موجی بودن نور
wave porticle duality	دوگانگی موج-ذره‌ای
wedge finges	فریزهای گوه‌ای
x-ray	پرتو x
Young modulus	مدول یانگ

MATH75.IR

فهرست راهنما

آزمایش قطرهٔ روغن ۳۰۰
آزمایش مایکلسون- مورلی، سینماتیک ۳۸
آزمایش وینر ۱۹۰
آشکارساز حالت جامد ۳۰۳
آشوبناکی ۱۱۴
آمپرسنج ۲۵۴
آمپرسنج الکترولیزی ۲۶
آنتروپی ۱۵۰
آونگ
برگشت‌پذیرکاتو ۶۵
پیچشی ۸۲
فوکو ۱۱۷
مخروطی ۴۳
مرکب ۶۴
آهنربای میله‌ای ۲۹۴
آهنگ شمارش زمینه ۳۱۸
آینهٔ لوید ۱۹۷

ابعاد ۲۷
در الکتریسیته ۳۰
در چسبندگی ۱۱۴
درگرما و ترمودینامیک ۳۰
ابیراهی
رنگی ۱۷۹
کروی ۱۷۹
ابیراهی رنگی طولی ۱۷۹
ابیراهی ستاره‌ای ۱۹۳
اتاقك ابر ۱۴۵
اتاقك یونش ۳۲۱
اتصال به‌زمین ۲۳۴
اتم ۳۱۰
اتم بور ۱۹۲، ۳۱۳
اتمی، ثابت نیروی ۱۰۸
اتمی، مدلهای ۳۱۲
اتمی، مدلهای نوسان ۵۰، ۷۹
اثر دوپلر
در امواج الکترومغناطیسی ۹۶
در امواج مکانیکی ۹۵
در رادار ۹۶
اثرفریزسازی ۲۳۳
اثرمگنترون ۲۳۱، ۲۹۹
اثر هال ۲۶۱
ارتفاع، تغییرات فشار برحسب ۱۲
ارقام معنی‌دار ۶
استوانهٔ چرخان ۱۳۳
اصل فرما ۱۷۱
القاگر، و جریان متناوب ۲۸۸

MATH75.IR

القای متقابل ۲۸۴
الکترودینامومتر ۲۷۲
الکترون‌آزاد ۲۹۶
الکترونها، سرعت سوق ۲۴۶
الکتریکی، خطوط میدان ۲۲۱، ۲۲۵
الکتریکی، دوقطبی ۸۰، ۲۲۳
الکتریکی، مولد ۲۷۹
امواج زمینلرزه ۸۵
امواج ساکن ۹۲، ۱۹۱، ۲۱۲
امواج شوکی ۹۷
امواج فراصوتی ۲۱۱
انتقال به‌سوی قرمز ۹۷
انتقال توان الکتریکی ۲۵۰
انتگرال، جدول ۹
انحراف استاندارد ۲۹
اندازه حرکت
بقا ۵۳
زاویه‌ای ۶۲
اندازه حرکت و ضربه ۵۳
اندازه‌گیری B به‌روش حلقهٔ لنگر ۲۹۳
اندازه‌گیری e به‌روش اسن ۹۲
اندازه‌گیری e/me به‌روش تامسون ۲۹۹
اندازه‌گیری γ به‌روش دوشار ۱۴۷
اندازه‌گیری G به‌روش یوینتینگ ۱۱۹
اندازه‌گیری کلوینی مقاومت ۲۶۹
اندازه‌گیری R به‌روش بلهام ۲۷۹
اندازه‌گیری مطلق R ۲۷۹
اندودن عدسی ۱۹۸
انرژی
الکتریکی ۲۲۳، ۲۳۱
پتانسیل و جنبشی ۴۷
مغناطیسی ۲۶۴
انرژی امواج ۸۸
انرژیهای برهم‌کنشی دوقطبی ۲۲۲
انرژیهای برهم‌کنشی مولکولی ۱۰۵
انرژی بستگی
اتمی ۳۱۵
هسته‌ای ۳۱۶
انرژی پتانسیل میان اتمی ۵۰
انرژی جنبشی دورانی ۶۲
انرژی جنبشی نسبیتی ۵۰
انرژی در حرکت هماهنگ ساده ۸۱
انرژی در خازنها ۲۳۶
انرژی در میدان مغناطیسی ۲۸۳
انرژی فرایندهای رادیواکتیو (پرتوزا) ۳۲۰
انرژی و جرم، ترازمندی ۳۱۵
اهم‌سنج ۲۵۵

بار القا شده ۲۷۵
بار بنیادی، اندازه‌گیری ۳۰۰
بارسنج با قرص جاذب ۲۹۹
بار ویژهٔ الکترون ۲۹۸
باریکهٔ الکترونی ۲۴۶
بازتابش امواج ۸۷
بازتابش کلی داخلی امواج ۸۷، ۹۰
بازتابش کلی داخلی نور ۱۷۰
بازتابش نور ۱۶۸
بالابردن کیفیت عدسی ۱۹۸
بالیستیک، توازن ۵۶
بتاترون ۲۷۳
بخارها ۱۵۵
برخوردها ۵۶
برد پرتابه ۳۷
برد ذرات β ۳۲۱
برهمنهی امواج صوتی ۲۱۲
برهمنهی در حرکت هماهنگ ساده ۸۲
بزرگنمایی
طولی ۱۷۳، ۱۷۸

MATH75.IR

عرضی ۱۷۳
زاویه‌ای ۱۸۵
بسامد زنش ۹۴، ۲۱۳

پارامغناطیس ۲۹۳
پاشندگی ۱۸۰، ۲۰۱
پتانسیل، انرژی ۴۸
پتانسیل بازدارنده ۳۰۹
پتانسیل‌سنج ۲۵۶
پتانسیل یونش ۳۱۵
پخش به‌عنوان پدیده‌ای انتقالی ۱۴۳
پدیدهٔ انتقال (ترابرد) ۱۴۲
پدیدهٔ بحرانی ۱۵۶
پراش در روزنهٔ شکاف ۲۰۱، ۲۱۳
پراش فرانهوفر ۲۰۱
پرتابه‌ها ۳۷
پرتابه، برد ۳۷
پرتو x ۳۱۰
پسماند مکانیکی ۱۰۴
پهن‌شدگی خطوط طیفی ۹۷
پهن‌شدگی دوپلر ۹۵
پیشوندهای واحدهای SI ۳
پیمانهٔ مک لئود ۶۸
پیمانهٔ ونتوری ۷۳

تابش چرنکوف ۹۷
تابندگی ۱۶۳
تبدیل انرژی (الکتریکی) ۲۴۹
تحلیل هماهنگهای یک شکل موج ۲۰۹
تحول
بی‌دررو ۱۴۵
تکدما ۱۴۵
تداخل، کلیات ۹۳
تداخل در چشمهٔ دوگانه ۱۹۵
تداخل دو چشمهٔ صوتی ۲۱۲
تداخل‌سنج پول ۱۹۶
تداخل‌سنج ژامن ۱۹۶
ترازمندی جرم و انرژی ۳۱۵
ترازمندی ستونی ۱۳۱
ترازوی پیچشی بویز ۱۱۹
ترازوی پیچشی کولن ۲۱۹
تراوش مولکولی ۱۴۰
ترانزیستور ۳۰۳
ترانسفورموتور ۲۷۷
ترکیب عدسیها ۱۷۶
ترمز طنابی ۶۷
ترمودینامیک، قانون اول ۱۴۳
ترمیستور ۲۴۴
تشدید الکتریکی ۲۸۷
تصحیح دامنهٔ انحراف گالوانومتر ۸۴
تصحیح دوسر (پل‌اندازه‌گیر) ۲۵۷
تصحیح سردسازی ۱۳۴
تصویر بویز ۱۷۶
تصویری، روشهای ۲۲۰
تعادل مادر-دختر ۳۱۹
تغییرات فشار نسبت به‌ارتفاع ۱۲
تغییر مقاومت بر اثر دما ۲۴۸
تفکیک‌کننده (آهنگبر) ۳۰۳
تقریب ۷
تقسیم دامنه ۱۹۷
تقسیم‌کنندهٔ پتانسیل ۲۴۷
تقسیم مساوی انرژی ۱۳۶، ۱۴۸
تقویت
توان ۳۰۵
جریان متناوب ۳۰۵
ولتاژ ۳۰۴
تلسکوپ ۱۸۵
تلسکوپ زمینی ۱۸۶
تلسکوپ کاسگرین ۱۸۶

MATH75.IR

تلسکوپ گالیله ۱۸۶
تلمبهٔ گرما ۱۵۲
تلمبه‌های هوا ۶۹
توابع اکسپونانسیل ۸
توازن بالیستیکی ۵۶
توازن جریان ۲۷۱
توان ۵۱
توان پاشنده ۱۸۳
توان تفکیک ۲۰۲
توان تفکیک یك توری ۲۰۱
توان موج ۸۸
توری پراش ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۱۳
توزیع ماکسولی ۱۳۷
تولید زوج ۳۱۵
تونلهای درون زمین ۱۲۰

ثابت آدوگادرو ۳۲۱
ثابت خورشیدی ۱۶۴
ثابت زمانی
ظرفیتی ۲۵۳
القایی ۲۸۴
ثابت ساختار ریز ۳۱
ثابت گذردهی ۲۳۴
ثابت نیروی اتمی ۱۰۸

جرم، کاهیده ۷۹
جرم، مولی ۱۳۹
جرم، متغیر، برحسب شتاب ۱۳
جرمها، مقایسهٔ ۵۷
جو، ترکیبات ۱۴۲

چرخه‌ها
بی‌دررو ۱۴۵
کارنو ۱۵۱
تکدما ۱۴۵
چسبندگی سنج اوسوالد ۱۱۳
چسبندگی، ضریب ۱۱۳
چسبندگی گازهای کامل ۱۱۳، ۱۴۲
چگالی انرژی ۱۰۵، ۱۹۰، ۲۳۶، ۲۸۳
چگالی جریان ۲۴۷
چگالی سنج ۷۰
چگالی شار مغناطیسی ۲۵۹
چگالی نسبی ۷۰

حدقهٔ چشم ۱۸۷
حرکت
خطی ۳۵، ۴۱
دایره‌ای ۴۳
دورانی ۴۳
ذرات باردار ۲۶۰
سهمی‌وار ۳۷
مداری ۱۲۱
در یك بعد ۷۹
حرکت براونی ۱۰۰
حرکت تقدیمی ۶۰
حرکت در مسیرحلقوی ۴۹
حرکت قائم تحت تأثیر گرانی ۱۱، ۴۹
حرکت هماهنگ ساده
انرژی ۸۱
برهمنهی ۸۲
دینامیك ۷۸
سینماتیك ۷۷
حساسیت بار ۲۷۱
حساسیت جریان ۲۷۰
حساسیت ولتاژ ۲۷۰
حلقه‌های نیوتون ۱۹۸

خازن با اختلاف پتانسیلی که به‌جایی ثابت شده‌است ۲۳۸
خازن با باری که به‌جایی ثابت شده است ۲۳۷

MATH75.IR

خازن، و جریان متناوب ۲۸۹
خازن-کره‌های هم‌مرکز ۲۳۰
خطا از روی نمودار ۲۸
خطاها ۲۷
خطاها، ترکیب ۲۸
خطوط شعاعی میدان (الکتریکی) ۲۲۶
خطوط موازی میدان (الکتریکی) ۲۲۶
خود القایی ۲۸۲

دامنهٔ انحراف گالوانومتر، تصحیح ۸۴
داویسون و گرمر ۲۰۳
دایره‌ای، حرکت ۳۸، ۵۴
دایرهٔ کمکی ۷۷
درجات آزادی ۲۱۲
دزتابش ۳۲۰
دسی‌بل ۲۱۰
دقت دید ۱۸۴
دماسنجها ۱۲۹
دماسنج ترموکوپلی ۱۳۰، ۲۵۲
دماسنج فشار-بخار ۱۲۹
دماسنج مغناطیسی ۱۲۸
دمای بحرانی ۱۵۶
دوبروی ۱۹۲
دوتایی نافام ۱۸۰
دورانی، انرژی جنبشی ۶۲
دورانی، حرکت ۴۳
دورانی، سینماتیک ۵۹
دوربین ۱۷۴، ۱۷۵
دورهٔ نیمه‌عمر ۳۱۸
دوقطبی
الکتریکی ۲۲۳، ۲۵۱
مغناطیسی ۲۵۹، ۲۶۴
دوگانگی موج-ذره‌ای ۱۹۱
دو منشور فرنل ۱۹۷
دومنشوری ۱۷۳، ۱۹۷
دیفرانسیل کامل ۱۴
دینام ۲۷۹
دینامیک حرکت هماهنگ ساده ۷۸
دینامیک خطی ۴۱
دینامیک مولکولهای گاز ۱۴۰
دیود ۳۰۲
دیود و رکتور ۳۰۳

ذره‌بین ۱۸۴

رابطهٔ گرونایزن ۱۳۱
رادیو ایزوتوپ، ردیاب ۳۱۸
ردیاب رادیو ایزوتوپ ۳۱۸
رساناهای استوانه‌ای هم‌مرکز ۲۳۱
رسانایی با انحنای متغیر ۲۲۸
رسانایی گرمایی گاز کامل ۱۴۲
روزنهٔ نسبی ۱۷۵
روش دانینگتون ۲۹۹
روش قرص لیس ۱۶۰
روش میلهٔ سیرل ۱۶۰
روش هال ۲۹۹
روش هنینگ ۱۵۴

زاویه‌ای، بزرگنمایی ۱۸۵
زاویهٔ دید ۱۸۴
زمان گیری یك نوسان واداشته ۸۴
زمان طنین ۲۱۰
زمین‌شناختی، عمرسنجی ۳۱۹
زنش ۹۴
زوج یون ۳۲۰

ژرفاسنجی صوتی ۲۱۱
ژنراتور وان دوگراف ۲۲۹

MATH75.IR

ساخت عدسی ۱۷۵
ساعت آونگ‌دار ۱۳۲
سانتریفوژ ۱۲
ستونهای هوا ۲۱۳
سرخوردن ۴۴، ۶۳
سردساز ۱۵۱
سردساز کاردنو ۱۵۱
سردسازی، روشها ۱۳۵
سرعت پایانی ۱۱۵
سرعت سوق الکترونها ۲۴۶
سرعت صوت ۲۱۱
سرعت فرار ۲۸، ۱۲۲
سرعت گروه و فاز ۸۶
سرعت متوسط ۳۵
سرعت مولکولها ۱۳۷
سرعت نسبی ۳۶
سرعت نور ۱۹۲
سطح مقطع برخورد ۱۴۲
سطوح کروی، انحنا ۹۰
سطوح هم‌پتانسیل ۲۲۹
سطوح هم‌پتانسیل استوانه‌ای ۲۳۱
سطوح هم‌پتانسیل تخت ۲۲۹
سطوح هم‌پتانسیل کروی ۲۲۹
سلول هوا ۱۷۰
سهمی‌وار، حرکت ۳۷
سهمیهای پرتو مثبت ۳۱۱
سیستم پیچك هلمهولتز ۲۹۸
سیستم مقید ۲۳۲
سیکلوترون ۲۶۰
سیمها ۲۱۵
سینماتیك حرکت هماهنگ
ساده ۷۷
سینماتیك خطی ۳۵
سینماتیك دورانی ۳۷، ۵۸
شار به‌هم پیوسته ۲۷۵
شار مغناطیسی ۲۵۹
شار میدان الکتریکی ۲۲۵
شارش پیوسته ۱۳۵
شارش گرما
شعاعی ۱۶۱
یکنواخت ۱۵۹
شارش، میدانهای ۷۲
شتاب با جرم متغیر ۱۳
شتاب‌سنج ۳۸
شکست امواج ۸۷
شکست پرتو α ۲۰۳
شکست دی‌الکتریك ۲۳۱
شکست‌سنج پولفریچ ۱۷۰
شکست صوت ۲۱۲
شکست نور ۱۶۹
شکلهای لیساژو ۸۲
شیب دادن به‌جاده ۴۳
شیء مجازی ۱۷۴

صافی
بالاگذر ۲۸۶
پایین‌گذر ۲۸۶
صفحات براگ ۲۰۲

ضخامت معادل ۱۵۹
ضربه، مرکز ۶۵
ضربه و اندازه حرکت ۵۳
ضریب بازتابش ۱۹۷
ضریب بحرانی ۱۵۶
ضریب جذب ۳۱۱
ضریب جذب آکوستیکی ۲۱۰
ضریب دما ۲۵۷
ضریب کارایی ۱۵۲
ضریب هال ۲۶۲

MATH75.IR

طناب چرخان، کشش ۴۴
طیف‌سنج ۱۸۱، ۳۱۲
طیف‌سنج جرمی بان‌بریج ۳۱۲

ظرفیت ۲۳۳
ظرفیت گرمایی
مولی ۱۳۶، ۱۴۴
ویژه ۱۳۴

عامل انتگرالگیر ۱۴
عامل کیفیت ۸۳، ۲۸۷
عدد رینولدز ۱۱۴
عدد هم‌آرایی ۱۰۰
عمرسنجی
زمین‌شناختی ۳۱۹
کربون رادیواکتیو ۲۱
عدسی تله‌فوتو ۱۷۶
عدسی مکمل ۱۷۶

غلتیدن ۶۳

فازنما ۲۸۹
فاصلهٔ ایزوتوپها ۳۱۲
فاصلهٔ جسم-تصویر ۳۲
فاصله‌یاب ۱۸۳
فرانک و هرتز ۳۱۳
فرمول نیوتون ۱۷۴
فریزها، تداخل ۱۹۹
فریزهای گوه‌ای ۱۹۹
فشار اضافی ۱۰۹
فشار تابش ۱۹۰، ۱۹۳
فشار، تغییر نسبت به‌ارتفاع ۱۲
فشار حاصل از بمباران مولکولی ۵۵
فعالیت منبع رادیواکتیو ۳۱۸
فوتودیود ۳۰۳
فوتونها ۱۵۸

قاعدهٔ تروتون ۱۵۳
قانون آمپر ۱۶۸
قانون اول ترمودینامیک ۱۴۳
قانون اهم ۲۴۷
قانون بروستر ۲۰۵
قانون بیوساوار ۲۶۶
قانون پخش گراهام ۱۴۱
قانون جابه‌جایی وین ۱۶۴
قانون دالتون دربارهٔ فشارهای جزئی ۱۴۱
قانون دولون و پتی ۱۳۶
قانون سردسازی نیوتون ۱۳۵
قانون عکس مجذور ۸۶، ۲۱۰
قانون سوم کپلر ۱۲۲
قانون‌کولن ۱۲۸
قانون‌گاوس ۲۲۵
قانون گرانش نیوتون ۱۱۹
قانون مالوس ۲۰۶
قانون موزلی ۳۱۰
قانون ویدمن-فرانز ۱۵۸
قرص چرخان ۲۷۴
قرص چرخان لورنز ۲۷۴، ۲۷۸
قضیهٔ توان بیشینه ۲۵۰
قضیهٔ دوجمله‌ای ۸
قضیهٔ محورهای عمود برهم ۶۱
قضیهٔ محورهای موازی ۶۱
قطبش به‌وسیلهٔ پراکندگی ۲۰۵
قطر مولکولی ۱۳۷
قطره‌های چسبیده ۱۰۹
قطع شار ۲۷۳
قوانین‌کیرشهوف ۲۵۲

MATH75.IR

کار ۴۵
کار خارجی ۱۴۴
کار مجازی، اصل ۶۸
کار و انرژی جنبشی درچارچوبهای مرجع متحرك ۴۵
کاری‌که از سوی نیرویی متغیر انجام می‌گیرد ۴۵
کاستی‌جرم ۳۱۵
کاهش لگاریتمی ۸۴
کشش در طناب چرخان ۴۴
کلاف نیوتون ۴۶
کلمان و دزوزم ۱۴۷
کلید، ترانزیستور ۳۰۵
کمیت شایستگی ۱۵۲
کمینهٔ انحراف ۱۷۳
کندسازی نوترون ۵۶

گاز الکترون ۱۵۸
گالوانومتر با قاب متحرك ۲۷۰
گالوانومتر بالیستیك ۲۷۱
گایگر و مادزدن ۲۳۲
گرانش زمینی ۱۱۶
گرانشی، میدان ۱۱۵، ۱۱۹
گرانی‌سنج ۷۹
گرماسنج نرنست ۱۳۴
گرماسنج یخ بونزن ۱۵۴
گرمای نهان
مولی ۱۵۳
ویژه ۱۵۳
گزینشگر سرعت
مولکولی ۳۶، ۱۳۷
یونی ۳۱۱
گسیختگی ۱۵۸
گسیل آلفا ۳۲۰
گسیل گرمایونی ۲۹۷
گشتاور ۶۰
گشتاور الکترومغناطیسی ۲۵۸
گشتاور دوقطبی الکتریکی ۲۲۳
گشتاور لختی، محاسبهٔ ۶۱
گشتاور مغناطیسی ۲۶۴

لامپ استروبوسکوپی ۸۷
لگاریتم ۸
لگاریتمهای طبیعی ۸
لگاریتمهای معمولی ۸
لولهٔ پیتو ۷۲
لولهٔ تشدید ۲۱۴
لولهٔ غبار ۲۱۴
لولهٔ کونیك ۲۱۳
لوله‌های ژامن ۱۱۱

ماشین آتوود ۴۲
مانستگیهای تشتك موجنما ۸۶
ماهواره‌ها ۱۱۸
ماهیت برداری اندازه حرکت زاویه‌ای ۵۸
مایع چرخان، شکل ۴۴
مایکلسون، سرعت نور ۱۹۲
مثلثات ۹
محورهای عمود برهم، قضیهٔ ۶۱
محورهای موازی، قضیهٔ ۶۱
محیط ناهمسانگرد ۲۰۹
مخروط ماخ ۹۷
مدارهای پل ۲۵۷
مداری، حرکت ۱۲۱
مدل نوسان اتمی ۴۹، ۷۹
مدلهای اتمی ۳۱۲
مدول تراکم ۱۰۵، ۱۰۶
مدول چینش ۱۰۷
مدول کشسانی ۹۹، ۱۰۵
مدول یانگ ۱۰۵

MATH75.IR

مرتبه‌های بزرگی:
انرژی ۲۳
مسائل ۲۵
جدولها ۲۴
مثالهای حل شده ۲۶
مرکزشناوری ۶۸
مرکزضربه ۷۰
مرکزفشار ۷۰
مرکزمجازی ۶۸
مسیر آزاد میانگین ۱۴۲
مسیرنوری ۱۹۵
مشتقها، جدول ۹
مشخصه‌های خروجی ۳۰۴
معادلات حالت ۱۳۵
معادلات درجهٔ دوم ۱۳
معادلات دیفرانسیل
ثابتها ۱۱
خاستگاه ۱۰
حل ۱۱
مثالهای حل‌شده ۱۱
معادلهٔ براگ ۳۱۱
معادلهٔ پوازوی ۱۱۴
معادلهٔ دبی ۱۳۵
معادلهٔ دیچاردسون ۲۹۷
معادلهٔ کلوزیوس-کلاپیرون ۱۳
معادلهٔ فوتوالکتریك اینشتین ۳۰۸
معادلهٔ مدار ۲۵۱
معادلهٔ مسیر ۸۲
معادلهٔ موج ۸۸
معادلهٔ موج، یك‌بعدی ۸۶
معادلهٔ وان دروالس ۱۵۶
معیار رایلی ۲۰۲
مغناطیسی، چگالی‌شار ۲۵۹
مغناطیسی، دوقطبی ۲۵۹، ۲۶۴
مغناطیسی، دماسنج ۱۲۸
مغناطیسی، شار ۲۵۹
مغناطیسی، گشتاور ۲۶۴
مقاومت ۲۴۷
مقاومت آغازکننده ۲۸۱
مقاومت القایی ۲۸۲، ۲۸۹
مقاومت، تغییرات نسبت به‌دما ۲۴۸
مقاومت ظاهری آکوستیکی ۲۱۱
مقاومت گرمایی ۱۵۸
مقایسهٔ جرمها ۵۷
مقدار متوسط یا میانگین تابع ۹
مقیاس دما ۱۲۸
مقیاس دماسنج گازی با حجم ثابت ۱۸۰
مقیاس دماسنج مقاومتی ۱۳۰
منشور
نافام ۱۸۱
دید مستقیم ۱۸۱
منشور انحراف ثابت ۱۸۰
منشور نیکول ۲۰۴
موتور ۲۸۰
موتور با سیم‌پیچ متوالی ۲۸۱
موتور با سیم‌پیچ موازی ۲۸۰
موشك
حرکت ۵۶
زور وارد بر ۷۳
موتورهای گرمایی ۱۲۹
مولد الکتریکی ۱۲۹
مولکول، دو اتمی، مدل ۵۰، ۶۱، ۷۹
مولکولی، تراوش ۱۴۰
مولکولی، قطر ۱۴۰
مولی، جرم ۱۳۹
مولی، ظرفیت گرمایی ۱۳۶، ۱۴۴
مولی، گرمای نهان ۱۵۳
موییننگی ۱۱۱
میدان گرانشی ۱۱۵، ۱۱۹
میدانهای مغناطیسی مدارها ۲۶۳

MATH75.IR

میرایی الکترومغناطیسی ۲۷۶
میکروسکوپ
ساده ۱۸۴
مرکب ۱۸۵
میلیکان، روش اندازه‌گیری e ۳۰۰

نسبت انتقال جریان مستقیم سیگنال کوچك ۳۰۴
نسبت پواسون ۱۰۵
نظریهٔ موجی بودن نور، شکست ۳۰۸
نمایانی فریز ۱۹۷
نمودار باند انرژی ۲۶۰
نمودار جابه‌جایی-زمان ۳۶
نمودار سرعت-زمان ۳۶
نمودار شتاب-زمان ۳۶
نمودارها ۳۱
نوترون، کندسازی ۵۶
نور، سرعت ۱۹۲
نوسان اتمی ۵۰، ۷۹
نوسان اتمی، مدلهای ۵۰، ۷۹
نوسان الکتریکی ۸۰، ۲۸۷، ۲۹۰
نوسانگر ناهماهنگ ۱۳۱
نوسان‌نما ۲۲۱، ۳۰۱
نوسان‌نمای پرتوکاتودی ۲۲۳، ۳۰۱
نیروهای اصطکاکی ۴۴
نیروهای کولنی ۱۱۷
نیروهای مرکزی ۵۷
نیروهای وارد بر رساناها ۲۶۳
نیروی بالابر آئرودینامیکی ۷۳
نیروهای مغناطیس‌زدایی ۲۹۴
نیم‌رسانش ۲۴۵
نیمه‌عمر متوسط یا میانگین ۳۲۰

واحدها، پیشوندهای ۳
واپاشی هسته‌ای ۳۱۸
واژگونی ۴
واکنش دماهسته‌ای ۳۱۶
واکنش زنجیره‌ای ۳۱۶
ولت‌سنج ۲۵۴، ۳۰۶
ولت‌سنج دیودی ۲۸۵

هلیوم مایع، انباشت ۱۶۳
همجوشی هسته‌ای ۳۱۶
همسازی مقاومت ظاهری ۲۷۸

یخ، تشکیل روی سطح حوض ۱۶۰

MATH75.IR

ثابتهای فیزیکی برگزیده

c	سرعت نور در خلأ	$۳٫۰۰ \times ۱۰^{۸}\ m/s$
e	بار بنیادی	$\pm ۱٫۶۰ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$
e/me	بار ویژهٔ الکترون	$-۱٫۷۶ \times ۱۰^{۱۱}\ C/kg$
ε_0	ثابت گذردهی	$۸٫۸۵ \times ۱۰^{-۱۲}\ F/m$
$۱/۴\pi\varepsilon_0$		$۹٫۰۰ \times ۱۰^{۹}\ Nm^{۲}/C^{۲}$
F	ثابت فاراده	$۹٫۶۵ \times ۱۰^{۴}\ C/mol$
G	ثابت گرانشی	$۶٫۶۷ \times ۱۰^{۱۱}\ Nm^{۲}/kg^{۲}$
h	ثابت پلانك	$۶٫۶۳ \times ۱۰^{۳۴}\ Js$
k	ثابت بولتزمن	$۱٫۳۸ \times ۱۰^{-۲۳}\ J/K$
m_e	جرم سکون الکترون	$۹٫۱۱ \times ۱۰^{-۳۱}\ kg$
M_P	جرم سکون پروتون	$۱٫۶۷ \times ۱۰^{-۲۷}\ kg$
μ_0	ثابت تراوایی	$۴\pi \times ۱۰^{-۷}\ H/m$ دقیقاً
N_A	ثابت آووگادرو	$۶٫۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ ۱/mol$
R	ثابت مولی گاز کامل	$۸٫۳۱\ J/mol\ K$
σ	ثابت استفان-بولتزمن	$۵٫۶۷ \times ۱۰^{-۸}\ W/m^{۲}k^{۴}$
V_m	حجم مولی گاز کامل درفشار دمای متعارف	$۲٫۲۴ \times ۱۰^{-۲}\ m^{۳}/mol$
R_∞	ثابت ریدبرگ	$۱٫۱۰ \times ۱۰^{۷}\ ۱/m$
T_{tr}	نقطهٔ سه گانهٔ آب	$۲۷۳٫۱۶\ K$

MATH75.IR

خواص فیزیکی متداول

p_0	فشار هوای متعارف	۰٫۱۰۱ MPa
ρ_{H_2O}	چگالی آب	$1{,}00 \times 10^3\ kg/m^3$
ρ_{Hg}	چگالی جیوه	$1{,}36 \times 10^4\ kg/m^3$
g_0	شدت میدان گرانشی معیار	۹٫۸۱ N/kg
g_0	شتاب معیار ناشی از گرانی	۹٫۸۱ m/s^2
$T_{یخ}$	نقطهٔ انجماد	۲۷۳ K
$T_{بخار}$	نقطه‌های تبخیر	۳۷۳ K
c_{H_2O}	ظرفیت گرمایی ویژهٔ آب	۴٫۱۹ kJ/kg K
	یك روز زمینی	۸۶٫۴ ks
	یك سال زمینی	۳٫۱۶ Ms (یعنی حدود ۱۰ πMs)

پیشوندهای واحدها

کسر	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
10^{-3}	میلی	m	10^3	کیلو	K
10^{-6}	میکرو	μ	10^6	مگا	M
10^{-9}	نانو	n	10^9	گیگا	G
10^{-12}	پیکو	p	10^{12}	ترا	T
10^{-15}	فمتو	f	10^{15}	پتا	P
10^{-18}	آتو	a	10^{18}	اکزا	E